دانشگاه صنعتی شاهرود، مرکز آموزش‌های الکترونیکی

دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش‌های الکترونیکی

روشها و سیستمهای فازی

جلسه دهم: منطق فازی و استدلال تقریبی

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir

فهرست مطالب

- متغیرهای زبانی
- منطق
  - منطق کلاسیک
  - منطق فازی
- استدلال تقریبی و محتمل

متغیرهای زبانی

- راه‌رفتن
  - روی یک دیوار با پهنای زیاد
  - روی طناب بندبازی

- من بعدازظهر به آن کوچه می‌آیم.
- من رأس ساعت چهار به آن کوچه می‌آیم.

متغیرهای زبانی

تعریف: متغیر *زبانی* X با ساختار پنج تایی به صورت $\left(x,T\left(x\right),U,G,\tilde{M}\right)$ بیان می‌شود.

- x اسم متغیر است
- $T\left(x\right)$ یا به صورت ساده T مجموعه ترمهایی است که برای x به کار می‌روند.
- U مجموعه مرجع است
- G گرامر و قانونی است که از هر مقدار x یک ترم زبانی ایجاد می کند
- $\tilde{M}$ به صورت یک مجموعه فازی، معنی و مفهوم متغیر زبانی X را بیان می کند.

متغیرهای زبانی

مثال: اگر یک متغیر زبانی با نشان Age داشته باشیم یعنی مقادیر این نشان را Age بنامیم و مجموعه مرجع $U = [0,100]$ باشد، ترمهای زبانی که خود ، مجموعه‌های فازی هستند می‌توانند به صورت "پیر"، "جوان"، "خیلی پیر" و ... بیان شوند و u سن اشخاص به صورت عددی و تعداد سالهای زندگی شان باشد، در این صورت $\tilde{M}(x)$ بیانگر قانون و قاعده‌ای است که مفهوم ترمهای زبانی را به صورت یک مجموعه فازی بیان می‌کند:

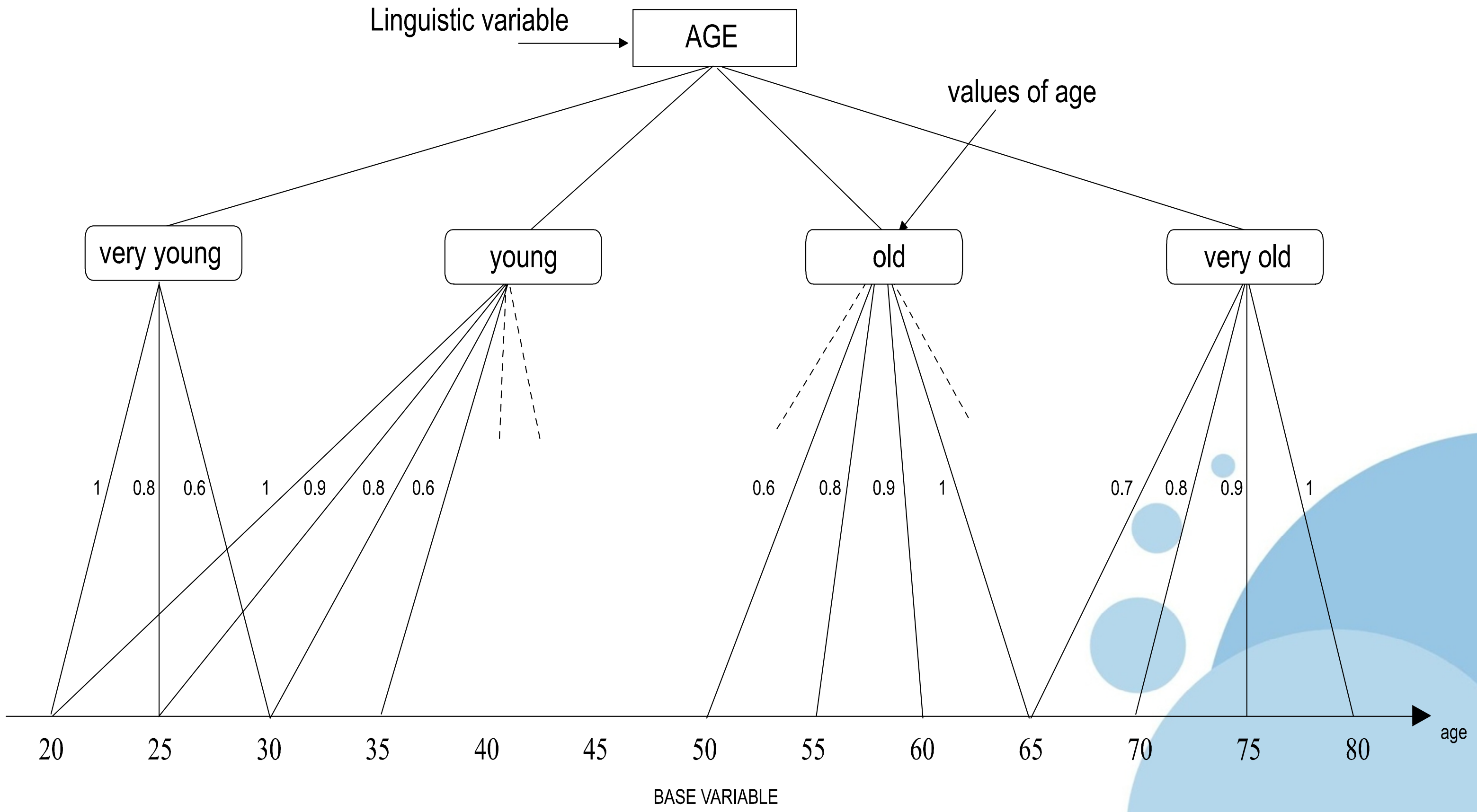
$$\tilde{M}(old) = \{(u, \mu_{old}(u)) \mid u \in [0,100]\}$$

