

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده برق و رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی برق - کنترل

طراحی و شبیه سازی سیستم کنترل غیرخطی مقاوم بر

روی هلی کوپتر

محقق: امیر کباری آذر

استاد راهنما:

دکتر محمد حداد ظریف

استاد مشاور:

دکتر محمد مهدی فاتح

بهمن ۸۷

تقدیم به:

پدر دلسوزم

مادر فداکارم

9

همسر مهربانم

تشکر و قدردانی

شکر و سپاس بی‌پایان به درگاه آفریدگار متعال که لطف و عنایتش موجب شد تا تحقیق حاضر به کمک بزرگواران و عزیزانی که به گونه‌های مختلف مرا یاری دادند، پایان پذیرد.

از اساتید گرامی جناب آقای دکتر محمد حداد ظریف و جناب آقای دکتر محمد مهدی فاتح که با راهنماییها و نظارت خویش در تدوین این پایان نامه به اینجانب کمک کردند سپاسگزاری نموده و موفقیت روزافزون آنان را از خداوند منان خواستارم.

همچنین از تمامی دوستانی که در مدت تحصیل در این دانشگاه به انواع مختلف مرا یاری نمودند تشکر و قدردانی می‌کنم.

چکیده:

خطی سازی فیدبکی ایده آل برای مواردی که شناخت کاملی از سیستم و پارامترهای آن وجود دارد تعریف شده است. در حالی که با وجود عدم قطعیتها از جمله عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی دیگر نمی توان از خطی سازی فیدبکی به عنوان یک راهکار ایده آل برای کنترل سیستم های غیرخطی نام برد. در این رساله خطی سازی فیدبکی لغزشی برای حذف کردن عدم قطعیتهای پارامتری سیستم و اغتشاش خارجی که در حالت خطی سازی فیدبکی ایده آل قابل حذف کردن نبودند، پیشنهاد شده است. الگوریتم کنترل طوری طراحی شده است که بتوان همزمان از تکنیک خطی سازی فیدبکی و کنترل مد لغزشی استفاده کرد. در واقع

در این روش بهره فیدبک توسط قانون کنترل لغزشی تعیین می شود. نتایج شبیه سازی ها موثر بودن این روش در طراحی کنترل مقاوم برای سیستم های قابل خطی سازی ورودی- خروجی مینیمم فاز در حضور عدم قطعیت و اغتشاش را نشان می دهند.

کلمات کلیدی: خطی سازی فیدبکی، کنترل غیرخطی، کنترل مد لغزشی ، هلی کوپتر

فهرست مطالب

صفحه

فصل اول مقدمه

۲	۱-۱ مقدمه.....
۴	۲-۱ مروری بر تحقیقات گذشته.....
۵	۳-۱ ساختار پایان نامه.....

فصل دوم آیرودینامیک پرواز هلی کوپتر

۷	۱-۲ مقدمه.....
۹	۲-۲ انواع روتورها.....
۱۱	۳-۲ چگونگی تولید نیروی بالای پرنده یا برا.....

۱۲	۴-۲ آبرودینامیک پرواز.....
۱۳	۵-۲ انواع پرواز
۲۴	۶-۲ اطلاعات بیشتری در مورد روتور اصلی.....
۲۶	۷-۲- عملکرد کنترل ها.....
۲۷	۱-۷-۲ دسته گام کلی.....
۲۸	۲-۷-۲ دسته گاز.....
۲۹	۳-۷-۲ پدال های ضد گشتاور.....
۳۲	۴-۷-۲ کنترل گام سیکلی.....

فصل سوم خطی سازی فیدبکی

۳۵	۱-۳ مقدمه.....
۳۷	۲-۳ خطی سازی فیدبکی.....
۳۹	۱-۲-۳ خطی سازی ورودی-حالت.....
۴۱	۲-۲-۳ خطی سازی ورودی-خروجی.....
۴۵	۳-۳ دیدگاه هندسه دیفرانسیلی
۴۶	۱-۳-۳ ابزارهای هندسه دیفرانسیلی
۴۹	۴-۳ خطی سازی ورودی-حالت در سیستمهای تک ورودی-تک خروجی...
۵۲	۵-۳ خطی سازی ورودی-خروجی در سیستمهای تک ورودی-تک خروجی...
۵۵	۶-۳ خطی سازی پسخوری سیستمهای چند ورودی-چند خروجی.....

فصل چهارم کنترل مد لغزشی

۵۹	۱-۴ مقدمه.....
۶۰	۲-۴ کنترل مد لغزشی.....
۶۱	۱-۲-۴ سطوح لغزشی.....
۶۵	۲-۲-۴ قانون کنترل مد لغزشی.....
۶۷	۳-۴ کاهش لرزش.....

فصل پنجم خطی سازی فیدبکی لغزشی

۷۴	۱-۵ مقدمه.....
۷۵	۲-۵ دینامیک هلی کوپتر.....
۷۸	۳-۵ کنترل سروو برای هلی کوپتر.....
۸۱	۴-۵ خطی سازی فیدبکی هلی کوپتر.....
۸۹	۵-۵ خطی سازی فیدبکی لغزشی.....
۹۰	۱-۵-۵ کنترل لغزشی خطی سازی فیدبکی در سیستمهای SISO.....
۹۳	۲-۵-۵ کنترل لغزشی خطی سازی فیدبکی هلی کوپتر.....

فصل ششم نتیجه گیری و پیشنهادات

۱۰۲	نتیجه گیری.....
۱۰۳	پیشنهادات.....
۱۰۴	منابع.....

فهرست نمودارها و شکل ها

صفحه

۷	شکل ۱-۲- طبقه بندی وسایل پرنده
۸	شکل ۲-۲- برخی از انواع هلی کوپترها
۹	شکل ۳-۲- قسمت های اصلی هلی کوپتر و اتاق خلبان
۱۰	شکل ۴-۲- انواع روتورها
۱۲	شکل ۵-۲- توزیع نیروی برا در امتداد طول یک پره با مقطع موازی و بدون پیچش
۱۲	شکل ۶-۲- توزیع نیروی برا در امتداد یک پره با پیچش و زاویه دار
۱۳	شکل ۷-۲- نیروهای اعمال شده بر یک هلی کوپتر
۱۴	شکل ۸-۲- پرواز ایستا و پرواز عمودی
۱۵	شکل ۹-۲- نیروهای وارد بر هلی کوپتر در پرواز پیشروی، پسروی، پهلووری
۱۶	شکل ۱۰-۲- پرواز شتابدار
۱۷	شکل ۱۱-۲- روتور دم و عملکرد آن
۱۷	شکل ۱۲-۲- اصل انحراف ژيروسکپی
۱۸	شکل ۱۳-۲- روتور چرخان همانند یک ژيروسکپ عمل می کند

- شکل ۱۴-۲ - پره های پیشرو و عقب رو ۱۹
- شکل ۱۵-۲ - کشش سمتی به وسیله چرخش روتور اصلی در جهت مخالف بر طرف می گردد ۱۹
- شکل ۱۶-۲ - پیدایش نیروی برای اضافی در هنگام چرخش روتور در نزدیکی سطح زمین یا آب ۲۰
- شکل ۱۷-۲ - نمای جریان در حالت خود چرخشی یک هلی کوپتر ۲۱
- شکل ۱۸-۲ - سهم بخش های مختلف پره در تولید برا و پسا ۲۳
- شکل ۱۹-۲ - زاویه مخروطی ۲۴
- شکل ۲۰-۲ - بلند شدن پره ها به سبب نیروی برا ۲۴
- شکل ۲۱-۲ - پیدایش نیروهای گریز از مرکز ۲۵
- شکل ۲۲-۲ - وضعیت پره ها در حالت دور بیش از حد پائین ۲۵
- شکل ۲۳-۲ - بال زدن یک پره حول لولا ۲۶
- شکل ۲۴-۲ - کنترل های هلی کوپتر ۲۷
- شکل ۲۵-۲ - دسته یا اهرم گام کلی ۲۸
- شکل ۲۶-۲ - دسته گاز کنترل اصلی دور است ۲۹
- شکل ۲۷-۲ - حرکت صفحه روتور موجب حرکت چرخشی حول محور طولی و حرکت پیچشی حول محور عرضی می گردد. سیستم پاد گشتاور حرکت حول محور سمتی را کنترل می کند ۳۰
- شکل ۲۸-۲ - کنترل جهت گیری سر هلی کوپتر ۳۲
- شکل ۲۹-۲ - رابطه وضعیت اهرم سیکلی و وضعیت صفحه روتور و حرکت هلی کوپتر ۳۳
- شکل ۱-۳ - تکنیک خطی سازی فیدبکی در کنترل سیستم های غیر خطی ۳۸
- شکل ۲-۳ - خطی سازی ورودی حالت ۴۰
- شکل ۱-۴ - بدست آوردن بردار خطای ردیابی از سطح سویچینگ ۶۲
- شکل ۲-۴ - شرط لغزشی ۶۳
- شکل ۳-۴ - رفتار سیستم مرتبه دو در حالت لغزشی ۶۴
- شکل ۴-۴ - لرزش ناشی از سویچینگ کنترل ۶۸

- شکل ۴-۵- لایه مرزی ۶۹
- شکل ۴-۶- درون یابی کنترل در لایه مرزی ۶۹
- شکل ۴-۷- (الف) ردیابی خروجی (ب) خطای ردیابی (ج) ورودی کنترل ۷۱
- شکل ۴-۸- (الف) ردیابی خروجی (ب) خطای ردیابی (ج) ورودی کنترل ۷۲
- شکل ۵-۱- مدل آزمایشگاهی هلی کوپتر ETH ۷۵
- شکل ۵-۲- شماتیک سیستم هلی کوپتر ۷۵
- شکل ۵-۳- ساختار سیستم کنترلی برای هلی کوپتر ۷۹
- شکل ۵-۴- پاسخ پله خروجی اول ۸۰
- شکل ۵-۵- پاسخ پله خروجی دوم ۸۰
- شکل ۵-۶- ورودی های سیستم ۸۱
- شکل ۵-۷- پاسخ پله خروجی اول ۸۴
- شکل ۵-۸- پاسخ پله خروجی دوم ۸۵
- شکل ۵-۹- تلاش های کنترلی سیستم ۸۵
- شکل ۵-۱۰- حالت های سیستم ۸۵
- شکل ۵-۱۱- ردیابی خروجی اول ۸۶
- شکل ۵-۱۲- ردیابی خروجی دوم ۸۶
- شکل ۵-۱۳- خطاهای ردیابی ۸۶
- شکل ۵-۱۴- پاسخ پله خروجی اول با اغتشاش خارجی ۸۸
- شکل ۵-۱۵- پاسخ پله خروجی دوم با اغتشاش خارجی ۸۸
- شکل ۵-۱۶- ردیابی خروجی اول با حضور عدم قطعیت و اغتشاش ۸۸
- شکل ۵-۱۷- ردیابی خروجی دوم با حضور عدم قطعیت و اغتشاش ۸۹
- شکل ۵-۱۸- خطاهای ردیابی با حضور عدم قطعیت و اغتشاش ۸۹

۹۵	شکل ۵-۱۹- پاسخ پله خروجی اول
۹۵	شکل ۵-۲۰- پاسخ پله خروجی دوم
۹۶	شکل ۵-۲۱- ورودی های کنترلی سیستم
۹۶	شکل ۵-۲۲- سطوح لغزشی
۹۶	شکل ۵-۲۳- حالت های سیستم
۹۷	شکل ۵-۲۴- ردیابی خروجی اول
۹۷	شکل ۵-۲۵- ردیابی خروجی دوم
۹۷	شکل ۵-۲۶- خطاهای ردیابی
۹۸	شکل ۵-۲۷- پاسخ پله خروجی اول با اغتشاش خارجی
۹۹	شکل ۵-۲۸- پاسخ پله خروجی دوم با اغتشاش خارجی
۹۹	شکل ۵-۲۹- ردیابی خروجی اول با حضور عدم قطعیت و اغتشاش
۹۹	شکل ۵-۳۰- ردیابی خروجی دوم با حضور عدم قطعیت و اغتشاش
۱۰۰	شکل ۵-۳۱- خطاهای ردیابی با حضور عدم قطعیت و اغتشاش

فصل اول:

مقدمه

۱-۱- مقدمه

انسان از زمان زندگی ابتدایی خود تا تمدن کنونی همیشه در آرزوی پرواز بوده است و برای تحقق بخشیدن به این آرزوی خود همواره در تلاش و کوشش بوده است، تا اینکه در قرون اخیر بالاخره توانست برای پرواز ادوات مختلفی از جمله بالون ها، کایت ها، هواپیماها و هلی کوپترها را اختراع و تکمیل کند و همچنان به تکمیل و بهبود عملکرد آنها نیز ادامه دهد. از میان این ادوات مختلف پرواز، هلی کوپترها به خاطر فراهم آوردن امکان انجام پرواز ایستا و همچنین به خاطر قابلیت به کارگیریشان در کاربردهای متنوع از جمله نظامی، امدادی، کشاورزی، آتش نشانی، تحقیقاتی و ... از جایگاه ویژه ای برخوردارند.

سیستم هلی کوپتر دارای اجزای مکانیکی و معادلات پیچیده است و به علت ماهیت ناپایدار خود، نیاز به کنترل مداوم و مؤثر دارد. همواره طراحی کنترل پرواز اشیاء پرنده بوسیله تکنیکهای کنترل کلاسیک تحت تاثیر بوده است. در حالی که این نوع کنترلرهای متداول یک سیستم کنترل پرواز را تضمین می کنند در سالهای اخیر ما شاهد رشد موفقیت آمیز کنترل مقاوم^۱، غیر خطی^۲ و تطبیقی^۳ در کنترل پرواز بوده ایم. این روند توسعه محرک خوبی است تا محقق های جوان را به ارائه دادن راه حل های جدید در این نوع کنترلرها هدایت کند .

^۱ Robust Control

^۲ Nonlinear

^۳ Adaptive

در سیستمهای کنترل پرواز سنتی دینامیک هلی کوپتر را در چندین شرایط در سراسر پرواز خطی می کردند و سپس برای هر کدام از آن شرایط یک کنترلر طراحی و به تناسب آن شرایط از یک کنترلر مناسب استفاده می نمودند. این روش جدولبندی بهره به سرعت مورد نارضایتی بسیاری از طراحان قانون کنترل که از شرایط مختلف پرواز اطلاعات جامعی در دست نداشتند و فقط به اطلاعات محلی در شرایط مختلف پرواز بسنده کرده بودند قرار گرفت. اگر چه جدولبندی بهره در بسیاری از شرایط مختلف موفقیت آمیز بوده است ولی طراحان آینده از روشهایی مانند کنترل مقاوم و غیرخطی که مسلماً کارایی بیشتری خواهند داشت و برای عوامل غیرخطی سیستم پرواز نیز چاره ای اندیشیده اند بهره خواهند برد.

خطی سازی فیدبکی^۱ به طور موفقیت آمیزی در حل مسائل کنترل عملی به کار گرفته شده است. این مسائل شامل هلی کوپترها، هواپیماهای با عملکرد پیشرفته، روباتهای صنعتی و ابزار زیست پزشکی است. اما چند نقیصه و محدودیت نیز با روش خطی سازی فیدبکی همراه است. یکی از این نقیصه ها، مقاوم نبودن این روش در مقابل عدم قطعیت‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی است، بطوری که اگر در سیستمهای استفاده کننده از این نوع کنترل کننده، تغییرات پارامتر ناشی از عوامل مختلف مانند تغییر ارتفاع هلی کوپتر، تغییر وزن هلی کوپتر، حتی قرار گرفتن در مقابل بادهای خیلی قوی و.... وجود داشته باشد، دیگر قادر به حذف تمام عوامل غیرخطی سیستم نخواهد شد و خطای خروجی سیستم را به سمت صفر هدایت نخواهد کرد. روشی که در این پایان نامه پیشنهاد شده است استفاده از کنترل مد لغزشی^۲ برای مقاوم نمودن خطی سازی فیدبکی در مقابل عدم قطعیت‌های ذاتی و غیرذاتی هلی کوپتر است. کاربرد تکنیک لغزشی به عنوان یک کنترل مقاوم برای کنترل سیستمهای با عدم قطعیت در اکثر موارد جایگزین سیستمهای کنترل موجود شده است.

^۱ Feedback Linearization

^۲ Sliding Mode Control

۱-۲- مروری بر تحقیقات گذشته:

بسیاری از تحقیقات و طراحی کنترلر در زمینه کنترل غیر خطی، در مورد استفاده از تکنیک تبدیلات غیرخطی و همچنین هندسه دیفرانسیلی است. این متد حالت‌های سیستم کنترل غیر خطی را به نحوی تبدیل می‌کند که گویی حالت‌های دینامیکی یک سیستم خطی است و سپس از ابزار خطی می‌توان برای مواجهه با این حالتها استفاده کرد. به این نوع کلاس از تکنیک، خطی سازی فیدبکی می‌گویند که Isidori تحقیقات جامعی از این نوع تکنیک را انجام داده است [1].

خطی سازی فیدبکی کاربردهای فراوانی در تحقیقات در زمینه کنترل پرواز پیدا کرده است [2]، حتی حالت خاصی از کنترل به روش خطی سازی فیدبکی که به دینامیک وارون معروف است در بسیاری از هواپیماها و هلی کوپترهای جنگنده مورد مطالعه قرار گرفته است [3]. ولی روش‌های خطی سازی فیدبکی می‌تواند در تقابل با مدل کردن خطا آسیب پذیر باشد، بنابراین روش‌های غیر خطی مقاوم متنوعی برای مواجهه با این مشکل پیشنهاد شده است که این تکنیکها، مقاوم نمودن سیستم را در مقابل انواع عدم قطعیتها مثل دینامیکهای مدل نشده و عوامل غیرخطی با عدم قطعیت میسر ساخته است [4,5]. روش‌های کنترل مقاوم هم در سال‌های اخیر به وفور برای کنترل هلی کوپترها استفاده شده است [6,7].

در طراحی کنترل پرواز حتی از کنترل بهینه^۱ به عنوان یک انتخاب مطلوب برای بهبود عملکرد کنترل ردیابی هلی کوپترها نیز استفاده شده است [8]. علاوه بر روش‌های کلاسیک گفته شده روش‌های جدیدی نیز همچون کنترل فازی^۲ و شبکه عصبی^۳ به عنوان یک زمینه جذاب در کنترل هلی کوپترها به کار برده شده است [9,10].

^۱ Optimal Control

^۲ Fuzzy Control

^۳ Neural Network

همچنین می توان از بسیاری از نتایج بدست آمده در کنترل تطبیقی برای مقابله با عدم قطعیت‌های سیستم نیز استفاده کرد [11,12]. در سالهای اخیر بسیاری از محققین به کنترل تطبیقی سیستمهای قابل خطی سازی تمرکز کرده اند [13,14]. حساس بودن روش تطبیقی به دینامیکهای مدل نشده بسیاری از محققین را برانگیخته تا از کنترل لغزشی به عنوان یک کنترل مقاوم در سیستم های قابل خطی سازی استفاده کنند [15].

۱-۳- ساختار پایان نامه

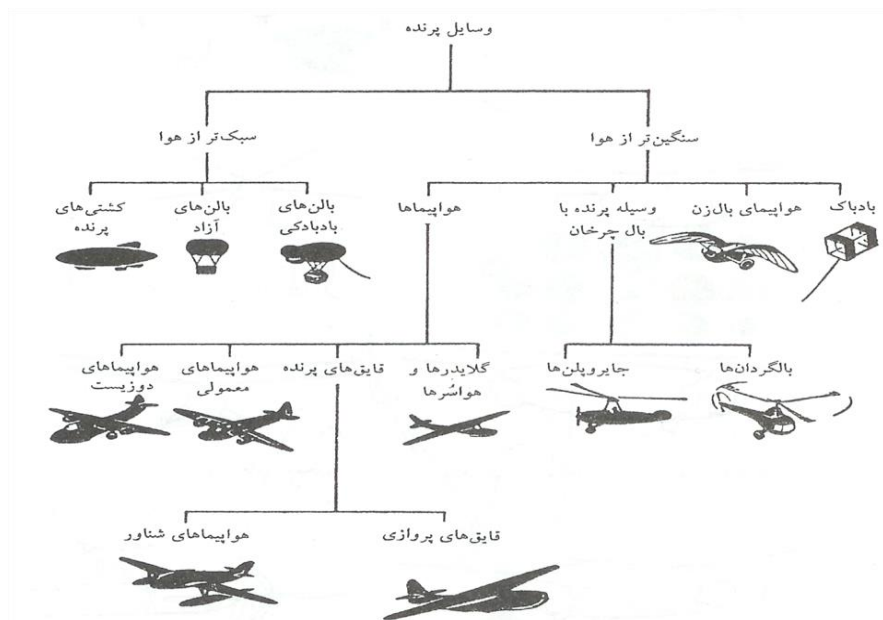
در این پایان نامه، ابتدا با سیستمهای کنترل پرواز بخصوص هلی کوپتر و چگونگی پرواز آن آشنا خواهیم شد و نگاهی هم به آیرودینامیک پرواز و عملکرد کنترل ها در هلی کوپتر خواهیم کرد. در فصل سوم با انواع سیستمهای کنترل غیر خطی آشنا می شویم و بدلیل استفاده از خطی سازی فیدبکی در طراحی کنترلر اصلی، این تکنیک را با تمرکز بیشتری دنبال می کنیم. در فصل چهارم به تشریح کنترل مد لغزشی می پردازیم و توانایی این نوع کنترلر را در کنترل سیستم های غیرخطی در حضور عدم قطعیت نشان می دهیم. در فصل پنجم ابتدا مدل هلی کوپتر استفاده شده در این پایان نامه معرفی شده است و در ادامه نشان داده شده که با اعمال خطی سازی فیدبکی در حضور عدم قطعیت پارامتری، ردگیری خروجی سیستم با خطای صفر امکان پذیر نیست، در ادامه برای رفع این مشکل کنترل فیدبکی- لغزشی پیشنهاد می شود. ابتدا به مبحث کنترل فیدبکی- لغزشی سیستم های SISO پرداخته و سپس این روش به سیستم های MIMO تعمیم داده شده است. در پایان این فصل نیز هم به وسیله آنالیزی و هم شبیه سازی سودمندی این روش در کنترل سیستم هلی کوپتر نشان داده شده است.

فصل دوم:

آيروديناميك پرواز هلي كوپتر

انواع وسایل پرنده - تعریف هلی کوپتر

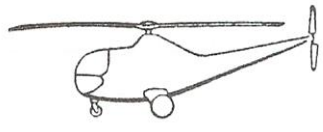
وسایل پرنده (aircraft) که شامل وسایل سبکتر از هوا، هواپیماها، جاپروپلین‌ها^۹ و هلی کوپترها می‌گردد به همراه ارتباط آنها با یکدیگر در شکل نشان داده شده است. یک هلی کوپتر عبارت است از وسیله پرنده سنگین‌تر از هوایی^{۱۰} که نیروی اصلی برای خود را در پرواز به وسیله روتورهای چرخنده افقی از طریق نیروی محرکه‌ی موتور تامین می‌نماید.



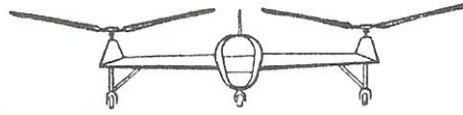
شکل ۱-۲- طبقه‌بندی وسایل پرنده [16]

^۹ Gyroplanes

^{۱۰} Airodyne



بالگردان تک‌روتوره با روتور دم



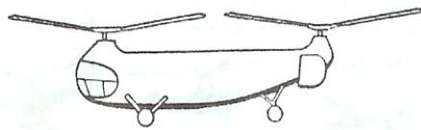
بالگردان دو روتوره غیر تداخلی



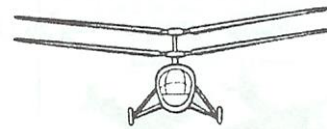
بالگردان تک روتوره بدون گشتاور



بالگردان با روتورهای تداخلی



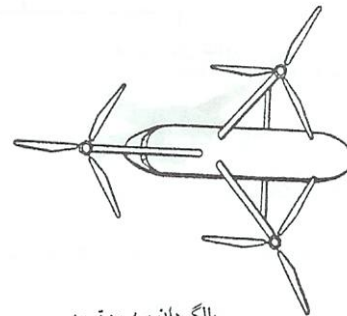
بالگردان با روتورهای پشت سرهم بدون تداخل



بالگردان باروتورهای هم‌محور

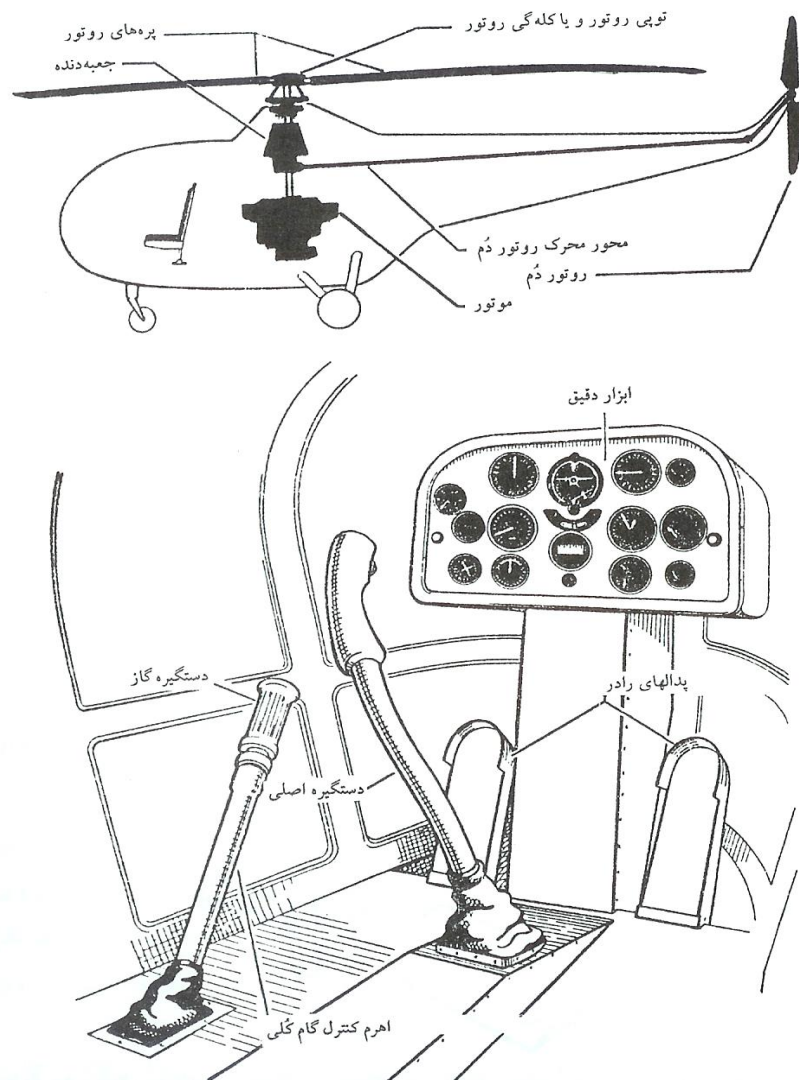


بالگردان باروتورهای پشت سرهم با تداخل



بالگردان سه روتوره

شکل ۲-۲- برخی از انواع هلی کوپترها [16]



شکل ۲-۳- قسمت‌های اصلی هلی‌کوپتر و اتاق خلبان [16]

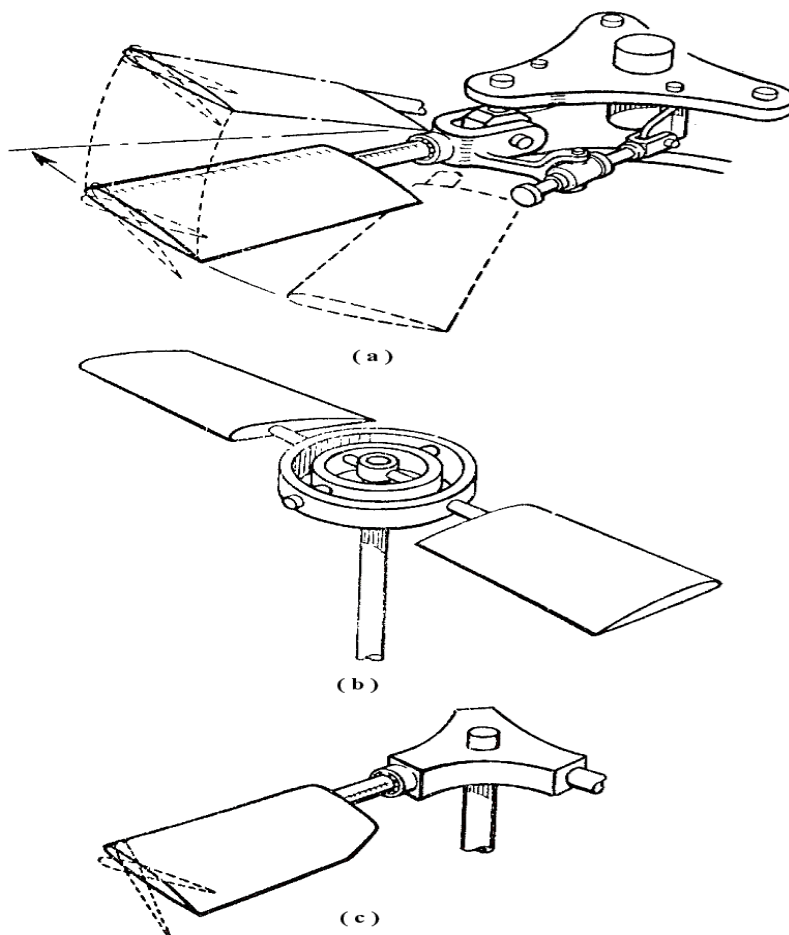
۱-۵- انواع روتورها

روتورها یا پره‌های هلی‌کوپترها به انواع مختلف تقسیم می‌شوند:

- روتور مفصل دار. (شکل ۲-۴- a) نوعی است که در آن تک تک پره‌ها آزادند که حرکت‌های سه‌گانه بال‌زدن (flapping)، نوسانهای به سمت جلو و عقب حول محور قائم و تغییر گام (pitch) را انجام دهند. این امر با نصب هر یک از پره‌ها روی لول‌های حرکت بال‌زدن و حرکت نوسانی افقی و یا تاقانهای تغییر گام (و یا میله‌های پیچشی) امکان‌پذیر است.

- نوع دیگر ملخ ها، نیمه صلب است که در آن پره ها هیچگونه لولای حرکت، بال زدن و نوسان افقی ندارند، ولی حرکت بال زدن پره حول یک محور مرکزی ژيروسکیپی انجام می پذیرد. (شکل ۲-۴-ب)

- نوع سوم روتورها، به روتور صلب معروف است. (شکل ۲-۴-ج) که پره های آن یک تکه بوده و نیز مانند نیمه صلب ها لولا نداشته و فقط تغییر گام میسر است. تعداد پره های روتور می تواند از ۲ تا بیشتر باشد. البته در حال حاضر حداکثر پره هایی که برای هلی کوپتر ها ساخته شده، پنج می باشد، مانند هلی کوپتر MI-17. پره های روتور دارای مقطع ایرفویل بوده که از سازه های فلزی، چوبی و یا مواد مرکب ساخته می شود.



شکل ۲-۴- انواع روتورها [17]

۱-۶- چگونگی تولید نیروی بالای پرنده یا برا

جهت برخاستن یک هلی کوپتر از سوی سطح زمین، می بایست نیرویی عمودی به طرف بالا وارد شود. توان اولیه با موتور تأمین شده که ممکن است موتورهای پیستونی و یا موتورهای جت عمدتاً موتور توربوشفت^{۱۱} باشد. مقاطع ایرفویلی پره های روتور که در میان هوا به چرخش درمی آید کاملاً شبیه بال هواپیماست؛ با این تفاوت که آنها به جای حرکت صرفاً رو به جلو در هواپیما، در حال چرخش هستند. پره های یک هلی کوپتر نیز همانند بالهای یک هواپیمای بال ثابت دارای زاویه حمله جهت تولید نیروی برای می باشند. تا زمانیکه خلبان با یکی از فرامین کنترل، گام پره ها را تغییر ندهد، (به این حالت گام کلی^{۱۲} گفته می شود، زیرا کلیه پره ها به طور مساوی و در یک جهت تغییر زاویه می دهند) نیروی برای موثر جهت برخاستن هلی کوپتر ایجاد نخواهد شد. در هلی کوپترهای موجود زاویه گام کلی از ۳ تا حدود ۱۴ درجه قابل تغییر است. زمانی که گام کلی پره ها افزایش داده شود و همزمان روتور نیز دارای حرکت چرخشی کافی باشد، هوا به سمت پائین فشار داده شده و پره ها به همراه بدنه هلی کوپتر که به هم متصل هستند، میل به برخاستن خواهند داشت.

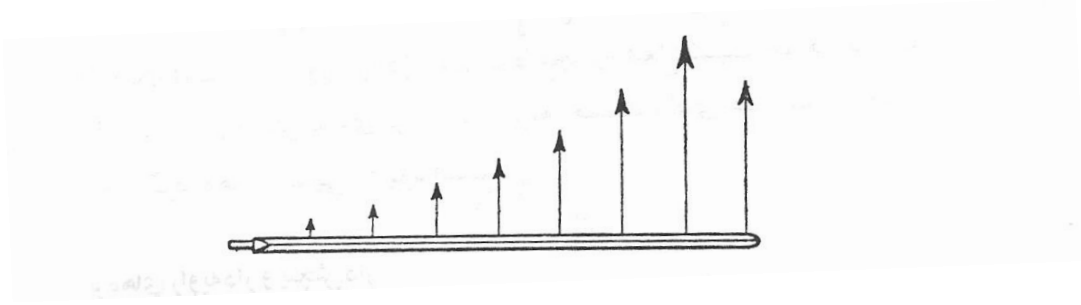
بردار نیروی برا

نیروی برای یک ایرفویل روتور، به سبب اعمال اندازه حرکت^{۱۳} به ذرات هوا به سمت پائین ایجاد می گردد و جریان هوای عبور داده شده روی پره در طول آن متغیر است. (شکل ۲-۵) حالت ایده آل آن است که مقدار جریان عبور داده شده در طول پره ثابت باشد. لذا به منظور حصول به این هدف، پره ها با مقدار پیچش و یا زاویه ساخته می شوند. (شکل ۲-۶)

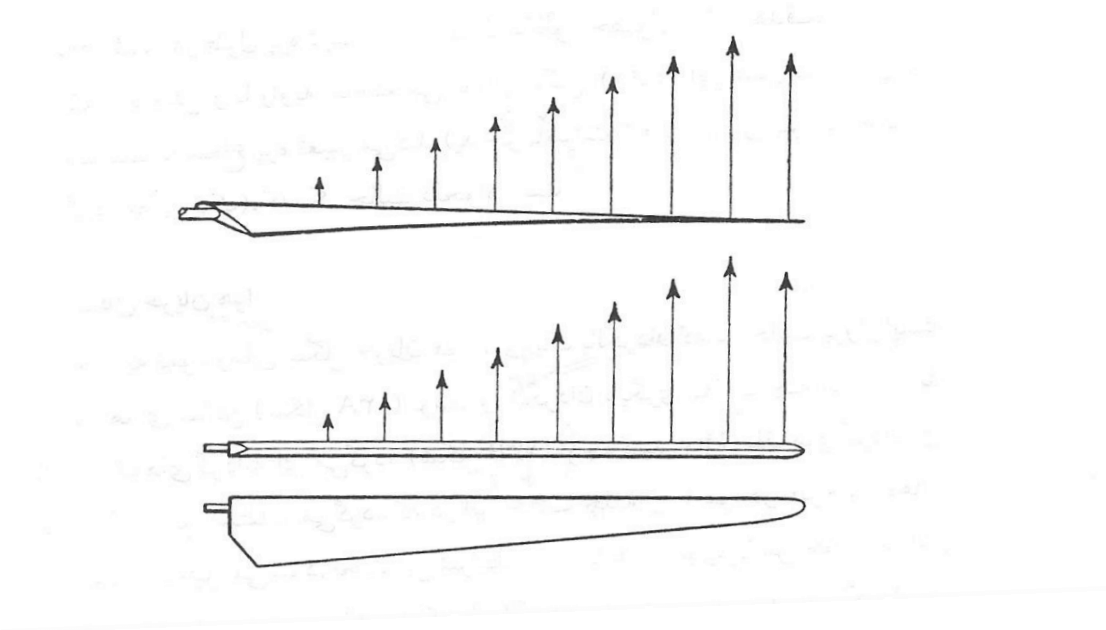
^{۱۱} Turboshaft

^{۱۲} Total pitch

^{۱۳} Momentum



شکل ۲-۵- توزیع نیروی برا در امتداد طول یک پره با مقطع موازی و بدون پیچش [17]



شکل ۲-۶- توزیع نیروی برا در امتداد طول یک پره با پیچش و زاویه دار [17]

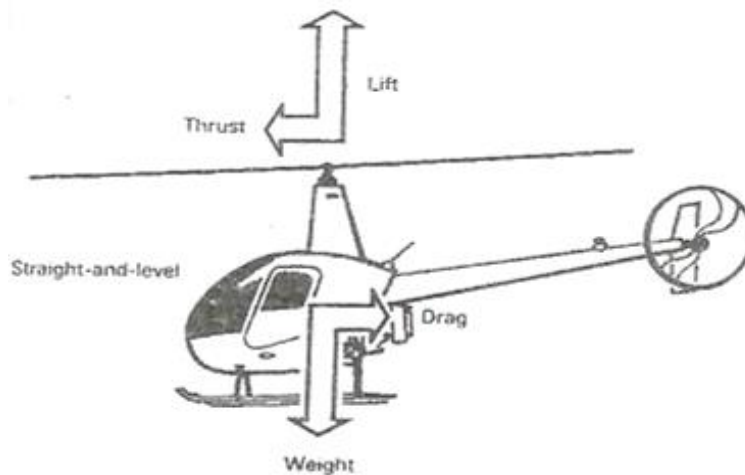
۱-۷- آیرودینامیک پرواز

در طول هر یک از انواع پرواز مانند پرواز افقی یا عمودی، چهار نیرو بر هلی کوپتر اثر می کنند - بر^{۱۴}، جلو برنده^{۱۵}، وزن ، و پسا^{۱۶}. برا نیرویی است که وزن را تحمل می کند؛ نیروی جلو برنده، نیرویی است که بر پسای وارد بر بدنه و قطعات دیگر هلی کوپتر غلبه می کند.

^{۱۴} Lift

^{۱۵} Thrust

^{۱۶} Drag



شکل ۲-۷- نیروهای اعمال شده بر یک هلی کوپتر [18]

۱-۸- انواع پرواز

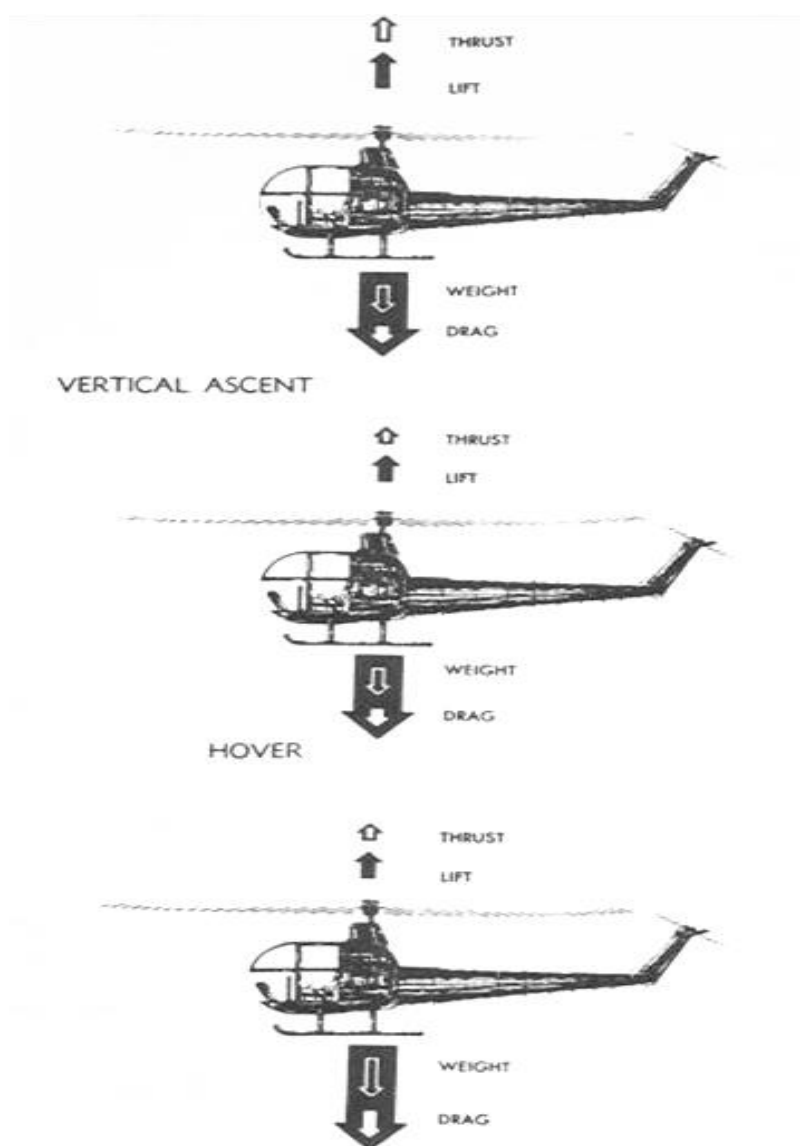
پرواز ایستا: در طول پرواز ایستا در شرایط بدون باد، صفحه روتور افقی و موازی با سطح زمین است. (صفحه فرضی که به وسیله ی چرخش نوک پره های روتور پوشش داده می شود، معمولاً به صفحه روتور معروف است). نیروی برا و جلو برنده به سوی بالا و وزن و پسا به سمت پائین عمل می کنند. برآیند نیروهای برا و جلو برنده می بایست با برآیند وزن و پسا برابر باشد.

پرواز عمودی: در طول پرواز عمودی در شرایط بدون باد، نیروهای برا و جلو برنده هر دو به سمت بالا و وزن و پسا هر دو به سمت پائین عمل می کنند. اگر جمع برا و جلو برنده بزرگتر از جمع نیروهای وزن و پسا باشد، هلی کوپتر بطور عمودی بالا می رود؛ در غیر اینصورت اگر جمع برا و جلو برنده کوچکتر باشد، هلی کوپتر بطور عمودی از ارتفاع خود می کاهد.

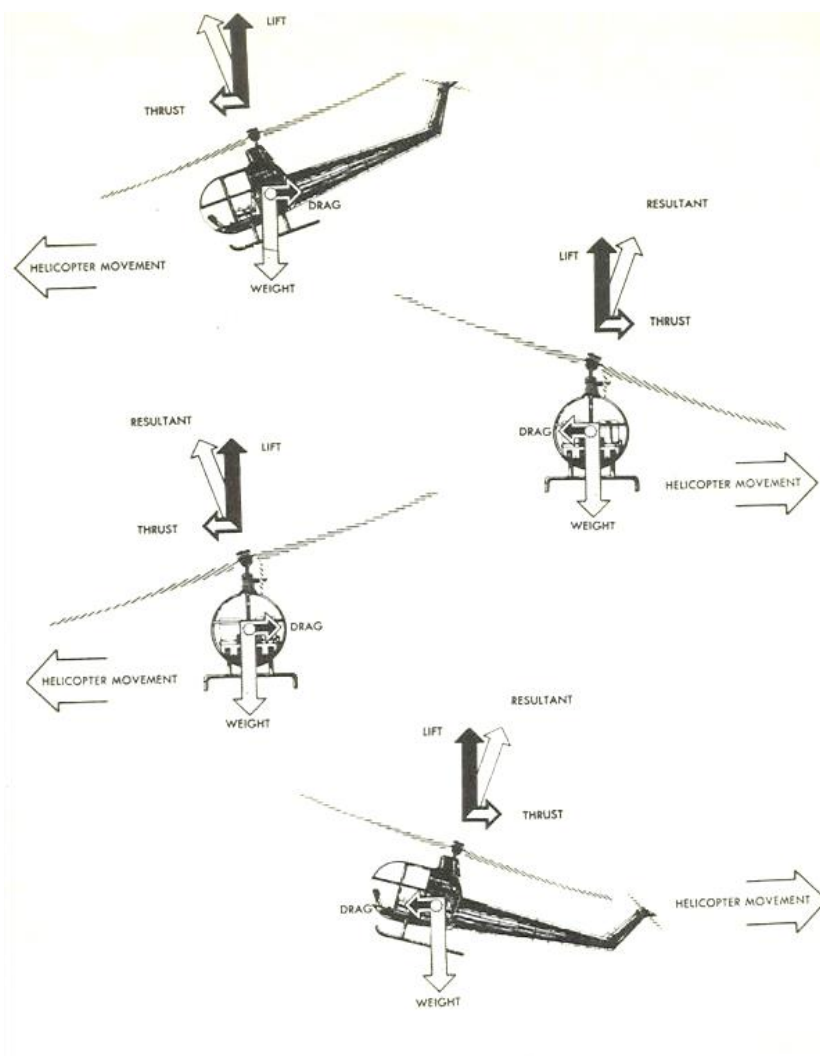
پرواز پیشروی: در پرواز پیشروی، صفحه روتور به سمت جلو متمایل گشته و در نتیجه نیروی برآیند برا - جلو برنده را به سمت جلو متمایل می کند. این نیروی برآیند را می توان به دو بخش تقسیم کرد - برا که به طور عمودی اثر می کند و جلو برنده که به طور افقی اثر می کند. علاوه بر این دو نیرو، نیروی وزن یعنی نیروی رو به پائین و نیروی پسا، نیروی رو به عقب نیز بر هلی کوپتر وارد می آیند.

پرواز پسروی: در این پرواز صفحه روتور به سمت عقب متمایل گشته و در نتیجه بردار نیروی برا - جلوبرنده را به سمت عقب متمایل گردانده است. در این حالت نیروی جلو برنده به سمت عقب و پسا در خلاف جهت آن یعنی رو به جلو است؛ درست بر خلاف جهت پیشروی.

پرواز پهلو روی: در این پرواز، صفحه روتور به سمت پهلو متمایل می گردد و بنابراین نیروی برآیند برا - جلو برنده را در جهت مطلوب پرواز متمایل می کند. در این حالت مولفه عمودی یعنی برا مستقیماً به سمت بالا و وزن به سمت پائین است، اما نیروی جلو برنده به سمت پهلو و نیروی پسا در خلاف جهت جلوبرنده اثر می کند.



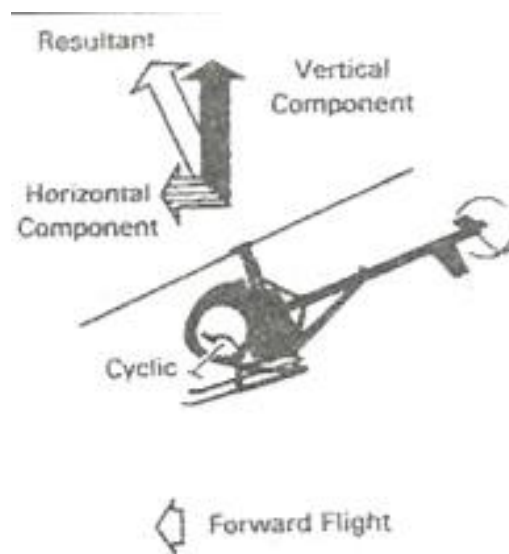
شکل ۲-۸- پرواز ایستا و پرواز عمودی [18]



شکل ۲-۹- نیروهای وارد بر هلی کوپتر در پرواز پیشروی، پسروی، پهلوروی [18]

پرواز مستقیم و تراز:

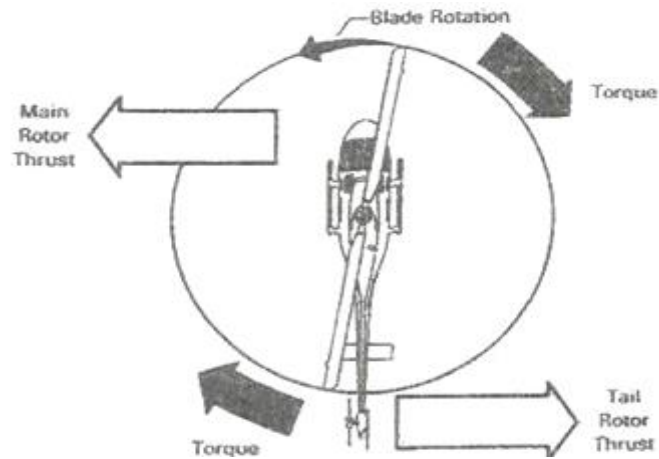
در پرواز مستقیم و تراز و بدون شتاب، برا برابر با وزن و جلو برنده برابر با پسا است. (پرواز مستقیم و تراز، پروازی است که در آن سر هلی کوپتر جهتگیری ثابتی داشته و هلی کوپتر در یک ارتفاع ثابت حرکت می کند). اگر نیروی برا از نیروی وزن افزون گردد، هلی کوپتر بالا می رود (اوج گیری) و اگر نیروی برا کمتر از وزن باشد، هلی کوپتر نزول می کند. در صورتیکه نیروی جلو برنده از پسا بیشتر باشد، هلی کوپتر شتاب رو به جلو گرفته، در صورت کمتر بودن جلو برنده از پسا، هلی کوپتر از سرعت خود می کاهد.



شکل ۲-۱۰- پرواز شتابدار [18]

روتور کمکی یا روتور دم

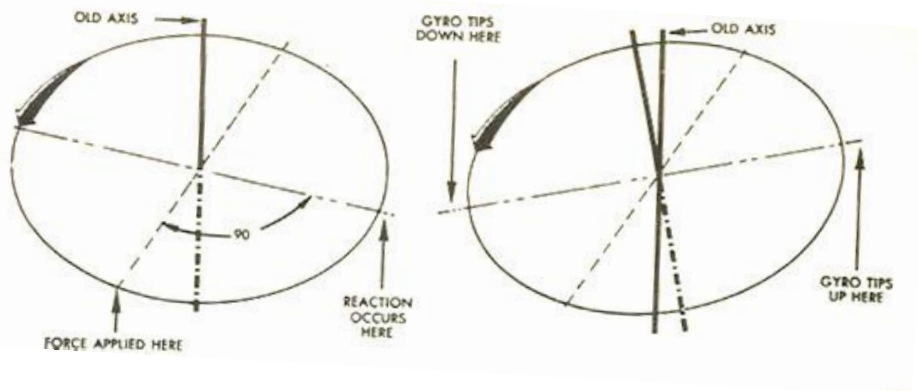
در یک هلی کوپتر، زمانی که موتور، روتور اصلی را می چرخاند، طبق قانون سوم نیوتن یعنی قانون عمل و عکس العمل، بدنه آن تمایل به چرخش در جهت مخالف جهت چرخش پره های روتور را دارد. این گشتاور، گشتاور عکس العملی نامیده می شود. برای جلوگیری از چرخش بدنه هلی کوپتر، باید چاره ای اندیشید؛ یکی از روش های معمول برای تعادل گشتاور ایجاد شده استفاده از روتور کمکی در دم هلی کوپتر است. هنگامی که روتور دم می چرخد، با اعمال یک نیروی جانبی بر بازوی دم، گشتاوری ایجاد می شود که گشتاور روتور اصلی را خنثی کرده و از چرخش بدنه ممانعت می کند. (شکل ۲-۱۱) با توجه به موقعیت نصب روتور روی دم و جهت تولید گشتاور متعادل کننده، روتور دم می تواند هل دهنده و یا کشنده باشد. پدال های پایی در کابین خلبان این امکان را به خلبان می دهد که نیروی روتور دم را کاهش یا افزایش داده و اثر گشتاور روتور اصلی را خنثی نماید.



شکل ۲-۱۱- روتور دم و عملکرد آن [18]

انحراف مسیر ژيروسکپی

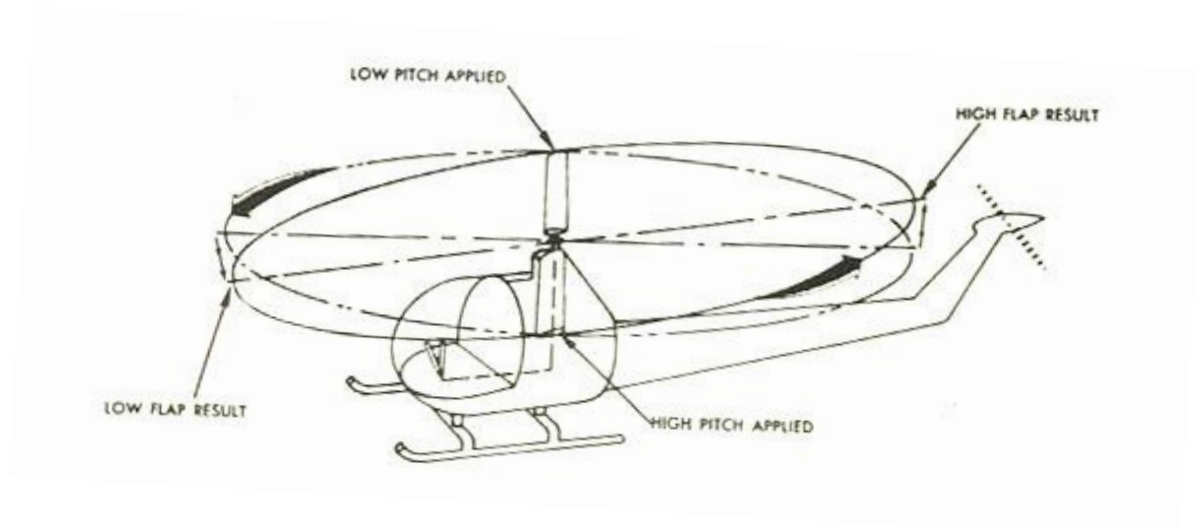
روتور اصلی در هنگام چرخش همانند یک ژيروسکپ عمل می کند و به همین دلیل دارای خواص ژيروسکپی می باشد. یکی از قوانین ژيروسکپ ها این است که زمانی که نیروی دوگانه (گشتاور) به یک ژيروسکپ وارد می گردد، ژيروسکپ به صفحه ای که ۹۰ درجه با صفحه شامل گشتاور زاویه دارد، انحراف مسیر می دهد. (شکل ۲-۱۲)



شکل ۲-۱۲- اصل انحراف ژيروسکپی [18]

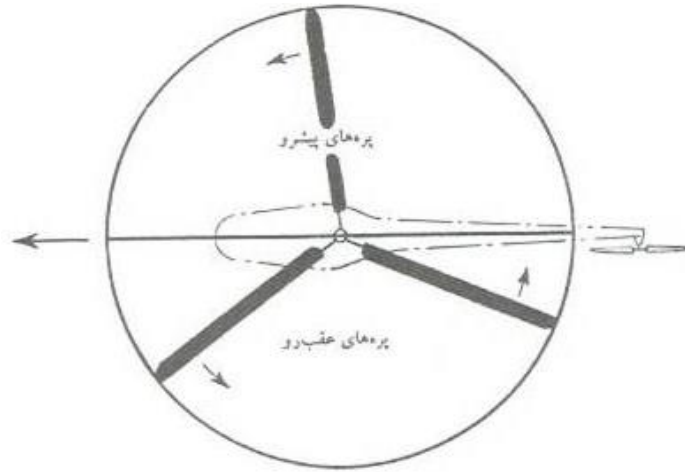
با استفاده از این اصل که محور روتور را از حالت افقی منحرف می سازند. با حرکت اهرم گام سیکلی در یک روتور دو پره ای ، زاویه حمله یک پره افزایش و زاویه حمله پره دیگر کاهش می یابد. در نتیجه پره اول متمایل به بالا رفتن (بدلیل افزایش نیروی برای تولیدی آن) و پره دیگر متمایل به پائین رفتن می کند. با این حال، به علت خاصیت انحراف ژيروسکپی پره ها تا ماکسیمم مقدار انحرافشان بالا و پائین نمی روند؛ حداکثر

انحراف در نقطه ای به اندازه ۹۰ درجه جلوتر در جهت چرخش رخ می دهد و موجب می شود تا پره های عقب رو به بالا رفته و پره های پیشرو پائین روند و در نهایت محور صفحه روتور به سمت جلو متمایل گردد (شکل ۲-۱۳)، زیرا ماکسیمم انحراف زمانی رخ می دهد که پره ها در عقب و جلو یعنی ۹۰ درجه بعد قرار دارند.



شکل ۲-۱۳- روتور چرخان همانند یک ژيروسکوپ عمل می کند [18]

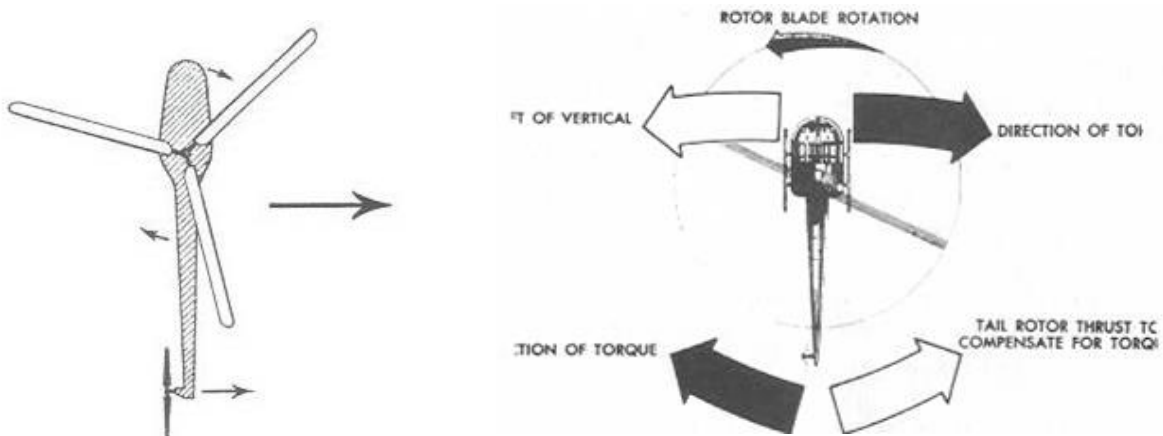
در یک روتور سه پره ای، حرکت اهرم گام سیکلی، زاویه حمله ی هر پره را به یک مقدار متناسب تغییر می دهد به طوری که نتیجه نهایی به جلو منحرف شدن صفحه روتور است. این کار به این صورت انجام می شود که هر پره زمانی که از نقطه ۹۰ درجه در چپ می گذرد ماکسیمم زاویه حمله خود را دارا باشد و درست در نقطه مقابل یعنی ۹۰ (درجه) در راست ماکسیمم کاهش زاویه حمله اتفاق می افتد. در نتیجه طبق اصل انحراف ژيروسکوپی نقطه جلوی روتور پائین و عقب آن بالا می رود. توجه شود که در پرواز های جا به جایی افقی، پره ای که به سمت جلو و به طرف جریان باد نسبی در حرکت است به نام پره ی پیشرو و پره ای که در جهت مخالف در حال حرکت است به نام پره عقب رو نامیده می شود. (شکل ۲-۱۴)



شکل ۲-۱۴ - پره های پیشرو و عقب رو [16]

کشیده شدن به جهات مختلف:

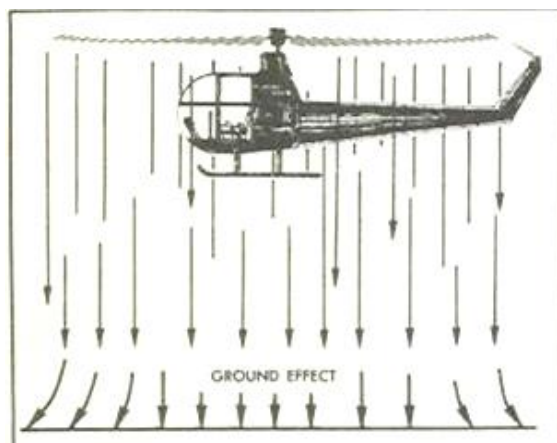
در پرواز ایستا کل هلی کوپتر تمایلی به حرکت در جهت نیروی جلوبرنده روتور دم دارد. برای تصحیح این حرکت، دستگیره کنترل در کابین خلبان در مرکز قرار گرفته و روتور اصلی اندکی به یک طرف متمایل است. این وضعیت را می توان با تنظیم سامانه گام سیکلی و یا بوسیله منحرف کردن اندک محور نیروی محرکه بدست آورد. (شکل ۲-۱۵)



شکل ۲-۱۵ - کشش سمتی به وسیله چرخش روتور اصلی در جهت مخالف بر طرف می گردد [19]

تأثیر زمین

هنگامی که یک هلی کوپتر در حال انجام پرواز ایستا در نزدیکی زمین است، سرعت رانده شدن توده های هوا از زیر صفحه روتور به طرف پائین از سرعت فرار این توده ها از زیر هلی کوپتر بیشتر خواهد بود؛ در نتیجه توده های هوا در زیر بدنه هلی کوپتر فشرده می شود و یک نیروی برای اضافی به سبب این فشردگی ایجاد می شود. این توده هوای محصور می تواند کمک به سزایی را در مواقع برخاست هلی کوپتر با محموله سنگین و یا در جو دارای چگالی کم (مانند کوهستانها) بنماید. این امر تا زمانی موثر است که ارتفاع صفحه روتور از سطح زمین برابر با طول یک پرنده باشد.



شکل ۲-۱۶- پیدایش نیروی برای اضافی در هنگام چرخش روتور در نزدیکی سطح زمین یا آب [18]

تأثیر تندبادها بر دور موتور

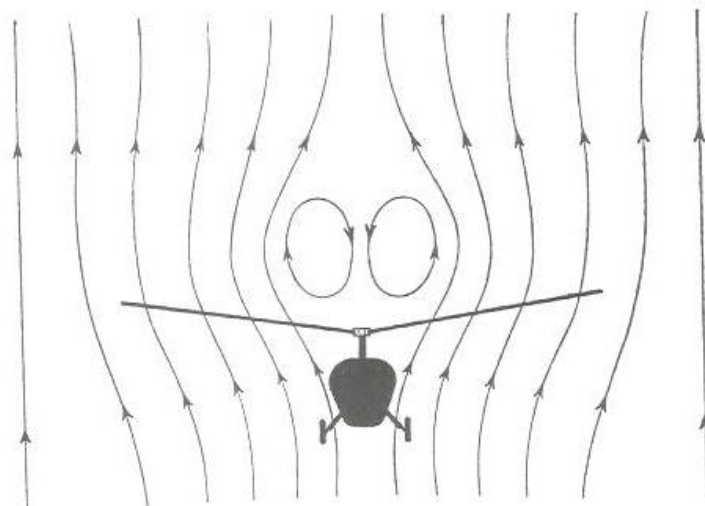
زمانی که یک هلی کوپتر در شرایط یکنواخت در حال پرواز است، یک تند باد بالا رونده باعث افزایش لحظه ای دور موتور می شود. به همین صورت، افزایش در شتاب ثقل در یک چرخش ناگهانی و یا اوجگیری ناگهانی پس از شیرجه اثر مشابه خواهد داشت. یک تند باد به سمت پائین اثر معکوس داشته، دور موتور لحظه ای کاهش می یابد.

برای جابجایی

برای جابجایی آن نیروی برای اضافه ای که در ورود به پرواز افقی به دلیل افزایش بازدهی سیستم روتور بدست می آید. سیستم روتور در پرواز پیشروی، نیروی برای بیشتری تولید می کند زیرا هوای ورودی به صفحه روتور دارای سرعت بیشتر و دبی جرمی بیشتری نسبت به پرواز ایستا دارا خواهد بود.

پدیده ی خود چرخشی^{۱۷}

هنگامی که روتور صرفاً به وسیله ی عبور هوا روی پره ها به حرکت درآید، در این حالت، روتور در وضعیت «خود چرخشی» خواهد بود. لذا تعریف خود چرخشی این است که: «فرآیند تولید نیروی برا با ایرفویل های چرخش آزاد بوسیله نیروی آیرودینامیکی حاصله از جریان هوا به سمت بالا» (شکل ۲-۱۷).



شکل ۲-۱۷- نمای جریان در حالت خود چرخشی یک هلی کوپتر [16]

خود چرخشی در هلی کوپتر های تحت یکی از شرایط ذیل به کار گرفته می شود:

- خلبان تمایل به فرود سریعتر از آنچه با اعمال قدرت به روتور می گردد، دارد.
- خلبان وضعیت فرود خود چرخشی را تمرین می کند.
- موتور از دست رفته و خلبان با استفاده از خاصیت خود چرخشی سعی می کند که فرود ایمنی را انجام دهد.

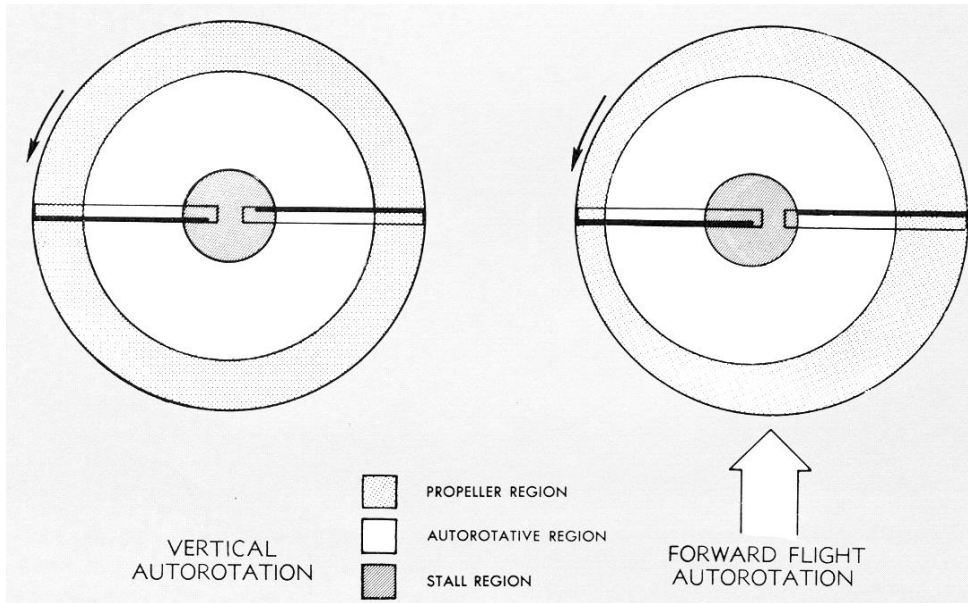
^{۱۷} Autorotation

• روتور دم از دست رفته (به ندرت رخ می دهد) و می بایست یک کاهش ارتفاع و فرود خود چرخشی انجام پذیرد تا اینکه از اثر گشتاور موتور جلوگیری شود.

برای اینکه روتور بدون نیروی موتور به اطراف چرخش کند، هوا می بایست از میان آن به سمت بالا حرکت کند. حال برای اینکه بدون نیاز به موتور، جریان هوا داشته باشیم، وسیله پرنده باید پائین بیاید. یک چرخ آزاد در بین موتور و جعبه دنده نصب گردیده که باعث می شود روتور بدون کاهش سرعت به وسیله یک موتور از کار افتاده به چرخش خود ادامه دهد.

چگونه خود چرخشی عمل می کند:

اصول خود چرخشی همانند چرخش آزاد پره های یک آسیاب بادی است که جریان هوا آن را به چرخش در می آورد. با وجود این که چرخش آزاد با زاویه گام منفی پره ها و خود چرخشی با زاویه مثبت انجام می پذیرد، به طور اصولی هر دو از لحاظ جریان باد نسبی و زاویه ی حمله مشابه هستند. قسمتی از پره های روتور که برای چرخش روتور نیرو تولید می کند در حدود ۲۵ تا ۷۰ درصد شعاع پره را تشکیل می دهد. به این بخش نام «ناحیه گرداننده یا خود گردان» اطلاق می گردد. هنگامی که موتور دیگر توانی به روتور ارسال نمی کند، نیروهای آیرودینامیکی در طول این بخش از پره چرخش آن را سرعت می بخشد. بخش ۲۵ درصد داخل پره که به آن «ناحیه واماندگی» اطلاق می گردد، در این حالت بالای زاویه حمله ماکسیمم مجاز عمل می کند؛ بنابراین برای کمی تولید اما پسای قابل توجهی ایجاد می کند. ۳۰ درصد خارجی شعاع پره که به «ناحیه گرداننده شونده» معروف است، در این حالت نیروهای آیرودینامیکی تولید می کند که تمایل به کند کردن نوک پره دارد. این نواحی به صورتی که در بالا شرح داده شد، برای خود چرخشی عمودی صادق است. در طول پرواز خود چرخشی پیشرو، حدود این نواحی همچنان که در شکل نشان داده به طرف چپ حرکت می کند. باید توجه کرد که هنگامی که موتور کار می کند و توان روتور را تامین می کند، جریان هوا از بالا به سمت پائین از صفحه روتور عبور می کند؛ اما هنگامی که هلی کوپتر در حال خود چرخشی است، جریان از پائین به بالاست. این جریان رو به بالاست که موجب خود چرخشی می گردد.



شکل ۲-۱۸- سهم بخش های مختلف پره در تولید برا و پسا [18]

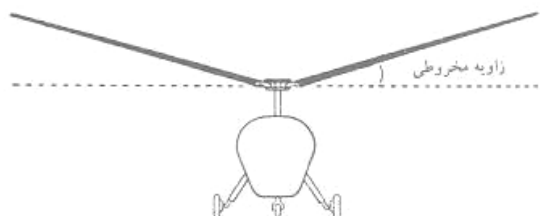
دور موتور (R.P.M) در هنگام خود چرخشی

دور موتور هنگامی که نیروهای خودگردان (جلو برنده) ناحیه گرداننده و نیروهای ضد خودگردان (پسا) ناحیه گرداننده شونده با هم برابر باشند. زمانی که یک هلی کوپتر از ارتفاعات بالا به طرف پائین می آید، دور روتور در وضعیت خود چرخشی به مراتب بیشتر از هنگامی است که در ارتفاع پائین تری باشد، مگر این که گام کلی پره ها اندکی افزایش داده شود. وسیله هوایی در ارتفاعات به دلیل تراکم کم هوا سریع تر فرود می آید. این بدان معنی است که زاویه حمله ی پره ها بیشتر خواهد بود. در این حالت بردار برآیند باد نسبی بیشتر از حد معمول به سمت جلوی خط عمود تمایل داشته و در این حالت پره ها شتاب خواهند گرفت تا زمانی وضعیت تعادل برقرار گردد.

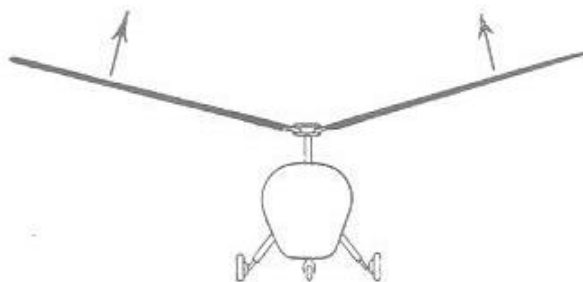
۱-۹- اطلاعات بیشتری در مورد روتور اصلی

حرکت مخروطی

معمولاً هنگامیکه هلی کوپتر در وضعیت پرواز ایستاست به جای اینکه پره های روتور در یک صفحه تخت دایره ای شکل چرخش کنند، در حرکت چرخشی خود یک مخروط نازک را می سازند. زاویه بین یکی از پره ها و صفحه ای که از توپی روتور می گذرد به عنوان «زاویه مخروطی» معروف است. (شکل ۲-۱۹)



شکل ۲-۱۹- زاویه مخروطی [16]



شکل ۲-۲۰- بلند شدن پره ها به سبب نیروی برا [16]

به سه دلیل پره ها بیشتر از حد معین به سمت بالا رانده نمی شود:

۱. نیروی گریز از مرکز
۲. نیروی ثقل اعمال شده بر روی پره ها
۳. صلبیت پره ها (این مورد فقط برای پره های صلب و نیمه صلب صادق است).

مهمترین این موارد، نیروی گریز از مرکز است (شکل ۲-۲۱).



شکل ۲-۲۱- پیدایش نیروهای گریز از مرکز [16]

با اعمال نیروی برا و گریز از مرکز روی یک پره، این پره در وضعیتی قرار می‌گیرد که تقریباً در جهت برآیند این دو نیروست. در اینجا اهمیت این که خلبان بتواند سرعت روتور را در حداقل نگه دارد، مشخص می‌شود. چنانچه دور موتور بسیار کم باشد، نیروی گریز از مرکز تا حدی کاهش می‌یابد که پره‌ها به حرکت به سمت بالا متمایل می‌شوند. (شکل ۲-۲۲) در این حالت، با کاهش مساحت صفحه موثر، هلی کوپتر نزول کرده و جریان هوای به سمت بالا از میان روتور باعث بالا کشیدن بیشتر پنجره‌ها گردیده تا جایی که امکان بازگشت آن میسر نخواهد بود.



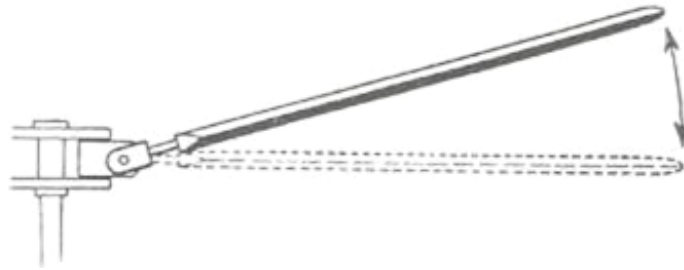
شکل ۲-۲۲- وضعیت پره‌ها در حالت دور بیش از حد پائین [16]

ازدیاد بیش از حد گام پره

زمانی که گام پره‌ها از حد معین افزایش یابد، نیروی پسا نیز به مقدار زیادی اضافه شده در حدی که موتور توان لازم را برای ادامه چرخاندن پره‌ها نخواهد داشت و در این وضعیت روتور سریعاً کاهش سرعت خواهد داد. به منظور اصلاح این حالت، گام پره می‌بایست سریعاً تقلیل یابد، در صورت درنگ در این کار، هلی کوپتر سریعاً نزول خواهد کرد.

بال زدن

تعریف بال زدن عبارت است از: حرکت نوسانی زاویه‌ای یک پره روتور حول یک محور تقریباً افقی. محور یا لولا، معمولاً تحت زاویه ۹۰ درجه نسبت به طول پره قرار داده می‌شود. در روتورهایی که روی قاب ژيروسکپی نصب می‌شوند، پره‌ها بصورت الاکلنگی حول قاب ژيروسکپی حرکت می‌کنند. (شکل ۲-۲۳)



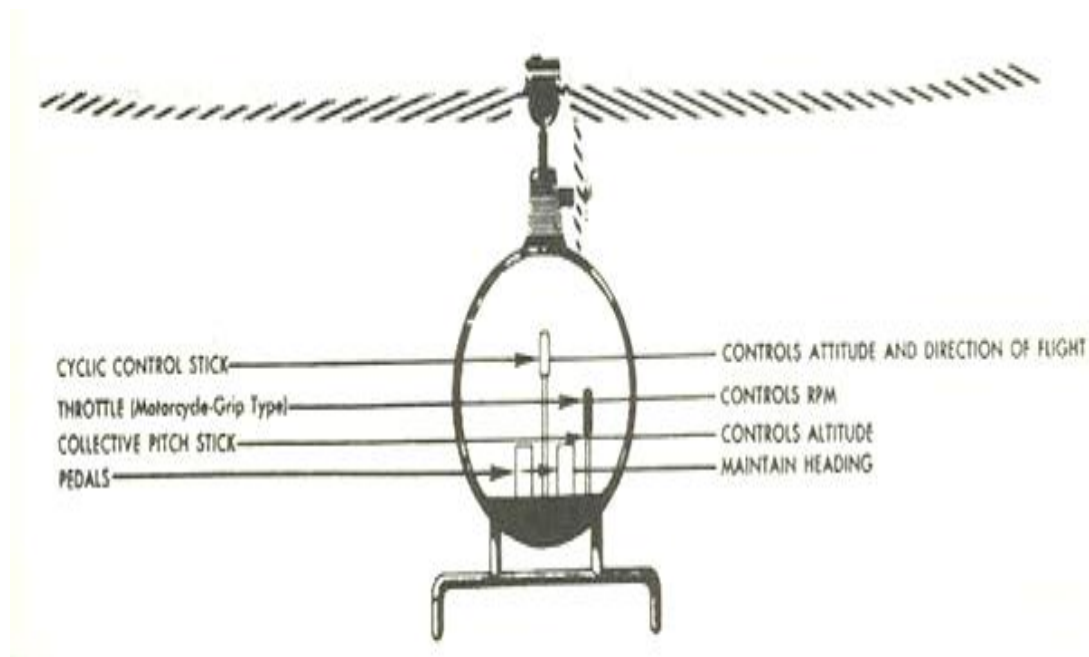
شکل ۲-۲۳ - بال زدن یک پره حول لولا [17]

حرکت بال زدن در نتیجه تغییرات تعادل سیکلی تعادل بین نیروهای برا، گریز از مرکز و اینرسی است. علاوه بر این در زمانی که روتور در یک صفحه ثابت می چرخد، برآیند این نیروها که به هر یک از این پره ها اعمال می شود مساوی خواهد بود. فقط در هنگامی که این برآیند ها به دلیلی مساوی نباشند صفحه روتور تغییر خواهد کرد.

۱-۱۰- عملکرد کنترل ها

خلبان هلی کوپتر در طول پرواز از ۴ کنترل استفاده می کند که عبارتند از: (شکل ۲-۲۴)

۱. دسته گام کلی
۲. دسته گاز
۳. پدال های ضد گشتاور
۴. دسته گام سیکلی



شکل ۲-۲۴ - کنترل های هلی کوپتر [18]

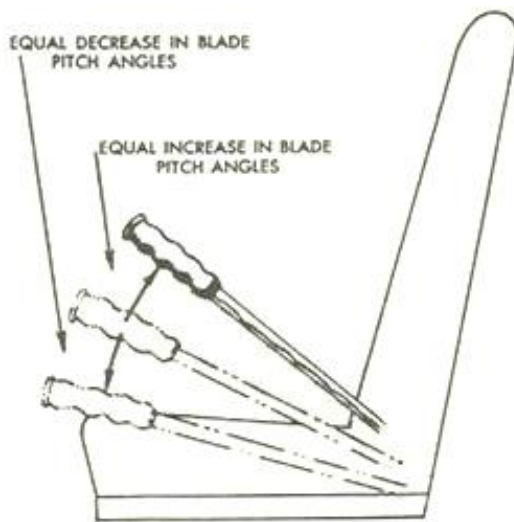
۱-۱۰-۱ - دسته گام کلی

دسته یا اهرم گام کلی در طرف چپ صندلی خلبان قرار گرفته و با دست چپ وی حرکت داده می شود. حرکات این دسته بصورت بالا و پائین حول قسمت پائینی دسته و بوسیله یک سری رابط های مکانیکی انجام می پذیرد و با این حرکات، زاویه پره ها تغییر می یابد. زمانی که دسته بالا برده می شود، یک افزایش همزمان و برابر در زاویه تمامی پره های روتور اصلی ایجاد می گردد و زمانی که دسته پائین برده می شود یک کاهش همزمان دو برابر در زاویه تمامی پره های روتور حاصل می شود. مقدار جابجایی این دسته، مقدار تغییر زاویه پره ها را تعیین می کند. (شکل ۲-۲۵)

هنگامی که زاویه پره های روتور تغییر می کند، زاویه حمله آنها نیز تغییر می یابد و نتیجتاً پسای وارد بر هر پره تغییر می کند. زمانی که زاویه حمله افزایش می یابد، پسا نیز افزایش می یابد و دور موتور تمایل به کاهش پیدا می کند، و بر عکس هنگامی که زاویه حمله کاهش می یابد، پسا کاهش یافته و دور موتور تمایل به افزایش دارد؛ بنابراین باید راهی یافت تا توان را به تناسب تغییرات پسا جبران کرد. این کار یعنی متعادل کردن تغییرات توان با تغییر پیچ پره ها توسط یک رابط اهرم گام کلی دسته گاز کنترل می گردد که بطور

خودکار در زمان پائین بردن دسته گام کلی، توان را کاهش می دهد و در زمان بالا بردن دسته گام، توان را افزایش می دهد.

اهرم گام کلی، همچنین کنترل مقدماتی برای ارتفاع می باشد. بالا بردن این اهرم سبب افزایش برای روتور و بواسطه رابط دندانان دار دسته گاز موجب افزایش توان موتور می گردد. بنابراین اهرم گام کلی، کنترل مقدماتی فشار منیفلد نیز می باشد.



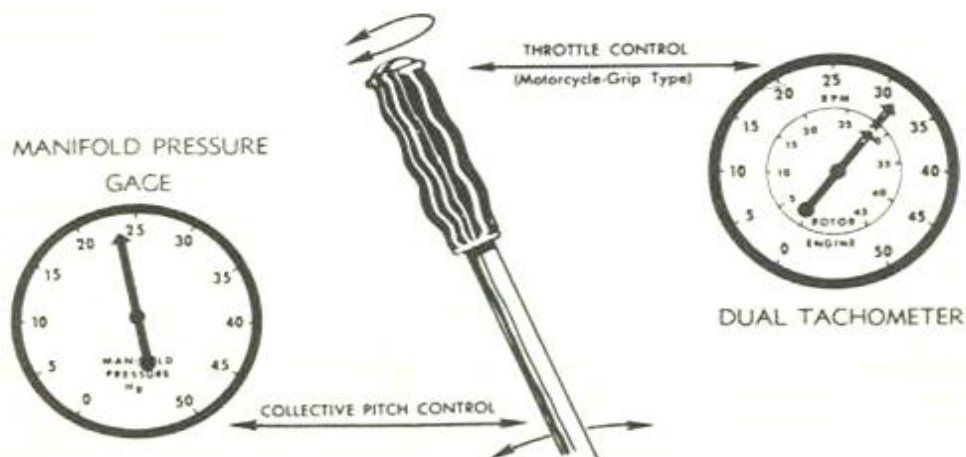
شکل ۲-۲۵- دسته یا اهرم گام کلی [18]

۱-۱۰-۲- دسته گاز

دسته گاز در انتهای جلوی اهرم گام کلی در هیبتی همانند گریپ پیچ موتور قرار دارد. کار آن منظم کردن دور موتور است. اگر واحد همزمان کننده اهرم گام کلی-دسته گاز هنگامی که تغییری در وضعیت دسته گام کلی داده می شود، به طور خودکار یک دور ثابت را برقرار نکند، گاز به طور دستی توسط گریپ پیچ تغییر می یابد تا بدین ترتیب تنظیم بیشتری در دور موتور حاصل آید. پیچاندن دسته گاز به طرف بیرون سبب افزایش دور و پیچاندن آن به سمت داخل سبب کاهش دور می گردد.

دسته گاز می بایست با اهرم گام کلی به نحوی هم آهنگ گردد که یک دور صحیح در روتور برقرار

گردد؛ بنابراین دسته گاز کنترل اصلی دور است. (شکل ۲-۲۶)



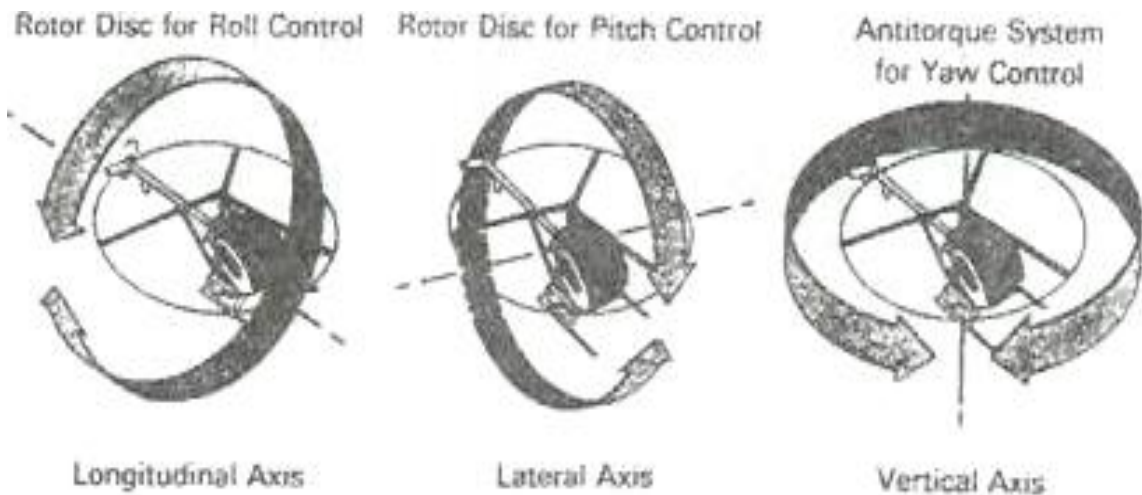
شکل ۲-۲۶- دسته گاز کنترل اصلی دور است [18]

هماهنگ کردن گام کلی - دسته گاز

گام کلی کنترل مقدماتی فشار منیفلد است و دسته گاز کنترل مقدماتی برای دور؛ از آن جا که اهرم گام کلی دور را نیز تغییر می دهد و دسته گاز فشار منیفلد را، هر یک به عنوان کنترل کمکی دیگری به شمار می آید. بنابراین خلبان باید هم گیج فشار منیفلد را کنترل کند و هم تاکومتر را (نشان دهنده دور) تا تعیین کند کدام کنترل را باید استفاده کند و به چه میزان.

۱-۱۰-۳- پدال های ضد گشتاور

نیروی جلوبرنده تولیدی توسط روتور دم توسط وضعیت پدال های ضد گشتاور کنترل می گردد. آن ها به یک مکانیسم تغییر گام در جعبه دنده روتور دم متصل شده اند تا بدین طریق به خلبان امکان کاهش یا افزایش گام روتور های دم را بدهند. هدف اصلی روتور دم و کنترل آن خنثی کردن تاثیر گشتاور حاصل از روتور اصلی است



شکل ۲-۲۷- حرکت صفحه روتور موجب حرکت چرخشی حول محور طولی و حرکت پیچشی حول محور عرضی می گردد. سیستم پاد گشتاور حرکت حول محور سمتی را کنترل می کند [17]

کنترل جهت گیری سر هلی کوپتر

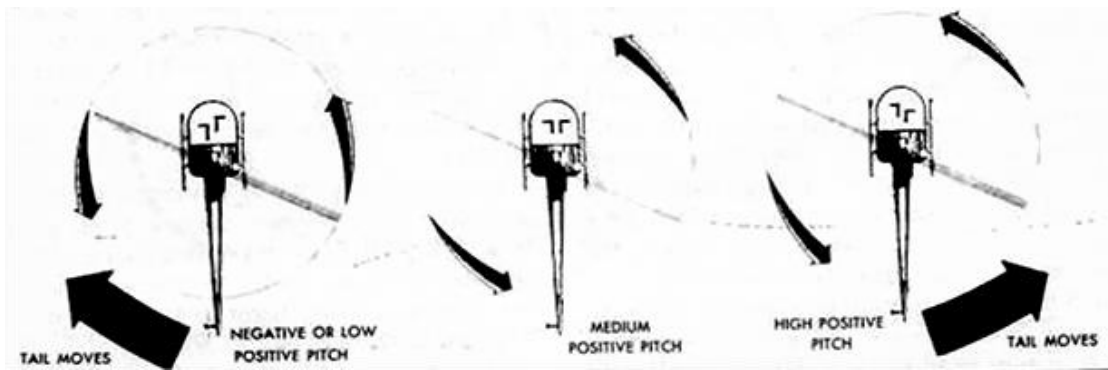
روتور دم و کنترل های آن نه تنها خلبان را قادر می سازند تا بر گشتاور روتور اصلی غلبه کند، بلکه کنترل جهت گیری سر هلی کوپتر را حین پرواز ایستایی و چرخش های ایستایی میسر می سازند. باید توجه گردد که در پرواز پیشروی برای کنترل جهت گیری سر، پدال ها مورد استفاده قرار نمی گیرند (به جز در موارد برخاست و تقرب در شرایط باد جانبی)، در عوض آنها برای جبران گشتاور به منظور نگه داشتن هلی کوپتر در حالت تعادل طولی و بنابراین برقراری پرواز متعادل (یعنی بدون لغزش) استفاده می شوند. از کنترل سیکلی نیز برای تغییر جهت گیری سر هلی کوپتر بواسطه ایجاد یک چرخش متعادل در جهت مطلوب استفاده می شود.

نیروی جلوبرنده روتور دم به زاویه گام پره ها و تا حدی به دور موتور بستگی دارد. زاویه گام پره های روتور میزان دبی جرمی هوایی را که از میان پره ها عبور می کند تعیین می کند. روتور دم ممکن است گام مثبت داشته باشد، که سبب می شود توده هوا به سمت راست هل داده شود و در نتیجه دم به سمت راست کشیده شود؛ یا ممکن است گام منفی داشته باشد که در این صورت هوا را به سمت چپ هل داده و موجب کشیده شدن دم به سمت چپ شود؛ یا ممکن است گام صفر داشته باشد که در این حالت هیچ نیروی جلوبرنده ای تولید نمی کند.

چنانچه پدال راست به وضعیت خنثی نزدیک تر باشد، روتور دم زاویه گام مثبت بیشتری خواهد داشت؛ و جایی در وسط روتور گام صفر خواهد داشت. چنانچه پدال چپ از وضعیت خنثی به جلو فشار داده شود، زاویه گام پره ها افزایش یافته تا جایی که به میزان ماکسیمم برسد. با یک زاویه گام منفی، نیروی تولیدی دم در همان جهتی کار می کند که گشتاور تولیدی روتور اصلی؛ با یک گام مثبت کوچک، روتور دم به اندازه کافی جهت غلبه بر گشتاور روتور اصلی نیرو تولید نمی کند؛ بنابراین دماغه هلی کوپتر به سمت راست خواهد چرخید. هنگامی که پدال ها در وضعیت خنثی هستند، روتور دم در یک زاویه میانه مثبت قرار دارند. در این حالت نیروی روتور دم به طور تقریبی برابر با گشتاور روتور اصلی در پرواز کروز است، با این ترتیب هلی کوپتر با جهت گیری سر ثابت پروازی تراز خواهد داشت. با پدال چپ در وضعیت جلو، روتور دم در وضعیت زاویه گام بسیار بالایی است. در این حالت نیروی دم بر گشتاور روتور اصلی افزون خواهد بود، بنابر این دماغه به سمت چپ چرخش خواهد کرد.

توضیحات بالا در مورد سرعت و توان حالت کروز صدق می کند. از آن جایی که میزان گشتاور به میزان توان موتور که به روتور اصلی انتقال می یابد بستگی دارد، وضعیت نسبی پدال ها که برای غلبه بر گشتاور روتور اصلی نیاز است، به میزان توانی که در هر زمان مصرف می شود وابسته است. به طور کلی هر چه توان کمتری استفاده شود، جابجایی پدال راست به سمت جلو بیشتر خواهد بود. هر چه توان بیشتری استفاده شود، جابجایی پدال چپ به سمت جلو بیشتر خواهد بود.

بیشینه زاویه گام مثبت به نوعی از بیشینه زاویه گام منفی در دسترس بزرگتر است. این به آن دلیل است که هدف اصلی از قرار دادن روتور دم غلبه بر گشتاور روتور اصلی است. قابلیت روتور دم در تولید نیروی چپ گرا (زاویه گام منفی) یک امر ضروری است، زیرا در هنگام پرواز خود چرخشی، پسای انتقالی تلاش در چرخاندن دماغه به سمت چپ دارد. (در همان جهت که روتور اصلی میل به گردش دارد.)



شکل ۲-۲۸- کنترل جهت گیری سر هلی کوپتر [19]

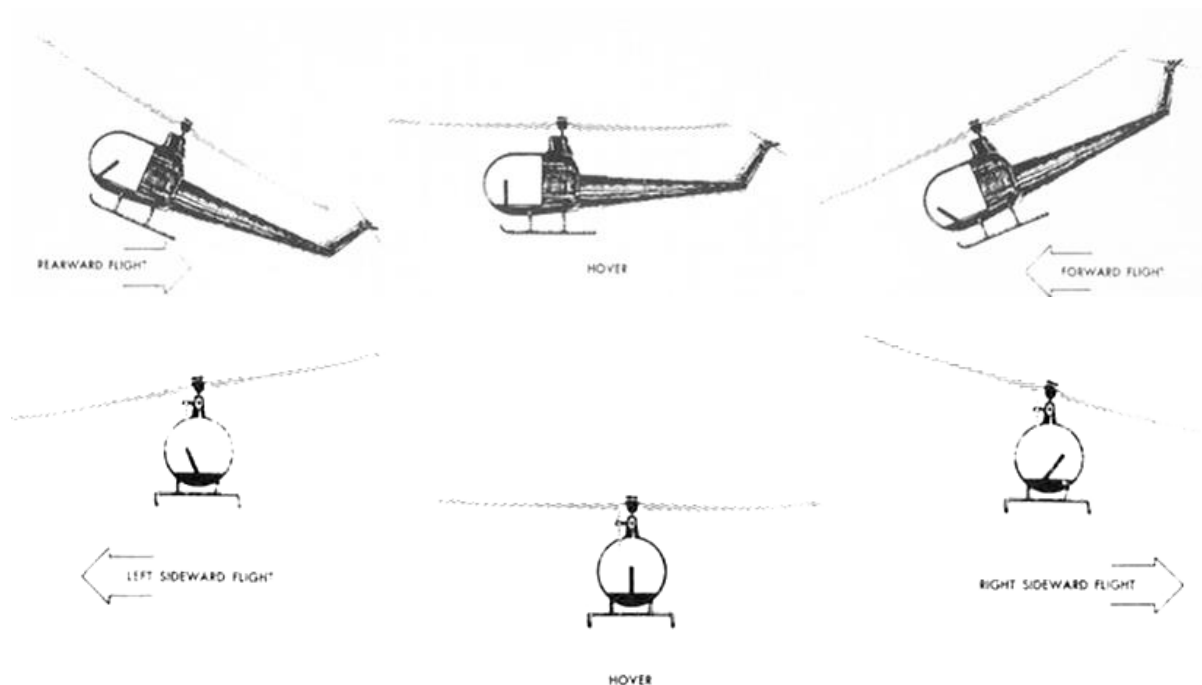
۱-۱۰-۴- کنترل گام سیکلی

همانطور که می دانیم نیروی کلی برا- جلوبرنده بر صفحه روتور اصلی عمود می باشد. هنگامی که این صفحه از حالت افقی خارج می گردد، نیروی برا- جلوبرنده به دو مولفه تقسیم می گردد: نیروی افقی، جلوبرنده، و نیروی رو به بالا، برا. هدف اهرم گام سیکلی منحرف کردن صفحه روتور از حالت افقی به منظور انجام حرکت افقی هلی کوپتر در جهت دلخواه است. با این کار، مولفه نیروی جلوبرنده هلی کوپتر را در جهتی که صفحه روتور خم شده است می کشد. اهرم گام سیکلی هیچ گونه تاثیری بر اندازه نیروی برا- جلوبرنده ندارد بلکه جهت آن را تغییر می دهد. صفحه روتور در همان جهت خم می شود که بر اهرم فشار وارد شده است. در صورتیکه دسته سیکلی به جلو برده شود، صفحه روتور به جلو منحرف می شود و در صورتیکه به عقب کشیده شود، صفحه روتور به عقب خم می شود.

بنابر این صفحه روتور همیشه در همان جهتی می چرخد که اهرم سیکلی جابجا شده است. رابط مکانیکی روتور و اهرم سیکلی باید به گونه ای عمل کند که بیشترین انحراف رو به پایین پره ها در جهت جابجایی دسته و بیشترین انحراف رو به بالا در جهت مخالف آن صورت پذیرد. در غیر این صورت خلبان خود باید میان جهت جابجایی اهرم گام و جهت انحراف صفحه روتور رابطه ایجاد کند.

همان طور که گفته شد این کار توسط یک مکانیسم رابط انجام می شود که زاویه گام پره را ۹۰ درجه پیش از آن که پره ها به وضعیت خمش اهرم سیکلی برسند کاهش و ۹۰ درجه پس از عبور پره ها از

وضعیت خمش اهرم سیکلی افزایش دهد. هر گونه ازدیاد در گام پره ها موجب افزایش برا و زاویه حمله پره ها می گردد و بدین ترتیب خمش صفحه روتور میسر می گردد.



شکل ۲-۲۹- رابطه وضعیت اهرم سیکلی و وضعیت صفحه روتور و حرکت هلی کوپتر [18]

در تهیه متن این فصل از منابع [16-19] استفاده شده است.

فصل سوم:

خطي سازي فيديكي

۱-۱۱- مقدمه

در صنعت، بیشتر دستگاهها یا پروسه ها با استفاده از کنترلرهای PID کنترل می شوند. پارامترهای دستگاه به صورت آنلاین، با هدف رسیدن به محدوده تعیین شده از کارایی، تنظیم می شوند. اما، در بعضی کاربردها مانند هوانوردی، رباتیک یا ماشین های پیچیده، کنترل بسیار دقیق مورد نیاز است. در این مواقع استراتژی کنترل سطح بالا مورد نیاز است. برای این منظور با هدف توصیف ریاضی وار رفتار سیستم، سیستم نیاز دارد اول مدل شود. مدل سیستم می تواند زمان پیوسته، زمان گسسته، هیبرید (شامل هر دو عامل زمان گسسته و زمان پیوسته)، اتفاقی، جبری، استاتیک، دینامیک و ... باشد.

برای سیستم دینامیکی زمان پیوسته، مدل ریاضی دستگاه از مجموعه ای از معادلات دیفرانسیل و جبری تشکیل شده که ورودی های سیستم را به خروجی های سیستم ارتباط می دهد. دو کلاس مهم مدل های ریاضی برای سیستم های زمان پیوسته در متون مشخص شده اند: مدل های خطی و مدل های غیرخطی. آنالیز و کنترل مدل های خطی به طور وسیعی در متون علمی آورده شده و ابزارهای تئوری قوی هم برای پوشش این کلاس از مدل ها توسعه یافته است. ولی در مورد مدل های غیرخطی ابزارهای تئوری برای آنالیز و کنترل محدود هستند، بنابراین اغلب مواقع به منظور آنالیز آسانتر، استفاده از مدل های خطی برای توصیف سیستم های غیرخطی ترجیح داده می شود، اما چنانچه وظایف یک سیستم کنترل شامل محدوده ای گسترده و یا حرکاتی با سرعت بالا باشد، اثرات غیرخطی در دینامیک ها با اهمیت می شوند و لذا کنترل غیرخطی^{۱۸} برای دستیابی به عملکرد مطلوب لازم است.

^{۱۸} Nonlinear control

به طور کلی، وظایف سیستم های کنترل را می توان به دو دسته تقسیم کرد: تنظیم^{۱۹} (یا پایدارسازی) و ردیابی^{۲۰} (یا سرو). در مسایل پایدارسازی، یک سیستم کنترل به نام پایدارساز، بایستی طوری طراحی شود که حالت سیستم حلقه بسته حول یک نقطه تعادل پایدار شود، به عنوان مثال می توان کنترل ارتفاع هواپیما را نام برد. در مسایل ردیابی، هدف از طراحی ساخت یک کنترل کننده به نام ردیاب، به صورتی است که خروجی سیستم یک مسیر متغییر با زمان را ردیابی کند. مسئله وادار کردن یک هواپیما به پرواز در امتداد یک مسیر مشخص شده از نوع کنترل ردیابی است.

موارد بسیاری در کنترل وجود دارد که مستلزم استفاده از کنترل پسخور^{۲۱} می باشد، مواردی مانند آنچه که در بالا گفته شد (پایدارسازی و ردیابی) و یا موارد دیگر (حذف یا تضعیف اغتشاش) موجب پدید آمدن مسائل گوناگونی در کنترل می شود. در هر یک از این مسائل یا با شکلی از پسخور حالت مواجهیم که به کمک آن می توان همه متغیرهای حالت را اندازه گرفت و یا با شکلی از پسخور خروجی که در آن فقط می توان بردار خروجی ای را اندازه گرفت که ابعاد آن به طور معمول کوچکتر از ابعاد حالت است. علاوه بر این در مسائل کنترل اهداف دیگری نیز برای طراحی مد نظر است که به عنوان نمونه می توان از برآورده ساختن خواسته های ویژه در پاسخ گذرا و یا تأمین قیدهای خاص بر ورودی نام برد.

ممکن است این خواسته ها در تضاد با هم باشند و لازم باشد طراح مصالحه ای میان آنها به وجود آورد؛ در این صورت بهینه کردن این مصالحه طراحی، مسأله را به فرمولبندیهای مختلفی در کنترل بهینه رهنمون می سازد. چنانچه عدم قطعیت مدل را نیز در نظر بگیریم، مباحث حساسیت و قوام به میان می آید. تلاش برای طراحی کنترل پسخور، که توانایی مقابله با محدوده وسیعی از عدم قطعیت مدل را داشته باشد، موجب بروز فرمولبندیهای خاصی در کنترل مقاوم و کنترل تطبیقی می گردد. در کنترل مقاوم، عدم قطعیت مدل را به عنوان آشفتگی نسبت به مدل نامی در نظر می گیریم، بدین معنا که می توان مدل نامی را به عنوان نقطه ای از فضا و مدل های آشفته را به صورت نقاط گوئی در فضا در نظر گرفت که آن نقطه را نیز در بر می

^{۱۹} Set point

^{۲۰} Tracking

^{۲۱} Feedback control

گیرد، در این صورت کنترل مقاوم در پی آن است که بتواند برای همه مدلهای موجود در گوی عدم قطعیت را برآورده سازد. از سوی دیگر کنترل تطبیقی، عدم قطعیت را به صورت جمله هایی از پارامترهای معین اما مجهول پارامتریزه نموده، تلاش می کند به کمک پسخور این پارامترها را به صورت بیدرنگ یاد بگیرد. علاوه بر این باید اشاره کرد فرمولبندیهای ویژه ای نیز وجود دارد که از ترکیب کنترل مقاوم و کنترل تطبیقی بدست می آید. بررسی خود را با روش طراحی خطی سازی پسخور آغاز می کنیم.

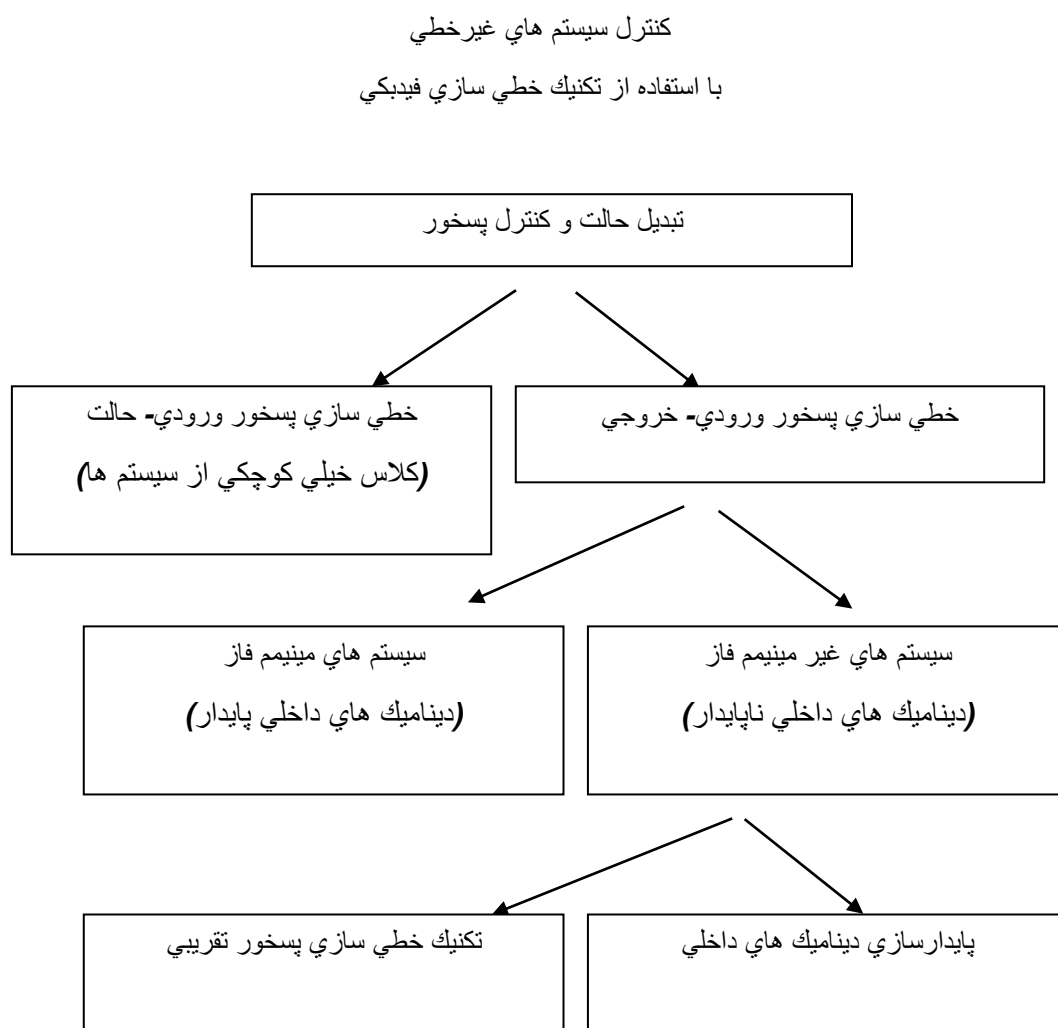
۱-۱۲- خطی سازی فیدبکی

همانطور که می دانیم گام اول در طراحی یک سیستم کنترل در یک فرآیند فیزیکی به دست آوردن یک مدل معنی دار از فرآیند است، یعنی مدلی که دینامیک های کلیدی فرآیند را در محدوده عملکرد مطلوب دارا باشد. مدلهای سیستم های فیزیکی، بسته به روش مدلسازی و فرضیه ها، به شکلهای مختلفی است. اما بعضی شکلهای خود را به شکل ساده تری به طراحی کنترل کننده متکی می کنند. خطی سازی فیدبکی به روشهای تبدیل مدلهای اصلی سیستم به مدلهای معادل به شکل ساده تری می پردازد.

خطی سازی فیدبکی یک روش طراحی کنترل غیرخطی است که در سالهای اخیر علاقه تعداد زیادی از محققان را به خود جلب کرده است. ایده اصلی این روش این است که دینامیک های سیستم غیرخطی (به طور کامل یا جزئی) به خطی تبدیل شوند، طوری که بتوان از روشهای کنترل خطی استفاده کرد. روش های خطی سازی فیدبکی را می توان روشی در تبدیل مدلهای اصلی سیستم به مدل های معادل به شکل ساده تر در نظر گرفت. بنابراین، آنها را می توان در توسعه کنترل کننده های غیرخطی تطبیقی یا مقاوم نیز استفاده کرد.

خطی سازی فیدبکی به طور موفقیت آمیزی در حل مسائل کنترل عملی به کار گرفته شده است. این مسائل شامل هلی کوپترها، هواپیماهای با عملکرد پیشرفته، روباتهای صنعتی و ابزار زیست پزشکی است. اما چند نقیصه و محدودیت نیز با روش خطی سازی فیدبکی همراه است. این مسائل هنوز از موضوعات مهم تحقیقات جاری است.

کنترل سیستم های غیرخطی با استفاده از تکنیک خطی سازی فیدبکی در نمودار شکل ۳-۱ خلاصه شده است.



شکل ۳-۱- تکنیک خطی سازی فیدبکی در کنترل سیستم های غیرخطی

البته خطی سازی فیدبکی قادر به اعمال به تمام سیستم ها نیست، در سالهای ۱۹۸۰ و ۱۹۸۲، Respondek و Jakubczyk [20] و Su [21] شرط خطی سازی فیدبکی را ارائه کردند. روش خطی سازی تقریبی به عنوان یک روش تعمیم یافته در کنار خطی سازی دقیق در بسیاری مقالات مورد مطالعه قرار گرفته است [22], [23], [24], [25]. در طی دهه های اخیر نیز، تئوری هندسه دیفرانسیلی، ابزار قدرتمندی را برای طراحی سیستماتیک سیستم های فیدبک غیرخطی فراهم آورده است [26], [27], [28], [29]. همچنین تحقیقاتی نیز در مورد قابلیت خطی سازی شدن سیستم های غیرخطی گسسته توسط Grizzle

[30] و Lee [31] انجام پذیرفته است. در واقع روش خطی سازی فیدبکی به یک روش مورد علاقه در کنترل سیستم های غیرخطی تبدیل شده است [32], [33], [34].

در این فصل دسته ای از سیستم های غیرخطی به شکل زیر را در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (1-3)$$

و این پرسش را مطرح می کنیم که آیا می توان کنترل پسخور حالت

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (2-3)$$

و نیز تغییر متغیر

$$z = T(x)$$

را چنان یافت که سیستم را به سیستم خطی معادل تبدیل کرد؟

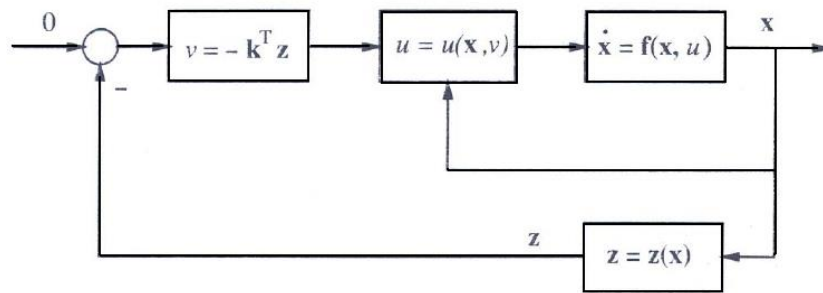
۱-۱۲-۱- خطی سازی ورودی - حالت

مسئله طراحی ورودی کنترل u را در یک سیستم غیرخطی به شکل زیر در نظر بگیرید

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (3-3)$$

روش خطی سازی ورودی حالت این مسئله را در دو مرحله حل می کند:

اول، یک تبدیل حالت $z = z(x)$ و یک تبدیل ورودی $u = u(x, v)$ چنان پیدا می کنیم که دینامیک های سیستم غیرخطی تبدیل به یک دینامیک خطی نامتغیر با زمان معادل به شکل آشنای $\dot{z} = Az + bv$ شود. دوم، از روشهای استاندارد خطی (مانند جایگذاری قطب) در طراحی v استفاده می کنیم. سیستم حلقه بسته تحت کنترل قانون کنترلی خطی سازی ورودی حالت در نمودار بلوکی شکل ۳-۲ نشان داده شده است. در این سیستم کنترل، می توان دو حلقه را مشاهده کرد، حلقه داخلی که برای دستیابی به خطی سازی رابطه ورودی حالت است و حلقه خارجی که برای رسیدن به پایداری دینامیکهای حلقه بسته است. در حقیقت ورودی کنترل ترکیبی از یک قسمت حذف غیرخطی و یک جبران کننده خطی است.



شکل ۳-۲- خطی سازی ورودی- حالت [27]

چند نکته را می توان در مورد قانون کنترل فوق متذکر شد:

- خطی سازی ورودی حالت با ترکیبی از یک تبدیل حالت و یک تبدیل ورودی و با به کارگیری پسخور حالت در هر دو بدست می آید. بنابراین، این کار یک خطی سازی توسط پسخور یا خطی سازی پسخوری است. این روش کاملاً متفاوت از روش خطی سازی ژاکوبی است که محدوده کار کوچک کنترل خطی بر اساس آن است.
- برای پیاده سازی این قانون کنترل، مولفه های حالت جدید بایستی در دسترس باشد. اگر آنها از نظر فیزیکی معنی دار نباشد یا نتوان آنها را مستقیماً اندازه گیری کرد، حالت اصلی بایستی اندازه گیری و به وسیله آن این حالات را محاسبه کرد.
- بنابراین، در حالت کلی ما هم برای طراحی کنترل کننده و هم در محاسبات به مدل سیستم اتکا می کنیم. اگر در مدل عدم قطعیت^{۲۲} وجود داشته باشد، این عدم قطعیت باعث ایجاد اشتباه هم در محاسبات حالت جدید و هم در ورودی کنترل می شود.
- کنترل ردیابی را هم می توان در نظر گرفت. اما، حرکت دلخواه را بایستی برحسب بردار حالت جدید کامل مشخص کرد. ممکن است در تبدیل مختصات حرکت دلخواه (برحسب متغیرهای خروجی فیزیکی) به مشخصات بر حسب حالت های جدید، مستلزم محاسبات پیچیده ای باشد. با توجه به طراحی موفقیت آمیز فوق، جالب است که ایده خطی سازی ورودی حالت را به سیستم های غیرخطی عمومی گسترش دهیم.

^{۲۲} Uncertainty

هنگامی که در مورد چنین تعمیمی می اندیشیم، دو سوال پیش می آید:

- چه دسته از سیستم های غیرخطی را می توان به سیستم های خطی تبدیل کرد؟
- چگونه تبدیل مناسب را در آنها که قابل تبدیل هستند، بیابیم؟

۱-۱۲-۲- خطی سازی ورودی- خروجی

هنگامی که متغیرهای خروجی خاص مد نظر باشد مانند مسائل کنترل ردیابی مدل حالت به شکل معادلات حالت و خروجی بیان می شود. در این حالت شیوه پیش گفته در خطی سازی حالت، الزاماً به خطی سازی معادله خروجی منجر نمی گردد.

اجازه دهید اکنون به بررسی مسئله کنترل ردیابی پردازیم. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{۴-۳}$$

و فرض کنید که هدف ما وادار نمودن خروجی $y(t)$ به ردیابی مسیر دلخواه $y_d(t)$ است در حالی که حالت کامل کراندار حفظ شود، و فرض می شود که $y_d(t)$ و مشتقات آن تا یک مرتبه نسبتاً کافی معلوم و کراندار است. یک مشکل شهودی این مدل این است که خروجی y تنها به طور غیر مستقیم، از طریق متغیر حالت x و معادلات حالت غیرخطی (۴-۳)، با ورودی u ارتباط دارد. لذا به سادگی نمی توان دید که چگونه ممکن است ورودی u در کنترل رفتار ردیابی خروجی y طراحی شود. اما می توان حدس زد که اگر بتوانیم یک رابطه مستقیم و ساده بین خروجی سیستم y و ورودی کنترل u بیابیم مشکل طراحی کنترل ردیابی را می توان تقلیل داد. در حقیقت این ایده شالوده پایه شهودی را در به اصطلاح روش خطی سازی ورودی خروجی در طراحی کنترل غیرخطی تشکیل می دهد.

برای مثال سیستم مرتبه سوم زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \sin x_2 + (x_2 + 1)x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_1^5 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_1^2 + u \\ y &= x_1\end{aligned}\tag{۵-۳}$$

برای ایجاد یک رابطه مستقیم بین خروجی y و ورودی u باید از خروجی y مشتق گرفته تا ورودی u در

آن ظاهر شود

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = \sin x_2 + (x_2 + 1)x_3 \quad (۳-۶)$$

$$\ddot{y} = (x_2 + 1)\dot{u} + f_1(x) \quad (۳-۷)$$

$$f_1(x) = (x_1^5 + x_3)(x_3 + \cos x_2) + (x_2 + 1)x_1^2 \quad (۳-۸)$$

حال اگر ورودی کنترل را به شکل زیر در نظر بگیریم

$$u = \frac{1}{x_2 + 1}(v - f_1) \quad (۳-۹)$$

که در آن v یک ورودی جدید است که باید تعیین شود عوامل غیرخطی (۳-۷) حذف شده است و یک رابطه

انتگرالگیری دو گانه خطی ساده بین خروجی و ورودی جدید v بدست می آوریم

$$\ddot{y} = v \quad (۳-۱۰)$$

با در نظر گرفتن خطای ردیابی به صورت $e = y(t) - y_d(t)$ و انتخاب ورودی جدید v به شکل زیر:

$$v = \ddot{y}_d - k_1 e - k_2 \dot{e} \quad (۳-۱۱)$$

که در آن k_1 و k_2 ثابتهای مثبت اند، خطای ردیابی سیستم حلقه بسته عبارت است از

$$\ddot{e} + k_2 \dot{e} + k_1 e = 0 \quad (۳-۱۲)$$

که بیانگر یک دینامیک خطای پایدار نمایی است

البته توجه کنید که

- قانون کنترل در همه جا بجز نقاط تکین مثل $x_2 = -1$ تعریف شده است

- اندازه گیری حالت کامل در پیاده سازی قانون کنترل ضروری است

این روش را می توان در بسیاری از سیستم ها اعمال کرد. چنانچه لازم باشد برای ایجاد یک رابطه صریح

بین خروجی y و ورودی u از خروجی یک سیستم r بار مشتق می گیریم تا ورودی ظاهر شود، در این

حالت گفته می شود سیستم مرتبه نسبی r دارد.

در این لحظه ممکن است چنین احساس کنیم که مسئله طراحی کنترل ردیابی مطرح شده حل شده است. اما، بایستی بخاطر بیاوریم که (۳-۱۲) تنها قسمتی از دینامیک های حلقه بسته را به حساب آورد، زیرا تنها از مرتبه ۲ است، در حالی که دینامیک های کامل از مرتبه ۳ است. بنا بر این یک قسمت از دینامیک های سیستم در خطی سازی ورودی خروجی "مشاهده ناپذیر" شده است. این قسمت دینامیک، دینامیک داخلی نامیده می شود. اگر این دینامیک های داخلی پایدار باشد، به راستی که مسئله کنترل ردیابی کامل شده است در غیر این صورت، کنترل کننده ردیابی فوق عملاً بی معنی است، چونکه ناپایداری داخلی موجب پدیده های نامطلوبی مانند سوزاندن فیوزها یا نوسانات شدید اجزای مکانیکی می شود.

بالاخره، تأکید می کنیم که، اگر چه انگیزه خطی سازی ورودی خروجی در مفهوم ردیابی خروجی است؛ آن را می توان به مسائل پایداری نیز اعمال کرد. در این راستا می توان به دو نکته مفید درباره استفاده از خطی سازی ورودی- خروجی در طراحی پایداری اشاره کرد: اول، در مسئله پایداری، دلیلی وجود ندارد که انتخاب خروجی $y = h(x)$ محدود شود به یک کمیت معنا دار فیزیکی. دوم، اینکه انتخابهای مختلف تابع خروجی به دینامیک های داخلی متفاوتی منجر می شود، پس بایستی تابع خروجی طوری انتخاب شود که دینامیک داخلی آن پایدار باشد.

باید اذعان کنیم، بسیار مشکل است که مستقیماً پایداری دینامیک های داخلی را تعیین کرد، زیرا این دینامیک ها، غیرخطی، نا خودگردان و متصل به دینامیک های خارجی حلقه بسته اند. اگر چه یک تحلیل لیاپانوف یا شبه لیاپانوف ممکن است در سیستم مفید باشد. بنابراین، طبیعتاً می خواهیم راههای ساده تری برای تعیین پایداری دینامیک های داخلی بیابیم.

دینامیک های صفر

چون در سیستم های خطی پایداری دینامیکهای داخلی به سادگی بوسیله مکان صفرها تعیین می شوند، جالب است که ببینیم آیا این ارتباط قابل گسترش به سیستم های غیرخطی نیز هست یا خیر؟ بسط اصطلاح صفرها به سیستم های غیرخطی کار ساده ای نیست. تابع تبدیل را، که صفرهای سیستم خطی بر مبنای آن است، نمی توان در سیستم های غیرخطی تعریف کرد. به علاوه صفرها از خواص ذاتی سیستم

های خطی اند، در حالی که در سیستم های غیرخطی پایداری دینامیک های داخلی ممکن است به ورودی کنترل بخصوصی بستگی داشته باشد.

یک روش برای گام برداشتن به سوی حل این مشکل این است که چیزی که اصطلاحاً دینامیک های صفر نامیده می شود را در یک سیستم غیرخطی تعریف نماییم. دینامیک های- صفر، دینامیک های داخلی سیستم تعریف می شود هنگامی که خروجی سیستم به وسیله ورودی آن صفر نگه داشته می شود. در سیستم های خطی چنانچه تمامی صفر ها در نیمه سمت چپ صفحه مختلط قرار گرفته باشد، پایداری مجانبی کلی دینامیک های- صفر تضمین می شود.

دلیل تعریف و بررسی دینامیکهای صفر این است که می خواهیم راه ساده تری برای تعیین پایداری دینامیک های داخلی بیابیم. در سیستم های خطی، پایداری دینامیک های- صفر پایداری کلی دینامیک های داخلی را ایجاب می کند. اما در سیستم های غیرخطی، ارتباط چنین واضح نیست. برای مسئله پایداری، می توان نشان داد که پایداری مجانبی محلی دینامیک های صفر برای تضمین پایداری مجانبی محلی دینامیک های داخلی کافی است. اما بر عکس موارد خطی، هیچ گونه نتیجه ای در پایداری کلی و یا حتی پایداری در محدوده وسیع نمی توان برای دینامیک های داخلی سیستم های غیرخطی بدست آورد، یعنی اینکه، تنها پایداری محلی در دینامیک های داخلی تضمین می شود، حتی اگر دینامیک های صفر پایدار نمائی کلی باشد.

مشابه مورد خطی، یک سیستم غیرخطی را که دینامیک های صفر آن پایدار مجانبی باشد، سیستم مینیمم-فاز مجانبی می نامیم.

دو نکته مفید را می توان در مورد دینامیک های- صفر سیستم های غیرخطی متذکر شد. اول، اینکه دینامیک های- صفر یک خاصیت ذاتی سیستم غیرخطی است، که به نوع انتخاب قانون کنترل یا مسیرهای دلخواه بستگی ندارد. دوم، آزمایش پایداری دینامیک های- صفر بسیار ساده تر از آزمایش پایداری دینامیک های داخلی است، زیرا که دینامیک های- صفر تنها به حالتهای داخلی مربوط می شود در حالی که دینامیک های داخلی به دینامیک های بیرونی و مسیرهای خواسته شده بستگی دارد.

۱-۱۳- دیدگاه هندسه دیفرانسیلی

بحث را با اشاره به برخی ابزارهای هندسه دیفرانسیلی آغاز و سپس این ابزار را به خطی سازی ورودی خروجی و خطی سازی ورودی حالت اعمال می کنیم؛ ضمناً به منظور سادگی و وضوح، توجه خود را به سیستم های تک ورودی- تک خروجی معطوف می نماییم.

۱-۱۳-۱- ابزارهای هندسه دیفرانسیلی

همه توابع مورد استفاده در تعاریف آتی، نسبت به آرگومانهایشان هموار فرض می شوند؛ بدین معنا که مشتقات جزئی پیوسته تا هر مرتبه ای هستند.

۱. میدان برداری: تابع برداری $f: R^n \rightarrow R^n$ را یک میدان برداری R^n می نامیم.

۲. دیفرانسیل: فرض کنید داشته باشیم $h: R^n \rightarrow R$ ، دیفرانسیل h هم میدان برداری است که با رابطه ذیل تعریف می شود.

$$dh = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial h}{\partial x_n} \right]$$

مشتق لی: اگر $h: R^n \rightarrow R$ و $f: R^n \rightarrow R^n$ باشد، مشتق لی h نسبت به f (یا در امتداد f)، که با

$L_f h$ نشان داده می شود، عبارت است از:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x)$$

توجه شود حاصل مشتق لی، یک عبارت اسکالر است. این تعریف مشابه مفهوم مشتق h در امتداد مسیرهای حالت سیستم $\dot{x} = f(x)$ است. علاوه بر این می توان نمادهای جدیدی را برای راحتی محاسباتی که مشتق را نسبت به همان میدان برداری یا میدان برداری جدید انجام می دهد، به کار برد؛ برای مثال می توان از نمادهای زیر استفاده کرد.

$$L_g L_f h(x) = \frac{\partial(L_f h)}{\partial x} g(x)$$

$$L_f^2 h(x) = L_f L_f h(x) = \frac{\partial(L_f h)}{\partial x} f(x)$$

$$L_f^k h(x) = L_f L_f^{k-1} h(x) = \frac{\partial(L_f^{k-1} h)}{\partial x} f(x)$$

$$L_f^0 h(x) = h(x)$$

کروشه لی: فرض کنید f و g دو میدان برداری روی R^n باشند. کروشه لی f و g که با $[f, g]$ نمایش

داده می شود، میدان برداری سومی است که به شکل ذیل تعریف می گردد:

$$ad_f g = [f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x)$$

که $[\partial g / \partial x]$ و $[\partial f / \partial x]$ ماتریس های ژاکوبی هستند. می توان کروشه گرفتن g را با f تکرار کرد؛

نمادهای زیر این روند را ساده می کند:

$$ad_f^0 g(x) = g(x)$$

- دو خطی: فرض کنید f_1, f_2, g_1, g_2 میدانهای برداری و r_1, r_2 نیز اعدادی حقیقی باشند، در این

صورت:

$$[r_1 f_1 + r_2 f_2, g] = r_1 [f_1, g] + r_2 [f_2, g]$$

$$[f_1, r_1 g_1 + r_2 g_2] = r_1 [f_1, g_1] + r_2 [f_1, g_2]$$

- جابجایی چپ :

$$[f, g] = -[g, f]$$

- اتحاد ژاکوبی: اگر f و g میدانهای برداری و h تابعی با مقدار حقیقی باشد، آنگاه:

$$L_{[f, g]} h(x) = L_f L_g h(x) - L_g L_f h(x)$$

تعریف: یک تابع $\phi: R^n \rightarrow R$ ، تعریف شده در ناحیه Ω ، هموار ریختی نامیده می شود، اگر که هموار

باشد و معکوس آن ϕ^{-1} نیز وجود داشته باشد.

اگر ناحیه Ω تمامی صفحه R^n باشد، آنگاه $\phi(x)$ هموارریختی کلی نامیده می شود. هموارریختیهای کلی نادرند و لذا ما به دنبال هموارریختیهای موضعی هستیم. با داشتن یک تابع غیرخطی $\phi(x)$ ، و با استفاده از لم زیر، به راحتی کنترل می کنیم که آیا یک تابع هموارریختی موضعی است یا نه.

لم: تابع هموار $\phi(x)$ تعریف شده در یک ناحیه Ω در R^n را در نظر بگیرید. اگر ماتریس ژاکوبی $\nabla\phi$ در یک نقطه $x = x_0$ از Ω ناتکینه باشد، آنگاه $\phi(x)$ هموارریختی در یک زیر ناحیه از Ω تعریف می کند.

تعریف: یک مجموعه مستقل خطی از میدانهای برداری $\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ را غیر پیچشی گویند، اگر و

تنها اگر، توابع اسکالر $\alpha_{ij} : R^n \rightarrow R$ طوری وجود داشته باشد که

$$[f_i, f_j](x) = \sum_{k=1}^m \alpha_{ijk}(x) f_k(x) \quad \forall i, j \quad (14-3)$$

به زبان ساده تر یعنی اگر ما گروه لی هر جفت از میدانهای برداری از مجموعه $\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ تشکیل دهیم، آنگاه میدان برداری حاصل را می توان به صورت یک ترکیب مستقل از میدانهای برداری اصلی بیان کرد.

توجه نمایید که

- میدانهای برداری ثابت همیشه غیر پیچشی است. در حقیقت، گروه لی دو بردار ثابت به سادگی بردار صفر است، که می توان به سادگی آن را بر حسب ترکیب خطی میدانهای برداری نوشت.

- یک مجموعه متشکل از یک بردار f غیر پیچشی است.

بردار درجه نسبی:

گفته می شود یک سیستم دارای بردار درجه نسبی $\{r_1, \dots, r_m\}$ در نقطه $x = x_0$ است اگر:

$$L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0 \quad \text{برای تمام } 1 \leq j \leq m, 1 \leq i \leq m \quad (1)$$

و $k \leq r_i - 1$ در تمام x های همسایگی x_0 .

(۲) ماتریس $m \times m$

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

در $x = x_0$ ناپیوسته باشد ("L" بیانگر مشتق لی می باشد).

حال با استفاده از ابزارهای هندسه دیفرانسیلی، خطی سازی پسخور را به طور مدون تر بررسی می کنیم.

۱-۱۴- خطی سازی ورودی- حالت در سیستم های تک ورودی- تک خروجی:

حال، خطی سازی ورودی-حالت را در سیستم های تک- ورودی توصیف شده با معادلات حالت زیر

بررسی می کنیم:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (۱۵-۳)$$

تعریف خطی سازی ورودی حالت:

تعریف: یک سیستم غیرخطی تک- ورودی به فرم (۱۵-۳)، با $f(x)$ و $g(x)$ به عنوان میدانهای

بردارای هموار بر روی R^n ، قابل خطی سازی ورودی-حالت گویند اگر در ناحیه Ω در R^n ، $\phi: R^n \rightarrow R$

هموار یختی، و یک قانون کنترل پسخوری غیرخطی بصورت

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (۱۶-۳)$$

چنان وجود داشته باشد که متغیرهای جدید حالت $z = \phi(x)$ و ورودی جدید v یک رابطه خطی تغییرناپذیر

با زمان بصورت زیر را بر آورده کند

$$\dot{z} = Az + bv \quad (۱۷-۳)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حالت جدید z حالت خطی سازی و قانون کنترل (۳-۱۶)، قانون کنترل خطی ساز نامیده می شود. برای ساده سازی از z نه تنها به عنوان حالت تبدیل شده، بلکه به عنوان خود همواربختی ϕ استفاده خواهیم کرد، یعنی اینکه $z = z(x)$.

شرایط خطی سازی ورودی حالت:

یک سؤال که به طور طبیعی به ذهن متبادر می شود این است که: آیا تمامی معادلات حالت غیرخطی به فرم (۳-۱۵) می توانند خطی سازی ورودی-حالت شوند؟ اگر نه، چه موقع چنین خطی سازی وجود دارد؟ قضیه بعدی یک پاسخ مشخصی را برای این سؤال ارائه داده، و مبنای یکی از مهمترین نتایج اساسی نظریه خطی سازی پسخور را مطرح می کند.

قضیه: سیستم غیرخطی (۳-۱۵)، قابل خطی سازی تک- ورودی است اگر، و تنها اگر، ناحیه Ω چنان وجود داشته باشد که شرایط زیر برقرار باشد:

- میدانهای برداری $\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\}$ در Ω مستقل خطی باشند (شرط کنترل پذیری)؛
- مجموعه $\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g\}$ در Ω غیر پیچشی باشد (شرط غیر پیچشی).

لم: فرض کنید $z(x)$ یک تابع هموار در ناحیه Ω است. آنگاه در Ω ، مجموعه معادلات زیر

$$L_g z = L_g L_f z = \dots = L_g L_f^k z = 0$$

برای هر عدد صحیح مثبت k معادل است با

$$L_g z = L_{ad_f g} z = \dots = L_{ad_f^k g} z = 0$$

چگونه خطی سازی ورودی - حالت را انجام دهیم

اگر شرایط کنترل پذیری و غیرپیچشی در یک سیستم غیرخطی برقرار باشد، حالت اول z_1 را از معادلات

زیر می یابیم

$$\nabla z_1 ad_f^i g = 0 \quad i = 0, \dots, n-2 \quad (۳-۱۸)$$

$$\nabla_{z_1} ad_f^{n-1} g \neq 0 \quad (19-3)$$

که معادله (۱۸-۳) از غیرپیچشی بودن و معادله (۱۹-۳) از کنترل پذیر بودن به دست آمده است [27]، و طبق لم قبل با معادلات زیر برابر هستند

$$L_g z_1 = L_g L_f z_1 = \dots = L_g L_f^{n-2} z_1 = 0$$

$$L_g L_f^{n-1} z_1 \neq 0$$

سپس $Z = [z_1 \quad L_f z_1 \quad \dots \quad L_f^{n-1} z_1]^T$ را به عنوان مجموعه جدید متغیرهای حالت انتخاب می کنیم. در اینصورت، $n-1$ معادله اول حالت ایجاب می کنند که داشته باشیم

$$\dot{z}_k = z_{k+1} \quad k = 1, \dots, n-1 \quad (20-3)$$

در حالی که معادله حالت آخر چنین است

$$\dot{z}_n = L_f^n z_1 + L_g L_f^{n-1} z_1 u \quad (21-3)$$

با توجه به معادله بالا تبدیل ورودی (۱۶-۳) را به صورت زیر محاسبه می کنیم

$$\alpha(x) = -\frac{L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} \quad (22-3)$$

$$\beta(x) = -\frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} \quad (23-3)$$

با استفاده از تبدیل ورودی (۱۶-۳)، معادله (۲۱-۳) به صورت زیر در می آید

$$\dot{z}_n = v \quad (24-3)$$

با یک نگاه ساده به معادلات (۲۰-۳) و (۲۴-۳) به راحتی در می یابیم که رابطه خطی (۱۷-۳) محقق شده است.

۱-۱۵- خطی سازی ورودی- خروجی در سیستم های تک ورودی- تک خروجی

به سادگی از فرم همراه (۳-۱۷) دیده می شود که خطی سازی ورودی- حالت یک حالت خاص از خطی سازی ورودی- خروجی است، که در آن تابع خروجی منتهی می شود به یک مرتبه نسبی n . این بدین معنی است که اگر یک سیستم قابل خطی سازی ورودی- خروجی با مرتبه نسبی n است، بایستی قابل خطی سازی ورودی حالت باشد. از طرف دیگر، اگر یک سیستم قابل خطی سازی ورودی- حالت باشد با حالت جدید اول z_1 بیانگر خروجی، سیستم قابل خطی سازی ورودی- خروجی با مرتبه نسبی n است.

فرض کنید $y = h(x)$ از درجه نسبی n است. داریم

$$\dot{y} = L_f h(x) + L_g h(x)u = L_f h(x)$$

$$\ddot{y} = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u = L_f^2 h(x)$$

⋮

$$y^{(n-1)} = L_f^{n-1} h(x) + L_g L_f^{n-2} h(x)u = L_f^{n-1} h(x)$$

$$y^{(n)} = L_f^n h(x) + L_g L_f^{n-1} h(x)u \quad (۳-۲۵)$$

با انتخاب بردار حالت را به صورت زیر داریم

$$Z = \begin{bmatrix} h(x) & L_f h(x) & \cdots & L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix}^T$$

با انتخاب بردار حالت بالا سیستم غیرخطی به رابطه خطی زیر تبدیل می شود

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = z_3$$

⋮

$$\dot{z}_{n-1} = z_n$$

$$\dot{z}_n = L_f^n h(x) + L_g L_f^{n-1} h(x)u = a(x) + b(x)u \quad (۳-۲۶)$$

با انتخاب قانون کنترل به صورت زیر

$$u = \frac{1}{b(x)} [-a(x) + v] \quad b(x) \neq 0 \quad (۳-۲۷)$$

رابطه ورودی- خروجی به صورت خطی زیر در می آید.

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} = \frac{d^n h(x)}{dt^n} = \frac{d^n z_1}{dt^n} = \dot{z}_n = v \quad (28-3)$$

ورودی کنترل جدید v بر حسب نیاز می تواند انتخاب شود. ما در زیر چگونگی طراحی v برای مساله رگولاسیون نقطه تنظیم و ردیابی مسیر را توضیح می دهیم.

رگولاسیون: برای اینکه $y = h(x)$ در مقدار ثابت مطلوب y_d رگوله شود، ورودی کنترل به صورت زیر

طراحی می شود

$$v = -a_0(z_1 - y_d) - a_1 z_2 - \dots - a_{n-1} z_n \quad (29-3)$$

به صورتی که تمام ریشه های

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_0$$

در نیم صفحه چپ قرار گیرند. برای مثال، $n=3$ ، اگر بخواهیم قطب های حلقه بسته در $p < 0$ قرار گیرند، انتخاب می کنیم

$$s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = (s + p)^3 = s^3 + 3ps^2 + 3p^2 s + p^3$$

به صورتی که $a_2 = 3p, a_1 = 3p^2, a_0 = p^3$.

ردیابی: کنترل ردیابی مشابهی که اجازه می دهد $y(t)$ مسیر مطلوب صاف $y_d(t)$ را ردیابی کند، با

نوشتن دینامیک های خطا $e(t) = y(t) - y_d(t)$ می تواند طراحی شود. به سادگی می توان دید که

$$\frac{d^n e}{dt^n} = \frac{d^n y}{dt^n} - y_d^{(n)} = \dot{z}_n - y_d^{(n)} = v - y_d^{(n)}$$

که $y_d^{(n)}$ مشتق مرتبه n ام $y_d(t)$ است. بنابراین کنترلر ردیاب می تواند به صورت زیر طراحی شود

$$v = y_d^{(n)} - a_0(z_1 - y_d) - a_1(z_2 - \dot{y}_d) - \dots - a_{n-1}(z_n - y_d^{(n-1)}) \quad (30-3)$$

که $s^n + a_{n-1}s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + \dots + a_0$ دارای ریشه هایی تماما در نیم صفحه چپ است

- کنترل کننده های رگولاسیون و ردیابی را در خطی سازی ورودی- حالت نیز می توان تحقق بخشید به شرطی که نقطه تنظیم و مسیر دلخواه بر حسب مولفه حالت اول z_1 قابل بیان

باشند. به عنوان مثال برای مسأله ردیابی در حالت خطی سازی ورودی- حالت

$$z_1^{(n)} = v$$

با تعریف $\tilde{z}_1 = z_1 - z_{1d}$ و v به صورت

$$v = z_{1d}^{(n)} - a_3 \tilde{z}_1^{(n-1)} - \dots - a_1 \dot{\tilde{z}}_1 - a_0 \tilde{z}_1 \quad (31-3)$$

به شرطی که با انتخاب صحیح a_i ها، ریشه ها در سمت چپ قرار گیرند، مسأله ردیابی قابل تحقق است.

سیستم های چند ورودی

مفاهیمی مانند، خطی سازی ورودی حالت، خطی سازی ورودی خروجی، دینامیک های صفر و غیره، که در سیستم های تک ورودی- تک خروجی استفاده می شود را می توان به سیستم های چند ورودی- چند خروجی گسترش داد.

در مورد سیستم های چند ورودی- چند خروجی، ملاحظه می کنیم که در همسایگی از یک نقطه x_0 ،

سیستم های مربعی (یعنی، سیستم هایی که تعداد ورودیها و خروجیهای آنها برابرند) به شکل زیر

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (32-3)$$

که در آن x یک بردار $n \times 1$ ، u بردار ورودی کنترل $m \times 1$ (با مولفه های u_i)، y بردار $m \times 1$ از خروجیهای سیستم (با مولفه های y_i)، f و h میدانهای برداری هموار، و g یک ماتریس $n \times m$ است که ستونهای g_i آن میدانهای برداری هموارند.

۱-۱۶- خطی سازی پسخوری سیستم های چند ورودی - چند خروجی

خطی سازی ورودی - خروجی سیستم های MIMO همانند مورد SISO با مشتقگیری از خروجیهای y_i تا موقعی که ورودیها ظاهر شوند، بدست می آید. فرض کنید که r_i کوچکترین عدد صحیحی است که اقلماً یکی از ورودیها در $y_i^{(r_i)}$ ظاهر می شود، آنگاه

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} h_i + \sum_{j=1}^m L_{g_j} (L_f^{r_i-1} h_i) u_j \quad (3-33)$$

طوری که حداقل در یک z ، در همسایگی Ω_i از نقطه X_0 ، $L_{g_j} (L_f^{r_i-1} h_i) \neq 0$ است. انجام دستور کار بالا در هر یک از خروجیهای y_i به رابطه زیر منجر می شود

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = b(x) + A(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

که در آن $A(x)$ یک ماتریس $m \times m$ و $b(x)$ یک ماتریس $m \times 1$ هستند و به صورت زیر تعریف می شوند

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}$$

$$b(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix}$$

Ω به صورت اشتراک Ω_i ها تعریف می شود. همچنین اگر مرتبه های نسبی کاملاً تعریف شده باشند، آنگاه Ω خود یک همسایگی محدود از X_0 خواهد بود. مضاف بر این اگر $A(x)$ در ناحیه Ω معکوس پذیر باشد، همانند سیستم های SISO، تبدیل ورودی زیر

$$U = A^{-1}(x)[-b(x) + V] \quad (3-35)$$

منجر به سیستم خطی زیر می شود

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} \quad (3-36)$$

چون ورودی v_i تنها بر خروجی y_i اثر می‌گذارد، (3-35) یک قانون کنترل مجزا کننده نامیده شده، و به ماتریس معکوس پذیر $A(x)$ یک ماتریس مجزا ساز سیستم می‌گویند. آنگاه گفته می‌شود که سیستم (3-32) در نقطه X_0 دارای مرتبه نسبی (r_1, \dots, r_m) است و اسکالر $r = r_1 + \dots + r_m$ مرتبه نسبی کل سیستم در نقطه X_0 نامیده می‌شود.

یک مورد جالب مربوط به حالتی می‌شود که مرتبه نسبی کل برابر n است. در این مورد دینامیکهای داخلی وجود ندارد. لذا با داشتن قانون کنترل به فرم (3-35)، ما یک خطی سازی ورودی- حالت از سیستم غیرخطی اصلی به دست می‌آوریم. با طراحی ورودیهای معادل v_i همانند مورد SISO، آنگاه پایدار سازی و ردیابی هر دو را می‌توان بدون هیچ دغدغه از پایداری دینامیک های داخلی در سیستم به دست آورد. توجه کنید شرایط لازم و کافی برای اینکه خطی سازی ورودی-حالت سیستم های غیرخطی چند-ورودی قابل دستیابی باشد، همانند و پیچیده تر از همان شرایط در سیستم های تک ورودی است.

دینامیکهای صفر یک سیستم MIMO را می‌توان مشابه مورد SISO، با محدود کردن خروجیها به صفر تعریف کرد.

فصل چهارم:

کنترل مد لغزشي

۱- ۱۷- مقدمه

در این فصل یک استراتژی کنترل غیرخطی مبنی بر مد لغزشی که یک روش استاندارد برای مقابله با عدم دقت مدل سیستم غیرخطی می باشد، برای کنترل سیستم های غیرخطی در نظر گرفته شده است. عدم دقت مدل سیستم غیرخطی ممکن است ناشی از عدم قطعیت های پلان (مثلا، پارامترهای نامعلوم سیستم)، یا به خاطر انتخاب هدف دار یک نمایش ساده شده از دینامیک های سیستم باشد. عدم دقت در مدلسازی را می توان به دو نوع عمده طبقه بندی کرد: عدم قطعیت های ساختاری (یا پارامتری) و عدم قطعیت های غیرساختاری (یا دینامیک های مدل نشده). نوع اول به عدم دقت در جملاتی که واقعا در مدل هستند مربوط می شود، در حالی که نوع دوم به عدم دقت در مرتبه سیستم.

عدم دقت در مدلسازی می تواند اثرات نامطلوب شدیدی بر سیستم های غیرخطی بگذارد. یکی از مهمترین روش ها برای مواجهه با بی دقتی های مدل کنترل مقاوم است، ساختار نوعی یک کنترل مقاوم تشکیل شده است از یک قسمت نامی، مشابه خطی سازی پسخوردی، و جملات اضافی برای مقابله با عدم قطعیت های مدل.

کنترل مد لغزشی یکی از مهمترین روش های کنترل مقاوم است، برای سیستم هایی که این روش قابل اعمال است، طراحی کنترل مد لغزشی یک روش قانونمند برای مسأله حفظ پایداری و عملکرد استوار در مواجهه با بی دقتی های مدلسازی است. به علاوه، با اجازه دادن به اینکه مصالحه بین مدلسازی و عملکرد به صورت ساده ای کمی شود، می توان کل فرایند طراحی را روشن کرد.

۱-۱۸- کنترل مد لغزشی

کنترل مد لغزشی از کلاس کنترل های ساختار متغیر است. ایده ای که در پشت کنترل مد لغزشی قرار دارد، انتخاب یک سطح مناسب در فضای حالت است که معمولاً یک سطح ویژه خطی است و سطح سویچینگ نامیده می شود، سپس طرح قانون کنترلی است که روی این سطح کلیدزنی نماید. در واقع کنترل مد لغزشی یک کنترل فیدبک سویچینگ سرعت بالا است. مقدار بهره در هر مسیر فیدبک مابین دو مقدار سویچ می کند که متناظر با قانونی است که به مقدار حالت در هر لحظه بستگی دارد. هدف قانون کنترل سویچینگ، هدایت مسیر حالت سیستم غیرخطی به سوی یک سطح معین در صفحه فاز و حفظ مسیر سیستم بر روی این سطح در ادامه می باشد. این سطح، سطح سویچینگ نامیده می شود. زمانی که مسیر حالت سیستم بالای سطح است، مسیر فیدبک دارای یک مقدار بهره است و زمانی که مسیر حالت سیستم پایین سطح است، مسیر فیدبک دارای یک مقدار بهره متفاوت است. این سطح، قانون مناسب سویچینگ را تعیین می کند. این سطح هم چنین سطح لغزش نامیده می شود. در حالت ایده آل، با اولین رسیدن مسیر حالت به این سطح، برای بقیه زمانها کنترل سویچینگ مسیر حالت سیستم را بر روی این سطح نگه می دارد، و مسیر حالت سیستم در امتداد این سطح می لغزد.

مهمترین کار در کنترل لغزشی هدایت حالت سیستم به سوی سطح لغزش و حفظ آن بر روی این سطح به مجرد اولین برخورد است.

کنترل ساختار متغیر برای اولین بار در اوایل 1950 توسط Emelyanov در شوروی سابق پیشنهاد شد، اما در اوایل چندین مورد توجه قرار نگرفت [نقل از 27]. بعدها کنترل مد لغزشی به عنوان يك روش اصلي در کنترل ساختار متغیر توسط Utkin در سال 1978 در کتابی با همین مفهوم مورد بررسی واقع شد [35]. اما کنترل مد لغزشی نقایص مهمی داشت که کاربرد عملی آن را محدود می کرد. Slotine در [27] کارهای خود و همکارانش را جهت رفع این نقایص گرد آورد. پس از انتشار کتب و مقالات این دانشمندان، کنترل مد لغزشی توجه محققین بسیاری را در زمینه سیستم های غیرخطی، MIMO، گسسته و ... به خود اختصاص داد و مقالات بیشماري از این روش سود جستند [36-47].

۱-۱۸-۱- سطوح لغزشی

سیستم دینامیک تک-ورودی زیر را در نظر بگیرید :

$$x^{(n)}(t) = f(X,t) + b(X,t)u(t) \quad (1-4)$$

که در آن $X(t) = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$ بردار حالت، اسکالر x خروجی مورد نظر، $u(t)$ ورودی کنترل و $f(X, t)$ و $b(X, t)$ توابع غیرخطی از بردار حالت x و زمان t هستند، تابع $f(X)$ و بهره کنترل $b(X)$ دقیقاً معلوم نیستند ولی به وسیله یک تابع معلوم و پیوسته از x محدود شده هستند.

مساله کنترل این است که حالت X را چنان بیابیم که یک حالت متغیر با زمان X_d را با وجود خطا در $f(X)$ و $b(X)$ تعقیب کند.

سطح لغزش $s(t)$ را که یک سطح متغیر با زمان است، در فضای حالت $R^{(n)}$ با معادله اسکالر $s(X, t) = 0$ به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$s(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{(n-1)} \tilde{x} \quad (2-4)$$

که λ یک ثابت اکیداً مثبت است. و $\tilde{X}(t) = X(t) - X_d(t)$ خطای ردیابی است.

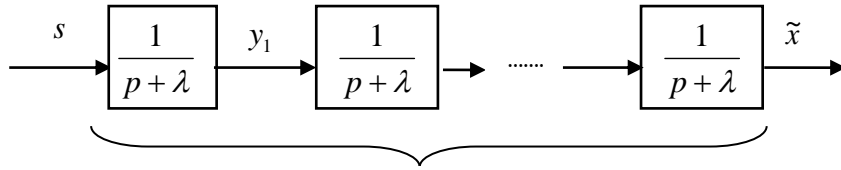
حال مساله ردیابی را در دو حالت بررسی می کنیم:

الف: با شرط اولیه $x_d(0) = x(0)$

با داشتن این شرایط اولیه، مساله ردیابی $X(t) \equiv X_d(t)$ ، معادل باقی ماندن بر روی سطح $s(t)$ است در تمامی $t > 0$ در حقیقت $s \equiv 0$ بیانگر یک معادله دیفرانسیلی است که با فرض شرایط اولیه بالا، حل یکتای آن $\tilde{X} = 0$ است. لذا، مساله ردیابی بردار n -بعدی X_d را می توان به مساله حفظ کمیت اسکالر s در صفر تقلیل داد، یا به طور دقیق تر مساله اصلی (ردیابی بردار n -بعدی X_d) را با مساله پایدارسازی مرتبه اول در s جایگزین کرد. دقت کنید که برای ظاهر شدن کنترل u در دینامیک s با توجه به معادله (2-4) فقط کافی است از s یک بار مشتق بگیریم.

برای اینکه اسکالر s معیار واقعی از عملکرد ردیابی باشد باید محدودیت های s بیانگر محدودیت های بردار خطای ردیابی \tilde{X} باشد. با هدف بررسی این موضوع، با توجه به (2-4) در می یابیم که خطای ردیابی \tilde{X} با گذراندن s از میان یک سری صافی پایین گذر مرتبه اول به دست می آید (شکل 4-1)، که در آن

$$p = \left(\frac{d}{dt}\right) \text{ عملگر لاپلاس است.}$$



شکل ۴-۱- بدست آوردن بردار خطای ردیابی از سطح سویچینگ [27]

داریم:

$$y_1(t) = \int_0^t e^{-\lambda(t-T)} s(T) dT$$

لذا اگر $s \leq \Phi$ ، چنین بدست می آوریم

$$|y_1(t)| \leq \Phi \int_0^t e^{-\lambda(t-T)} dT = \left(\frac{\Phi}{\lambda}\right)(1 - e^{-\lambda t}) \leq \frac{\Phi}{\lambda}$$

اگر همین روند را برای صافی های دیگر نیز تکرار کنیم، آنگاه داریم

$$|\tilde{x}| \leq \frac{\Phi}{\lambda^{n-1}} = \varepsilon$$

که انتقال محدودیت روی s را به بردار خطای ردیابی نشان می دهد، هم چنین محدودیت بر روی s را می توان معیاری از محدودیت بر روی مشتقات \tilde{X} نیز تصور کرد، در حالت کلی می توان نشان داد

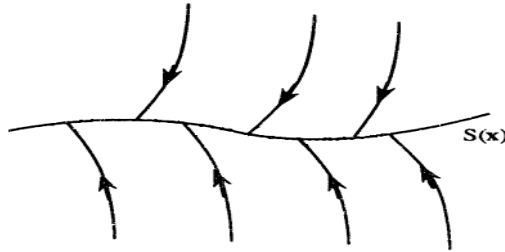
$$\forall t \geq 0, |s(t)| \leq \Phi \quad \Rightarrow \quad \forall t \geq 0, |\tilde{x}^{(i)}(t)| \leq (2\lambda)^i \varepsilon \quad i = 0, \dots, n-1$$

لذا مساله کنترل به صورت حفظ اسکالر s در صفر درآمده است، یا به عبارتی قانون کنترل u باید به گونه ای انتخاب شود که سطح $s(t) = 0$ یک سطح جاذب (مجموعه نامتغیر) باشد، پس در خارج از $s(t)$ با قانون کنترل u باید شرط زیر برقرار باشد

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \tag{۳-۴}$$

که در آن η ثابت اکیداً مثبت است، شرط (۳-۴) را شرط لغزشی می گویند.

شرط لغزشی (۳-۴) بیان می کند که مربع فاصله با این سطح (که با s^2 اندازه گرفته شده) در امتداد تمام مسیرهای سیستم کاهش می یابد، که در شکل ۴-۲ نشان داده شده است.



شکل ۴-۲- شرط لغزشی [35]

در واقع شرط لغزشی ایجاب می کند که بعضی آشفستگی ها یا عدم قطعیت های دینامیکی را بتوان تحمل کرد در حالی که هنوز این سطح یک مجموعه نامتغیر باقی بماند.

به رفتار سیستم هنگامی که بر روی سطح لغزش قرار گرفت حالت لغزشی یا مد لغزشی گفته می شود، و هنگامی که سیستم بر روی این سطح قرار گرفت مسیرهای سیستم با معادله خود مجموعه تعریف می شوند

$$\left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{(n-1)} \tilde{x} = 0$$

به عبارت دیگر، سطح $s(t)$ هم یک مکان است و هم یک دینامیک.

ب: با شرط اولیه $x_d(0) \neq x(0)$

اگر شرط بالا برقرار باشد سطح $s(t)$ در یک زمان محدود کوچکتر از $|s(t=0)|/\eta$ به دست می آید.

اثبات:

فرض کنید مثلاً $s(t=0) > 0$ و بگذارید t_1 زمان رسیدن لازم برای رسیدن به سطح $s = 0$ باشد. با انتگرال

گیری از شرط لغزشی (۳-۴) بین $t = 0$ و $t = t_1$ داریم

$$s(t=t_1) - s(t=0) \leq -\eta(t_1 - 0)$$

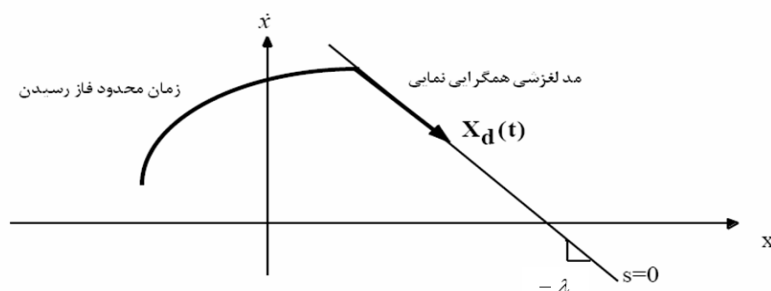
که ایجاب می کند

$$t_1 \leq s(t=0)/\eta$$

با شروع از $s(t=0) < 0$ نیز می توان نتیجه مشابهی به دست آورد.

علاوه بر این شرط (۳-۴) ایجاب می کند، که هنگامی که مسیر سیستم بر روی این سطح قرار گرفت، خطای ردیابی به صورت نمایی با ثابت زمانی $(n-1)/\lambda$ به صفر میل کند (از میان $(n-1)$ فیلتر با ثابت زمانی برابر $1/\lambda$).

رفتار نوعی سیستم برای $n = 2$ در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل ۳-۴- رفتار سیستم مرتبه دو در حالت لغزشی [27]

۱-۱۸-۲- قانون کنترل مد لغزشی

روند طراحی کنترل کننده شامل دو مرحله است. اول، یک قانون کنترل u پسخوردی چنان انتخاب می شود که شرط لغزشی (۳-۴) برقرار باشد. اما، برای اینکه عدم دقت در مدلسازی و آشفتگیها محسوب شوند، قانون کنترل بایستی بر روی $s(t)$ ناپیوسته باشد. به دلیل اینکه پیاده سازی کنترل سویچینگ مربوطه لزوماً ناقص است، این امر باعث لرزش می شود (شکل ۴-۴)، لرزش در عمل مطلوب نیست، زیرا باعث فعالیت کنترل زیاد می شود و نیز ممکن است دینامیک های فرکانس بالایی (مانند حالت های ساختاری مدل نشده و...) را که در هنگام مدلسازی صرف نظر شده اند، تحریک کند. لذا، در مرحله دوم، قانون کنترل ناپیوسته u به طور مناسبی هموار شده تا یک تعادل بهینه ای بین پهنای باند کنترل و دقت ردیابی به دست آید. در حالی که مرحله اول عدم قطعیت پارامتری محسوب می شود، مرحله دوم مقاوم بودن نسبت به دینامیک های مدل نشده فرکانس بالا را کسب می کند. در این بخش مرحله اول را بررسی می کنیم.

سیستم مرتبه دوم زیر را در نظر بگیرید

$$\ddot{x}(t) = f(x, t) + u(t) \quad (۵-۴)$$

که در آن $f(x,t)$ غیرخطی و متغیر با زمان است که با \hat{f} تخمین زده می شود $u(t)$ ورودی کنترل، و $x(t)$ حالتی است که باید کنترل شود به گونه ای که مسیر مطلوب $x_d(t)$ را دنبال کند. فرض می شود

خطای تخمین بر روی f با یک تابع معلوم $F = F(x,t)$ محدود شده است یعنی

$$|\hat{f}(x,t) - f(x,t)| \leq F(x,t) \quad (6-4)$$

یک سطح لغزشی مطابق با (۲-۴) تعریف می کنیم

$$s(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)\tilde{x}(t) = \dot{\tilde{x}}(t) + \lambda\tilde{x}(t) \quad (7-4)$$

آنگاه داریم

$$\dot{s}(t) = \ddot{x}(t) - \ddot{x}_d(t) + \lambda\dot{\tilde{x}}(t) = f(x,t) + u(t) - \ddot{x}_d(t) + \lambda\dot{\tilde{x}}(t) \quad (8-4)$$

لذا بهترین تقریب \hat{u} قانون کنترل پیوسته که بتواند $\dot{s}(t) = 0$ را به دست آورد عبارت است از

$$\hat{u}(t) = -\hat{f}(x,t) + \ddot{x}_d(t) - \lambda\dot{\tilde{x}}(t) \quad (9-4)$$

\hat{u} را می توان بهترین تخمین کنترل معادل در نظر گرفت. برای اینکه شرط لغزشی (۳-۴) علی رغم عدم قطعیت در f ، برقرار باشد، قانون کنترل زیر را به کار می بریم

$$u(t) = \hat{u}(t) - k(x,t)\text{sgn}(s(t)) \quad (10-4)$$

با انتخاب $k(x,t)$ در (۱۰-۴) طوری که به اندازه کافی بزرگ باشد، می توانیم تضمین کنیم که (۳-۴) برقرار است. در حقیقت از (۸-۴) تا (۱۰-۴) داریم

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s(t))^2 &= \dot{s}(t)s(t) = [f(x,t) - \hat{f}(x,t) - k(x,t)\text{sgn}(s(t))]s(t) \\ &= (f(x,t) - \hat{f}(x,t))s(t) - k(x,t)|s(t)| \end{aligned}$$

طوری که با فرض

$$k(x,t) = F(x,t) + \eta \quad (11-4)$$

شرط لغزشی زیر برقرار می شود

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s|$$

بنابراین، با استفاده از (۴-۱۰)، ما مطمئن می شویم که مسیر سیستم در زمان محدود به سطح $s(t)$ خواهد رسید، بعد از اینکه خطا به صورت نمایی به صفر رسید.

در این مثال اساسی یکی از امتیازات عمده تبدیل مساله کنترل ردیابی اصلی به مساله پایدارسازی مرتبه اول در s را ملاحظه می کنیم. یعنی، استراتژی کنترل پسخوری شهودی که "اگر خطا منفی باشد، به اندازه کافی در جهت مثبت فشار بیاورید و برعکس" واقعا در سیستم های مرتبه اول کار می کند. در حالی که همین حالت در سیستم های مرتبه بالاتر کار نمی کند.

اکنون سیستم مرتبه دوم زیر را در نظر بگیرید

$$\ddot{x}(t) = f(x, t) + b(x, t)u(t) \quad (۴-۱۲)$$

طوری که بهره کنترل b نامعلوم ولی با حدود معین است

$$0 < b_{\min}(x, t) \leq b(x, t) \leq b_{\max}(x, t)$$

چونکه ورودی کنترل در دینامیک ها به صورت ضرب ظاهر می شود، طبیعی است که تخمین \hat{b} بهره b را به صورت میانگین هندسی حدود فوق انتخاب کنیم

$$\hat{b}(x, t) = \sqrt{b_{\min}(x, t)b_{\max}(x, t)}$$

آنگاه حدود را می توان به شکل زیر نوشت

$$\beta^{-1} \leq \frac{\hat{b}}{b} \leq \beta, \quad \beta = (b_{\max}/b_{\min})^{1/2}$$

از آنجا که قانون کنترل چنان طراحی می شود که نسبت به عدم قطعیت ضرب شده مقاوم باشد، β را حاشیه بهره طراحی می نامیم.

می توان ثابت کرد که قانون کنترل

$$u(t) = \hat{b}(x, t)^{-1} [\hat{u}(x, t) - k(x, t) \operatorname{sgn}(s(t))] \quad (۴-۱۳)$$

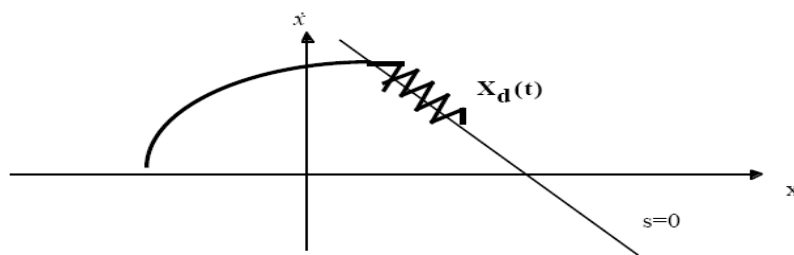
با

$$k(x,t) \geq \beta(x,t)(F(x,t) + \eta) + (\beta(x,t) - 1)|\hat{u}(t)| \quad (14-4)$$

می تواند شرط لغزشی (۳-۴) را برآورده کند. می توان قانون کنترل برای سیستم های مرتبه بالاتر را نیز به طریق مشابه به دست آورد.

۱- ۱۹- کاهش لرزش^{۲۳}

یک مد لغزشی ایده آل، فقط هنگامی که مسیر سیستم $x(t)$ از سیستم کنترل شده با مسیر مطلوب برای بعضی از زمانهای $t > t_1$ در بعضی t ها، مطابق می شود، وجود دارد. این سویچینگ سریع نامحدود را ایجاب می کند. در سیستم های واقعی، کنترل سویچینگ ناقص است و با فرکانس محدود سویچ می کند، به عبارت دیگر بیانگر این نکته است که درون یک همسایگی از سطح سویچینگ نوسان می کند. این نوسان، لرزش نامیده می شود، که در شکل ۴-۴ به تصویر کشیده شده است.



شکل ۴-۴- لرزش ناشی از سویچینگ کنترل [27]

قوانین کنترل که شرط لغزشی (۳-۴) را علی رغم عدم قطعیت های مدل برآورده کرده و ردیابی را نتیجه دهند، در سرتاسر سطح $s(t)$ ناپیوسته هستند، بنابراین باعث لرزش کنترل می شوند. لرزش نامطلوب است، زیرا باعث فعالیت کنترلی زیاد می شود و نیز ممکن است دینامیک های فرکانس بالایی را که در هنگام مدلسازی صرف نظر شده اند، تحریک کند.

برای اینکه عملکرد کنترل کننده به طور مناسب باشد، بایستی لرزش حذف شود. این کار می تواند با هموار کردن ناپیوستگی کنترل در یک لایه مرزی باریک از همسایگی سطح سویچینگ

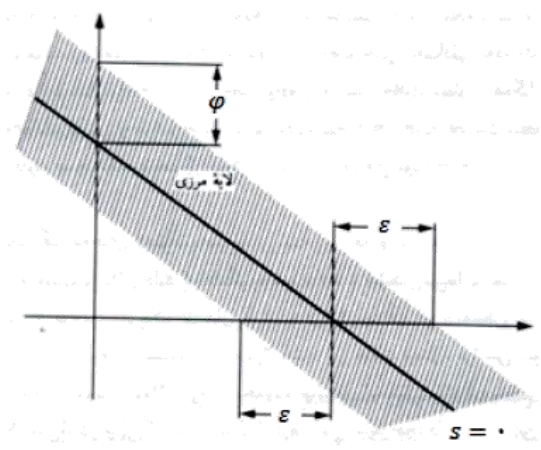
$$B(t) = \{X, |s(X,t)| \leq \Phi\} \quad \Phi > 0$$

^{۲۳} Chattering

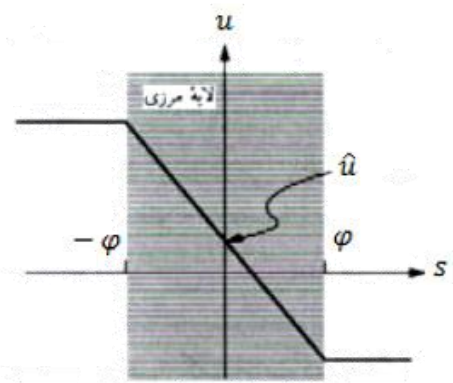
که در آن Φ ضخامت لایه مرزی، و $\varepsilon = \Phi/\lambda^{n-1}$ پهنای لایه مرزی است، به دست آید (شکل ۴-۵). به عبارت دیگر، خارج از $B(t)$ ، قانون کنترل را مانند قبل انتخاب می کنیم، که تضمین می کند لایه مرزی جاذب، و لذا نامتغیر است؛ تمامی مسیرهایی که درون $B(t=0)$ شروع شوند، برای همه $t \geq 0$ درون $B(t)$ باقی می ماند؛ و سپس u را در $B(t)$ درون یابی می کنیم. برای مثال، درون $B(t)$ ، در عبارت u جمله $\text{sgn}(s)$ را با s/Φ جایگزین می کنیم (شکل ۴-۶).

این روش منتهی می شود به ردیابی با دقت تضمین شده ای در حدود ε (به جای ردیابی کامل)، و به طور کلیتر تضمین می کند که در تمامی مسیره های شروع شده در درون $B(t=0)$

$$\forall t \geq 0, |\tilde{x}^{(i)}(t)| \leq (2\lambda)^i \varepsilon \quad i = 0, \dots, n-1$$



شکل ۴-۵- لایه مرزی [27]



شکل ۴-۶- درون یابی کنترل در لایه مرزی [27]

مساله لرزش و چگونگی کاهش لرزش را در مثال زیر بررسی می کنیم.

مثال-سیستم مرتبه دوم زیر را در نظر می گیریم

$$\ddot{x} + a(t)\dot{x}^2 \cos 3x = u \quad 1 \leq a(t) \leq 2$$

فرض کنید مسیر دلخواه $x_d = \sin(t)$ است.

با انتخاب $\hat{f} = -1.5\dot{x}^2 \cos 3x$ از (۴-۶) داریم

$$F = 0.5\dot{x}^2 |\cos 3x|$$

با محاسبه \hat{u} و k از روی (۴-۹) و (۴-۱۱)، و انتخاب $\lambda = 20, \eta = 0.1$ داریم

$$u = \hat{u} - k \operatorname{sgn}(s)$$

$$= 1.5\dot{x}^2 \cos 3x + \ddot{x}_d - 20\tilde{x} - (0.5\dot{x}^2 |\cos 3x| + 0.1) \operatorname{sgn}[\dot{\tilde{x}} + 20\tilde{x}]$$

شکل ۴-۷ خطای ردیابی و قانون کنترل را با استفاده از قانون کنترل سویچ شده بالا نشان می دهد. مقدار

واقعی $a(t)$ به کار گرفته شده در شبیه سازی $a(t) = |\sin(t)| + 1$ است. ملاحظه می کنیم عملکرد ردیابی

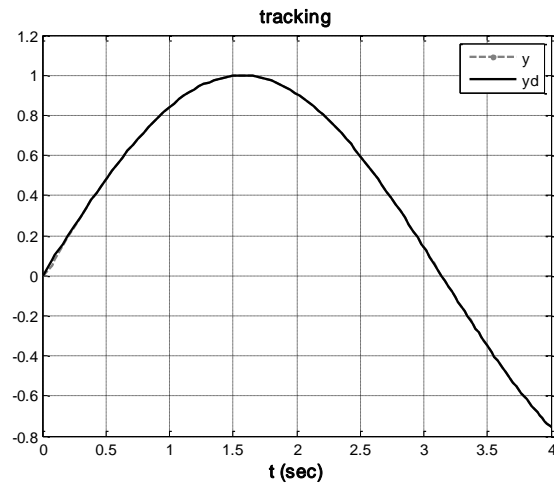
عالی است ولی در ازای لرزش زیاد کنترل به دست آمده است.

حال فرض کنید ورودی کنترل فوق را در یک لایه مرزی باریک به ضخامت 0.1 درون یابی کنیم

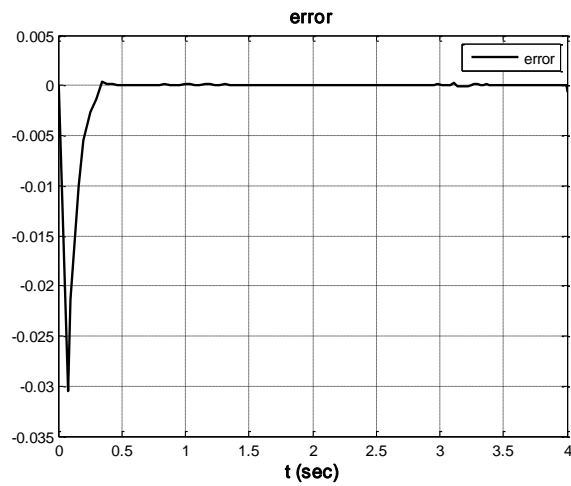
$$u = \hat{u} - k \operatorname{sat}(s/\Phi)$$

$$= 1.5\dot{x}^2 \cos 3x + \ddot{x}_d - 20\tilde{x} - (0.5\dot{x}^2 |\cos 3x| + 0.1) \operatorname{sat}[(\dot{\tilde{x}} + 20\tilde{x})/0.1]$$

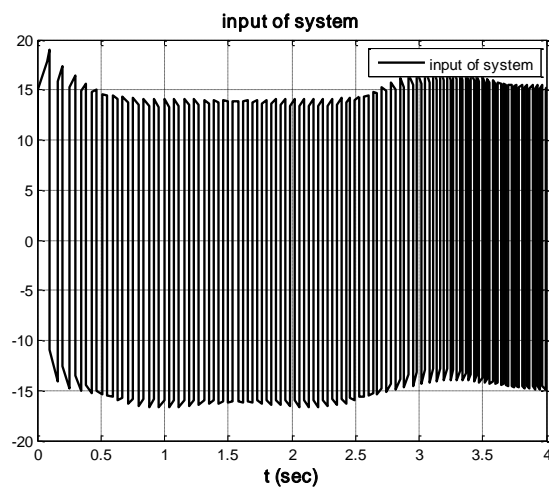
همچنانکه در شکل ۴-۸ نشان داده شده است، عملکرد ردیابی، در عین حال که به کاملاً فوق نیست، ولی هنوز خوب است و با استفاده از یک قانون کنترل هموارتر به دست آمده است.



(الف)

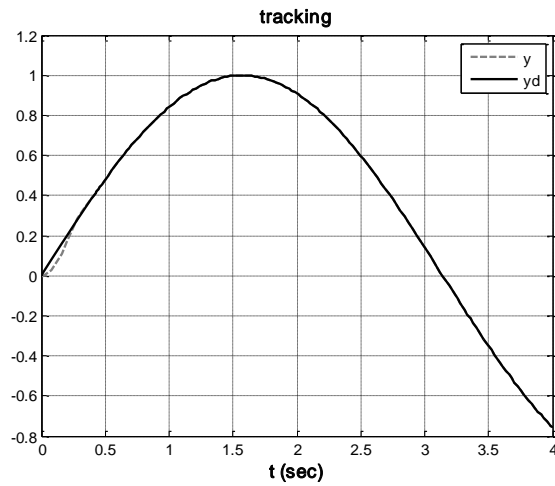


(ب)

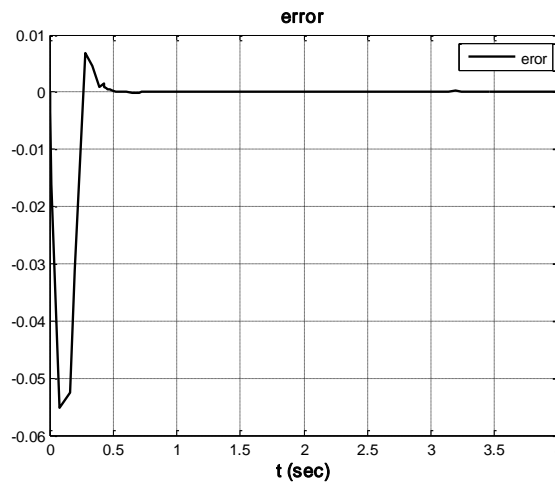


(ج)

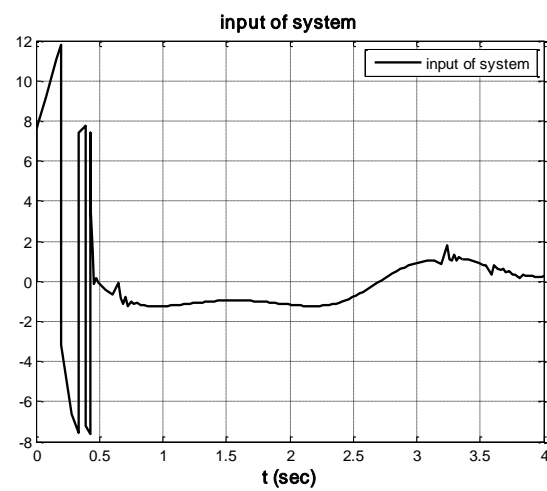
شکل ۴-۷- (الف) ردیابی خروجی (ب) خطای ردیابی (ج) ورودی کنترلی سیستم



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۴-۸- (الف) ردیابی خروجی (ب) خطای ردیابی (ج) ورودی کنترلی سیستم

فصل پنجم:

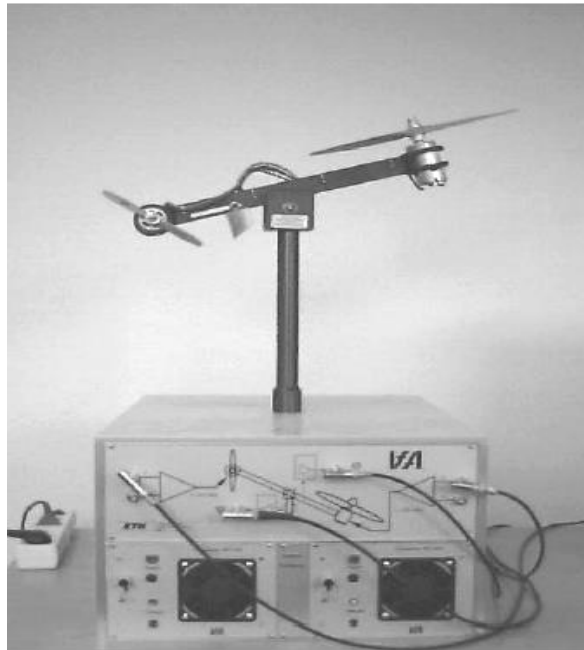
خطي سازي فيدبكي- لغزشي

خطی سازی فیدبکی ایده آل برای مواردی که شناخت کاملی از سیستم و پارامترهای آن وجود دارد تعریف شده است. در حالی که با وجود عدم قطعیتها (عدم قطعیت‌های پارامتری و غیرپارامتری) دیگر نمی توان از خطی سازی فیدبکی به عنوان یک راهکار ایده آل برای کنترل سیستم های غیر خطی نام برد. خطی سازی فیدبکی لغزشی برای حذف کردن عدم قطعیت‌های سیستم که در حالت خطی سازی فیدبکی ایده آل قابل حذف کردن نبودند، پیشنهاد شده است. الگوریتم کنترلی طوری طراحی شده است که از تکنیک خطی سازی فیدبکی و کنترل مد لغزشی استفاده می کند. به عبارت دیگر کنترل مد لغزشی با استراتژی خطی سازی فیدبکی ورودی- خروجی ترکیب شده و کنترل مقاومی در مقابل عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی طراحی شده است.

در این فصل ابتدا مدل هلی کوپتر استفاده شده در شبیه سازی ها معرفی می گردد، سپس برای کنترل هلی کوپتر از خطی سازی فیدبکی استفاده کرده و نشان می دهیم بدون داشتن عدم قطعیت این روش به خوبی می تواند مورد استفاده قرار گیرد و خواهیم دید که با وجود عدم قطعیت دیگر خطای بین خروجی واقعی و خروجی مطلوب به صفر همگرا نخواهد شد. در قسمت بعد برای بر طرف کردن این مشکل خطی سازی فیدبکی لغزشی را روی سیستم هلی کوپتر پیاده سازی کرده و نتایج را هم بوسیله آنالیزی و هم با شبیه سازی خواهیم دید.

۱-۲۱- دینامیک هلی کوپتر:

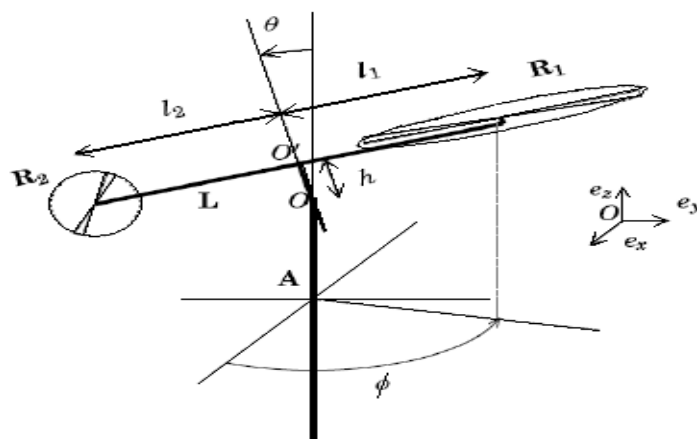
مدل آزمایشگاهی هلی کوپتر ETH مورد استفاده در این پایان نامه در شکل ۱-۵ قابل مشاهده است.



شکل ۱-۵- مدل آزمایشگاهی هلی کوپتر ETH [48]

دینامیک های هلی کوپتر ETH به روش اویلر لاگرانژ بدست آمده و از [48] استخراج و در مدل ساده

شده نیز از [49] استفاده شده است. شماتیک سیستم هلی کوپتر در شکل ۲-۵ دیده می شود.



شکل ۲-۵- شماتیک سیستم هلی کوپتر [48]

این هلی کوپتر دارای یک محور عمودی (A) می باشد که بر روی آن یک بازوی اهرم (L بدنه هلی کوپتر) توسط یک مفصل استوانه ای (h) قرار گرفته است. دوران های هلی کوپتر شامل دوران محور عمودی (زاویه ϕ) نسبت به یک مرجع ثابت و دوران بازوی اهرم (زاویه θ) نسبت به محور عمودی است. دو روتور R_1 و R_2 که بر بازوی اهرم قرار گرفته اند با ایجاد نیروهای آیرودینامیکی، موجب تولید گشتاور در جهت های ϕ و θ می گردند. روتورها توسط موتور DC تحریک می شوند (توجه نمایید که ولتاژ موتورهای روتورها، ورودیهای این پروسه می باشند). در اینجا فرض شده که توزیع جرم مربوط به بدنه هلی کوپتر به خط مستقیم بین دو روتور (بازوی اهرم) محدود می شود و مرکز جرم بدنه هلی کوپتر در فاصله l_c از نقطه o' و در خط واصل بین این نقطه و روتور R_1 واقع شده است. در نوشتن معادلات لاگرانژ هلی کوپتر از متغیرهای تعمیم یافته از نوع حرکت زاویه ای استفاده می کنیم و همچنین گشتاورهای τ_ϕ و τ_θ در دو راستای ϕ و θ بر این سیستم اعمال می شوند که خود تابعی از سرعت زاویه ای روتورها (ω_1 و ω_2) هستند. در نهایت معادلات دینامیکی زیر بدست می آید:

$$\frac{d}{dt}\phi = \dot{\phi} \quad (1-5)$$

$$\frac{d}{dt}\dot{\phi} = L_1^{-1}[L_2 + L_3 + L_4] \quad (2-5)$$

$$\frac{d}{dt}\theta = \dot{\theta} \quad (3-5)$$

$$\frac{d}{dt}\dot{\theta} = L_5^{-1}[L_6 + L_7 + L_8] \quad (4-5)$$

$$\frac{d}{dt}\omega_1 = -\frac{1}{T_1}\omega_1 + \frac{1}{k_1 T_1}u_1 \quad (5-5)$$

$$\frac{d}{dt}\omega_2 = -\frac{1}{T_2}\omega_2 + \frac{1}{k_2 T_2}u_2 \quad (6-5)$$

که:

$$L_1 = \cos^2 \theta J_L - 2h \cos \theta m l_c + h^2 \sin^2 \theta m + J_A$$

$$L_2 = 2 \cos \theta \sin \theta \dot{\phi} \dot{\theta} J_L - 2h(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \dot{\phi} \dot{\theta} m l_c$$

$$L_3 = 2h^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi} \dot{\theta} m$$

$$L_4 = D_1 \omega_1 |\omega_1| \cos \theta + l_2 \cos \theta C_2 \omega_2 |\omega_2|$$

$$L_5 = J_L h^2 m$$

$$L_6 = -\cos \theta \sin \theta \dot{\phi}^2 J_L - h(-\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \dot{\phi}^2 m l_c$$

$$L_7 = -g \cos \theta m l_c + h^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 m$$

$$L_8 = mgh \sin \theta + l_1 C_1 \omega_1 |\omega_1| + D_2 \omega_2 |\omega_2|$$

در روابط فوق D_1 و D_2 ضرایب گشتاورهای آیرودینامیکی؛ C_1 و C_2 ضرایب نیروهای پسای آیرودینامیکی روتورها می باشند. در تکمیل معادلات دینامیکی این هلی کوپتر از روابط خطی شده سرعت زاویه ای روتورها نیز استفاده شده، که در آن k_1 و k_2 ثابتهای روتورها بوده و نیز T_1 و T_2 ثابتهای زمانی روتورها می باشند، ضمناً u_1 و u_2 ولتاژهای راه انداز موتور روتورها هستند.

مقادیر پارامترهای استفاده شده در [48,49] قابل دسترسی است. به علت پیچیدگی شدید در ترم های غیرخطی، خطی سازی فیدبکی معادلات (۵-۱) تا (۵-۶) قابل دستیابی نیست، بنابراین مدل به وسیله صرف نظر کردن از h ، ساده سازی شده که ساده سازی معقولی در هلی کوپترها محسوب می شود.

بعد از وارد کردن مقادیر نامی پارامترهای هلی کوپتر، دینامیک های زیر حاصل می شود:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (۷-۵)$$

$$\dot{x}_2 = 1.16 \times 10^{-5} x_5^2 \sec(x_3) + 1.1 \times 10^{-4} x_6^2 \sec(x_3) + 2x_2 x_4 \operatorname{tg}(x_3) \quad (۸-۵)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (۹-۵)$$

$$\dot{x}_4 = 1.998 \times 10^{-4} x_5^2 + 7.05 \times 10^{-6} x_6^2 - 14.98 \cos(x_3) - x_2^2 \cos(x_3) \sin(x_3) \quad (۱۰-۵)$$

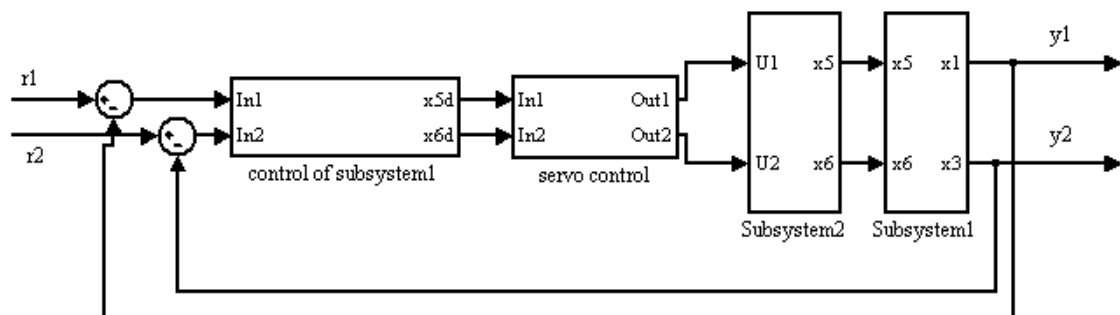
$$\dot{x}_5 = -0.9091x_5 + 90.9091u_1 \quad (۱۱-۵)$$

$$\dot{x}_6 = -3.03x_6 + 218u_2 \quad (۱۲-۵)$$

می توان سیستم هلی کوپتر را به دو زیر سیستم تقسیم کرد. زیرسیستم ۱ شامل معادلات (۵-۷) تا (۵-۵) و زیرسیستم ۲ شامل معادلات (۵-۱۱) و (۵-۱۲) است. زیرسیستم ۱ موقعیت سیستم هلی کوپتر را نمایش می دهد در حالی که زیر سیستم ۲ سرعت روتورهای اصلی و فرعی را نمایش می دهد.

۱-۲۲- کنترل سروو برای هلی کوپتر

هلی کوپتر ETH یک سیستم دو ورودی دو خروجی است و هدف از کنترل آن، کنترل موقعیت هلی کوپتر است. به خاطر دینامیک های پیچیده هلی کوپتر، طراحی الگوریتم کنترلی که بتواند همزمان به کل سیستم اعمال شده و آن را کنترل کند بسیار مشکل است. ما برای رفع این مشکل از کنترل سروو برای کنترل سیستم استفاده می کنیم [50]. ایده اصلی، تقسیم کردن سیستم اصلی به دو زیرسیستم است. سپس، ابتدا یک کنترلر برای زیرسیستم ۱ (زیرسیستم اصلی) برای ردیابی ورودی های مرجع r_1 و r_2 طراحی شده و حالت های مطلوب برای زیرسیستم ۲ به دست می آید، سپس کنترل سروو برای زیرسیستم ۲ به گونه ای طراحی میشود که حالت های سیستم بتواند حالت های مطلوب را ردیابی کنند. ساختار ساده شده سیستم کنترلی برای هلی کوپتر در شکل ۵-۳ آمده است.



شکل ۵-۳- ساختار سیستم کنترلی برای هلی کوپتر

زیرسیستم ۲ شامل معادلات (۵-۱۱) و (۵-۱۲) هست که سرعت روتورهای هلی کوپتر را با ورودی های ولتاژ موتور روتورها کنترل می کند. معادلات کاملاً به صورت خطی هستند و می توان با یک قانون کنترل خطی به راحتی متغیرهای x_5 و x_6 را کنترل کرد.

با قوانین کنترل

$$u_1 = \frac{1}{90.9091}(0.9091x_5 + v_1) \quad (13-5)$$

$$u_2 = \frac{1}{218}(3.03x_6 + v_2)$$

معادلات (۱۱-۵) و (۱۲-۵) به صورت زیر در می آیند

$$\dot{x}_5 = v_1 \quad (14-5)$$

$$\dot{x}_6 = v_2$$

که در آن v_1 و v_2 ورودی های جدید کنترل هستند که به صورت زیر تعریف می شوند

$$v_1 = -k_5 e_1 \quad (15-5)$$

$$v_2 = -k_6 e_2$$

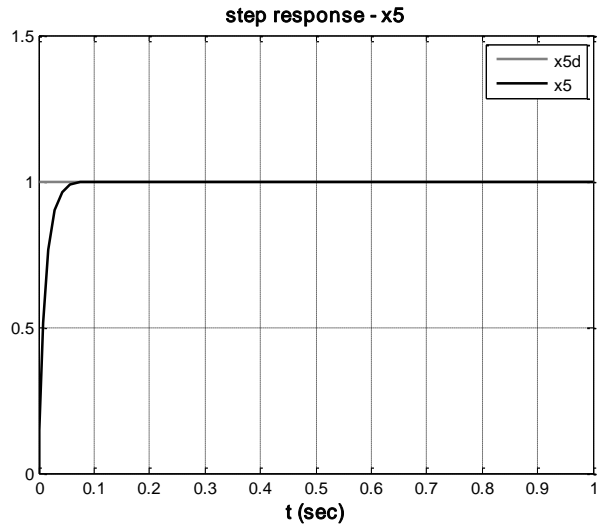
e_1 و e_2 متغیرهای خطا هستند به نحوی که $e_1 = x_5 - x_{5d}$ و $e_2 = x_6 - x_{6d}$ و x_{5d} و x_{6d} خروجی های مطلوب سیستم هستند.

از (۱۵-۵) و (۱۴-۵) داریم

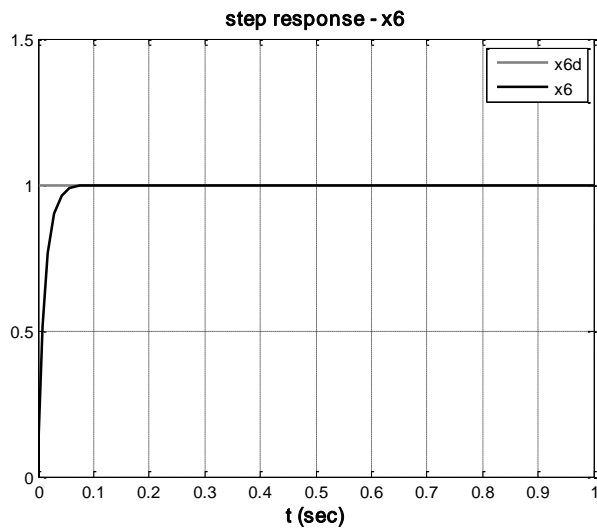
$$\dot{x}_5 = -k_5 e_1 \quad (16-5)$$

$$\dot{x}_6 = -k_6 e_2$$

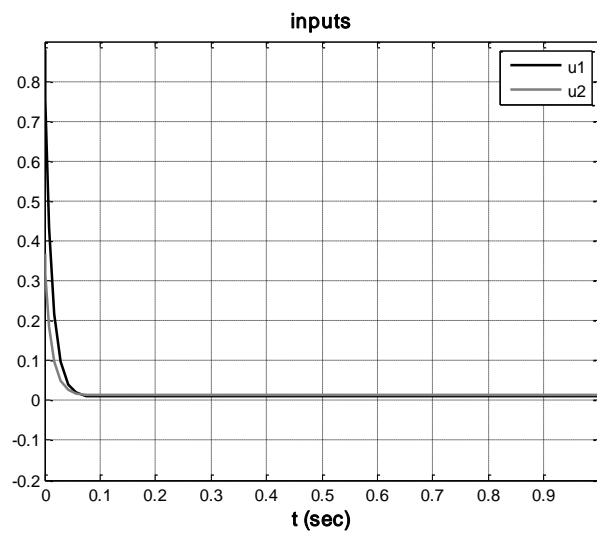
با انتخاب مناسب پارامترهای k_5 و k_6 ، می توان خطای خروجی را به صفر همگرا کرد. شبیه سازی های زیر صحت این موضوع را نشان می دهند. شکل ۴-۵ و ۵-۵ پاسخ پله خروجی اول و دوم را به ترتیب نشان می دهند و شکل ۶-۵ ورودی های کنترلی را نشان می دهد.



شکل ۵-۴- پاسخ پله خروجی اول (rad/s)



شکل ۵-۵- پاسخ پله خروجی دوم (rad/s)



۱- ۲۳- خطی سازی فیدبکی هلی کوپتر

در جداسازی سیستم دیدیم که فقط زیر سیستم ۱ قسمت غیرخطی کل سیستم را تشکیل می دهد، بنابراین می توانیم خطی سازی فیدبکی را تنها بر روی این قسمت اعمال کنیم. قانون خطی سازی فیدبکی از [26] استخراج شده است.

با مرتب کردن پارامتری معادلات زیرسیستم ۱ به فرم استاندارد به منظور اعمال خطی سازی فیدبکی خواهیم داشت:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

$$y(x) = h(x)$$

که

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ a_1 x_2 x_4 \tan x_3 \\ x_4 \\ -a_2 \cos x_3 - a_3 x_2^2 \cos x_3 \sin x_3 \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_1 \sec x_3 & b_2 \sec x_3 \\ 0 & 0 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix}$$

$$h(x) = [x_1 \quad x_3]^T$$

در ابتدا شرط هایی را که برای خطی سازی فیدبکی مورد نیاز است را بررسی می کنیم. برای مدل نامی

مقادیر پارامترهای نامی به صورت زیر است [48]

$$a_1 = 2 \quad , \quad a_2 = 14.98 \quad , \quad a_3 = 1$$

$$b_1 = 0.116 \quad , \quad b_2 = 1.1 \quad , \quad b_3 = 1.998 \quad , \quad b_4 = 0.0705$$

بنابراین مدل نامی به صورت زیر بدست می آید

$$f_n(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ 2x_2x_4 \tan x_3 \\ x_4 \\ -14.98 \cos x_3 - x_2^2 \cos x_3 \sin x_3 \end{bmatrix}$$

$$g_n(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.116 \sec x_3 & 1.1 \sec x_3 \\ 0 & 0 \\ 1.998 & 0.0705 \end{bmatrix}$$

اندیس n بیانگر استفاده از مقادیر نامی سیستم می باشد

شرط اول بیان می دارد که رتبه ماتریس زیر باید برابر با ۴ باشد:

$$\text{rank}[g \quad ad_f g \quad ad_f^2 g \quad ad_f^3 g] = 4$$

همانطور که می بینیم رتبه ماتریس فوق برابر با ۴ است که با درجه زیر سیستم ۱ برابر است. بنابر این شرط اول صادق است. در شرط دوم باید از غیر پیچشی بودن سیستم مطمئن شویم.

$$\text{rank}[g \quad ad_f g] = \text{rank}[g \quad ad_f^2 g] = \text{rank}[ad_f g \quad ad_f^2 g]$$

تساوی بالا نشان می دهد که مجموعه بالا غیر پیچشی است. همچنین زیر سیستم ۱ از مدل هلی کوپتر دارای بردار درجه نسبی $\{2,2\}$ در نقطه تعادل $[x_1 \quad 0 \quad 0.5836 \quad 0]$ به ازای x_1 های دلخواه است و چون درجه نسبی کل سیستم $(r_1 + r_2 = 2 + 2 = 4)$ برابر مرتبه سیستم است این سیستم قابلیت خطی سازی فیدبکی ورودی-خروجی کامل را دارد [50]، به عبارت دیگر هیچ دینامیک صفری در سیستم وجود ندارد.

پس از بررسی کردن، در سیستم هلی کوپتر با استفاده از مقادیر نامی پارامترها می توانیم ماتریس های

A و b را تشکیل دهیم.

$$A_n(x) = \begin{bmatrix} 0.116 \sec(x_3) & 1.1 \sec(x_3) \\ 1.998 & 0.0705 \end{bmatrix} \quad (۱۳-۵)$$

$$b_n(x) = \begin{bmatrix} 2x_2x_4 \tan(x_3) \\ -14.98 \cos(x_3) - x_2^2 \cos(x_3) \sin(x_3) \end{bmatrix} \quad (۱۴-۵)$$

در صورت عدم تغییرات در پارامترهای سیستم قانون کنترل خطی سازی فیدبکی ورودی-خروجی

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = A_n^{-1}(x) \left[-b_n(x) + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \right] \quad (15-5)$$

منجر به رابطه خطی زیر می شود

$$\begin{bmatrix} y_1^{(2)} \\ y_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (16-5)$$

برای ردگیری خروجی مطلوب، ورودی های کنترل v_1 و v_2 به فرم زیر انتخاب می شوند:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{d1} - K_{11}\dot{e}_1 - K_{12}e_1 \\ \ddot{y}_{d2} - K_{21}\dot{e}_2 - K_{22}e_2 \end{bmatrix} \quad (17-5)$$

e_1 و e_2 متغیرهای خطا هستند به نحوی که $e_1 = y_1 - y_{1d}$ و $e_2 = y_2 - y_{2d}$ و y_{1d} و y_{2d} خروجی های مطلوب سیستم هستند.

از معادله (17-5) دینامیک های خطا به فرم زیر در می آید

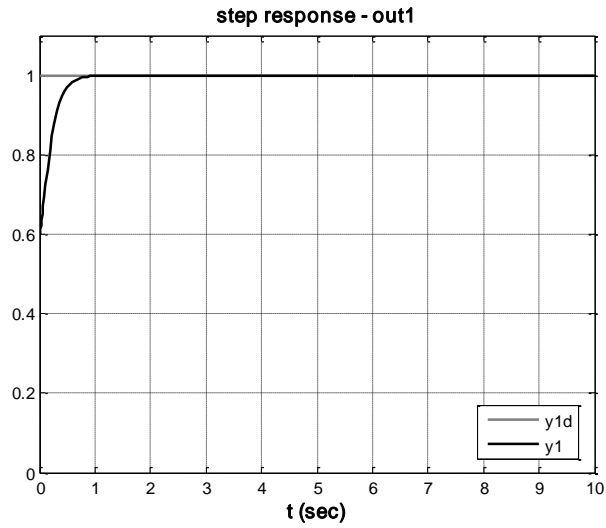
$$\begin{aligned} \ddot{e}_1 + K_{11}\dot{e}_1 + K_{12}e_1 &= 0 \\ \ddot{e}_2 + K_{21}\dot{e}_2 + K_{22}e_2 &= 0 \end{aligned} \quad (18-5)$$

با انتخاب مناسب پارامترهای K_{11} تا K_{22} ، خطای خروجی ها به صفر همگرا خواهد شد.

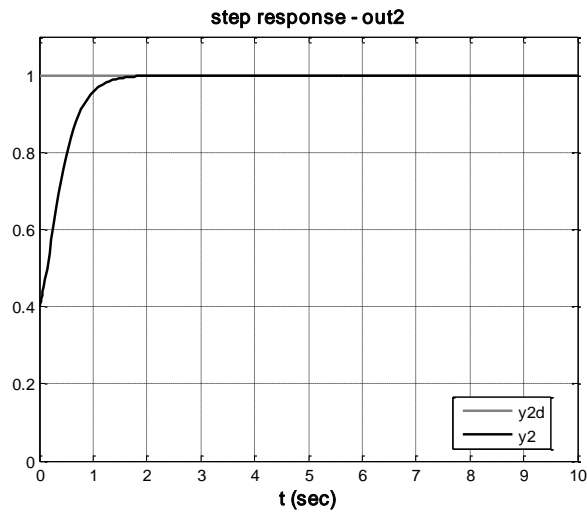
معادله (18-5) نشان می دهد که اگر هیچگونه عدم قطعیتی در سیستم وجود نداشته باشد خطای خروجی به صفر همگرا خواهد شد. نتایج شبیه سازی ها را در تایید نتیجه گیری بالا در ادامه می آوریم، پارامترهای طراحی کنترل کننده به صورت زیر هستند.

$$k_{11} = 16, k_{12} = 64, k_{21} = 8, k_{22} = 16$$

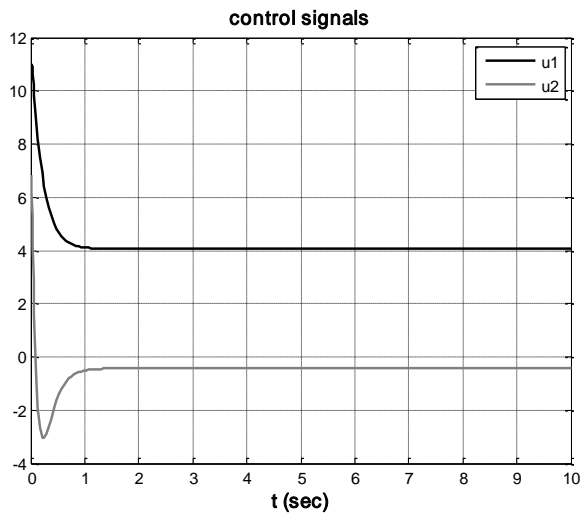
شکل های 5-7 و 5-8 به ترتیب پاسخ پله خروجیهای اول و دوم سیستم را نشان می دهند و 5-9 تلاش های کنترلی سیستم را نشان می دهد. در شکل 5-10 حالت های سیستم آورده شده اند که همگی کراندار هستند و نشان می دهد که سیستم پایدار است، همچنین در شکل های 5-11، 5-12 و 5-13 به ترتیب ردیابی های خروجی اول و دوم برای وردیهای مرجع سینوسی و خطای ردیابی ها آورده شده است که تایید می کند بدون عدم قطعیت و اغتشاش خارجی خطاهای ردیابی به صفر همگرا می شوند.



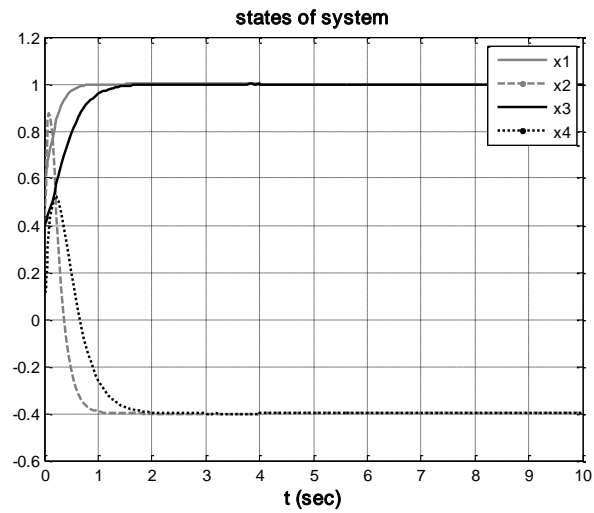
شکل ۵-۷- پاسخ پله خروجی اول (rad)



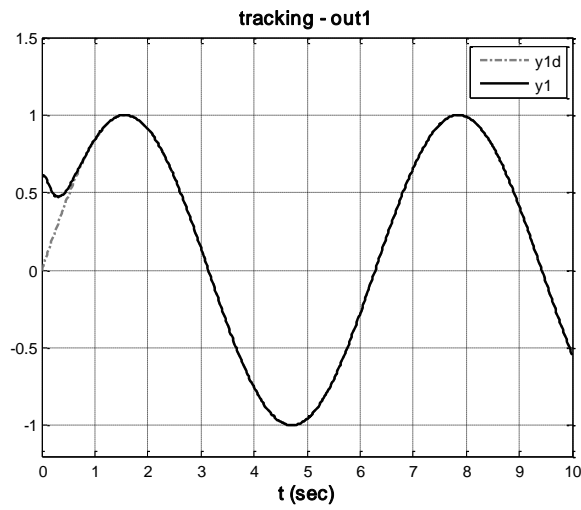
شکل ۵-۸- پاسخ پله خروجی دوم (rad)



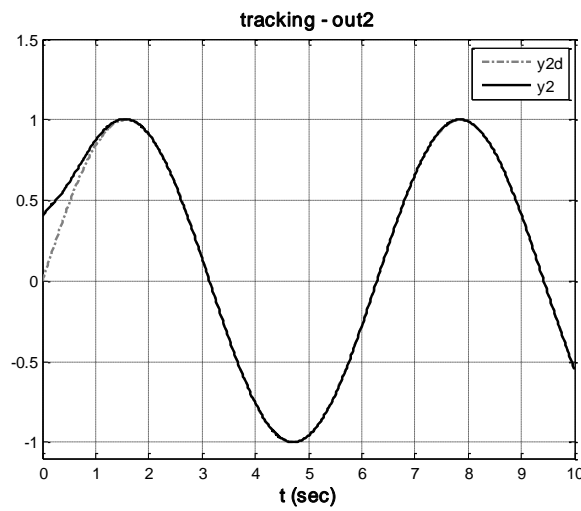
شکل ۵-۹- تلاش های کنترلی سیستم (v)



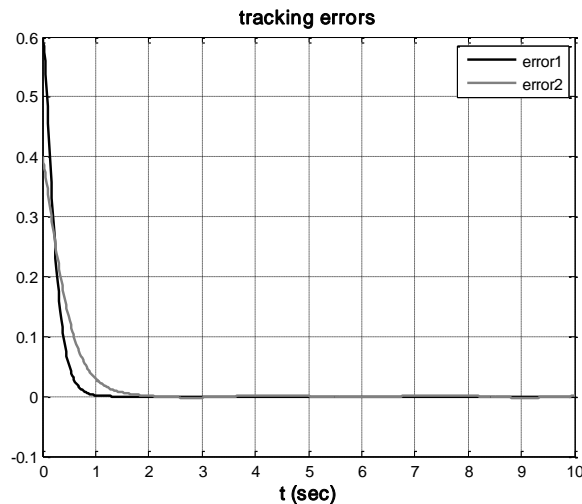
شکل ۵-۱۰- حالت های سیستم



شکل ۵-۱۱- ردیابی خروجی اول (rad)



شکل ۵-۱۲- ردیابی خروجی دوم (rad)



شکل ۵-۱۳- خطاهای ردیابی (rad)

در حضور عدم قطعیت و اغتشاش خارجی دینامیک سیستم هلی کوپتر به صورت زیر است

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u + w \\ y(x) &= h(x)\end{aligned}$$

که در آن w اغتشاش خارجی است. $y = h(x)$ نسبت به هر دو ورودی u و w از درجه نسبی n است، میدان های برداری f و g شامل پارامترهای نامشخص هستند ولی محدوده تغییرات این پارامترها نسبت به مقادیر نامی پارامترها معلوم است.

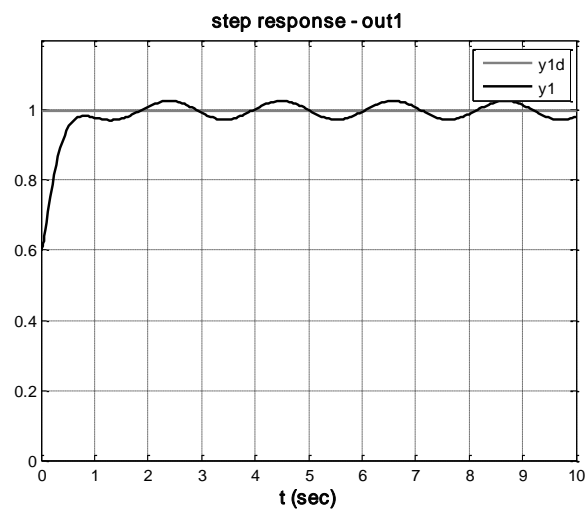
برای استفاده از قانون کنترل خطی سازی فیدبکی، رابطه ورودی- خروجی به صورت زیر در می آید

$$\begin{bmatrix} y_1^{(2)} \\ y_2^{(2)} \end{bmatrix} = b(x) + A(x) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad (۱۹-۵)$$

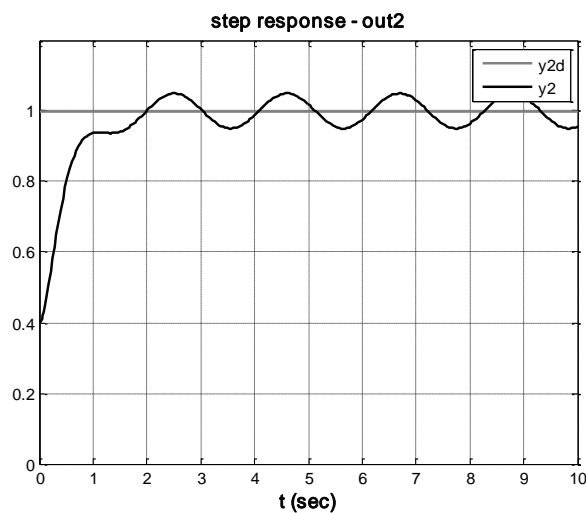
از آنجایی که مقادیر $A(x)$ ، $b(x)$ و w_i ها دقیقاً معلوم نیست قانون کنترل (۱۵-۵) قادر به حذف دقیق ترم های غیر خطی نیست و دیگر رابطه خطی (۱۶-۵) به دست نخواهد آمد، بنابراین قانون کنترل (۱۸-۵) دیگر قادر نیست خطای خروجیها را به صفر همگرا کند. در شبیه سازی ها ابتدا اغتشاش خارجی $w_1 = w_2 = 0.4 \sin(3t)$ را وارد می کنیم. شکل های ۵-۱۴ و ۵-۱۵ پاسخ پله سیستم را در حضور اغتشاش خارجی نشان می دهد. در ادامه عدم قطعیت پارامتری را هم وارد سیستم می کنیم. عدم قطعیت پارامتری به صورت زیر در شبیه سازی ها منظور شده است.

$$A(x) = 1.5A_n(x) \quad , \quad b(x) = 1.5b_n(x)$$

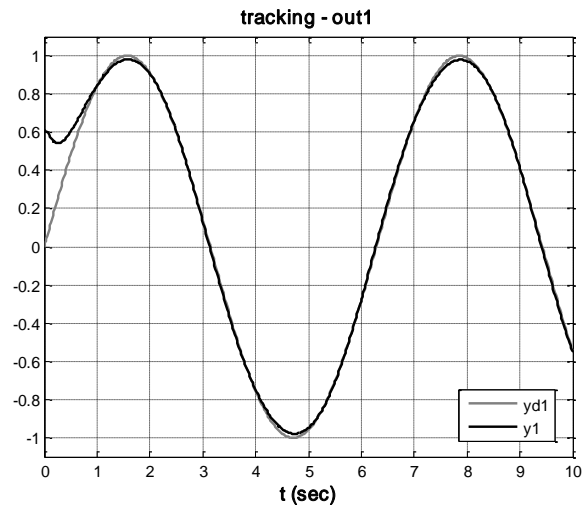
شکل های ۱۶-۵ و ۱۷-۵ ردیابی خروجیهای سیستم را برای ورودیهای مرجع سینوسی در حضور عدم قطعیت و اغتشاش نشان می دهد. خطای ردیابی ها در شکل ۱۸-۵ آورده شده است و همانگونه که از شکل پیداست دیگر سیستم قادر نیست خطای ردیابی خروجیها را به صفر همگرا کند.



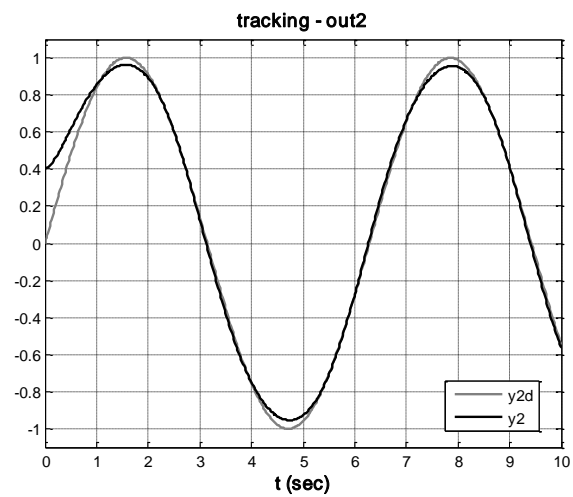
شکل ۱۴-۵- پاسخ پله خروجی اول با اغتشاش خارجی (rad)



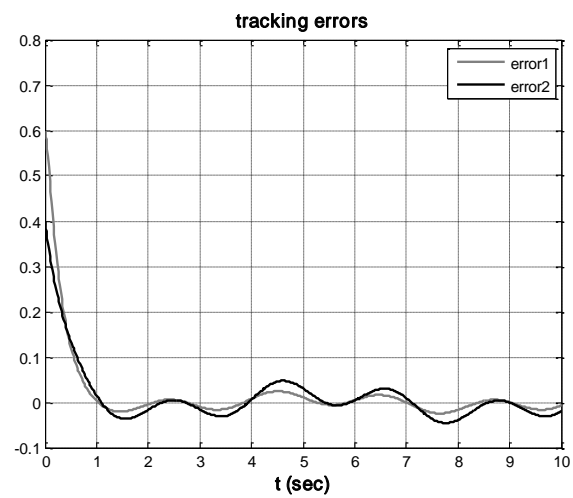
شکل ۱۵-۵- پاسخ پله خروجی دوم با اغتشاش خارجی (rad)



شکل ۵-۱۶- ردیابی خروجی اول با حضور عدم قطعیت و اغتشاش (rad)



شکل ۵-۱۷- ردیابی خروجی دوم با حضور عدم قطعیت و اغتشاش (rad)



شکل ۵-۱۸- خطاهای ردیابی با حضور عدم قطعیت و اغتشاش (rad)

۱-۲۴- خطی سازی فیدبکی لغزشی

در بخش قبل به صورت تحلیلی و شبیه سازی نشان دادیم که در صورت داشتن اطلاعات دقیق از دینامیک سیستم، خطای ردگیری در هلی کوپتر با استفاده از خطی سازی فیدبکی صفر می شود ولی در صورت وجود عدم قطعیت در سیستم و اغتشاش خارجی، تکنیک خطی سازی فیدبکی قادر به همگرا کردن خطای ردگیری به سمت صفر نمی باشد.

در تکنیک خطی سازی فیدبکی طراحی کنترلر بر مبنای حذف کردن دقیق ترم های غیرخطی است. در صورت وجود عدم قطعیت در توابع غیر خطی f و g و همچنین وجود اغتشاش خارجی، حذف ترم های غیرخطی دقیق نیست و رابطه ورودی- خروجی نتیجه شده از قانون خطی سازی فیدبکی، خطی نخواهد بود. برای مقابله با این مشکل ما کنترل مد لغزشی را همراه کنترل خطی سازی فیدبکی استفاده می کنیم.

۱-۲۴-۱- کنترل خطی سازی فیدبکی- لغزشی در سیستم های SISO

کنترل مد لغزشی را می توان در ترکیب با خطی سازی فیدبکی به کار برد. سیستم زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u + g_w(x)w \\ y(x) &= h(x)\end{aligned}$$

که w اغتشاش ناشناخته است. ما فرض می کنیم که $y = h(x)$ نسبت به هر دو ورودی u و اغتشاش w درجه n نسبی دارد. میدان های برداری f و g و g_w شامل پارامترهای نامعین هستند ولی محدوده تغییرات این پارامترها نسبت به مقادیر نامی پارامترها معلوم است.

با استفاده از خطی سازی فیدبکی سیستم را به فرم همراه می بریم

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= L_f^n h(x) + L_g L_f^{n-1} u + L_{g_w} L_f^{n-1} w = a(x) + b(x)u + b_w(x)w\end{aligned}\tag{۲۰-۵}$$

ما مساله ردیابی را در نظر می گیریم که در آن مطلوب است خروجی، مسیر $y_d(t)$ را ردیابی کند.

تعریف می کنیم

$$\begin{aligned} e_1 &= z_1 - y_d = y - y_d \\ e_2 &= z_2 - \dot{y}_d = \dot{y} - \dot{y}_d \\ &\vdots \\ e_n &= z_n - y_d^{(n-1)} = y^{(n-1)} - y_d^{(n-1)} \end{aligned} \quad (21-5)$$

توجه کنید که

$$\dot{e}_k = e_{k+1} \quad k = 1, \dots, n-2$$

برای این مساله ما سطح لغزش را می توانیم به صورت زیر تعریف کنیم

$$S(z, t) = e_n + a_{n-2}e_{n-1} + a_{n-3}e_{n-2} + \dots + a_1e_2 + a_0e_1 \quad (22-5)$$

که $a_k, k = 0, \dots, n-1$ به صورتی طراحی می شود که با این ضرایب، چندجمله ای زیر دارای ریشه هایی با قسمت حقیقی منفی شوند.

$$s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + a_{n-3}s^{n-3} + \dots + a_1s + a_0$$

یک روش متداول برای طراحی چندجمله ای، بردن آن به فرم چندجمله ای با ریشه های مشابه مکرر است.

$$s^{n-1} + a_{n-2}s^{n-2} + a_{n-3}s^{n-3} + \dots + a_1s + a_0 = (s + p)^{n-1}$$

که $p < 0$ - بیانگر قطب است.

در این حالت، اگر داشته باشیم $S(z, t) = 0$ خطای ردیابی $e(t)$ رابطه زیر را برآورده می کند

$$(s + p)^{n-1} E(s) = 0$$

که $E(s)$ تبدیل لاپلاس $e(t)$ است.

در ادامه برای حضور ورودی در دینامیک سطح لغزش از s مشتق می گیریم، داریم

$$\dot{s} = \dot{e}_n + \sum_{k=0}^{n-2} a_k \dot{e}_{k+1} \quad (23-5)$$

زیرا $\dot{e}_n = \dot{z}_n - y_d^{(n)}$. با استفاده از معادلات (۲۰-۵) رابطه بالا به فرم زیر درمی آید

$$\dot{s} = a(x) + b(x)u + b_w(x)w - y_d^{(n)} + \sum_{k=0}^{n-2} a_k \dot{e}_{k+1} \quad (24-5)$$

و قانون کنترل لغزشی متناظر به صورت زیر حاصل می شود

$$u(t) = \frac{1}{\bar{b}(x)} \left[-\bar{a}(x) - \overline{b_w(x)w(t)} + y_d^{(n)} - \sum_{k=0}^{n-2} a_k e_{k+2} - k(t) \text{sat}(s/\phi) \right] \quad (25-5)$$

که $\bar{a}(x)$ و $\bar{b}(x)$ به مقادیر تخمین زده $a(x)$ و $b(x)$ اشاره دارند.

با استفاده از قانون کنترل لغزشی و تعریف $d(t)$ به صورت زیر داریم

$$d(t) = \left[a(x) + \frac{b(x)}{\bar{b}(x)} \bar{a}(x) \right] + \left(\frac{b(x)}{\bar{b}(x)} - 1 \right) \left[y_d^{(n)} - \sum_{k=0}^{n-2} a_k e_{k+2} \right] - \left[\frac{b(x)}{\bar{b}(x)} \overline{b_w(x)w(t)} - b_w(x)w(t) \right] \quad (26-5)$$

$$\dot{s} = d(t) + \frac{b(x)}{\bar{b}(x)} k(t) \text{sat}(s/\phi) \quad (27-5)$$

سپس

$$\dot{V} = s \left[d(t) + \frac{b(x)}{\bar{b}(x)} k(t) \text{sat}(s/\phi) \right] \quad (28-5)$$

بنابراین با انتخاب $k(t)$ به اندازه کافی بزرگ می توان تضمین کرد که شرط لغزشی زیر برآورده می شود

$$\dot{V} \leq -\eta |s| \quad (29-5)$$

راحت ترین راه انتخاب $\bar{b}(x)$ ، میانگین هندسی کران بالا و پایین $b(x)$ است، به عبارت دیگر

$$\bar{b}(x) = \pm \sqrt{b_{\max} b_{\min}}$$

در این حالت داریم

$$\beta^{-1} \leq \frac{b(x)}{\bar{b}(x)} \leq \beta \quad ; \quad \beta = \sqrt{\frac{b_{\max}}{b_{\min}}}$$

با استفاده از β و کران های $|\bar{a}(x)|$ ، $|a(x) - \bar{a}(x)|$ ، $|b_w(x)w(t)|$ و غیره، $d(t)$ را می توان تخمین زد.

در انتها با انتخاب $k(t)$ به صورت زیر

$$k(t) \geq (|d(t)| + \eta)\beta \quad (30-5)$$

شرط $\dot{V} \leq -\eta|s|$ برآورده می شود.

۱-۲۴-۲ کنترل خطی سازی فیدبکی - لغزشی هلی کوپتر

چون برای مساله ردیابی سیستم دو روتوره باید دینامیک های خطا را به صورت رابطه (۵-۱۸) داشته

باشیم، سطوح لغزش را به صورت زیر تعریف می کنیم

$$S = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{y}_1 - \dot{y}_{1d}) + \lambda_1 e_1 \\ (\dot{y}_2 - \dot{y}_{2d}) + \lambda_2 e_2 \end{bmatrix} \quad (31-5)$$

آنگاه داریم

$$\dot{S} = \begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\ddot{y}_1 - \ddot{y}_{1d}) + \lambda_1 \dot{e}_1 \\ (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_{2d}) + \lambda_2 \dot{e}_2 \end{bmatrix} \quad (32-5)$$

با جایگذاری معادله (۵-۱۹) در رابطه بالا بدست می آوریم

$$\dot{S} = b(x) + A(x)U - \ddot{Y}_d + E + W \quad (33-5)$$

که در آن

$$\ddot{Y}_d = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{1d} \\ \ddot{y}_{2d} \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} \lambda_1 \dot{e}_1 \\ \lambda_2 \dot{e}_2 \end{bmatrix}$$

اگر تخمین مقادیر پارامترها را همان مقادیر نامی در نظر بگیریم، یعنی $\hat{A}(x) = A_n(x)$ و $\hat{b}(x) = b_n(x)$

قانون کنترل لغزشی را به صورت زیر داریم

$$U = \hat{A}^{-1}(x) \left[-\hat{b}(x) + \ddot{Y}_d - E - W - K_{sat}(S/\phi) \right] \quad (34-5)$$

که

$$K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$$

با قانون کنترل فوق

$$\begin{aligned} \dot{S} &= D - A(x)\hat{A}^{-1}(x)Ksat(S/\phi) \\ D &= (b(x) - A(x)\hat{A}^{-1}(x)\hat{b}(x)) + (W - A(x)\hat{A}^{-1}(x)\hat{W}) \\ &\quad + (A(x)\hat{A}^{-1}(x) - I)(\ddot{Y}_d - E) \end{aligned}$$

تا این قسمت می توانستیم روابط را به صورت ماتریسی فرموله کنیم ولی در ادامه چون خاصیت های ریاضی کوچکتر و بزرگتر معنی دار نیست، روابط را در ادامه به صورت جبری در می آوریم.

با فرض کردن

$$(\hat{A}(x)A^{-1}(x)(D + \Lambda) = N$$

که در آن $\Lambda = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}$ و N دارای دو سطر به صورت n_1 و n_2 است.

و k_i های مورد نظر برای برقراری شرط لغزشی (۵-۲۹) در هر یک از سطوح به صورت زیر بدست می آید.

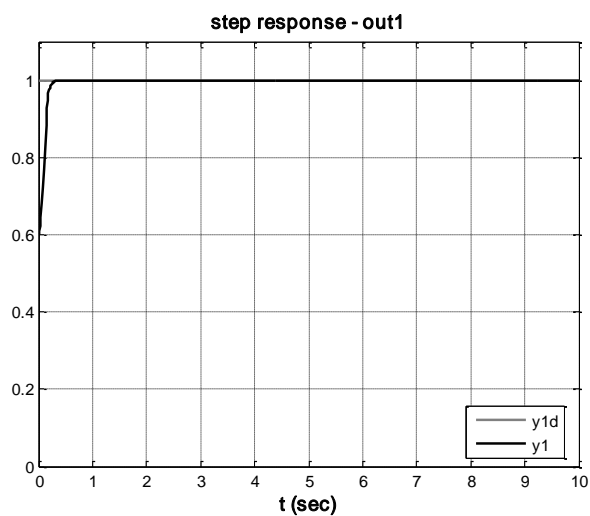
$$\begin{aligned} k_1 &\geq \|n_1\| \\ k_2 &\geq \|n_2\| \end{aligned} \tag{۵-۳۵}$$

نتایج شبیه سازی ها را در ادامه می آوریم، پارامترهای طراحی کنترل کننده به صورت زیر هستند.

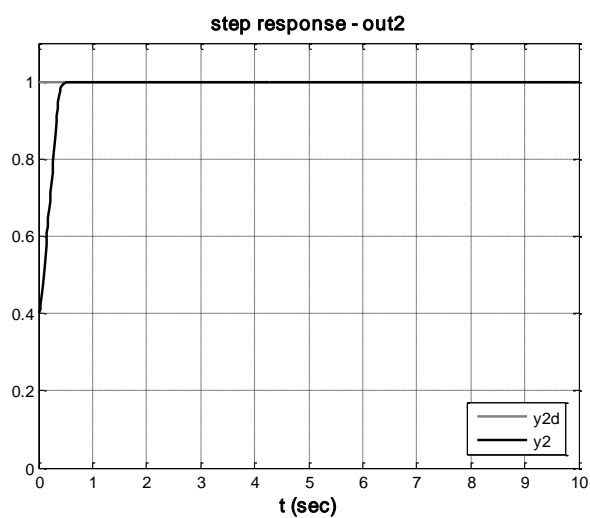
$$k_1 = 150, k_2 = 100, \lambda_1 = \lambda_2 = 30, \phi_1 = \phi_2 = 2$$

ابتدا حالتی را در نظر می گیریم که هیچ نوع عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی تو سیستم وارد نشده است. شکل های ۵-۱۹ و ۵-۲۰ به ترتیب پاسخ پله خروجیهای اول و دوم سیستم را نشان می دهند و ۵-۲۱ و ۵-۲۲ تلاش های کنترلی سیستم و سطوح لغزشی را نشان می دهند. در شکل ۵-۲۳ حالت های سیستم آورده شده اند که همگی کراندار هستند و نشان می دهد که سیستم پایدار است، همچنین در شکل های ۵-۲۴، ۵-۲۵ و ۵-۲۶ به ترتیب ردیابی های خروجی اول و دوم برای وردیهای مرجع سینوسی و خطای

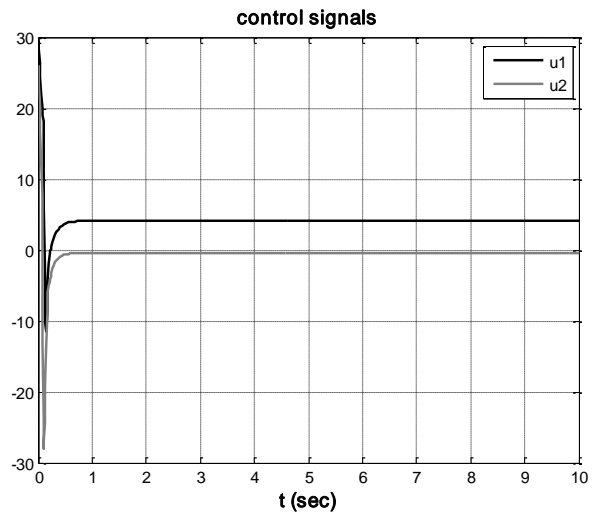
ردیابی‌ها آورده شده است که نشان می‌دهد بدون عدم قطعیت و اغتشاش خارجی خطاهای ردیابی به صفر همگرا می‌شوند.



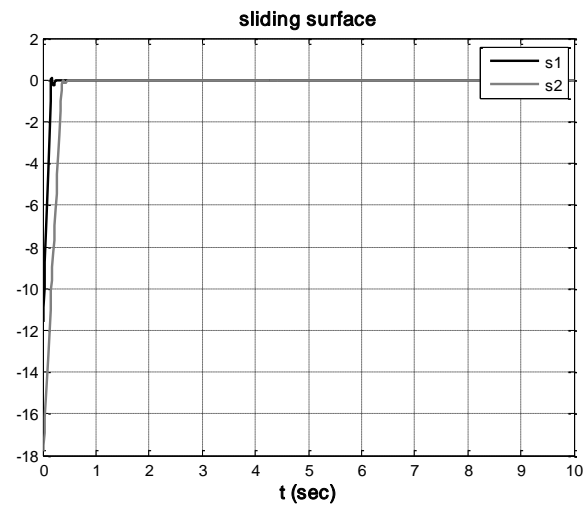
شکل ۵-۱۹- پاسخ پله خروجی اول (rad)



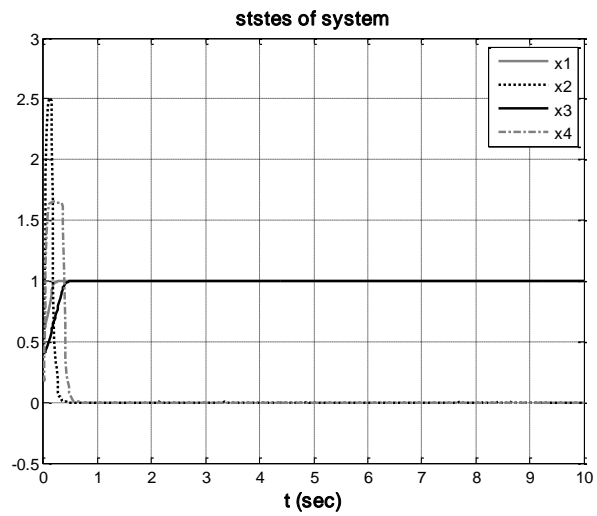
شکل ۵-۲۰- پاسخ پله خروجی دوم (rad)



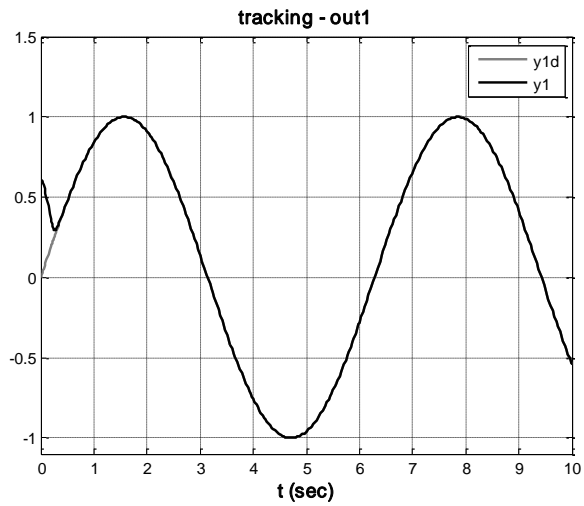
شکل ۵-۲۱- تلاش های کنترلی سیستم (v)



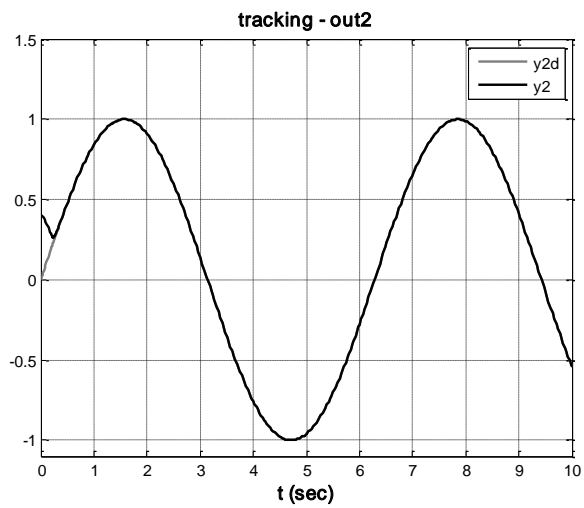
شکل ۵-۲۲- سطوح لغزشی



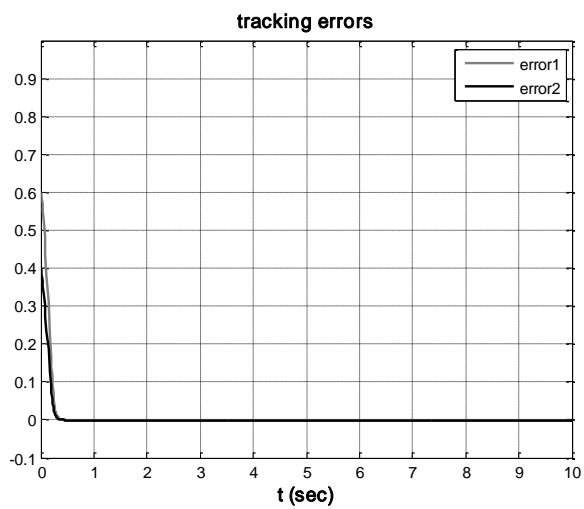
شکل ۵-۲۳- حالت های سیستم



شکل ۵-۲۴- ردیابی خروجی اول (rad)



شکل ۵-۲۵- ردیابی خروجی دوم (rad)

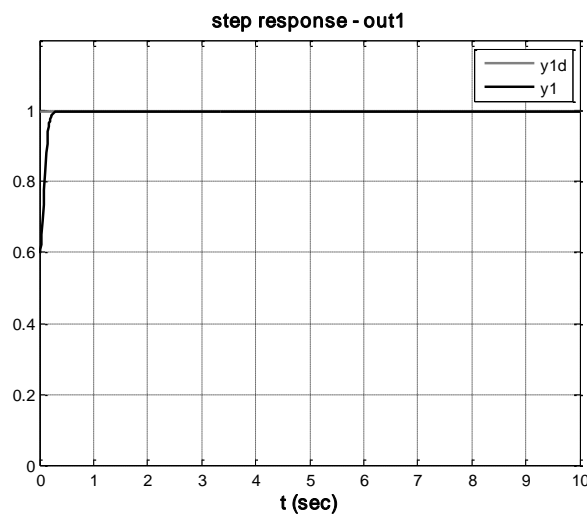


شکل ۵-۲۶- خطاهای ردیابی (rad)

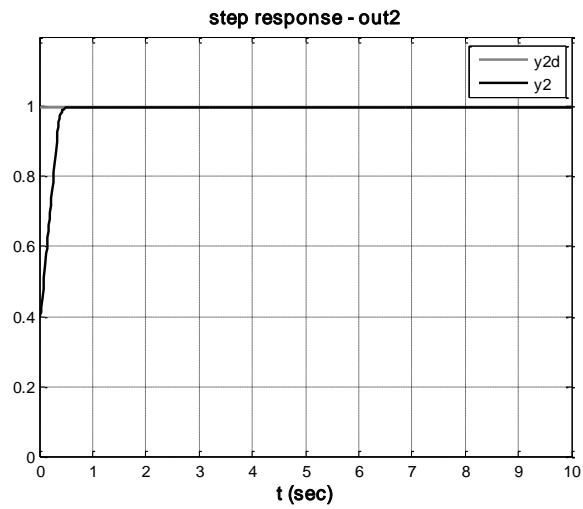
حال حالتی را در نظر می گیریم که اغتشاش خارجی وعدم قطعیت نیز در سیستم وارد شده اند. ابتدا اغتشاش خارجی $w_1 = w_2 = 0.4\sin(3t)$ را وارد می کنیم. شکل های ۲۷-۵ و ۲۸-۵ پاسخ پله سیستم را در حضور اغتشاش خارجی نشان می دهند. در ادامه عدم قطعیت پارامتری را هم وارد سیستم می کنیم. عدم قطعیت پارامتری به صورت زیر در شبیه سازی ها منظور شده است.

$$A(x) = 1.5A_n(x) \quad , \quad b(x) = 1.5b_n(x)$$

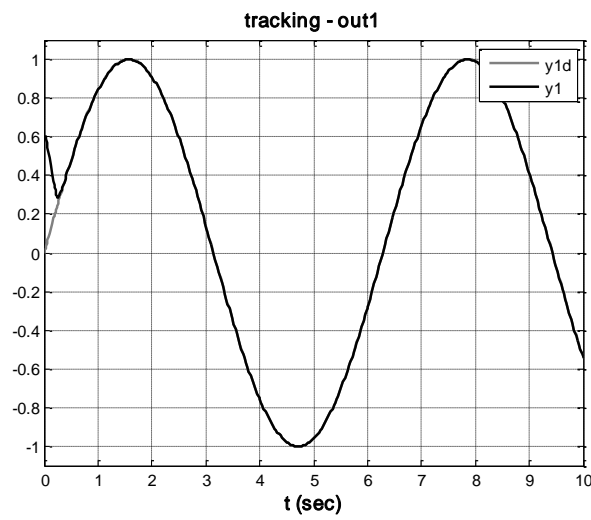
شکل های ۲۹-۵ و ۳۰-۵ ردیابی خروجیهای سیستم را برای ورودیهای مرجع سینوسی در حضور عدم قطعیت و اغتشاش نشان می دهد. خطای ردیابی ها در شکل ۳۱-۵ آورده شده است و همانگونه که از شکل پیداست حتی با حضور عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی نیز خطای ردیابی خروجیها به صفر همگرا شده است.



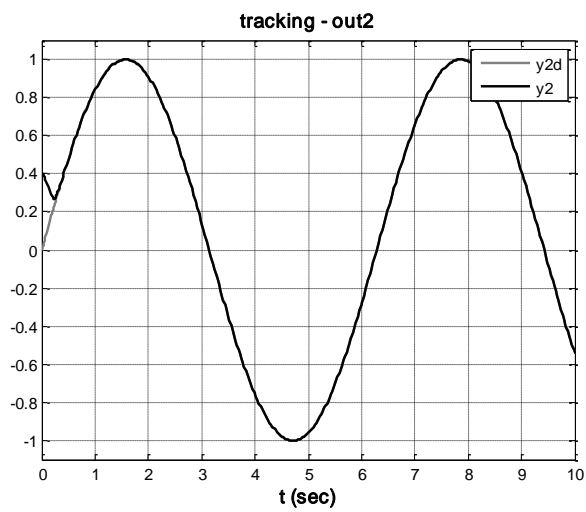
شکل ۲۷-۵- پاسخ پله خروجی اول با اغتشاش خارجی (rad)



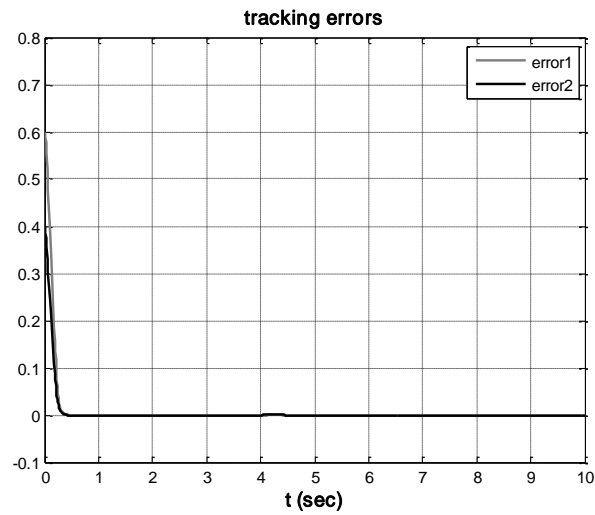
شکل ۵-۲۸- پاسخ پله خروجی دوم با اغتشاش خارجی (rad)



شکل ۵-۲۹- ردیابی خروجی اول با حضور عدم قطعیت و اغتشاش (rad)



شکل ۵-۳۰- ردیابی خروجی دوم با حضور عدم قطعیت و اغتشاش (rad)



شکل ۵-۳۱- خطاهای ردیابی با حضور عدم قطعیت و اغتشاش (rad)

فصل ششم:

نتیجه گیری

نتیجه گیری

ما در این پایان نامه ابتدا روش خطی سازی فیدبکی را بر روی مدل نامی سیستم هلی کوپتر اعمال کردیم، در مدل نامی همه پارامترهای سیستم مشخص بودند. با توجه به شکل های ۷-۵ و ۸-۵ دیدیم که با شناخت دقیق از پارامترهای سیستم، با قانون کنترل خطی سازی فیدبکی، سیستم پاسخ پله مطلوبی داشت و در ردیابی خروجیهای مطلوب نیز عملکرد خوبی از خود نشان داد (شکل های ۵-۱۱ تا ۵-۱۳) و خطای ردیابی خروجیها به سمت صفر همگرا شدند. ولی وقتی که سیستم تحت تاثیر اغتشاش خارجی قرار گرفت و نیز عدم قطعیت پارامتری در سیستم وارد شد، قانون کنترل خطی سازی فیدبکی دیگر قانون کنترل مناسب حالت قبل نبود. پاسخ پله سیستم کاملا تحت تاثیر اغتشاش خارجی قرار گرفت (شکل های ۵-۱۴ و ۵-۱۵)، همچنین سیستم دیگر قادر نبود خطای ردیابی خروجیها را به صفر همگرا کند (شکل های ۵-۱۶ تا ۵-۱۸) و این یک مشکل اساسی روش خطی سازی فیدبکی است. در واقع با وجود عدم قطعیت پارامتری و غیرپارامتری، خطی سازی فیدبکی برای کنترل سیستم های غیرخطی روش مناسبی نیست. ما برای رفع این مشکل روش خطی سازی فیدبکی لغزشی را بر روی سیستم هلی کوپتر اعمال کردیم، سپس در حضور عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی به شبیه سازی سیستم پرداختیم. در نتایج شبیه سازی ها دیدیم که سیستم پاسخ مناسبی داشت (شکل های ۵-۲۷ و ۵-۲۸) و در ردیابی خروجیهای مطلوب نیز قادر شد خطای ردیابی خروجیها را به سمت صفر همگرا کند (شکل ۵-۳۱). در واقع با روش خطی سازی فیدبکی لغزشی سیستم را در مقابل عدم قطعیت پارامتری و اغتشاش خارجی مقاوم نمودیم و این مزیتی است که با

توجه به آن می توان این روش را در کنترل مقاوم سیستم های غیرخطی که قابلیت خطی سازی ورودی خروجی دارند، به کار برد.

پیشنهادات

جهت ادامه این پایان نامه پیشنهاد های زیر ارائه می گردد:

- از آنجا که سیستم هلی کوپتر دارای نا معینی در پارامترهایی نظیر تغییرات مرکز جرم و تغییرات ضرایب اصطکاک نیز می باشد، پیشنهاد می شود که امکان استفاده از روش های دیگر کنترل مقاوم بروی این سیستم مورد بررسی قرار گیرد.
- برای کنترل این گونه سیستم ها نیاز به داشتن تمام متغیر های حالت سیستم داریم. پیشنهاد می شود برای سیستم هایی که حالت های آن در دسترس نمی باشد با تلفیق روش های هوشمند و کلاسیک مثل استفاده از رویت گر های شبکه های عصبی ، حالت های سیستم را برای کنترل آن تخمین زد.
- پیشنهاد می شود جهت بهبود خطای ماندگار طراحی سطح لغزش به فرم PID مورد بررسی قرار گیرد.
- برای رفع بهتر نوسان کنترل کننده پیشنهاد می شود از ترکیب روش های هوشمندی همچون کنترل فازی، با کنترل مد لغزشی استفاده شود. همچنین جهت افزایش سرعت پاسخ دهی سیستم می توان این روش های هوشمند را در طراحی لایه مرزی و سطح لغزش نیز به کار برد.

مراجع

[1] A. Isidori, Nonlinear Control Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1989.

[2] G. Meyer and L. Cicolani, "Application of Nonlinear Systems Inverses to Automatic Flight Control Design System Concepts and Flight Evaluations," AGARDograph AG251 on Theory and Applications of Optimal Control in Aerospace Systems, NATO, pp. 10-1 to 10-29, 1980.

- [3] D.J. Bugajski, D.F. Enns and M.R. Elgersma, "A Dynamic Inversion Based Control Law with Application to the High Angle of Attack Research Vehicle," Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, pp. 20-22, 1990.
- [4] J.S.Brinker and K.A.Wise., "Stability and Flying Qualities Robustness of a Dynamic Inversion Aircraft Control Law," AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 19, No. 6, pp. 1270-1277, 1996.
- [5] J.M.Buffington, R.J.Adams and S.S.Banda, "Robust Nonlinear High Angle of Attack Control Design for a Supermaneuverable Vehicle," Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, pp. 690-700, 1993.
- [6] L. Marconi and R. Naldi, Robust full degree-of-freedom tracking control of a helicopter, *Automatica* 43, 1909 – 1920, 2007.
- [7] Ch. Luo, R. Liu, C. Yang and Y. Chang, Helicopter H_∞ control design with robust flying quality, *Aerospace Science and Technology* 7, 159–169, 2003.
- [8] A. Budiyo and S.S. Wibowo, Optimal Tracking Controller Design for a Small Scale Helicopter, *Journal of Bionic Engineering* 4, 271–280, 2007.
- [9] E.N. Sanchez, H.M. Becerra and C.M. Velez, Combining fuzzy, PID and regulation control for an autonomous mini-helicopter, *Information Sciences* 177, 1999–2022, 2007.
- [10] D. McLean and H. Matsuda, Helicopter station-keeping: comparing LQR, fuzzy-logic and neural-net controllers, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 11, 411-418, 1998.
- [11] H.Khalil, *Nonlinear Systems*, Macmillan Publishing Company, New York, 1992.
- [12] S. Lee, C. Ha and B.S. Kim, Adaptive nonlinear control system design for helicopter robust command augmentation, *Aerospace Science and Technology* 9, 241–251, 2005.
- [13] S.S.Sastry and A.Isidori, "Adaptive Control of Linearizable Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 34, No. 11, pp. 1123-1131, 1989.
- [14] I.Kanellakopoulous, P.V.Kokotovic and A.S.Morse, "Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 36, No. 11, pp. 1241-1253, 1991.
- [15] M. Krothapally, J.C. Cockburn and S. Palanki, Sliding mode control of I/O linearizable systems with uncertainty, *ISA Transactions* 37, 313-322, 1998.

[۱۶] هیوبرت اسمیت، مبانی پواز و آیرودینامیک به زبان ساده (مقدمه ای بر مهندسی هوافضا)، عبدالعلی حقیری، نشر دانشگاه امام حسین، موسسه چاپ و انتشارات، ۱۳۸۵

- [17] A. R. S. Bramwell , G. Done and D. Balmford ‘Bramwell’s helicopter dynamics (2nd edition)’ Butterworth-Heinemann, 2001.
- [18] Rotorcraft Flying Handbook (FAA Handbook), by Federal Aviation Administration, FAA publication, 2000.
- [19] Introduction to Helicopter Aerodynamics Workbook, CNATRA p-401, US NAVY, 2000.
- [20] b.Jakubczyk, W. Respondek, “ on the linearization of control systems” , Bulletin de L’ Academie Polonomic des Sciences, Series des Science Mathematiques, 28, 1980.
- [21] R. Su, “On the Linear Equivalent of nonlinear Systems”, System and Control Letters, 1982.
- [22] A. J.Krener, “Approximate Linearization by State Feedback and Coordinate Change”, Systems and Control Letter 5, 1984.
- [23] A. J. Krener, S. Karahan, M.Jubbard, R. Frezza, “Higher Order Linear Approximation to non-linear Control Systems”, proc of 28th IEEE Conf. On Decision and Control, 1987.
- [24] S. Karahan. “Higher Degree Approximation to Nonlinear Systems”. Ph. D.DI’qsertation, University of California, Davis, CA, 1988.
- [25] K. Nam, S. Lee and S. Won , A local stabilizing control scheme using an approximate feedback linearization, IEEE transaction on automatic control, vol. 39, no. 11, november 1994.
- [26] A. Isidori, “Nonlinear Control Systems ”, 3rd ed., Springer-Verlag, 1995.
- [27] J.J.E Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [28] P. Rouchon, “Necessary Condition and Genericity of Dynamic FeedBack Linearization”, J. of Mathematical Systems Estimation and Control, Vol. 4 , No. 2, 1994.
- [29] H. Nijmeijer and A. J. van der shaft. “Nonlinear Dynamical Control Systems”. Springer Verlag, Berlin, 1990.
- [30] J. W. Grizzle, “Feedback Linearization of Discrete-time Systems”, Lecture Notes in Control and Information Science ,83,1985.
- [31] H. G. LEE, A.Arapostathis, S. I.Marcus, “Linearization of Discrete-time Systems” ,International Journal of Control, 1987.
- [32] D.Ch. Liaw, W.Ch. Chung, A Feedback Linearization Design For The Control Of Vehicle’s Lateral dynamics, Nonlinear Dyn 52, 313–329, 2008.
- [33] Ch.Ch. Chen, Yi.Ch. Huang, W.J. Lin, D.Ch. Shen and Li. Huang, An application of feedback linearization to the tracking and almost disturbance decoupling control of nonlinear system with uncertainties, Controland Cybernetics, vol. 36, No. 2, 2007.

- [34] H.L. Choi and J.T. Lim, On input- state linearization of nonlinear system with uncertainty, IEEE trans. fundamentals, vol. E83-A, no. 12, decemer 2000.
- [35] V.I Utkin, Sliding Modes and their application in Variable Structure Systems, MIR Publishers, Moscow, 1978.
- [36] H. Elmali and N. Olgac, Robust Output Tracking Control of Nonlinear MIMO Systems via Sliding Mode Technique, Automatica, Vol. 28. No. 1, pp. 145-151, 1992.
- [37] W. Perruquetti and J.P. Barbot, Sliding Mode Control in Engineering, Marcel Dekker, Inc. New York, 2002.
- [38] M. Carpita and M. Marchesoni, Experimental Study of a Power Conditioning System Using Sliding Mode Control, IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS, VOL. 11, NO. 5, SEPTEMBER 1996.
- [39] H. Elmali and N. Olgac, Implementation of Sliding Mode Control with Perturbation Estimation (SMCPE), IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 4, NO. 1, JANUARY 1996.
- [40] K.D. Young, V.I. Utkin and U. Özgüner, A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control, IEEE Trans. Cont. Sys. Technology, Vol. 7, No. 3, pp. 328-342, 1999.
- [41] Y. B. Shtessel, Nonlinear Output Tracking in Conventional and Dynamic Sliding Manifolds, IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL. 42, NO. 9, pp. 1282-1286, SEPTEMBER 1997.
- [42] S.P. CHAN, Variable Structure Control of Robot Manipulators with Perturbation Estimator, Journal of Intelligent and Robotic Systems 26, 29–46, 1999.
- [43] S.V. Emelyanov, THEORY OF VARIABLE-STRUCTURE CONTROL SYSTEMS: INCEPTION AND INITIAL DEVELOPMENT, Computational Mathematics and Modeling, Vol. 18, No. 4, 2007.
- [44] P.Y. Richard, H. Cormerais and J. Buisson, A generic design methodology for sliding mode control of switched systems, Nonlinear Analysis 65, 1751–1772, 2006.
- [45] H.S. Ramirez, On the sliding mode control of nonlinear systems, Systems & Control Letters 19, 303-312, 1992.
- [46] J.S. Liu, On tracking control for affine nonlinear systems by sliding mode, Systems & Control Letters 13, 439-443, 1989.

[47] X.Y. Lu and S.K. Spurgeon, Robust sliding mode control of uncertain nonlinear systems, *Systems & Control Letters* 32, 75-90, 1997.

[48] Magnus Gafvert, "Modeling of the ETH Helicopter Process", Department of Automatic Control Lund Institute of Technology, November 2001.

[49] G. Mustafa and N. Iqbal, "Design for a Twin Rotor Helicopter Model Via Exact State Feedback Linearization", IEEE 2004.

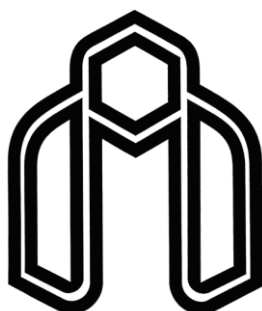
[50] M. Sacki, J. Imura and Y. Wada, Flight control design of twin rotor helicopter model by 2 step exact linearization, *Proc. of IEEE Int. Conf. on Control Applications*, Vol.1, 146/151, 1999.

[51] K.U. Khan, N. Iqbal, "Modeling and controller design of twin rotor system/helicopter lab process developed at PIEAS", INMIC, 2003.

Abstract:

Ideal feedback linearization is defined for the case when the system parameters are known. While with uncertainty, for example, parametric uncertainty and external disturbances, feedback linearization is not an ideal method for nonlinear system control. Sliding feedback linearization has been suggested to eliminate parametric uncertainty and external disturbances which can't be eliminated in the case of ideal feedback linearization. Control algorithm has been designed in such a way that it can be used for feedback linearization technique and sliding mode control simultaneously. In fact, in this method, gain of feedback is determined by sliding control law. Simulation results show that the efficiency of this method in design of robust control for minimum phase input-output linearizable system in presence of uncertainty and disturbances.

Key-Words: Feedback linearization, Helicopter, Nonlinear control, Sliding mode control



**SHAHROOD UNIVERSITY
OF TECHNOLOGY**

Department of Electrical and Robotic

Thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for
Degree of Master of Science (M.sc) in Control Engineering

Design and Simulation of robust nonlinear control system on a Helicopter

Amir Kobari Azar

Supervisor:

Dr. M. Hadad Zarif

Advisor:

Dr. M.M. Fateh

January 2009