دانشگاه صنعتی شاهرود، مرکز آموزش‌های الکترونیکی

روشها و سیستمهای فازی

جلسه شانزدهم: کاربردهای فازی در پردازش تصویر

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir

فهرست مطالب

- مقدمه‌ای بر کاربرد فازی در پردازش تصویر
- پردازش فازی تصاویر
  - نگاشت فازی، عملگرهای فازی، معکوس فازی
- مثالهایی از پردازش فازی تصاویر
- فیلترکردن در تصاویر
  - تبدیل فوریه یک‌بعدی
  - تبدیل فوریه دوبعدی
  - فیلترهای حوزه فرکانس
  - فیلترهای حوزه مکانی
  - بهبود عملکرد فیلترها

مقدمه

پردازش تصویر

- شبیه سازی سیستم بینایی چشم انسان

اغلب آنها غیر قابل اعتماد هستند، زیرا بر پایه منطقی دقیق و قطعی استوار شده‌اند.

پردازش تصویر دارای مفاهیمی غیرقطعی است:

- لبه
- روشنایی
- اندازه ویژگیها

پردازش فازی تصاویر

149	158	164
145	199	216
185	236	247

Original image

Fuzzification

0.58	0.61	0.64
0.56	0.77	0.84
0.72	0.92	0.96

Image in the fuzzy domain

Fuzzy processing

0.6	0.9	0.12
0.07	0.80	0.87
0.78	0.97	0.99

New fuzzy image

Defuzzification

17	24	31
20	205	225
200	250	255

New image

پردازش فازی تصاویر

- $I(x,y)$: تصویر اولیه
- F: مجموعه‌ای از نگاشتها برای نگاشت تصویر از فضای معمولی به فضای فازی
- $I_F(x,y)$: نگاشت تصویر اصلی به فضای فازی
- $I_F'(x,y)$: تصویر فازی پردازش‌یافته
- D : اپراتور نگاشت تصویر فازی به فضای مکانی
- $I'(x,y)$: نگاشت تصویر فازی به فضای مکانی (خروجی نهایی سیستم)

$$\boxed{I(x,y)} \rightarrow \boxed{F: I(x,y) \Rightarrow I_F(x,y)} \rightarrow \boxed{\Im[I_F(x,y)] = I_F'(x,y)} \rightarrow \boxed{D: I_F'(x,y) \Rightarrow I'(x,y)}$$

نگاشت فازی

تابع نگاشت فازی می‌تواند هر تابع عضویت دلخواهی مانند تابع مثلثی، ذوزنقه ای، تابع S گونه یا Z گونه، ... باشد. اگر L بیانگر مجموعه سطوح خاکستری تصویر باشد، روشنایی یک پیکسل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F(l) = ml + b \qquad l \epsilon L$$

نگاشت فازی

با استفاده از ∇ به عنوان عملگر گرادیان، می‌توان لبه‌ها را به صورت زیر تعریف کرد:

$$F(\nabla)=S(\nabla;a,b,c)=\begin{cases}0 & \nabla\le a\\ 2\left(\dfrac{x-a}{c-a}\right)^2 & a\le\nabla\le b\\ 1-2\left(\dfrac{x-a}{c-a}\right)^2 & b\le\nabla\le c\\ 1 & \nabla>c\end{cases}$$

- اصلاح نگاشتها به کمک اعمال ضرایب روی آن، به منظور کارآمدی بیشتر برای نمایش ویژگیها و مشخصات

مثلاً پیکسلهای نگاشت‌یافته می‌توانند روشن‌تر یا تاریک‌تر (با توجه به ضریب تعریف‌شده) از معمول باشند:

$$\alpha F(l)=\alpha(ml+b)$$

عملگرهای فازی

عملگر Contrast Intensification

$$INT(A)=\begin{cases}\int_{x\epsilon X} 2\left\{\mu_A^2(l)\,|\,l\right\} & 0\le\mu_A(x)\le 0.5\\ \int_{x\epsilon X} \left\{1-2(1-\mu_A^2(l))\,|\,l\right\} & 0.5\le\mu_A(x)\le 1\end{cases}$$

μ_A تابع عضویتی است که روی سطوح خاکستری تعریف می‌شود.

عملگرهای فازی

فیلتر میانگین

فیلتر میانگین در فضای فازی به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$I\left(X_j\right) = \frac{\sum_j^N \mu_{ij} I\left(X_j\right)}{\sum_j^N \mu_{ij}}$$

$I\left(x_j\right)$مقدار پیکسل در یک نقطه را نشان می‌دهد. تابع *Entropy* به صورت زیر است:

$$E_{(A)} = -\sum_{i=1}^{N} \mu_A\left(l_i\right) P\left(l_i\right) \log P\left(l_i\right)$$

همچنین، می‌توان عملگرها را به صورت مجموعه‌ای از قوانین به فرم زیر نوشت:

$$Rule \quad k : if \quad fuzzy \quad condition \quad k \quad then \quad fuzzy\ action\ k$$

