



دانشگاه شاهرود

دانشکده برق و رباتیک

گروه الکترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

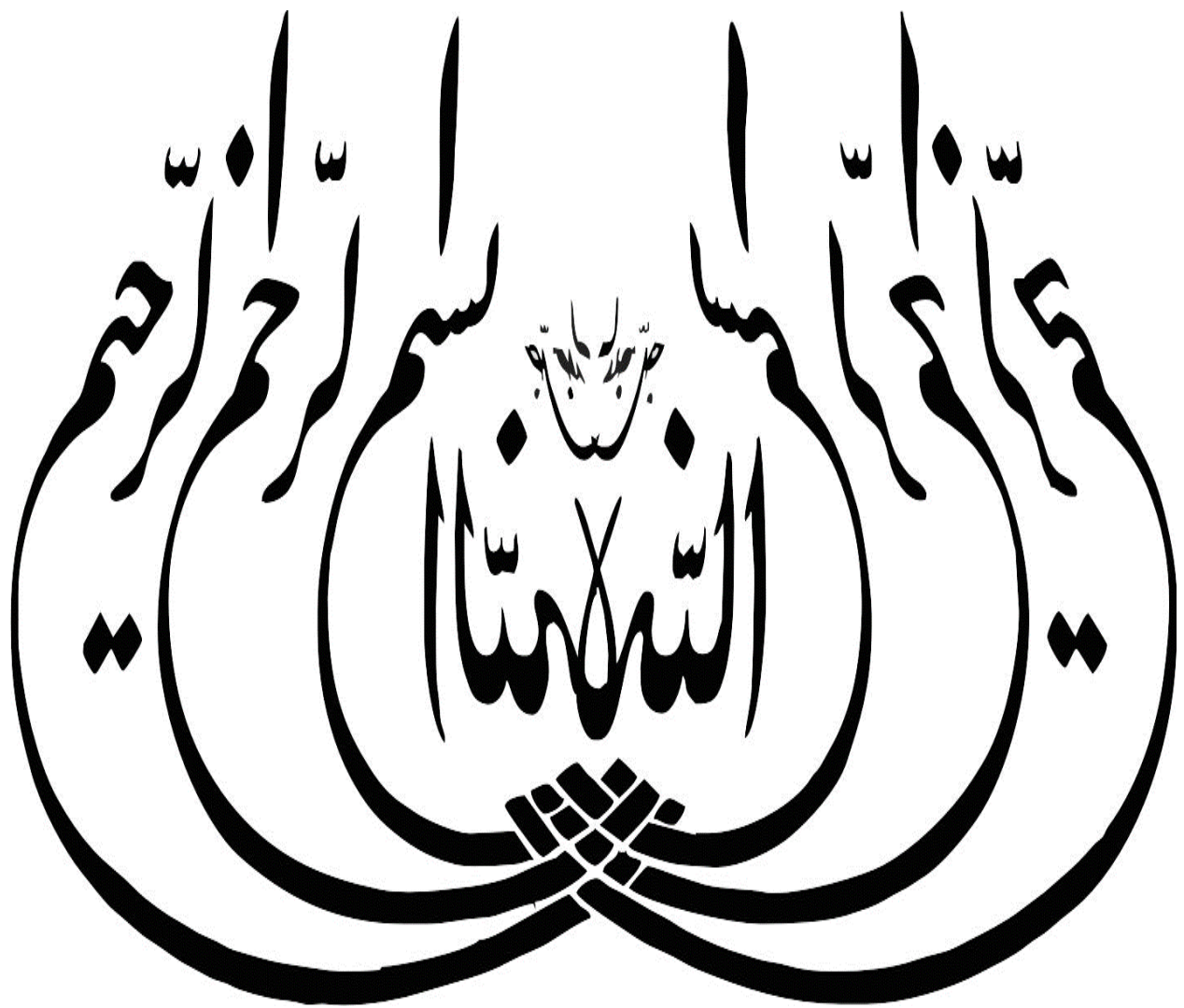
فشرده سازی تصویر با استفاده از تکنیک سنجش فشرده و تبدیل کسینوسی گسسته

وحید عطاری

استاد راهنما:

دکتر هادی گرایلو

آبان ۱۳۹۴





دانشکده : برق و رباتیک

گروه : الکترونیک

فشرده سازی تصویر با استفاده از تکنیک سنجش فشرده و تبدیل
کسینوسی گسسته

وحید عطاری

استاد راهنما :

دکتر هادی گرایلو

پایان نامه کارشناسی ارشد

آبان ۱۳۹۴

تشکر و قدردانی

در ابتدا می‌خواهم از جناب آقای دکتر گرایلو بابت تمام زحماتی که برای بنده کشیده‌اند و انگیزه‌ای که دادند تشکر کنم. بدون آموزش‌ها و راهنمایی‌ها و تشویق ایشان بنده قادر به اتمام این پایان‌نامه نبودم.

