Sharif University of Technology
School of Mechanical Engineering

# Automatic Control

Chapter 9:

# Control Systems Design by Frequency Response Method

Instructor:
Professor Aria Alasti

# Contents

# Contents

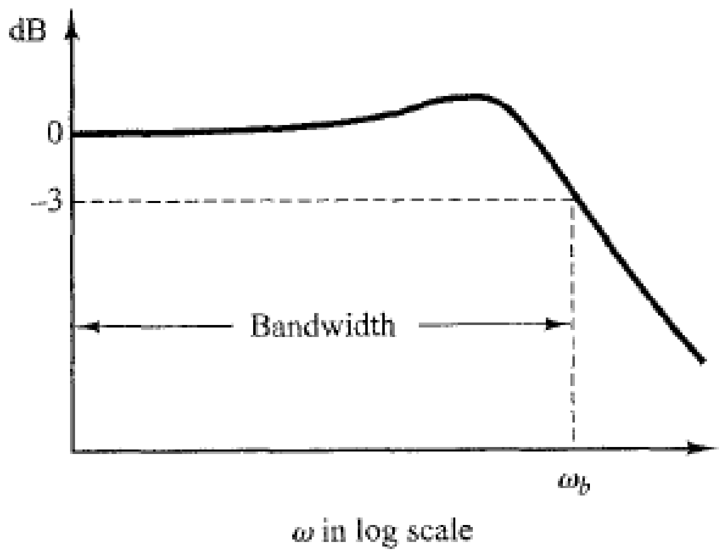
# Requirements on Open-Loop Frequency Response.

❋ملزومات پاسخ فرکانسی مدار باز:

– ضریب بهره در فرکانس های پایین و نزدیک به ωg باید بزرگتر باشد.

– شیب منحنی در نزدیکی ωg باید -20db/dec باشد.

– در مکانهای بالا ضریب باید با سرعت زیادی کاهش یابد.




دیاگرام بود سیستم مدار باز

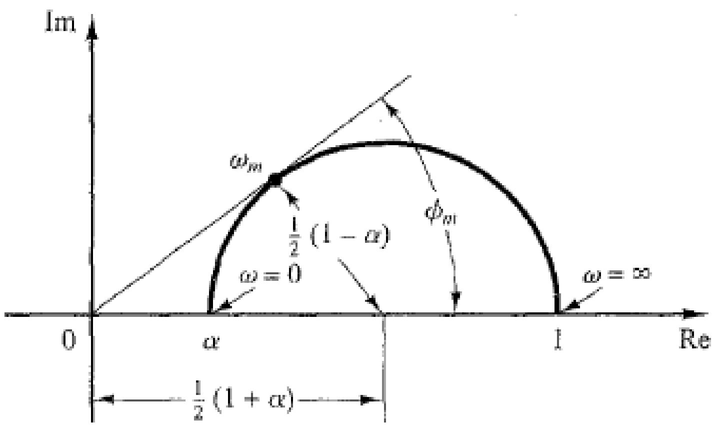
$$G_c(s) = k_c \frac{s+\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{\alpha T}} = k_c \alpha \frac{Ts+1}{Ts\alpha+1} = kG'_{c(s)}$$

$$G'_c(j\omega) = \frac{Tj\omega+1}{Tj\omega\alpha+1} \rightarrow M'_{c(\omega)} = \frac{\sqrt{\omega^2 T^2+1}}{\sqrt{\alpha^2\omega^2 T^2+1}} \rightarrow \begin{cases} M'_{c(0)} = 1 \\ M'_{c(\infty)} = \frac{1}{\infty} \end{cases}$$

$$\phi'_c(\omega) = \phi_c(\omega) = \tan^{-1}\omega T - \tan^{-1}\alpha\omega T \rightarrow \begin{cases} \phi'_c(0) = 0 \\ \phi'_c(\infty) = 90-90=0 \end{cases}$$

*Polar plot of a lead compensator

$\frac{\alpha(j\omega T+1)}{j\omega T+1}$,Where $0<\alpha<1$.



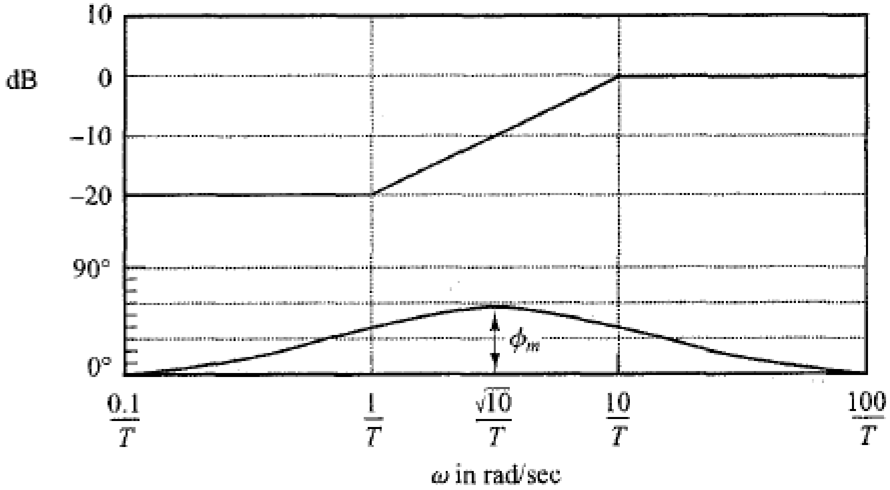
$$\sin\phi_m = \frac{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}{\frac{1+\alpha}{2\alpha}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

$$M_c'(\omega_m) = \left|G_c'(\omega_m)\right| = \sqrt{(\frac{1+\alpha}{2\alpha})^2 - (\frac{1-\alpha}{2\alpha})^2} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\sqrt{\omega^2T^2+1}}{\sqrt{\alpha^2\omega^2T^2+1}}$$

$$\Rightarrow \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

*Bode diagram of a lead compensator

$\frac{\alpha(j\omega T+1)}{j\omega T+1}$ ,Where α=0.1



*روش طراحی:

۱. از روی میزان بهبود دقت K را بیابید .

-به طور مثال برای سروسیستم نوع ۱ از روی $k_v$ .

$$\bar{k}_v = \lim_{s \to 0} sG(s)G_c(s) = k_v G_c(0) = k_v k$$

$$\frac{k_v}{k} = K$$

۲. دیاگرام بود (Bode) را برای سیستم رسم کنید.

$$G_c(s)G(s) = G'_c(s).\underbrace{k.G(s)}_{G_1(s)} = G'_c(s)G_1(s)$$

$$M_1(\omega) = |G_1(j\omega)| = k\,|G(j\omega)|$$

$$M_1(\omega_{gc}) = 1 \rightarrow \gamma_1 = 180 + \phi_1(\omega_{gc})$$

۳. مقدار زاویه φ مناسب برای اینکه به مقدار کرانه فاز کطلوب برسیم بیابید .

$$\phi_m = \gamma - \gamma_1 + 5$$

کرانه (حد) فاز مطلوب

چون در اثر افزودن lead محل $\omega_{gc}$ به سمت راست شیفت پیدا می کند برای جبران کاهش زاویه اضافه می کنیم

۴. با استفاده از $\sin\phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ مقدار α را بیابید.

$$\bar{M}(\omega) = |G_c(j\omega)|.|G(j\omega)| = \left|\frac{j\omega T+1}{j\alpha T+1}\right|.|G(j\omega)|$$

مقدار $\left|\frac{j\omega T+1}{j\alpha T+1}\right|$ در محل فرکانس مربوط به $\phi_m$ برابر است با $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ پس در محل جدید $\bar{\omega}_g$ مقدار $|G_1(j\omega)|$ باید $\sqrt{\alpha}$ باشد

$$M_1(\bar{\omega}_{gc}) = |G_1(j\bar{\omega}_{gc})| = \sqrt{\alpha}$$

$$\Rightarrow \omega_m = \bar{\omega}_{gc} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}}$$

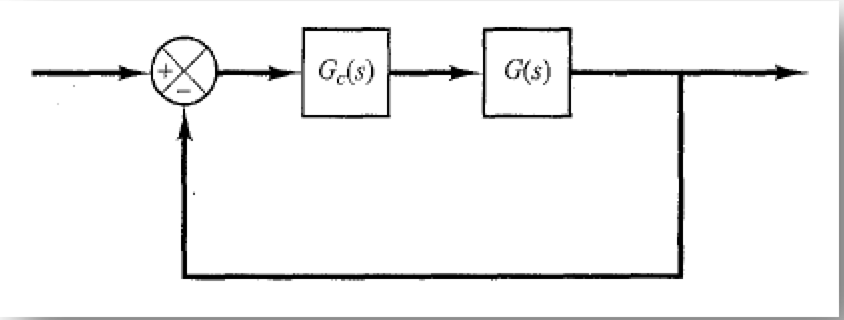
۵. ضرایب روبه رو را تعیین کنید.

$$pole: \omega = \frac{1}{\alpha T}$$

$$zero: \omega = \frac{1}{T}$$

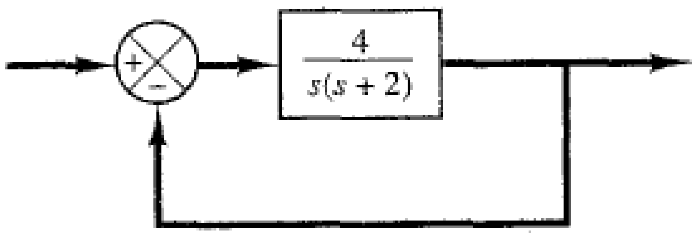
۶.مقدار $k_c$ را از رابطه زیر بدست آورید.

$$k = k_c \alpha \Rightarrow k_c = \frac{k}{\alpha}$$



# Lead Compensation

❊مثال :




$$G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$$

$$\bar{k}_v = 20\ \sec^{-1}, \bar{\gamma} \geq 50^\circ, \bar{k}_g \geq 10dB$$

❊حل :

$$k_v = \lim_{s\to 0} sG(s) = 2 \Rightarrow k = \frac{\bar{k}_v}{k_v} = \frac{20}{2} = 10 = k_c\alpha$$

$$\omega_{gc} : M_1(\omega_{gc_1}) = 1 \rightarrow \frac{4\times 10}{\omega_{gc_1}\sqrt{\omega_{gc_1}^{\ 2}+4}} = 1$$

# Lead Compensation

$$\phi_1(\omega_{gc_1}) = -90 - \tan^{-1}\frac{6.17}{2} = -162.04$$

$$\gamma_1 = 180 - 162.04 = 17.96$$

$$\phi_m = \bar{\gamma} - \gamma_1 + 5 = 50 - 17.96 + 5 = 37.04$$

$$\sin 37.04 = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \rightarrow \alpha = 0.25$$

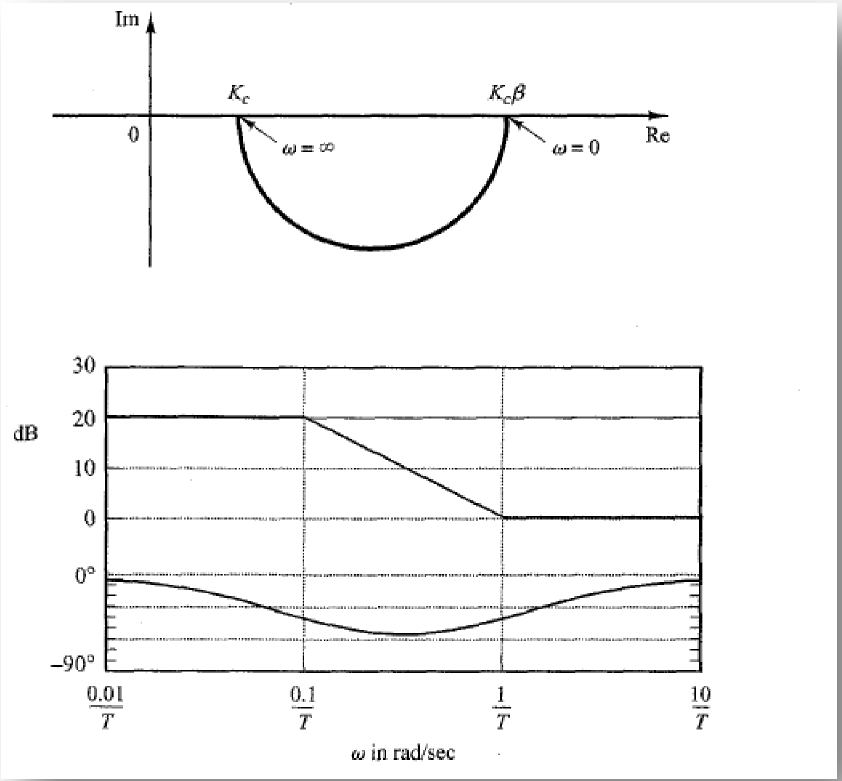
$$\left|G_1(j\bar{\omega}_{gc})\right| = \alpha \Rightarrow \frac{4\times 10}{\bar{\omega}_{gc}\sqrt{\bar{\omega}_{gc}^{\ 2}+4}} = 0.5 \Rightarrow \bar{\omega}_{gc} = \omega_m = 8.9\, {}^{rad}\!/_{\sec}$$

$$T = \frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}} = 0.23 \Rightarrow \frac{1}{T} = 4.4 \Rightarrow \frac{1}{\alpha T} = 18.22 \rightarrow k_c = \frac{k}{\alpha} = 41.7$$

$$G_c(s) = 41.7\frac{s+4.4}{s+18.22}$$

Characteristics of Lag Compensators:

$$G_c(s) = k_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} = k_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} \quad (\beta > 1)$$



Thanks for your attention!