

الحمد لله  
الذي هدانا لهذا  
الذي كنا لنهتدي لولا  
أن هدانا الله



دانشکده علوم ریاضی

پایان نامه کارشناسی ارشد آنالیز عددی

# روش عناصر متناهی

نگارنده: محسن اسماعیلی

اساتید راهنما

دکتر علی مس فروش  
دکتر استاد راهنمای دوم

استاد مشاور

دکتر سید هادی قادری

آبان ۱۳۹۵



دانشگاه شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

شماره:

تاریخ:

باسمه تعالی

ویرایش:

## فرم شماره ۶: صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد  
 نام: [نام دانشجو] به شماره دانشجویی [شماره دانشجویی] رشته ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی تحت عنوان  
 [عنوان پایان نامه] همگونی بدون مش کالوگن برای معادلات سهموی تمام غیرمتعلق که در تاریخ ۱۳۹۴/۱۰/۲۷ با حضور هیأت  
 محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه: بسیار امتیاز ۱۸) ☐ دفاع مجدد ☐ مردود ☐

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۲۰ - ۱۹)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر علی مس فروش	استادیار	
۲- استاد راهنمای دوم			
۳- استاد مشاور	دکتر مهدی قوتمند	استادیار	
۴- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر ابراهیم هاشمی	استاد	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر حجت احسنی طهرانی	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر علیرضا ناظمی	دانشیار	

رئیس دانشکده:

پایان نامه خود را تقدیم کنید.

## سپاس‌گزاری...

در این قسمت می‌توانید از کسانی که می‌خواهید تقدیر و تشکر نمایید.

محسن اسماعیلی  
آبان ۱۳۹۵

## تعهد نامه

اینجانب **محسن اسماعیلی** دانشجوی کارشناسی ارشد رشته **ریاضی کاربردی** دانشکده **علوم ریاضی** دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده پایان نامه با عنوان **روش عناصر متناهی**، تحت راهنمایی **علی مس فروش** متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های دیگر پژوهش گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان نامه، تا کنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه صنعتی شاهرود تعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “دانشگاه صنعتی شاهرود” یا “Shahrood University of Technology” به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند، در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده شده است)، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

**محسن اسماعیلی**

**آبان ۱۳۹۵**

### مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی باشد.

## چکیده

سعی کنید چکیده پایان نامه خود را در یک پاراگراف تنظیم کنید. دقت کنید چکیده می بایست فاقد ارجاع به مراجع یا فصل های پایان نامه باشد و طوری نگارش شود که در بطن خود به سه سوال زیر پاسخ گوید:

۱. سوال یا مسئله ی تحقیق چیست؟

۲. روش پاسخگویی به این سوال کدام است؟

۳. چه نتایجی از این پژوهش حاصل شده اند؟

از آوردن توضیحات زائد مانند معرفی فصل های پایان نامه، پیشینه ی تحقیق و هر گونه توضیح غیر متعارف دیگر در این قسمت خودداری کنید و در صورت تمایل این گونه توضیحات را در بخش پیش گفتار ذکر کنید.

کلمات کلیدی: کلمه کلیدی ۱، کلمه کلیدی ۲، کلمه کلیدی ۳ و .....

## لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. مقاله اول

۲. مقاله دوم

۳. مقاله سوم

# فهرست مطالب

ک	فهرست تصاویر
م	فهرست جداول
۱	۱ آموزش نصب نرم‌افزارهای مورد نیاز
۱	۱.۱ تهیه نرم‌افزارهای لازم
۲	۲.۱ نصب TexLive
۵	۲ نمونه‌هایی از چگونگی قرار دادن جدول و تصویر
۷	۳ اندازه‌ها و ارزیابی‌ها
۷	۱.۳ اندازه‌ها و تابعی‌های خطی مثبت روی $C(X)$
۷	۲.۳ تابعی‌های خطی
۹	مراجع
۱۱	آ توپولوژی‌های روی فضاهای اندازه‌ها
۱۱	۱.آ توپولوژی مبهم روی فضای اندازه‌ها



# فهرست تصاویر

۳	.....	تصویر آغازین نصب TexLive 2015 در ویندوز	۱.۱
۴	.....	تصویری از محیط نرم افزار Texstudio	۲.۱
۶	.....	تصویری از محیط نرم افزار Texstudio	۱.۲



# فهرست جداول

۱.۲	درونیابی به روش نویل	۵
-----	----------------------	---

# فصل ۱

## آموزش نصب نرم‌افزارهای مورد نیاز

برای استفاده از استایل فراهم شده، نیاز به تهیه و نصب نرم‌افزارهایی است که در ادامه به معرفی و آموزش چگونگی نصب آنها می‌پردازیم.

### ۱.۱ تهیه نرم‌افزارهای لازم

برای انجام هر کاری ابزاری لازم است، برای شروع کار با  $\text{\LaTeX}$  نیز ابزاری مورد نیاز است. در این بخش به معرفی این ابزار می‌پردازیم.

۱. فرض بر این است که کاربر گرامی یک دستگاه کامپیوتر با هر سیستم عامل دلخواهی در اختیار دارد. سیستم عامل می‌تواند Microsoft Windows، یکی از توزیع‌های Linux یا سیستم عامل نصب شده بر کامپیوترهای کمپانی اپل باشد.

۲. نرم‌افزار  $\text{\TeX Live}$ <sup>۱</sup> اولین و اساسی‌ترین نرم‌افزار مورد نیاز است که از آدرس

<https://www.tug.org/texlive/> قابل دریافت است. اگر در دانشگاه صنعتی شاهرود هستید می‌توانید با مراجعه به فایل سرور دانشگاه تمام نرم‌افزارهای لازم را دانلود کنید. پیشنهاد می‌شود که همیشه آخرین نسخه موجود را دریافت کنید تا جدیدترین بروزرسانی‌ها را در اختیار داشته باشید.

---

<sup>۱</sup> برای سیستم عامل مک باید نرم‌افزار MacTex دانلود شود.

۳. ویرایشگر مناسب، از مهم‌ترین ابزارهایی است که می‌تواند در سرعت کیفیت کار نقش زیادی داشته باشد. پیشنهاد می‌شود که از یکی دو ویرایشگر TexWorks یا Texstudio استفاده کنید. در صورت نصب TexLive روی سیستم عامل ویندوز، ویرایشگر TexWorks به طور خودکار نصب می‌شود. ویرایشگر Texstudio را می‌توانید از آدرس <http://www.texstudio.org/> دانلود کنید. این ویرایشگر رایگان است و از زبان فارسی به خوبی پشتیبانی می‌کند. شایان ذکر است که این نرم افزار نیز در فایل سرور دانشگاه موجود است.

۴. فونت‌های مورد علاقه خود را می‌توانید دانلود کرده، روی کامپیوتر خود نصب کنید. اگر می‌خواهید در دانشگاه صنعتی شاهرود از استایل فراهم شده استفاده کنید، باید فونت‌های موجود در پوشه Fonts را روی کامپیوتر خود نصب کنید.

## ۲.۱ نصب TexLive

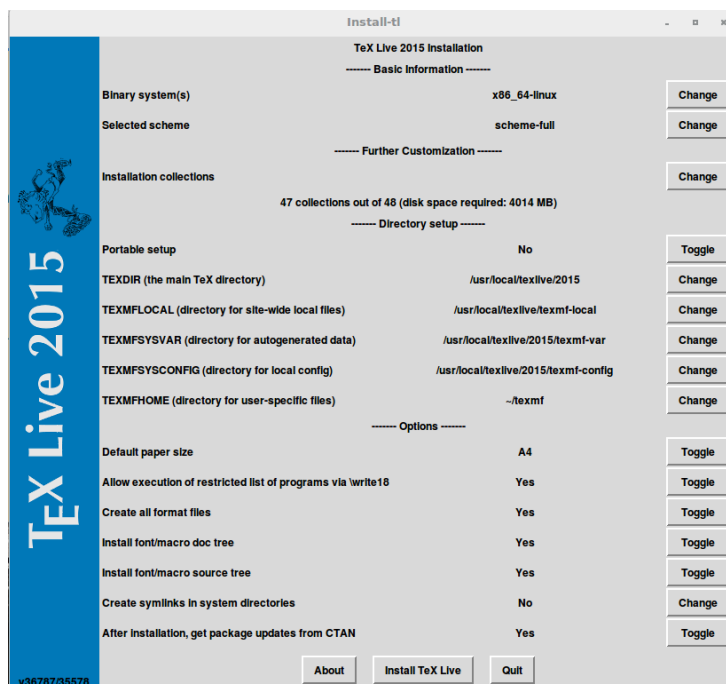
پس از دانلود TexLive یک فایل با پسوند iso. در اختیار خواهید داشت. این فایل را یا روی DVD کپی<sup>۲</sup> کنید، یا از یک نرم‌افزار درایو مجازی استفاده کنید تا بتوانید به محتویات فایل دسترسی پیدا کنید. برای نصب در ویندوز فایل install-tl-advanced.bat را اجرا کنید تا صفحه ۱.۱ نمایش داده شود. هیچ گزینه‌ای را تغییر ندهید و روی Install TexLive کلیک کنید تا نصب آغاز شود. برای سرعت بیشتر نصب TexLive پیشنهاد می‌شود که به سه نکته زیر عمل کنید:

- فایل iso خود را روی درایو C کپی کنید.
  - از نرم‌افزار درایو مجازی به جای DVD استفاده کنید.
  - آنتی ویروس خود را به طور موقت غیر فعال کنید.
- اگر کاربر Linux هستید مطابق روال زیر عمل کنید تا TexLive 2015 روی کامپیوتر شما نصب شود. در روند زیر فرض بر این است که از توزیع ubuntu استفاده می‌کنید.
۱. یک ترمینال باز کنید و وارد DVD شوید تا به محتویات آن دسترسی داشته باشید.
  ۲. در سطر فرمان دستور `sudo perl install-tl` زیر را اجرا کنید.
  ۳. کلیدهای دنباله زیر را از چپ به راست و به ترتیب بزنید و صبر کنید تا حدود ۳۱۰۰ بسته نصب شود.

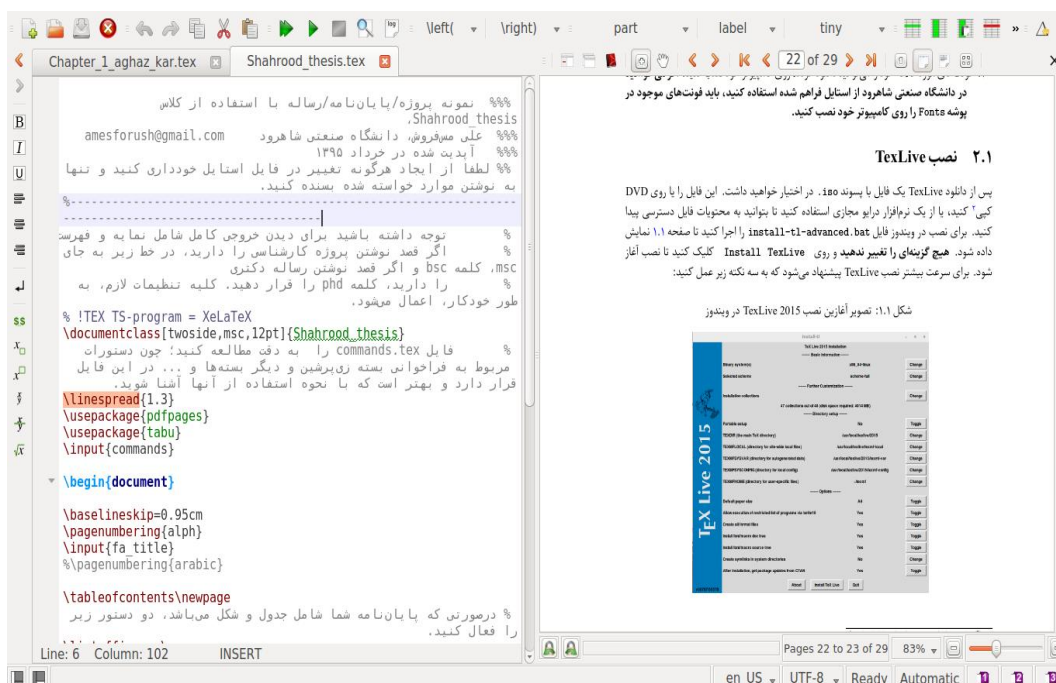
O ENTER L ENTER ENTER ENTER ENTER R ENTER I ENETR

۴. ویرایشگر Texstudio را که پیشتر دانلود کرده‌اید، نصب کنید و آن را اجرا کنید. تصویری از محیط این نرم‌افزار در شکل ۲.۱ آورده شده است.
- <sup>۲</sup>از یک نرم‌افزار write برای این کار کمک بگیرید.

## شکل ۱.۱: تصویر آغازین نصب TexLive 2015 در ویندوز



## شکل ۲.۱: تصویری از محیط نرم‌افزار Textstudio



۵. فونت‌های مورد علاقه خود را نصب کنید. برای پایان‌نامه فونت‌های موجود در پوشه Fonts را نصب کنید.

همه چیز آماده است. به همین سادگی!

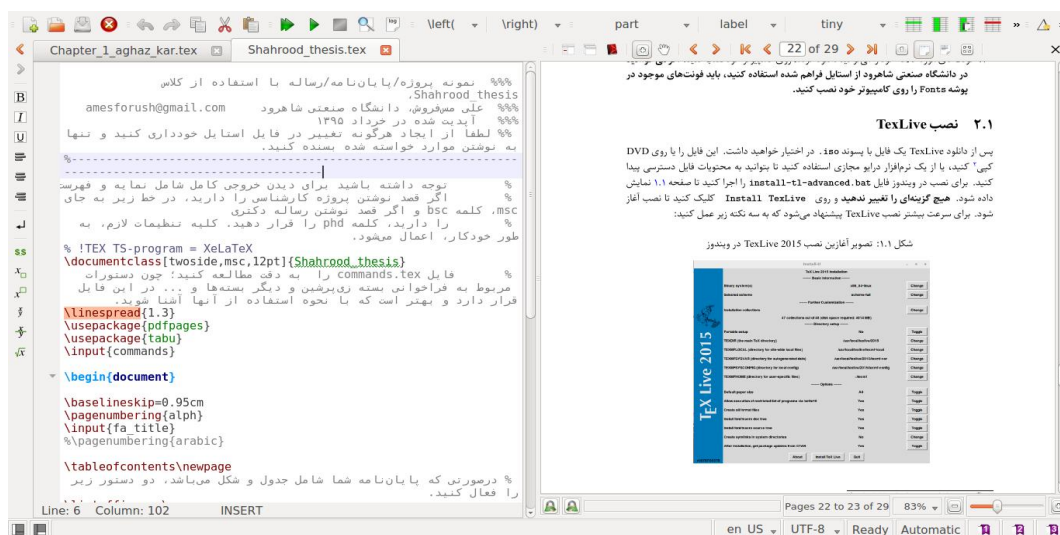
## فصل ۲

# نمونه‌هایی از چگونگی قرار دادن جدول و تصویر

بر اساس مصوبه شورای تحصیلات تکمیلی دانشگاه صنعتی شاهرود تصاویر و جداول موجود در پایان‌نامه‌ها با ساختاری مشابه آنچه که در ادامه می‌آید داشته باشد. توجه کنید که باید عنوان شکل، مانند شکل ۲ در بالای شکل نوشته شود. برای جدول نیز شرایط مانند شکل می‌باشد، یعنی عنوان جدول باید در بالای جدول نوشته شود. جدول ۱.۲ را ببینید.

جدول ۱.۲: درونیابی به روش نویل

$x_0$	$P_0$				
$x_1$	$P_1$	$P_{0,1}$			
$x_2$	$P_2$	$P_{1,2}$	$P_{0,1,2}$		
$x_3$	$P_3$	$P_{2,3}$	$P_{1,2,3}$	$P_{0,1,2,3}$	
$x_4$	$P_4$	$P_{3,4}$	$P_{2,3,4}$	$P_{1,2,3,4}$	$P_{0,1,2,3,4}$



شکل ۱.۲: تصویری از محیط نرم‌افزار Texstudio

## فصل ۳

# اندازه‌ها و ارزیابی‌ها

### ۱.۳ اندازه‌ها و تابعی‌های خطی مثبت روی $C(X)$

فرض کنید  $X$  یک فضای توپولوژیکی روی ...

### ۲.۳ تابعی‌های خطی

در این بخش ...

**تعریف ۱.۲.۳.** مجموعه همه ارزیابی‌های (پیوسته) روی  $(X, \tau)$ ، دامنه توانی احتمالی  $X$  نامیده می‌شود.

**قضیه ۱.۲.۳** (باناخ-آلاگلو). اگر  $V$  یک همسایگی  $\circ$  در فضای برداری توپولوژیکی  $X$  باشد و

$$K = \{\Lambda \in X^* : |\Lambda x| \leq 1; \forall x \in V\}, \quad (1.3)$$

آنگاه  $K$ ، ضعیف\* - فشرده است که در آن،  $X^*$  دوگان فضای برداری توپولوژیکی  $X$  است به طوری که عناصر آن، تابعی‌های خطی پیوسته روی  $X$  هستند.

تساوی (۱.۳) یکی از مهم‌ترین تساوی‌ها در آنالیز تابعی است که در ادامه، به وفور از آن استفاده می‌شود.

مثال ۱.۲.۳. برای هر فضای مرتب، گردایه

$$U := \{U \in O : U = \uparrow U\}$$

از مجموعه‌های بالایی باز، یک توپولوژی تعریف می‌کند که از توپولوژی اصلی، درشت‌تر است.

حال تساوی

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 3^n x + \gamma \circ x = \int_1^n \lambda nx + \exp(\gamma nx) \quad (2.3)$$

را در نظر بگیرید. با مقایسه تساوی (۲.۳) با تساوی (۱.۳) می‌توان نتیجه گرفت که ...

# مراجع

- [۱] نوروزیان ا. و مألوفی ف، (۱۳۷۰) ”عنوان مقاله در اینجا نوشته شود“، نام ژورنال در اینجا نوشته شود، شماره ۲، دوره ۶، ص ۳۶
- [۲] مس فروش ع، (۱۳۹۳)، ”پایتون، از مقدماتی تا پیشرفته“ جلد اول، چاپ دوم، انتشارات دانشگاه صنعتی شاهرود، صفحه ۲۴۱
- [۳] پاشائی ح، (۱۳۸۶)، پایان نامه ارشد: ”عنوان پایان نامه اینجا نوشته شود“، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود،
- [۴] مس فروش ع. (۱۳۹۱)، سی و پنجمین کنفرانس ریاضی ایران، ”عنوان مقاله اینجا نوشته شود“، ص ۲۵۰، شیراز

- [5] Hugheus P.C. and Tanner J.M. (1973), ” Title of paper should appear here” **Name of Journal should appear here**, 114,3, pp 444
- [6] Satchel G.H. (1971), ”**Title of book should appear here**”, Vol. 1, University Press, UK. 1, pp. 273
- [7] Wilson M.,(2004), PhD thesis, ”Title should appear here”, Math. Dept. Berkeley University,
- [8] Arabi H. (199) ”Tile of paper should appear here”, MSMO5, p 165, Tehran, Iran



# پیوست آ

## توپولوژی‌های روی فضاهای اندازه‌ها

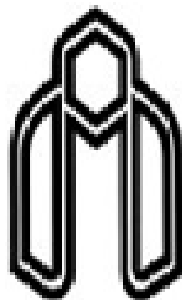
### ۱.آ توپولوژی مبهم روی فضای اندازه‌ها

چندین توپولوژی وجود دارد که می‌توان آنها را برای مجموعه اندازه‌ها انتخاب کرد. یک شرط قابل قبول و حداقلی این است که اگر تور  $(m_i)_{i \in I}$  به  $m$  همگرا باشد آنگاه باید در  $\mathbb{R}$  داشته باشیم  $\int f dm_i \rightarrow \int f dm$ . برای مطالعه بیشتر، می‌توان به [؟] مراجعه کرد. از طرف دیگر ...

## **Aabstract**

Abstract of your thisis.

Keywords: Keyword 1, Keyword 2, .....



**Shahrood University of Technology**

**Faculty of Mathematical Sciences**

**M.Sc. Thesis in Numerical Analysis**

**Title of the Thesis**

**By: Mohsen Esmaeili**

**Supervisor**

**Ali Mesforush**

**Advisor**

**First Advisor**

**April 2016**