همچنین کمال تشکر را از همسر مهربانم و همچنین پدر و مادرم دارم که در این راه با صبر و تشویقشان پشتیبانم بوده‌اند.

تعهد نامه

اینجانب وحید عطاری دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته برق الکترونیک-گرایش دیجیتال دانشکده برق و رباتیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه فشرده سازی تصویر با استفاده از تکنیک سنجش فشرده و تبدیل کسینوسی گسسته تحت راهنمایی آقای دکتر هادی گرایلو متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه شاهرود » و یا « Shahrood University » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

ظهور پدیده تئوری سنجش فشرده یا CS^1 به ما یک راه امید بخش برای توسعه تکنیک‌های فشرده سازی موثر و جدید را معرفی می‌کند، اگرچه توجه اصلی آن رسیدن به کاهش ابعاد نمونه برداری برای کاهش هزینه‌های نمونه- برداری داده است. در این پایان‌نامه ما از یک کدگذار بر اساس CS مبتنی بر بلوک استفاده کرده‌ایم که تبدیل کسینوسی گسسته و تئوری سنجش فشرده را با هم ترکیب می‌کند. همچنین برای بهبود تصویر بازسازی شده از ترکیب دو تکنیک بهره برده‌ایم. یکی از این تکنیک‌ها جایگشت تصادفی ضرایب یا CRP^2 نامیده می‌شود و دیگری وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری در CS نامیده می‌شود. روش CRP بطور موثر در متعادل کردن تنگی بردارهای نمونه برداری شده در حوزه DCT تصویر به کار می‌رود و تاثیر نمونه برداری مبتنی بر CS را بهبود می‌بخشد. همچنین می‌توان از آن برای رمزگذاری تصویر ورودی استفاده کرد. هدف از روش وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری، طراحی یک ماتریس اندازه‌گیری وفقی است و این طراحی CS بر اساس ویژگی‌های توزیع انرژی در حوزه تبدیل DCT تصویر است که تاثیر خوبی در تقویت عملکرد بازسازی CS دارد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش‌های پیشنهادی ما در کاهش ابعاد تصویر با استفاده از CS مبتنی بر بلوک بر طبق معیارهای کمی همانند نرخ اندازه‌گیری یا MR^3 موثر است و همچنین کیفیت تصویر بازسازی شده بهبود پیدا می‌کند. بر خلاف روش‌های فشرده‌سازی کلاسیک همانند $JPEG$ و $JPEG2000$ ، طرح پیشنهادی بازسازی تصویر بر اساس CS مبتنی بر بلوک می‌تواند برای کاربردهای فشرده سازی تصاویر رمزگذاری شده مفید باشد و همچنین روش پیشنهاد شده می‌تواند برای یک سیستم فشرده‌سازی تصویر مقاوم در برابر نویز، موثر باشد.

کلمات کلیدی: فشرده‌سازی تصویر، تبدیل کسینوسی گسسته، سنجش فشرده مبتنی بر بلوک، جایگشت تصادفی ضرایب، وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری، کدگذاری مقاوم در برابر نویز

¹ Compressed Sensing

² Coefficient Random Permutation

³ Measurement Ratio

فهرست مطالب

۱ فصل اول: مقدمه	۱
۱-۱ ضرورت انجام تحقیق	۳
۲-۱ روش پیشنهادی	۴
۲ فصل دوم: مروری بر مفاهیم پایه و روشهای پیشین	۵
۱-۲ مروری بر مبانی تبدیل کسینوسی گسسته	۶
۲-۲ مروری بر مبانی تئوری سنجش فشرده	۹
۱-۲-۲ عناصر کلیدی در سنجش فشرده	۹
۲-۲-۲ به دست آوردن اندازه‌گیری در CS	۱۲
۳-۲-۲ ماتریسهای اندازه‌گیری	۱۵
۴-۲-۲ بازسازی در CS	۱۷
۳-۲ مروری بر روشهای پیشین	۲۶
۱-۳-۲ کدگذاری بر اساس کل تصویر	۲۶
۲-۳-۲ کدگذاری مبتنی بر بلوک (BCS)	۲۷
۳-۳-۲ کدگذاری چند مقیاسی	۲۹
۴-۳-۲ کدگذاری توزیع شده	۳۲
۳ فصل سوم: طرح پیشنهادی فشرده‌سازی تصویر	۳۹