به صورتی‌که:

$$\mu_{old}(u) = \begin{cases} 0 & u \in [0,50] \\ \left(1 + \left(\dfrac{u-50}{5}\right)^{-2}\right)^{-1} & u \in [50,100] \end{cases}$$

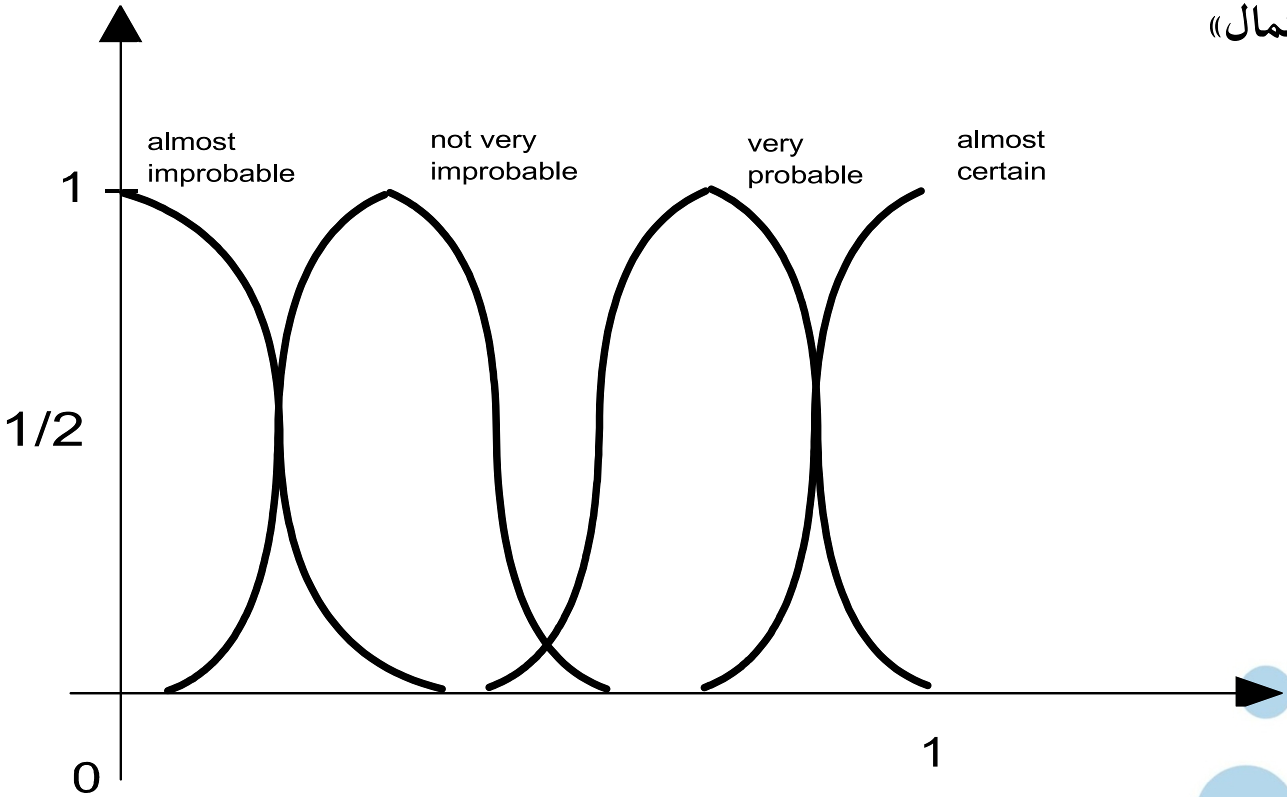
$$\mathrm{T}(\mathrm{Age}) = \{\text{old}, \text{ very old}, \text{ not so old}, \text{ more or less young}, \text{ quite young}, \text{ very young}\}$$

متغیرهای زبانی



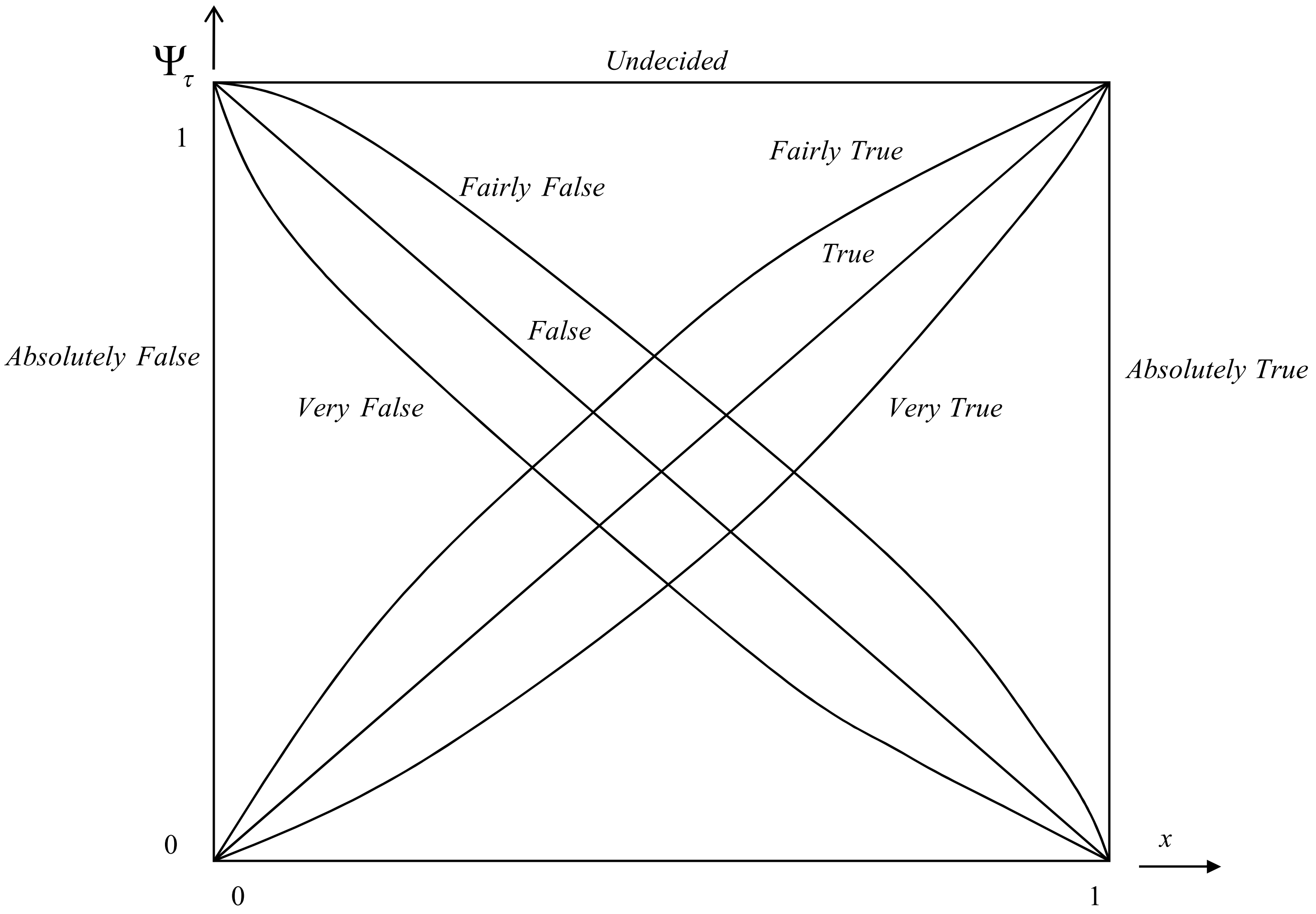
متغیرهای زبانی

متغیر زبانی «احتمال»



متغیرهای زبانی

متغیر زبانی «درستی»



متغیرهای زبانی

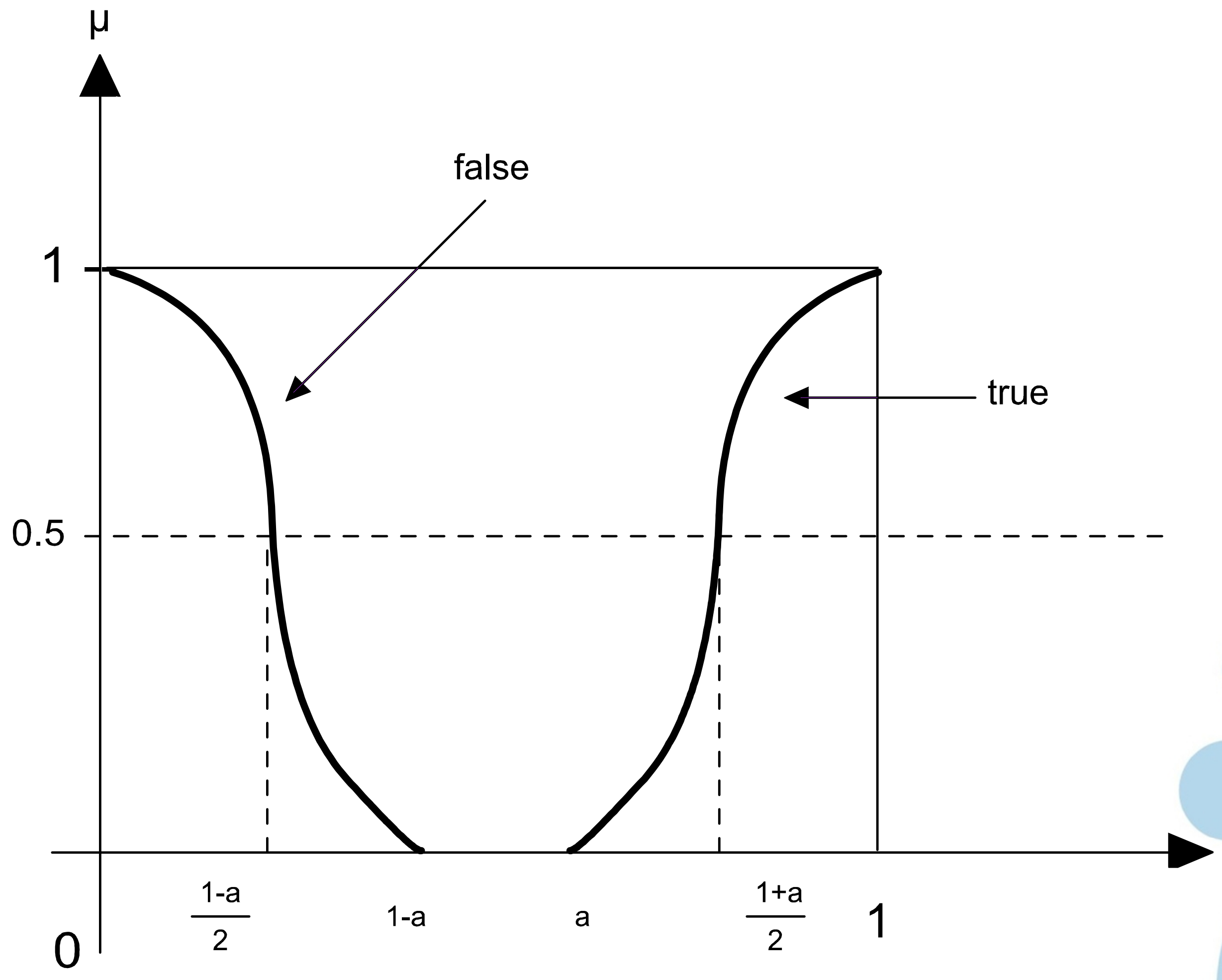
متغیر زبانی «درستی»

$$\mu_{true}(v)=\begin{cases}0 & for\ \ 0\le v\le a\\ 2.\left(\dfrac{v-a}{1-a}\right)^2 & for\ \ a\le v\le \dfrac{a+1}{2}\\ 1-2.\left(\dfrac{v-1}{1-a}\right)^2 & for\ \ \dfrac{a+1}{2}\le v\le 1\end{cases}$$

$$T(truth)=\left\{\begin{array}{l} true, not\ true, very\ true, not\ very\ true,...,\\ false, not\ false, very\ false,...,\\ not\ very\ true\ and\ not\ very\ false,...\end{array}\right\}$$

متغیرهای زبانی

متغیر زبانی «درستی»/ «نادرستی»



متغیرهای زبانی

تعریف: متغیر زبانی x را *ساختاریافته* می‌نامیم اگر مجموعه $T(x)$ و مفهوم $\tilde{M}(x)$ به صورت الگوریتمی قابل مشخص شدن باشند. برای متغیرهای زبانی ساختاریافته، $\tilde{M}(x)$ و $T(x)$ می‌توانند به عنوان الگوریتمهایی که ترمهای زبانی را ایجاد می‌کنند و مفهوم هریک را تبیین می‌نمایند، فرض شوند.

متغیرهای زبانی

تعریف: *اصلاح‌گر*، یک اپراتور است که مفهوم یک ترم زبانی و یا در حالت کلی مفهوم یک مجموعه فازی را تغییر می دهد و به گونه‌ای خاص اصلاح می نماید. اگر $\tilde{A}$ یک مجموعه فازی باشد، اصلاح گر m ترم زبانی $\tilde{B} = m\left(\tilde{A}\right)$ را ایجاد می نماید.

متغیرهای زبانی

۱- تمرکز

$$\mu_{con(\tilde{A})}(u) = \left(\mu_{\tilde{A}}(u)\right)^2$$

۲- انبساط

$$\mu_{dil(\tilde{A})}(u) = \left(\mu_{\tilde{A}}(u)\right)^{\frac{1}{2}}$$

۳- شدید تقابلی

$$\mu_{int(\tilde{A})}(u) = \begin{cases} 2\left(\mu_{\tilde{A}}(u)\right)^2 & for \quad \mu_{\tilde{A}}(u) \in [0, 0.5] \\ 1 - 2\left(1 - \mu_{\tilde{A}}(u)\right)^2 & for \quad otherwise \end{cases}$$

متغیرهای زبانی

- مثال:

$$very\ \tilde{A} = con\left(\tilde{A}\right)$$

$$more\,or\ \ less\ \tilde{A} = dil\left(\tilde{A}\right)$$

$$plus\ \tilde{A} = \ \tilde{A}^{1.25}$$

$$slightly\ \tilde{A} = int\left[\ plus\ \tilde{A}\ and\ \ not\left(very\ \tilde{A}\right)\right]$$

متغیرهای زبانی

مثال: متغیر زبانی Age که در مثال قبل مطرح شده است را در نظر بگیرید. مجموعه T به صورت زیر فرض می شود:

$$T(Age) = \{old, very\ old, very\ very\ old, \ldots\}$$

مجموعه ترمهای زبانی T می تواند به صورت برگشتی با الگوریتم زیر به وجود بیاید:

$$T^{i+1} = \{old\} \cup \{very\ T^i\}$$

که مراحل کار مطابق زیر است:

$$T^0 = \varnothing$$

$$T^1 = \{old\}$$

$$T^2 = \{old, very\ old\}$$

$$T^3 = \{old, very\ old, very\ very\ old\}$$

متغیرهای زبانی

تعریف: متغیر زبانی که ترمهای آن عبارات بولی به صورت متغیرهای به شکل X_p و $m(X_p)$ باشند را متغیر *زبانی بولی* می گوییم که X_p ترم اولیه و m یک اصلاح‌گر می باشد که مجموعه فازی حاصل از اعمال m بر X_p است.

