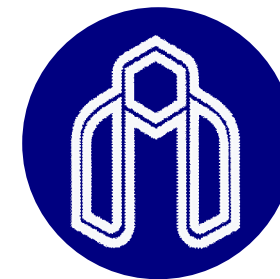


روشها و سیستمهای فازی

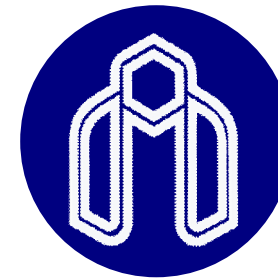
جلسه دوازدهم: شبیه سازی سیستمهای غیرخطی

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir



- سیستمهای قاعده-پایه فازی
- شبیه سازی یک تابع غیرخطی
- درون یابی نقاط فازی در صفحه دو بعدی
- درون یابی فازی، روش اول
- درون یابی فازی، روش دوم
- تقریب تابع خطی
- تقریب تابع توانی
- تقریب تابع نمایی



سیستمهای خطی و غیر خطی

- مشاهدات ما از یک سیستم:
- مجموعه فازی ورودی ها
 - قواعد توصیفی
 - مجموعه فازی خروجی ها

روشهای کسب اطلاعات:

الف: بیان قواعد *if-then* با استفاده از متغیرهای زبانی موجود

ب: حس مشترک یا دانش درونی مهندسین طراح در مورد یک فرآیند فیزیکی

پ: استفاده از اصول عمومی فیزیک و قواعد مربوط به دینامیک فرآیند

ت: استفاده از دسته‌بندی الگوها و آنالیز آماری بعضی داده‌های عددی

ث: استفاده از معادلات تحلیلی مربوط به فرآیند بر اساس اصل گسترش

سیستمهای قاعده-پایه فازی



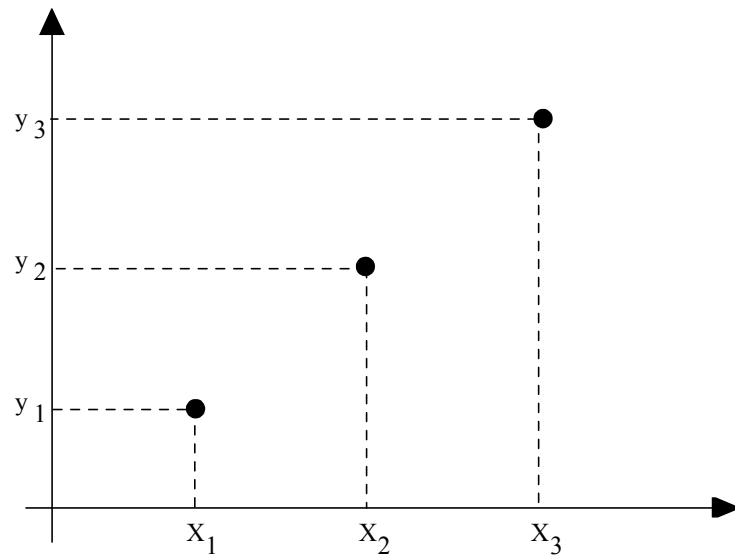
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

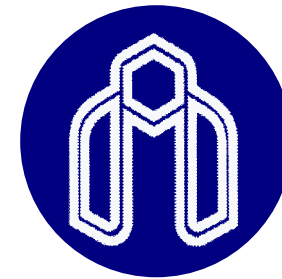
\tilde{R}_1 : if x is \tilde{A}_1 then y is \tilde{B}_1

\tilde{R}_2 : if x is \tilde{A}_2 then y is \tilde{B}_2

- نوع اول:

R^i : if $\tilde{A}_i : x = x_i$ then $B_i : y = y_i$ for $i = 1, 2, \dots, r$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

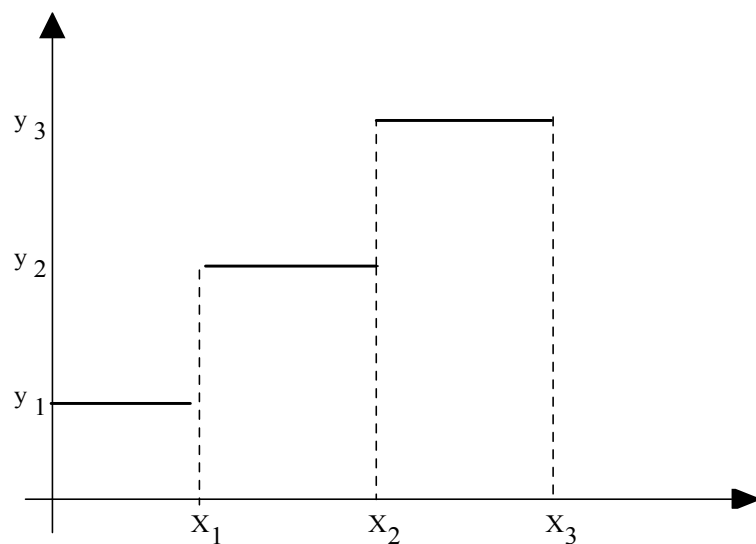
سیستمهای قاعده-پایه فازی

\tilde{R}_1 : if x is \tilde{A}_1 then y is \tilde{B}_1

\tilde{R}_2 : if x is \tilde{A}_2 then y is \tilde{B}_2

- نوع دوم:

if $\tilde{A}_i : x_{i-1} < x < x_i$ then $B_i : y = y_i$ for $i = 1, 2, \dots, r$



سیستمهای قاعده-پایه فازی



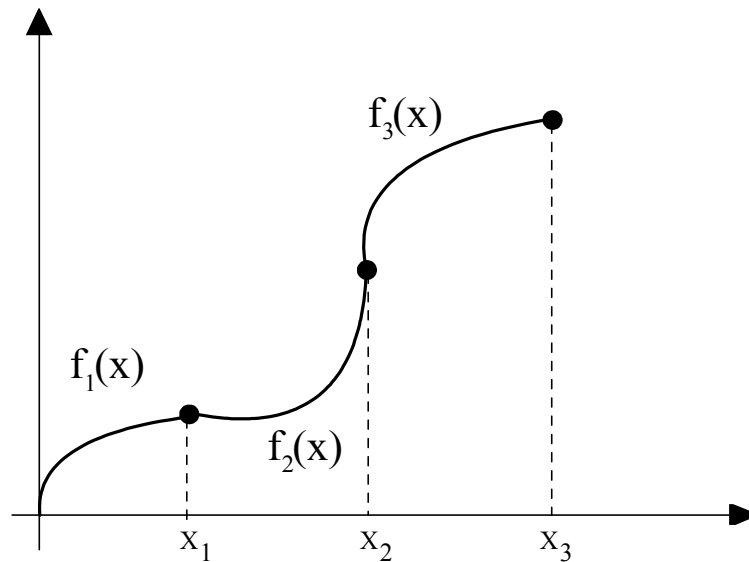
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

\tilde{R}_1 : if x is \tilde{A}_1 then y is \tilde{B}_1

\tilde{R}_2 : if x is \tilde{A}_2 then y is \tilde{B}_2

- نوع دوم:

if $\tilde{A}_i : x_{i-1} < x < x_i$ then $B_i : y = f_i(x)$ for $i = 1, 2, \dots, r$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