معکوس فازی

عملگر معکوس فازی (برای عمل غیرفازی‌سازی) تصویر فازی را به فضای مکانی نگاشت می‌دهد تا ویژگیهای آن، پس از پردازشهای فازی لازم، به صورت مناسبی نمایش داده شود. این نگاشت به فرم کلی زیر می‌باشد:

$$D:(0,1)\Rightarrow(0,L-1)$$

فرض می شود سطوح قابل مشاهده، دارای L مقدار متمایز باشد. مثلاً L برای تصاویر خاکستری برابر با ۲۵۶ است. حالت کلی تابع در زیر دیده می‌شود:

$$D:\dot{D}\{\mu_A(x)\}\Rightarrow I'(x,y)$$

مثالهایی از پردازش فازی تصاویر

- مثالهایی از پردازش تصاویر به صورت فازی:
  - رقمی‌سازی فازی
  - تعریف فازی لبه
  - اندازه گیری ویژگیها به صورت فازی

رقمی‌سازی فازی

تابع فازی که بیانگر میزان عضویت یک پیکسل به کلاس اشیا است، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{1j} = \frac{\left(\text{gray level of } 1_j\right)}{255}$$

و برای تعیین میزان عضویت به کلاس پس زمینه می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\mu_{2j} = 1 - \mu_{1j}$$

مرکز هر کدام از کلاسها را می‌توان از فرمول زیر به دست آورد:

$$V_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} (\mu_{ij})^m X_j}{\sum_{j=1}^{n} (\mu_{ij})^m}$$

رقمی‌سازی فازی

توابع عضویت را می‌توان به کمک مراکز جدید با فرمول زیر به‌روزرسانی کرد:

$$\mu_{ij} = \frac{\left(\dfrac{1}{d^2(X_j, V_i)}\right)^{\frac{1}{m-1}}}{\sum_{i=1}^{c}\left(\dfrac{1}{d^2(X_j, V_i)}\right)}$$

که $d^2\left(X_j, V_i\right)$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$d^2\left(X_j, V_i\right) = \left(X_j - V_i\right)^T \left(X_j - V_i\right)$$

در پایان، تابع هدف را که می‌خواهیم بهینه شود، به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$J_m = \sum_{i=1}^{c}\sum_{j=1}^{n}(\mu_{ij})^m d^2\left(X_j, V_i\right)$$

تعریف فازی لبه

در یک دید کلی، عملیات انجام‌شده روی تصویر دارای مراحل زیر می‌باشد:

۱. به دست آوردن گرادیان تصویر اصلی:

$$\nabla : I \Rightarrow I_e$$

۲. مشخص کردن تعلق یک پیکسل به کلاس لبه‌ها به روش زیر:

$$if \left| p_{ed} - c_i \right| < \left| p_{ed} - \mathrm{c_j} \right| \text{ for i, j} = 1, 2, \ldots, 5 \ \ (\mathrm{i} \neq \mathrm{j})$$

$$\text{then } \mathrm{p_{ed}} \epsilon \mathrm{E_{li}} \text{ and mark } p_{\mathrm{ed}} \ \ as\, level\, i$$

که C_i مرکز کلاس لبه‌ها را نشان می‌دهد.

۳. مرکز هر کلاس را می‌توان مطابق با روش بیان‌شده در مرحله قبل محاسبه نمود.

اندازه گیری ویژگیها به صورت فازی

تابع مشخص‌کننده مساحت یک شکل مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود که Q مجموعه نقاط شیء مورد مطالعه و PQ مجموعه نقاط قرار گرفته روی قطر آن را نشان می‌دهد:

$$Fuzzy\ Area = \sum_{x \epsilon Q} \mu(x)$$

تابع مشخص‌کننده قطر یک شکل، مطابق زیر است:

$$Fuzzy\ diameter = \sum_{x \epsilon \mathcal{P}Q} \mu(x)$$

فیلترکردن در تصاویر

دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

هدف: استخراج ویژگیهای دلخواه از تصاویر

ابزار: فیلترهای فرکانسی و مکانی

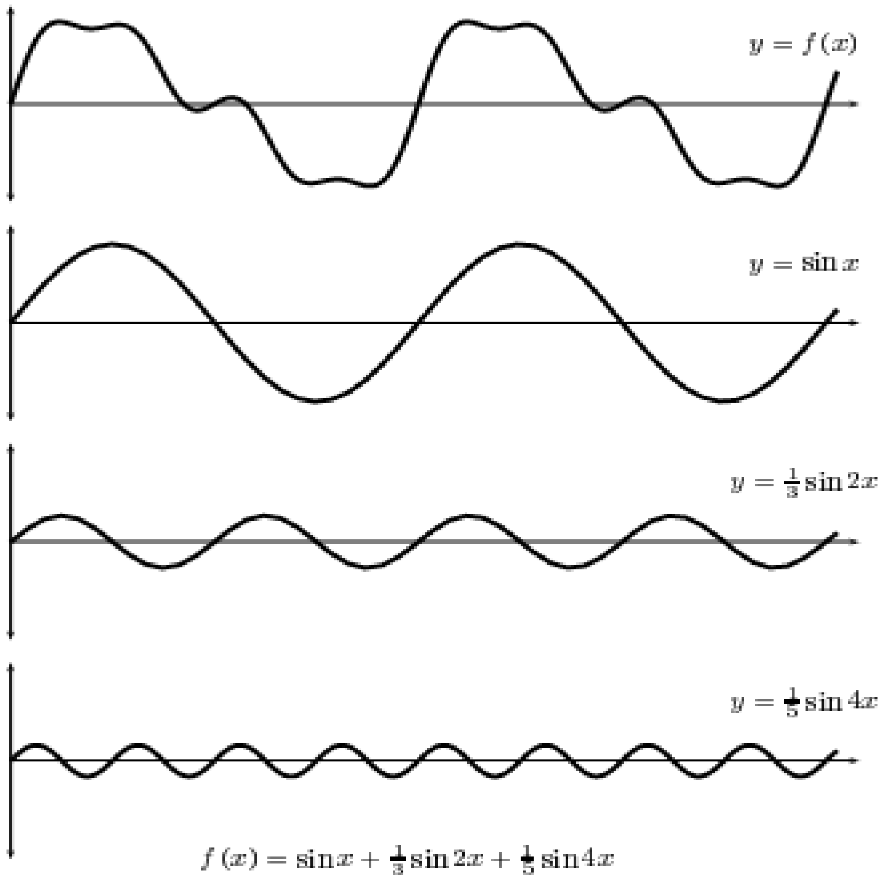
تبدیل فوریه: انتقال تصویر از حوزه مکان به حوزه فرکانس

- انجام عملیاتی که در حوزه مکان روی تصویر، پیچیده یا غیرممکن بود، بتواند در حوزه فرکانس بسیار کارآمدتر انجام بگیرد.
- می‌توان فیلترهای مکانی بزرگ را که به زمان پردازش زیادی نیاز دارند، با معادل آن در حوزه فرکانس جایگزین کرد تا زمان پردازش کاهش یابد.
- امکان انجام اصلاحات روی یک طیف خاص فرکانسی برای طراحی فیلترهای بالاگذر و پایین‌گذر

تبدیل فوریه یک بعدی

دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

$$f(x) = \sin(x) + \frac{1}{3}\sin(3x) + \frac{1}{5}\sin(5x) + \frac{1}{7}\sin(7x) + \frac{1}{9}\sin(9x)$$

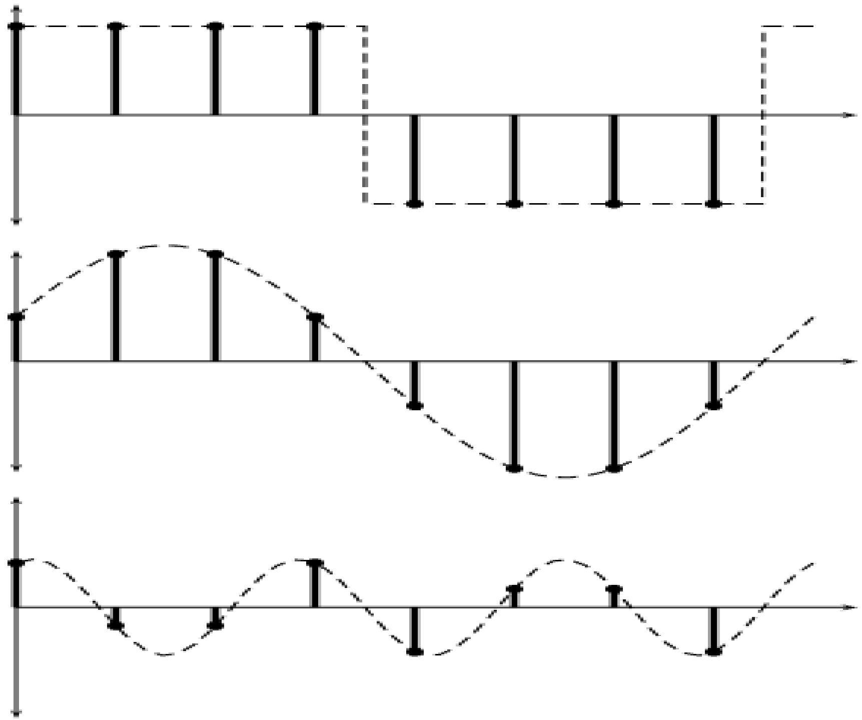


تبدیل فوریه یک بعدی

برای پردازش یک تصویر، می‌توان آن را به عنوان یک تابع گسسته فرض کرد که دارای جملات محدودی می‌باشد. به عنوان مثال، تابع گسسته و محدود زیر را فرض می کنیم:

۱ ۱ ۱ ۱ -۱ -۱ -۱ -۱

می‌توان این تابع را به کمک دو تابع سینوسی گسسته تقریب زد.



تبدیل فوریه یک بعدی

حال تبدیل فوریه گسسته یک‌بعدی را تعریف می‌کنیم. برای سریهای زمانی گسسته

$$\boldsymbol{f} = [f_0, f_1, f_2, \ldots, f_{N-1}]$$

تبدیل فوریه گسسته را می‌توان به صورت دنباله زیر نمایش داد:

$$\boldsymbol{F} = [F_0, F_1, F_2, \ldots, F_{N-1}]$$

که در آن:

$$F_u = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1} \exp\left[-2\pi i \frac{xu}{N}\right] f_x$$

با توجه به فرمول بالا، مشخص است که DFT یک تبدیل خطی می باشد.

برای تبدیل معکوس از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$x_u = \sum_{x=0}^{N-1} \exp\left[2\pi i \frac{xu}{N}\right] F_x$$

تبدیل فوریه دو بعدی

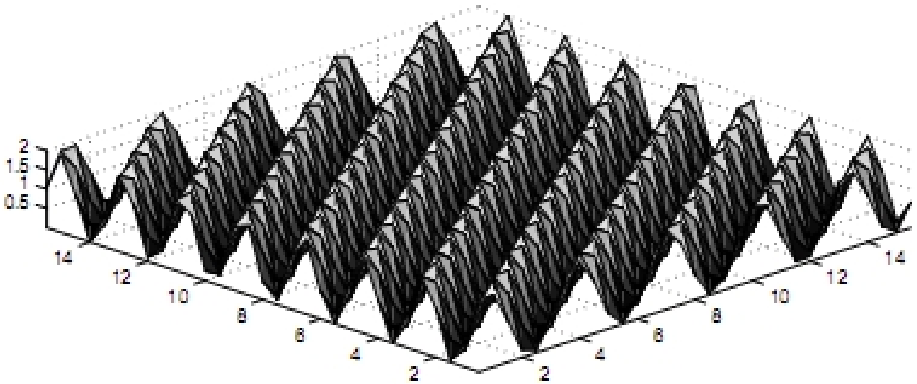
شکل کلی تبدیل فوریه دوبعدی و معکوس آن مانند زیر است که f بیانگر ماتریس ورودی بوده و $\boldsymbol{F}$ تبدیل‌یافته آن می‌باشد.

$$\boldsymbol{F} = F\left(f\right)$$

$$f = F^{-1}\left(\boldsymbol{F}\right)$$

برای نمایش تابع و انجام تبدیلات در فضای دوبعدی از تابع سینوسی زیر استفاده می‌کنیم:

$$z = \text{a}\sin\left(bx + cy\right)$$



تبدیل فوریه دو بعدی

اگر تصویر به صورت یک ماتریس M×N نمایش داده شود، آنگاه می‌توان تبدیل فوریه و معکوس تبدیل فوریه را به صورت زیر نمایش داد:

$$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\exp\left[-2\pi i\left(\frac{xu}{M}+\frac{yv}{N}\right)\right]$$

$$f(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} F(x,y)\exp\left[2\pi i\left(\frac{xu}{M}+\frac{yv}{N}\right)\right]$$

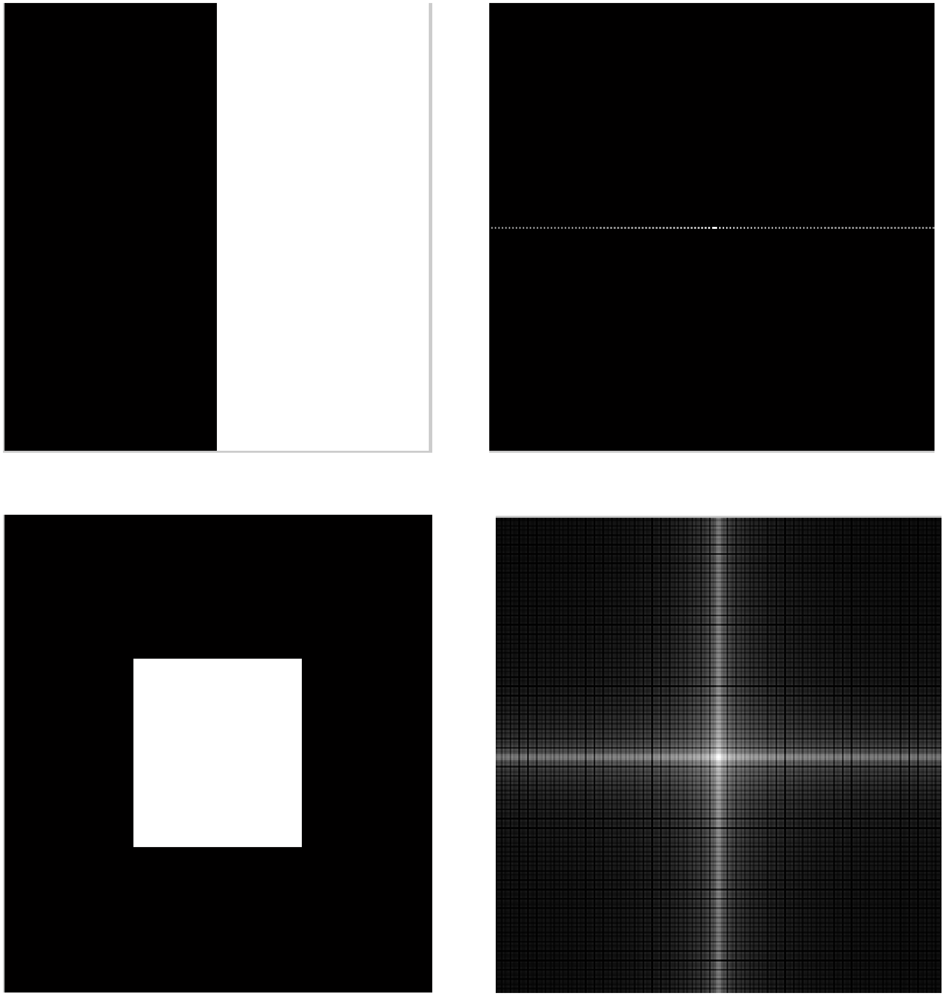
DFT دوبعدی علاوه بر خطی بودن، دارای خاصیت جداپذیری می‌باشد. توجه کنید که می‌توانیم تابع پایه داده‌شده را به صورت زیر نمایش دهیم:

$$\exp\left[2\pi i\left(\frac{xu}{M}+\frac{yv}{N}\right)\right]=exp\left[2\pi i\,\frac{xu}{M}\right]exp\left[2\pi i\,\frac{yv}{N}\right]$$

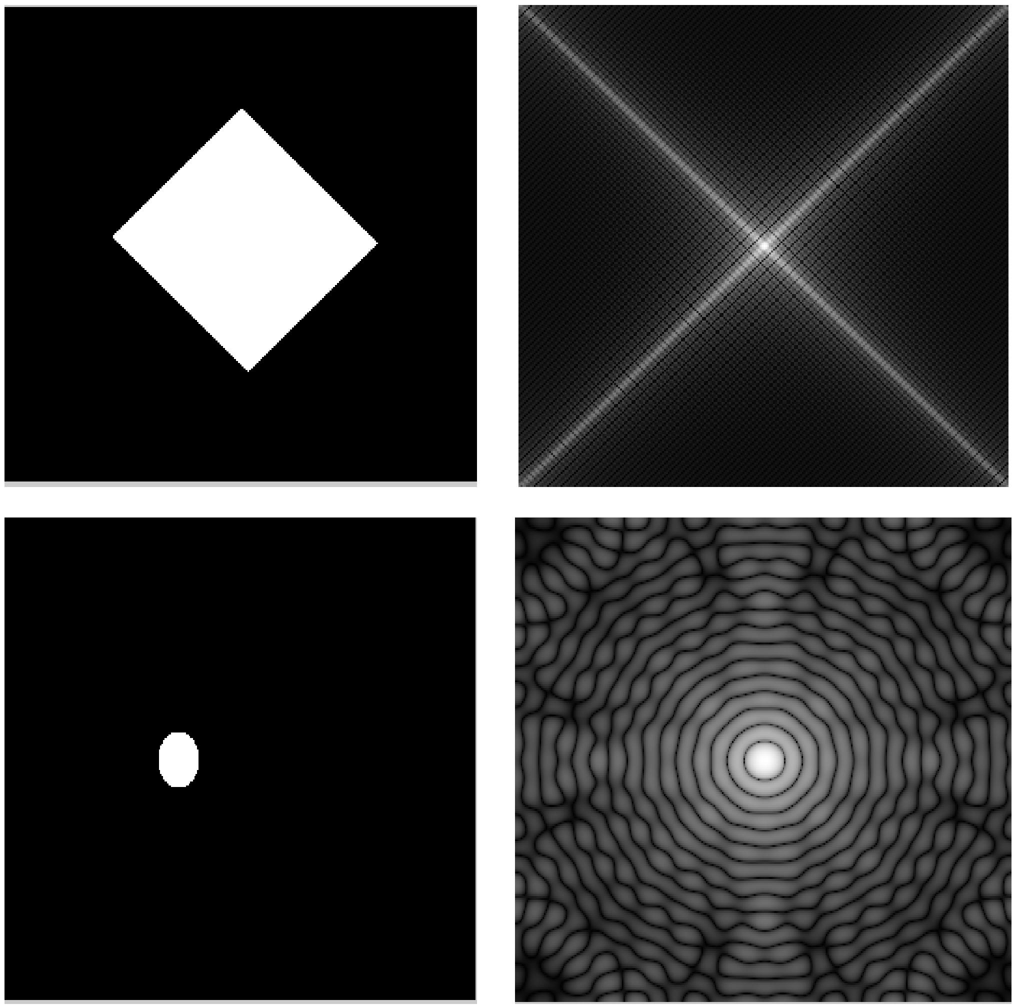
تبدیل فوریه دو بعدی

می‌توان تبدیل فوریه دوبعدی را معادل با دو تبدیل فوریه یک‌بعدی دانست. برای این کار، ابتدا یکبار بر روی سطرها تبدیل فوریه می گیریم. سپس برای نتیجه حاصل، تبدیل فوریه را نسبت به ستونها به دست می‌آوریم.

تبدیل فوریه دو بعدی



تبدیل فوریه دو بعدی



فیلترهای حوزه فرکانس

- فیلترهای حوزه فرکانس
  - فیلتر ایده آل
  - فیلتر Butterworth
  - فیلتر گوسی

فیلترهای حوزه فرکانس

- فیلتر ایده آل
  - فیلتر پایین گذر:

$$f(x)=\begin{cases}1 & if\ x<D\\ 0 & if\ x\geq D\end{cases}$$

  - فیلتر بالاگذر

$$f(x)=\begin{cases}1 & if\ x>D\\ 0 & if\ x\leq D\end{cases}$$

فیلترهای حوزه فرکانس

- فیلتر **Butterworth**

فیلتر پایین‌گذر:

$$f(x) = \frac{1}{1 + (x/D)^{2n}}$$

فیلتر بالاگذر:

$$f(x) = \frac{1}{1 + (D/x)^{2n}}$$

فیلترهای حوزه فرکانس

- **فیلتر گوسی**

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

مراحل کار برای این فیلتر در حوزه فرکانس، مطابق زیر می‌باشد:

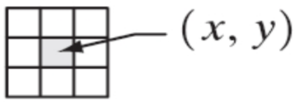
۱. ماتریس گوسی را به کمک تابع گوسی محاسبه می‌کنیم.

۲. ضرب عنصربه‌عنصر ماتریس حاصل و ماتریس تصویر را می‌یابیم.

- از نتیجه حاصل، معکوس فرکانس می‌گیریم.

فیلترهای حوزه مکانی

- فیلترهای حوزه مکانی
  - فیلتر میانگین
  - فیلتر گاوسی
  - فیلتر مرتبه‌ای



m(-1,-2)	m(-1,-1)	m(-1,0)	m(-1,1)	m(-1,2)
m(0,-2)	m(0,-1)	m(0,0)	m(0,1)	m(0,2)
m(1,-2)	m (1,-1)	m(1,0)	m(1,1)	m(1,2)

p(i-1,j-2)	P(i-1,j-1)	P(i-1,j)	P(i-1,j+1)	P(i-1,j+2)
p(i,j-2)	P(i,j-1)	P(i,j)	P(i,j+1)	P(i,j+2)
p(i+1,j-2)	P(i+1,j-1)	P(i+1,j)	P(i+1,j+1)	P(i+1,j+2)

$$\sum_{s=-1}^{1} \sum_{t=-2}^{2} m(s,t)\, p(i+s, j+t)$$

فیلترهای حوزه مکانی

گامهای زیر برای فیلترکردن انجام می‌شود:

۱. انتقال ماسک به مکان مناسب

۲. محاسبه حاصل‌ضربهای مقدار هر پیکسل در درایه متناظر آن در ماسک

۳. یافتن مجموع این حاصل‌ضربها

$$\sum_{s=-1}^{1} \sum_{t=-2}^{2} m(s,t)\, p(i+s, j+t)$$

فیلترهای حوزه مکانی

- فیلتر میانگین

برای ماسک به مرکزیت پیکسل با مقدار E مطابق زیر:

A	B	C
D	E	F
G	H	I

مقدار جدید این پیکسل از رابطه میانگین حاصل می‌شود:

$$E_{new} = \frac{1}{9}\left(A + B + C + D + E + F + G + H + I \right)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

فیلترهای حوزه مکانی

- فیلتر میانگین

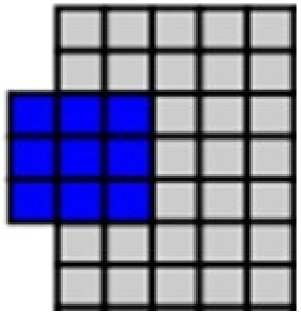
ممکن است مقادیر متناظر برای پیکسلهای یک ماسک، با یکدیگر متفاوت باشند. در این صورت، پیکسلهای مجاور با ضرایب متفاوتی در یافتن مقدار جدید دخالت دارند.

$$E_{new} = \left(A - 2B + C - 2D + 4E - 2F + G - 2H + I\right)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

فیلترهای حوزه مکانی

- فیلتر میانگین



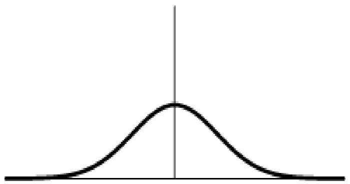
1. **نادیده‌گرفتن**
2. **توسعه حاشیه**

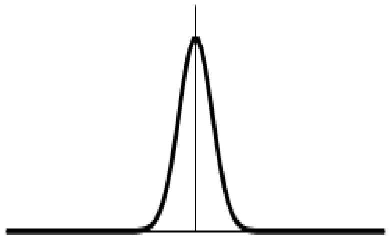
- برای پیکسلهای حاصل از توسعه، مقدار صفر را در نظر بگیریم.
- مقدار حاشیه را تکرار کنیم.
- تصویر را به صورت آینه‌وار تکرار کنیم.

فیلترهای حوزه مکانی

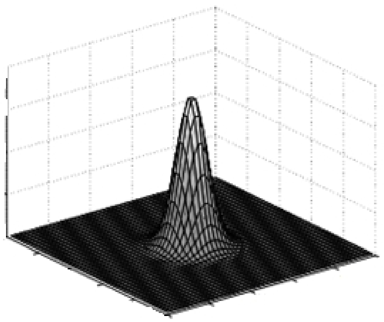
- فیلتر گاوسی

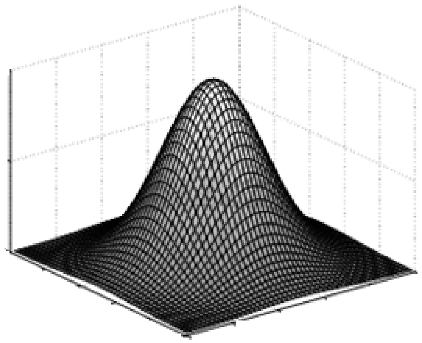
$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$





$$f(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$





فیلترهای حوزه مکانی

دانشگاه صنعتی شاهرود
مرکز آموزش های الکترونیکی

- فیلتر مرتبه ای

این فیلتر ابتدا مقادیر زیر ماسک را به ترتیب صعودی مرتب می کند.

سپس برای n عنصر، مقداری را که در مرتبه دلخواه (از ۱ تا n) قرار دارد انتخاب می‌نماید.

سه مورد از این n حق انتخاب، معروف‌تر می باشند:

- فیلتر ماکزیمم: $r = n$
- فیلتر مینیمم: $r = 1$
- فیلتر میانه: $r = (n+1)/2$ (برای n های فرد)

بهبود عملکرد فیلترها

هدف از پردازش تصویر:

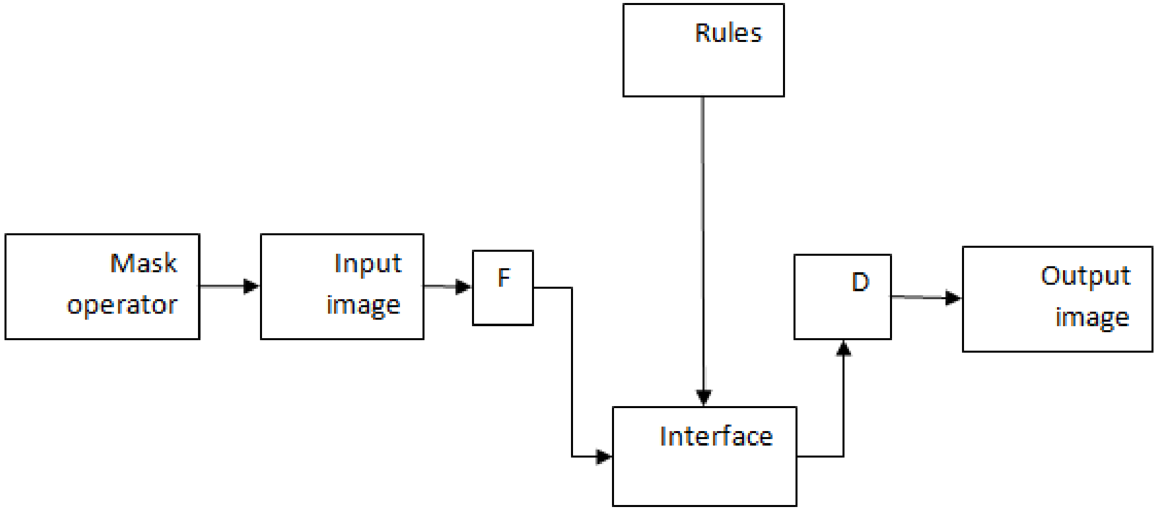
۱- آسان نمودن تفسیر تصویر برای چشم و ذهن انسان

۲- کسب اطلاعات از تصاویر به منظور استفاده در سیستمهای خودکار

- **توسعه سیستم**
- **تصویر پزشکی**
- **تصویر سلولی**
- **تصویر مدارچاپی**

بهبود عملکرد فیلترها

- توسعه سیستم



If edges is SMALL and high-boost is SMALL and Smoothing is SMALL then p(i,j) is SMALL

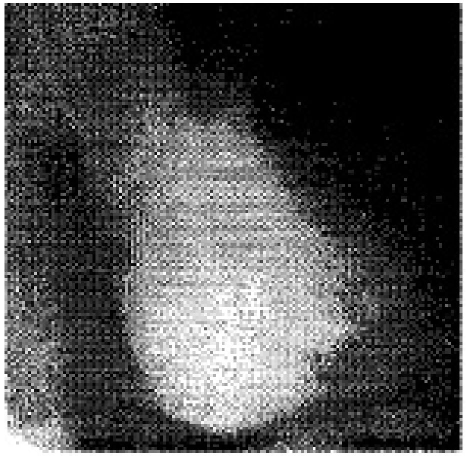
If edges is SMALL and high-boost is SMALL and smoothing is BIG then p(i,j) is BIG

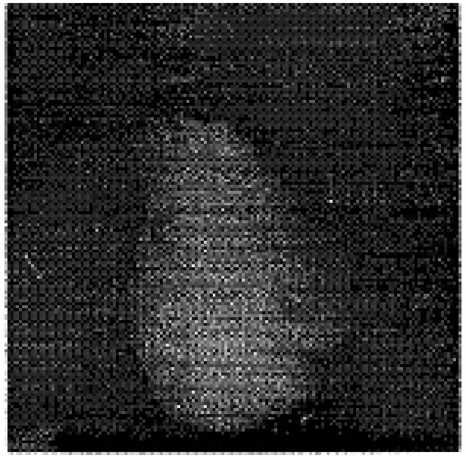
If edges is BIG and high-boost is SMALL and Smoothing is MEDIUM then p(i,j) is BIG

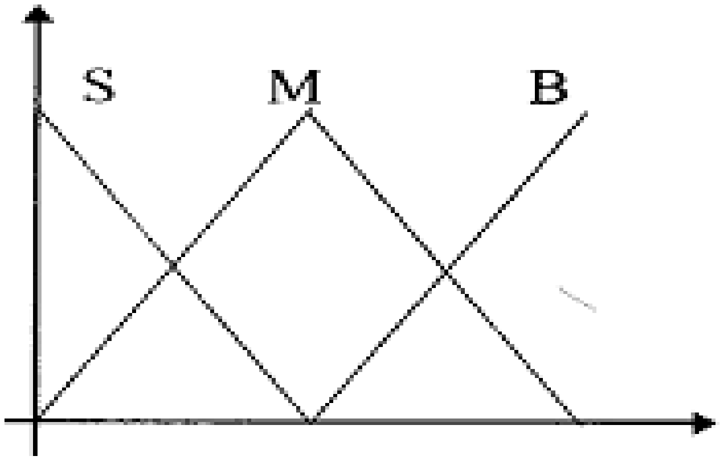
If edges is MEDIUM and high-boost is SMALL and Smoothing is BIG then p(i,j) is BIG

بهبود عملکرد فیلترها

- تصویر پزشکی

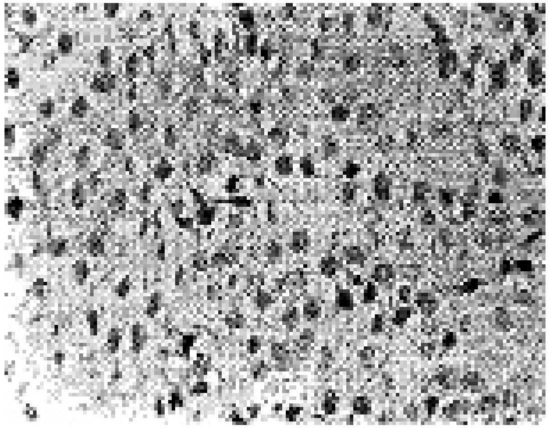


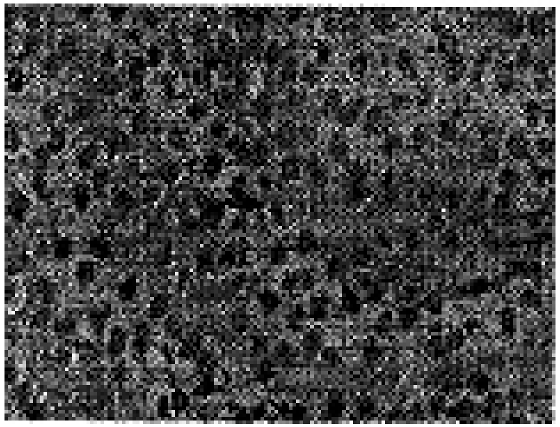




بهبود عملکرد فیلترها

- تصویر سلولی





بهبود عملکرد فیلترها

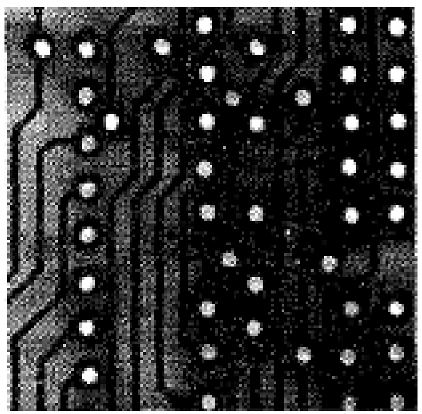
- تصویر مدارچاپی

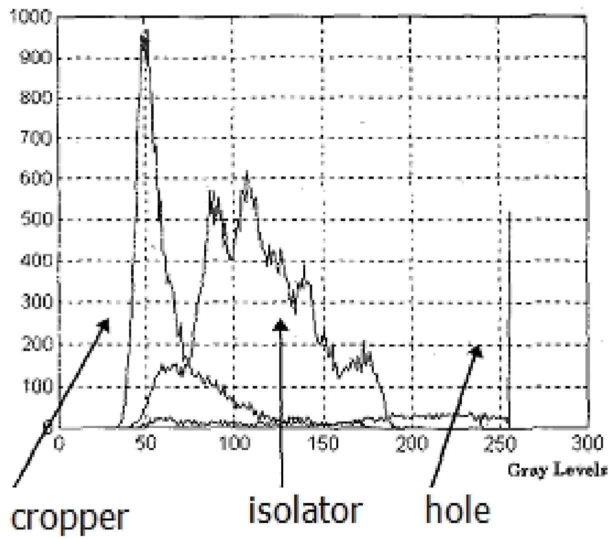
هدف:

$$pixel \in copper\ class \rightarrow gray\ \ level\ 0$$

$$pixel \in isolator\ class \rightarrow gray\ \ level\ 127$$

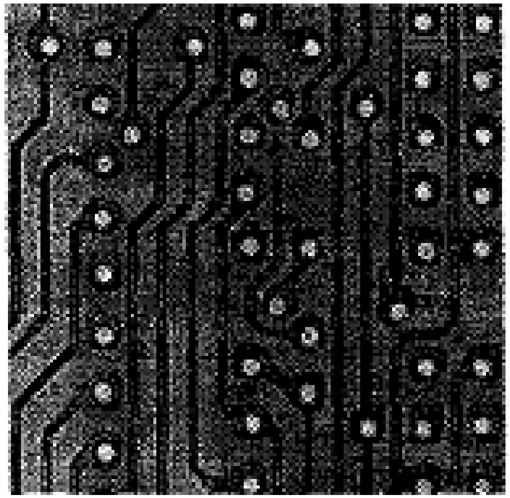
$$pixel \in hole\ class \rightarrow gray\ \ level\ 255$$

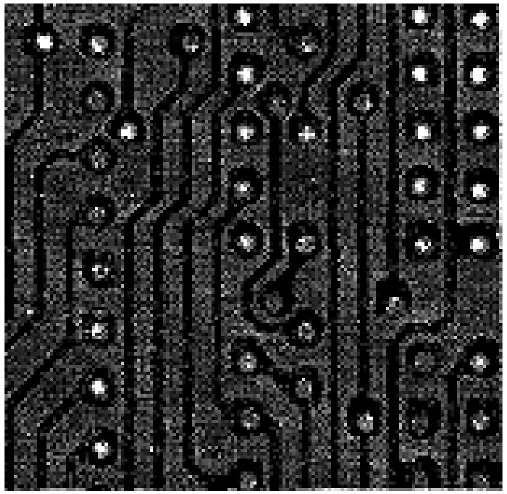




بهبود عملکرد فیلترها

- تصویر مدارچاپی





خلاصه مطالب

- مقدمه‌ای بر کاربرد فازی در پردازش تصویر
- پردازش فازی تصاویر
  - نگاشت فازی، عملگرهای فازی، معکوس فازی
- مثالهایی از پردازش فازی تصاویر
- فیلترکردن در تصاویر
  - تبدیل فوریه یک‌بعدی
  - تبدیل فوریه دوبعدی
  - فیلترهای حوزه فرکانس
  - فیلترهای حوزه مکانی
  - بهبود عملکرد فیلترها

با تشکر از توجه شما

ارائه دهنده: مرتضی زاهدی

zahedi@ganjineh.co.ir