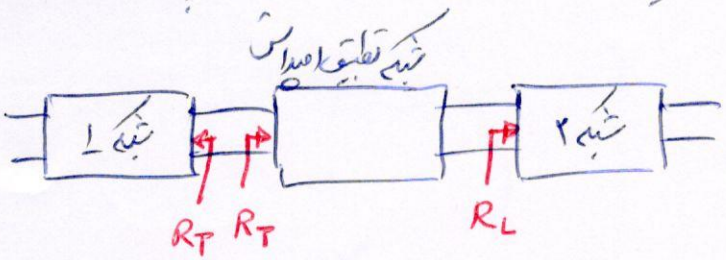
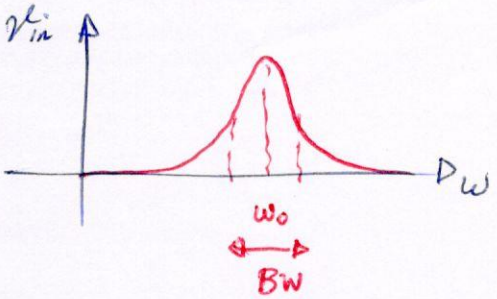
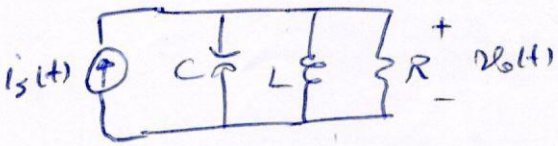
« مدارهای تشدید و تطبیق امپدانس »

هدف از طراحی این مدارها انتقال توان رادیویی بین دو طبقه یا قسمت مدار و یا بازسازی باندهای باند و فرکانس خاص می باشد.





مدار RLC موازی:

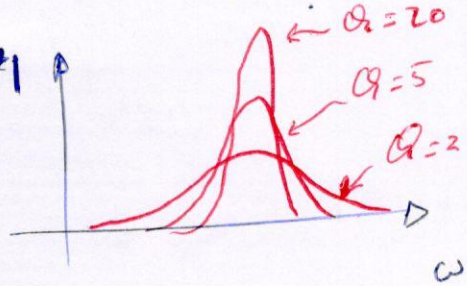


$$Z_T(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{I_s(j\omega)} = \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R}} = \frac{1}{j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) + \frac{1}{R}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{فرکانس تشدید} \qquad Z_T = \frac{R}{1 + jQ_T \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0}}$$

$$Q_T = \frac{2\pi(\text{حداکثر انرژی ذخیره شده})}{\text{انرژی تلف شده در هر دوره تناوب}} = \frac{2\pi(\frac{1}{2}CV_i^2)}{(\frac{2\pi}{\omega_0})(V_i^2/2R)} = \omega_0 CR$$

هرچه Q_T بزرگتر باشد تلفات کمتر و قطب های سیستم محدود تر و تشدید از فرکانس باند باریک تر است.



نکته:

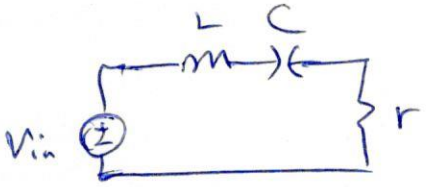
$$Q = \omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L}$$

در یک شبکه RLC موازی با افزایش مقاومت موازی تلفات شبکه کاهش می یابد و Q_T زیاد می شود.

با افزایش ضریب کیفیت تشدید پهنای باند کم می شود.

$$\text{پهنای باند } BW = \frac{\omega_0}{Q_T}$$

مدار تشدید سری: (RLC)



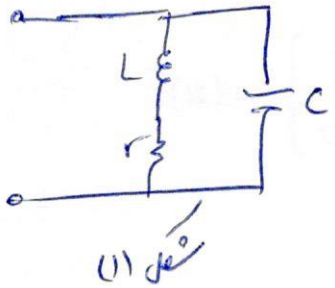
$$Z(j\omega) = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + r = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + r$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q_T = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{r\omega_0 C}$$

با کاهش مقاومت سری تلفات مدار کاهش می‌یابد، Q تشدید افزایش خواهد یافت.

مشکل مقاومت سری با سلف و خازن برای Q:



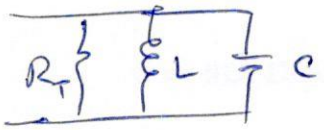
شکل (1)

همانطور که قبلاً گفته شد از سلف با مقاومت سری بالا Q تشدید

این معادله برابر است با: $Q_L = \frac{\omega_0 L}{r}$

می‌توان سلف و مقاومت سری را با مدل سلف مقاومتی نوشت R_T و نوشت

که چون دو مدار معادل هم هستند Q_L هر دو یکسان است،



از مدار سری موازی داریم $Q_L = \frac{R_T}{\omega_0 L}$

نتیجه: $\frac{\omega_0 L}{r} = \frac{R_T}{\omega_0 L} \Leftarrow R_T = \frac{\omega_0^2 L^2}{r}$

$$\boxed{R_T = Q_L^2 r}$$

این مدل سازی برای حالتی $Q_L > 10$ می‌باشد با تقریب مناسب قابل استفاده است.

مثال) در مدار شکل (1) مقادیر L, C, r را طوری تعیین کنید تا در فرکانس $\omega_0 = 10^7 \frac{rad}{sec}$ و پهنای باند 5×10^5 rad/sec و امپدانس دیده شده از دو سر در فرکانس تشدید 1kΩ باشد.

حل:

$$Q_L = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{10^7}{5\times10^5} = 20 > 10 \quad \Rightarrow \quad R_T = Q_L^2 r$$

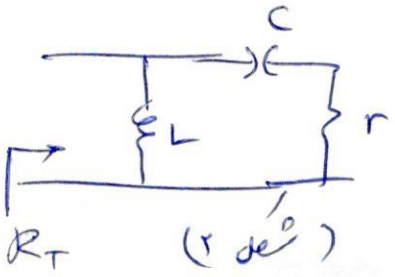
$$r = \frac{1000}{400} = 2.5\Omega$$

$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{r} \Rightarrow L = \frac{20\times2.5}{10^7} = 5\mu H$$

$$C = \frac{1}{\omega_0 L} = 2000pF = 2nF$$

$$Q_C = \frac{1}{r\omega_0 C}$$

$$Q_T = R_T \omega_0 C$$



(شکل ۲)

$$Q_T = Q_C \longrightarrow \frac{1}{r\omega_0 C} = R_T \omega_0 C$$

$$\hookrightarrow R_T = \frac{1}{r(\omega_0 C)^2} = Q_C^2 r$$

$Q_C > 10$

$$\boxed{R_T = Q_C^2 r}$$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

مثال: سوال قبلی را برای (شکل ۲) تکرار کنید.

$\omega_0 = 10^7$ rad/sec

$R_T = 1K\Omega$

$BW = 5\times10^5$ rad/sec

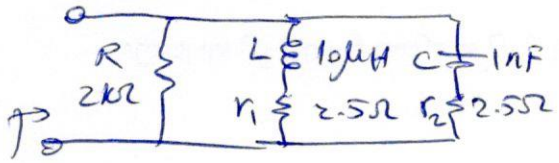
$$\longrightarrow Q_T = \frac{\omega_0}{BW} = 20 > 10$$

$$R_T = Q_T^2 r \Rightarrow r = \frac{R_T}{Q_T^2} = 2.5\Omega$$

$$Q_C = \frac{1}{r\omega_0 C} \Rightarrow C = \frac{1}{2.5\times10^7 \times 20}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Longrightarrow \boxed{L = 5\mu H} \qquad \boxed{C = 2\times10^{-9} = 2nF}$$

مثال) در شکل زیر فرض کنید پهنای باند شکل، Q_T و امپدانس معادل در فرکانس تشدید را بدست آورید.



R_T

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-5}\times10^{-9}}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-14}}} = 10^7 \text{ rad/sec}$$

$$Q_C = \frac{1}{r_2\omega_0 C} = \frac{1}{2.5\times10^7\times10^{-9}} = 40 > 10$$

$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{r_1} = \frac{10^7\times10^{-5}}{2.5} = 40$$

$R_1 = Q_L^2 r_1 \Rightarrow R_1 = 1600\times2.5 = 4K\Omega$

مقاومت معادل r_1

$R_2 = Q_C^2 r_2 \Rightarrow R_2 = 1600\times2.5 = 4K\Omega$

مقاومت معادل r_2

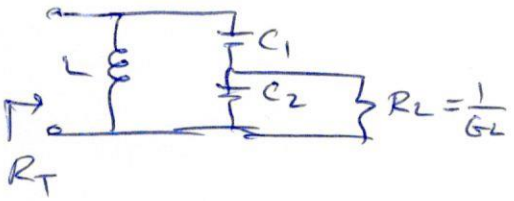
$\Rightarrow R_T = 2K\Omega \| 4K\Omega \| 4K\Omega$

$R_T = 1K\Omega$

$$Q_T = \frac{R_T}{\omega_0 L} = R_T\omega_0 C = 1K\Omega\times10^7\times10^{-9} = 10 \Rightarrow BW = \frac{\omega_0}{Q_T} = 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Q_T در تشدید

مدار تشدید با تقسیم خازنی:



$$y_{in} = \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2 + G_L}}$$

ادمیتانس ورودی

$$y_{in} = \frac{1}{j\omega L} + \frac{j\omega C_1 (j\omega C_2 + G_L)}{j\omega C_1 + j\omega C_2 + G_L}$$

$$y_{in} = \frac{1}{j\omega L} + \frac{(C_1+C_2)C_1 G_L \omega^2 - C_1 C_2 \omega^2 G_L + j\left[(C_1+C_2)C_1 C_2 \omega^3 + G_L^2 C_1 \omega\right]}{G_L^2 + (C_1+C_2)^2\omega^2}$$

اگر $(C_1+C_2)\omega \geq 10 G_L$ باشد $\Leftarrow$ $G_L^2 \leq \frac{1}{100}(C_1+C_2)^2\omega^2$

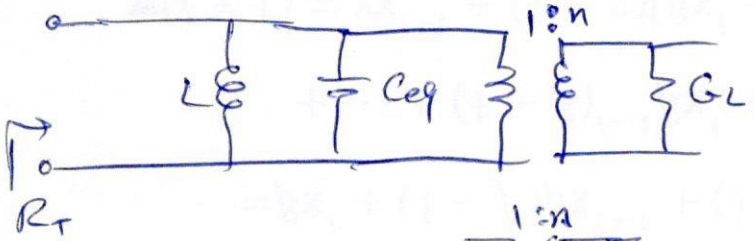
می‌توان روابط بالا را ساده کرد:

$$y_{in} \simeq \frac{1}{j\omega L} + \frac{C_1^2}{(C_1+C_2)^2} G_L + j\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}\omega + j\frac{G_L^2}{(C_1+C_2)^2\omega^2} C_1 \omega$$

اگر $C_2 \geq C_1$ باشد می‌توان از جمله چهارم در مقابل جمله سوم صرف‌نظر کرد:

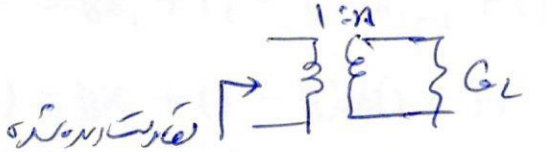
$$y_{in} \simeq \frac{1}{j\omega L} + \left(\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)^2 G_L + j\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}\omega$$

بنابراین مدار تشدید فوق را می‌توان با تقریب خوب به صورت مدار کوپلاژ خازنی زیر در نظر گرفت:



$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}$$

$$n = \frac{C_1}{C_1+C_2}$$



مقاومت دیده شده

$$\frac{1}{n^2 G_L} = \frac{1}{\left(\frac{C_1}{C_1+C_2}\right)^2 G_L}$$

$$Q_T = R_{eq}\omega_0 C_{eq}$$

که در آن

$$Q_T = \frac{1}{n^2 G_L} \times \omega_0 \times \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}$$

$$Q_T = \frac{(C_1+C_2)^2}{C_1^2} \times \omega_0 \times \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} \times \frac{1}{G_L}$$

$$Q_T = (C_1+C_2)\frac{C_2}{C_1}\omega_0 \frac{1}{G_L}$$

مثال: می‌خواهیم امپدانس 50Ω را در تشدید روزنانس کنیم با $\omega_0 = 5\times10^7$ rad/sec و پهنای باند $BW = 10^6$ rad/sec تحقیق دهیم. مدار را طراحی کنید.

$$Q_T = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{5\times10^7}{10^6} = 50 > 10$$

$$Q_T = R_{eq}\omega_0 C_{eq} \Rightarrow 50 = 10^3 \times 5\times10^7 \times C_{eq} \Rightarrow C_{eq} = 10^{-9}F = 1nF$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = \frac{1}{25\times10^{14}\times10^{-9}} = 0.4\mu H$$

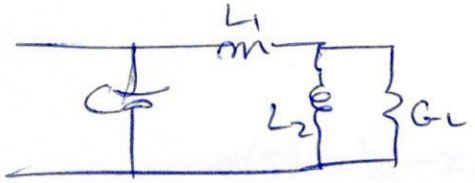
$$R_{eq} = \frac{1}{n^2 G_L} \Rightarrow n^2 = \frac{1}{R_{eq}G_L} = \frac{1}{1000\times 1/50} = \frac{1}{20} = 0.05$$

$$n = \sqrt{0.05} = \frac{C_1}{C_1+C_2} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{\sqrt{0.05}}nF = 4.47nF$$

$$C_{eq} = 1nF = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} \Rightarrow C_1 = 1.28nF$$

آیا $(C_1+C_2)\omega_0 \geq 10G_L \rightarrow 28.75\times10^{-2} > 10\times\frac{1}{50}$

$0.2875 \overset{?}{>} 0.2$ بله

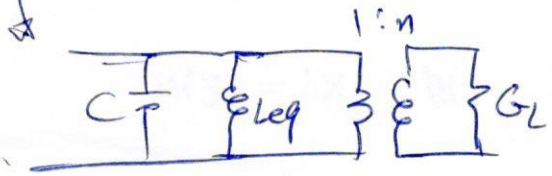


روش تشدید با تقسیم کننده سلفی:

با فرض بزرگ بودن Q

$$\frac{L_1+L_2}{(L_1L_2)\omega_0} \geq 10G_L$$

$$Y_{in} = j\omega C + \frac{\frac{1}{j\omega L_1}\left(G_L + \frac{1}{j\omega L_2}\right)}{\frac{1}{j\omega L_1} + \frac{1}{j\omega L_2} + G_L} \rightarrow Y_{in} \simeq j\omega C + \frac{1}{j\omega(L_1+L_2)} + \left(\frac{L_2}{L_1+L_2}\right)^2 G_L$$



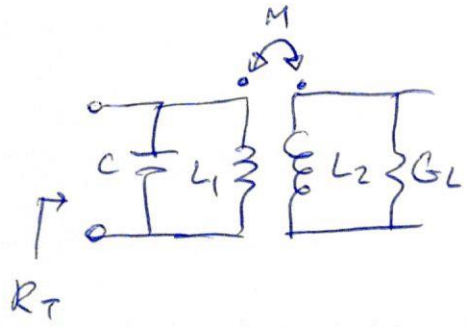
$$n = \frac{L_2}{L_1+L_2} \qquad R_{eq} = \frac{1}{n^2 G_L}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

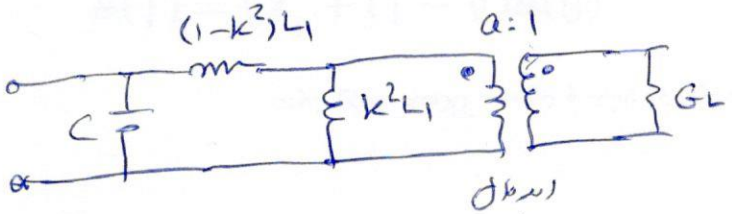
$$Q_T = \frac{R_{eq}}{\omega_0 L_{eq}} = R_{eq} C \omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{CL_{eq}}}$$

مدار تشدید با تقسیم کننده ترانسفورمری:



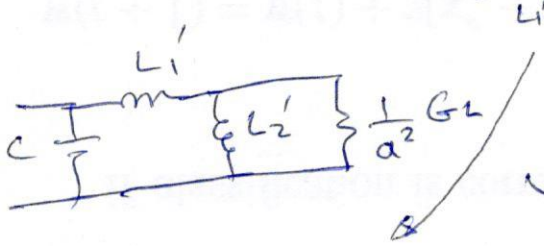
مدار معادل ترانسفورمری این شبکه به صورت مقابل است:

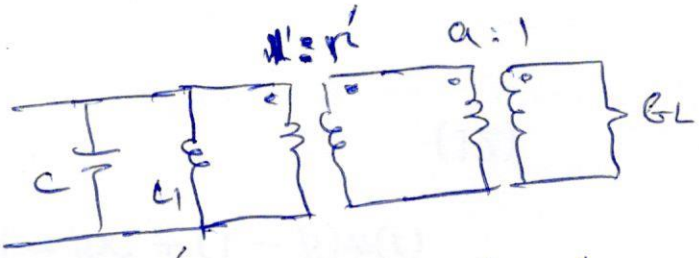


$$a = \pm k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

↑ وقتی سر نقطه‌دار در سمت چپ قرار ندارد

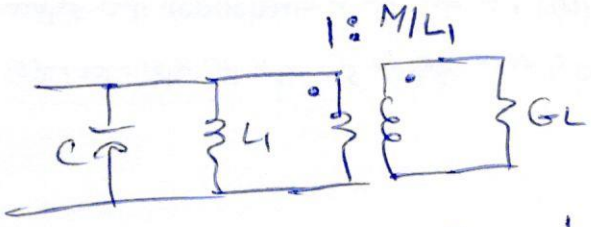
از طرفی در مدار تشدید با تقسیم سلفی دیدیم که $n' = \frac{L_2'}{L_1'+L_2'}$





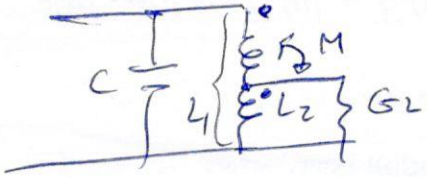
$$n' = \frac{k^2L_1}{k^2L_1 + (1-k^2)L_1} = k^2$$

$$L_1' + L_2' = (1-k^2)L_1 + k^2L_1 = L_1$$



شرط ساده سازی این است که $\frac{1}{\omega L_2(1-k^2)} \geq 10G_L$ باشد.

مدار تشدید تقسیم کننده آتو ترانسفورمر:



مدار معادل این شبکه کاملاً مشابه حالت قبل است