

# مکانیک سیالات ۲



دانشگاه صنعتی شاهرود  
دانشکده مهندسی مکانیک

بخش پنجم از مباحث فصل هفتم:  
جریان لایه مرزی - ضرایب درگ و لیفت

کلاس درس دکتر نوروزی  
اردیبهشت ۹۹

عمده ترین و مطمئن ترین راه برای اندازه گیری ضریب درگ استفاده از روشهای تجربی است. امروزه با توسعه روشهای عددی و پیشرفت در سخت افزارهای کامپیوتری، از CFD نیز برای تخمین این ضریب استفاده می شود. استفاده از روشهای تحلیلی نیز در برخی موارد بویژه جریانهای آرام و خزشی می تواند سودمند باشد.

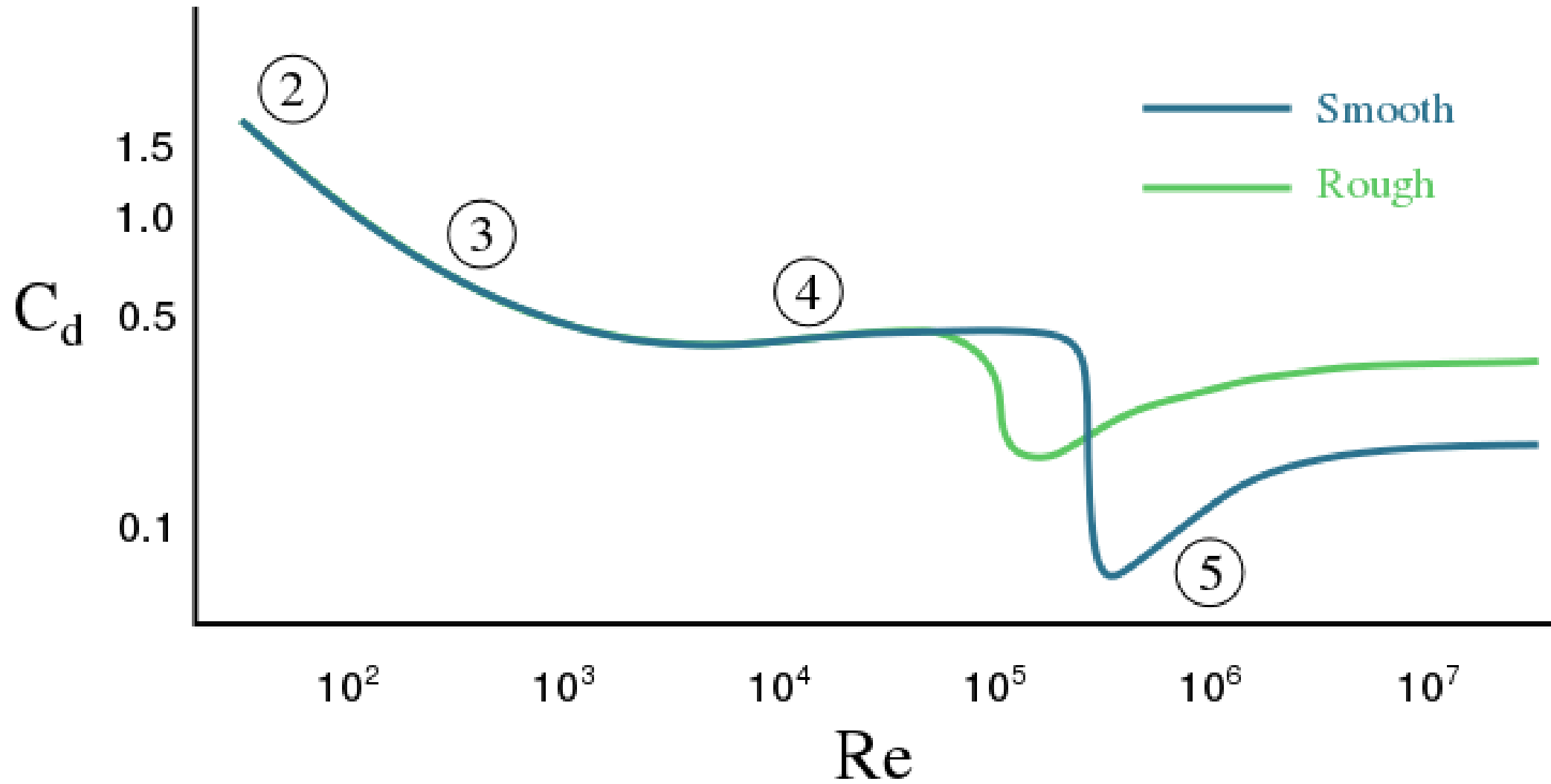
$$C_D(\text{Re}, \varepsilon) = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho A U^2} \quad (1)$$

در بسیاری از جریانها، ضریب درگ تابعی از عدد رینولدز و زبری سطح است.

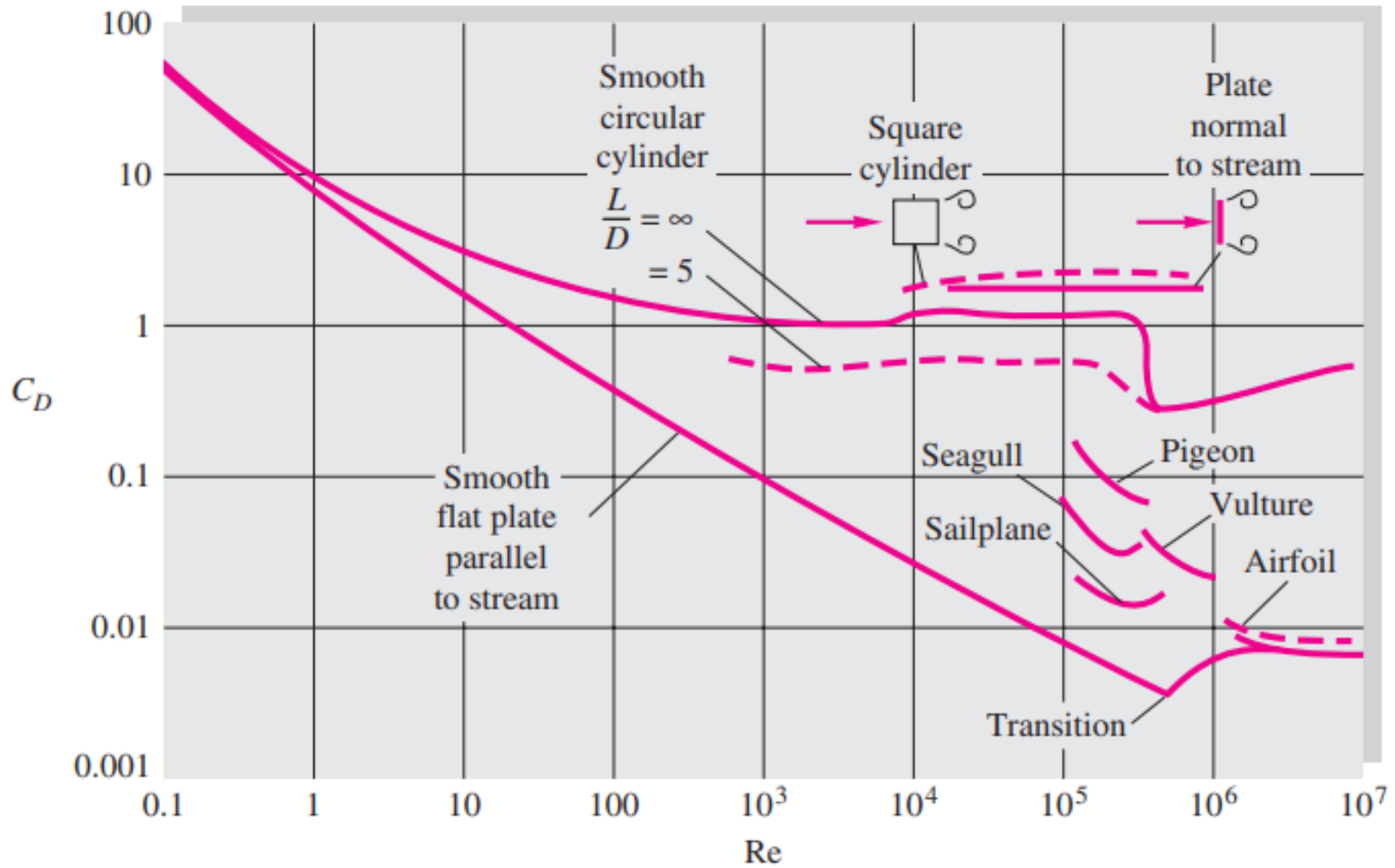
درگ جریان حول کره: درگ جریان حول کره یکی از مسائل معروف در مکانیک سیالات است. استوکس بصورت تحلیلی نشان داد که برای جریان خزشی ( $\text{Re} < 1$ ) که فاقد جدایش است، ضریب درگ از رابطه دقیق زیر بدست می آید:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}}, \quad \text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} \quad \& \quad \text{Re} < 1 \quad (2)$$

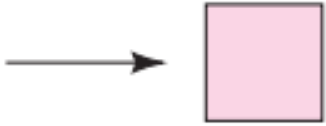


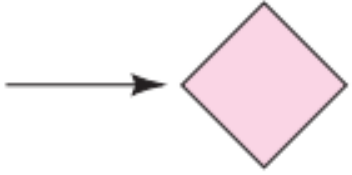

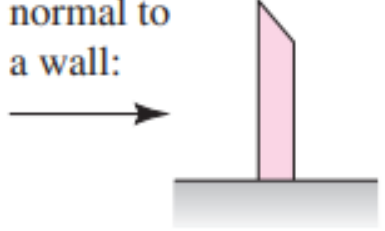
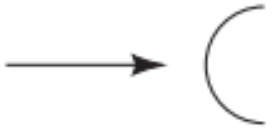
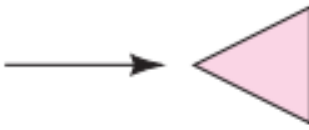
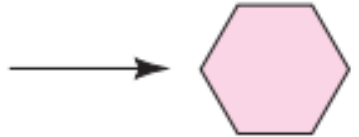

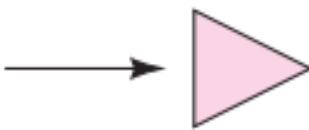
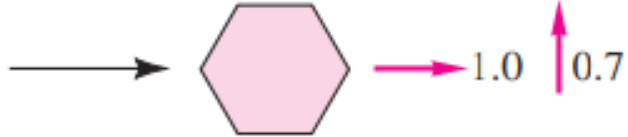
رابطه فوق برای مسائلی بویژه جهت مدلسازی ته نشینی و رسوب ذرات بسیار مفید است و برای محاسبات مربوط به استخرهای ته نشینی در سیستم تصفیه آب و فاضلاب مورد استفاده قرار می گیرد. مطابق شکل، با افزایش عدد رینولدز، ضریب درگ این جریان کاهش می یابد. در ناحیه ۲ جریان آرام و دائمی بوده اما دچار جدایش شده است. در ناحیه ۳ جریان آرام اما غیردائمی است و پدیده shedding در ناحیه ویک اتفاق افتاده است. در ناحیه ۴، جریان روی سطح سمت بالادست آرام و چسبیده به سطح است اما در سطح سمت پایین دست دارای ویکهای chaotic است. در ناحیه ۵ جریان کاملاً آشفته شده است. مطابق شکل، عدد رینولدز آشفتگی روی کره زبر کمتر از کره صاف است.



