

تمرین سری سوم تجزیه و تحلیل سیستم ها - سری فوریه گسسته و پیوسته

1 - ضرایب سری فوریه سیگنال های زیر را بیابید.

a) $x[n] = \sin\left(\frac{2\pi}{6}n + \frac{\pi}{4}\right)$

b) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\cos\left(\frac{3\pi}{5}n\right)$

c) $x[n] = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{6}n\right)$

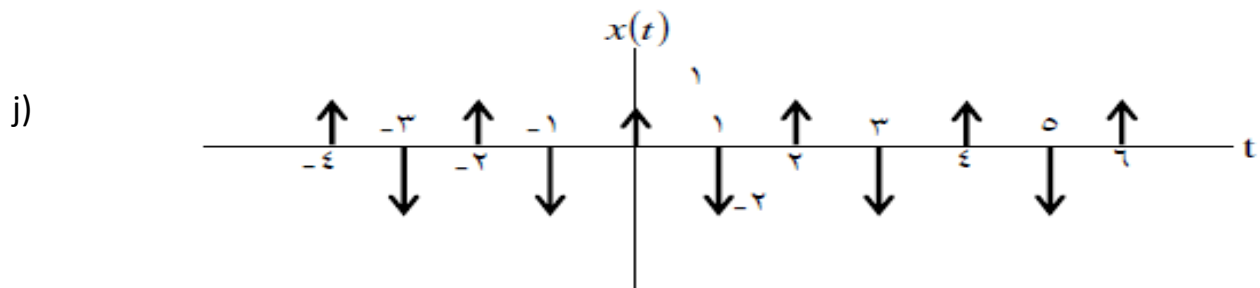
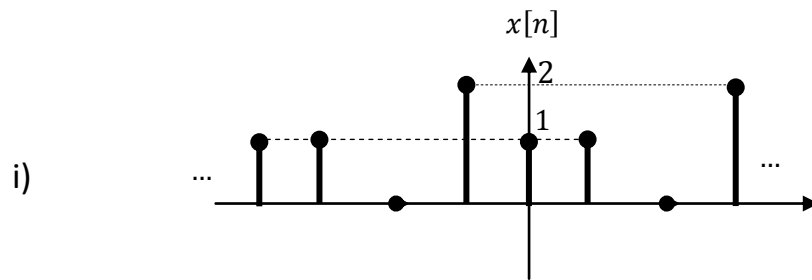
d) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + 3\sin\left(\frac{2\pi}{3}n\right)$

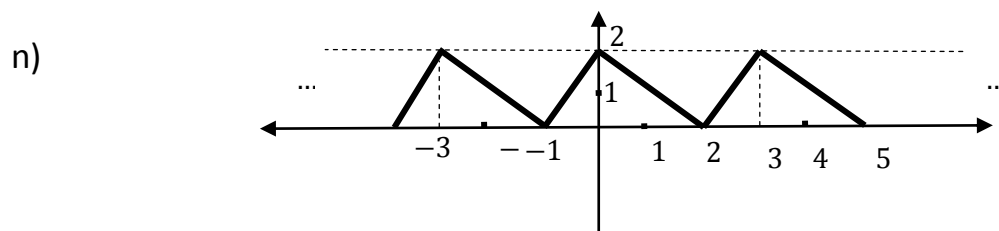
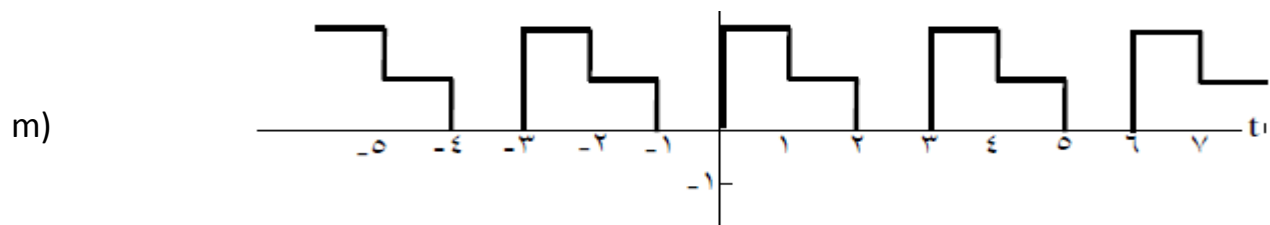
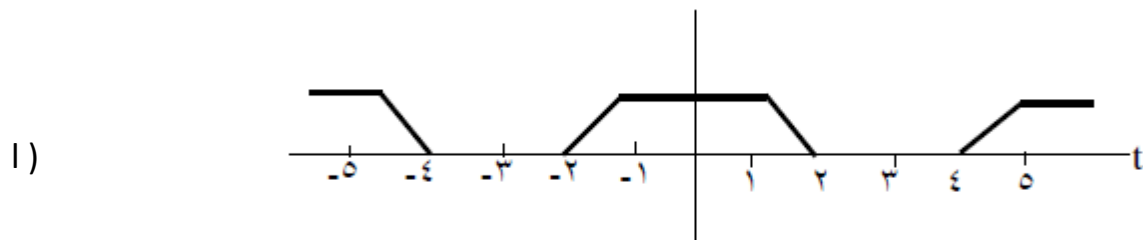
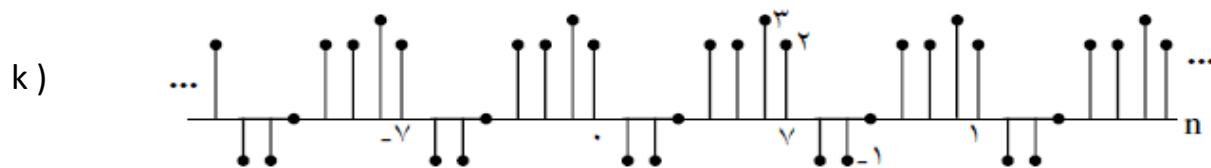
e) $x(t) = 1 + 2\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2t$

f) $x(t) = \cos(4\pi t)\sin(4\pi t)$

g) $x(t) = \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 3\sin\left(\frac{2\pi}{3}n\right)$

h) $x(t) = e^{-t} \quad -1 < t < 1$





2- اگر ضرایب سری فوریه ی سیگنال $x(t)$ برابر a_k باشد ضرایب سری فوریه ی

الف) $y(t) = x(1 + 2t)$

ب) $y(t) = x^*(t - 1)$

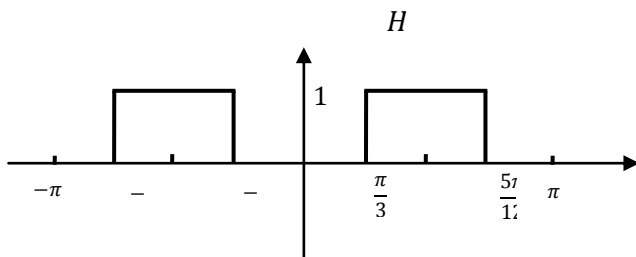
ج) $y(t) = x^*(3t - 2)$ را بر حسب a_k بدست آورید.

3- اگر ضرایب سری فوریه ی سیگنال $x[n]$ برابر a_k باشد ضرایب سری فوریه ی

الف) $y[n] = x_2^*[n]$

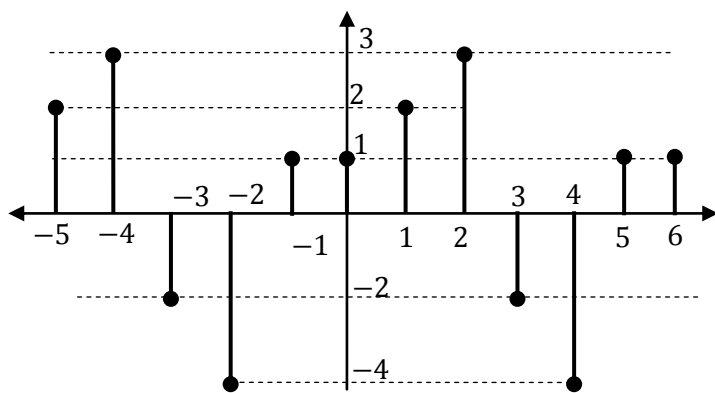
ب) $y[n] = x^*[-n + 1]$ را بر حسب a_k بدست آورید. (دوره ی تناوب $x[n]$ ، $N = 4$ است.)

4- خروجی فیلتر نشان داده شده به ورودی $x[n] = (-1)^n$ را بدست آورید. $H(e^{j\omega})$ با دوره 2π متناوب است.



5- سیگنال زمان گسسته $x[n]$ با دوره $N = 4$ تناوب است و ضرایب سری فوریه ی آن عبارتند از $c_0 = -1$ و $c_1 = j$ و $c_2 = 1$ و $c_3 = j$. اگر $y[n] = x[n + 1]$ باشد، ضرایب سری فوریه ی $y[n]$ را بدست آورید.

6- برای سیگنال گسسته و متناوب $x[n]$ با ضرایب سری فوریه ی a_k ، مقدار $\sum_{k=-3}^3 a_k$ را بیابید.



7- رابطه ی ورودی _ خروجی یک سیستم توسط معادله دیفرانسیل زیر توصیف می شود:

$$\frac{dy}{dt} + 4y(t) = x(t)$$

پاسخ این سیستم به ورودی $x(t) = 2\cos(4t + \frac{\pi}{4})$ را بدست آورید.

8- در هر یک از موارد زیر ضرایب سری فوریه ی سیگنال داده شده است، سیگنال اصلی را بیابید.

a) $a_k = \begin{cases} jk & |k| \leq 3 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad T = 2$

b) $a_k = \left(-\frac{1}{3}\right)^{|k|}$

9- سه سیگنال پیوسته در زمان دارای دوره ی تناوب $T = \frac{1}{2}$ هستند.

$$x(t) = \cos(4\pi t)$$

$$y(t) = \sin(4\pi t)$$

$$z(t) = x(t)y(t)$$

الف) ضرایب سری فوریه ی $x(t)$ را بیابید.

ب) ضرایب سری فوریه ی $y(t)$ را بیابید.

ج) با استفاده از نتایج بندهای الف و ب و خاصیت ضرب سری فوریه پیوسته در زمان ، ضرایب سری فوریه

ی $z(t) = x(t)y(t)$ را بیابید.

د) ضرایب سری فوریه ی $z(t)$ را مستقیماً با بسط $z(t)$ به صورت مثلثاتی به دست آورید و نتایج را با بند

ج مقایسه کنید.