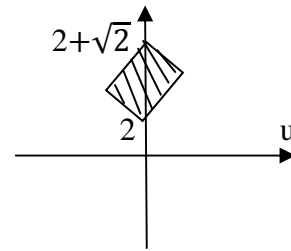
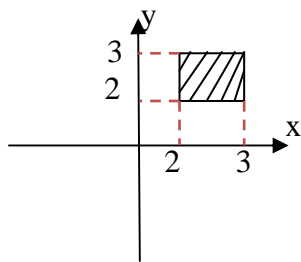


❖ تمرینات :

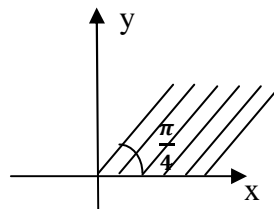
۱- تصویر ناحیه $1 \leq x \leq 3$ را تحت نگاشت $w = -2jz + 2j - 3$ بیابید :

۲- تبدیلی بیابید که انتقال ناحیه زیر را از صفحه Z به صفحه W انجام دهید :



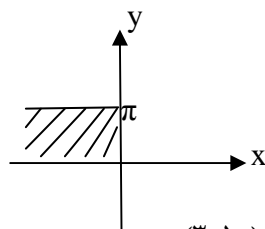
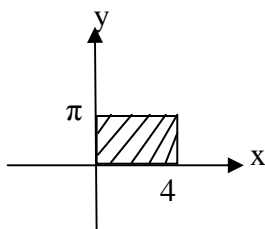
شکل (۳-۴۸)

۳- نگاشتی بیابید که ناحیه مشخص شده در شکل زیر را بر روی نیم صفحه $v \geq 0$ در صفحه W بنگارد :

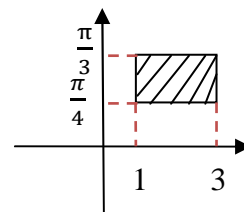


شکل (۳-۴۹)

۴- تصویر نواحی زیر را تحت نگاشت $w = e^z$ بیابید :



شکل (۳-۵۰)



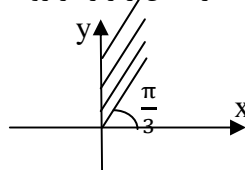
۵- تصویر نواحی الف) $\begin{cases} y > 0 \\ x > 1 \end{cases}$ ب) $0 < y < \frac{1}{2c}$ را تحت نگاشت $w = \frac{1}{z}$ بیابید :

۶- تصویر ناحیه $1 < x < 2$ را تحت نگاشت $w = z^2$ بیابید :

۷- (الف) نقاط ثابت تبدیل $w = \frac{z-1}{z+1}$ را پیدا کنید :

(ب) تبدیل خطی کسری را بیابید که نقاط $z_1 = \infty$, $z_2 = j$, $z_3 = 0$ را بر روی بنگارد .

۸- نگاشتی بیابید که ناحیه مشخص شده در شکل زیر را بر روی نیم صفحه $u \leq 1$ بنگارد :

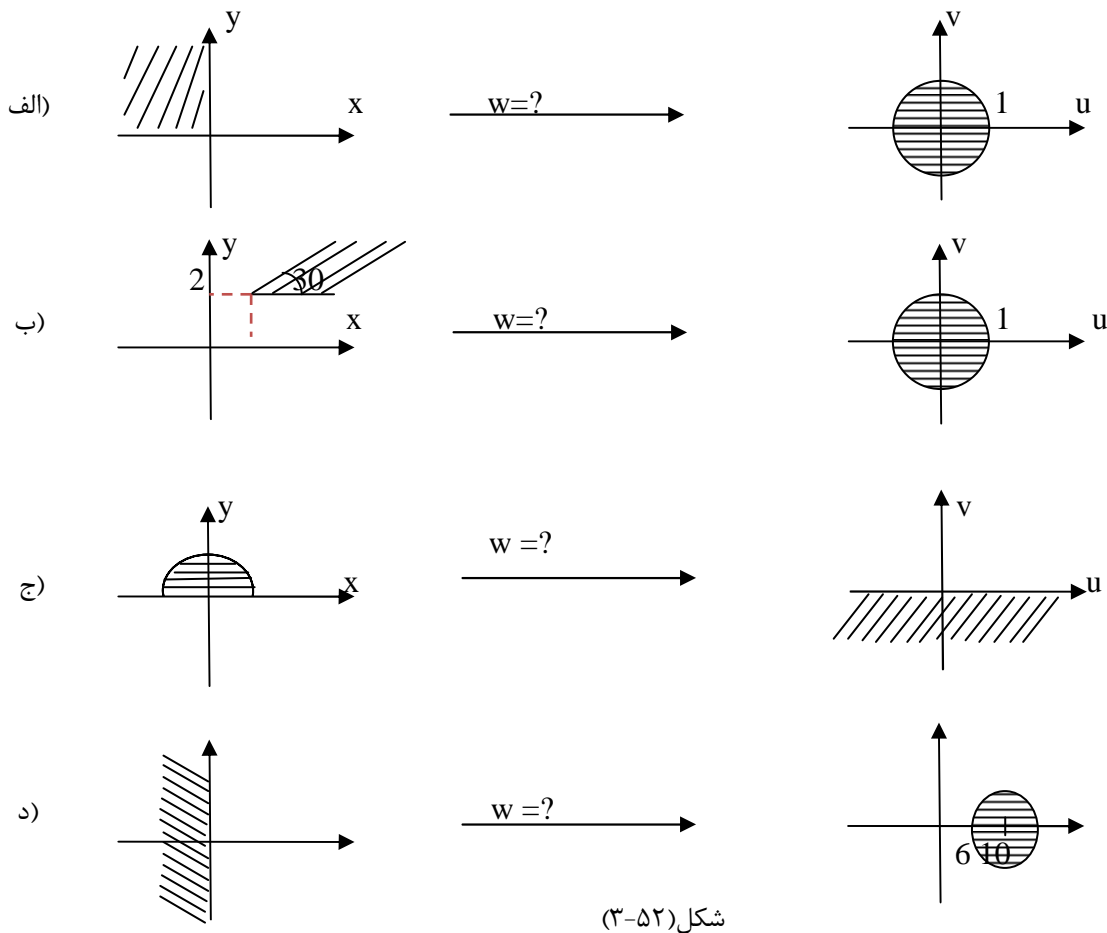


شکل (۳-۵۱)

۹- تصویر ناحیه $-\pi/2 < x < \pi/2$ را تحت نگاشت $w = \sin z$ و تصویر ناحیه $\begin{cases} x \geq 0 \\ -\pi/2 < y < \pi/2 \end{cases}$ را تحت نگاشت

$\sin hz$ بدست آید :

۱۰- نگاشتی بیابید که ناحیه مشخص شده در صفحه Z را بر روی ناحیه مشخص شده از صفحه W بنگارد :



شکل (۳-۵۲)

۱۱- تبدیل ناحیه $D = \{(x, y) ; 0 \leq y \leq \pi, x \leq 0\}$ با تابع $f(z) = e^z$ کدام است .

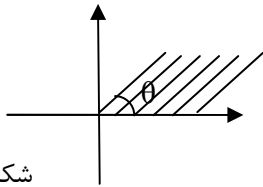
۱۲- هرگاه پتانسیل الکترواستاتیکی موجود در روی بدنه دو استوانه هم محور و به شعاع های قاعده 1 و e به ترتیب برابر 110 و 220 ولت باشد و معادله لاپلاس در مختصات قطبی به صورت زیر باشد :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

پتانسیل موجود بین دو بدنه استوانه را بدست آورید .

۱۳- تبدیل $w = \frac{az+b}{cz+d}$ که نقاط $z = 1, j, -1$ را به ترتیب به نقاط $w = j, 0, -j$ تبدیل می کند ناحیه $|z| < 1$ را به چه تبدیل می کند.

۱۴- نگاشت ناحیه زیر را که $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ می باشد تحت تبدیل $w = \frac{-j}{z^4 + j}$ بدست آورید .

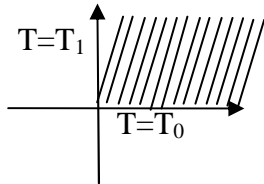


شکل (۳-۵۳)

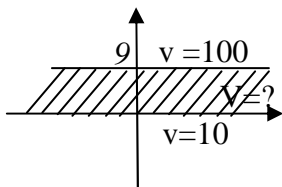
۱۵- نگاشت $w = \sin z$ خط $x = \frac{\pi}{4}$ را به چه منحنی در صفحه w تبدیل می نماید .

۱۶- تصویر میدان $D = \{z : |z-1| < 1 ; \text{Im} z > 0\}$ را تحت تبدیل $w = \frac{z}{z-1}$ پیدا نمائید :

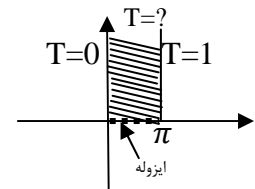
۱۷- دمای حالت پایدار کراندار در ربع اول و با شرایط مرزی نشان داده شده در شکل زیر، یعنی $T(x, y)$ را محاسبه نمائید :



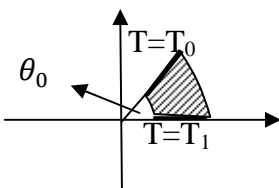
۱۸- تابع پتانسیل $V(x, y)$ و یا دما $T(x, y)$ را در هر یک از اشکال زیر بدست آورید :



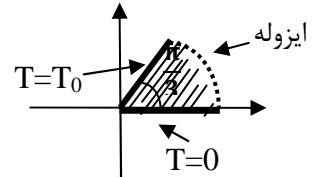
(ب)



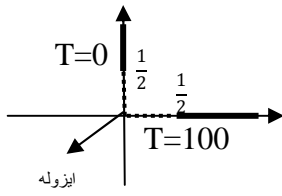
(الف)



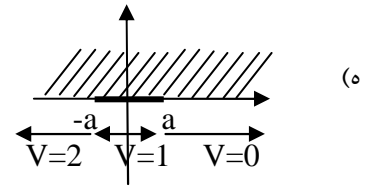
(د)



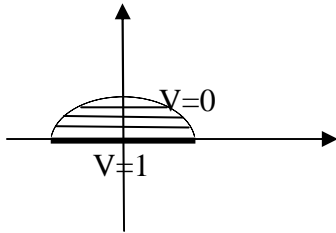
(ج)



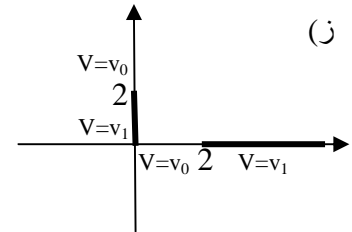
(ا)



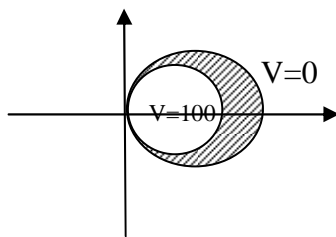
(ب)



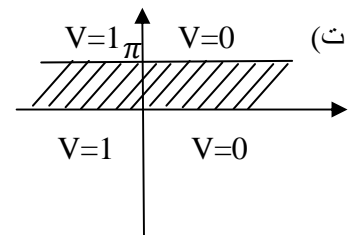
(ج)



(د)



(ه)



(و)

شکل (۳-۵۴)