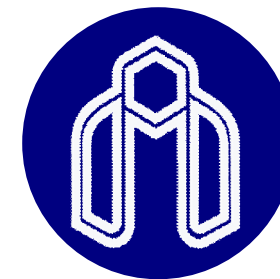


روشها و سیستمهای فازی

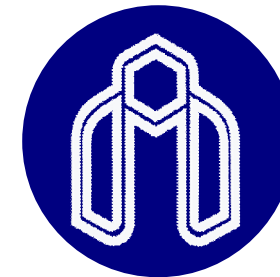
جلسه پنجم: اصل گسترش و کاربردهای آن

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir



- اصل گسترش
- اپراتورهای مجموعه های فازی نوع دوم
- اعداد فازی و عملیات جبری
 - جمع گسترش یافته
 - ضرب گسترش یافته
 - تفریق گسترش یافته
 - تقسیم گسترش یافته
- اعداد فازی نوع L-R



تعریف: اگر X بیانگر حاصل ضرب کارتزین مجموعه‌های مرجع در یکدیگر یعنی

$$X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_r$$

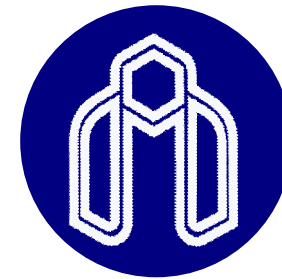
باشد و $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_r$ نشان‌دهنده مجموعه‌های فازی تعریف شده در $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_r$

باشند، f نیز یک تابع از X به مجموعه مرجع Y است که با تعریف $y = f(x_1, x_2, \dots, x_r)$

نشان داده می‌شود.

$$\tilde{B} = \{ (y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid y = f(x_1, x_2, \dots, x_r), (x_1, x_2, \dots, x_r) \in X \}$$

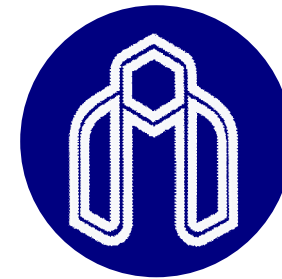
$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup_{(x_1, x_2, \dots, x_r) \in f^{-1}(y)} \min \{ \mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_r}(x_r) \} & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$



اگر فرض کنیم $r = 1$ باشد، اصل گسترش به صورت زیر خلاصه می شود:

$$\tilde{B} = f(\tilde{A}) = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid y = f(x), x \in X\}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup_{x \in f^{-1}(y)} \mu_{\tilde{A}}(x) & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases}$$



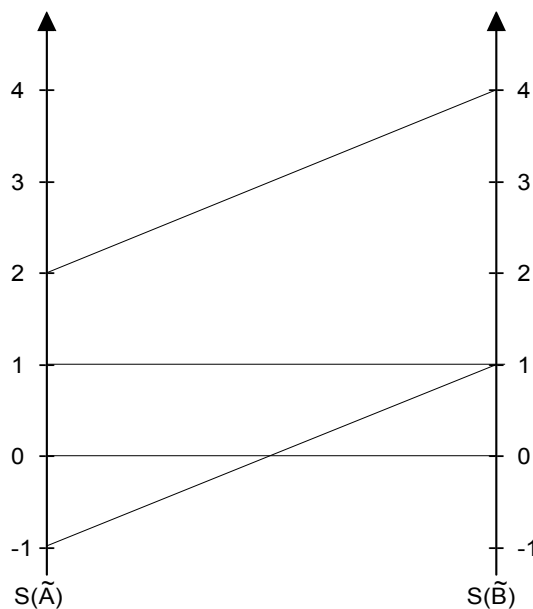
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

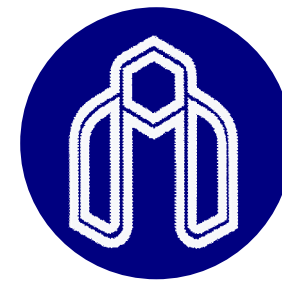
اصل گسترش (مثال)

مثال: بر روی مجموعه فازی زیر تابع $f(x) = x^2$ را اعمال می کنیم:

$$\tilde{A} = \{(-1, 0.5), (0, 0.8), (1, 1), (2, 0.4)\}$$

$$\tilde{B} = f(\tilde{A}) = \{(0, 0.8), (1, 1), (4, 0.4)\}$$





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اپراتورهای مجموعه های فازی نوع دوم

$$\tilde{A}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x))\}$$

$$\tilde{B}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{B}}(x))\}$$

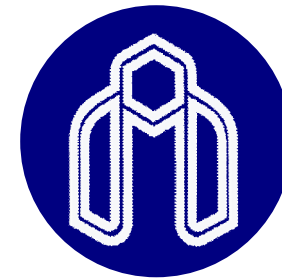
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \{(u_i, \mu_{ui}(x)) \mid x \in X, u_i, \mu_{ui}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \{(v_j, \mu_{vj}(x)) \mid x \in X, v_j, \mu_{vj}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \cup \mu_{\tilde{B}}(x) = ?$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \cap \mu_{\tilde{B}}(x) = ?$$

$$\mu_{n\tilde{A}}(x) = ?$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اجتماع مجموعه های فازی نوع دوم

$$\tilde{A}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x))\}$$

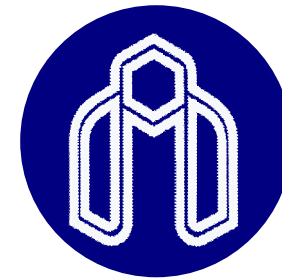
$$\tilde{B}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{B}}(x))\}$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \{(u_i, \mu_{ui}(x)) \mid x \in X, u_i, \mu_{ui}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \{(v_j, \mu_{vj}(x)) \mid x \in X, v_j, \mu_{vj}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \cup \mu_{\tilde{B}}(x) = \{(w, \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(w)) \mid w = \max\{u_i, v_j\}, u_i, v_j \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(w) = \sup_{w = \max\{u_i, v_j\}} \min\{\mu_{ui}(x), \mu_{vj}(x)\}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اشتراک مجموعه های فازی نوع دوم

$$\tilde{A}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x))\}$$

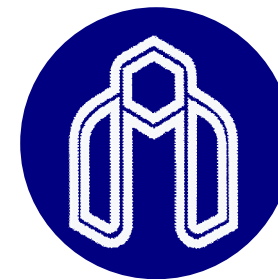
$$\tilde{B}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{B}}(x))\}$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \{(u_i, \mu_{ui}(x)) \mid x \in X, u_i, \mu_{ui}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \{(v_j, \mu_{vj}(x)) \mid x \in X, v_j, \mu_{vj}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \cap \mu_{\tilde{B}}(x) = \{(w, \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(w)) \mid w = \min\{u_i, v_j\}, u_i, v_j \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(w) = \sup_{w = \min\{u_i, v_j\}} \min\{\mu_{ui}(x), \mu_{vj}(x)\}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

متمم مجموعه فازی نوع دوم

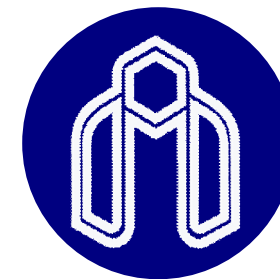
$$\tilde{A}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x))\}$$

$$\tilde{B}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{B}}(x))\}$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \{(u_i, \mu_{ui}(x)) \mid x \in X, v_i, \mu_{ui}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \{(v_j, \mu_{vj}(x)) \mid x \in X, v_j, \mu_{vj}(x) \in [0, 1]\}$$

$$\mu_{n\tilde{A}}(x) = \{[(1 - \mu_i), \mu_{\tilde{A}}(u_i)]\}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اپراتورهای مجموعه های فازی نوع دوم (مثال)

مثال: اگر $X = 1, 2, 3, \dots, 10$

\tilde{A} = اعداد صحیح کوچک

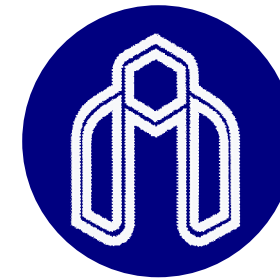
\tilde{B} = اعداد صحیح نزدیک به چهار

که به ازای $x = 3$ داریم:

$$\mu_{\tilde{A}}(3) = \{ (u_i, \mu_{ui}(3)) \mid i = 1, 2, 3 \} = \{ (0.8, 1), (0.7, 0.5), (0.6, 0.4) \}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(3) = \{ (v_j, \mu_{vj}(3)) \mid j = 1, 2, 3 \} = \{ (1, 1), (0.8, 0.5), (0.7, 0.3) \}$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(3) = ?$$



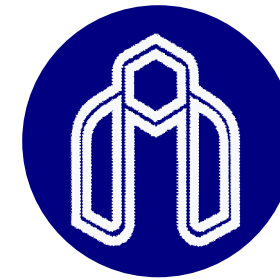
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اپراتورهای مجموعه های فازی نوع دوم (مثال)

$$\mu_{\tilde{A}}(3) = \{(u_i, \mu_{ui}(3)) \mid i = 1, 2, 3\} = \{(0.8, 1), (0.7, 0.5), (0.6, 0.4)\}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(3) = \{(v_j, \mu_{vj}(3)) \mid j = 1, 2, 3\} = \{(1, 1), (0.8, 0.5), (0.7, 0.3)\}$$

u_i	v_j	$w = \text{Min}\{u_i, v_j\}$	$\mu_{u_i}(3)$	$\mu_{v_j}(3)$	$\text{Min}\{\mu_{u_i}(3), \mu_{v_j}(3)\}$
0.8	1	0.8	1	1	1
0.8	0.8	0.8	1	0.5	0.5
0.8	0.7	0.7	1	0.3	0.3
0.7	1	0.7	0.5	1	0.5
0.7	0.8	0.7	0.5	0.5	0.5
0.7	0.7	0.7	0.5	0.3	0.3
0.6	1	0.6	0.4	1	0.4
0.6	0.8	0.6	0.4	0.5	0.4
0.6	0.7	0.6	0.4	0.3	0.3



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اپراتورهای مجموعه های فازی نوع دوم (مثال)

مثال: اگر $X = 1, 2, 3, \dots, 10$

\tilde{A} = اعداد صحیح کوچک

\tilde{B} = اعداد صحیح نزدیک به چهار

که به ازای $x = 3$ داریم:

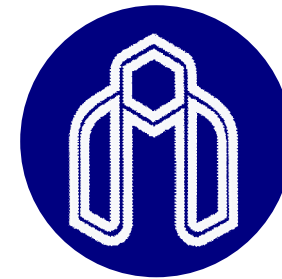
$$\mu_{\tilde{A}}(3) = \{ (u_i, \mu_{ui}(3)) \mid i = 1, 2, 3 \} = \{ (0.8, 1), (0.7, 0.5), (0.6, 0.4) \}$$

$$\mu_{\tilde{B}}(3) = \{ (v_j, \mu_{vj}(3)) \mid j = 1, 2, 3 \} = \{ (1, 1), (0.8, 0.5), (0.7, 0.3) \}$$

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(3) = \{ (0.8, 1), (0.7, 0.5), (0.6, 0.4) \}$$

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(3) = ?$$

$$\mu_{\sim \tilde{A}}(3) = ?$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

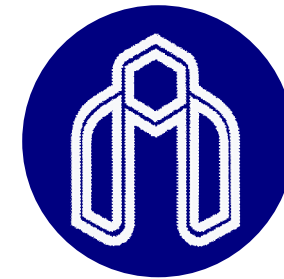
اعداد فازی و عملیات جبری

تعریف: عدد فازی \tilde{M} یک مجموعه فازی نرمال کوژ در حوزه R می باشد که:

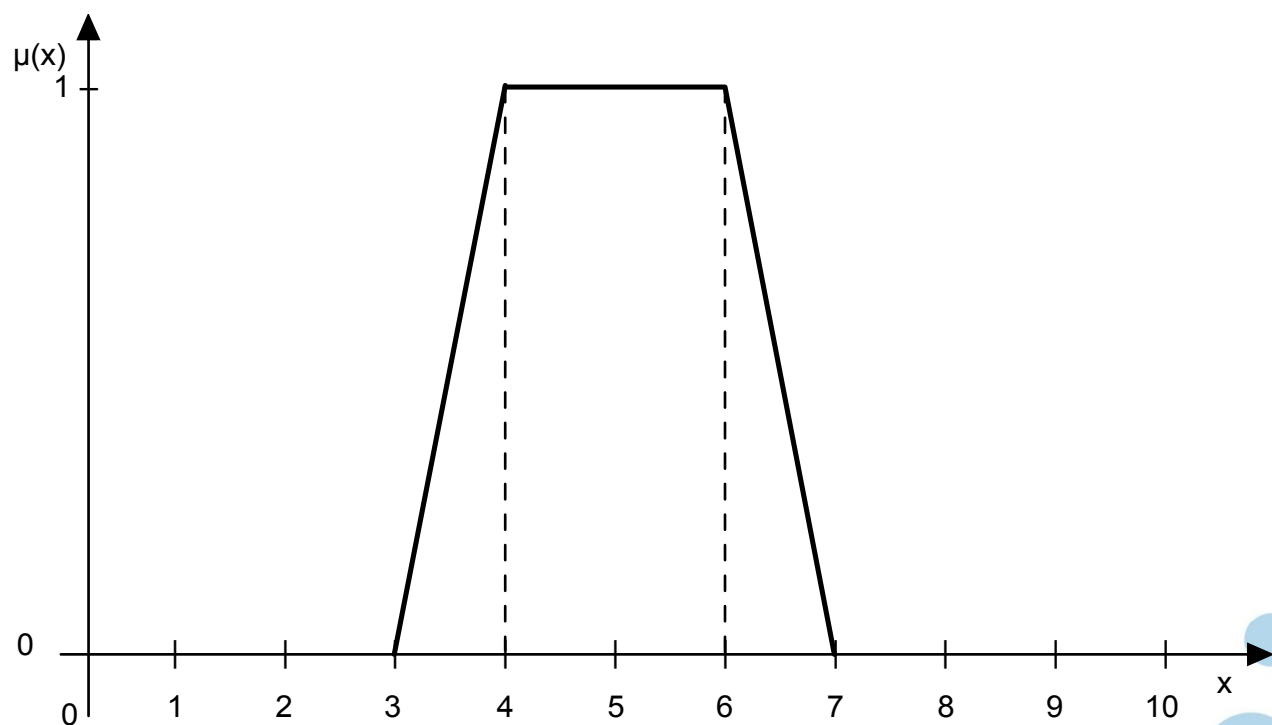
الف: دقیقا یک $x_0 \in R$ وجود داشته باشد که $\mu_{\tilde{M}}(x_0) = I$ باشد. به مقدار میانه ای مجموعه فازی \tilde{M} گفته می شود.

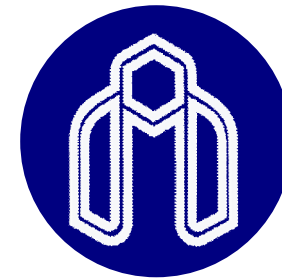
ب: تابع عضویت $\mu_{\tilde{M}}(x_0)$ به صورت قطعه ای پیوسته باشد.

عدد فازی با تابع عضویت ذوزنقه ای



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی





دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اعداد فازی و عملیات جبری

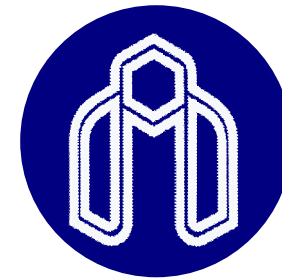
تعریف: عدد فازی \tilde{M} را مثبت می نامیم اگر تابع عضویت آن به ازای $\forall x < 0$ برابر با صفر باشد.

تعریف: عدد فازی \tilde{M} را منفی می نامیم اگر تابع عضویت آن به ازای $\forall x > 0$ برابر با صفر باشد.

$$\text{تقریبا پنج} = \{(3, 0.2), (4, 0.6), (5, 1), (6, 0.7), (7, 0.1)\}$$

$$\text{تقریبا ده} = \{(8, 0.3), (9, 0.7), (10, 1), (11, 0.7), (12, 0.3)\}$$

$$\text{عدد فازی؟} = \{(3, 0.8), (4, 1), (5, 1), (6, 0.7)\}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اعداد فازی و عملیات جبری

تعریف: اپراتور دو عملوندی $*$ در فضای مجموعه اعداد فازی، صعودی (نزولی) می باشد اگر:

for $x_1 > y_1$ and $x_2 > y_2$

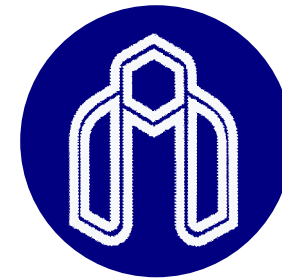
$$x_1 * x_2 > y_1 * y_2 \quad (x_1 * x_2 < y_1 * y_2)$$

مثال:

$f(x, y) = x + y$ اپراتور صعودی می باشد

$f(x, y) = x.y$ بر \mathbb{R}^+ یک اپراتور صعودی می باشد

$f(x, y) = -(x + y)$ اپراتور نزولی می باشد



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اگر

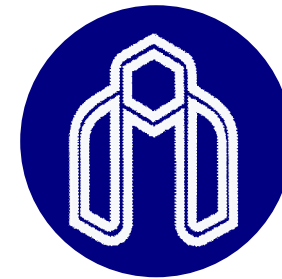
اعداد فازی و عملیات جبری

\tilde{M} و \tilde{N} اعداد فازی با توابع عضویت پیوسته به صورت نگاشتی از \mathbb{R} به $[0,1]$ باشند
•
• \times یک اپراتور دو عملوندی صعودی (نزولی) پیوسته باشد

آنگاه

• $\tilde{M} \otimes \tilde{N}$ یک عدد فازی با تابع عضویت پیوسته به صورت نگاشتی از \mathbb{R} به $[0,1]$ خواهد بود.

$$\mu_{\tilde{M} \otimes \tilde{N}}(z) = \sup_{z=x*y} \min \{ \mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{\tilde{N}}(x) \}$$



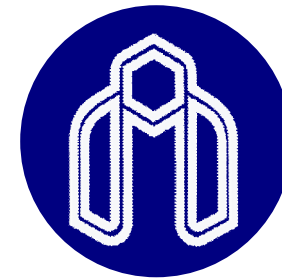
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اعداد فازی و عملیات جبری

اپراتور گسترش یافته \otimes شرایط زیر را دارا می باشد:

الف: برای هر اپراتور \times که دارای خاصیت جابجایی باشد، اپراتور گسترش یافته \otimes نیز دارای خاصیت جابجایی می باشد.

ب: برای هر اپراتور \times که دارای خاصیت شرکت پذیری باشد، اپراتور گسترش یافته \otimes نیز دارای خاصیت شرکت پذیری می باشد.



دانشگاه صنعتی شاهرود

مرکز آموزش های الکترونیکی

اعداد فازی و عملیات جبری

برای اپراتورهای یک عملوندی $f: X \rightarrow Y, X = X_1$ با توجه به تعریف اصل گسترش، می توان تابع عضویت هر یک از اعضای $\tilde{M} \in F(\mathbb{R})$ را به صورت زیر تعریف کرد:

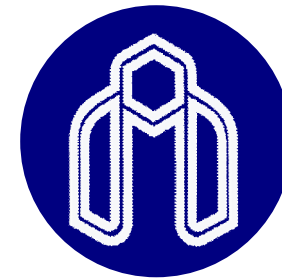
$$\mu_{f(\tilde{M})}(z) = \sup_{x \in f^{-1}(z)} \mu_{\tilde{M}}(x)$$

مثال:

الف: برای $f(x) = -x$ ، مخالف عدد فازی \tilde{M} با $-\tilde{M} = \{(x, \mu_{-\tilde{M}}(x)) | x \in X\}$ به دست می آید که: $\mu_{-\tilde{M}}(x) = \mu_{\tilde{M}}(-x)$

ب: اگر $f(x) = 1/x$ ، معکوس عدد فازی \tilde{M} با $\tilde{M}^{-1} = \{(x, \mu_{\tilde{M}^{-1}}(x)) | x \in X\}$ به دست می آید که: $\mu_{\tilde{M}^{-1}}(x) = \mu_{\tilde{M}}(1/x)$

ج: برای هر $f(x) = \lambda.x, \lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$ ، ضرب یک عدد اسکالر در عدد فازی به صورت $\lambda\tilde{M} = \{(x, \mu_{\lambda\tilde{M}}(x)) | x \in X\}$ می باشد که: $\mu_{\lambda\tilde{M}}(x) = \mu_{\tilde{M}}(\lambda.x)$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اعداد فازی و عملیات جبری

جمع گسترش یافته

$$\tilde{M}, \tilde{N} \in F(\mathbb{R}), f(\tilde{N}, \tilde{M}) = \tilde{N} \oplus \tilde{M}$$
$$\tilde{N} \oplus \tilde{M} \in F(\mathbb{R})$$

جمع گسترش یافته دارای خواص زیر می باشد:

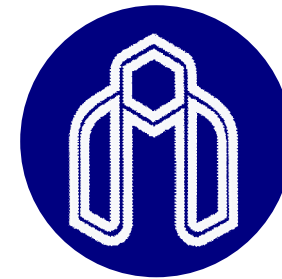
$$\Theta(\tilde{M} \oplus \tilde{N}) = (\Theta\tilde{M}) \oplus (\Theta\tilde{N}) \quad \text{الف:}$$

ب: خاصیت جابجایی

پ: خاصیت شرکت پذیری

ت: دارای عضو بی اثر $0 \in \mathbb{R} \subseteq F(\mathbb{R})$ می باشد که: $\tilde{M} \oplus 0 = \tilde{M}$, $\forall \tilde{M} \in F(\mathbb{R})$

ث: برای هر عنصر \tilde{M} یک عنصر وارون به صورت $\Theta\tilde{M}$ وجود دارد که: $\tilde{M} \oplus (\Theta\tilde{M}) = 0$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اعداد فازی و عملیات جبری

