تذکر: در صورت معلوم نبودن y_1، جوابها $y=\pm x$ و $y=\pm\frac{1}{x}$ را آزمایش می‌کنیم (معمولاً جوابها به این شکل می‌باشند).

مثال: معادلهٔ زیر را حل کنید.

۹۶۲ / ص ۵۶

$$y' = 2\,tg\,x\,\sec x - y^2 \sin x \qquad y_1 = \sec x$$

$$\to y' + \sin x\, y^2 = 2\,tg\,x \sec x$$

$$y = y_1 + \frac{1}{z} \Rightarrow y = \sec x + \frac{1}{z}$$

$$y' = \sec x\, tg\, x - \frac{z'}{z^2}$$

$$\sec x\, tg\, x - \frac{z'}{z^2} + \sin x \left(\sec x + \frac{1}{z}\right)^2 - 2\,tg\,x \sec x = 0$$

$$-\frac{z'}{z^2} + \sin x \left(\sec^2 x + \frac{1}{z^2} + 2\sec x \cdot \frac{1}{z}\right) - tg\,x \sec x = 0$$

$$-\frac{z'}{z^2} + \sin x \sec^2 x + \frac{1}{z^2}\sin x + 2\sec x \sin x \frac{1}{z} - tg\,x \sec x = 0$$

$$\frac{-z'}{z^2} + \cancel{\frac{\sin x}{\cos^2 x}} + \frac{1}{z^2}\sin x + \frac{2\sin x}{\cos x}\cdot\frac{1}{z} - \cancel{\frac{\sin x}{\cos^2 x}} = 0 \qquad \times -z^2$$

$$z' - \sin x - 2\,tg\,x\, z = 0$$

$$z' - 2\,tg\,x\, z = \sin x$$ خطی مرتبه اول برحسب z

$$\mu_{(x)} = e^{-\int 2\,tg\, z\, dz} = e^{-2\times -\ln\cos x} = e^{\ln\cos^2 x} = \cos^2 x$$

$$z = \frac{1}{\cos^2 x}\left(\int \cos^2 x \sin x\, dx + c\right) = \frac{1}{\cos^2 x}\left(-\frac{\cos^3 x}{3} + c\right)$$

$$z = \frac{1}{\cos^2 x}\left(-\frac{1}{3}\cos^3 x + c\right) \qquad y = \sec x + \frac{1}{z}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{z} = y - \sec x$$

$$z = \frac{1}{y - \sec x}$$

$$\boxed{\frac{1}{y - \sec x} = \frac{1}{\cos^2 x}\left(-\frac{1}{3}\cos^3 x + c\right)}$$