

مساله ۱: ریشه‌های  $w = (8i)^{\frac{1}{3}}$  را به دست آورید.

Ans.  $w_{1,2,3} = \sqrt{3} + i, -\sqrt{3} + i, -2i$

مساله ۲: فرض کنید  $f(z)$  تابعی تحلیلی با قسمت حقیقی  $\cos(2xy) e^{x^2-y^2}$  باشد؛ مقدار  $f'(1)$  چقدر است؟

Ans.  $f'(1) = 2e$

مساله ۳: اگر  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  تحلیلی باشد، در چه شرایطی تابع  $g(z) = v(x, y) + iu(x, y)$  نیز تحلیلی خواهد بود؟

Ans.  $u$  and  $v$  are constant.

مساله ۴: مانده تابع  $f(z) = \frac{1}{z(z+2)^3}$  در نقطه  $z = -2$  را حساب کنید.

Ans.  $\text{Res}\{f(z)\}_{z=-2} = -1/8$

مساله ۵: حاصل انتگرال  $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 - 2\cos\theta + \sin\theta}$  را تعیین کنید.

Ans.  $I = \pi$

مساله ۶: انتگرال  $I = \oint_C \frac{z+i}{z^2-2z} dz$  که در آن  $|z-1-2i|=1$  است را حساب کنید.

Ans.  $I = 0$

مساله ۷: مانده تابع  $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^3}$  در نقطه  $z = 0$  چقدر است؟

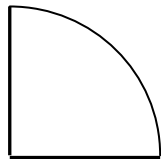
Ans.  $\text{Res}\{f(z)\}_{z=0} = 0$

مساله ۸: مانده تابع  $f(z) = \frac{\exp(1/z)}{1-z}$  در نقطه  $z = 0$  را به دست آورید.

Ans.  $\text{Res}\{f(z)\}_{z=0} = 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = e - 1$

مساله ۹: نشان دهید  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(2x)}{x^2+1} dx = \frac{\pi}{e^2}$

مساله ۱۰: معادله دیفرانسیل  $u_{xx} - u_{tt} = t$  را با توجه به شرایط  $\left\{ \begin{array}{l} u(0,t) = 2t, \quad u(1,t) = t \\ u(x,0) = x, \quad u_t(x,0) = 2 \end{array} \right.$  حل کنید.



مساله ۱۱: در یک چهارم دایره‌ای مطابق شکل، وجوه عمودی و افقی آن

با شرط عایق  $u_\phi(r, \frac{\pi}{2}) = 0 = u_\phi(r, 0)$  و وجه دایروی آن با شرط

$u(2, \phi) = \sin(2\phi)$  مشخص شده اند. توزیع دمای  $u(r, \phi)$  را

از معادله لاپلاس  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} = 0$  به دست آورید.

مساله ۱۲: با حل  $u_t = 4u_{xx}$  با توجه به شرایط  $u(0,t) = 0$  ,  $u(3,t) = 0$  مقدار  $u(x,0) = 10 \sin(\pi x) - 6 \sin(2\pi x)$  را حساب کنید.

Ans.  $u\left(\frac{3}{2}, 1\right) = -10 \exp(-4\pi^2)$