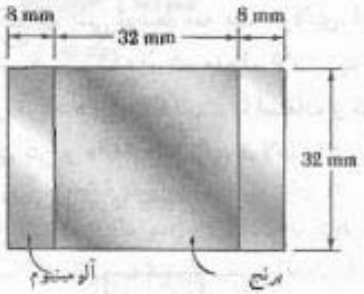
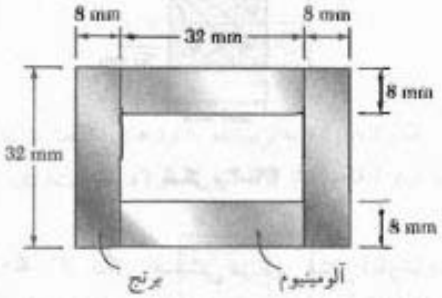
مسائل

۴-۳۳ و ۴-۳۴ میله‌ای با مقطع عرضی نشان داده شده از برنج و آلومینیوم است. با استفاده از داده‌های زیر، ماکزیمم لنگر خمشی مجاز را برای خمش میله حول یک محور افقی بیابید.

	آلومینیم	برنج
مدول الاستیسیته	۷۰ GPa	۱۰۵ GPa
تنش مجاز	۱۰۰ MPa	۱۶۰ MPa



شکل م۴-۳۳



شکل م۴-۳۴

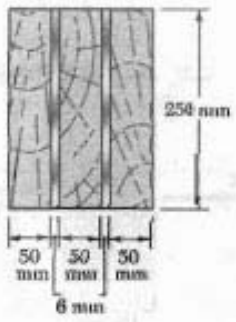
۴-۳۵ و ۴-۳۶ برای میله مرکب نشان داده شده، ماکزیمم لنگر خمشی مجاز را در میله برای خمش آن حول یک محور عمودی بیابید:

۴-۳۵ میله مسئله ۴-۳۳

۴-۳۶ میله مسئله ۴-۳۴

۴-۳۷ سه تیر چوبی و دو ورق فولادی به هم پیچ شده‌اند و عضو مرکب نشان داده شده را ساخته‌اند. با استفاده از داده‌های زیر، ماکزیمم لنگر خمشی مجاز را برای خمش عضو حول یک محور افقی بیابید.

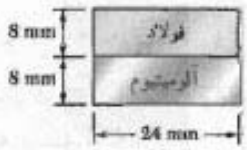
	چوب	فولاد
مدول الاستیسیته	۱۴ GPa	۲۰۰ GPa
تنش مجاز	۱۴ MPa	۱۵۰ MPa



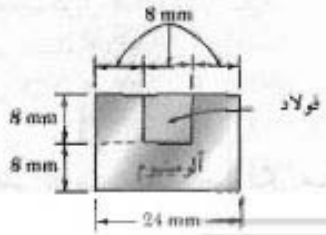
شکل م۴-۳۷

۴-۳۸ در مسئله ۴-۳۷، ماکزیمم لنگر خمشی را برای خمش عضو مدل یک محور عمودی بیابید.

۴-۳۹ و ۴-۴۰ از اتصال میله فولادی ($E_s = ۲۱۰$ GPa) و میله آلومینیومی ($E_a = ۷۰$ GPa)، میله مرکب نشان داده شده به‌وجود آمده است. مطلوبست تنش ماکزیمم: (الف) در آلومینیوم، (ب) در فولاد، وقتی میله تحت لنگر $M = ۶۰$ N.m حول یک محور افقی خم می‌شود.



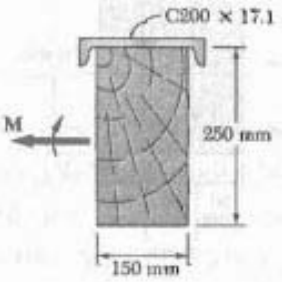
شکل م۴-۳۹



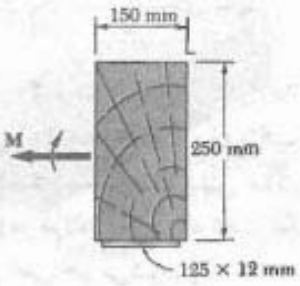
شکل م۴-۴۰

RuEB

۴-۴۱ و ۴-۴۲ تیر چوبی با مقطع عرضی ۲۵۰ × ۱۵۰ mm به تقویت‌کننده فولادی پیچ شده است. مدول الاستیسیته چوب و فولاد، به‌ترتیب، ۱۲ GPa و ۲۰۰ GPa است. اگر تیر تحت کوپل $M = 50$ kN.m حول یک محور افقی خم شود، مطلوبست ماکزیمم تنش: (الف) در چوب، (ب) در فولاد.



شکل م۴-۴۱



شکل م۴-۴۲

۴-۴۳ و ۴-۴۴ برای میله مرکب نشان داده شده، شعاع انحنای ناشی از اعمال کوپل ۳۵ N.m را بیابید.

۴-۴۳ میله مسئله ۴-۲۹

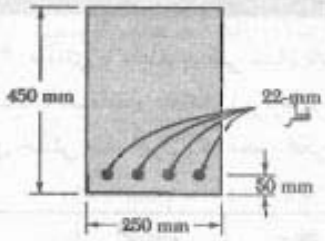
۴-۴۴ میله مسئله ۴-۳۰

۴-۴۵ و ۴-۴۶ برای تیر مرکب نشان داده شده، شعاع انحنای ناشی از اعمال کوپل ۵۰ kN.m را بیابید.

۴-۴۵ تیر مسئله ۴-۴۱

۴-۴۶ تیر مسئله ۴-۴۲

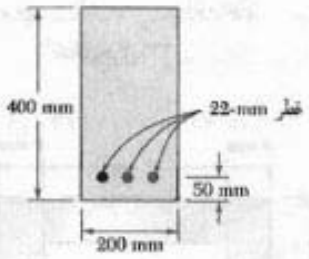
۴-۴۷ تیر بتنی تقویت شده‌ای تحت لنگر خمشی مثبت ۱۷۵ kN.m قرار دارد. اگر مدول الاستیسیته برای بتن ۲۵ GPa و برای فولاد ۲۰۰ GPa باشد، مطلوبست: (الف) تنش در فولاد، (ب) ماکزیمم تنش در بتن.



شکل م۴-۴۷

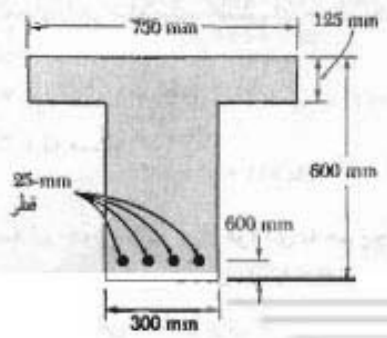
۴-۴۸ مسئله ۴-۴۷ را با این فرض حل کنید که عمق تیر از ۴۵۰ mm به ۵۰۰ mm افزایش یابد.

۴-۴۹ یک تیر بتنی توسط سه میله فولادی، که مطابق شکل قرار دارند، تقویت شده است. مدول الاستیسیته برای بتن ۲۰ GPa و برای فولاد ۲۰۰ GPa است. با استفاده از تنش مجاز ۹/۴۵ MPa برای بتن و ۱۲۰ MPa برای فولاد، ماکزیمم لنگر خمشی مثبت مجاز در تیر را بیابید.



شکل م۴-۴۹

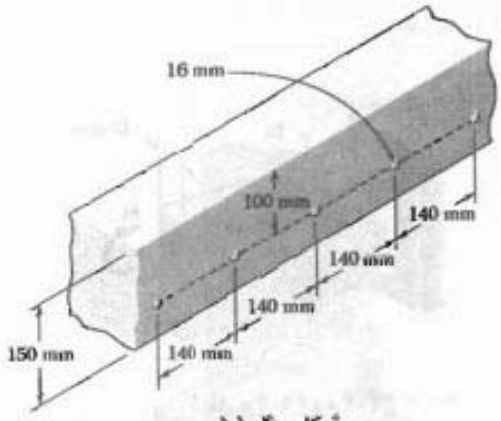
۴-۵۰ اگر لنگر خمشی در تیر بتنی تقویت شده‌ای ۲۰۰+ kN.m و مدول الاستیسیته برای بتن ۲۵ GPa و برای فولاد ۲۰۰ GPa باشد، مطلوبست: (الف) تنش در فولاد، (ب) ماکزیمم تنش در بتن.



شکل م۴-۵۰

RuED

۴-۵۱ یک دال بتنی توسط میله‌هایی به‌قطر ۱۶ mm تقویت شده است. فاصله مراکز میله‌ها از هم ۱۴۰ mm است. مدول الاستیسیته بتن و فولاد، به‌ترتیب، ۲۰ GPa و ۲۰۰ GPa است. با استفاده از تنش مجاز ۹ MPa برای بتن و ۱۴۰ MPa برای فولاد، ماکزیمم لنگر خمشی را که می‌توان بر واحد طول دال وارد کرد بیابید.

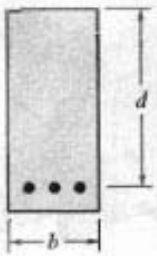


شکل م ۴-۵۱

۴-۵۲ در یک تیر بتنی تقویت شده، هرگاه ماکزیمم تنش در فولاد مساوی با تنش مجاز σ_s و ماکزیمم تنش در بتن مساوی با تنش مجاز σ_c باشد، تیر را متوازن می‌گویند. نشان دهید که برای دست‌یابی به یک طرح متوازن، فاصله x از نوک تیر تا محور خنثی باید به‌صورت زیر باشد:

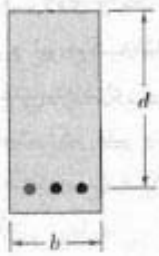
$$x = \frac{d}{1 + \dfrac{\sigma_s E_c}{\sigma_c E_s}}$$

که در آن E_c و E_s، به‌ترتیب، مدول‌های الاستیسیته بتن و فولاد هستند و d فاصله از نوک تیر تا فولاد تقویت‌کننده است.



شکل م ۴-۵۲

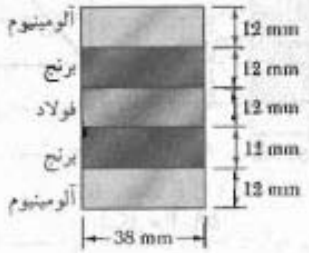
۴-۵۳ برای تیر بتنی نشان داده شده، مدول الاستیسیته برای بتن ۲۴ GPa و برای فولاد ۲۰۰ GPa است. اگر $b = 200$ mm و $d = 550$ mm، با استفاده از تنش مجاز ۱۲ MPa برای بتن و ۱۴۰ MPa برای فولاد، مطلوبست: (الف) مساحت A_s فولاد تقویت‌کننده در صورتی که بخواهیم طرح متوازن باشد، (ب) ماکزیمم لنگر خمشی مجاز (برای تعریف طرح متوازن، به مسئله ۴-۵۲ مراجعه کنید).



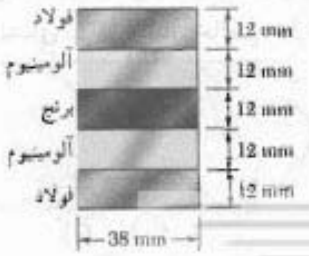
شکل م ۴-۵۳ و م ۴-۵۴

۴-۵۴ برای تیر بتنی نشان داده شده، مدول الاستیسیته برای بتن ۲۵ GPa و برای فولاد ۲۰۰ GPa است. اگر $b = 200$ mm و $d = 450$ mm، با استفاده از تنش مجاز ۱۲٫۵ MPa برای بتن و ۱۴۰ MPa برای فولاد، مطلوبست: (الف) مساحت A_s فولاد تقویت‌کننده در صورتی که بخواهیم طرح متوازن باشد، (ب) ماکزیمم لنگر خمشی مجاز (برای تعریف طرح متوازن، به مسئله ۴-۵۲ مراجعه کنید).

۴-۵۵ و ۴-۵۶ پنج تسمه فلزی، هر یک با مقطع عرضی ۱۲×۳۸ mm، به یکدیگر متصل و تیر مرکب نشان داده شده را تشکیل داده‌اند. مدول الاستیسیته برای فولاد ۲۰۰ GPa، برای برنج ۱۰۵ GPa و برای آلومینیوم ۷۰ GPa است. اگر تیر با اعمال کوپل ۱٫۴ kN.m حول یک محور افقی خم شود، مطلوبست: (الف) ماکزیمم تنش در هر یک از سه فلز، (ب) شعاع انحنای تیر مرکب.



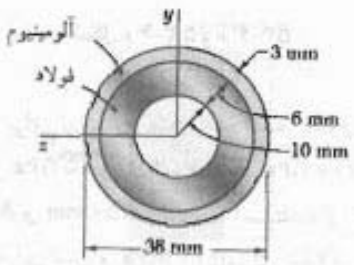
شکل م ۴-۵۵



شکل م ۴-۵۶

FUEB

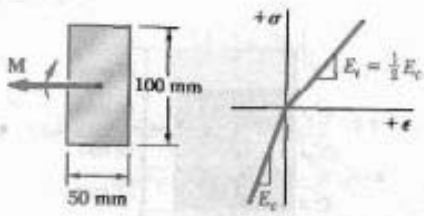
۴-۵۷ یک لوله فولادی و یک لوله آلومینیومی به یکدیگر محکم شده‌اند و تیر مرکب نشان داده شده را تشکیل داده‌اند. مدول الاستیسیته برای فولاد ۲۱۰ GPa و برای آلومینیوم ۷۰ GPa است. اگر تیر مرکب با اعمال کوپل ۵۰۰ N.m خم شود، مطلوبست ماکزیمم تنش: (الف) در آلومینیوم، (ب) در فولاد.



شکل م۴-۵۷

۴-۵۸ مسئله ۴-۵۷ را با این فرض حل کنید که لوله داخلی به ضخامت 6 mm از آلومینیوم و لوله خارجی به ضخامت 3 mm از فولاد ساخته شده باشند.

۴-۵۹ تیر مستطیلی نشان داده شده از پلاستیکی ساخته شده است که مدول الاستیسیته آن در کشش نصف مقدار آن در فشار است. برای لنگر خمشی $M = 600$ N.m، مطلوبست: (الف) ماکزیمم تنش کششی، (ب) ماکزیمم تنش فشاری.



شکل م۴-۵۹

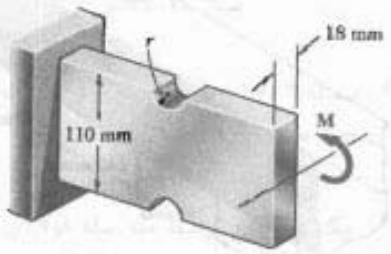
۴-۶۰* یک تیر مستطیلی از ماده‌ای ساخته شده است که مدول الاستیسیته آن در کشش E_t و در فشار E_c است. نشان دهید که شعاع انحنای تیر در خمش خالص عبارت است از

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E_e I}$$

که در آن

$$E_e = \frac{4E_tE_c}{(\sqrt{E_t} + \sqrt{E_c})^2}$$

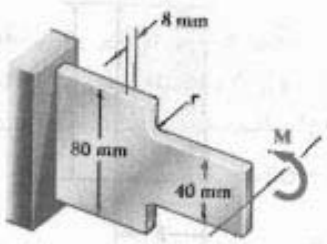
۴-۶۱ شیارهای نیم دایره‌ای با شعاع r، مطابق شکل، در جوانب یک عضو فولادی فرز شده‌اند. با استفاده از تنش مجاز 55 MPa، مطلوبست ماکزیمم لنگر خمشی که می‌توان بر عضو وارد کرد در صورتی که شعاع r شیارهای نیم دایره‌ای برابر است با: (الف) 10 mm، (ب) 18 mm.



شکل م۴-۶۱ و م۴-۶۲

۴-۶۲ شیارهای نیم‌دایره‌ای با شعاع r، مطابق شکل، در جوانب یک عضو فولادی فرز شده‌اند. اگر $M = 450$ N.m، مطلوبست ماکزیمم تنش در عضو در صورتی که: (الف) $r = 10$ mm، (ب) $r = 18$ mm.

۴-۶۳ اگر $M = 250$ N.m، مطلوبست ماکزیمم تنش در تیر نشان داده شده وقتی شعاع r گرده برابر است با: (الف) 4 mm، (ب) 8 mm.



شکل م۴-۶۳ و م۴-۶۴

۴-۶۴ اگر تنش مجاز در تیر نشان داده شده 90 MPa باشد، مطلوبست لنگر خمشی مجاز M وقتی شعاع r گرده‌ها برابر است با: (الف) 8 mm، (ب) 12 mm.

RuEB