ضریب درگ جریان حول کره صاف و زبر در اعداد رینولدز مختلف



ضریب درگ اجسام دو بعدی مختلف بر حسب عدد رینولدز

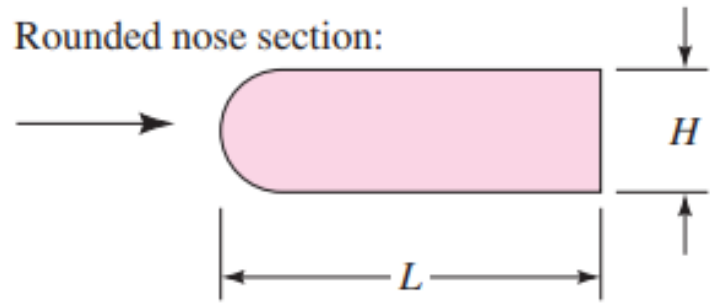
| Shape   | $C_D$ based on frontal area | Shape   | $C_D$ based on frontal area | Shape   | $C_D$ based on frontal area |
|---|-----------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|
| Square cylinder:<br> | 2.1                         | Half cylinder:<br>        | 1.2                         | Plate:<br>                       | 2.0                         |
|                      | 1.6                         |                           | 1.7                         | Thin plate normal to a wall:<br> | 1.4                         |
| Half tube:<br>       | 1.2                         | Equilateral triangle:<br> | 1.6                         | Hexagon:<br>                    | 1.0                         |
|                     | 2.3                         |                          | 2.0                         |                                 | 0.7                         |

ضرایب درگ اجسام دو بعدی مختلف برای اعداد رینولدز بزرگتر از ۱۰۰۰۰

## Shape

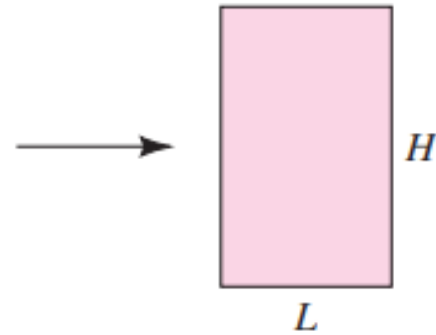
## $C_D$ based on frontal area

Rounded nose section:



|        |      |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|------|
| $L/H:$ | 0.5  | 1.0  | 2.0  | 4.0  | 6.0  |
| $C_D:$ | 1.16 | 0.90 | 0.70 | 0.68 | 0.64 |

Flat nose section:



|        |     |     |     |     |     |     |     |     |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $L/H:$ | 0.1 | 0.4 | 0.7 | 1.2 | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 6.0 |
| $C_D:$ | 1.9 | 2.3 | 2.7 | 2.1 | 1.8 | 1.4 | 1.3 | 0.9 |

Elliptical cylinder:

|     |  | Laminar | Turbulent |
|-----|--|---------|-----------|
| 1:1 |  | 1.2     | 0.3       |
| 2:1 |  | 0.6     | 0.2       |
| 4:1 |  | 0.35    | 0.15      |
| 8:1 |  | 0.25    | 0.1       |

ادامه - ضرایب درگ اجسام  
دو بعدی مختلف برای اعداد  
رینولدز بزرگتر از ۱۰۰۰۰

| Body                          | $C_D$ based on frontal area | Body                              | $C_D$ based on frontal area  |                    |      |      |      |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
|-------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|--|--------------------|------|------|------|----------|---------|---------------|--------------------|---------------|---------------|------|------|------|------|---------------------|------|------|------|------|------|------|
| Cube:<br>                     | 1.07                        | Cone:<br>                         | <table border="1"> <tr> <td><math>\theta</math>:</td> <td>10°</td> <td>20°</td> <td>30°</td> <td>40°</td> <td>60°</td> <td>75°</td> <td>90°</td> </tr> <tr> <td><math>C_D</math>:</td> <td>0.30</td> <td>0.40</td> <td>0.55</td> <td>0.65</td> <td>0.80</td> <td>1.05</td> <td>1.15</td> </tr> </table>  | $\theta$ :         | 10°  | 20°  | 30°  | 40°      | 60°     | 75°           | 90°                | $C_D$ :       | 0.30          | 0.40 | 0.55 | 0.65 | 0.80 | 1.05                | 1.15 |      |      |      |      |      |
| $\theta$ :                    | 10°                         | 20°                               | 30°  | 40°                | 60°  | 75°  | 90°  |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| $C_D$ :                       | 0.30                        | 0.40                              | 0.55   | 0.65               | 0.80 | 1.05 | 1.15 |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
|                               | 0.81                        | Short cylinder, laminar flow:<br> | <table border="1"> <tr> <td><math>L/D</math>:</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>40</td> <td><math>\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>C_D</math>:</td> <td>0.64</td> <td>0.68</td> <td>0.72</td> <td>0.74</td> <td>0.82</td> <td>0.91</td> <td>0.98</td> <td>1.20</td> </tr> </table>   | $L/D$ :            | 1    | 2    | 3    | 5        | 10      | 20            | 40                 | $\infty$      | $C_D$ :       | 0.64 | 0.68 | 0.72 | 0.74 | 0.82                | 0.91 | 0.98 | 1.20 |      |      |      |
| $L/D$ :                       | 1                           | 2                                 | 3  | 5                  | 10   | 20   | 40   | $\infty$ |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| $C_D$ :                       | 0.64                        | 0.68                              | 0.72   | 0.74               | 0.82 | 0.91 | 0.98 | 1.20     |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| Cup:<br>                      | 1.4                         | Porous parabolic dish [23]:<br>   | <table border="1"> <tr> <td>Porosity:</td> <td>0</td> <td>0.1</td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.4</td> <td>0.5</td> </tr> <tr> <td><math>\leftarrow C_D</math>:</td> <td>1.42</td> <td>1.33</td> <td>1.20</td> <td>1.05</td> <td>0.95</td> <td>0.82</td> </tr> <tr> <td><math>\rightarrow C_D</math>:</td> <td>0.95</td> <td>0.92</td> <td>0.90</td> <td>0.86</td> <td>0.83</td> <td>0.80</td> </tr> </table> | Porosity:          | 0    | 0.1  | 0.2  | 0.3      | 0.4     | 0.5           | $\leftarrow C_D$ : | 1.42          | 1.33          | 1.20 | 1.05 | 0.95 | 0.82 | $\rightarrow C_D$ : | 0.95 | 0.92 | 0.90 | 0.86 | 0.83 | 0.80 |
| Porosity:                     | 0                           | 0.1                               | 0.2  | 0.3                | 0.4  | 0.5  |      |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| $\leftarrow C_D$ :            | 1.42                        | 1.33                              | 1.20   | 1.05               | 0.95 | 0.82 |      |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| $\rightarrow C_D$ :           | 0.95                        | 0.92                              | 0.90   | 0.86               | 0.83 | 0.80 |      |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| Disk:<br>                     | 1.17                        | Average person:<br>               | $C_D A \approx 9 \text{ ft}^2$ $\uparrow$ $C_D A \approx 1.2 \text{ ft}^2$   |                    |      |      |      |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| Parachute (Low porosity):<br> | 1.2                         | Pine and spruce trees [24]:<br>   | <table border="1"> <tr> <td><math>U, \text{ m/s}</math>:</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td><math>C_D</math>:</td> <td><math>1.2 \pm 0.2</math></td> <td><math>1.0 \pm 0.2</math></td> <td><math>0.7 \pm 0.2</math></td> <td><math>0.5 \pm 0.2</math></td> </tr> </table>   | $U, \text{ m/s}$ : | 10   | 20   | 30   | 40       | $C_D$ : | $1.2 \pm 0.2$ | $1.0 \pm 0.2$      | $0.7 \pm 0.2$ | $0.5 \pm 0.2$ |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| $U, \text{ m/s}$ :            | 10                          | 20                                | 30   | 40                 |      |      |      |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |
| $C_D$ :                       | $1.2 \pm 0.2$               | $1.0 \pm 0.2$                     | $0.7 \pm 0.2$  | $0.5 \pm 0.2$      |      |      |      |          |         |               |                    |               |               |      |      |      |      |                     |      |      |      |      |      |      |

ضرایب درگ اجسام سه بعدی مختلف برای اعداد رینولدز بزرگتر از ۱۰۰۰۰

Streamlined train (approximately 5 cars):



$$C_D A \approx 8.5 \text{ m}^2$$

Bicycle:



Upright:  $C_D A \approx 0.51 \text{ m}^2$ ; Racing:  $C_D A \approx 0.30 \text{ m}^2$

ادامه - ضرایب درگ اجسام سه بعدی مختلف برای اعداد رینولدز بزرگتر از ۱۰۰۰۰

Tractor-trailer truck:



