

آشنایی با مجموعه های فازی

سید محمود طاهری^۱

۱- مقدمه

اعضاء آن کاملاً مشخص نیستند. به بیان دیگر ویژگی بزرگتر از ۱۰ یک ویژگی خوشتعریف است ولی ویژگی بزرگ یک ویژگی مبهم و ناخوشتعریف است. از سوی دیگر بسیاری از مفاهیم و ویژگیهایی که در زندگی روزمره و واقعی و نیز شاخه های مختلف علوم با آن سرو کار داریم اینگونه اند یعنی مفاهیمی هستند مبهم و مجموعه هایی با کرانه های نادقیق هستند. اما در زندگی واقعی کمتر از مثلاً: کودکان بلند قدتر از ۹۰ سانتی متر، زمینهای کوچکتر از $\frac{4}{7}$ هکتار، مسافتهای طولانی تر از ۱۲۰ کیلومتر، شهرهای با جمعیت بیشتر از ۸۵۰۰۰ سکنه، کشورهای دارای بیشتر از ۳۰۰۰ کارخانه و ... صحبت می کنیم، بلکه فهم و زبان طبیعی با مفاهیم و جملاتی اینگونه سروکار دارد: کودکان بلند قد، زمینهای کم وسعت، مسافتهای طولانی، شهرهای پر جمعیت، کشورهای توسعه یافته و هیچکدام از این مفاهیم، مفاهیمی دقیق نیستند که بتوان برای هر کدام مجموعه هایی دقیق را تصور کرد. در قلمرو ریاضیات و نظریه مجموعه های کلاسیک، جایی برای این مفاهیم نیست و قالبی برای صورتبندی آنها و ابزاری برای تجزیه و تحلیل آنها وجود ندارد. نظریه مجموعه های فازی یک قالب و الگوی جدید ریاضی برای صورتبندی و تجزیه و تحلیل این مفاهیم و ویژگیهاست. این نظریه تعمیم و گسترش طبیعی نظریه مجموعه های معمولی است به طوری که موافق با زبان و فهم انسانی نیز می باشد.

قبل از ورود به بحث اصلی، اساس ایده پروفیسور زاده را در معرفی نظریه مجموعه های فازی شرح می دهیم. این کار را با پیگیری مثال فوق درباره اعداد بزرگ انجام می دهیم. همانطور که در بالا آمد، آنچه در مجموعه بودن «اعداد بزرگ» اشکال ایجاد می کند معلوم نبودن عضویت یا عدم عضویت

نظریه مجموعه های فازی^۲ یک نظریه نسبتاً جدید ریاضی است که توسط دانشمند ایرانی تبار پروفیسور لطفی عسگرزاده (مشهور به زاده^۳) ارائه شده است [۷]. هدف این نظریه یافتن الگوهای ریاضی است که با نحوه تفکر و استنتاج انسانی و همچنین با الگوهای طبیعی و واقعی تطابق و سازگاری داشته باشد. هر چند این شاخه از علم بسیار جوان است اما هم از جنبه نظری و هم از جنبه کاربردی پیشرفتهای شایانی در آن انجام گرفته است. اکنون محصولات مختلف صنعتی از جمله وسایل برقی خانگی که از این نظریه و منطق مبتنی بر آن استفاده می کنند، در حال گسترش در بازارهای فروش اند. در این مقاله کوتاه، سعی شده است پایه و اساس نظریه مجموعه های فازی به طور ساده بیان شود.

۲- به چه عددی بزرگ می گوئید؟

آیا ۱۰۰ عددی بزرگ است یا خیر؟ ۱۰۰۰ چطور؟ ۱۰۰۰۰۰۰۰ چطور؟ اصولاً چیزی به نام «مجموعه اعداد بزرگ» داریم؟ در ریاضیات متداول و در ابتدای بحث نظریه مجموعه ها، که پایه و اساس قسمت اعظمی از ریاضیات است، تاکید می شود که لفظ مجموعه به بیان ریاضی آن فقط برگردآیه ای از اشیاء اطلاق می شود که کاملاً معین و مشخص باشند. مثلاً گردآیه اعداد حقیقی بزرگتر از ۱۰ یک مجموعه به بیان ریاضی است، اما گردآیه اعداد بزرگ یک مجموعه نیست زیرا

^۱ دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی اصفهان.

Taheri@cc.iut.ac.ir

^۲ Fuzzy Set Theory (Fuzzy در لغت به معنای کرک دار و در

اصطلاح به معنای مبهم و نا دقیق است).

به بیان ساده، $I_A(x)$ میزان تعلق x را به A بیان می کند. اگر x در A باشد، میزان تعلق آن به A یعنی $I_A(x)$ برابر یک است و اگر x در A نباشد میزان تعلق آن به A یعنی $I_A(x)$ صفر است.

فرض کنید X یک مجموعه مرجع و A یک زیر مجموعه معمولی از آن باشد. مجموعه A دارای یک تابع نشانگر است که قلمرو آن X و برد آن مجموعه $\{0,1\}$ است. حال اگر برد تابع نشانگر را از مجموعه دو عضوی $\{0,1\}$ به بازه $[0,1]$ توسعه دهیم، یک تابع خواهیم داشت که به هر $x \in X$ عددی را از $[0,1]$ نسبت می دهد. این تابع را تابع عضویت^۲ A می نامیم. اکنون A دیگر یک مجموعه معمولی نیست بلکه به طور دقیقتر یک زیر مجموعه فازی از X نامیده می شود. پس یک مجموعه فازی A ، مجموعه ای است که عناصر X هر کدام با درجه ای بین صفر و یک در آن عضو هستند. تابعی که درجات عضویت در A را نشان می دهد یعنی تابع عضویت A را با $\mu_A(x)$ نشان می دهیم. این تابع به هر $x \in X$ یک عدد از $[0,1]$ را بعنوان درجه عضویت^۳ x در مجموعه فازی A نسبت می دهد. نزدیکی مقدار $\mu_A(x)$ به عدد یک نشاندهنده تعلق بیشتر x به مجموعه فازی A است، بالعکس نزدیکی آن به صفر نشاندهنده تعلق کمتر x به A است. در حالت حدی اگر x کاملاً عضو A باشد داریم $\mu_A(x) = 1$ و چنانچه اصلاً در A عضو نباشد داریم $\mu_A(x) = 0$. پس مجموعه های معمولی و توابع نشانگر آنها، حالات خاصی از مجموعه های فازی و توابع عضویت آنها هستند.

مثال ۱: فرض کنید $X = \{1,2,3,4,5\}$. زیر مجموعه معمولی از X شامل اعداد کوچکتر از چهار بصورت $A = \{1,2,3\}$ است. تابع نشانگر این مجموعه عبارت است از:

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & x = 1, 2, 3 \\ 0 & x = 4, 5 \end{cases}$$

اعداد مختلف در گردآیه «اعداد بزرگ» است. مثلاً آیا ۱۰۰ عددی بزرگ است؟ ۱۰۰۰ چطور؟ و همینطور سایر اعداد. بنا به پیشنهاد پروفیسور زاده مناسب است که به هر عدد از مجموعه اعداد حقیقی، عددی از بازه $[0,1]$ به عنوان درجه بزرگی آن نسبت دهیم. هر چه یک عدد بزرگ بود عدد متناظر با آن برای عضویت در A : «مجموعه اعداد بزرگ» به یک نزدیکتر باشد. و بالعکس هر چه عدد کوچکتر بود عدد مربوط به عضویت آن در A به صفر نزدیک باشد. به این ترتیب به جای آنکه بگوییم عدد ۱۰۰۰ بزرگ است، یا اینکه بزرگ نیست و یا اینکه در این باره بی نظر باشیم، می گوییم درجه بزرگی آن مثلاً 0.7 است. به عبارت دیگر به جای آنکه بگوییم عدد ۱۰۰۰ عضو A هست یا عضو A نیست می گوییم با درجه (و یا به میزان) 0.7 عضو A است. به بیان دیگر درجه عضویت ۱۰۰۰ در مجموعه A برابر 0.7 است.

مسلماً در این مورد باید برای هر عدد حقیقی، عددی از $I = [0,1]$ را به عنوان درجه و میزان عضویت و تعلق در A نسبت دهیم. یعنی یک تابع در نظر بگیریم که قلمرو آن \mathcal{R} و برد آن I باشد. مشاهده می کنید که توانستیم به یک قالب ریاضی برسیم: یک تابع از \mathcal{R} به I برای تعریف و توصیف اعداد حقیقی بزرگ.

شاید متوجه شده باشید که اساس کار تشریح شده در بالا، چیزی نیست جز گسترش مفهوم تابع نشانگر^۱ از یک تابع با برد $\{0,1\}$ است به یک تابع با برد $[0,1]$.

به این ترتیب می توان بسیاری از مفاهیم بیگانه با ریاضیات کلاسیک را وارد دنیای ریاضیات کرد و تفکرات و مفاهیم و زبان و منطق بشری را با یک ساختار ریاضی نظم و ترتیب داد.

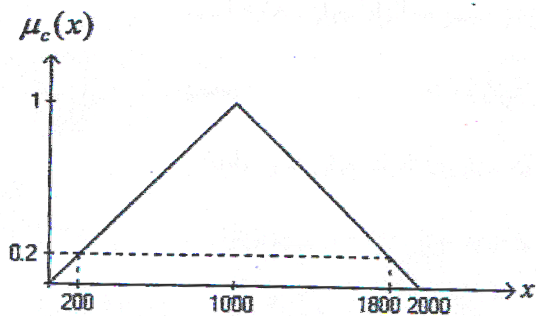
فرض کنید X یک مجموعه مرجع و A زیر مجموعه ای از آن باشد. $I_A(x)$ که تابع نشانگر مجموعه A نامیده می شود تابعی است که قلمرو آن X و برد آن مجموعه دو عضوی $\{0,1\}$ بوده و به صورت زیر تعریف می شود:

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

² Membership Function

³ Degree of Membership

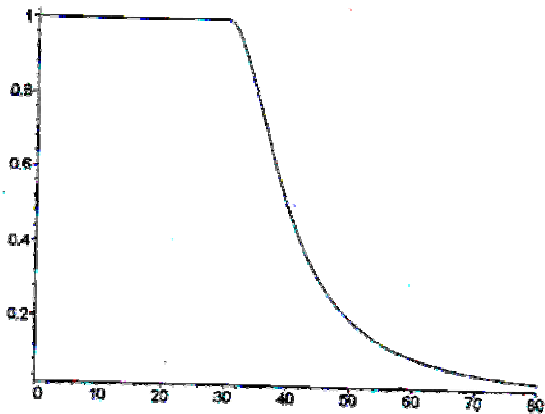
¹ Indicator Function



شکل ۱. نمودار تابع عضویت مجموعه فازی C مثال (۲)

مثال ۳: می خواهیم جوانی را تعریف کنیم. می توان با یک مجموعه فازی این کار را انجام داد. تابع عضویت زیر یک تعبیر از جوانی است (x : سن به سال).

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x < 30 \\ 1 - \frac{(x-30)^2}{(x-30)^2 + 1000} & 30 \leq x \end{cases}$$



شکل ۲. نمودار تابع عضویت مجموعه فازی «افراد جوان» در مثال ۳

در اینجا مقدار $\mu_A(25) = 1$ یعنی یک فرد ۲۵ ساله کاملاً جوان تلقی می شود، و مقدار $\mu_A(35) = 0.8$ یعنی فرد ۳۵ ساله به اندازه ۰/۸ جوان است و $\mu_A(40) = 0.5$ یعنی فرد ۴۰ ساله به میزان ۰/۵ جوان است و ...

برای توضیح بیشتر فرض کنید بهروز ۳۵ ساله باشد. مقدار $\mu_A(35) = 0.8$ را می توان با عبارات زیر تعبیر کرد:

- درجه عضویت بهروز در مجموعه افراد جوان ۰/۸ است.
- بهروز به اندازه ۰/۸ جوان است.
- بهروز به اندازه ۰/۸ به مجموعه افراد جوان تعلق دارد.

در اینجا مثلاً $I_A(2) = 1$ و یعنی ۲ عضو A است و $I_A(4) = 0$ و یعنی ۴ عضو A نیست. به عبارت دیگر عدد ۲ ویژگی کوچکتر از ۴ بودن را دارد و عدد ۴ ندارد. اکنون یک زیر مجموعه فازی از X که «کوچک بودن» را نشان دهد می-تواند بوسیله تابع عضویت زیر تعریف شود

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 0.7 & x = 2 \\ 0.5 & x = 3 \\ 0.3 & x = 4 \\ 0 & x = 5 \end{cases}$$

در اینجا $\mu_B(3) = 0.5$ یعنی عدد ۳ با درجه ۰/۵ عضو مجموعه فازی B است و $\mu_B(5) = 0$ یعنی عدد ۵ عضو B نیست. به عبارت دیگر عدد ۳ ویژگی «کوچک بودن» (به بیان فوق) را با درجه ۰/۵ دارد و عدد ۵ اصلاً این ویژگی را ندارد.

مثال ۲: فرض کنید $X = [0, 2000]$. می خواهیم یک زیر مجموعه از X تشکیل دهیم که شامل اعداد «نزدیک ۱۰۰۰» باشد. چون مفهوم «نزدیک ۱۰۰۰» یک مفهوم مبهم و نادقیق (فازی) است، برای این کار از یک مجموعه فازی استفاده می کنیم. مجموعه فازی C که تابع عضویت آن در زیر آمده است یک مجموعه فازی است که اعداد «نزدیک ۱۰۰۰» را مدل سازی می کند

$$\mu_C(x) = \begin{cases} \frac{x}{1000} & 0 < x < 1000 \\ \frac{2000-x}{1000} & 1000 \leq x < 2000 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$$

در اینجا مثلاً $\mu_C(200) = \mu_C(1800) = 0.2$. یعنی اعداد ۲۰۰ و ۱۸۰۰ هر دو با درجه ۰/۲ عضو مجموعه فازی C هستند. به عبارت دیگر با درجه ۰/۲ ویژگی نزدیک ۱۰۰۰ (به بیان فوق) را دارا هستند. بدیهی است که عدد ۱۰۰۰ کاملاً «نزدیک ۱۰۰۰» است و بنابراین $\mu_C(1000) = 1$.

۳- متمم، اجتماع و اشتراک مجموعه های فازی

تا اینجا دانستیم که یک مجموعه فازی چیست. اکنون بیان می کنیم که چگونه عملهایی مانند متمم، اجتماع و اشتراک برای مجموعه های فازی تعریف می شوند. اساساً تعریف این عملها چیزی جز یک تعمیم و گسترش حالت معمولی نیست (همانطور که تعریف مجموعه های فازی نیز یک تعمیم طبیعی تعریف مجموعه های معمولی است).

قبل از ادامه بحث چند تعریف مقدماتی را بیان می کنیم. مجموعه فازی A را تهی گوئیم اگر برای هر $x \in X, \mu_A(x) = 0$. همچنین گوئیم مجموعه فازی A زیر مجموعه فازی B است و می نویسیم $A \subseteq B$ اگر برای هر $x \in X, \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$. و بالاخره دو مجموعه فازی A و B را مساوی گوئیم و می نویسیم $A=B$ اگر برای هر $x \in X, \mu_A(x) = \mu_B(x)$.

متمم: به مثال ۱ باز میگردیم داریم $\mu_B(x) = 0/3$ یعنی عدد ۴ ویژگی «کوچک بودن» را به اندازه ۰/۳ داراست. به بیان دیگر عدد ۴ ویژگی «کوچک نبودن» را به اندازه $1 - 0/3 = 0/7$ داراست. ویژگی کوچک نبودن چیزی نیست جز متمم ویژگی کوچک بودن. بدین گونه است که متمم یک مجموعه فازی مانند A با تابع عضویت $\mu_A(x)$ به صورت یک مجموعه فازی A' با تابع عضویت $\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x)$ تعریف می شود

اجتماع و اشتراک: در حالت معمولی $A \cup B$ مجموعه عناصری است که یا عضو A و یا عضو B (و یا عضو هر دو) باشند. در حالت فازی چون $\mu_A(x)$ میزان عضویت x در A است و $\mu_B(x)$ میزان عضویت x در B ، پس طبیعی است که میزان عضویت x در اجتماع A و B را برابر ماکزیمم $\mu_A(x)$ و در $\mu_B(x)$ در نظر بگیریم. همچنین در حالت معمولی $A \cap B$ مجموعه عناصری است که هم در A و هم در B عضوند. در حالت فازی اگر مقدار عضویت x در A $\mu_A(x)$ و در B $\mu_B(x)$ باشد، طبیعی است که مقدار عضویت x را در اشتراک A و B برابر حداقل $\mu_A(x)$ و $\mu_B(x)$ در نظر بگیریم. پس به طور خلاصه اجتماع و اشتراک دو مجموعه

• گزاره «بهروز جوان است» به میزان ۰/۸ درست است.

• میزان سازگاری و تطابق ویژگی های جوانی با ویژگی های بهروز، ۰/۸ است.

• اگر گفته شود بهروز جوان است آنگاه امکان اینکه وی ۳۵ ساله باشد ۰/۸ است.

لازم است متذکر شویم که افراد مختلف ممکن است نظرات مختلفی درباره ویژگی هایی مانند «کوچک»، «نزدیک ۱۰۰۰» و «جوانی» و مانند اینها داشته باشند و در نتیجه توابع عضویت مختلفی برای توصیف آنها در نظر بگیرند. خود شما می توانید یک تابع عضویت دیگر برای مجموعه فازی اعداد کوچک در مثال (۱) ارائه کنید که مثلاً درجه کوچک بودن برای عدد ۳ چیزی غیر از ۰/۵ باشد. زیرا شاید به نظر شما عدد ۳ آنقدرها هم کوچک نیست، بلکه مثلاً به اندازه ۰/۱۵ کوچک است. بنابراین در تعیین تابع عضویت یک مجموعه فازی، گاهی جنبه های ذهنی و شخصی بسیار موثر است. اینکه یک تابع عضویت چه ویژگیهایی دارد و یا باید داشته باشد و نیز چگونگی ساختن آن در موارد مختلف از بحث های اساسی در نظریه مجموعه های فازی است [۶].

نکته: باید توجه نمود که عدم اطمینان (عدم قطعیت) مرتبط با یک مجموعه فازی با عدم اطمینان مرتبط با پیشامدهای تصادفی و متغیرهای تصادفی تفاوت دارد. در احتمال با مفاهیمی مانند شانس، تصادف، فراوانی و مانند اینها سروکار داریم. در حالی که در مجموعه های فازی با مفاهیمی مانند میزان انطباق، درجه عضویت، میزان سازگاری و مانند اینها روبرو هستیم. به بیان دیگر، نظریه احتمال و نظریه مجموعه های فازی هر دو نظریه هایی برای مدل سازی و تحلیل عدم اطمینان هستند. نظریه احتمال با عدم اطمینان از نوع تصادفی مرتبط است و از سوی دیگر نظریه مجموعه های فازی با عدم اطمینان از نوع با ابهام و نادقیق بودن مرتبط است.

درباره شباهت ها و تفاوت های این دو نوع عدم اطمینان می-توانید به مراجع [۹ و ۶] مراجعه کنید.

نکته: تعاریف ارائه شده برای اجتماع و اشتراک دو مجموعه فازی، اکثر ویژگیهای اجتماع و اشتراک معمولی را دارند. برای نمونه در قوانین جابجایی و شرکت پذیری و پخشی و نیز در قوانین دمورگان (با تعریفی از متمم که در بالا گفته شد) صدق میکنند. تنها قوانینی که در زمینه مجموعه های فازی برقرار نیستند، قوانین شمول و طرد یعنی $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$ می باشند.

شایان ذکر است که علاوه بر تعاریف فوق تعاریف دیگری نیز برای متمم و اجتماع و اشتراک مجموعه های فازی پیشنهاد شده است که هر کدام در زمینه هایی خاص اهمیت و کاربرد دارند [۹ و ۱].

۴- منطق فازی^۱

در این بخش، توضیحی بسیار کوتاه درباره منطق فازی ارائه می دهیم.

در منطق کلاسیک ارسطویی هر گزاره یا درست است یا نادرست (هرچند درستی یا نادرستی آن بر ما معلوم نباشد). بر این اساس در این منطق به هر گزاره درست ارزش درستی یک و به هر گزاره نادرست ارزش درستی صفر تخصیص می یابد. مثلاً ارزش درستی گزاره «۲۲ عددی زوج است»، یک و ارزش درستی گزاره «۲۲ عددی اول است»، صفر است.

در منطق چند ارزشی (شامل منطق بینهایت ارزشی) ارزش درستی هر گزاره می تواند عددی از بازه [۰،۱] باشد. مثلاً می گوئیم گزاره «امروز هوا گرم است» به اندازه ۰/۶۵ درست است. به هر حال در هر دو منطق دو ارزشی و چند ارزشی درجات درستی اعداد مشخص و معینی هستند. اما منطق فازی به منظور تطبیق با منطق انسانی پا از این فراتر می نهد. در این منطق ارزشهای درستی توابعی بر بازه [۰،۱] هستند. مثلاً می گوئیم گزاره «امروز هوا گرم است» تقریباً درست است که در اینجا منظور خود از تقریباً درست را با یک مجموعه فازی که دامنه تابع عضویت آن [۰،۱] است بیان می کنیم. این صورتبندی ریاضی شیوه ای است که ما به طور معمولی در ارزیابی های خود از آن استفاده می کنیم و بجای اینکه بگوئیم: گزاره P به مقدار مثلاً صفر یا یک یا ۰/۶

فازی A و B به صورت مجموعه های فازی با توابع عضویت زیر تعریف می شوند:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad \forall x \in X,$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)], \quad \forall x \in X.$$

در حالت معمولی اگر A و B دو زیر مجموعه از X با توابع نشانگر $I_A(x)$ و $I_B(x)$ باشند، آنگاه A' و $A \cup B$ و $A \cap B$ بصورت مجموعه هایی با توابع نشانگر زیر تعریف می شوند:

$$I_{A'}(x) = 1 - I_A(x)$$

$$I_{A \cup B}(x) = \max[I_A(x), I_B(x)], \quad \forall x \in X$$

$$I_{A \cap B}(x) = \min[I_A(x), I_B(x)], \quad \forall x \in X$$

مثال ۴: فرض کنید A مجموعه فازی اعداد «تقریباً یک» و B مجموعه فازی اعداد «تقریباً دو» با توابع عضویت زیر باشند:

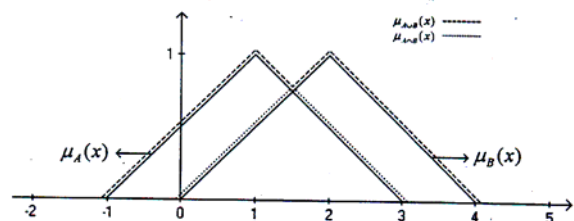
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0.5(x+1) & -1 < x \leq 1 \\ 0.5(3-x) & 1 < x \leq 3, \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0.5x & 0 < x \leq 2 \\ 0.5(4-x) & 2 < x \leq 4, \end{cases}$$

در این صورت اجتماع A و B و اشتراک آنها دو مجموعه فازی با توابع عضویت زیر خواهند بود:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \begin{cases} 0.5(x+1) & -1 < x \leq 1 \\ 0.5(3-x) & 1 < x \leq 1.5 \\ 0.5x & 1.5 < x \leq 2 \\ 0.5(4-x) & 2 < x \leq 4, \end{cases}$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \begin{cases} 0.5x & 0 < x \leq 1.5 \\ 0.5(3-x) & 1.5 < x \leq 3. \end{cases}$$



شکل ۳. نمودار توابع عضویت مجموعه های فازی A, B .

مثال ۴ $A \cup B, A \cap B$

¹ Fuzzy Logic

پدیده ها و سیستم های متضمن هر دو نوع عدم اطمینان (عدم اطمینان ناشی از تصادفی بودن و عدم اطمینان ناشی از ابهام و نادقیق بودن) توسط بسیاری از محققان مورد مطالعه قرار گرفته است. برای مطالعه برخی رویکردها به [۳] و برای مروری بر برخی از پژوهش ها میتوانید به [۵] مراجعه کنید.

نکته پایانی ۲: آگاهی کامل درباره نظریه ای که اکنون یک شاخه مهم و گسترده در ریاضیات نظری و کاربردی شده و کاربردهای مختلف و متنوعی در علوم پایه، مهندسی، مدیریت، تشخیص پزشکی و ... یافته است، نیازمند مطالعه منابع و مراجع مربوطه است. آنچه در این یادداشت مطرح شد، فقط ایده اساسی مفهوم مجموعه فازی بود. علاقمندان می توانند برای مطالعه بیشتر به منابعی مانند [۱و۶و۹] مراجعه کنند.

منابع

- [۱]. طاهری، سید محمود (۱۳۷۴). آشنایی با نظریه مجموعه های فازی، انتشارات جهاد دانشگاهی مشهد.
- [۲]. طاهری، سید محمود (۱۳۸۴). سیمای منطق فازی، فرهنگ و اندیشه ریاضی، شماره ۳۵، ۹۱-۷۳.
- [۳]. طاهری، سید محمود و ماشین چی، ماشاء ا... (۱۳۸۶). مقدمه ای بر احتمال و آمار فازی، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان (زیر چاپ).
- [۴]. ماشین چی، ماشاء ا... (۱۳۷۹). مجموعه های مشکک، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان.
- [5]. Taheri, S. M. (2003). Trends in fuzzy statistics. Austrian J. Statistics, 32: 239-257.
- [6]. Ross, T. J. (2005). Fuzzy Logic with Engineering Applications. Sec. Ed., John Wiley and Sons.
- [7]. Zadeh, L. A. (1968). Fuzzy Sets. Inform. Control. 8: 338-353.
- [8]. Zadeh, L. A. (1989). Knowledge representation in fuzzy logic. IEEE Trans. Knowledge and Data Engin., 1: 89-100.
- [9]. Zimmermann, H. J. (1991). Fuzzy Set Theory and its Applications. Sec. Ed., Kluwer Academic Publisher.

۰/۳۵ درست است می گوئیم: کم و بیش درست است، تا اندازه ای درست است، کاملاً درست است و نظایر اینها. ملاحظه می کنید که منطق فازی از انعطاف پذیری بسیاری برخوردار است و از این روست که می توان از آن در شبیه سازی منطق انسانی استفاده کرد. البته بدیهی است هنگامی که به جای اعداد (به عنوان درجات درستی) با توابع (به عنوان مقادیر درستی) روبرو باشیم، سطح محاسبات بالاتر می رود و با دشواریها و پیچیدگیهای خاصی روبرو می شویم.

یک وجه برجسته منطق فازی، **استدلال تقریبی**^۱ است. استدلال تقریبی نوعی استدلال است که همه انسانها همواره از آن استفاده می کنند، در حالی که منطقهای دو ارزشی و چند ارزشی از مدلسازی این استدلالها ناتوانند. مثلاً همه ما از دو گزاره «به احتمال زیاد فردا گرمتر از امروز خواهد بود» و «امروز هوا گرم است»، نتیجه می گیریم که «به احتمال زیاد فردا خیلی گرم خواهد بود». این استنتاج ساده از محدوده تواناییهای منطقهای متداول دو ارزشی و چند ارزشی خارج است، زیرا مفاهیمی مانند به احتمال زیاد، گرم و خیلی، در واژگان این منطقها جایی ندارند. اما این مفاهیم را می توان در قالب مجموعه های فازی صورتبندی کرد و آنگاه در الگوهای استدلال تقریبی بکار برد، الگوهایی که مطابق استدلالهای بشری هستند [۱و۲و۶و۸].

نظر به اینکه منطق فازی توانایی های بهتری در الگوسازی قوانین فکری بشر و شبیه سازی سیستمهای طبیعی و واقعی دارد، استفاده از آن به طور فزاینده ای رو به گسترش است. تاکنون محصولات بسیاری روانه بازار شده اند که از سیستمهای کنترل بر پایه منطق فازی سود جسته اند و لذا توانایی های بیشتری نسبت به موارد مشابه دارند. (برای نمونه می توان به کاربرد کنترل فازی در سیستمهای هدایت هلی کوپتر و سیستمهای کنترل قطار و سیستمهای کنترل و تنظیم دوربین و پلویز و ماشین لباسشویی اشاره کرد).

نکته پایانی ۱: خاطر نشان می کنیم که پس از معرفی نظریه مجموعه های فازی، تلفیق روشهای مبتنی بر این نظریه و روشهای مبتنی بر آمار و احتمال، برای مدلسازی و تحلیل

¹ Approximate Reasoning