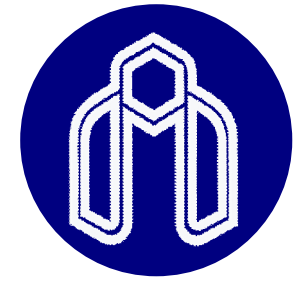


روشها و سیستمهای فازی

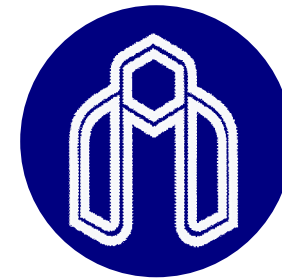
جلسه چهارم: اندازه گیری فازی و اندازه گیری میزان فازی بودن

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir



- اندازه گیری فازي
- اندازه گیری میزان فازي بودن
- بر اساس تعريف آنتروپي شانون
- بر اساس اختلاف يك مجموعه فازي و مخالف خود



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

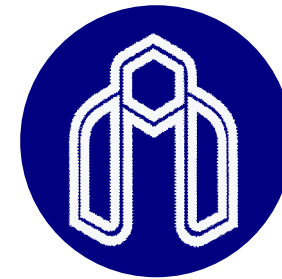
اندازه گیری فازی

تعریف: اگر مجموعه β یک مجموعه از زیرمجموعه های مجموعه مرجع در نظر گرفته شود، تابع تعریف شده g بر روی β را با شرایط زیر اندازه گیری فازی می گوئیم:

الف: $g(0) = 0$ and $g(x) = 1$

ب: *if* $A, B \in \beta$ and $A \subseteq B$ then $g(A) \leq g(B)$

پ: *if* $A_n \in \beta$, $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \dots$, then $\lim_{n \rightarrow \infty} g(A_n) = g(\lim_{n \rightarrow \infty} A_n)$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری فازی

تعریف: اگر $P(X)$ مجموعه توانی مجموعه مرجع X باشد، اندازه گیری امکان تابعی به شکل $\Pi: p(x) \rightarrow [0,1]$ است که خواص زیر را دارا می باشد:

الف: $\Pi(0) = 0, \Pi(X) = 1$

ب: $A \subseteq B \Rightarrow \Pi(A) \leq \Pi(B)$

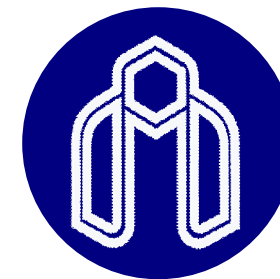
پ: $\Pi\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \sup_{i \in I} \Pi(A_i)$

یا

$$\Pi_{(A)} = \sup_{x \in A} f(x), \quad A \subset X$$

به عبارت دیگر تابع f را می توان به صورت زیر تعریف کرد

$$f(x) = \Pi(\{x\}), \forall x \in X$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری فازی

مثال: اگر $X = \{0,1,2,...,10\}$

$\Pi(\{x\})$ = امکان نزدیک بودن x به عدد هشت

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Pi(\{x\})$	0	0	0	0	0	.1	.5	.8	1	.8	.5

$\Pi_{(A)}$ امکان اینکه A شامل یک عدد نزدیک به هشت باشد $:=$

$$\Pi_{(A)} = \sup_{x \in A} \Pi_{(\{x\})}$$

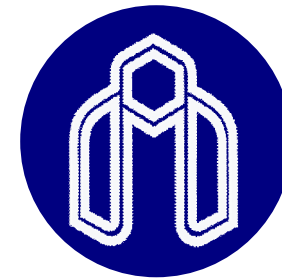
حال اگر $A = \{2,5,9\}$

$$= \sup \{ \Pi_{(\{2\})}, \Pi_{(\{5\})}, \Pi_{(\{9\})} \}$$

$$= \sup \{ 0, 0.1, 0.8 \}$$

$$= 0.8$$

اندازه گیری فازی و اندازه گیری میزان فازی بودن - مرتضی زاهدی

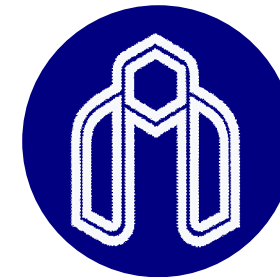


دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری میزان فازی بودن

تعریف میزان فازی بودن یا ابهام یک مجموعه فازی:

- بر اساس تعریف آنتروپی شانون
- بر اساس اختلاف یک مجموعه فازی و مخالف خود



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری میزان فازی بودن (تعریف اول)

مطابق تعریف پیشنهادی توسط گروه اول خواهیم داشت

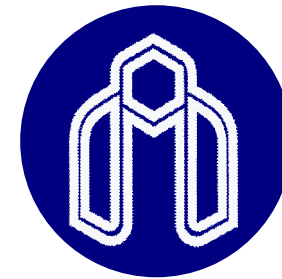
الف: اگر \tilde{A} یک مجموعه کلاسیک (قطعی) در مجموعه مرجع X باشد: $d(\tilde{A}) = 0$

ب: اگر برای $x \in \tilde{A}$ داشته باشیم $\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{1}{2}$ ، آنگاه باید برای $d(\tilde{A})$ یک مقدار ماکزیمم و یکتا در نظر بگیریم.