Without deflector: 0.96; with deflector: 0.76

| Body                   | Ratio      | $C_D$ based on frontal area   |      | Body  | Ratio | $C_D$ based on frontal area |      |
|------------------------|------------|-------------------------------|------|---|-------|-----------------------------|------|
| Rectangular plate:<br> | $b/h$ 1    | 1.18                          |      | Flat-faced cylinder:<br>                          | $L/d$ | 0.5                         | 1.15 |
|                        | 5          | 1.2                           |      |   |       | 1                           | 0.90 |
|                        | 10         | 1.3                           |      |   |       | 2                           | 0.85 |
|                        | 20         | 1.5                           |      |   |       | 4                           | 0.87 |
|                        | $\infty$   | 2.0                           |      |   |       | 8                           | 0.99 |
|                        |            | <b>Laminar      Turbulent</b> |      |   |       |                             |      |
| Ellipsoid:<br>         | $L/d$ 0.75 | 0.5                           | 0.2  | Buoyant rising sphere [50],<br>$C_D \approx 0.95$ |       |                             |      |
|                        | 1          | 0.47                          | 0.2  | $135 < Re_d < 1E5$                                |       |                             |      |
|                        | 2          | 0.27                          | 0.13 |   |       |                             |      |
|                        | 4          | 0.25                          | 0.1  |   |       |                             |      |
|                        | 8          | 0.2                           | 0.08 |   |       |                             |      |



## ضریب درگ اجسام شناور

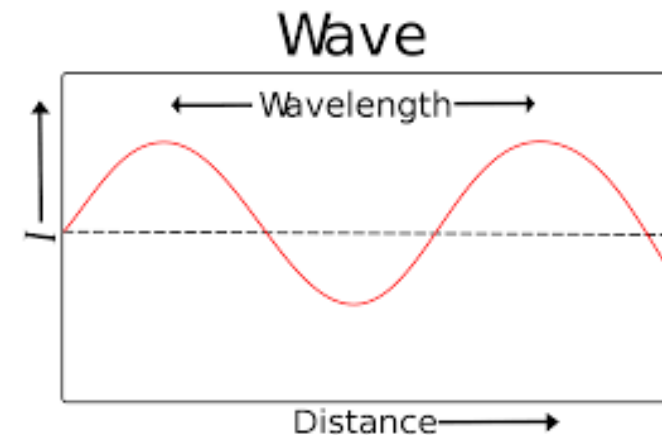
در اجسام شناور (مانند قایق، کشتی و ...)، ضربات ناشی از امواج سطحی نیز می توانند نقش مهمی در نیروی درگ داشته باشند. به این ترتیب، علاوه بر نیروهای اینرسی و ویسکوز، اثر نیروی گرانش نیز در این اجسام مهم است. لذا ضریب درگ این اجسام تابعی از عدد رینولدز و عدد فرود است  $C_D = C_D(\text{Re}, Fr)$ .

$$F \approx F_{\text{fric}} + F_{\text{wave}} \quad \text{or} \quad C_D \approx C_{D,\text{fric}} + C_{D,\text{wave}} \quad (3)$$

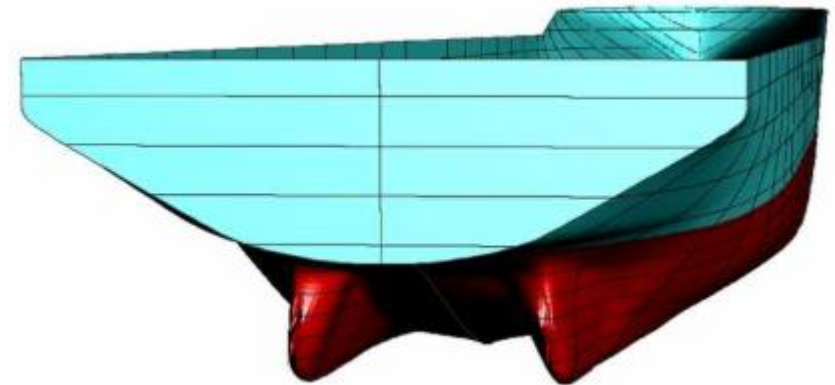
در خصوص کشتی ها، اگر انتهای کشتی در دره بین امواج سطحی واقع شده باشد، کشتی در حال بالا رفتن از یک قله موج خواهد بود و لذا درگ زیادی را در اثر امواج تحمل می کند. اگر انتهای کشتی بر قله یک موج سوار باشد، در اینصورت کشتی تحت درگ کمتری ناشی از امواج قرار خواهد داشت. مقدار عدد فرود این دو موقعیت با یکدیگر متفاوت است و برای آن داریم:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} \approx \frac{0.53}{\sqrt{N}} \quad \begin{array}{l} \text{high drag if } N = 1, 3, 5, 7, \dots ; \\ \text{low drag if } N = 2, 4, 6, 8, \dots \end{array} \quad (4)$$

در رابطه فوق،  $V$  سرعت کشتی،  $L$  طول کشتی و  $N$  تعداد "نصف طول امواج سطحی (half-lengths)" از ابتدا تا انتهای کشتی است.

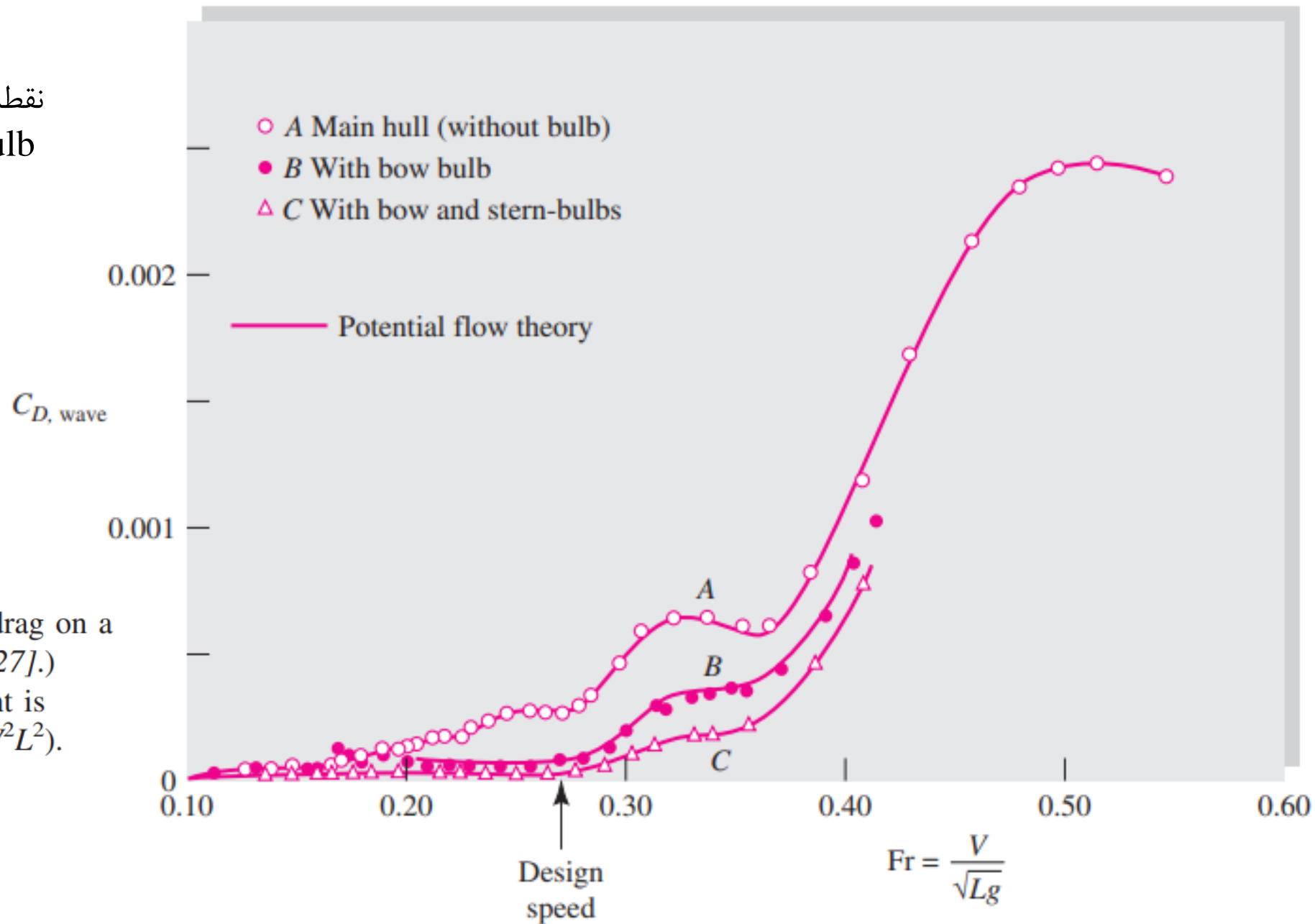


یک راه متداول برای کاهش اثر امواج سطحی، نصب Bulb در بخش دماغه زیر آب کشتی ها است. نصب این قطعه در انتهای کشتی نیز بعضا می تواند مفید باشد.



The green line represents the natural bow wave of the hull. The blue line represents the wave created by the bulb. The red line is the sum of these two. The height of the bow wave is substantially reduced, which reduces the hull drag associated with the bow wave. This improves fuel economy, and increases range.

نقطه طراحی این کشتی با وجود Bulb در جلو و عقب آن، برای  $N=4$  و  $Fr=0.27$  است.



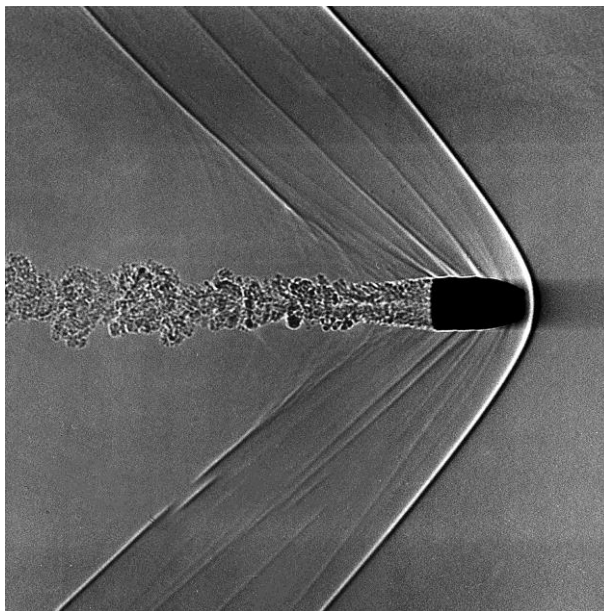
**Fig. 7.19** Wave-making drag on a ship model. (After Inui [27].)  
 Note: The drag coefficient is defined as  $C_{DW} = 2F/(\rho V^2 L^2)$ .

## تأثیر عدد ماخ بر ضریب درگ

با افزایش عدد ماخ، اثرات تراکم پذیری جریان و بویژه وقوع شوک می تواند بر ضریب درگ تأثیر گذار باشد. بطور کلی در خصوص اثرات رینولدز و ماخ بر ضریب درگ می توان سه حالت کلی را در نظر گرفت:

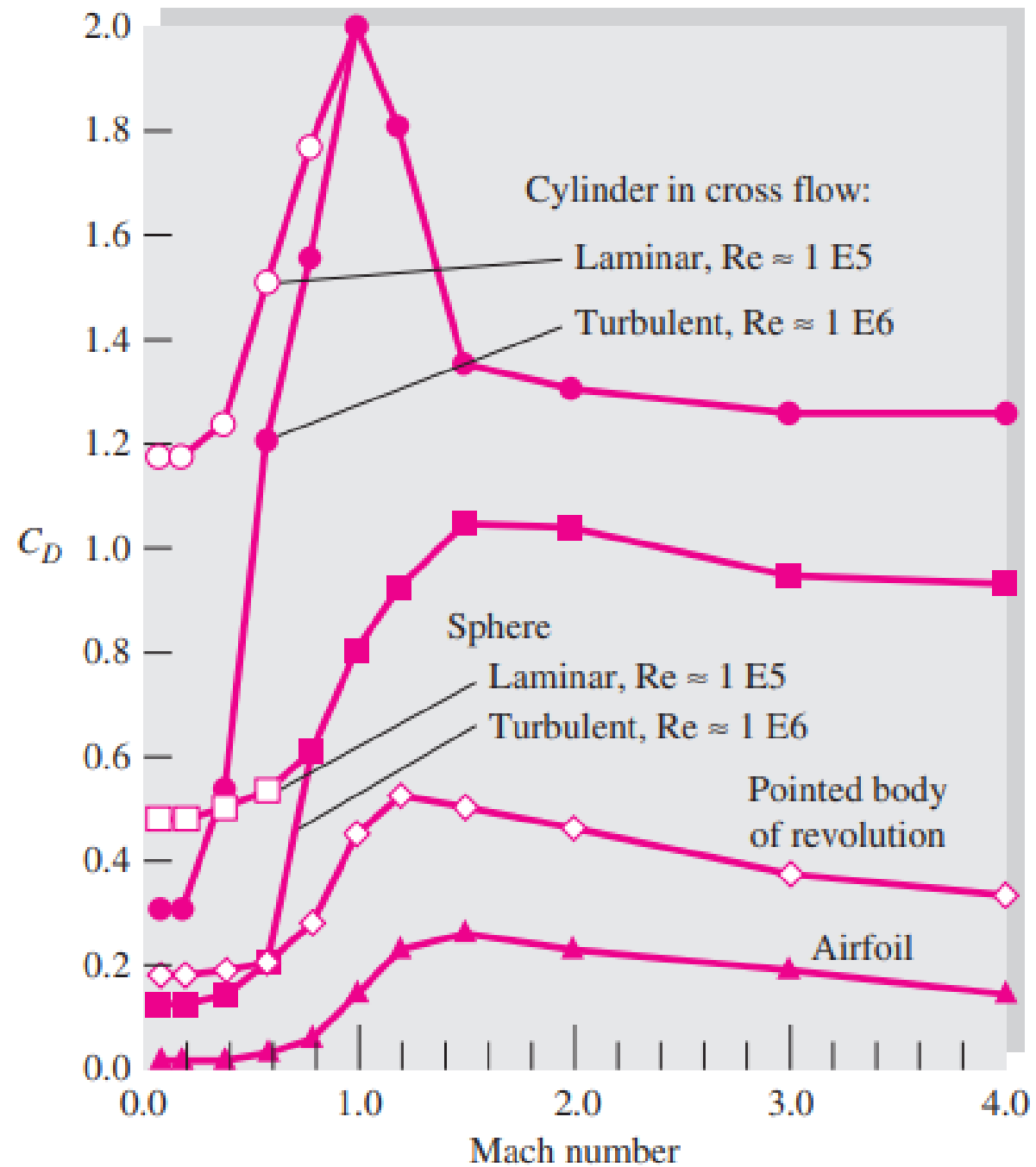
- برای  $Ma < 0.3$ ، اثر عدد ماخ مهم نیست و تنها عدد رینولدز مهم است.
- برای  $0.3 < Ma < 1$ ، هر دو اثر اعداد رینولدز و ماخ مهم هستند.
- برای  $Ma > 1$ ، تنها اثر عدد ماخ مهم است.

معمولا در اجسام مختلف، بیشترین ضریب درگ در محدوده وقوع شوک قائم  $Ma = 1$ ، اتفاق می افتد که در آن درگ بیشتر ناشی از فشارهای القایی مربوط به پدیده شوک است. با افزایش عدد ماخ و تبدیل شوک قائم به شوک مایل، معمولا ضریب درگ کاهش می یابد.



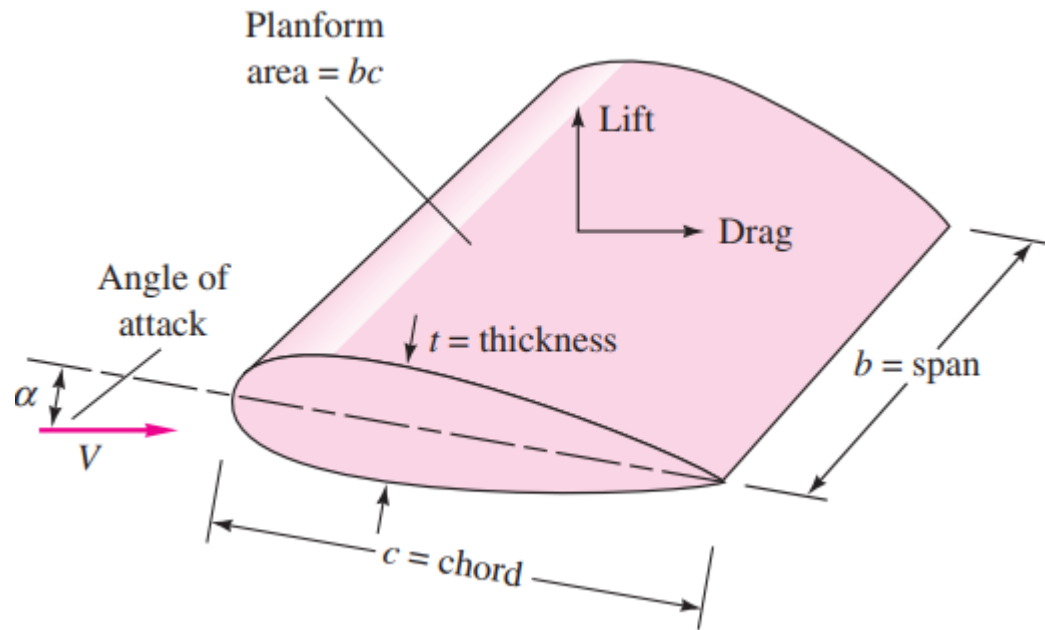


تأثير عدد ماخ بر ضريب  
درگ اجسام مختلف



## نیروهای پسا (Drag) و برا (Lift) در ایرفویلها

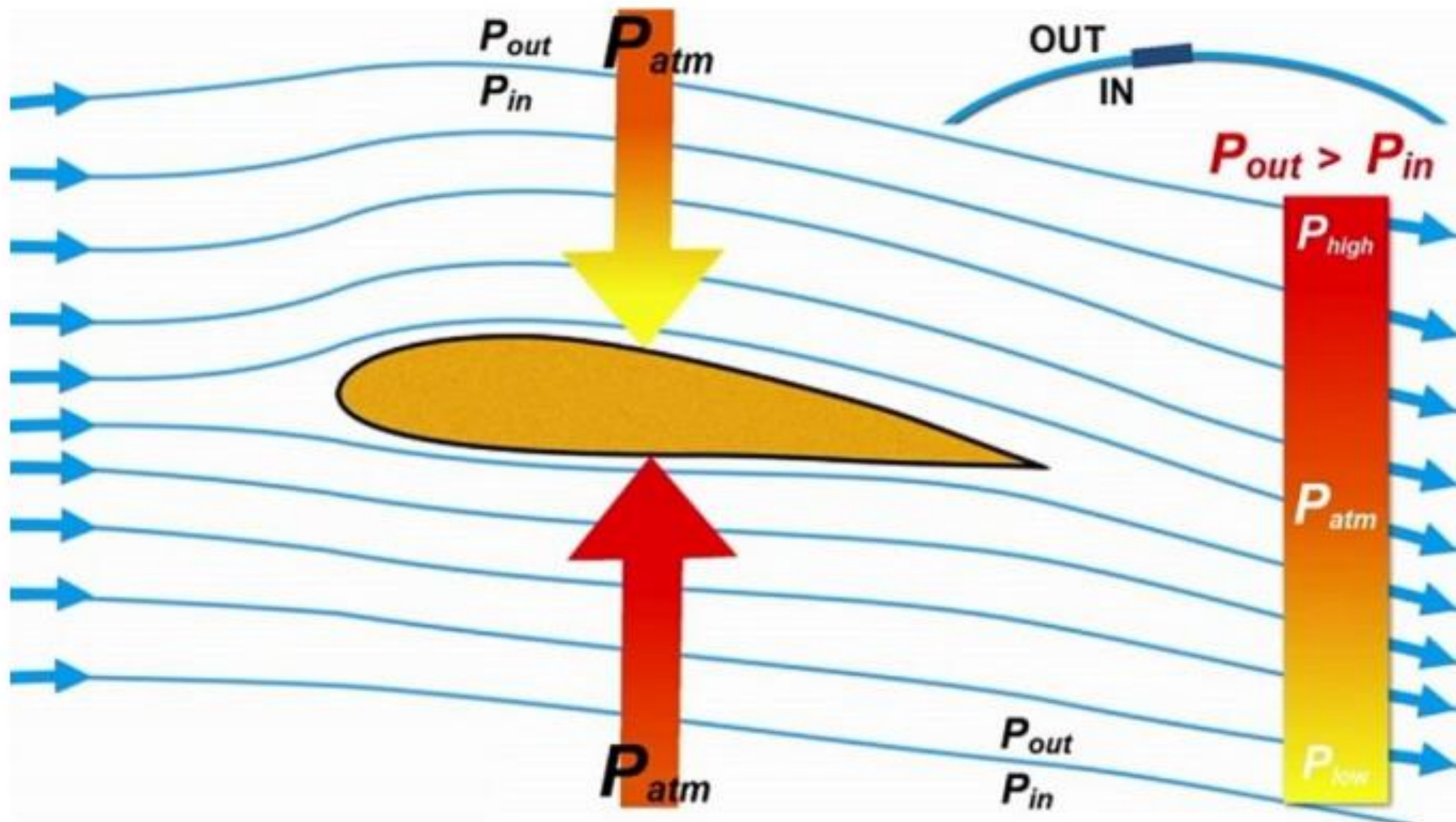
از ایرفویلها برای ایجاد نیروی لیفت استفاده می شود. این نیرو که به بال هواپیماها وارد می شود سبب غلبه بر نیروی وزن و پرواز هواپیما می گردد. ضرایب لیفت و درگ برای بال بصورت زیر تعریف می شوند:



$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho A_p U^2} \quad \& \quad C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho A_p U^2} \quad (5)$$

در رابطه فوق،  $F_L$  نیروی لیفت،  $F_D$  نیروی درگ،  $C_L$  ضریب لیفت و  $C_D$  ضریب درگ است. همچنین  $A_p$  سطح تصویر بالایی بال هواپیما است ( $A_p = cb$ ). به طور کلی بزرگ بودن ضریب لیفت در هواپیماها منجر به امکان افزایش وزن هواپیما (بار و مسافر بیشتر) و نیز کاهش طول باند لازم برای پرواز می شود. در بسیاری از توربینها، افزایش ضریب لیفت پره های توربین، با افزایش توان خروجی و بازده توربین همراه است. همچنین در طراحی بعضی اتوموبیلهای اسپرت و بویژه ماشینهای مسابقه که دارای ایرفویل در انتهای اتومبیل هستند، وجود ایرفویلها سبب ایجاد یک نیروی لیفت روبه پایین و افزایش اصطکاک و در نتیجه چسبندگی بهتر تایرها در سرعت های بالا می شود. بنابراین در حالت کلی، افزایش ضریب لیفت در عمل بسیار مطلوب است.





$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 = cte$$

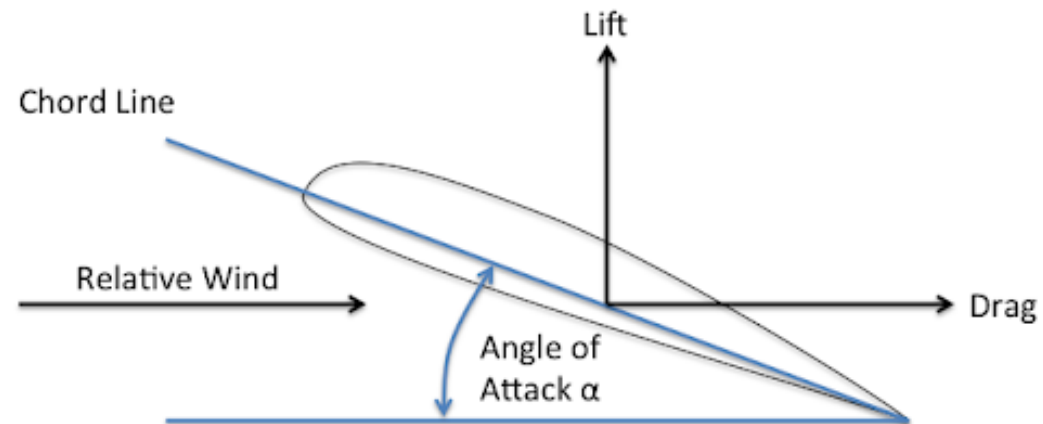
ایرفویل که مقطعی از بال هواپیما است، به نحوی طراحی می‌شود که جریان بالا و پایین آن دارای اختلاف سرعت باشند. طبق رابطه برنولی این اختلاف، تغییر فشار در بالا و پایین آن را در پی خواهد داشت، که عاملی برای به پرواز در آمدن هواپیما است.

## تغییرات ضرایب لیفت و درگ با زاویه حمله

زاویه بین راستای جریان بالادست و خط وتر ایرفویل، زاویه حمله (Angle of Attack) نامیده می شود. ضرایب لیفت و درگ ایرفویلها تابعی از عدد رینولدز و زاویه حمله آنها است:

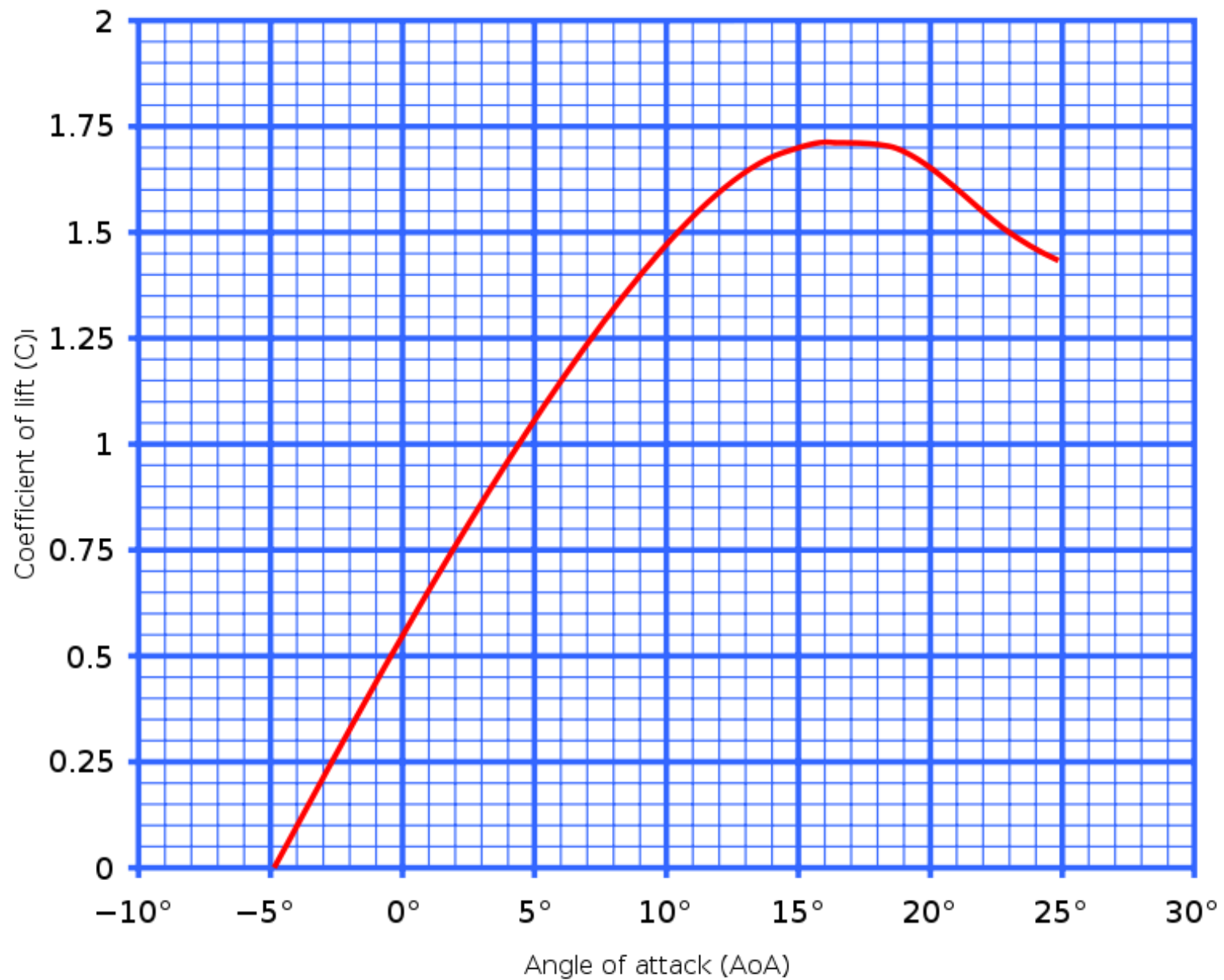
$$C_L = f(\alpha, Re_c) \quad \text{or} \quad C_D = f(\alpha, Re_c) \quad (۶)$$

به طور کلی با افزایش زاویه حمله، نقطه جدایش به روی بال منتقل می شود و به دلیل ایجاد ناحیه کم فشار در روی ناحیه انتهایی بالای ایرفویل، نیروی لیفت و در نتیجه ضریب لیفت افزایش پیدا می کند. با افزایش بیشتر زاویه حمله تا حدود ۱۵ الی ۲۰ درجه، نقطه جدایش به لبه جلویی ایرفویل منتقل می شود. در این حالت ضریب درگ به شدت افزایش یافته و ضریب لیفت دچار افت شدید می شود. در این حالت پرواز هواپیما دیگر امکان پذیر نبوده و ایرفویل به اصطلاح دچار واماندگی (Stall) شده است.

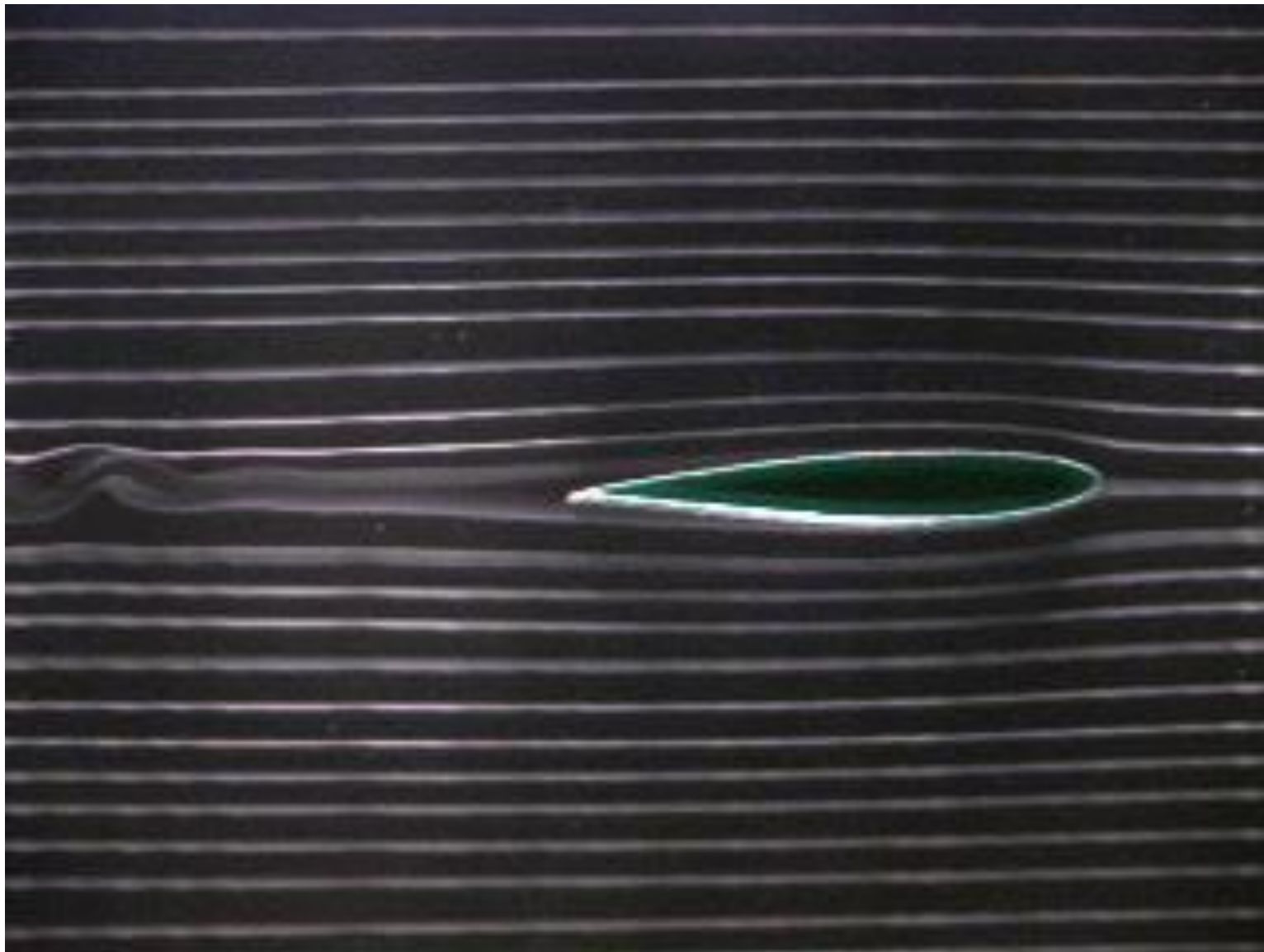




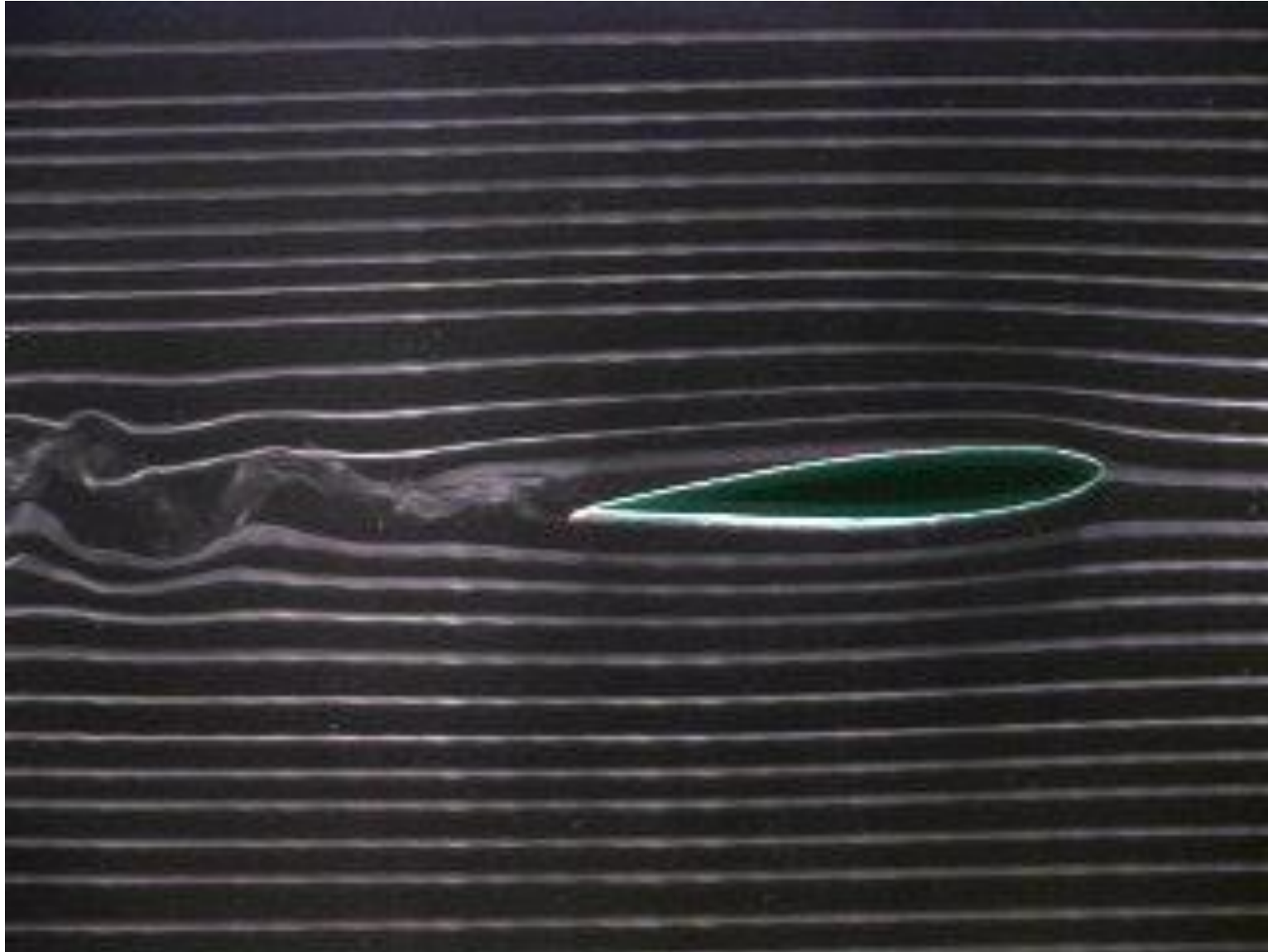
نمونه تغییرات ضریب لیفت با  
زاویه حمله در یک ایرفویل



زاویه حمله  
صفر

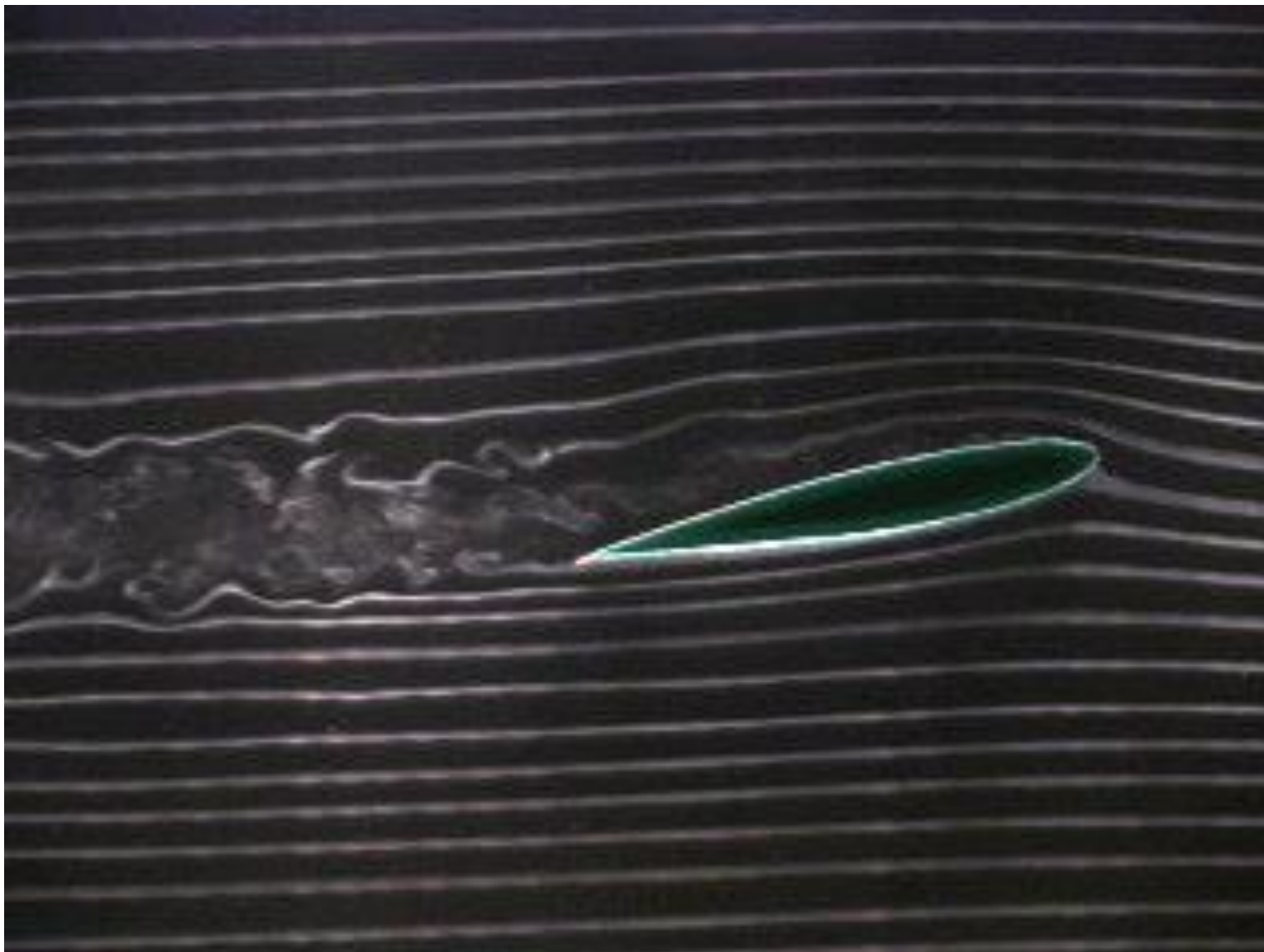


زاویه حمله  
۵ درجه



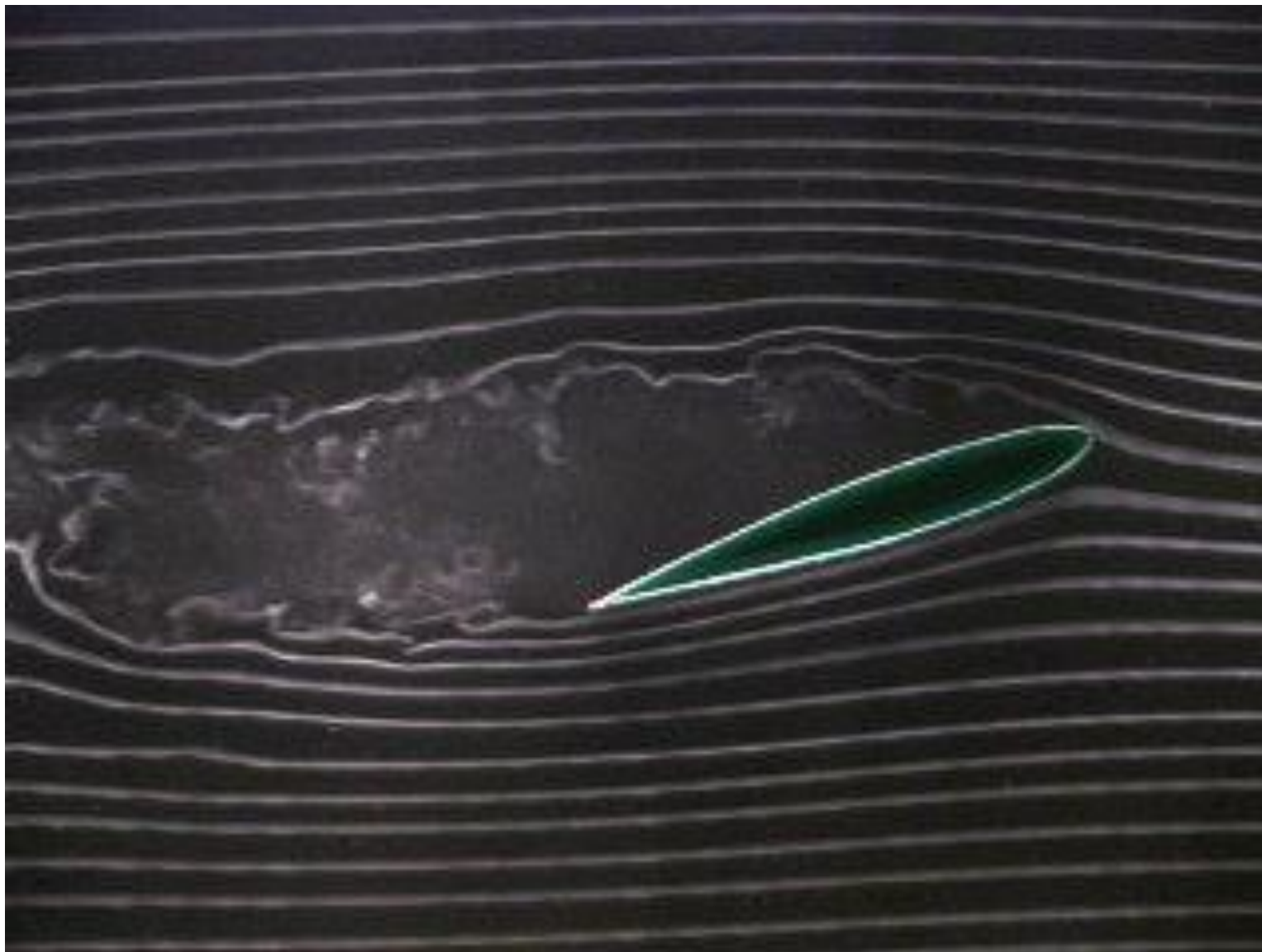
زاویه حمله  
۱۰ درجه



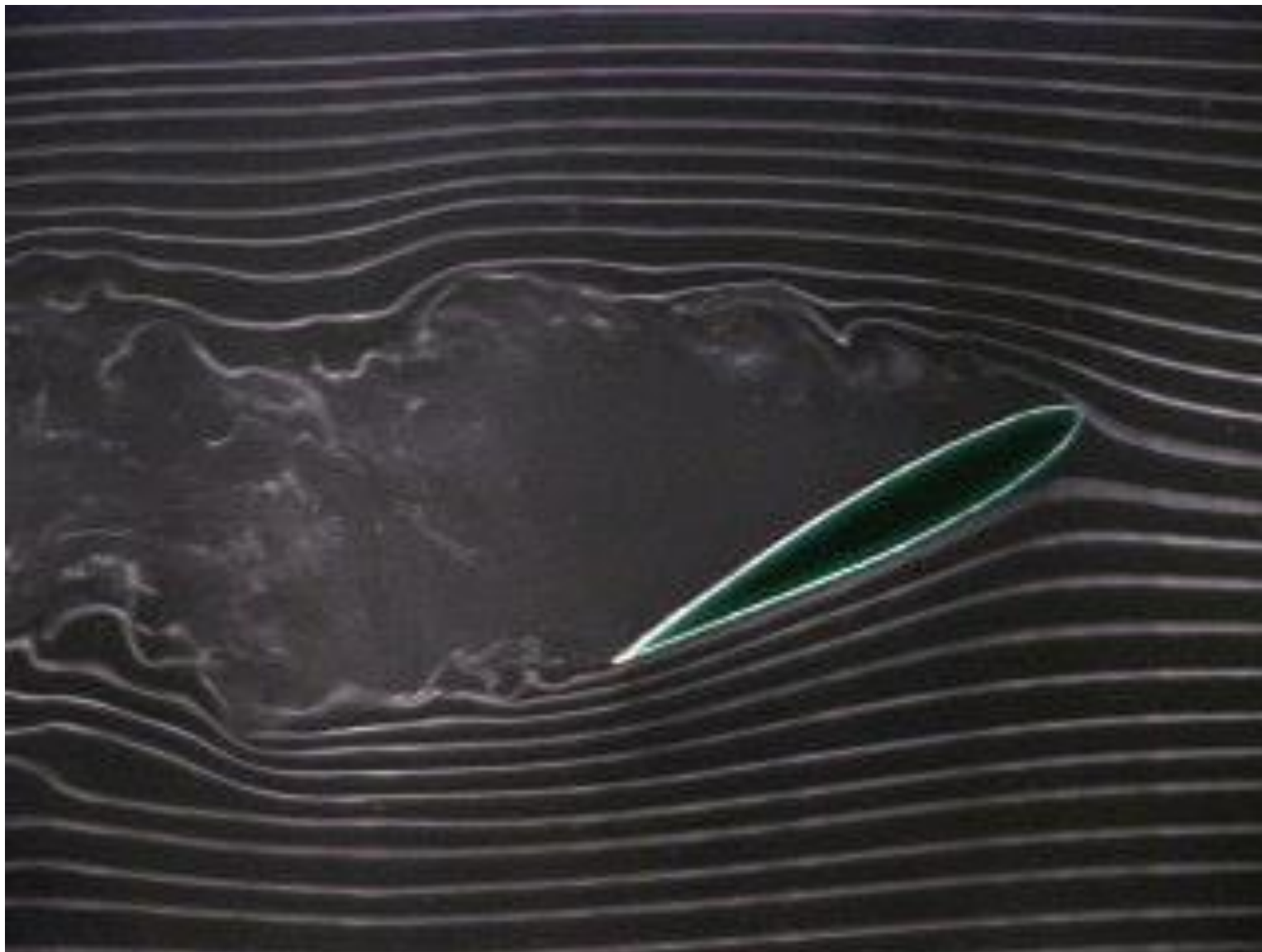


زاویه حمله  
۱۵ درجه

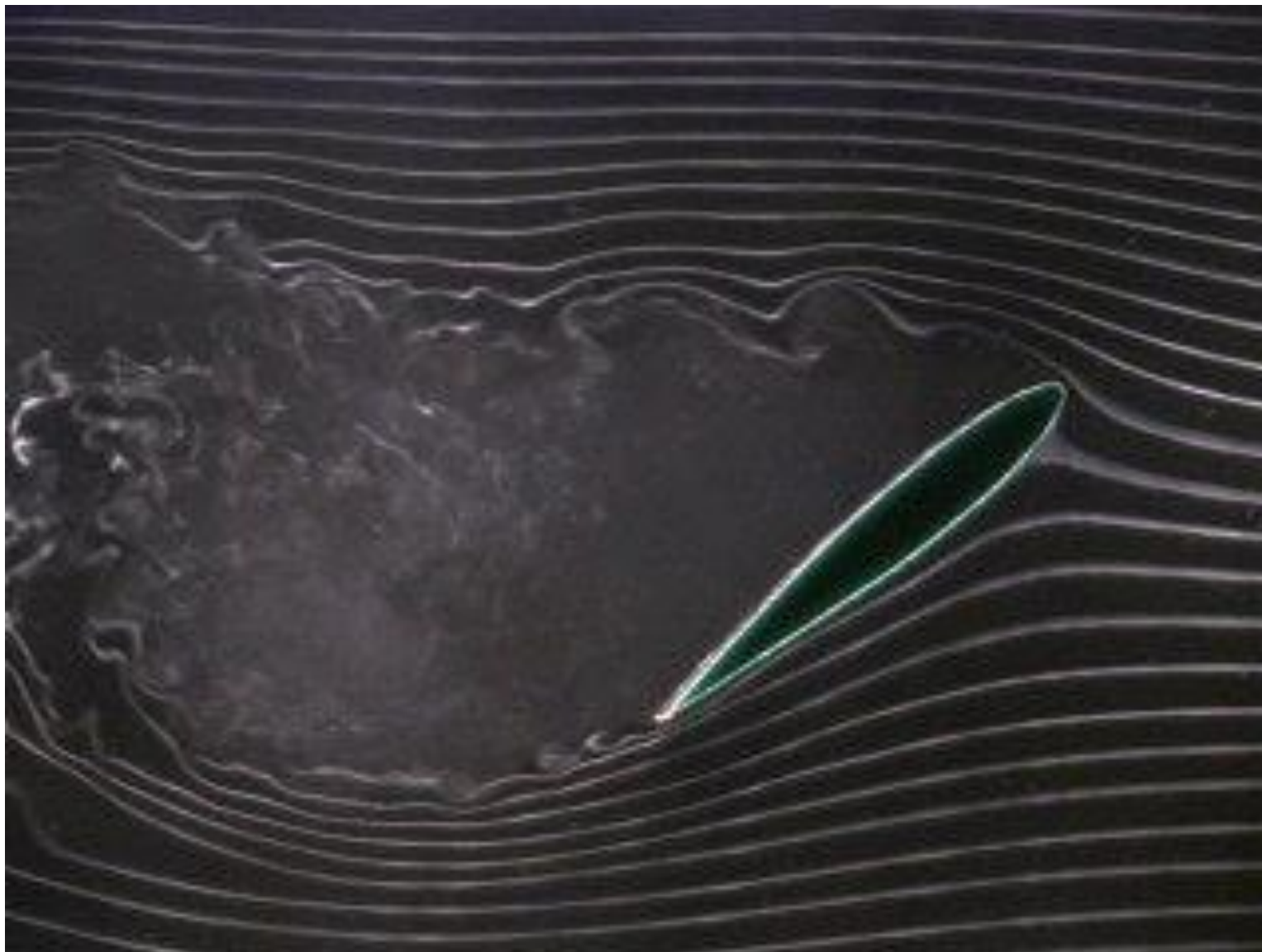




زاویه حمله  
۲۰ درجه



زاویه حمله  
۳۰ درجه

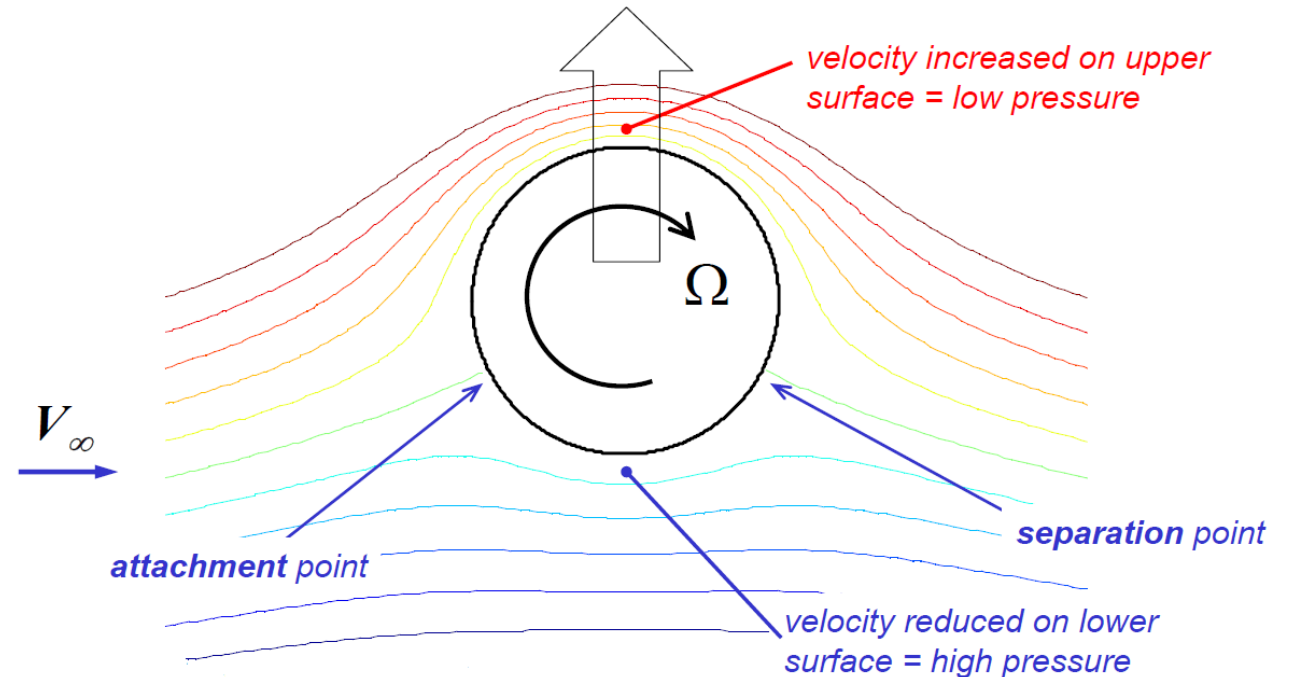


زاویه حمله  
۴۰ درجه



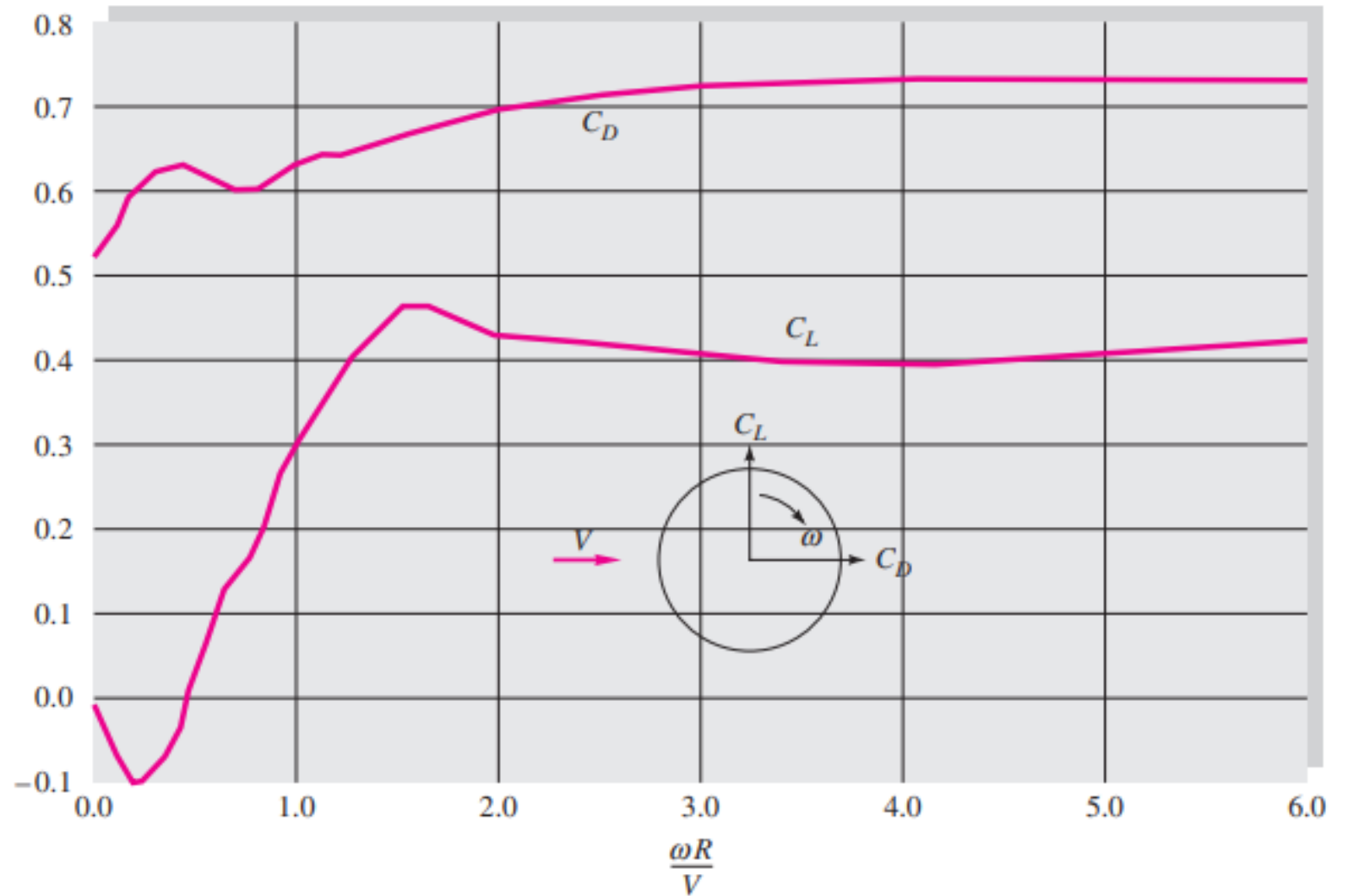
## ایجاد نیروی لیفت از طریق دوران

دوران یک جسم مستغرق در یک جریان می تواند سبب ایجاد نیروی لیفت بر آن شود. این پدیده به اثر مگنوس (Magnus Effect) معروف است. فرض کنید که یک جریان افقی از چپ به راست حول یک استوانه چرخان برقرار است. چرخش استوانه سبب می شود که سرعت جریان در بالا و پایین استوانه متفاوت باشد و مطابق رابطه برنولی، تفاوت سرعت بین دو نقطه منجر به اختلاف فشار بین آنها خواهد شد. این اختلاف فشار سبب ایجاد یک نیروی عمودی (نیروی لیفت) به استوانه می شود. با استفاده از این اثر براحتی می توان دلیل کات برداشتن شوتها در بازی فوتبال را توجیه کرد!





**P7.108** Drag and lift coefficients for a rotating sphere at  $\text{Re}_D \approx 10^5$ , from Ref. 45. (Reproduced by permission of the American Society of Mechanical Engineers.)



A composite image of Earth from space. The Earth is shown as a curved horizon with a bright sun rising over it, creating a lens flare effect. The sun is a bright white-yellow point of light with radiating lines of light extending across the dark blue background of space. The Earth's surface is visible as a dark blue arc with some lighter blue and white clouds. The overall scene is set against a deep blue, starry background.

The End

And The Beginning