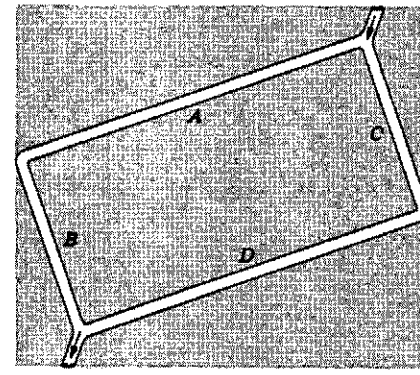
www.YasDL.com

بیاوریم، کتابی که روی میزتان است، شبها تندتر از روزها حرکت می‌کند. این گفته در کدام چارچوب مرجع درست است؟

۱۸. هوانوردی در پایان یک شیرجه، روی قوسی از دایره حرکت می‌کند. گفته می‌شود که هوانورد، با شتاب $3g$ از حالت شیرجه خارج شده است. معنی این عبارت را توضیح دهید.

۱۹. آیا می‌شود شتاب یک پرتابه را برحسب مؤلفه‌های شعاعی و مماسی آن در هر نقطه از مسیر حرکت نشان داد؟ اگر چنین است، آیا این نمایش مزیتی هم دارد؟

۲۰. لوله‌ای به شکل مستطیلی با گوشه‌های گرد در صفحهٔ قائم قرار دارد (شکل ۲۰). دو بلبرینگ را درگوشهٔ بالای سمت راست، یکی را در مسیر AB و دیگری را در مسیر CD رها می‌کنیم. کدام‌یک زودتر به گوشهٔ پایینِ سمت چپ می‌رسد؟



شکل ۲۰. پرسش ۲۰

۲۱. آیا اگر شتاب جسمی در یک چارچوب مرجع خاص ثابت باشد، در چارچوبهای مرجع دیگر هم الزاماً ثابت است؟

۲۲. کودکی در قطاری که با سرعت ثابت حرکت می‌کند نشسته است. این کودک توپی را مستقیماً به بالا پرتاب می‌کند. آیا توپ پشت سرش می‌افتد، جلویش می‌افتد، یا توی دستهایش؟ اگر در مدتی که توپ در هواست، قطار به طرف جلو شتاب بگیرد، یا روی ریل منحنی حرکت کند، توپ در برگشت چه وضعیتی خواهد داشت؟

۲۳. شخصی روی سکوی عقبی قطاری که سرعت ثابت دارد ایستاده است. این شخص در حالی‌که روی ریل خم شده است، سکه‌ای را رها می‌کند. مسیر حرکت سکه را از دید این ناظرها بررسی کنید: (الف) خودِ شخص، (ب) شخصی که نزدیک ریل ایستاده است، و (ج) شخصی که در قطار دیگری است که روی ریلی موازی با ریل قطار اول، و در جهت مخالف این قطار حرکت می‌کند.

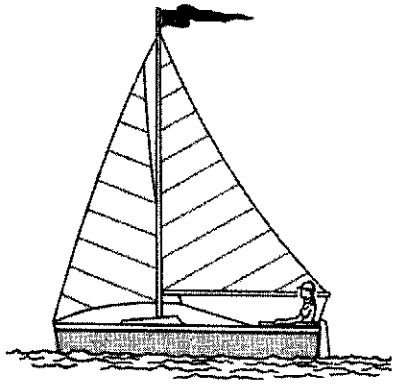
۲۴. آسانسوری با سرعت ثابت پایین می‌آید. شخصی در این آسانسور، سکه‌ای را رها می‌کند. شتاب سکهٔ افتان (الف) از دید این شخص و (ب) از دید شخصی که نسبت به چاه آسانسور ساکن است چقدر است؟

۲۵. سطلی زیر باران است. باران به‌طور یکنواخت می‌بارد و در سطل جمع می‌شود. آیا اگر باد افقی ثابتی بوزد، آهنگ جمع شدن آب در سطل تغییر می‌کند؟

۲۶. شیشهٔ جلوی اتوبوسی در صفحهٔ قائم است. این اتوبوس زیر باران شدید با سرعت v_b حرکت می‌کند قطرات باران با سرعت حد v_r در راستای قائم سقوط می‌کنند. این قطره‌ها با چه زاویه‌ای به شیشهٔ جلو می‌خورند؟

۲۷. فرض کنید بارانی با قطره‌های منظم و عمود بر زمین می‌بارد و شما می‌خواهید در زیر این باران مسافت معینی را طوری طی کنید که حتی‌الامکان کمتر خیس بشوید (یعنی قطره‌های کمتری به شما اصابت کند). آیا باید خیلی تند بدوید؟ خیلی آهسته راه بروید؟ یا یک سرعت میانی مناسب انتخاب کنید؟[1]

۲۸. شکل ۲۱ چه ایرادی دارد؟ قایق دارد با نیروی باد حرکت می‌کند.



شکل ۲۱. پرسش ۲۸

۲۹. تبدیل گالیله‌ای سرعت (معادلهٔ ۴۳) از تجربیات روزمره چنان به ذهن ما آشناست که گاهی ادعا می‌شود که "صحت آن بدیهی است و نیاز به اثبات ندارد." بسیاری از (به‌اصطلاح) ابطالهای نظریهٔ نسبیت هم در واقع مبتنی بر همین ادعاست. چگونه می‌شود این ادعا را رد کرد؟

مسئله‌ها

بخش ۴ـ۱ مکان، سرعت، و شتاب

۱. هواپیمایی از شهر A، ۴۱۰mi به‌طرف شرق پرواز می‌کند و در مدت ۴۵min به شهر B می‌رسد. سپس ۸۲۰mi به طرف جنوب پرواز می‌کند و در مدت ۱h۳۰min به شهر C می‌رسد. (الف) اندازه و جهت بردار جابه‌جایی مربوط به کل مسیر را به‌دست بیاورید.

---

۱. نگاه کنید به
"An Optimal Speed for Traversing a Constant Rain", S. A. Stern, *American Journal of Physics*, September 1983, p. 815.

www.YasDL.com

(ب) بردار سرعت متوسط و (ج) متوسط اندازهٔ سرعت را پیدا کنید.

۲. مکان ذره‌ای در صفحهٔ xy با رابطهٔ $\mathbf{r} = (2t^3 - 5t)\mathbf{i} + (6 - 7t^4)\mathbf{j}$ بیان می‌شود، که در آن r برحسب متر و t برحسب ثانیه است. (الف) $\mathbf{r}$، (ب) $\mathbf{v}$، و (ج) $\mathbf{a}$ را در $t = 2\text{s}$ حساب کنید.

۳. بالونی در مدت $3\text{h}24\text{min}$، از نقطهٔ رهاشدنش در سطح زمین، $8{,}7\text{km}$ به شمال، $9{,}7\text{km}$ به‌شرق، و $2{,}9\text{km}$ به طرف بالا می‌رود. (الف) اندازهٔ سرعت متوسط بالون و (ب) زاویهٔ بردار سرعت متوسط با سطح افقی را پیدا کنید.

۴. سرعت ذره‌ای درصفحهٔ xy از رابطهٔ $\mathbf{v} = (6t - 4t^2)\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$ به‌دست می‌آید، که در آن v برحسب متر بر ثانیه و $t(> 0)$ برحسب ثانیه است. (الف) شتاب ذره را در $t = 3\text{s}$ پیدا کنید. (ب) شتاب در چه زمانی صفر می‌شود (اگر اصولاً صفر شود)؟ (ج) سرعت در چه زمانی صفر می‌شود (اگر اصولاً صفر شود)؟ (د) سرعت در چه زمانی 10m/s می‌شود (اگر اصولاً چنین زمانی در کار باشد)؟

بخش ۴ـ۲ حرکت با شتاب ثابت

۵. در یک لامپ پرتو کاتدی، باریکه‌ای از الکترونها با سرعت $9{,}6 \times 10^8\text{cm/s}$ به‌طور افقی وارد ناحیه‌ای به‌طول $2{,}3\text{cm}$ میان دو صفحهٔ افقی می‌شود. بین این دو صفحه یک میدان الکتریکی وجود دارد که به الکترونها شتاب رو به پایین $9{,}4 \times 10^{16}\text{cm/s}^2$ می‌دهد. (الف) چه مدت طول می‌کشد تا الکترونها از ناحیهٔ میان صفحات بگذرند؟ (ب) جابه‌جایی عمودی باریکه طی این مدت چقدر است؟ (ج) مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت باریکه، هنگام خروج از این ناحیه چقدر است؟

۶. یک قایق بادبانی یخ‌نوردی، با شتاب ثابت حاصل از باد، روی سطح دریاچهٔ یخزده‌ای حرکت می‌کند. سرعت آن در زمان معینی $6{,}30\mathbf{i} - 8{,}42\mathbf{j}$ (برحسب m/s) است. سه ثانیه بعد، قایق به‌حالت سکون لحظه‌ای می‌رسد. شتاب قایق در این مدت چه بوده است؟

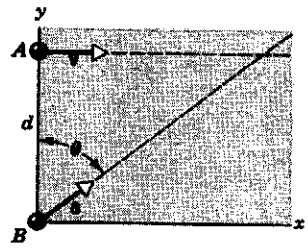
۷. ذره‌ای چنان حرکت می‌کند که مکان آن برحسب زمان به‌صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} + 4t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}$$

(الف) سرعت و (ب) شتاب آن‌را برحسب زمان بنویسید. (ج) مسیر ذره به چه شکلی است؟

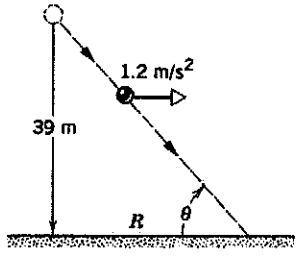
۸. ذره‌ای در $t = 0$، با سرعت اولیهٔ $\mathbf{v}_0 = 3{,}6\mathbf{i}\ \text{m/s}$، از مبدأ حرکت می‌کند. شتاب این ذره ثابت و برابر با $\mathbf{a} = -1{,}2\mathbf{i} - 1{,}4\mathbf{j}\ \text{m/s}^2$ است. (الف) ذره در چه زمانی به بیشترین مختصهٔ x خود می‌رسد؟ (ب) سرعت ذره در این زمان چقدر است؟ (ج) در این زمان، ذره کجاست؟

۹. ذرهٔ A در راستای خط $y = d(30\text{m})$، با سرعت ثابت $\mathbf{v}(v = 3{,}0\text{m/s})$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند (شکل ۲۲). ذرهٔ B، هنگامی که A از محور y می‌گذرد، با سرعت صفر و شتاب ثابت $\mathbf{a}(a = 0{,}40\text{m/s}^2)$ از مبدأ شروع به حرکت می‌کند. زاویهٔ θ بین $\mathbf{a}$ و جهتِ مثبت محور y چقدر باشد تا دو ذره با هم برخورد کنند؟



شکل ۲۲. مسئلهٔ ۹

۱۰. توپی از ارتفاع $39{,}0\text{m}$ رها می‌شود. باد، افقی می‌وزد و به توپ شتاب $1{,}20\text{m/s}^2$ می‌دهد. (الف) نشان بدهید که توپ روی یک خط راست حرکت می‌کند و مقادیر R و θ در شکل ۲۳ را پیدا کنید. (ب) چه مدتی طول می‌کشد تا توپ به زمین برسد؟ (ج) توپ با چه سرعتی به زمین می‌خورد؟



شکل ۲۳. مسئلهٔ ۱۰

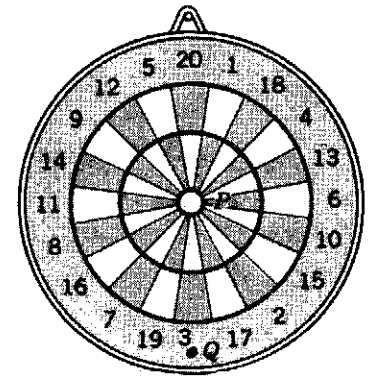
بخش ۴ـ۳ حرکت پرتابی

۱۱. توپی روی میزی افقی به ارتفاع $4{,}23\text{ft}$ می‌غلتد و از آن به زمین می‌افتد. نقطهٔ برخورد توپ به زمین در فاصلهٔ افقی $5{,}11\text{ft}$ از لبهٔ میز است. (الف) توپ چه مدتی در هوا بوده است؟ (ب) سرعت آن هنگام افتادن از میز چقدر بوده است؟

۱۲. الکترون هم، مثل همهٔ انواع دیگر ماده، تحت تأثیر گرانش سقوط می‌کند. الکترونی با سرعت $3{,}0 \times 10^7\text{m/s}$ (یک دهم سرعت نور) به‌طور افقی پرتاب می‌شود. این الکترون، طی مسافت افقی 1m، چقدر سقوط می‌کند؟

۱۳. پیکانی با سرعت اولیهٔ 10m/s به طرف مرکز تختهٔ هدف، نقطهٔ P پرتاب می‌شود و $0{,}19\text{s}$ بعد در نقطهٔ Q که در امتداد قائم زیر P است فرو می‌رود؛ شکل ۲۴. (الف) فاصلهٔ PQ چقدر است؟ (ب) فاصلهٔ پرتاب‌کننده از هدف چقدر بوده است؟

www.YasDL.com



شکل ۲۴. مسئلهٔ ۱۳

۱۴. تفنگی به‌طور افقی به طرف هدفی به فاصلهٔ ۱۳۰ft نشانه رفته است. گلوله ۰٫۷۵in زیر هدف می‌خورد. (الف) زمان پرواز گلوله چقدر بوده است؟ (ب) سرعت خروج گلوله چقدر بوده است؟

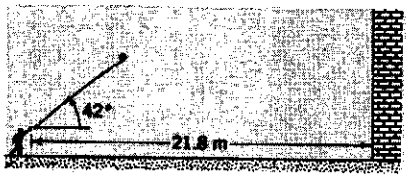
۱۵. گلوله‌ای با سرعت ۲۵۰m/s در راستای افق از تفنگی در ارتفاع ۴۵٫۰m از سطح زمین شلیک می‌شود. (الف) گلوله چه مدتی در هوا می‌ماند؟ (ب) فاصلهٔ افقی نقطهٔ برخورد گلوله به زمین از نقطهٔ شلیک چقدر است؟ (ج) مؤلفهٔ قائم سرعت گلوله، هنگام برخورد با زمین، چقدر است؟

۱۶. یک بازیکن بیسبال، توپ را با سرعت ۹۲٫۰mi/h به‌طور افقی پرتاب می‌کند. فاصلهٔ پرتاب‌کننده تا بازیکنی که چوب بیسبال را در دست دارد، ۶۰٫۰ft است. (الف) چقدر طول می‌کشد تا توپ ۳۰٫۰ft افقی اول مسیر را بپیماید؟ چقدر طول می‌کشد تا ۳۰٫۰ft دوم را بپیماید؟ (ب) در طی ۳۰٫۰ft افقی اول، توپ تحت تأثیر گرانش چقدر سقوط می‌کند؟ (ج) در ۳۰٫۰ft دوم چقدر؟ (د) چرا این دو مقدار با هم برابر نیستند؟ مقاومت هوا را ناچیز بگیرید.

۱۷. در یک داستان پلیسی، جسدی به فاصلهٔ ۱۵ft از دیوار ساختمانی، و زیر پنجره‌ای باز به ارتفاع ۸۰ft پیدا می‌شود. حدس می‌زنید که مرگ تصادفی بوده است یا خیر؟ چرا؟

۱۸. گلوله‌ای را با سرعت اولیهٔ ۱۵m/s و با زاویهٔ ۲۰° زیر سطح افق، از بالای صخره‌ای پرتاب می‌کنیم. (الف) جابه‌جایی افقی و (ب) جابه‌جایی عمودی گلوله ۲٫۳s بعد از پرتاب چقدر است؟

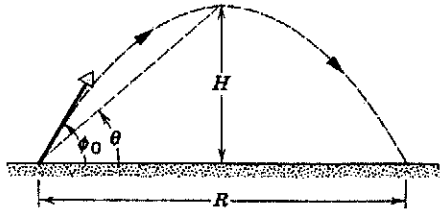
۱۹. توپ کوچکی را با سرعت ۲۵٫۳m/s با زاویهٔ ۴۲٫۰° بالاتر از سطح افق، مستقیماً به‌طرف دیواری پرتاب می‌کنیم (شکل ۲۵). دیوار ۲۱٫۸m از نقطهٔ پرتاب توپ فاصله دارد. (الف) چقدر طول می‌کشد تا توپ به دیوار برخورد کند؟ (ب) توپ چقدر بالاتر از نقطهٔ پرتاب به دیوار می‌خورد؟ (ج) مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت توپ در لحظهٔ برخورد به دیوار چقدر است؟ (د) آیا توپ، پس از گذشتن از نقطهٔ اوج مسیرش به دیوار می‌خورد؟



شکل ۲۵. مسئلهٔ ۱۹

۲۰. نشان بدهید که ارتفاع نقطهٔ اوج پرتابه، $y_{max} = (v_0 \sin \phi_0)^2/2g$ است.

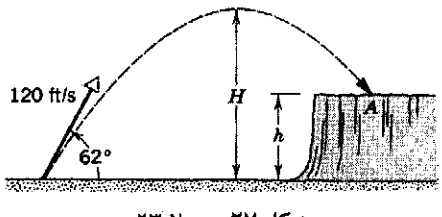
۲۱. (الف) پرتابه‌ای را در نظر بگیرید که از سطح زمین با زاویهٔ ϕ_0 بالاتر از سطح افقی پرتاب می‌شود. نشان بدهید که نسبت ارتفاع نقطهٔ اوج H به برد R برابر است با $H/R = 1/4\tan\phi_0$. (ب) زاویهٔ پرتاب چقدر باشد تا ارتفاع اوج با برد افقی برابر شود؟ (شکل ۲۶).



شکل ۲۶. مسئله‌های ۲۱ و ۲۲

۲۲. پرتابه‌ای را در نظر بگیرید که از سطح زمین با زاویهٔ ϕ_0 بالاتر از سطح افقی پرتاب می‌شود. (الف) نشان بدهید که رابطهٔ زاویهٔ فرازِ نقطهٔ اوج نسبت به نقطهٔ پرتاب (θ در شکل ۲۶)، با ϕ_0 چنین به صورت $\tan\theta = 1/2\tan\phi_0$ است. (ب) θ را به‌ازای $\phi_0 = 45°$ حساب کنید.

۲۳. سنگی را از سطح زمین با سرعت اولیهٔ ۱۲۰ft/s در جهت ۶۲° بالاتر از سطح افق به طرف صخره‌ای به ارتفاع h پرتاب می‌کنند (شکل ۲۷). این سنگ ۵٫۵s پس از پرتاب در نقطهٔ A به‌زمین می‌خورد. (الف) ارتفاع صخرهٔ (h)، (ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد در نقطهٔ A، و (ج) ارتفاع اوج سنگ نسبت به زمین (H) را پیدا کنید.



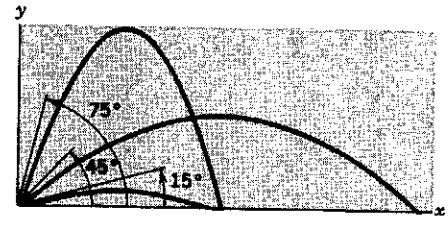
شکل ۲۷. مسئلهٔ ۲۳

www.YasDL.com

۲۴. در المپیک ۱۹۶۸ مکزیکوسیتی، باب بیمون رکورد ۸٫۹۰m را برای پرش طول به‌جا گذاشت. فرض کنید سرعت اولیهٔ او درلحظهٔ آغاز پرش ۹٫۵۰m/s (تقریباً برابر با سرعت دونده‌های سرعت) بوده باشد، اختلاف این رکورد با رکوردی که در همین شرایط و در غیاب مقاومت هوا به‌دست می‌آمد چقدر است؟ مقدار g در مکزیکوسیتی $9{,}78\text{m/s}^2$ است.

۲۵. در مثال ۳، (الف) اندازهٔ سرعت بسته در موقع برخورد با هدف و (ب) زاویهٔ برخورد نسبت به راستای قائم چقدر است؟ (ج) چرا زاویهٔ برخورد با زاویهٔ دید هدف از نقطهٔ پرتاب برابر نیست؟

۲۶. (الف) گالیله درکتاب دو علم جدید می‌نویسد که "برای زاویه‌های پرتابی که به یک اندازه از ۴۵° بیشتر یا کمتر باشند، برد یکسان است" این گفته را اثبات کنید (شکل ۲۸). (ب) دو زاویهٔ پرتابی را پیدا کنید که بردشان به‌ازای سرعت اولیهٔ ۳۰٫۰m/s برابر با ۲۰٫۰m باشد.



شکل ۲۸. مسئلهٔ ۲۶

۲۷. تردستی می‌تواند پنج توپ را در حرکت نگه دارد. او توپها را پشت سر هم تا ارتفاع ۳٫۰m به هوا پرتاب می‌کند. (الف) مدت بین دو پرتاب متوالی چقدر است؟ (ب) وقتی که یکی از توپها به‌دست تردست می‌رسد، بقیهٔ توپها کجاها هستند؟ (از زمان لازم برای اینکه تردست توپ را از یک دستش به‌دست دیگر بدهد صرفنظر کنید.)

۲۸. گلوله‌های تفنگی با سرعت ۱۵۰۰ft/s از لوله خارج می‌شوند. هدف در فاصلهٔ ۱۵۰ft از تفنگ است. چقدر بالاتر از هدف را باید نشانه گرفت تا گلوله به هدف بخورد؟

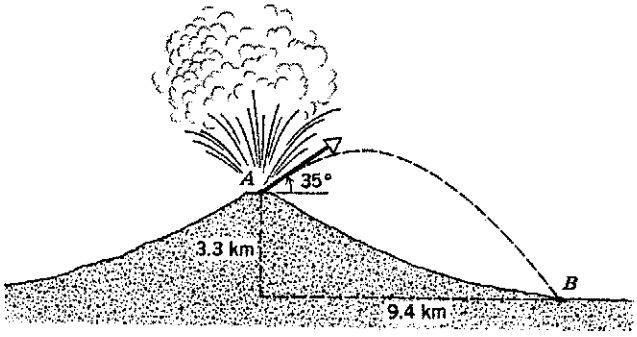
۲۹. توپی از بالاترین پلهٔ پلکانی قل می‌خورد و با سرعت افقی ۵٫۰ft/s از لبهٔ آن رها می‌شود. ارتفاع هر پله ۸٫۰in، و عرض هرپله هم ۸٫۰in است. اولین پله‌ای که توپ روی آن می‌افتد پلهٔ چندم است؟

۳۰. توپی را از زمین به هوا پرتاب می‌کنیم. سرعت توپ در ارتفاع ۹٫۱m به‌صورت $\mathbf{v} = 7{,}6\mathbf{i} + 6{,}1\mathbf{j}$ m/s، برحسب x است (x محور افقی است و y محور قائم به طرف بالا). (الف) ارتفاع اوج توپ چقدر است؟ (ب) کل مسافت افقی‌ای که توپ می‌پیماید چقدر است؟ (ج) (اندازه و جهت) سرعت توپ را در لحظهٔ پیش از برخورد به زمین به‌دست بیاورید.

۳۱. منطقهٔ پرتاب توپ در زمین بیسبال، ۱٫۲۵ft بالاتر از زمین بازی است. آیا پرتاب‌کننده می‌تواند توپی سریع را به‌طور افقی با سرعت ۹۲٫۰mi/h پرتاب کند. چنانکه توپ در منطقهٔ ضربه قابل زدن باشد؟ منطقهٔ ضربه ۶۰٫۵ft با منطقهٔ پرتاب فاصله دارد، فرض کنید که توپ، برای اینکه قابل زدن باشد، باید حداقل ۱٫۳۰ft و حداکثر ۳٫۶۰ft از نقطهٔ پرتاب پایین‌تر باشد.

۳۲. طبق معادلهٔ ۲۴، برد پرتابه‌ها نه تنها به v_0 و ϕ_0، بلکه به مقدار شتاب گرانشی g هم بستگی دارد. این شتاب، در نقاط مختلف زمین فرق می‌کند. در سال ۱۹۳۶، جسی اونس در بازیهای المپیک برلن ($g = 9{,}8128\text{m/s}^2$) رکورد جهانی ۸٫۰۹m را برای پرش طول به‌جا گذاشت. اگر او، با همان مقدار v_0 و ϕ_0، در المپیک ۱۹۵۶ ملبورن ($g = 9{,}7999\text{m/s}^2$) شرکت می‌کرد، رکوردش چقدر تغییرمی‌کرد؟[1]

۳۳. هنگام فوران آتشفشان، ممکن است قطعات سنگ جامد هم از دهانهٔ آتشفشان به بیرون پرتاب شوند؛ این پرتابه‌ها را پاره‌های آتشفشانی می‌نامند. شکل ۲۹ مقطع کوه فوجی (در ژاپن) را نشان می‌دهد. (الف) پاره‌ای که با زاویهٔ ۳۵° نسبت به سطح افقی از دهانهٔ A خارج می‌شود سرعتش چقدر باشد تا در نقطه B در پای کوه آتشفشان به زمین برسد؟ (ب) زمان حرکت این پاره در هوا چقدر است؟



شکل ۲۹. مسئلهٔ ۳۳

۳۴. یک بازیکن بیسبال می‌خواهد توپ را به نقطه‌ای در فاصلهٔ ۱۲۷ft پرتاب کند. بیشترین سرعتی که او می‌تواند به توپ بدهد ۸۵mi/h است. (الف) اگر توپ را به‌طور افقی و از فاصلهٔ ۳٫۰ft بالاتر از سطح زمین پرتاب کند، چه بر سر توپ می‌آید؟ (ب) توپ را باید با چه زاویه‌ای به طرف بالا پرتاب کند تا بازیکن دیگری که در نقطهٔ فرود توپ ایستاده است بتواند آن‌را بگیرد؟ فرض کنید گیرندهٔ توپ هم آن‌را ۳٫۰ft بالاتر از سطح زمین می‌گیرد. (ج) مدت پرواز توپ در این مورد چقدر است؟

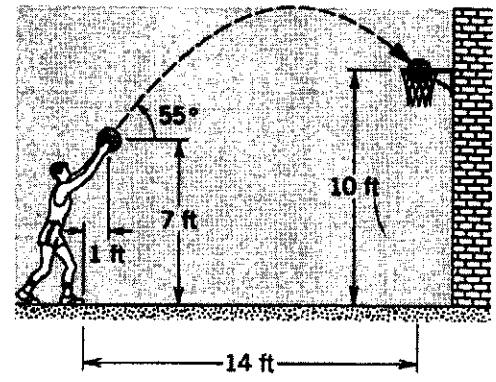
۳۵. بازیکنی توپ بسکتبال را با زاویهٔ ۵۵° بالاتر از سطح افقی به طرف حلقه پرتاب می‌کند؛ شکل ۳۰. سرعت اولیهٔ توپ چقدر باشد تا توپ مستقیماً وارد حلقه شود؟ قطر حلقه ۱۸in است. اطلاعات دیگر را از شکل ۳۰ بخوانید.

---

۱. رجوع کنید به

"The Earth's Gravity", Weikko A. Heiskanen, *Scientific American*, September 1955, p. 164.

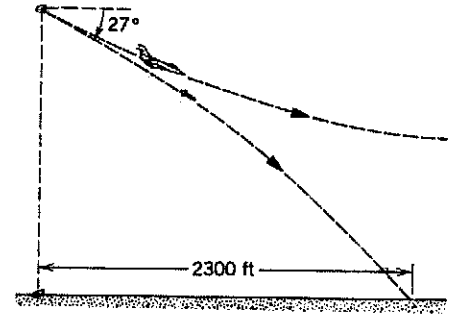
www.YasDL.com



شکل ۳۰. مسئلهٔ ۳۵

۳۶. فوتبالیستی توپ را چنان شوت می‌کند که زمان پرواز آن یعنی ۴٫۵۰s و برد آن ۵۰yd(یعنی ۴۵٫۸m) است. توپ در ارتفاع ۵٫۰ft(یعنی ۱٫۵۲m) از سطح زمین، از پای بازیکن جدا می‌شود. (اندازه و جهت) سرعت اولیهٔ توپ چقدر بوده است؟

۳۷. هواپیمایی با سرعت ۱۸۰mi/h و با زاویهٔ ۲۷° پایین‌تر از افق در حال شیرجه است که یک "گول‌زنک" رادار از آن رها می‌شود. فاصلهٔ افقی میان نقطهٔ رها شدن گول‌زنک و نقطهٔ برخورد آن با زمین ۲۳۰۰ft است. گول‌زنک (الف) چه مدتی در هوا بوده؟ و (ب) در چه ارتفاعی از هواپیما رها شده است؟ (شکل ۳۱)



شکل ۳۱. مسئلهٔ ۳۷

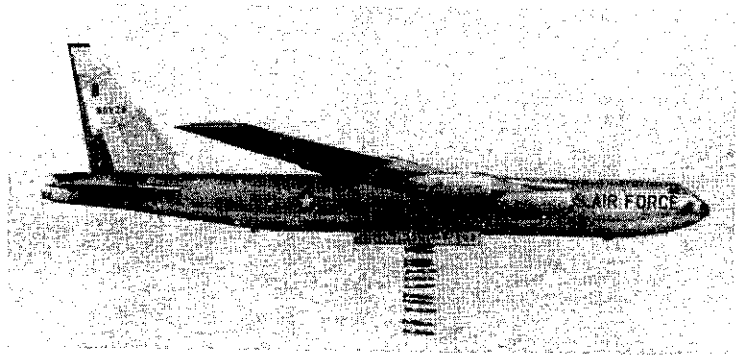
۳۸. بمب‌افکنی با زاویهٔ ۵۶٫۰° نسبت به راستای قائم شیرجه می‌رود و بمبی را در ارتفاع ۷۳۰m رها می‌کند. بمب ۵٫۱۰s بعد به زمین می‌رسد، اما به هدف برنمی‌خورد. (الف) سرعت بمب‌افکن، موقع رها کردن بمب، چقدر بوده است؟ (ب) بمب، در طی پروازش، چه مسافت افقی‌ای پیموده است؟ (ج) مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت بمب، درست پیش از برخورد به زمین، چقدر بوده‌اند؟ (د) اندازهٔ سرعت، و زاویهٔ برخورد بمب نسبت به محور قائم، در زمان برخورد بمب با زمین چقدر بوده است؟

۳۹. طول هواپیمای B-52 (شکل ۳۲) ۴۹m است. این هواپیما دارد با سرعت ۸۲۰km/h(یعنی ۵۱۰mi/h) بر فراز منطقه‌ای که قرار است بمباران شود پرواز می‌کند. فاصلهٔ حفره‌هایی که بمبها روی زمین ایجاد می‌کنند از یکدیگر چقدر خواهد بود؟ هرکمیت دیگری را که لازم دارید مستقیماً روی شکل اندازه‌گیری کنید، فرض کنید باد نمی‌وزد و مقاومت هوا را هم ناچیز بگیرید. مقاومت هوا چه تأثیری بر جواب شما خواهد داشت؟

۴۰. فوتبالیستی توپ را با سرعت اولیهٔ ۶۴ft/s با زاویهٔ ۴۲° بالاتر از سطح افقی شوت می‌کند. در همان لحظه بازیکن دیگری که به فاصلهٔ ۶۵yd از قبلی در جهت حرکت افقی توپ ایستاده است شروع به دویدن می‌کند تا توپ را بگیرد. سرعت متوسط این بازیکن چقدر باشد تا بتواند درست پیش از برخورد توپ به زمین به آن برسد؟ از مقاومت هوا چشمپوشی کنید.

۴۱. (الف) تنیس‌بازی در یک مسابقه، چنان "سِرو می‌زند" که به توپ سرعت ۲۳٫۶m/s می‌دهد (این مقدار توسط رادار ثبت می‌شود). اگر توپ ۲٫۳۷m بالاتر از سطح زمین و در راستای افق از راکت جدا شده باشد، در چه فاصله‌ای از بالای تور عبور می‌کند؟ تور در فاصلهٔ ۱۲m از محل سرویس است و ۰٫۹۰m ارتفاع دارد. (ب) فرض کنید تنیس‌باز به همان ترتیب سرو بزند، اما توپ با زاویهٔ ۵٫۰° پایین‌تر از سطح افقی از راکت جدا شود. آیا این بار هم توپ از تور می‌گذرد؟

۴۲. یک بازیکن بیسبال، توپ را با چوب بیسبال در ارتفاع ۴٫۰ft از سطح زمین چنان می‌زند که زاویهٔ پرتاب توپ ۴۵° و برد افقی آن



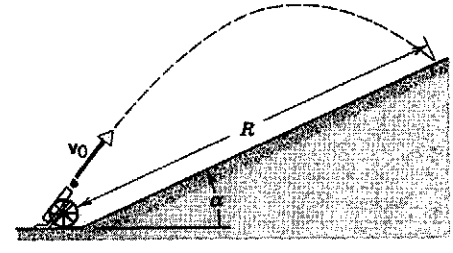
شکل ۳۲. مسئلهٔ ۳۹

www.YasDL.com

۳۵۰ft می‌شود. توپ از زمین خارج می‌شود و به نرده‌ای به ارتفاع ۲۴ft می‌رسد که ۳۲۰ft از نقطهٔ پرتاب فاصله دارد. آیا توپ از بالای نرده می‌گذرد؟ اگر می‌گذرد، در چه فاصله‌ای؟

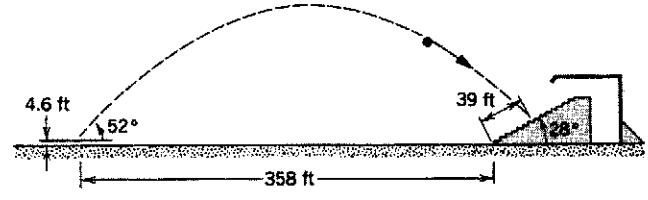
۴۳. بازیکنی می‌تواند توپ فوتبال را با سرعت ۲۵m/s شوت کند. زاویهٔ شوت نسبت به سطح زمین در چه گستره‌ای باشد تا توپ درست از زیر تیر افقی وارد دروازه شود؟ دروازه ۵۰m دورتر است و ارتفاع تیر افقی آن از سطح زمین ۳٫۴۴m است.

۴۴. توپی گلوله‌هایش را با سرعت v_0 پرتاب می‌کند. این توپ در پای تپه‌ای به زاویهٔ شیب α قرار دارد؛ شکل ۳۳. زاویهٔ پرتاب گلوله نسبت به سطح افقی چقدر باشد تا برد گلوله‌ها روی تپه بیشینه شود؟



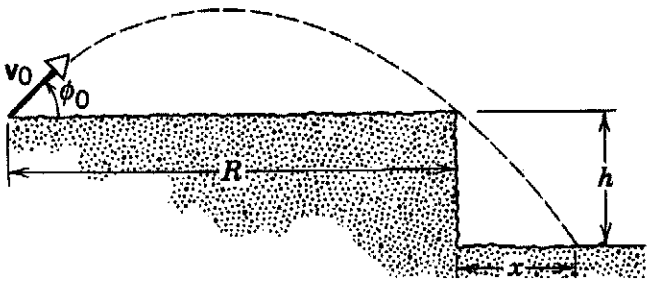
شکل ۳۳. مسئلهٔ ۴۴

۴۵. در یک بازی بیسبال، بازیکنی توپ را با چوب خود در ارتفاع ۴٫۶۰ft از سطح زمین می‌زند. زاویهٔ پرتاب توپ نسبت به سطح افقی ۵۲٫۰° است. توپ در جایگاه تماشاگران، و به فاصلهٔ ۳۹٫۰ft از پایین آن، فرود می‌آید؛ شکل ۳۴. شیب جایگاه ۲۸٫۰° است و پایین‌ترین نیمکتهای آن ۳۵۸ft از محل ضربه فاصله دارند. توپ با چه سرعتی از چوب بازیکن جدا شده است؟ (مقاومت هوا ناچیز است.)



شکل ۳۴. مسئلهٔ ۴۵

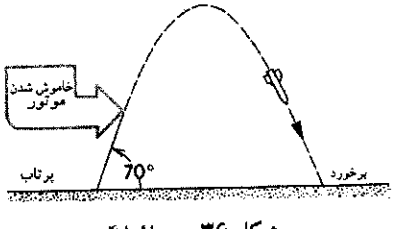
۴۶. پرتابه‌هایی را از فاصلهٔ R از لبهٔ صخره‌ای به ارتفاع h چنان پرتاب می‌کنیم که در نقطه‌ای به فاصلهٔ افقی x از پای صخره فرود بیایند؛ شکل ۳۵. ϕ_0 و v_0 را چنان تعیین کنید که x کمینه شود. فرض کنید می‌توانیم v_0 را از صفر تا مقدار بیشینهٔ متناهی v_{max} تغییر بدهیم و ϕ_0 را هم به دلخواه تنظیم کنیم. شرط مسئله این است که پرتابه باید تنها یک بار به زمین بخورد.



شکل ۳۵. مسئلهٔ ۴۶

۴۷. متصدی رادار، از زمین پرتابه‌ای را "مشاهده می‌کند" که دارد نزدیک می‌شود. در یک لحظهٔ معین، اطلاعات دریافتی از حرکت پرتابه این است: پرتابه در نقطهٔ اوج است و با سرعت v به‌طور افقی حرکت می‌کند؛ فاصلهٔ مستقیم پرتابه از محل L است؛ پرتابه تحت زاویهٔ θ، بالاتر از سطح افقی، دیده می‌شود. (الف) فاصلهٔ D بین ناظر و نقطهٔ برخورد پرتابه به زمین چقدر است؟ D را برحسب مقادیر مشاهده شدهٔ v، L، θ، و مقدار معلوم g به‌دست بیاورید. فرض کنید زمین مسطح است و ناظر در صفحهٔ مسیر پرتابه است. (ب) آیا پرتابه از ناظر می‌گذرد یا جلوی او به زمین می‌خورد؟

۴۸. موشکی از حالت سکون، با شتاب ۴۶٫۰m/s² و روی خط راستی با زاویهٔ ۷۰٫۰° نسبت به سطح افقی، شروع به حرکت می‌کند. مدت پرواز تحت تأثیر نیروی پیشران، ۳۰٫۰s است. پس از این مدت، موتور خاموش می‌شود و موشک در مسیری سهموی به زمین برمی‌گردد؛ شکل ۳۶. (الف) زمان پرواز، از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ برخورد، چقدر است؟ (ب) ارتفاع اوج موشک چقدر است؟ (ج) فاصلهٔ نقطهٔ پرتاب از نقطهٔ برخورد چقدر است؟ از تغییر g با ارتفاع صرفنظر کنید.

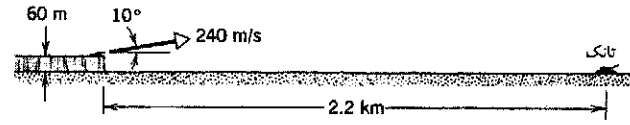


شکل ۳۶. مسئلهٔ ۴۸

۴۹. سلاح ضد تانکی روی لبهٔ سطحی است که ۶۰٫۰m بالاتر از دشتِ اطراف است؛ شکل ۳۷. خدمهٔ سلاح، یکی از تانکهای دشمن را در دشت در فاصلهٔ افقی ۲٫۲۰km از سلاح می‌بینند که ساکن است. در همین لحظه، خدمهٔ تانک متوجه سلاح ضد تانک می‌شوند و با شتاب ۹۰۰٫۰m/s² شروع به حرکت در جهت مخالف می‌کنند و از سلاح دور می‌شوند. سلاح ضد تانک می‌تواند گلوله‌ای با سرعت ۲۴۰m/s و با زاویهٔ ۱۰٫۰° بالاتر از سطح افقی شلیک کند. خدمهٔ سلاح باید چه

www.YasDL.com

مدتی بعد از شروع حرکت تانک شلیک کنند تا گلوله به تانک بخورد؟



شکل ۳۷. مسئلهٔ ۴۹

۵۰. بازیکنی می‌تواندتوپ بیسبال را حداکثر تا فاصله ۶۰٫۰m پرتاب کند. همین بازیکن توپ را حداکثر تا چه ارتفاعی می‌تواند پرتاب کند؟ فرض کنید که توپ، در هر دو حالت، از ارتفاع ۱٫۶۰m و با سرعت اولیهٔ یکسان رها می‌شود.

بخش ۴ـ۴ حرکت دایره‌ای یکنواخت

۵۱. در مدل بور برای اتم هیدروژن، الکترون روی مداری دایره‌ای به شعاع $۵٫۲۹ \times ۱۰^{-۱۱}\text{m}$ و با سرعت $۲٫۱۸ \times ۱۰^{۶}\text{m/s}$ به‌دور پروتون می‌گردد. شتاب الکترون در این مدل چقدر است؟

۵۲. فضانوردی در یک دستگاه گریز از مرکز (سانتریفوژ) به شعاع ۵٫۲m چرخانده می‌شود. (الف) به‌ازای چه سرعتی، شتاب فضانورد ۶٫۸g می‌شود؟ (ب) این سرعت متناظر با چند دور بردقیقه است؟

۵۳. ماهواره‌ای در یک مدار دایره‌ای به ارتفاع ۶۴۰km از سطح زمین حرکت می‌کند. زمان یک دور چرخش ماهواره ۹۸٫۰min است. (الف) سرعت ماهواره چقدر است؟ (ب) شتاب سقوط آزاد در مدار ماهواره چقدر است؟

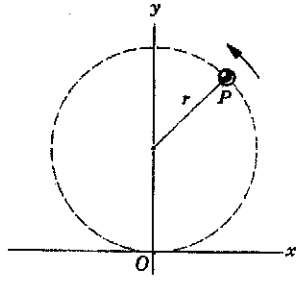
۵۴. شعاع چرخ وفلکی ۱۵m است. این چرخ و فلک، هر دقیقه پنج بار به دور محور افقی‌اش می‌گردد. (الف) (اندازه و جهت) شتاب مسافران را در بالاترین نقطهٔ چرخ و فلک پیدا کنید. (ب) شتاب مسافران را در پایین‌ترین نقطهٔ چرخ و فلک پیدا کنید.

۵۵. پنکه‌ای در هر دقیقه ۱۲۰۰ دور می‌زند. نقطه‌ای در بالای پره را در نظر بگیرید که ۱۵٫۰m از محور فاصله دارد. (الف) در هر دور، این نقطه چه مسافتی را می‌پیماید؟ (ب) سرعت این نقطه چقدر است؟ (ج) شتاب این نقطه چقدر است؟

۵۶. قطار سریع‌السیر TGV آتلانتیک، در مسیر بین پاریس و لمان در فرانسه کار می‌کند. بیشترین سرعت این قطار ۳۱۰km/h است. (الف) اگر قرار باشد این قطار با همین سرعت از پیچی بگذرد، و اگر شتاب مجاز مسافران ۰٫۰۵g باشد، شعاع پیچ حداقل چقدر باید باشد؟ (ب) اگر شعاع پیچی ۹۴٫۰km باشد، سرعت قطار در آن پیچ حداکثر چقدر می‌تواند باشد؟

۵۷. فرض بر این است که بعضی از ستاره‌های نوترونی (ستاره‌هایی فوق‌العاده چگال) با آهنگِ حدود ۱rev/s به‌دور خود می‌چرخند. اگر شعاع چنین ستاره‌ای ۲۰km باشد (که نوعاً چنین است)، (الف) سرعت نقاط واقع بر استوای این ستاره چقدر است؟ (ب) شتاب مرکزگرای این نقاط چقدر است؟

۵۸. ذرهٔ P با سرعت ثابت روی دایره‌ای به شعاع ۳٫۰m حرکت می‌کند و هر ۲۰s یک دور می‌زند؛ شکل ۳۸. ذره در $t = ۰$ از O می‌گذرد. (الف) اندازه و جهت بردار مکان ذره در زمانهای ۵٫۰s، ۷٫۵s، و ۱۰s (نسبت به O)؛ (ب) اندازه و جهت بردار جابه‌جایی در بازهٔ ۵٫۰ ثانیه‌ای از پایان ثانیهٔ پنجم تا پایان ثانیهٔ دهم؛ (ج) بردار سرعت متوسط در این بازه؛ (د) بردار سرعت لحظه‌ای در آغاز و پایان این بازه؛ و (ه) بردار شتاب لحظه‌ای در آغاز و پایان این بازه را پیدا کنید. زاویه‌ها را در جهت پادساعتگرد نسبت به محور x بسنجید.

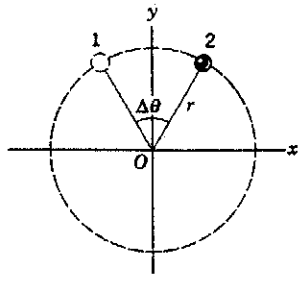


شکل ۳۸. مسئلهٔ ۵۸

۵۹. ذره‌ای روی دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات O، با سرعت v به‌طور یکنواخت حرکت می‌کند. (الف) نشان بدهید که زمان Δt لازم برای جابه‌جایی زاویه‌ای ذره به اندازهٔ $\Delta\theta$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید

$$\Delta t = \frac{۲\pi r}{v}\,\frac{\Delta\theta}{۳۶۰^\circ}$$

که در آن $\Delta\theta$ برحسب درجه و r شعاع دایره است. (ب) در شکل ۳۹، مؤلفه‌های x و y سرعت در نقاط ۱ و ۲ را در نظر بگیرید. نشان بدهید که برای دو نقطهٔ متقارن نسبت به محور y، و به‌ازای $\Delta\theta = ۹۰^\circ$ خواهیم داشت $\overline{a}_x = ۰$ و $\overline{a}_y = -۰٫۹v^۲/r$. (ج) نشان بدهید که اگر $\Delta\theta = ۳۰^\circ$ باشد، $\overline{a}_x = ۰$ و $\overline{a}_y = -۰٫۹۹v^۲/r$ است. (د) نشان بدهید که در حد $\Delta\theta \to ۰$، $\overline{a}_y \to -v^۲/r$، و اینکه تقارن دورانی ایجاب می‌کند که این نتیجه برای همهٔ نقاط روی دایره درست باشد.



شکل ۳۹. مسئلهٔ ۵۹

۶۰. کودکی سنگی را که به نخی بسته است روی دایره‌ای افقی به شعاع ۱٫۴m و در ارتفاع ۱٫۹m از سطح زمین می‌گرداند. نخ پاره می‌شود و سنگ به‌طور افقی پرتاب می‌شود و ۱۱m دورتر به زمین می‌خورد. شتاب مرکزگرای سنگ در حرکت دایره‌ای چقدر بوده است؟

www.YasDL.com

۶۱. (الف) با استفاده از داده‌های پیوست ج، نسبت شتابهای مرکزگرای زمین و زحل را، در گردش به دور خورشید، به‌دست بیاورید. فرض کنید که هر دو سیاره با سرعت ثابت در مدار دایره‌ای به دور خورشید می‌گردند. (ب) نسبت فاصلهٔ این دو سیاره از خورشید چقدر است؟ (ج) جوابهای دو قسمت (الف) و (ب) را با هم مقایسه کنید و رابطهٔ ساده‌ای بین شتاب مرکزگرا و فاصله از خورشید پیشنهاد کنید. فرضیهٔ خودتان را با محاسبهٔ همین نسبت برای دو سیارهٔ دیگر بیازمایید.

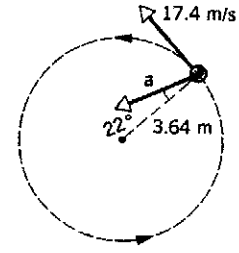
۶۲. (الف) شتاب مرکزگرای اجسام واقع بر استوای زمین (به علت چرخش زمین به دور خودش) چقدر است؟ (ب) دورهٔ تناوب چرخش زمین باید چقدر می‌بود تا شتاب مرکزگرای اجسام روی استوا $9{,}8\,m/s^2$ باشد؟

۶۳. شتاب ناشی از چرخش زمینِ شخصی که در عرض جغرافیایی 40° است، چقدر است؟

۶۴. فرض کنید شخصی با $1{,}6\,m$ قد به مدت $24\,h$ در عرض جغرافیایی 50°، صاف ایستاده باشد. (الف) در این مدت، مسافتی که "نوک" سر او می‌پیماید چقدر بیشتر از مسافتی است که نوک پایش می‌پیماید؟ (ب) شتاب نوک سر او چقدر بزرگتر از شتاب نوک پاهایش است؟ فقط آثار ناشی از چرخش زمین را در نظر بگیرید.

بخش ۴ـ۵ بردارهای سرعت و شتاب در حرکت دایره‌ای

۶۵. ذره‌ای در مسیری دایره‌ای به شعاع $3{,}64\,m$ حرکت می‌کند. در یک لحظهٔ معین، سرعت ذره $17{,}4\,m/s$، و شتاب آن در جهت $22{,}0^\circ$ نسبت به جهت مرکز دایره است؛ شکل ۴۰. (الف) آهنگ افزایش اندازهٔ سرعت ذره چقدر است؟ (ب) اندازهٔ شتاب ذره چقدر است؟



شکل ۴۰. مسئلهٔ ۶۵

۶۶. ذره‌ای طبق معادلات

$$x = R\,\sin\,\omega t + \omega R t$$
$$y = R\,\cos\,\omega t + R$$

در صفحه حرکت می‌کند؟ ω و R ثابت‌اند. مسیر حرکت این ذره را چرخزاد می‌نامند. این منحنی، مسیر نقطه‌ای است بر محیط چرخی که بدون لغزش در راستای محور x می‌غلتد. (الف) مسیر را رسم کنید. (ب) سرعت و شتاب لحظه‌ای ذره را، در حالتی که در بیشترین و کمترین مقدار y است، به‌دست بیاورید.

بخش ۴ـ۶ حرکت نسبی

۶۷. شخصی پلهٔ برقی ساکنی به طول $15\,m$ را در $90\,s$ می‌پیماید. اگر شخصی روی همین پلهٔ برقی بایستد و پلهٔ برقی حرکت کند، همان مسیر در $60\,s$ طی می‌شود. اگر شخصی از پله برقی بالا برود و پله هم در حرکت باشد، پیمودن این مسیر چقدر طول می‌کشد؟ آیا جواب به طول پله برقی بستگی دارد؟

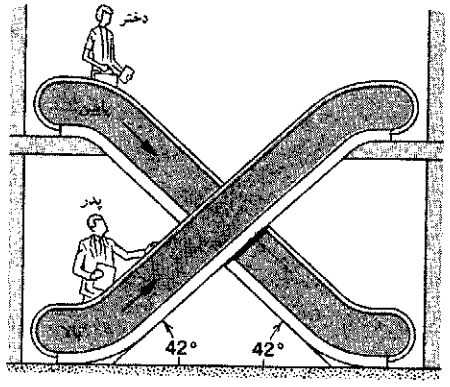
۶۸. پایانهٔ فرودگاه ژنو در سویس، یک "پیاده‌روی متحرک" دارد که حرکت مسافر را در یک راهرو طویل سریع می‌کند. پیتر از این پیاده‌رو استفاده نمی‌کند و راهرو را در $150\,s$ می‌پیماید. پل فقط روی پیاده‌رو می‌ایستد و راهرو را در $70\,s$ می‌پیماید. مری ضمن استفاده از پیاده‌رو، روی آن راه هم می‌رود. با فرض اینکه سرعت راه رفتن مری و پیتر یکسان باشد، چقدر طول می‌کشد تا مری راهرو را بپیماید؟

۶۹. زمان برنامه‌ریزی شدهٔ یک پرواز بین قاره‌ای به مسافت $2700\,mi$، در جهت غرب $50\,min$ بیشتر است تا در جهت شرق. سرعت هواپیما نسبت به هوا $600\,mi/h$ است. در تعیین این برنامه، چه فرضی دربارهٔ سرعت وزش باد شده است؟ باد را شرقی غربی در نظر بگیرید.

۷۰. برف در راستای قائم با سرعت ثابت $7{,}8\,m/s$ می‌بارد. راننده‌ای اتومبیل‌اش را روی جاده‌ای مسطح با سرعت $55\,km/h$ می‌راند. از دید راننده، دانه‌های برف (الف) با چه زاویه‌ای نسبت به راستای قائم، و (ب) با چه سرعتی سقوط می‌کنند؟

۷۱. قطاری با سرعت $28\,m/s$ (نسبت به زمین) به طرف جنوب در حرکت است. در مسیر باران می‌بارد و باد باران را به طرف جنوب کج می‌کند. مسیر قطره‌های باران، از دید ناظرِ ساکن بر زمین، با راستای قائم زاویهٔ 64° می‌سازد. اما ناظر سوار بر قطار، بارش باران را دقیقاً عمود به سطح زمین می‌بیند. سرعت قطره‌های باران نسبت به زمین چقدر است؟

۷۲. در یک فروشگاه بزرگ، شخصی روی پله برقی‌ای با زاویهٔ شیب 42° که با سرعت $0{,}75\,m/s$ به بالا می‌رود ایستاده است. این شخص از کنار دخترش می‌گذرد که روی پله برقی مشابهی ایستاده است و دارد از طبقهٔ بالا به پایین می‌آید؛ شکل ۴۱. بردار سرعت شخص را نسبت به دخترش پیدا کنید.



شکل ۴۱. مسئلهٔ ۷۲

www.YasDL.com

۷۳. خلبانی باید در جهت شرق از A به B برود. بعد در جهت غرب به A برگردد. سرعت هواپیما نسبت به هوا $\mathbf{v}$، و سرعت هوا نسبت به زمین $\mathbf{u}$ است. فاصلهٔ A تا B برابر با l است، و سرعت هواپیما نسبت به هوا ثابت می‌ماند. (الف) نشان بدهید که اگر $u = 0$ باشد (هوای ساکن)، زمان رفت و برگشت $t_0 = 2l/v$ است. (ب) فرض کنید که سرعت باد در جهت شرق (یا غرب) است. نشان بدهید که زمان رفت و برگشت برابر است با

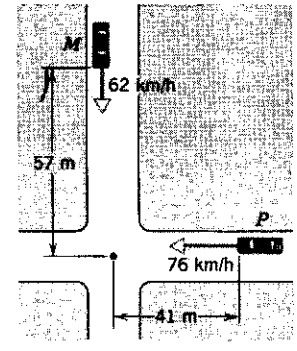
$$t_E = \frac{t_0}{1 - u^2/v^2}$$

(ج) فرض کنید که سرعت باد در جهت شمال (یا جنوب) است. نشان بدهید که زمان رفت و برگشت برابر است با

$$t_N = \frac{t_0}{\sqrt{1 - u^2/v^2}}$$

(د) در قسمتهای (ب) و (ج) باید فرض کرد که $u < v$ است. چرا؟

۷۴. دو بزرگراه یکدیگر را قطع می‌کنند؛ شکل ۴۲. در لحظه‌ای که در شکل نشان داده شده است، اتومبیل پلیس (P) در فاصلهٔ 41m از تقاطع است و با سرعت 76km/h حرکت می‌کند. اتومبیل سواری (M) 57m از تقاطع فاصله دارد و با سرعت 62km/h در حرکت است. سرعت (اندازه و زاویهٔ بردار سرعت نسبت به خط دید) اتومبیل M را نسبت به اتومبیل پلیس پیدا کنید.



شکل ۴۲. مسئلهٔ ۷۴

۷۵. هلی‌کوپتری بر فراز یک دشت مسطح، روی خط راست پرواز می‌کند. سرعت هلی‌کوپتر ثابت، و برابر با 62/2m/s است. ارتفاع پرواز هم ثابت، و برابر با 95/9m است، بسته‌ای با سرعت افقی 12m/s نسبت به هلی‌کوپتر، و در خلاف جهت حرکت هلی‌کوپتر، از آن رها می‌شود. (الف) سرعت اولیهٔ بسته نسبت به زمین چقدر است؟ (ب) فاصلهٔ افقی بین هلی‌کوپتر و بسته، در لحظهٔ برخورد بسته به زمین چقدر است؟ (ج) زاویهٔ بردار سرعت بسته با زمین، درست پیش از برخورد، از دید ناظر زمین چقدر است؟ (د) این زاویه از دید خلبان هلی‌کوپتر چقدر است؟

۷۶. آسانسوری با شتاب $4/0\,ft/s^2$ بالا می‌رود. در لحظه‌ای که سرعت آن $8/0\,ft/s$ به طرف بالاست، پیچ لقی از سقف آسانسور رها می‌شود. بلندی اتاقک آسانسور $9/0\,ft$ است. (الف) زمان حرکت پیچ از سقف تا کف آسانسور، و (ب) مسافت سقوط پیچ از دید ناظر زمین چقدر است؟

۷۷. هواپیمای سبکی با سرعت 480km/h نسبت به هوا پرواز می‌کند. مقصد خلبان نقطه‌ای در فاصلهٔ 810km به طرف شمال است. خلبان متوجه می‌شود که هواپیما را باید به اندازهٔ 21° از شمال به طرف شرق هدایت کند تا به مقصد برسد. هواپیما در مدت 1/9h به مقصد می‌رسد. اندازه و جهت سرعت باد را پیدا کنید.

۷۸. پلیس ایالت نیوهمپشایر، برای پاییدن سرعت اتومبیلها در بزرگراهها، از هواپیما استفاده می‌کند. فرض کنید سرعت یکی از این هواپیماها، در هوای ساکن، 135mi/h باشد. هواپیما مستقیماً به طرف شمال پرواز می‌کند تا همواره بر فراز یک بزرگراه شمالی-جنوبی باشد. یک ناظر زمینی با رادیو به خلبان خبر می‌دهد که بادی با سرعت 70mi/h جریان دارد، اما فراموش می‌کند جهت باد را بگوید. خلبان مشاهده می‌کند که با وجود باد، باز هم هواپیمایش می‌تواند 135mi بر فراز بزرگراه را طی 1h بپیماید. یعنی اندازهٔ سرعت هواپیما نسبت به زمین، همان است که در هوای آرام بود. (الف) باد در چه جهتی می‌وزد؟ (ب) سر هواپیما در چه جهتی است، یعنی زاویهٔ بین محور هواپیما و بزرگراه چقدر است؟

۷۹. شخصی می‌تواند قایقی را با سرعت 4/0mi/h در آب ساکن براند. (الف) اگر او بخواهد از عرض رودخانه‌ای بگذرد که سرعت جریان آن 2/0mi/h است، قایقش را باید در چه جهتی هدایت کند تا درست به نقطهٔ مقابل برسد؟ (ب) اگر عرض رودخانه 4/0mi باشد، چقدر طول می‌کشد تا از رودخانه بگذرد؟ (ج) چه مدتی طول می‌کشد تا به نقطه‌ای 2/0mi پایین‌تر برود و برگردد؟ (د) چه مدتی طول می‌کشد تا به نقطه‌ای 2/0mi بالاتر برود و برگردد؟ (هـ) قایق را در چه جهتی براند تا در کوتاهترین زمان ممکن از رودخانه بگذرد؟ این زمان چقدر است؟

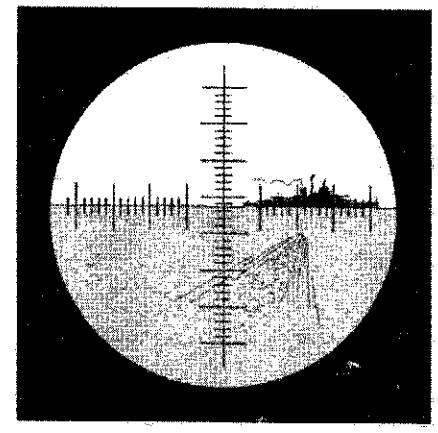
۸۰. واگنی چوبی روی ریل مستقیمی با سرعت v_1 حرکت می‌کند. راهزنی با تفنگ پرقدرتی به آن شلیک می‌کند سرعت اولیهٔ گلوله v_2 است. گلوله از هر دو دیوارهٔ جانبی واگن می‌گذرد و دو سوراخ ایجاد می‌کند. این سوراخها، از دید ناظر واگن، درست روبه روی هم‌اند. گلوله در چه جهتی، نسبت به واگن شلیک شده است؟ فرض کنید که گلوله هنگام ورود به واگن منحرف نشده، اما سرعتش به اندازهٔ ۲۰٪ کم شده است. فرض کنید $v_1 = 85\,km/h$ و $v_2 = 650\,m/s$ است. (تعجب می‌کنید که برای حل مسئله لازم نیست که عرض واگن معلوم باشد؟)

۸۱. مردی می‌خواهد با قایق از رودی به عرض 500m بگذرد. سرعت حاصل از پاروزنی او (نسبت به آب) 3/0km/h، سرعت جریان آب 2/0km/h، و سرعت پیاده‌روی مرد در ساحل 5/0km/h است. (الف) مسیری را پیدا کنید که این شخص بتواند از طریق آن در

www.YasDL.com

کوتاهترین زمانِ ممکن درست به نقطهٔ مقابل در آن طرف رودخانه برسد. (حرکت می‌تواند ترکیبی از قایق‌رانی و پیاده‌روی باشد.) (ب) این زمان چقدر است؟

۸۲. رزم‌ناوی با سرعت ۲۴km/h به طرف شرق می‌رود. از یک زیردریایی درفاصلهٔ ۴٫۰km اژدری با سرعت ۵۰km/h به طرف آن شلیک می‌شود؛ شکل ۴۳. ناو از زیردریایی، در جهت ۲۰° شرقِ شمال مشاهده می‌شود. (الف) اژدر در چه جهتی شلیک شود تا به ناو اصابت کند؟ (ب) چقدر طول می‌کشد تا اژدر به ناو برسد؟



شکل ۴۳. مسئلهٔ ۸۲

۸۳. الکترونی با سرعت $0.42c$ نسبت به ناظر B حرکت می‌کند. ناظر B با سرعت $0.63c$، در همان جهت حرکت الکترون، نسبت به ناظر A در حرکت است. سرعت الکترون از دید ناظر A چقدر است؟

۸۴. رصد نشان می‌دهد که کهکشان آلفا با سرعت $0.350c$ از ما دور می‌شود. کهکشان بتا هم، که درست در نقطهٔ مقابل کهکشان آلفاست، با همین سرعت از ما دور می‌شود. از دید ناظر آلفا (الف) کهکشان ما و (ب) کهکشان بتا با چه سرعتی از کهکشان خودش دور می‌شوند؟

پروژه‌های کامپیوتری

۸۵. کامپیوتر می‌تواند جدولی از مختصات، مؤلفه‌های سرعت، و مؤلفه‌های شتاب یک جسم در زمانهای معین را تهیه کند. به کمک این جدول می‌توانیم کمیتهای مورد نظر، مثلاً اوج مسیر، زمان برگشت به زمین، و غیره را جستجو کنیم. برنامه‌ای بنویسید، یا الگوریتمی طرح کنید، که مختصات و مؤلفه‌های سرعت یک پرتابه را در پایان بازه‌های زمانی Δt از زمان t_1 تا زمان t_2 محاسبه کند. فرض کنید پرتابه در $t = 0$ از مبدأ شروع به حرکت می‌کند. کامپیوتر باید $x = v_0 t \cos\theta_0$، $y = v_0 t \sin\theta_0 - \frac{1}{2}gt^2$، $v_x = v_0 \cos\theta_0$، و $v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt$ را به ازای $t = t_1$، $t = t_1 + \Delta t$، $t = t_1 + 2\Delta t$، ... $t = t_1 + N\Delta t$ حساب کند. ابتدا مقادیر v_0، θ_0، t_1، Δt، و N را به کامپیوتر بدهید. برنامه را چنان تنظیم کنید که در هر اجرا به راحتی بشود t_1، Δt، و N را تغییر داد بی‌آنکه نیاز به تغییر بقیهٔ مقادیر باشد. برنامه را با مسئلهٔ زیر آزمایش کنید. نتایج کامپیوتری را با نتایج حاصل از عبارتهای جبری مناسب مقایسه کنید.

پرتابه‌ای با سرعت $v_0 = 50\,\text{m/s}$ و با زاویهٔ ۲۵° بالاتر از افق، از زمین شلیک می‌شود. (الف) $x(t)$، $y(t)$، $v_x(t)$، و $v_y(t)$ را در هر ۰٫۱s، از $t = 0$ تا $t = 4.5\,\text{s}$، به‌دست بیاورید. (ب) دو زمان متوالی را که لحظهٔ رسیدن پرتابه به نقطهٔ اوج بین آن دو است پیدا کنید. حالا برنامه را دوباره اجرا کنید. این بار t_1 را زمان کوچکتر دو زمان بالا، و Δt را ۰٫۰۰۵s بگیرید. با استفاده از جدول، مختصات نقطهٔ اوج را تا ۲ رقم با معنی به‌دست بیاورید. (ج) با استفاده از همین روش، زمان، مختصات، و مؤلفه‌های سرعت پرتابه را در موقعی که به ارتفاع نقطهٔ شلیک برگشته است پیدا کنید.

۸۶. ذره‌ای با شتاب $a_x = -1.7$ و $a_y = -0.45$ در صفحهٔ xy حرکت می‌کند. (در این مسئله، همهٔ طولها برحسب سانتی‌متر و همهٔ زمانها برحسب ثانیه‌اند.) در $t = 0$، ذره با سرعت $v_x = 10$ و $v_y = 2$ از نقطهٔ $x = 1$، $y = 10$ می‌گذرد. برنامه‌ای بنویسید که متغیرهای زیر را، که حرکت ذره را توصیف می‌کنند، تنها برای مواقعی که ذره در ربع اول (طرف راستِ بالا) دستگاه مختصات است جدول‌بندی کند. t، x، y، r، ϕ(یعنی $\tan^{-1}y/x$)، v، v_y، v_x، θ(یعنی $\tan^{-1}v_y/v_x$). با استفاده از جدولی که حاصل می‌شود، به این پرسشها پاسخ بدهید. (الف) ذره در چه زمانی و درکدام نقطه از ربع اول خارج می‌شود؟ (ب) بیشترین فاصلهٔ ذره از مبدأ چقدر است، و در این نقطه چه سرعتی دارد؟ (ج) ذره، در لحظه‌ای که سرعت آن ۲٫۰۰ است، در چه جهتی حرکت می‌کند؟ (د) ذره در چه نقطه‌ای خط ۴۵° (نیمساز ربع اول) را قطع می‌کند؟

۸۷. مختصات جسمی که روی دایره به شعاع R به‌طور یکنواخت حرکت می‌کند، $x = R\cos\omega t$ و $y = R\sin\omega t$ است؛ ω ثابت و زاویهٔ ωt برحسب رادیان است. برنامه‌ای بنویسید یا الگوریتمی طرح کنید، که بردار سرعت متوسط را در بازهٔ زمانی t_0 تا $t_0 + \Delta t$ محاسبه کند. به ازای $R = 1.5\,\text{m}$ و $\omega = 5.0\,\text{rad/s}$، حساب کنید که $\overline{v}_x = [x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)]/\Delta t$ و $\overline{v}_y = [y(t_0 + \Delta t) - y(t_0)]/\Delta t$ چقدر است. برنامه را چنان تنظیم کنید که بشود در هر اجرا مقادیر t_0 و Δt را به‌راحتی تغییر داد. اگر همهٔ متغیرها را با دقت مضاعف بگیرید، افت دقت در محاسبات کم می‌شود. (الف) به‌ازای $t_0 = 1\,\text{s}$، x، y، $\overline{v}_x$، $\overline{v}_y$، و $x\overline{v}_x + y\overline{v}_y$ را حساب کنید. عبارت اخیر برابر است با حاصل‌ضرب اسکالر بردارهای مکان و سرعت متوسط که صفر است اگر این دو بردار بر هم عمود باشند. حالا این محاسبه را به‌ازای $\Delta t = 0.1\,\text{s}$، $\Delta t = 0.01\,\text{s}$، $\Delta t = 0.001\,\text{s}$، و $\Delta t = 0.0001\,\text{s}$ تکرار کنید. دقت کنید که مؤلفه‌های $\overline{v}$، مرتباً به مقادیر حدی خودشان، که مؤلفه‌های سرعت لحظه‌ای vاند، نزدیکتر می‌شوند، و خود $\overline{\mathbf{v}}$ هم مرتباً به جهت بردار مکان (یعنی مماس بر دایره) نزدیکتر می‌شود.