دانشگاه صنعتی شاهرود — **دانشکده علوم ریاضی**

سری چهارم تمرینات درس ریاضی عمومی ۲ — **تاریخ تحویل: ۹۹/۳/۱۶**

---

(۱) فرض کنید $R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2|x^2+4y^2\leq 4\}$. در این صورت اکسترمم های نسبی و مطلق و نقاط زینی تابع $f(x,y)=x^2-y^2-2x+1$ را بر روی ناحیه بسته و کراندار R تعیین کنید.

(۲) فرض کنید رویه S_1 به معادله $z=2x^2-4x-3y^2+6$ و رویه S_2 به معادله $e^{x^2y}-z-(y-1)z^2=e-1$ داده شده باشند. در این صورت:

الف. رویه S_1 را توصیف کرده و نوع رویه را مشخص کنید.

ب. اگر C خم حاصل از تلاقی رویه های S_1 و S_2 باشد، انگاه معادله خط مماس بر خم C در نقطه $p(1,1,1)$ را بنویسید.

(۳) تابع $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ با ضابطه

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2siny+y^2sinx}{x^2+y^2+|x||y|} & if\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & if\ (x,y)=(0,0),\end{cases}$$

مفروض است:

الف. $\frac{\partial f}{\partial x}$ و $\frac{\partial f}{\partial y}$ را در نقطه $(0,0)$ بیابید.

ب. وجود مشتق جهتی تابع f را در مبدا مختصات و در جهت بردار یکه $u=\frac{\sqrt{2}}{2}i+\frac{\sqrt{2}}{2}j$ را بررسی کنید.

ج. با محاسبه $\nabla f(0,0).u$، مشتق پذیری تابع f در نقطه $(0,0)$ را با ذکر دلیل بررسی کنید.

(۴) فرض کنید تابع $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ با ضابطه $f(x,y)=\frac{sin^2xsin^2y}{1-cos(x^2+y^2)}$ داده شده باشد بررسی کنید که آیا می توان تابع f را در نقطه $(0,0)$ طوری تعریف کرد که تابع f در $(0,0)$ پیوسته شود یا خیر.

(۵) کمترین و بیشترین فاصله مبدا مختصات از منحنی $x^2+xy+y^2=16$ را بیابید.

(۶) اگر تمام مشتقات جزئی مرتبه دوم تابع $z=f(x,y)$ موجود باشند و $x=r^2cos\theta$ و $y=r^2sin\theta$، در این صورت $z_{\theta\theta}$ را محاسبه نمایید.