

## فهرست مطالب

۲.....	تعریف دیاگرام فازی سه تایی .....
۲.....	قانون فازی گیبس .....
۲.....	روش تعیین ترکیب در دیاگرام های سه تایی .....
۲.....	روش اول : استفاده از خطوط موازی .....
۳.....	روش دوم : استفاده از وترهای متناظر .....
۴.....	روش سوم : استفاده از ارتفاع های متناظر .....
۴.....	سیستم های سه تایی ایزومورف (همشکل) .....
۵.....	سیستم های سه تایی پیچیده تر .....
۷.....	دو بعدی سازی سیستم های سه تایی .....
۷.....	استفاده از مثلث ترکیبی .....
۷.....	قضیه آلکمید .....
۹.....	استفاده از مقطع همدمما .....
۱۰.....	رسم مقطع همدمما با استفاده از مثلث ترکیبی .....
۱۲.....	تعیین ترکیب و مقدار فازهای موجود .....
۱۳.....	استفاده از صفحه رابط (مقاطع عمودی دیاگرام فازی سه تایی) .....
۱۳.....	رسم صفحه رابط با استفاده از مثلث ترکیبی .....
۱۵.....	واکنش یوتکتیک سه تایی .....
۱۵.....	انجماد در یوتکتیک سه تایی .....
۱۶.....	مورفولوژی یوتکتیک سه تایی .....
۱۷.....	منابع و مراجع .....

## تعریف دیاگرام فازی سه تایی

دیاگرام فازی سه تایی نموداری است که تعادل بین فازهای مختلف را که از سه جزء ساخته می شوند را در یک فشار ثابت بصورت تابعی از دما تعیین می کند؛ معمولاً این دیاگرام ها در فشار ۱ اتمسفر رسم می شوند زیرا در این فشار داده های آزمایشگاهی آسان تر بدست می آیند.

شایان ذکر است که این نمودارها به شکل استوانه ای با قاعده مثلث ترسیم می شوند.

## قانون فازی گیبس

یکی از نکات مهم که در دیاگرام های سه تایی باید دقت شود که این دیاگرام از سه جزء ساخته شده نه از سه فاز. در این دیاگرام ها تعداد فازهای موجود را می توان از قانون فازی گیبس بدست آورد (رابطه ۱).

$$P+F=C+2$$

رابطه ۱

در رابطه فوق  $P$  معادل تعداد فاز،  $F$  درجه آزادی و  $C$  تعداد اجزاء است. اگر از رابطه ۱ در فشار ۱ اتمسفر استفاده شود ثابت ۲ با ثابت ۱ جایگزین می شود. به این ترتیب حداکثر تعداد فازها در دیاگرام فازی سه تایی ۴ است ( هنگامی که درجه آزادی صفر شود یا واکنش های ۴ فازی رخ دهد).

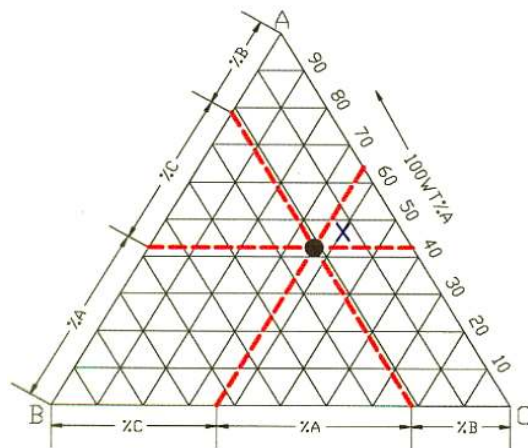
## روش تعیین ترکیب در دیاگرام های سه تایی

دیاگرام های سه تایی به دلیل شکل سه بعدی پیچیده ای دارند به همین دلیل روش های مختلفی برای گزارش این نمودارها وجود دارد که در آینده بررسی خواهیم کرد. حال آنکه در حالت دوبعدی ترکیب را در مثلثی شامل سه گوشه ( سه جزء سازنده نمودار) خواهیم دید. این مثلث به نام مثلث گیبس معروف است.

از سه روش مختلف می توان ترکیب یک نقطه واقع بر مثلث گیبس تعیین نمود.

## روش اول: استفاده از خطوط موازی

در این روش از نقطه مربوطه موازی سه ضلع مثلث سه خط عبور می دهیم (شکل ۱).

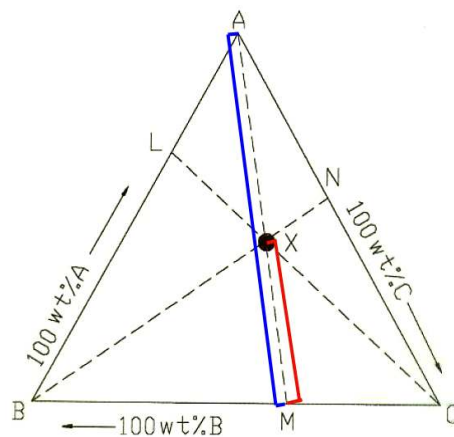


شکل 1. تعیین ترکیب هر نقطه در دیاگرام فازی سه تایی به روش خطوط موازی

حال از خطوط رسم شده تا اضلاع متناظر تفاوت ترکیبی وجود دارد که ایت تفاوت ترکیب معادل مقدار موجود از جزئی است که در گوشه روبرو ضلع مربوطه قرار گرفته می باشد. برای مثال در شکل ۱ مقدار جزء A حدود ۴۰ درصد، مقدار جزء B حدود ۲۰ درصد و مقدار جزء C حدود ۴۰ درصد است.

### روش دوم: استفاده از وترهای متناظر

در این روش نقطه مجهول را به هر گوشه مثلث وصل نموده و ادامه می دهیم تا ضلع مقابل را قطع کند (شکل ۲).



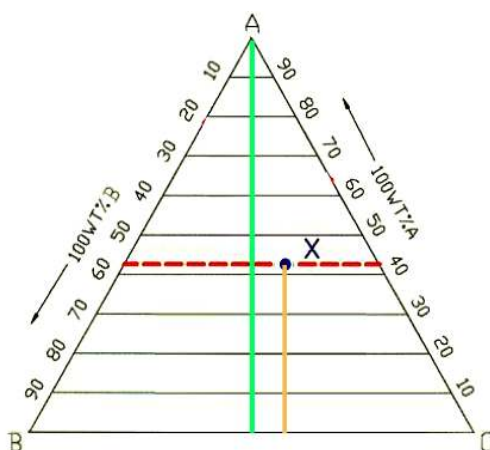
شکل 2. تعیین ترکیب هر نقطه در دیاگرام فازی سه تایی به روش وترهای متناظر

حال نسبت فاصله نقطه تا ضلع مقابل به فاصله ضلع تا گوشه را میتوان به عنوان مقدار درصد جزء قرار گرفته در گوشه گزارش نمود. برای مثال در شکل درص جزء A را می توان از معادله بدست آورد.

$$\%A = XM/AM \times 100$$

### روش سوم : استفاده از ارتفاع های متناظر

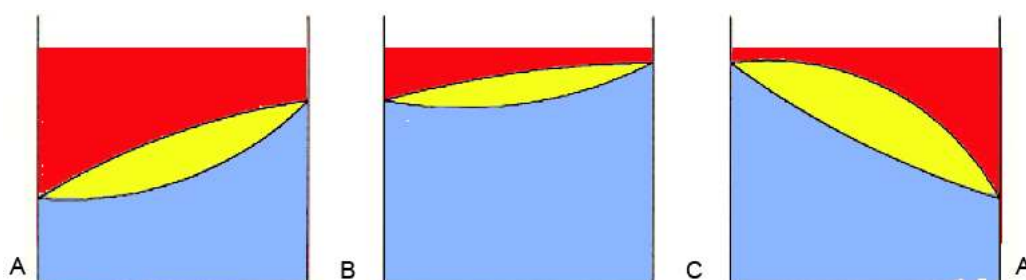
این روش شبیه روش دوم است تنها تفاوت این روش با روش قبلی استفاده از ارتفاع است بجای وتر (شکل ۳).



شکل 3. تعیین ترکیب هر نقطه در دیاگرام فازی سه تایی به روش ارتفاع های متناظر

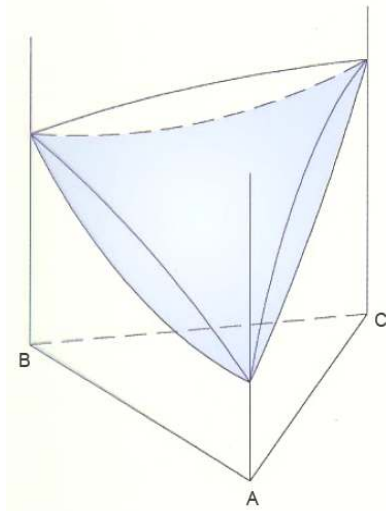
### سیستم های سه تایی ایزومورف (همشکل)

ساده ترین سیستم های سه تایی سیسم ایزومورف است در این سیستم هر سه جزء A، B و C در یکدیگر حلالیت کامل دارند این امر به دلیل نزدیکی ساختار و خصوصیات شیمیایی این سه جزء طبق قانون هیوم – روتری است (شکل ۴).

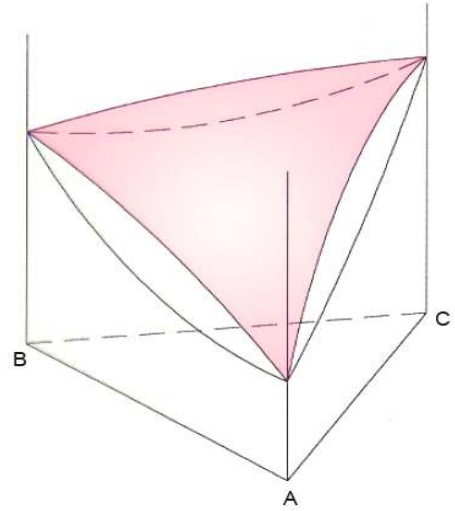


شکل 4. سیستم های ایزومورف دوتایی سازنده سیستم های ایزومورف سه تایی

در این سیستم حلالیت کامل وجود دارد و سه ناحیه شامل مایع، مایع در تعادل با جامد و جامد وجود دارد. مکان هندسی نقاطی که در آنها با افزایش دما تنها فاز مایع پایدار می شود، رویه مایع را می سازد (شکل ۵) و مکان هندسی نقاطی که در آنها با کاهش دما تنها فاز جامد پایدار می شود، رویه جامد را می سازد (شکل ۶).



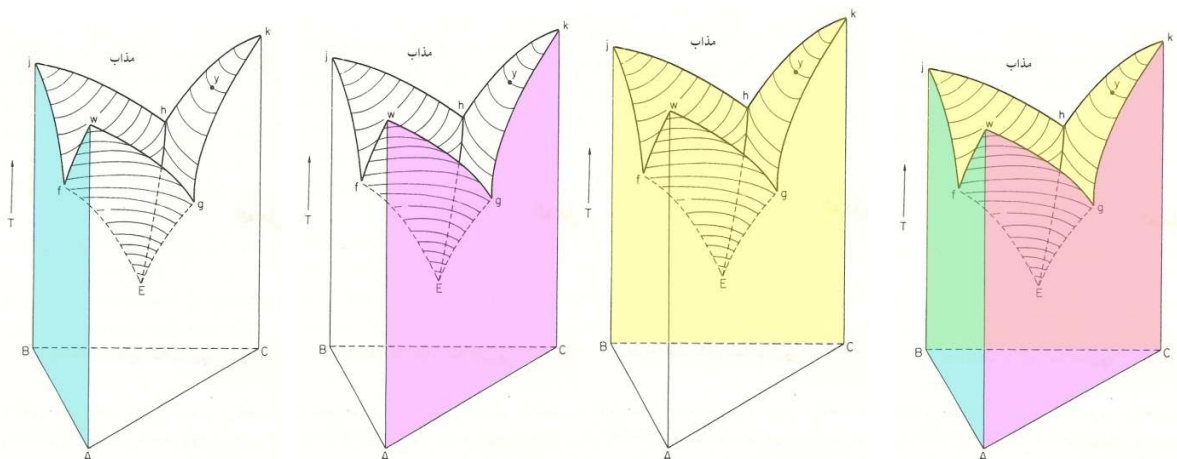
شکل ۶. رویه جامد ایزومورف سه تایی



شکل ۵. رویه مایع ایزومورف سه تایی

### سیستم های سه تایی پیچیده تر

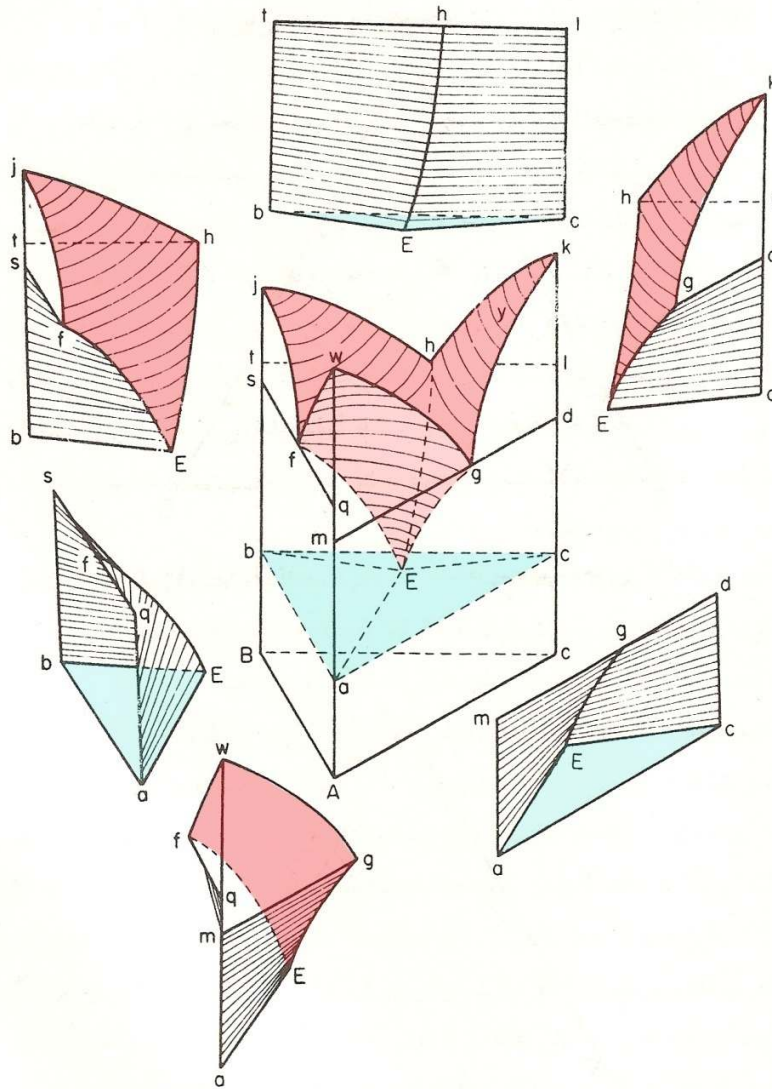
نمودارهای سه تایی با افزایش تعداد فازها به شدت پیچیده می شوند برای مثال نمودار سه تایی مربوط به اجزایی را در نظر بگیرید که در حالت جامد در هم حلالیت ندارند و دو به دو واکنش یوتکتیک دارند (شکل ۷).



شکل ۷. دیاگرام سه تایی یوتکتیک با عدم حلالیت اجزاء

در این نمودار یک نقطه یوتکتیک سه تایی ایجاد می شود (نقطه E) که دمای این نقطه از هر سه نقطه یوتکتیک دوتایی پایین تر است.

اگر بخواهیم یک نمودار یوتکتیک سه تایی ساده با عدم حلالیت را بررسی نماییم در این نمودار ۸ حجم پدیدار می شود که هر یک از حجم ها مربوط به پایداری چند فاز مشخص است (شکل ۸).



شکل ۸. تقسیم بندی حجمی دیاگرام سه تایی یوتکتیک با عدم حلالیت

حجم اول حجم تک فازی مایع است ( حجم بالای رویه  $jfwgkhe$  همان رویه مایع )، حجم دوم حجم تک فازی جامد است (حجم محدود به قاعده دیاگرام و رویه  $abcE$  همان رویه جامد)، سه حجم داریم که فازی

مایع با اجزاء A، B و C در تعادل است که این سه حجم به ترتیب عبارتند از  $aEgwfqm$  و  $bEfihts$  و  $cEgkhid$  و همچنین سه حجم داریم که در آنها فاز مایع همزمان با دو جزء A,B و A,C و B,C در تعادل است که این سه حجم به ترتیب عبارتند از  $aEbsfq$  و  $aEcdgm$  و  $bEciht$ .

به این ترتیب می بینیم که برای نمایش دیاگرام های سه تایی به راهی دیگر باید اندیشید. بهترین راه برای ارائه ساده تر دیاگرام فازی سه تایی استفاده از دیاگرام های دو بعدی است.

## دو بعدی سازی سیستم های سه تایی

برای دو بعدی سازی دیاگرام های سه تایی سه روش وجود دارد :

۱. استفاده از مثلث های ترکیبی

۲. استفاده از مقطع همدم

۳. استفاده از صفحه رابط

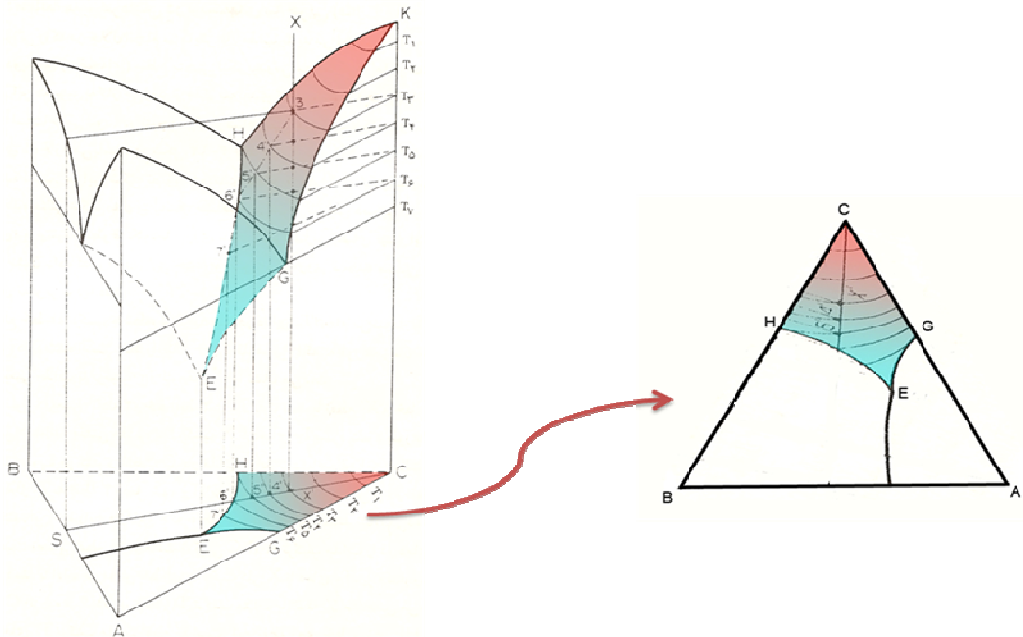
## استفاده از مثلث ترکیبی

در این روش ابتدا دیاگرام فازی سه تایی را باید با صفحات منظم همدم قطع نمود تا فصل مشترک این صفحات و رویه های دیاگرام فازی سه تایی به صورت منحنی هایی ظاهر شود ( برش زدن را هر ۵۰ یا ۱۰۰ درجه بسته به نوع نمودار انجام می دهیم حال آنکه دماهای بحرانی هم برای برش زدن به این دماها اضافه می شوند.) و سپس منحنی ها را بر روی قاعده نمودار تصویر می کنیم (شکل ۹) تصویر منحنی ها بر روی قاعده همان مثلث ترکیبی است که در حالت دو بعدی کاملترین اطلاعات را پیرامون دیاگرام فازی سه تایی به ما میدهد.

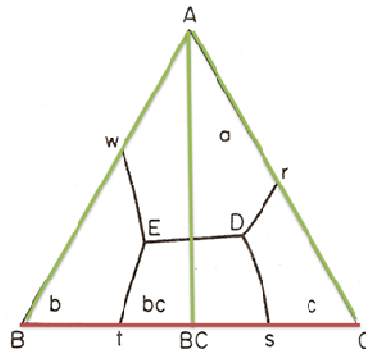
## قضیه آلکمید

یکی از قضایای بسیار مهم در دیاگرام های سه تایی قضیه آلکمید است برای توضیح این قضیه ابتدا باید خطوط رابط و خطوط آلکمید را تعریف کنیم.

خطوط رابط خطوطی هستند که دو جزء یا ترکیب مشخص را به هم وصل میکنند. حال آنکه خطوط آلکمید خطوط رابطی هستند که دو ترکیب یا دو جزء همسایه را به هم وصل می نمایند. برای مثال در شکل ۱۰ خطوط  $A-BC, A-B, A-C, B-BC, B-C, BC-C$  خطوط رابطی هستند که آلکمید نیز هستند و خط  $B-C$  خط رابط است ولی آلکمید نیست.



شکل ۹. رسم مثلث ترکیبی



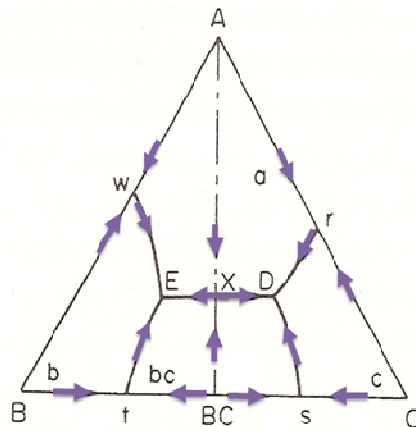
شکل ۱۰. خطوط رابط و خطوط آکمید

طبق قضیه آکمید خطوط آکمید از دو قانون جالب تبعیت می کنند:

۱. هر ناحیه محصور به سه خط آکمید را می توان به عنوان یک مثلث ترکیبی جداگانه بررسی نمود در نتیجه نقاطی که روی خط آکمید هستند همزمان بر روی دو مثلث آکمید قرار گرفته اند در نتیجه پس از انجماد باید به دو جزء دو طرف خط آکمید تجزیه شوند.



۲. محل برخورد هر خط آلکمید با مرز فازی ماکزیمم دمای مرز فازی و مینیمم دمای آن خط آلکمید است. معمولا در دیاگرام های سه تایی با یک فلش که نوک فلش جهت کاهش دما است تغییرات حدودی دما را نشان می دهند. به سادگی می توان با استفاده از قانون دوم جهت کاهش دما را در شکل ۱۱ نشان داد.



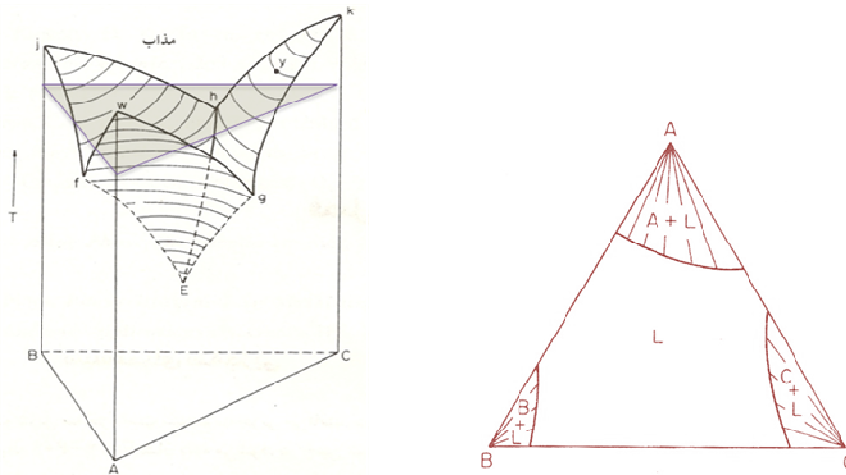
شکل ۱۱. تعیین دما با استفاده از قضیه آلکمید

### استفاده از مقطع همدما

مقطع همدما مقطعی است که فصل مشترک هر صفحه موازی قاعده را با دیاگرام فازی سه تایی نشان میدهد. شکل ۱۲

در این مقطع برای هر فاز یک سری خطوط داریم که این خطوط باید بر منحنی فصل مشترک در آن دما عمود شود این خطوط همان خطوط اهرم است.

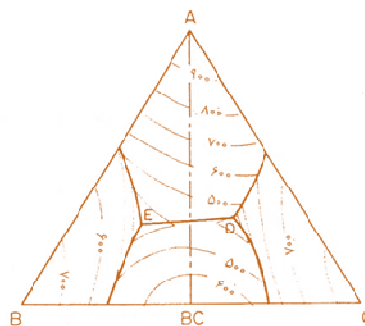
این مثلث عملا فازهای موجود را در یک دمای خاص به ما میدهد با آنکه مطالعه این مقطع بسیار ساده و مهم می باشد اما این مقطع نمی تواند نمایانگر کلیه اطلاعات دیاگرام فازی سه تایی باشد به همین دلیل باید به دنبال راهی بود که از طریق آن بتوان از مثلث ترکیبی مقطع همدما را بدست آورد.



شکل ۱۲. رسم مقطع همدمما

### رسم مقطع همدمما با استفاده از مثلث ترکیبی

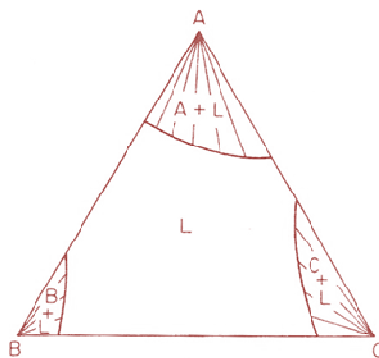
برای رسم مقطع همدمما باید به کانتورهای دما در مثلث ترکیبی دقت نمود این کار با بررسی یک نمونه انجام می‌دهیم. می‌خواهیم مقطع همدمما مربوط به دماهای ۷۰۰، ۶۰۰، ۴۰۰ و ۳۰۰ درجه را برای مثلث ترکیبی شکل ۱۳ رسم کنیم.



شکل ۱۳. مثلث ترکیبی برای رسم مقطع همدمما

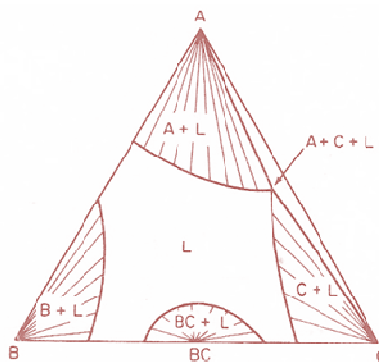
برای رسم مقطع در دمای ۷۰۰ درجه ابتدا در شکل منحنی‌های مربوط به ۷۰۰ درجه را پیدا می‌کنیم این منحنی در واقع مرزهای بین فازهای در مقطع همدمما است. حال منحنی‌های که در آنها دمای تعادل کمتر از ۷۰۰ درجه است در دمای ۷۰۰ درجه چون دما بالاتر از دمای تعادل است فاز مایع پایدار است. شکل ۱۴ نشان می‌دهد که خطوط مرزی فاز مایع از روی منحنی ۷۰۰ درجه بدست می‌آید و فاز مایع هم در جایی که

کانتورهای زیر ۷۰۰ درجه قرار گرفته واقع شده است حال باید از گوشه ها یا همان ترکیبات ثابت به مرز ناحیه وصل کنیم و نامگذاری کنیم.



شکل ۱۴. مقطع همدمما در ۷۰۰ درجه

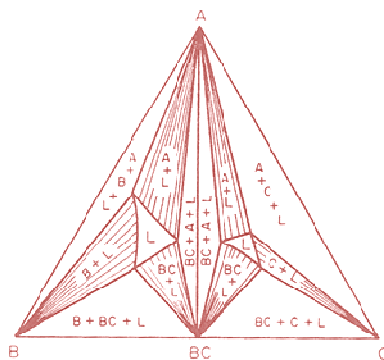
سپس به رسم مقطع همدمما در ۶۰۰ درجه می پردازیم. در این دما ها ابتدا کانتور ۶۰۰ درجه را پیدا می کنیم و کانتورهایی کمتر از ۶۰۰ درجه فاز مایع را نشان می دهند. اما نکته جالب اینست که در دمای ۶۰۰ درجه مرز مایع با هم برخورد داشته و باید گوشه های مثلث که همان ترکیب های ثابت است به این مرزها وصل کنیم و به این ترتیب علاوه بر جزء AB که پایدار است یک ناحیه جدید هم به وجود می آید که این ناحیه یک ناحیه سه فازی است. شکل ۱۵



شکل ۱۵. مقطع همدمما در ۶۰۰ درجه

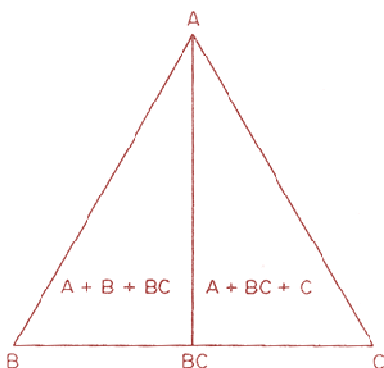
سپس به رسم مقطه همدمما در ۴۰۰ درجه می پردازیم در این بخش هم ابتدا مرزهای ناحیه مایع را رسم مس کنیم و به نامگذاری فاز مایع می پردازیم و سپس فاز های با ترکیب ثابت و نواحی دو فازی را مشخص می کنیم

و سپس نواحی سه فاز را مشخص می کنیم نکته جالب در رسم این مقطع بهره جستن از مثلث آلکمید برای ساده تر کردن نامگذاری و تفکیک مثلث های جدید ترکیبی است. شکل ۱۶



شکل ۱۶. مقطع همدمای در ۴۰۰ درجه

سپس به رسم مقطع همدمای در دمای ۳۰۰ درجه می پردازیم. چون این دما از دمای همگی کانتورها پایین تر است پس فاز مایعی در دما وجود ندارد و بسادگی با استفاده از قضیه آلکمید می توان فاز جامد را نامگذاری کرد. شکل ۱۷

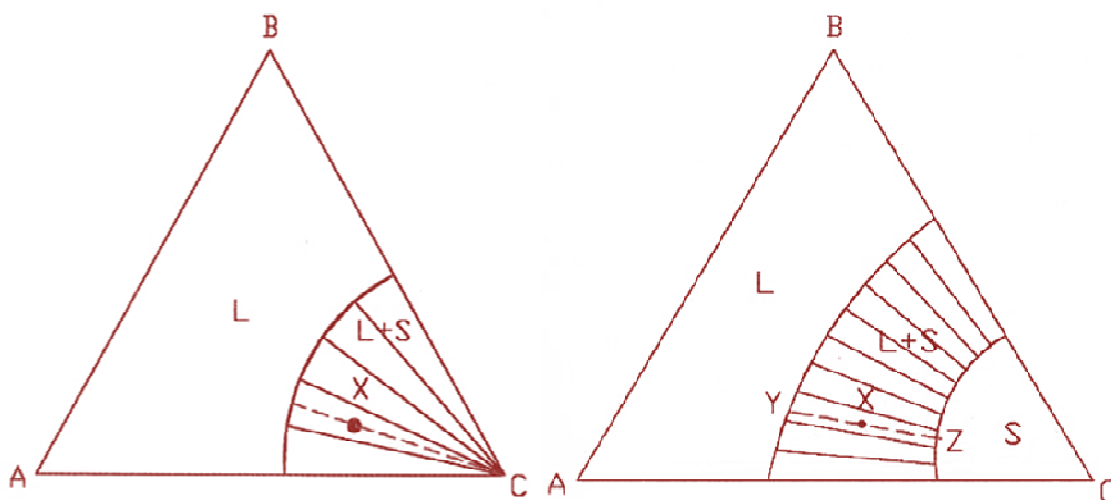


شکل ۱۷. مقطع همدمای در ۳۰۰ درجه

### تعیین ترکیب و مقدار فازهای موجود

برای تعیین ترکیب فازهای موجود در یک نقطه خاص بایستی حتما مقطع همدمای دیاگرام فازی سه تایی موجود باشد و از روی آن ترکیب فازها مشخص شود؛ به این ترتیب که برای تعیین ترکیب خطوط سرمایش را

در مقطع همدمما رسم می کنیم این خطوط حتما بر مرزهای بین فازهای عمود هستند. شکل ۱۸ خطوط سرمایش را برای حالتی که ترکیبی متغیر و مایع با هم در تعادلند را نشان می دهد و شکل ۱۹ خطوط سرمایش را برای حالتی یک فاز ثابت و مایع تعادل دارند نشان می دهد. برای تعیین ترکیب فازهای موجود در هر ناحیه کفایت خط سرمایشی که از آن نقطه عبور می کند را رسم نموده و محل تقاطع این خط با خط مرزی فازهای موجود در آن نقطه را نشان می دهد؛ برای تعیین میزان هر یک از فازها کفایت که از قانون اهرم ها استفاده کنیم برای مثال در شکل ۱۸ درصد فاز مایع،  $XZ/YZ \times 100$  و درصد فاز جامد،  $YX/YZ \times 100$  است.



شکل ۱۹. خطوط همدمما برای تعادل ترکیب ثابت و مایع

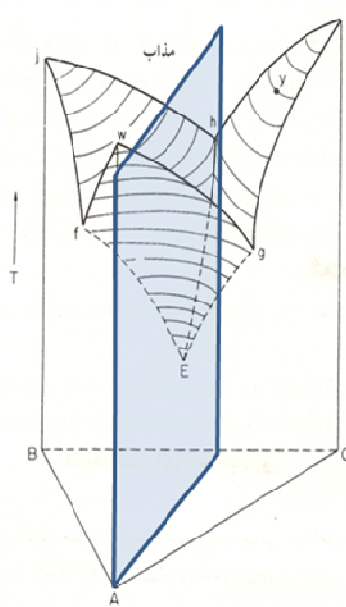
شکل ۱۸. خطوط همدمما برای تعادل ترکیب متغیر و مایع

### استفاده از صفحه رابط (مقاطع عمودی دیاگرام فاز سه تایی)

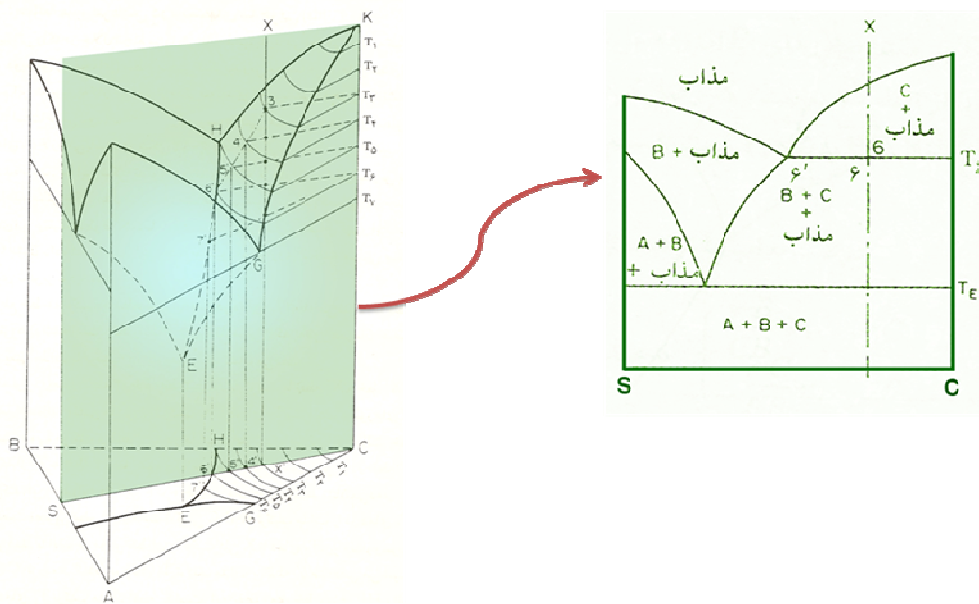
این مقطع، مقطع عمودی دیاگرام فاز سه تایی است و در این مقطع به سادگی می توان بررسی نمود که با افزایش یک جزء خاص به ترکیب مشخصی چه اتفاقی برای آن ترکیب رخ می دهد. شکل ۲۰

### رسم صفحه رابط با استفاده از مثلث ترکیبی

برای رسم صفحه رابط یک دیاگرام فاز سه تایی از روی مثلث ترکیبی بایستی ابتدا مقاطع همدمما در دماهای بحرانی برای آن مقطع رسم شود و از روی آنها صفحه رابط رسم شود. شکل ۲۱ صفحه رابط را برای خط رابط SC برای دیاگرام فاز سه تایی داده شده نشان می دهد.



شکل ۲۰. رسم صفحه رابط

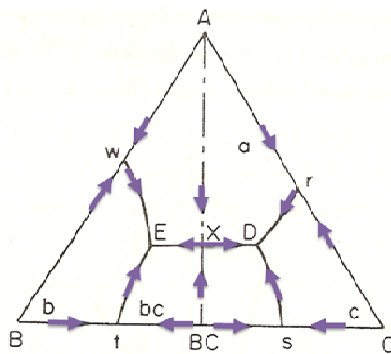


شکل ۲۱. دماهای لازم برای رسم صفحه رابط از روی مقطع همدم

برای دماهای مورد احتیاج برای رسم صفحه رابط شامل دماهای ذوب جزء S و جزء C و دمای یوتکتیک دوتایی A و B و دمای  $T_6$  و دمای  $T_E$  می باشد.

## واکنش یوتکتیک سه تایی

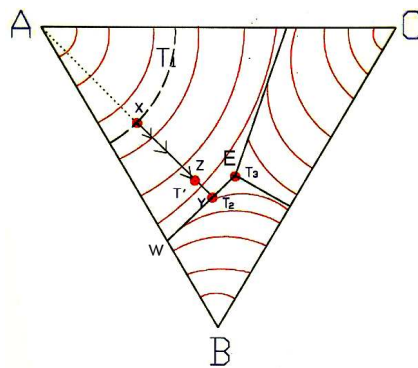
واکنش یوتیک سه تایی تبدیل یک مایع به سه جامد است در مثلث ترکیبی این واکنش با نقطه ای که محل تقاطع سه خط است و این خطوط با کاهش دما به این نقطه می رسند، متناظر است. در مثلث های ترکیبی که کانتور دما وجود دارد این نقطه به وضوح مشخص است حال آنکه اگر مثلث ترکیبی شامل کانتورهای دما نباشد باید از قضیه آلمکید جهت کاهش دما را بدست آورد و نقطه یوتکتیک را مشخص نمود. برای نمونه در شکل ۲۲ دو نقطه E و D نقاط یوتکتیک سه تایی می باشند.



شکل ۲۲. دیاگرام سه تایی دارای دو نقطه یوتکتیک تحلیل شده توسط قضیه آلمکید

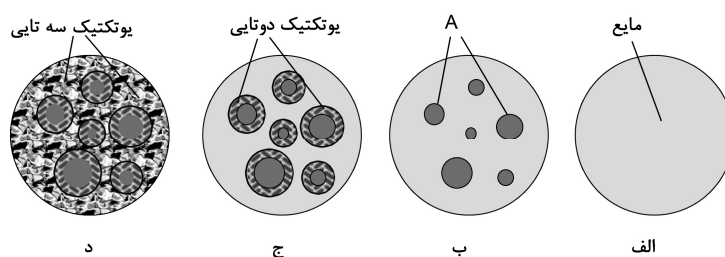
## انجماد در یوتکتیک سه تایی

مطابق شکل ۲۳ فرض کنید می خواهیم نقطه X را تعادلی سرد کنیم تا منجمد شود اولاً حتماً این ترکیب به نحوی سرد می شود که پس از جوانه زنی و انجماد حداکثر دو فاز، مایع به ترکیب یوتکتیک برسد و انجماد یوتکتیک رخ دهد. ثاتیا مسیر این فرآیند یعنی رسیدن ترکیب مایع به ترکیب یوتکتیک یک مسیر مشخص بود و در جهت کاهش دما و روی خطوط سرمایش در هر دما می باشد.



شکل ۲۳. مسیر سرد شدن نقطه X در حین سرد شدن تعادلی

همانطور که در شکل ۲۳ هم آورده شده نقطه X (با مورفولوژی شکل ۲۴ الف) در دمای T<sub>1</sub> با سرد شدن تغییر ترکیب داده به ترکیب نقطه Y می رسد این مسیر تغییر ترکیب همان خط سرمایه‌ش است و در حین سرد شدن حتما تغییر باید روی این خط باشد مانند دمای T' که ترکیب معادل نقطه Z (با مورفولوژی شکل ۲۴ ب) است و پس از رسیدن به نقطه Y با سرد شدن روی مرز فازی به سمت دمای کمتر حرکت می کند (با مورفولوژی شکل ۲۴ ج) تا به ترکیب یوتکتیک برسد و سپس مایع ناگهانی جامد شود (مورفولوژی شکل ۲۴ د).



شکل ۲۴. تغییرات مورفولوژی نقطه X در حین سرد شدن

## مورفولوژی یوتکتیک سه تایی

مورفولوژی چنین ساختاری شامل جامد رسوب شده اولیه A است که از نقطه X تا Y رسوب نموده تا ترکیب از X به Y برسد و سپس آلیاژ یوتکتیک A و B (نقطه W) رسوب می کند تا ترکیب از نقطه Z به نقطه E برسد و سپس انجماد رخ دهد و میزان فازها هم از قانون اهرمها بدست می آید مطابق جدول زیر.

بررسی مورفولوژی نقطه A پس از سرد شدن در شکل ۲۳

درصد جزء	ترکیب جزء			جزء منجمد شده
	درصد C	درصد B	درصد A	
$XY/AY \times 100 = 47$	۰	۰	۱۰۰	عنصر A
$(AX/AY) \times (YE/WE) \times 100 = 17/49$	۰	۷۱	۲۹	یوتکتیک دو تایی A و B
$(AX/AY) \times (WY/WE) \times 100 = 35/51$	۳۰	۵۰	۲۰	یوتکتیک سه تایی A و B و C
۱۰۰	۱۰/۶۵۳۰	۳۰/۱۷۲۹	۵۹/۱۷۴۱	مجموع



## منابع و مراجع

1. F. N. Rhines, "Phase diagrams in metallurgy", Mc Graw Hill book company, 1956.
2. Bergeron, Clifton G., "Introduction to phase equilibria in ceramics", American ceramic society, 1984, 76-151.