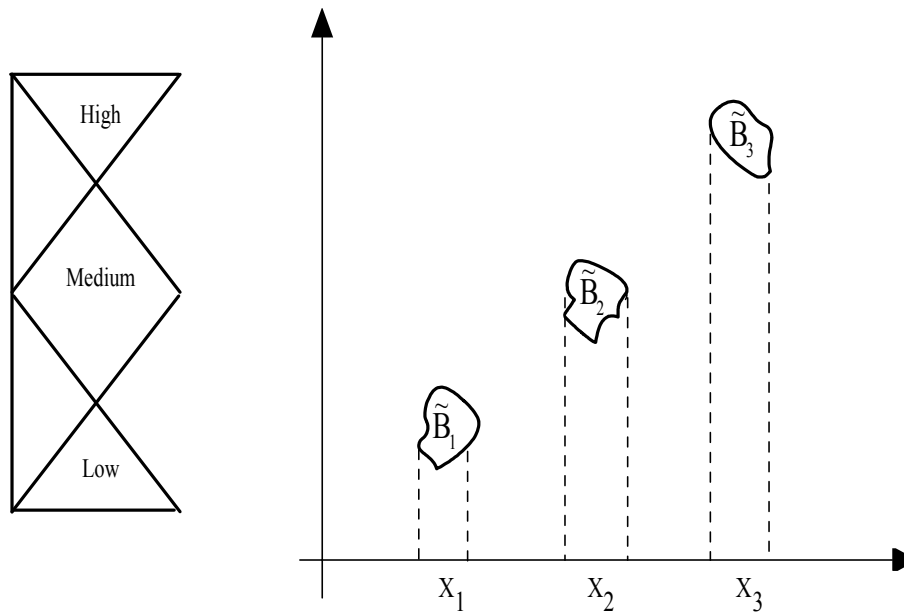
سیستمهای قاعده-پایه فازی

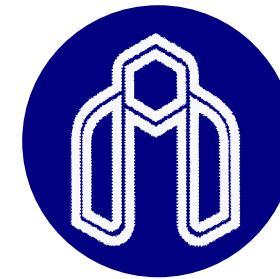
\tilde{R}_1 : if x is \tilde{A}_1 then y is \tilde{B}_1

\tilde{R}_2 : if x is \tilde{A}_2 then y is \tilde{B}_2

- نوع سوم:

if $\tilde{A}_i : x_{i-1} < x < x_i$ then $B_i : y = B_i$ for $i = 1, 2, \dots, r$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

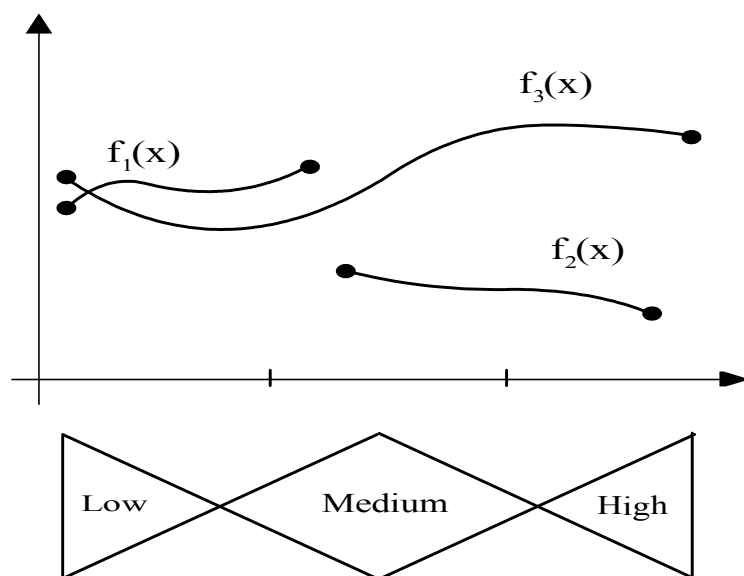
سیستمهای قاعده-پایه فازی

\tilde{R}_1 : if x is \tilde{A}_1 then y is \tilde{B}_1

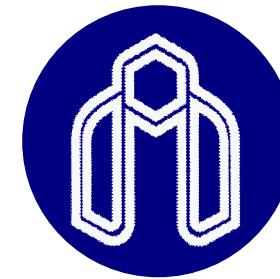
\tilde{R}_2 : if x is \tilde{A}_2 then y is \tilde{B}_2

if $x = \tilde{A}_i$ then $B_i : y = y_i$ for $i = 1, 2, \dots, r$

$y = f_i(x)$



- نوع چهارم:



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

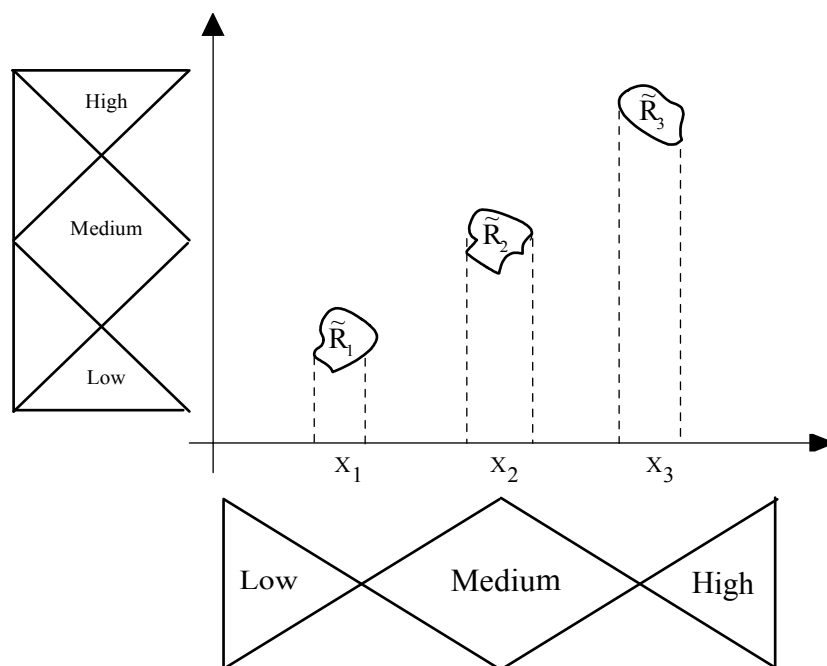
سیستمهای قاعده-پایه فازی

\tilde{R}_1 : if x is \tilde{A}_1 then y is \tilde{B}_1

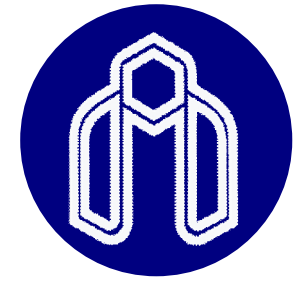
\tilde{R}_2 : if x is \tilde{A}_2 then y is \tilde{B}_2

- نوع پنجم:

if \tilde{A}_i then \tilde{B}_i

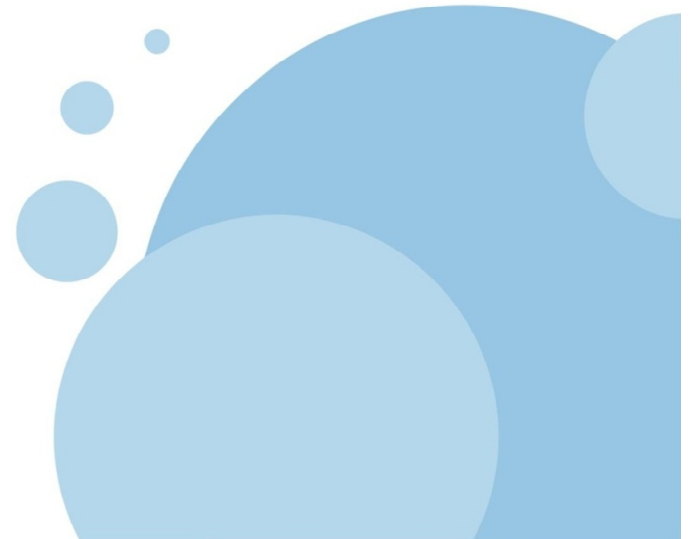
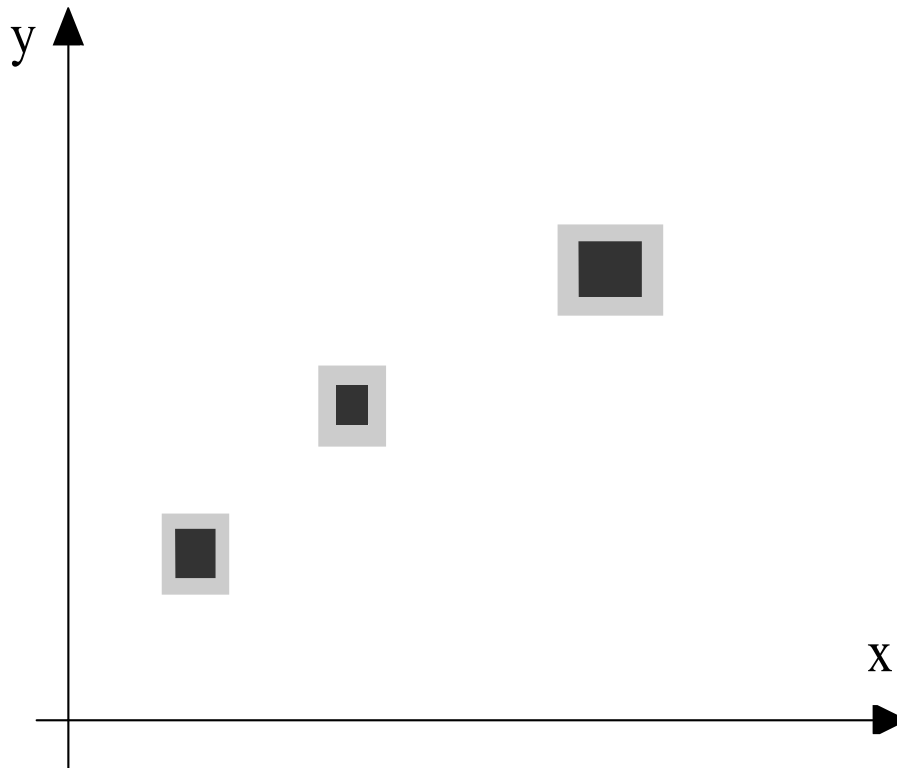


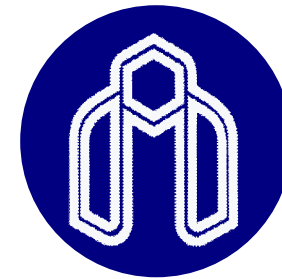
سیستمهای قاعده-پایه فازی



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

- توصیف یک سیستم فازی:



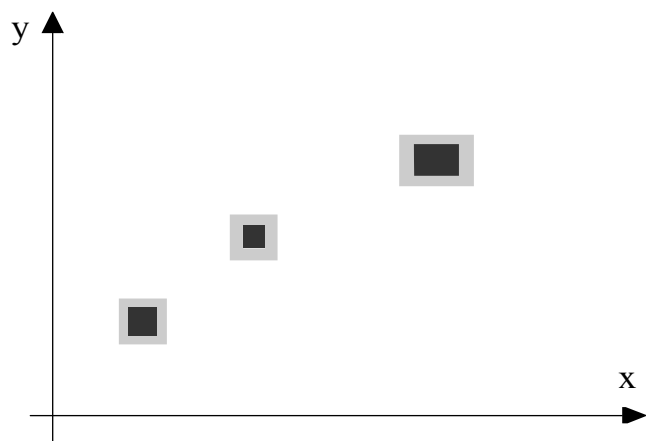


دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

نقطه فازی

تعریف: اگر $\tilde{x} = \{x, \mu(x) | x \in X\}$ و $\tilde{y} = \{y, \mu(y) | y \in Y\}$ عدد یا مجموعه‌های فازی محدب باشند، زوج مرتب (\tilde{x}, \tilde{y}) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{A} = (\tilde{x}, \tilde{y}) = \left\{ ([x_i, y_i], \mu_i) \mid x_i \in X, y_i \in Y, \mu_i = \text{Min} \{ \mu_{x_i}, \mu_{y_i} \} \right\}$$



شبیه سازی سیستمهای غیر خطی - مرتضی زاهدی

نقطه فازی

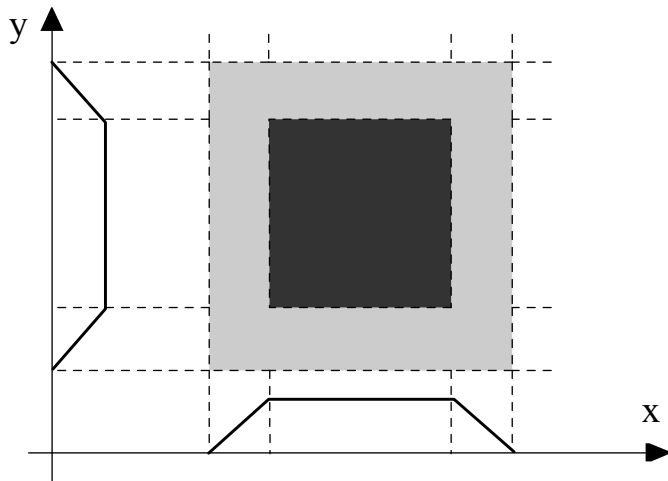


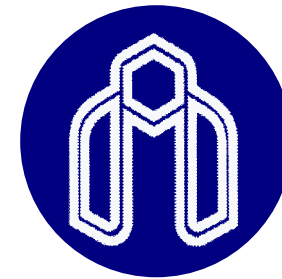
مثال: دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

$$\tilde{x} = \{(5, 0.5), (6, 1), (7, 1), (8, 0.5)\}$$

$$\tilde{y} = \{(12, 0.3), (13, 1), (14, 1), (15, 0.5)\}$$

$$\left\{ \begin{aligned} &([5, 12], 0.3), ([5, 13], 0.5), ([5, 14], 0.5), ([5, 15], 0.5), ([6, 12], 0.3), ([6, 13], 1), \\ &([6, 14], 1), ([6, 15], 0.5), ([7, 12], 0.3), ([7, 13], 1), ([7, 14], 1), ([7, 15], 0.5), \\ &([8, 12], 0.3), ([8, 13], 0.5), ([8, 14], 0.5), ([8, 15], 0.5) \end{aligned} \right\}$$



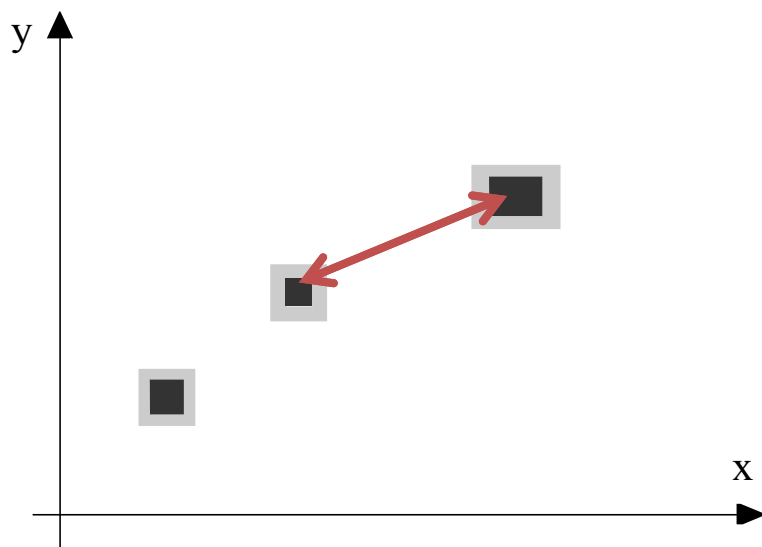


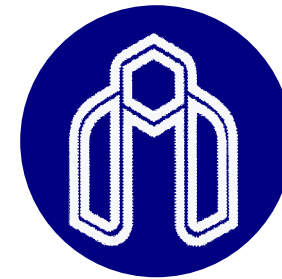
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

فاصله فازی

تعریف: اگر $\tilde{A} = \{([x_A, y_A], \mu_{\tilde{A}})\}$ و $\tilde{B} = \{([x_B, y_B], \mu_{\tilde{B}})\}$ به عنوان دو نقطه فازی مفروض باشند، فاصله این دو نقطه فازی به صورت زیر تعریف می شود:

$$dist_{\tilde{A}, \tilde{B}} = \left\{ \begin{array}{l} (d, \mu_d) \mid d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}, \\ \mu_d = \sup_{z=d} M \text{ in } [\mu_{\tilde{A}}(x_A, y_A), \mu_{\tilde{B}}(x_B, y_B)] \end{array} \right\}$$