متغیرهای زبانی

مثال: اگر "Age" یک متغیر زبانی بولی با مجموعه ترمهایی به صورت زیر باشد:

$$T(Age)=\left\{\begin{array}{l} young, not\ young, old, not\ old, very\ young, \\ not\ young\ and\ not\ old,\ young\ or\ old, \ldots \end{array}\right\}$$

اگر "و" (and) با اشتراک، "یا" (or) با اجتماع، "نفی" (Not) با مکمل و "خیلی" $(Very)$ با تمرکز مدل شده باشد، مفهوم ترمهای زبانی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{M}(not\ young)=\neg young$$

$$\tilde{M}(not\ \text{very}\ young)=\neg(young)^2$$

$$\tilde{M}(young\ or\ old)=young\cup old$$

متغیرهای زبانی

$$\tilde{M}(young) = \{(u, \mu_{young}(u) \mid u \in [0,100])\}$$

در صورتی که:

$$\mu_{young}(u) = \begin{cases} 1 & u \in [0,25] \\ \left(1 + \left(\dfrac{u-25}{5}\right)^2\right)^{-1} & u \in [25,100] \end{cases}$$

و

$$\tilde{M}(old) = \{(u, \mu_{old}(u) \mid u \in [0,100])\}$$

$$\mu_{old}(u) = \begin{cases} 1 & u \in [0,50] \\ \left(1 + \left(\dfrac{u-50}{5}\right)^2\right)^{-1} & u \in [50,100] \end{cases}$$

متغیرهای زبانی

آنگاه تابع عضویت ترم زبانی "جوان یا پیر" ("$young\ or\ old$") به صورت زیر به دست می آید:

$$\mu_{young\ or\ old}(u)=\begin{cases} 1 & if\quad u\in[0,2] \\ \left(1+\left(\dfrac{u-25}{5}\right)^{2}\right)^{-1} & if\quad u\in[25,50] \\ max\left\{\left(1+\left(\dfrac{u-25}{5}\right)^{2}\right)^{-1},\left(1+\left(\dfrac{u-50}{5}\right)^{2}\right)^{-1}\right\} & if\ u\in[50,100] \end{cases}$$

منطق

منطق به عنوان پایه و پشتوانه استدلال از سه قسمت اصلی که به محتوای جملات آن بستگی ندارد، تشکیل می‌شود:

الف: مقادیر درستی

ب: عملگرها

پ: مراحل استدلال

- **منطق**
- **منطق کلاسیک**
- **منطق فازی**

منطق کلاسیک

A	B	$\wedge$	$\vee$	$x\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	?
1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0

منطق کلاسیک

قسمت سوم تشکیل دهنده منطق کلاسیک یعنی مراحل استدلال که پایه اصلی آن بر قیاس نهاده شده است را می‌توان در چهار قسمت اصلی زیر بررسی کرد:

۱. وضع مقدم:

$$\left(A \wedge \left(A \Rightarrow B\right)\right) \Rightarrow B$$

۲. رفع تالی:

$$\left(\left(A \Rightarrow B\right) \wedge \neg B\right) \Rightarrow \neg A$$

۳. قیاس منطقی:

$$\left(\left(A \Rightarrow B\right) \wedge \left(B \Rightarrow C\right)\right) \Rightarrow \left(A \Rightarrow C\right)$$

۴. عکس نقیض:

$$\left(A \Rightarrow B\right) \Rightarrow \left(\neg B \Rightarrow \neg A\right)$$

منطق کلاسیک

اگر $v(A)$ بیانگر درستی عبارت" u، A است" یا به عبارتی ، بیانگر درستی A باشد،

نفی $\neg$:

$$v(not\ A)=1-v(A)$$

فصل $\vee$:

$$v(A\vee B)=v(A)\vee v(B)=max\{v(A),v(B)\}$$

عطف $\wedge$:

$$v(A\wedge B)=v(A)\wedge v(B)=min\{v(A),v(B)\}$$

نتیجه گیری $\Rightarrow$:

$$v(A\Rightarrow B)=\neg v(A)\vee v(B)=max\{1-v(A),v(B)\}$$

برابری $\Leftrightarrow$:

$$v(A\Leftrightarrow B)=\begin{cases}1 & if \quad v(A)=v(B)\\ 0 & if \quad v(A)\neq v(B)\end{cases}$$

منطق کلاسیک

اگر فرض کنیم عبارتهای Q,P به ترتیب توسط مجموعه‌های B,A بر مجموعه‌های مرجع Y,X تعریف شده باشند، $P \rightarrow Q$ را می‌توان به صورت یک رابطه تعریف کرد:

$$R = (A \times B) \cup (\overline{A} \times Y) \equiv IF \;\; A \;\; then \;\; B$$

می توان این رابطه را گسترش داد و به صورت زیر نوشت:

$$R = (A \times B) \cup (\overline{A} \times C) \equiv IF \;\; A \;\; then \;\; B, else \;\; C$$

منطق کلاسیک

فرض کنید یک قاعده به صورت $if\ \ A\ \ then\ \ B$ تعریف شده باشد که A یک مجموعه فازی بر مجموعه مرجع X و B یک مجموعه بر مجموعه مرجع Y باشد.

همان‌طورکه گفته شد این قاعده توسط رابطه $R = (A \times B) \cup (\overline{A} \times Y)$ قابل نمایش است.

حال اگر پیش فرض ما مجموعه A' باشد واضح است که B' به صورت زیر قابل استنتاج است:

$$B' = A' \mathrm{O} R = A' \mathrm{O} (A \times B) \cup (\overline{A} \times Y)$$

که O بیانگر عمل ترکیب می باشد.

منطق کلاسیک

همچنین وضع مقدم می توان برای قانون $if \; A \; then \; B \; else \; C$ نیز بکار رود.

همان‌طورکه گفته شد این قانون را می توان به صورت رابطه $R = (A \times B) \cup (\overline{A} \times C)$ بیان کرد. حال اگر مجموعه A' به عنوان پیش فرض باشد، یکی از سه وضعیت زیر اتفاق می‌افتد:

$$if \quad A' \subset A \quad then \quad y = B$$

$$if \quad A' \subset \overline{A} \quad then \quad y = C$$

$$if \quad A' \cap A \neq \varnothing,\; A' \cap \overline{A} \neq \varnothing \quad then \quad y = B \cup C$$

منطق کلاسیک

مثال: دو مجموعه مرجع $X=\{1,2,3,4\}$, $Y=\{1,2,3,4,5,6\}$را برای یک مبدل حرارتی در نظر می‌گیریم که X مجموعه مرجع دماهای نرمال شده و Y مجموعه مرجع فشارهای نرمال‌شده می‌باشد. مجموعه‌های B,A به ترتیب بر مجموعه‌های مرجع Y,X به صورت $A=\{2,3\}$, $B=\{3,4\}$ تعریف می شوند که می‌توان آنها را به شکل زیر نمایش داد:

$$A=\left\{\frac{0}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{0}{4}\right\}$$

$$B=\left\{\frac{0}{1}+\frac{0}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{0}{5}+\frac{0}{6}\right\}$$

منطق کلاسیک

قانون $if\ \ A\ \ then\ \ B$ یعنی اگر دما یکی از دماهای مجموعه A باشد، آنگاه فشار یکی از اعضاء مجموعه B خواهد بود، به صورت رابطه R قابل نمایش است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\overline{A} = \left\{\tfrac{1}{1} + \tfrac{0}{2} + \tfrac{0}{3} + \tfrac{1}{4}\right\}$$

$$Y = \left\{\tfrac{1}{1} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6}\right\}$$

$$\overline{A} \times Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \left(A \times B\right) \cup \left(\overline{A} \times Y\right) = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

منطق کلاسیک

اگر مجموعه $C=\{5,6\}$ بر مجموعه Y مرجع تعریف شده باشد:

$$C=\left\{\tfrac{0}{1}+\tfrac{0}{2}+\tfrac{0}{3}+\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{5}+\tfrac{1}{6}\right\}$$

و قانون $if\ \ A\ \ then\ \ B\ \ else\ \ C$ به وسیله R' قابل نمایش است:

$$\overline{A}\times C=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&1\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}$$

$$R'=\left(A\times B\right)\cup\left(\overline{A}\times C\right)=\begin{array}{c|c} & \begin{matrix}1&2&3&4&5&6\end{matrix}\\ \begin{matrix}1\\2\\3\\4\end{matrix} & \begin{bmatrix}0&0&0&0&1&1\\0&0&1&1&0&0\\0&0&1&1&0&0\\0&0&0&0&1&1\end{bmatrix}\end{array}$$

منطق فازی

منطق فازی:

اگر داشته باشیم:

$$\tilde{v}(A) = true = \left\{ \frac{0.6}{0.5} + \frac{0.7}{0.6} + \frac{0.8}{0.7} + \frac{0.9}{0.8} + \frac{1}{0.9} + \frac{1}{1} \right\}$$

آنگاه خواهیم داشت:

$$\neg\tilde{v}(A) = \left\{ \frac{1}{0} + \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.3} + \frac{1}{0.4} + \frac{0.4}{0.5} + \frac{0.3}{0.6} + \frac{0.2}{0.7} + \frac{0.1}{0.8} \right\}$$

منطق سه مقداره:

هر گزاره می‌تواند یکی از مقادیر زبانی "درست"، "نادرست" یا "نمی‌دانم" را اختیار کند که با نمادهای $T, F, T+F$ نمایش داده می‌شوند.

منطق فازی

منطق سه مقداره:

$\wedge$	T	F	$T+F$
T	T	F	$T+F$
F	F	F	F
$T+F$	$T+F$	F	$T+F$

$\vee$	T	F	$T+F$
T	T	T	T
F	F	F	$T+F$
$T+F$	T	$T+F$	$T+F$

	$\neg$
T	F
F	T
$T+F$	$T+F$

منطق فازی

مثال: اگر مجموعه مرجع $v=\{0,0.1,0.2,\ldots,1\}$ باشد و داشته باشیم:

$$\text{"درست"}=\left\{\frac{0.9}{0.8}+\frac{1}{0.9}+\frac{1}{1}\right\}$$

$$\text{"کم‌وبیش درست"}=\left\{\frac{0.2}{0.6}+\frac{0.4}{0.7}+\frac{0.7}{0.8}+\frac{1}{0.9}+\frac{1}{1}\right\}$$

$$\text{"تقریباً درست"}\left\{\frac{0.9}{0.8}+\frac{1}{0.9}+\frac{0.8}{1}\right\}$$

آنگاه حاصل عبارت "کم‌وبیش درست" یا "تقریباً درست" را به دست می‌آوریم:

"کم‌وبیش درست $\vee$ تقریباً درست"

$$=\left\{\frac{0.9}{0.8}+\frac{1}{0.9}+\frac{1}{1}\right\}\vee\left\{\frac{0.2}{0.6}+\frac{0.4}{0.7}+\frac{0.7}{0.8}+\frac{1}{0.9}+\frac{1}{1}\right\}$$

$$=\left\{\frac{0.2}{0.6}+\frac{0.4}{0.7}+\frac{0.9}{0.8}+\frac{1}{0.9}+\frac{1}{1}\right\}$$

منطق فازی

مثال: دو مجموعه مرجع $X=\{1,2,3,4\}$, $Y=\{1,2,3,4,5,6\}$ را برای مشخصات بدنی شخص و رشته‌های ورزشی در نظر می‌گیریم. یعنی هر یک از اعضاء X بیانگر یک مشخصه بدنی مثل قد، وزن و ... است و هر یک از اعضاء Y نمایانگر یک رشته ورزشی می‌باشد.

دو عبارت $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ بر مجموعه‌های Y,X به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{A}=\left\{\frac{0.6}{2}+\frac{1}{3}+\frac{0.2}{4}\right\}$$

$$\tilde{B}=\left\{\frac{0.4}{2}+\frac{1}{3}+\frac{0.8}{4}+\frac{0.3}{5}\right\}$$

منطق فازی

عبارت $\tilde{B} \Rightarrow \tilde{A}$ طبق تعریف ، توسط رابطه $R=\left(A\times B\right)\cup\left(\overline{A}\times Y\right)$ قابل نمایش است. سپس داریم:

$$\tilde{A}\times\tilde{B}=\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\4\end{array}\begin{bmatrix} \scriptstyle 1 & \scriptstyle 2 & \scriptstyle 3 & \scriptstyle 4 & \scriptstyle 5 & \scriptstyle 6\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0&0.4&0.6&0.6&0.3&0\\ 0&0.2&1&0.8&0.3&0\\ 0&0.4&0.2&0.2&0.2&0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}\times Y=\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\4\end{array}\begin{bmatrix} \scriptstyle 1 & \scriptstyle 2 & \scriptstyle 3 & \scriptstyle 4 & \scriptstyle 5 & \scriptstyle 6\\ 1&1&1&1&1&1\\ 0.4&0.4&0.4&0.4&0.4&0.4\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0.8&0.8&0.8&0.8&0.8&0.8 \end{bmatrix}$$

منطق فازی

$$\tilde{R} = max\left(\tilde{A}\times\tilde{B}, \overline{\tilde{A}}\times Y\right) = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}\begin{bmatrix} \overset{1}{1} & \overset{2}{1} & \overset{3}{1} & \overset{4}{1} & \overset{5}{1} & \overset{6}{1} \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix}$$

یعنی عبارت $\tilde{A} \Rightarrow \tilde{B}$ توسط رابطه $\tilde{B}$ قابل نمایش است . این رابطه بیانگر آن است که شخصی که دارای مشخصات بدنی $\tilde{A}$ است، به میزان درجات مشخص شده در $\tilde{B}$ برای هر یک از شش رشته ورزشی شماره‌های ۱ تا ۶ مناسب می‌باشد.

استدلال تقریبی و محتمل

پیش فرض: A "درست" است.

دلالت: اگر A "درست" باشد آنگاه B "درست" است.

نتیجه: B "درست" است.

هر یک از این مفاهیم را با استفاده از سه حالت زیر به صورت عمومی تر در نظر می گیریم:

۱. می توان مفهوم دلالت را اصلاح کرد.

۲. می توان جملات و گزاره‌ها را از حالت قطعی خارج کرد.

۳. مجموعه‌های B, A را به صورت مجموعه‌های فازی در نظر بگیریم.

استدلال تقریبی و محتمل

هفت گونه از این تعابیر را می توان در زیر مشاهده کرد که در آنها، x بیانگر درجه درستی، y بیانگر مقدار قابل انتظار و I بیانگر درجه حاصله از درستی دلالت است:

$$\textbf{Early Zadeh}: \; I_m(x,y) = max\left(1-x\,,\, min(x,y)\right)$$

$$\textbf{Lukasiewicz}: \; I_a(x,y) = min\left(1\,,\, 1-x+y\right)$$

$$\textbf{Minimum (mamdani)}: \; I_c(x,y) = min\left(x,y\right)$$

$$\textbf{Standard Star (Godel)}: \; I_g(x,y) = \begin{cases} 1 & x \le y \\ y/z & else \quad here \end{cases}$$

$$\textbf{Kleene – Dienes}: \; I_b(x,y) = max\left(1-x\,,y\right)$$

$$\textbf{Gaines}: \; I_\Delta(x,y) = \begin{cases} 1 & x \le y \\ y/z & else \quad where \end{cases}$$

$$\textbf{Yager}: \; I_E(x,y) = y^x$$

استدلال تقریبی و محتمل

از جمله خواص ممکن برای این تعابیر، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- تقارن عکس نقیض:

$$v(A \to B) = v(\neg B \to \neg A)$$

۲- اصل معاوضه:

$$v(A \to (B \to C)) = v(B \to (A \to C))$$

۳- یکنوایی:

$$v(A \to B) \ge v(C \to D) \quad if$$
$$v(A) \le v(C) \quad and\,/\,or \quad v(B) \ge v(D)$$

۴- شرط مرزی:

اگر $v(A) \le v(B)$ آنگاه $v(A \to B) = 1$

۵- اصل بی طرفی:

اگر T جمله همیشه درست باشد، آنگاه $v(T \to A) = v(A)$

۶- پیوستگی:

$v(A \to B)$ همیشه نسبت به آرگومانهایش پیوسته می‌باشد.

استدلال تقریبی و محتمل

اگر تبعیت از این شروط را ملاک خوب بودن هر یک از تعاریف یا تعابیر دلالت بدانیم می‌توانیم مجموعه" عملگرهای دلالت خوب" را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\left\{ \frac{1/3}{I_M} + \frac{1}{I_a} + \frac{1/2}{I_C} + \frac{2/3}{I_g} + \frac{5/6}{I_b} + \frac{1/2}{I_\Delta} + \frac{1/2}{I_E} \right\}$$

خواص اپراتورهای دلالت:

	I_m	I_a	I_c	I_g	I_b	I_Δ	I_E
عکس نقیض	N	Y	N	N	Y	N	N
اصل معاوضه	N	Y	Y	Y	Y	N	Y
یکنوایی	N	Y	N	Y	Y	Y	Y
شرط مرزی	N	Y	N	Y	N	Y	N
اصل بی طرفی	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
پیوستگی	Y	Y	Y	N	Y	N	N

استدلال تقریبی و محتمل

تعریف: اگر $\tilde{A}, \tilde{A}', \tilde{B}, \tilde{B}'$ عبارات فازی باشند، وضع یت مقدم تعمیم یافته به این صورت تعریف خواهد شد:

پیشفرض: $X, \tilde{A}'$ است

دلالت: اگر $X, \tilde{A}$ باشد آنگاه $y, \tilde{B}$ است

نتیجه: $y, \tilde{B}'$ است

مثال:

پیشفرض: گوجه کاملاً قرمز است.

دلالت: اگر گوجه قرمز باشد، آنگاه گوجه رسیده است.

نتیجه: گوجه کاملاً رسیده است.

استدلال تقریبی و محتمل

تعریف ۸-۶: اگر A, A' مجموعه‌های فازی تعریف شده بر X و $\tilde{B}', \tilde{B}$ مجموعه‌های فازی تعریف شده بر Y باشند و رابطه فازی $\tilde{R} = (x, y)$ تعریف شده بر $X \times Y$ معرف قانون $if \ \tilde{A} \ then \ \tilde{B}$ باشد، با فرض درست بودن A' نتیجه استنتاج $\tilde{B}' = \tilde{A}' O \tilde{R}$ خواهد بود که در آن، O عملگر ترکیب می‌باشد.

استدلال تقریبی و محتمل

مثال: مجموعه مرجع $X=\{1,2,3,4\}$ را در نظر بگیرید و فرض کنید:

$$\tilde{A} = little\ numbers = \{(1,1),(2,0.6),(3,0.2),(4,0)\}$$

رابطه فازی "تقریباً مساوی" $\tilde{R}(x,y)$ است که به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

	1	**2**	**3**	**4**
1	1	0.5	0	0
2	0.5	1	0.5	0
3	0	0.5	1	0.5
4	0	0	0.5	1

استدلال تقریبی و محتمل

پیشفرض: x از اعداد کوچک است.

دلالت: x تقریباً برابر با y است.

نتیجه: y کم وبیش از اعداد کوچک است.

که در این قیاس $\tilde{A}' = \tilde{A}$ می‌باشد.

نتیجه این قیاس می‌تواند از رابطه ریاضی زیر به دست آید:

$$\tilde{B}' = \tilde{A}' O \tilde{R} = \max_x \min \{\mu_{\tilde{A}'}(x), \mu_{\tilde{B}'}(x,y)\}$$

$$= \{(1,1),(2,0.6),(3,0.5),(4,0.2)\}$$

استدلال تقریبی و محتمل

مثال: مثال انتخاب رشته ورزشی برای ورزشکاران با مشخصات فردی متفاوت را به خاطر بیاورید. در آنجا رابطه $\tilde{R}$ به شرح زیر به دست می آید:

$$\tilde{R} = max\left(\tilde{A}\times\tilde{B}, \overline{\tilde{A}}\times Y\right) = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.4 & 0.4 \\ 0 & 0.4 & 1 & 0.8 & 0.3 & 0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \end{bmatrix}$$

که این رابطه بیانگر قاعده $if \;\; \tilde{A} \;\; then \;\; \tilde{B}$ بوده، به این مفهوم است که شخص با داشتن مشخصات $\tilde{A}$ برای رشته ورزشی $\tilde{B}$ مناسب می‌باشد.

استدلال تقریبی و محتمل

حال اگر شخصی را با مشخصات فر دی مطابق $\tilde{A}' = \left\{\frac{0.5}{1}+\frac{1}{2}+\frac{0.3}{3}+\frac{0}{4}\right\}$ داشته باشیم مجموعه نتیجه $\tilde{B}'$ آن را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\tilde{B}'=\tilde{A}'O\tilde{R} = \left\{\frac{0.5}{1}+\frac{0.5}{2}+\frac{0.6}{3}+\frac{0.6}{4}+\frac{0.5}{5}+\frac{0.5}{6}\right\}$$

برای قاعده $if\ \tilde{A}\ then\ \tilde{B}, else\ \tilde{C}$ نیز می توان به طرز مشابه از رابطه فازی $\tilde{R}_1 = \left(\tilde{A}\times\tilde{B}\right)\cup\left(\overline{\tilde{A}}\times\tilde{C}\right)$ استفاده کرد و نتیجه را به صورت $\tilde{B}'=\tilde{A}'O\tilde{R}_1$ به دست آورد.

خلاصه مطالب

دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

- متغیرهای زبانی
- منطق
  - منطق کلاسیک
  - منطق فازی
- استدلال تقریبی و محتمل

با تشکر از توجه شما

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir