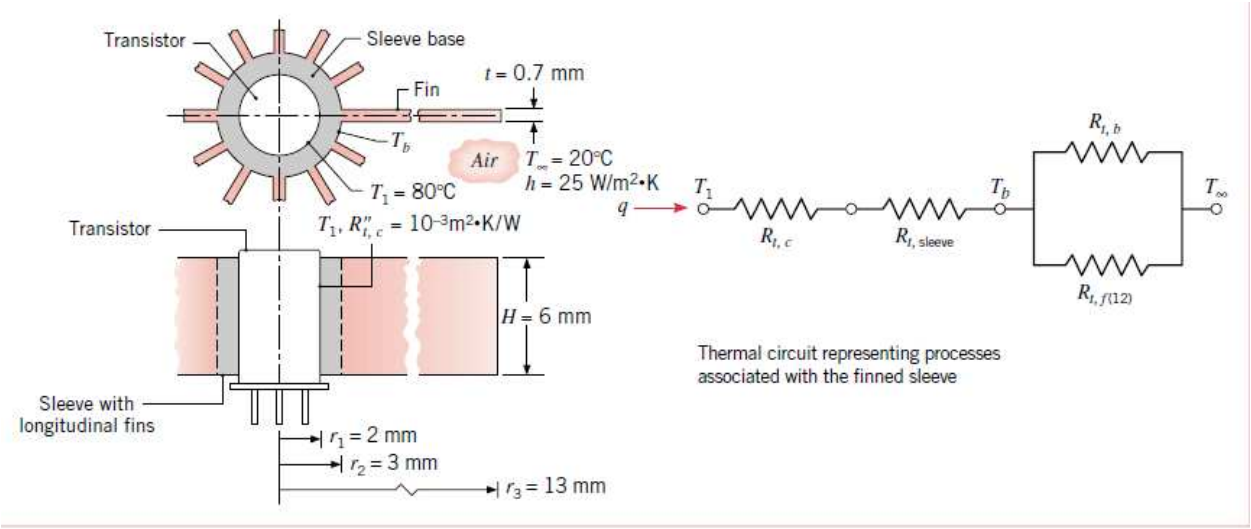
مساله: به منظور افزایش انتقال گرما از یک ترانزیستور، آن را در یک غلاف آلومینیومی $(k = 200W/m.K)$ که دارای ۱۲ پره طولی یکپارچه با آن است جا می‌زنند. شعاع و ارتفاع ترانزیستور به ترتیب $r_1 = 2mm$ و $H = 6mm$ است؛ پره‌ها به طول $L = r_3 - r_2 = 10mm$ و ضخامت یکنواخت $t = 0.7mm$ می‌باشند. ضخامت پایه غلاف $r_2 - r_1 = 1mm$ و مقاومت تماسی غلاف/ترانزیستور $R''_{t,c} = 10^{-3}\, m^2K/W$ است. هوا در شرایط $T_\infty = 20^\circ C$ و ضریب جابجایی تقریبا یکنواخت $h = 25W/m^2.K$ از روی سطوح پره‌ها جریان دارد. با فرض انتقال گرمای یک بعدی در راستای شعاعی، مدار مقاومتی سیستم در سمت راست شکل زیر نمایش داده شده است:



Cooling Fins for a Transistor Package

(الف) هر یک از مقاومت‌ها را حساب کنید.

(ب) درصورتی‌که دمای ترانزیستور $T_1 = 80^\circ C$ باشد، نرخ انتقال حرارت از غلاف چقدر می‌شود؟

حل:

فرضیات زیر برای حل مساله درنظر گرفته می‌شوند: شرایط حالت پایدار، انتقال حرارت ناچیز از سطوح بالایی و پایینی ترانزیستور، رسانش شعاعی یک بعدی از میان غلاف، تابش ناچیز بین سطوح و محیط، خواص ثابت.

$$R_{t,c} = \frac{R''_{t,c}}{2\pi r_1 H} = \frac{10^{-3}}{2\pi(0.002)(0.006)} = 13.3\,K/W$$

$$R_{t,sleeve} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Hk} = \frac{\ln(3/2)}{2\pi(0.006)200} = 0.054\,K/W$$

مقاومت گرمایی برای یک پره:

$$R_{t,f}=\frac{\theta_b}{q_f}=\left[(hPkA_c)^{1/2}\frac{\sinh(mL)+\left(\frac{h}{mk}\right)\cosh(mL)}{\cosh(mL)+\left(\frac{h}{mk}\right)\sinh(mL)}\right]^{-1}$$

که به ازای $P=2(H+t)=13.4mm=0.0134m$ و $A_c=t\times H=4.2\times10^{-6}m^2$ ، خواهیم داشت:

$$m=\sqrt{\frac{hP}{kA_c}}=\sqrt{\frac{25\times0.0134}{200\times4.2\times10^{-6}}}=20.0m^{-1}$$

درنتیجه مقاومت گرمایی یک پره چنین می‌شود:

$$R_{t,f}=\left[0.0168\frac{0.201+0.00625\times1.020}{1.020+0.00625\times0.201}\right]^{-1}=293K/W$$

ازاین‌رو مقاومت گرمایی ۱۲ پره که به فرم موازی قرار گرفته‌اند می‌شود:

$$R_{t,f(12)}=R_{t,f}/12=24.4K/W$$

مقاومت گرمایی سطح بدون پره ناشی از جابجایی با محیط از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{t,b}=\frac{1}{h(2\pi r_2-12t)H}=\frac{1}{25(2\pi\times0.003-12\times0.0007)\times0.006}=638K/W$$

مقاومت کل غلاف پره‌دار عبارت است از:

$$\begin{aligned}R_{total}&=R_{t,c}+R_{t,sleeve}+R_{equiv.}\\&=13.3+0.054+\left[(24.4)^{-1}+(638)^{-1}\right]^{-1}\\&=36.9K/W\end{aligned}$$

نرخ انتقال گرما از غلاف:

$$q=\frac{T_1-T_\infty}{R_{total}}=\frac{80-20}{36.9}=1.63W \qquad \triangleleft$$

نکته قابل توجه اینکه، بدون غلاف پره‌دار، مقاومت جابجایی ترانزیستور $R_{trans.}=\frac{1}{hA}=(2\pi r_1Hh)^{-1}=531K/W$ خواهد بود؛ بنابراین استفاده از پره‌ها مزیت است.