تمرینات درس جریان سیالات غیرنیوتنی **زمان تحویل: روز آزمون نهایی**

سری سوم **معادلات ساختاری**

۱- از مدل اولدروید-بی (Oldroyd-B) معمولاً به عنوان معادله ساختاری جریان محلولهای رقیق پلیمری استفاده می شود. چنین محلولهایی از طریق انحلال مقدار اندکی از مواد پلیمری ویسکوالاستیک به عنوان ماده حل شونده در یک حلال نیوتنی ایجاد می شوند.

الف) نشان دهید که ترکیب موازی معادله ساختاری ماده حل شونده پلیمری به صورت سیال فوق همرفتی ماکسول (UCM) با معادله ساختاری سیال نیوتنی منجر به ایجاد معادله ساختاری سیال اولدروید-بی می شود.

ب) نشان دهید که در این حالت نیز معادله ساختاری اولدروید-بی با سه ثابت قابل بیان است. اصولاً این شکل معادله اولدروید-بی دارای چه تفاوتی با صورت استاندارد این معادله است.

ج) صورت بی بعد معادله اولدروید-بی را استخراج کنید (در صورت بی بعد بایستی عدد وایزنبرگ بصورت یکی از ضرایب معادله بدست آید).

د) ثابت های اختلاف تنش نرمال اول و دوم مدلهای اولدروید-ای (Oldroyd-A) و اولدرید-بی (Oldroyd-B) را در جریان برشی ساده استخراج کنید.

۲- مشابه مساله قبل، امکان یافتن صورت کلی مدل گزیکس برای یک محلول پلیمری وجود دارد.

الف) رابطه زیر برای صورت کلی مدل گزیکس در یک محلول پلیمری را اثبات کنید و ارتباط ثابتهای این مدل با صورت باز آنرا ارائه بیابید (راهنمایی: به صفحات ۳۵۸ تا ۳۶۰ کتاب Dynamics of Polymeric Liquids رجوع کنید)

$$\boldsymbol{\tau} + \lambda_1 \boldsymbol{\tau}_{(1)} - a\frac{\lambda_1}{\eta_0}\{\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\tau}\} - a\lambda_2\{\boldsymbol{\gamma}_{(1)}\cdot\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\gamma}_{(1)}\}$$

$$= -\eta_0[\boldsymbol{\gamma}_{(1)} + \lambda_2\boldsymbol{\gamma}_{(2)} - a\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1}\{\boldsymbol{\gamma}_{(1)}\cdot\boldsymbol{\gamma}_{(1)}\}]$$

ب) با توجه به صورت فوق برای مدل گزیکس، در مورد شباهتها و تفاوتهای این مدل، با مدل ۸ ثابته اولدروید بحث کنید. توضیح دهید که چرا مدل گزیکس برای مدلسازی جریان محلولهای غلیظ پلیمری نیز مناسب است؟

ج) با استفاده از صورت کلی پاسخ توابع ویسکومتریک مدل گزیکس (ارائه شده در صفحه ۳۶۸)، نشان دهید که چنانچه $\lambda_2 = 0$ و $\alpha = 0 \; or \; 1$ باشد، در اینصورت توابع ویسکومتریک مدل گزیکس به شکل زیر خواهند بود:

$$\eta \sim \sqrt{(1-\alpha)/\alpha}\,\frac{\eta_0}{\lambda_1\dot{\gamma}} \qquad (\dot{\gamma}\to\infty)$$

$$\Psi_1 \sim \frac{\sqrt{2}}{\alpha}(\alpha(1-\alpha))^{1/4}\,\frac{\eta_0\lambda_1}{(\lambda_1\dot{\gamma})^{3/2}} \quad (\dot{\gamma}\to\infty)$$

$$\Psi_2 \sim -\frac{\eta_0\lambda_1}{(\lambda_1\dot{\gamma})^2} \qquad (\dot{\gamma}\to\infty)$$

تمرینات درس جریان سیالات غیرنیوتنی **زمان تحویل: روز آزمون نهایی**

سری سوم **معادلات ساختاری**

۳- با استفاده از قضیه جریان مستقیم الخط (rectilinear flow) لانگلویس، ریولین و پیپکین، میدان سرعت و فشار سیال مرتبه دو را برای جریانهای تراکم ناپذیر دائمی زیر بدست آورید:

الف) جریان برشی ساده

ب) جریان توسعه یافته تحت فشار بین دو صفحه موازی

ج) جریان توسعه یافته تحت فشار در لوله مستقیم

د) جریان توسعه یافته تحت فشار بین دو لوله مستقیم هم مرکز

۴- یکی از حالتهای خاص مدل ۸ ثابته اولدروید، صورتی است که در آن ضرایب به شکل $\lambda_4 = \lambda_3 = 0$، $\lambda_6 = \frac{2}{3}\lambda_1$ و $\lambda_7 = \frac{2}{3}\lambda_2$ باشند. به این ترتیب صورتی سه ثابته از مدل اولدروید بدست خواهد آمد. نشان دهید که پاسخ توابع ویسکومتریک این مدل در جریان برشی ساده به شکل زیر خواهد بود و این مدل فاقد ثابت اختلاف تنش نرمال دوم است.

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1 + \frac{2}{3}\lambda_1\lambda_2\dot{\gamma}^2}{1 + \frac{2}{3}(\lambda_1\dot{\gamma})^2}$$

$$\frac{\Psi_1}{2\eta_0\lambda_1} = \frac{1 - (\lambda_2/\lambda_1)}{1 + \frac{2}{3}(\lambda_1\dot{\gamma})^2}$$

۵- معادله ساختاری زیر را در نظر بگیرید:

$$\tau + \lambda_1\left[(1-\varepsilon)\tau_{(1)} + \varepsilon\tau^{(1)}\right] = \eta_0\dot{\gamma}$$

که در مدل فوق λ_1، ε و η_0 ثابت های مدل هستند.

الف- به نظر شما مدل فوق، تعمیم چه مدلی از مدلهای ویسکوالاستیک خطی به مدلهای شبه خطی است؟

ب- توابع ویسکومتریک این مدل در جریان برشی ساده به چه صورت خواهند بود؟

ج- در مورد این مدل به ازای مقادیر مختلف ε شامل 0، 0.5 و 1 چه می توان گفت؟ این مدل دارای چه مزایا و معایبی است؟

۶- به تمرین **7B.6** کتاب Dynamics of Polymeric Liquids (صفحات ۴۱۶-۴۱۷) در خصوص امکان تبدیل مدل ۶ ثابته اولدروید به مدلی که دارای صورت بسط حرکت تاخیری (retarded-motion expansion) است، پاسخ دهید.