

تمرین‌های سری ۱

۱- با اعمال ورودی ضربه به یک سیستم گسسته LTI، خروجی آن به صورت زیر اندازه‌گیری شده است:

$$y_0 = 2 \quad y_1 = 1 \quad y_2 = 0 \dots$$

اگر به سیستم ورودی زیر اعمال شود پاسخ آن را پیش‌بینی کنید

$$u_0 = 1 \quad u_1 = 1 \quad u_2 = 0 \dots$$

۲- با اعمال تابع گسسته $x_t = 1, 2, -1, 0, 0, \dots$ به یک سیستم گسسته LTI پاسخ $y_t = 1, 1, -3, 1, 0, \dots$ دریافت شده است. پاسخ ضربه این سیستم را بدست آورید.

۳- فرض کنید تابع تبدیل یک سیستم گسسته LTI به صورت زیر باشد

$$G(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}}$$

به این سیستم ورودی ضربه اعمال شده است و خروجی آن به صورت زیر دریافت شده است

$$y_0 = 1 \quad y_1 = -0.5 \quad y_2 = 0.25$$

الف) پارامترهای b_0 و a_1 را بدست آورید.

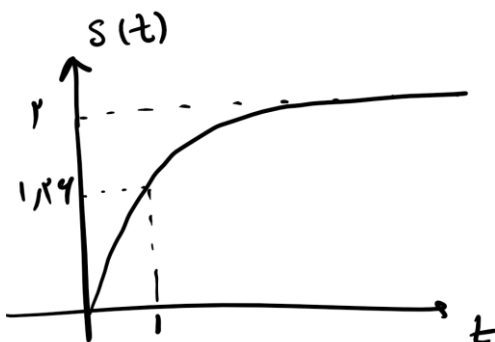
ب) آیا برای بدست آوردن پارامترهای فوق، داشتن مقدار y_0 و y_1 کفایت می‌کند؟

ج) اگر خروجی سیستم آغشته به نویز باشد استفاده از تمام اندازه‌گیریهای خروجی می‌تواند مفید باشد؟ چه راهی برای تخمین پارامترها در این حالت پیشنهاد می‌دهید؟

۴- پاسخ پله یک سیستم پیوسته LTI به صورت زیر می‌باشد

الف) مرتبه سیستم را حدس بزنید.

ب) تابع تبدیل سیستم را بدست آورید.



۵- الف) نشان دهید پاسخ پله سیستم مرتبه دوم با تابع تبدیل $G(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ برابر است با:

$$S(t) = k \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\sigma t} \sin(\omega_d t + \phi) \right)$$

که در آن

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d}{\sigma} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) = \cos^{-1}(\xi)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$\sigma = \xi \omega_n$$

ب) روابط زیر را اثبات کنید:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = k$$

$$\xi = \frac{-\ln M}{\sqrt{\pi^2 + (\ln M)^2}}$$

$$\omega_n = \frac{2}{T} \sqrt{\pi^2 + (\ln M)^2}$$

که در آن M درصد جهش و T زمان peak to peak هستند.