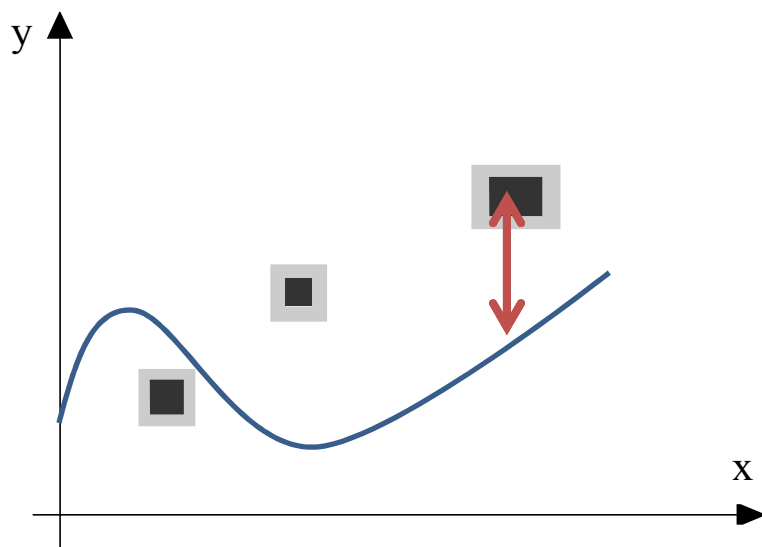


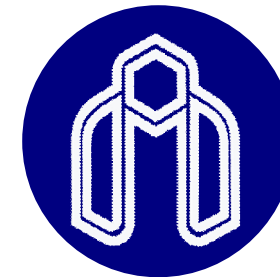
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

فاصله فازی

تعریف: اگر نقطه فازی $\tilde{A} = \{([x_A, y_A], \mu_{\tilde{A}})\}$ و تابع $y = f(x)$ مفروض باشند، فاصله تابع و نقطه فازی که بیانگر کمترین مربعات این فاصله می باشد، به صورت زیر تعریف می شود:

$$dist_{A_i, y=f(x)} = \left\{ (d, \mu_{d_y}) \mid d = f(x_A) - y_A, \mu_{d_y} = \sup_{z=d_y} \mu_{\tilde{A}}(x_A, y_A) \right\}$$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

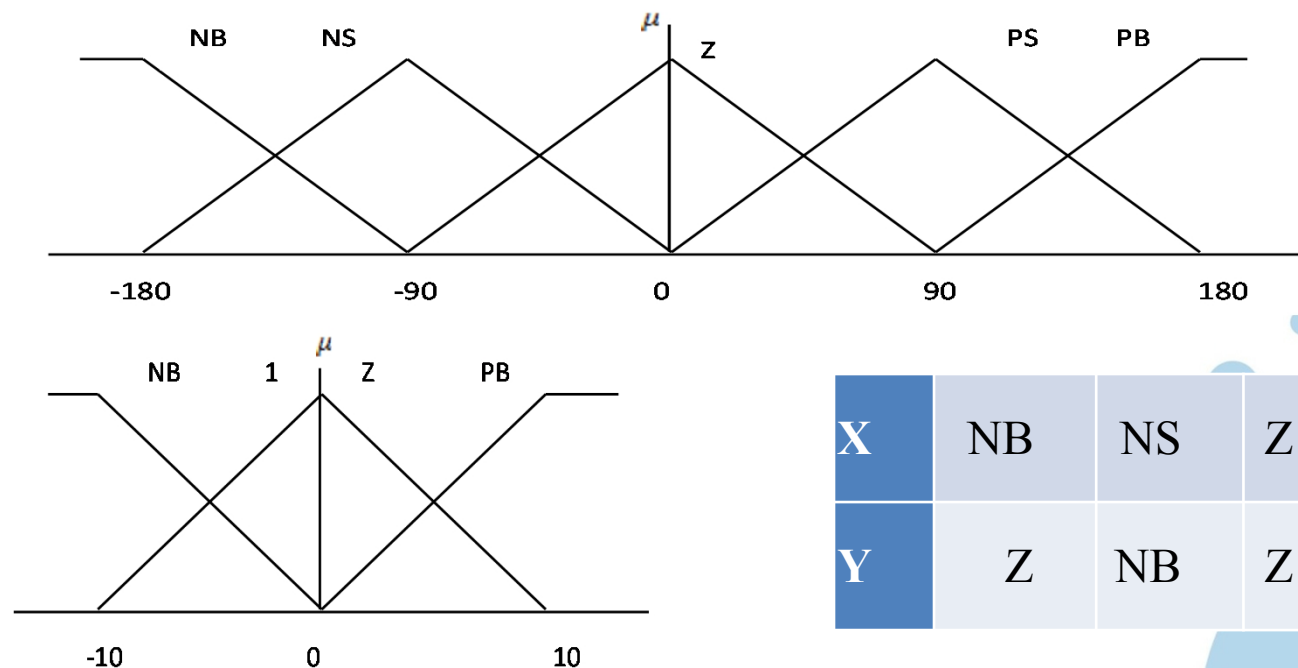
شبیه سازی یک تابع غیر خطی

if x is Z or PB then y is Z

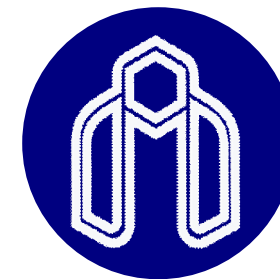
if x is PS then y is PB

if x is Z or NB then y is Z

if x is NS then y is NB



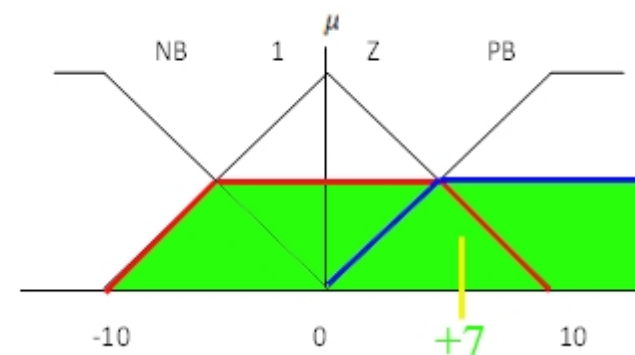
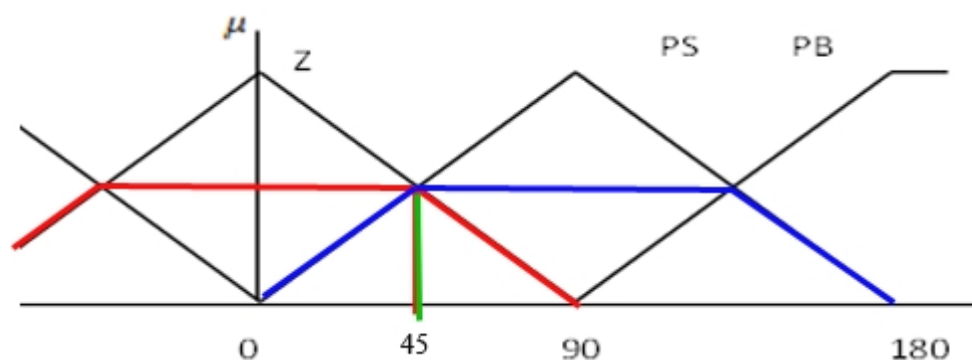
X	NB	NS	Z	PS	PB
Y	Z	NB	Z	PB	Z



