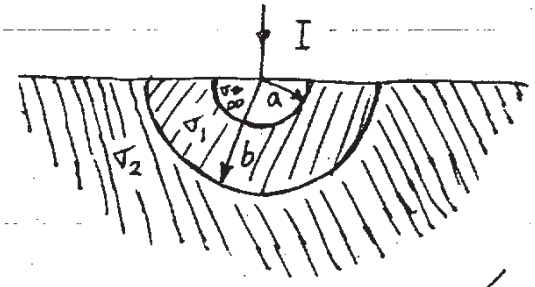
۱- الکترودی به شکل نیمکره با شعاع a و ضریب هدایت بی نهایت $\sigma \to \infty$ در زمین قرار دارد. یک پوسته کروی با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b با ضریب هدایت σ_1 هم مرکز با الکترود در زمین مطابق شکل قرار دارد. باقیمانده نیم فضا از یک هادی با ضریب هدایت σ_2 پر شده است. فرض کنید که یک جریان I از طریق مرکز نیمکره وارد زمین شود.



الف)- چگالی جریان و شدت میدان را در نواحی مختلف به دست آورید.

ب)- اختلاف پتانسیل الکترود و نقطه بی نهایت را تعیین کنید.

ج)- مقاومت R این سیستم زمین را محاسبه کنید. حالات خاص را بررسی کنید $b \to a$; $b \to \infty$

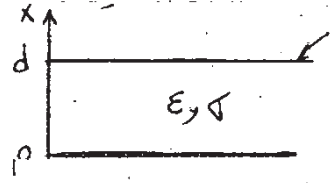
۲- خازن با ورقهای موازی را که با ماده هادی ناقص با ثابت دی الکتریک ε_r و ضریب هدایت σ_c پر شده است، در نظر بگیرید. خازن با بار اولیه Q_0 بارشده است.

الف) بار الکتریکی Q روی ورقها را بصورت تابعی از زمان t به دست آورید.

ب) ثابت زمانی را برای تخلیه بار خازن برای $\varepsilon_r = 4.3$ و $\sigma_c = 10^{-13}$ (S/m) محاسبه کنید.

ج) حرارت ژول کل ایجاد شده را محاسبه کنید و نشان دهید که با انرژی الکتریسیته ساکن ذخیره شده اولیه برابر است.

۳- دو ورق هادی با مساحت S و به فاصله d از یک دیگر قرار دارند. ماده دی الکتریک ناهمگن با تلفات داخل خازن قرار دارد. ضریب الکتریکی $\varepsilon = \varepsilon_1 + \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{d} x$ و ضریب هدایت $\sigma = \sigma_1 + \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{d} x$ است. مقاومت ماده و ظرفیت خازن را به دست آورید.



۴- یک خازن با صفحات موازی را در نظر بگیرید. مساحت هر صفحه برابر $10\ (cm^2)$ و فاصله آنها $1\ (mm)$ است. بین صفحات از نوع شیشه با ضریب مقاومت $\rho = 1.2 \times 10^3\ (\Omega\text{-m})$ و ثابت دی الکتریک $\varepsilon_r = 5.6$ است. خازن را توسط ولتاژ $100\ (V)$ پر کرده و سپس منبع را قطع می کنیم.

الف) آهنگ اولیه تخلیه بار خازن (یعنی $i = \frac{dq}{dt}$) چقدر است؟

ب) چه مدت زمانی طول می کشد که بار خازن تخلیه شود؟ نتیجه را بحث کنید.

۵- یک تابه پروتون با جریان I توسط اختلاف پتانسیل V_0 شتاب می‌گیرد.
فرض کنید که شعاع تابه a بوده و چگالی جریان حجمی در تابه یکنواخت باشد.
الف- چگالی حجمی بار را در تابه پس از شتاب یافتن پروتون‌ها محاسبه کنید.
ب- شدت میدان الکتریکی را داخل و خارج تابه به دست آورید.
ج- منحنی تغییرات شدت میدان الکتریکی را نسبت به فاصله شعاعی r از محور تابه رسم کنید.
د- حال فرض کنید که تابه در امتداد محور یک استوانه هادی زمین شده با شعاع داخلی b (با $b>a$) قرار داده شود. پتانسیل را داخل استوانه به دست آورید و منحنی تغییراتش را رسم کنید.

بار پروتون $e=1.6\times10^{-19}(C)$ ، جرم پروتون $m_p=1837\times9.1\times10^{-31}(Kgr)$

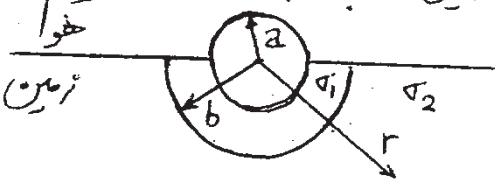
$I=1(\mu A)$ ، $V_0=10{,}000(V)$ ، $b=1(cm)$ ، $a=1(mm)$

۶- در مختصات استوانه‌ای ناحیه $a\le r\le b$ ؛ $0\le z\le L$ و $0\le\phi\le2\pi$
از مایعی با ضریب هدایت σ پر شده است. سطوح استوانه‌ای از هادی کامل بوده و اختلاف پتانسیل V بین آن‌ها اعمال می‌شود. اندازه V را برای اتلاف توان $P(W)$ بصورت حرارت در مایع تعیین کنید.

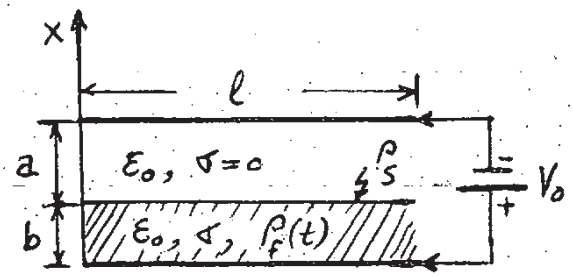
$a=0.5(m)$, $b=3(m)$, $L=10(m)$, $\sigma=2(S/m)$, $P=10(KW)$

۷- فضای بین دو کره هادی هم مرکز با شعاع‌های a و b (با $a<b$) توسط ماده هادی با ضریب هدایت ~~غیر یکنواخت~~ ناهمگن $\sigma=\frac{K}{r^2}$ پر شده است. اختلاف پتانسیل V_0 بین دو کره اعمال می‌شود.
(الف) توان تلف شده در این سیستم را محاسبه کنید.
(ب) مقاومت آن را با استفاده از عبارت توان به دست آورید.
(ب) نتیجه را از طریق فرمول محاسبه مستقیم مقاومت امتحان کنید.

۸- یکی از کره هادی کاملی با شعاع a داخل زمین قرار دارد. ضریب هدایت زمین در ناحیه $a\le r\le b$ برابر σ_1 و در ناحیه $b\le r\le\infty$ برابر σ_2 است. اگر توزیع جریان یکنواخت فرض شود، مقاومت زمین را بین $a\le r\le\infty$ محاسبه کنید.



۹- یک ماده با تلفات دارای ضریب الکتریکی فضای آزاد (ε_0) و ضریب هدایت σ بطور جزئی ناحیه بین دو رق هادی موازی را مطابق شکل زیر پر می کند.
اختلاف پتانسیل V_0 بین دو ورق هادی اعمال می شود. در زمان اولیه $t=0$، محیط با تلفات دارای چگالی بار ρ_0 بوده و چگالی بار سطحی ρ_s روی مفصل مشترک در $x=b$ برابر صفر است. بستگی کمیات زیر را نسبت به زمان تعیین کنید
(الف) میدان الکتریکی در هر دو ناحیه
(ب) چگالی بار سطحی ρ_s در $x=b$



چگالی بار حجمی اولیه در $t=0$ برابر ρ_0
توجه کنید که در ناحیه $\sigma=0$ داریم $J=0$

معادلات لاپلاس و پواسان را تحت شرایط مرزی حل کنید و معادلات دیفرانسیل برای ρ_f و ρ_s به دست آورید.

۱۰- یک هادی با طول $l=10\,(m)$ و سطح مقطع دایروی با قطر $3\,(cm)$ را در نظر بگیرید. با اعمال ولتاژ $10\,(V)$ به دو سر هادی، جریان $3000\,(A)$ از آن می گذرد. ضریب هدایت ماده هادی را محاسبه کنید.

۱۱- چگالی جریان در یک ناحیه برابر $\vec{J}=cy\,\hat{a}_x\,(C/m^2)$ است. یک مربع با ضلع a دارای یک رأس در مبداء مختصات و دو ضلع موازی محور z بوده و زاویه φ را با صفحه xz می سازد. جریان گذرنده از مربع را تعیین کنید.

۱۲- یک جهش برق در اتمسفر شامل انرژی $W=10^{12}\,(J)$، اختلاف پتانسیل $V=10^8\,(V)$ و مدت زمان $t=0.5\,(s)$ می باشد. جریان متوسط برق را محاسبه کنید.

۱۳- فرض کنید که جریان ثابتی در محیط خطی و یکسانگرد ولی ناهمگن (از لحاظ ضریب الکتریکی ε و ضریب هدایت σ) وجود داشته باشد. چگالی بار آزاد را در این محیط به دست آورید.