پ: اگر \tilde{A}' قطعی تر از مجموعه \tilde{A} باشد، خواهیم داشت:
قطعی تر بودن بدین معناست که:

$\mu_{\tilde{A}'}(x) \leq \mu_{\tilde{A}}(x)$	آنگاه	$\mu_{\tilde{A}}(x) \leq 1/2$	اگر
$\mu_{\tilde{A}'}(x) \geq \mu_{\tilde{A}}(x)$	آنگاه	$\mu_{\tilde{A}}(x) \geq 1/2$	اگر

ت: اگر $n\tilde{A}$ متمم مجموعه فازی \tilde{A} باشد، آنگاه: $d(n\tilde{A}) = d(\tilde{A}')$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری میزان فازی بودن (تعریف اول)

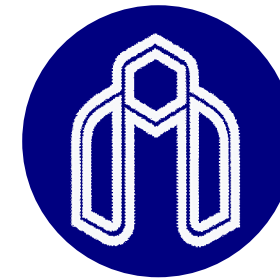
تعریف: به منظور اندازه گیری میزان فازی بودن مجموعه فازی $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x))\}$ آنتروپی به صورت زیر تعریف می شود:

$$d(\tilde{A}) = H(\tilde{A}) + H(n\tilde{A}) \quad x \in X$$

$$H(\tilde{A}) = -K \sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}}(x_i) \ln(\mu_{\tilde{A}}(x_i))$$

تابع شانون:

$$S(x) = -x \ln(x) - (1-x) \ln(1-x)$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری میزان فازی بودن (تعریف اول)

تعریف: میزان آنتروپی d که نشان دهنده میزان فازی بودن مجموعه فازی $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x))\}$ است، به صورت زیر تعریف می شود:

$$d(\tilde{A}) = K \sum_{i=1}^n S(\mu_{\tilde{A}}(x_i))$$

مثال: فرض کنید مجموعه های فازی زیر بیانگر اعداد صحیح نزدیک به ده باشند:

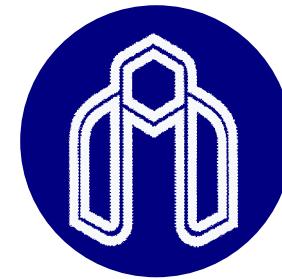
$$\tilde{A} = \{(7, 0.1), (8, 0.5), (9, 0.8), (10, 1), (11, 0.8), (12, 0.5), (13, 0.1)\}$$

$$\tilde{B} = \{(6, 0.1), (7, 0.3), (8, 0.4), (9, 0.7), (10, 1), (11, 0.7), (12, 0.4), (13, 0.3), (14, 0.1)\}$$

با فرض $k=1$ داریم:

$$d(\tilde{A}) = 0.325 + 0.693 + 0.501 + 0 + 0.501 + 0.693 + 0.325 = 3.038$$

$$d(\tilde{B}) = 0.325 + 0.611 + 0.673 + 0.611 + 0 + 0.501 + 0.693 + 0.611 + 0.325 = 4.35$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

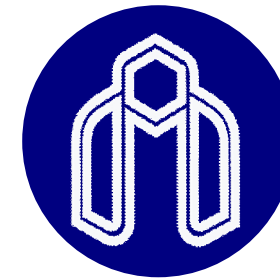
اندازه گیری میزان فازي بودن (تعريف دوم)

تعريف: با فرض $S = \text{Supp}(\tilde{A})$ ، $D_p(S, nS) = \|S\|^{1/p}$ داریم:

$$D_p(\tilde{A}, n\tilde{A}) = \left[\sum_{i=1}^n |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \mu_{n\tilde{A}}(x_i)|^p \right]^{1/p}, \quad p = 1, 2, 3, \dots$$

تعريف: اندازه گیری میزان فازي بودن مجموعه \tilde{A} به صورت زیر بیان می شود:

$$f_p(\tilde{A}) = 1 - \frac{D_p(\tilde{A}, n\tilde{A})}{\|\text{Supp}(\tilde{A})\|} \quad f_p(\tilde{A}) \in [0, 1]$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری میزان فازی بودن (تعریف دوم)

با فرض $p=1$:

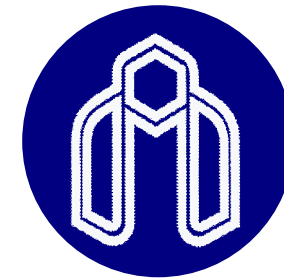
$$D_1(\tilde{A}, n\tilde{A}) = \sum_{i=1}^n |\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \mu_{n\tilde{A}}(x_i)|$$

$$D_1(\tilde{A}, n\tilde{A}) = \sum_{i=1}^n |2\mu_{\tilde{A}}(x_i) - 1|$$

با فرض $p=2$:

$$D_2(\tilde{A}, n\tilde{A}) = \left[\sum_{i=1}^n (\mu_{\tilde{A}}(x_i) - \mu_{n\tilde{A}}(x_i))^2 \right]^{1/2}$$

$$D_2(\tilde{A}, n\tilde{A}) = \left[\sum_{i=1}^n (2\mu_{\tilde{A}}(x_i) - 1)^2 \right]^{1/2}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری میزان فازی بودن (تعریف دوم)

مثال: فرض کنید مجموعه های فازی زیر بیانگر اعداد صحیح نزدیک به ده باشند:

$$\tilde{A} = \{(7, 0.1), (8, 0.5), (9, 0.8), (10, 1), (11, 0.8), (12, 0.5), (13, 0.1)\}$$

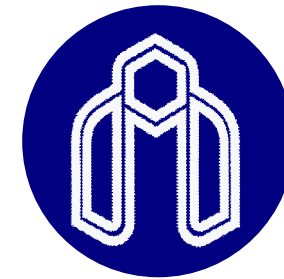
$$\tilde{B} = \{(6, 0.1), (7, 0.3), (8, 0.4), (9, 0.7), (10, 1), (11, 0.7), (12, 0.4), (13, 0.3), (14, 0.1)\}$$

$$D_1(\tilde{A}, n\tilde{A}) = 0.8 + 0 + 0.6 + 1 + 0.6 + 0 + 0.8 = 3.8$$

$$\| \text{Supp}(\tilde{A}) \| = 7 \quad f_1(\tilde{A}) = 1 - \frac{3.8}{7} = 0.457$$

$$D_1(\tilde{B}, n\tilde{B}) = 4.6$$

$$\| \text{Supp}(\tilde{B}) \| = 9 \quad f_1(\tilde{B}) = 1 - \frac{4.6}{9} = 0.489$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اندازه گیری میزان فازی بودن (تعریف دوم)

مثال: فرض کنید مجموعه های فازی زیر بیانگر اعداد صحیح نزدیک به ده باشند:

$$\tilde{A} = \{(7, 0.1), (8, 0.5), (9, 0.8), (10, 1), (11, 0.8), (12, 0.5), (13, 0.1)\}$$

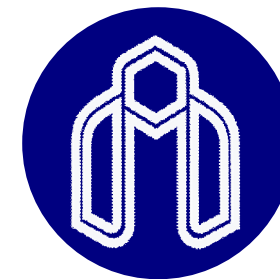
$$\tilde{B} = \{(6, 0.1), (7, 0.3), (8, 0.4), (9, 0.7), (10, 1), (11, 0.7), (12, 0.4), (13, 0.3), (14, 0.1)\}$$

$$D_2(\tilde{A}, n\tilde{A}) = 1.73$$

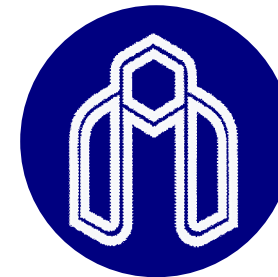
$$\| \text{Supp}(\tilde{A}) \|^{1/2} = 2.65 \quad f_2(\tilde{A}) = 1 - \frac{1.73}{2.65} = 0.347$$

$$D_2(\tilde{B}, n\tilde{B}) = 1.78$$

$$\| \text{Supp}(\tilde{B}) \|^{1/2} = 1 \quad f_2(\tilde{B}) = 1 - \frac{1.78}{3} = 0.407$$



- اندازه گیری فازي
- اندازه گیری میزان فازي بودن
- بر اساس تعريف آنتروپی شانون
- بر اساس اختلاف يك مجموعه فازي و مخالف خود



با تشکر از توجه شما

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir