

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی برق و ریاضیات

رساله دکتری مهندسی کنترل

کنترل فازی تطبیقی برای کلاسی از سیستم های تکین غیر خطی

نگارنده: نعیمه فخرشاملو

استاد راهنما

دکتر اکبرزاده کلات

استاد مشاور

Prof. Luigi Chisci

شهریور ۱۳۹۸

تعمیرات به پدر و مادر

تعمیر نامه

اینجانب **نعیمه فخرشاملو** دانشجوی دوره دکتری رشته **مهندسی کنترل** دانشکده **مهندسی برق** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **کنترل فازی تطبیقی کلاسی از سیستم های تکین تحت راهنمایی آقای دکتر علی اکبرزاده کلات** متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

در این رساله، ابتدا کنترل فازی تطبیقی مستقیم سیستم های تکین غیرخطی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. دو مدل در این طراحی در نظر گرفته می‌شود: در اولین مدل فرض می‌شود که ضرایب ورودی سیستم تکین، معلوم می‌باشد. در حالیکه در مدل دوم، این ضرایب، نامعلوم اما معین مثبت متقارن و محدود فرض می‌شوند. برای مقابله با نامعینی‌های سیستم، از سیستم فازی برای تخمین مستقیم ورودی مطلوب استفاده می‌شود. پارامترهای قابل تطبیق سیستم فازی یا به کمک قضیه لیپانوف و یا با استفاده از الگوریتم گرادیان نزولی تنظیم می‌شود. علاوه بر آن، با استفاده از کنترل کننده کمکی برای جبران خطای تخمین، ردگیری حالت‌های مرجع تضمین می‌شود و در هر دو حالت، خطای تخمین به طور مجانبی به سمت صفر میل می‌کند. در ادامه، کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم سیستم های تکین غیرخطی برای ردگیری مجانبی حالت‌های یک سیستم مجاز منظم مرجع تکین خطی، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در کنترل کننده پیشنهاد شده از قابلیت تخمین گر عمومی بودن سیستم های فازی تاکاگی سوگنو کانگ برای تخمین پارامترهای نامعلوم سیستم استفاده می‌گردد. بطور مشخص، تنها فرض شده است که مرتبه سیستم تکین معلوم می‌باشد و تمامی پارامترهای دیگر سیستم نامعلوم فرض شده‌است. در روش پیشنهاد شده، ردیابی مجانبی حالت‌های مدل مرجع با استفاده از قوانین تطبیق برخط برای تخمین پارامترهای سیستم با استفاده از مدل فازی تضمین می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در تمامی کنترل کننده‌های پیشنهادی، عملکرد مناسب و کارآمدی آن‌ها را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم های غیرخطی، کنترل فازی تطبیقی، سیستم های تکین، قضیه لیپانوف، مدل سازی فازی.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

1. Naeimeh Fakhri Shamloo, Ali Akbarzadeh Kalat, Luigi Chisci
"Direct adaptive fuzzy control of nonlinear descriptor systems"
Published in "International Journal of Fuzzy Systems-Springer" IF: 3.085
2. Naeimeh Fakhri Shamloo, Ali Akbarzadeh Kalat, Luigi Chisci "Indirect adaptive fuzzy control of nonlinear descriptor systems" Published in "European Journal of Control-Elsevier" IF: 1.549

۳- نعیمه فخرشاملو، علی اکبرزاده کلات "کنترل فازی تطبیقی مستقیم کلاسی از سیستم های تکین" در چهارمین کنفرانس ملی تکنولوژی در مهندسی برق و کامپیوتر

۴- نعیمه فخرشاملو، علی اکبرزاده کلات "کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم کلاسی از سیستم های تکین" در چهارمین کنفرانس ملی تکنولوژی در مهندسی برق و کامپیوتر

فهرست مطالب

۵	فهرست اشکال
۹	فهرست علائم
۱	فصل ۱: مقدمه
۲	۱-۱ مقدمه.....
۴	۲-۱ تاریخچه سیستم های تکین.....
۵	۱-۲-۱ سیستم های تکین خطی.....
۵	۱-۲-۲ سیستم های تکین غیرخطی.....
۶	۱-۲-۳ کنترل سیستم های تکین.....
۷	۳-۱ ساختار سیستم تکین.....
۱۰	۴-۱ منظم بودن.....
۱۱	۵-۱ شاخص سیستم.....
۱۱	۱-۵-۱ شاخص دیفرانسیلی.....
۱۳	۱-۵-۲ شاخص بیگانگی.....
۱۴	۶-۱ حل پذیری و سازگاری.....
۱۵	۷-۱ کاهش شاخص.....
۱۵	۸-۱ مجاز بودن.....
۱۶	۹-۱ پایداری.....
۱۷	۱-۹-۱ روش مستقیم لیاپانوف.....

۱۹-۲-۱ روش غیرمستقیم لیاپانوف ۱۹

۱۹-۳-۱ معکوس لیاپانوف ۲۰

۱۰-۱ هدف تحقیق ۲۱

۱-۱۰-۱ اهمیت کنترل فازی تطبیقی سیستم های تکین ۲۱

فصل ۲: پیش نیازهای تحقیق و شرایط ردگیری سیستم تکین خطی ۲۳

۲-۱ مقدمه ۲۴

۲-۲ تعاریف و قضایا ۲۴

۲-۳ شرایط ردگیری سیستم تکین خطی توسط سیستم تکین غیرخطی ۲۶

۲-۴ معرفی ساختار سیستم فازی ۲۸

فصل ۳: کنترل فازی تطبیقی مستقیم سیستم های تکین غیرخطی ۳۱

۳-۱ مقدمه ۳۲

۳-۲ تعریف مسئله ۳۳

۳-۳ طراحی کنترل کننده ۳۴

۳-۳-۱ طراحی سیستم فازی ۳۵

۳-۳-۲ طراحی کنترل کننده ۳۶

۴-۳ شبیه سازی ۴۶

۳-۵ نتیجهگیری ۵۵

فصل ۴: کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم سیستم های تکین ۵۷

۴-۱ مقدمه ۵۸

۴-۲ تعریف مسئله ۵۹

۴-۳ طراحی کنترلکننده ۶۰

۴-۳-۱ طراحی سیستم فازی ۶۱

۴-۳-۲ طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی ۶۳

۴-۴ شبیه سازی ۶۷

۴-۵ نتیجه گیری ۷۸

فصل ۵: کنترل ردیابی مسیر H^∞ فازی تطبیقی غیر مستقیم مبتنی بر مشاهدهگر سیستم

های تکین ۷۹

۵-۱ مقدمه ۸۰

۵-۲ تعریف مسئله ۸۰

۳-۵ طراحی کنترل کننده ردیابی مسیر H^∞ ۸۲

۴-۵ طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی ۸۴

۱-۴-۵ طراحی تخمینگر فازی ۸۵

۲-۴-۵ طراحی مشاهده گر حالت ۸۷

۵-۵ طراحی کنترل کننده ردیابی مسیر H^∞ ۹۰

۶-۵ شبیه سازی ۹۳

۷-۵ نتیجه گیری ۱۰۰

فصل ۶: نتیجه گیری و پیشنهادات

۱-۶ نتیجه گیری ۱۰۲

۲-۶ پیشنهادات ۱۰۳

فهرست اشکال

- شکل ۳-۱. کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم روش اول ۴۰
- شکل ۳-۲. کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم روش دوم ۴۵
- شکل ۳-۳. مسیر حالت x_1 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{1d} سیستم مرجع ۴۸
- شکل ۳-۴. مسیر حالت x_2 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{2d} سیستم مرجع ۴۸
- شکل ۳-۵. نمودار خطاهای ردگیری حالت‌های مرجع ۴۹
- شکل ۳-۶. نمودار بردار پارامترهای سیستم فازس ۴۹
- شکل ۳-۷. سیگنال کنترلی u ۵۰
- شکل ۴-۱. ساختار کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم ۶۷
- شکل ۴-۲. مسیر حالت x_1 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{1d} سیستم مرجع ۷۰
- شکل ۴-۳. مسیر حالت x_2 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{2d} سیستم مرجع ۷۰
- شکل ۴-۴. مسیر حالت x_3 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{3d} سیستم مرجع ۷۰
- شکل ۴-۵. مسیر کنترل u ۷۱
- شکل ۴-۶. پاندول معکوس ۷۱
- شکل ۴-۷. مسیر حالت x_1 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{1d} سیستم مرجع ۷۵
- شکل ۴-۸. مسیر حالت x_2 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{2d} سیستم مرجع ۷۵
- شکل ۴-۹. مسیر حالت x_3 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{3d} سیستم مرجع ۷۶
- شکل ۴-۱۰. نمودار خطای ردگیری حالت های سیستم مرجع ۷۶
- شکل ۴-۱۱. سیگنال کنترلی u ۷۷

فهرست علائم

فضای n بعدی اعداد حقیقی	\mathbb{R}^n
مجموعه اعداد مختلط	\mathbb{C}
تابع f مجموعه \mathbb{D} را به مجموعه \mathbb{R} می برد	$f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}$
مشتق نسبی f_r نسبت به x	$f_{r;x}$
مجموعه تمام توابعی که n بار مشتق پذیر می باشند	C^n
تابع $f: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}$ ، k بار مشتق پذیر می باشد	$f \in C^k(\mathbb{D}, \mathbb{R})$
رتبه ماتریس A	$\rho(A)$

فصل ۱: مقدمه

۱-۱ مقدمه

در زندگی روزمره، استراتژی‌های کنترل تقریباً همه‌جا استفاده می‌شوند. اغلب این استراتژی‌های کنترل، یکی از انواع کنترل فیدبکی هستند. برای دستیابی به عملکرد بهتر کنترل کننده، در اکثر موارد ما احتیاج به تعریف ریاضی از سیستم داریم. تعریف ریاضی سیستم، مدل سیستم نامیده می‌شود که به فرم‌های مختلفی قابل بیان است.

در دهه‌های گذشته فرم فضای حالت سیستم‌ها به صورت گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است. یک مدل فضای حالت استاندارد، متناظر با تعدادی معادله دیفرانسیل معمولی می‌باشد. اما برخی از سیستم‌های فیزیکی از قبیل فرایندهای شیمیایی، مدارهای الکتریکی و سیستم‌های قدرت با تعدادی معادله جبری نیز به یکدیگر وابسته هستند، در نتیجه مدل فضای حالت معمولی برای این سیستم‌ها مدل کاملی نمی‌باشد و برخی از متغیرها در توصیف آن حذف شده‌اند.

در برخی دیگر از سیستم‌ها، معادلات دینامیکی به تنهایی پاسخگوی توصیف سیستم نمی‌باشند و بایستی یک یا چند معادله جبری جهت توصیف محدودیت‌ها، نیز در نظر گرفته شوند. در این صورت ساختار فضای حالت مورد بحث در کنترل مدرن قادر به مدلسازی سیستم نمی‌باشد و نیاز به تعریف جدیدی از سیستم‌ها به نام سیستم‌های تکین است. یکی دیگر از فرم‌های بیان مدل سیستم، فرم سیستم‌های تکین^۱ است. یکی از ویژگی‌های این فرم، وجود معادلات جبری و دینامیکی بطور همزمان می‌باشد. بنابراین مدل سیستم، محدودیت‌های دینامیکی و استاتیکی یک مدل واقعی را همزمان توصیف می‌کند.

سیستم‌های تکین برای نخستین بار در دهه ۷۰ میلادی معرفی شدند و تاکنون تلاش‌هایی به منظور بیان مفاهیم و تعاریف اساسی نظریه سیستم‌های تکین و همچنین توسعه کنترل این دسته از سیستم‌ها صورت گرفته است. در دهه‌های اخیر، سیستم‌های تکین بدلیل کاربردهای وسیع در علوم مختلف از جمله مدل‌های مکانیکی، مدارهای الکتریکی و معادلات شیمیایی به یکی از شاخه‌های اصلی نظریه کنترل تبدیل شده‌اند. بر

^۱ Singular systems

اساس زمینه کاربرد، این سیستم‌ها به نام‌های سیستم‌های شبه حالت^۱، سیستم‌های دیفرانسیلی-جبری^۲ یا سیستم‌های حالت تعمیم یافته^۳ نیز معرفی شده‌اند. مثال‌هایی از مدل سازی به وسیله سیستم‌های تکین در مدل فرایندهای شیمیایی [1]، مدارهای الکتریکی [2] و رباتیک [3] آورده شده است.

سیستم‌های تکین از ترکیب معادلات دیفرانسیلی و جبری تشکیل شده‌اند و بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$F(t, \mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) = 0 \quad (1-1)$$

که در آن $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ، $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$ و $F: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}^m$ است. سیستم‌های دیفرانسیلی معمولی فرم خاصی از سیستم‌های تکین می‌باشند.

سیستم‌های تکین خصوصیتی دارند که در سیستم‌های دیفرانسیلی معمولی یافت نمی‌شوند. به طور مثال تابع تبدیل سیستم‌های تکین لزوماً سره نمی‌باشد و برای بعضی از شرایط اولیه، پاسخ زمانی سیستم‌های تکین می‌تواند غیرعلی و دارای ضربه باشد.

یکی از مهمترین مشکلات در کنترل، نامعینی‌های ناشی از دینامیک‌های مدل نشده و عدم قطعیت پارامترها می‌باشد که منجر به توسعه راهکارهایی نظیر کنترل مقاوم، کنترل تطبیقی و کنترل فازی گردیده است. در پژوهش‌های مختلف در سال‌های اخیر نشان داده شده است که ترکیب روش‌های کنترل فازی و تطبیقی می‌تواند به عنوان راهکار مناسبی جهت مقابله با نامعینی‌ها مورد استفاده قرار گیرد. لذا کنترل فازی تطبیقی در سالهای اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

جهت مقابله با نامعینی‌ها در سیستم‌های تکین، تاکنون پژوهش‌هایی جهت به کارگیری کنترل تطبیقی سیستم‌های تکین صورت پذیرفته است. لیکن این روش‌ها به تعداد نسبتاً زیادی از پارامترهای معلوم جهت همگرایی نیاز دارند. روش کنترل فازی تطبیقی به عنوان یک راهکار مستقل از مدل، می‌تواند با کاهش

^۱ Semi-state systems

^۲ Differential-algebraic systems

^۳ Generalized state-space systems

پارامترهای معلوم، آزادی عمل بیشتری در اختیار طراحان سیستم های کنترل قرار دهد. لذا توسعه روش کنترل فازی تطبیقی برای کلاسی از سیستم های تکین غیرخطی به عنوان موضوع این رساله انتخاب است. برای آشنایی کلی با سیستم های تکین، در این فصل ابتدا به بیان مختصر تاریخچه سیستم های تکین و سپس به معرفی تئوری های سیستم تکین می پردازیم. مفاهیم مهمی چون ساختار کلی، منظم بودن^۱، شاخص، حل پذیری، سازگاری^۲، مجاز بودن^۳ و پایداری سیستم تکین به طور خلاصه تعریف خواهند شد.

۱-۲ تاریخچه سیستم های تکین

در سال ۱۹۷۴، برای اولین بار روزن براک^۴ سیستم های تکین را مطرح و به طور محدود در رابطه با تبدیل سیستم های تکین بحث کرد [4]. لونبرگر^۵ مسئله وجود و یکتایی پاسخ سیستم های تکین را بررسی نمود [5]. از آن زمان به بعد، سیستم های تکین به دلیل کاربردهای وسیع توجه محققان بیشتری را به خود جلب کرد. تحقیقات بر روی سیستم های تکین، نه تنها موضوعات کلاسیک کنترل از جمله کنترل پذیری، مشاهده پذیری و پایداری بلکه موضوعات جدید و خاصی همچون حل پذیری^۶ و شاخص^۷ سیستم را نیز شامل می شود [6].

^۱ Regularity

^۲ Consistency

^۳ Admissibility

^۴ Rosenbrock

^۵ Luenberger

^۶ Solvability

^۷ Index

۱-۲-۱ سیستم های تکین خطی

سیستم های خطی یکی از موضوعات اساسی نظریه کنترل می باشند. چهارچوب این مسئله برای سیستم های تکین در اواخر دهه ۷۰ تا اوایل دهه ۸۰ ترسیم گردید. در این زمان تبدیل معادل سیستم های تکین خطی مطالعه گردید [4] و مسئله وجود و یکتایی پاسخ سیستم های تکین خطی تغییر ناپذیر با زمان بررسی شد [5]. کنترل پذیری، مشاهده پذیری و دوگان سیستم های تکین مورد بحث قرار گرفت [7]. روش های طراحی مشاهده گر برای سیستم های تکین تدوین گردید [8]. جایابی مقادیر ویژه در سیستم های تکین مطالعه گردید [9]. تمامی تئوری های اساسی سیستم های تکین خطی در [10] خلاصه شده اند. از اوایل دهه ۹۰، نتایج مهم و اساسی در رابطه با سیستم های تکین خطی بررسی گردید. تبدیل مختصات سیستم برای تبدیل یک سیستم تکین خطی به فرم کانونی معرفی شد [11]. کنترل پذیری و مشاهده پذیری سیستم های تکین خطی متغیر با زمان با معیارهای خاص مورد بحث قرار گرفت [12].

۱-۲-۲ سیستم های تکین غیر خطی

سیستم های تکین غیر خطی به دلیل وجود معادلات جبری غیرخطی بسیار پیچیده تر از سیستم های غیرخطی معمولی هستند. حل پذیری و پاسخ های عددی سیستم های تکین غیرخطی هنوز در زمره مسائل بحث برانگیز هستند. تحقیقات اخیر بر روی سیستم های تکین غیرخطی شامل معادلات دیفرانسیلی و جبری غیرخطی در [13] مثال خطی سازی فیدبکی^۱ سیستم تکین غیرخطی شامل معادلات دیفرانسیلی و جبری غیرخطی در [13] بررسی گردید، یک روش پایدارسازی فیدبکی^۲ سیستم تکین غیرخطی در [3] معرفی گردید، یک قانون کنترل فیدبکی برای ردگیری خروجی در [14] ارائه گردید، پایدارسازی و پایداری مقاوم برای سیستم های تکین پیوسته دارای عدم قطعیت ساختاری و تاخیر در [15] مطرح گردید.

^۱ Feedback Linearization

^۲ Feedback Stabilization

در سال‌های اخیر محققان زیادی به شاخه سیستم‌های تکین غیرخطی علاقه مند شده‌اند. بردمور^۱، ریاضا^۲ و دیگران مسائل مربوطه مانند سیستم‌های تکین با شاخص‌های بالا، فرم کرونکر^۳ و نظایر آن را مطالعه کرده‌اند [16] [17].

موضوع جدید دیگر نظریه سیستم‌های تکین فازی است. در [18] سیستم‌های تکین فازی برای اولین بار معرفی شده‌اند و در رابطه با پایداری این سیستم‌ها بحث شده است. مدل تعمیم‌یافته سیستم فازی تاکاگی-سوگنو^۴ برای سیستم‌های تکین در [19] مطرح شده است و کنترل مدل مرجع در آن بررسی شده است. کنترل H_∞ برای سیستم‌های تکین فازی تاکاگی-سوگنو در [20] مطالعه گردیده است. تمامی نتایج بالا با فرض ماتریس ضرایب مشتق یکسان و ثابت بدست آمده‌اند. این فرض در [21] حذف شده است و پایداری و پایداری سیستم‌های تکین فازی تاخیردار بررسی شده است.

۱-۲-۳ کنترل سیستم‌های تکین

روش‌های کنترل زیادی به سرعت برای سیستم‌های تکین توسعه داده شدند. در [22] کنترل بهینه LQR و مسئله ردگیری برای سیستم‌های تکین خطی تغییر ناپذیر با زمان که تنها مودهای دینامیکی محدود دارند، معرفی شدند. روش‌های هوشمند مانند [23] که در آن یک کنترل کننده مقاوم فازی برای پایداری یک کلاس خاصی از سیستم‌های تکین غیرخطی تاخیردار پیشنهاد شده است، مطرح شدند. مسئله کنترل مقاوم H_∞ برای سیستم‌های تکین پیوسته با عدم قطعیت پارامتری در [24] و [25] بررسی شده است. یک کنترل کننده فیدبک خروجی در [26] و یک کنترل کننده فیدبک حالت تطبیقی برای سیستم‌های تکین خطی در [27] مطرح شده است که پایداری حلقه بسته سیستم با تئوری لیاپانوف تضمین شده است. کنترل مود

^۱ Beardmore

^۲ Riaza

^۳ Kronecker Form

^۴ Takagi-Sugeno

لغزشی^۱ برای سیستم های تکین غیرخطی با استفاده از تبدیل به سیستم تکین خطی پارامتر متغیر در [28] و [29] ارائه گردیده است. یک کنترل کننده ساختار متغیر نرم^۲ برای سیستم های تکین غیر خطی در [30] پیشنهاد شد و پایداری سیستم طراحی شده تضمین گردید. چند کنترل کننده مدل مرجع نیز برای سیستم های تکین غیرخطی در [۲۷-۲۹] طراحی شده اند. در [31] یک کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع برای سیستم های تکین غیرخطی با پارامترهای غیرخطی محدب/مقعر، مطرح شده است. در [32] یک کنترل کننده فازی برای سیستم های تکین با استفاده از مدل تاکاگی-سوگنو برای سیستم غیرخطی پیشنهاد شده است تا پایداری حالت های داخلی سیستم را تضمین نماید و مدل مرجع را ردگیری کند. در [33] یک کنترل تطبیقی مدل مرجع برای سیستم های تکین غیرخطی افاین براساس قضیه لیاپانوف پیشنهاد شده است. بدلیل طبیعت پیچیده سیستم های تکین غیرخطی، بیشتر روش های کنترل برای سیستم های خطی طراحی شده اند، درحالیکه اکثر سیستم های واقعی غیرخطی هستند. بنابراین هنوز کنترل سیستم های تکین غیرخطی یک زمینه تحقیقاتی باز می باشد.

۱-۳ ساختار سیستم تکین

تعریف ریاضی اصلی سیستم ها اغلب شامل مجموعه ای از معادلات جبری و دیفرانسیلی می باشد. اگرچه در اکثر تئوری های کنترلی، معادلات جبری برای حذف بعضی از متغیرها می تواند استفاده شود. در نتیجه در تعریف سیستم ها تنها معادلات دیفرانسیلی دیده می شود که فضای حالت آن بصورت زیر تعریف می شود [10]:

$$\dot{x}(t) = F(t, x(t), u(t)) \quad (1-1)$$

که در آن بردار حالت $x \in \mathbb{R}^n$ و بردار ورودی $u \in \mathbb{R}^p$ است. اما دسته ای از سیستم ها وجود دارند که تنها قابل توصیف با معادلات دیفرانسیلی نیستند. در این نوع سیستم ها تمامی متغیرهای بردار x ، متغیر حالت

^۱ Sliding Mode

^۲ Soft Variable Structure Control

حافظه دار نیستند و بعضی از متغیرهای بردار x تنها بصورت جبری به سایر متغیرها وابسته‌اند. از این سیستم‌ها به عنوان سیستم‌های تکین یا سیستم‌های معادلات دیفرانسیلی-جبری^۱ (DAE) یاد می‌شود. این دسته از سیستم‌ها از ترکیب معادلات دیفرانسیلی و جبری تشکیل شده‌اند و بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$F(t, \mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)) = 0 \quad (۲-۱)$$

که در آن $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ، $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$ و $F: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}^m$ است و برای بعضی از مجموعه‌ها $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^{2n+p+1}$. همانند مدل فضای حالت در معادلات دیفرانسیلی معمولی، \mathbf{u} بردار ورودی است اما تمامی متغیرهای بردار x لزوماً متغیر حالت نیستند. زیرا بعضی از متغیرها حافظه دار نیستند، پس توسط معادلات دیفرانسیلی توصیف نمی‌شوند.

مثال ۱-۱

سیستم تکین زیر را در نظر بگیرید

$$M(t)\dot{x}_1(t) + C(t)x_2(t) + G(t)u(t) = 0$$

$$L(t)x_1(t) + E(t)x_2(t) + D(t)u(t) = 0$$

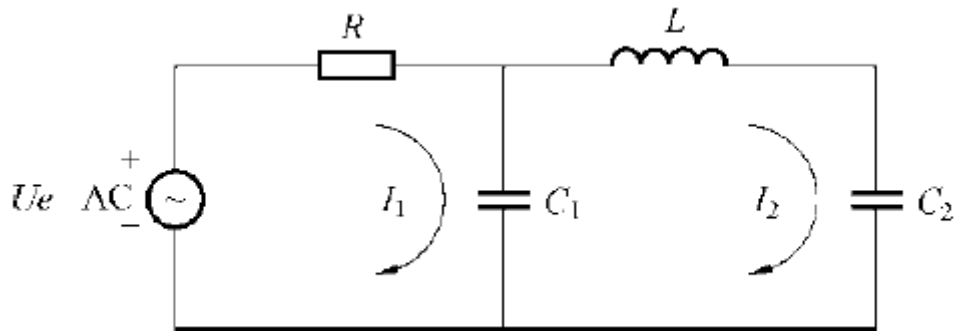
که در آن x_1 و x_2 متغیرهای بردار x و u ورودی سیستم است. متغیر x_1 با یک معادله دیفرانسیل معمولی مشخص می‌شود، در حالیکه x_2 در یک معادله جبری با x_1 و u در ارتباط است.

مثال ۲-۱ مدار الکتریکی

سیستم مدار الکتریکی مطابق شکل ۱-۱ را فرض کنید [34] که در آن u_{c_1} و u_{c_2} ولتاژ خازن‌های C_1 و C_2 و I_1 و I_2 جریان آن می‌باشد. بردار حالت‌ها را مطابق زیر فرض کنید:

$$\mathbf{x} = [u_{c_1} \quad u_{c_2} \quad I_1 \quad I_2]^T$$

^۱ Differential-Algebraic Equation



شکل ۱-۱: مدار الکتریکی دو حلقه ای

فرض کنید $y = u_{c_2}$ و $u = u_e$

معادله حاکم بر سیستم با استفاده از قانون کیرشهف عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & R & R \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]x(t)$$

مجموعه معادلات بالا به فرم معادلات دیفرانسیلی-جبری و سیستم به فرم تکین است.

در اکثر موارد در سیستم های فیزیکی و مکانیکی می توان معادلات سیستم تکین را به شکل زیر نوشت:

$$E(t)\dot{x}(t) = H(x(t), u(t), t) \quad (3-1)$$

که در آن t متغیر زمان، $x \in \mathbb{R}^n$ بردار متغیرها و $u \in \mathbb{R}^p$ بردار ورودی می باشد. ماتریس E می تواند یک ماتریس ویژه باشد. در صورتیکه ماتریس E ناویژه باشد، معادلات (۳-۱) قابل تبدیل به معادلات دیفرانسیلی معمولی به شکل زیر است:

$$\dot{x}(t) = E(t)^{-1}H(x(t), u(t), t) \quad (4-1)$$

هنگامیکه H یک تابع خطی از x و u است، مجموعه معادلات (۳-۱) به شکل زیر ساده می شود:

$$E(t)\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (5-1)$$

معادله (۵-۱) توصیف عمومی سیستم های تکین خطی متغیر با زمان است.

همچنین می توان معادلات کلی سیستم های تکین (۲-۱) را به شکل نیمه صریح^۱ زیر نوشت:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = F_1(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \mathbf{u}(t)) \quad (۶-۱)$$

$$0 = F_2(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \mathbf{u}(t))$$

که در آن $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^r$ ، $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^{n-r}$ و $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$ می باشد. در این رابطه در صورتیکه مشتق جزئی F_2 نسبت به \mathbf{x}_2 غیر تکین باشد، تمامی متغیرهای بردار \mathbf{x}_1 متغیرهای حالت و حافظه دار هستند.

۴-۱ منظم بودن

یکی از مهم ترین ویژگی های سیستم تکین منظم بودن آن هاست. در سیستم های تکین خطی، این ویژگی که ماتریس $SE - A$ جز در تعداد محدودی S در همه جا غیرویژه باشد، منظم بودن سیستم تعریف می شود. مسئله مهم تضمین وجود و یکتایی پاسخ سیستم در صورت منظم بودن سیستم تکین است. منظم بودن سیستم تکین یک ویژگی محدود کننده نیست و اغلب سیستم های واقعی منظم هستند.

تعریف ۱-۱ (منظم بودن) [10]: هر سیستم تکین مطابق رابطه (۵-۱) با زوج (E, A) منظم نامیده می شود

اگر اسکالر ثابت $\gamma \in \mathbb{C}$ وجود داشته باشد بطوریکه

$$\det(\gamma E - A) \neq 0 \quad (۱۱-۱)$$

یا بطور معادل داشته باشیم:

$$|\gamma E - A| \neq 0 \quad (۱۲-۱)$$

مثال ۳-۱: سیستم تکین با ماتریس های (E, A) زیر را در نظر بگیرید:

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

محاسبات مستقیم نشان می دهد:

^۱ Semi-explicit

$$|sE - A| = -4(s - 1)^2 \neq 0$$

بنابراین سیستم منظم است.

۱-۵ شاخص سیستم

شاخص مفهوم رایجی است که در تئوری سیستم های تکین استفاده می شود. تعاریف مختلف زیادی برای شاخص وجود دارد. بطور مثال می توان از شاخص دیفرانسیلی^۱، شاخص بیگانگی^۲ و شاخص آشفتگی^۳ نام برد. مشخصه مشترک تعاریف مختلف شاخص، نشان دادن میزان اختلاف سیستم تکین با سیستم فضای حالت معمولی است. بنابراین یک سیستم تکین با شاخص بالا با پیچیدگی های بیشتری در تحلیل نسبت به یک سیستم تکین با شاخص کم تر روبروست. شاخص یکی از مشخصات مدل سیستم است و یک سیستم فیزیکی با دو مدل مختلف می تواند دو شاخص متفاوت داشته باشد. در این قسمت تنها به بیان دو تعریف از شاخص بسنده می کنیم و تعاریف بیشتر شاخص های مختلف سیستم تکین در مرجع [35] آورده شده است.

۱-۵-۱ شاخص دیفرانسیلی

شاخص دیفرانسیلی رایج ترین شاخص در میان تعاریف مختلف شاخص است. شاخص دیفرانسیلی عبارت است از حداقل تعداد دفعاتی که باید مشتق بگیریم تا به سیستم با فضای حالت معمولی برسیم.

مثال ۱-۳: سیستم نیمه صریح زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x}_1 = F_1(x_1, x_2, u)$$

$$0 = F_2(x_1, x_2, u)$$

^۱ Differential Index

^۲ Strangeness Index

^۳ Perturbation Index

که در آن $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ ، $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$ و $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^P$. فرض کنید $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x})$ داده شده است، مشتق معادله جبری نسبت به t عبارتست از:

$$0 = F_{2;\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})\dot{\mathbf{x}}_1 + F_{2;\mathbf{x}_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})\dot{\mathbf{x}}_2 + F_{2;\mathbf{u}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})\dot{\mathbf{u}}$$

اگر $F_{2;\mathbf{x}_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})$ غیرتکین باشد آنگاه سیستم را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = F_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = -F_{2;\mathbf{x}_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})^{-1}(F_{2;\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})F_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u}) + F_{2;\mathbf{u}}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})\dot{\mathbf{u}})$$

و تا زمانیکه $\dot{\mathbf{x}}$ تابعی از \mathbf{x} و \mathbf{u} و $\dot{\mathbf{u}}$ باشد، سیستم تکین اصلی شاخص ۱ را دارد. اگر $F_{2;\mathbf{x}_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u})$ تکین باشد، می‌توان با تغییرات جبری معادله را به شکل نیمه صریح (۶-۱) اما با \mathbf{x}_1 و \mathbf{x}_2 متفاوت بازنویسی کرد. اگر پاسخ $\dot{\mathbf{x}}_2$ بعد از مشتق‌گیری بار دوم از معادله جبری مشخص باشد، سیستم شاخص ۲ را دارد. در غیر اینصورت، باید مشتق‌گیری را ادامه دهیم تا $\dot{\mathbf{x}}_2$ در معادلات ظاهر شود. تعداد دفعاتی که مشتق‌گیری را تکرار کردیم، شاخص سیستم خواهد بود.

مثال بالا بر اساس تعریف زیر معرف شاخص دیفرانسیلی سیستم است.

تعریف ۱-۲ (شاخص دیفرانسیلی) [36]: شاخص دیفرانسیلی تعداد دفعاتی است که تمام یا قسمتی از

معادله (۲-۲) نسبت به t باید مشتق پذیر باشد تا $\dot{\mathbf{x}}$ به عنوان تابعی پیوسته از \mathbf{x} ، \mathbf{u} ، $\dot{\mathbf{u}}$ و مشتق‌های مرتبه بالاتر \mathbf{u} معین کند.

توجه کنید که در تعریف بالا نیازی نیست تمامی سطرها در سیستم تکین از یک مرتبه مشتق پذیر باشند. براساس تعریف بالا یک سیستم دیفرانسیلی معمولی شاخص صفر دارد.

روشی که در مثال بالا برای بدست آوردن شاخص دیفرانسیلی سیستم تکین استفاده شد تا حدودی شهودی است. هرچند از این روش برای تمامی سیستم‌های حل پذیر تکین نمی‌توان استفاده کرد. مشکل اصلی اینست که در این روش پس از هر بار مشتق‌گیری باید مجدداً سیستم به شکل نیمه صریح تبدیل شود.

یک تعریف عمومی تر از شاخص با استفاده از آرایه مشتقی^۱ است [37]. فرض کنید سیستم (۲-۱) داده شده باشد، آرایه مشتقات F_j^d بصورت زیر تعریف می شود:

$$F_j^d(t, \mathbf{x}, X_{j+1}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(j)}) = \begin{pmatrix} F(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \\ \frac{d}{dt} F(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \\ \vdots \\ \frac{d^j}{dt^j} F(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) \end{pmatrix} \quad (۱۳-۲)$$

که در آن

$$X_j = (\dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}, \dots, \mathbf{x}^{(j)}) , \quad j = 1, 2, \dots, v \quad (۱۴-۲)$$

با استفاده از تعریف آرایه مشتقات، شاخص سیستم تکین بصورت زیر تعریف می شود:

تعریف ۱-۳ [36]: شاخص v کوچکترین عدد صحیح مثبتی است که F_v^d بصورت یکتا مقدار بردار $\dot{\mathbf{x}}$ را به صورت تابعی پیوسته از $\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \mathbf{x}$ و مشتق‌های مرتبه بالاتر \mathbf{u} معین کند.

$$\dot{\mathbf{x}} = \eta(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{u}^{(v)}) \quad (۱۵-۲)$$

فرض شده است \mathbf{u} می‌تواند شامل متغیر صریح زمان باشد. اگر \mathbf{u} سیگنال زمان نباشد، شاخص دیفرانسیلی برای سیستم تعریف نمی‌شود و مجبور به استفاده از شاخص بیگانگی هستیم.

۱-۵-۲ شاخص بیگانگی

تعریف دیگری برای شاخص سیستم‌های تکین، شاخص بیگانگی است. شاخص بیگانگی μ در مراجع مختلفی از جمله [38] تعریف شده است. شاخص بیگانگی سیستم یا بیان فرضیه‌هایی در رابطه با تعریف حل پذیری و سازگاری سیستم بیان خواهد شد..

^۱ Derivative Array

شاخص بیگانگی تعمیمی از شاخص دیفرانسیلی سیستم (۲-۱) است. علاوه بر آن، برخلاف شاخص دیفرانسیلی، شاخص بیگانگی برای تمامی سیستم های تکین قابل تعریف است. برای سیستم های تکینی که هر دو شاخص دیفرانسیلی و بیگانگی قابل تعریف است داریم:

$$\mu = \max(0, \nu - 1) \quad (16-1)$$

در مرجع [38] در رابطه با ارتباط این دو شاخص بطور کامل بحث شده است.

۱-۶ حل پذیری و سازگاری

بطور کلی، حل پذیری یعنی سیستم تکین (۲-۱) پاسخ خوش رفتاری داشته باشد. در این تعریف خوش رفتار به معنای یکتا و نرم بودن پاسخ می باشد، بطور مثال مشتق پذیر باشد. برای سیستم های فضای حالت، سیستم حل پذیر است اگر شرایط لپشیتز را داشته باشد. برای سیستم های تکین، مسئله حل پذیری تا حدی پیچیده تر است.

ابتدا تعریف پاسخ سیستم را بیان می کنیم.

تعریف ۴-۱ [36]: سیستم (۲-۱) را در نظر بگیرید و فرض کنید $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$ باشد. تابع $x(t)$ یک پاسخ برای (۲-۱) نامیده می شود اگر $x(t) \in C^1(\mathbb{I})$ باشد و رابطه (۲-۱) را برآورده کند. همچنین یک پاسخ از مسئله مقدار اولیه (۲-۱) و رابطه زیر

$$x(t_0) = x_0 \quad (17-1)$$

نامیده می شود، اگر $x(t)$ یک پاسخ از (۲-۱) باشد و شرایط (۱۷-۱) را برآورده کند.

تعریف ۵-۱ [36]: شرایط اولیه (t_0, x_0) سازگار نامیده می شود اگر با این شرایط اولیه مسئله حداقل یک جواب داشته باشد.

توجه کنید که شرایط لازم برای اینکه شرایط اولیه سازگار باشد یک محدودیت جبریت است.

قضیه ۱-۱ (حل پذیری) [36]: سیستم تکین خطی تغییرناپذیر با زمان زیر را در نظر بگیرید:

$$E\dot{x} = Ax + Bu \quad (1-18)$$

که در آن $sE - A$ منظم یا رگولار می باشد ($\det(sE - A) \neq 0$)، و سیگنال کنترل $u \in C^v(I, \mathbb{R}^p)$ داده شده باشد، آنگاه سیستم حل پذیر است و با هر شرایط اولیه داده شده دارای پاسخ یکتا می باشد.

۱-۷ کاهش شاخص

کاهش شاخص سیستم فرایندی است که در آن مدل‌هایی با شاخص بالاتر را به صورت مدلی با شاخص کمتر به طور معمول با شاخص صفر یا یک، بازنویسی می کنند. هدف از اینکار تحلیل ساده تر مسئله می باشد. ابزار اصلی برای کاهش شاخص سیستم تکین و بدست آوردن فرم صریح سیستم، مشتق گیری است. اغلب راهکارهای کاهش شاخص با راهکار اندازه گیری شاخص و یا بررسی حل پذیری سیستم، مشابه است. در مرجع [39] این روش‌ها بحث شده اند.

۱-۸ مجاز بودن

در اکثر موارد، وجود ضربه در پاسخ مطلوب نمی باشد زیرا ممکن است پاسخ حالت‌ها را به اشباع ببرد یا حتی سیستم را از بین ببرد. بنابراین ما به دنبال شرایطی هستیم که سیستم پایدار و بدون ضربه باشد یا بطور خلاصه سیستم مجاز باشد.

تعریف ۱-۶ (مجاز بودن) [40]: سیستم تکین (۱-۵) با زوج (E, A) مجاز است اگر پایدار و بدون ضربه باشد.

۹-۱ پایداری

راه اصلی اثبات پایداری سیستم های غیرخطی استفاده از قضیه لیاپانوف می باشد. مشکل اصلی استفاده از قضیه لیاپانوف، دشواری یافتن تابع لیاپانوف مناسب برای سیستم های غیرخطی است. اگرچه برای سیستم های مکانیکی و الکتریکی، اغلب تابع انرژی سیستم به عنوان تابع لیاپانوف می تواند انتخاب شود.

سیستم تکین زیر را در نظر بگیرید:

$$E\dot{x}(t) = F(x(t)) = \begin{bmatrix} F_1(x_1, x_2) \\ F_2(x_1, x_2) \end{bmatrix} \quad (19-1)$$

که در آن $x \in \mathbb{R}^n$ این سیستم می تواند بعنوان سیستم بدون ورودی و یا سیستم حلقه بسته با فیدبک $u = u(x)$ در نظر گرفته شود.

فرض کنید مجموعه باز شامل شرایط اولیه که سیستم با آن جواب یکتا دارد، وجود داشته باشد و سیستم نقطه تعادل x^0 را داشته باشد. بدون از دست دادن کلیت می توان نقطه تعادل سیستم را مبدا در نظر گرفت. در نهایت فرض کنید مجموعه تنها شامل یک نقطه تعادل است.

تعریف پایداری برای سیستم های تکین، تعمیم مفهوم پایداری برای سیستم ها در فضای حالت است [۳۶]. در تعاریف زیر B_δ نشان دهنده مجموعه ی باز با شعاع δ بصورت $B \triangleq \{x \in \mathbb{R}^n, \|x\| < \delta\}$ ، $x(t; t_0, Ex(0))$ پاسخ مسئله تکین و $\mathbb{R}^+ \triangleq [0, \infty)$ می باشد.

تعریف ۷-۱ (پایداری) [41]: نقطه تعادل $x = 0$ در سیستم (۱۹-۱) پایدار است اگر برای هر $\varepsilon > 0$ و هر $t_0 \in \mathbb{R}^+$ وجود داشته باشد $\delta > 0$ که برای تمام $x(t_0) \in B_\delta$ داشته باشیم: $\forall t > t_0; \|x(t; t_0, Ex(0))\| < \varepsilon$.

تعریف ۸-۱ (پایداری مجانبی) [41]: نقطه تعادل $x = 0$ در سیستم (۱۹-۱) پایدار مجانبی است اگر پایدار باشد و $\delta > 0$ وجود داشته باشد بطوریکه برای تمام $x(t_0) \in B_\delta$ داشته باشیم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t; t_0, Ex(0))\| = 0 \quad (20-1)$$

علاوه بر آن، چنانچه $\frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{x}_2(0,0)}$ ناویژه باشد، نقطه تعادل پایدار مجانبی با شاخص یک است.

لازم به یادآوری است شاخص سیستم تکین تنها در پاسخ گذرای سیستم اثر دارد و تاثیری روی پایداری سیستم برای شرایط اولیه سازگار ندارد. هرچند در سیستم های با شاخص بالاتر، امکان وجود ضربه در پاسخ گذرا می تواند منجر به آسیب به سیستم شود. ولی این مفهوم با مفهوم ناپایداری متفاوت است. در خیلی از موارد با استفاده از روش های کاهش شاخص می توان سیستم های تکین با شاخص بالاتر را به فرم نیمه صریح بازنویسی کرد. بنابراین ما شرایطی را در نظر می گیریم که داشته باشیم:

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = F_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \quad (21-1)$$

$$0 = F_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$$

که در آن $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^{n_1}$ و $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^{n_2}$. فرض می شود سیستم (21-1) در

$$\Omega = \{\mathbf{x}_1 \in \Omega_x \subset \mathbb{R}^{n_1}, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^{n_2} \mid \mathbf{x}_2 = \varphi(\mathbf{x}_1)\} \quad (22-1)$$

شاخص یک دارد و سیستم جواب یکتا با شرایط اولیه $\mathbf{x}(0)$ داخل Ω دارد. همچنین Ω شامل مبدا است.

۱-۹-۱ روش مستقیم لیاپانوف

قضیه ۲-۱ [42]: سیستم (21-1) را در نظر بگیرید و فرض کنید $\Omega'_x \subset \Omega_x$ یک مجموعه باز شامل مبدا باشد. همچنین فرض کنید تابع $V \in C^1(\Omega'_x, \mathbb{R})$ وجود داشته باشد بطوریکه V تابع معین مثبتی است که مشتق نیمه معین منفی در Ω'_x دارد و

$$V(0) = 0, V(\mathbf{x}_1) > 0, \forall \mathbf{x}_1 \neq 0 \quad (23-1)$$

$$V_{x_1}(\mathbf{x}_1)F_1(\mathbf{x}_1, \varphi(\mathbf{x}_1)) \leq 0, \forall \mathbf{x}_1 \quad (24-1)$$

که در آن $\mathbf{x}_1 \in \Omega'_x$. آنگاه نقطه تعادل $(\mathbf{x}_0^1, \mathbf{x}_0^2) = (0,0)$ پایدار است. علاوه بر آن چنانچه V مشتق معین منفی در Ω'_x داشته باشد:

$$V_{x_1}(x_1)F_1(x_1, \varphi(x_1)) < 0, \forall x_1 \neq 0 \quad (25-1)$$

که در آن $x_1 \in \Omega'_x$. آنگاه نقطه تعادل $(x_0^1, x_0^2) = (0,0)$ پایدار مجانبی است.

قضیه بعدی به تعمیم قضیه لاسال به سیستم های تکین می پردازد.

قضیه ۳-۱ [42]: سیستم (۲۱-۱) را در نظر بگیرید که در آن F_1 و F_2 توابع مشتق پذیر هستند و

نقطه تعادل سیستم است. $(x_0^1, x_0^2) = (0,0)$ $V(x_1, x_2): D \rightarrow \mathbb{R}^+ = [0, \infty)$ را یک تابع معین

مثبت در همسایگی نقطه تعادل سیستم در نظر بگیرید بطوریکه $\dot{V}(x_1, x_2) \leq 0$. فرض کنید $S =$

$\{(x_1, x_2) \in D | \dot{V} = 0\}$ و همچنین فرض کنید هیچ پاسخی برای همیشه نمی تواند در S باقی بماند جز

پاسخ بدیهی $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$. آنگاه نقطه تعادل سیستم پایدار مجانبی است.

برای سیستم های تکین خطی با استفاده از قضیه لیاپانوف، قضیه زیر را داریم:

قضیه ۴-۱ [39]: سیستم تکین خطی (۵-۱) پایدار و بدون ضربه است اگر و تنها اگر ماتریس P وجود داشته

باشد که نامعادله لیاپانوف تعمیم یافته زیر را برآورده نماید:

$$\begin{cases} P^T A + A^T P < 0 \\ E^T P = P^T E \end{cases} \quad (26-1)$$

که در آن $E^T P = P^T E \geq 0$. علاوه بر آن $x^T E^T P x = 0$ اگر و تنها اگر $E x = 0$ باشد.

لم ۱- [39]: اگر سیستم تکین خطی با زوج (E, A) پایدار و بدون ضربه باشد، آنگاه برای هر ماتریس

$Q > 0$ وجود دارد ماتریس $P > 0$ که پاسخ معادله لیاپانوف تعمیم یافته زیر می باشد:

$$E^T P A + A^T P E + E^T Q E = 0 \quad (27-1)$$

علاوه بر آن $E^T P E \geq 0$ برای هر $Q > 0$.

۱-۹-۲ روش غیرمستقیم لیاپانوف

از آنجایی که اغلب شرایط استفاده از قضیه ۱-۲ در عمل دشوار است، روش دیگری برای اثبات پایداری ارائه می‌گردد. از این روش با نام روش غیر مستقیم لیاپانوف یاد می‌شود. ایده اصلی استفاده از خطی سازی معادله (۱-۲۱) برای مشخص کردن پایداری محلی مبدا است. فرض کنید F_1 و F_2 مشتق پذیر باشد. خطی سازی حول نقطه $(x_1, x_2) = (0, 0)$ عبارتست از:

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + o(\|x\|) \quad (۱-۲۸)$$

$$0 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + o(\|x\|)$$

که در آن

$$A_{11} = F_{1;x_1}(0,0) \quad (۱-۲۹)$$

$$A_{12} = F_{1;x_2}(0,0)$$

$$A_{21} = F_{2;x_1}(0,0)$$

$$A_{22} = F_{2;x_2}(0,0)$$

$$\frac{o(\|x\|)}{\|x\|} \rightarrow 0, \|x\| \rightarrow 0 \text{ و}$$

قضیه زیر شرایطی را بررسی می‌کند که طی آن پایداری نقطه تعادل سیستم (۱-۲۱) را با استفاده از پایداری نقطه تعادل سیستم خطی شده (۱-۲۶) می‌توان نتیجه گرفت.

قضیه ۱-۵ [41]: سیستم (۱-۲۱) را در نظر بگیرید و فرض کنید $\Omega'_x \subset \Omega_x$ یک همسایگی از $x_1 = 0$ باشد. آنگاه مبدا پایدار مجانبی است اگر $Rel \lambda_i(A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}) < 0$ برای $i = 1, 2, \dots, n_1$

۱-۹-۳ معکوس لیاپانوف

فرض کنید سیستم (۱-۲۱) روی مجموعه Ω پایدار مجانبی باشد، و مجموعه Ω که در آن سیستم پاسخ یکتا و یک نقطه تعادل دارد، به یک مجموعه ناوردا^۱ محدود شده باشد. در نتیجه برای تمام $x(t_0) \in \Omega$ داریم $x(t) \in \Omega$ برای هر $t \geq t_0$ و $x(t) \rightarrow 0$ هنگامیکه $t \rightarrow \infty$.

قضیه زیر ثابت می کند که در شرایط بالا محدود کردن مجموعه Ω به یک مجموعه ناوردا همواره امکان پذیر است.

قضیه ۱-۶ [41]: سیستم (۱-۲۱) را در نظر بگیرید و فرض کنید $x = 0$ نقطه تعادل پایدار مجانبی باشد، همچنین فرض کنید $\Omega'_x \subset \Omega_x$ مجموعه باز شامل مبدا باشد، علاوه بر آن فرض کنید $R_A \subset \Omega'_x$ قسمتی از ناحیه جذب $x = 0$ باشد، درحالیکه ناحیه جذب مبدا، ناحیه‌ای تعریف می‌شود که در آن برای تمام نقاط $x_1(0)$ داشته باشیم $x_1(t) \rightarrow 0$ برای $t \rightarrow \infty$. آنگاه تابع معین مثبت $V(x_1)$ و تابع معین مثبت پیوسته $W(x_1)$ برای تمام $x_1 \in R_A$ وجود دارد بطوریکه

$$V(0) = 0 \quad \text{و} \quad W(0) = 0 \quad (۱-۳۰)$$

$$V(x_1) \rightarrow \infty, \quad x_1 \rightarrow \partial R_A$$

$$V_{x_1}(x_1)F_1(x_1, \varphi(x_1)) \leq -W(x_1), \quad \forall x_1 \in R_A$$

که در آن ∂R_A نشان دهنده حدود R_A می باشد. علاوه بر آن، برای هر $C > 0$ مجموعه

$$\{x_1 \in R_A | V(x_1) \leq C\}$$

^۱ Invariant Set

۱-۱۰ هدف تحقیق

کنترل سیستم های غیرخطی شامل نامعینی در پارامترها و دینامیک های مدل نشده، همواره یکی از مسائل چالش برانگیز تئوری کنترل بوده است. روش های کنترلی نظیر خطی سازی فیدبکی در دهه های اخیر در برخی از مسائل کاربردی بوده اند. اما در این روش های کنترلی به پارامترهای دقیق مدل سیستم نیاز است. اگر سیستم غیرخطی شامل پارامترهای نامعلوم و یا عدم قطعیت باشد، دیگر این روش های کنترلی قابل بکارگیری نیستند. لذا در این شرایط استراتژی های کنترل تطبیقی مطرح می شوند. اما از آنجایی که کنترل تطبیقی تنها بر روی سیستم های غیرخطی با مشخصات خاصی قابل پیاده سازی می باشد، به تنهایی قادر به پاسخگویی نیازهای کنترلی تمامی سیستم های غیرخطی نمی باشد. یکی دیگر از استراتژی هایی که جهت کنترل سیستم های دارای عدم قطعیت مطرح شده است، تئوری های کنترل فازی می باشد. لیکن تحلیل پایداری این روش بر روی سیستم های دینامیکی بطور عام تاکنون ارائه نشده است.

در سال های اخیر ترکیب روش های فازی و تطبیقی برای دستیابی به قابلیت های هر دو روش مورد توجه قرار گرفته است. یکی از مزایای اصلی کنترل کننده فازی تطبیقی نسبت به کنترل کننده فازی و کنترل کننده تطبیقی، عملکرد و کارایی بهتر سیستم است، کنترل کننده فازی تطبیقی می تواند علی رغم تغییرات نامعلوم در پارامترها، خود را با توجه به تغییرات سیستم تنظیم کند. همچنین دانش کمتری از سیستم تحت کنترل لازم می باشد، چرا که قانون تطبیق می تواند در جهت یادگیری دینامیک سیستم در طی زمان کمک کند.

۱-۱۰-۱ اهمیت کنترل فازی تطبیقی سیستم های تکین

کنترل فازی تطبیقی و کنترل تطبیقی دارای شباهت ها و تفاوت هایی هستند. شباهت این کنترل کننده ها در ابزارهای ریاضی مورد استفاده در تحلیل می باشد و یکی از تفاوت های آن امکان ترکیب دانش کارشناسی درباره دینامیک سیستم و استراتژی های کنترل با کنترل کننده های فازی تطبیقی می باشد.

مفاهیم و روش‌های کنترل فازی تطبیقی و کنترل تطبیقی برای سیستم‌های فضای حالت معمولی بطور وسیع مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. اما با توجه به اینکه سیستم‌های دیفرانسیلی معمولی قادر به توصیف تمامی پدیده‌ها نیستند، استفاده از مدل تکین که می‌تواند محدودیت‌های فیزیکی و جبری که بر رفتار سیستم تاثیرگذار است را همزمان مدلسازی کند، به سرعت جای خود را در علوم مهندسی باز کرده است. لذا نیاز به گسترش انواع کنترل‌کننده‌ها برای سیستم‌های تکین احساس می‌شود.

بطور کلی برخی از مشکلات مربوط به تحلیل و کنترل سیستم‌های تکین، مربوط به جدید بودن فضای تحقیقاتی آن است. نام‌های مختلف این نوع سیستم، تعاریف متفاوت برای شاخص‌های سیستم، مفاهیم مختلف کنترل پذیری و رویت پذیری نشان دهنده لزوم تحقیق و بررسی بیشتر این سیستم‌ها می‌باشد. بنظر می‌رسد در صورت بررسی همه جانبه سیستم‌های تکین، توسعه جعبه ابزارهای شبیه‌سازی، ارائه نظریه‌های کامل‌تر و دقیق‌تر، سیستم‌های تکین به تدریج جای مدل‌های فضای حالت معمولی را خواهند گرفت و مدل‌های فضای حالت معمولی تنها به عنوان حالت خاصی از سیستم‌های تکین در نظر گرفته خواهند شد.

تاکنون کنترل تطبیقی سیستم‌های خطی و غیرخطی سیستم‌های تکین تا حدودی مورد مطالعه پژوهشگران قرار گرفته است. اما در تمامی روش‌های پیشنهاد شده تعداد زیادی از پارامترهای سیستم معلوم فرض شده است. همچنین پارامترهای غیرخطی سیستم تکین، ملزم به برآورده کردن شرایط خاصی در نظر گرفته شده است. لذا با توجه به اینکه سیستم‌های فازی تقریب‌گر عمومی هستند، به عنوان یک استراتژی کنترل مستقل از مدل، می‌توان از مزیت‌های کنترل تطبیقی به همراه خواص سیستم‌های فازی، جهت رفع این محدودیت‌ها استفاده نمود.

فصل ۲ : پیش نیازهای تحقیق و شرایط ردگیری سیستم تکمین خطی

۲-۱ مقدمه

در فصل های قبل، به معرفی سیستم های تکین، تاریخچه آن ها، تئوری های تعریف شده برای این سیستم ها و اهمیت طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی برای سیستم های تکین پرداختیم. لذا در ادامه و در فصل بعد، کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم برای سیستم های تکین غیر خطی، کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم برای سیستم های تکین غیر خطی و کنترل کننده ردیابی مسیر H_∞ فازی تطبیقی مبتنی بر مشاهده گر سیستم های تکین بررسی و پیشنهاد خواهد شد.

در فرایند طراحی هر کدام از این کنترل کننده ها و برای اثبات پایداری آن ها از مبانی و تئوری هایی استفاده شده است که برای جلوگیری از تکرار در فصول مختلف، تمامی آن ها در این فصل معرفی می گردند. برخی از این تئوری ها در مطالعات پیشین نویسندگان مختلف ارائه گردیده است که در این فصل با ذکر منبع تنها به بیان آن ها اکتفا می شود. اما برخی دیگر از نظریه های مورد نیاز برای طراحی این کنترل کننده ها از جمله شرایط کافی ردگیری سیستم تکین خطی توسط سیستم تکین غیرخطی توسط این نویسنده پیشنهاد و اثبات خواهد شد.

۲-۲ تعاریف و قضایا

تعریف ۲-۱: برای یک سیستم تکین خطی با رابطه زیر داریم: [41]

$$E\dot{x}(t) = Ax \quad (1-2)$$

۱. سیستم تکین خطی با زوج (E, A) منظم است اگر $\det(sE - A)$ به ازای برخی از s ها مخالف صفر باشد.

۲. سیستم تکین خطی با زوج (E, A) بدون ضربه است اگر $\rho(E) = \deg(\det(sE - A))$ باشد.

۳. سیستم تکین خطی با زوج (E, A) پایدار است اگر تمام ریشه های $det(sE - A) = 0$ قسمت حقیقی منفی داشته باشند.

۴. سیستم تکین خطی با زوج (E, A) مجاز است اگر بدون ضربه و پایدار باشد.

تعریف ۲-۲: فرض کنیم $B(x, t) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ یک ماتریس با رتبه کامل باشد، ماتریس شبه معکوس $(B^\dagger(x, t))$ آن به شکل زیر تعریف می گردد:

$$B^\dagger(x, t) = \begin{cases} B^T(x, t)(B(x, t)B^T(x, t))^{-1} & n < m \\ B^{-1}(x, t) & n = m \\ (B^T(x, t)B(x, t))^{-1}B^T(x, t) & n > m \end{cases} \quad (2-2)$$

قضیه ۱-۲ [43]: فرض کنید

$$G(s) = C(sE - A)^{-1}B + D \quad (3-2)$$

یک تابع تبدیل باشد که در آن ماتریس های E و A مربعی با بعد n می باشند،

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4-2)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

یک تحقق مینیمال از $G(s)$ می باشد، اگر و تنها اگر، شرایط زیر برآورده گردد.

۱. رتبه $[A - sE \quad B] = n$ برای تمامی $s \in \mathbb{C}$ (کنترل پذیری محدود)

۲. رتبه $[E \quad B] = n$ (کنترل پذیری نامحدود)

۳. رتبه $[A^T - sE^T \quad C^T] = n$ برای تمامی $s \in \mathbb{C}$ (مشاهده پذیری محدود)

۴. رتبه $[E^T \quad C^T] = n$ (مشاهده پذیری نامحدود)

قضیه ۲-۲ [44]: ماتریس تابع تبدیل حلقه بسته $G(s) = C^T(sE - A)^{-1}B$ SPR می باشد اگر و

تنها اگر ماتریس P وجود داشته باشد بطوریکه

$$\begin{cases} E^T P = P^T E \geq 0 \\ P^T A + A^T P = -Q \\ P^T B = C \end{cases} \quad (5-2)$$

که در آن ماتریس Q یک ماتریس معین مثبت می باشد.

۳-۲ شرایط ردگیری سیستم تکین خطی توسط سیستم تکین غیر خطی

سیستم تکین غیرخطی زیر را در نظر بگیرید

$$E\dot{x}(t) = f(x) + G(x)u(t) \quad (6-2)$$

در آن بردار متغیرها، $u \in \mathbb{R}^m$ ورودی، $f(x)$ و $G(x)$ بردار و ماتریس توابع غیرخطی می باشند و داریم:

$$f(x) = [f_1(x), \dots, f_n(x)]^T$$

$$G(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \cdots & g_{1m}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(x) & \cdots & g_{nm}(x) \end{bmatrix} \quad (7-2)$$

که در آن $f_i(x)$ و $g_{ij}(x)$ توابع غیرخطی می باشند.

فرض کنید سیستم تکین خطی زیر به عنوان مدل مرجع تعریف شده باشد:

$$E\dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d r(t) \quad (8-2)$$

که در آن $x_d \in \mathbb{R}^n$ حالت‌های مرجع و ماتریس‌های A_d و B_d ضرایب سیستم می باشند.

در صورتیکه بخواهیم حالت‌های سیستم تکین غیرخطی، حالت‌های سیستم تکین خطی را ردگیری نمایند، بردار خطا را به صورت

$$e(t) = x - x_d \quad (9-2)$$

تعریف می کنیم. بنابراین معادله دینامیکی مطلوب به صورت زیر خواهد بود:

$$E\dot{e}(t) = A_d e \quad (10-2)$$

قضیه زیر شرایط کافی برای اینکه حالت های سیستم تکین غیرخطی، حالت های سیستم تکین خطی مرجع را ردگیری نمایند، بررسی می کند.

قضیه ۲-۳: سیستم تکین غیرخطی (۲-۶)، سیستم تکین خطی (۲-۸) را ردگیری می کند اگر شرایط زیر برآورده شود:

$$R(G) \supset R(B_d) \quad (11-2)$$

$$R(G) \supset R(f(x) - A_d x)$$

اثبات: با کم کردن معادله مدل مرجع (۲-۸) از معادله سیستم (۲-۶) و با استفاده از تعریف خطا در (۲-۹) داریم:

$$E\dot{e}(t) = A_d e + f(x) + G(x)u(t) - B_d r(t) - A_d x \quad (12-2)$$

با استفاده از تعریف زیر:

$$u(t) = G^\dagger(-f(x) + B_d r(t) + A_d x) \quad (12-2)$$

رابطه (۱۲-۲) بصورت زیر ساده می شود:

$$E\dot{e}(t) = A_d e + (G(x)G^\dagger(x) - I)(B_d r(t) + A_d x - f(x)) \quad (14-2)$$

برای اینکه شرایط ردگیری برآورده گردد، نیاز است معادله (۱۴-۲) با معادله (۱۰-۲) برابر گردد. بنابراین رابطه زیر باید برقرار گردد:

$$(G(x)G^\dagger(x) - I)(B_d r(t) + A_d x - f(x)) = 0 \quad (15-2)$$

از آنجایی که $G(x)G^\dagger(x)$ یک عملگر متعامد بر روی $R(G)$ می باشد [45]، می توان نتیجه گرفت که $G(x)G^\dagger(x) - I$ نیز یک عملگر متعامد است. پس داریم:

$$(G(x)G^\dagger(x) - I)G(x) = 0 \quad (16-2)$$

با استفاده از رابطه (۱۱-۲) و (۱۶-۲)، داریم:

$$(G(x)G^{\dagger}(x) - I)(A_d x - f(x)) = 0 \quad (17-2)$$

$$(G(x)G^{\dagger}(x) - I)B_d r(t) = 0$$

بنابراین اگر رابطه (۱۱-۲) برقرار باشد، رابطه (۱۵-۲) نیز برقرار خواهد بود.

۴-۲ معرفی ساختار سیستم TSK

با توجه به اینکه سیستم های فازی تقریب گر عمومی می باشند، برای مدل سازی نامعینی های سیستم های غیرخطی کاربرد زیادی دارند. در بسیاری از سیستم های عملی، تمامی پارامترهای سیستم ها معلوم نمی باشند و برای طراحی کنترل کننده نیاز به تخمین این نامعلومی ها به وسیله روش های مرسوم از جمله استفاده از سیستم های فازی می باشد.

سیستم فازی نوع ۱ چند ورودی تک خروجی (MISO) تاکاگی سوگنو کانگ مطابق زیر تعریف می شود:

تعریف ۲-۲: سیستم فازی TSK ساختار قواعد اگر-آنگاه زیر را دارد: [46]

$$R_l: \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^l \text{ THEN } y^l = c_0^l + c_1^l x_1 + \dots + c_n^l x_n \quad l = 1, \dots, L$$

که در آن L تعداد قواعد فازی، $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ ورودی سیستم فازی، y^l خروجی سیستم فازی و F_i^l مجموعه های فازی می باشند.

در سیستم فازی TSK مرتبه صفر، تمامی c_i^l ها $i \neq 0$ برابر صفر فرض شده اند و $c_0^l = \bar{y}^l$. سپس با استفاده از فازی ساز منفرد، استنتاج ضرب در ورودی و میانگین وزندار [47] خروجی نهایی سیستم فازی مطابق رابطه زیر تعریف می شود:

$$\hat{f}(x) = \frac{\sum_{l=1}^L \bar{y}^l (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))}{\sum_{l=1}^L (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))} \quad (18-2)$$

و یا بطور معادل

$$\hat{f}(x) = \xi(x)\theta \quad (19-2)$$

که در آن $\theta = [\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^L]^T$ بردار پارامترها و $\xi(x) = [\xi^1(x), \dots, \xi^L(x)]$ بردار توابع پایه سیستم فازی می باشند.

$$\xi^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^L (\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i))} \quad (20-2)$$

قضیه ۲-۴ [47]: در صورتیکه $f(x)$ یک تابع پیوسته باشد که بر روی مجموعه Ω تعریف شده است، برای هر $\varepsilon > 0$ ، یک سیستم فازی مطابق رابطه (۲-۱۹) وجود دارد بطوریکه:

$$\sup_{x \in \Omega} |f(x) - \xi(x)\theta| \leq \varepsilon \quad (21-2)$$

فصل ۳: کنترل فازی تطبیقی مستقیم سیستم‌های تکین غیرخطی

۳-۱ مقدمه

کنترل کننده‌های فازی تطبیقی را از یک دیدگاه می‌توان به دو نوع مستقیم و غیرمستقیم تقسیم بندی کرد. در کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم، از یک مدل فازی برای تعیین مستقیم کنترل کننده بدون تخمین پارامترهای نامعلوم سیستم استفاده می‌شود و پارامترهای کنترل کننده مطلوب فازی تنظیم می‌شود. اما در کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم، از مدل فازی برای تخمین پارامترهای نامعلوم سیستم استفاده می‌شود و کنترل کننده مناسب بر اساس سیستم تخمین زده شده طراحی می‌گردد. هر دو روش دارای مزایا و معایبی می‌باشند و براساس نیازهای مسئله و همچنین اطلاعات اولیه و محدودیت های مدل، توسط طراح انتخاب می‌شوند. یکی از مزایای اصلی کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم، ساده تر بودن آن نسبت به کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم می‌باشد. از طرف دیگر، در این نوع کنترل کننده تعداد پارامترهای نامعلوم سیستم مهم نمی‌باشد و تنها به تعداد ورودی‌های سیستم، از مدل فازی استفاده می‌گردد. علاوه بر آن، در کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم هیچ اطلاعات اولیه ای در باره مدل سیستم مورد نیاز نمی‌باشد. البته استفاده از این نوع کنترل کننده در بسیاری از سیستم‌ها دارای محدودیت‌هایی می‌باشد.

با توجه به این واقعیت که سیستم‌های فضای حالت، یک مدل خاص از سیستم‌های تکین می‌باشند، سیستم‌های عملی واقعی بیشتر به فرم سیستم‌های تکین مدلسازی می‌شوند و در ادامه جهت ساده سازی و قابلیت تحلیل توسط نظریه‌های ارائه شده، توسط سیستم‌های فضای حالت مدل سازی می‌شوند، لزوم تعمیم روش‌های کنترلی مرسوم برای سیستم‌های فضای حالت به سیستم‌های تکین احساس می‌گردد.

هدف این فصل، تعمیم روش کنترلی فازی تطبیقی مستقیم به سیستم‌های تکین غیرخطی با در نظر گرفتن پیچیدگی‌های این مدل از جمله وجود معادلات جبری غیرخطی می‌باشد.

بطور خلاصه در این فصل نوآوری‌ها و مطالب زیر آورده شده است:

۱. پیشنهاد برخط ورودی سیستم تکین غیرخطی و تخمین آن بوسیله سیستم فازی TSK بدون

شناسایی پارامترهای نامعلوم سیستم بر اساس دو حالت زیر:

۱.۱ طراحی کنترل کننده برای سیستم تکین غیرخطی در حالتیکه ضرایب ورودی سیستم معلوم می باشد.

۱.۲ طراحی کنترل کننده برای سیستم تکین غیرخطی در حالتیکه ضرایب ورودی سیستم، یک ماتریس نامعلوم، اما معین مثبت متقارن و محدود می باشد.

۲. پیدا کردن شرایطی که حالت های سیستم تکین غیرخطی، حالت های سیستم تکین خطی مرجع را ردگیری کند.

۳. پیشنهاد یک کنترل کننده کمکی برای جبران خطای تخمین کنترل کننده ایده ال توسط سیستم فازی

۴. تضمین ردگیری حالت های سیستم تکین خطی مرجع توسط حالت های سیستم تکین غیرخطی بوسیله کنترل کتده فازی تطبیقی مستقیم پیشنهاد شده

در نتیجه، در این فصل یک کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم برای کلاسی از سیستم های تکین غیرخطی پیشنهاد خواهد شد. از آنجایی که سیستم های فازی، تقریب گر عمومی می باشند، از آن ها برای تخمین کنترل کننده ایده ال سیستم تکین استفاده می شود که بوسیله آن می توان به اهداف کنترلی طراح از جمله ردگیری حالت های مدل مرجع پیشنهادی رسید و از روش تخمین تطبیقی برخط برای تنظیم پارامترهای سیستم فازی استفاده شود. در پایان، پایداری سیستم حلقه بسته و ردیابی حالت های مطلوب بوسیله حالت های سیستم، توسط قضیه لیاپانوف تضمین خواهد شد.

۳-۲ تعریف مسئله

فرض کنیم سیستم تکین غیرخطی بوسیله معادله

$$E\dot{x}(t) = f(x) + G(x)u(t) \quad (1-3)$$

بیان می شود که در آن $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ بردار متغیرها، $u \in \mathbb{R}^m$ ورودی، $f(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ بردار و ماتریس توابع غیرخطی نامعلوم می باشند و داریم:

$$f(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})]^T \quad (2-3)$$

$$G(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_{11}(\mathbf{x}) & \cdots & g_{1m}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(\mathbf{x}) & \cdots & g_{nm}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

که در آن $f_i(\mathbf{x})$ و $g_{ij}(\mathbf{x})$ توابع غیرخطی نامعلوم می باشند.

هدف کنترل این است که بوسیله یک کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم، تمامی متغیرهای حالت سیستم

تکین غیرخطی (1-3) حالت‌های سیستم مرجع خطی

$$E\dot{\mathbf{x}}_d(t) = A_d\mathbf{x}_d + B_dr(t) \quad (4-3)$$

را دنبال کند که در آن $\mathbf{x}_d \in \mathbb{R}^n$ حالت‌های مرجع و ماتریس‌های A_d و B_d ضرایب سیستم می باشند.

ماتریس E سیستم مرجع برابر با ماتریس E مدل انتخاب شده است و بردار خطای تعریف شده به صورت زیر

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \quad (5-3)$$

نرم ۲ محدود داشته باشد $(\mathbf{e}(t) \in L_2)$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$. بنابراین معادله دینامیکی مطلوب به صورت

زیر خواهد بود:

$$E\dot{\mathbf{e}}(t) = A_d\mathbf{e} \quad (6-3)$$

فرض می شود که سیستم مرجع تکین خطی (3-5) شرایط قضیه ۲ و قضیه پایداری را برآورده کند.

۳-۳ طراحی کنترل کننده

در ابتدا فرض کنید که $f(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ معلوم می باشند. ترکیب رابطه‌های (1-3)، (3-3) و (5-3) نتیجه می

دهد:

$$E\dot{\mathbf{e}}(t) = A_d\mathbf{e} + f(\mathbf{x}) + G(\mathbf{x})u(t) - B_dr(t) - A_d\mathbf{x}_d \quad (7-3)$$

بنابراین کنترل کننده ایده ال زیر برای تحقق اهداف کنترلی طراح پیشنهاد می گردد:

$$u_D(t) = G^\dagger(\mathbf{x})(-f(\mathbf{x}) + B_d r(t) + A_d \mathbf{x}) \quad (8-3)$$

که در آن $G^\dagger(\mathbf{x})$ ماتریس شبه معکوس $G(\mathbf{x})$ و تعریف شده مطابق رابطه زیر می باشد:

$$G^\dagger(\mathbf{x}) = \begin{cases} G^T(\mathbf{x})(G(\mathbf{x})G^T(\mathbf{x}))^{-1} & n < m \\ G^{-1}(\mathbf{x}) & n = m \\ (G^T(\mathbf{x})G(\mathbf{x}))^{-1}G^T(\mathbf{x}) & n > m \end{cases} \quad (9-3)$$

از آنجایی که در عمل پارامترهای $f(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ نامعلوم می باشند، کنترل کننده ایده ال (8-3) قابل به کارگیری نمی باشد. در این حالت، یک کنترل کننده فازی u_f برای تخمین کنترل کننده ایده ال پیشنهاد می گردد.

نکته: در تمامی سیستمها فرض شده است که نامعینی ها نقطه تعادل سیستم را تغییر نمی دهد.

اضافه و کم کردن $G(\mathbf{x})u_D(t)$ به رابطه (7-3) نتیجه می دهد:

$$E\dot{\mathbf{e}}(t) = A_d \mathbf{e} + G(\mathbf{x})(u(t) - u_D(t)) + (I - G(\mathbf{x})G^\dagger(\mathbf{x}))(f(\mathbf{x}) - B_d r(t) - A_d \mathbf{x}) \quad (10-3)$$

برای دستیابی به اهداف کنترلی، یک کنترل کننده کمکی $u_s \in \mathbb{R}^m$ پیشنهاد می گردد تا ردیابی حالت های سیستم مرجع و دستیابی به خطای صفر را تضمین کند.

در این حالت کنترل کننده پیشنهادی برای اعمال به سیستم تکین غیرخطی (1-3) به شکل زیر می باشد:

$$u(t) = u_f(t) - u_s(t) \quad (11-3)$$

۱-۳-۳ طراحی سیستم فازی TSK

فرض کنید هر عضو کنترل کننده ایده ال (8-3) بوسیله سیستم فازی مطابق رابطه زیر تخمین زده شود

$$u_{f_i}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \xi_i \boldsymbol{\theta}_i \quad i = 1, \dots, m \quad (12-3)$$

که در آن θ_i بردار پارامترها و $\xi_i(\mathbf{x})$ بردار توابع اساسی فازی می باشند که مطابق رابطه زیر تعریف شده اند:

$$\xi_i(\mathbf{x}) = [\xi_i^1(\mathbf{x}), \dots, \xi_i^{L_i}(\mathbf{x})] \quad (13-3)$$

بنابراین سیستم فازی مطابق رابطه زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{u}_f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta} \quad (14-3)$$

که در آن

$$\boldsymbol{\xi} = \text{diag}(\xi_1^T, \dots, \xi_m^T) \quad (15-3)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{\theta}_1^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_m^T]^T$$

فرض کنید \mathbf{u}_f^* بهترین تخمین از \mathbf{u}_D باشد و روابط زیر تعریف شده باشد:

$$\mathbf{w} = \mathbf{u}_D - \mathbf{u}_f^*$$

$$\mathbf{u}_f^*(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}^*) = \boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta}^* \quad (16-3)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}^* - \boldsymbol{\theta}$$

که در آن $\boldsymbol{\theta}^*$ بردار نامعلوم پارامترهای بهترین تخمین می باشد.

۳-۳-۲ طراحی کنترل کننده

در این بخش، دو روش طراحی کنترل کننده مستقیم فازی تطبیقی بر اساس دو فرض زیر طراحی می گردد:

حالت اول: براساس ضریب کنترل معلوم $G(\mathbf{x})$

حالت دوم: ضریب کنترل نامعلوم اما معلوم مثبت متقارن محدود $G(\mathbf{x})$

نکته ۱: فرض مورد اول برای سیستم های فضای حالت معمولی در مطالعات پیشین، فرض معمولی می باشد.

[49] [48] و در صورتیکه اطلاعات اولیه ای در مورد سیستم موجود باشد، می تواند از پیچیدگی محاسبات

تا حد زیادی بکاهد. مورد دوم، طیف وسیعی از سیستم های عملی را پوشش می دهد [50]. در مطالعات،

چندین روش کنترل فازی تطبیقی مستقیم پیشنهاد شده است که در آن علامت ضریب کنترل معلوم فرض شده است [51] [52].

۳-۲-۱ کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم حالت اول

در این بخش، یک کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم برای حالت اول پیشنهاد شده است.

قضیه ۳-۱: یک سیستم غیرخطی تکین مطابق با رابطه (۳-۱)، می تواند یک مدل مرجع تکین خطی را که با رابطه (۳-۳) توصیف شده است، ردگیری نماید اگر شرایط زیر برآورده شود:

فرض ۱: $\|w\| < k$ که در آن k یک ثابت مثبت معلوم می باشد.

فرض ۲: سیستم تکین غیرخطی (۳-۱) و سیستم تکین مرجع خطی (۳-۳) شرایط قضیه ۳-۲ را برآورده کنند.

با استفاده از (۳-۱۱) و (۳-۱۶) و در نظر گرفتن فرض ۲، رابطه (۳-۱۰) به صورت زیر بازنویسی می شود

$$E\dot{e} = A_d e - G(x)(u_f^* - u_f) - G(x)w - G(x)u_s \quad (۳-۱۷)$$

سپس، با جایگزاری رابطه (۳-۱۴) و (۳-۱۶) در رابطه (۳-۱۷) داریم:

$$E\dot{e} = A_d e - G(x)u_s - G(x)\xi\tilde{\theta} - G(x)w \quad (۳-۱۸)$$

قضیه ۳-۱: حالت های سیستم تکین (۳-۱) با قوانین کنترل (۳-۱۱) و کنترل کننده جبرانی

$$u_s = k \operatorname{sgn}(G^T(x)Pe) \quad (۳-۱۹)$$

محدود خواهد ماند و خطای ردگیری بطور مجانبی صفر خواهد شد اگر قوانین تطبیق مطابق با رابطه زیر تنظیم گردند:

$$\dot{\theta}^T = -\gamma e^T P^T G(x)\xi \quad (۳-۲۰)$$

که در آن γ یک ثابت مثبت می باشد.

اثبات:

تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_1(Ee, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2} e^T E^T P e + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (21-3)$$

که در آن ماتریس P رابطه زیر را برآورده می کند:

$$\begin{cases} E^T P = P^T E \geq 0 \\ P^T A_d + A_d^T P = -Q \end{cases} \quad (22-3)$$

که Q ماتریس متقارن مثبت می باشد.

مشتق گیری از تابع لیاپانوف پیشنهادی نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(Ee, \tilde{\theta}) &= \frac{1}{2} e^T (P^T A_d + A_d^T P) e - e^T P^T G(x) \xi \tilde{\theta} \\ &\quad - e^T P^T G(x) w - e^T P^T G(x) u_s - \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \end{aligned} \quad (23-3)$$

با جایگزاری قانون تطبیق (۲۰-۳) در (۲۳-۳) نتیجه خواهد شد:

$$\dot{V}_1(Ee, \tilde{\theta}) = -\frac{1}{2} e^T Q e - e^T P^T G(x) w - e^T P^T G(x) u_s \quad (24-3)$$

با در نظر گرفتن فرض ۱ و رابطه (۱۹-۳)، رابطه فوق به شکل زیر ساده خواهد شد:

$$\dot{V}_1(Ee, \tilde{\theta}) \leq -\frac{1}{2} e^T Q e \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|e\|^2 \quad (25-3)$$

انتگرال گیری از رابطه فوق نتیجه می دهد:

$$\int_0^\infty \|e\|^2 dt \leq \frac{V(0) - V(\infty)}{\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q)} \quad (26-3)$$

از آنجایی که تابع لیاپانوف V_1 در رابطه (۲۱-۳) غیرافزایشی و از پایین محدود می باشد ($V \geq 0$). براساس

نامساوی (۲۶-۳)، $\|e\|$ وجود دارد و محدود است ($e(t) \in L_2$). علاوه بر آن از رابطه (۲۱-۳) می توان نتیجه

گرفت که $e(t) \in L_\infty$ و $\dot{\theta}$ محدود می باشند. همچنین، از رابطه (۱۸-۳) نتیجه می شود که $\dot{e}(t) \in L_\infty$.

بنابراین $e(t)$ پیوسته یکنواخت می باشد. لذا براساس لم باربالات می توان نتیجه گرفت که $\lim_{t \rightarrow +\infty} \dot{V}_1(t) = 0$ و داریم:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = 0 \quad (27-3)$$

برای تضمین محدود ماندن θ و اینکه $\|\theta\| \leq M_\theta$ که در آن M_θ یک ثابت مثبت می باشد که توسط طراح تعیین می شود، رابطه (20-3) براساس رابطه زیر اصلاح می گردد.

$$\dot{\theta}^T = \begin{cases} -\gamma e^T P^T G(x) \xi & \text{if } \|\theta\| < M_\theta \text{ or} \\ Proj(-\gamma e^T P^T G(x) \xi) & \text{if } \{\|\theta\| = M_\theta \text{ and } e^T P^T G(x) \xi \theta \geq 0\} \\ & \text{otherwise} \end{cases} \quad (28-3)$$

که در آن $Proj(\cdot)$ براساس رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$Proj(-\gamma e^T P^T G(x) \xi) = -\gamma e^T P^T G(x) \xi + \gamma e^T P^T G(x) \xi \frac{\theta \theta^T}{\|\theta\|} \quad (29-3)$$

برای اثبات محدود ماندن پارامترهای بردار θ تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_\theta(\theta) = \frac{1}{2} \theta^T \theta \quad (30-3)$$

مشتق رابطه بالا عبارتست از

$$\dot{V}_\theta(\theta) = \dot{\theta}^T \theta \quad (31-3)$$

اگر شرط اول رابطه (28-3) برقرار باشد، آنگاه:

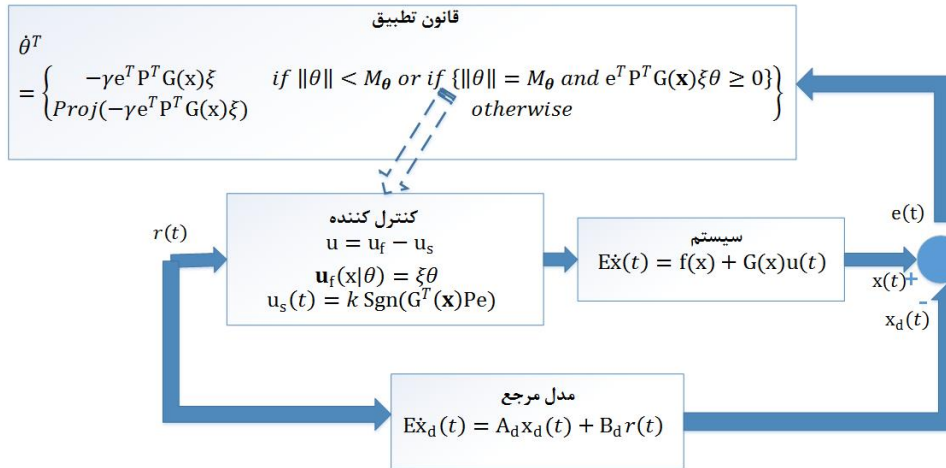
$$\dot{V}_\theta(\theta) = -\gamma e^T P^T G(x) \xi \theta \leq 0 \quad (32-3)$$

در غیر اینصورت

$$\dot{V}_\theta(\theta) = -\gamma e^T P^T G(x) \xi \theta + \gamma e^T P^T G(x) \xi \frac{\theta \theta^T}{\|\theta\|} \theta \leq 0 \quad (33-3)$$

بنابراین θ محدود خواهد ماند.

ساختار روش اول کنترل فازی تطبیقی مستقیم مانند شکل ۱-۳ خواهد بود.



شکل ۱-۳. کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم روش اول

۲-۲-۳-۳ کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم حالت دوم

در روش دوم، برای برآورده کردن اهداف کنترلی، نیاز به فرضیات زیر را داریم:

فرض ۳: ماتریس $G(x)$ مربعی (تعداد ورودی ها و خروجی های سیستم برابر می باشد) و مثبت معین متقارن

می باشد. که برای هر x داریم $\|G(x)\| \leq G^u$

خطای بین کنترل کننده و کنترل کننده ایده ال را مطابق رابطه زیر فرض کنید:

$$e_u = u_D - u \quad (34-3)$$

با استفاده از رابطه (۱۱-۳) و (۱۶-۳) رابطه فوق به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$e_u = \xi \tilde{\theta} + w + u_s \quad (35-3)$$

جایگزاری (۳۳-۳) در (۱۰-۳) نتیجه می دهد:

$$E\dot{e} = A_d e - G(x)e_u \quad (36-3)$$

با استفاده از حداقل کردن تابع مربعی هزینه زیر می توان مقدار حداقل e_u را تعیین نمود.

$$J = \frac{1}{2} e_u^T G(x) e_u \quad (37-3)$$

$$= \frac{1}{2} (\mathbf{u}_D - \xi \boldsymbol{\theta} + \mathbf{u}_s)^T G(\mathbf{x}) (\mathbf{u}_D - \xi \boldsymbol{\theta} + \mathbf{u}_s)$$

برای حداقل کردن تابع هزینه (۳۷-۳) با روش گرادیان نزولی، یک قانون تطبیق برای بردار $\boldsymbol{\theta}$ مطابق رابطه زیر می باشد:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = -\gamma_{\theta} \frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}) \quad (38-3)$$

که در آن γ_{θ} یک ثابت مثبت می باشد. گرادیان $J(\boldsymbol{\theta})$ نسبت به $\boldsymbol{\theta}$ عبارتست از:

$$\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}) = -\xi^T G(\mathbf{x}) \mathbf{e}_u \quad (39-3)$$

بر اساس رابطه (۳۹-۳) رابطه (۳۸-۳) بازنویسی می شود:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \gamma_{\theta} \xi^T G(\mathbf{x}) \mathbf{e}_u \quad (40-3)$$

از آنجایی که کنترلر \mathbf{u}_D نامعلوم می باشد، سیگنال خطای \mathbf{e}_u برای اندازه گیری در دسترس نمی باشد و در قانون تطبیق نمی تواند استفاده شود. با این وجود، براساس رابطه (۳۶-۳)، $G(\mathbf{x}) \mathbf{e}_u$ با $-E\dot{\mathbf{e}} + A_d \mathbf{e}$ می تواند جایگزین گردد. بنابراین قانون تطبیق (۴۰-۳) مطابق رابطه زیر بازنویسی می گردد:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \gamma_{\theta} \xi^T (A_d \mathbf{e} - E\dot{\mathbf{e}}) \quad (41-3)$$

قانون تطبیق فوق، محدود ماندن پارامترها را تضمین نمی کند. برای غلبه بر این مشکل، یکی از محبوب ترین روش ها استفاده از قانون تطبیق تغییر یافته σ می باشد.

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \gamma_{\theta} \xi^T (A_d \mathbf{e} - E\dot{\mathbf{e}}) - \gamma_{\theta} \sigma \boldsymbol{\theta} \quad (42-3)$$

که در آن σ یک ثابت مثبت کوچک می باشد.

برای اثبات محدود ماندن پارامترهای تطبیق اصلاح شده، تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V_{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{2\gamma_{\theta}} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (43-3)$$

مشتق آن عبارتست از:

$$\dot{V}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\theta}) = -\frac{1}{\gamma_{\theta}} \tilde{\theta}^T \dot{\theta} \quad (44-3)$$

با استفاده از (3-35) و (3-42)، رابطه (3-44) را می توان مطابق رابطه زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{V}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\theta}) = -e_u^T G(x) e_u + w^T G(x) e_u + u_s^T G(x) e_u + \sigma \tilde{\theta}^T \theta \quad (45-3)$$

با در نظر گرفتن

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}^T \theta &= \tilde{\theta}^T (\theta^* - \tilde{\theta}) = \frac{1}{2} (\|\theta^*\|^2 - \|\tilde{\theta}\|^2 - \|\theta\|^2) \\ &\leq \frac{1}{2} \|\theta^*\|^2 - \frac{1}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 \end{aligned} \quad (46-3)$$

و

$$\begin{aligned} w^T G(x) e_u &= -\left(\frac{1}{2} e_u - w\right)^T G(x) \left(\frac{1}{2} e_u - w\right) + \frac{1}{4} e_u^T G(x) e_u \\ &+ w^T G(x) w \leq \frac{1}{4} e_u^T G(x) e_u + w^T G(x) w \end{aligned} \quad (47-3)$$

و

$$\begin{aligned} u_s^T G(x) e_u &= -\left(\frac{1}{2} e_u - u_s\right)^T G(x) \left(\frac{1}{2} e_u - u_s\right) + \frac{1}{4} e_u^T G(x) e_u \\ &+ u_s^T G(x) u_s \leq \frac{1}{4} e_u^T G(x) e_u + u_s^T G(x) u_s \end{aligned} \quad (48-3)$$

بنابراین، رابطه (3-45) برابر می شود با:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\theta}) &\leq -\frac{\sigma}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 - \frac{1}{2} e_u^T G(x) e_u + \\ &w^T G(x) w + u_s^T G(x) u_s + \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2 \end{aligned} \quad (49-3)$$

لازم به یادآوری است که $G(x)$ و w محدود فرض شده اند و θ^* یک بردار ثابت می باشد. علاوه بر آن u_s

یک بردار ثابت می باشد که در انتهای این بخش اثبات خواهد شد. از اینرو، یک ثابت مثبت مانند Ψ را می

توان فرض نمود بطوریکه:

$$\psi = \frac{\sigma}{2} \|\theta^*\|^2 + \sup_t (\mathbf{w}^T G(\mathbf{x}) \mathbf{w}) + \sup_t (\mathbf{u}_s^T G(\mathbf{x}) \mathbf{u}_s) \quad (50-3)$$

در نتیجه، (3-45) به شکل زیر ساده می شود:

$$\dot{V}_{\tilde{\theta}}(\tilde{\theta}) \leq -\sigma\gamma_{\theta} V_{\tilde{\theta}} - \frac{1}{2} \mathbf{e}_u^T G(\mathbf{x}) \mathbf{e}_u + \psi \leq -\alpha V_{\tilde{\theta}} + \psi \quad (51-3)$$

که در آن $\alpha = \sigma\gamma_{\theta}$.

انتگرال گیری از رابطه (3-51) نتیجه می دهد:

$$0 \leq V_{\tilde{\theta}} \leq \left(V_{\tilde{\theta}}(0) - \frac{\psi}{\alpha} \right) e^{-\alpha t} + \frac{\psi}{\alpha} \quad (52-3)$$

لم 3-1 [53]: اگر فرض 1 برآورده شود، سپس قانون تطبیق (3-42) تضمین خواهد کرد که پارامترهای بردار

خطای $\tilde{\theta}$ محدود خواهد بود و داریم

$$\Omega_{\theta} = \left\{ \tilde{\theta} \mid \|\tilde{\theta}\|^2 \leq 2\gamma_{\theta} \psi / \alpha \right\} \quad (53-3)$$

لم 3-1 و رابطه (3-52) نتیجه می دهد که بردار θ محدود می باشد.

قضیه 3-2: سیستم (3-1) با کنترل کننده (3-11) و سیگنال کمکی

$$\mathbf{u}_s = \varepsilon \operatorname{sgn}(\mathbf{e}_p) \quad (54-3)$$

تضمین خواهد کرد که خطای ردگیری سیستم به سمت صفر میل خواهد کرد اگر از قانون تطبیق مطابق با

رابطه زیر استفاده گردد:

$$\dot{\varepsilon} = \gamma_{\varepsilon} G^u \sum_{i=1}^n |e_{p_i}| \quad (55-3)$$

که در آن γ_{ε} یک ثابت مثبت می باشد و

$$\mathbf{e}_p = P\mathbf{e}$$

و $\operatorname{sgn}(\mathbf{e}_p) = [\operatorname{sgn}(e_{p_1}), \dots, \operatorname{sgn}(e_{p_n})]^T$ ، e_{p_i} ، i امین عضو \mathbf{e}_p می باشد.

اثبات: فرض کنید

$$\tilde{\xi} = \varepsilon_u - \varepsilon \quad (56-3)$$

که در آن ε_u یک ثابت مثبت نامعلوم می باشد.

با در نظر گرفتن قضیه ۲-۴ و محدود بودن \mathbf{w} ، می توان فرض کرد $\|\xi\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{w}\| \leq \varepsilon_u$ که بوسیله قانون

تطبيق (۳-۵۵) تخمین زده خواهد شد. لازم به یادآوری است که ε_u یک متغیر مصنوعی می باشد.

تابع لیاپانوف زیر را تعریف کنید:

$$V_2(E\mathbf{e}, \tilde{\xi}) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T E^T P \mathbf{e} + \frac{1}{2\gamma_\varepsilon} \tilde{\xi}^2 \quad (57-3)$$

مشتق تابع لیاپانوف فوق عبارتست از:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(E\mathbf{e}, \tilde{\xi}) &= \frac{1}{2} \mathbf{e}^T (P^T A_d + A_d^T P) \mathbf{e} - \mathbf{e}^T P^T G(\mathbf{x}) (\xi\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{w}) \\ &\quad - \mathbf{e}^T P^T G(\mathbf{x}) \mathbf{u}_s + \frac{1}{\gamma_\varepsilon} \dot{\tilde{\xi}} \tilde{\xi} \end{aligned} \quad (58-3)$$

با جایگزاری رابطه (۳-۲۲)، (۳-۳۶) و (۳-۵۴) در (۳-۵۸) و با استفاده از رابطه (۳-۴۰) و خاصیت *trace* و

رابطه‌ی

$$\mathbf{e}^T P^T G(\mathbf{x}) (\xi\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{w}) \leq \varepsilon_u G^u \sum_{i=1}^n |e_{p_i}| \quad (59-3)$$

نامساوی زیر بدست خواهد آمد:

$$\dot{V}_2(E\mathbf{e}, \tilde{\xi}) \leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T Q \mathbf{e} + \varepsilon_u G^u \sum_{i=1}^n |e_{p_i}| \quad (60-3)$$

$$-\varepsilon G^u \sum_{i=1}^n |e_{p_i}| + \frac{1}{\gamma_\varepsilon} \dot{\tilde{\xi}} \tilde{\xi}$$

با جایگزاری رابطه (۳-۵۵) در رابطه (۳-۶۰) و در نظر گرفتن رابطه (۳-۵۶) داریم:

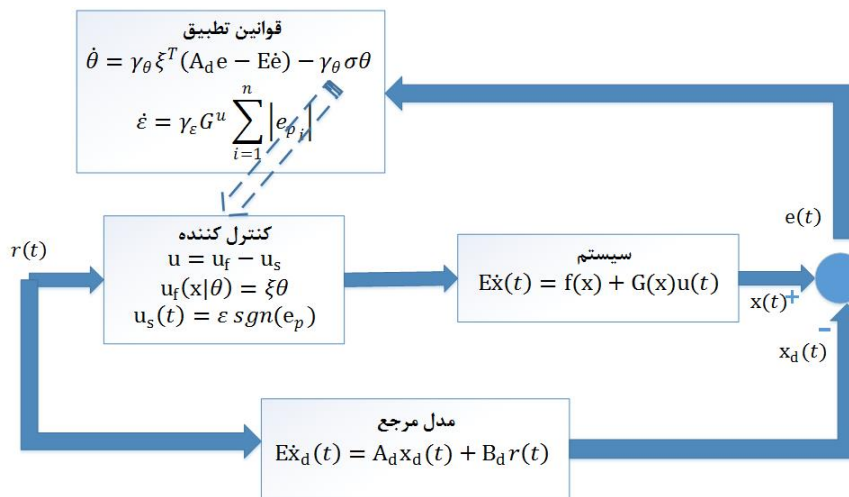
$$\dot{V}_2(E\mathbf{e}, \tilde{\xi}) \leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T Q \mathbf{e} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|\mathbf{e}\|^2 \quad (۶۱-۳)$$

انتگرال گیری از رابطه فوق نتیجه می دهد:

$$\int_0^\infty \|\mathbf{e}\|^2 dt \leq \frac{V_2(0) - V_2(\infty)}{\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q)} \quad (۶۲-۳)$$

از آنجایی که سمت راست رابطه فوق محدود می باشد، می توان نتیجه گرفت که $\mathbf{e}(t)$ بصورت مربعی انتگرال پذیر است و $\|\mathbf{e}\|$ وجود دارد و محدود است ($\mathbf{e}(t) \in L_2$). سپس بکارگیری از لم باربالات نتیجه میدهد که $\mathbf{e}(t) \rightarrow 0$ اگر $t \rightarrow \infty$

همچنین، براساس رابطه (۵۷-۳) و (۶۱-۳)، $\tilde{\xi}$ محدود می باشد. از آنجایی که ε_u یک عدد ثابت می باشد، بنابراین ε نیز محدود می باشد. لذا با در نظر گرفتن رابطه (۵۴-۳) به راحتی محدود ماندن \mathbf{u}_s اثبات می گردد. ساختار کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم روش دوم در شکل ۲-۳ نمایش داده شده است.



شکل ۲-۳. کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم روش دوم

۳-۴ شبیه سازی

برای نشان دادن تاثیر کنترل کننده پیشنهادی بر روی سیستم های تکین، این دو کنترل کننده بر روی دو سیستم تکین غیرخطی اعمال می شود. در مثال اول، فرض شده است که ضریب ورودی سیستم معلوم باشد و اولین کنترل کننده پیشنهادی بر روی آن اعمال می گردد. در دومین مثال، شرایط کنترل کننده مورد دوم برقرار است و نتیجه اعمال آن بر روی سیستم بررسی می گردد.

مثال ۳-۱: سیستم تکین غیرخطی زیر را فرض کنید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -3x_1(t) - 2x_2(t) \\ 0 &= x_2 + e^{x_2} + e^{x_1}u \end{aligned} \quad (۳-۶۳)$$

که در آن $x = [x_1, x_2]^T$ بردار حالت و u ورودی می باشند که براساس اولین کنترل کننده پیشنهادی در این رساله طراحی و پیشنهاد خواهد شد. می خواهیم حالت های سیستم حالت های سیستم مدل مرجع زیر را ردگیری کند.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}_d(t) = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} x_d + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (۳-۶۴)$$

مدل مرجع پیشنهادی یک سیستم تکین مجاز بوده و و ورودی آن عبارتست از

$$\begin{aligned} r(t) &= \begin{cases} 1 & t < 10 \\ 0 & 10 < t < 20 \end{cases} \\ r(t+20) &= r(t) \end{aligned}$$

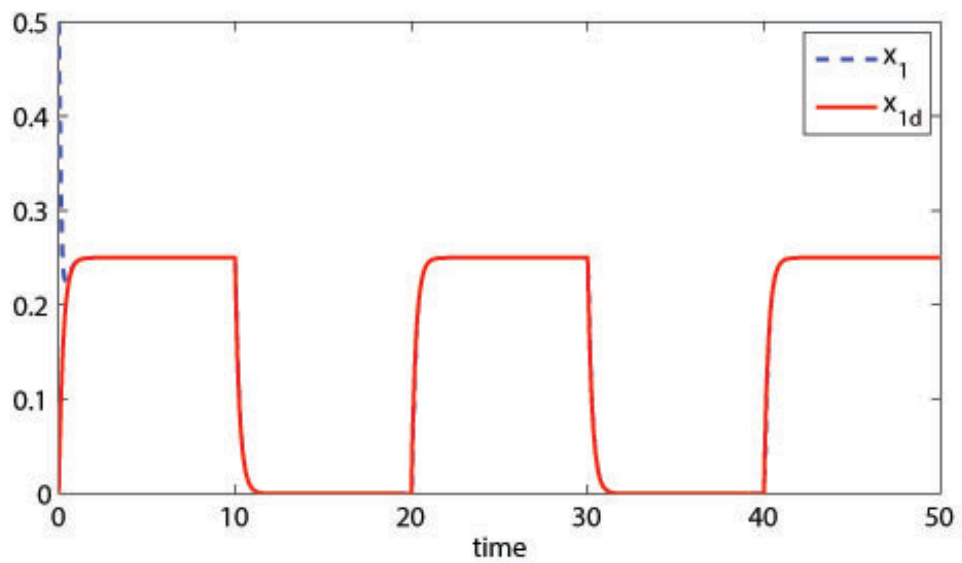
فرض شده است که شرایط اولیه سیستم تکین $x(0) = [0.5, -0.56]^T$ و شرایط اولیه سیستم فازی برای تمامی پارامترهای θ مساوی با صفر و ضرایب یادگیری $\gamma = 10$ باشد. ماتریس P مساوی با مقادیر زیر در نظر گرفته شده است:

$$P = \begin{bmatrix} 0.156 & 0 \\ 0.031 & -0.25 \end{bmatrix}$$

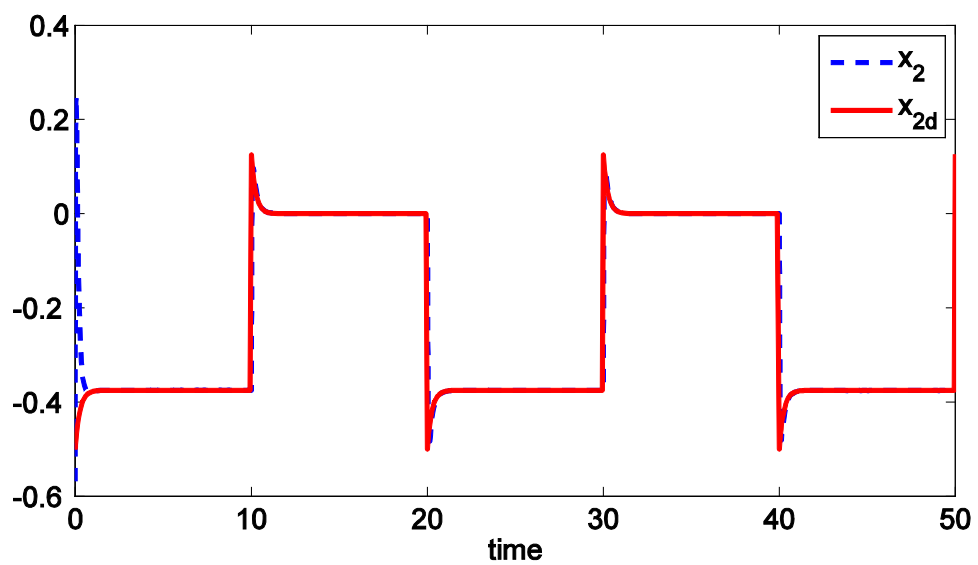
در این مثال از اولین کنترل کننده پیشنهادی استفاده شده است. ۵ تابع عضویت در بازه $[-1, 1]$ با مراکز $-1, -0.5, 0, 0.5$ و 1 با واریانس 2 برای سیستم فازی در نظر گرفته شده است.

شکل ۳-۳ و ۴-۳ نشان دهنده حالت های سیستم تکین و سیستم مرجع می باشد که بیانگر نتیجه اعمال کنترل کننده پیشنهادی به سیستم می باشد. نمودارها نشان می دهد که حالت های سیستم تکین به خوبی حالت های سیستم مرجع را ردگیری می نمایند. خطای ردگیری بطور مجانبی به سمت صفر میل می کند. ورودی طراحی شده در شکل ۳-۷ نشان داده شده است. این کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم بر اساس شرایط مورد اول طراحی و پیشنهاد شده است. نتایج شبیه سازی به خوبی عملکرد مناسب کنترل کننده را نمایش می دهند.

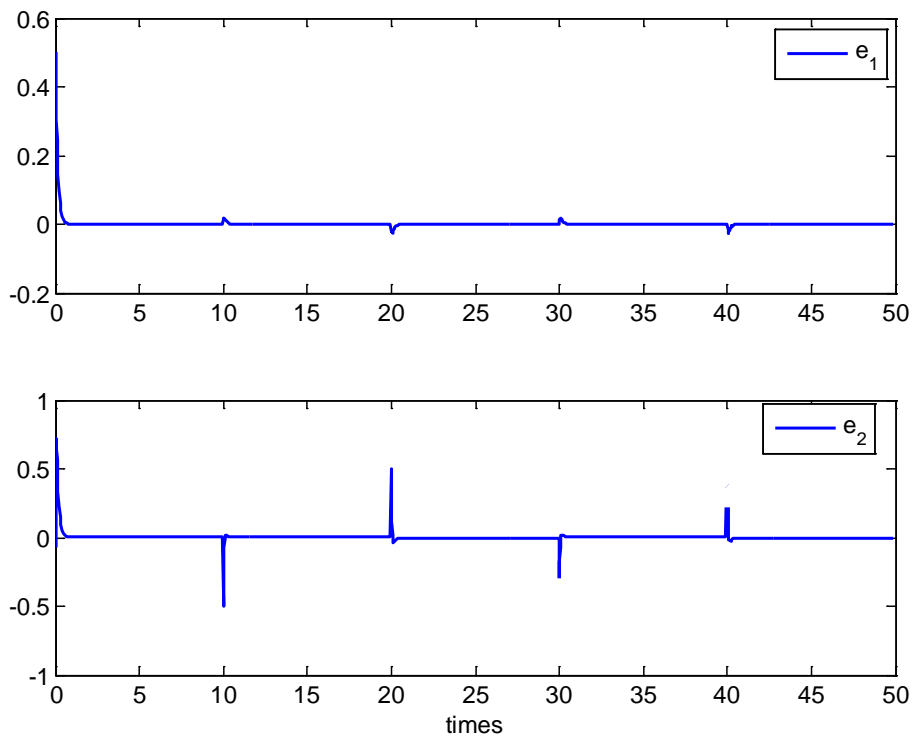
شکل ۳-۶ نشان دهنده رفتار پارامترهای سیستم فازی می باشد. بطور خلاصه با اعمال کنترل کننده اول، حالت های سیستم رفتار حالت های سیستم مرجع را دنبال می کنند، سیگنال کنترلی پیشنهادی نرم می باشد و پارامترهای سیستم محدود می ماند.



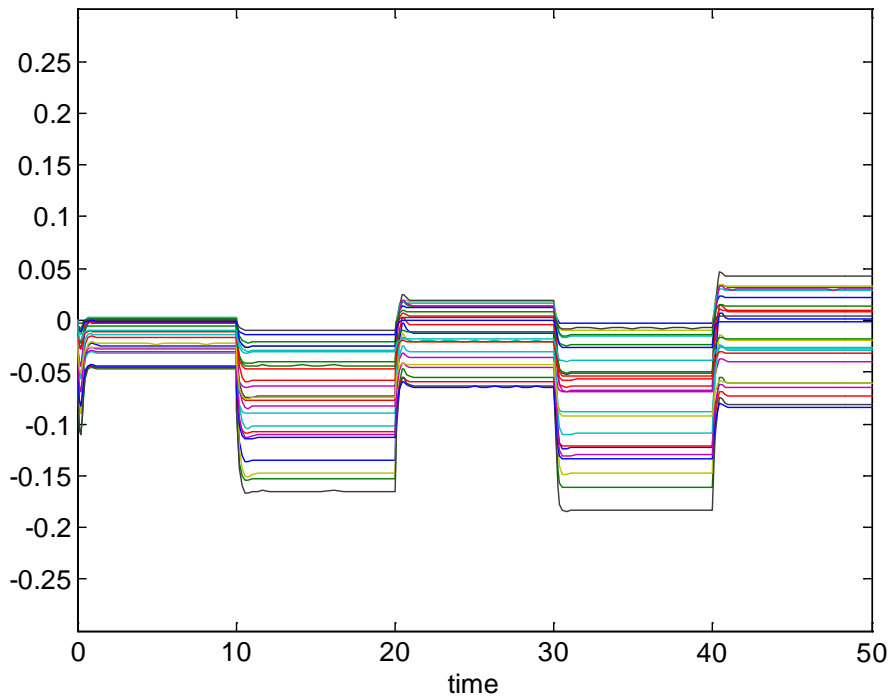
شکل ۳-۳. مسیر حالت x_1 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{1d} سیستم مرجع



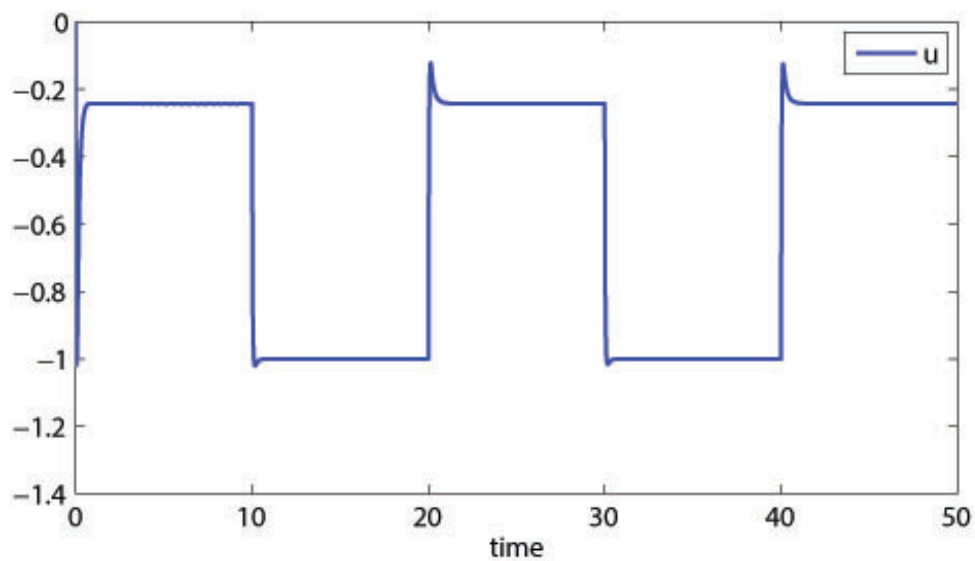
شکل ۳-۴. مسیر حالت x_2 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{2d} سیستم مرجع



شکل ۳-۵. نمودار خطاهای ردگیری حالت‌های مرجع



شکل ۳-۶. نمودار بردار پارامترهای سیستم فازس



شکل ۳-۷. سیگنال کنترلی u

مثال ۳-۲: سیستم تکین غیرخطی زیر را فرض کنید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -3x_1^2 - 3x_1 - 3x_3 + e^{(x_1+x_2)}u_1 \\ \dot{x}_2(t) &= x_1x_2 - 2x_2 + (x_1^2 + 1)u_2 \end{aligned} \quad (۳-۶۵)$$

$$0 = x_3 + \cos x_3 + x_2 + (\sin x_1 + \cos 0.5x_3)^2 u_3$$

که در آن بردار حالت و ورودی می باشند که براساس دومین کنترل کننده پیشنهادی در این رساله طراحی و پیشنهاد خواهد شد.

سیستم مدل مرجع بر اساس رابطه زیر پیشنهاد می گردد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1d}(t) &= -3x_{1d} - 2x_{3d} \\ \dot{x}_{2d}(t) &= 2x_{1d} - x_{2d} \\ 0 &= -0.5x_{1d} + x_{3d} - 0.5 \sin 0.25\pi t \end{aligned} \quad (۳-۶۶)$$

توابع تعلق فازی بر اساس روابط زیر تعریف می گردند:

$$\mu^1(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 1.25}{0.6}\right)^2\right)$$

$$\mu^2(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i}{0.6}\right)^2\right)$$

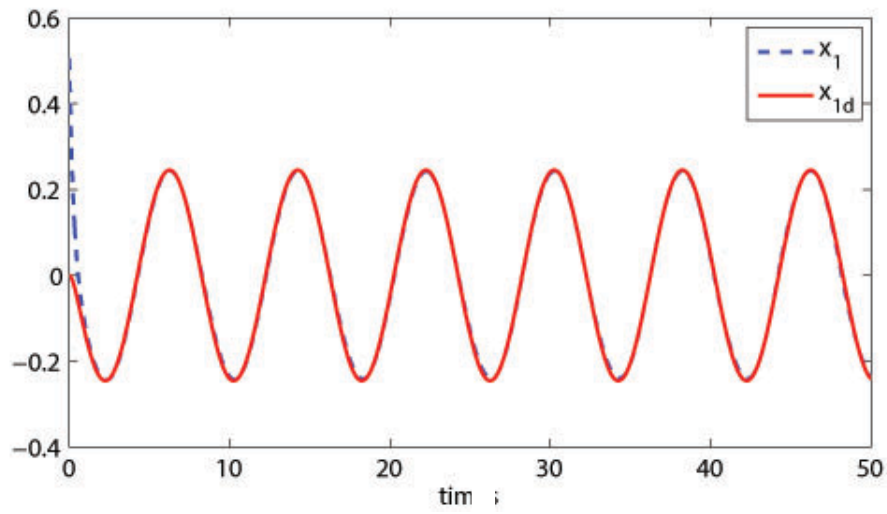
$$\mu^3(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 1.25}{0.6}\right)^2\right)$$

بنابراین ۲۷ قانون فازی برای تعیین u_f وجود دارد. شرایط اولیه سیستم تکین $x(0) = [0.5, -0.5, -1.68]^T$ و شرایط اولیه سیستم فازی برای تمامی پارامترهای θ مساوی با صفر انتخاب شده است. پارامترهایی که در این شبیه سازی استفاده شده عبارتند از: $\gamma_\theta = 2000$ و $\sigma = 10^{-4}$ و $\gamma_\varepsilon = 100$.

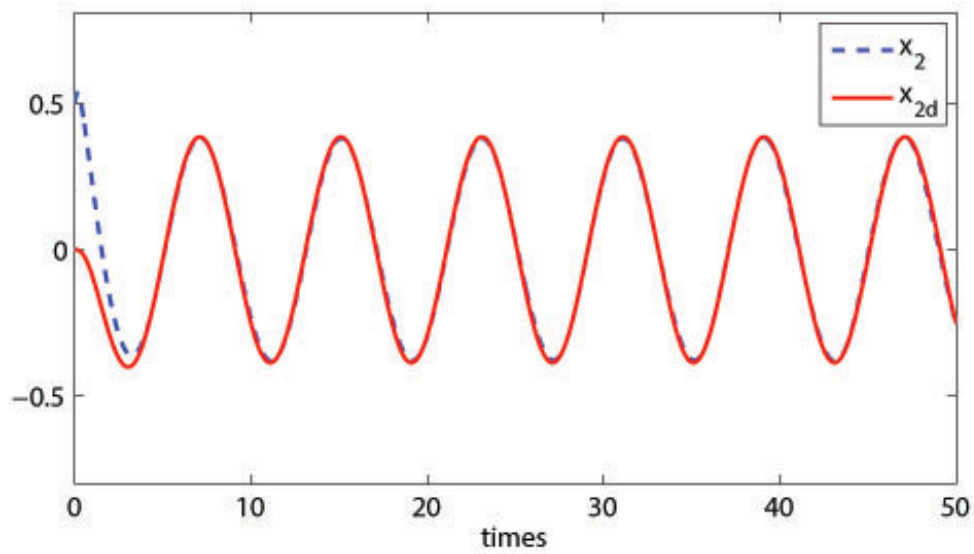
ماتریس P مطابق رابطه زیر فرض شده است:

$$P = \begin{bmatrix} 0.256 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0 \\ 0.262 & 0.4 & -0.5 \end{bmatrix}$$

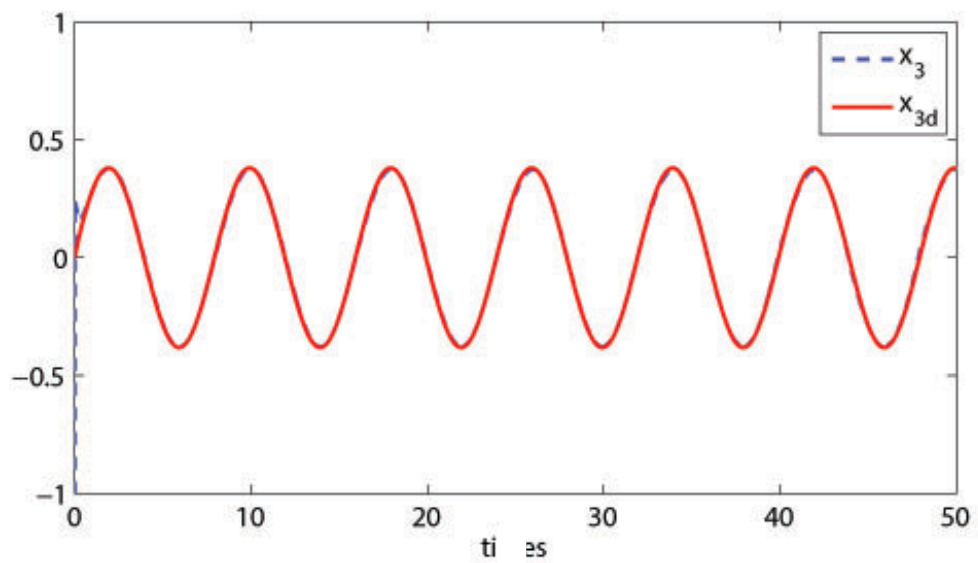
شکل ۳-۸ تا ۳-۱۳ قابلیت مناسب کنترل کننده پیشنهادی دوم در ردگیری حالت های مرجع را توسط حالت های سیستم تکین غیرخطی با پارامترهای نامعلوم را نشان می دهد. شکل های ۳-۸، ۳-۹ و ۳-۱۰ نشان دهنده مسیر حالت های سیستم تکین و سیستم مرجع می باشد. کاملاً مشخص می باشد که حالت های سیستم به سرعت حالت های سیستم مرجع را ردگیری می نمایند و خطای ردگیری به سرعت کاهش می یابد. سیگنال ورودی پیشنهاد شده بر اساس روش دوم کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم در شکل ۳-۱۱ نشان داده شده است. نمودار مربوطه نشان دهنده محدود بودن این کنترل کننده می باشد. شکل ۳-۱۲ بیان کننده پارامترهای فازی کنترل کننده پیشنهادی می باشد.



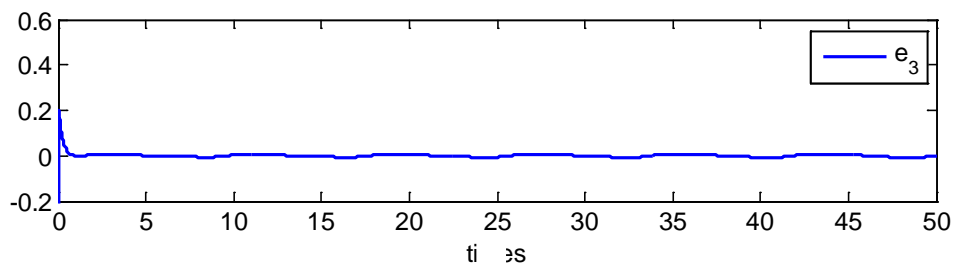
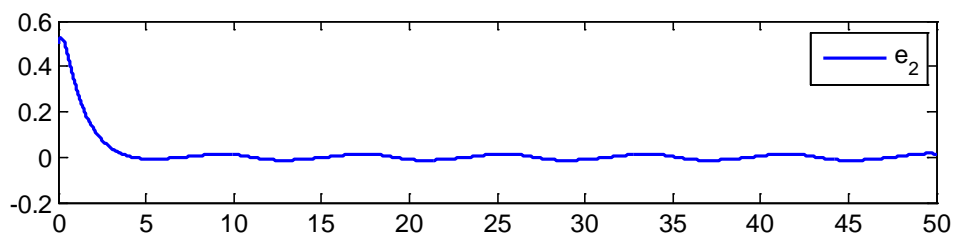
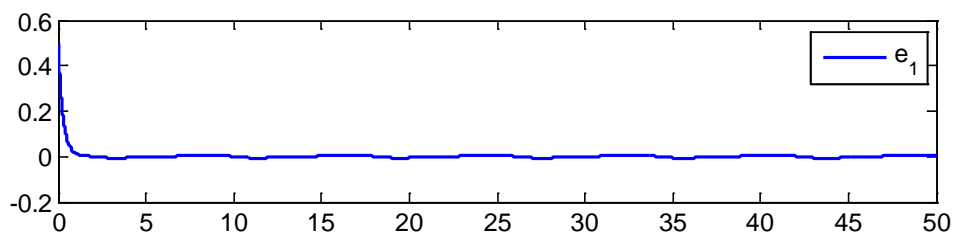
شکل ۳-۸. مسیر حالت x_1 سیستم تکین غیر خطی و حالت x_{1d} سیستم مرجع



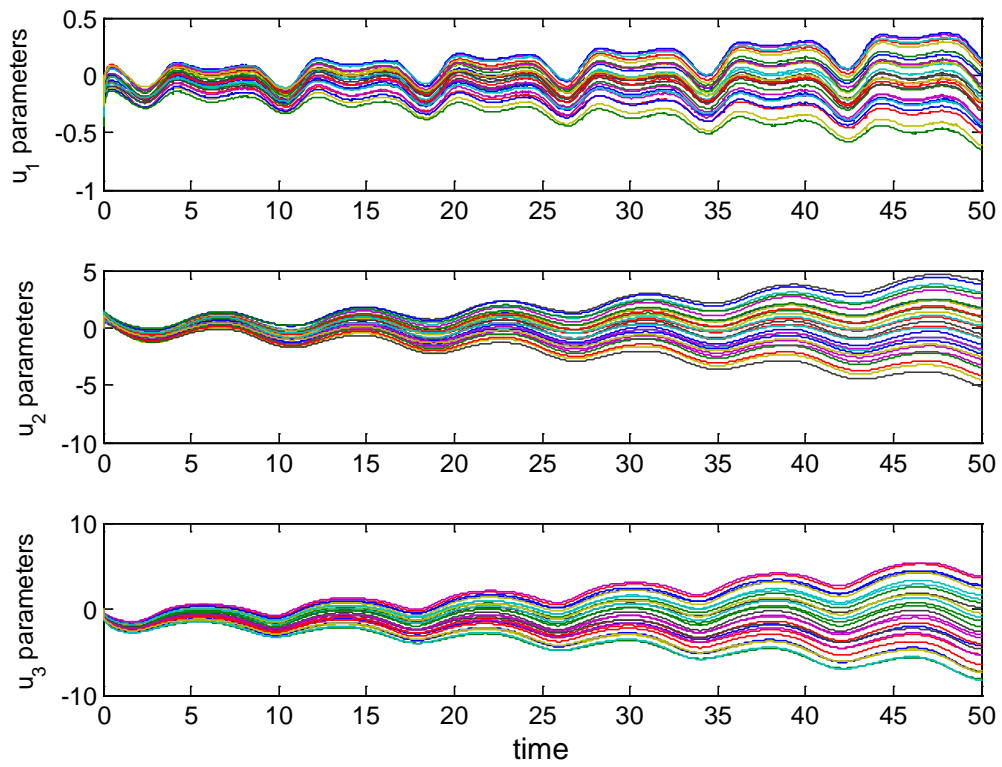
شکل ۳-۹. مسیر حالت x_2 سیستم تکین غیر خطی و حالت x_{2d} سیستم مرجع



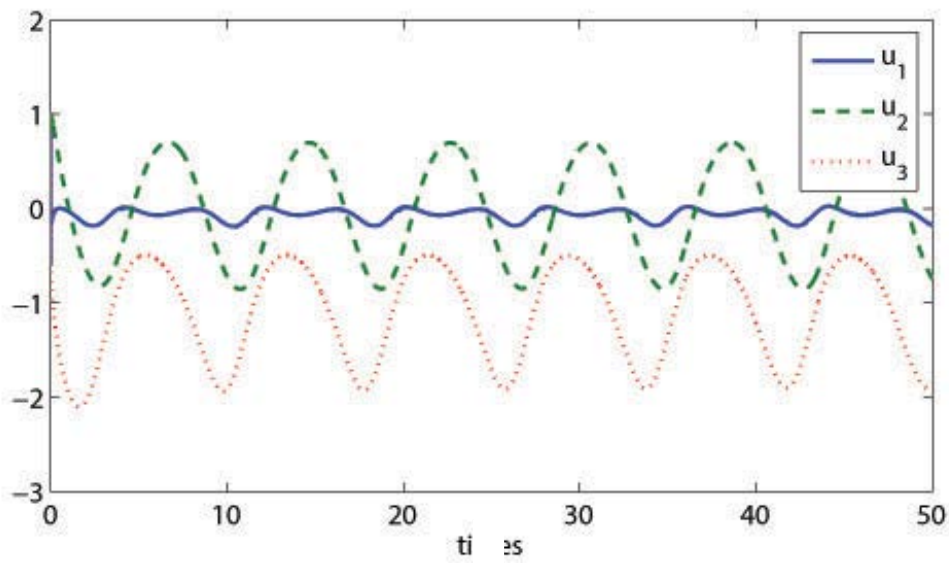
شکل ۱۰-۳. مسیر حالت x_3 سیستم تکین غیر خطی و حالت x_{3d} سیستم مرجع



شکل ۱۱-۳. خطای ردگیری حالت های مدل مرجع



شکل ۳-۱۲. نمودار پارامترهای سیستم فازی



شکل ۳-۱۳. سیگنال کنترلی u

۳-۵ نتیجه گیری

سیستم های تکین با توجه به کاربرد گسترده آن ها در علوم مختلف، به تازگی توجه زیادی را به خود جلب نموده اند. اما بسیاری از تئوری های سیستم های فضای حالت تاکنون برای سیستم های تکین تعمیم داده نشده اند. در این فصل یک کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم برای کلاسی از سیستم های تکین غیرخطی پیشنهاد داده شد. بطور مشخص، روش کنترل فازی تطبیقی مستقیم برای دو کلاس از سیستم های تکین، اولی با ضرایب ورودی معلوم و دومی با ضرایب ورودی نامعلوم اما معین مثبت متقارن طراحی گردید. در روش اول، قانون تطبیقی برای پارامترهای فازی بر اساس قضیه لیاپانوف پیشنهاد می گردد. در حالیکه در روش دوم، از الگوریتم گرادیان نزولی برای حداقل کردن خطای بین کنترل کننده ایده ال و کنترل کننده طراحی شده استفاده می گردد. همچنین، بوسیله یک کنترل کننده کمکی جبرانی، ردیابی حالت های سیستم مرجع توسط حالت های سیستم تکین غیرخطی با قضیه لیاپانوف تضمین می گردد. در پایان، تاثیر کنترل کننده پیشنهادی بر روی دو مثال شبیه سازی شده و عملکرد آن مورد بررسی قرار گرفته است.

فصل ۴: کنترل فازی تطبیقی غیر مستقیم سیستم های تکین

۴-۱ مقدمه

همانطور که در فصل قبل توضیح داده شد، کنترل کننده‌های فازی تطبیقی به دو نوع مستقیم و غیرمستقیم تقسیم بندی می‌شوند. طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم برای سیستم های تکین غیرخطی در فصل ۳ مورد بحث و بررسی قرار گرفت. این فصل کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم برای سیستم های تکین غیرخطی را پیشنهاد خواهد داد.

یکی از مزایای مهم کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم، مجزا بودن فرایند طراحی کنترل کننده از فرایند تخمین سیستم و استفاده از مدل سازی فازی می باشد که به طراح اجازه می دهد بدون نیاز به تخمین مجدد پارامترهای نامعلوم سیستم، پارامترهای کنترل کننده را بنا به شرایط مطلوب تغییر دهد زیرا قواعد فازی تنها مدل سیستم را تغییر خواهند داد و نه کنترل کننده مطلوب مورد نظر سیستم را. بطور مشخص، تغییر در کنترل کننده هیچ تغییری در سیستم فازی ایجاد نخواهد کرد.

همانطور که در فصل های قبل بیان شد، مدل سازی بسیاری از سیستم های عملی منجر به وجود معادلات جبری و دیفرانسیلی بطور همزمان خواهد شد. برای چنین سیستمی، فرم مدل سازی فضای حالت تنها نمونه ساده سازی شده از مدل اصلی سیستم خواهد بود. لذا نیازمند تعمیم روش کنترلی فازی تطبیقی برای سیستم های فضای حالت معمولی به سیستم های تکین می باشیم. البته به دلیل وجود معادلات جبری غیرخطی این کار ساده نخواهد بود و پیچیدگی های خاص خود را هم در زمینه تضمین ردگیری حالت های سیستم و هم در اثبات پایداری آن و زمینه های مشابه آن دارد. بطور خلاصه در این فصل نوآوری ها و مطالب زیر آورده خواهد شد:

۱. پیدا کردن شرایطی که حالت های سیستم تکین غیرخطی، حالت های سیستم تکین خطی مرجع را ردگیری کند.
۲. شناسایی برخط توابع نامعلوم سیستم تکین غیرخطی بوسیله سیستم فازی TSK.
۳. پیشنهاد یک کنترل کننده کمکی برای جبران خطای تخمین سیستم فازی

۴. تضمین ردگیری حالت های سیستم تکین خطی مرجع توسط حالت های سیستم تکین غیرخطی

بوسیله کنترل کتده فازی تطبیقی غیرمستقیم پیشنهاد شده

در نتیجه، در این فصل یک کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم برای کلاسی از سیستم های تکین غیرخطی پیشنهاد خواهد شد. از سیستم های فازی برای تخمین توابع نامعلوم غیرخطی سیستم تکین استفاده می شود و از روش تخمین تطبیقی برخط برای تنظیم پارامترهای سیستم فازی استفاده خواهد شد. در پایان، پایداری سیستم حلقه بسته و ردیابی حالت های مطلوب بوسیله حالت های سیستم، توسط قضیه لیاپانوف تضمین خواهد شد.

۴-۲ تعریف مسئله

سیستم تکین غیرخطی زیر را فرض کنید:

$$E\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + G(\mathbf{x})u(t) \quad (1-4)$$

که در آن $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ بردار متغیرها، $u \in \mathbb{R}^m$ ورودی، $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ بردار و ماتریس توابع غیرخطی نامعلوم می باشند و داریم:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})]^T$$

$$G(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_{11}(\mathbf{x}) & \cdots & g_{1m}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(\mathbf{x}) & \cdots & g_{nm}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

که در آن $f_i(\mathbf{x})$ و $g_{ij}(\mathbf{x})$ توابع غیرخطی نامعلوم می باشند.

هدف کنترل این است که تمامی متغیرهای حالت سیستم تکین غیرخطی (۱-۴) حالت های سیستم مرجع

خطی

$$E\dot{\mathbf{x}}_d(t) = A_d\mathbf{x}_d + B_dr(t) \quad (3-4)$$

را دنبال کند که در آن $\mathbf{x}_d \in \mathbb{R}^n$ حالت‌های مرجع و ماتریس‌های A_d و B_d ضرایب سیستم می‌باشند.

ماتریس E سیستم مرجع برابر با ماتریس E مدل انتخاب شده است.

برای رسیدن به هدف ردگیری مدل مرجع، بردار خطا را به صورت

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d \quad (4-4)$$

تعریف می‌کنیم. بنابراین معادله دینامیکی مطلوب به صورت زیر خواهد بود:

$$E\dot{\mathbf{e}}(t) = A_d\mathbf{e} \quad (5-4)$$

فرض می‌شود که سیستم مرجع تکین خطی (3-4) شرایط تعریف 1-3 و قضیه پایداری 2-4 را برآورده کند.

3-4 طراحی کنترل کننده

سیستم تکین (1-4) را در نظر بگیرید. اگر توابع غیرخطی $f(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ معلوم باشند، با کم کردن معادله

مدل مرجع (3-4) از معادله سیستم (1-4) و با استفاده از تعریف خطا در (4-4) داریم:

$$E\dot{\mathbf{e}}(t) = A_d\mathbf{e} + f(\mathbf{x}) + G(\mathbf{x})u(t) - B_d r(t) - A_d\mathbf{x} \quad (6-4)$$

حال می‌توانیم کنترل $u(t)$ را مطابق رابطه زیر چنان انتخاب نماییم که قسمت غیرخطی را حذف نماید و سیستم حالت‌های مرجع را دنبال نماید.

$$u(t) = G^\dagger(-f(\mathbf{x}) + B_d r(t) + A_d\mathbf{x}) \quad (7-4)$$

اما از آنجاییکه توابع غیرخطی $f(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ نامعلوم می‌باشند، کنترل ایده‌آل (7-4) نمی‌تواند مورد استفاده

قرار گیرد. اما با توجه به اینکه سیستم‌های فازی تقریباً عمومی می‌باشند، در صورتیکه روابط فازی شرح

دهنده $f(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ را داشته باشیم، آن‌ها را با سیستم‌های فازی $\hat{f}(\mathbf{x})$ و $\hat{G}(\mathbf{x})$ تخمین می‌زنیم. لذا

برای رابطه (7-4) خواهیم داشت:

$$u(t) = \hat{G}^\dagger(-\hat{f}(\mathbf{x}) + B_d r(t) + A_d\mathbf{x} + u_s) \quad (8-4)$$

که در آن $\hat{G}^\dagger = (\hat{G}^T \hat{G} + \delta I)^{-1} \hat{G}^T$ ، ماتریس شبه معکوس \hat{G} و δ یک ثابت مثبت کوچک می باشند. u_s یک سیگنال کمکی برای جبران خطای تخمین توابع فازی می باشد.

جایگزینی رابطه (۴-۸) در (۴-۶) نتیجه می دهد:

$$E\dot{e}(t) = A_d e_d + (f(x) - \hat{f}(x)) + (G(x) - \hat{G}(x))u \quad (۹-۴)$$

$$+ u_s + (\hat{G}(x)\hat{G}^\dagger(x) - I)(B_d r(t) + A_d x - \hat{f}(x) + u_s) = 0$$

w_1 را مطابق رابطه زیر تعریف می کنیم:

$$w_1 = (\hat{G}(x)\hat{G}^\dagger(x) - I)(B_d r(t) + A_d x - \hat{f}(x) + u_s) \quad (۱۰-۴)$$

که نتیجه می دهد:

$$E\dot{e}(t) = A_d e_d + (f(x) - \hat{f}(x)) + (G(x) - \hat{G}(x))u + u_s + w_1 \quad (۱۱-۴)$$

برای یک تابع غیرخطی مانند $f(x)$ ، تخمین فازی آن $(\hat{f}(x))$ ، به عنوان خروجی یک سیستم فازی براساس بخش زیر تعریف می گردد:

۴-۳-۱ طراحی سیستم فازی

بر اساس بخش ۳ فصل ۳، تخمین توابع فازی (۴-۲) به شکل زیر خواهد بود:

$$\hat{f}_i(x|\theta_{f_i}) = \xi_{f_i}(x)\theta_{f_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (۱۲-۴)$$

$$\hat{g}_{ij}(x|\theta_{g_{ij}}) = \xi_{g_{ij}}(x)\theta_{g_{ij}} \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m \quad (۱۳-۴)$$

که در آن $\theta_{f_i} \in \mathbb{R}^{L_{f_i}}$ و $\theta_{g_{ij}} \in \mathbb{R}^{L_{g_{ij}}}$ بردار پارامترهای سیستم های فازی $f_i(\cdot)$ و $g_{ij}(\cdot)$ می باشند.

$\xi_{f_i}(\cdot)$ و $\xi_{g_{ij}}(\cdot)$ بردارهای پایه توابع فازی می باشند که مطابق رابطه زیر تعریف می شوند:

$$\xi_{f_i}(x) = [\xi_{f_i}^1(x), \dots, \xi_{f_i}^{L_{f_i}}(x)] \quad (۱۴-۴)$$

$$\xi_{g_{ij}}(x) = [\xi_{g_{ij}}^1(x), \dots, \xi_{g_{ij}}^{L_{g_{ij}}}(x)]$$

روابط زیر را در نظر بگیرید

$$\xi_f = \text{diag}(\xi_{f_1}(\mathbf{x}), \dots, \xi_{f_n}(\mathbf{x})) \quad (15-4)$$

$$\xi_g = \text{diag}(\xi_{g_1}(\mathbf{x}), \dots, \xi_{g_n}(\mathbf{x}))$$

که در آن

$$\xi_{g_i}(\mathbf{x}) = [\xi_{g_{i1}}(\mathbf{x}), \dots, \xi_{g_{im}}(\mathbf{x})] \quad (16-4)$$

و

$$\boldsymbol{\theta}_f = [\boldsymbol{\theta}_{f_1}^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_{f_n}^T]^T \quad (17-4)$$

$$\boldsymbol{\theta}_g = [\boldsymbol{\theta}_{g_1}, \dots, \boldsymbol{\theta}_{g_n}]^T$$

که

$$\boldsymbol{\theta}_k = \text{diag}(\boldsymbol{\theta}_{g_{k1}}, \dots, \boldsymbol{\theta}_{g_{km}}) \quad (18-4)$$

از اینرو، توابع تخمین زده فازی مطابق رابطه زیر بیان خواهند شد:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \hat{f}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_f) = \xi_f(\mathbf{x})\boldsymbol{\theta}_f \quad (19-4)$$

$$\hat{G}(\mathbf{x}) = \hat{G}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_g) = \xi_g(\mathbf{x})\boldsymbol{\theta}_g$$

اگر پارامترهای بهینه $\boldsymbol{\theta}_{f_i}^*$ و $\boldsymbol{\theta}_{g_{ij}}^*$ نزدیکترین تخمین به پارامترهای بهینه باشند و مطابق رابطه زیر تعریف شوند:

$$\boldsymbol{\theta}_{f_i}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_{f_i} \in \Omega_{f_i}} [\sup_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} |\hat{f}_i(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_{f_i}) - f_i(\mathbf{x})|] \quad (20-4)$$

$$\boldsymbol{\theta}_{g_{ij}}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_{g_{ij}} \in \Omega_{g_{ij}}} [\sup_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} |\hat{g}_{ij}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_{g_{ij}}) - g_{ij}(\mathbf{x})|]$$

که در آن Ω_{f_i} و $\Omega_{g_{ij}}$ مجموعه های مجاز پارامتر توابع می باشند. از اینرو، بهترین تقریب $f(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ عبارت خواهد بود از:

$$\hat{f}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_f^*) = [\hat{f}_1(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_{f_1}^*), \dots, \hat{f}_n(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_{f_n}^*)]^T$$

$$\hat{G}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_g^*) = \begin{bmatrix} \hat{g}_{11}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_{g_{11}}^*) & \cdots & \hat{g}_{1m}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_{g_{1m}}^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{g}_{n1}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_{g_{n1}}^*) & \cdots & \hat{g}_{nm}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_{g_{nm}}^*) \end{bmatrix} \quad (21-4)$$

$$\mathbf{w}_2 = [\hat{f}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_f^*) - f(\mathbf{x})] + [\hat{G}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_g^*) - G(\mathbf{x})]\mathbf{u}(t) \quad (22-4)$$

به عنوان کمترین خطای تخمین تعریف می گردد. در برخی از روش های کنترل فازی تطبیقی، خطای تخمین بسیار کوچک فرض شده است و از آن صرف نظر شده است [55] [54] و یا بطور مربعی انتگرال پذیر فرض شده است [57] [56] تا پایداری کنترل کننده پیشنهادی تضمین شود. اما در کنترل کننده پیشنهادی در این مطالعه، از یک سیگنال کمکی برای جبران خطای تخمین استفاده شده است.

۴-۳-۲ طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی

برای برآورده کردن هدف کنترلی این فصل، در این بخش یک کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم بر اساس قضیه لیاپانوف پیشنهاد می گردد.

با استفاده از رابطه (۲۲-۴) در رابطه (۱۱-۴) نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} E\dot{e}(t) = A_d e + (\hat{f}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_f^*) - \hat{f}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_f)) \\ + (\hat{G}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_g^*) - \hat{G}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}_g))\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{w} \end{aligned} \quad (23-4)$$

که در آن $\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2$. جایگزاری رابطه (۲۹-۴) در رابطه (۳۳-۴)، معادله خطای سیستم حلقه بسته را مطابق رابطه زیر نتیجه می دهد:

$$E\dot{e}(t) = A_d e + \xi_f(\boldsymbol{\theta}_f^* - \boldsymbol{\theta}_f) + \xi_g(\boldsymbol{\theta}_g^* - \boldsymbol{\theta}_g)\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}_s(t) + \mathbf{w} \quad (24-4)$$

قضیه ۴-۱: برای سیستم تکین غیرخطی (۱-۴)، با قانون کنترل (۸-۴) و سیگنال کمکی

$$\mathbf{u}_s(t) = -k \text{sgn}(\mathbf{e}_p) \quad (25-4)$$

محدود ماندن حالت های سیستم تضمین خواهد شد و خطای ردگیری به سمت صفر میل خواهد کرد اگر قوانین تطبیق با روابط زیر تنظیم گردند:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_f = \gamma_f \xi_f^T \mathbf{e}_p \quad (26-4)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_g = \Gamma_g \boldsymbol{\xi}_g^T \mathbf{e}_p \mathbf{u}^T \quad (27-4)$$

$$\dot{k} = \gamma_k \sum_{i=1}^n |\mathbf{e}_{p_i}| \quad (28-4)$$

که در آن

$$\mathbf{e}_p = P \mathbf{e} \quad (29-4)$$

و $\text{sgn}(\mathbf{e}_p) = [\text{sgn}(e_{p_1}), \dots, \text{sgn}(e_{p_n})]^T$ که e_{p_i} ، i امین عضو \mathbf{e}_p می باشد و ماتریس P رابطه زیر را برآورده می کند:

$$\begin{cases} E^T P = P^T E \geq 0 \\ P^T A_d + A_d^T P = -Q \end{cases} \quad (30-4)$$

که در آن ماتریس Q یک ماتریس متقارن مثبت می باشد.

اثبات: فرض کنید:

$$\tilde{k} = k_m - k$$

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_f = \boldsymbol{\theta}_f^* - \boldsymbol{\theta}_f \quad (31-4)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g = \boldsymbol{\theta}_g^* - \boldsymbol{\theta}_g$$

که در آن $\|\mathbf{w}\| \leq k_m$ و k_m یک ثابت مثبت نامعلوم می باشد. k تخمین k_m می باشد. k_m تنها یک متغیر مصنوعی می باشد و تنها برای محاسبات مورد استفاده قرار می گیرد.

تابع لیاپانوف زیر را فرض کنید:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T E^T P \mathbf{e} + \frac{1}{2\gamma_f} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_f + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g^T \Gamma_g^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_g) + \frac{1}{2\gamma_k} \tilde{k}^2 \quad (32-4)$$

که γ_f و γ_k ضرایب ثابت مثبت می باشند، Γ_g یک ماتریس قطری با عناصر مثبت می باشد. در تابع لیاپانوف پیشنهادی، عضو اول برای تضمین ردگیری حالت های سیستم مرجع توسط حالت های سیستم تکین غیرخطی انتخاب شده است. علاوه بر آن، پایداری سیستم حلقه بسته بر اساس قضیه لیپانوف تضمین خواهد شد. عضو

دوم و سوم تابع لیاپانوف برای تنظیم برخط پارامترهای سیستم فازی که برای تخمین توابع غیرخطی استفاده می گردد، تعریف شده است. آخرین عضو برای تنظیم ضرایب کنترل کننده جبرانی استفاده می گردد. با استفاده از رابطه (۳۱-۴)، رابطه (۲۴-۴) مطابق رابطه زیر بازنویسی می گردد:

$$E\dot{e}(t) = A_d e + \xi_f \tilde{\theta}_f + \xi_g \tilde{\theta}_g u(t) + u_s(t) + w \quad (۳۳-۴)$$

مشتق گیری از تابع لیاپانوف پیشنهادی نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} e^T (P^T A_d + A_d^T P) e + e^T P^T \xi_f \tilde{\theta}_f + e^T P^T \xi_g \tilde{\theta}_g u + e^T P^T w \\ & + e^T P^T u_s + \frac{1}{\gamma_f} \dot{\tilde{\theta}}_f^T \tilde{\theta}_f + tr(\Gamma_g^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_g^T \tilde{\theta}_g) + \frac{1}{\gamma_k} \dot{\tilde{k}} \tilde{k} \end{aligned} \quad (۳۴-۴)$$

با استفاده از رابطه زیر

$$e^T P^T \xi_g \tilde{\theta}_g u = tr(e^T P^T \xi_g \tilde{\theta}_g u) = tr(ue^T P^T \xi_g \tilde{\theta}_g) \quad (۳۵-۴)$$

و رابطه (۳۱-۴)، رابطه (۳۴-۴) را مطابق رابطه زیر می توان بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} e^T (P^T A_d + A_d^T P) e + e^T P^T \xi_f \tilde{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_f} \dot{\tilde{\theta}}_f^T \tilde{\theta}_f + e^T P^T w \\ & + e^T P^T u_s - tr(\dot{\tilde{\theta}}_g^T \Gamma_g^{-1} \tilde{\theta}_g) + tr(ue^T P^T \xi_g \tilde{\theta}_g) \\ & + \frac{1}{\gamma_k} \dot{\tilde{k}} \tilde{k} \end{aligned} \quad (۳۶-۴)$$

جایگذاری رابطه (۲۶-۴)، (۲۷-۴) و (۳۰-۴) در رابطه (۳۶-۴)، مشتق تابع لیاپانوف پیشنهادی مطابق رابطه زیر محدود خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P^T \xi_f \tilde{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_f} (\gamma_f e_p^T \xi_f) \tilde{\theta}_f + e^T P^T w \\ & + e^T P^T u_s - tr((ue_p^T \xi_g \Gamma_g) \Gamma_g^{-1} \tilde{\theta}_g) \\ & + tr(ue^T P^T \xi_g \tilde{\theta}_g) + \frac{1}{\gamma_k} \dot{\tilde{k}} \tilde{k} \end{aligned} \quad (۳۷-۴)$$

که نتیجه می دهد:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T Q \mathbf{e} + \mathbf{e}^T P^T \mathbf{w} + \mathbf{e}^T P^T \mathbf{u}_s + \frac{1}{\gamma_k} \dot{\tilde{k}} \tilde{k} \quad (38-4)$$

با در نظر گرفتن رابطه (39-4) و

$$\mathbf{e}^T P^T \mathbf{w} = \mathbf{e}_p^T \mathbf{w} \leq |\mathbf{e}_p^T| |\mathbf{w}| = \sum_{i=1}^n |w_i| |e_{p_i}| \leq k_m \sum_{i=1}^n |e_{p_i}| \quad (39-4)$$

رابطه (48-4) برابر خواهد بود با

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T Q \mathbf{e} + k_m \sum_{i=1}^n |e_{p_i}| - k \sum_{i=1}^n |e_{p_i}| + \frac{1}{\gamma_k} \dot{\tilde{k}} \tilde{k} \quad (40-4)$$

با جایگزینی رابطه (28-4) و (40-4) خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T Q \mathbf{e} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|\mathbf{e}\|^2 \quad (41-4)$$

انتگرال گیری از رابطه فوق نتیجه خواهد داد:

$$\int_0^{\infty} \|\mathbf{e}\|^2 dt \leq \frac{V(0) - V(\infty)}{\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q)} \quad (42-4)$$

تابع لیپانوف پیشنهادی رابطه (32-4) غیرافزایشی و از پایین محدود می باشد ($V \geq 0$). براساس نامساوی

(42-4)، $\|\mathbf{e}\|$ وجود دارد و محدود است ($\mathbf{e}(t) \in L_2$). علاوه بر آن از رابطه (32-4) می توان نتیجه گرفت

که $\mathbf{e}(t) \in L_{\infty}$ و θ_f ، θ_g ، k محدود می باشند. همچنین، از رابطه (24-4) نتیجه می شود که $\dot{\mathbf{e}}(t) \in L_{\infty}$

بنابراین $\mathbf{e}(t)$ پیوسته یکنواخت می باشد. لذا براساس لم باربالات داریم:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{e}(t) = 0 \quad (43-4)$$

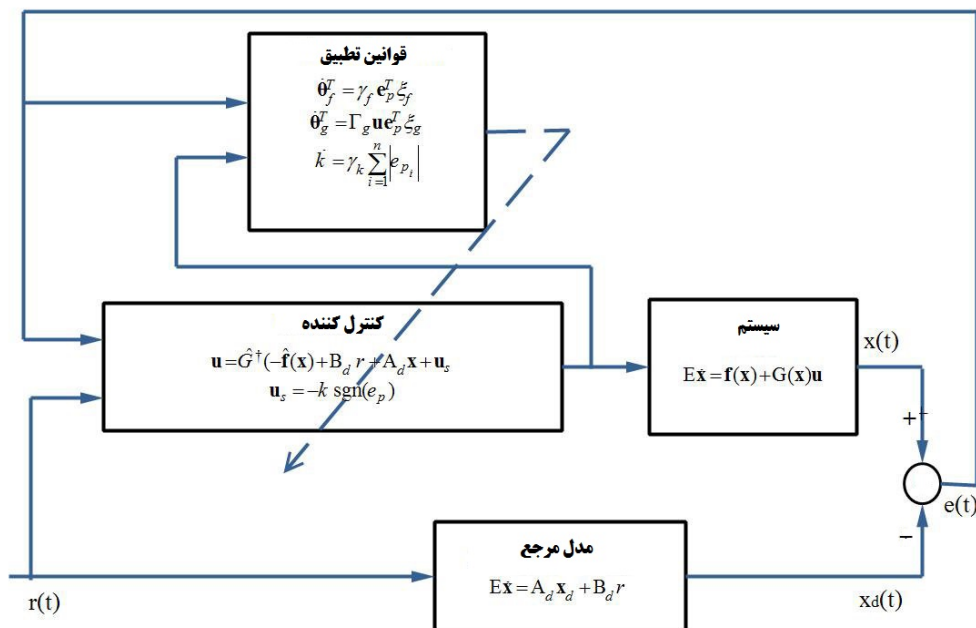
یادآوری: سیگنال جبرانی (25-4) به دلیل وجود تابع علامت (به دلیل وجود تابع علامت (sgn)) در رابطه آن،

باعث بوجود آمدن پدیده وز وز در پاسخ خواهد شد. بنابراین بطور معمول می توان از توابعی همچون تانژانت

هایپربولیک و تابع اشباع به جای آن استفاده نمود. در بخش بعدی، در شبیه سازی ها، از تابع اشباع به جای

تابع علامت استفاده خواهد گردید.

ساختار کلی کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم پیشنهادی، مطابق شکل (4-1) می باشد.



شکل ۴-۱. ساختار کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم

۴-۴ شبیه سازی

در این بخش، کنترل کننده طراحی شده بر روی دو سیستم تکین غیرخطی پیاده می‌گردد و نتایج آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مثال ۴-۱: سیستم تکین غیرخطی زیر را فرض کنید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 2x_1^2 - 3x_1 - 3x_3 + e^{(x_1+x_2)}u_1 \\ \dot{x}_2(t) &= x_1x_2 - 2x_2 + (x_1 + 1)u_2 \\ 0 &= x_3 + \cos x_3 + x_2 + (\sin x_1 + \cos 0.5x_3)u_3 \end{aligned} \quad (4-44)$$

که در آن $x = [x_1, x_2, x_3]^T$ بردار حالت و $u = [u_1, u_2, u_3]^T$ ورودی می‌باشند.

سیستم مدل مرجع بر اساس رابطه زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_d = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ -0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

و ورودی آن عبارتست از

$$r(t) = 0.5 \sin(0.1\pi t)$$

توابع تعلق فازی بر اساس روابط زیر تعریف می گردند:

$$\mu^1(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 1.25}{0.6}\right)^2\right)$$

$$\mu^2(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i}{0.6}\right)^2\right)$$

$$\mu^3(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 1.25}{0.6}\right)^2\right)$$

بنابراین ۲۷ قانون فازی برای تعیین u_f وجود دارد. شرایط اولیه سیستم تکین $x(0) =$

$[0.5, -0.5, -1.5]^T$ و شرایط اولیه سیستم فازی برای تمامی پارامترهای θ_f و تمامی پارامترهای θ_g

مساوی با یک تنظیم شده است.

علاوه بر آن ضرایب یادگیری $\gamma_f = 1000$ و $\Gamma_g = 50I_3$ و $\gamma_k = 100$ انتخاب شده است

ماتریس P مطابق رابطه زیر فرض شده است:

$$P = \begin{bmatrix} 0.256 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0 \\ 0.262 & 0.4 & -0.5 \end{bmatrix}$$

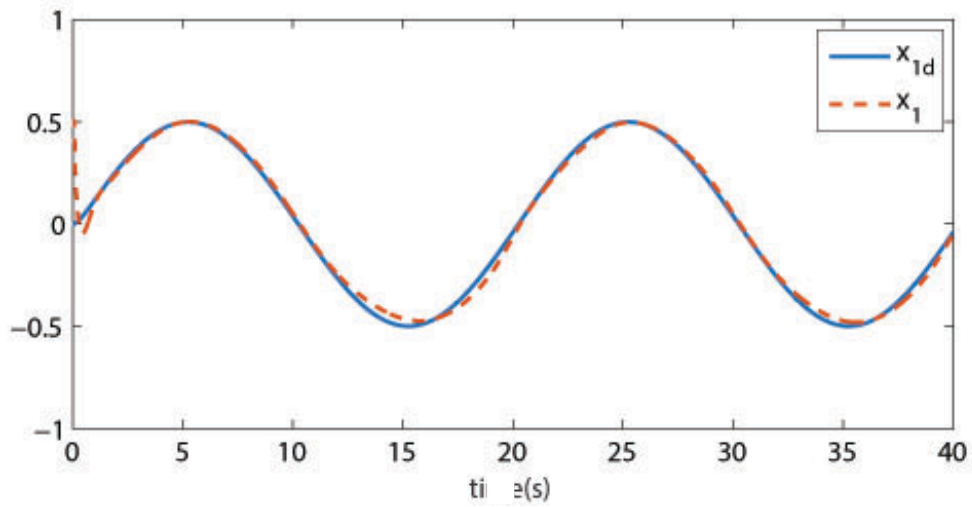
شکل ۴-۲ تا ۴-۵ قابلیت مناسب کنترل کننده پیشنهادی در ردگیری حالت های مرجع را توسط حالت های

سیستم تکین غیرخطی با پارامترهای نامعلوم را نشان می دهد. شکل های ۴-۲، ۴-۳ و ۴-۴ نشان دهنده

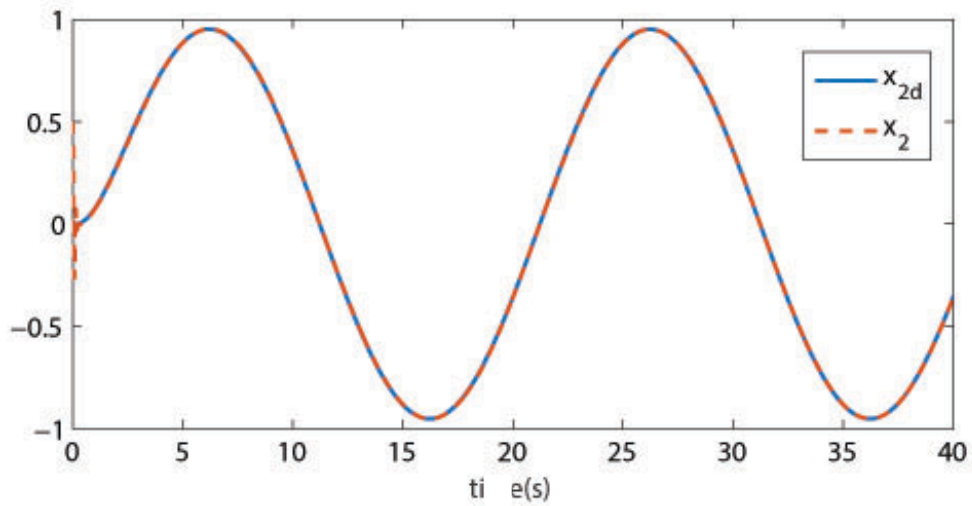
مسیر حالت های سیستم تکین و سیستم مرجع می باشد. کاملاً مشخص می باشد که حالت های سیستم به

سرعت حالت های سیستم مرجع را ردگیری می نمایند و خطای ردگیری به سرعت کاهش می یابد. سیگنال

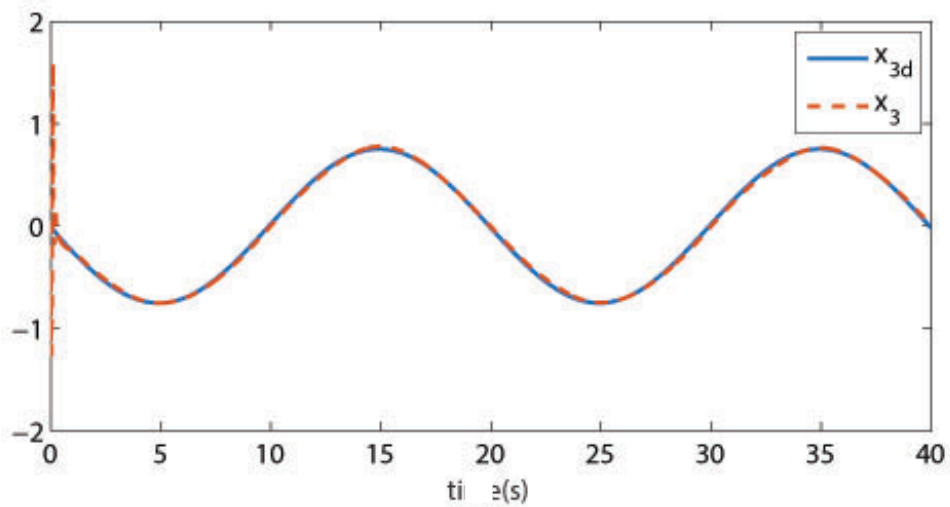
ورودی پیشنهاد شده بر اساس کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم در شکل ۴-۵ نشان داده شده است.
نمودار مربوطه نشان دهنده محدود بودن این کنترل کننده می باشد.



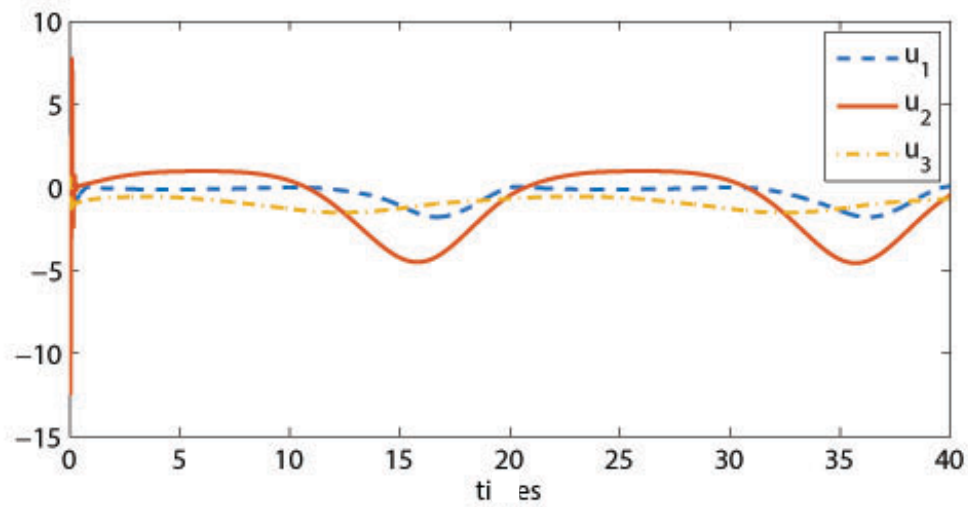
شکل ۲-۴. مسیر حالت x_1 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{1d} سیستم مرجع



شکل ۳-۴. مسیر حالت x_2 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{2d} سیستم مرجع



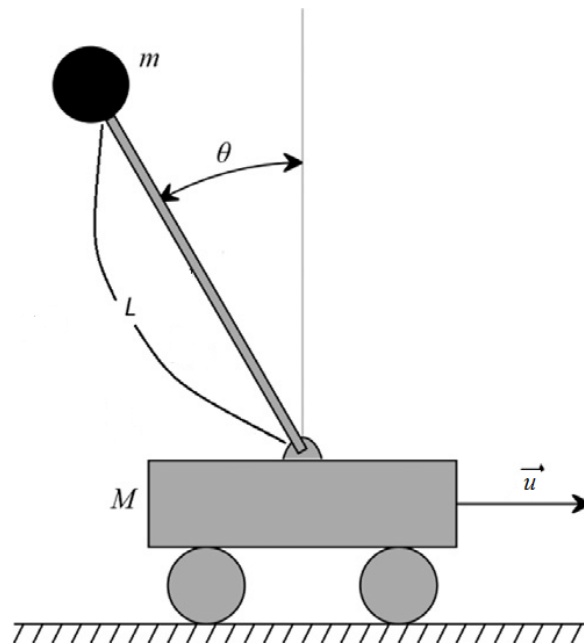
شکل ۴-۴. مسیر حالت x_3 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{3d} سیستم مرجع



شکل ۴-۵. مسیر کنترل u

مثال ۴-۲: در این مثال یک پاندول معکوس در نظر گرفته شده است که یک گلوله به جرم m به انتهای آن متصل شده است، طول میله آن برابر با L می‌باشد و به یک وسیله به جرم M متصل شده است. (شکل ۴-۶)

[47]



شکل ۴-۶. پاندول معکوس

معادله حرکت آن عبارتست از:

$$\ddot{\theta} - \left[g \sin \theta - \frac{mL\dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta}{M - m} \right] / \left[L \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 \theta}{M + m} \right) \right] - \frac{\cos \theta}{M + m} / \left[L \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 \theta}{M + m} \right) \right] u = 0$$

که با پارامترهای $M = 1kg$, $m = 0.1kg$, $L = 0.5m$, $g = 9.8 m/s^2$ و تعریف بردار حالت به

شکل $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T = [\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}]^T$ معادلات سیستم تکین آن به شکل زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ 0 &= 0.66x_3 - 0.045x_3 \cos^2 x_1 \cos x_3 - \\ &9.8 \sin x_1 + 0.045x_2^2 \sin x_1 \cos x_1 + 0.9 \cos x_1 u \end{aligned} \quad (4-45)$$

نکته: یکی از مزایای مدل سازی به وسیله سیستم های تکین، حفظ معادلات طبیعی سیستم می باشد بدین معنی که اکثر اوقات در هنگام مدل کردن سیستم با هر دو نوع معادلات دیفرانسیلی و جبری می شویم و برای مدل سازی آن به شکل سیستم های فضای حالت، ملزم به حذف معادلات جبری می باشیم، اما در مدل سیستم تکین وجود هر دو معادله مجاز می باشد.

حال، اگرچه مدلسازی یک سیستم پاندول معکوس با سیستم فضای حالت به سادگی امکان پذیر می باشد اما اگر n پاندول معکوس متصل به هم داشته باشیم، با پیچیدگی همراه خواهد بود. در خصوص این مثال، علاوه بر مورد ذکر شده، مدل سازی به وسیله سیستم های تکین از مزایای دیگری نیز برخوردار است و به طراح قابلیت های بیشتری برای در نظر گرفتن پارامترهای مطلوب می دهد. در این مثال، با توجه به اینکه شتاب جرم به عنوان یک متغیر مجزا در نظر گرفته شده است، می توان مسیر دلخواه را برای ردگیری توسط آن تعریف نمود. به بیان دیگر، در مدل سازی فضای حالت معمولی، یک متغیر حالت مستقل برای شتاب در نظر گرفته نمی شود و آن تنها بصورت مشتق سرعت تعریف می شود. اما در مدلسازی بوسیله سیستم های تکین، بطور مجزا با در نظر گرفتن معادلات جبری کنترل می گردد.

سیستم مرجع بر اساس روابط زیر تشکیل خواهد شد:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

و ورودی آن عبارتست از

$$r(t) = \sin(0.5\pi t)$$

فرض شده است که شرایط اولیه سیستم تکین $x(0) = [0, 1.5, 25]^T$ و شرایط اولیه سیستم فازی برای تمامی پارامترهای θ_f و θ_g مساوی با ۵۰ تنظیم شده است.

علاوه بر آن ضرایب یادگیری $\gamma_f = 300$ و $\gamma_g = 300$ و $\gamma_k = 10$ انتخاب شده است. ماتریس P مساوی با مقادیر زیر در نظر گرفته شده است:

$$P = \begin{bmatrix} 3.57 & 1.66 & 0 \\ 1.66 & 2.08 & 0 \\ -0.166 & -1.08 & -0.5 \end{bmatrix}$$

برای تخمین توابع نامعلوم فازی ۵ تابع عضویت فازی زیر در نظر گرفته شده است:

$$\mu^1(x_i) = \frac{1}{(1 + \exp(10(x_i - 0.4)))}$$

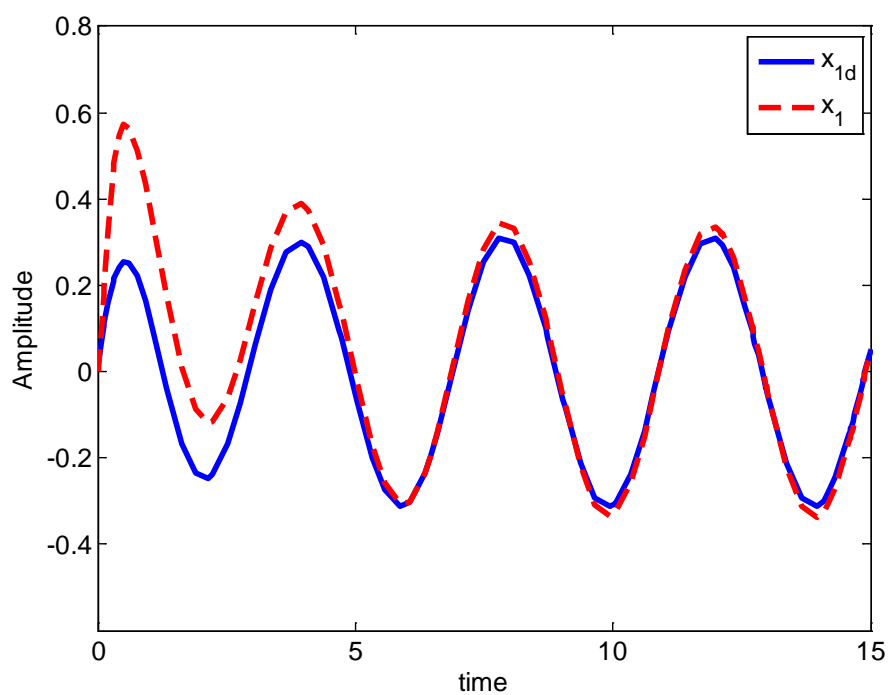
$$\mu^2(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 0.2}{0.5}\right)^2\right)$$

$$\mu^3(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i}{0.5}\right)^2\right)$$

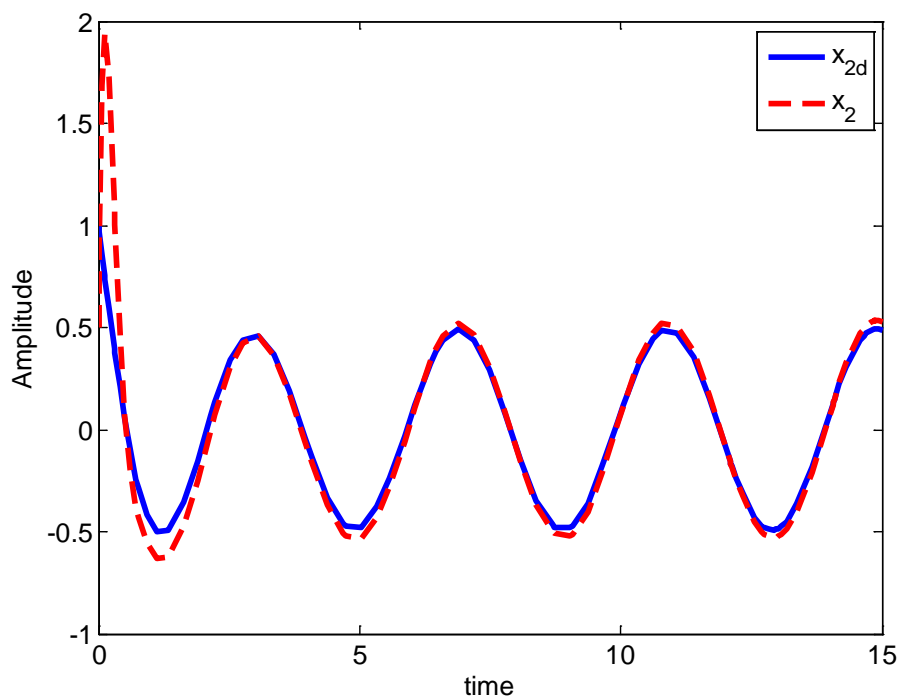
$$\mu^4(x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 0.2}{0.5}\right)^2\right)$$

$$\mu^5(x_i) = \frac{1}{1 + \exp(10(x_i + 0.4))}$$

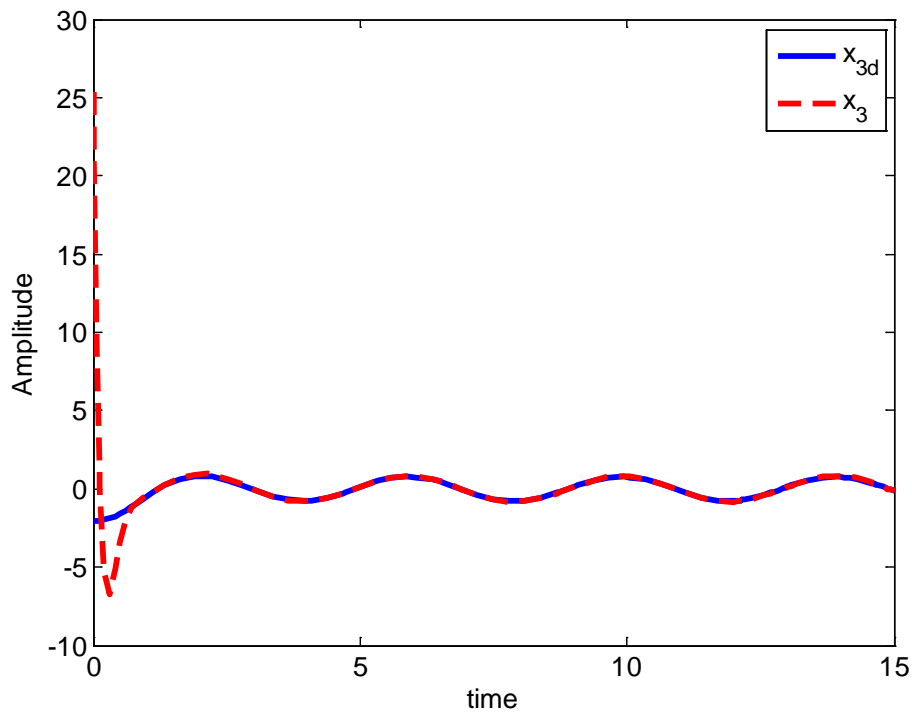
شکل ۷-۴ تا شکل ۱۱-۴ نشان دهنده عملکرد رضایت بخش کنترل کننده پیشنهادی می باشد. سیگنال کنترلی در شکل ۱۱-۴ نشان داده شده است. نمودارها نشان دهنده اینست که علاوه بر محدود ماندن ورودی، حالت های سیستم تکین به خوبی حالت های سیستم مرجع را ردگیری می کند.



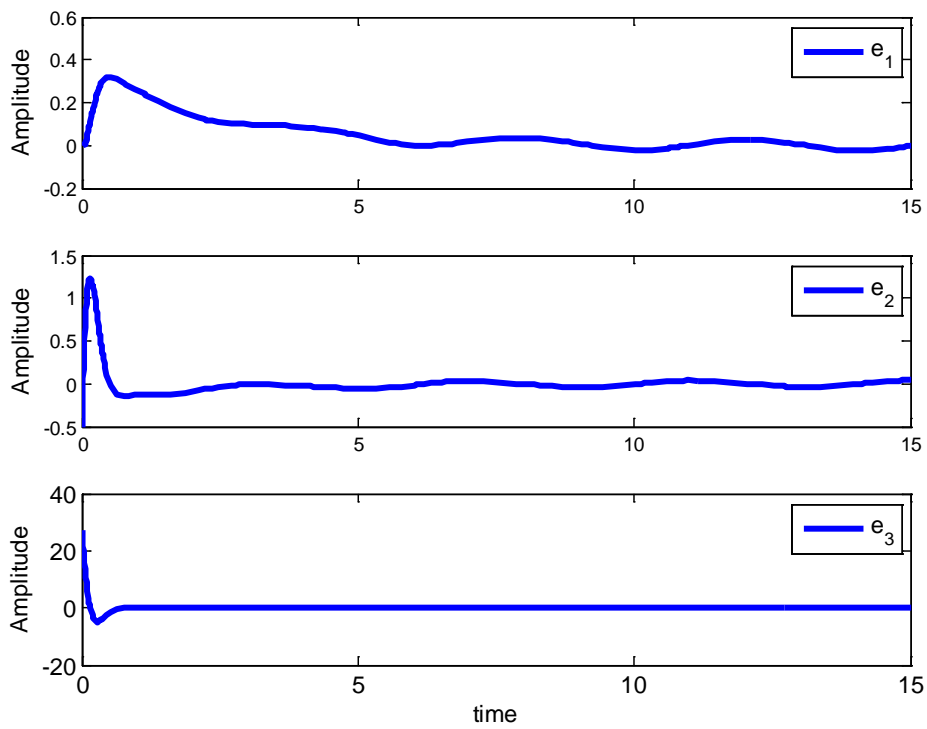
شکل ۴-۷. مسیر حالت x_1 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{1d} سیستم مرجع



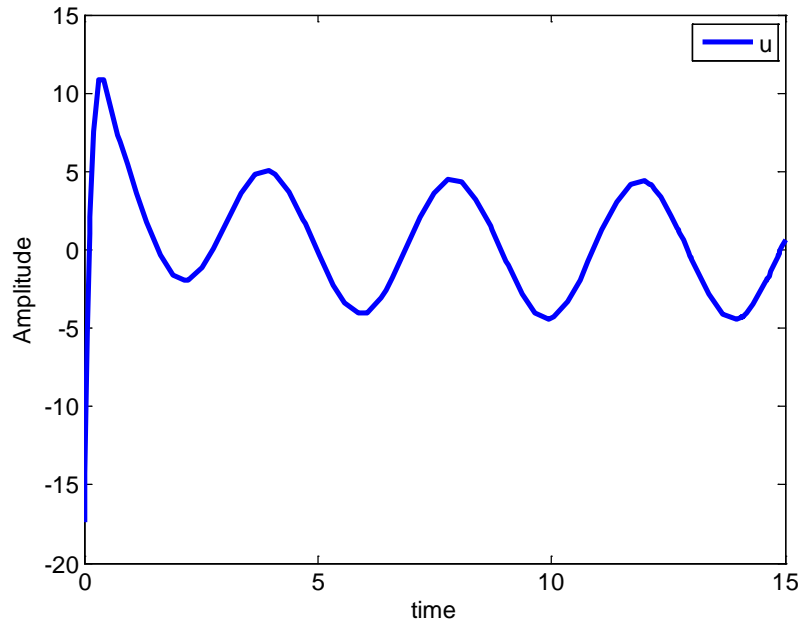
شکل ۴-۸. مسیر حالت x_2 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{2d} سیستم مرجع



شکل ۹-۴. مسیر حالت x_3 سیستم تکین غیرخطی و حالت x_{3d} سیستم مرجع



شکل ۱۰-۴. نمودار خطای ردگیری حالت های سیستم مرجع



شکل ۱۱-۴. سیگنال کنترلی u

۴-۵ نتیجه گیری

در این فصل، یک روش کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم برای سیستم های تکین پیشنهاد گردیده است. از سیستم های فازی برای تخمین پارامترهای نامعلوم سیستم تکین و از قوانین تطبیق برای تنظیم برخط پارامترهای سیستم فازی استفاده شده است. در مقابسه با روش کنترل تطبیقی موجود برای سیستم های تکین، به اطلاعات کمتری برای طراحی کنترل کننده مورد نیاز می باشد. در پایان با استفاده از شبیه سازی بر روی یک مثال عددی و یک مثال عملی، عملکرد کنترل کننده تضمین شده است و حالت های سیستم تکین به خوبی حالت های سیستم مدل مرجع را ردگیری می نمایند.

فصل ۵: کنترل رویایی مسیر H_∞ فازی تطبیقی غیر مستقیم مبتنی بر مشاهده -
کرسیتم های تکین

۵-۱ مقدمه

در کنترل فازی تطبیقی غیرمستقیم پیشنهاد شده در فصل پنجم، فرض شده بود که تمامی حالت‌های سیستم برای اندازه‌گیری در دسترس می‌باشد. اما در بسیاری از سیستم‌های عملی این موضوع محقق نمی‌گردد و اندازه‌گیری تمامی حالت‌های سیستم کاری دشوار و پرهزینه می‌باشد. این موضوع اهمیت طراحی مشاهده‌گر برای اندازه‌گیری حالت‌هایی که در دسترس نمی‌باشند را یادآور می‌شود. لذا در این فصل فرض شده است که حالت‌های سیستم غیرقابل اندازه‌گیری می‌باشد و با استفاده از یک مشاهده‌گر، حالت‌های سیستم تخمین زده شده‌اند.

همچنین در مدل سیستم در فصل ۴، اغتشاش خارجی موجود نبود. در این فصل با در نظر گرفتن اغتشاش خارجی، کنترل‌کننده ردیابی مسیر H_∞ پیشنهاد می‌گردد و با استفاده از کنترل‌کننده کمکی اثرات وجود این اغتشاش تعدیل می‌گردد.

۵-۲ تعریف مسئله

فرض کنیم سیستم تکین غیرخطی بوسیله معادله

$$E\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \quad (۱-۵)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}^T \mathbf{x}(t)$$

بیان می‌شود که در آن $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ بردار متغیرها، $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_m]^T$ ورودی، و $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_p]^T$ خروجی سیستم تکین می‌باشد. فرض شده است که بردار حالت \mathbf{x} برای اندازه‌گیری در دسترس نمی‌باشد و تنها بردار خروجی \mathbf{y} قابل اندازه‌گیری می‌باشد. در معادلات سیستم، $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ بردار و ماتریس توابع غیرخطی نامعلوم می‌باشند و داریم:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_i(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}], \quad i = 1, \dots, n$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = [g_{ij}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}], \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$$

که در آن $f_i(\mathbf{x})$ و $g_{ij}(\mathbf{x})$ توابع غیرخطی نامعلوم می باشند. $\mathbf{d}(t) \in \mathbb{R}^n$ بردار اغتشاش خارجی می باشد.

فرض ۱: $\mathbf{d}(t)$ انتگرال پذیر مربعی می باشد. ($\mathbf{d} \in L_2$)

هدف کنترلی این فصل، طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی بطوری است که تمامی متغیرهای حالت سیستم تکین غیرخطی (۱-۵) حالت‌های سیستم مرجع خطی

$$E\dot{\mathbf{x}}_d(t) = A_d\mathbf{x}_d(t) + B_dr(t) \quad (۲-۵)$$

را در حضور نامعینی های مدل و اغتشاش خارجی دنبال کند که در آن $\mathbf{x}_d \in \mathbb{R}^n$ حالت‌های مرجع و ماتریس‌های A_d و B_d ضرایب سیستم می باشند. ماتریس E سیستم مرجع برابر با ماتریس E مدل انتخاب شده است.

در صورتیکه اغتشاش خارجی و نامعینی در پارامترها وجود نداشت و حالت های سیستم قابل اندازه گیری بود، با استفاده از روش خطی سازی، ورودی سیستم برای دستیابی به اهداف کنترلی مانند رابطه زیر تعریف می شد:

$$\mathbf{u}(t) = G^+(-f(\mathbf{x}) + B_dr(t) + A_d\mathbf{x}) \quad (۳-۵)$$

که در آن G^+ ماتریس شبه معکوس G می باشد که مطابق رابطه زیر تعریف می شود:

$$G^+ = (G^T G + \varepsilon I)^{-1} G^T$$

و در آن ε یک ثابت مثبت کوچک می باشد.

اما قانون کنترل (۳-۵) قابل به کارگیری بدلیل وجود اغتشاش خارجی و نامعینی در پارامترها و در دسترس نبودن حالت های سیستم نمی باشد. بنابراین، برای غلبه بر این مشکل، از یک سیستم فازی برای مدل سازی نامعلومی های سیستم، یک کنترل کننده کمکی برای جبران اغتشاش و یک مشاهده گر برای تخمین حالت های سیستم استفاده می گردد.

برای رسیدن به هدف ردگیری مدل مرجع، خطای ردگیری را به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$\begin{aligned} e_1(t) &= x_1(t) - x_{1d}(t) \\ &\vdots \\ e_n(t) &= x_n(t) - x_{nd}(t) \end{aligned} \quad (4-5)$$

حالت ها بطور مستقیم قابل اندازه گیری نمی باشند. بنابراین نیاز به طراحی یک مشاهده گر برای تخمین حالت های سیستم می باشد. خطای تخمین بصورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_1(t) &= x_1(t) - \hat{x}_1(t) \\ &\vdots \\ \tilde{e}_n(t) &= x_n(t) - \hat{x}_n(t) \end{aligned} \quad (5-5)$$

که در آن \hat{x}_i تخمین حالت های x_i برای $i = 1, \dots, n$ می باشد.

خطای حالت های تخمین زده شده و حالت های سیستم مدل مرجع به شکل زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} \hat{e}_1(t) &= \hat{x}_1(t) - x_{1d}(t) \\ &\vdots \\ \hat{e}_n(t) &= \hat{x}_n(t) - x_{nd}(t) \end{aligned} \quad (6-5)$$

۳-۵ طراحی کنترل کننده ردیابی مسیر H_∞

سیستم تکین خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + d(t)) \quad (7-5)$$

که در آن $x \in \mathbb{R}^n$ بردار متغیرها و $u \in \mathbb{R}^m$ ورودی می باشند. A ، B و E ماتریس های ثابت می باشند و $rank(E) = r < n$ همچنین d اغتشاش سیستم است.

قضیه زیر شرایط کافی برای حل پذیری مسئله ردیابی مسیر H_∞ را بررسی می کند.

قضیه ۱-۵: سیستم توصیف شده در رابطه (۷-۵) را در نظر بگیرید، اگر ماتریس P وجود داشته باشد

بطوریکه

$$\begin{cases} E^T P = P^T E \geq 0 \\ P^T A + A^T P + Q + P^T B \left(\frac{1}{\rho^2} I - R^{-1} \right) B^T P = 0 \end{cases} \quad (8-5)$$

که در آن Q و R ماتریس های معین مثبت متقارن می باشند. برای یک سطح میرایی تعریف شده در $\rho > 0$ ، مسئله ردیابی مسیر H_∞ حل پذیر می باشد. اگر شرایط رابطه (۸-۵) برآورده شود، آنگاه استراتژی مجاز برای سیستم مطابق رابطه زیر خواهد بود:

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{2}R^{-1}B^T P \mathbf{x} \quad (۹-۵)$$

اثبات: تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V = \mathbf{x}^T E^T P \mathbf{x} \quad (۱۰-۵)$$

مشتق آن عبارتست از:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\mathbf{x}}^T E^T P \mathbf{x} + \mathbf{x}^T P^T E \dot{\mathbf{x}} \\ &= \mathbf{x}^T A^T P \mathbf{x} + \mathbf{u}^T B^T P \mathbf{x} + \mathbf{d}^T B P \mathbf{x} + \mathbf{x}^T P^T A \mathbf{x} + \mathbf{x}^T P^T B \mathbf{u} \\ &\quad + \mathbf{x}^T P^T B \mathbf{d} \end{aligned} \quad (۱۱-۵)$$

کم و اضافه کردن $\mathbf{x}^T P^T B \left(\frac{1}{\rho^2} I - R^{-1}\right) B^T P \mathbf{x}$ و $\rho^2 \mathbf{d}^T \mathbf{d}$ به رابطه (۱۱-۵) نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{x}^T (A^T P + P^T A) \mathbf{x} + \mathbf{u}^T B^T P \mathbf{x} + \mathbf{x}^T P^T B \mathbf{u} \\ &\quad + \mathbf{x}^T P^T B \left(R^{-1} + \frac{1}{\rho^2} I\right) B^T P \mathbf{x} + \mathbf{d}^T B^T P \mathbf{x} + \mathbf{x}^T P^T B \mathbf{d} \end{aligned} \quad (۱۲-۵)$$

$$+ \rho^2 \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{x}^T P^T B \left(R^{-1} + \frac{1}{\rho^2} I\right) B^T P \mathbf{x} - \rho^2 \mathbf{d}^T \mathbf{d}$$

کم کردن رابطه (۹-۵) از رابطه (۱۲-۵) نتیجه می دهد

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{x}^T (A^T P + P^T A) \mathbf{x} + \mathbf{x}^T P^T B \left(R^{-1} + \frac{1}{\rho^2} I\right) B^T P \mathbf{x} \\ &\quad - \left(\frac{1}{\rho} B^T P \mathbf{x} - \rho \mathbf{d}\right)^T \left(\frac{1}{\rho} B^T P \mathbf{x} - \rho \mathbf{d}\right) + \rho^2 \mathbf{d}^T \mathbf{d} \end{aligned} \quad (۱۳-۵)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۸-۵)، رابطه (۱۳-۵) به شکل زیر ساده می شود:

$$\dot{V} \leq -\mathbf{x}^T Q \mathbf{x} + \rho^2 \mathbf{d}^T \mathbf{d} \quad (۱۴-۵)$$

علاوه بر آن با انتگرال گیری از رابطه فوق داریم:

$$V(T) - V(0) \leq - \int_0^T \mathbf{x}^T Q \mathbf{x} dt + \rho^2 \int_0^T \mathbf{d}^T \mathbf{d} dt \quad (15-5)$$

از آنجاییکه $V(T) \geq 0$ ، رابطه (15-5) معادل است با

$$\int_0^T \mathbf{x}^T Q \mathbf{x} dt \leq \mathbf{x}^T(0) E^T P \mathbf{x}(0) + \rho^2 \int_0^T \mathbf{d}^T \mathbf{d} dt \quad (16-5)$$

بنابراین، برای سیستم (7-5)، ردیابی مسیر H_∞ ، برای سطح میرایی تعریف شده ρ ، تضمین می شود.

۴-۵ طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی

در این بخش، یک کنترل کننده ردیابی مسیر H_∞ فازی تطبیقی ارائه می شود. در ابتدا، با استفاده از

سیستم فازی، پارامترهای نامعلوم سیستم مدل شده و سپس، یک مشاهده گر برای تخمین حالت های غیر

قابل اندازه گیری، طراحی می شود. در پایان، کنترل کننده ترکیبی به شکل زیر پیشنهاد می شود:

$$\mathbf{u}(t) = \hat{G}^\dagger \left(-\hat{f}(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}) + B_d r(t) + (A_d - A_e)\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{u}_h(t) + \mathbf{u}_a(t) + \mathbf{u}_s(t) \right) \quad (17-5)$$

که در آن:

$$\mathbf{u}_h = -\frac{1}{2} L R^{-1} \hat{\mathbf{e}}_y \quad (18-5)$$

$$\mathbf{u}_a = L K^T P_2 \hat{\mathbf{e}} \quad (19-5)$$

$$\mathbf{u}_s = -k_w L \hat{\mathbf{e}}_y (\hat{\mathbf{e}}_y^T \hat{\mathbf{e}}_y)^{-1} \sum_{i=1}^n |\hat{e}_{p2_i}| \quad (20-5)$$

که در آن \mathbf{u}_h کنترل کننده مقاوم H_∞ ، \mathbf{u}_a کنترل کننده فیدبک برای مشاهده گر و \mathbf{u}_s کنترل کننده

کمکی برای جبران خطای تخمین سیستم فازی می باشد. R, L, K, P_2 و \hat{e}_{p2} در ادامه تعریف می شود. در

بخش ۴-۵ ثابت خواهد شد که کنترل کننده پیشنهادی، عملکرد مطلوب را تضمین خواهد می کند.

برای محاسبات بعدی، رابطه (۵-۱) را به شکل زیر بازنویسی می کنیم:

$$E\dot{\mathbf{x}}(t) = A_e \mathbf{x} + f_e(\mathbf{x}) + G(\mathbf{x})\mathbf{u}(t) + \mathbf{d}(t) \quad (۵-۲۱)$$

$$\mathbf{y}(t) = C^T \mathbf{x}(t)$$

که در آن A_e یک ماتریس ثابت می باشد که تنها برای محاسبات طراحی مشاهده گر مورد نیاز می باشد و

$$f_e(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) - A_e \mathbf{x}$$

۵-۴-۱ طراحی تخمین گر فازی

براساس خاصیت تخمین سیستم های فازی مطابق قضیه ۳-۴، توابع غیرخطی $f_e(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ با این

سیستم ها مدل می شوند. لازم به یادآوری است که حالت های \mathbf{x} در دسترس و قابل اندازه گیری نمی باشد. لذا

برای طراحی سیستم فازی از تخمین آن $\hat{\mathbf{x}}$ استفاده می گردد. در نتیجه داریم:

$$\hat{f}_i(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}_{fi}) = \boldsymbol{\theta}_{fi}^T \xi_{fi}(\hat{\mathbf{x}}) \quad i = 1, \dots, n$$

$$\hat{g}_{ij}(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}_{gij}) = \boldsymbol{\theta}_{gij}^T \xi_{gij}(\hat{\mathbf{x}}) \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m$$

که در آن $\boldsymbol{\theta}_{fi} \in \mathbb{R}^{L_{fi}}$ و $\boldsymbol{\theta}_{gij} \in \mathbb{R}^{L_{gij}}$ بردار پارامترهای هر سیستم فازی، $\xi_{fi}(\hat{\mathbf{x}}) \in \mathbb{R}^{L_{fi}}$ و

$\xi_{gij}(\hat{\mathbf{x}}) \in \mathbb{R}^{L_{gij}}$ بردار توابع اساسی سیستم فازی تعریف شده مطابق رابطه زیر می باشد:

$$\xi_{fi}(\hat{\mathbf{x}}) \triangleq [\xi_{fi}^1(\hat{\mathbf{x}}), \dots, \xi_{fi}^{L_{fi}}(\hat{\mathbf{x}})]^T$$

$$\xi_{gij}(\hat{\mathbf{x}}) \triangleq [\xi_{gij}^1(\hat{\mathbf{x}}), \dots, \xi_{gij}^{L_{gij}}(\hat{\mathbf{x}})]^T$$

فرض کنید

$$\xi_f(\hat{\mathbf{x}}) \triangleq \begin{bmatrix} \xi_{f1}^T(\hat{\mathbf{x}}) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \xi_{fn}^T(\hat{\mathbf{x}}) \end{bmatrix}$$

$$\xi_g(\hat{\mathbf{x}}) \triangleq \begin{bmatrix} \varphi_{g1}^T(\hat{\mathbf{x}}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \varphi_{gn}^T(\hat{\mathbf{x}}) \end{bmatrix}$$

که در آن

$$\varphi_{gi}(\hat{\mathbf{x}}) \triangleq [\xi_{gi1}^T(\hat{\mathbf{x}}), \dots, \xi_{gim}^T(\hat{\mathbf{x}})]^T$$

و

$$\boldsymbol{\theta}_f \triangleq [\boldsymbol{\theta}_{f1}^T, \dots, \boldsymbol{\theta}_{fn}^T]^T$$

$$\boldsymbol{\theta}_g \triangleq [\boldsymbol{\theta}_{g1}, \dots, \boldsymbol{\theta}_{gn}]^T$$

که در آن

$$\boldsymbol{\theta}_{gk} \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_{gk1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \boldsymbol{\theta}_{gkm} \end{bmatrix}$$

$\hat{f}(\hat{\mathbf{x}})$ و $\hat{G}(\hat{\mathbf{x}})$ تخمین‌های فازی $f_e(\mathbf{x})$ و $G(\mathbf{x})$ به ترتیب بر اساس رابطه زیر می‌باشند

$$\hat{f}(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}_f) = \xi_f \boldsymbol{\theta}_f \quad (22-5)$$

$$\hat{G}(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}_g) = \xi_g \boldsymbol{\theta}_g$$

پارامترهای بهینه $\boldsymbol{\theta}_{fi}^*$ و $\boldsymbol{\theta}_{gij}^*$ را براساس رابطه زیر تعریف کنید

$$\boldsymbol{\theta}_{fi}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_{fi} \in \Omega_{fi}} [\sup_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} |\hat{f}_i(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}_{fi}) - f_i(\mathbf{x})|] \quad i = 1, \dots, n$$

$$\boldsymbol{\theta}_{gij}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_{gij} \in \Omega_{gij}} [\sup_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} |\hat{g}_{ij}(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}_{gij}) - g_{ij}(\mathbf{x})|] \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$$

خطای تخمین حداقل برابراست با

$$\mathbf{w}_1 = [\hat{F}(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}_f^*) - F_e(\mathbf{x})] + [\hat{G}(\hat{\mathbf{x}}|\boldsymbol{\theta}_g^*) - G(\mathbf{x})]\mathbf{u}(t) \quad (23-5)$$

فرض ۲: فرض کنید w_1 بطور مربعی انتگرال پذیر باشد. $w_1 \in L_2$

خطای تخمین پارامترها را مطابق رابطه زیر در نظر بگیرید

$$\tilde{\theta}_f = \theta_f^* - \theta_f \quad (24-5)$$

$$\tilde{\theta}_g = \theta_g^* - \theta_g$$

پارامترهای $\hat{f}(\hat{x})$ و $\hat{G}(\hat{x})$ در یک فرایند آنلاین تنظیم می شوند تا دقت تخمین در طول زمان بهبود یابد. بنابراین قوانین تطبیق به شکل زیر به روز می گردند:

$$\dot{\theta}_f = \gamma_f L^{-1} \xi_f^T \hat{e}_y \quad (25-5)$$

$$\dot{\theta}_g = \Gamma_g L^{-1} \xi_g^T \hat{e}_y u^T$$

که در آن γ_f یک ثابت مثبت می باشد و $\Gamma_g \in \mathbb{R}^m$ یک ماتریس قطری با پارامترهای مثبت می باشد.

همچنین، $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ یک ماتریس قطری می باشد.

۵-۴-۲ طراحی مشاهده گر حالت

معادله مشاهده گر را به شکل زیر فرض کنید:

$$E \dot{\hat{x}} = A_e \hat{x} + \hat{f}(\hat{x}) + \hat{G}(\hat{x})u - K(y(t) - \hat{y}(t)) - u_h - u_a - u_s \quad (26-5)$$

$$\hat{y}(t) = C^T \hat{x}(t)$$

که در آن K بهره ماتریس مشاهده گر می باشد تا تضمین کند که چند جمله ای $A_e + KC^T$ اکیدا هرویتز باشد.

رابطه زیر را فرض کنید:

$$\hat{e}_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (27-5)$$

از رابطه (۵-۶)، (۵-۵) و (۵-۲۶) رابطه زیر بدست می آید:

$$E\dot{\tilde{\mathbf{e}}} = A_e\tilde{\mathbf{e}} + \left(f_e(\mathbf{x}) - \hat{f}(\hat{\mathbf{x}})\right) + \left(G(\mathbf{x}) - \hat{G}(\hat{\mathbf{x}})\right)\mathbf{u} + \mathbf{d} + \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_a + \mathbf{u}_s + K\hat{\mathbf{e}}_y \quad (28-5)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_y(t) = C^T\tilde{\mathbf{e}}(t)$$

بر اساس قضیه ۱-۳، رابطه خطای (۲۷-۵) به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$\hat{\mathbf{e}}_y = H(s) \left(\left(f_e(\mathbf{x}) - \hat{f}(\hat{\mathbf{x}}) \right) + \left(G(\mathbf{x}) - \hat{G}(\hat{\mathbf{x}}) \right) \mathbf{u} + \mathbf{d} + \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_a + \mathbf{u}_s \right) \quad (29-5)$$

که در آن

$$H(s) = C^T(sE - (A_e + KC^T))^{-1} \quad (30-5)$$

برای استفاده از روش لیاپانوف SPR رابطه (۲۹-۵) را به شکل زیر بازنویسی می کنیم:

$$\hat{\mathbf{e}}_y = H(s)L \left(L^{-1} \left(f_e(\mathbf{x}) - \hat{f}(\hat{\mathbf{x}}) \right) + L^{-1} \left(G(\mathbf{x}) - \hat{G}(\hat{\mathbf{x}}) \right) \mathbf{u} + L^{-1} \mathbf{d} + L^{-1} \mathbf{u}_h + L^{-1} \mathbf{u}_a + L^{-1} \mathbf{u}_s \right) \quad (31-5)$$

که در آن فیلتر $L = \text{diag}[l_1, \dots, l_n]$ طوری انتخاب می شود که $H(s)L$ یک ماتریس تبدیل SPR باشد.

تعریف کنید:

$$\begin{aligned} & [F_e^l(\mathbf{x}), \hat{f}^l(\mathbf{x}), G^l(\mathbf{x}), \mathbf{d}^l, \mathbf{u}_h^l, \mathbf{u}_a^l, \mathbf{u}_s^l] \\ & = L^{-1} [f_e(\mathbf{x}), \hat{f}(\hat{\mathbf{x}}), G(\mathbf{x}), \hat{G}(\hat{\mathbf{x}}), \mathbf{d}, \mathbf{u}_h, \mathbf{u}_a, \mathbf{u}_s] \end{aligned}$$

سپس تحقق فضای حالت رابطه (۳۱-۵) مانند رابطه زیر می شود:

$$E\dot{\tilde{\mathbf{e}}} = A_o\tilde{\mathbf{e}} + B_o \left(\left(f_e^l(\mathbf{x}) - \hat{f}^l(\hat{\mathbf{x}}) \right) + \left(G^l(\mathbf{x}) - \hat{G}^l(\hat{\mathbf{x}}) \right) \mathbf{u} + \mathbf{d}^l + \mathbf{u}_h^l + \mathbf{u}_a^l + \mathbf{u}_s^l \right) \quad (32-5)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_y(t) = C_o^T\tilde{\mathbf{e}}(t)$$

که در آن $C_o = C$ و $B_o = L$ ، $A_o = A_e + KC^T$

با استفاده از رابطه (۲۳-۵) و پس از ساده سازی، رابطه (۳۲-۵) به شکل زیر می تواند بازنویسی شود:

$$E\dot{\tilde{e}} = A_o\tilde{e} + B_o \left(\left(\hat{f}^l(x|\theta_f^*) - \hat{f}^l(x|\theta_f) \right) + \left(\hat{G}^l(x|\theta_g^*) - \hat{G}^l(x|\theta_g) \right) u + d^l + u_h^l + u_a^l + u_s^l + w_1^l \right) \quad (۳۳-۵)$$

که در آن

$$w_1^l = L^{-1}w_1$$

با جایگذاری (۲۲-۵) در (۳۳-۵)، خطای تخمین حالت ها عبارت خواهد بود با:

$$E\dot{\tilde{e}} = A_o\tilde{e} + B_o \left(\xi_f^l(\theta_f^* - \theta_f) + \xi_g^l(\theta_g^* - \theta_g) \right) u + d^l + u_h^l + u_a^l + u_s^l + w_1^l$$

که در آن $\xi_g^l = L^{-1}\xi_g$ و $\xi_f^l = L^{-1}\xi_f$.

ترکیب رابطه (۲-۵)، (۶-۵) و (۲۶-۵) نتیجه می دهد:

$$E\dot{\hat{e}} = A_e\hat{x} + \hat{f}(\hat{x}) + \hat{G}(\hat{x})u - K\hat{e}_y - u_h - u_a - u_s - A_d x_d(t) - B_d r \quad (۳۴-۵)$$

با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی (۱۷-۵)، رابطه (۳۴-۵) به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$E\dot{\hat{e}} = A_d\hat{e} - K\hat{e}_y + (\hat{G}(\hat{x})\hat{G}^+(\hat{x}) - I)(-\hat{f}(\hat{x}) + B_d r(t) + (A_d - A_e)\hat{x}(t) + u_h(t) + u_a(t) + u_s(t)) \quad (۳۵-۵)$$

تعریف زیر را فرض کنید:

$$w_2 = (\hat{G}(\hat{x})\hat{G}^+(\hat{x}) - I)(-\hat{f}(\hat{x}) + B_d r(t) + (A_d - A_e)\hat{x}(t) + u_h(t) + u_a(t) + u_s(t)) \quad (۳۶-۵)$$

سپس رابطه (۳۵-۵) برابر خواهد بود با:

$$E\dot{\hat{e}} = A_d\hat{e} - K\hat{e}_y + w_2 \quad (۳۷-۵)$$

فرض شده است که $\|w_2\| \leq k_w$ که در آن k_w یک ثابت مثبت می باشد. باید توجه کرد که زمانیکه $\hat{G}(\hat{x}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ می باشد، آنگاه $w_2 = 0$. در غیر اینصورت در فصل سوم ثابت شده است که سیستم غیرخطی (۱-۵) می تواند سیستم مدل مرجع (۳-۵) را ردیابی کند اگر

$$R(G) \supset R(B_d) \quad (۳۸-۵)$$

$$R(G) \supset R(f(x) - A_d x)$$

که نتیجه می دهد $\|w_2\|$ محدود است.

۵-۵ طراحی کنترل کننده ردیابی مسیر H_∞

این بخش بیانگر نتایج اصلی این فصل می باشد. تخمین گر فازی، مشاهده گر و کنترل کننده H_∞ با یکدیگر ترکیب می شوند تا اهداف کنترلی زیر را برآورده کنند:

اهداف کنترلی: طراحی کنترل کننده ردیابی مسیر H_∞ فازی تطبیقی غیرمستقیم مبتنی بر مشاهده گر سیستم های تکین غیرخطی به شرطیکه شرایط زیر برآورده گردد:

۱. تمامی سیگنال ها محدود باشند.

۲. برای یک سطح میرایی تعریف شده، عملکرد ردیابی مسیر H_∞ زیر در دسترس باشد:

$$\int_0^T E_e^T Q E_e dt \leq E_e^T(0) P E_e(0) + \frac{1}{\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T(0) \tilde{\theta}_f(0) \quad (۳۹-۵)$$

$$+ tr \left(\tilde{\theta}_g^T(0) \Gamma_g^{-1} \tilde{\theta}_g(0) \right) + \rho^2 \int_0^T \Delta^T \Delta dt$$

که در آن P و Q ماتریس وزن ها بوده و همچنین $\Delta = d + w_1$ و $E_e = [\tilde{e}, \hat{e}]^T$

قضیه ۲-۵: فرض کنید قانون کنترل (۱۷-۵) و قوانین تطبیق (۲۵-۵) به سیستم تکین غیرخطی (۵-۵)

(۱) اعمال گردند، خطای ردیابی محدود خواهد ماند و رابطه (۳۹-۵) برآورده خواهد شد.

اثبات: تابع لیپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}^T E^T P_1 \tilde{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T E^T P_2 \hat{\mathbf{e}} + \frac{1}{2\gamma_f} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_f^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_f + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_g^T \Gamma_g^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_g) \quad (40-5)$$

که در آن ماتریس P_1 رابطه زیر

$$\begin{cases} E^T P_1 = P_1^T E \geq 0 \\ P_1^T A_o + A_o^T P_1 + Q_1 + P_1^T B_o \left(\frac{1}{\rho^2} I - R^{-1} \right) B_o^T P_1 = 0 \\ P_1^T B_o = C_o \end{cases} \quad (41-5)$$

و ماتریس P_2 را برآورده می کند:

$$\begin{cases} E^T P_2 = P_2^T E \geq 0 \\ P_2^T A_d + A_d^T P_2 = -Q_2 \end{cases} \quad (42-5)$$

که در این رابطه ها Q_1 و Q_2 ماتریس های معین مثبت می باشند.

انتگرال گیری از تابع لیپانوف فوق نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \dot{\tilde{\mathbf{e}}}^T E^T P_1 \tilde{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}^T E^T P_1 \dot{\tilde{\mathbf{e}}} + \frac{1}{2} \dot{\hat{\mathbf{e}}}^T E^T P_2 \hat{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T E^T P_2 \dot{\hat{\mathbf{e}}} + \frac{1}{\gamma_f} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_f^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_f \\ & + \text{tr}(\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_g^T \Gamma_g^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_g) \end{aligned} \quad (43-5)$$

با استفاده از رابطه (30-5) و (35-5)، رابطه فوق را به شکل زیر می توان بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}^T (P_1^T A_o + A_o^T P_1) \tilde{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T (P_2^T A_d + A_d^T P_2) \hat{\mathbf{e}} + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \xi_f^l \tilde{\boldsymbol{\theta}}_f \\ & + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \xi_g^l \tilde{\boldsymbol{\theta}}_g \mathbf{u} + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{d}^l + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_h^l \\ & + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_a^l + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_s^l + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{w}_1^l + \frac{1}{\gamma_f} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_f^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_f \\ & + \text{tr} \left(\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_g^T \Gamma_g^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_g \right) - \hat{\mathbf{e}}^T P_2^T K \hat{\mathbf{e}}_y + \hat{\mathbf{e}}^T P_2^T \mathbf{w}_2 \end{aligned} \quad (44-5)$$

با جایگذاری قوانین تطبیق (25-5) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} = & \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}^T (P_1^T A_o + A_o^T P_1) \tilde{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T (P_2^T A_d + A_d^T P_2) \hat{\mathbf{e}} + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \Delta^l \\ & + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_h^l + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_a^l + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_s^l - \hat{\mathbf{e}}^T P_2^T K \hat{\mathbf{e}}_y \\ & + \hat{\mathbf{e}}^T P_2^T \mathbf{w}_2\end{aligned}\quad (45-5)$$

در نتیجه، با استفاده از رابطه (5-18) و پس از ساده سازی داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V} = & -\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}^T Q_1 \tilde{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T (P_2^T A_d + A_d^T P_2) \hat{\mathbf{e}} \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho} B_o^T P_1 \tilde{\mathbf{e}} - \rho \Delta^l \right)^T \left(\frac{1}{\rho} B_o^T P_1 \tilde{\mathbf{e}} - \rho \Delta^l \right) + \frac{1}{2} \rho^2 \Delta^{lT} \Delta^l \\ & + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_a^l + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_s^l - \hat{\mathbf{e}}^T P_2^T K \hat{\mathbf{e}}_y + \hat{\mathbf{e}}^T P_2^T \mathbf{w}_2\end{aligned}\quad (46-5)$$

با در نظر گرفتن $P_1^T B_o = C_o$ و $\hat{\mathbf{e}}_y^T = C_o^T$ و جایگذاری (5-19)، رابطه (46-5) برابر می شود با

$$\begin{aligned}\dot{V} = & -\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}^T Q_1 \tilde{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T (P_2^T A_d + A_d^T P_2) \hat{\mathbf{e}} \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho} B_o^T P_1 \tilde{\mathbf{e}} - \rho \Delta^l \right)^T \left(\frac{1}{\rho} B_o^T P_1 \tilde{\mathbf{e}} - \rho \Delta^l \right) + \frac{1}{2} \rho^2 \Delta^{lT} \Delta^l \\ & + \tilde{\mathbf{e}}^T P_1^T B_o \mathbf{u}_s^l + \hat{\mathbf{e}}^T P_2^T \mathbf{w}_2\end{aligned}\quad (47-5)$$

از رابطه (5-20) و در نظر گرفتن

$$\hat{\mathbf{e}}^T P_2^T \mathbf{w}_2 = \hat{\mathbf{e}}_{p2}^T \mathbf{w}_2 \leq |\hat{\mathbf{e}}_{p2}^T| |\mathbf{w}_2| = \sum_{i=1}^n |w_{2i}| |\hat{e}_{p2_i}| \leq k_w \sum_{i=1}^n |\hat{e}_{p2_i}| \quad (48-5)$$

که در آن $\hat{\mathbf{e}}_{p2} = P_2 \hat{\mathbf{e}}$ نامساوی زیر بدست خواهد آمد:

$$\begin{aligned}\dot{V} \leq & -\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}^T Q_1 \tilde{\mathbf{e}} - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}^T Q_2 \hat{\mathbf{e}} + \frac{1}{2} \rho^2 \Delta^{lT} \Delta^l \\ = & -\frac{1}{2} E_e^T Q E_e + \frac{1}{2} \rho^2 \Delta^{lT} \Delta^l\end{aligned}\quad (49-5)$$

که در آن $Q = \text{diag}[Q_1, Q_2]$. بنابراین، عملکرد ردیابی مسیر H_∞ برای ρ کوچک، قابل دستیابی می

باشد.

انتگرال گیری از رابطه فوق نتیجه می دهد:

$$\begin{aligned}
 V(T) - V(0) &\leq -\frac{1}{2} \int_0^T E_e^T Q E_e dt + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T \Delta^l{}^T \Delta^l dt \\
 &= -\frac{1}{2} \int_0^T \|E_e\|_Q^2 dt + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^T \|\Delta^l\|^2 dt
 \end{aligned}
 \tag{50-5}$$

از آنجاییکه $V(T) \geq 0$ و بر اساس فرض های ۱ و ۲، یک ثابت مثبت M_Δ وجود دارد بطوریکه

$$\int_0^T \|\Delta^l\|^2 dt \leq M_\Delta \text{ و نامساوی (50-5) نتیجه می دهد:}$$

$$\int_0^T \|E_e\|_Q^2 dt \leq 2V(0) + \rho^2 M_\Delta \tag{51-5}$$

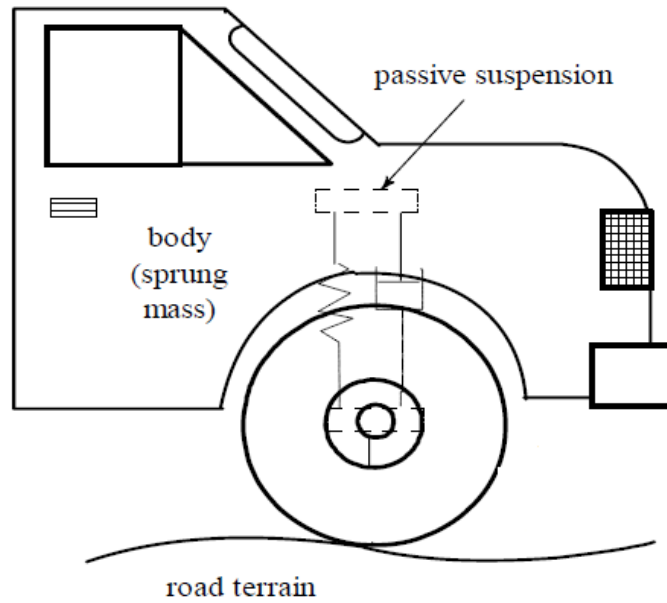
بنابراین، $\int_0^T \|E_e\|_Q^2 dt$ محدود است و بر اساس لم باربالات $\lim_{t \rightarrow \infty} E_e(t) = 0$ بنا بر این

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{e}(t) = 0 \text{ و } \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}(t) = 0. \text{ از آنجاییکه } e(t) = \tilde{e}(t) - \hat{e}(t), \text{ داریم: } \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

علاوه بر آن می توان نتیجه گرفت که $x, \hat{x}, e, \hat{e}, u \in L_\infty$ لذا اثبات قضیه تکمیل است.

۵-۶ شبیه سازی

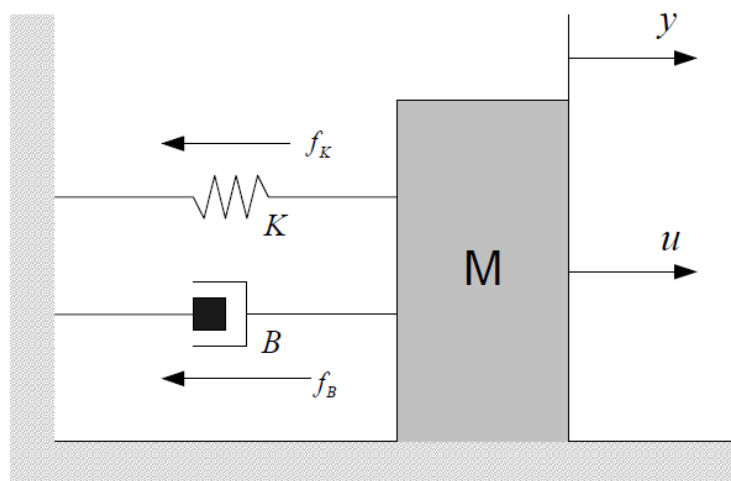
سیستم شماتیک تعلیق خودرو مانند شکل ۵-۱ نمایش داده می شود [58]. این سیستم را می توان به شکل ساده شده سیستم جرم فنر دمپر مانند شکل ۵-۲ نمایش داد [59]. در این بخش، کنترل کننده پیشنهادی بر روی این سیستم کاربردی پیاده و نتایج آن مورد بررسی قرار می گیرد.



شکل ۱-۵۵. سیستم تعلیق خودرو

مثال ۱-۵:

سیستم جرم-فنر-دمپر شکل ۲-۵ را در نظر بگیرید که در آن x جا به جایی جرم M ، f_k نیروی فنر با توجه به ثابت k ، f_B نیروی دمپر با توجه به ثابت B ، u ورودی سیستم و d اغتشاش می باشد.



شکل ۲-۵۵. سیستم جرم-فنر-دمپر

معادله حرکت آن عبارتست از:

$$M\ddot{x} + f_k(x) + f_B(\dot{x}) + u + d = 0 \quad (52-5)$$

که در آن پارامترهای $M = 1kg$ ، $K = 2$ ، $B = 2$ ، و همچنین $\Delta K = 0.5$ و $\Delta B = 0.5$ می باشد. بنابراین معادلات غیرخطی نیروی فنر و دمپر عبارتست از:

$$f_k(x) = Kx + \Delta Kx^3 \quad (53-5)$$

$$f_B(\dot{x}) = B\dot{x} + \Delta B\dot{x}^2$$

تعریف بردار حالت به شکل $x = [x_1, x_2, x_3]^T = [x, \dot{x}, \ddot{x}]^T$ معادلات سیستم تکین آن به شکل زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \end{aligned} \quad (54-5)$$

$$0 = x_3 + 2x_1 + 0.5x_1^3 + 2x_2 + 0.5x_2^2 + u + d$$

سیستم مرجع بر اساس روابط زیر تشکیل خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \end{aligned} \quad (55-5)$$

$$0 = x_1 + 2x_2 + x_3 + 0.25u$$

و ورودی آن عبارتست از

$$r(t) = 4\cos(0.5\pi t) + 2\sin(0.4\pi t)$$

فرض شده است که شرایط اولیه سیستم تکین $x(0) = [0, 0.5, 4]^T$ و شرایط اولیه سیستم فازی برای تمامی پارامترهای θ_f و θ_g مساوی با 10 و $\rho = 0.01$ تنظیم شده است.

علاوه بر آن ضرایب یادگیری $\gamma_f = 30$ و $\gamma_g = 20$ انتخاب شده است. همچنین داریم:

$$A_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C_o = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ماتریس P_1 و ماتریس P_2 مساوی است با:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -0.5 & -1.5 & -0.5 \end{bmatrix}$$

9

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1.75 & 1 & 0 \\ 1 & 1.75 & 0 \\ -0.5 & -0.75 & -0.5 \end{bmatrix}$$

ماتریس ضرایب ماتریس مشاهده گر مطابق زیر فرض خواهد شد:

$$K = \begin{bmatrix} -1/3 & 2/3 & 0 \\ 1/3 & -10/6 & -1 \\ 2/3 & -4/3 & -1 \end{bmatrix}$$

برای تخمین توابع نامعلوم فازی ۵ تابع عضویت فازی زیر در نظر گرفته شده است:

$$\mu^1(\hat{x}_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}(\hat{x}_i - 1)^2\right)$$

$$\mu^2(\hat{x}_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}(\hat{x}_i - 0.5)^2\right)$$

$$\mu^3(\hat{x}_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}(\hat{x}_i)^2\right)$$

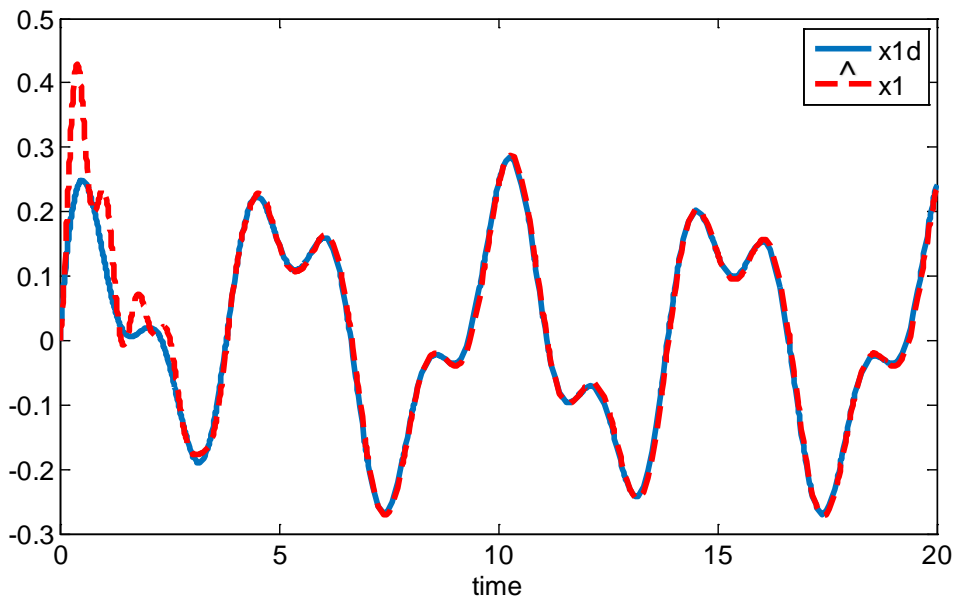
$$\mu^4(\hat{x}_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}(\hat{x}_i + 0.5)^2\right)$$

$$\mu^5(\hat{x}_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}(\hat{x}_i + 1)^2\right)$$

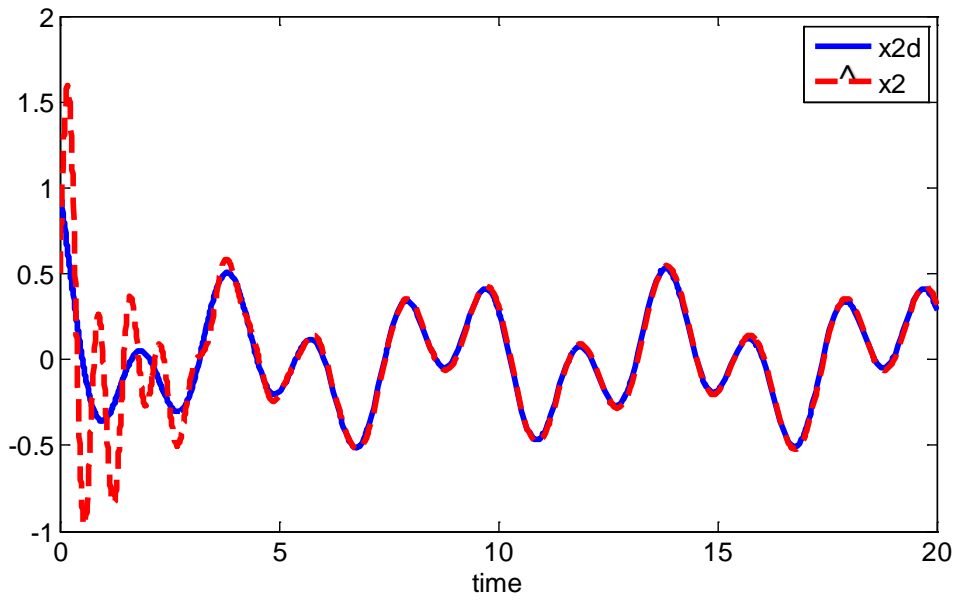
شکل ۳-۵ تا شکل ۸-۵ نشان دهنده عملکرد رضایت بخش کنترل کننده پیشنهادی می باشد. شکل ۳-۵ تا

شکل ۵-۵ نشان دهنده ردگیری مطلوب حالت های تخمین زده شده و حالت های مدل مرجع می باشد و در

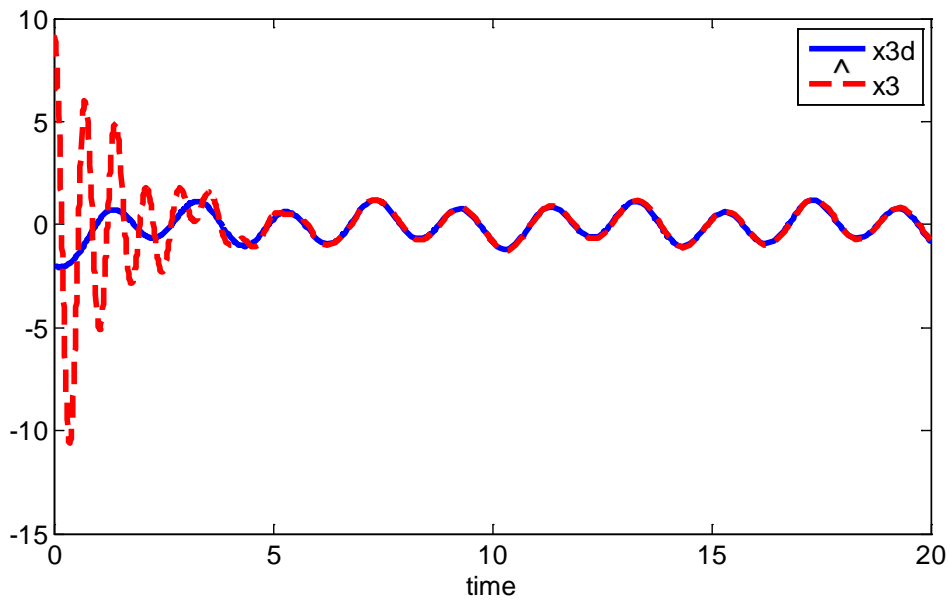
ادامه شکل ۶-۵ تا شکل ۸-۵ نشان می دهد که خطای تخمین حالت ها به سمت صفر میل می کند.



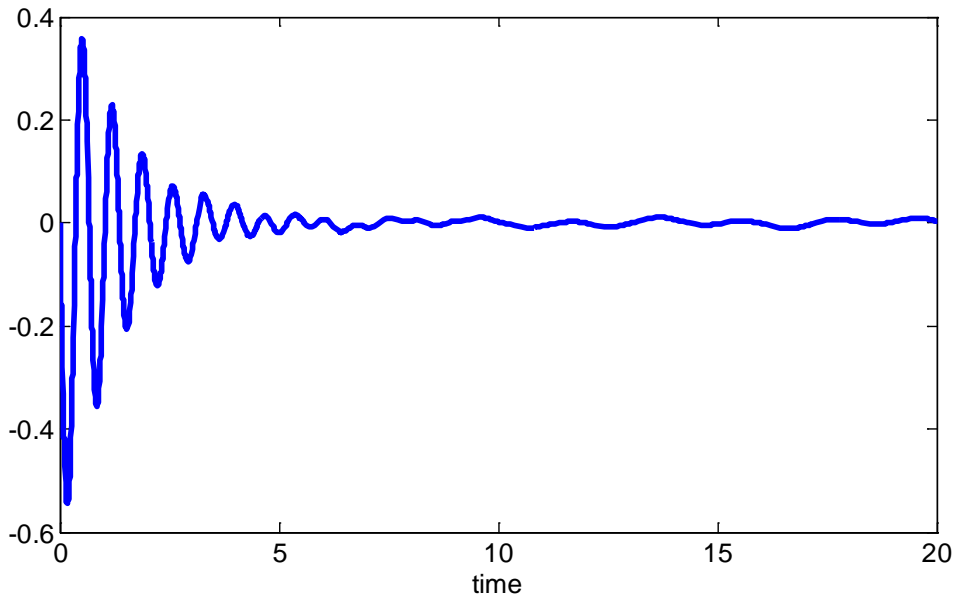
شکل ۳-۵۵. مسیر حالت \hat{x}_1 سیستم تکین غیر خطی و حالت x_{1d} سیستم مرجع



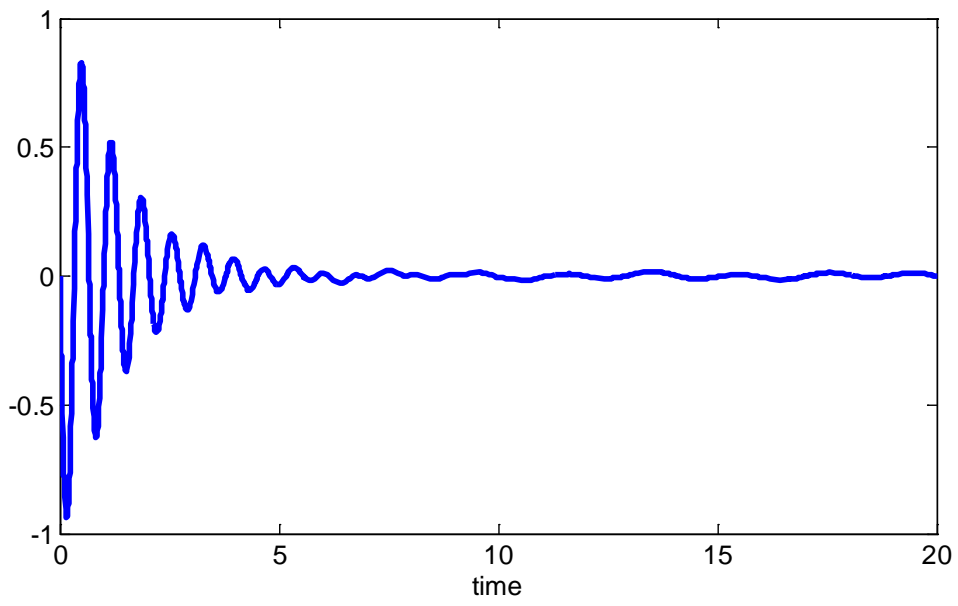
شکل ۴-۵۵. مسیر حالت \hat{x}_2 سیستم تکین غیر خطی و حالت x_{2d} سیستم مرجع



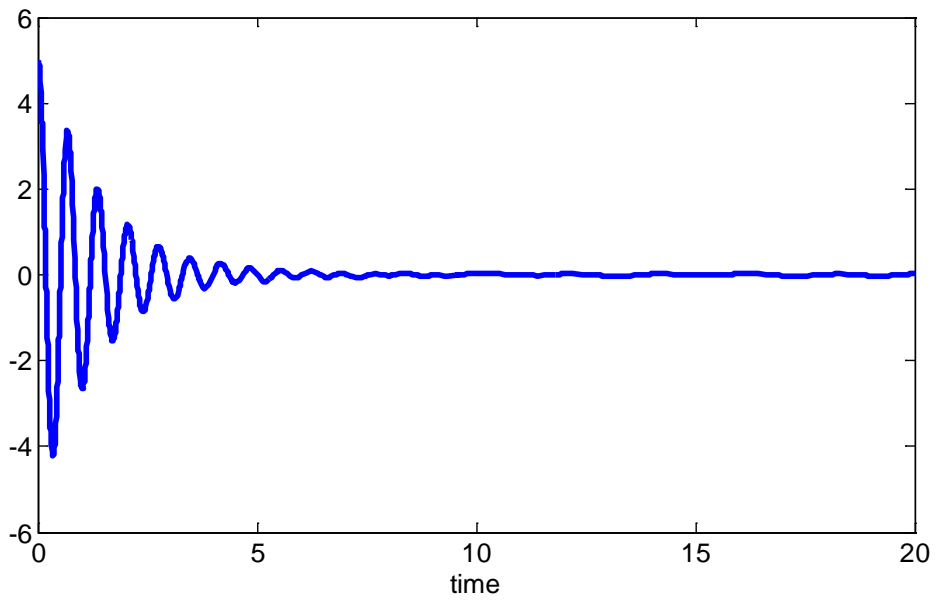
شکل ۵-۵۵. مسیر حالت \hat{x}_3 سیستم تکین غیر خطی و حالت x_{3d} سیستم مرجع



شکل ۶-۵۵. مسیر خطای \hat{e}_{y1}



شکل ۷-۵۵. مسیر خطای \hat{e}_{y2}



شکل ۸-۵۵. مسیر خطای \hat{e}_{y3}

۵-۷ نتیجه گیری

در این فصل، کنترل ردیابی مسیر H_∞ فازی تطبیقی سیستم های تکین بر مبنای مشاهده گر مورد بحث و بررسی قرار گرفت. در فصل پنجم برای طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی غیر مستقیم، فرض شده بود که حالت های سیستم تماما قابل اندازه گیری می باشد و همچنین اغتشاش خارجی موجود نمی باشد. اما در این فصل، ابتدا با استفاده از مشاهده گر، حالت های غیر قابل دسترسی تخمین زده شد و در ادامه با استفاده از سیستم های فازی و حالت های تخمین زده شده، پارامترهای نامعلوم سیستم مدل گردید. در پایان، کنترل کننده پیشنهادی با استفاده از قضیه لیپانوف، ردگیری حالت های مرجع را تضمین نمود.

فصل ۶ : نتیجه گیری و پیشنهادات

۶-۱ نتیجه گیری

سیستم های فضای حالت معمولی به تنهایی قادر به مدل سازی تمامی روابط حاکم بر سیستم ها نمی باشند. علاوه بر آن، توصیف سیستم های پیچیده و به هم پیوسته با معادلات دیفرانسیل به سادگی امکان پذیر نمی باشد. لذا استفاده از فرم سیستم های تکین که علاوه بر معادلات دیفرانسیلی از معادلات جبری برای توصیف سیستم استفاده می کنند، مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. تاکنون بسیاری از مفاهیم اصلی و کنترل کننده های سیستم های فضای حالت برای سیستم های تکین توسعه داده شده اند اما به دلیل پیچیدگی وجود معادلات جبری غیرخطی در توصیف سیستم های تکین غیرخطی، برخی از روش های موفق کنترلی نیاز به مطالعه و تعمیم به این سیستم ها دارند.

در این رساله، طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی برای کلاسی از سیستم های تکین غیرخطی مورد بحث قرار گرفته است. ابتدا شرایط ردگیری حالت های مدل مرجع توسط حالت های سیستم تکین غیرخطی بررسی شده است و در تمامی روش های پیشنهادی، فرض شده است مدل مرجع، خواص مورد نظر را دارا می باشد و شرایط قضیه مذکور را برآورده می کند. در ادامه کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم برای سیستم تکین غیرخطی در دو حالت ضرایب ورودی معلوم و ضرایب ورودی نامعلوم اما معین مثبت متقارن پیشنهاد شده است. در این روش، با استفاده از مدل فازی، ورودی سیستم بطور مستقیم تخمین زده شده است و با استفاده از کنترل کننده کمکی، خطای تخمین کنترل کننده ایده ال با کنترل کننده فازی پیشنهادی، جبران شده است. روش اول، بر روی یک سیستم تکین غیرخطی دو متغیره با ورودی مربعی و روش دوم بر روی سیستم سه متغیره و با ورودی سینوسی اعمال شده است. نتایج شبیه سازی، کارآمدی کنترل کننده های پیشنهادی را در هر دو حالت تایید می کنند.

اما در کنترل کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم پیشنهاد شده، ابتدا پارامترهای نامعلوم سیستم با استفاده از سیستم فازی مدل شده اند و در ادامه با روش خطی سازی فیدبکی و با استفاده از پارامترهای تخمین زده شده، ورودی سیستم طراحی می گردد. در این روش علی رغم پیچیدگی های بسیار به دلیل وجود پارامترهای بیشتر برای تنظیم، با محدودیت های کمتری نسبت به روش کنترل فازی تطبیقی مستقیم روبرو هستیم. در این روش نیز خطای تخمین توسط کنترل کننده کمکی پیشنهاد شده با استفاده از قضیه لیاپانوف جبران می گردد. روش پیشنهادی بر روی دو سیستم تکین فرضی و همچنین توصیف تکین سیستم پاندول معکوس غیرخطی اعمال شده و در تمامی آن ها، حالت های سیستم به خوبی حالت های مدل مرجع را ردگیری می کنند.

۶-۲ پیشنهادات

در این رساله فرض شده است که ماتریس E سیستم تکین با سیستم مدل مرجع یکسان باشد و نیاز به طراحی کنترل کننده با شرایطی که این ماتریس یکسان نمی باشد، وجود دارد. همچنین در طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم، بر روی ضرایب ورودی و علامت آن محدودیت هایی فرض شده است. تعمیم روش کنترلی به سیستم هایی با عدم محدودیت بر روی ورودی کنترل کننده از اهمیت به سزایی برخوردار می باشد. با توجه به اینکه تاکنون روش های مختلف کنترل فازی تطبیقی برای سیستم های فضای حالت معمولی مورد مطالعه پژوهشگران قرار گرفته است، نیاز به تعمیم و توسعه تمامی این روش ها برای سیستم های تکین احساس می گردد. طراحی کنترل کننده فازی تطبیقی ترکیبی برای سیستم های تکین غیر خطی یکی از این روش ها می باشد که به عنوان موضوع کاربردی و جذاب پیشنهاد می گردد.

کنترل کننده های فازی تطبیقی پیشنهادی در این رساله برای کلاسی از سیستم های تکین غیرخطی طراحی شده اند. برای ادامه کار این رساله، می توان کلاس سیستم های مورد مطالعه را گسترش داد. بطور مثال، طراحی کنترل کننده برای سیستم های تکین تاخیردار، برای سیستم های دارای محدودیت در ورودی یا برای سیستم های متغیر با زمان از مسائل و چالش های روبرو می باشد.

مربع

- [١] A. Kumar و P. Daoutidis, Control of nonlinear differential algebraic equation, Chapman & Hall CRC, 1999 .
- [٢] C. Tischendorf, Coupled systems of differential algebraic and partial differential equations in circuit and device simulation – modeling and numerical analysis, Berlin: Habilitationsschrift, 2003 .
- [٣] N. H. McClamroch“ ,Feedback stabilization of control systems described by a class of nonlinear differential-algebraic equations ”,*Systems & Control Letters* , جلد ١٥ , pp. 53-60, 1990 .
- [٤] H. H. Rosenbrock“ ,Structure properties of linear dynamical systems ”,*International Journal of Control* , جلد ٢٠ , p. 191 .١٩٧٤ ,٢٠٢–
- [٥] D. G. Luenberger“ ,Time-invariant descriptor systems ”,*Automatica* , جلد ١٤ , p. 473–٤٨٠ .١٩٧٨ ,
- [٦] E. Yip و R. Sincovec“ ,Solvability, controllability and observability of continuous descriptor systems ”,*IEEE Transactions on Automatic Control* , جلد ٢٦ , pp. 702-707, 1981 .
- [٧] D. Cobb“ ,Controllability, observability and duality in singular systems ”,*IEEE Transactions on Automatic Control* , جلد ٢٩ , p. 1076 .١٩٨٤ ,١٠٨٢–
- [٨] M. M. Fahmy و J. O’Reilly“ ,Observers for descriptor systems ”,*International Journal of Control* , جلد ٤٩ , p. 2013 .١٩٨٩ ,٢٠٢٨–
- [٩] L. R. Fletcher, J. Kautely و N. K. Nichols“ ,Eigenstructure assignment in descriptor systems ”,*IEEE Transactions on Automatic Control* , جلد ٣١ , p. 1138 .١٩٨٦ ,١١٤١–
- [١٠] L. Dai, Singular Control Systems, Berlin: Springer, 1989 .
- [١١] S. L. Campbell و W. J. Terrell“ ,Observability of linear time-varying descriptor systems ”,*SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* , جلد ١٢ , p. 484 ,٤٩٦–١٩٩١ .
- [١٢] S. L. Campbell, N. Nichol و W. J. Terrell“ ,Duality, observability and controllability for linear time-varying descriptor systems ”,*Circuits, Systems and Signal Processing* , جلد ١٠ , p. 455 .١٩٩١ ,٤٧٠–
- [١٣] S. Kawaji و E. Z. Taha“ ,Feedback linearization of a class of nonlinear descriptor systems ”,*Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* .١٩٩٤ ,

- [١٤] X. Liu“ ,Asymptotic output tracking of nonlinear differential-algebraic control systems ”,*Automatica* ,٣٤ جلد ,p. 393 .١٩٩٨ ,٣٩٧–
- [١٥] S. Xu, P. Van Dooren, R. Stefan و J. Lam“ ,Robust Stability and Stabilization for Singular Systems with State Delay and Parameter Uncertainty ”,*Automatic Control* , جلد ٤٧ , شماره ٧ , pp. 1122-1128, 2002 .
- [١٦] R. E. Beardmore“ ,The singularity-induced bifurcation and its kronecker normal form ”,*SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications* ,٢٣ جلد ,pp. 126-137, 2001 .
- [١٧] R. Riaza“ ,Singular bifurcations in higher index differential-algebraicequations ”, *Dynamical Systems* ,١٧ جلد ,p. 243 .٢٠٠٢ ,٢٦١–
- [١٨] T. Taniguchi, K. Tanaka, K. Yanafuji و H. O. Wang“ ,Fuzzy descriptor systems: stability analysis and design via LMIs ”,*Proceedings of the American Control Conference* .١٩٩٩ ,
- [١٩] T. Taniguchi, K. Tanaka و H. O. Wang“ ,Fuzzy descriptor systems and nonlinear model following control ”,*IEEE Transactions on Fuzzy Systems* ,٨ جلد ,p. 442 ,٤٥٢– .٢٠٠٠
- [٢٠] J. Yoneyama و A. Ichikawa“ ,H ∞ control for Takagi-Sugeno fuzzy descriptor systems ”,*Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics* .١٩٩٩ ,
- [٢١] C. Lin, Q. G. Wang و T. H. Lee“ ,Stability and stabilization of a class of fuzzy time-delay descriptor systems ”,*IEEE Transactions on Fuzzy Systems* ,١٤ جلد ,pp. 542-551, 2006 .
- [٢٢] M. Shafiee و S. Amani“ ,Optimal Control for a Class of Singular Systems Using Neural Network ”,*Iranian Journal of Science & Technology* ,٢٩ جلد ,pp. 39-48, 2005 .
- [٢٣] Y. Wang, Z. Q. Sun و F. C. Sun“ ,Robust fuzzy control of a class of nonlinear descriptor systems with timevarying delay ”,*International Journal of Control, Automation and Systems* , شماره ١ , جلد ٢ ,pp. 76-82, 2004 .
- [٢٤] Y. Sun و Y. Kang“ ,Robust H ∞ control for singular systems with state delay and parameter uncertainty ”,*Advances in Difference Equation* .٢٠١٥ ,٨٧ جلد ,

- [۲۵] I. Masubuchi, Y. Kamitane, A. Ohara و N. Suda“ ,H-inf control for descriptor systems:A matrix inequalities approach ”,*Automatica* , شماره ۴, جلد ۳۳, pp. 669-673, 1997 .
- [۲۶] I. Masubuchi“ ,Output feedback controller synthesis for descriptor systems satisfying closed-loop dissipativity ”,*Automatica* , شماره ۲, جلد ۴۳, pp. 339-345, 2007 .
- [۲۷] A. Azarfar, H. T. Shandiz و M. Shafiee“ ,Adaptive feedback control for linear singular systems ”,*Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences* , جلد ۲۲ , pp. 132-142, 2014 .
- [۲۸] H. Hou و Q. Zhang“ ,Novel sliding surface design for nonlinear singular systems ”, *Neurocomputing* ,p. Available online 4 December 2015, 2015 .
- [۲۹] L. Wu, P. Shi و H. Gao“ ,State estimation and sliding-mode control of markovian jump singular systems ”,*IEEE Transaction on Automatic Control* , جلد ۵۵, pp. 1213-1219, 2010 .
- [۳۰] Y. Liu, Y. Kao, S. Gu و H. R. Karimi“ ,Soft variable structure controller design for singular systems ”,*Journal of the Franklin Institute* , جلد ۳۵۲, pp. 1613-1626, 2015 .
- [۳۱] Q. Fang و F. Cao“ ,Adaptive control of singular nonlinear systems with convex/concave parametrization ”,*Control Automation Robotics & Vision(ICARCV)* .۲۰۱۰ ,
- [۳۲] D. Wang, S. Wu, S. Okubo و T. Akiyama“ ,TS fuzzy model following control system for descriptor system ”,*Computer-Aided Industrial Design & Conceptual Design* , ۲۰۰۹ .
- [۳۳] A. Azarfar, H. T. Shandiz و M. Shafiee“ ,Adaptive Control for Nonlinear Singular Systems ”,*Information Technology and Control* , شماره ۲, جلد ۴۳, pp. 187-197, 2014 .
- [۳۴] G. Duan, Analysis and Design of Descriptor Linear Systems, Springer, 2010 .
- [۳۵] P. Kunkel و V. Mehrmann“ ,Analysis of Over- and Underdetermined Nonlinear Differential-Algebraic Systems with Application to Nonlinear Control Problems ”, *Mathematics of Control, Signals and Systems* , جلد ۱۴, pp. 233-256, 2001 .
- [۳۶] K. E. Bernan, S. Campbell و L. R. Petzold, Numerical Solution of Initial Value Problems in Differential-Algebraic Equations, New York: SIAM, 1996 .

- [٣٧] P. Kunkel و V. Mehrmann“ ,Regular solutions of nonlinear differential-algebraic equations and their numerical determination ”,*Numerische Mathematik* ,جلد ٧٩ ,pp. 581-600, 1998 .
- [٣٨] V. Mehrmann و T. Stykel“ ,Descriptor Systems: A General Mathematical Framework for Modeling, Simulation and Control ”,*Automatisierungstechnik* ,جلد ٥٤ ,pp. 405-415, 2006 .
- [٣٩] H. Wang, C. Yung و F. Chang, H_{∞} -Control for Nonlinear Descriptor Systems, London: Springer, 2006 .
- [٤٠] S. L. Campbell و C. W. Gear“ ,The index of general nonlinear DAEs ”,*Numerische Mathematik* ,جلد ٧٢ ,pp. 173-196, 1995 .
- [٤١] S. Xu و J. Lam, Robust Control and Filtering of Singular Systems, Berlin: Springer, 2006 .
- [٤٢] J. Y. Ishihara“ ,On the Lyapunov theorem for singular systems ”,*IEEE Transaction on Automatic Control* ,جلد ٤٧ ,شماره ١١ ,pp. 1926-1930, 2002 .
- [٤٣] M. K. Camlibel و R. Frasca ,*Systems & Control Letters* ,جلد ٥٨ ,pp. 795-803, 2009 .
- [٤٤] H. S. Wang و F. R. Chang“ ,The Generalized State-Space Description of Positive Realness and Bounded Realness ”,*٣٩th Midwest Symposium on Circuits and Systems* ,USA, 1996 .
- [٤٥] H. Erzberger“ ,Analysis and design of model following control systems by state space techniques ”,*Joint Automatic Control Conference* ,١٩٦٧ ,جلد ١٥ ,pp. 116-132, 1985 .
- [٤٦] T. Takagi و M. Sugeno“ ,Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control ”,*IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* ,جلد ١٥ ,شماره ١ ,pp. 116-132, 1985 .
- [٤٧] L. Wang, Adaptive fuzzy systems and control: Design and stability analysis, New Jersey: Prentice-Hall, 1994 .
- [٤٨] Y. C. Chang“ ,Robust tracking control for nonlinear MIMO systems via fuzzy approaches ”,*Automatica* ,جلد ٣٦ ,pp. 1535-1545, 2000 .
- [٤٩] H. X. Li و S. C. Tang“ ,A hybrid adaptive fuzzy control for a class of nonlinear MIMO systems ”,*IEEE Transaction on Fuzzy Systems* ,جلد ١١ ,pp. 24-34, 2003 .

- [٥٠] J. E. Slotine و W. Li, Applied nonlinear control, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991 .
- [٥١] V. Nekoukar و A. Erfanian“ ,Adaptive fuzzy terminal sliding mode control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems ”,*Fuzzy Sets and Systems* ,جلد ١٧٩ ,pp. 34-49, 2011 .
- [٥٢] W. Shi و B. Li“ ,Adaptive fuzzy control for feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance ”,*Fuzzy Sets and Systems* , شماره ١ ,جلد ٣٤٤ ,pp. 70-89, 2018 .
- [٥٣] S. Labiod و T. M. Guerra, Direct and Indirect Adaptive Fuzzy Control for a Class of MIMO Nonlinear Systems, Advances in Robot Manipulators, Ernest Hall (Ed.) , 2010 .
- [٥٤] M. Hojatai و S. Gazor“ ,Hybrid adaptive fuzzy identification and Control of Nonlinear Systems ”,*IEEE Transaction on Fuzzy Systems* , شماره ٢ ,جلد ١٠ ,pp. 198-210, 2002 .
- [٥٥] D. Bellomo, D. Naso, B. Turchiano و R. Babuska“ ,Composite adaptive fuzzy Control ”,*IFAC Proceedings* , شماره ١ ,جلد ٣٨ ,pp. 97-102, 2005 .
- [٥٦] S. Tong, H. Li و G. Chen“ ,Adaptive fuzzy decentralized control for a class of large-scale nonlinear systems ”,*IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics* , جلد , pp. 770-775, 2004 . شماره ٢ ,
- [٥٧] E. Kim“ ,Output feedback tracking control of robot manipulators with model uncertainty via adaptive fuzzy logic ”,*IEEE Transactions on Fuzzy Systems* , جلد ١٢ , pp. 368-378, 2004 . شماره ٣ ,
- [٥٨] M. Mailah و G. Priyandoko“ ,Simulation of a suspension system with adaptive fuzzy active force control ”,*International Journal of Simulation Modelling* , جلد ٦ ,pp. 25-36, 2007 .
- [٥٩] J. H. Park, S. H. Kim و C. J. Moon“ ,Adaptive fuzzy controller for the nonlinear system with unknown sign of the input gain ”,*International Journal of Control, Automation, and Systems* , شماره ٢ ,جلد ٤ ,pp. 178-186, 2006 .
- [٦٠] A. Azarfar, H. T. Shandiz و M. Shafiee“ ,Adaptive State Feedback Control for Lipschitz Nonlinear Singular Systems ”,*Majlesi Journal of Electrical Engineering* , جلد ٨ , شماره ٢ , ٢٠١٤ .

- [٦١] K. Tamura و K. Yasuda“ ,Adaptive state feedback control for descriptor systems در ”, *SICE annual Conferenc* ,Taiwan, 2010 .
- [٦٢] F. Qingxiang و C. Feilong“ ,Adaptive Control of Singular Nonlinear Systems with Convex/Concave Prametrization در ”,*International Conference on Control, Automation, Robotics and vision* ,Singapore, 2010 .
- [٦٣] A. M. Annaswamy, F. P. Skantze و A. Loh“ ,Adaptive Control of continuous Time Systems with Convex/Concave Prametrization ”,*Automatica* , شماره ١, جلد ٣٤, pp. 33-49, 1998 .
- [٦٤] G. C. Verghese“ ,A generalized state-space for singular systems ”,*IEEE Transactions on Automatic Control* , شماره ٤, جلد ٢٦, pp. 811-831, 2003 .
- [٦٥] C. V. George, C. L. Bernard و K. Thomas“ ,A generalized state-space for singular systems ”,*IEEE Transactions on Automatic Control* , جلد ٢٦, pp. 811-831, 1981 .
- [٦٦] D. G. Luenberger“ ,Dynamic equations in descriptor form ”,*IEEE Transactions on Automatic Control* , جلد ٢٢, pp. 312-321, 1977 .
- [٦٧] A. Ailon“ ,An approach for pole assignment in singular systems ”,*IEEE Transaction on Automatic Control* , جلد ٣٤, pp. 889-893, 1989 .

Abstract

This dissertation deals with adaptive fuzzy control for a class of nonlinear descriptor systems. Descriptor systems refer to systems with both dynamic (differential) and static (algebraic) equations. In nonlinear control theory, an important approach is adaptive fuzzy control of uncertain nonlinear systems which should be extended to nonlinear descriptor systems. Adaptive controllers can be classified into two categories, i.e. direct and indirect ones. One section of this thesis is about direct adaptive fuzzy control for uncertain affine nonlinear descriptor systems. Two cases are considered: in the first one it is assumed that the control gain is known while in the second one it is an unknown-but-bounded symmetric positive definite matrix. To account for uncertainties in the system dynamics, a fuzzy system is employed to directly approximate the unknown ideal controller. The adjustable parameters of the fuzzy system are updated by either a Lyapunov-based adaptive law in the first case, or a gradient descent algorithm minimizing a suitable quadratic cost function in the second case. Furthermore, an auxiliary compensating signal is designed to guarantee that the tracking error asymptotically vanishes in both cases. Another section focuses on indirect adaptive fuzzy control of nonlinear descriptor systems aiming to guarantee asymptotic tracking of a regular and impulse-free descriptor reference model. The proposed controller exploits the universal approximation capability of Takagi-Sugeno-Kang (TSK) fuzzy models for the identification of the unknown system dynamics. In the proposed method, the asymptotic tracking of the reference model is guaranteed by suitable adaptation laws for the parameters of the TSK fuzzy model. Simulation results show how the proposed methods exhibit satisfactory performance thus demonstrating their effectiveness.

Keywords: Nonlinear Systems, Adaptive Fuzzy control, Descriptor Systems, Lyapunov Theory, Fuzzy Approximation.



Shahrood University of Technology

Faculty of Electrical and Robotics Engineering

Ph.D. Thesis in Control Engineering

Adaptive Fuzzy Control of a Class of Singular Systems

By: Naeimeh Fakhr Shamloo

Supervisor:

Dr. Ali Akbarzadeh Kalat

Advisor:

Prof. Luigi Chisci

September 2019