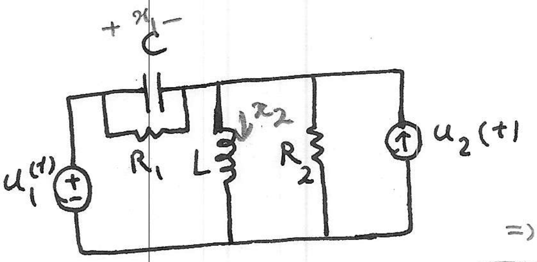
بسمه تعالی

میانترم درس کنترل مدرن

۲۰ آبان ۹۳

۱- برای مدار زیر معادلات حالت و خروجی را بنویسید.



$L\dot{x}_2 - u_1 + x_1 = 0 \rightarrow \boxed{\dot{x}_2 = -\frac{1}{L}x_1 + \frac{1}{L}u_1}$

$C\dot{x}_1 + \frac{x_1}{R_1} = x_2 - u_2 + \frac{u_1 - x_1}{R_2}$

$\Rightarrow \boxed{\dot{x}_1 = \left(-\frac{1}{R_1C} - \frac{1}{R_2C}\right)x_1 + \frac{1}{C}x_2 + \frac{1}{R_2C}u_1 - \frac{1}{C}u_2}$

$\boxed{y(t) = -x_1 + u_1}$

۲- معادله حالت زیر را به فرم جردن نوشته، ماتریس انتقال حالت را بدست آورید.

$e^{At} = Te^{\Lambda t}T^{-1} = \begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e^{-t}&te^{-t}\\0&e^{-t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1\\1&-1\end{bmatrix}$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix}0&-1\\1&-2\end{bmatrix}x + \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u$$

$$y = [0\quad 1]x$$

$|\lambda I - A| = 0 \rightarrow \begin{vmatrix}\lambda & +1\\ -1 & \lambda+2\end{vmatrix} = 0 \rightarrow \lambda_1 = -1$ تکراری

$(A-\lambda I)v = 0 \rightarrow \begin{bmatrix}-\lambda & -1\\1 & -\lambda-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} = 0$

$\begin{bmatrix}1&-1\\1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} = 0 \rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow v = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

$(A-\lambda I)\xi = v \rightarrow \xi_1 - \xi_2 = 1 \quad \xi_2 = 0,\ \xi_1 = 1 \quad \xi = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

$T = \begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix} \quad T^{-1} = \begin{bmatrix}0&1\\1&-1\end{bmatrix}$

$\underline{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix}0&1\\1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&-1\\1&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1&1\\0&-1\end{bmatrix}$

$\underline{b_n} = T^{-1}b = \begin{bmatrix}0&1\\1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$

$\underline{C_n} = CT = [0\quad 1]\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix} = [1\quad 0]$

۳- کنترل پذیری و رویت پذیری سیستم زیر را بررسی کنید.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&-2&-2\end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t) = [0\quad 1\quad 0]x(t)$$

آیا سیستم پایدارپذیر و آشکاری پذیر است؟

سیستم فوق از دو زیر سیستم تشکیل شده است.

$S_1: \begin{cases}\dot{x}_1 = x_1 + u\\ y_1 = 0\end{cases}$ کنترل پذیر، رویت ناپذیر

چون مقدار ویژه مثبت است (+1) لذا آشکاری ناپذیر

پایدارپذیر

$S_2: \begin{cases}\dot{x}_2 = \begin{bmatrix}0&1\\-2&-2\end{bmatrix}x_2 + \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u\\ y_2 = [1\quad 0]x_2\end{cases}$

چون مقادیر ویژه دو سیستم متمایز است بنابراین می‌توان جداگانه کنترل پذیری و رویت پذیری را بررسی نمود

سیستم S_2 به فرم کانونیکال کنترل کننده است بنابراین کنترل پذیر است

$\Phi_0 = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ $\quad \rho\Phi_0 = 2 \Rightarrow$ رویت پذیر

∴ سیستم ترکیبی کنترل پذیر، رویت ناپذیر، آشکاری ناپذیر