بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی برق و رباتیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی کنترل

کنترل فازی تطبیقی برای سیستم گوی و میله

نگارنده : فراز رهبر

استاد راهنما :

دکتر علی اکبرزاده کلات

بهمن ۱۳۹۵

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : مهندسی برق و رباتیک

گروه : کنترل

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای/ خانم ....فراز رهبر...........

تحت عنوان: کنترل فازی تطبیقی سیستم گوی و میله

در تاریخ .... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه .... مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما	امضاء	اساتید مشاور	امضاء
نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :	
نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :	

اساتید داور	امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء
نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :	
نام و نام خانوادگی :			
نام و نام خانوادگی :			
نام و نام خانوادگی :			

تقدیم به:

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

خدای را بسی شاکرم که از روی کرم پدر و مادری فداکار نصیبم ساخته تا در سایه درخت پر بار وجودشان بیاسایم و از ریشه آنها شاخ و برگ گیرم و از سایه وجودشان در راه کسب علم ودانش تلاش نمایم . والدینی که بودنشان تاج افتخاری است بر سرم و نامشان دلیلی است بر بودنم چرا که این دو وجود پس از پروردگار مایه هستی ام بوده اند دستم را گرفتند و راه رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و نشیب آموختند.

آموزگارانی که برایم زندگی؛ بودن و انسان بودن را معنا کردند

حال این برگ سبزی است تحفه درویش تقدیم آنان....

تشکر و قدردانی:

از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر علی اکبرزاده کلات که در طی تحصیل و انجام این پایان نامه زحمات فراوانی را بدون کوچکترین انتظاری برای بنده کشیده و با صبر فراوان من را در انجام اهداف پایان نامه یاری کردند، کمال تشکر را دارم. از اساتید محترمی که دعوت داوری این پایان نامه را پذیرفتند نیز بسیار سپاسگزارم.

تعهد نامه

اینجانب ....فراز رهبر .... دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته ....مهندسی برق گرایش کنترل...... دانشکده .....مهندسی برق و رباتیک...... دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه .... کنترل فازی برای تطبیقی سیستم گوی و میله............... تحت راهنمائی.....دکتر علی اکبر زاده کلات.......متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

*** متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد .**

چکیده

در این پایان‌نامه، کنترل کننده پسگام فازی تطبیقی به دو روش مستقیم و غیرمستقیم برای سیستم گوی و میله با استفاده از فیدبک خروجی ارائه شده است. بدین ترتیب که ابتدا یک مشاهده‌گر سرعت برای سیستم طراحی شده و سپس با استفاده از تخمین حالت‌های سیستم، کنترل پسگام فازی تطبیقی به انجام می‌رسد. از آنجایی که مدلسازی سیستم های فیزیکی همواره با عدم قطعیت همراه است و همچنین کنترل کننده طراحی شده به روش پسگام نیازمند اطلاعات دینامیکی سیستم می باشد، می بایست از یک سیستم فازی با مکانیزم تطبیق برای تخمین دینامیک های سیستم استفاده شود. به همین دلیل در ادامه با استفاده از حالت‌های تخمین زده شده، کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی مستقیم و پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم برای سیستم گوی و میله ارائه می‌شود. همچنین پایداری مشاهده‌گر و کنترل کننده های ارائه شده، توسط تئوری لیاپانوف نشان داده می شود. نتایج شبیه سازی نشان از عملکرد مناسب مشاهده گر و همچنین کنترل کننده های طراحی شده برای سیستم گوی و میله دارد. همچنین برای نشان دادن سرعت و دقت کنترل کننده، نتایج روش ارائه شده با یک روش موجود مقایسه شده که نتایج نشان از عملکرد بهتر کنترل کننده ارائه شده از نظر سرعت و دقت می باشد.

کلمات کلیدی: سیستم گوی و میله، مشاهده‌گر سرعت، کنترل فازی تطبیقی، کنترل پسگام

فهرست مطالب

فصل ۱: مقدمه و پیشینه تحقیق ۱
۱-۱- مقدمه ۲
۱-۲- پیشینه تحقیق ۳
۱-۳- مروری بر ساختار پایان‌نامه ۹

فصل ۲: معادلات سیستم ۱۱
۲-۱- مقدمه ۱۲
۲-۲- مدل‌سازی سیستم با استفاده از معادلات لاگرانژ ۱۲
۲-۳- مدل‌سازی سیستم با استفاده از قانون دوم نیوتون ۱۶
۲-۴- نمایش سیستم به فرم حالت ۱۸

فصل ۳: طراحی مشاهده گر سرعت برای سیستم گوی و میله ۱۹
۳-۱- مقدمه ۲۰
۳-۲- طراحی مشاهده گر سرعت غیرخطی ۲۱
۳-۳- اثبات پایداری مشاهده گر سرعت غیرخطی ۲۲
۳-۴- شبیه سازی مشاهده گر سرعت غیرخطی ۲۴

فصل ۴: کنترل پسگام برای سیستم گوی و میله ۲۹
۴-۱- مقدمه ۳۰
۴-۲- روش پسگام برای سیستم‌های غیرخطی خطی ناپذیر فیدبکی ۳۰
۴-۲-۱- طراحی کنترل‌کننده پسگام ۳۰
۴-۲-۲- گام اول طراحی کنترل‌کننده ۳۲
۴-۲-۳- گام دوم طراحی کنترل‌کننده ۳۳
۴-۳- طراحی کنترل‌کننده پسگام برای سیستم گوی و میله ۳۵
۴-۴- شبیه‌سازی کنترل‌کننده طراحی‌شده برای سیستم گوی و میله ۳۷
۴-۴-۱- مقادیر پارامترها و شرایط اولیه ۳۷
۴-۴-۲- ورودی مرجع ثابت ۳۸
۴-۴-۳- ورودی مرجع سینوسی ۴۲
۴-۴-۴- ورودی مرجع مربعی ۴۵

فصل ۵: کنترل پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم سیستم گوی و میله بر پایه رویتگر ۵۱
۵-۱- مقدمه ۵۲
۵-۲- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم بر پایه رویتگر ۵۴
۵-۲-۱- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم برای زیرسیستم اول ۵۵
۵-۲-۲- تحلیل پایداری قانون کنترل و قوانین تطبیق زیرسیستم اول ۵۷

۵-۲-۳- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم برای زیرسیستم دوم ۵۹
۵-۲-۴- تحلیل پایداری قانون کنترل و قوانین تطبیق زیرسیستم دوم ۶۱
۵-۳- شبیه‌سازی کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم ۶۴
۵-۳-۱- مقادیر پارامترها و شرایط اولیه ۶۴
۵-۳-۲- ورودی مرجع سینوسی ۶۶
۵-۳-۳- ورودی مرجع مربعی ۶۹

فصل ۶: کنترل پسگام فازی تطبیقی مستقیم سیستم گوی و میله بر پایه رویتگر ۷۵
۶-۱- مقدمه ۷۶
۶-۲- طراحی کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی مستقیم بر پایه رویتگر ۷۶
۶-۲-۱- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی مستقیم برای زیرسیستم اول ۷۷
۶-۲-۲- تحلیل پایداری قانون کنترل و قوانین تطبیق زیرسیستم اول ۷۹
۶-۲-۳- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی مستقیم برای زیرسیستم دوم ۸۰
۶-۲-۴- تحلیل پایداری قانون کنترل و قوانین تطبیق زیرسیستم دوم ۸۳
۶-۳- شبیه‌سازی کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی مستقیم ۸۶
۶-۳-۱- مقادیر پارامترها و شرایط اولیه ۸۶
۶-۳-۲- ورودی مرجع ثابت ۸۷
۶-۳-۳- ورودی مرجع سینوسی ۹۰

فصل ۷: نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۹۵
۷-۱- نتیجه‌گیری ۹۶
۷-۲- پیشنهادات ۹۷

مراجع ۹۸

فهرست اشکال

شکل (۱-۱) سیستم گوی و میله [۱]............ ۲
شکل (۲-۱) سیستم گوی و میله............ ۱۳
شکل (۲-۲) مختصات دکارتی و مختصات تعمیم‌یافته............ ۱۳
شکل (۲-۳) بلوک دیاگرام جسم آزاد از چرخش گوی............ ۱۶
شکل (۲-۴) دیاگرام جسم آزاد میله............ ۱۷
شکل (۳-۱) موقعیت گوی برحسب سانتیمتر............ ۲۵
شکل (۳-۲) سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه............ ۲۶
شکل (۳-۳) زاویه میله برحسب درجه............ ۲۶
شکل (۳-۴) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه............ ۲۷
شکل (۳-۵) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر............ ۲۷
شکل (۴-۱) موقعیت گوی برحسب سانتیمتر............ ۳۹
شکل (۴-۲) سرعت گوی برحسب سانتیمتر بر ثانیه............ ۳۹
شکل (۴-۳) زاویه میله برحسب درجه............ ۴۰
شکل (۴-۴) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه............ ۴۰
شکل (۴-۵) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر............ ۴۱
شکل (۴-۶) نمودار خطای خروجی بر حسب سانتیمتر............ ۴۱
شکل (۴-۷) موقعیت گوی برحسب سانتیمتر............ ۴۲
شکل (۴-۸) سرعت گوی برحسب سانتیمتر بر ثانیه............ ۴۳
شکل (۴-۹) زاویه میله برحسب درجه............ ۴۳
شکل (۴-۱۰) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه............ ۴۴
شکل (۴-۱۱) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر............ ۴۴
شکل (۴-۱۲) نمودار خطای خروجی بر حسب سانتیمتر............ ۴۵
شکل (۴-۱۳) موقعیت گوی برحسب سانتیمتر............ ۴۶
شکل (۴-۱۴) سرعت گوی برحسب سانتیمتر بر ثانیه............ ۴۶
شکل (۴-۱۵) زاویه میله برحسب درجه............ ۴۷
شکل (۴-۱۶) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه............ ۴۷
شکل (۴-۱۷) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر............ ۴۸
شکل (۴-۱۸) نمودار خطای خروجی بر حسب سانتیمتر............ ۴۸
شکل (۵-۱) مقایسه موقعیت گوی برحسب سانتیمتر در هر دو روش............ ۶۶
شکل (۵-۲) مقایسه سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه در هر دو روش............ ۶۷
شکل (۵-۳) مقایسه زاویه میله برحسب درجه در هر دو روش............ ۶۷

شکل (۵-۴) مقایسه سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه در هر دو روش ۶۸
شکل (۵-۵) مقایسه قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر در هر دو روش ۶۸
شکل (۵-۶) مقایسه خطای ردگیری خروجی بر حسب سانتی متر در هر دو روش ۶۹
شکل (۵-۷) مقایسه موقعیت گوی برحسب سانتی متر در هر دو روش.. ۷۰
شکل (۵-۸) مقایسه سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه در هر دو روش ۷۰
شکل (۵-۹) مقایسه زاویه میله برحسب درجه در هر دو روش ۷۱
شکل (۵-۱۰) مقایسه سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه در هر دو روش ۷۱
شکل (۵-۱۱) مقایسه قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر در هر دو روش ۷۲
شکل (۵-۱۲) مقایسه خطای ردگیری خروجی بر حسب سانتی متر در هر دو روش ۷۲
شکل (۶-۱) مقایسه موقعیت گوی برحسب سانتی متر در هر دو روش.. ۸۸
شکل (۶-۲) مقایسه سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه در هر دو روش ۸۸
شکل (۶-۳) مقایسه زاویه میله برحسب درجه در هر دو روش ۸۹
شکل (۶-۴) مقایسه سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه در هر دو روش ۸۹
شکل (۶-۵) مقایسه ورودی کنترل برحسب میلی نیوتون متر در هر دو روش ۹۰
شکل (۶-۶) مقایسه نمودار خطا در هر دو روش ۹۰
شکل (۶-۷) مقایسه موقعیت گوی برحسب سانتی متر در هر دو روش.. ۹۱
شکل (۶-۸) مقایسه سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه در هر دو روش ۹۲
شکل (۶-۹) مقایسه زاویه میله برحسب درجه در هر دو روش ۹۲
شکل (۶-۱۰) مقایسه سرعت زاویه‌ای برحسب درجه بر ثانیه در هر دو روش.. ۹۲
شکل (۶-۱۱) مقایسه ورودی کنترل برحسب میلی نیوتون متر در هر دو روش.. ۹۳
شکل (۶-۱۲) مقایسه نمودار خطا بر حسب سانتی متر در هر دو روش ۹۳

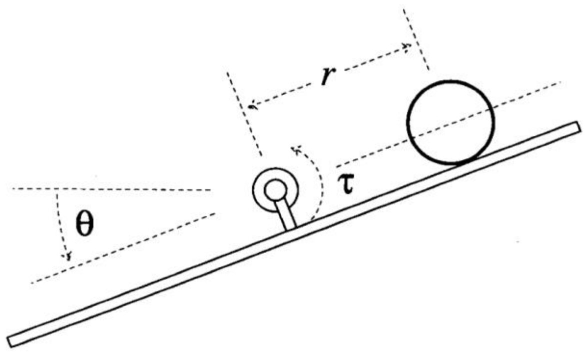
فهرست جداول

جدول (۳-۱) پارامترهای موردنیاز مشاهده گر ۲۴
جدول (۴-۱) پارامترهای موردنیاز سیستم گوی و میله ۳۷
جدول (۴-۲) پارامترهای موردنیاز کنترل‌کننده طراحی‌شده برای سیستم گوی و میله ۳۸
جدول (۵-۱) پارامترهای موردنیاز کنترل‌کننده پسگام ۶۵
جدول (۵-۲) پارامترهای موردنیاز کنترل‌کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم ۶۵
جدول (۶-۱) پارامترهای موردنیاز کنترل‌کننده فازی تطبیقی مستقیم طراحی‌شده برای سیستم گوی و میله ۸۶

فصل ۱:مقدمه و پیشینه تحقیق

۱-۱- مقدمه

سیستم گوی و میله[1] یکی از محبوب‌ترین و مهم‌ترین مدل‌های آزمایشگاهی برای آموزش سیستم‌های کنترل می‌باشد. سیستم گوی و میله به دلیل ساختار ساده و قابل‌فهمی که دارد به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای مورداستفاده قرارگرفته است و همچنین روش‌های کنترلی کلاسیک و مدرن بسیاری را می‌توان بر روی آن اعمال و پیاده‌سازی کرد. این سیستم در حالت مدارباز و بدون کنترل‌کننده ناپایدار می‌باشد. در شکل (۱-۱) بلوک دیاگرام سیستم گوی و میله نشان داده‌شده است.



شکل (۱-۱) سیستم گوی و میله [۱]

عملکرد این سیستم بسیار ساده است. یک گوی بر روی یک میله بلند می‌لغزد همچنین آن میله بر روی شفت خروجی یک موتور نصب شده است که با اعمال یک سیگنال الکتریکی، می‌توان میله را حول مرکز آن به سمت چپ یا راست کج کرد. وظیفه سیستم کنترلی بدین‌صورت است که با تغییر زاویه میله، موقعیت گوی را بر روی میله تنظیم کند و گوی را در آن موقعیت به تعادل برساند. کنترل این سیستم کار مشکلی است زیرا گوی در یک مکان از میله به‌طور ثابت قرار نمی‌گیرد و با توجه به زاویه میله با یک شتاب متناسب با زاویه میله دائم در حرکت می‌باشد. در اصطلاح کنترلی این سیستم

[1] Ball and beam

حلقه باز می‌باشد زیرا خروجی سیستم که همان موقعیت توپ است با یک ورودی ثابت به‌طور مداوم و بدون محدودیت افزایش می‌یابد به همین دلیل استفاده از کنترلی فیدبکی برای پایدارسازی سیستم و یا به عبارتی کنترل توپ در موقعیت موردنظر الزامی می‌باشد. سیستم گوی و میله به دلیل دارا بودن ساختار غیرخطی شدید، نقطه تعادل ناپایدار و همچنین نامینیمم فاز بودن به‌عنوان یک محک برای سنجش میزان کارایی کنترل‌کننده‌های مختلف برای سیستم‌های غیرخطی، موردتوجه محققان و پژوهشگران حوزه کنترل قرارگرفته است [۲].

۱-۲- پیشینه تحقیق

همان‌طور که مشخص است بیشتر سیستم‌های فیزیکی غیرخطی می‌باشند و به همین دلیل برای کنترل این سیستم‌ها به دانش عمیقی درباره کنترل غیرخطی نیاز است. ازآنجاکه سیستم گوی و میله شدیداً غیرخطی می‌باشد، این سیستم به‌عنوان یک سیستم معیار[۱] برای بررسی و ارزیابی انواع روش‌های کنترل غیرخطی شناخته‌شده و روش‌های کنترلی زیادی بر روی آن پیاده‌سازی شده است که در ادامه مروری اجمالی از کارهای انجام‌شده بر روی این سیستم ارائه خواهد شد. اگرچه سیستم‌های غیرخطی را در حول نقطه کار می‌توان به‌صورت خطی فرض و سیستم را با روش‌های کنترل خطی مثل جایابی قطب[۲] کنترل کرد ولی این روش فقط در حول نقطه کار معتبر بوده و برای عملکرد بهتر کنترل‌کننده، به روش‌های کنترل غیرخطی نیاز می‌باشد. در مرجع [۱] نشان داده شد که درجه نسبی[۳][۳] سیستم گوی میله خوش‌تعریف[۴] نمی‌باشد و به همین دلیل روش خطی سازی ورودی خروجی دقیق بر روی این سیستم قابل پیاده‌سازی نیست و از روش خطی سازی تقریبی ورودی خروجی برای کنترل این سیستم استفاده شد. برای حل این مشکل، یک مدل غیرخطی ساده برای تقریب مدل غیرخطی اصلی

[1] Benchmark

[2] Pole placement

[3] Relative degree

[4] Well defined

سیستم گوی و میله استفاده‌شده است. با معرفی این سیستم تقریبی محققین زیادی کنترل‌کننده‌های متنوعی را برای کنترل این سیستم معرفی کردند [۴-۹]. در [۴] یک روش برای طراحی کنترل ردیاب غیرخطی برای دسته‌ای از سیستم‌ها که به‌طور دقیق قابل خطی سازی ورودی-خروجی نیستند ارائه‌شده است. ایده این روش از توسعه روش کنترل پسگام[1] به‌دست‌آمده و درنهایت کارا بودن روش ارائه‌شده را بر روی سیستم گوی و میله بررسی‌شده است. در مرجع [۵] مقاوم بودن در برابر اغتشاشات خارجی سیستم تقریبی گوی و میله بررسی شده است. یکی از روش‌های کنترل مقاوم، روش کنترل پسگام است. در این روش در هر مرحله با استفاده از تابع لیاپانوف یک قانون کنترل برای یک دسته از معادلات به‌دست‌آمده و در مرحله آخر قانون کنترل نهایی برای سیستم به دست می‌آید. هدف مقاله [۸] تثبیت نوسانات برای یک دسته از سیستم‌های غیرخطی مانند سیستم گوی و میله می‌باشد. این روش از دو بخش تشکیل‌شده است. در مرحله اول یک زیرسیستم هامیلتونی مرتبه دوم که دارای نوسانات پایدار است برای این سیستم تشکیل می‌شود و در مرحله دوم، کنترل‌کننده برای سیستم اصلی به روش پسگام گسترش داده می‌شود. در [۹] هم ابتدا مدل تقریبی خطی سازی ورودی-خروجی سیستم را با یک مدل فازی جایگزین کرده و آن را کنترل کرده است. در مراجع [۱۰-۱۲] ایده تقریب سیستم، باز گسترش پیدا کرد به این معنا که خطی سازی تقریبی فقط زمانی اعمال می‌شود که سیستم در نزدیکی نقاط تکین باشد و در غیر اینصورت کنترلگر به کنترل‌کننده خطی سازی دقیق ورودی- خروجی تغییر پیدا می‌کند. به‌عنوان‌مثال در [۱۰] برای سیستم‌هایی که درجه نسبی آن‌ها خوش‌تعریف نیست یک قانون کنترل ارائه‌شده است که می‌تواند در نزدیکی نقاط تکین[2] از قانون کنترل تقریبی و در نقاط دور از نقاط تکین از قانون کنترل دقیق استفاده کند و همچنین قابلیت اجرایی این قانون کنترل بر اساس رفتار دینامیک‌های صفر سیستم در مرزهای سوئیچینگ موردمطالعه قرارگرفته است. روش‌های کنترل مقاوم در مواقعی که عدم قطعیت پارامتری یا غیر پارامتری در سیستم به وجود آید درصورتی‌که کران

---

[1] backstepping control

[2] singularities

این عدم قطعیت‌ها معلوم باشند از عملکرد مناسبی برخوردار می‌باشند. یکی از روش‌های کنترل مقاوم برای سیستم‌های غیرخطی روش مود لغزشی[۱] است. در این روش یک سطح لغزش عبور کننده از مبدأ مختصات تعریف‌شده و سعی می‌شود که خطای ردگیری[۲] بر روی این مسیر قرار گیرد تا به صفر برسد. در [۱۳] کنترل مد لغزشی تقریبی برای سیستم گوی و میله ارائه شده است. این تقریب در قانون کنترل، برای جلوگیری از تکینگی می‌باشد و همچنین این تقریب، سبب شده است که سطح لغزش محدود شود و به همین دلیل عملکرد کنترل‌کننده کمی بدتر شده است. همچنین در [۱۴-۱۶] یک کنترل سطح لغزشی افزایشی برای سیستم گوی و میله پیشنهادشده است. در ادامه در مراجع [۱۷-۲۱] چندین کنترل‌کننده غیرخطی برای سیستم گوی و میله طراحی‌شده است. در [۱۷] از روش کنترل مقاوم غیرخطی برای طراحی کنترل ردیاب در سیستم‌هایی شبیه سیستم گوی و میله استفاده شده است. هدف روش ارائه شده هم بدین‌صورت می‌باشد که در حضور عدم قطعیت جرم توپ و اینرسی[۳] میله، موقعیت توپ بتواند به‌صورت مجانبی به فرمان ورودی همگرا شود. همچنین در [۱۸] کنترل تطبیقی مقاوم برای دینامیک‌های سیستم گوی و میله ارائه شده است. که در آن معادلات دینامیکی خطا، از دینامیک‌های سیستم گوی و میله به دست آمده و سپس این خطاها با یک کنترل‌کننده تطبیقی مقاوم جبران شده است. در کنترل یادگیری نشان داده شد تمام سیگنال‌های خطا محدود می‌باشند و نتیجه یادگیری هم، همگرایی خطای ردیابی به صفر می‌باشد. در مرجع [۲۰] برای اولین بار یک کنترل نرم با استفاده از تابع لیاپانوف[۴] برای سیستم گوی و میله ارائه شده که ایجاد این روش به بخش‌های جدیدی از کنترل غیرخطی به نام‌های پسخور و پیش‌خور وابسته است. بیشتر روش‌های ارائه‌شده در حوزه کنترل غیرخطی نیازمند مدل دقیق ریاضی سیستم می‌باشند از همین رو برای کنترل سیستم‌هایی که مدل دقیق آن در دسترس نمی‌باشد از روش‌هایی مانند کنترل فازی که بر اساس قواعد اگر آنگاه

---

1 Sliding mode

2 Tracking error

3 inertia

4 smooth control Lyapunov function

سیستم را کنترل می‌کند، استفاده می‌شود. این روش‌ها ازنظر کاربردی عملکرد مناسبی دارند ولی در حوزه تحقیقاتی به دلیل ناتوانی در اثبات پایداری سیستم حلقه بسته به روش لیاپانوف، زیاد موردتوجه محققین قرار نمی‌گیرد. از سویی دیگر روش‌های کنترل هوشمند مانند شبکه‌های عصبی و کنترل فازی برای کنترل سیستم گوی و میله استفاده شده است. به‌عنوان‌مثال کاربرد شبکه‌های عصبی بلادرنگ[1] را در مراجع [۲۲-۲۵] می‌توان یافت. در مرجع [۲۲] با استفاده از شبکه عصبی، از روش‌های مختلف یادگیری آن همانند الگوریتم پس انتشار خطا[2]، تفاوت زمانی[3] و یادگیری تقویتی[4] برای کنترل سیستم گوی و میله استفاده شده است. همچنین در [۲۳] از یک شبکه عصبی پیش‌خور برای کنترل سیستم گوی و میله در شرایط اولیه مختلف استفاده شده است که پارامترهای تنظیم این شبکه توسط الگوریتم ژنتیک تنظیم شده است تا کنترل‌کننده به‌دست‌آمده بهینه باشد. در ادامه در [۲۵] از روش شبکه عصبی تطبیقی سطح لغزشی جداشده[5] برای کنترل سیستم گوی و میله به کار رفته است. این کنترل‌کننده از یک شبکه عصبی و یک کنترل‌کننده جبرانساز تشکیل شده است. روش جداشده استفاده‌شده در این مرجع یک روش ساده برای دستیابی به پایداری مجانبی در دسته‌ای از سیستم‌های درجه چهار غیرخطی می‌باشد. همچنین کارکرد روش کنترل فازی برای سیستم گوی و میله در مراجع [۲۶-۲۹] بررسی شده است. به‌عنوان‌مثال در [۲۶] روش کنترل فازی ساختار متغیر[6] ارائه شده است. که در آن معادل فازی کنترل‌کننده‌های سطح لغزشی، کنترل‌کننده اشباع[7] و کنترل‌کننده تانژانت هایپربولیک[8] ارائه شده و با استفاده از روش مبتنی بر ساختار متغیر، پایداری هر یک از این کنترل‌کننده‌ها تضمین شده است.

---

[1] Real time

[2] back-propagation error

[3] temporal difference

[4] reinforcement learning

[5] decoupled

[6] variable structures

[7] saturating controllers

[8] tanh controllers

همچنین در [۲۸] روش‌های فازی تطبیقی، تطبیقی سنتی و تعدادی روش‌های کنترلیِ غیرخطیِ غیرتطبیقی باهم مقایسه و تجزیه و تحلیل شده‌اند. در مرجع [۲۹] هم کنترل‌کننده فازی بهینه و پایدار برای سیستم‌های خطی توسعه یافته است. بر اساس برخی از نتایج کنترل کلاسیک در تئوری کنترل، در این مقاله روشی ارائه شده است که ساختار و پارامترهای کنترل فازی به گونه‌ای طراحی شده که سیستم حلقه بسته پایدار باشد البته به شرطی که سیستم مورداستفاده خطی و یک مجموعه شرایط خاص را برآورده کند. درنهایت کنترل‌کننده فازی بهینه به سیستم گوی و میله اعمال شده است. همچنین در [۳۰, ۳۱] کنترل‌کننده تناسبی مشتقی[1] معمولی و فازی ارائه شده است که به‌طور مجانبی موقعیت گوی بر روی میله را در این سیستم تثبیت می‌کند. در ادامه در مرجع [۳۲] یک کنترل‌کننده هایبرید برای کنترل سیستم گوی و میله ارائه شده است که در آن از یک کنترل‌کننده غیرخطی برای پایدارسازی متغیرهای حالت سیستم که بر روی درجه نسبی سیستم اثر می‌گذارد، استفاده شده است. با توجه به درجه نسبی سیستم کنترل‌شده، می‌توان از یک کنترل‌کننده در حلقه بیرونی برای پایدارسازی بیشتر سیستم حلقه بسته استفاده کرد. روش‌هایی که به مدل ریاضی سیستم وابسته می‌باشند به دلیل وجود عدم قطعیت در مدل‌سازی سیستم مشکلات خاص خود را دارند و ازاین‌رو روش‌های کنترل مقاوم و کنترل تطبیقی و ترکیبی از این دو برای مقابله با این عدم قطعیت‌ها ارائه شدند. در مرجع [۳۳] یک کنترل‌کننده تطبیقی برای کنترل سیستم گوی و میله با پارامترهای نامشخص طراحی شده است. در [۳۴, ۳۵] روش کنترل فازی تطبیقی و همچنین فازی تطبیقی سطح لغزشی برای کنترل موقعیت گوی بر روی میله مورداستفاده قرار گرفت و نتایج مناسبی هم از آن حاصل شد ولی این امکان وجود داشت تا با اعمال تغییراتی در قواعد تطبیق و کنترل‌کننده، پاسخ بسیار بهتری به دست آورد. در ادامه در [۳۶, ۳۷] کنترل‌کننده PID فازی و PID بهینه هم برای سیستم گوی و میله طراحی شده و شبیه‌سازی نشان از عملکرد مناسب این کنترل‌کننده داشت اما یکی از ضعف‌های این دو تحقیق استفاده از سیستم

[1] PD controller

خطی شده گوی و میله می‌باشد. در سال‌های اخیر، روش‌های کنترلی متعددی بر اساس تقریب بکار گرفته شده‌اند و نتایج مهمی هم از آن‌ها به دست آمده است. ازجمله این روش‌ها می‌توان به کنترل سیستم‌های غیرخطی دارای عدم قطعیت با روش پسگام فازی تطبیقی یا پسگام عصبی تطبیقی اشاره کرد[47-38]. در [43-38] برای سیستم‌های غیرخطی دارای عدم قطعیت تک ورودی – تک خروجی در فرم فیدبک صریح، روش‌های کنترلی پسگام فازی تطبیقی یا پسگام عصبی تطبیقی ارائه شدند. با توجه به نتایج تحقیقات انجام‌شده بر روی سیستم‌های غیرخطی تک ورودی – تک خروجی دارای عدم قطعیت، در [44, 45] روش‌های کنترل پسگام فازی تطبیقی یا عصبی تطبیقی برای سیستم‌های غیرخطی چند ورودی – چند خروجی دارای عدم قطعیت ارائه شدند. همچنین در [46, 47] برای سیستم‌های دارای عدم قطعیت مقیاس بزرگ روش کنترلی پسگام فازی تطبیقی ارائه شد. به دلیل اینکه در بسیاری از سیستم ها تمامی متغیر های حالت در دسترس نمی باشند ، مشاهده گر های حالت مختلفی برای اینگونه از سیستم ها طراحی شدند. در[53-48] برای سیستم های غیرخطی دارای عدم قطعیت تک ورودی – تک خروجی، کنترل کننده با استفاده از فیدبک خروجی طراحی شده است. و همچنین در [54, 55] برای دسته ای از سیستم های غیرخطی دارای عدم قطعیت چند ورودی – چند خروجی کنترل بر اساس فیدبک خروجی انجام گرفته است. در [56] هم کنترل بر اساس فیدبک خروجی برای سیستم های غیرخطی مقیاس بزرگ دارای عدم قطعیت ارائه شده است. با این وجود در اکثر مقالات ارائه شده برای کنترل سیستم گوی و میله، از همه متغیرهای حالت فیدبک گرفته شده است که در عمل در این سیستم، همه متغیر های حالت در دسترس نمی‌باشند و می بایست حتما از یک مشاهده‌گر استفاده و یا فقط از متغیرهای حالتی فیدبک گرفته شود که در دسترس باشند. از جمله کارهایی که در طراحی مشاهده‌گر برای سیستم گوی و میله استفاده شده است می توان به [۵۷-۶۰] اشاره کرد. در [۵۸] مشاهده‌گر طراحی شده عملکرد خوبی دارد ولی در هنگام کنترل سیستم از سیستم تقریبی ارائه شده در [۱] استفاده شده است و از برخی از دینامیک های سیستم صرف نظر شده است که امر مطلوبی نمی‌باشد و همچنین به دلیل اینکه درجه نسبی سیستم گوی و میله خوش تعریف

نمی‌باشد، روش ارائه شده در [۵۷] را نیز نمی‌توان بر روی این سیستم پیاده سازی کرد.

۱-۳- مروری بر ساختار پایان‌نامه

در ادامه، فصل‌های دیگر این پایان‌نامه به‌صورت زیر تنظیم شده است:

در فصل دوم معادلات سیستم گوی و میله با روش های لاگرانژ و نیوتون به دست خواهد آمد و همچنین معادلات سیستم به فرم حالت نمایش داده می‌شوند. در ادامه در فصل سوم یک مشاهده گر غیرخطی برای سیستم طراحی شده و آن دسته ای از متغیرهای حالت که در حالت عادی در دسترس نبودند تخمین زده شده و در فصل های بعدی از آن برای کنترل سیستم استفاده خواهد شد. در فصل چهارم روش کنترل پسگام معرفی خواهد شد و ازآنجایی‌که این روش به‌طورمعمول بر روی سیستم گوی و میله قابل پیاده‌سازی نیست، در این فصل روشی مخصوص دسته‌ای خاص از سیستم‌ها معرفی می‌شود که سیستم گوی و میله نیز در آن دسته می‌باشد. سپس این روش بر روی سیستم گوی و میله اعمال‌شده و قانون کنترل پسگام به دست می‌آید. در انتها هم کارآمد بودن روش انجام‌شده به‌وسیله شبیه‌سازی موردبررسی قرار می‌گیرد. در فصل پنجم ابتدا در مورد روش کنترلی فازی تطبیقی کمی بحث خواهد شد. به دلیل وجود قطعیت عدم در دینامیک‌های مدل، در این فصل از سیستم فازی تطبیقی برای تقریب دینامیک‌های سیستم استفاده می‌شود. ابتدا کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم برای سیستم گوی و میله طراحی‌شده و قوانین تطبیق نیز از طریق نظریه لیاپانوف به دست می‌آیند. در انتهای این فصل هم شبیه‌سازی انجام شده و نتایج با روش فازی تطبیقی سطح لغزشی مقایسه خواهد شد. در فصل ششم روش پسگام فازی تطبیقی مستقیم ارائه خواهد شد و ورودی کنترل به‌وسیله سیستم فازی تطبیقی به گونه تقریب زده خواهد شد که عملکرد مطلوب از سیستم به دست آید و ورودی مرجع موردنظر را دنبال کند. پایداری روش مذکور نیز از طریق نظریه لیاپانوف اثبات شده است و قواعد تطبیق نیز از همین روش به دست می‌آید.در انتهای فصل روش به‌دست‌آمده شبیه‌سازی و موردبررسی قرار

خواهد گرفت و همچنین نتایج این روش با یک روش موجود مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در فصل آخر هم یک نتیجه‌گیری کلی از کارهای انجام‌شده در این پایان‌نامه و همچنین یکسری پیشنهادهایی برای ادامه کار و یا بهبود روش فعلی ارائه شده است.

فصل ۲:معادلات سیستم

۲-۱- مقدمه

در این بخش معادلات دینامیکی سیستم گوی و میله با استفاده از معادلات لاگرانژ و قانون دوم نیوتون ارائه می‌شود [۶۱]. پارامترهای استاندارد سیستم بدون در نظر گرفتن اصطکاک و سایر نیروهای تأثیرگذار به‌صورت زیر در نظر گرفته‌شده است.

J_b: ممان اینرسی میله

J: ممان اینرسی گوی

M : جرم گوی

R : شعاع گوی

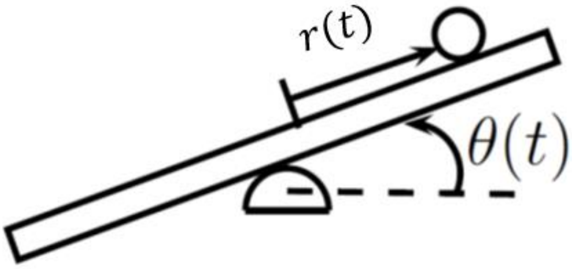
g : ثابت گرانش زمین

r : موقعیت گوی

θ : زاویه میله

۲-۲- مدل‌سازی سیستم با استفاده از معادلات لاگرانژ

روش لاگرانژ یک رویکرد مبتنی بر انرژی برای دستیابی به معادلات حرکتی سیستم‌های دینامیکی می‌باشد. این روش به دلیل عدم استفاده از بردارها، روش مناسبی می‌باشد به همین دلیل بسیاری از سیستم‌های پیچیده اغلب از همین روش مورد تجزیه و تحلیل قرارگرفته‌اند. سیستم گوی و میله به‌صورت خلاصه در شکل (۲-۱) در نظر گرفته‌شده است.



شکل (۲-۱) سیستم گوی و میله

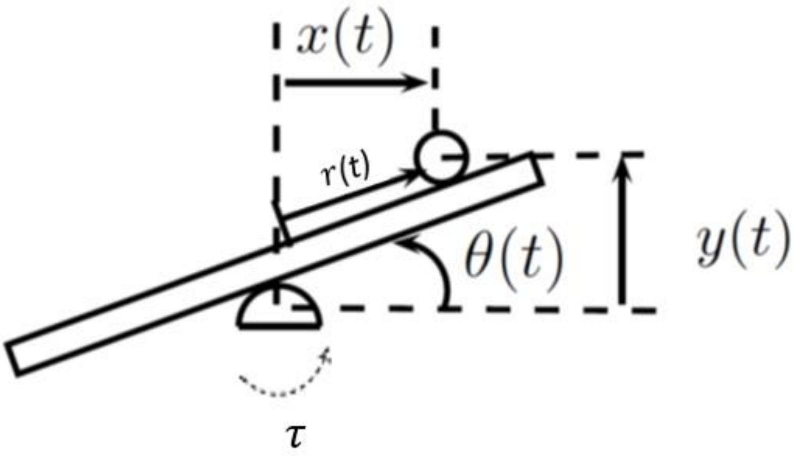
گوی بر روی میله تحت نیروی گرانش بدون داشتن لغزش می‌غلتد. میله با یک گشتاور خارجی برای کنترل موقعیت توپ بر روی میله کج و راست می‌شود. ابتدا یک مجموعه متغیر که کل سیستم را توصیف می‌کند به‌صورت زیر در نظر گرفته‌شده است.

$$q(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} \tag{۲-۱}$$

که در آن $r(t)$ نشان‌دهنده موقعیت توپ و $\theta(t)$ بیانگر زاویه میله می‌باشد. تابع لاگرانژ سیستم به‌صورت زیر می‌باشد

$$L = K - U \tag{۲-۲}$$

که در آن K انرژی جنبشی و U انرژی پتانسیلی سیستم می‌باشد. به‌منظور تسهیل در به دست آوردن K و U مختصات دکارتی $x(t)$ و $y(t)$ به‌صورت شکل (۲-۲) در نظر گرفته‌شده است.



شکل (۲-۲) مختصات دکارتی و مختصات تعمیم‌یافته

انرژی جنبشی میله به‌صورت زیر می‌باشد.

$$K_1 = \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}^2 \quad (۲-۳)$$

انرژی جنبشی گوی به‌صورت زیر است.

$$K_2 = \frac{1}{2} J \dot{\theta}_B{}^2 + \frac{1}{2} M v_b^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (۲-۴)$$

که در آن $\dot{\theta}_B$ سرعت چرخشی گوی و v_b سرعت خطی گوی می‌باشد. متغیر $\dot{\theta}_B$به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{\theta}_B = \frac{\dot{r}}{R} \quad (۲-۵)$$

که در آن r موقعیت گوی بر روی میله و R شعاع گوی می‌باشد. همچنین v_b به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$v_b^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \quad (۲-۶)$$

$$x = r\cos\theta \quad (۲-۷)$$

$$\dot{x} = \dot{r}\cos\theta - r\dot{\theta}\sin\theta \quad (۲-۸)$$

$$\dot{x}^2 = \dot{r}^2\cos^2\theta - 2r\dot{r}\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta + r^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta \quad (۲-۹)$$

$$y = r\sin\theta \quad (۲-۱۰)$$

$$\dot{y} = \dot{r}\sin\theta + r\dot{\theta}\cos\theta \quad (۲-۱۱)$$

$$\dot{y}^2 = \dot{r}^2\sin^2\theta + 2r\dot{r}\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta + r^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta \quad (۲-۱۲)$$

با جایگذاری (۲-۹) و (۲-۱۲) در (۲-۶) نتیجه می‌شود:

$$v_b^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 \quad (۲-۱۳)$$

با جایگذاری (۲-۵) و (۲-۱۳) در (۲-۴)، انرژی جنبشی گوی به‌صورت زیر خواهد شد:

$$K_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{J}{R^2} + M\right)\dot{r}^2 + \frac{1}{2}(Mr^2 + J)\dot{\theta}^2 \quad (۲-۱۴)$$

انرژی پتانسیل سیستم به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$U = Mgr\sin\theta \qquad (۱۵-۲)$$

با جایگذاری (۲-۳)، (۲-۱۴) و (۲-۱۵) در (۲-۲) معادله لاگرانژ سیستم به‌صورت زیر خواهد شد

$$L = \frac{1}{2}(\frac{J}{R^2} + M)\dot{r}^2 + \frac{1}{2}(Mr^2 + J_b + J)\dot{\theta}^2 - Mgr\sin\theta \qquad (۱۶-۲)$$

معادله اول لانگرانژ به‌صورت زیر به دست می‌آید

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}}) - \frac{\partial L}{\partial r} = 0 \qquad (۱۷-۲)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = (\frac{J}{R^2} + M)\dot{r} \qquad (۱۸-۲)$$

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}}) = (\frac{J}{R^2} + M)\ddot{r} \qquad (۱۹-۲)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r} = Mr\dot{\theta}^2 - Mg\sin\theta \qquad (۲۰-۲)$$

با جایگذاری (۲-۱۸) تا (۲-۲۰) در (۲-۱۷) معادله اول حرکتی سیستم گوی و میله به‌صورت زیر به دست می‌آید

$$(\frac{J}{R^2} + M)\ddot{r} + Mg\sin\theta - Mr\dot{\theta}^2 = 0 \qquad (۲۱-۲)$$

معادله دوم لاگرانژ به‌صورت زیر به دست می‌آید

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau \qquad (۲۲-۲)$$

که در آن τ گشتاور خارجی اعمالی به میله می‌باشد. با روشی مشابه معادله به‌صورت زیر خواهد شد.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = (Mr^2 + J_b + J)\dot{\theta} \qquad (۲۳-۲)$$

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}) = 2Mr\dot{r}\dot{\theta} + (Mr^2 + J_b + J)\ddot{\theta} \qquad (۲۴-۲)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -Mgr\cos\theta \qquad (۲۵-۲)$$

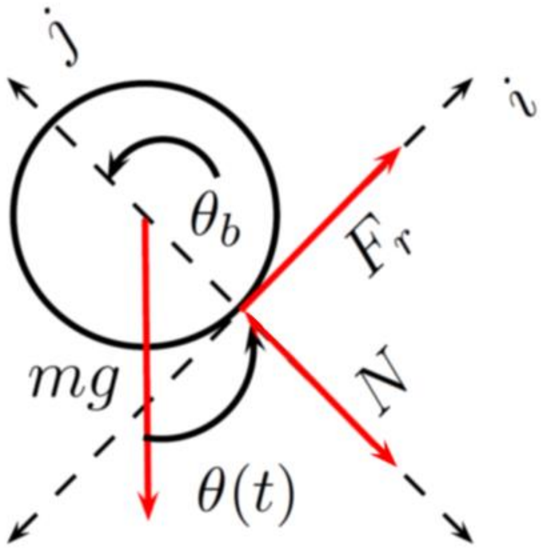
با جایگذاری (۲-۲۴) و (۲-۲۵) در (۲-۲۲) دومین معادله حرکتی سیستم گوی و میله به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$(Mr^2 + J_b + J)\ddot{\theta} + 2Mr\dot{r}\dot{\theta} + Mgr\cos\theta = \tau \qquad (۲۶-۲)$$

درنتیجه معادلات (۲-۲۱) و (۲-۲۶) معادلات حرکتی سیستم گوی و میله می‌باشند.

۲-۳- مدل‌سازی سیستم با استفاده از قانون دوم نیوتون

در این بخش معادلات حرکتی سیستم گوی و میله به روش نیوتون به دست می‌آید. دیاگرام جسم آزاد این سیستم مطابق شکل (۲-۳) می‌باشد.



شکل (۲-۳) بلوک دیاگرام جسم آزاد از چرخش گوی

در مرجع [۶۱] رابطه بین شتاب با محور چرخشی به‌صورت زیر به دست آمد.

$$a = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)i + (r\ddot{\theta} + 2\dot{\theta}\dot{r})j \quad (۲-۲۷)$$

جمع گشتاورها حول محور چرخش گوی رابطه زیر را نتیجه می‌دهد.

$$J\ddot{\theta}_b = F_r.R \quad (۲-۲۸)$$

که در آن J ممان اینرسی گوی حول مرکز آن می‌باشد. زاویه چرخش گوی حول مرکز آن θ_b از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\theta_b = -\frac{r}{R} \quad (۲-۲۹)$$

که در آن R شعاع توپ می‌باشد. با جایگذاری (۲-۲۹) در (۲-۲۸)، F_r به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$F_r = -\frac{J}{R^2}\ddot{r} \quad (۲-۳۰)$$

در ادامه به جمع نیروهای وارد بر توپ در راستای محور i پرداخته می‌شود. با استفاده از مؤلفه مرتبط

با i در رابطه شتاب نسبی که در (۲-۲۷) ذکرشده است، نتیجه به‌صورت زیر می‌شود.

$$F_r - Mg\sin\theta = M(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \tag{۲-۳۱}$$

با جایگذاری (۲-۳۰) در (۲-۳۱)، اولین معادله حرکتی سیستم گوی و میله به دست می‌آید.

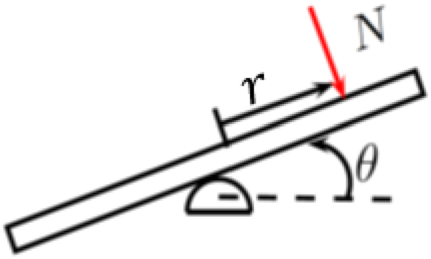
$$(\frac{J}{R^2} + M)\ddot{r} + Mg\sin\theta - Mr\dot{\theta}^2 = 0 \tag{۲-۳۲}$$

که مشابه (۲-۲۱) می‌باشد.

برای به دست آوردن دومین معادله حرکتی، می‌بایست نیروی N در شکل (۲-۳) به دست آید. با جمع نیروهای وارد بر توپ در راستای محور j رابطه زیر را نتیجه می‌دهد.

$$N = M(r\ddot{\theta} + 2\dot{\theta}\dot{r}) + Mg\cos\theta \tag{۲-۳۳}$$

دیاگرام جسم آزاد این سیستم را مطابق شکل (۲-۳)در نظر بگیرید.



شکل (۲-۴) دیاگرام جسم آزاد میله

جمع گشتاورهای وارد بر میله رابطه زیر را نتیجه می‌دهد.

$$\tau - Nr = (J_b + J)\ddot{\theta} \tag{۲-۳۴}$$

که در آن τ گشتاور خارجی اعمالی، J_b ممان اینرسی میله و J ممان اینرسی گوی می‌باشد. با جایگذاری (۲-۳۳) در رابطه (۲-۳۴) معادله دوم حرکتی سیستم گوی و میله به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$(Mr^2 + J_b + J)\ddot{\theta} + 2Mr\dot{r}\dot{\theta} + Mgr\cos\theta = \tau \tag{۲-۳۵}$$

که مشابه (۲-۲۶) می‌باشد.

اگر اثر چرخش میله در نظر گرفته نمی‌شد، عبارت $Mr\dot{\theta}^2$ در (۲-۳۲) و همچنین عبارت $2Mr\dot{r}\dot{\theta}$ در (۲-۳۵) به دست نمی‌آمدند. این عبارت‌ها برای شبیه‌سازی غیرخطی سیستم گوی و میله خیلی ضروری می‌باشند.

۲-۴- نمایش سیستم به فرم حالت

معادلات حرکتی که برای سیستم گوی و میله در روابط (۲-۳۲) و (۲-۳۵) به دست آورده شد را می‌توان به فرم معادلات حالت هم نمایش داد. ابتدا یک بردار حالت به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$x(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\\x_4(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r(t)\\\dot{r}(t)\\\theta(t)\\\dot{\theta}(t)\end{bmatrix} \qquad (۲-۳۶)$$

که متغیرهای به‌کاررفته در (۲-۳۶) به‌صورت زیر می‌باشند.

$r(t)$: موقعیت گوی بر روی میله

$\dot{r}(t)$: سرعت گوی

$\theta(t)$: زاویه میله

$\dot{\theta}(t)$: سرعت زاویه‌ای میله

این بردار حالت از حداقل مجموعه‌ی متغیرهای موردنیاز تشکیل شده است که با آن بتوان با توجه به ورودی و وضعیت فعلی متغیرها، پاسخ آینده سیستم را تعیین کرد. فرم معادلات حالت سیستم گوی و میله به‌صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=x_2\\\dot{x}_2&=b(x_1x_4^2-g\sin x_3)\\\dot{x}_3&=x_4\\\dot{x}_4&=a(\tau-2Mx_1x_2x_4-Mgx_1\cos x_3)\end{aligned} \qquad (۲-۳۷)$$

که در آن $a=\frac{1}{Mx_1^2+J+J_b}$ و $b=M(JR^{-2}+M)^{-1}$ می‌باشد.

فصل ۳: طراحی مشاهده گر سرعت برای سیستم گوی و میله

۳-۱- مقدمه

در اکثر کارهای انجام شده برای کنترل سیستم گوی و میله، از همه متغیرهای حالت فیدبک گرفته شده است اما در عمل در این سیستم، همه متغیر های حالت در دسترس نمی‌باشند و می بایست حتما از یک مشاهده‌گر استفاده شود و یا فقط از متغیرهای حالتی فیدبک گرفته شود که در دسترس باشند.

در کلیهٔ روشهای طراحی کنترل‌کننده فیدبک حالت فرض براین است که تمام متغیرهای حالت در دسترس می باشند. درصورتی که در عمل برای اندازه گیری هر یک از متغیرهای حالت لازمست یک سنسور و سیستم اندازه گیری تعبیه نمود که مستلزم هزینه زیادی است.

به‌عنوان مثال در معادلات حالت سیستم خطی زیر:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{۳-۱}$$

تنها برخی از متغیرهای حالت و یا ترکیب خطی آنها اندازه گیری می شوند و یا در فرم کلاسیک تنها فیدبک خروجی در دسترس است. بدین ترتیب به نظر می رسد که کاربرد فیدبک حالت بشدت تحت الشعاع قرار می گیرد. اما این مشکل در بسیاری از مواقع قابل حل است. راه حل منطقی آن، تخمین متغیرهای حالت توسط ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم است که در صورتی که سیستم رؤیت پذیر باشد. این عملیات تخمین توسط سیستم دینامیکی بنام "رؤیتگر حالت" صورت می پذیرد، که ورودی این سیستم دینامیکی جدید، خروجی سیستم اصلی است و خروجی رؤیتگر، متغیرهای حالت تخمین زده شده می باشند. دراینصورت امکان استفادهٔ عمومی از فیدبک حالت حتی در مواردی که کلیهٔ متغیرهای حالت اندازه گیری نشود امکان پذیر است. با اینکه تئوری تخمین متغیرهای حالت با انگیزهٔ استفاده در فیدبک حالت بسط داده شده است، امّا استفاده از این تئوری به این کاربرد محدود نشده و امروزه در بسیاری از کاربردهای مهندسی نظیر پیش بینی وقوع خطا و جبرانسازی آن مورد استفاده قرار گرفته است [۶۲].

۳-۲- طراحی مشاهده گر سرعت غیرخطی

در این بخش، مشاهده‌گر سرعت غیرخطی برای سیستم گوی و میله طراحی خواهد شد. از متغیرهای حالت تخمین زده شده در این قسمت، در فصل های بعدی برای کنترل سیستم گوی و میله استفاده خواهد شد. ابتدا معادلات سیستم گوی و میله در نظر گرفته می شود که به صورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= b(x_1 x_4^2 - g\sin x_3) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= a(\tau - 2Mx_1x_2x_4 - Mgx_1\cos x_3) \end{aligned} \qquad (۳-۲)$$

متغیرهای حالت x_1 و x_3 در دسترس می‌باشند و هدف از طراحی مشاهده‌گر، تخمین متغیرهای حالت x_2 و x_4 می‌باشد. در ابتدا سطر اول و سوم رابطه (۳-۲) می بایست به‌صورت زیر مرتب شوند:

$$\dot{X}_1 = X_2 \qquad (۳-۳)$$

که در آن $X_1 = [x_1, x_3]$ و $X_2 = [x_2, x_4]$ می‌باشند. با توجه به [۶۳] و [۶۴]، می بایست فرض زیر همواره برقرار باشد:

$$\begin{aligned} \|X_2\| &\le \zeta_1 \\ \|\dot{X}_2\| &\le \zeta_2 \\ \|\ddot{X}_2\| &\le \zeta_3 \end{aligned} \qquad (۳-۴)$$

که در آن ζ_1 ، ζ_2 و ζ_3 پارامترهای مثبت می باشند. فرض (۳-۴) با توجه به روش کنترلی ارائه شده با ورودی کنترل محدود همواره برقرار است که این روش کنترلی در فصل بعد ارائه خواهد شد.

بنابراین بردار خطای تخمین X_1 که قابل محاسبه می باشد، به صورت زیر تعریف می شود

$$\tilde{X}_1 := [\tilde{x}_1 \quad \tilde{x}_3]^T = X_1 - \hat{X}_1 \qquad (۳-۵)$$

که در آن $\hat{X}_1$ تخمین X_1 می‌باشد که توسط مشاهده‌گر غیرخطی زیر به دست می‌آید.

$$\dot{\hat{X}}_1 = \hat{X}_2 \qquad (۳-۶)$$

بردار تخمین X_2 یعنی $\hat{X}_2 = [\hat{x}_2, \hat{x}_4]^T \in R^{2\times1}$ بر طبق [۶۳] و [۶۴] به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\dot{\hat{X}}_2 = -(K_s + \alpha_s)\hat{X}_2 + \Gamma_s sgn(\tilde{X}_1) + \alpha_s K_s \tilde{X}_1 \qquad (۳-۷)$$

که در آن $K_s, \alpha_s, \Gamma_s \in R^{2\times 2}$ به صورت ماتریس های قطری می‌باشند که درایه‌های قطر اصلی آن ها یک عدد ثابت مثبت می‌باشد که با K_{si} و α_{si}, Γ_{si} نشان داده می‌شوند و همچنین $sgn(\tilde{X}_1)$ یک تابع علامت استاندارد می‌باشد که به تمام درایه‌های ماتریس اعمال می‌شود. در نتیجه معادله خطا بین (۳-۳) و (۳-۶) به صورت زیر بیان می‌شود

$$\dot{\tilde{X}}_1 = \tilde{X}_2 \qquad (۳-۸)$$

که در آن $\tilde{X}_2 := [\tilde{x}_2 \quad \tilde{x}_4]^T = X_2 - \hat{X}_2$ می‌باشد. برای به دست آوردن یک خطای تخمین فیلتر شده داریم:

$$s = \dot{\tilde{X}}_1 + \alpha_s \tilde{X}_1 \qquad (۳-۹)$$

که s از رابطه زیر نتیجه می‌شود

$$\dot{s} = \eta - K_s s - sgn(\tilde{X}_1) \qquad (۳-۱۰)$$

که در آن $\eta := [\eta_1 \quad \eta_2]^T \in R^{2\times 1}$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\eta = \dot{X}_2 + (K_s + \alpha_s)X_2 \qquad (۳-۱۱)$$

محدود بودن X_2 و $\dot{X}_2$ منجر به روابط زیر می‌شود

$$\begin{aligned} ||\eta(.)|| &\le \zeta_4 \\ ||\dot{\eta}(.)|| &\le \zeta_5 \end{aligned} \qquad (۳-۱۲)$$

که در آن ζ_4 و ζ_5 اعداد ثابت مثبت می‌باشند. در ادامه پایداری مشاهده‌گر غیرخطی طراحی شده (۳-۶) و (۳-۷) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۳- اثبات پایداری مشاهده گر سرعت غیرخطی

قضیه: برای سیستم گوی و میله که با معادله (۳-۲) نشان داده شده است، تا زمانی که درایه های قطر اصلی ماتریس Γ_s شرط زیر را برآورده سازند

$$\Gamma_{si} \geq \zeta_4 + \frac{1}{\alpha_{si}}\zeta_5 \quad i = 1,2 \tag{۳-۱۳}$$

همواره $\tilde{X}_2$ و $\dot{\tilde{X}}_2$ محدود هستند و همچنین صفر شدن مجانبی $\tilde{X}_2$ تضمین می‌شود. قابل ذکر است که ζ_4 و ζ_5 موجود در رابطه (۳-۱۳)، در (۳-۱۲) تعریف شده اند.

اثبات:

تابع لیاپانوف به صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$V = \frac{1}{2}s^T s \tag{۳-۱۴}$$

همانطور که مشخص است (۳-۱۴) مثبت معین می‌باشد. پس از مشتق گرفتن از (۳-۱۴) و جایگذاری دینامیک خطای سیستم که در (۳-۱۰) به دست آمد، رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$\dot{V} = -s^T K_s s + \left(\dot{\tilde{X}}_1 + \alpha_s \tilde{X}_1\right)^T . \{\eta - sgn(\tilde{X}_1)\} \tag{۳-۱۵}$$

با انجام عملیاتی مشابه آنچه که در [۶۳] و [۶۵] ذکر شده‌اند، انتگرال رابطه (۳-۱۵) با استفاده از (۳-۱۳) به صورت زیر خواهد شد

$$V(t) \leq V(t_0) - \int_{t_0}^{t} sK_s s(\tau)d\tau + \sigma \tag{۳-۱۶}$$

که در آن $\sigma = -\tilde{X}_1(t_0)^T\eta(t_0) + \Gamma_s|\tilde{X}_1(t_0)|$ یک عدد ثابت می‌باشد. با توجه به رابطه (۳-۱۶) نتیجه می‌شود که $s \in L_2$ می‌باشد. از طرفی با توجه به اینکه $s \in L_\infty$ است، با استفاده از روابط (۳-۵) و (۳-۹) می‌توان نشان داد

$$\tilde{X}_1, \dot{\tilde{X}}_1, \hat{X}_1, \dot{\hat{X}}_1 \in L_\infty \tag{۳-۱۷}$$

در نتیجه با توجه به (۳-۶) و (۳-۷) داریم:

$$\hat{X}_2, \dot{\hat{X}}_2 \in L_\infty \tag{۳-۱۸}$$

بر اساس (۳-۴)، عبارات (۳-۱۰) و (۳-۱۱) نشان می‌دهند که

$$\eta, \dot{\eta}, \dot{s} \in L_\infty \tag{۳-۱۹}$$

با توجه به اینکه $s, \dot{s} \in L_\infty$ و همچنین $s \in L_2$، با استفاده از لم باربالات[۳] می‌توان نشان داد:

$$\|s\| \to 0 \quad as \quad t \to \infty \tag{۳-۲۰}$$

بنابراین، با استفاده از آنالیز خطی استاندارد می‌توان نشان داد

$$\|\tilde{X}_1\| \to 0 \quad , \quad \left\|\dot{\tilde{X}}_1\right\| \to 0 \quad as \quad t \to \infty \tag{۳-۲۱}$$

در نتیجه با توجه با (۳-۵) و (۳-۸) می‌توان نشان داد که در نهایت $\hat{X}_1$ به X_1 و همچنین $\hat{X}_2$ به X_2 همگرا می‌شوند.

۳-۴- شبیه سازی مشاهده گر سرعت غیرخطی

جهت بررسی عملکرد مشاهده‌گر سرعت غیرخطی، این مشاهده‌گر را بر روی سیستم گوی و میله شبیه‌سازی کرده و در ادامه موردبررسی قرار می‌گیرد. مقادیر پارامترهای مورداستفاده در مشاهده‌گر در جدول (۳-۱) درج شده است.

جدول (۳-۱) پارامترهای موردنیاز مشاهده گر

پارامترهای بخش مشاهده گر	مقدار
K_s	$\begin{bmatrix} 500 & 0 \\ 0 & 500 \end{bmatrix}$
α_s	$\begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$
Γ_s	$\begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$

در ادامه شرایط اولیه متغیرهای حالت سیستم اصلی و مشاهده‌گر به‌صورت زیر در نظر گرفته شده اند. لازم به ذکر است که مقادیر موجود در شرایط اولیه برای هر متغیر حالت، به ترتیب بر حسب متر، متر بر ثانیه، رادیان و رادیان بر ثانیه، زمان کل شبیه سازی در این بخش برابر با ۰,۵ ثانیه و همچنین برای از بین بردن پدیده چترینگ ،به جای تابع $sgn(\tilde{X}_1)$ در (۳-۷) از تابع $sat\left(\frac{\tilde{X}_1}{0.1}\right)$ استفاده شده است.

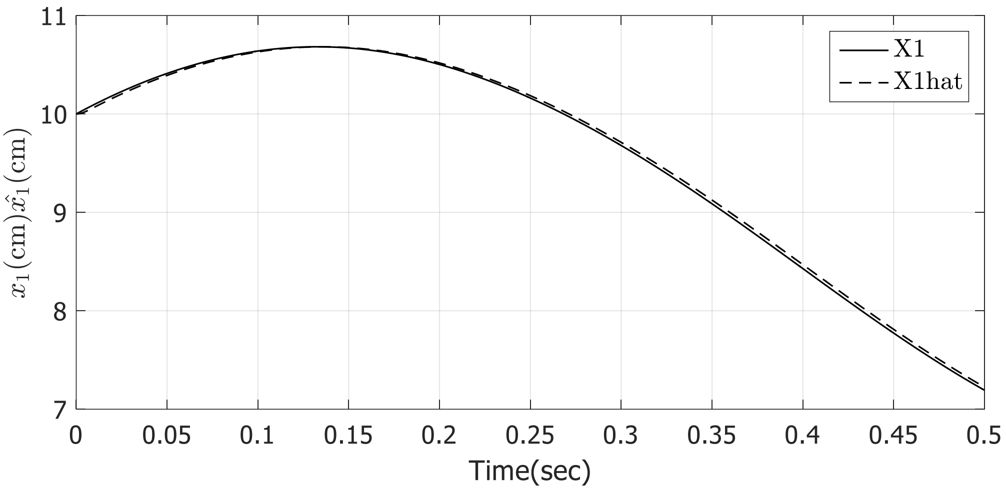
$$\mathrm{X}(0) = [0.1\ 0.1\ 0.1\ 0.1] \tag{۳-۲۲}$$

$$\hat{\mathrm{X}}(0) = [0.1\ 0\ 0.1\ 0] \tag{۳-۲۳}$$

در این بخش ورودی کنترل سیستم به صورت زیر در نظر گرفته شده است .

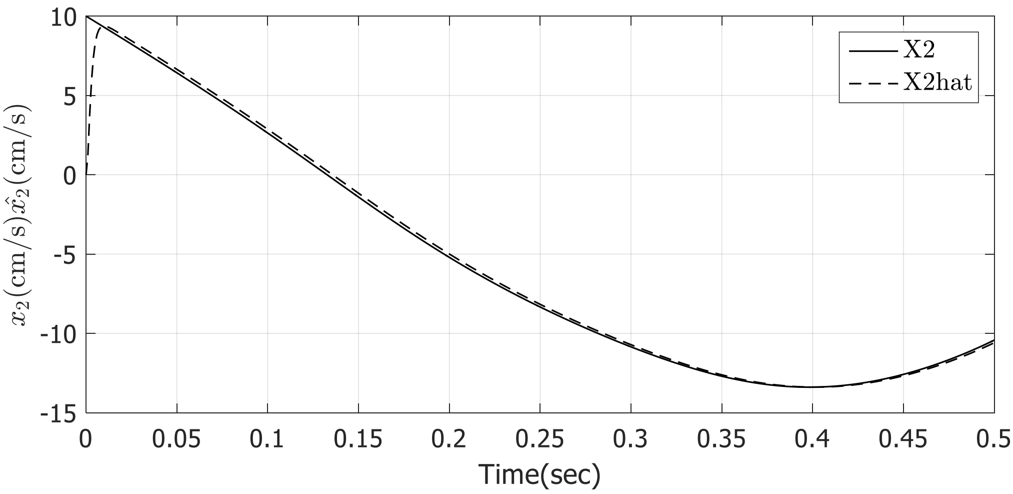
$$\tau = 0.1\sin(10\pi t) \quad (۲۴\text{-}۳)$$

پس از شبیه‌سازی، در شکل (۳-۱) موقعیت گوی برحسب سانتی‌متر، در شکل (۳-۲) سرعت گوی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه، در شکل (۳-۳) زاویه میله برحسب درجه، در شکل (۳-۴) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه و در شکل (۳-۵) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی‌نیوتون متر نشان داده‌شده است.



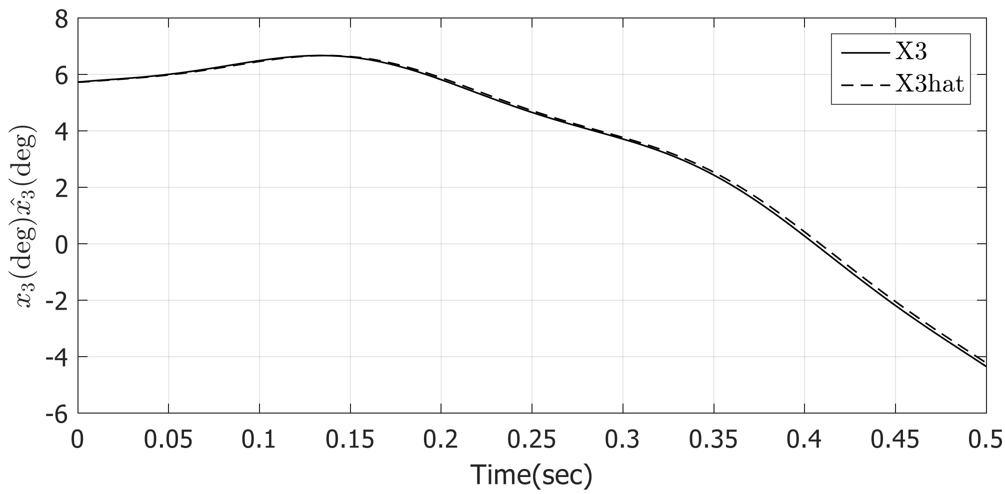
شکل (۳-۱) موقعیت گوی برحسب سانتی‌متر

همانطور که در شکل (۳-۱) مشخص می باشد x_1 و $\hat{x}_1$ هر دو از موقعیت ۱۰ سانتی متر حرکت خود را آغاز کرده کامل بر هم منطبق می‌باشند.



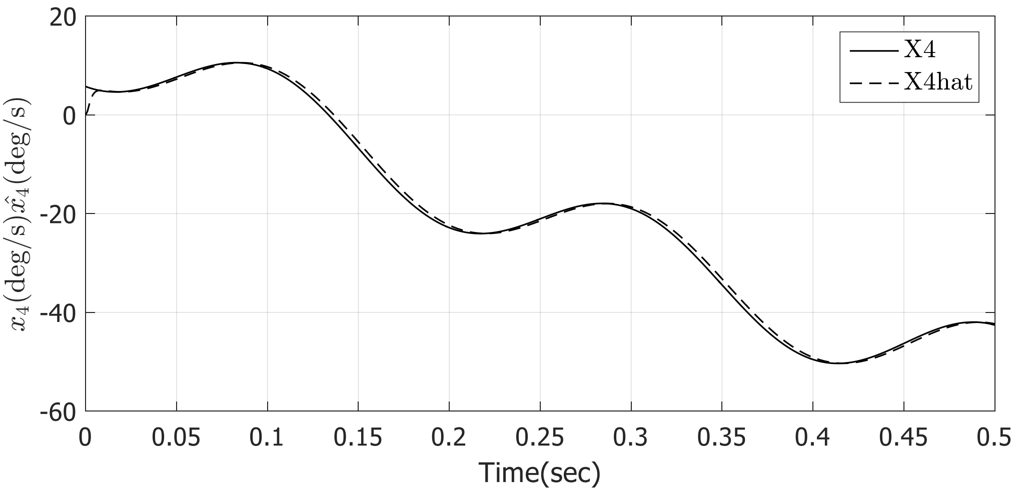
شکل (۳-۲) سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه

با توجه به شکل (۳-۲) مشخص می باشد که x_2 و $\hat{x}_2$ به ترتیب از سرعت ۱۰ و ۰ سانتی متر بر ثانیه آغاز شده اند و پس گذشت زمان خیلی کوتاهی، $\hat{x}_2$ به x_2 همگرا شده است و در ادامه به خوبی آن را دنبال می کند.



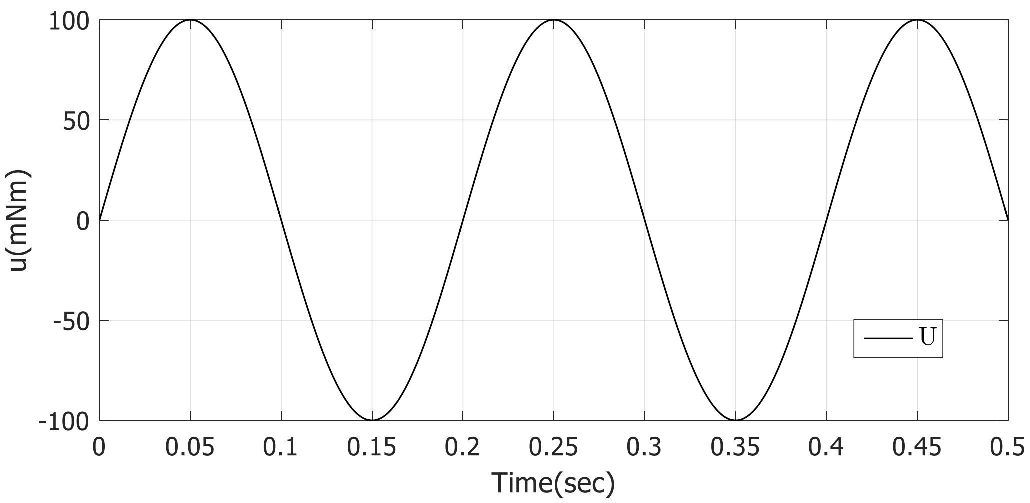
شکل (۳-۳) زاویه میله برحسب درجه

به دلیل انکه شرایط اولیه x_3 و $\hat{x}_3$، هر دو یکسان بوده اند در شکل (۳-۳) مشخص می باشد که x_3 و $\hat{x}_3$ از یک نقطه شروع شده اند و در ادامه به خوبی بر هم منطبق می باشند.



شکل (۳-۴) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه

در شکل (۳-۴) متغیرهای حالت x_4 و $\hat{x}_4$ نشان داده شده اند و همانطور که مشخص است ابتدا از دو نقطه متفاوت آغاز شده اند و پس از گذشت مدت زمان کوتاهی $\hat{x}_4$ به x_4 همگرا شده و در ادامه به خوبی آن را دنبال می‌کند.



شکل (۳-۵) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر

در شکل (۳-۵) هم سیگنال کنترلی نشان داده شده است که با رابطه (۳-۲۴) مشخص شده است.

فصل ۴:
کنترل پسگام برای سیستم گوی و میله

۴-۱- مقدمه

در تئوری کنترل، روش پسگام تکنیکی است که در طی سال‌های ۱۹۹۰ توسط پیتر کوتوویچ و همکارانش برای طراحی کنترل‌های پایدارکننده جهت کلاس خاصی از سیستم‌های پویای غیرخطی توسعه یافته است[۶۶]. این سیستم‌ها از زیرسیستم‌هایی ساخته‌شده‌اند که از یک زیرسیستم غیرقابل‌تقلیل که می‌تواند با استفاده از روش‌های دیگر پایدار شود، ایجاد می‌شوند. به دلیل وجود این ساختار بازگشتی، طراح می‌تواند فرایند طراحی را از سیستمی که می‌داند پایدار است شروع کند و بعد به کنترل‌کننده‌های جدیدی که هریک زیرسیستم قبلی را پایدار می‌کنند بپردازد (بازگشت به عقب). این فرایند زمانی که به کنترل نهایی برسیم، به پایان می‌رسد. بنابراین، این فرایند را با نام پسگام نام‌گذاری می‌کنند. روش پسگام یک روش بازگشتی برای پایدارسازی مبدأ یک سیستم در قالب بازخوردی صریح، ارائه می‌کند.

۴-۲- روش پسگام برای سیستم‌های غیرخطی خطی ناپذیر فیدبکی

معادلات سیستم گوی و میله به‌گونه‌ای می‌باشد که از روش متداول پسگام برای این سیستم نمی‌توان استفاده کرد و می‌بایست کمی تغییر در آن ایجاد شود. در [۴] با توسعه روش کنترل پسگام، یک روشی برای کنترل سیستم‌های غیرخطی که قابلیت خطی سازی فیدبکی ورودی خروجی ندارند، ارائه شد. در این فصل با اعمال این روش بر روی سیستم گوی و میله کارایی آن بررسی می‌شود.

۴-۲-۱- طراحی کنترل‌کننده پسگام

در بسیاری از سیستم‌های عملی به دلیل وجود یک صفر ناپایدار یا به دلیل خوش‌تعریف نبودن درجه نسبی سیستم، روش خطی سازی فیدبکی بر روی این‌گونه از سیستم‌ها قابل‌اعمال نمی‌باشد. سیستم غیرخطی زیر در نظر گرفته می‌شود[۴]

$$\dot{x} = F_1(x,\bar{z}) + F_2(x,\bar{z})g(z_1) \tag{۴-۱}$$

$$\dot{z} = L_1(z) + L_2(z)u \tag{۴-۲}$$

$$\mathrm{y} = x_1 \tag{۴-۳}$$

که در آن $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ و $z = [z_1, z_2, \dots, z_m]^T = [z_1, \bar{z}]^T$ متغیرهای حالت سیستم یا به‌عبارتی $\bar{z}$ شامل همه متغیرهای حالت z به جز z_1 است، u ورودی کنترل، $L_1(z)$ و $L_2(z)$ توابع غیرخطی از متغیرهای حالت z و همچنین $F_1(x,\bar{z})$ و $F_2(x,\bar{z})$ به‌صورت زیر می‌باشند:

$$F_1(x,\bar{z}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ f_1(x,\bar{z}) \end{bmatrix} \tag{۴-۴}$$

$$F_2(x,\bar{z}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ f_2(x,\bar{z}) \end{bmatrix} \tag{۴-۵}$$

که در آن f_1 ، f_2 و g توابع اسکالر هموار و $y \in R$ هم خروجی سیستم می‌باشد. هدف کنترلی بدین‌صورت می‌باشد که u به‌گونه‌ای طراحی شود تا خروجی y به‌صورت مجانبی خروجی هدف $y_d(t)$ را دنبال کند.

$$\lim_{t\to\infty}\big(y(t) - y_d(t)\big) = 0 \tag{۴-۶}$$

در ادامه فرضیات زیر مورداستفاده قرار می‌گیرند.

فرض ۱: سیستم (۴-۲) با ورودی کنترل u و خروجی z_1 به‌صورت فیدبکی خطی پذیر ورودی خروجی باشد.

فرض ۲: تابع $f_2(x,z)$ غیرصفر و $\frac{dg}{dv}(v)$ برای همه $x \in \mathbb{R}^n$، $z \in \mathbb{R}^m$ و $v \in \mathbb{R}$ محدود می باشد.

فرض ۳: تابع $g(.)$ در محدوده موردنظر معکوس‌پذیر است.

هدف این بخش طراحی ورودی کنترل به روش پسگام برای دستیابی به اهداف کنترلی سیستم می‌باشد. ایده اصلی به‌صورت خلاصه در ادامه مطرح می‌شود. ابتدا، از دینامیک زیرسیستم (۴-۲) صرف‌نظر

می‌شود و $\bar{z}$ به‌صورت اغتشاش نامطلوب در نظر گرفته شده و همچنین z_1 به‌صورت ورودی برای زیرسیستم (۴-۱) در نظر گرفته می‌شود. در ادامه z_1 به‌گونه‌ای درنظرگرفته می‌شود که اثر دینامیک‌های نامطلوب را حذف کرده و هدف کنترلی (۴-۶) را هم برآورده کند و آن z_{1d} نامیده می‌شود. در گام بعدی، بر اساس z_{1d} ساخته شده به دنبال یک ورودی کنترل مجازی گشته تا شرط زیر را برآورده کند

$$\lim_{t\to\infty}\left(z_1\,(t)-z_{1d}(t)\right)=0 \tag{۴-۷}$$

و این روند به همین ترتیب ادامه پیدا می کند تا در نهایت ورودی کنترل u به‌گونه‌ای طراحی شود تا شرط (۴-۷) را برآورده سازد. در ادامه تابع لیاپانوف برای z_{1d} و u ارائه می‌شود، درنتیجه پایداری سیستم حلقه بسته تضمین می‌شود.

۴-۲-۲- گام اول طراحی کنترل‌کننده

سیستم (۴-۱) با خروجی (۴-۳) را در نظر بگیرید. $y_d(t)$ مسیر مطلوب می‌باشد که می‌بایست توسط $y(t)$ ردگیری شود. با تعریف خطای ردیابی به‌صورت $e=[e_1,e_2,\dots,e_n]^T$ داریم

$$\begin{aligned}
&e_1 := \; y-y_d = x_1-y_d\\
&e_2 := \dot{e}_1 = \dot{x}_1-\dot{y}_d = x_2-\dot{y}_d\\
&e_3 := \dot{e}_2 = \dot{x}_1-\ddot{y}_d = x_3-\ddot{y}_d\\
&\vdots\\
&e_n := \dot{e}_{n-1} = \dot{x}_{n-1}-y_d^{(n-1)}
\end{aligned} \tag{۴-۸}$$

درنتیجه داریم

$$\dot{e}_n=\dot{x}_n-y_d^{(n)}=f_1(x,\bar{z})+f_2(x,\bar{z})g(z_1)-y_d^{(n)} \tag{۴-۹}$$

با توجه به فرضیات ۲ و ۳، برای معادلات خطا (۴-۸) و (۴-۹) ورودی زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$z_{1d} := g^{-1}\left(\frac{1}{f_2(x,\bar{z})}\left[-f_1(x,\bar{z})+y_d^{(n)}-\sum_{i=1}^{n}c_ie_i\right]\right) \tag{۴-۱۰}$$

که در آن ثابت‌های c_i، $i=1,\dots,n$، در ادامه تعیین می‌شوند. تحت شرط زیر

$$z_1 = z_{1d} \tag{۱۱-۴}$$

زیرسیستم (۲-۲۴) و (۲-۲۶) در فرم کانونیکال به‌صورت زیر خواهد شد

$$\dot{e} = Ce \tag{۱۲-۴}$$

که در آن

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 & -c_2 & \dots & -c_n \end{bmatrix} \tag{۱۳-۴}$$

با انتخاب مناسب ثابت‌های c_i $i = 1, \dots, n$ می‌توان ماتریس C را هرویتز کرد. در این قسمت برای هر ماتریس معین مثبت Q، تابع زیر

$$C^T P + PC = -Q \tag{۱۴-۴}$$

یک پاسخ معین مثبت منحصربه‌فرد دارد. تابع لیاپانوف به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$V_1(e) = e^T P e \tag{۱۵-۴}$$

که در آن P حل معادله (۴-۱۴) می‌باشد. همچنین مشتق تابع لیاپانوف برای $e \neq 0$ نیز منفی می‌باشد.

$$\dot{V}_1 = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} = e^T (C^T P + PC) e = -e^T Q e < 0 \tag{۱۶-۴}$$

۴-۲-۳- گام دوم طراحی کنترل‌کننده

در این بخش، زیرسیستم (۴-۲) را در نظر گرفته و تلاش می‌شود تا یک سیگنال کنترلی u به‌گونه‌ای طراحی شود تا z_1 به‌صورت مجانبی به z_{1d} همگرا شود. با توجه به فرض ۱ می‌توان یک تغییر مختصات غیرخطی به‌صورت زیر در نظر گرفت

$$\xi = \Phi(z) \tag{۱۷-۴}$$

که در آن $\xi_1 = z_1$ می‌باشد. درنتیجه در مختصات ξ، زیرسیستم (۴-۲) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\
\dot{\xi}_2 &= \xi_3 \\
&\vdots \\
\dot{\xi}_{m-1} &= \xi_m \\
\dot{\xi}_m &= v
\end{aligned} \tag{۱۸-۴}$$

که در آن v یک ورودی جدید به صورت $u = \alpha(\xi) + \beta(\xi)v$ می‌باشد. برای سادگی در نمایش ζ_i را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\zeta_i := \xi_i - \xi_{id} \qquad i = 1,2, \dots, m \tag{۱۹-۴}$$

که در آن

$$\xi_{1d} = z_{1d} \tag{۲۰-۴}$$

که در (۴-۱۰) به دست آمد. در [۴] با روش لیاپانوف اثبات شد که ξ_{id} به ازای $i = 2,4, \dots, m$ به صورت زیر به دست می‌آیند

$$\xi_{2d} = \dot{\xi}_{1d} - k_1\zeta_1 - \frac{1}{\gamma_1}\frac{\partial V_1}{\partial e_n}(e)f_2(x,\bar{z})\frac{g(\xi_1) - g(\xi_{1d})}{\xi_1 - \xi_{1d}} \tag{۲۱-۴}$$

$$\xi_{id} = \dot{\xi}_{(i-1)d} - k_{i-1}\zeta_{i-1} - \frac{\gamma_{i-2}}{\gamma_{i-1}}\zeta_{i-2} \quad i = 3,4, \dots, m \tag{۲۲-۴}$$

که در آن برای $j = 1,2, \dots, m$، $k_j > 0$ و $\gamma_j > 0$ می‌باشد و همچنین ζ_j در (۴-۱۹) تعریف شده است.

به صورت خلاصه کنترل‌کننده طراحی‌شده برای این دسته از سیستم‌ها به‌صورت زیر خواهد شد

$$u = \alpha(\xi) + \beta(\xi)v \tag{۲۳-۴}$$

که در آن v از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$v = \dot{\xi}_{md} - k_m\xi_m - \frac{\gamma_{m-1}}{\gamma_m}\zeta_{m-1} \tag{۲۴-۴}$$

که در آن ξ_m از رابطه (۴-۲۲) محاسبه می‌شود. در نتیجه روابط (۴-۲۳) و (۴-۲۴) پایداری سیستم حلقه بسته را تضمین کرده و به‌طور مجانبی خروجی y را به سمت y_d هدایت میکند.

۴-۳- طراحی کنترل‌کننده پسگام برای سیستم گوی و میله

در این بخش، روش ارائه‌شده در قسمت قبلی بر روی سیستم گوی و میله اعمال می‌شود. همان‌طور که مشخص است سیستم گوی و میله در دسته‌ای از سیستم‌ها که با معادله (۴-۱) تا (۴-۳) نشان داده شد، قرار دارد. در ادامه نشان داده خواهد شد که چگونه روش ارائه‌شده بر روی سیستم گوی و میله پیاده‌سازی می‌شود.

با توجه به گام اول طراحی کنترل‌کننده پسگام، ابتدا سیستم به‌صورت دو زیرسیستم جداگانه در نظر گرفته می‌شود که به‌صورت زیر می‌باشند:

زیرسیستم اول:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= bx_1x_4^2 - bg\sin x_3 = f_1(X) + g_1 sin(x_3)\end{aligned} \tag{۴-۲۵}$$

که در آن $b = M(JR^{-2} + M)^{-1}$ ، $g_1 = -bg$ ، $f_1(X) = bx_1x_4^2$ و همچنین x_3 به‌عنوان ورودی کنترل مجازی در نظر گرفته‌شده است.

زیرسیستم دوم:

$$\begin{aligned}\dot{x}_3 &= x_4\\ \dot{x}_4 &= a(\tau - 2Mx_1x_2x_4 - Mgx_1\cos x_3) = f_2(X) + g_2(X)\tau\end{aligned} \tag{۴-۲۶}$$

که در آن $a = \frac{1}{Mx_1^2+J+J_b}$ $g_2(X) = a$ و $f_2(X) = -a(2Mx_1x_2x_4 + Mgx_1\cos x_3)$ می‌باشد. برای تعریف یک ورودی جدید u از تبدیل غیرخطی معکوس‌پذیر زیر استفاده می‌شود

$$\tau = 2Mx_1x_2x_4 + Mgx_1\cos x_3 + (Mx_1^2 + J + J_b)u = \frac{1}{g_2(X)}(u - f_2(X)) \tag{۴-۲۷}$$

درنتیجه معادلات زیر سیستم دوم به‌صورت زیر نتیجه خواهد شد.

$$\begin{aligned}\dot{x}_3 &= x_4\\ \dot{x}_4 &= u\end{aligned} \tag{۴-۲۸}$$

برای سیستم گوی و میله متغیرهای x، z ، $\bar{z}$، n و m که در بخش قبلی مورد استفاده قرار گرفتند، به صورت زیر می‌باشند

$$
\begin{aligned}
&x = [x_1 \quad x_2]^T \\
&z = [x_3 \quad x_4]^T \\
&z_1 = x_3 \\
&\bar{z} = x_4 \\
&n = 2 \\
&m = 2
\end{aligned}
\qquad (۴-۲۹)
$$

که در آن n و m به ترتیب تعداد درایه های بردار x و z می‌باشند.

در ادامه با توجه به (۴-۸) و (۴-۲۹) بردار خطا به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$e = [e_1, e_2]^T = [x_1 - y_d, x_2 - \dot{y}_d]^T \qquad (۴-۳۰)$$

با انتخاب پارامترهای طراحی $k_i > 0$، $c_i > 0$، $i = 1,2$ و همچنین c_1، c_2 به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که ماتریس زیر

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 \end{bmatrix} \qquad (۴-۳۱)$$

هرویتز گردد.

در ادامه یک ماتریس معین مثبت $P \in \mathbb{R}^{2\times2}$ به نحوی انتخاب می‌شود تا $C^TP + PC$ معین منفی شود.

درنتیجه با جایگذاری (۴-۲۹) در (۴-۲۱)، (۴-۲۲) و (۴-۲۴)، ورودی کنترل مجازی و حقیقی برای سیستم گوی و میله به‌صورت زیر طراحی می‌شوند

$$x_{3d} = sin^{-1}(\frac{1}{g_1}(-f_1(X) + \ddot{y}_d - c_2(x_2 - \dot{y}_d) - c_1(x_1 - y_d))) \qquad (۴-۳۲)$$

$$x_{4d} = \dot{x}_{3d} - k_1(x_3 - x_{3d}) - \frac{1}{\gamma_1}\frac{\partial V_1}{\partial e_2}(e)g_1\frac{sin(x_3) - sin(x_{3d})}{x_3 - x_{3d}} \qquad (۴-۳۳)$$

$$u = \dot{x}_{4d} - k_2(x_4 - x_{4d}) - \frac{\gamma_1}{\gamma_2}(x_3 - x_{3d}) \qquad (۴-۳۴)$$

که در آن $f_1(X)$، g_1 در رابطه (۴-۲۵) مشخص شده است و همچنین به ازای $j = 1,2$، $k_j > 0$ و $\gamma_j > 0$ و نیز داریم

$$V_1(e) = e^TPe \qquad (۴-۳۵)$$

در نهایت با جایگذاری (۴-۳۴) در (۴-۲۷) ورودی کنترل سیستم گوی و میله به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{1}{g_2(X)}\left(\dot{x}_{4d} - k_2(x_4 - x_{4d}) - \frac{\gamma_1}{\gamma_2}(x_3 - x_{3d}) - f_2(X)\right) \\ &= 2Mx_1x_2x_4 + Mgx_1\cos x_3 + (Mx_1^2 + J + J_b)(\dot{x}_{4d} - k_2(x_4 - x_{4d}) \\ &\qquad - \frac{\gamma_1}{\gamma_2}(x_3 - x_{3d}))\end{aligned} \tag{۴-۳۶}$$

که در آن $f_2(X)$ و در $g_2(X)$ تعریف شده اند و همچنین باید در نظر داشت که $\dot{x}_{3d}$ و $\dot{x}_{4d}$ با تخمین عددی محاسبه می‌شوند. علاوه بر این در (۴-۳۲) مشخص است که برای ردگیری پایدار متغیرهای حالت و همچنین y_d می‌بایست شرط زیر را برقرار کند

$$\left|\frac{1}{g_1}\left[-f_1(X) + \ddot{y}_d - c_2(x_2 - \dot{y}_d) - c_1(x_1 - y_d)\right]\right| < 0 \tag{۴-۳۷}$$

شرط (۴-۳۷) با شرط‌های (۴-۳۴) و (۴-۳۳) بر روی منطقه‌ای که سیستم حلقه بسته در آن پایدار است، یک محدودیتی اعمال می‌کند.

۴-۴- شبیه‌سازی کنترل‌کننده طراحی‌شده برای سیستم گوی و میله

۴-۴-۱- مقادیر پارامترها و شرایط اولیه

جهت بررسی عملکرد کنترل‌کننده پسگام، کنترل‌کننده طراحی‌شده را بر روی سیستم گوی و میله شبیه‌سازی کرده و در ادامه موردبررسی قرار می‌گیرد. مقادیر پارامترهای مورداستفاده در این سیستم در جدول (۴-۱) درج شده است.

جدول (۴-۱) پارامترهای موردنیاز سیستم گوی و میله

M	$0.05kg$	R	$0.01m$
J	$0.02\,{kg}/{m^2}$	J_b	$2\times10^{-6}\,{kg}/{m^2}$
g	$9.8\,{m}/{s^2}$	b	0.7143

همچنین پارامترهای موردنیاز در کنترل‌کننده طراحی‌شده در جدول (۴-۲) آورده شده است.

جدول (۴-۲) پارامترهای موردنیاز کنترل‌کننده طراحی‌شده برای سیستم گوی و میله

c_1	2	c_2	5
γ_1	5	γ_2	10
k_1	1	k_2	1

برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده از سه ورودی مرجع ثابت، سینوسی و مربعی استفاده شده است. مدل مرجع به به‌صورت زیر انتخاب شده است.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \qquad (۳۸-۴)$$

در همه شبیه‌سازی‌های انجام‌شده در این بخش زمان شبیه‌سازی ۵۰ ثانیه در نظر گرفته‌شده و هم‌چنین شرایط اولیه متغیرهای حالت به‌صورت زیر می‌باشد.

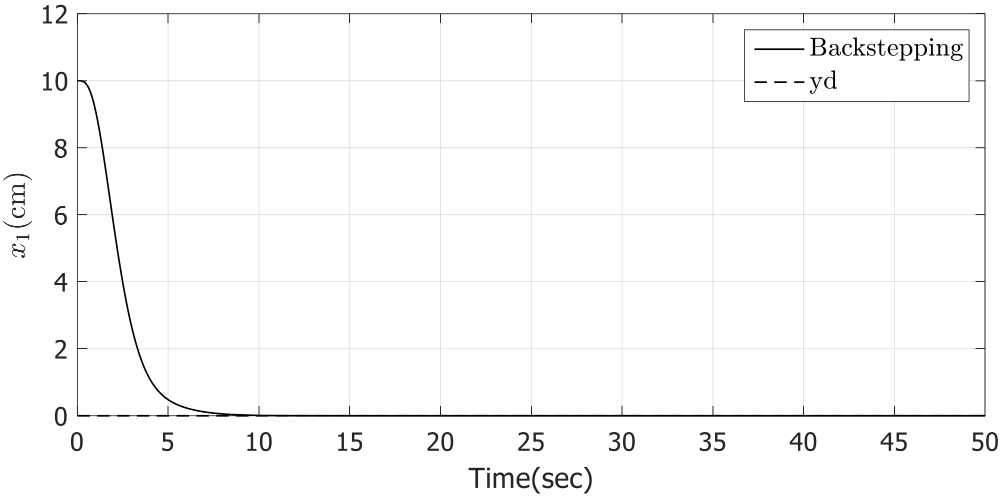
$$\mathrm{X}(0) = [0.1\ 0\ 0\ 0] \qquad (۳۹-۴)$$

۴-۴-۲- ورودی مرجع ثابت

در این بخش ورودی مرجع را صفر در نظر گرفته و به عبارتی، رگولاسیون موردبررسی قرار می‌گیرد.

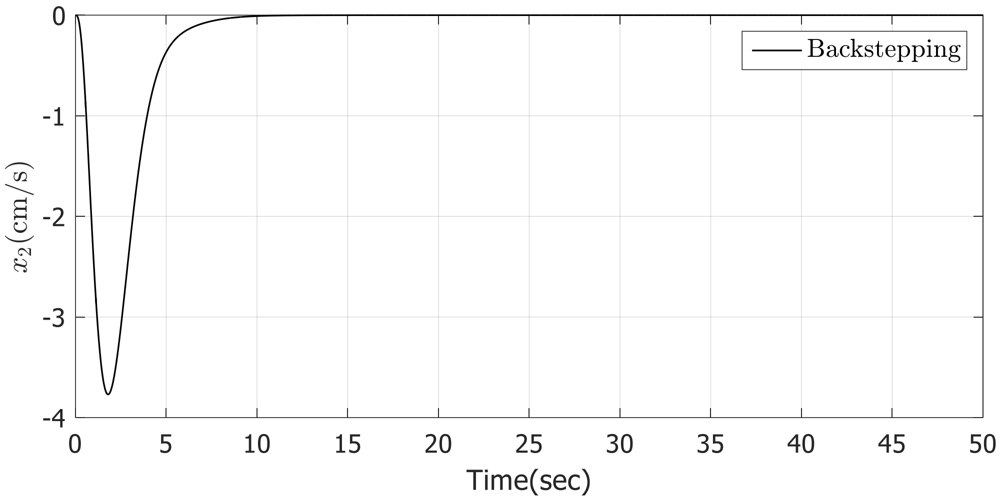
$$y_d = 0 \qquad (۴۰-۴)$$

پس از شبیه‌سازی، در شکل (۴-۱) موقعیت گوی برحسب سانتی‌متر، در شکل (۴-۲) سرعت گوی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه، در شکل (۴-۳) زاویه میله برحسب درجه، در شکل (۴-۴) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه، در شکل (۴-۵) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی‌نیوتون متر و در شکل (۴-۶) نمودار خطای ردگیری خروجی بر حسب سانتی‌متر نشان داده‌شده است.



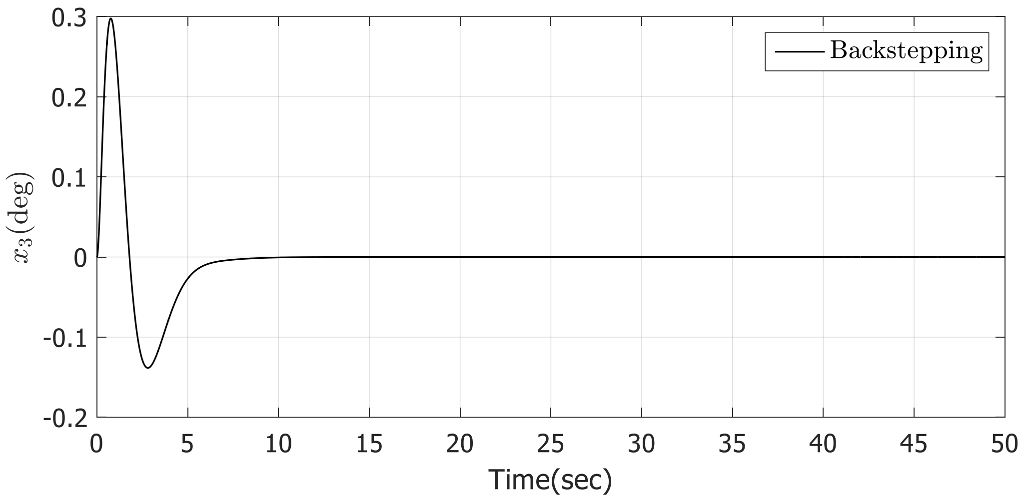
شکل (۴-۱) موقعیت گوی برحسب سانتی‌متر

همان‌طور که در شکل (۴-۱) مشخص است خروجی سیستم پس از زمان ۷ ثانیه به مقدار مطلوب خود همگرا شده است.



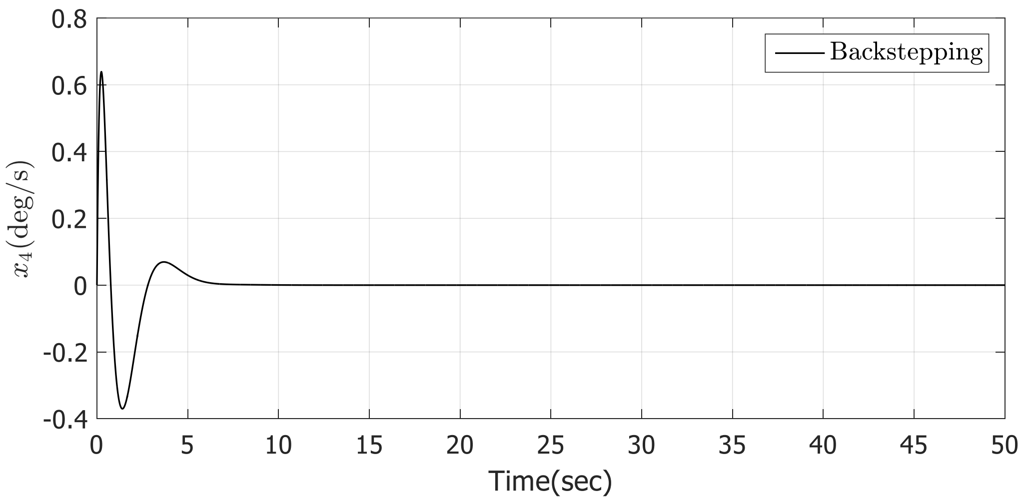
شکل (۴-۲) سرعت گوی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه

با توجه به شکل (۴-۲) ابتدا گوی سرعت می گیرد و رفته رفته این سرعت کم شده و پس از رسیدن گوی به مکان موردنظر، سرعت گوی هم به صفر رسیده است.



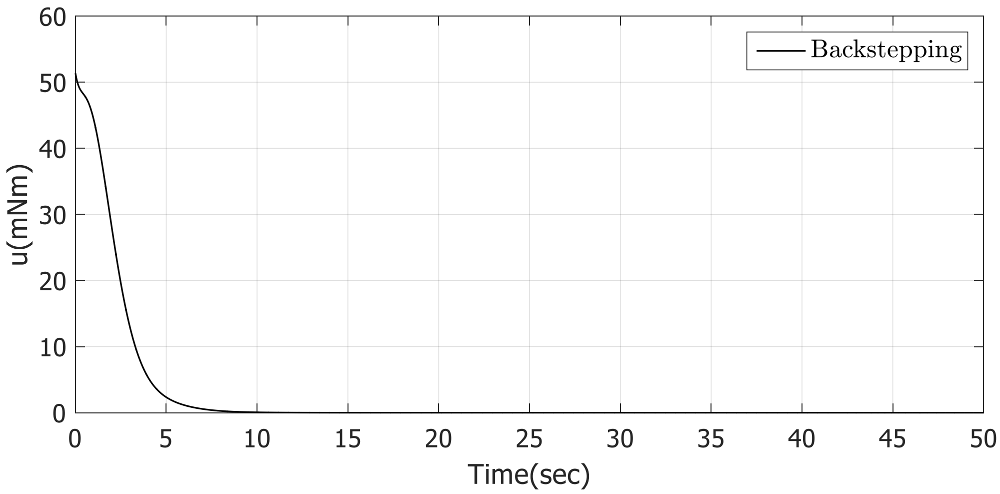
شکل (۴-۳) زاویه میله برحسب درجه

در شکل (۴-۳) تغییرات زاویه میله نشان داده‌شده است که پس از همگرا شدن خروجی، این تغییرات نیز صفر شده‌اند.



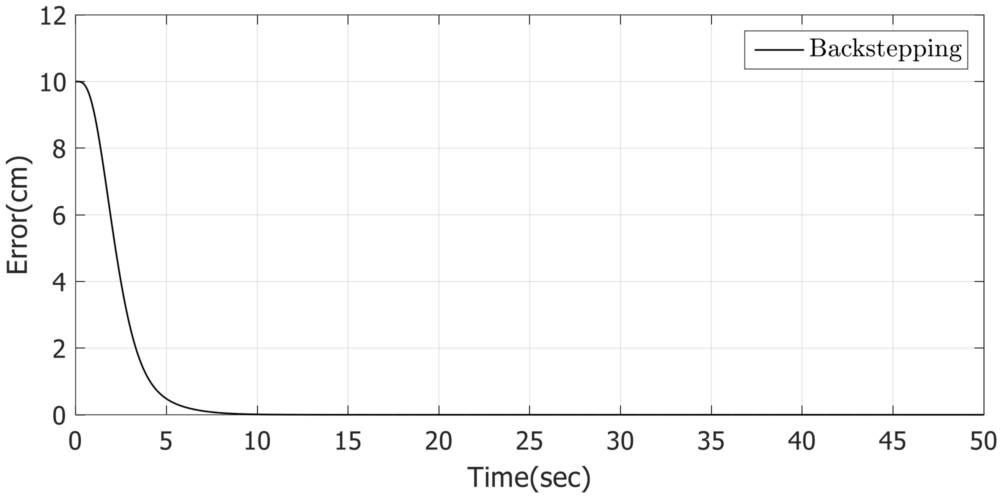
شکل (۴-۴) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه

در شکل (۴-۴) سرعت زاویه‌ای میله نشان داده شده است و پس از آنکه خروجی به مقدار مطلوب خود همگرا شد، مقدار سرعت زاویه ای میله هم به صفر رسیده است.



شکل (۴-۵) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر

همان‌گونه که در شکل (۴-۴)شکل (۴-۵) مشخص می‌باشد، سیگنال کنترلی پس از پایدارسازی سیستم صفر شده است.



شکل (۴-۶) نمودار خطای خروجی بر حسب سانتی‌متر

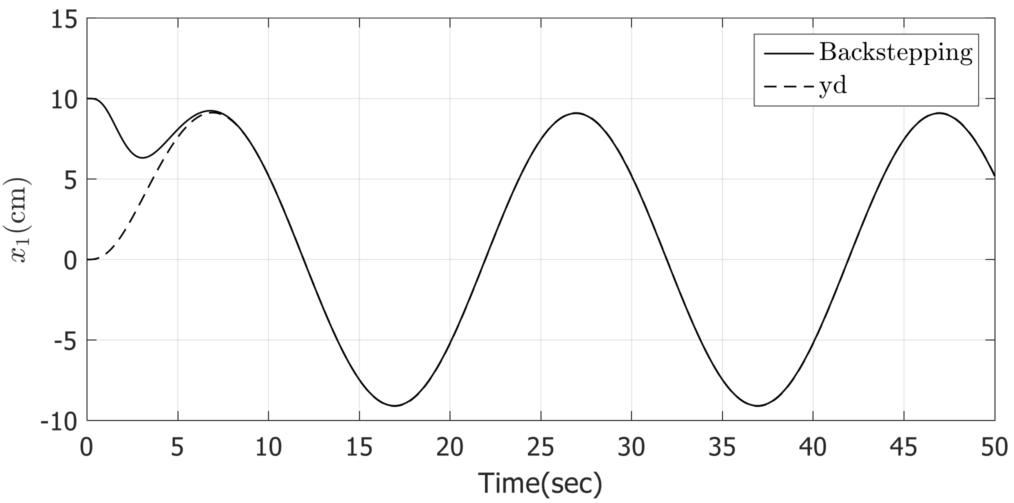
در شکل (۴-۵) نمودار خطای خروجی نشان داده‌شده و در ابتدا چون موقعیت اولیه گوی در ۱۰ سانتی‌متر بوده است، خطای اولیه نیز ۱۰ شده و پس از پایداری سازی سیستم، مقدار خطا به صفر همگرا شده است.

۴-۴-۳- ورودی مرجع سینوسی

در این بخش ورودی مرجع را به‌صورت یک سیگنال سینوسی با دامنه ۱۰ سانتی‌متر و دوره تناوب ۲۰ ثانیه در نظر گرفته و پس از عبور از مدل مرجع ارائه‌شده در (۴-۳۸) به سیستم اعمال شده است.

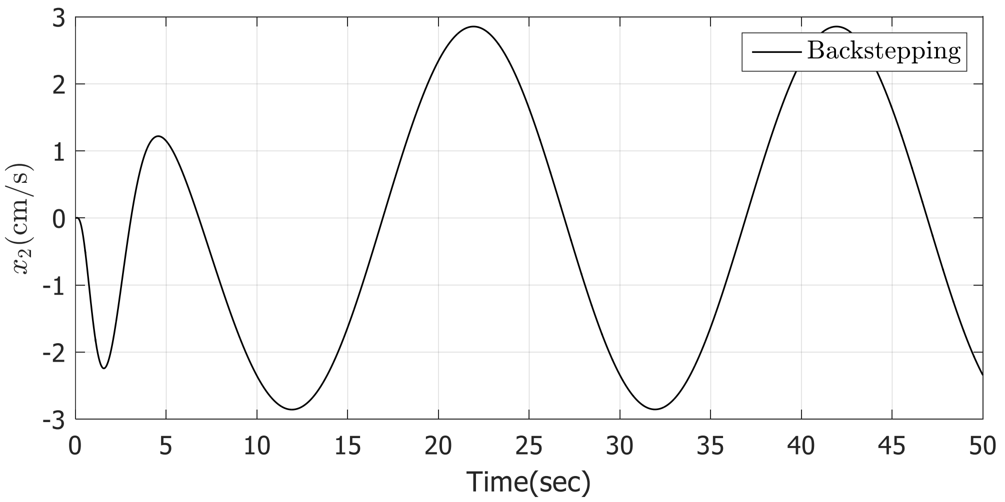
$$y_d = 0.1\sin(\frac{\pi}{10}t) \tag{۴-۴۱}$$

پس از شبیه‌سازی، در شکل (۴-۷) موقعیت گوی برحسب سانتی‌متر، در شکل (۴-۸) سرعت گوی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه، در شکل (۴-۹) زاویه میله برحسب درجه، در شکل (۴-۱۰) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه، در شکل (۴-۱۱) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی‌نیوتون متر و در شکل (۴-۱۲) نمودار خطای ردگیری خروجی برحسب سانتی‌متر نشان داده‌شده است.



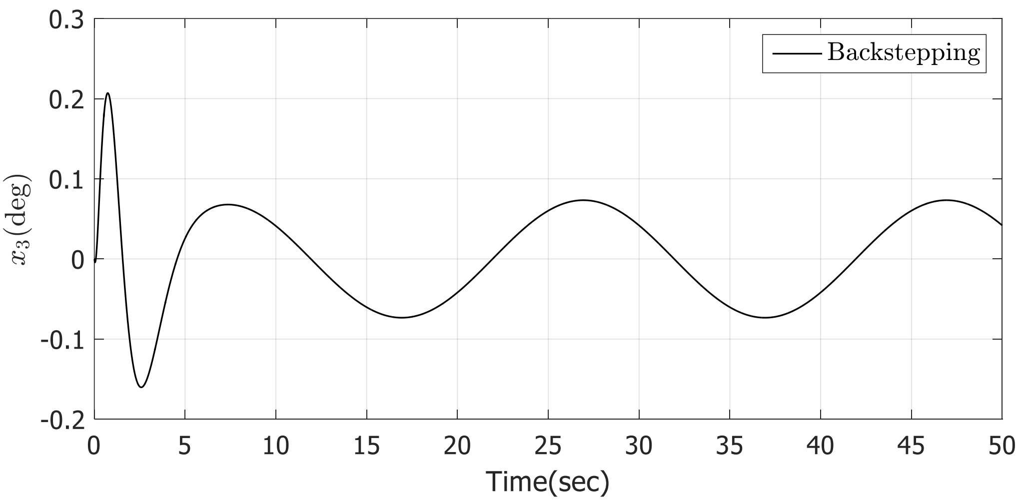
شکل (۴-۷) موقعیت گوی برحسب سانتی‌متر

همان‌طور که در شکل (۴-۷) مشخص است خروجی سیستم پس از زمان ۶ ثانیه به ورودی مرجع که در این بخش یک سیگنال سینوسی بوده است، همگرا شده و در ادامه به‌خوبی این مسیر را دنبال می‌کند.



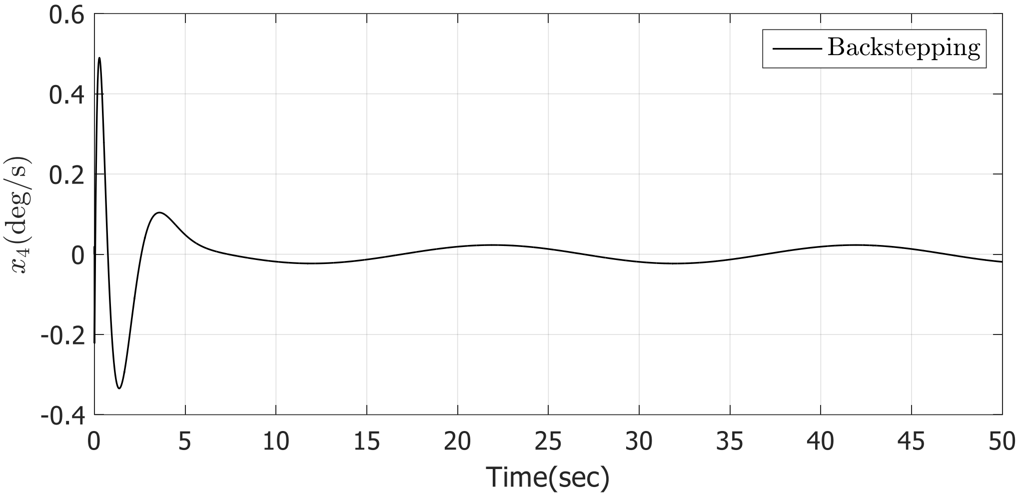
شکل (۴-۸) سرعت گوی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه

با توجه به شکل (۴-۸) چون مسیر حرکت گوی یک مسیر سینوسی می‌باشد یعنی گوی به سمت چپ و راست مرکز میله به طور دائم حرکت می کند، تغییرات سرعت گوی هم سینوسی شده است و قابل ذکر است که منفی شدن سرعت گوی هم به علت جهت حرکت گوی می باشد.



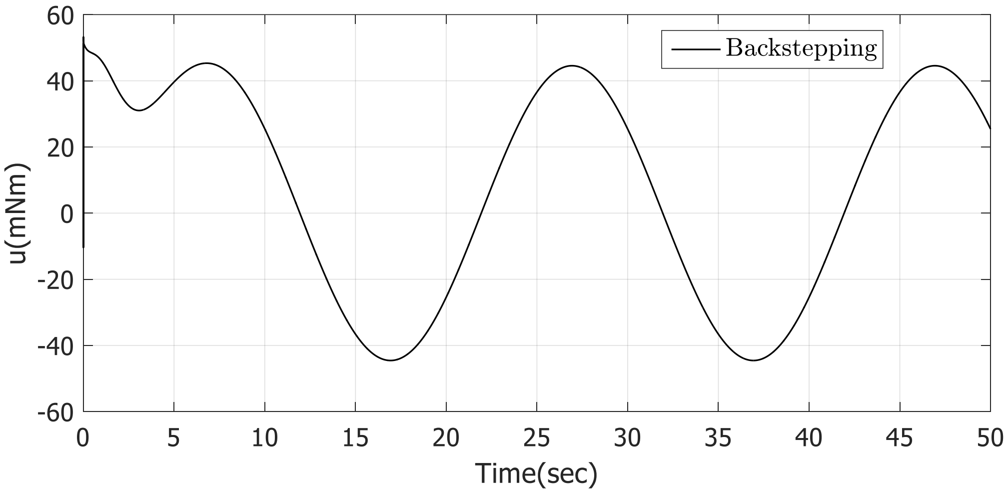
شکل (۴-۹) زاویه میله برحسب درجه

در شکل (۴-۹) تغییرات زاویه میله نشان داده‌شده است که پس از همگرا شدن خروجی به سیگنال مرجع که سینوسی می‌باشد، زاویه میله تغییرات سینوسی وار دارد و به طور دائم به سمت چپ و راست کج می‌شود.



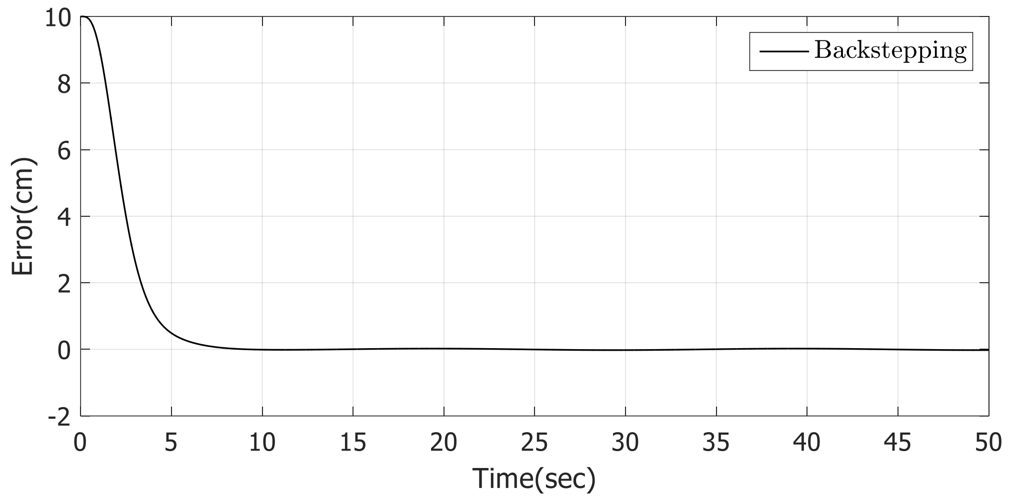
شکل (۴-۱۰) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه

همان‌طور که در شکل (۴-۱۰) مشخص است ابتدا تغییرات سرعت زاویه میله زیاد بوده و پس از همگرا شدن خروجی، سرعت این تغییرات نیز کاهش پیدا کرده است.



شکل (۴-۱۱) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر

همان‌گونه که در شکل (۴-۱۱) مشخص می‌باشد، سیگنال کنترلی که گشتاور موتور بر حسب میلی‌نیوتون متر می‌باشد، پس از پایدارسازی سیستم به‌صورت سینوسی تغییر کرده تا سیستم را به مسیر مطلوب همگرا کند.



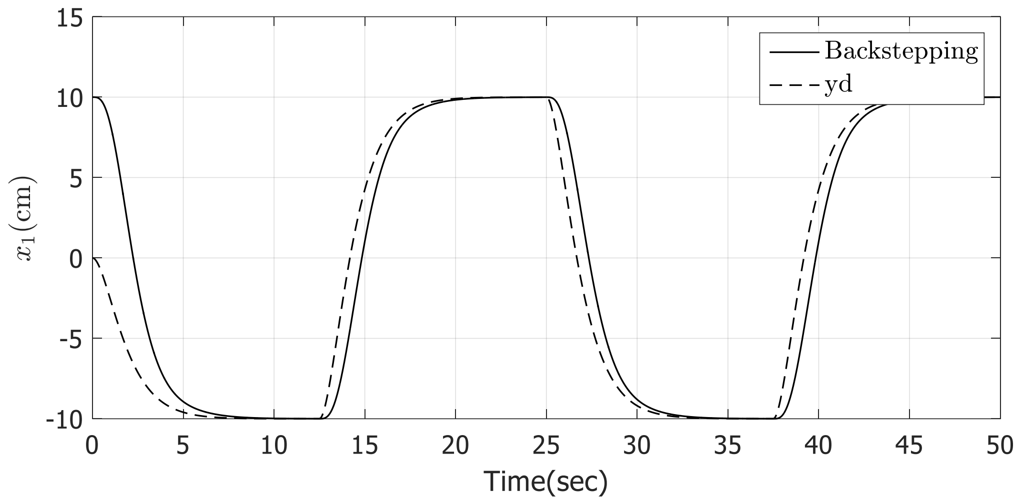
شکل (۴-۱۲) نمودار خطای خروجی بر حسب سانتی‌متر

در شکل (۴-۱۲) نمودار خطای خروجی نشان داده‌شده و در ابتدا چون موقعیت اولیه گوی در ۱۰ سانتی‌متر بوده است، خطای اولیه نیز ۱۰ شده و پس از پایداری سازی سیستم، مقدار خطا به صفر همگرا شده است.

۴-۴-۴- ورودی مرجع مربعی

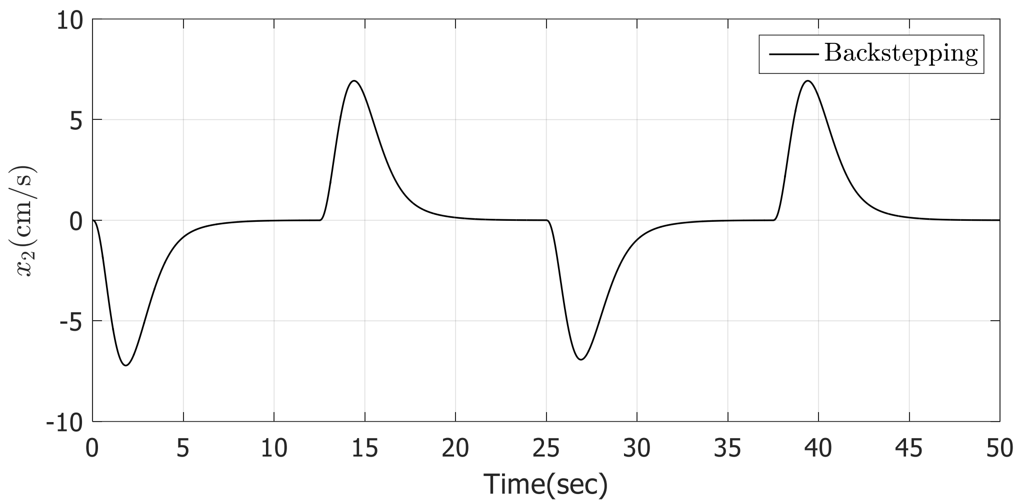
در این بخش ورودی مرجع را به‌صورت یک سیگنال مربعی با دامنه ۱۰ سانتی‌متر و دوره تناوب ۲۵ ثانیه در نظر گرفته و پس از عبور از مدل مرجع ارائه‌شده در (۴-۳۸) به سیستم اعمال شده است.

پس از شبیه‌سازی، در شکل (۴-۱۳) موقعیت گوی برحسب سانتی‌متر، در شکل (۴-۱۴) سرعت گوی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه، در شکل (۴-۱۵) زاویه میله برحسب درجه، در شکل (۴-۱۶) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه، در شکل (۴-۱۷) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی-نیوتون متر و در شکل (۴-۱۸) نمودار خطای ردگیری خروجی برحسب سانتی‌متر نشان داده شده است.



شکل (۴-۱۳) موقعیت گوی برحسب سانتی‌متر

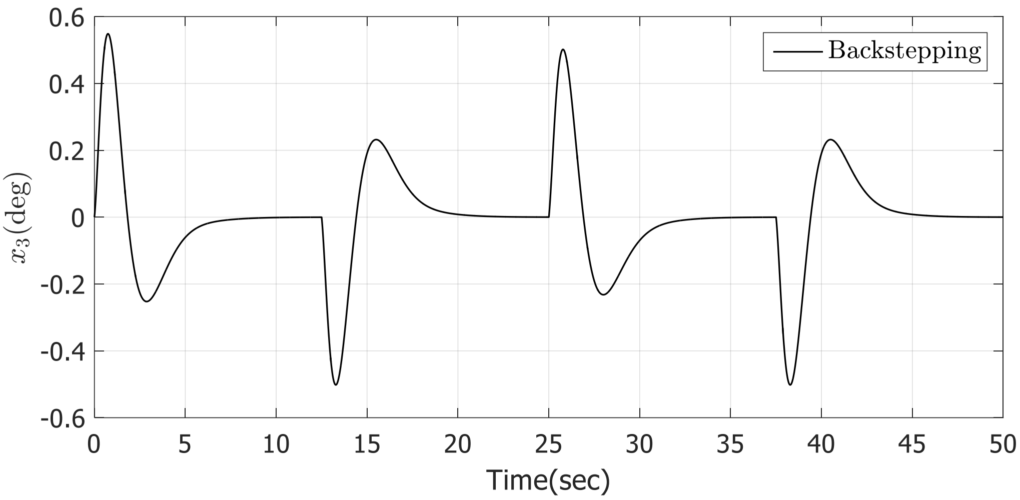
همان‌طور که در شکل (۴-۱۳) مشخص است خروجی سیستم پس از زمان ۷ ثانیه به ورودی مرجع که در این بخش یک سیگنال مربعی بوده است، همگرا شده و در ادامه این مسیر را تقریباً خوب دنبال می‌کند. چون تغییرات ورودی مرجع به‌صورت سریع بوده، به همین دلیل در لحظاتی که سیگنال مربعی تغییر مقدار می‌دهد، خروجی با حدود هفت ثانیه تاخیر به مقدار اصلی همگرا می شود و قبل از این زمان با کمی خطا سیگنال مرجع را دنبال می‌کند.



شکل (۴-۱۴) سرعت گوی برحسب سانتی‌متر بر ثانیه

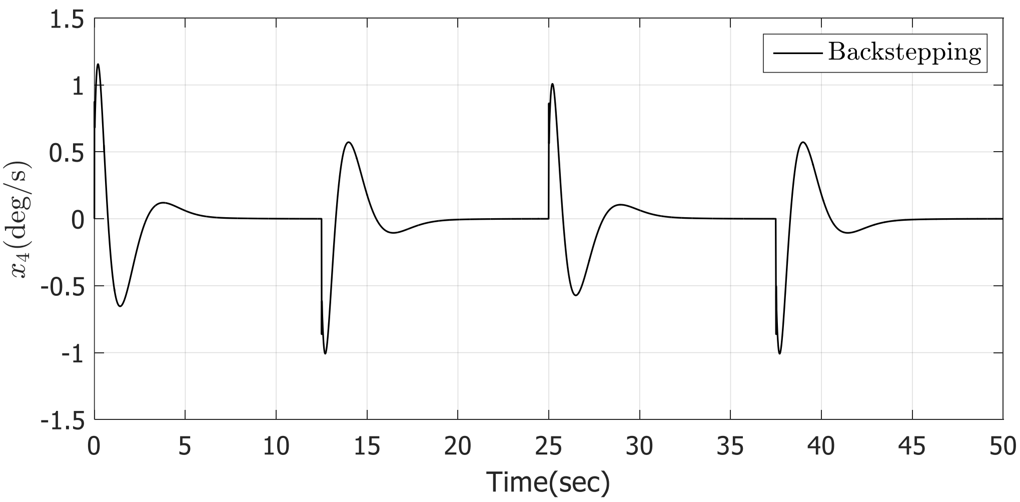
با توجه به شکل (۴-۱۴)، چون مسیر حرکت گوی یک مسیر مربعی می‌باشد درنتیجه در لحظاتی

که سیگنال مربعی به زمان تغییرات خود می‌رسد، سرعت گوی نیز در آن لحظات با تغییر مواجه می‌شود و در جهت مثبت یا منفی سرعتش افزایش یافته و پس از چند ثانیه دوباره سرعت گوی به صفر می‌رسد.



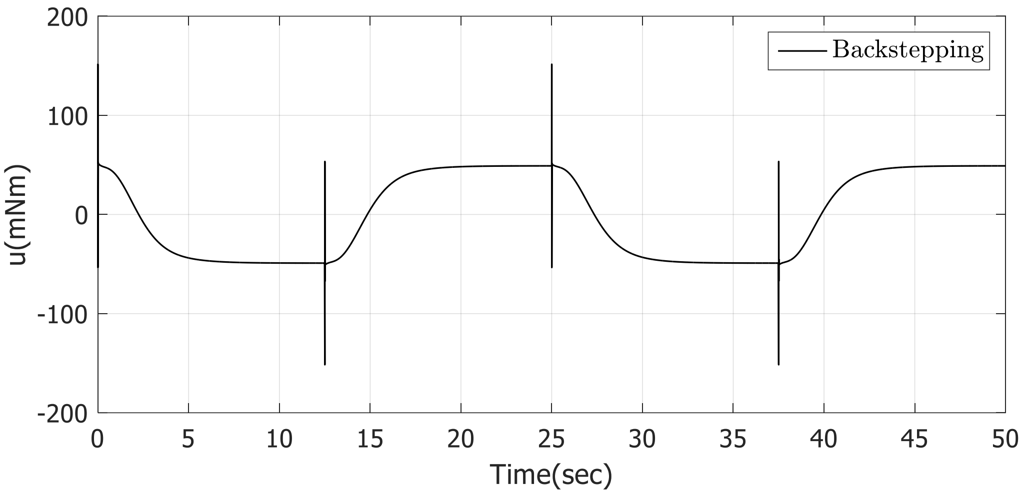
شکل (۴-۱۵) زاویه میله برحسب درجه

در شکل (۴-۱۵) تغییرات زاویه میله نشان داده شده است و با توجه به اینکه سیگنال مرجع مربعی می‌باشد، این تغییرات طبیعی می‌باشد.



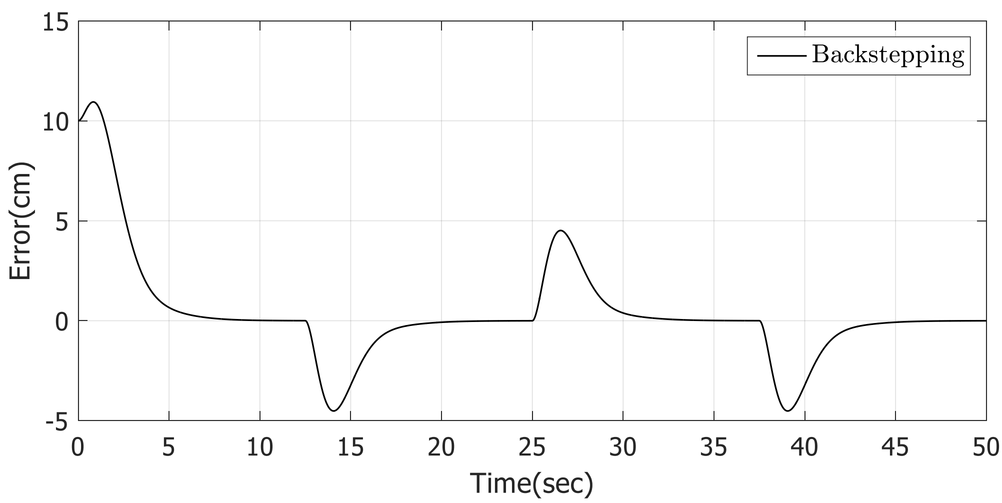
شکل (۴-۱۶) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه

در شکل (۴-۱۶) نیز تغییرات سرعت زاویه‌ای میله نشان داده شده و همان‌طور که مشخص است، در لحظاتی که سیگنال مربعی تغییر مقدار می‌دهد، سرعت زاویه‌ای میله نیز با تغییر مواجه می‌شود.



شکل (۴-۱۷) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر

همان‌گونه که در شکل (۴-۱۷) مشخص می‌باشد، سیگنال کنترلی که همان گشتاور موتور می‌باشد، تغییراتی شبیه به سیگنال مربعی دارد و این امر هم به دلیل نوع سیگنال مرجع انتخاب‌شده می‌باشد. همچنین در بعضی لحظات یک پیک در سیگنال کنترلی دیده می‌شود که با توجه به روابط (۴-۳۳) و (۴-۳۴)، در رابطه سیگنال کنترل از مشتق x_{3d} و x_{4d} استفاده شده است. در لحظاتی که سیگنال مربعی تغییر مقدار می‌دهد، مقادیر x_{3d} و x_{4d} به صورت آنی تغییر می کنند در نتیجه مشتق آنها مقدار بزرگی می‌شود و چون مستقیما در سیگنال کنترلی وارد می شوند باعث ایجاد چنین پیکی می‌شوند.



شکل (۴-۱۸) نمودار خطای خروجی بر حسب سانتی‌متر

در شکل (۴-۱۸) نمودار خطای خروجی نشان داده شده و در ابتدا چون موقعیت اولیه گوی در ۱۰ سانتی‌متر بوده است، خطای اولیه نیز ۱۰ شده و رفته‌رفته این خطا به صفر همگرا شده و زمانی که در سیگنال مرجع تغییرات اعمال می‌شود سریعاً کنترل‌کننده ردگیری را انجام داده و خطا را صفر می‌کند.

فصل ۵:

کنترل پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم سیستم گوی و میله بر پایه رویتگر

۵-۱- مقدمه

روش ارائه شده در فصل قبل، با فرض معلوم بودن دینامیک، پارامترهای مدل و هم چنین در دسترس بودن تمامی متغیرهای حالت انجام شده است اما در عمل مقادیر دقیق پارامترها معلوم نبوده و با تغییر هر یک از اجزای آن مانند جرم میله، طول میله و ... کنترل‌کننده می‌بایست دوباره تنظیم شود. بعلاوه ممکن است در سیستم دینامیک مدل نشده هم وجود داشته باشد. به همین دلیل در این فصل برای رفع مشکل‌های ذکرشده، دینامیک های سیستم به صورت فازی تطبیقی تخمین زده شده و همچنین از متغیرهای حالت تخمین زده شده به جای متغیرهای حالت اصلی سیستم استفاده می شود.

کلمه فازی در فرهنگ لغت آکسفورد به‌صورت "مبهم، نادقیق، درهم و نامشخص" تعریف شده است [۶۷]. با معرفی تئوری فازی توسط "زاده" در سال ۱۹۶۵، این روش توجه پژوهشگران زیادی در علوم مختلف را به خود جلب کرد. از اصلی‌ترین کاربردهای این روش در حوزه کنترل، می‌توان به‌تقریب دینامیک‌های نامعلوم سیستم‌های غیرخطی، با استفاده از قوانین فازی اشاره کرد. همین امر سبب شد تا از سیستم‌های فازی به‌عنوان تقریب زننده‌های جامع استفاده شود. به‌بیان‌دیگر، از سیستم‌های فازی می‌توان به‌عنوان یک مدل جایگزین برای سیستم‌های غیرخطی استفاده کرد. هر سیستم فازی متشکل از سه بخش فازی‌ساز، موتور استنتاج فازی و غیرفازی ساز است. فازی سازها به‌عنوان نگاشتی از یک نقطه $X \in U \in R^n$ به یک مجموعه فازی A در U مورداستفاده قرار می‌گیرند. موتور استنتاج فازی، عملیات منطق فازی را برای ترکیب قواعد اگر آنگاه فازی انجام می‌دهد. از غیرفازی سازها به‌عنوان یک نگاشت از مجموعه فازی B در V به یک نقطه قطعی $Y \in V$ مورداستفاده قرار می‌گیرند. هرکدام از این بخش‌ها انواع مختلفی دارند. به‌عنوان‌مثال سه نوع فازی ساز (منفرد، گوسین و مثلثی) و سه نوع غیرفازی ساز (مرکز ثقل، میانگین مراکز و ماکزیمم) و پنج موتور استنتاج فازی (ضرب، مینیمم، لوکاشیویکز، زاده، دنیس رشر) معرفی شده است. درنتیجه با ترکیب موارد فوق‌الذکر می‌توان انواع مختلفی از سیستم فازی مختلف را طراحی کرد که برخی از آن‌ها بسیار کاربردی و سودمند و همچنین

بعضی از آن‌ها کاربردی ندارند [۶۷]. در این پایان‌نامه از منطق فازی، برای تقریب توابع غیرخطی موجود در مدل سیستم استفاده می‌گردد. اگر $X \in R^n$ بردار ورودی یک تابع غیرخطی و $f \in R^n$ خروجی آن باشد، موتور استنتاج فازی از مجموعه قواعد اگر آنگاه فازی برای نگاشت بردار ورودی $X \in R^n$ به بردار خروجی $f \in R^n$ استفاده می‌کند. لذا i امین قانون اگر آنگاه فازی که در قسمت پایگاه قواعد ساخته می‌شود به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$R^i: IF\ X_1\ is\ A_1^i\ \ and\ \ X_2\ \ is\ A_2^i\ and\ \dots and\ \ X_\mathrm{n}\ is\ A_\mathrm{n}^i\ THEN\ f\ is\ \ f^i \\ i = 1,2,\dots m \qquad (۱-۵)$$

که n و m به ترتیب تعداد ورودی‌ها و تعداد قوانین سیستم فازی می‌باشند و همچنین A_n^i گروه فازی برای n امین ورودی در i امین قانون و f^i مرکز گروه‌های فازی خروجی در قانون i ام می‌باشد. حال اگر از فازی‌ساز منفرد، موتور استنتاج ضرب و غیرفازی‌ساز میانگین مراکز، در طراحی سیستم فازی استفاده کنیم، سیستم فازی موردنظر به‌صورت زیر خواهد بود [۶۷].

$$f(X) = \frac{\sum_{i=1}^{m} f^i \left(\prod_{j=1}^{n} \mu_{A_j^i(x_j)}\right)}{\sum_{i=1}^{m} \prod_{j=1}^{n} \mu_{A_j^i(x_j)}} \qquad (۲-۵)$$

که در آن تعداد $\mu_{A_j^i}$ درجه تعلق به A_j^i می‌باشد و اگر $\xi(X)$ به‌صورت زیر در نظر گرفته شود

$$\xi(X) = \frac{\prod_{j=1}^{n} \mu_{A_j^i(x_j)}}{\sum_{i=1}^{m} \prod_{j=1}^{n} \mu_{A_j^i(x_j)}} \qquad (۳-۵)$$

و آن به‌صورت یک بردار، به‌صورت زیر نوشته شود

$$\xi(X) = [\xi^1 \xi^2 \dots \xi^m]^T \qquad (۴-۵)$$

همچنین اگر مراکز گروه‌های فازی خروجی به‌صورت بردار زیر در نظر گرفته شود

$$\theta^T = [\theta^1 \quad \theta^2 \quad \dots \quad \theta^m] \qquad (۵-۵)$$

آنگاه می‌توان رابطه (۵-۲) را به‌صورت زیر نوشت

$$f(X) = \theta^T \xi(X) \qquad (۶-۵)$$

از سیستم فازی (۵-۶) می‌توان به‌عنوان یک سیستم تقریب زننده عمومی استفاده کرد اما ازآنجایی‌که عملکرد درست سیستم فازی منوط به انتخاب درست مراکز گروه‌های فازی خروجی می‌باشد لذا برای آموزش سیستم فازی از روش‌های ابتکاری، روش‌های آموزش با استفاده از الگوریتم نزول گرادیان و روش آموزش با استفاده از الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی استفاده می‌شود. در تمامی روش‌های مذکور، سیستم فازی بر اساس زوج داده‌های ورودی – خروجی طراحی می‌شود. یعنی سیستم را به‌صورت یک جعبه فرض کرده و با اعمال یک دسته ورودی به سیستم، سیستم فازی از روی خروجی حاصل از این ورودی‌ها تنظیم می‌شود. در ضمن همه روش‌های ذکر شده، هم به‌صورت برخط و هم به‌صورت خارج خط می‌توانند مورداستفاده قرار بگیرند. اما به دلیل آنکه بیشتر روش‌های مذکور بر اساس نظریه لیاپانوف نمی‌باشند، لذا برای اثبات پایداری سیستم پس از طراحی کنترل‌کننده فازی و اعمال آن به سیستم، می‌بایست پایداری سیستم حلقه بسته بررسی شود. اما یکی از روش‌هایی که می‌توان برای آموزش سیستم فازی (۵-۶) در نظر گرفت، در نظر گرفتن (۵-۵) به‌عنوان پارامتر تطبیق است و ازآنجایی‌که پارامترهای تطبیق سیستم کنترل بر اساس لیاپانوف به دست می‌آید لذا پایداری سیستم کنترل تضمین می‌شود.

۵-۲- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم بر پایه رویتگر[1]

در فصل قبل طراحی انجام‌گرفته با فرض معلوم بودن $f_1(X)$، g_1، $f_2(X)$ و $g_2(X)$ انجام پذیرفت. ازآنجایی‌که توابع $f_1(X)$، g_1، $f_2(X)$ و $g_2(X)$ مستقیماً در قانون کنترل طراحی‌شده در روابط (۴-۳۲) تا (۴-۳۴) وجود دارند، در این بخش با فرض نامعلوم بودن این توابع و همچنین با استفاده از متغیرهای حالت تخمین زده شده توسط مشاهده‌گر، قانون کنترل طراحی خواهد شد. همان‌طور که در بخش ۴-۳- در روابط (۴-۲۵) و (۴-۲۶) ذکر شد، سیستم گوی و میله به‌صورت دو زیرسیستم جداگانه در نظر

[1] Indirect Adaptive Fuzzy Backstepping Control (IAFBC)

گرفته شده بودند. در این بخش برای هر زیر سیستم به صورت جداگانه کنترل کننده فازی تطبیقی طراحی خواهد شد.

۵-۲-۱- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم برای زیر سیستم اول

ابتدا زیر سیستم اول را در نظر گرفته که به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 \\ \dot{\hat{x}}_2 &= b\hat{x}_1\hat{x}_4^2 - bg\sin\hat{x}_3 + d(t) = f_1\big(\hat{X}_1, \hat{x}_4\big) + g_1 sin(\hat{x}_3) + d(t)\end{aligned} \tag{۵-۷}$$

که در آن $b = M(JR^{-2} + M)^{-1}$، $f_1\big(\hat{X}_1, \hat{x}_4\big) = b\hat{x}_1\hat{x}_4^2$، $g_1 = -bg$، $\hat{x}_3$ به‌عنوان ورودی کنترل مجازی، $\widehat{X}$ متغیرهای حالت تخمین زده شده،$\widehat{X}_1 = [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2]^T$ و $d(t)$ بعنوان اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده در نظر گرفته شده است.

با بازنویسی (۵-۷) به‌صورت زیر داریم:

$$\dot{\hat{X}}_1 = A\widehat{X}_1 + B\big(f_1\big(\hat{X}_1, \hat{x}_4\big) + g_1\sin\hat{x}_3 + d(t)\big) \tag{۵-۸}$$

$$y = C^T\hat{X}_1 \tag{۵-۹}$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned}\widehat{X}_1 &= [\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2]^T = [\hat{r} \quad \dot{\hat{r}}]^T \\ A &= \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{۵-۱۰}$$

اگر خطای تنظیم $\hat{e} = \hat{x}_1 - y_d$ و بردار خروجی مرجع $X_{d1} = [y_d \quad \dot{y}_d]^T$ باشد، آنگاه خطای بردار تعقیب به‌صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\hat{E}_1 = [X_{d1} - \widehat{X}_1]^T = [\hat{e} \quad \dot{\hat{e}}]^T \tag{۵-۱۱}$$

اگر $d(t) = 0$ آنگاه قانون کنترل مجازی ارائه‌شده در (۴-۳۲) به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد.

$$\hat{x}_3{}^* = x_{3d} = \sin^{-1}\Big(\frac{1}{g_1}[-f_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4) + \ddot{y}_d + K^T\hat{E}_1]\Big) \tag{۵-۱۲}$$

که در آن $K^T = [k_1 \quad k_2]$ بردار بهره فیدبک و ${\hat{x}_3}^*$ قانون کنترل مجازی ایده‌ال می‌باشد. با توجه به اینکه (A, B) کنترل‌پذیر است K به نحوی انتخاب می‌شود که $A - BK^T$ هرویتز گردد. اما قانون کنترل به علت معلوم نبودن $f_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4)$ و g_1 قابل پیاده‌سازی نیست، درنتیجه قانون کنترل فازی به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد

$$u_I = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\hat{g}_1}\left[-\hat{f}_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4) + \ddot{y}_d + K^T\hat{E}_1 + u_r\right]\right) \tag{۵-۱۳}$$

که در آن u_r برای جبران اغتشاش خارجی و همچنین خطای تخمین پیشنهاد شده است و u_I کنترل کننده معادل قطعی نامیده[1] می‌شود چون اگر $\hat{f}_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4)$ و $\hat{g}_1$ به ترتیب معادل با $f_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4)$، g_1 شوند آنگاه کنترل‌کننده u_I همان کنترل کننده ایده ال ${\hat{x}_3}^*$ می‌شود.

با استفاده از روابط (۵-۸) و (۵-۱۳) می‌توان رابطه زیر را استنتاج کرد

$$\begin{aligned}\dot{\hat{X}}_1 = A\hat{X}_1 + B\big(&K^T\hat{E}_1 + \ddot{y}_d + \left[f_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right) - \hat{f}_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right)\right] + [\,g_1 - \hat{g}_1]\sin u_I \\ &+ u_r + d(t)\big)\end{aligned} \tag{۵-۱۴}$$

پس داریم:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{E}}_1 &= \dot{X}_d - A\hat{X}_1 - B(K^T\hat{E}_1 + \ddot{y}_d + \left[f_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right) - \hat{f}_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right)\right] \\ &\qquad + [\,g_1 - \hat{g}_1]\sin u_I + u_r + d(t)) \\ &= \dot{X}_d + A\hat{E}_1 - AX_d - B(K^T\hat{E}_1 + \ddot{y}_d + \left[f_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right) - \hat{f}_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right)\right] \\ &\qquad + [\,g_1 - \hat{g}_1]\sin u_I + u_r + d(t)) \\ &= A\hat{E}_1 - BK^T\hat{E}_1 - B(\left[f_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right) - \hat{f}_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right)\right] + [\,g_1 - \hat{g}_1]\sin u_I + u_r \\ &\qquad + d(t)) \\ &= (A - BK^T)\hat{E}_1 - B(f_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right) - \hat{f}_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4|\theta_f^*) + u_r + \hat{f}_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4|\theta_f^*) \\ &\qquad - \hat{f}_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4|\theta_f) + [\,g_1 - \hat{g}_1]\sin u_I + d(t))\end{aligned} \tag{۵-۱۵}$$

که در آن داریم

$$\theta_{f_1}^* = \arg min_{\theta_{f_1} \in R^m}\ [sup_{\hat{X} \in R^n}\left|\hat{f}_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\middle|\theta_{f_1}\right) - f_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right)\right|] \tag{۵-۱۶}$$

با درنظرگرفتن خطای تقریب حداقل به صورت $w = [f_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\right) - \hat{f}_1\left(\hat{X}_1, \hat{x}_4\middle|\theta_f^*\right) + d(t)]$ داریم

[1] Certainty Equivalent Controller

$$\dot{\hat{E}}_1 = (A - BK^T)\hat{E}_1 - B(u_r + w + \hat{f}_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4|\theta_f^*) - \hat{f}_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4|\theta_f) + [\, g_1 - \hat{g}_1]\sin u_I) \qquad (۱۷\text{-}۵)$$

و همچنین با در نظرگرفتن

$$\hat{f}_1(\hat{X}_1, \hat{x}_4) = \theta_{f_1}^T \eta(\hat{X}_1, \hat{x}_4) \qquad (۱۸\text{-}۵)$$

$$\tilde{g}_1 = g_1 - \hat{g}_1 \qquad (۱۹\text{-}۵)$$

$$\tilde{\theta}_{f_1} = \theta_{f_1}^* - \hat{\theta}_{f_1} \qquad (۲۰\text{-}۵)$$

داریم:

$$\dot{\hat{E}}_1 = (A - BK^T)\hat{E}_1 - B(\tilde{\theta}_{f_1}^T \eta(\hat{X}_1, \hat{x}_4) + \tilde{g}_1 \sin u_I + u_r + w) \qquad (۲۱\text{-}۵)$$

بعلاوه فرض می‌شود که $|w| < q_{m1}$ که در آن q_{m1} یک ثابت نامعلوم می‌باشد.

۵-۲-۲- تحلیل پایداری قانون کنترل و قوانین تطبیق زیرسیستم اول

برای سیستم (۵-۲۱) تابع لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌شود

$$V_1 = \frac{1}{2}\hat{E}_1^{\,T} P_1 \hat{E}_1 + \frac{1}{2\gamma_{f_1}} \tilde{\theta}_{f_1}^T \tilde{\theta}_{f_1} + \frac{1}{2\gamma_{g_1}} \tilde{g}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_{q1}} \tilde{q}_1^2 \qquad (۲۲\text{-}۵)$$

که در آن $\tilde{q}_1 = q_{m1} - \hat{q}_1$ و $\hat{q}_1$ تخمین w است و همچنین ماتریس P_1 معین مثبت متقارن می‌باشد. با مشتق‌گیری از (۵-۲۲) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{2}\dot{\hat{E}}_1^{\,T} P_1 \hat{E}_1 + \frac{1}{2}\hat{E}_1^T P_1 \dot{\hat{E}}_1 + \frac{1}{\gamma_{f_1}} \tilde{\theta}_{f_1}^T \dot{\tilde{\theta}}_{f_1} + \frac{1}{\gamma_{g_1}} \tilde{g}_1 \dot{\tilde{g}}_1 + \frac{1}{\gamma_q} \tilde{q}_1 \dot{\tilde{q}}_1 \\ &= \frac{1}{2}\hat{E}_1^T (A_s^T P_1 + P_1 A_s)\hat{E}_1 + \hat{E}_1^T P_1 B(\tilde{\theta}_{f_1}^T \eta(\hat{X}_1, \hat{x}_4) + \tilde{g}_1 \sin u_I + u_r + w) \\ &\qquad - \frac{1}{\gamma_{f_1}} \tilde{\theta}_{f_1}^T \dot{\hat{\theta}}_{f_1} - \frac{1}{\gamma_{g_1}} \tilde{g}_1 \dot{\hat{g}}_1 - \frac{1}{\gamma_q} \tilde{q}_1 \dot{\hat{q}}_1 \end{aligned} \qquad (۲۳\text{-}۵)$$

که در آن $A_s = A - BK^T$ و ماتریس P_1 به‌صورت زیر انتخاب می‌شود

$$A_s^T P_1 + P_1 A_s = -Q_1 \qquad (۲۴\text{-}۵)$$

که در آن Q_1 یک ماتریس مثبت معین متقارن می‌باشد. درنتیجه داریم:

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + \hat{E}_1^T P_1 B(\tilde{\theta}_{f_1}^T \eta(\hat{X}_1, \hat{x}_4) + \tilde{g}_1 \mathrm{sin} u_I + u_r + w) - \frac{1}{\gamma_{f_1}}\tilde{\theta}_{f_1}^T \dot{\hat{\theta}}_{f_1} - \frac{1}{\gamma_{g_1}}\tilde{g}_1 \dot{\hat{g}}_1 - \frac{1}{\gamma_q}\tilde{q}_1 \dot{\hat{q}}_1 \tag{۲۵-۵}$$

با انتخاب قواعد تطبیق به‌صورت زیر

$$\dot{\hat{\theta}}_{f_1} = \gamma_{f_1}\hat{E}_1^T P_1 B \eta(\hat{X}_1, \hat{x}_4) \tag{۲۶-۵}$$

$$\dot{\hat{g}}_1 = \gamma_{g_1}\hat{E}_1^T P_1 B \mathrm{sin} u_I \tag{۲۷-۵}$$

$$\dot{\hat{q}}_1 = \gamma_q \left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| \tag{۲۸-۵}$$

$$u_r = -\hat{q}_1 sgn(\hat{E}_1^T P_1 B) \tag{۲۹-۵}$$

و با ساده سازی (۵-۲۵) به صورت زیر داریم:

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + \tilde{\theta}_{f_1}^T (\hat{E}_1^T P_1 B \eta(\hat{X}_1, \hat{x}_4) - \frac{1}{\gamma_{f_1}}\dot{\hat{\theta}}_{f_1}) + \tilde{g}_1 (\hat{E}_1^T P_1 B \mathrm{sin} u_I - \frac{1}{\gamma_{g_1}}\dot{\hat{g}}_1) + \hat{E}_1^T P_1 B(u_r + w) - \frac{1}{\gamma_q}\tilde{q}_1 \dot{\hat{q}}_1 \tag{۳۰-۵}$$

با جایگذاری (۵-۲۶) و (۵-۲۷) در (۵-۳۰) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + \hat{E}_1^T P_1 B(u_r + w) - \frac{1}{\gamma_q}\tilde{q}_1 \dot{\hat{q}}_1 \tag{۳۱-۵}$$

در ادامه با جایگذاری (۵-۲۸) و (۵-۲۹) در (۵-۳۱) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 - \hat{q}_1 \left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| + \hat{E}_1^T P_1 B w - (q_{m1} - \hat{q}_1)\left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| \\ &= -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + \hat{E}_1^T P_1 B w - q_{m1}\left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| \\ &\le -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + |\hat{E}_1^T P_1 B||w| - q_{m1}\left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| \\ &= -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + |\hat{E}_1^T P_1 B|(|w| - q_{m1}) \end{aligned} \tag{۳۲-۵}$$

با توجه به فرض $|w| < q_{m1}$ ، عبارت $|\hat{E}_1^T P_1 B|(|w| - q_{m1})$ همواره منفی می باشد و در بدترین حالت با جایگذاری $|w| = q_{m1}$ در رابطه (۵-۳۲) نتیجه می‌شود

$$\dot{V}_1 \le -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 \le -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_1)\left\|\hat{E}_1\right\|^2 \tag{۳۳-۵}$$

۵-۲-۳- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم برای زیر سیستم دوم

با تعریف $\hat{X}_2 = [\hat{x}_3 \quad \hat{x}_4]^T$، زیر سیستم دوم را در نظر گرفته که به صورت زیر می‌باشد

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_3 &= \hat{x}_4\\ \dot{\hat{x}}_4 &= a(\tau - 2M\hat{x}_1\hat{x}_2\hat{x}_4 - Mg\hat{x}_1\cos\hat{x}_3) + d(t) = f_2(\hat{X}_1, \hat{X}_2) + g_2(\hat{x}_1)\tau + d(t)\end{aligned} \tag{۵-۳۴}$$

که در آن $a = \frac{1}{M\hat{x}_1^2 + J + J_b}$ ، $d(t)$ بعنوان اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده و همچنین

$$f_2(\hat{X}_1, \hat{X}_2) = \frac{1}{M\hat{x}_1^2 + J + J_b}(-2M\hat{x}_1\hat{x}_2\hat{x}_4 - Mg\hat{x}_1\cos\hat{x}_3) \tag{۵-۳۵}$$

$$g_2(\hat{x}_1) = \frac{1}{M\hat{x}_1^2 + J + J_b} \tag{۵-۳۶}$$

می‌باشد.

با بازنویسی (۵-۳۴) به‌صورت زیر داریم:

$$\dot{\hat{X}}_2 = A\hat{X}_2 + B(f_2(\hat{X}_1, \hat{X}_2) + g_2(\hat{x}_1)\tau + d(t)) \tag{۵-۳۷}$$

$$y = C^T\hat{X}_2 \tag{۵-۳۸}$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned}\hat{X}_2 &= [\hat{x}_3 \quad \hat{x}_4]^T = [\hat{\theta} \quad \dot{\hat{\theta}}]^T\\ A &= \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{۵-۳۹}$$

اگر خطای تنظیم $\hat{e} = \hat{x}_3 - x_{3d}$ و بردار خروجی مرجع $X_{d2} = [x_{3d} \quad \dot{x}_{3d}]^T$ باشد، آنگاه خطای بردار تعقیب به‌صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\hat{E}_2 = [X_{d2} - \hat{X}_2]^T = [\hat{e} \quad \dot{\hat{e}}]^T \tag{۵-۴۰}$$

اگر $d(t) = 0$ آنگاه قانون کنترل ارائه‌شده به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد.

$$\tau^* = \frac{1}{g_2(\hat{x}_1)}[-f_2(\hat{X}_1, \hat{X}_2) + \ddot{x}_{3d} + K^T\hat{E}_2] \tag{۵-۴۱}$$

که در آن $K^T = [k_1 \quad k_2]$ بردار بهره فیدبک و τ^* قانون کنترل ایده‌ال می‌باشد. با توجه به اینکه (A, B) کنترل‌پذیر است K به نحوی انتخاب می‌شود که $A - BK^T$ هرویتز گردد. اما قانون کنترل به

علت معلوم نبودن $f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)$ و $g_2(\hat{x}_1)$ قابل پیاده‌سازی نیست، درنتیجه قانون کنترل فازی به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد

$$\tau_I=\frac{1}{\hat{g}_2(\hat{x}_1)}\left[-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)+\ddot{x}_{3d}+K^T\hat{E}_2+u_r\right] \qquad (۵-۴۲)$$

که در آن u_r برای جبران اغتشاش خارجی و همچنین خطای تخمین پیشنهاد شده است و همچنین τ_I کنترل کننده معادل قطعی نامیده می‌شود چون اگر $\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)$ و $\hat{g}_2(\hat{x}_1)$ به ترتیب معادل با $f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)$، $g_2(\hat{x}_1)$ شوند آنگاه کنترل‌کننده τ_I همان کنترل کننده ایده ال τ^* می‌شود.

با استفاده از روابط (۵-۳۷)(۵-۸) و (۵-۴۲)(۵-۱۳) می‌توان رابطه زیر را استنتاج کرد

$$\begin{aligned}\dot{\hat{X}}_2=A\hat{X}_2+B\big(K^T\hat{E}_2+\ddot{x}_{3d}+\left[f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)\right]\\+\left[g_2(\hat{x}_1)-\hat{g}_2(\hat{x}_1)\right]\tau_I+u_r+d(t)\big)\end{aligned} \qquad (۵-۴۳)$$

پس داریم:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{E}}_2&=\dot{X}_{d2}-A\hat{X}_2-B(K^T\hat{E}_2+\ddot{x}_{3d}+\left[f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)\right]\\&\quad+\left[g_2(\hat{x}_1)-\hat{g}_2(\hat{x}_1)\right]\tau_I+u_r+d(t))\\&=\dot{X}_{d2}+A\hat{E}_2-AX_{d2}-B(K^T\hat{E}_2+\ddot{x}_{3d}+\left[f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)\right]\\&\quad+\left[g_2(\hat{x}_1)-\hat{g}_2(\hat{x}_1)\right]\tau_I+u_r+d(t))\\&=A\hat{E}_2-BK^T\hat{E}_2-B(\left[f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)\right]+\left[g_2(\hat{x}_1)-\hat{g}_2(\hat{x}_1)\right]\tau_I\\&\quad+u_r+d(t))\\&=(A-BK^T)\hat{E}_2-B(f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2|\theta_f^*)+u_r+\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2|\theta_f^*)\\&\quad-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2|\theta_f)+\left[g_2(\hat{x}_1)-\hat{g}_2(\hat{x}_1|\theta_f^*)+\hat{g}_2(\hat{x}_1|\theta_f^*)\right.\\&\quad\left.-\hat{g}_2(\hat{x}_1)\right]\tau_I+d(t))\end{aligned} \qquad (۵-۴۴)$$

که در آن داریم

$$\theta_{f_2}^*=\arg min_{\theta_{f_2}\in R^m}\ \left[sup_{\hat{X}\in R^n}\left|\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2|\theta_{f_2})-f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)\right|\right] \qquad (۵-۴۵)$$

$$\theta_{g_2}^*=\arg min_{\theta_{g_2}\in R^m}\ \left[sup_{\hat{X}\in R^n}\left|\hat{g}_2(\hat{x}_1|\theta_{g_2})-g_2(\hat{x}_1)\right|\right] \qquad (۵-۴۶)$$

با درنظرگرفتن خطای تقریب حداقل به صورت

$$w=\left[f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2|\theta_f^*)\right]+\left[g_2(\hat{x}_1)-\hat{g}_2(\hat{x}_1|\theta_f^*)\right]\tau_I-d(t) \qquad (۵-۴۷)$$

داریم

$$\begin{aligned}\dot{\hat{E}}_2=(A-BK^T)\hat{E}_2-B(u_r+w+\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2|\theta_f^*)-\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2|\theta_f)\\+\left[\hat{g}_2(\hat{x}_1|\theta_f^*)-\hat{g}_2(\hat{x}_1)\right]\tau_I)\end{aligned} \qquad (۵-۴۸)$$

و همچنین با در نظرگرفتن

$$\hat{f}_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)=\theta_{f_2}^T\eta(\hat{X}_1,\hat{X}_2) \qquad (۴۹-۵)$$

$$\hat{g}_2(\hat{x}_1)=\theta_{g_2}^T\xi(\hat{x}_1) \qquad (۵۰-۵)$$

$$\tilde{\theta}_{f_2}=\theta_{f_2}^*-\hat{\theta}_{f_2} \qquad (۵۱-۵)$$

$$\tilde{\theta}_{g_2}=\theta_{g_2}^*-\hat{\theta}_{g_2} \qquad (۵۲-۵)$$

داریم:

$$\dot{\hat{E}}_2=(A-BK^T)\hat{E}_2-B(\tilde{\theta}_{f_1}^T\eta(\hat{X}_1,\hat{X}_2)+\tilde{\theta}_{g_2}^T\xi(\hat{x}_1)\tau_I+u_r+w) \qquad (۵۳-۵)$$

بعلاوه فرض می‌شود که $|w|<q_{m2}$ که در آن q_{m2} یک ثابت نامعلوم می‌باشد.

۵-۲-۴- تحلیل پایداری قانون کنترل و قوانین تطبیق زیرسیستم دوم

برای سیستم (۵-۵۳) تابع لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌شود

$$V_2=\frac{1}{2}\hat{E}_2^TP_2\hat{E}_2+\frac{1}{2\gamma_{f_2}}\tilde{\theta}_{f_2}^T\tilde{\theta}_{f_2}+\frac{1}{2\gamma_{g_2}}\tilde{\theta}_{g_2}^T\tilde{\theta}_{g_2}+\frac{1}{2\gamma_{q2}}\tilde{q}_2^2 \qquad (۵۴-۵)$$

که در آن $\tilde{q}_2=q_{m2}-\hat{q}_2$ و $\hat{q}_2$ تخمین w است و همچنین ماتریس P_2 معین مثبت متقارن می-باشد. با مشتق‌گیری از (۵-۵۵) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2&=\frac{1}{2}\dot{\hat{E}}_2^TP_2\hat{E}_2+\frac{1}{2}\hat{E}_2^TP_2\dot{\hat{E}}_2+\frac{1}{\gamma_{f_2}}\tilde{\theta}_{f_2}^T\dot{\tilde{\theta}}_{f_2}+\frac{1}{\gamma_{g_2}}\tilde{\theta}_{g_2}^T\dot{\tilde{\theta}}_{g_2}+\frac{1}{\gamma_{q2}}\tilde{q}_2\dot{\tilde{q}}_2\\&=\frac{1}{2}\hat{E}_2^T(A_s^TP_2+P_2A_s)\hat{E}_2+\hat{E}_2^TP_2B(\tilde{\theta}_{f_2}^T\eta(\hat{X}_1,\hat{X}_2)+\tilde{\theta}_{g_2}^T\xi(\hat{x}_1)\tau_I+u_r\\&\qquad+w)-\frac{1}{\gamma_{f_2}}\tilde{\theta}_{f_2}^T\dot{\hat{\theta}}_{f_2}-\frac{1}{\gamma_{g_2}}\tilde{\theta}_{g_2}^T\dot{\hat{\theta}}_{g_2}-\frac{1}{\gamma_{q2}}\tilde{q}_2\dot{\hat{q}}_2\end{aligned} \qquad (۵۵-۵)$$

که در آن $A_s=A-BK^T$ و ماتریس P_2 به‌صورت زیر انتخاب می‌شود

$$A_s^TP_2+P_2A_s=-Q_2 \qquad (۵۶-۵)$$

که در آن Q_2 یک ماتریس مثبت معین متقارن می‌باشد. درنتیجه داریم:

$$\dot{V}_2 = -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + \hat{E}_2^T P_2 B(\tilde{\theta}_{f_2}^T \eta(\hat{X}_1, \hat{X}_2) + \tilde{\theta}_{g_2}^T \xi(\hat{x}_1)\tau_I + u_r + w)$$
$$-\frac{1}{\gamma_{f_2}}\tilde{\theta}_{f_2}^T \dot{\hat{\theta}}_{f_2} - \frac{1}{\gamma_{g_2}}\tilde{\theta}_{g_2}^T \dot{\hat{\theta}}_{g_2} - \frac{1}{\gamma_{q_2}}\tilde{q}_2 \dot{\hat{q}}_2 \quad (۵۷-۵)$$

با انتخاب قواعد تطبیق به‌صورت زیر

$$\dot{\hat{\theta}}_{f_2} = \gamma_{f_2}\hat{E}_2^T P_2 B \eta(\hat{X}_1, \hat{X}_2) \quad (۵۸-۵)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{g_2} = \gamma_{g_2}\hat{E}_2^T P_2 B \xi(\hat{x}_1)\, \tau_I \quad (۵۹-۵)$$

$$\dot{\hat{q}}_2 = \gamma_{q_2}\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| \quad (۶۰-۵)$$

$$u_r = -\hat{q}_2 sgn(\hat{E}_2^T P_2 B) \quad (۶۱-۵)$$

و با ساده سازی (۵-۵۷) به صورت زیر داریم:

$$\dot{V}_2 = -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + \tilde{\theta}_{f_2}^T(\hat{E}_2^T P_2 B \eta(\hat{X}_1, \hat{X}_2) - \frac{1}{\gamma_{f_2}}\dot{\hat{\theta}}_{f_2}) + \tilde{\theta}_{g_2}^T(\hat{E}_2^T P_2 B \xi(\hat{x}_1)\tau_I$$
$$-\frac{1}{\gamma_{g_2}}\dot{\hat{\theta}}_{g_2}) + \hat{E}_2^T P_2 B(u_r + w) - \frac{1}{\gamma_{q_2}}\tilde{q}_2 \dot{\hat{q}}_2 \quad (۶۲-۵)$$

با جایگذاری (۵-۵۸) و (۵-۵۹) در (۵-۶۲) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_2 = -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + \hat{E}_2^T P_2 B(u_r + w) - \frac{1}{\gamma_{q_2}}\tilde{q}_2 \dot{\hat{q}}_2 \quad (۶۳-۵)$$

در ادامه با جایگذاری (۵-۶۰) و (۵-۶۱) در (۵-۶۳) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 - \hat{q}_2\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| + \hat{E}_2^T P_2 B w - (q_{m2} - \hat{q}_2)\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| \\ &= -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + \hat{E}_2^T P_2 B w - q_{m2}\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| \\ &\le -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + |\hat{E}_2^T P_2 B||w| - q_{m2}\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| \\ &= -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + |\hat{E}_2^T P_2 B|(|w| - q_{m2})\end{aligned} \quad (۶۴-۵)$$

با توجه به فرض $|w| < q_{m2}$ ، عبارت $|\hat{E}_2^T P_2 B|(|w| - q_{m2})$ همواره منفی می باشد و در بدترین حالت با جایگذاری $|w| = q_{m2}$ در رابطه (۵-۳۲) نتیجه می‌شود

$$\dot{V}_2 \le -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 \le -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_2)\left\|\hat{E}_2\right\|^2 \quad (۶۵-۵)$$

در نتیجه برای معادلات کامل سیستم گوی و میله تابع لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌گردد

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{2}\hat{E}_1{}^T P_1 \hat{E}_1 + \frac{1}{2}\hat{E}_2^T P_2 \hat{E}_2 + \frac{1}{2\gamma_{f_1}}\tilde{\theta}_{f_1}^T\tilde{\theta}_{f_1} + \frac{1}{2\gamma_{g_1}}\tilde{g}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_{q1}}\tilde{q}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_{f_2}}\tilde{\theta}_{f_2}^T\tilde{\theta}_{f_2} + \frac{1}{2\gamma_{g_2}}\tilde{\theta}_{g_2}^T\tilde{\theta}_{g_2} + \frac{1}{2\gamma_{q2}}\tilde{q}_2^2 \quad (۶۶-۵)$$

که در آن V_1 و V_2 از روابط (۵-۲۲) و (۵-۵۴) جایگذاری شده‌اند و چون V_1 و V_2 همواره مثبت می‌باشند در نتیجه با توجه به (۵-۶۶)، V هم مثبت معین می‌باشد. در ادامه از (۵-۶۶) مشتق گرفته و داریم:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (۶۷-۵)$$

با جایگذاری (۵-۳۳) و (۵-۶۵) در (۵-۶۷) داریم:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 - \frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 \le -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_1)\|\hat{E}_1\|^2 - \frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_2)\|\hat{E}_2\|^2 \quad (۶۸-۵)$$

با تعریف $\hat{E} = \begin{bmatrix}\hat{E}_1^T & \hat{E}_2^T\end{bmatrix}^T$ و همچنین β به صورتی که

$$\beta = \min\{\lambda_{\min}(Q_1), \lambda_{\min}(Q_2)\} \quad (۶۹-۵)$$

داریم:

$$\dot{V} \le -\frac{1}{2}\beta\|\hat{E}\|^2 \quad (۷۰-۵)$$

با انتگرال‌گیری از (۵-۷۰) داریم

$$\int_0^\infty \|\hat{E}\|^2 dt \le \frac{V(0) - V(\infty)}{\frac{1}{2}\beta} \quad (۷۱-۵)$$

با توجه به (۵-۷۰) داریم

$$V(t) \le V(0) \quad (۷۲-۵)$$

همچنین با توجه (۵-۷۱)، $\|\hat{E}\|$ موجود و محدود است یعنی $\hat{E}(t) \in L_2$. از طرفی با توجه به (۵-۶۶) و می‌توان نتیجه گرفت که $\hat{E}_1(t) \in L_\infty$، $\hat{E}_2(t) \in L_\infty$ و همچنین $\theta_{f1}, \mathrm{g}_1, q_1, \theta_{f2}, \theta_{g2}, q_2$ نیز

محدود می‌باشند. از معادله‌های (۵-۲۱) و (۵-۵۳) نتیجه می‌شود که $\dot{\hat{E}}(t) \in L_\infty$ و این مورد نشان می‌دهد $\hat{E}(t)$ یکنواخت پیوسته است. درنتیجه با استفاده از لم باربالات داریم:

$$\lim_{t\to\infty} \hat{E}(t) = 0 \tag{۵-۷۳}$$

درنتیجه $\hat{X} \in L_\infty$ خواهد بود. با توجه به روابط (۴-۳۲) تا (۴-۳۶)، به صورت خلاصه کنترل‌کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم برای سیستم گوی و میله به صورت زیر به دست می‌آید

$$x_{3d} = sin^{-1}(\frac{1}{\hat{g}_1}(-\hat{f}_1(\widehat{\mathrm{X}}) + \ddot{y}_d - c_2(\hat{x}_2 - \dot{y}_d) - c_1(\hat{x}_1 - y_d))) \tag{۵-۷۴}$$

$$x_{4d} = \dot{x}_{3d} - k_1(\hat{x}_3 - x_{3d}) - \frac{1}{\gamma_1}\frac{\partial V_1}{\partial e_2}\hat{\mathrm{g}}_1\frac{sin(\hat{x}_3) - sin(x_{3d})}{x_3 - x_{3d}} \tag{۵-۷۵}$$

$$\tau = \frac{1}{\hat{g}_2(\widehat{\mathrm{X}})}\left(\dot{x}_{4d} - k_2(\hat{x}_4 - x_{4d}) - \frac{\gamma_1}{\gamma_2}(\hat{x}_3 - x_{3d}) - \hat{f}_2(\widehat{\mathrm{X}})\right) \tag{۵-۷۶}$$

که در آن V_1 در (۴-۳۵) تعریف شده است.

۵-۳- شبیه‌سازی کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم

۵-۳-۱- مقادیر پارامترها و شرایط اولیه

جهت بررسی عملکرد کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم، کنترل‌کننده طراحی‌شده را بر روی سیستم گوی و میله شبیه‌سازی کرده و در ادامه موردبررسی قرار می‌گیرد. مقادیر پارامترهای مورداستفاده در این سیستم در جدول (۴-۱) درج شده است.

توابع عضویت هرکدام از سیستم‌های فازی به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\mu_{A_1}^1(x_1) = \frac{1}{1 + e^{5(x_1+1)}} \tag{۵-۷۷}$$

$$\mu_{A_1}^2(x_1) = \frac{1}{1 + e^{-(x_1^2)}} \tag{۵-۷۸}$$

$$\mu_{A_1}^3(x_1) = \frac{1}{1 + e^{-5(-x_1-1)}} \tag{۵-۷۹}$$

در ادامه پارامترهای موردنیاز در کنترل‌کننده پسگام طراحی‌شده در جدول (۵-۱) آورده شده است.

جدول (۵-۱) پارامترهای موردنیاز کنترل‌کننده پسگام

پارامترهای بخش پسگام	مقدار
c_1	2
c_2	5
γ_1	1
γ_2	1
k_1	0.5
k_2	20

همچنین پارامترهای موردنیاز در کنترل‌کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم طراحی‌شده در جدول (۵-۲) آورده شده است.

جدول (۵-۲) پارامترهای موردنیاز کنترل‌کننده فازی تطبیقی غیرمستقیم

پارامترهای بخش فازی تطبیقی غیر مستقیم زیرسیستم اول	مقدار	پارامترهای بخش فازی تطبیقی غیر مستقیم زیرسیستم دوم	مقدار
γ_{f_1}	0.005	γ_{f_2}	0.005
γ_{g_1}	10	γ_{g_2}	0.01
γ_q	0.001	γ_q	0.001
$\hat{\theta}_{f_1}(0)$	$[zeros(1,9)]$	$\hat{\theta}_{f_2}(0)$	$[zeros(1,81)]$
$\hat{g}_1(0)$	7	$\hat{\theta}_{g_2}(0)$	$[0.5 \quad 0.5 \quad 0.5]$
$\hat{q}(0)$	0	$\hat{q}(0)$	0

که در آن $\hat{\theta}_{f_1}(0)$، $\hat{\theta}_{f_2}(0)$، $\hat{g}_1(0)$، $\hat{\theta}_{g_2}(0)$ و $\hat{q}(0)$ به ترتیب بیانگر شرایط اولیه $\hat{\theta}_{f_1}$، $\hat{\theta}_{f_2}$، $\hat{g}_1$، $\hat{\theta}_{g_2}$ و $\hat{q}$ می باشد.

در ادامه برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده طراحی‌شده، نتایج شبیه‌سازی روش ارائه‌شده با روش فازی تطبیقی سطح لغزشی[1] که در [۳۵] ارائه شد، مقایسه می‌شود. همچنین در هر دو روش از مشاهده گر طراحی شده در فصل ۳ با پارامترهای ذکر شده در جدول (۳-۱) استفاده شده است.

برای اینکه مقایسه در شرایط یکسان انجام پذیرد، شرایط اولیه متغیرهای حالت سیستم اصلی و مشاهده‌گر در هر دو روش به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\mathrm{X}(0) = [0.1\ 0.1\ 0\ 0.1] \tag{۵-۸۰}$$

$$\hat{\mathrm{X}}(0) = [0.1\ 0\ 0\ 0] \tag{۵-۸۱}$$

[1] Adaptive Fuzzy Dynamic Surface Control (AFDSC)

در ادامه از دو ورودی مرجع سینوسی و مربعی برای مقایسه استفاده شده است. مدل مرجع نیز به به‌صورت زیر انتخاب شده است.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \qquad (۸۲-۵)$$

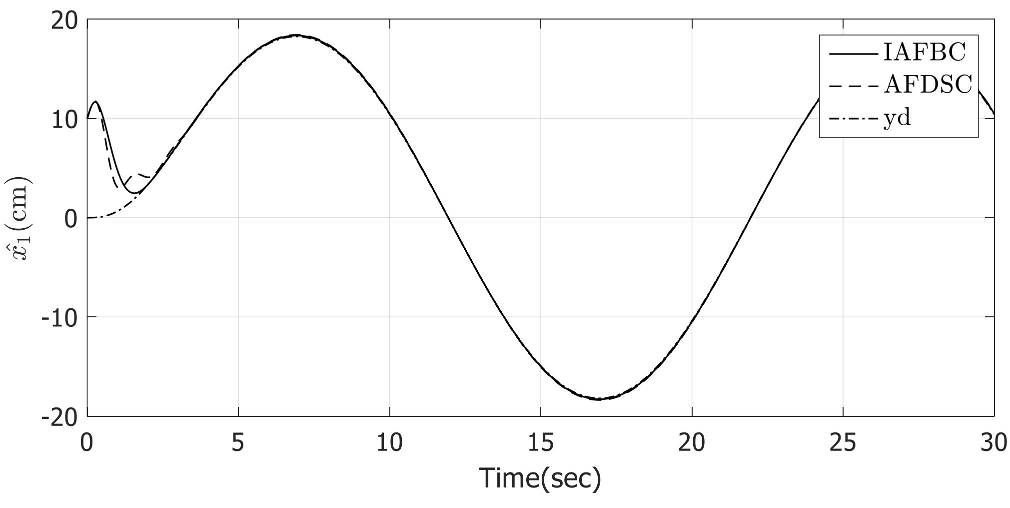
در همه شبیه‌سازی‌های انجام‌شده در این بخش زمان شبیه‌سازی ۳۰ ثانیه در نظر گرفته شده و همچنین به جای تابع $sgn(x)$ از $sat(\frac{x}{0.1})$ استفاده شده است.

۵-۳-۲- ورودی مرجع سینوسی

در این بخش ورودی مرجع را به‌صورت یک سیگنال سینوسی با دامنه ۰٫۲ و دوره تناوب ۲۰ ثانیه در نظر گرفته و پس از عبور از مدل مرجع ارائه‌شده در (۴-۳۸) به سیستم اعمال شده است.

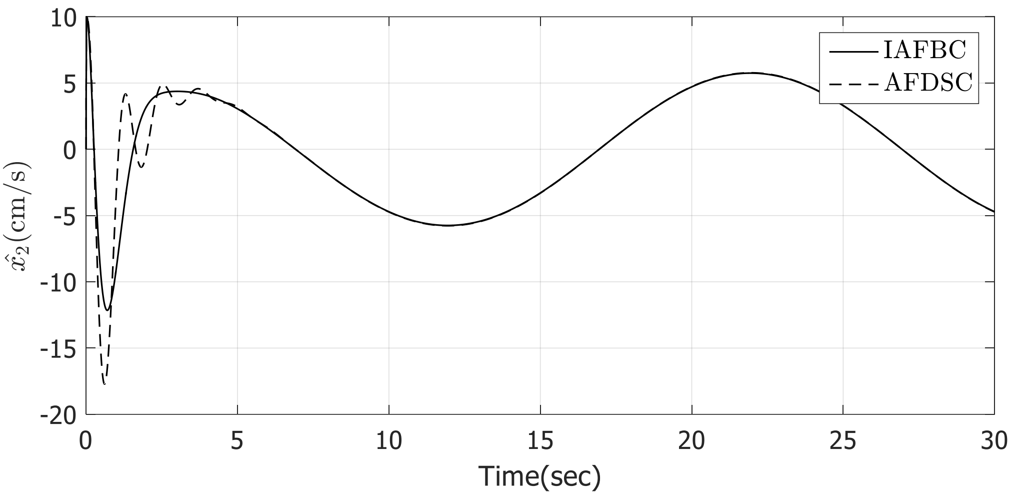
$$y_d = 0.2\sin(\frac{\pi}{10}\mathrm{t}) \qquad (۸۳-۵)$$

پس از شبیه‌سازی، در شکل (۵-۱) موقعیت گوی برحسب سانتیمتر، در شکل (۵-۲) سرعت گوی برحسب سانتیمتر بر ثانیه، در شکل (۵-۳) زاویه میله برحسب درجه، در شکل (۵-۴) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه، در شکل (۵-۵) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر و در شکل (۵-۶) نمودار خطای ردگیری خروجی بر حسب سانتی متر نشان داده شده است.



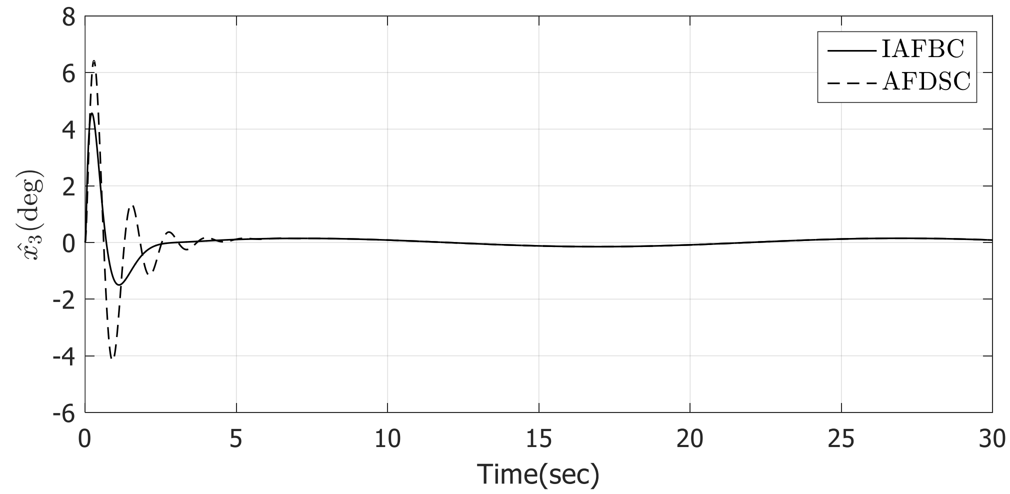
شکل (۵-۱) مقایسه موقعیت گوی برحسب سانتیمتر در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۵-۱) مشخص است عملکرد روش ارائه‌شده نسبت به روش مورد مقایسه بهتر بوده و در مدت‌زمان کمتری به سیگنال مرجع رسیده و آن را دنبال کرده است. این امر نشان از عملکرد مطلوب‌تر کنترل‌کننده طراحی‌شده دارد.



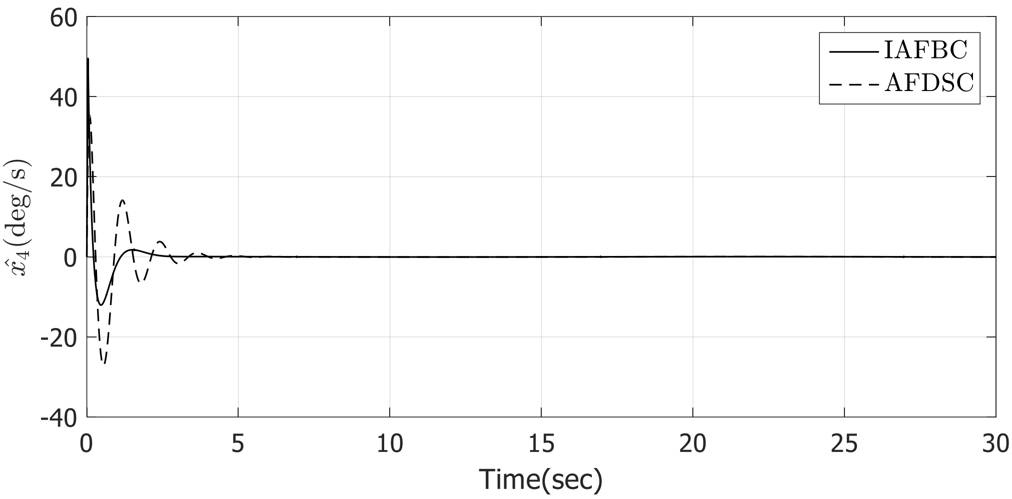
شکل (۵-۲) مقایسه سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه در هر دو روش

با توجه به شکل (۵-۲) که در آن سرعت گوی در هرلحظه نشان داده شده، مشخص است که روش ارائه‌شده نوسان سرعت کمتری دارد و برتری روش پایان‌نامه مشهود می‌باشد.



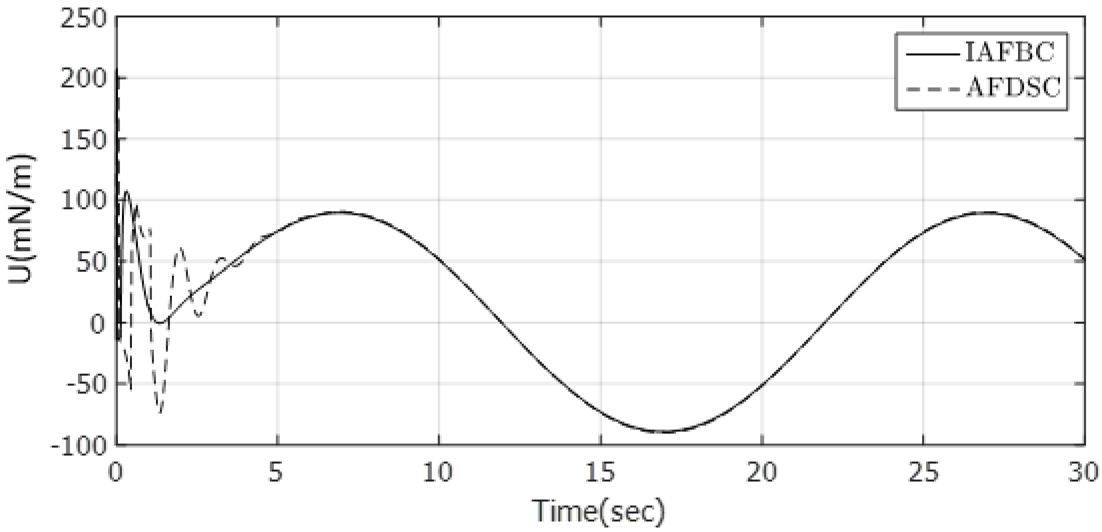
شکل (۵-۳) مقایسه زاویه میله برحسب درجه در هر دو روش

در شکل (۵-۳) زاویه میله نشان داده شده و در آن مشخص است که روش ارائه‌شده در این پایان‌نامه تغییر زاویه کمتری دارد و نوسان زاویه نیز کمتر می‌باشد.



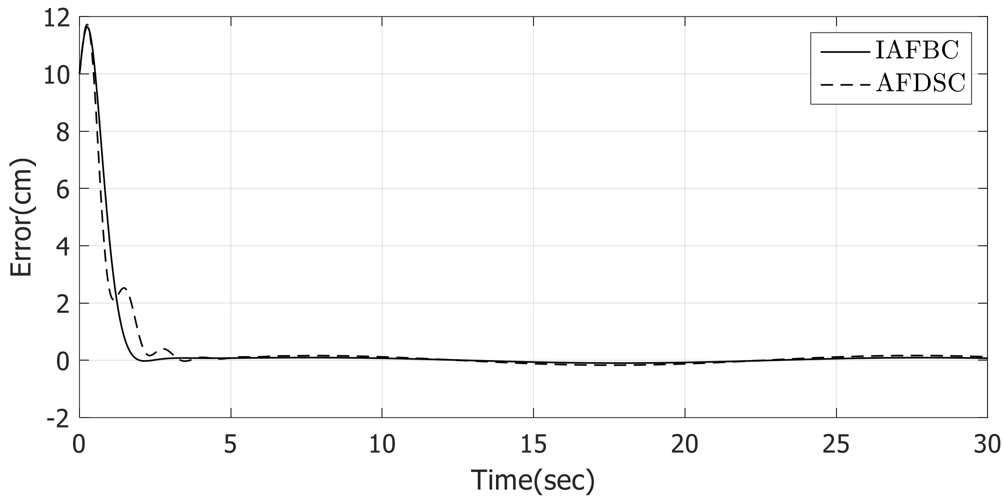
شکل (۵-۴) مقایسه سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۵-۴) مشخص می‌باشد تغییرات سرعت زاویه میله درروش ارائه‌شده خیلی کمتر از روش مورد مقایسه می‌باشد و در مدت‌زمان کمتری به صفر رسیده است.



شکل (۵-۵) مقایسه قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر در هر دو روش

در شکل (۵-۵) سیگنال کنترلی تولیدشده برحسب میلی نیوتون متر نشان داده است. همان‌طور که مشخص است ورودی کنترل در روش ارائه‌شده نوسان کمتری دارد و تغییرات نرم‌تری نیز دارد و دامنه نوسان آن نیز کمتر می‌باشد و چون ورودی مرجع سینوسی می‌باشد، سیگنال کنترل هم‌شکل سینوسی به خود گرفته است.



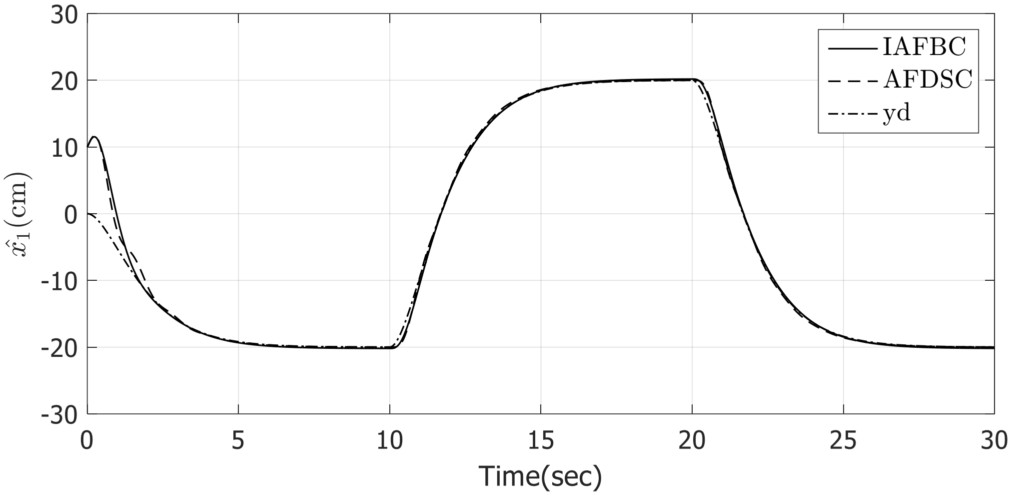
شکل (۵-۶) مقایسه خطای ردگیری خروجی بر حسب سانتی متر در هر دو روش

در شکل (۵-۶) هم نمودار خطای دو روش باهم مقایسه شده است و همان‌طور که مشخص است روش ارائه‌شده در این پایان‌نامه در مدت‌زمان سریع‌تری صفر شده و درنهایت با خطای کمتری ورودی مرجع را هم دنبال کرده است.

۵-۳-۳- ورودی مرجع مربعی

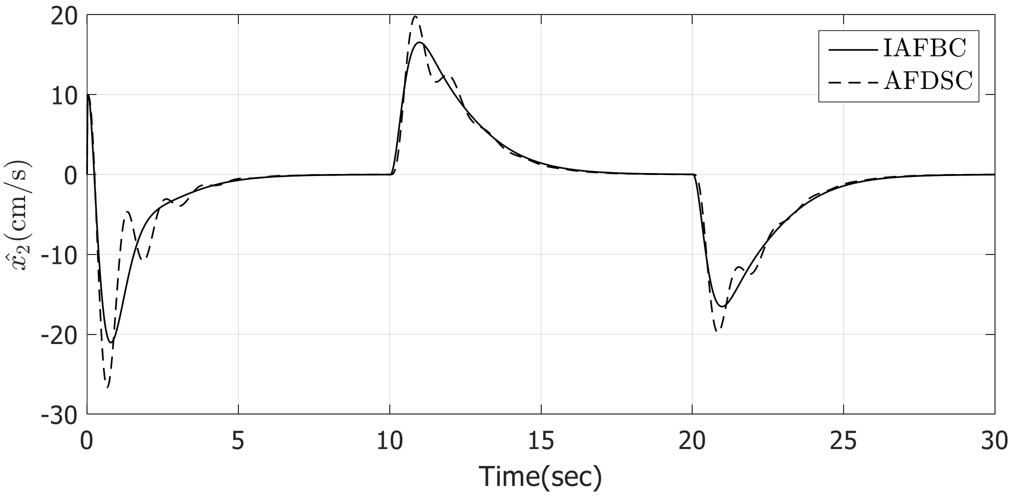
در این بخش ورودی مرجع را به‌صورت یک سیگنال مربعی با دامنه ۰,۲ و دوره تناوب ۲۰ ثانیه در نظر گرفته و پس از عبور از مدل مرجع ارائه‌شده در (۵-۸۳) به سیستم اعمال شده است.

پس از شبیه‌سازی، در شکل (۵-۷) موقعیت گوی برحسب سانتیمتر، در شکل (۵-۸) سرعت گوی برحسب سانتیمتر بر ثانیه، در شکل (۵-۹) زاویه میله برحسب درجه، در شکل (۵-۱۰) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه، در شکل (۵-۱۱) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر و در شکل (۵-۱۲) نمودار خطای ردگیری خروجی بر حسب سانتی متر نشان داده شده است.



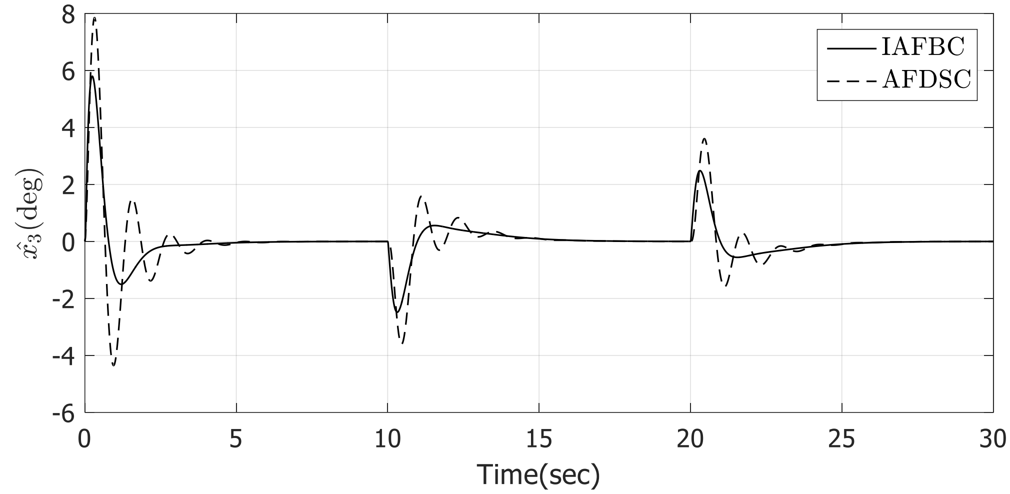
شکل (۵-۷) مقایسه موقعیت گوی برحسب سانتی متر در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۵-۷) مشخص است عملکرد روش ارائه‌شده نسبت به روش مورد مقایسه بهتر بوده و در مدت‌زمان کمتری به سیگنال مرجع رسیده و آن را دنبال کرده است. این امر نشان از عملکرد مطلوب‌تر کنترل‌کننده طراحی‌شده دارد.



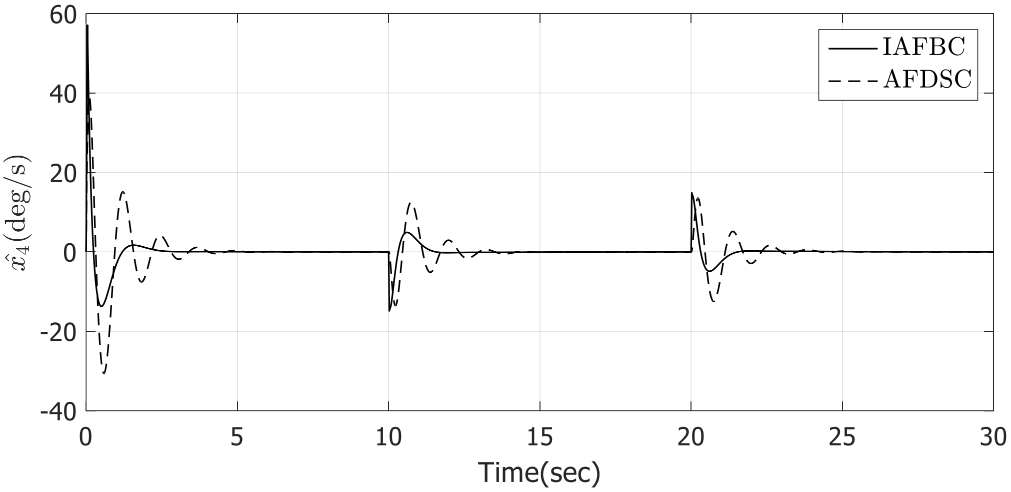
شکل (۵-۸) مقایسه سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه در هر دو روش

با توجه به شکل (۵-۸) که در آن سرعت گوی در هرلحظه نشان داده شده، مشخص است که روش ارائه‌شده نوسان سرعت کمتری دارد و برتری روش پایان‌نامه مشهود می‌باشد.



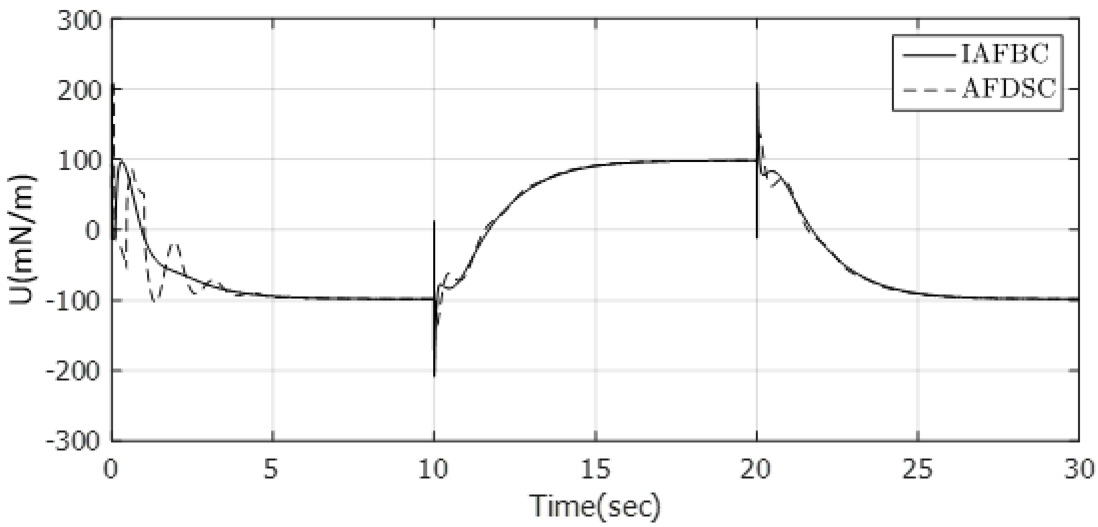
شکل (۵-۹) مقایسه زاویه میله برحسب درجه در هر دو روش

در شکل (۵-۹) زاویه میله نشان داده شده و در آن مشخص است که روش ارائه‌شده در این پایان‌نامه تغییر زاویه کمتری دارد و نوسان زاویه نیز کمتر می‌باشد.



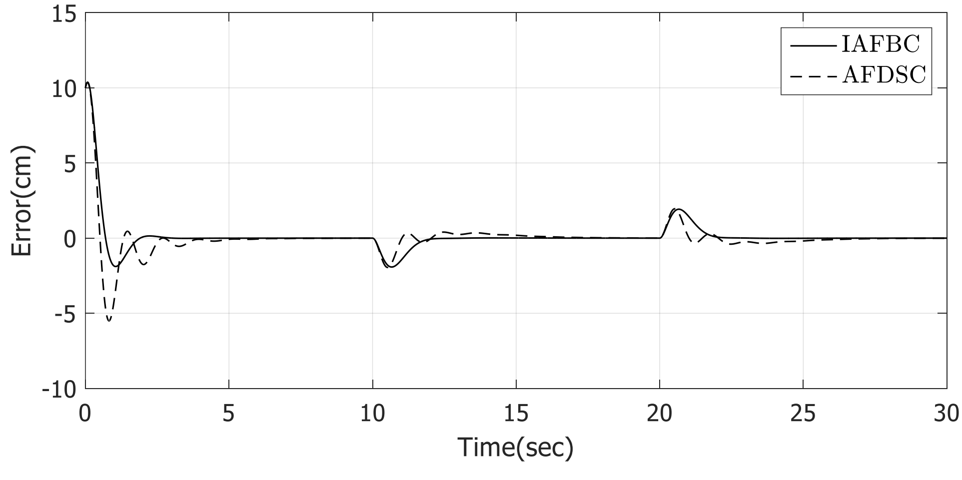
شکل (۵-۱۰) مقایسه سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۵-۱۰) مشخص می‌باشد تغییرات سرعت زاویه میله درروش ارائه‌شده کمتر از روش مورد مقایسه می‌باشد و در مدت‌زمان کمتری به صفر رسیده است.



شکل (۵-۱۱) مقایسه قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر در هر دو روش

در شکل (۵-۱۱) سیگنال کنترلی تولیدشده برحسب گشتاور نشان داده است. همان‌طور که مشخص است ورودی کنترل در روش ارائه‌شده نوسان کمتری دارد و چون ورودی مرجع مربعی می‌باشد، سیگنال کنترل هم، شکلی تقریباً مربعی به خود گرفته است. همچنین در بعضی لحظات یک پیک در سیگنال کنترلی دیده می‌شود که با توجه به روابط (۴-۳۳) و (۴-۳۴)، در رابطه سیگنال کنترل از مشتق x_{3d} و x_{4d} استفاده شده است. در لحظاتی که سیگنال مربعی تغییر مقدار می‌دهد، مقادیر x_{3d} و x_{4d} به صورت آنی تغییر می کنند در نتیجه مشتق آنها مقدار بزرگی می‌شود و چون مستقیما در سیگنال کنترلی وارد می شوند باعث ایجاد چنین پیکی می‌شوند.



شکل (۵-۱۲) مقایسه خطای ردگیری خروجی بر حسب سانتی متر در هر دو روش

در شکل (۵-۱۲) هم نمودار خطای دو روش باهم مقایسه شده است و همان‌طور که مشخص است روش ارائه‌شده در این پایان‌نامه در مدت‌زمان سریع‌تری صفر شده و درنهایت با خطای کمتری ورودی مرجع را هم دنبال کرده است.

فصل ۶: کنترل پسگام فازی تطبیقی مستقیم سیستم گوی و میله بر پایه رویتگر

۶-۱- مقدمه

ازآنجایی‌که مدل‌سازی سیستم‌های فیزیکی همواره با عدم قطعیت همراه است و همچنین کنترل‌کننده طراحی‌شده به روش پسگام نیازمند اطلاعات دقیق از دینامیک سیستم می‌باشد، می‌بایست از یک سیستم فازی با مکانیزم تطبیق برای تخمین دینامیک‌های سیستم استفاده شود. در فصل قبل دینامیک های سیستم به روش فازی تطبیقی غیرمستقیم تخمین زده شد و در روابط به دست آمده در روش پسگام جایگذاری شد و نتایج نشان از عملکرد مناسب کنترل کننده داشته است. روشی دیگر برای کنترل یک سیستم بدون داشتن اطلاع دقیق از دینامیک های آن سیستم، استفاده از روش فازی تطبیقی مستقیم می‌باشد. به همین دلیل در ادامه کنترل پسگام فازی تطبیقی مستقیم برای سیستم گوی و میله ارائه و همچنین پایداری آن، توسط تئوری لیاپانوف نشان داده می‌شود. هدف از این بخش، طراحی کنترل‌کننده u با روش فازی تطبیقی مستقیم به نحوی می‌باشد که متغیرهای حالت سیستم را به سمت مقدار مطلوب خود که از روش پسگام به‌دست آمده همگرا و بدین ترتیب سیستم گوی و میله را کنترل کند. همچنین در این فصل برای کنترل سیستم، از متغیرهای حالت تخمین زده شده که در فصل ۳ به دست آمد به جای متغیرهای حالت سیستم اصلی استفاده می شود.

۶-۲- طراحی کنترل‌کننده پســگام فازی تطبیقی مســتقیم بر پا یه رویتگر[1]

همان‌طور که در بخش ۴-۳- در روابط (۴-۲۵) و (۴-۲۶) ذکر شد، سیستم گوی و میله به‌صورت دو زیرسیستم جداگانه در نظر گرفته شده بودند. در این بخش برای هر زیر سیستم به صورت جداگانه کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم طراحی خواهد شد.

[1] Direct Adaptive Fuzzy Backstepping Control (DAFBC)

۶-۲-۱- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی مستقیم برای زیرسیستم اول

ابتدا زیر سیستم اول را در نظر گرفته که به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}&\dot{\hat{x}}_1=\hat{x}_2\\&\dot{\hat{x}}_2=b\hat{x}_1\hat{x}_4^2-bg\sin\hat{x}_3+d(t)=f_1\big(\hat{X}_1,\hat{x}_4\big)+\mathrm{g}_1 sin(\hat{x}_3)+d(t)\end{aligned} \tag{۶-۱}$$

که در آن $b=M(JR^{-2}+M)^{-1}$، $f_1\big(\hat{X}_1,\hat{x}_4\big)=b\hat{x}_1\hat{x}_4^2$، $\mathrm{g}_1=bg$، $\hat{x}_3$ به‌عنوان ورودی کنترل مجازی، $\widehat{\mathrm{X}}$ متغیرهای حالت تخمین زده شده، $\widehat{\mathrm{X}}_1=[\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2]^T$ ، و $d(t)$ بعنوان اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده در نظر گرفته شده است.

با بازنویسی (۶-۱) به‌صورت زیر داریم:

$$\dot{\hat{X}}_1=A\widehat{\mathrm{X}}_1+B\big(f_1\big(\hat{X}_1,\hat{x}_4\big)+\mathrm{g}_1\sin\hat{x}_3+d(t)\big) \tag{۶-۲}$$

$$y=C^T\hat{X} \tag{۶-۳}$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned}&\widehat{\mathrm{X}}_1=[\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2]^T=[\hat{r} \quad \dot{\hat{r}}]^T\\&A=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{۶-۴}$$

اگر خطای تنظیم $\hat{e}=y_d-\hat{x}_1$ و بردار خروجی مرجع $X_{d1}=[y_d \quad \dot{y}_d]^T$ باشد، آنگاه خطای بردار تعقیب به‌صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\hat{E}_1=[X_{d1}-\widehat{\mathrm{X}}_1]^T=[\hat{e} \quad \dot{\hat{e}}]^T \tag{۶-۵}$$

اگر $d(t)=0$ آنگاه قانون کنترل مجازی ارائه‌شده برای زیر سیستم اول به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد.

$$\hat{x}_3^*=\sin^{-1}(\frac{1}{g_1}[-f_1(\hat{X}_1,\hat{x}_4)+\ddot{y}_d+K^T\hat{E}_1]) \tag{۶-۶}$$

که در آن $K^T=[k_1 \quad k_2]$ بردار بهره فیدبک و ${\hat{x}_3}^*$ قانون کنترل مجازی ایده‌ال می‌باشد. با توجه به اینکه (A,B) کنترل‌پذیر است K به نحوی انتخاب می‌شود که $A-BK^T$ هرویتز گردد. کنترل کننده فازی برای زیر سیستم اول به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{x}_{3\mathrm{D}}=\sin^{-1}\big(u_D\big(\hat{X}_1\big|\theta_1\big)+\ u_r\big)=\sin^{-1}\big(\theta_1^T\xi(\hat{X}_1)+\ u_{r1}\big) \tag{۶-۷}$$

که در آن u_D یک سیستم فازی، θ_1 مجموعه‌ای از پارامترهای قابل تنظیم ، $\xi(\hat{X}_1)$ همانند (۵-۳) و همچنین u_{r1} برای جبران اغتشاش خارجی و همچنین خطای تخمین پیشنهاد شده است.

با جایگذاری (۶-۷) در (۶-۲) و همچنین کم و اضافه کردن عبارت $\mathrm{g}_1\mathrm{sin}\hat{x}_3^*$ می‌توان رابطه زیر را استنتاج کرد

$$\dot{\hat{X}}_1 = A\hat{X}_1 + B\left(f_1(\hat{X}_1,\hat{x}_4) + \mathrm{g}_1 u_D(\hat{X}_1|\theta_1) + \mathrm{g}_1\mathrm{sin}\hat{x}_3^* - \mathrm{g}_1\mathrm{sin}\hat{x}_3^* + \mathrm{g}_1 u_{r1} + d(t)\right) \tag{۶-۸}$$

با جایگذاری (۶-۶) در (۶-۸) داریم:

$$\dot{\hat{X}}_1 = A\hat{X}_1 + B\left(\ddot{y}_d + K^T\hat{E}_1 + \mathrm{g}_1 u_D(\hat{X}_1|\theta_1) - \mathrm{g}_1\mathrm{sin}\hat{x}_3^* + \mathrm{g}_1 u_{r1} + d(t)\right) \tag{۶-۹}$$

با توجه به (۶-۵) و (۶-۹) معادله خطا به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{E}}_1 &= \dot{X}_d - A\hat{X}_1 - B\left(\ddot{y}_d + K^T\hat{E}_1 + \mathrm{g}_1 u_D(\hat{X}_1|\theta_1) - \mathrm{g}_1 sin\hat{x}_3^* + \mathrm{g}_1 u_{r1} + d(t)\right)\\ &= \dot{X}_{d1} - A\hat{X}_1 - B(\ddot{y}_d + K^T\hat{E}_1 + \mathrm{g}_1(u_D(\hat{X}_1|\theta_1) - sin\hat{x}_3^*) + \mathrm{g}_1 u_{r1} + d(t))\\ &= \dot{X}_{d1} + A\hat{E}_1 - AX_d - B(\ddot{y}_d + K^T\hat{E}_1 + \mathrm{g}_1(u_D(\hat{X}_1|\theta_1) - sin\hat{x}_3^*) + \mathrm{g}_1 u_{r1} + d(t))\\ &= (A - BK^T)\hat{E}_1 - B(\mathrm{g}_1(u_D(\hat{X}_1|\theta_1) - sin\hat{x}_3^*) + \mathrm{g}_1 u_{r1} + d(t))\end{aligned} \tag{۶-۱۰}$$

پارامترهای بهینه بدین شکل تعریف می‌شوند

$$\theta_1^* = \arg min_{\theta_1\in R^m}\ [sup_{\hat{X}_1\in R^n}|u_D(\hat{X}_1|\theta_1) - \mathrm{sin}\hat{x}_3^*|] \tag{۶-۱۱}$$

در نتیجه داریم:

$$\dot{\hat{E}}_1 = (A - BK^T)\hat{E}_1 - B(\mathrm{g}_1(u_D(\hat{X}_1|\theta_1) - u_D(\hat{X}_1|\theta_1^*) + u_D(\hat{X}_1|\theta_1^*) - \mathrm{sin}\hat{x}_3^*) + \mathrm{g}_1 u_{r1} + d(t)) \tag{۶-۱۲}$$

خطای تقریب حداقل و $\tilde{\theta}$ به صورت زیر درنظر گرفته می شود

$$w = \mathrm{g}_1(u_D(\hat{X}_1|\theta_1^*) - \mathrm{sin}\hat{x}_3^*) + d(t) \tag{۶-۱۳}$$

$$\tilde{\theta}_1 = \hat{\theta}_1 - \theta_1^* \tag{۶-۱۴}$$

در نهایت با توجه به (۶-۱۲)، (۶-۱۳) و (۶-۱۴) معادله خطا به صورت زیر به دست می‌آید

$$\dot{\hat{E}}_1 = (A - BK^T)\hat{E}_1 - B(\,g_1\tilde{\theta}_1^T\xi(\hat{X}_1) + w + g_1 u_{r1}) \qquad (۶\text{-}۱۵)$$

بعلاوه فرض می‌شود که $|w| < q_{m1}$ که در آن q_{m1} یک ثابت نامعلوم می‌باشد.

۶-۲-۲- تحلیل پایداری قانون کنترل و قوانین تطبیق زیرسیستم اول

برای سیستم (۶-۱۵) تابع لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌شود

$$V_1 = \frac{1}{2}\hat{E}_1^T P_1 \hat{E}_1 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2\gamma_{q1}}\tilde{q}_1^2 \qquad (۶\text{-}۱۶)$$

که در آن $\tilde{q}_1 = q_{m1} - \hat{q}_1$ و $\hat{q}_1$ تخمین w است و همچنین ماتریس P_1 معین مثبت متقارن می‌باشد.

با مشتق‌گیری از (۶-۱۶) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \frac{1}{2}\dot{\hat{E}}_1^{\,T} P_1 \hat{E}_1 + \frac{1}{2}\hat{E}_1^T P_1 \dot{\hat{E}}_1 + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\dot{\tilde{\theta}}_1 + \frac{1}{\gamma_{q1}}\tilde{q}_1\dot{\tilde{q}}_1 \\ &= \frac{1}{2}\hat{E}_1^T(A_s^T P_1 + P_1 A_s)\hat{E}_1 + \hat{E}_1^T P_1 B(\,g_1\tilde{\theta}_1^T\xi(\hat{X}_1) + w + g_1 u_{r1}) - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\dot{\hat{\theta}}_1 \\ &\qquad - \frac{1}{\gamma_{q1}}\tilde{q}_1\dot{\hat{q}}_1\end{aligned} \qquad (۶\text{-}۱۷)$$

که در آن $A_s = A - BK^T$ و ماتریس P_1 به‌صورت زیر انتخاب می‌شود

$$A_s^T P_1 + P_1 A_s = -Q_1 \qquad (۶\text{-}۱۸)$$

که در آن Q_1 یک ماتریس مثبت معین متقارن می‌باشد. درنتیجه داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = &-\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + \hat{E}_1^T P_1 B(\,g_1\tilde{\theta}_1^T\xi(\hat{X}_1) + w + g_1 u_{r1}) - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\dot{\hat{\theta}}_1 \\ &- \frac{1}{\gamma_{q_1}}\tilde{q}_1\dot{\hat{q}}_1\end{aligned} \qquad (۶\text{-}۱۹)$$

با انتخاب قواعد تطبیق به‌صورت زیر

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma_1 \hat{E}_1^T P_1 B\, g_1 \xi(\hat{X}_1) \qquad (۶\text{-}۲۰)$$

$$\dot{\hat{q}}_1 = \gamma_{q1}\left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| \qquad (۶\text{-}۲۱)$$

$$u_{r1} = -\frac{\hat{q}_1}{\mathrm{g}_1} sgn(\hat{E}_1^T P_1 B) \tag{۶-۲۲}$$

و با ساده سازی (۶-۱۹) به صورت زیر داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = &-\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + \tilde{\theta}_1^T (\hat{E}_1^T P_1 B\ \mathrm{g}_1 \xi(\hat{X}_1) - \frac{1}{\gamma_1}\dot{\hat{\theta}}_1) + \hat{E}_1^T P_1 B(\mathrm{g}_1 u_{r1} + w) \\ &-\frac{1}{\gamma_{q_1}}\tilde{q}_1 \dot{\hat{q}}_1\end{aligned} \tag{۶-۲۳}$$

با جایگذاری (۶-۲۰) در (۶-۲۳) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + \hat{E}_1^T P_1 B(\mathrm{g}_1 u_{r1} + w) - \frac{1}{\gamma_{q_1}}\tilde{q}_1 \dot{\hat{q}}_1 \tag{۶-۲۴}$$

در ادامه با جایگذاری (۶-۲۱) و (۶-۲۲) در (۶-۲۴) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 - \hat{q}_1\left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| + \hat{E}_1^T P_1 B w - (q_{m1} - \hat{q}_1)\left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| \\ &= -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + \hat{E}_1^T P_1 B w - q_{m1}\left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| \\ &\le -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + |\hat{E}_1^T P_1 B||w| - q_{m1}\left|\hat{E}_1^T P_1 B\right| \\ &= -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 + |\hat{E}_1^T P_1 B|(|w| - q_{m1})\end{aligned} \tag{۶-۲۵}$$

با توجه به فرض $|w| < q_{m1}$ ، عبارت $|\hat{E}_1^T P_1 B|(|w| - q_{m1})$ همواره منفی می باشد و در بدترین حالت با جایگذاری $|w| = q_{m1}$ در رابطه (۶-۲۵) نتیجه می‌شود

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1 \le -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_1)\left\|\hat{E}_1\right\|^2 \tag{۶-۲۶}$$

۶-۲-۳- کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی مستقیم برای زیرسیستم دوم

با تعریف $\hat{X}_2 = [\hat{x}_3 \quad \hat{x}_4]^T$، زیر سیستم دوم را در نظر گرفته که به صورت زیر می‌باشد

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_3 &= \hat{x}_4 \\ \dot{\hat{x}}_4 &= a(\tau - 2M\hat{x}_1\hat{x}_2\hat{x}_4 - Mg\hat{x}_1\cos\hat{x}_3) + d(t) = f_2(\hat{X}_1, \hat{X}_2) + g_2(\hat{x}_1)\tau + d(t)\end{aligned} \tag{۶-۲۷}$$

که در آن $a = \frac{1}{M\hat{x}_1^2 + J + J_b}$ ، $d(t)$ بعنوان اغتشاش خارجی و دینامیک مدل نشده و همچنین

$$f_2(\widehat{X}_1,\widehat{X}_2)=\frac{1}{M\hat{x}_1^2+J+J_b}(-2M\hat{x}_1\hat{x}_2\hat{x}_4-Mg\hat{x}_1\cos\hat{x}_3) \quad (۶-۲۸)$$

$$g_2(\hat{x}_1)=\frac{1}{M\hat{x}_1^2+J+J_b} \quad (۶-۲۹)$$

می‌باشد.

فرم معادلات زیرسیستم دوم به گونه‌ای نیست که روش فازی تطبیقی مستقیم بر روی آن پیاده سازی شود به همین دلیل تابع $g_2(\hat{x}_1)$ به صورت زیر بسط داده می‌شود

$$g_2(\hat{x}_1)=g_{20}+\Delta g_2 \quad (۶-۳۰)$$

که در آن g_{20} یک مقدار ثابت می‌باشد. در نتیجه معادلات زیرسیستم دوم به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_3&=\hat{x}_4\\ \dot{\hat{x}}_4&=f_2(\hat{X}_1,\hat{X}_2)+(g_{20}+\Delta g_2)\tau+d(t)\end{aligned} \quad (۶-۳۱)$$

با بازنویسی (۶-۳۱) به‌صورت زیر داریم:

$$\dot{\hat{X}}_2=A\widehat{\mathrm{X}}_2+B(f_2(\widehat{X}_1,\widehat{X}_2)+(g_{20}+\Delta g_2)\tau+d(t)) \quad (۶-۳۲)$$

$$y=C^T\hat{X}_2 \quad (۶-۳۳)$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned}&\hat{X}_2=[\hat{x}_3\quad \hat{x}_4]^T=[\hat{\theta}\quad \dot{\hat{\theta}}]^T\\ &A=\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\end{aligned} \quad (۶-۳۴)$$

با در نظر گرفتن x_{3d} به صورت رابطه (۶-۷)، اگر خطای تنظیم $\hat{e}=\hat{x}_3-x_{3d}$ و بردار خروجی مرجع $X_{d2}=[x_{3d}\quad \dot{x}_{3d}]^T$ باشد، آنگاه خطای بردار تعقیب به‌صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\hat{E}_2=[X_{d2}-\hat{X}_2]^T=[\hat{e}\quad \dot{\hat{e}}]^T \quad (۶-۳۵)$$

اگر $d(t)=0$ آنگاه قانون کنترل ارائه‌شده ایده‌ال به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد.

$$\tau^*=\frac{1}{g_2(\hat{x}_1)}[-f_2(\widehat{X}_1,\widehat{X}_2)+\ddot{x}_{3d}+K^T\hat{E}_2] \quad (۶-۳۶)$$

که در آن $K^T=[k_1\quad k_2]$ بردار بهره فیدبک و τ^* قانون کنترل ایده‌ال می‌باشد. با توجه به اینکه

(A, B) کنترل‌پذیر است K به نحوی انتخاب می‌شود که $A - BK^T$ هرویتز گردد.

در ادامه کنترل کننده فازی برای زیر سیستم دوم به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\tau_{\mathrm{D}} = \tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + u_r = \theta_2^T \eta(\hat{X}_2) + u_{r2} \qquad (۶-۳۷)$$

که در آن τ_{D} یک سیستم فازی بوده، θ_2 مجموعه‌ای از پارامترهای قابل تنظیم، u_{r2} برای جبران اغتشاش خارجی و همچنین خطای تخمین و $\eta(\hat{X}_2)$ همانند (۵-۳) می‌باشد.

با جایگذاری (۶-۳۷) در (۶-۳۱) و همچنین کم و اضافه کردن عبارت $g_{20}\tau^*$ می‌توان رابطه زیر را استنتاج کرد

$$\begin{aligned}\dot{\hat{X}}_2 &= A\hat{X}_2 + B(f_2(\hat{X}_1, \hat{X}_2) + (g_{20} + \Delta g_2)(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + u_{r2}) + g_{20}\tau^* \\ &\qquad - g_{20}\tau^* + d(t)) \\ &= A\hat{X}_2 + B(f_2(\hat{X}_1, \hat{X}_2) + g_{20}\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + g_{20}u_{r2} + g_{20}\tau^* - g_{20}\tau^* \\ &\qquad + \Delta g_2(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + u_{r2}) + d(t))\end{aligned} \qquad (۶-۳۸)$$

با جایگذاری (۶-۳۶) در (۶-۳۸) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{X}}_2 &= A\hat{X}_2 + B(\ddot{x}_{3d} + K^T\hat{E}_2 + g_{20}\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) - g_{20}\tau^* + \Delta g_2(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) \\ &\qquad + u_{r2}) + g_{20}u_{r2} + d(t))\end{aligned} \qquad (۶-۳۹)$$

با توجه به (۶-۳۵) و (۶-۳۹) معادله خطا به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{E}}_2 &= \dot{X}_{d2} - A\hat{X}_2 - B(\ddot{x}_{3d} + K^T\hat{E}_2 + g_{20}\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) - g_{20}\tau^* + g_{20}u_{r2} \\ &\qquad + \Delta g_2(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + u_{r2}) + d(t)) \\ &= \dot{X}_{d2} + A\hat{E}_2 - AX_d - B(\ddot{x}_{3d} + K^T\hat{E}_2 + g_{20}\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + \Delta g_2(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) \\ &\qquad + u_{r2}) - g_{20}\tau^* + g_{20}u_{r2} + d(t)) \\ &= (A - BK^T)\hat{E}_2 - B(g_{20}\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + \Delta g_2(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + u_{r2}) - g_{20}\tau^* \\ &\qquad + g_{20}u_{r2} + d(t))\end{aligned} \qquad (۶-۴۰)$$

پارامترهای بهینه بدین شکل تعریف می‌شوند

$$\theta^* = \arg\min_{\theta_2 \in R^m} \left[sup_{\hat{X}_2 \in R^n} |\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) - \tau^*|\right] \qquad (۶-۴۱)$$

در نتیجه داریم:

$$\dot{\hat{E}}_2 = (A - BK^T)\hat{E}_2 - B(g_{20}(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) - \tau_D(\hat{X}_2|\theta_2^*) + \tau_D(\hat{X}_2|\theta_2^*) - \tau^*) + \Delta g_2(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + u_{r2}) + g_{20}u_{r2} + d(t)) \quad (۶-۴۲)$$

خطای تقریب حداقل و $\tilde{\theta}_2$ به صورت زیر درنظر گرفته می شود

$$w = g_{20}(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2^*) - \tau^*) + \Delta g_2(\tau_D(\hat{X}_2|\theta_2) + u_{r2}) + d(t) \quad (۶-۴۳)$$

$$\tilde{\theta}_2 = \hat{\theta}_2 - \theta_2^* \quad (۶-۴۴)$$

در نهایت با توجه به (۶-۴۳)، (۶-۴۴) و (۶-۴۲) معادله خطا به صورت زیر به دست می‌آید

$$\dot{\hat{E}}_2 = (A - BK^T)\hat{E}_2 - B(\, g_{20}\tilde{\theta}_2^T\eta(\hat{X}_2) + w + g_{20}u_{r2}) \quad (۶-۴۵)$$

بعلاوه فرض می‌شود که $|w| < q_{m2}$ که در آن q_{m2} یک ثابت نامعلوم می‌باشد.

۶-۲-۴- تحلیل پایداری قانون کنترل و قوانین تطبیق زیرسیستم دوم

برای سیستم (۶-۱۵) تابع لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌شود

$$V_2 = \frac{1}{2}\hat{E}_2^T P_2 \hat{E}_2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\tilde{\theta}_2 + \frac{1}{2\gamma_{q2}}\tilde{q}_2^2 \quad (۶-۴۶)$$

که در آن $\tilde{q}_2 = q_{m2} - \hat{q}_2$ و $\hat{q}_2$ تخمین w است و همچنین ماتریس P_2 معین مثبت متقارن می-باشد. با مشتق‌گیری از (۶-۱۶) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \frac{1}{2}\dot{\hat{E}}_2^{\,T} P_2 \hat{E}_2 + \frac{1}{2}\hat{E}_2^T P_2 \dot{\hat{E}}_2 + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\dot{\tilde{\theta}}_2 + \frac{1}{\gamma_{q2}}\tilde{q}_2\dot{\tilde{q}}_2 \\ &= \frac{1}{2}\hat{E}_2^T(A_s^T P_2 + P_2 A_s)\hat{E}_2 + \hat{E}_2^T P_2 B(\, g_{20}\tilde{\theta}_2^T\eta(\hat{X}_2) + w + g_{20}u_{r2}) \\ &\quad - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\dot{\hat{\theta}}_2 - \frac{1}{\gamma_{q2}}\tilde{q}_2\dot{\hat{q}}_2\end{aligned} \quad (۶-۴۷)$$

که در آن $A_s = A - BK^T$ و ماتریس P_2 به‌صورت زیر انتخاب می‌شود

$$A_s^T P_2 + P_2 A_s = -Q_2 \quad (۶-۴۸)$$

که در آن Q_2 یک ماتریس مثبت معین متقارن می‌باشد. درنتیجه داریم:

$$\dot{V}_2 = -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + \hat{E}_2^T P_2 B(\, g_{20}\tilde{\theta}_2^T \eta(\hat{X}_2) + w + g_{20}u_{r2}) - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T \dot{\hat{\theta}}_2 - \frac{1}{\gamma_{q2}}\tilde{q}_2 \dot{\hat{q}}_2 \tag{۶-۴۹}$$

با انتخاب قواعد تطبیق به‌صورت زیر

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 \hat{E}_2^T P_2 B\; g_{20}\eta(\hat{X}_2) \tag{۶-۵۰}$$

$$\dot{\hat{q}}_2 = \gamma_{q2}\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| \tag{۶-۵۱}$$

$$u_{r2} = -\frac{\hat{q}_2}{g_{20}} sgn(\hat{E}_2^T P_2 B) \tag{۶-۵۲}$$

و با ساده سازی (۶-۴۹) به صورت زیر داریم:

$$\dot{V}_2 = -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + \tilde{\theta}_2^T(\hat{E}_2^T P_2 B\; g_{20}\eta(\hat{X}_2) - \frac{1}{\gamma_2}\dot{\hat{\theta}}_2) + \hat{E}_2^T P_2 B(g_{20}u_{r2} + w) - \frac{1}{\gamma_{q_2}}\tilde{q}_2 \dot{\hat{q}}_2 \tag{۶-۵۳}$$

با جایگذاری (۶-۵۰) در (۶-۵۳) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_2 = -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + \hat{E}_2^T P_2 B(g_{20}u_{r2} + w) - \frac{1}{\gamma_{q_2}}\tilde{q}_2 \dot{\hat{q}}_2 \tag{۶-۵۴}$$

در ادامه با جایگذاری (۶-۵۱) و (۶-۵۲) در (۶-۵۴) داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 - \hat{q}_2\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| + \hat{E}_2^T P_2 B w - (q_{m2} - \hat{q}_2)\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| \\ &= -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + \hat{E}_2^T P_2 B w - q_{m2}\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| \\ &\le -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + |\hat{E}_2^T P_2 B||w| - q_{m2}\left|\hat{E}_2^T P_2 B\right| \\ &= -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 + |\hat{E}_2^T P_2 B|(|w| - q_{m2})\end{aligned} \tag{۶-۵۵}$$

با توجه به فرض $|w| < q_{m2}$ ، عبارت $|\hat{E}_2^T P_2 B|(|w| - q_{m2})$ همواره منفی می باشد و در بدترین حالت با جایگذاری $|w| = q_{m2}$ در رابطه (۶-۵۵) نتیجه می‌شود

$$\dot{V}_2 = -\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 \le -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_2)\left\|\hat{E}_2\right\|^2 \tag{۶-۵۶}$$

در نتیجه برای معادلات کامل سیستم گوی و میله تابع لیاپانوف زیر پیشنهاد می‌گردد

$$V=V_1+V_2=\frac{1}{2}\hat{E}_1^T P_1 \hat{E}_1+\frac{1}{2}\hat{E}_2^T P_2 \hat{E}_2+\frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\tilde{\theta}_1+\frac{1}{2\gamma_{q1}}\tilde{q}_1^2+\frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\tilde{\theta}_2+\frac{1}{2\gamma_{q2}}\tilde{q}_2^2 \qquad (۶-۵۷)$$

که در آن V_1 و V_2 از روابط (۶-۱۶) و (۶-۴۶) جایگذاری شده‌اند و چون V_1 و V_2 همواره مثبت می‌باشند در نتیجه با توجه به (۶-۵۷)، V هم مثبت معین می‌باشد. در ادامه از (۶-۵۷) مشتق گرفته و داریم:

$$\dot{V}=\dot{V}_1+\dot{V}_2 \qquad (۶-۵۸)$$

با جایگذاری (۶-۲۳) و (۶-۵۶) در (۶-۵۲) داریم:

$$\dot{V}=-\frac{1}{2}\hat{E}_1^T Q_1 \hat{E}_1-\frac{1}{2}\hat{E}_2^T Q_2 \hat{E}_2 \leq -\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_1)\left\|\hat{E}_1\right\|^2-\frac{1}{2}\lambda_{\min}(Q_2)\left\|\hat{E}_2\right\|^2 \qquad (۶-۵۹)$$

با تعریف $\hat{E}=\left[\hat{E}_1^T \quad \hat{E}_2^T\right]^T$ و همچنین β به صورتی که

$$\beta=\min\{\lambda_{\min}(Q_1),\lambda_{\min}(Q_2)\} \qquad (۶-۶۰)$$

داریم:

$$\dot{V}\leq -\frac{1}{2}\beta\left\|\hat{E}\right\|^2 \qquad (۶-۶۱)$$

با انتگرال‌گیری از (۶-۶۱) داریم

$$\int_0^\infty \left\|\hat{E}\right\|^2 dt \leq \frac{V(0)-V(\infty)}{\frac{1}{2}\beta} \qquad (۶-۶۲)$$

با توجه به (۶-۶۱) داریم

$$V(t)\leq V(0) \qquad (۶-۶۳)$$

همچنین با توجه (۶-۵۵)، $\left\|\hat{E}\right\|$ موجود و محدود است یعنی $\hat{E}(t)\in L_2$. از طرفی با توجه به (۶-۵۷) می‌توان نتیجه گرفت که $\hat{E}_1(t)\in L_\infty$، $\hat{E}_2(t)\in L_\infty$ و همچنین $\theta_2, q_2, \theta_1, q_1$ نیز محدود می‌باشند. از معادله‌های (۶-۱۵) و (۶-۴۲) نتیجه می‌شود که $\dot{\hat{E}}(t)\in L_\infty$ و این مورد نشان

می‌دهد$\hat{E}(t)$ یکنواخت پیوسته است. درنتیجه با استفاده از لم باربالات داریم:

$$\lim_{t\to\infty}\hat{E}(t) = 0 \tag{۶-۶۴}$$

درنتیجه $\hat{X} \in L_\infty$ خواهد بود.

۶-۳- شبیه‌سازی کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی مستقیم

۶-۳-۱- مقادیر پارامترها و شرایط اولیه

جهت بررسی عملکرد کنترل‌کننده پسگام، کنترل‌کننده طراحی‌شده را بر روی سیستم گوی و میله شبیه‌سازی کرده و در ادامه موردبررسی قرار می‌گیرد. مقادیر پارامترهای مورداستفاده در این سیستم در جدول (۴-۱) درج شده است.

توابع عضویت هرکدام از سیستم‌های فازی به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\mu_{A_1}^1(x_1) = \frac{1}{1+e^{5(x_1+1)}} \tag{۶-۶۵}$$

$$\mu_{A_1}^2(x_1) = \frac{1}{1+e^{-(x_1^2)}} \tag{۶-۶۶}$$

$$\mu_{A_1}^3(x_1) = \frac{1}{1+e^{-5(-x_1-1)}} \tag{۶-۶۷}$$

همچنین پارامترهای موردنیاز برای تنظیم کنترل‌کننده پسگام، فازی و مشاهده‌گر طراحی‌شده، مطابق جدول (۵-۱) و جدول (۳-۱) می‌باشد و پارامترهای تنظیم کنترل کننده فازی تطبیقی مستقیم نیز مطابق جدول (۶-۱) می‌باشد.

جدول (۶-۱) پارامترهای موردنیاز کنترل‌کننده فازی تطبیقی مستقیم طراحی‌شده برای سیستم گوی و میله

مقدار	پارامترهای بخش فازی تطبیقی مستقیم زیرسیستم دوم	مقدار	پارامترهای بخش فازی تطبیقی مستقیم زیرسیستم اول
0.005	γ_2	0.001	γ_1
0.01	γ_{q_2}	0.05	γ_{q_1}
0.0001	g_{20}	7	g_1
$[0.01\ \dots\ 0.01]_{1\times 9}$	$\hat{\theta}_2(0)$	$[0.1\ \dots\ 0.1]_{1\times 9}$	$\hat{\theta}_1(0)$
0	$\hat{q}(0)$	0	$\hat{q}(0)$

که در آن $\hat{\theta}_i(0), i = 1,2$ و $\hat{q}(0)$ به ترتیب بیانگر شرایط اولیه $\hat{\theta}_i$ و $\hat{q}$ می باشد.

در ادامه برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده طراحی‌شده، نتایج شبیه‌سازی روش ارائه‌شده با روش فازی تطبیقی سطح لغزشی که در [35] ارائه شد، مقایسه می‌شود. برای اینکه مقایسه در شرایط یکسان انجام پذیرد، شرایط اولیه متغیرهای حالت سیستم اصلی و مشاهده‌گر در هر دو روش به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$X(0) = [0.1\ 0.01\ 0\ 0.1] \tag{۶-۶۸}$$

$$\hat{X}(0) = [0.1\ 0\ 0\ 0] \tag{۶-۶۹}$$

همچنین از دو ورودی مرجع ثابت و سینوسی برای مقایسه استفاده شده است. مدل مرجع نیز به‌صورت زیر انتخاب شده است.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \tag{۶-۷۰}$$

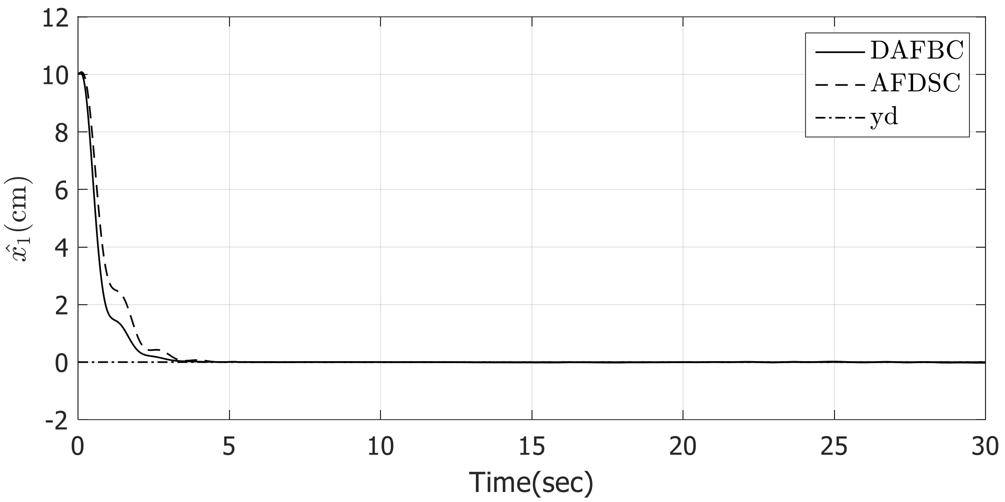
در همه شبیه‌سازی‌های انجام‌شده در این بخش زمان شبیه‌سازی ۳۰ ثانیه در نظر گرفته شده و همچنین به جای تابع $sgn(x)$ از $sat(\frac{x}{0.1})$ استفاده شده است.

۶-۳-۲- ورودی مرجع ثابت

در این بخش ورودی مرجع را صفر در نظر گرفته و به عبارتی، رگولاسیون موردبررسی قرار می‌گیرد.

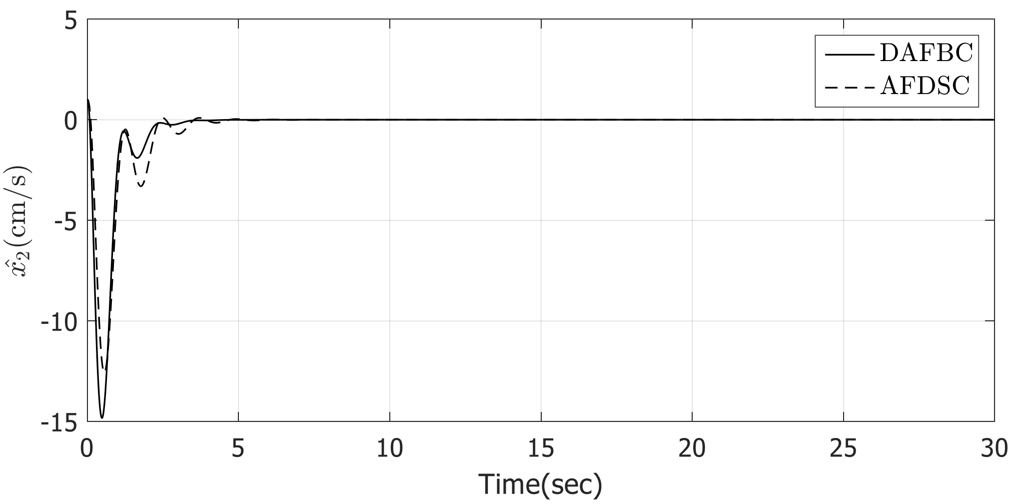
$$y_d = 0 \tag{۶-۷۱}$$

پس از شبیه‌سازی، در شکل (۶-۱) موقعیت گوی برحسب سانتی متر، در شکل (۶-۲) سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه، در شکل (۶-۳) زاویه میله برحسب درجه، در شکل (۶-۴) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه، در شکل (۶-۵) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر و در شکل (۶-۶) نمودار خطای ردگیری خروجی بر حسب سانتی متر نشان داده شده است.



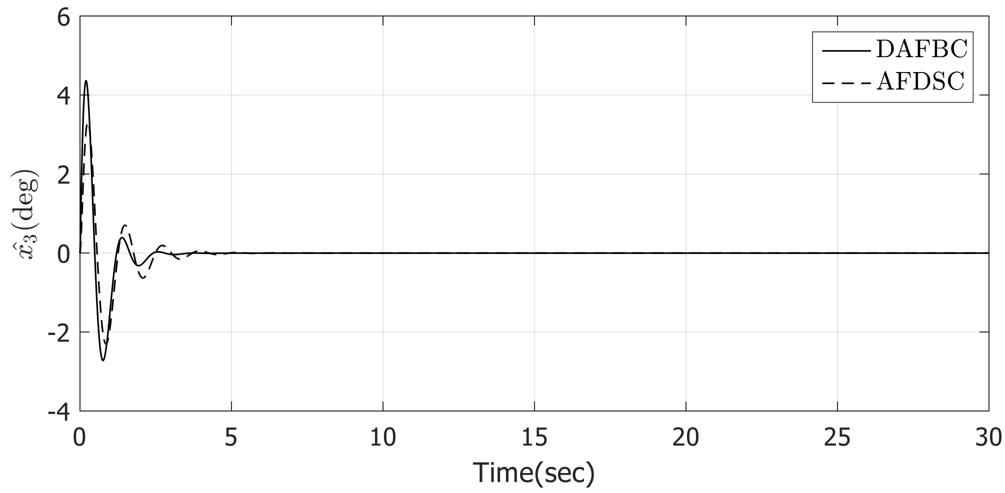
شکل (۶-۱) مقایسه موقعیت گوی برحسب سانتی متر در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۶-۱) مشخص است عملکرد روش ارائه شده در این پایان نامه بهتر بوده و سریعتر به مقدار اصلی همگرا شده و ورودی مرجع را دنبال کرده است.



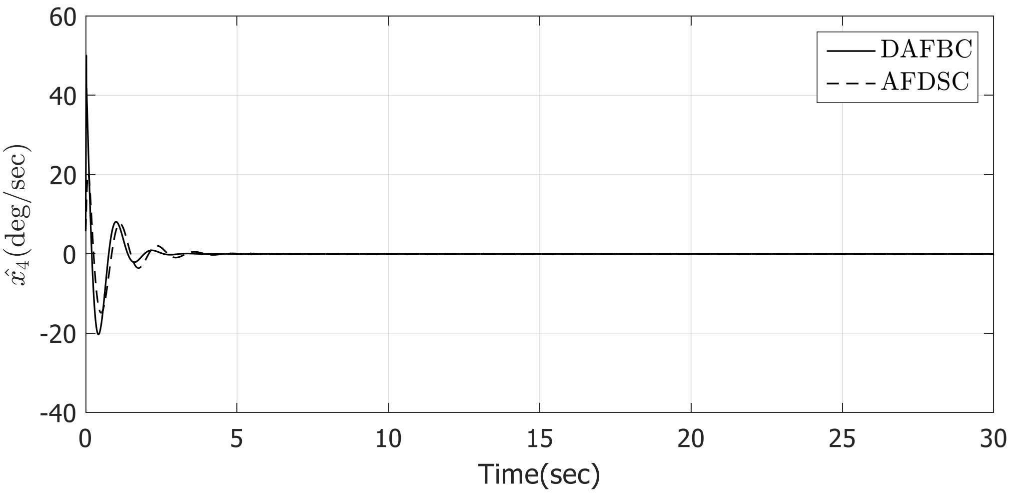
شکل (۶-۲) مقایسه سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۶-۲) مشخص می‌باشد سرعت گوی درروش ارائه‌شده در این مقاله نوسان کمتری دارد و همچنین دامنه تغییرات سرعت گوی نیز کمتر می‌باشد.



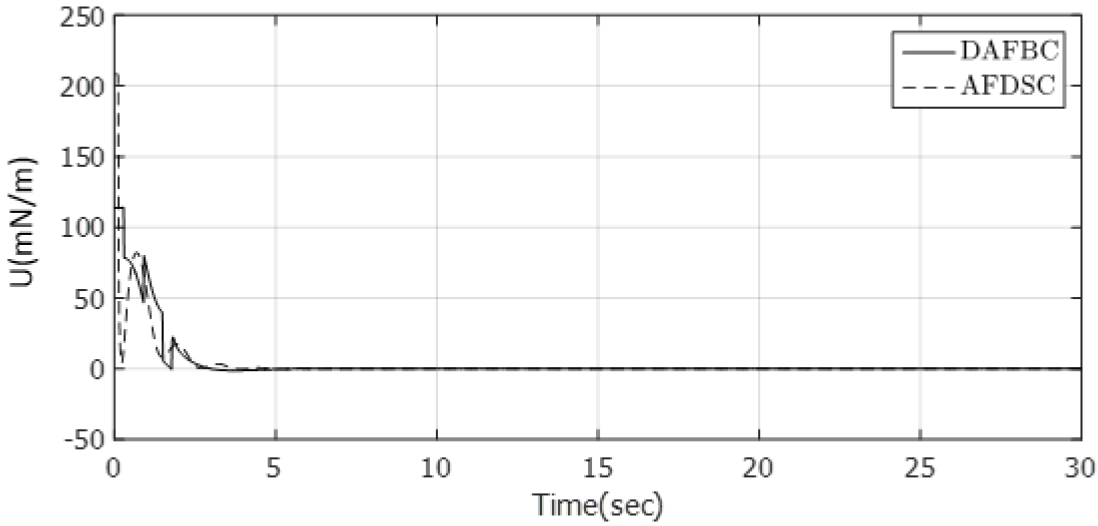
شکل (۶-۳) مقایسه زاویه میله برحسب درجه در هر دو روش

با توجه به شکل (۶-۳) تغییرات زاویه میله درروش پایان‌نامه کمتر از روش مورد مقایسه بوده و همچنین دامنه تغییرات نیز کمتر می‌باشد.



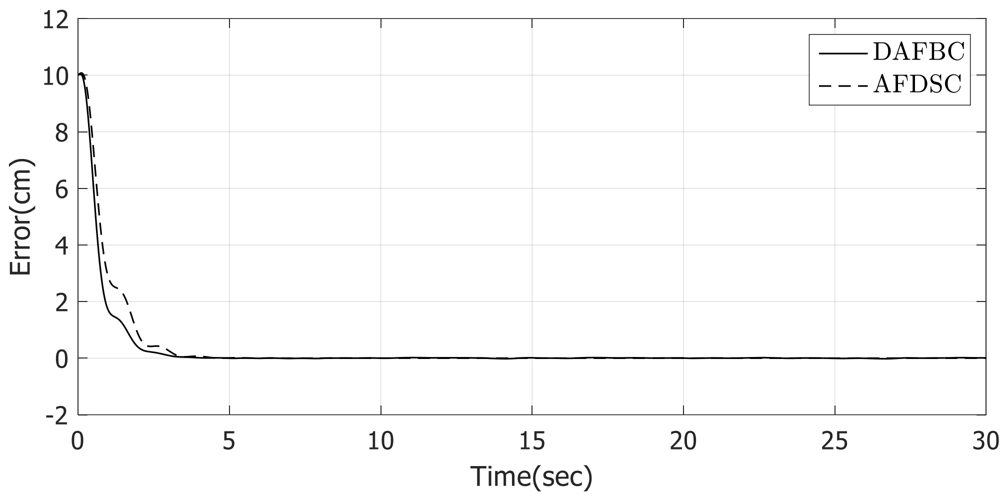
شکل (۶-۴) مقایسه سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه در هر دو روش

در شکل (۶-۴) سرعت زاویه‌ای میله در دو روش با یکدیگر مقایسه شده است و عملکرد دو روش در این بخش تقریباً یکسان می‌باشد اما سرعت تغییرات در روش ارائه‌شده کمی کمتر می‌باشد.



شکل (۶-۵) مقایسه ورودی کنترل برحسب میلی نیوتون متر در هر دو روش

در شکل (۶-۵) هم ورودی کنترل دو روش مقایسه شده است که نتایج برحسب میلی نیوتون متر می‌باشند.



شکل (۶-۶) مقایسه نمودار خطا در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۶-۶) مشخص می‌باشد، نمودار خطای ردیابی در روش ارائه‌شده در این پایان‌نامه در زمان کوتاه‌تری صفر شده و خروجی را دنبال می‌کند.

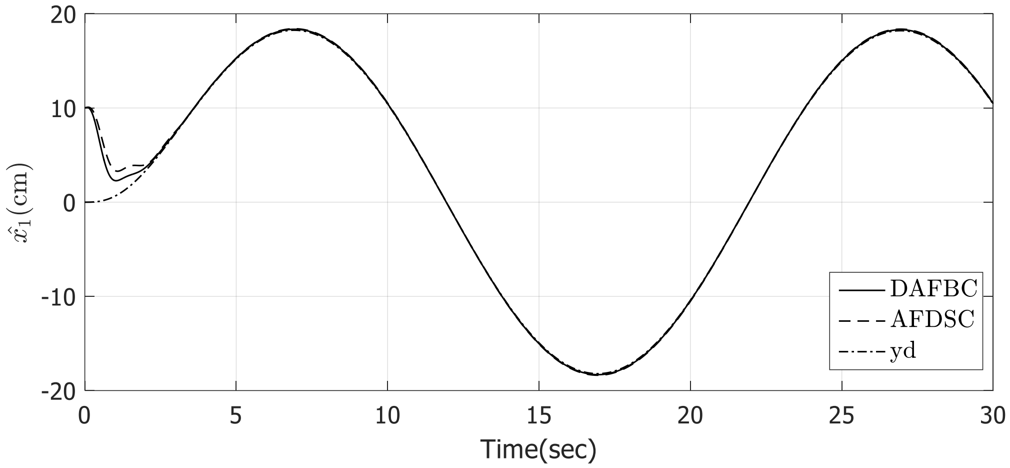
۶-۳-۳- ورودی مرجع سینوسی

در این بخش ورودی مرجع را به‌صورت یک سیگنال سینوسی با دامنه ۰٫۲ و دوره تناوب ۲۰ ثانیه

در نظر گرفته و پس از عبور از مدل مرجع ارائه‌شده در (۴-۳۸) به سیستم اعمال شده است.

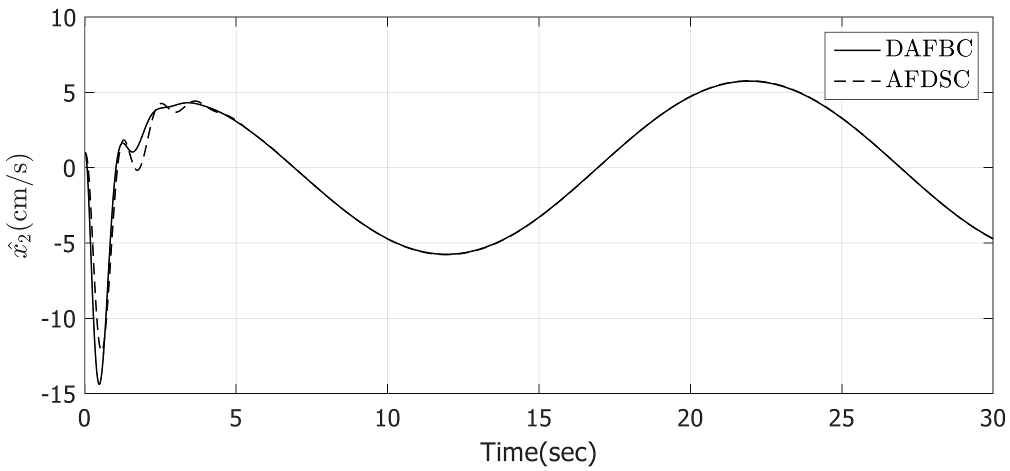
$$Y_d = 0.2\sin(\frac{\pi}{10}\mathrm{t}) \quad (۶-۷۲)$$

پس از شبیه‌سازی، در شکل (۶-۷) موقعیت گوی برحسب سانتی متر، در شکل (۶-۸) سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه، در شکل (۶-۹) زاویه میله برحسب درجه، در شکل (۶-۱۰) سرعت زاویه‌ای میله برحسب درجه بر ثانیه، در شکل (۶-۱۱) قانون کنترل اعمالی به سیستم برحسب میلی نیوتون متر و در شکل (۶-۱۲) نمودار خطای ردگیری خروجی نشان داده شده است.



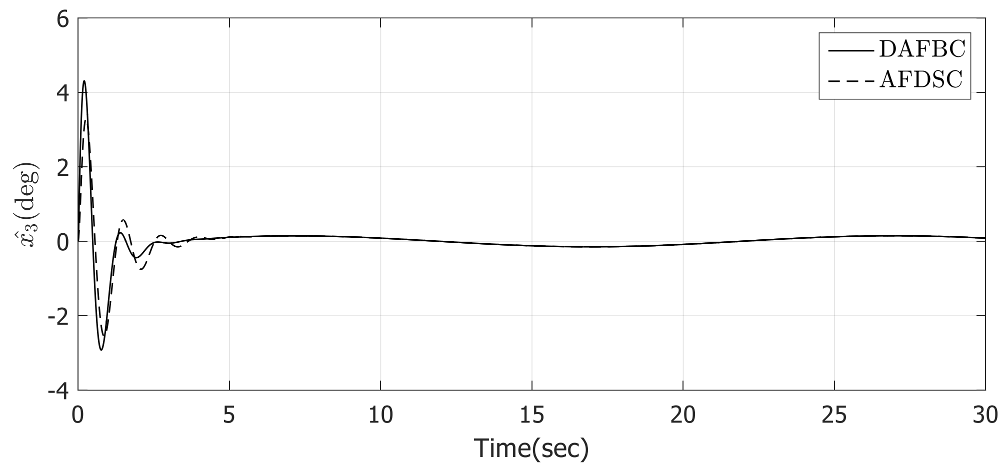
شکل (۶-۷) مقایسه موقعیت گوی برحسب سانتی متر در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۶-۷) مشخص است عملکرد ارائه شده در این پایان نامه بهتر می باشد و همچنین سیگنال خروجی زودتر به مقدار اصلی همگرا شده و ورودی مرجع را دنبال کرده است.



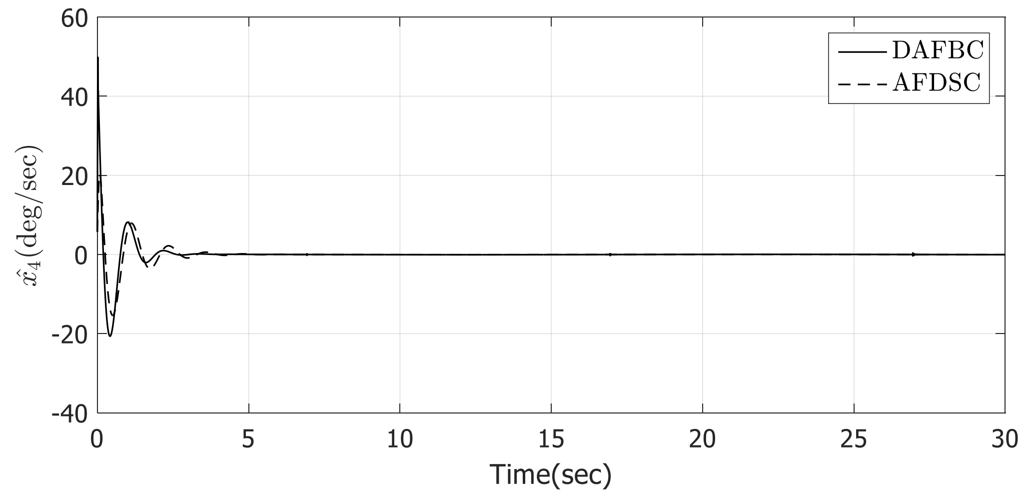
شکل (۶-۸) مقایسه سرعت گوی برحسب سانتی متر بر ثانیه در هر دو روش

در شکل (۶-۸) سرعت گوی در هرلحظه نشان داده شده است و نوسانات روش ارائه‌شده در این پایان‌نامه کمتر از روش مورد مقایسه می‌باشد و به این دلیل که ورودی مرجع سینوسی می باشد، در نتیجه گوی دائما به سمت چپ و راست مرکز میله تغییر مکان می دهد و به همین دلیل نمودار سرعت میله تغییرات سینوسی دارد.



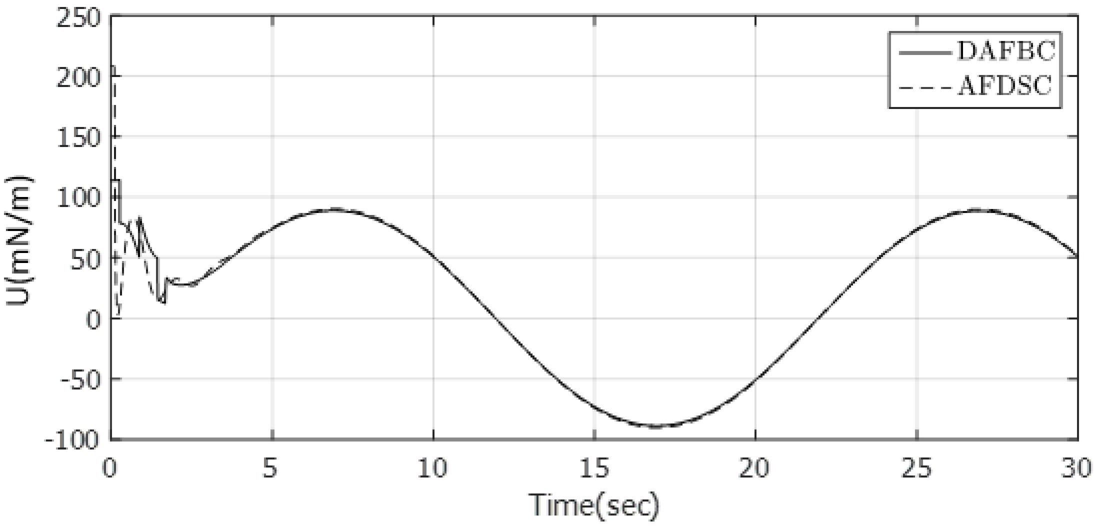
شکل (۶-۹) مقایسه زاویه میله برحسب درجه در هر دو روش

در شکل (۶-۹) نیز زاویه میله نشان داده شده است و تغییرات زاویه و همچنین دامنه تغییرات در روش ارائه‌شده در این پایان‌نامه بهتر از روش مورد مقایسه می‌باشد.



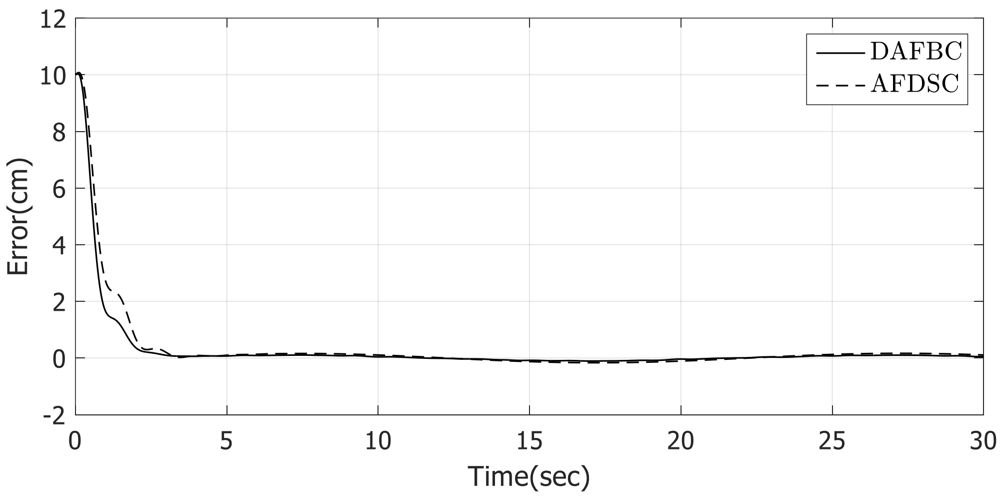
شکل (۶-۱۰) مقایسه سرعت زاویه‌ای برحسب درجه بر ثانیه در هر دو روش

در شکل (۶-۱۰) نیز سرعت زاویه‌ای میله در هر دو روش با یکدیگر مقایسه شده است که تغییرات روش پایان‌نامه سریع‌تر صفر می‌شود.



شکل (۶-۱۱) مقایسه ورودی کنترل برحسب میلی نیوتون متر در هر دو روش

همان‌طور که در شکل (۶-۱۱) مشخص می‌باشد، ورودی کنترل در هر دو روش پس از مدتی که خروجی به ورودی مرجع همگرا شد، شبیه سیگنال سینوسی شده است و این امر به دلیل ورودی مرجع سینوسی می‌باشد.



شکل (۶-۱۲) مقایسه نمودار خطا بر حسب سانتی متر در هر دو روش

با توجه به شکل (۶-۱۲) مشخص است که خطای در روش پایان‌نامه زودتر صفر شده و همچنین با

خطای کمتری نیز خروجی را دنبال می‌کند درصورتی‌که خطا در روش مقاله مورد مقایسه، به مقدار کمی نوسان دارد.

فصل ۷:نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۷-۱- نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه، کنترل‌کننده پسگام فازی تطبیقی به دو روش مستقیم و غیرمستقیم برای سیستم گوی و میله با استفاده از فیدبک خروجی طراحی شد. بدین ترتیب که ابتدا یک مشاهده‌گر برای سیستم طراحی شده و سپس با استفاده از تخمین حالت‌های سیستم، کنترل پسگام فازی تطبیقی به انجام می‌رسد. در ادامه یک کنترل‌کننده پسگام برای سیستم طراحی شده است و نتایج شبیه‌سازی نشان از عملکرد مناسب کنترل‌کننده طراحی‌شده داشت. ازآنجایی‌که مدل‌سازی سیستم‌های فیزیکی همواره با عدم قطعیت همراه است و همچنین کنترل‌کننده طراحی‌شده به روش پسگام نیازمند اطلاعات دینامیکی سیستم می‌باشد، از سیستم فازی تطبیقی برای تقریب دینامیک‌های سیستم استفاده شد. به همین دلیل در ادامه با استفاده از حالت‌های تخمین زده شده، کنترل‌کننده‌های پسگام فازی تطبیقی مستقیم و پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم برای سیستم گوی و میله ارائه شد. از آنجایی قوانین تطبیق سیستم فازی بر اساس نظریه لیاپانوف به دست آمده است، لذا پایداری روش‌های کنترلی با در نظر گرفتن خطای تقریب نیز اثبات شد. همچنین پایداری کنترل‌کننده و مشاهده‌گر ارائه‌شده نیز توسط تئوری لیاپانوف نشان داده شد. نتایج شبیه‌سازی نشان از عملکرد مناسب کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده برای سیستم گوی و میله داشت. همچنین برای نشان دادن سرعت و دقت کنترل‌کننده، نتایج روش ارائه‌شده با روش فازی تطبیقی سطح لغزشی مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده شد در هر دو روش پسگام فازی تطبیقی مستقیم و پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم عملکرد کنترل‌کننده‌ها از روش فازی تطبیقی سطح لغزشی ازنظر سرعت و دقت بهتر و این بهبود در روش پسگام فازی تطبیقی غیرمستقیم بیشتر و ملموس‌تر بود.

۷-۲- پیشنهادات

در این قسمت برای انجام تحقیقات در آینده بر روی این مدل و همچنین بهتر شدن نتایج، پیشنهادهایی ارائه می‌شود که به شرح زیر می‌باشند.

- در این پایان‌نامه پارامترهای مشاهده‌گر و کنترل‌کننده در بخش پسگام و فازی تطبیقی به‌صورت سعی و خطا انتخاب شده است، درنتیجه استفاده از الگوریتم‌های هوشمند برای انتخاب این پارامترها می‌تواند منجر به بهبود عملکرد کنترل‌کننده شود.
- استفاده از سایر تقریب زننده‌های جامع مثل شبکه‌های عصبی‌فازی یا عصبی‌تطبیقی برای تقریب دینامیک‌های سیستم
- استفاده از سایر روش‌های کنترلی به‌جای کنترل پسگام و ترکیب آن با سیستم فازی تطبیقی
- طراحی یک مشاهده گر فازی تطبیقی برای سیستم گوی و میله

مراجع

[1] J. Hauser, S. Sastry, and P. Kokotovic, "Nonlinear control via approximate input-output linearization: The ball and beam example," *IEEE transactions on automatic control*, vol. 37, pp. 392-398, 1992.

[2] I. Fantoni and R. Lozano, *Non-linear control for underactuated mechanical systems*: Springer Science & Business Media, 2002.

[3] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control* vol. 199: prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.

[4] M. Lai, C. Chien, C. Cheng, Z. Xu, and Y. Zhang, "Nonlinear tracking control via approximate backstepping," in *American Control Conference, 1994*, 1994, pp. 1339-1343.

[5] B. Chang, H. Kwatny, and S.-S. Hu, "An application of robust feedback linearization to a ball and beam control problem," in *Control Applications, 1998. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on*, 1998, pp. 694-698.

[6] D. Leith and W. Leithead, "Input-output linearisation of nonlinear systems with ill-defined relative degree: the ball and beam revisited," in *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001*, 2001, pp. 2811-2816.

[7] S. Uran and K. Jezernik, "Control of a ball and beam like mechanism," in *Advanced Motion Control, 2002. 7th International Workshop on*, 2002, pp. 376-380.

[8] F. Gordillo, J. Aracil, and F. Gómez-Estern, "Stabilization of autonomous oscillations and the Hopf bifurcation in the ball and beam," in *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE*

Conference on, 2002, pp. 3924-3925.
[9] Y. Guo, D. J. Hill, and Z.-P. Jiang, "Global nonlinear control of the ball and beam system," in *Decision and Control, 1996., Proceedings of the 35th IEEE Conference on*, 1996, pp. 2818-2823.
[10] C. Tomlin and S. S. Sastry, "Switching through singularities," *Systems & control letters,* vol. 35, pp. 145-154, 1998.
[11] W.-H. Chen and D. J. Ballance, "On a switching control scheme for nonlinear systems with ill-defined relative degree," *Systems & control letters,* vol. 47, pp. 159-166, 2002.
[12] F. Zhang and B. Fernandez-Rodriguez, "Feedback linearization control of systems with singularities: a ball-beam revisit," in *Proc. of the Int. Conf. on Complex Systems*, 2006.
[13] S. Spurgeon and X. Lu, "Output tracking using dynamic sliding mode techniques," *International Journal of Robust and Nonlinear Control,* vol. 7, pp. 407-427, 1997.
[14] R. M. Hirschorn, "Output tracking through singularities," *SIAM journal on control and optimization,* vol. 40, pp. 993-1010, 2002.
[15] R. M. Hirschorn, "Incremental sliding mode control of the ball and beam," *IEEE transactions on automatic control,* vol. 47, pp. 1696-1700, 2002.
[16] N. B. Almutairi and M. Zribi, "On the sliding mode control of a ball on a beam system," *Nonlinear dynamics,* vol. 59, pp. 221-238, 2010.
[17] J. Huang and C.-F. Lin, "Robust nonlinear control of the ball and beam system," in *American Control Conference, Proceedings of the 1995*, 1995, pp. 306-310.
[18] H.-K. Kim, D.-H. Lee, T.-Y. Kuc, and T.-C. Yi, "A backstepping design of adaptive robust learning controller for fast trajectory tracking of ball-beam dynamic systems," in *Systems, Man, and Cybernetics, 1996., IEEE International Conference on*, 1996, pp. 2311-2314.
[19] R. Olfati-Saber and A. Megretski, "Controller design for the beam-and-ball system," in *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, 1998, pp. 4555-4560.
[20] F. Mazenc, A. Astolfi, and R. Lozano, "Lyapunov function for the ball and beam: robustness property," in *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference on*, 1999, pp. 1208-1213.
[21] H. Sira-Ramirez, "On the Control of the" Ball and Beam" System: A Trajectory Planning Approach r," 2000.
[22] Y. Jiang, C. McCorkell, and R. Zmood, "Application of neural networks for real time control of a ball-beam system," in *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*, 1995, pp. 2397-2402.
[23] Q. Wang, M. Mi, G. Ma, and P. Spronck, "Evolving a neural controller

for a ball-and-beam system," in *Machine Learning and Cybernetics, 2004. Proceedings of 2004 International Conference on*, 2004, pp. 757-761.

[24] P. H. Eaton, D. V. Prokhorov, and D. C. Wunsch, "Neurocontroller alternatives for “fuzzy” ball-and-beam systems with nonuniform nonlinear friction," *IEEE transactions on Neural Networks*, vol. 11, pp. 423-435, 2000.

[25] L.-C. Hung and H.-Y. Chung, "Decoupled control using neural network-based sliding-mode controller for nonlinear systems," *Expert Systems with Applications*, vol. 32, pp. 1168-1182, 2007.

[26] J. S. Glower and J. Munighan, "Designing fuzzy controllers from a variable structures standpoint," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 5, pp. 138-144, 1997.

[27] J.-C. Lo and Y.-H. Kuo, "Decoupled fuzzy sliding-mode control," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 6, pp. 426-435, 1998.

[28] R. Ordonez, J. Zumberge, J. T. Spooner, and K. M. Passino, "Adaptive fuzzy control: experiments and comparative analyses," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 5, pp. 167-188, 1997.

[29] L.-X. Wang, "Stable and optimal fuzzy control of linear systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 6, pp. 137-143, 1998.

[30] W. Yu and F. Ortiz, "Stability analysis of PD regulation for ball and beam system," in *Proceedings of 2005 IEEE Conference on Control Applications, 2005. CCA 2005.*, 2005, pp. 517-522.

[31] F. O. Rodriguez, W. Yu, R. L. Feregrino, and J. Serrano, "Stable PD control for ball and beam system," in *Proc. International Symposium on Robotics and Automation, Querétaro, México*, 2004, pp. 333-338.

[32] A. T. Simmons and J. Y. Hung, "Hybrid control of systems with poorly defined relative degree: The ball-on-beam example," in *IEEE Industial Electronics Society. Annual conference*, 2004.

[33] L. Marton and B. Lantos, "Stable adaptive ball and beam control," in *2006 IEEE International Conference on Mechatronics*, 2006, pp. 507-512.

[34] Y.-H. Chang, W.-S. Chan, C.-W. Chang, C.-H. Hsu, and C. Tao, "Adaptive fuzzy control for under-actuated ball and beam system with virtual state following," in *Proceedings of the 9th WSEAS international conference on Robotics, control and manufacturing technology*, 2009, pp. 136-141.

[35] Y.-H. Chang, W.-S. Chan, C.-W. Chang, and C. Tao, "Adaptive fuzzy dynamic surface control for ball and beam system," *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 13, pp. 1-7, 2011.

[36] W. Yuanyuan and L. Yongxin, "Fuzzy PID controller design and implement in Ball-Beam system," in *Control Conference (CCC), 2015 34th Chinese*, 2015, pp. 3613-3616.

[37] K. Prasad and Y. Hote, "Optimal PID controller for Ball and Beam system," in *Recent Advances and Innovations in Engineering (ICRAIE), 2014*, 2014, pp. 1-5.
[38] S. Zhou, G. Feng, and C.-B. Feng, "Robust control for a class of uncertain nonlinear systems: adaptive fuzzy approach based on backstepping," *Fuzzy Sets and systems,* vol. 151, pp. 1-20, 2005.
[39] M. M. Polycarpou and M. J. Mears, "Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parametrized on-line approximators," *International journal of control,* vol. 70, pp. 363-384, 1998.
[40] T.-S. Li, D. Wang, G. Feng, and S.-C. Tong, "A DSC approach to robust adaptive NN tracking control for strict-feedback nonlinear systems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics),* vol. 40, pp. 915-927, 2010.
[41] T.-P. Zhang, H. Wen, and Q. Zhu, "Adaptive fuzzy control of nonlinear systems in pure feedback form based on input-to-state stability," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems,* vol. 18, pp. 80-93, 2010.
[42] H. Ho, Y. Wong, and A. Rad, "Adaptive fuzzy approach for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form," *ISA transactions,* vol. 47, pp. 286-299, 2008.
[43] Z. Ramezani, M. M. Arefi, H. Zargarzadeh, and M. R. Jahed-Motlagh, "Neuro-adaptive backstepping control of SISO non-affine systems with unknown gain sign," *ISA transactions,* vol. 65, pp. 199-209, 2016.
[44] C.-S. Chen, "Robust self-organizing neural-fuzzy control with uncertainty observer for MIMO nonlinear systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems,* vol. 19, pp. 694-706, 2011.
[45] B. Chen, X. Liu, K. Liu, and C. Lin, "Novel adaptive neural control design for nonlinear MIMO time-delay systems," *Automatica,* vol. 45, pp. 1554-1560, 2009.
[46] S. Mehraeen, S. Jagannathan, and M. L. Crow, "Decentralized dynamic surface control of large-scale interconnected systems in strict-feedback form using neural networks with asymptotic stabilization," *IEEE Transactions on Neural Networks,* vol. 22, pp. 1709-1722, 2011.
[47] S. J. Yoo and J. B. Park, "Neural-network-based decentralized adaptive control for a class of large-scale nonlinear systems with unknown time-varying delays," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics),* vol. 39, pp. 1316-1323, 2009.
[48] C.-C. Hua, Q.-G. Wang, and X.-P. Guan, "Adaptive fuzzy output-feedback controller design for nonlinear time-delay systems with unknown control direction," *IEEE Transactions on Systems, Man, and*

Cybernetics, Part B (Cybernetics), vol. 39, pp. 363-374, 2009.

[49] C. Hua, X. Guan, and P. Shi, "Robust output feedback tracking control for time-delay nonlinear systems using neural network," *IEEE Transactions on Neural Networks,* vol. 18, pp. 495-505, 2007.

[50] S. Tong, T. Wang, Y. Li, and H. Zhang, "Adaptive neural network output feedback control for stochastic nonlinear systems with unknown dead-zone and unmodeled dynamics," *IEEE transactions on cybernetics,* vol. 44, pp. 910-921, 2014.

[51] J. Yu, P. Shi, W. Dong, and H. Yu, "Observer and command-filter-based adaptive fuzzy output feedback control of uncertain nonlinear systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics,* vol. 62, pp. 5962-5970, 2015.

[52] H. Wang and G.-H. Yang, "Dynamic output feedback controller design for affine T–S fuzzy systems with quantized measurements," *ISA transactions,* vol. 64, pp. 202-215, 2016.

[53] Y.-J. Liu and N. Zhou, "Observer-based adaptive fuzzy-neural control for a class of uncertain nonlinear systems with unknown dead-zone input," *ISA transactions,* vol. 49, pp. 462-469, 2010.

[54] S. Tong, Y. Li, and P. Shi, "Observer-based adaptive fuzzy backstepping output feedback control of uncertain MIMO pure-feedback nonlinear systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems,* vol. 20, pp. 771-785, 2012.

[55] R. Shahnazi, "Output feedback adaptive fuzzy control of uncertain MIMO nonlinear systems with unknown input nonlinearities," *ISA transactions,* vol. 54, pp. 39-51, 2015.

[56] S. Tong, C. Liu, and Y. Li, "Fuzzy-adaptive decentralized output-feedback control for large-scale nonlinear systems with dynamical uncertainties," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems,* vol. 18, pp. 845-861, 2010.

[57] N. H. Jo, J. Jin, S. Joo, and J. Seo, "Generalized luenberger-like observer for nonlinear systems," in *American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*, 1997, pp. 2180-2183.

[58] N. H. Jo and J. H. Seo, "A state observer for nonlinear systems and its application to ball and beam system," *IEEE transactions on automatic control,* vol. 45, pp. 968-973, 2000.

[59] P. Rapp, O. Sawodny, and C. Tarín, "An immersion and invariance based speed and rotation angle observer for the ball and beam system," in *2013 American Control Conference*, 2013, pp. 1069-1075.

[60] H. Ye and H. Xu, "Global stabilization for ball-and-beam systems via state and partial state feedback," *JOURNAL OF INDUSTRIAL AND MANAGEMENT OPTIMIZATION,* vol. 12, pp. 17-29, 2016.

[61] C. G. Bolívar-Vincenty and G. Beauchamp-Báez, "Modelling the Ball-and-Beam System From Newtonian Mechanics and from

Lagrange Methods," *12th Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology*, July 22-24, 2014.
[62] ع. خ. صدیق, "اصول کنترل مدرن," انتشارات دانشگاه تهران, ۱۳۸۶.
[63] G. Hu, D. Aiken, S. Gupta, and W. E. Dixon, "Lyapunov-based range identification for paracatadioptric systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, pp. 1775-1781, 2008.
[64] D. Chwa, A. Dani, H. Kim, and W. Dixon, "Camera motion estimation for 3-D structure reconstruction of moving objects," in *2012 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*, 2012, pp. 1788-1793.
[65] W. E. Dixon, Y. Fang, D. M. Dawson, and T. J. Flynn, "Range identification for perspective vision systems," *IEEE transactions on automatic control*, vol. 48, pp. 2232-2238, 2003.
[66] P. V. Kokotovie, "The joy of feedback: nonlinear and adaptive," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 12, pp. 7-17, 1992.
[67] وانگ, "سیستم های فازی و کنترل فازی," انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی ۱۳۸۹.

Abstract:

In this paper, both direct and indirect adaptive fuzzy backstepping control is provided for a ball and beam system utilizing output feedback. Firstly, a nonlinear velocity observer is designed for the system and then adaptive fuzzy backstepping control is accomplished by the system states estimate. A fuzzy system with adaptive mechanism should be used to estimate the dynamics of the system because modeling physical systems is always associated with uncertainty and also backstepping controller requires dynamic information system. For this reason, in the following, direct and indirect adaptive fuzzy backstepping controller is provided for the ball and beam system. The observer and control system stability are shown by the Lyapunov theory. Simulation results illustrate the proper functioning of the observer and also adaptive fuzzy backstepping control method on the ball and beam system. Also, the results of the proposed method are compared with an existing method in order to show the performance and accuracy of the controller.

Keywords: Ball and beam system; velocity observer; Adaptive fuzzy control; Backstepping control.

Faculty of Electrical Engineering and Robotic

M.Sc. Thesis in Control Engineering

An Adaptive Fuzzy control for a Ball and beam system

By: Faraz Rahbar

Supervisor:

Dr. Ali Akbarzadeh Kalat

February 2017