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

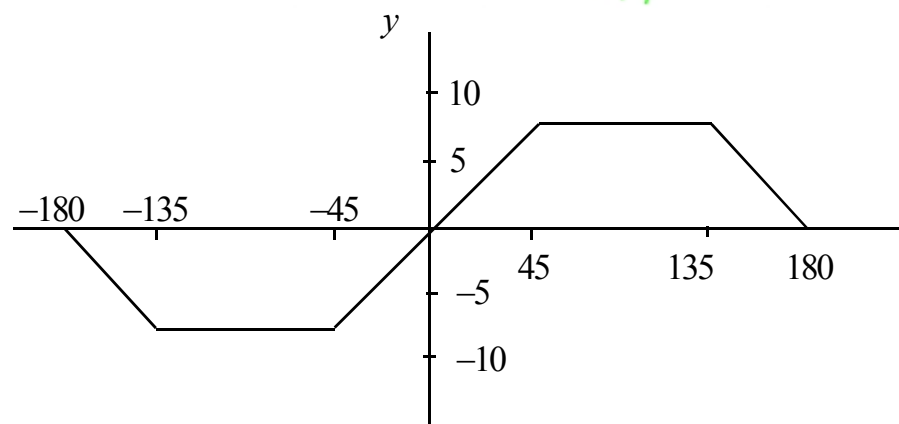
شیبه سازی یک تابع غیر خطی

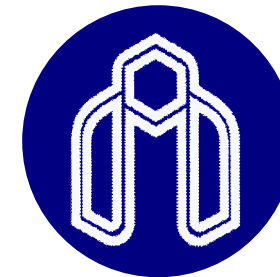
X	NB	NS	Z	PS	PB
Y	Z	NB	Z	PB	Z



$$x = \{-135^\circ, -45^\circ, 45^\circ, 135^\circ\}$$

$$y = \{-7, -7, 7, 7\}$$





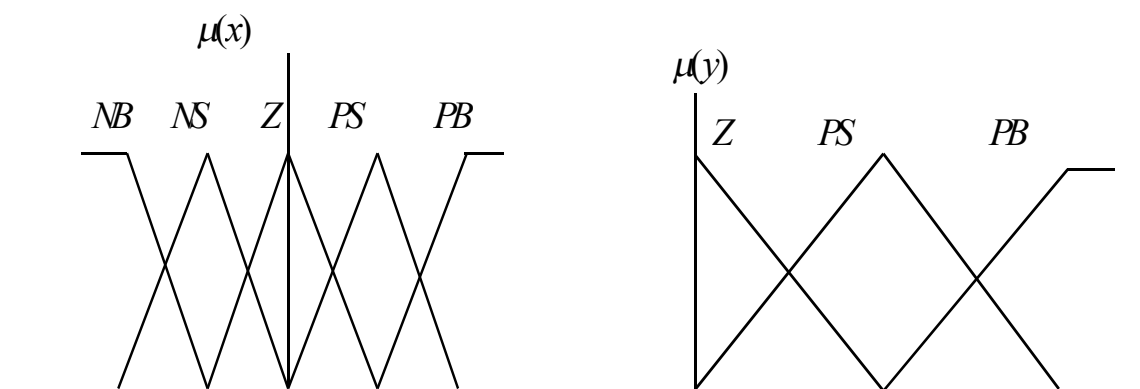
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

شبیه سازی یک تابع غیر خطی

if $x=Zero$, then $y=Zero$

if $x=NS$, then $y=Ps$

if $x = NB$ or PB , then $y = PB$

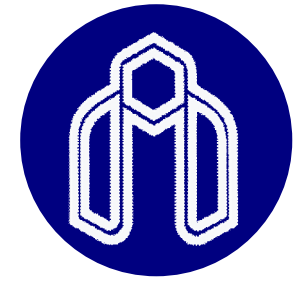


شبیه سازی یک تابع غیر خطی

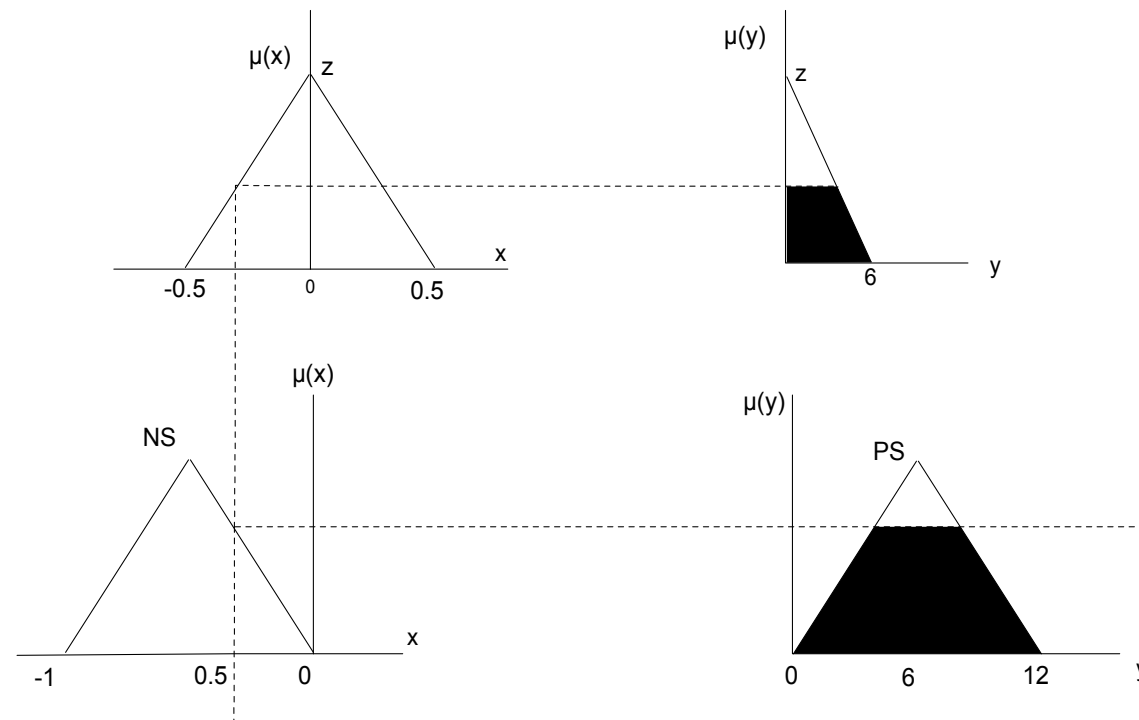
if $x=Zero$, then $y=Zero$

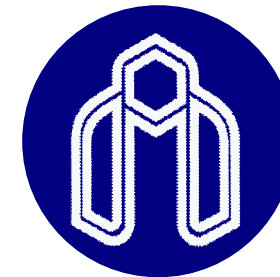
if $x=NS$, then $y=Ps$

if $x = NB$ or PB , then $y = PB$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی





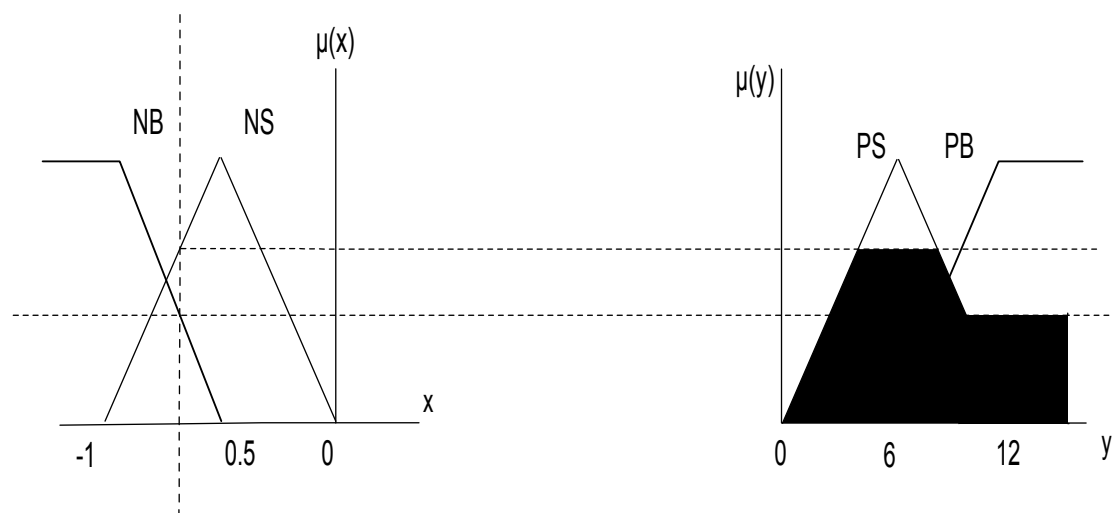
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

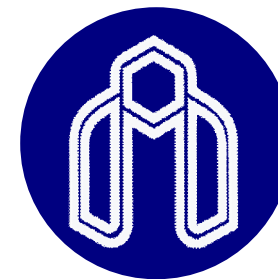
شبیه سازی یک تابع غیر خطی

if $x=Zero$, then $y=Zero$

if $x=NS$, then $y=Ps$

if $x = NB$ or PB , then $y = PB$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

شبیه سازی یک تابع غیر خطی

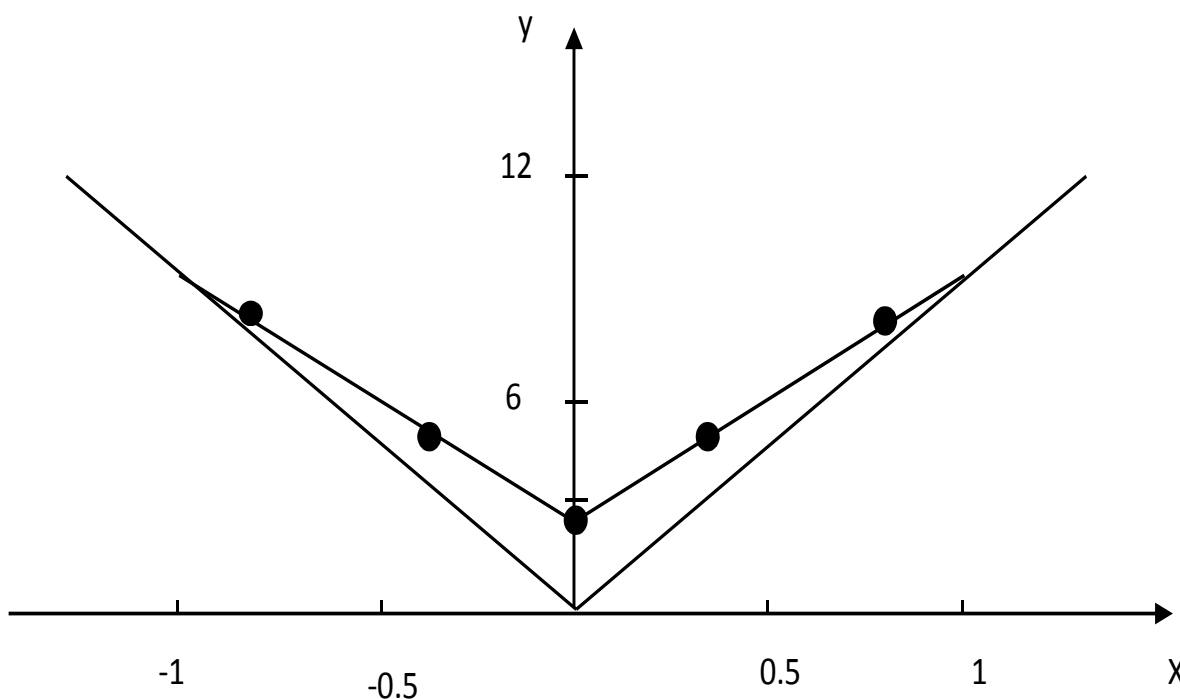
if $x=Zero$, then $y=Zero$

if $x=NS$, then $y=Ps$

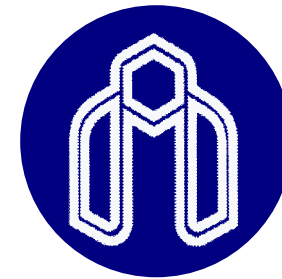
if $x = NB$ or PB , then $y = PB$

$$x = \{-0.6, -0.3, 0, 0.3, 0.6\}$$

$$y = \{8, 5, 2, 5, 8\}$$



$$y = 12|x|$$



درون یابی نقاط فازی در صفحه دو بعدی

- درون یابی نقاط فازی در صفحه دو بعدی

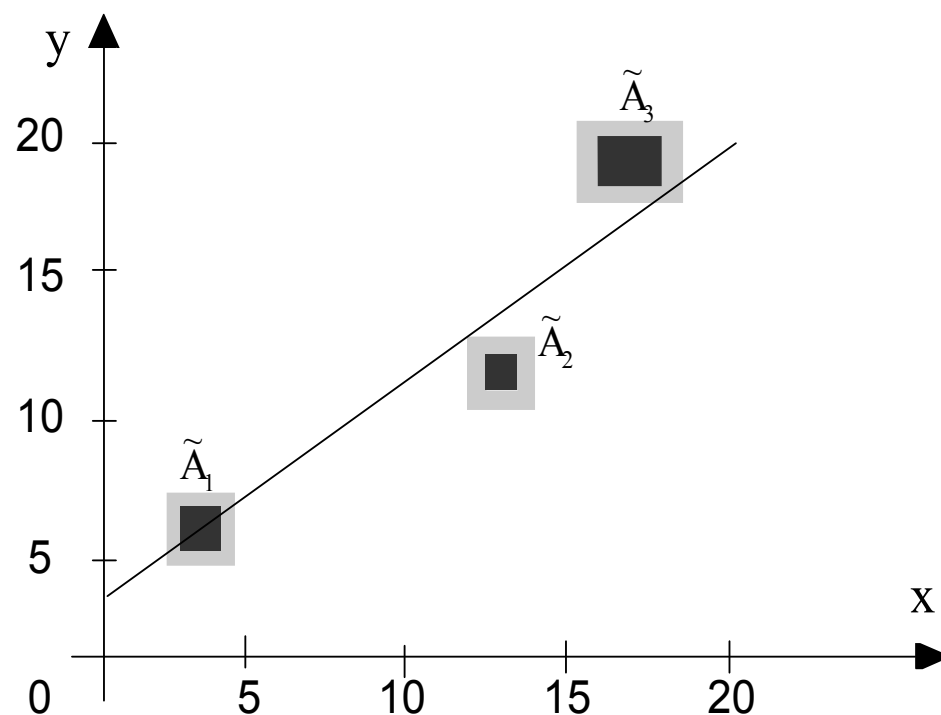
- درون یابی فازی، روش اول

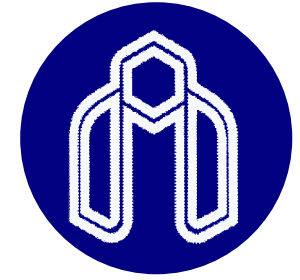
- درون یابی فازی، روش دوم

- تقریب تابع خطی

- تقریب تابع توانی

- تقریب تابع نمایی





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

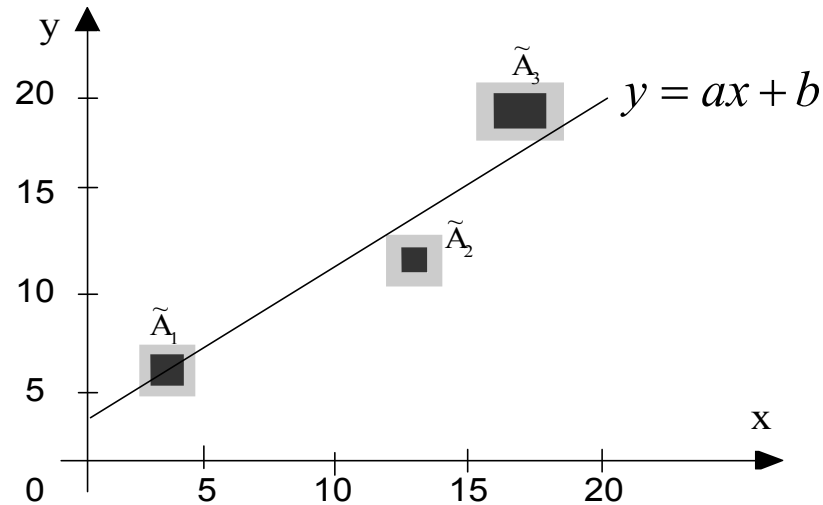
درون یابی فازي، روش اول

$$dist_{A_i, y=f(x)} = \left\{ \left(d, \mu_{d_y} \right) \mid d = f(x_A) - y_A, \mu_{d_y} = \sup_{z=d_y} \mu_{\tilde{A}}(x_A, y_A) \right\}$$

$$\tilde{E} = \left[\frac{1}{N} \sum_i dist_{A_i, y=f(x)}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial_{\tilde{E}}(a,b)}{\partial_b} = 0$$

$$\frac{\partial_{\tilde{E}}(a,b)}{\partial_a} = 0$$

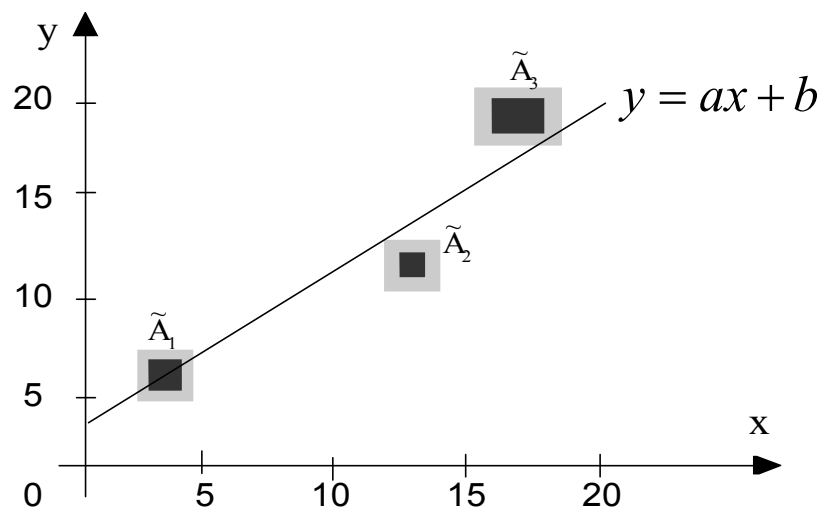


درون یابی فازي، روش اول

$$\tilde{A}_1 = \left\{ ([2,3], 0.5), ([2,6], 0.5), ([5,3], 0.6), ([5,6], 0.7), ([3,4], 1), \right. \\ \left. ([3,5], 0.7), ([4,4], 0.8), ([4,5], 1), \right\}$$

$$\tilde{A}_2 = \left\{ ([12,9], 0.5), ([12,12], 0.6), ([15,9], 0.5), ([15,12], 0.5), ([13,10], 1), \right. \\ \left. ([13,11], 0.8), ([14,10], 0.9), ([14,11], 0.7), \right\}$$

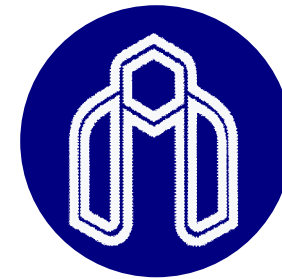
$$\tilde{A}_3 = \left\{ ([16,15], 0.5), ([16,18], 0.5), ([19,15], 0.5), ([19,18], 0.5), ([17,16], 1), \right. \\ \left. ([17,17], 0.9), ([18,16], 1), ([18,17], 0.9), \right\}$$



$$\begin{cases} 488a + 34b = 418 \\ 34a + 3b = 30.5 \end{cases}$$

$$a = 0.7045, b = 2.18$$

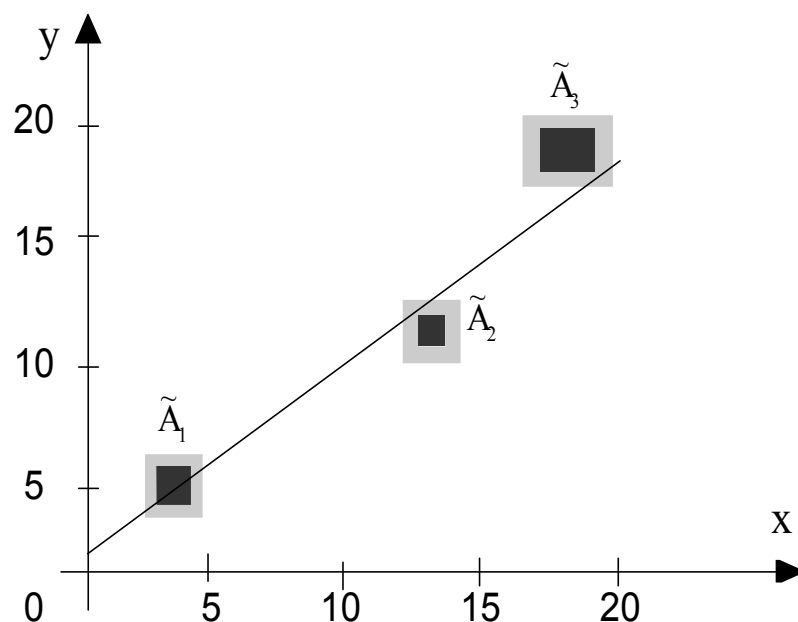
$$y = 0.7045x + 2.18$$

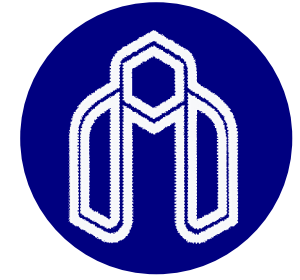


دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

درون یابی فازي، روش دوم

- درون یابی نقاط فازي در صفحه دو بعدی
- درون یابی فازي، روش اول
- درون یابی فازي، روش دوم (به کمک آنتروپی)
- تقریب تابع خطی
- تقریب تابع توانی
- تقریب تابع نمایی





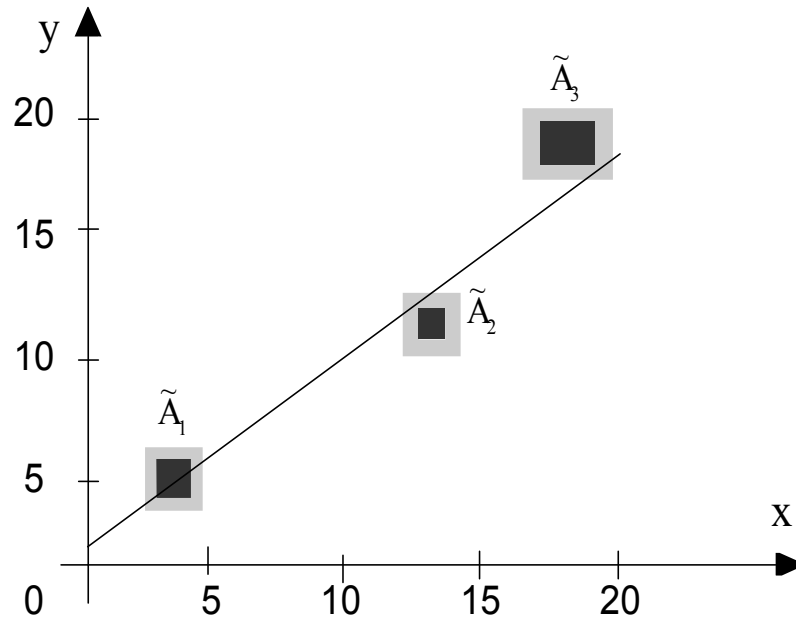
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

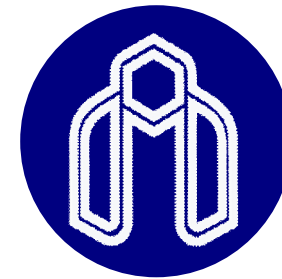
درون یابی فازی، روش دوم

$$\tilde{A}_i = \left\{ ([x, y], \mu_{\tilde{A}_i}) \right\}$$

$$d(\tilde{A}_i) = k \sum_j S(\mu(\tilde{A}_i)[x, y]_j) \quad S(x) = -x \ln(x) - (1-x) \ln(1-x)$$

$$w_i = 1 - \frac{d(\tilde{A}_i)}{D} \quad D = \sum_i d(\tilde{A}_i)$$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

تقریب تابع خطی

$$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$$

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) \quad w_1, w_2, \dots, w_n$$

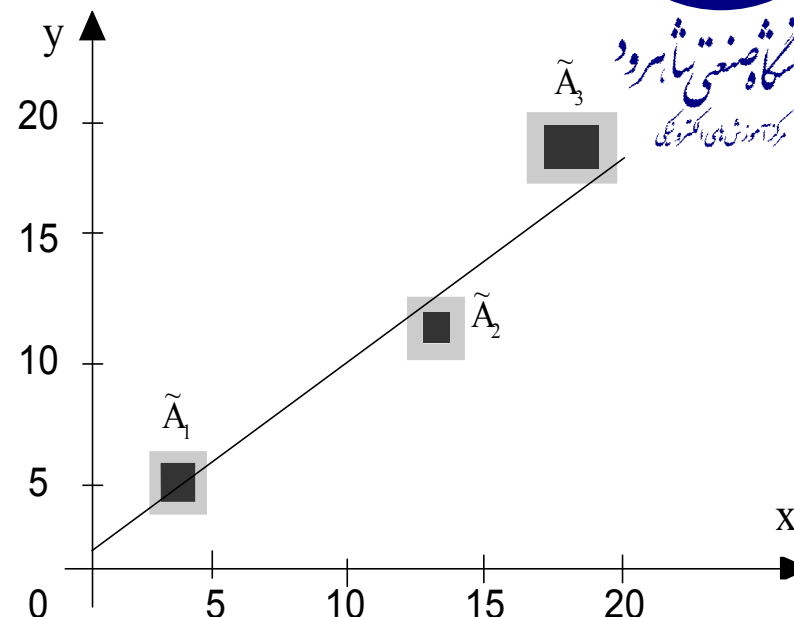
$$y = ax + b$$

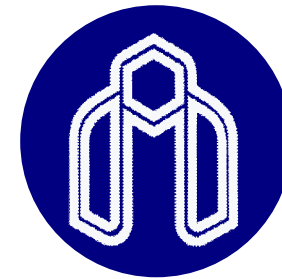
$$E_{(a,b)} = \sum_i w_i |ax_i + b - y_i|^2$$

$$\frac{\partial E(a,b)}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial E(a,b)}{\partial a} = 0$$

$$\begin{cases} \left(\sum_i w_i x_i^2 \right) a + \left(\sum_i w_i x_i \right) b = \sum_i w_i x_i y_i \\ \left(\sum_i w_i x_i \right) a + \left(\sum_i w_i \right) b = \sum_i w_i y_i \end{cases}$$





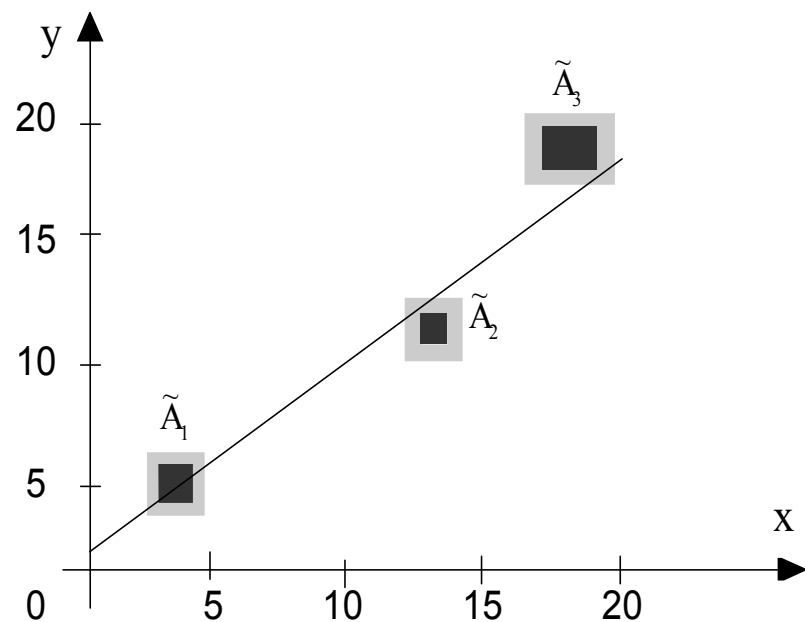
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

تقریب تابع خطی

$$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$$

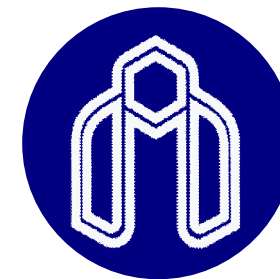
$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) \quad w_1, w_2, \dots, w_n$$

$$y = ax + b$$



$$y = 0.7045x + 2.18$$

$$y = 0.8x + 1.04$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

تقریب تابع توانی

$$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$$

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

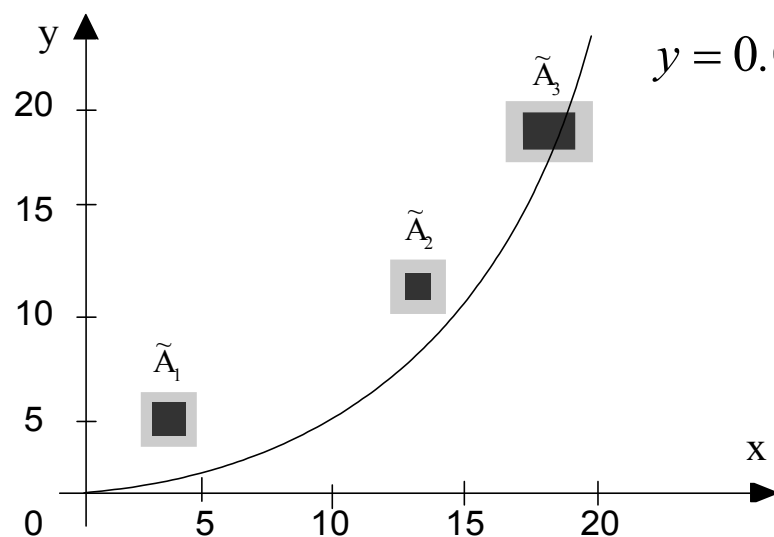
$$w_1, w_2, \dots, w_n$$

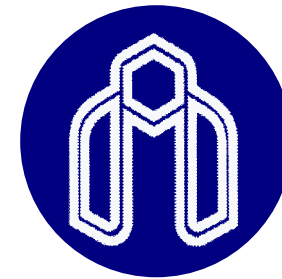
$$y = ax^M$$

$$E_{(a)} = \sum_i w_i (ax_i^M - y_i)^2$$

$$\frac{\partial E(a)}{\partial a} = 0$$

$$a = \frac{\sum_i w_i x_i^M y_i}{\sum_i w_i x_i^{2M}}$$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

تقریب تابع نمایی

$$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$$

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n) \quad w_1, w_2, \dots, w_n$$

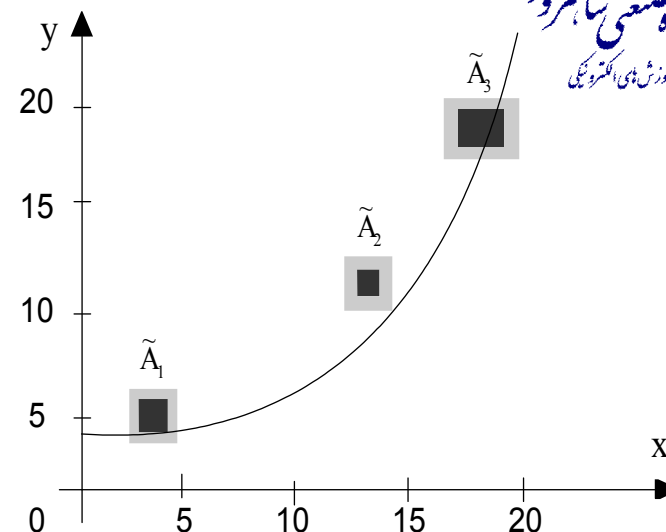
$$y = c \exp(ax)$$

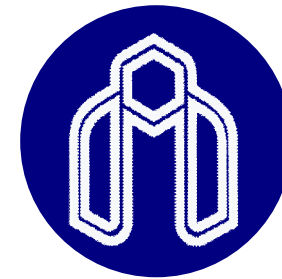
$$E(a, c) = \sum w_i (c \exp(ax_i) - y_i)^2$$

$$\frac{\partial E(a, c)}{\partial c} = 0 \quad \frac{\partial E(a, c)}{\partial a} = 0$$

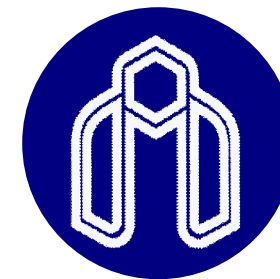
$$\begin{cases} c \sum w_i x_i \exp(2ax_i) - \sum w_i x_i y_i \exp(ax_i) = 0 \\ c \sum w_i \exp(2ax_i) - \sum w_i y_i \exp(ax_i) = 0 \end{cases}$$

$$a = 0.09483, b = 1.1109 \quad y = \exp(1.1109 + 0.09483x)$$





- سیستمهای قاعده-پایه فازی
- شبیه سازی یک تابع غیرخطی
- درون یابی نقاط فازی در صفحه دو بعدی
- درون یابی فازی، روش اول
- درون یابی فازی، روش دوم
- تقریب تابع خطی
- تقریب تابع توانی
- تقریب تابع نمایی



با تشکر از توجه شما

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir