

بسمه تعالی

تمارین فصل ۵

(۱) از معادله تحلیل تبدیل فوریه استفاده کرده و تبدیل فوریه سیگنال های زیر را محاسبه کنید: الف) $u[n-1]$ ب) $\left(\frac{1}{2}\right)^{|n-1|}$ نمودار اندازه هر تبدیل فوریه را برای یک دوره تناوب ترسیم و مدرج کنید.

(۲) از معادله تحلیل تبدیل فوریه استفاده کرده و تبدیل فوریه سیگنال های زیر را محاسبه کنید: الف) $\delta[n-1] + \delta[n+1]$ ب) $\delta[n+2] - \delta[n-2]$ نمودار اندازه هر تبدیل فوریه را برای یک دوره تناوب ترسیم و مدرج کنید.

(۳) در مورد هر یک از سیگنال های متناوب زیر، تبدیل فوریه را برای $-\pi \leq \omega < \pi$ تعیین کنید:
الف) $\sin\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{4}\right)$ ب) $2 + \cos\left(\frac{\pi}{6}n + \frac{\pi}{8}\right)$

(۴) با فرض این که $x[n]$ دارای تبدیل فوریه $X(e^{j\omega})$ است، تبدیل فوریه سیگنال های زیر را بر حسب $X(e^{j\omega})$ بیان کنید.
الف) $x_1[n] = x[1-n] + x[-1-n]$ ب) $x_2[n] = \frac{x^*[-n] + x[n]}{2}$ پ) $x_3[n] = (n-1)^2 x[n]$

(۵) برای هر یک از تبدیل های فوریه زیر، از خواص تبدیل فوریه استفاده کرده و تعیین کنید که آیا سیگنال حوزه متناظر (۱) حقیقی، موهومی یا هیچکدام و (۲) زوج، فرد یا هیچکدام است. این کار را بئون محاسبه عکس هر یک از تبدیل های داده شده انجام دهید.

الف) $x_1(e^{j\omega}) = e^{-j\omega} \sum_{k=1}^{\infty} (\sin k\omega)$ ب) $x_2(e^{j\omega}) = j \sin(\omega) \cos(\Delta\omega)$

پ) $x_3(e^{j\omega}) = A(\omega) + e^{jB(\omega)}$ که در آن: $B(\omega) = -\frac{2\omega}{3} + \pi$ ، $A(\omega) = \begin{cases} 1, & 0 \leq |\omega| \leq \frac{\pi}{4} \\ 0, & \frac{\pi}{4} < |\omega| \leq \pi \end{cases}$

(۶) در مورد سیگنال به خصوص $x[n]$ با تبدیل فوریه $X(e^{j\omega})$ چهار ویژگی مقابل داده شده است: (۱) برای $n > 0$ ، $x[n] = 0$ (۲) $x[0] > 0$ (۳) $\text{Im}\{X(e^{j\omega})\} = \sin \omega - \sin 2\omega$ (۴) $\frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega$ را تعیین کنید.

(۷) فرض کنید که اطلاعات زیر در باره سیستم LTI ی S با پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})$ داده شده است:

(۱) $\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] \rightarrow g[n]$ که در آن برای $n \geq 2$ و $n < 0$ ، $g[n] = 0$ است. (۲) $H\left(e^{\frac{j\pi}{2}}\right) = 1$ (۳) $H(e^{j\omega}) = H(e^{j(\omega-\pi)})$ را تعیین کنید.

(۸) سیستم LTI علی و پایدار S دارای این خاصیت است که: $\left(\frac{4}{5}\right)^n u[n] \rightarrow n \left(\frac{4}{5}\right)^n u[n]$. الف) پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})$ را برای سیستم S تعیین کنید. ب) معادله تفاضلی ای را که هر ورودی $x[n]$ را به خروجی متناظر $y[n]$ مرتبط می سازد، به دست آورید.

(۹) تبدیل فوریه هر یک از سیگنال های زیر را محاسبه کنید: الف) $x[n] = u[n-2] - u[n-6]$

ب) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[-n-1]$ پ) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} u[-n-2]$ ت) $x[n] = 2^n \sin\left(\frac{\pi}{3}n\right) u[-n]$

ث) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} \cos\left(\frac{\pi}{4}(n-1)\right)$ ج) $x[n] = \begin{cases} n, & -3 \leq n \leq 3 \\ 0, & \text{other} \end{cases}$ چ) $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{3}n\right) + \cos(n)$

ح) $x[n] = \sin\left(\frac{\Delta\pi}{3}n\right) + \cos\left(\frac{\gamma\pi}{3}n\right)$

$$x[n] = (n-1) \left(\frac{1}{r}\right)^{|n|} \quad (د) \quad \cdot \leq n \leq 5 \text{ برای } x[n] = u[n] - u[n-5], \text{ و } x[n] = x[n-6] \text{ (خ)}$$

$$x[n] = \left(\frac{\sin(\frac{\pi n}{\Delta})}{\pi n}\right) \cos\left(\frac{\gamma\pi}{r} n\right) \quad (ذ)$$

۱۰ عبارتهای زیر تبدیل فوریه سیگنال های زمان-گسسته هستند. سیگنال متناظر با هر تبدیل را تعیین کنید.

$$X(e^{j\omega}) = 1 + re^{-j\omega} + r^2e^{-2j\omega} - re^{-j3\omega} + e^{-j4\omega} \quad (ب) \quad X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & \frac{\pi}{4} \leq |\omega| \leq \frac{3\pi}{4} \\ 0, & \frac{3\pi}{4} < |\omega| \leq \pi, \quad 0 \leq |\omega| < \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (\text{الف})$$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta\left(\omega - \frac{\pi}{r} k\right) \quad (\text{ث}) \quad X(e^{j\omega}) = e^{-j\omega/r}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad (\text{پ})$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1 - \frac{1}{r}e^{-j\omega}}{1 - \frac{1}{r}e^{-j\omega} - \frac{1}{r}e^{-2j\omega}} \quad (\text{ج}) \quad X(e^{j\omega}) = \frac{e^{-j\omega} - \frac{1}{\Delta}}{1 - \frac{1}{\Delta}e^{-j\omega}} \quad (\text{ح})$$

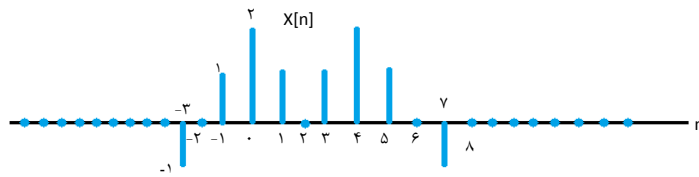
$$X(e^{j\omega}) = \frac{1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\Delta} e^{-j\Delta\omega}}{1 - \frac{1}{r}e^{-j\omega}} \quad (\text{ز})$$

۱۱ فرض کنید که $X(e^{j\omega})$ نشان دهنده تبدیل فوریه سیگنال $x[n]$ ترسیم شده در شکل زیر باشد محاسبات زیر را بدون محاسبه ی صریح

$X(e^{j\omega})$ انجام دهید: (الف) $X(e^{j\cdot})$ را محاسبه کنید. (ب) $X(e^{j\omega}) <$ را بیابید. (پ) $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega$ را محاسبه کنید.

(ت) $X(e^{j\pi})$ را بیابید. (ث) سیگنالی را که تبدیل فوریه آن برابر $\text{Re}\{X(e^{j\omega})\}$ می باشد، تعیین و رسم کنید.

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega} \right|^2 d\omega \quad (۲) \quad \int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (۱) \quad \text{(ج) عبارتهای زیر را محاسبه کنید:}$$



۱۲ تعیین کنید که کدام یک، اگر موجود باشد، از سیگنال های زیر دارای تبدیل فوریه ای هستند که در هر یک از شرایط زیر صدق می کند.

$$\text{Re}\{X(e^{j\omega})\} = 0 \quad (۱) \quad \text{Im}\{X(e^{j\omega})\} = 0 \quad (۲) \quad \text{یک } \alpha \text{ حقیقی وجود دارد به طوری که } e^{j\alpha\omega} X(e^{j\omega}) \quad (۳)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega \quad (۴) \quad X(e^{j\omega}) \text{ متناوب.} \quad (۵) \quad X(e^{j\cdot}) = 0 \quad (۶)$$

(الف) $x[n]$ به صورت شکل A

(ب) $x[n]$ به صورت شکل B

$$x[n] = \left(\frac{1}{r}\right)^n u[n] \quad (\text{پ})$$

$$x[n] = \left(\frac{1}{r}\right)^{|n|} \quad (\text{ت})$$

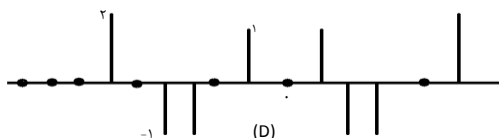
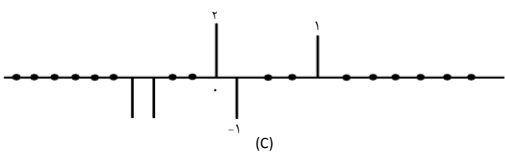
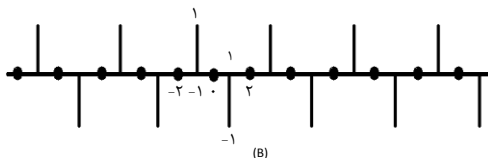
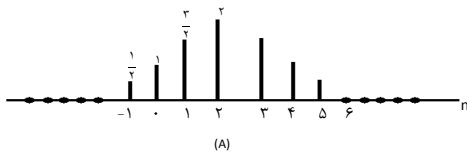
$$x[n] = \delta[n-1] + \delta[n+2] \quad (\text{ث})$$

$$x[n] = \delta[n-1] + \delta[n+3] \quad (\text{ج})$$

(چ) $x[n]$ به صورت شکل C

(ح) $x[n]$ به صورت شکل D

$$x[n] = \delta[n-1] + \delta[n+1] \quad (\text{خ})$$



۱۳) الف) یک سیستم LTI زمان-گسسته با پاسخ ضربه مقابل را در نظر بگیرید: $h[n] = \left(\frac{1}{r}\right)^n u[n]$. از تبدیل فوریه استفاده کرده و

پاسخ به هر یک از سیگنال های ورودی زیر را بدست آورید: (۱) $x[n] = \left(\frac{r}{4}\right)^n u[n]$ (۲) $x[n] = (n+1) \left(\frac{1}{r}\right)^n u[n]$

$$x[n] = (-1)^n \quad (۳)$$

ب) فرض کنید که: $h(t) = \left[\left(\frac{1}{r}\right)^n \cos\left(\frac{\pi n}{r}\right)\right] u[n]$. از تبدیل فوریه استفاده کرده و پاسخ به هر یک از ورودیهای زیر را بدست آورید:

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{r}\right) \quad (۲) \quad x[n] = \left(\frac{1}{r}\right)^n u[n] \quad (۱)$$

پ) فرض کنید $x[n]$ و $h[n]$ سیگنال هایی با تبدیل فوریه زیر باشند:

$$X(e^{j\omega}) = 3e^{j\omega} + 1 - e^{-j\omega} + 2e^{-j3\omega}$$

$$H(e^{j\omega}) = -e^{j\omega} + 2e^{-j2\omega} + e^{j4\omega}$$

$y[n] = x[n] * h[n]$ را بدست آورید.

۱۴) یک سیستم LTI علی توصیف شده با معادله ی تفاضلی مقابل را در نظر بگیرید: $y[n] + \frac{1}{r}y[n-1] = x[n]$

ب) پاسخ این سیستم به ورودی های زیر چیست؟

الف) پاسخ فرکانسی $H(e^{j\omega})$ را برای این سیستم به دست آورید.

$$x[n] = \left(-\frac{1}{r}\right)^n u[n] \quad (۲)$$

$$x[n] = \left(\frac{1}{r}\right)^n u[n] \quad (۱)$$

$$x[n] = \delta[n] - \frac{1}{r}\delta[n-1] \quad (۴)$$

$$x[n] = \delta[n] + \frac{1}{r}\delta[n-1] \quad (۳)$$

ب) پاسخ به ورودیهایی با تبدیلهای فوریه زیر را بیابید:

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1 + \frac{1}{r}e^{-j\omega}}{1 - \frac{1}{r}e^{-j\omega}} \quad (۲)$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1 - \frac{1}{r}e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{r}e^{-j\omega}} \quad (۱)$$

$$X(e^{j\omega}) = 1 + 2e^{-j3\omega} \quad (۴)$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{(1 - \frac{1}{r}e^{-j\omega})(1 + \frac{1}{r}e^{-j\omega})} \quad (۳)$$