دانشگاه صنعتی شاهرود، مرکز آموزش‌های الکترونیکی

روشها و سیستمهای فازی

جلسه ششم: روابط فازی

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir

فهرست مطالب

- روابط فازی
- اپراتورهای روابط فازی
- ترکیب فازی
  - ترکیب ماکزیمم–مینیمم
  - ترکیب ماکزیمم–ضرب
  - ...
- خواص ترکیب ماکزیمم– مینیمم

روابط فازی

تعریف: اگر $X, Y \subseteq \mathbb{R}$ مجموعه‌های مرجع باشند آنگاه:

$$\tilde{R} = \left\{ \left((x,y), \mu_{\tilde{R}}(x,y) \right) \mid (x,y) \in X \times Y \right\}$$

یک *رابطه فازی* بر $X \times Y$ نامیده می‌شود.

مثال: اگر $X = Y = \mathbb{R}$ و $\tilde{R} :=$ به حد کافی بزرگتر از

آنگاه:

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq y \\ \dfrac{(x-y)}{10y} & \text{for } y < x \leq 11y \\ 1 & \text{for } x > 11y \end{cases}$$

روابط فازی

مثال: اگر $X=\{x_1,x_2,x_3\}$, $Y=\{y_1,y_2,y_3,y_4\}$ و به حد کافی بزرگتر از =: $\tilde{R}$

آنگاه:

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.8	1	0.1	0.7
x_2	0	0.8	0	0
x_3	0.9	1	0.7	0.8

$\tilde{Z}=$ y خیلی به x نزدیک است

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.4	0	0.9	0.6
x_2	0.9	0.4	0.5	0.7
x_3	0.3	0	0.8	0.5

روابط فازی

تعریف: اگر $X, Y \subseteq \mathbb{R}$ و

$$\tilde{A}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$$
$$\tilde{B}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{B}}(x)) \mid x \in X\}$$

آنگاه $\tilde{R} = \{[(x,y), \mu_{\tilde{R}}(x,y)] \mid (x,y) \in X \times Y\}$ یک رابطه فازی بر $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ خواهد بود اگر:

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y) \le \mu_{\tilde{A}}(x), \forall (x,y) \in X \times Y$$
$$\mu_{\tilde{R}}(x,y) \le \mu_{\tilde{B}}(y), \forall (x,y) \in X \times Y$$

به عبارت دیگر:

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y) \le min\{\mu_{\tilde{A}}(x).\mu_{\tilde{B}}(x)\}$$

اپراتورهای روابط فازی

تعریف: اگر $\tilde{R}$ و $\tilde{Z}$ دو رابطه فازی در یک فضای ضربی باشند، اجتماع و اشتراک آنها را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\mu_{\tilde{R}\cup\tilde{Z}}(x,y)=max\{\mu_{\tilde{R}}(x,y),\mu_{\tilde{Z}}(x,y)\} \qquad (x,y)\in X\times Y$$

$$\mu_{\tilde{R}\cap\tilde{Z}}(x,y)=min\{\mu_{\tilde{R}}(x,y),\mu_{\tilde{Z}}(x,y)\} \qquad (x,y)\in X\times Y$$

اپراتورهای روابط فازی

مثال: اگر $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ و $\tilde{R} :=$ به حد کافی بزرگتر از

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.4	0	0.9	0.6
x_2	0.9	0.4	0.5	0.7
x_3	0.3	0	0.8	0.5

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.8	1	0.1	0.7
x_2	0	0.8	0	0
x_3	0.9	1	0.7	0.8

$\tilde{Z} =$ y خیلی به x نزدیک است

$\tilde{R} \cap \tilde{Z}$

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.4	0	0.1	0.6
x_2	0	0.4	0	0
x_3	0.3	0	0.7	0.5

$\tilde{R} \cup \tilde{Z}$

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	0.8	1	0.9	0.7
x_2	0.9	0.8	0.5	0.7
x_3	0.9	1	0.8	0.8

اپراتورهای روابط فازی

دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

تعریف: اگر $\tilde{R} = \{[(x,y), \mu_{\tilde{R}}(x,y)] \mid (x,y) \in X \times Y\}$ یک رابطه فازی دوسویه باشد، تصویر اول، دوم و تصویر کلی آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{R}^{(1)} = \left\{ \left(x, \max_{y} \mu_{\tilde{R}}(x,y) \right) \mid (x,y) \in X \times Y \right\}$$

$$\tilde{R}^{(2)} = \left\{ \left(y, \max_{x} \mu_{\tilde{R}}(x,y) \right) \mid (x,y) \in X \times Y \right\}$$

$$\tilde{R}^{(T)} = \max_{x} \max_{y} \left\{ \left(\mu_{\tilde{R}}(x,y) \right) \mid (x,y) \in X \times Y \right\}$$

اپراتورهای روابط فازی

دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

مثال:

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	تصویر اول
x_1	0.1	0.2	0.4	0.8	1	0.8	**1**
x_2	0.2	0.4	0.8	1	0.8	0.6	**1**
x_3	0.4	0.8	1	0.8	0.4	0.2	**1**
تصویر دوم	**0.4**	**0.8**	**1**	**1**	**1**	**0.8**	**1**

اپراتورهای روابط فازی

تعریف: $\tilde{R}_{qL} \subset X$ را رابطه بزرگترین در X می‌گوییم که از رابطه تصویرشده $\tilde{R}_q$ به دست آمده است.

$\tilde{R}_{qL}$ را توسعه استوانه‌ای برای $\tilde{R}_q$ و در مقابل، $\tilde{R}_q$ را پایه برای $\tilde{R}_{qL}$ می‌نامیم.

مثال:

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	Y_6
x_1	0.4	0.8	1	1	1	0.8
x_2	0.4	0.8	1	1	1	0.8
x_3	0.4	0.8	1	1	1	0.8

اپراتورهای روابط فازی

تعریف: اگر $\tilde{R}$ یک رابطه فازی در فضای $X = X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n$ باشد و $\tilde{R}_2 , \tilde{R}_1$ دو تصویر فازی در فضای $\left(X_s \times \ldots \times X_n\right), \left(X_1 \times \ldots \times X_r\right)$ باشند و شرط $s \le r+1$ برقرار باشد و $\tilde{R}_{2L} , \tilde{R}_{1L}$ توسعه استوانه‌ای روابط $\tilde{R}_2 , \tilde{R}_1$ باشند،

پیوند $\tilde{R}_2 , \tilde{R}_1$ به صورت $\tilde{R}_{2L} \cap \tilde{R}_{1L}$

و برخورد آنها به صورت $\tilde{R}_{2L} \cup \tilde{R}_{1L}$

تعریف می‌شود.

ترکیب فازی

- ترکیب فازی
  - ترکیب ماکزیمم–مینیمم
  - ترکیب ماکزیمم–ضرب
  - ...

ترکیب ماکزیمم–مینیمم

تعریف: ترکیب ماکزیمم- مینیمم:

اگر $\tilde{R}_1\left(x\,,y\right)$ و $\tilde{R}_2\left(y,z\right)$ دو رابطه فازی مطابق شرط زیر باشند:

$$\left(x,y\right)\in X\times Y$$

$$\left(y,z\right)\in Y\times Z$$

ترکیب ماکزیمم- مینیمم دو رابطه $\tilde{R}_1\,,\tilde{R}_2$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{R}_1 \quad max\text{-}min\ \tilde{R}_2 : \tilde{R}_1 o \tilde{R}_2 \quad =$$

$$\left\{\left[\left(x,z\right),\max_{y}\left\{min\left\{\mu_{\tilde{R}_2}\left(x,y\right),\mu_{\tilde{R}_2}\left(y,z\right)\right\}\right\}\right] x\in X\,,y\in Y\,,z\in Z\right\}$$

ترکیب ماکزیمم–ضرب

تعریف: ترکیب ماکزیمم- ضرب:

اگر $\tilde{R}_1(x,y)$ و $\tilde{R}_2(x,y)$ دو رابطه فازی مطابق شرط زیر باشند:

$$(x,y)\in X\times Y$$

$$(y,z)\in Y\times Z$$

ترکیب ماکزیمم- ضرب دو رابطه $\tilde{R}_1 , \tilde{R}_2$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{R}_1 \underset{\bullet}{o} \tilde{R}_2(x,z)=\left\{\left[(x,z),\max_y\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y).\mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\right\}\right] \mid x\in X, y\in Y, z\in Z\right\}$$

ترکیب ماکزیمم–میانگین

تعریف: ترکیب ماکزیمم- میانگین:

اگر $\tilde{R}_1(x,y)$ و $\tilde{R}_2(x,y)$ دو رابطه فازی مطابق شرط زیر باشند:

$$(x,y)\in X\times Y$$

$$(y,z)\in Y\times Z$$

ترکیب ماکزیمم- میانگین دو رابطه $\tilde{R}_2,\tilde{R}_1$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{R}_1 \underset{av}{o} \tilde{R}_2(x,z)=\left\{\left[(x,z),\max_y\left\{\frac{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y)+\mu_{\tilde{R}_2}(y,z)}{2}\right\}\right] \mid x\in X, y\in Y, z\in Z\right\}$$

ترکیب ماکزیمم-*

$$\tilde{R}_1 \underset{*}{o} \tilde{R}_2 = \left\{ \left[(x,z), \max_y \left\{ \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) * \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) \right\} \right] x \in X, y \in Y, z \in Z \right\}$$

ترکیب فازی (مثال)

$\tilde{R}_1(x,y)$

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_1	0.1	0.2	0	1	0.7
x_2	0.3	0.5	0	0.2	1
x_3	0.8	0	1	0.4	0.3

$\tilde{R}_2(x,y)$

	z_1	z_2	z_3	z_4
y_1	0.9	0	0.3	0.4
y_2	0.2	1	0.8	0
y_3	0.8	0	0.7	1
y_4	0.4	0.2	0.3	0
y_5	0	1	0	0.8

$$min\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_1),\mu_{\tilde{R}_2}(y_1,z_1)\right\}=min\{0.1,0.9\}=0.1$$

$$min\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_2),\mu_{\tilde{R}_2}(y_2,z_1)\right\}=min\{0.2,0.2\}=0.2$$

$$min\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_3),\mu_{\tilde{R}_2}(y_3,z_1)\right\}=min\{0,0.8\}=0$$

$$min\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_4),\mu_{\tilde{R}_2}(y_4,z_1)\right\}=min\{1,0.4\}=0.4$$

$$min\left\{\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_5),\mu_{\tilde{R}_2}(y_5,z_1)\right\}=min\{0.7,0\}=0$$

$$\begin{aligned}\tilde{R}_1 \underset{\bullet}{o} \tilde{R}_2(x_1,z_1)&=\left((x_1,z_1),\mu_{\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2}(x_1,z_1)\right)\\&=\left((x_1,z_1),max(0.1,0.2,0,0.4,0)\right)\\&=\left((x_1,z_1),0.4\right)\end{aligned}$$

ترکیب فازی (مثال)

$\tilde{R}_1(x, y)$

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_1	0.1	0.2	0	1	0.7
x_2	0.3	0.5	0	0.2	1
x_3	0.8	0	1	0.4	0.3

$\tilde{R}_2(x, y)$

	z_1	z_2	z_3	z_4
y_1	0.9	0	0.3	0.4
y_2	0.2	1	0.8	0
y_3	0.8	0	0.7	1
y_4	0.4	0.2	0.3	0
y_5	0	1	0	0.8

ترکیب ماکزیمم-مینیمم

	z_1	z_2	z_3	z_4
x_1	0.4	0.7	0.3	0.7
x_2	0.3	1	0.5	0.8
x_3	0.8	0.3	0.7	1

ترکیب فازی (مثال)

$\tilde{R}_1(x,y)$

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_1	0.1	0.2	0	1	0.7
x_2	0.3	0.5	0	0.2	1
x_3	0.8	0	1	0.4	0.3

$\tilde{R}_2(x,y)$

	z_1	z_2	z_3	z_4
y_1	0.9	0	0.3	0.4
y_2	0.2	1	0.8	0
y_3	0.8	0	0.7	1
y_4	0.4	0.2	0.3	0
y_5	0	1	0	0.8

$x = x_1, z = z_1, y = y_i; i = 1,\dots,5$

$\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_1).\mu_{\tilde{R}_2}(y_1,z_1) = 0.1\cdot 0.9 = 0.09$

$\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_2).\mu_{\tilde{R}_2}(y_2,z_1) = 0.2\cdot 0.2 = 0.04$

$\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_3).\mu_{\tilde{R}_2}(y_3,z_1) = 0\cdot 0.8 = 0$

$\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_4).\mu_{\tilde{R}_2}(y_4,z_1) = 1\cdot 0.4 = 0.4$

$\mu_{\tilde{R}_1}(x_1,y_5).\mu_{\tilde{R}_2}(y_5,z_1) = 0.7\cdot 0 = 0$

$$\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2(x_1,y_1) = \left\{\left(x_1,y_1\right),\mu_{\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2}\left(x_1,z_1\right)\right\}$$
$$= \left(\left(x_1,z_1\right), max\left(0,0.9,0.04,0,0.4,0\right)\right)$$
$$= \left(\left(x_1,z_1\right),0.4\right)$$

ترکیب فازی (مثال)

$\tilde{R}_1(x, y)$

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_1	0.1	0.2	0	1	0.7
x_2	0.3	0.5	0	0.2	1
x_3	0.8	0	1	0.4	0.3

$\tilde{R}_2(x, y)$

	z_1	z_2	z_3	z_4
y_1	0.9	0	0.3	0.4
y_2	0.2	1	0.8	0
y_3	0.8	0	0.7	1
y_4	0.4	0.2	0.3	0
y_5	0	1	0	0.8

ترکیب ماکزیمم-ضرب

	z_1	z_2	z_3	z_4
x_1	0.4	0.7	0.3	0.56
x_2	0.27	1	0.4	0.8
x_3	0.8	0.3	0.7	1

ترکیب فازی (مثال)

$\tilde{R}_1(x,y)$

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_1	0.1	0.2	0	1	0.7
x_2	0.3	0.5	0	0.2	1
x_3	0.8	0	1	0.4	0.3

$\tilde{R}_2(x,y)$

	z_1	z_2	z_3	z_4
y_1	0.9	0	0.3	0.4
y_2	0.2	1	0.8	0
y_3	0.8	0	0.7	1
y_4	0.4	0.2	0.3	0
y_5	0	1	0	0.8

ترکیب ماکزیمم-میانگین

	z_1	z_2	z_3	z_4
x_1	0.7	0.85	0.65	0.75
x_2	0.6	1	0.65	0.9
x_3	0.9	0.65	0.85	1

خواص ترکیب ماکزیمم–مینیمم

- شرکت پذیری
- انعکاسی
- تقارنی و پادتقارنی
- تعدی یا تراگذری
- ....

خواص ترکیب ماکزیمم–مینیمم

شرکت پذیری:

$$\left(\tilde{R}_3 o \tilde{R}_2\right) o \tilde{R}_1 = \tilde{R}_3 o \left(\tilde{R}_2 o \tilde{R}_1\right)$$

توان سوم یک رابطه فازی:

$$\tilde{R}_1 o \tilde{R}_1 o \tilde{R}_1 = \tilde{R}_1^{\ 3}$$

تعریف ۵-۱۰: اگر

یک رابطه فازی در

باشد

یک رابطه

خاصیت انعکاسی

تعریف: اگر $\tilde{R}$ یک رابطه فازی در $X \times X$ باشد، $\tilde{R}$ یک رابطه انعکاسی خواهد بود اگر:

$$\mu_{\tilde{R}}(x,x) = 1 \qquad \forall x \in X$$

$\tilde{R}$ یک رابطه ε–انعکاسی است اگر:

$$\mu_{\tilde{R}}(x,x) \geq \varepsilon \qquad \forall x \in X$$

به رابطه $\tilde{R}$ انعکاسی ضعیف می‌گوئیم اگر:

$$\left.\begin{array}{l} \mu_{\tilde{R}}(x,y) \leq \mu_{\tilde{R}}(x,x) \\ \mu_{\tilde{R}}(y,x) \leq \mu_{\tilde{R}}(x,x) \end{array}\right\} \qquad \forall x,y \in X$$

تعریف ۵-۱۰: اگر
یک رابطه فازی در
باشد
یک رابطه

خاصیت انعکاسی (مثال)

مثال: رابطه"y به x نزدیک است" که با ماتریس رابطه‌ای زیر بیان می‌شود یک رابطه انعکاسی است.

	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	1	0	0.2	0.3
x_2	0	1	0.1	1
x_3	0.2	0.7	1	0.4
x_4	0	1	0.4	1

نکته: اگر $\tilde{R}_1 , \tilde{R}_2$ دو رابطه فازی انعکاسی باشند آنگاه ترکیب ماکزیمم- مینیمم $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ نیز انعکاسی خواهد بود.

تعریف ۵-۱۰: اگر
یک رابطه فازی در
باشد
یک رابطه

خاصیت تقارنی

تعریف: رابطه فازی $\tilde{R}$ دارای **خاصیت تقارنی** است اگر:

$$\tilde{R}(x,y) = \tilde{R}(y,x) \qquad \forall x,y \in X$$

تعریف: رابطه $\tilde{R}$ دارای **خاصیت پادتقارنی** است اگر برای $x \neq y$ های مختلف داشته باشیم:

$$\mu_{\tilde{R}}(y,x) \neq \mu_{\tilde{R}}(x,y) \qquad \text{یا} \qquad \mu_{\tilde{R}}(y,x) \leq \mu_{\tilde{R}}(x,y) = 0$$

اگر به ازای $x \neq y$ و $\mu_{\tilde{R}}(x,y) > 0$ بتوان نتیجه گرفت: $\mu_{\tilde{R}}(y,x) = 0$ آنگاه چنین رابطه‌ای دارای **خاصیت کاملاً پادتقارنی** است.

تعریف ۵.۱۰. اگر
یک رابطه فازی در
باشد
یک رابطه

خاصیت تقارنی (مثال)

غیر متقارن

$\tilde{R}_3$	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0.4	0.8	0.1	0.8
x_2	0.8	1	0	0.2
x_3	0.1	0.6	0.7	0.1
x_4	0	0.2	0	0

پادتقارنی

$\tilde{R}_2$	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0.4	0	0.7	0
x_2	0	1	0.9	0.6
x_3	0.8	0.4	0.7	0.4
x_4	0	0.1	0	0

کاملا پادتقارنی

$\tilde{R}_1$	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0.4	0	0.1	0.8
x_2	0.8	1	0	0
x_3	0	0.6	0.7	0
x_4	0	0.2	0	0

تعریف ۵-۱۰: اگر

یک رابطه فازی در
باشد

یک رابطه

خاصیت تعدی یا تراگذری

تعریف: رابطه فازی $\tilde{R}$ دارای خاصیت تعدی (تراگذری) می‌باشد اگر:

$$\tilde{R} o \tilde{R} \subseteq \tilde{R}$$

مثال: رابطه $\tilde{R}$ را به صورت یک ماتریس رابطه‌ای در نظر بگیرید:

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0.2	1	0.4	0.4
x_2	0	0.6	0.3	0
x_3	0	1	0.3	0
x_4	0.1	1	1	0.1

با ترکیب ماکزیمم- مینیمم رابطه $\tilde{R} o \tilde{R}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	0.2	0.6	0.4	0.2
x_2	0	0.6	0.3	0
x_3	0	0.6	0.3	0
x_4	0.1	1	0.3	0.1

$$\mu_{\tilde{R} o \tilde{R}}(x, y) \leq \mu_{\tilde{R}}(x, y)$$

خواص ترکیب ماکزیمم–مینیمم

۱- اگر $\tilde{R}_1$ یک رابطه انعکاسی و $\tilde{R}_2$ یک رابطه دلخواه فازی باشد آنگاه:

$$\tilde{R}_2 \subseteq \tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$$
$$\tilde{R}_2 \subseteq \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$$

۲- اگر $\tilde{R}$ انعکاسی باشد آنگاه: $\tilde{R} \subseteq \tilde{R} o \tilde{R}$

۳- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$ روابط انعکاسی باشند آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ نیز انعکاسی خواهد بود.

۴- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$روابط تقارنی باشند آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ رابطه تقارنی خواهد بود اگر $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2 = \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$

۵- اگر $\tilde{R}$ تقارنی باشد هر توان از آن نیز تقارنی خواهد بود.

۶- اگر $\tilde{R}$ دارای خاصیتهای تقارنی و متعدی باشد، آنگاه به ازای $\forall x, y \in X$ خواهیم داشت:

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) \le \mu_{\tilde{R}}(x, x)$$

۷- اگر $\tilde{R}$ انعکاسی و متعدی باشد آنگاه $\tilde{R} o \tilde{R} = \tilde{R}$

۸- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$ متعدی باشند و $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2 = \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$ آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ نیز متعدی است.

تعریف ۵-۱: اگر

یک رابطه فازی در

باشد

یک رابطه

خواص ترکیب ماکزیمم–ضرب

۱- اگر $\tilde{R}_1$ یک رابطه انعکاسی و $\tilde{R}_2$ یک رابطه دلخواه فازی باشد آنگاه:

$$\tilde{R}_2 \subseteq \tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$$
$$\tilde{R}_2 \subseteq \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$$

۲- اگر $\tilde{R}$ انعکاسی باشد آنگاه: $\tilde{R} \subseteq \tilde{R} o \tilde{R}$

۳- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$ روابط انعکاسی باشند آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ نیز انعکاسی خواهد بود.

۴- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$روابط تقارنی باشند آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ رابطه تقارنی خواهد بود اگر $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2 = \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$

۵- اگر $\tilde{R}$ تقارنی باشد هر توان از آن نیز تقارنی خواهد بود.

۶- اگر $\tilde{R}$ دارای خاصیتهای تقارنی و متعدی باشد، آنگاه به ازای $\forall x, y \in X$ خواهیم داشت:

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) \le \mu_{\tilde{R}}(x, x)$$

۷- اگر $\tilde{R}$ انعکاسی و متعدی باشد آنگاه $\tilde{R} o \tilde{R} = \tilde{R}$

۸- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$ متعدی باشند و $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2 = \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$ آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ نیز متعدی است.

خواص ترکیب ماکزیمم–میانگین

۱- اگر $\tilde{R}_1$ یک رابطه انعکاسی و $\tilde{R}_2$ یک رابطه دلخواه فازی باشد آنگاه:

$$\tilde{R}_2 \subseteq \tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$$
$$\tilde{R}_2 \subseteq \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$$

۲- اگر $\tilde{R}$ انعکاسی باشد آنگاه: $\tilde{R} \subseteq \tilde{R} o \tilde{R}$

۳- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$ روابط انعکاسی باشند آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ نیز انعکاسی خواهد بود.

۴- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$روابط تقارنی باشند آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ رابطه تقارنی خواهد بود اگر $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2 = \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$

۵- اگر $\tilde{R}$ تقارنی باشد هر توان از آن نیز تقارنی خواهد بود.

۶- اگر $\tilde{R}$ دارای خاصیتهای تقارنی و متعدی باشد، آنگاه به ازای $\forall x, y \in X$ خواهیم داشت:
$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) \le \mu_{\tilde{R}}(x, x)$$

۷- اگر $\tilde{R}$ انعکاسی و متعدی باشد آنگاه $\tilde{R} o \tilde{R} = \tilde{R}$

۸- اگر $\tilde{R}_2, \tilde{R}_1$ متعدی باشند و $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2 = \tilde{R}_2 o \tilde{R}_1$ آنگاه $\tilde{R}_1 o \tilde{R}_2$ نیز متعدی است.

خلاصه مطالب

- روابط فازی
- اپراتورهای روابط فازی
- ترکیب فازی
  - ترکیب ماکزیمم-مینیمم
  - ترکیب ماکزیمم-ضرب
  - ...
- خواص ترکیب ماکزیمم- مینیمم

با تشکر از توجه شما

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir