

بسمه تعالی

تمرینات فصل ۴

۱- از معادله ی تحلیل تبدیل فوریه استفاده کرده و تبدیل فوریه سیگنال های زیر را محاسبه کنید. نمودار اندازه ی هر تبدیل فوریه را ترسیم و مدرج کنید. الف) $e^{-2(t-1)}u(t-1)$ ب) $e^{-2|t-1|}$

۲- از معادله ی تحلیل تبدیل فوریه استفاده کرده و تبدیل فوریه سیگنال های زیر را محاسبه کنید. نمودار اندازه ی هر تبدیل فوریه را ترسیم و مدرج کنید. الف) $\delta(t+1) + \delta(t-1)$ ب) $\frac{d}{dt}\{u(-2-t) + u(t-2)\}$

۳- تبدیل فوریه ی هر یک از سیگنال های متناوب زیر را تعیین کنید:

الف) $\sin(2\pi t + \frac{\pi}{4})$ ب) $1 + \cos(6\pi t + \frac{\pi}{8})$

۴- از معادله ی ترکیب تبدیل فوریه استفاده کرده و عکس تبدیل فوریه $x(j\omega) = |x(j\omega)|e^{j\angle x(j\omega)}$ را تعیین کنید که در آن:

$$|x(j\omega)| = 2\{u(\omega + 3) - u(\omega - 3)\}, \angle x(j\omega) = -\frac{\pi}{2}\omega + \pi$$

از جواب خود استفاده کرده و مقادیری از t را که به ازای آنها $x(t)=0$ است. را تعیین کنید.

۵- با فرض اینکه $x(t)$ دارای تبدیل فوریه $X(j\omega)$ است، تبدیل فوریه سیگنال های داده شده در زیر را برحسب $X(j\omega)$ بیان کنید.

الف) $x_1(t) = x(1-t) + x(-1-t)$ ب) $x_2(t) = x(3t-6)$ پ) $x_3(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t-1)$

۶- برای هر یک از تبدیل های فوریه ی زیر، از خواص تبدیل فوریه استفاده کرده و تعیین کنید که آیا سیگنال حوزه ی زمانی متناظر، (۱) حقیقی، موهومی یا هیچکدام و (۲) زوج، فرد یا هیچکدام است. این کار را بدون محاسبه ی عکس تبدیل های داده شده، انجام دهید.

الف) $x_1(j\omega) = u(\omega) - u(\omega - 2)$ ب) $x_2(j\omega) = \cos(2\omega) \sin(\frac{\omega}{3})$

پ) $x_3(j\omega) = A(\omega)e^{jB(\omega)}$ ، که در آن $A(\omega) = (\sin 2\omega)/\omega$ & $B(\omega) = 2\omega 6 + \frac{\pi}{3}$

ت) $x_4(j\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{|k|} \delta\left(\omega - \frac{k\pi}{4}\right)$

۷- الف) تبدیل فوریه ی سیگنال مقابل را تعیین کنید: $x(t) = t \left(\frac{\sin t}{\pi t}\right)^2$

ب) با استفاده از رابطه ی پارسوال و نتیجه ی قسمت قبل، مقدار عددی عبارت مقابل را تعیین کنید: $A = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \left(\frac{\sin t}{\pi t}\right)^4 dt$

۸- با توجه به روابط $y(t)=x(t)*h(t)$ و $g(t)=x(3t)*h(3t)$ و با فرض این که $x(t)$ دارای تبدیل فوریه $X(j\omega)$ و $h(t)$ دارای تبدیل فوریه $H(j\omega)$ است، از خواص تبدیل فوریه استفاده کرده و نشان دهید که $g(t)$ به صورت $g(t)=Ay(Bt)$ است. مقادیر A و B را تعیین کنید.

۹- سیگنال $x(t)$ با تبدیل فوریه $X(j\omega)$ را در نظر بگیرید. فرض کنید که اطلاعات زیر به ما داده شده است: ۱- $x(t)$ حقیقی و نامنفی است.

۲- $F^{-1}\{(1+j\omega)X(j\omega)\} = Ae^{-2t}u(t)$. ۳- $\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\omega$. عبارتی به صورت بسته برای $x(t)$ تعیین کنید.

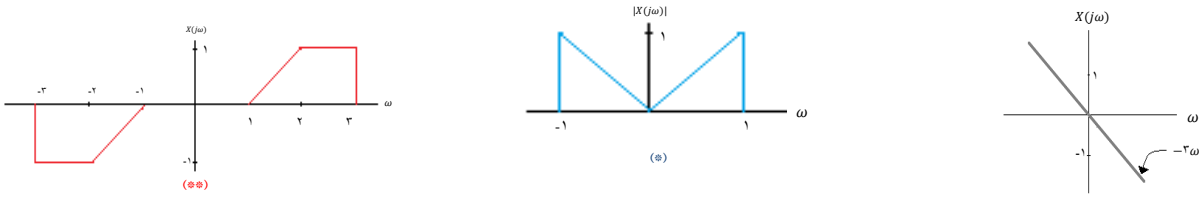
۱۰- فرض کنید $x(t)$ سیگنالی با تبدیل فوریه $X(j\omega)$ باشد. فرض کنید که اطلاعات زیر به ما داده شده است: ۱- $x(t)$ حقیقی است. ۲- برای $x(t) = 0, t \leq 0$. ۳- $\int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}\{X(j\omega)\}e^{j\omega t} d\omega = |t|e^{-|t|}$. عبارتی به صورت بسته برای $x(t)$ تعیین کنید.

۱۱- یک سیستم LTI علی با پاسخ فرکانسی مقابل را در نظر بگیرید: $H(j\omega) = \frac{(\sin^2(\tau\omega))\cos\omega}{\omega^3}$ برای یک ورودی خاص $x(t)$ ، ملاحظه می شود که این سیستم خروجی روبرو را ایجاد می کند: $y(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t)$. $x(t)$ را تعیین کنید.

۱۲- سیگنال زمان-پیوسته متناظر با هر یک از تبدیلهای زیر را تعیین کنید.

الف) $X(j\omega) = \frac{\sin[\tau(\omega - 2\pi)]}{(\omega - 2\pi)}$ ب) $X(j\omega) = \cos(4\omega + \pi/3)$ پ) $X(j\omega)$ به صورت نمودارهای اندازه و فاز در شکل (*)

ت) $X(j\omega) = 2[\delta(\omega - 1) - \delta(\omega + 1)] + 2[\delta(\omega - 2\pi) + \delta(\omega + 2\pi)]$ ث) $X(j\omega)$ به صورت شکل (**)



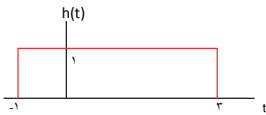
۱۳- الف) کانولوشن هر یک از سیگنال های $x(t)$ و $h(t)$ زیر را با محاسبه $X(j\omega)$ و $H(j\omega)$ ، استفاده از خاصیت کانولوشن، و گرفتن عکس تبدیل بدست آورید.

$$h(t) = e^{-\tau t}u(t), \quad x(t) = te^{-\tau t}u(t) \quad (1)$$

$$h(t) = te^{-\tau t}u(t), \quad x(t) = te^{-\tau t}u(t) \quad (2)$$

$$h(t) = e^t u(-t), \quad x(t) = e^{-t} u(t) \quad (3)$$

ب) فرض کنید که $x(t) = e^{-(t-\tau)}u(t - \tau)$ و $h(t)$ به صورت ترسیم شده باشد. با نشان دادن این که تبدیل فوری $y(t) = x(t) * h(t)$ مساوی $H(j\omega)X(j\omega)$ است، درستی خاصیت کانولوشن را برای این زوج سیگنال تحقیق کنید.



۱۴- نشان دهید که سه سیستم LTI با پاسخ های ضربه زیر:

$$h_1(t) = u(t),$$

$$h_2(t) = -\tau\delta(t) + \delta e^{-\tau t}u(t),$$

$$h_3(t) = \tau t e^{-t}u(t)$$

همگی دارای پاسخ یکسانی به $\cos t$ هستند.

ب) پاسخ ضربه ی یک سیستم LTI دیگر رت با همان پاسخ $\cos t$ بیابید. این مساله این واقعیت را روشن می سازد که نمیتوان از پاسخ به $\cos t$ برای مشخص کردن یکتای یک سیستم LTI استفاده کرد.