ضرب گسترش یافته

$$\tilde{M}, \tilde{N} \in F(\mathbb{R}), f(\tilde{N}, \tilde{M}) = \tilde{N} \odot \tilde{M}$$
$$\tilde{N} \odot \tilde{M} \in F(\mathbb{R})$$

ضرب گسترش یافته دارای خواص زیر می باشد:

$$(\oplus \tilde{M}) \odot \tilde{N} = \oplus (\tilde{M} \odot \tilde{N}) \text{ الف:}$$

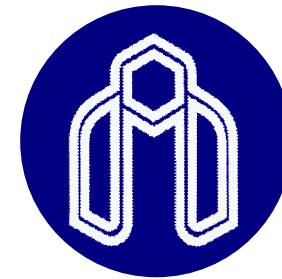
ب: خاصیت جابجایی

پ: خاصیت شرکت پذیری

ت: عدد $I \in \mathbb{R} \subseteq F(\mathbb{R})$ به عنوان عضو بی اثر وجود دارد که: $\tilde{M} \odot I = \tilde{M}$, $\forall \tilde{M} \in F(\mathbb{R})$

ث: برای هر عنصر \tilde{M} یک عنصر وارون به صورت \tilde{M}^{-1} وجود دارد که: $\tilde{M} \odot \tilde{M}^{-1} \neq 1$

$$\tilde{M} \odot (\tilde{N} \oplus \tilde{P}) = (\tilde{M} \odot \tilde{N}) \oplus (\tilde{M} \odot \tilde{P}) \text{ ج:}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اعداد فازی و عملیات جبری

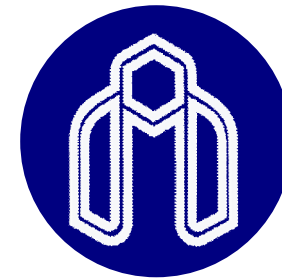
تفریق گسترش یافته

اپراتور تفریق نه یک اپراتور صعودی و نه یک اپراتور نزولی می باشد. پس نمی توان تئوری دبویز و پرید را روی آن اعمال کرد. اما باز هم می توان اپراتور تفریق را به کمک اپراتور جمع به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\tilde{M} \ominus \tilde{N} = \tilde{M} \oplus (\ominus \tilde{N})$$

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{M} \ominus \tilde{N}}(z) &= \sup_{z=x-y} \min\{\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{\tilde{N}}(y)\} \\ &= \sup_{z=x+y} \min\{\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{\tilde{N}}(-y)\} \\ &= \sup_{z=x+y} \min\{\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{-\tilde{N}}(y)\}\end{aligned}$$

بنابراین اگر \tilde{M} و \tilde{N} اعداد فازی باشند، $\tilde{M} \ominus \tilde{N}$ نیز یک عدد فازی خواهد بود.



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

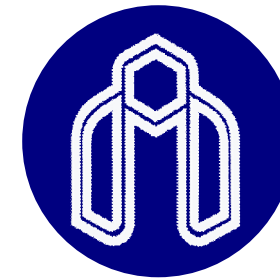
اعداد فازی و عملیات جبری

تقسیم گسترش یافته

تقسیم نیز همانند تفریق نه اپراتوری صعودی و نه اپراتوری نزولی است. ولی اگر \tilde{M} و \tilde{N} اعداد فازی مثبت فرض شوند، می توانیم روابط مربوط به تقسیم گسترش یافته را به کمک اپراتور ضرب به صورت زیر بدست آوریم:

$$\begin{aligned}\mu_{\tilde{M} \oslash \tilde{N}}(z) &= \sup_{z=x/y} \min\{\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{\tilde{N}}(y)\} \\ &= \sup_{z=xy} \min\{\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{\tilde{N}}(1/y)\} \\ &= \sup_{z=xy} \min\{\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{\tilde{N}^{-1}}(y)\}\end{aligned}$$

همچنین اگر \tilde{M} و \tilde{N} اعداد فازی منفی باشند، حاصل تقسیم گسترش یافته نیز یک عدد فازی خواهد بود.



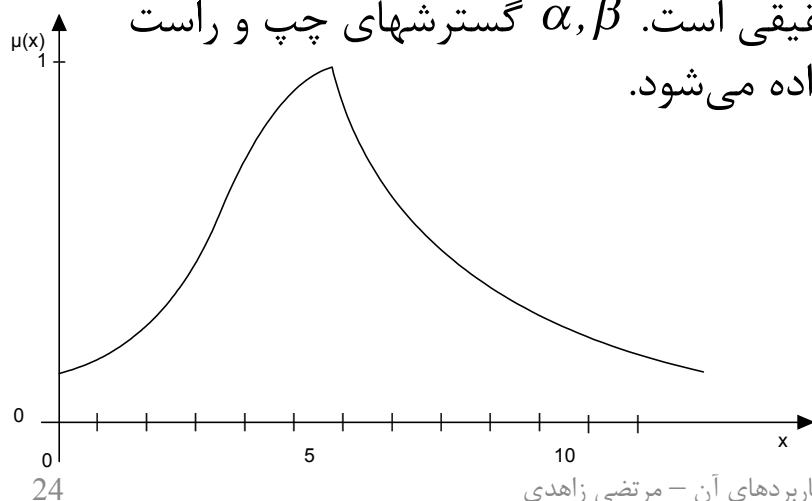
دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

عدد فازی از نوع L-R

تعریف: عدد فازی \tilde{M} از نوع L-R می باشد اگر توابع L (برای چپ) و R (برای راست) و اعداد اسکالر $\alpha > 0, \beta > 0$ با شرایط زیر وجود داشته باشند:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right) & \text{for } x \leq m \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right) & \text{for } x \geq m \end{cases}$$

m مقدار میانه ای \tilde{M} نامیده می شود و یک عدد حقیقی است. α, β گسترشهای چپ و راست نام دارند و \tilde{M} به صورت $(m, \alpha, \beta)_{LR}$ نمایش داده می شود.



اصل گسترش و کاربردهای آن - مرتضی زاهدی

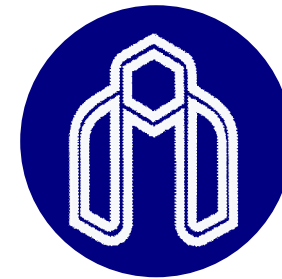
عدد فازی از نوع L-R



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

مثال: اگر $R(x) = \frac{1}{1+2|x|}$, $L(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $m = 5$ باشد،

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{5-x}{2}\right) = \frac{1}{1+\left(\frac{5-x}{2}\right)^2} & \text{for } x \leq 5 \\ R\left(\frac{x-5}{3}\right) = \frac{1}{1+\left(\frac{2(5-x)}{3}\right)} & \text{for } x \geq 5 \end{cases}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

عدد فازی از نوع L-R

تعریف: \tilde{M} یک گستره فازی از نوع L-R خواهد بود اگر توابع L و R و ۴ پارامتر

$$\alpha, \beta, (\underline{m}, \bar{m}) \in R^2 \cup \{-\infty, +\infty\}$$

وجود داشته باشند و نیز تابع عضویت آن به صورت زیر باشد:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right) & \text{for } x \leq \underline{m} \\ 1 & \text{for } \underline{m} \leq x \leq \bar{m} \\ R\left(\frac{x-\bar{m}}{\beta}\right) & \text{for } x \geq \bar{m} \end{cases}$$

گستره فازی \tilde{M} را به صورت $\tilde{M} = (\underline{m}, \bar{m}, \alpha, \beta)_{LR}$ نمایش می دهیم.

عدد فازی از نوع L-R



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

یک عدد حقیقی قطعی

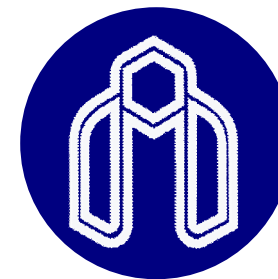
$$\tilde{M} = (m, m, 0, 0)_{LR}, \forall L, \forall R$$

یک گستره قطعی

$$\tilde{M} = (a, b, 0, 0)_{LR}, \forall L, \forall R$$

یک عدد فازی ذوزنقه ای

$$L(x) = R(x) = \max \{0, 1 - x\}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

عدد فازی از نوع L-R

اگر \tilde{M} و \tilde{N} دو عدد فازی از نوع L-R باشند:

$$\tilde{M} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$$

$$\tilde{N} = (n, \gamma, \delta)_{LR}$$

آنگاه روابط زیر برقرار خواهد بود:

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \oplus (n, \gamma, \delta)_{LR} = (m + n, \alpha + \gamma, \beta + \delta)_{LR}$$

$$-(m, \alpha, \beta)_{LR} = (-m, \beta, \alpha)_{LR}$$

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \ominus (n, \gamma, \delta)_{LR} = (m - n, \alpha + \delta, \beta + \gamma)_{LR}$$

عدد فازی از نوع L-R



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

مثال: اگر برای $L(x)$ ، $R(x)$ ، \tilde{M} ، \tilde{N} و \tilde{O} روابط زیر را داشته باشیم:

$$L(x) = R(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\tilde{M} = (1, 0.5, 0.8)_{LR}$$

$$\tilde{N} = (2, 0.6, 0.2)_{LR}$$

$$\tilde{O} = (2, 0.6, 0.2)_{LR}$$

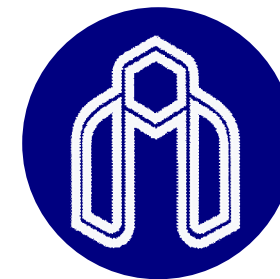
آنگاه خواهیم داشت:

$$\tilde{M} \oplus \tilde{N} = (3, 1.1, 1)_{LR}$$

$$\ominus \tilde{O} = (-2, 0.2, 0.6)_{LR}$$

$$\tilde{M} \ominus \tilde{O} = (-1, 0.7, 1.4)_{LR}$$

عدد فازی از نوع L-R



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

اگر \tilde{N} و \tilde{M} دو عدد فازی از نوع L-R باشند، آنگاه برای \tilde{M} و \tilde{N} مثبت داریم:

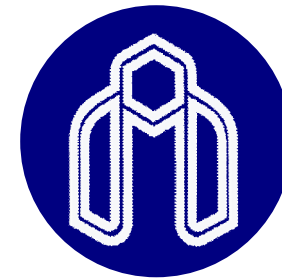
$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \odot (n, \gamma, \delta)_{LR} \approx (mn, m\gamma, n\alpha + n\beta + m\delta)_{LR}$$

برای \tilde{N} مثبت و \tilde{M} منفی:

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \odot (n, \gamma, \delta)_{LR} \approx (mn, n\alpha - m\delta, n\beta - m\gamma)_{LR}$$

و برای \tilde{M} و \tilde{N} منفی داریم:

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \odot (n, \gamma, \delta)_{LR} \approx (mn, -n\beta - m\delta, n\alpha - m\gamma)_{LR}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

عدد فازی از نوع L-R

مثال: اگر $\tilde{M} = (-1, 0.7, 1.4)_{LR}$ و $\tilde{N} = (3, 0.1, 1.3)_{LR}$ اعداد فازی نوع L-R با توابع مرجع زیر باشند:

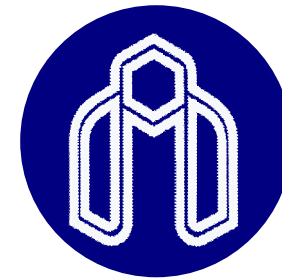
$$L(z) = R(z) = \begin{cases} 1 & -1 \leq z \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

برای به دست آوردن $\tilde{M} \odot \tilde{N}$ با توجه به مطالب عنوان شده داریم:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{2-x}{0.2}\right) & \text{for } x \leq 2 \\ R\left(\frac{x-2}{0.1}\right) & \text{for } x \geq 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 & -1 \leq \frac{2-x}{0.2} \leq 1 \quad \text{and} \quad -1 \leq \frac{x-2}{0.1} \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 & 1.9 \leq x \leq 2.1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

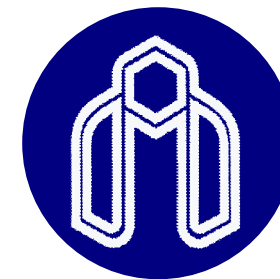
عدد فازی از نوع L-R

به صورت مشابه داریم:

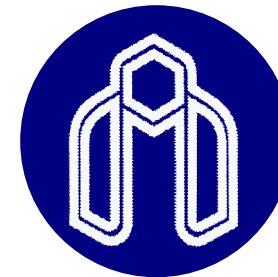
$$\mu_{\tilde{N}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{3-x}{0.1}\right) & \text{for } x \leq 3 \\ R\left(\frac{x-3}{0.3}\right) & \text{for } x \geq 3 \end{cases}$$
$$= \begin{cases} 1 & 2.9 \leq x \leq 3.1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

از آنجا که هر دو عدد فازی فوق مثبت هستند میتوان نوشت:

$$\tilde{M} \odot \tilde{N} \approx (2 \times 0.3, 2 \times 0.1 + 3 \times 0.2, 2 \times 0.3 + 3 \times 0.1)_{LR} = (6, 0.8, 0.9)_{LR}$$



- اصل گسترش
- اپراتورهای مجموعه های فازی نوع دوم
- اعداد فازی و عملیات جبری
 - جمع گسترش یافته
 - ضرب گسترش یافته
 - تفریق گسترش یافته
 - تقسیم گسترش یافته
- اعداد فازی نوع L-R



با تشکر از توجه شما

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir