دانشگاه صنعتی شاهرود، مرکز آموزش‌های الکترونیکی

# روشها و سیستمهای فازی

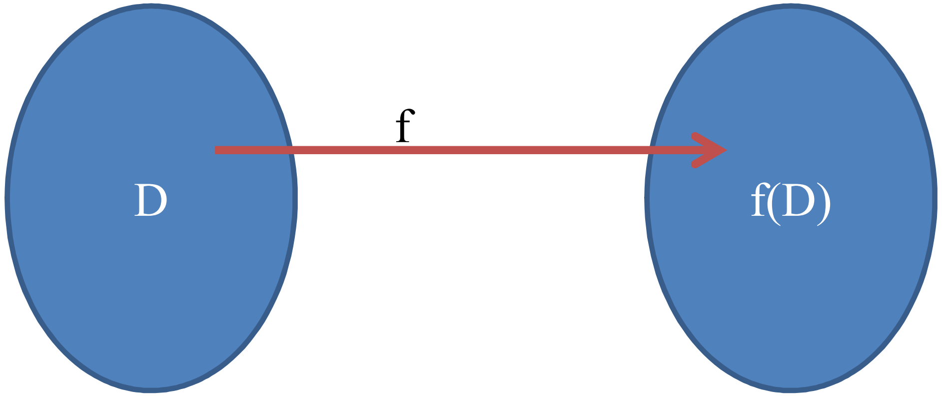
## جلسه هشتم: توابع و آنالیز فازی

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir

# فهرست مطالب

# توابع فازی




**انواع توابع فازی:**

**۱.** یک تصویرکننده کلاسیک (قطعی) تصویرکننده یک دامنه فازی به یک برد فازی

**۲.** تصویرکننده فازی از یک دامنه قطعی به یک مجموعه فازی

**۳.** توابع معمولی دارای خاصیت فازی با قیود و شرایط فازی

# توابع فازی

**تعریف:** تابع کلاسیک $f : X \to Y$ دامنه فازی $\tilde{A}$ در X را به برد فازی $\tilde{B}$ در Y تصویر می‌کند اگر و فقط اگر:

$$\forall x \in X, \mu_{\tilde{B}}\left(f\left(x\right)\right) \geq \mu_{\tilde{A}}\left(x\right)$$

برای تابع کلاسیک $f : X \to Y$ و دامنه فازی $\tilde{A}$ در X، اصل گسترش برد فازی $\tilde{B}$ را با تابع عضویت زیر حاصل می‌نماید:

$$\mu_{\tilde{B}}\left(y\right) = sup_{x \in f^{-1}(y)} \; \mu_{\tilde{A}}\left(x\right)$$

که $f , f^{-1}$ دو تابع کلاسیک طبق تعریف فوق می‌باشند.

# توابع فازی

**مثال:**

$$y=(50x)\oplus 20 \qquad ,X=Y=\mathbb{R}$$

$$y=e^{-10x} \qquad ,X=Y=\mathbb{R}$$

اگر X یک مجموعه فازی باشد، Y نیز یک مجموعه فازی خواهد بود.

# توابع فازی

**تعریف:** اگر X و Y دو مجموعه مرجع باشند و مجموعه $\tilde{P}(Y)$ شامل تمام مجموعه‌های فازی قابل تعریف در Y (مجموعه توانی) باشد و $f:\to \tilde{P}(Y)$ یک تصویر کننده باشد، $\tilde{f}$ یک تابع فازی است اگر و فقط اگر:

$$\mu_{\tilde{f}(x)}(y)=\mu_{\tilde{R}}(x,y) \qquad ,\forall (x,y)\in X\times Y$$

که $\mu_{\tilde{R}}(x,y)$ بیانگر تابع عضویت رابطه فازی است.

**مثال:** تابع $\tilde{f}$ طبق تعریف زیر یک تابع فازی می‌باشد:

$$\tilde{a},\tilde{b}\in L(R)$$
$$X=R$$
$$\tilde{f}:x\to \tilde{a}x\oplus \tilde{b}$$

اگر تابع فازی بر یک دامنه فازی اعمال شود، به مجموعه‌های فازی درجه دو می‌رسیم.

# اکسترمم توابع فازی

**تعریف:** اگر $f$ یک تابع با مقادیر حقیقی بر X تعریف شود که از پایین به مقدار $inf\left(f\right)$ و از بالا به مقدار $sup\left(f\right)$ محدود باشد، برای تابع $f$ مجموعه حداکثر را می‌توان به صورت زیر با تابع عضویت زیر تعریف کرد:

$$\tilde{M}=\left\{\left(x,\mu_{\tilde{M}}\left(x\right)\right)\mid x\in X\right\}$$

$$\mu_{\tilde{M}}\left(x\right)=\frac{f\left(x\right)-inf\left(f\right)}{sup\left(f\right)-inf\left(f\right)}$$

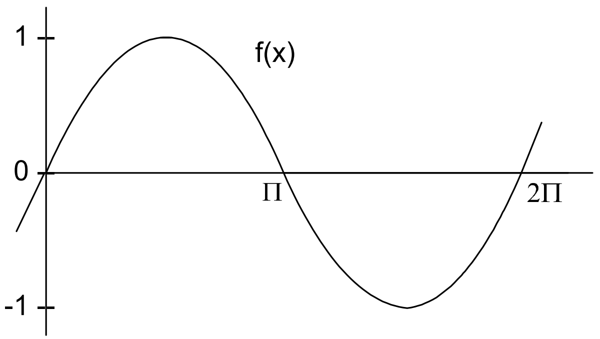
# اکسترمم توابع فازی

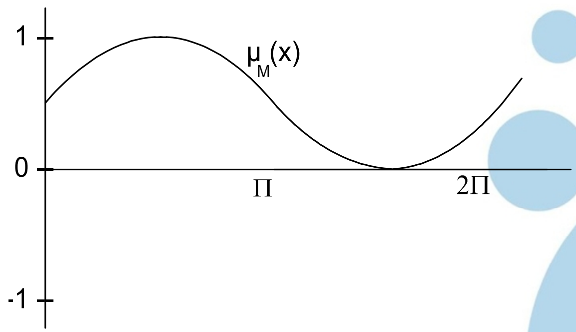
**مثال:** مجموعه حداکثر برای تابع $\sin(x)$ در شکل زیر نشان داده شده است:

$$f(x) = \sin\ x$$

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \frac{\sin\ x - \inf(\sin)}{\sup(\sin) - \inf(\sin)} = \frac{\sin\ x - (-1)}{1 - (-1)}$$

$$= \frac{\sin\ x + 1}{2} = \frac{1}{2}\sin\ x + \frac{1}{2}$$



# اکسترمم توابع فازی

**تعریف:** اگر $\tilde{f}\left(x\right)$ یک تابع فازی از X به $\mathbb{R}$ تعریف‌شده بر دامنه قطعی و متناهی $D$ باشد، ماکزیمم فازی $\tilde{f}\left(x\right)$ به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\tilde{M}=\underset{x\in D}{\tilde{\max}}\,\tilde{f}\left(x\right)=\left\{\left(\sup\tilde{f}\left(x\right),\mu_{\tilde{M}}\left(x\right)\right)\mid x\in D\right\}$$

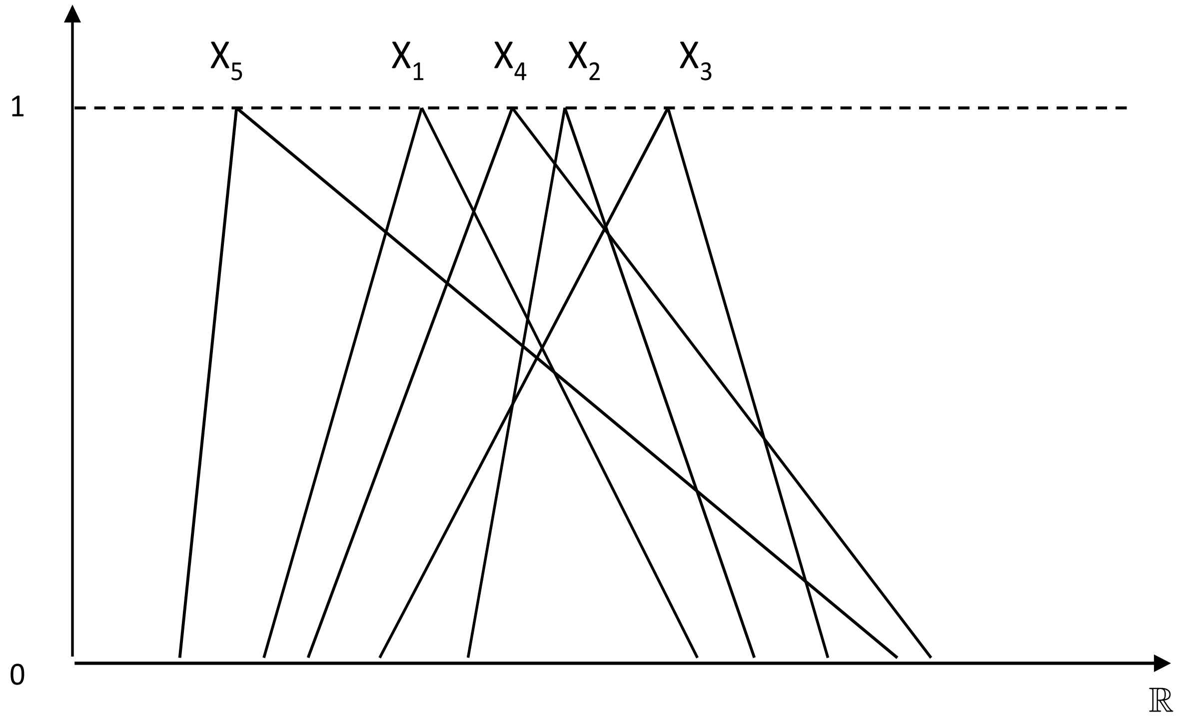
اگر $\left|D\right|=n$ باشد آنگاه تابع عضویت $\tilde{\max}\;\tilde{f}\left(x\right)$ به صورت زیر خواهد بود :

$$\mu_{\tilde{M}}\left(x\right)=\min_{j=1,2,\ldots,n}\mu_{\tilde{f}\left(x_j\right)}\left(\tilde{f}\left(x_j\right)\right),\,f\left(x\right)\in D$$

# اکسترمم توابع فازی

**مثال:**

مقدار تابع فازی $\tilde{f}(x)$ به صورت عدد فازی

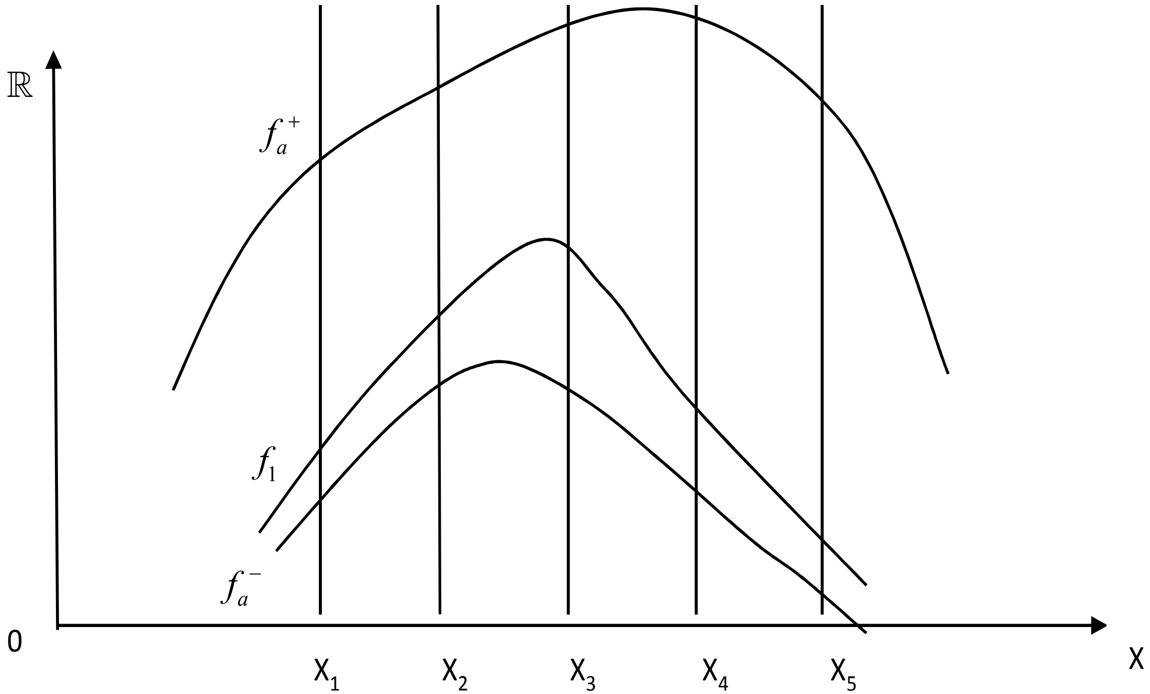


# اکسترمم توابع فازی

تابع فازی $\tilde{f}(x)$:

$$\mu_{\tilde{f}(x)}\left(f_1(x)\right)=1$$

$$\mu_{\tilde{f}(x)}\left(f_\alpha^{-}(x)\right)=\mu_{\tilde{f}(x)}\left(f_\alpha^{+}(x)\right)$$

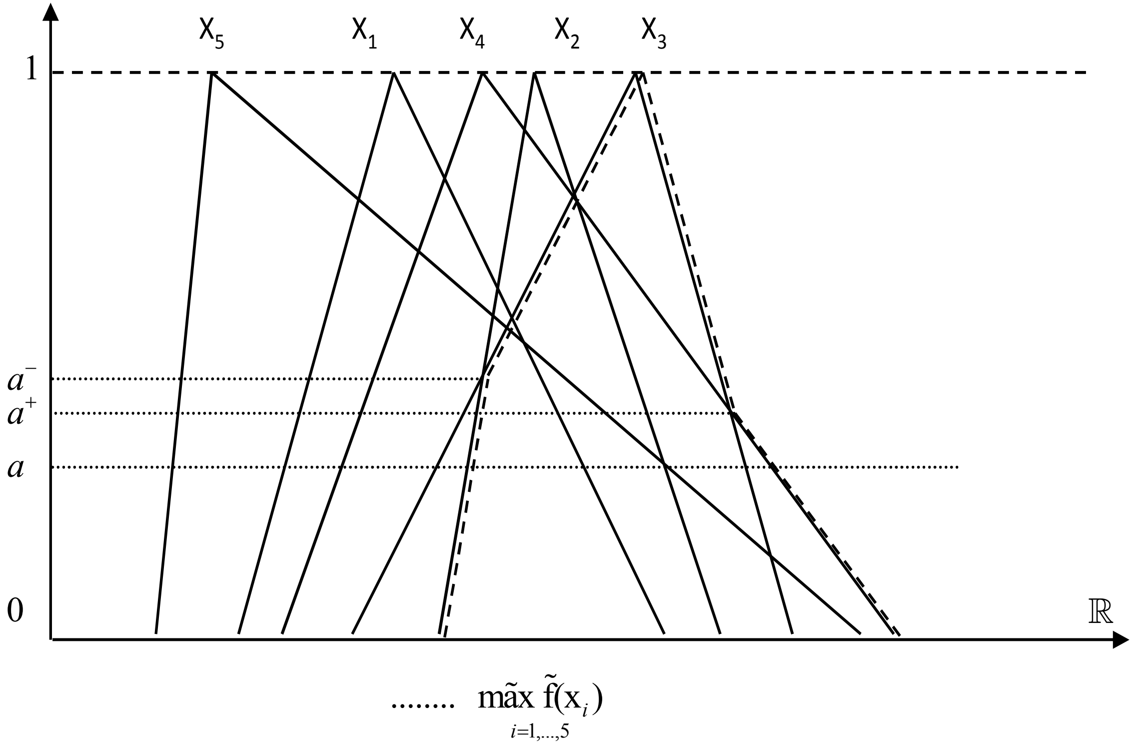


# اکسترمم توابع فازی

$$max \;\; f_\alpha^{\,+} = \left(f_\alpha^{\,+}(x_4)\right)$$

$$max \;\; f_1(x) = f_1(x_3)$$

$$max \;\; f_\alpha^{\,-} = \left(f_\alpha^{\,-}(x_2)\right)$$



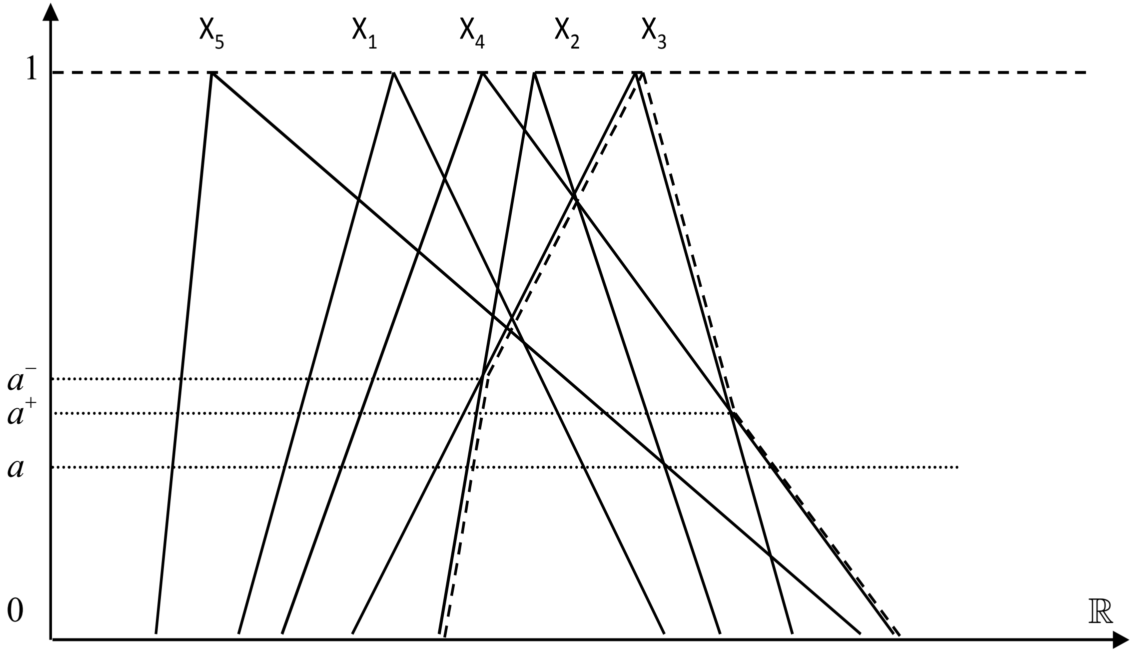
# اکسترمم توابع فازی

$$\alpha \in \left[0,\alpha^{-}\right]: f^{-}\left(x_2\right) \geq f_{\alpha}^{-}\left(x_i\right) \qquad \forall i$$

$$\alpha \in \left[\alpha^{-},1\right]: f^{-}\left(x_3\right) \geq f_{\alpha}^{-}\left(x_i\right) \qquad \forall i$$

$$\alpha \in \left[\alpha^{+},1\right]: f^{+}\left(x_3\right) \geq f_{\alpha}^{+}\left(x_i\right) \qquad \forall i$$

$$\alpha \in \left[0,\alpha^{+}\right]: f^{+}\left(x_4\right) \geq f_{\alpha}^{+}\left(x_i\right) \qquad \forall i$$

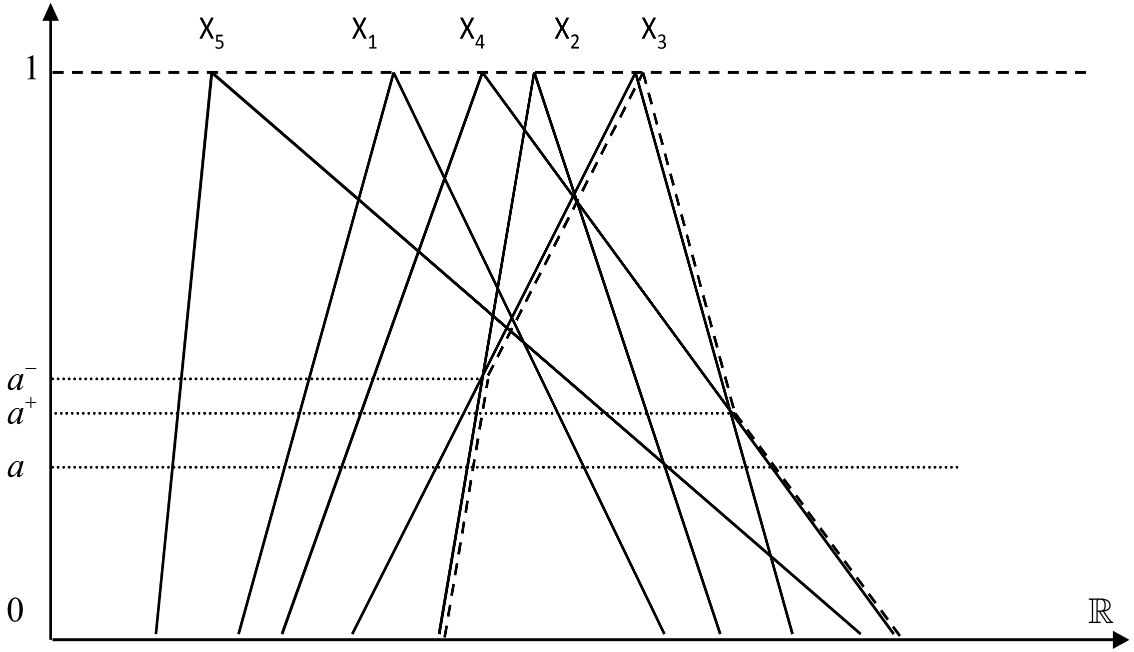



$$\ldots\ldots\ \tilde{\max_{i=1,\ldots,5}}\ \tilde{f}(x_i)$$

# اکسترمم توابع فازی

$$f_\alpha^{\;+}(x_4) = f_\alpha^{\;+}(x_3),\, f_\alpha^{\;-}(x_2) = f_\alpha^{\;-}(x_3)$$

$$\tilde{M} = \left\{\left(x_2, \alpha^-\right), \left(x_3, 1\right), \left(x_4, \alpha^+\right)\right\}$$




$$\ldots\ldots\ \underset{i=1,\ldots,5}{\tilde{\max}}\ \tilde{f}(x_i)$$

# انتگرال توابع فازی

- انتگرال توابع فازی
  - انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله قطعی (انتگرال کلاسیک)
  - انتگرال تابع فازی روی یک فاصله قطعی
  - انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی
  - انتگرال تابع فازی روی یک فاصله فازی

# انتگرال فازی روی یک فاصله قطعی

از منحنیهای سطح $\alpha$ استفاده می کنیم. برای هر سطح $\alpha \in [0,1]$ داریم: $\mu_{\tilde{f}(x)}(y) = \alpha$

اگر $\alpha \neq 1$ باشد دقیقاً دو جواب پیوسته $y = f_\alpha^-(x), y = f_\alpha^+(x)$ خواهیم داشت

اگر $\alpha = 1$ باشد فقط یک جواب خواهیم داشت. $f_\alpha^-, f_\alpha^+$ به نحوی تعریف می‌شوند که رابطه

زیر برقرار باشد:

$$f_\alpha^+(x) \geq f_\alpha^+(x) \geq f(x) \geq f_\alpha^-(x) f_\alpha^-(x)$$

# انتگرال فازی روی یک فاصله قطعی

**تعریف:** اگر $\tilde{f}(x)$ تابع فازی از $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$ به $\mathbb{R}$ باشد و برای هر $x \in [a,b]$، $\tilde{f}(x)$ یک عدد فازی باشد و $f_\alpha^-(x), f_\alpha^+(x)$ منحنی‌های در سطح $\alpha$ باشند، انتگرال $\tilde{f}(x)$ روی فاصله $[a,b]$ یک مجموعه فازی است که مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{I}(a,b) = \left\{ \left( \int_a^b f_\alpha^-(x)\,dx + \int_a^b f_\alpha^+(x)\,dx, \alpha \right) \right\}$$

این تعریف بر اساس اصل گسترش می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\mu_{\int_a^b f}(y) = \underset{\substack{g \in y \\ y = \int_a^b g}}{Sup} \; \inf_{x \in [a,b]} \mu_{f(x)}\left(g(x)\right) \qquad , y \in \mathbb{R}$$

که $y = \{g : [a,b] \to \mathbb{R}\}$ و g یک تابع انتگرال‌پذیر است.

# انتگرال فازی روی یک فاصله قطعی

اگر $\tilde{f}(x)=\left(f(x),s(x),t(x)\right)_{LR}$ برای هر $x\in[a,b]$ یک عدد فازی $L-R$ باشد و f و s و t توابع مثبت قابل‌انتگرال‌گیری روی $[a,b]$ باشند، تحت این شرایط خواهیم داشت:

$$\tilde{I}(a,b)=\left(\int_a^b f(x)\,dx,\int_a^b s(x)\,dx,\int_a^b t(x)\,dx,\right)_{LR}$$

این روش بسیار مناسب است و در آن می‌توان با توجه به انتگرال‌گیری مقدار میانه‌ای و گسترشهای تابع، انتگرال فازی را به صورت یک عدد فازی از نوع $L-R$به دست آورد.

# انتگرال فازی روی یک فاصله قطعی

**مثال:** اگر $\tilde{f}(x)=\left(f(x),s(x),t(x)\right)_{LR}$ با مقدار میانه‌ای $f(x)=x^2$ و گسترشهای $t(x)=x/2$ و $s(x)=x/4$ باشد و نیز داشته باشیم:

$$L(x)=\frac{1}{1+x^2}$$

$$R(x)=\frac{1}{1+2|x|}$$

برای انتگرال‌گیری در فاصله $[1,4]$ خواهیم داشت:

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_1^4 x^2\quad dx=21$$

$$\int_a^b s(x)\,dx=\int_1^4 x/4\quad dx=1.875$$

$$\int_a^b t(x)\,dx=\int_1^4 x/2\quad dx=3.75$$

و با توجه به مقادیر به دست آمده داریم:

$$\tilde{I}(a,b)=(21,1.875,3.75)_{LR}$$

# خواص انتگرال توابع فازی

$\int_I \tilde{f}$ قابل محاسبه خواهد بود اگر و فقط اگر:

$$\forall \alpha \in [0,1] \qquad \left(\int_I \tilde{f}\right)_\alpha = \int_I \tilde{f}_\alpha$$

الف: اگر $\tilde{f}$ یک تابع فازی باشد، آنگاه

$$\int_I \tilde{f} = \int_a^b \tilde{f} = -\int_b^a \tilde{f}$$

که انتگرالهای فازی، مجموعه‌های فازی با تابع عضویتهای زیر می‌باشند:

$$\mu_{-\int_a^b f}(u) = \mu_{\int_a^b f}(-u) \qquad \forall u$$

# خواص انتگرال توابع فازی

$\int_I \tilde{f}$ قابل محاسبه خواهد بود اگر و فقط اگر:

$$\forall \alpha \in [0,1] \qquad \left(\int_I \tilde{f}\right)_\alpha = \int_I \tilde{f}_\alpha$$

ب: اگر $I', I$ دو فاصله مجاور یکدیگر به صورت $I = [a,b], I' = [b,c]$ باشند و تابع فازی $\tilde{f} : [a,c] \to \tilde{p}(\mathbb{R})$ را در نظر بگیریم، آنگاه:

$$\int_a^c \tilde{f} = \int_a^b \tilde{f} \oplus \int_b^c \tilde{f}$$

که $\oplus$ جمع گسترش‌یافته مجموعه‌های فازی می‌باشد .

اگر $\tilde{f}, \tilde{g}$ توابع فازی باشند، آنگاه $\tilde{f} \oplus \tilde{g}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\left(\tilde{f} \oplus \tilde{g}\right)(u) = \tilde{f}(u) \oplus \tilde{g}(u) \quad , \quad u \in X$$

# خواص انتگرال توابع فازی

$\int_I \tilde{f}$ قابل محاسبه خواهد بود اگر و فقط اگر:

$$\forall \alpha \in [0,1] \qquad \left(\int_I \tilde{f}\right)_\alpha = \int_I \tilde{f}_\alpha$$

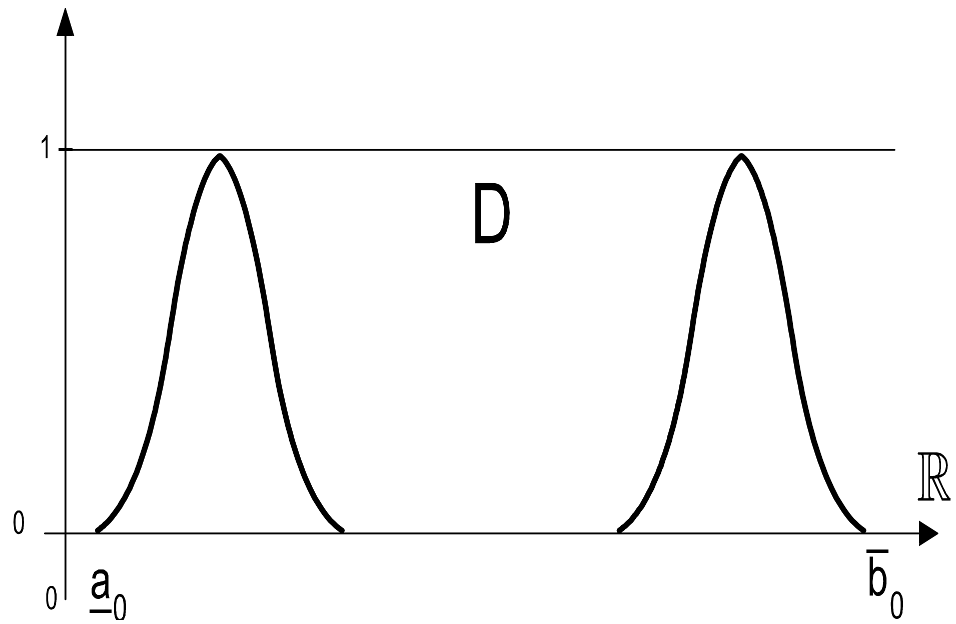
پ: اگر $\tilde{f}$ و $\tilde{g}$ توابع فازی با مجموعه‌های پشتیبان محدود باشند، آنگاه:

$$\int_I \left(\tilde{f} \oplus \tilde{g}\right) \supseteq \int_I \tilde{f} \oplus \int_I \tilde{g}$$

اگر و فقط اگر $\int_I \tilde{f}, \int_I \tilde{g}$ قابل محاسبه باشند.

# انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی

$$\underline{a}_0 = inf\ S\left(\tilde{a}\right) \le sup\ S\left(\tilde{b}\right) = \overline{b}_0$$



# انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی

**تعریف:** $f$ یک تابع مقدارحقیقی و انتگرال‌پذیر در $J=[a_0,b_0]$ است. طبق اصل گسترش تابع عضویت انتگرال $\int_F \tilde{f}$ برابر است با

$$\mu_{\int F_f}(z)=\sup_{x,y\in J}\min\left(\mu_{\tilde a}(x),\mu_{\tilde b}(y)\right)\qquad z=\int_x^y f$$

اگر $c\in J, F(x)=\int_c^x f(y)\,dy$ باشد، آنگاه با توجه به تعریف اصل گسترش، تابع $F(\tilde a)$ عضویت $\tilde a \in \tilde{p}(\mathbb{R})$ نقطه برابر خواهد بود با:

$$\mu_{F(\tilde a)}(z)=\sup_{x:z=F(x)}\mu_{\tilde a}(x)$$

**قضیه:** اگر $\Theta$ بیانگر تفریق گسترش‌یافته روی مجموعه‌های فازی باشد، داریم:

$$\int_D f=F(\tilde b)\Theta F(\tilde a)$$

# انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی

**مثال:** اگر داشته باشیم:

$$\tilde{a}=\{(4,0.8),(5,1),(6,0.4)\}$$

$$\tilde{b}=\{(6,0.7),(7,1),(8,0.2)\}$$

$$f(x)=2, x\in[a_0,b_0]=[4,8]$$

آنگاه جزئیات محاسبات را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\int_D f(x)\,dx=\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} 2\,dx=2x\Big|_{\tilde{a}}^{\tilde{b}}$$

| $(a,b)$ | $\int_a^b 2dx$ | $Min\{\mu_x(a),\mu_x(b)\}$ |
|---|---|---|
| $(4,6)$ | 4 | 0.7 |
| $(4,7)$ | 6 | 0.8 |
| $(4,8)$ | 8 | 0.2 |
| $(5,6)$ | 2 | 0.7 |
| $(5,7)$ | 4 | 1.0 |
| $(5,8)$ | 6 | 0.2 |
| $(6,6)$ | 0 | 0.4 |
| $(6,7)$ | 2 | 0.4 |
| $(6,8)$ | 4 | 0.2 |

# انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی

پاسخ مثال:

$$\int_D f(x)\,dx = \int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} 2\,dx = 2x\Big|_{\tilde{a}}^{\tilde{b}}$$

| $(a,b)$ | $\int_a^b 2dx$ | $Min\{\mu_x(a),\mu_x(b)\}$ |
|---|---|---|
| $(4,6)$ | 4 | 0.7 |
| $(4,7)$ | 6 | 0.8 |
| $(4,8)$ | 8 | 0.2 |
| $(5,6)$ | 2 | 0.7 |
| $(5,7)$ | 4 | 1.0 |
| $(5,8)$ | 6 | 0.2 |
| $(6,6)$ | 0 | 0.4 |
| $(6,7)$ | 2 | 0.4 |
| $(6,7)$ | 4 | 0.2 |

$$\int_D f = \{(0,0.4),(2,0.7),(4,1),(6,0.8),(8,0.2)\}$$

# انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی

**قضیه:** اگر $\tilde{f}, \tilde{g}$ دو تابع $f, g : I \to \mathbb{R}$ و روی $I$ انتگرال‌پذیر باشند آنگاه:

$$\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} (f+g) \subseteq \int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} f \oplus \int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} g$$

که $\oplus$ بیانگر جمع گسترش‌یافته برای مجموعه‌های فازی می‌باشد.

# انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی

**مثال:** اگر

$$f(x)=2x-3$$
$$g(x)=-2x+5$$

و

$$\tilde{a}=\{(1,0.8),(2,1),(3,0.4)\}$$
$$\tilde{b}=\{(3,0.7),(4,1),(5,0.3)\}$$

داریم:

$$\int_a^b f(x)\,dx=\left[x^2-3x\right]_a^b$$
$$\int_a^b g(x)\,dx=\left[-x^2+5x\right]_a^b$$
$$\int_a^b f(x)+g(x)\,dx=\left[2x\right]_a^b$$

# انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی

مانند مثال قبل خواهیم داشت:

$$\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} f = \{(0,0.4),(2,0.7),(4,0.4),(6,1),(10,0.3),(12,0.3)\}$$

$$\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} g = \{(-6,0.3),(-4,0.3),(-2,0.1),(0,0.8),(2,0.7)\}$$

با استفاده از فرمول جمع گسترش‌یافته داریم:

$$\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} f + \int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} g =$$

$$\left\{\begin{matrix}(-6,0.3),(-4,0.3),(-2,0.4),(0,0.7),(2,0.7),(4,1),(6,0.8),(8,0.7),\\ (10,0.3),(12,0.3),(14,0.3)\end{matrix}\right\}$$

همانند محاسبات مثال قبل خواهیم داشت:

$$\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} (f+g) = \{(0,0.4),(2,0.7),(4,1),(6,0.8),(8,0.3)\}$$

حال به آسانی می‌توان دید که :

$$\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} (f+g) \subseteq \int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} f \oplus \int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}} g$$

# انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی

**قضیه:** اگر $f,g:I\to\mathbb{R}^{+}$ یا $f,g:I\to\mathbb{R}^{-}$ باشند، خواهیم داشت:

$$\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}}(f+g)=\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}}f\oplus\int_{\tilde{a}}^{\tilde{b}}g$$

**قضیه:** اگر $\tilde{D}=(\tilde{a},\tilde{b}),\tilde{D}'=(\tilde{a},\tilde{c}),\tilde{D}''=(\tilde{c},\tilde{b})$ آنگاه داریم:

$$\int_{\tilde{D}}f\subseteq\int_{\tilde{D}'}f\oplus\int_{\tilde{D}''}f$$

و اگر و فقط اگر $\tilde{c}\in\mathbb{R}$ باشد:

$$\int_{\tilde{D}}f=\int_{\tilde{D}'}f\oplus\int_{\tilde{D}''}f$$

# دیفرانسیل فازی

فرض:

- تابع غیرفازی است
- دامنه و برد تابع فازی هستند

هدف:

- محاسبه دیفرانسیل یک تابع دیفرانسیل‌پذیر مثل $f : R \supseteq [a,b] \to \mathbb{R}$ در یک نقطه فازی $\tilde{X}_0$ که یک زیرمجموعه فازی کوژ از $\mathbb{R}$ می‌باشد

# دیفرانسیل فازی

**تعریف:** تابع عضویت مجموعه فازی "مشتق یک تابع مقدارحقیقی در نقطه فازی $\tilde{X}_0$" براساس اصل گسترش برابر است با:

$$\mu_{f'(\tilde{X}_0)}(y) = \sup_{x \in f'^{-1}(y)} \mu_{\tilde{x}_0}(x)$$

که $\tilde{X}_0$ یک عدد فازی مشخص‌کننده یک محل فازی است.

**مثال:** اگر $f(x) = x^3$ , $\tilde{X}_0 = \{(-1,0.4),(0,1),(1,0.6)\}$ یک محل فازی باشد.
چون $f'(x) = 3x^2$ می‌باشد، $f'(\tilde{X}_0) = \{(0,1),(3,0.6)\}$ مشتق تابع مقدارحقیقی فوق در نقطه فازی $\tilde{X}_0$ است.

# دیفرانسیل فازی

**قضیه:** حاصل‌جمع گسترش‌یافته مشتقات دو تابع مقدارحقیقی $f$ و $g$ در نقطه فازی $\tilde{X}_0$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{(f'+g')(\tilde{x}_0)}(y) = \sup_{x: y = f'(x)+g'(x)} \mu_{\tilde{x}_0}(x)$$

بنابراین:

$$f'(\tilde{x}_0) \oplus g'(\tilde{x}_0) \supseteq (f'+g')(\tilde{x}_0)$$

# دیفرانسیل فازی

**قضیه:** اگر $f', g'$ پیوسته بوده، هر دوی آنها غیرصعودی یا غیر نزولی باشند، آنگاه خواهیم داشت:

$$f'\left(\tilde{X}_0\right) \oplus g'\left(\tilde{X}_0\right) \supseteq \left(f' + g'\right)\left(\tilde{X}_0\right)$$

# دیفرانسیل فازی

**قضیه:**

الف:

$$\left(f.g\right)'\left(\tilde{X}_0\right)=$$

$$\left(f'g+fg'\right)\left(\tilde{X}_0\right)\subseteq\left[f'\left(\tilde{X}_0\right)\odot g\left(\tilde{X}_0\right)\right]\oplus\left[f\left(\tilde{X}_0\right)\odot g\left(\tilde{X}_0\right)\right]$$

ب: اگر $f, g, f', g'$ پیوسته ، $f, g$ هر دو مثبت و $f', g'$ هر دو غیرنزولی (یا $f, g$ هر دو منفی و $f', g'$ هر دو غیر صعودی) باشند، خواهیم داشت:

$$\left(f.g\right)'\left(\tilde{X}_0\right)=\left[f'\left(\tilde{X}_0\right)\odot g\left(\tilde{X}_0\right)\right]\oplus\left[f\left(\tilde{X}_0\right)\odot g'\left(\tilde{X}_0\right)\right]$$

## خلاصه مطالب

- توابع فازی
- اکسترمم توابع فازی
- انتگرال توابع فازی
  - انتگرال تابع فازی روی یک فاصله قطعی
  - انتگرال تابع قطعی روی یک فاصله فازی
- دیفرانسیل فازی

# با تشکر از توجه شما

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir