

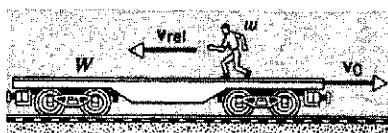
۲۸. سرعت الکترونی برابر با $0.99c$ است. (الف) تکانه خطی آن را بر حسب $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ به دست بیاورید. (ب) این تکانه را بر حسب یکای MeV/c بیان کنید.

بخش ۹-۶ پایستگی تکانه خطی

۲۹. یک مرد ۱۹۵ پوندی روی سطحی با اصطکاک ناچیز ایستاده است. این مرد به یک سنگ ۱۵۸ $^{\circ}$ پوندی که پیش پایش قرار گرفته ضربه می زند و به آن سرعت 12.7 ft/s می دهد. در نتیجه این کار، مرد با چه سرعتی به حرکت در می آید؟

۳۰. یک مرد ۷۵۲ کیلوگرمی سوار بر گاری ای است به جرم ۳۸۶ کیلوگرم که با سرعت 2.33 m/s در حرکت است. این مرد چنان از گاری به بیرون می پرد که با سرعت افقی صفر بر زمین فرود می آید. سرعت گاری در اثر این کار چقدر تغییر می کند؟

۳۱. یک واگن رولز قطار به وزن W می تواند روی خط آهن افقی و مستقیمی بدون اصطکاک به حرکت دربیاید. در آغاز شخصی به وزن w روی این واگن که با سرعت v_0 به سمت راست می رود ایستاده است. اگر این شخص به سمت چپ بدود و قبل از اینکه از انتهای واگن به خارج بیرد، سرعت او نسبت به واگن برابر v_{rel} باشد (شکل ۳۷)، تغییر در سرعت واگن چقدر است؟



شکل ۳۷. مسئله ۳۱

۳۲. یک سورتمه موشکی به جرم 2870 kg با سرعت 252 m/s روی یک ریل حرکت می کند. در یک نقطه معین، چمچه ای که به سورتمه وصل است در گودال پر از آبی که بین ریلها واقع شده است فرو می رود و آب به داخل یک مخزن خالی سوار بر سورتمه می ریزد. سرعت سورتمه را پس از آنکه 917 kg آب به مخزن ریخته شد پیدا کنید.

۳۳. یک مسلسل مخصوص در هر دقیقه 220 گلوله لاستیکی 12.6 g گرمی را با سرعت دهانه ای 975 m/s شلیک می کند. با این مسلسل چند گلوله باید به یک جانور 847 kg کیلوگرمی که با سرعت 387 m/s به طرف ما هجوم می آورد شلیک کنیم تا جانور در مسیر خودش متوقف شود؟ (فرض کنید گلوله ها افقی حرکت می کنند و پس از برخورد با هدف به زمین می افتند.)

۳۴. فضاییابی با سرعت 3860 km/h نسبت به زمین در حرکت است. موتور موشکی آن که سوختش تمام شده است از سفینه فرمان جدا می شود و با سرعت 125 km/h نسبت به سفینه به عقب رانده می شود. جرم موتور چهار برابر جرم سفینه است. سرعت سفینه فرمان پس از جدا شدن موتور چقدر است؟

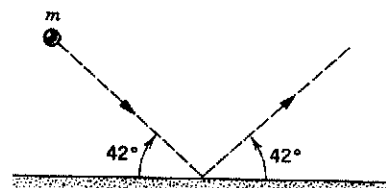
(الف) حرکت مرکز جرم بشکه و باقی مانده محتوای آن را، در حین تخلیه بنزین، به طور کیفی توصیف کنید. (ب) وقتی مرکز جرم بشکه و باقی مانده محتوای آن به پایین ترین جای ممکن می رسد، عمق x بنزین باقی مانده در بشکه چقدر است؟ جواب را بر حسب ارتفاع بشکه (H) ، جرم بشکه (M) ، و جرم بنزینی که بشکه را پر می کند (m) بیان کنید. ۲۱. مرکز جرم یک ورق نیم دایره ای همگن را تعیین کنید. شعاع دایره را R بگیرید.

بخش ۹-۴ تکانه خطی یک ذره

۲۲. یک اتومبیل فولکس واگن 816 kg کیلوگرمی با چه سرعتی حرکت کند تا (الف) تکانه آن برابر تکانه اتومبیل کادیلاک 2650 kg کیلوگرمی که با سرعت 16 km/h حرکت می کند باشد، و (ب) انرژی جنبشی آن با انرژی جنبشی همین کادیلاک برابر باشد؟ (ج) همین محاسبات را به جای کادیلاک برای یک کامیون 9080 kg کیلوگرمی انجام بدهید.

۲۳. یک وانت 2000 kg کیلوگرمی که با سرعت 40 km/h به سمت شمال در حرکت است به طرف شرق می پیچد و سرعتش به 50 km/h می رسد. (الف) تغییر انرژی جنبشی وانت چقدر است؟ (ب) مقدار و جهت تغییر تکانه وانت را پیدا کنید.

۲۴. جسمی به جرم 488 kg با سرعت 314 m/s و با زاویه 42° به یک صفحه فولادی می خورد و با همان سرعت و تحت همان زاویه باز می جهد (شکل ۳۶). تغییر تکانه خطی جسم (مقدار و جهت) را پیدا کنید.



شکل ۳۶. مسئله ۲۴

۲۵. یک گوی 524 g گرمی با سرعت اولیه 163 m/s و با زاویه 27.4° بالای افق از زمین پرتاب می شود. (الف) مقدار انرژی جنبشی گوی در آغاز پرتاب، و درست قبل از اینکه به زمین برخورد کند چقدر است؟ (ب) تکانه های (مقدار و جهت) متناظر با حالت های بالا و تغییر تکانه را تعیین کنید. (ج) نشان بدهید که تغییر تکانه برابر است با وزن گوی ضربدر زمان پرواز آن، و از آنجا زمان پرواز را تعیین کنید.

۲۶. تکانه خطی، p ، ذره ای به جرم m برابر است با mc . سرعت آن بر حسب c ، سرعت نور، چقدر است؟

۲۷. نشان بدهید که معادله ۲۳ در سرعت های $v \ll c$ به معادله ۲۱ تبدیل می شود. راهنمایی: نشان بدهید که معادله ۲۳ را می توان به صورت زیر نوشت

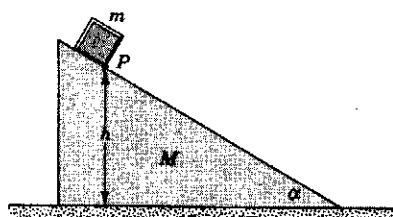
$$K = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right)$$

۴۰. جسمی به جرم 8 kg که تحت تأثیر هیچ نیروی خارجی نیست، با سرعت 2 m/s حرکت می‌کند. در یک زمان معین یک انفجار داخلی روی می‌دهد و جسم به دو پاره تقسیم می‌شود. جرم هریک از دو پاره 4 kg است، و بر اثر انفجار به این سیستم دوپاره‌ای 16 J انرژی جنبشی انتقالی داده می‌شود. هیچ یک از دوپاره از خط اولیه حرکت خارج نمی‌شود. سرعت و جهت حرکت هر پاره را تعیین کنید.

۴۱. فرض کنید واگن مسئله ۳۱ در ابتدا ساکن باشد. این واگن حامل n نفر، هر کدام به وزن w است. افراد یک به یک و به دنبال هم با سرعت نسبی v_{rel} می‌دوند و از واگن پایین می‌پرند. آیا سرعت واگن در این صورت بیشتر است یا وقتی که همه n نفر با هم با سرعت v_{rel} واگن را ترک کنند؟

۴۲. یک توپ 1400 kg کیلوگرمی، که گلوله‌های 700 kg کیلوگرمی را با سرعت دهانه‌ای 556 m/s شلیک می‌کند، در امتداد 39° بالای افق نشانه‌روی شده است. توپ روی ریل‌های بدون اصطکاکی قرار گرفته است و در نتیجه می‌تواند آزادانه پس بزند. (الف) سرعت گلوله توپ نسبت به زمین چقدر است؟ (ب) گلوله با چه زاویه‌ای نسبت به زمین پرتاب شده است؟ (راهنمایی: مؤلفه افقی تکانه سیستم به هنگام شلیک توپ ثابت می‌ماند.)

۴۳. قالبی به جرم m روی گوه‌ای به جرم M واقع شده و گوه هم روی یک میز افقی قرار گرفته است (شکل ۳۹). سطح‌های تماس بدون اصطکاک‌اند. اگر این سیستم از حال سکون از وضعیتی که نقطه P در ارتفاع h از سطح میز قرار دارد شروع به حرکت کند، سرعت گوه در لحظه‌ای که نقطه P به سطح میز می‌رسد چقدر است؟



شکل ۳۹. مسئله ۴۳

بخش ۷-۹ کار و انرژی در سیستم ذرات

۴۴. اتومبیلی که با مسافران 3680 lb (یعنی 16400 N) وزن دارد، با سرعت 70 mi/h (یعنی 113 km/h) در حرکت است که راننده ترمز می‌کند. جاده نیروی 1850 lb (یعنی 8230 N) را بر چرخ‌ها وارد می‌کند و لغزشی هم در کار نیست. این اتومبیل قبل از توقف چه مسافتی را طی می‌کند؟

۴۵. از وضعیت ایستاده به حالت نیم‌خیز در می‌آیید و در این فرایند مرکز جرم خودتان را 18 cm پایین می‌آورید. بعد در راستای قائم به بالا می‌پرید. نیرویی که از طرف زمین در حین پرش بر شما وارد می‌شود سه برابر وزن شماست. سرعت شما به طرف بالا، وقتی از وضعیت "تمام‌قد" می‌گذرید و زمین را ترک می‌کنید، چقدر است؟

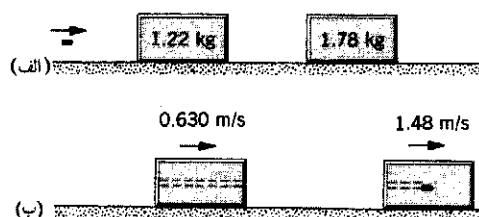
۳۵. مرحله نهایی موشکی با سرعت 7600 m/s در حرکت است. این مرحله نهایی متشکل از دو قسمت است که به هم چفت شده‌اند، یک قسمت بدنه موشک با جرم 2900 kg و قسمت دیگر کلاهک با جرم 1500 kg . وقتی چفت آزاد می‌شود، فنر فشرده‌ای موجب می‌شود که دو قسمت با سرعت نسبی 910 m/s از هم‌دیگر جدا شوند. (الف) سرعت هر قسمت پس از جدا شدن چقدر است؟ فرض کنید تمام سرعت‌ها موازی باشند. (ب) انرژی جنبشی کل دو قسمت را پیش و پس از جدایی تعیین کنید و در صورتی که اختلافی وجود دارد علت آن را بگویید.

۳۶. مخزنی در حال سکون منفجر و به سه پاره تقسیم می‌شود. دو پاره آن که جرم یکی دو برابر دیگری است عمود بر هم و با سرعت یکسان 314 m/s به پرواز در می‌آیند. جرم پاره سوم سه برابر پاره سبکتر است. بزرگی و جهت سرعت پاره سوم را، بلافاصله پس از انفجار، پیدا کنید. (جهت این پاره را با تعیین زاویه امتداد حرکت آن با امتداد حرکت سبکترین پاره مشخص کنید.)

۳۷. یک هسته پرتوزای ساکن با گسیل یک الکترون و یک نوترینو در جهت‌های عمود بر هم، وافی‌باشد. تکانه الکترون برابر با $6.4 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ و تکانه نوترینو برابر با $1.2 \times 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ است. (الف) بزرگی و جهت تکانه هسته پس‌زده را پیدا کنید. (ب) جرم هسته به‌جا مانده $8 \times 10^{-26} \text{ kg}$ است. انرژی جنبشی پس‌زنی آن چقدر است؟ نوترینو یکی از ذرات بنیادی طبیعت است.

۳۸. یک واگن روباز به جرم 1930 kg ، که می‌تواند روی خط آهن عملاً بدون اصطکاکی حرکت کند، در کنار سکوی ایستگاه متوقف است. یک فوتبالیست 108 kg کیلوگرمی که با سرعت 9.74 m/s در امتداد سکو و موازی با ریل‌ها می‌دود، روی واگن می‌پرد. (الف) سرعت واگن پس از آنکه این شخص بر آن سوار و در آن ساکن شد چقدر است؟ (ب) این مسافر حالا شروع به راه رفتن به سمت جلو با سرعت 520 m/s نسبت به واگن می‌کند. سرعت واگن در حین راه رفتن او چقدر است؟

۳۹. یک گلوله 354 kg گرمی به‌طور افقی به طرف دو قالب که روی میز بدون اصطکاکی در حال سکون قرار دارند شلیک می‌شود (شکل ۳۸ الف). گلوله از قالب اول که جرم آن 22 kg است می‌گذرد و در داخل قالب دوم که جرم آن 178 kg است متوقف می‌شود. بر اثر این برخوردها قالب‌ها به ترتیب سرعت‌های 630 m/s و 148 m/s را کسب می‌کنند (شکل ۳۸ ب). با چشمپوشی از مقدار جرمی که گلوله از قالب اول برداشته است، کمیتهای زیر را تعیین کنید: (الف) سرعت گلوله بلافاصله پس از خروج از قالب اول و (ب) سرعت اولیه گلوله.



شکل ۳۸. مسئله ۳۹

۴۶. شخصی به جرم ۵۵ kg از وضعیت نیم‌خیزی که در آن مرکز جرم او ۴۰ cm بالای سطح زمین است به‌طور قائم به بالا می‌پرد. مرکز جرم او که در لحظه جدا شدن از زمین ۹۰ cm بالای سطح زمین است، در این پرش تا ارتفاع ۱۲۰ cm بالا می‌رود. (الف) زمین چه نیروی بالاسویی (فرض می‌کنیم ثابت باشد) بر شخص وارد می‌کند؟ (ب) حداکثر سرعتی که شخص به دست می‌آورد چقدر است؟

۴۷. یک بازیکن هاکی روی یخ به جرم ۱۱۶ kg با سرعت ۳۲۴ m/s به طرف زده‌ای در مرز یخ حرکت می‌کند و با دستهای کشیده شده زده را می‌گیرد و متوقف می‌شود. در حین این توقف، مرکز جرم او ۳۴ cm به سمت زده حرکت می‌کند. (الف) متوسط نیرویی که شخص به زده وارد می‌کند چقدر است؟ (ب) این شخص چقدر انرژی داخلی مصرف می‌کند؟

۴۸. در یک آزمایش ایمنی، یک اتومبیل ۲۳۴۰ kg را با سرعت ۱۲۶ km/h به یک دیوار برخورد می‌دهند. در طی مدت برخورد، مرکز جرم اتومبیل به اندازه ۶۴ cm به طرف جلو جابه‌جا می‌شود، و دیوار به اندازه ۸۳ cm فشرده می‌شود. از اصطکاک اتومبیل و جاده چشم‌پوشید. (الف) نیروی وارد بر اتومبیل از دیوار را (که فرض می‌کنیم ثابت است) حساب کنید. (ب) انرژی داخلی اتومبیل چقدر افزایش پیدا می‌کند؟

۴۹. فرض کنید انرژی کل یک سیستم N ذره‌ای در چارچوب مرجع دلخواهی به صورت $K = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$ اندازه‌گیری می‌شود. در چارچوب مرجع مرکز جرم، سرعتها عبارت‌اند از $v'_i = v_i - v_{cm}$ ، که در آن v_{cm} سرعت مرکز جرم نسبت به چارچوب مرجع اصلی است. با در نظر گرفتن اینکه $v_i^2 = v_i \cdot v_i$ است، نشان بدهید که انرژی جنبشی را می‌شود به صورت زیر نوشت

$$K = K_{int} + K_{cm}$$

که در آن $K_{cm} = \frac{1}{2} M v_{cm}^2$ و $K_{int} = \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2$ است. این رابطه نشان می‌دهد که، همان‌طور که در بخش ۹-۷ بیان شد، انرژی جنبشی سیستم ذرات را می‌شود به دو قسمت تقسیم کرد؛ یک بخش انرژی داخلی و یک بخش انرژی مرکز جرم. انرژی جنبشی داخلی در چارچوبی اندازه‌گیری می‌شود که در آن مرکز جرم ساکن است؛ مثلاً، حرکت‌های کتره‌ای مولکولهای گاز در یک مخزن ساکن، عامل به وجود آورنده انرژی جنبشی انتقالی داخلی است.

بخش ۸-۹ سیستم‌های با جرم متغیر

۵۰. موشکی در فضا، در جایی که عملاً گرانشی وجود ندارد، ساکن است. جرم این موشک $۲۵۵ \times ۱۰^۵\text{ kg}$ است که مقدار $۱۸۱ \times ۱۰^۵\text{ kg}$ آن را مواد سوختنی تشکیل می‌دهد. موتور با آهنگ ۴۸۰ kg/s سوخت را مصرف می‌کند و سرعت خروج گازها ۳۲۷ km/s است. موتور به مدت ۲۵۰ s کار می‌کند. (الف) نیروی پیشران موتور را محاسبه کنید (ب) جرم موشک پس از این مدت چقدر است؟ (ج) سرعت نهایی موشک چقدر است؟

۵۱. موشک ساکنی را در فضای تهی در نظر بگیرید. برای آنکه سرعت موشک پس از اتمام سوخت (الف) برابر سرعت گازهای خروجی و (ب) دو برابر سرعت گازهای خروجی شود، نسبت جرم (نسبت جرم اولیه به نهایی) آن باید چقدر باشد؟

۵۲. در میانه مأموریتی به ماه، یک تغییر سرعت به اندازه ۲۲۶ m/s برای سفینه‌ای که با سرعت ۳۸۸ m/s در حرکت است لازم می‌شود. سرعت گازهای خروجی موتور موشک برابر ۱۲۳۰ m/s است. چه کسری از جرم اولیه سفینه فضایی را باید، به عنوان جرم زاید، از آن بیرون ریخت؟

۵۳. قرار است موشکی به جرم کل $۱۱ \times ۱۰^۵\text{ kg}$ که $۸۷۰ \times ۱۰^۴\text{ kg}$ از آن مواد سوختنی است به‌طور قائم پرتاب شود. سوخت با آهنگ ثابت ۸۲۰ kg/s مصرف می‌شود. حداقل سرعت گازهای خروجی نسبت به موشک چقدر باشد تا موشک بتواند شروع به پرواز کند؟

۵۴. یک سورتیه ۵۴ kg کیلوگرمی که حامل ۳۵ kg ماسه است از حال سکون روی یک سطح شیبدار یخ‌زده به طول ۹۳ m متر که زاویه شیب آن ۲۶° است به پایین می‌لغزد. ماسه با آهنگ ۲۳ kg/s از عقب سورتیه بیرون می‌ریزد. چه مدت طول می‌کشد تا سورتیه به پایین شیب برسد؟

۵۵. برای در حرکت نگه داشتن یک تسمه نقاله، وقتی بار حمل می‌کند نیروی محرک بیشتری لازم است تا وقتی که خالی است. اگر تسمه با سرعت ثابت ۱۵ m/s در حرکت باشد و بار را با آهنگ ۲۰ kg/s از یک سر تسمه روی آن قرار دهیم و از سر دیگر برداریم، چه نیروی محرک اضافی برای ثابت نگه داشتن سرعت حرکت تسمه لازم داریم؟ فرض کنید بار به‌طور قائم روی تسمه انداخته می‌شود و کارگرها قبل از بلند کردن بار از روی تسمه، آن را با دست می‌گیرند و نسبت به خودشان به حال سکون در می‌آورند.

۵۶. یک بارکش روباز به وزن ۹۷۵ تن متریک، با دنده خلاص در یک مسیر افقی با اصطکاک ناچیز با سرعت ۱۳۶ m/s متر بر ثانیه در حرکت است که باران تندی شروع می‌شود. قطره‌های باران در امتداد قائم نسبت به زمین فرو می‌ریزند. سرعت این بارکش وقتی به اندازه ۵۰ m/s تن متریک آب در آن جمع شده است چقدر است؟ برای به دست آوردن این جواب چه فرضی (اگر لازم باشد) کرده‌اید؟

۵۷. موشکی به جرم ۵۸۶۰ kg آماده پرواز قائم است. سرعت خروج گازها ۱۷ km/s است. برای اینکه در هر یک از موارد زیر نیروی پیشران کافی باشد، چه مقدار جرم باید در هر ثانیه از موشک خارج شود؟ (الف) برای خنثی کردن نیروی وزن، (ب) برای اینکه موشک با شتاب اولیه ۱۸۳ m/s^2 شروع به حرکت کند. توجه داشته باشید که، برخلاف مثال ۱۲، در این مورد گرانش به عنوان یک نیروی خارجی روی موشک عمل می‌کند.

۵۸. دو پدک‌کش دراز در آب ساکن در یک جهت در حرکت‌اند. سرعت یکی ۹۶۵ km/h و سرعت دیگری ۲۱۲ km/h است. وقتی از کنار هم می‌گذرند زغال سنگ با آهنگ ۹۲۵ کیلوگرم در دقیقه از پدک‌کش کندتر به داخل پدک‌کش تندتر ریخته می‌شود؛ (شکل ۴۰).