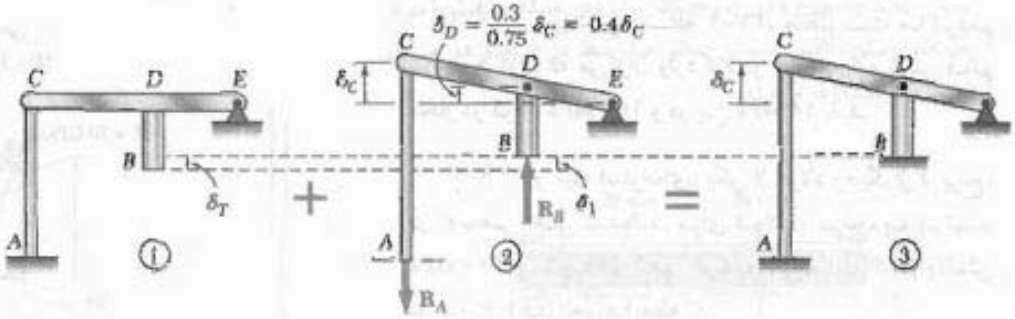


انحراف δ_1. توجه داریم که $\delta_D = ۰/۴\,\delta_C$ و $\delta_1 = \delta_D + \delta_{B/D}$،

$$\delta_C = \frac{R_A L}{AE} = \frac{R_A(۰/۹\text{ m})}{\frac{۱}{۴}\pi(۰/۰۲۲\text{ m})^۲(۲۰۰\text{ GPa})} = ۱۱/۸۴\times۱۰^{-۹} R_A \uparrow$$

$$\delta_D = ۰/۴۰\,\delta_C = ۰/۴(۱۱/۸۴\times۱۰^{-۹}\ R_A) = ۴/۷۴\times۱۰^{-۹} R_A \uparrow$$

$$\delta_{B/D} = \frac{R_B L}{AE} = \frac{R_B(۰/۳\text{ m})}{\frac{۱}{۴}\pi(۰/۰۳\text{ m})^۲(۱۰۵\text{ GPa})} = ۴/۰۴\times۱۰^{-۹} R_B \uparrow$$

از (۱) دیده می‌شود که $R_A = ۰/۴\,R_B$، و می‌نویسیم:

$$\delta_1 = \delta_D + \delta_{B/D} = [۴/۷۴(۰/۴\,R_B) + ۴/۰۴\,R_B]۱۰^{-۹}$$
$$= ۵/۹۴\times۱۰^{-۹} R_B \uparrow$$

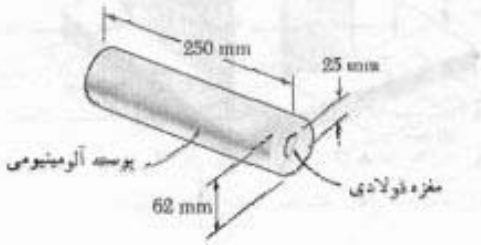
$$\delta_T = \delta_1 \quad : \quad ۱۸۸/۱\times۱۰^{-۶}\text{m} = ۵/۹۴\times۱۰^{-۹} R_B$$
$$\Longrightarrow R_B = ۳۱/۷\text{ kN}$$

تنش در استوانه:

$$\sigma_B = \frac{R_B}{A} = \frac{۳۱/۷\text{ kN}}{\frac{۱}{۴}\pi(۰/۰۳)^۲} \Longrightarrow \sigma_B = ۴۴/۸\text{ MPa} \blacktriangleleft$$

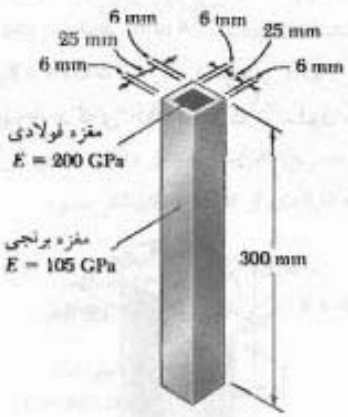
مسائل

۲-۳۳ نیروهای فشاری مرکزی ۲۶۰ kN از طریق صفحات صلب بر هر دوسر مجموعه نشان داده شده وارد شده‌اند. اگر $E_s = ۲۰۰$ GPa و $E_a = ۷۰$ GPa، مطلوبست: (الف) تنش قائم در هسته فولادی و در پوسته آلومینیومی، (ب) تغییرشکل مجموعه



شکل م۲-۳۳

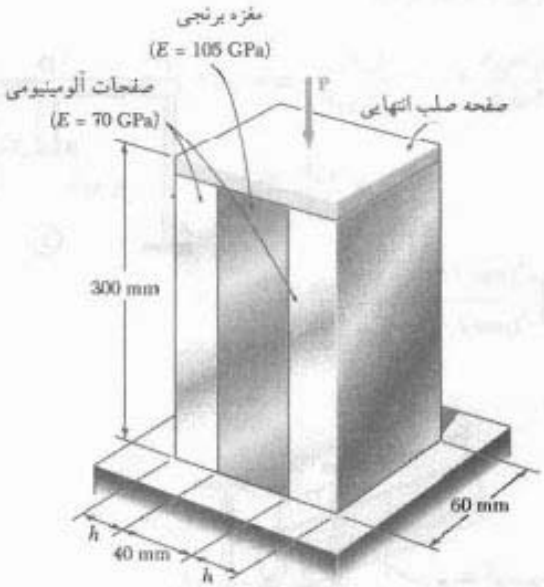
۲-۳۴ با اعمال یک نیروی محوری از جانب صفحات صلب انتهایی بر مجموعه، طول مجموعه به اندازه ۰/۱۵ mm کاهش می‌یابد. مطلوبست: (الف) مقدار نیروی وارده، (ب) تنش در مغزه فولادی.



شکل م۲-۳۴

۲-۳۵ نیروی محوری مرکزی با مقدار $P = ۴۵۰$ kN از صفحه صلب انتهایی بر قطعه مرکب وارد شده است. اگر $h = ۱۰$ mm، مطلوبست: (الف) تنش قائم در مغزه برنجی، (ب) تنش قائم در صفحات آلومینیمی.

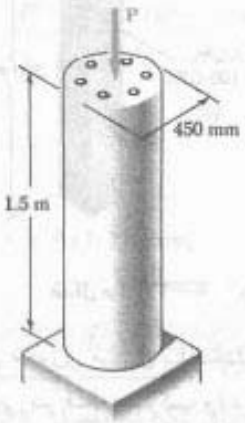
RuEB



شکل م۲-۳۵

۲-۳۶ برای قطعه مرکب نشان داده شده در مسئله ۲-۳۶، مطلوبست: (الف) مقدار h در صورتی که قسمت تحت بار مغزه برنجی باشد، (ب) بار کل در صورتی که تنش در مغزه برنجی ۸۰ MPa باشد.

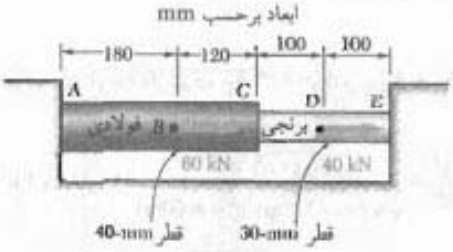
۲-۳۷ ستون بتنی به طول ۱٫۵ mm توسط شش میله فولادی، هر یک به قطر ۲۸ mm، تقویت شده است. اگر $E_s = 200$ GPa و $E_c = 25$ GPa، تنش‌های قائم در فولاد و بتن را برای بار محوری مرکزی ۱۵۵۰ kN که بر ستون وارد می‌شود بیابید.



شکل م ۲-۳۷

۲-۳۸ برای ستون مسئله ۲-۳۷، مطلوبست ماکزیمم نیروی مرکزی که می‌توان وارد کرد در صورتی که تنش قائم مجاز در فولاد ۱۶۰ MPa و در بتن ۱۸ MPa باشد.

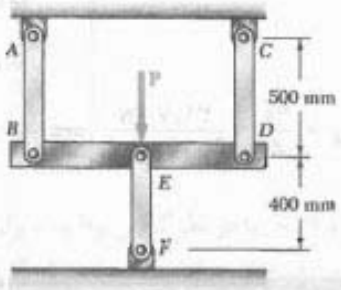
۲-۳۹ دو میله استوانه‌ای، یکی از فولاد و دیگری از برنج، در C به‌هم متصل شده‌اند. برای فولاد و برنج، به ترتیب، $E_s = 200$ GPa و $E_b = 105$ GPa. مطلوبست: (الف) واکنش در A و E، (ب) انحراف نقطه C.



شکل م۲-۳۹

۲-۴۰ مسئله ۲-۳۹ را با این فرض حل کنید که میله AC از برنج و میله CE از فولاد باشد.

۲-۴۱ سه میله فولادی ($E = 200$ GPa) بار P با مقدار ۳۶ kN را تحمل می‌کنند. مساحت مقطع عرضی میله‌های AB، CD و EF، به ترتیب، ۲۰۰ mm^2، ۲۰۰ mm^2 و ۶۲۵mm^2 است. مطلوبست: (الف) تغییر طول میله EF، (ب) تنش در هر میله.

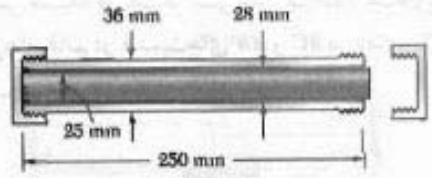


شکل م۲-۴۱

۲-۴۲ لوله آلومینیومی به طول ۲۵۰ mm، با قطر خارجی ۳۶ mm و با قطر داخلی ۲۸ mm است. یک میله برنجی به‌قطر ۲۵ mm داخل این لوله قرار داده می‌شود. سپس، دو بوش پیچ‌دار در دو انتهای لوله پیچ می‌شود. گام پیچ‌ها ۱٫۵ mm است. برای آلومینیوم و برنج، به‌ترتیب، $E_a = 70$ GPa و $E_b = 105$ GPa. چون میله کمی بلندتر از لوله است، بوش را

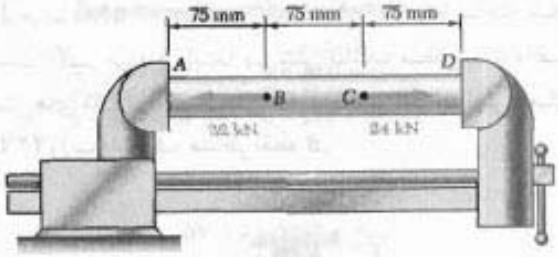
RuEB

باید یک چهارم دور چرخاند تا روی میله سفت شود. مطلوبست: (الف) تنش قائم متوسط در لوله و در میله، (ب) انحراف لوله و میله.



شکل م۲-۴۲

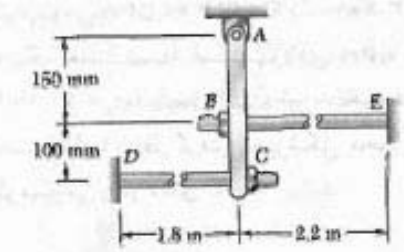
۲-۴۳ یک لوله فولادی ($E = ۲۰۰$ GPa) با قطر خارجی ۳۰ mm و ضخامت ۳ mm در گیره‌ای قرار گرفته است. این گیره طوری تنظیم می‌شود که فکهایش درست با دو انتهای لوله تماس می‌گیرند بدون اینکه فشار وارد کنند. سپس، دو نیروی نشان داده شده بر لوله وارد می‌شوند. پس از اعمال نیروها، گیره تنظیم می‌شود به طوری که فاصله بین فکهایش ۰٫۲ mm کاهش می‌یابد. مطلوبست: (الف) نیروی وارده از گیره بر لوله در A و D، (ب) تغییر طول قسمت BC لوله.



شکل م۲-۴۳

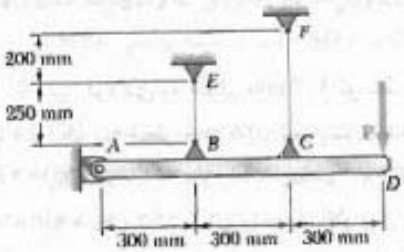
۲-۴۴ مسئله ۲-۴۳ را با این فرض حل کنید که گیره، پس از اعمال نیروها، طوری تنظیم شود که فاصله بین فکهایش ۰٫۱ mm کاهش یابد.

۲-۴۵ قطر هر یک از میله‌های فولادی BE و CD ($E = ۲۰۰$ GPa) برابر با ۱۶ mm است. گام پیچ‌های انتهایی ۲٫۵ mm است. مهره B، پس از محکم شدن، به اندازه یک دور کامل سفت می‌شود. مطلوبست: (الف) کشش در میله CD، (ب) انحراف نقطه C عضو صلب ABC.



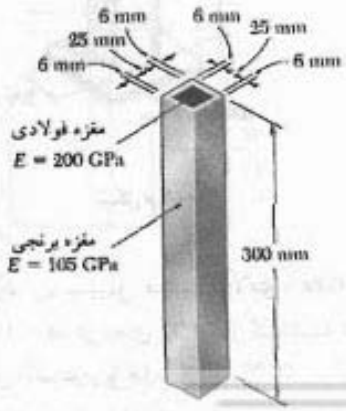
شکل م۲-۴۵

۲-۴۶ میله صلب AD توسط دو سیم فولادی ($E = ۲۰۰$ GPa) به قطر ۱٫۵ mm و مفصل A نگه داشته شده است. اگر سیم‌ها در ابتدا در حالت کشیده باشند، (الف) کشش اضافی در هر سیم را بر اثر اعمال بار P با مقدار ۹۰۰ N در D بیابید، (ب) انحراف متناظر نقطه D را بیابید.



شکل م۲-۴۶

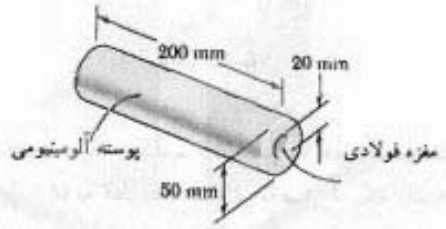
۲-۴۷ پوسته برنجی ($\alpha_b = ۲۰٫۹ \times ۱۰^{-۶}/°C$) کاملاً به مغزه فولادی ($\alpha_s = ۱۱٫۷ \times ۱۰^{-۶}/°C$) متصل شده است. مطلوبست بیشترین افزایش مجاز دما در صورتی که بخواهیم تنش در مغزه فولادی از ۵۵ MPa بیشتر نشود.



شکل م۲-۴۷

PNUEB

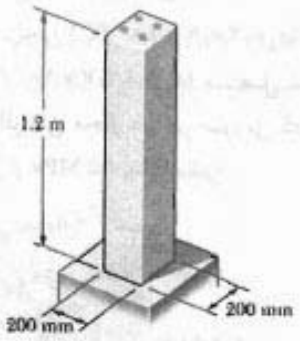
۲-۴۸ مجموعه نشان داده شده متشکل است از یک پوسته آلومینیومی ($E_a = ۷۰\ GPa$ ، $\alpha_a = ۲۳٫۶\times۱۰^{-۶}/°C$) که به یک هسته فولادی ($E_s = ۲۰۰\ GPa$ ، $\alpha_s = ۱۱٫۷\times۱۰^{-۶}/°C$) متصل است. این مجموعه در دمای ۲۰ °C است. فقط با درنظر گرفتن تغییرشکل محوری، تنش در پوسته آلومینیومی را در دمای ۱۸۰ °C بیابید.



شکل م۲-۴۸

۲-۴۹ مسئله ۲-۴۸ را با این فرض حل کنید که هسته از برنج ($E_b = ۱۰۵\ GPa$ ، $\alpha_a = ۲۰٫۹\times۱۰^{-۶}/°C$) باشد.

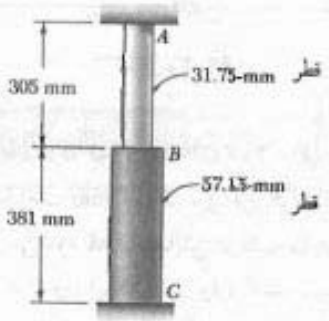
۲-۵۰ تیر فولادی به طول ۱٫۲ mm توسط چهار میله فولادی، هر یک به قطر ۱۸ mm، تقویت شده است. اگر $E_s = ۲۰۰\ GPa$ ، $\alpha_s = ۱۱٫۷\times۱۰^{-۶}/°C$ و $E_c = ۲۵\ GPa$ ، $\alpha_c = ۹٫۹\times۱۰^{-۶}/°C$، تنش قائم را در فولاد و بتن در دمای ۲۷°C بیابید.



شکل م۲-۵۰

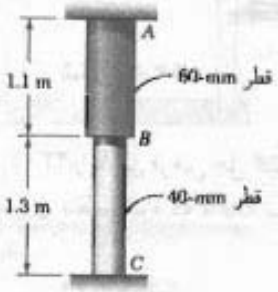
۲-۵۱ یک ریل فولادی ($E = ۲۰۰\ GPa$ ، $\alpha = ۱۱٫۷\times۱۰^{-۶}/°C$) در دمای ۶°C کار گذاشته شده است. **مطلوبست** تنش قائم در ریل‌ها در دمای ۵۲°C، با این فرض که **ریل‌ها: (الف) به هم** جوش شده باشند و مسیر پیوسته‌ای را تشکیل داده باشند. (ب) به طول ۱۲ m و با فاصله ۶ mm از هم باشند.

۲-۵۲ میله‌ای از دو قسمت استوانه‌ای AB و BC تشکیل شده است و از دو انتها مقید است. قسمت AB از فولاد ($E_s = ۲۰۰\ GPa$ ، $\alpha_s = ۱۱٫۷\times۱۰^{-۶}/°C$) و قسمت BC از برنج ($E_b = ۱۲۰\ GPa$ ، $\alpha_b = ۱۸٫۷\times۱۰^{-۶}/°C$) ساخته شده است. اگر میله در ابتدا بی‌تنش باشد، مطلوبست (الف) تنش‌های قائم در قسمت‌های AB و BC در دمای ۱۸ °C، (ب) انحراف متناظر نقطه B.



شکل م ۲-۵۲

۲-۵۳ میله‌ای از دو قسمت AB و BC تشکیل شده است و از دو انتها مقید است. قسمت AB از برنج ($E_b = ۱۰۵\ GPa$ ، $\alpha_b = ۲۰٫۹\times۱۰^{-۶}/°C$) و قسمت BC از آلومینیم ($E_a = ۷۲\ GPa$ ، $\alpha_a = ۲۳٫۹\times۱۰^{-۶}/°C$) ساخته شده است. اگر میله در ابتدا بی‌تنش باشد، مطلوبست: (الف) تنش‌های قائم در قسمت‌های AB و BC بر اثر افزایش دمای ۴۲°C، (ب) انحراف متناظر نقطه B.

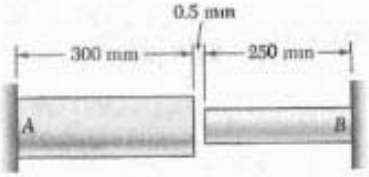


شکل م۲-۵۳

۲-۵۴ در مسئله ۲-۴۲، تنش قائم متوسط را در لوله و میله با این فرض بیابید که مهره‌ها در دمای ۱۵ °C سفت شوند و دمای نهایی ۵۵ °C باشد، (**برای آلومینیوم**، $\alpha = ۲۳٫۶\times۱۰^{-۶}/°C$ و **برای برنج**، $\alpha = ۲۰٫۹\times۱۰^{-۶}/°C$).

RuEB

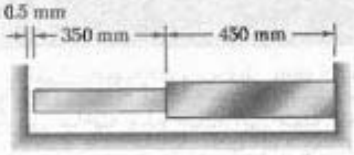
۲-۵۵ در دمای اتاق (۲۰ °C) فاصله ۰٫۵ mm بین دو انتهای میله‌های نشان داده شده وجود دارد. در لحظه بعد، وقتی دما به ۱۴۰ °C می‌رسد، مطلوبست: (الف) تنش قائم در میله آلومینیمی، (ب) تغییر طول میله آلومینیمی.



آلومینیوم	فولاد زنگ‌نزن
$A = 2000\ mm^2$	$A = 800\ mm^2$
$E = 75\ GPa$	$E = 190\ GPa$
$\alpha = 23 \times 10^{-6}/°C$	$\alpha = 17.3 \times 10^{-6}/°C$

شکل م۲-۵۵

۲-۵۶ اگر در دمای ۲۴ °C فاصله ۰٫۵ mm وجود داشته باشد، مطلوبست: (الف) دمایی که به ازای آن تنش قائم در میله آلومینیمی ۷۵ MPa- است، (ب) طول دقیق متناظر میله آلومینیمی.

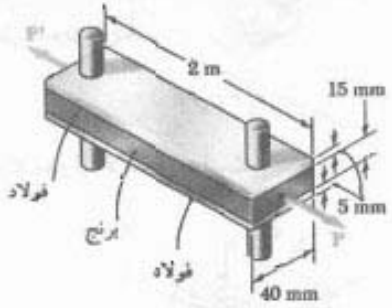


برنز	آلومینیوم
$A = 1500\ mm^2$	$A = 1800\ mm^2$
$E = 105\ GPa$	$E = 73\ GPa$
$\alpha = 21.6 \times 10^{-6}/°C$	$\alpha = 23.2 \times 10^{-6}/°C$

شکل م۲-۵۶ و م۲-۵۷

۲-۵۷ مطلوبست: (الف) نیروی فشاری در میله‌های نشان داده شده پس از اینکه دما به اندازه ۸۲ °C افزایش یابد، (ب) تغییر طول متناظر میله برنزی.

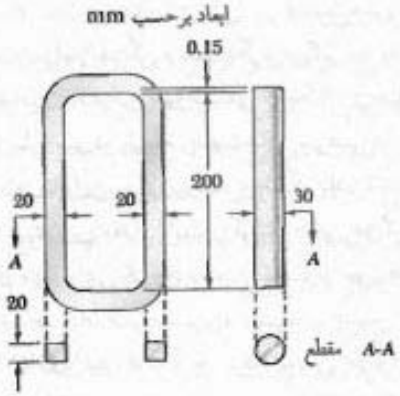
۲-۵۸ از دو میله فولادی ($E_s = 200\ GPa$ و $\alpha_s = 11.7 \times 10^{-6}/°C$) برای تقویت میله برنجی ($E_b = 105\ GPa$ و $\alpha_b = 20.9 \times 10^{-6}/°C$)، که تحت بار $P = 25\ kN$ قرار دارد، استفاده شده است. هنگام ساخت میله‌های فولادی، فاصله بین مراکز سوراخ‌هایی که برای تعبیه مفصل‌هاست به اندازه ۰٫۵ mm کمتر از ۲ m (فاصله مورد نیاز) در می‌آید. لذا، میله‌های فولادی را در کوره‌ای قرار می‌دهند تا طول آنها افزایش یابد به‌طوری که مفصل‌ها را بتوان جا زد. پس‌از ساخت، دمای میله‌های فولادی را به دمای اتاق برمی‌گردانند. مطلوبست: (الف) افزایش دمایی که برای جا زدن مفصل‌ها در میله‌های فولادی نیاز است، (ب) تنش در میله برنجی پس از اینکه تحت بار قرار می‌گیرد.



شکل م۲-۵۸

۲-۵۹ مطلوبست ماکزیمم بار P که می‌توان بر میله برنجی مسئله ۲-۵۸ وارد کرد در صورتی که بخواهیم تنش مجاز در میله‌های فولادی ۳۰ MPa و در میله برنجی ۲۵ MPa باشد.

۲-۶۰ یک بازوی برنجی ($E_b = 70\ GPa$، $\alpha_b = 10.4 \times 10^{-6}/°F$) و یک میله فولادی ($E_s = 200\ GPa$، $\alpha_s = 6.5 \times 10^{-6}/°F$) در دمای ۲۰ °C دارای ابعاد نشان داده شده‌اند. میله فولادی سرد می‌شود تا اینکه آزادانه در بازو جا می‌خورد. سپس، دمای کل مجموعه تا ۱۵۰ °C افزایش می‌یابد. مطلوبست: (الف) تنش قائم نهایی در میله فولادی، (ب) طول نهایی میله فولادی.



شکل م۲-۶۰

FNuEB