۴۰.....	۱-۳ طرح کدگذاری تصویر مبتنی بر بلوک بر اساس CRP
۴۴.....	۲-۳ طرح کدگذاری تصویر با استفاده از وزن‌دهی ماتریس نمونه برداری
۴۹.....	۴ فصل چهارم: نتایج شبیه‌سازی
۶۵.....	۵ فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۶۶.....	۱-۵ نتیجه‌گیری
۶۷.....	۲-۵ پیشنهادات
۶۸.....	منابع

فهرست اشکال

- شکل ۱-۲: طرح کدگذاری تصویر چند مقیاسی [۳۷] ۳۰
- شکل ۲-۲: طرح کدگذاری تصویر WZ [۴۶] ۳۴
- شکل ۳-۲: معماری کدگذاری تصویر WZ [۴۷] ۳۵
- شکل ۴-۲: معماری کدگذاری توزیعی افقی روی تصویر [۴۹] ۳۷
- شکل ۱-۳: الگوریتم CRP ارائه شده ۴۲
- شکل ۲-۳: روندنا روش پیشنهادی در قسمت کدگذار و کدگشا ۴۳
- شکل ۱-۴: کیفیت بصری تصویر بازسازی شده با CCS با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ ۵۲
- شکل ۲-۴: کیفیت بصری تصویر بازسازی شده با تکنیک CRP با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ ۵۲
- شکل ۳-۴: کیفیت بصری تصویر بازسازی شده با استفاده از تکنیک وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری ۵۳
- شکل ۴-۴: کیفیت بصری تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ ۵۳
- شکل ۵-۴: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش پیشنهادی برای تصویر Zelda ۵۷
- شکل ۶-۴: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش پیشنهادی برای تصویر Barbara ۵۸
- شکل ۷-۴: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش پیشنهادی برای تصویر boat ۵۹
- شکل ۸-۴: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش پیشنهادی برای تصویر Peppers ۶۰
- شکل ۹-۴: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش پیشنهادی برای تصویر Cameraman ۶۱
- شکل ۱۰-۴: مقایسه کیفیت بصری تصویر بازسازی شده برای روش پیشنهادی و روش JPEG در حضور نویز. ۶۴

فهرست جداول

- جدول ۱-۴: مقایسه عملکرد PSNR برای نرخهای اندازه‌گیری متفاوت ۵۴
- جدول ۲-۴: مقایسه روش پیشنهادی با روشهای پیشین معرفی شده از نظر زمان محاسباتی و حافظه‌ی محاسباتی مورد نیاز در نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ ۵۴
- جدول ۳-۴: مقایسه عملکرد PSNR برای تصاویر مختلف و مقایسه روش معرفی شده با روشهای موجود در [۳۶] و [۵۰] ۵۵
- جدول ۴-۴: مقایسه عملکرد PSNR روش معرفی شده با روش JPEG در حضور نویز و با نرخ بیت‌های متفاوت ۶۳

فصل اول: مقدمه

در این پایان نامه ما بر روی فشرده سازی تصویر بعنوان شاخه‌ای از پردازش تصاویر سطح پایین متمرکز می‌شویم.

بطور کلی در فرآیند کدگذاری سه مرحله وجود دارد. در مرحله ی اول یک بلوک تابع تبدیل، داده‌ها را بمنظور کاهش ویژگی‌های درون پیکسلی به حوزه ای دیگر تبدیل می‌کند. معمولاً عمل تبدیل فرایندی برگشت‌پذیر است و با این فرایند اطلاعات تصویر به آرایه‌ای از ضرایب تبدیل می‌شود. استفاده از کوانتیزاسیون بمنظور کاهش ویژگی‌های بصری در تصویر ورودی، می‌باشد. این فرآیند معمولاً غیرقابل برگشت می‌باشد. مرحله نهایی شامل فرآیند کدگذاری می‌باشد و این فرآیند برگشت‌پذیر است. بر این اساس فرایند کدگذاری نیز شامل سه مرحله کدگذاری نماد، کوانتیزاسیون معکوس و عکس تبدیل می‌شود.

همانطور که همه ی ما میدانیم، تصاویر طبیعی بصورت تکه‌ای هموار می‌باشند و همچنین بسیار مناسب برای فشرده سازی مبتنی بر تبدیل می‌باشند. بنابراین تمام روشهای فشرده سازی کلاسیک مبتنی بر تبدیل می‌باشند همانند تبدیل کسینوسی گسسته یا DCT و تبدیل موجک گسسته یا DWT .

سیگنال‌های تنک و تئوری سنجش فشرده در کاربردهایی نظیر فشرده‌سازی تصویر استفاده می‌شوند. تئوری سنجش فشرده از تنک‌سازی تصویر با استفاده از یک تبدیل بهره می‌برد تا حجم داده‌ها را با استفاده از تعداد کمی اندازه‌گیری، کاهش دهد. با الهام از این موضوع، ما یک چارچوب جدید برای فشرده سازی تصویر به کار می‌بریم که تئوری سنجش فشرده و تبدیل کسینوسی گسسته را با هم ترکیب می‌کند. تبدیل کسینوسی گسسته برای تنک سازی تصویر ورودی استفاده می‌شود. سپس با استفاده از تکنیک‌های معرفی شده در سنجش فشرده، فشرده سازی تصویر انجام می‌شود.

۱-۱ ضرورت انجام تحقیق

ظهور پدیده تئوری سنجش فشرده به ما یک راه امید بخش برای توسعه تکنیک‌های فشرده‌سازی موثر و جدید را معرفی می‌کند، اگرچه توجه اصلی این تئوری رسیدن به کاهش ابعاد نمونه برداری برای کاهش هزینه‌های نمونه برداری داده است. تاکنون بهبود زیادی در تکنیک‌های فشرده‌سازی تصویر و ویدئو حاصل شده است و این بهبودها به منظور صرفه‌جویی در حافظه و تقاضا برای انتقال اطلاعات بصری انجام شده است. تاکنون فشرده‌سازی‌های استاندارد ویدئو و تصویر مثل JPEG و JPEG2000 و MPEG-4 و AVC/H.264 و غیره معرفی شده‌اند. به هر حال این روش‌های فشرده‌سازی و تکنیک‌های کدگذاری ممکن است در برخی کاربردهای فشرده‌سازی مخصوص مانند کدگذاری تصویر مقاوم در برابر نویز و فشرده‌سازی تصاویر رمزگذاری شده موثر نباشند. مقاوم بودن کدگذار در برابر نویز امری مهم در انتقال داده‌های چندرسانه‌ای دیجیتال روی اینترنت و شبکه‌های بیسیم است، زیرا رمزگذار تصویر نیاز دارد که نه تنها عملکرد فشرده‌سازی خوبی داشته باشد و نرخ بیت را کاهش دهد، بلکه عملکرد خوبی را در برابر خطای انتقال ناشی از نویز کانال داشته باشد و در برابر این نویز مقاوم باشد. بعلاوه زمانی که داده روی کانال‌های با عرض باند محدود و حفاظت نشده انتقال داده می‌شود، فشرده‌سازی داده و کدگذاری امری ضروری است. طرح‌های سنتی برای کدگذاری و فشرده‌سازی برای بیشتر کاربردها مناسب هستند، اما در برخی از کاربردها نیاز داریم تا ابتدا رمزگذاری صورت گیرد و سپس فشرده‌سازی انجام گیرد زیرا صاحبان اطلاعات و اپراتورهای شبکه به یکدیگر اعتماد ندارند و در این کاربردها روش‌های سنتی مناسب نیستند. در چنین کاربردهایی برای حفاظت از محتوای داده، صاحبان داده می‌خواهند تا قبل از این که داده‌های خود را به اپراتورها بدهند آنها را رمزگذاری کنند. به دلیل اینکه الگوریتم‌های رمزگذاری، داده را از حالت قابل فشرده بودن به ساختار غیر قابل فشرده شدن تبدیل می‌کنند، به سختی می‌توان این داده‌های رمز-گذاری شده را با روش‌های فشرده‌سازی کلاسیک بطور موثر فشرده کرد.

۱-۲ روش پیشنهادی

تئوری سنجش فشرده این امکان را ایجاد کرده است که بتوانیم سیستم فشرده‌سازی با قابلیت‌های اشاره شده در زیربخش قبلی را پیاده‌سازی کنیم که هم برای فشرده‌سازی تصاویر رمزگذاری شده مناسب است و هم در برابر نویز مقاوم است.

در این پایان‌نامه، فشرده‌سازی تصویر بر اساس سنجش فشرده مبتنی بر بلوک یا BCS^1 با تبدیل کسینوسی گسسته (DCT) معرفی می‌شود و در آن از ترکیب دو روش معرفی شده در روش‌های پیشین استفاده می‌شود تا عملکرد فشرده‌سازی بهبود پیدا کند. یکی از این روش‌ها جایگشت تصادفی ضرایب یا CRP می‌باشد که به متعادل کردن میزان تنگی بلوک‌های به دست آمده از DCT و بهبود بازسازی تصویر کمک می‌کند و همچنین برای رمزگذاری تصویر به کار می‌رود. تکنیک استفاده شده دیگر وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری نام دارد که نقش مهمی را در بهبود بازسازی ایفا می‌کند. طرح بازسازی تصویر مبتنی بر BCS پیشنهادی را می‌توان برای کاربردهای فشرده‌سازی تصاویر رمزگذاری شده و کاربردهای فشرده‌سازی تصویر مقاوم در برابر نویز به کار برد.

ادامه پایان‌نامه به صورت زیر سازمان‌دهی شده است. در فصل دوم مختصر مروری بر مبانی تبدیل کسینوسی گسسته و تئوری سنجش فشرده و همچنین کارهای انجام شده در زمینه کدگذاری تصویر با استفاده از تئوری سنجش فشرده آورده شده است و در فصل سوم به معرفی روش کدگذاری پیشنهادی خود می‌پردازیم. نتایج شبیه‌سازی و مقایسه این نتایج با روش‌های پیشین در فصل چهارم آورده شده است. نتیجه‌گیری و همچنین چندین پیشنهاد برای کارهای آتی در این زمینه، در فصل پنجم حاصل شده است.

¹ Block Compressed Sensing

فصل دوم: مروری بر مفاهیم پایه و

روش‌های پیشین

سنجش فشرده یک تکنیک جدید نمونه برداری می‌باشد که در بازسازی سیگنال‌های تنک یا قابل فشرده-سازی^۱ مفید می‌باشد. این تکنیک نمونه‌برداری جدید بر خلاف نمونه‌برداری کلاسیک می‌باشد. در نمونه-برداری کلاسیک که آن را بعنوان تئوری نمونه برداری شانون می‌شناسیم، نرخ نمونه‌برداری برای بازسازی کامل سیگنال توسط پهنای باند سیگنال محدود می‌شود، در حالیکه در تئوری سنجش فشرده نرخ نمونه برداری برای بازسازی سیگنال‌ها و تصاویر می‌تواند بسیار کمتر از نرخ نمونه برداری شانون باشد. نکته حائز اهمیت این است که در تکنیک سنجش فشرده این امکان وجود دارد تا اطلاعات مفید جاسازی شده در سیگنال‌های تنک را بگیریم و آن را در تعداد کمی از اندازه گیری‌ها ذخیره کنیم. ما میتوانیم توسط همین تعداد نمونه‌های کم و با استفاده از حل مسائل بهینه‌سازی سیگنال مورد نظر را بطور کامل بازسازی کنیم. همانطور که می‌دانیم سیگنال تصویر بصورت طبیعی تنک نمی‌باشد، بنابراین ما با اعمال تبدیل کسینوسی گسسته آن را بصورت تنک درمی‌آوریم و سپس از تکنیک سنجش فشرده استفاده می‌کنیم.

هدف از این بخش آشنایی مختصر با مبانی تبدیل کسینوسی گسسته و تئوری سنجش فشرده و جستجو در بین کارهای موجود روی سنجش فشرده و کاربردهای آن در بازسازی و فشرده‌سازی تصویر می‌باشد.

۲-۱ مروری بر مبانی تبدیل کسینوسی گسسته

تبدیل کسینوسی گسسته یا DCT تبدیلی به شکل رابطه‌های (۲-۱) و (۲-۲) است که دنباله‌های پایه $\phi_k[n]$ کسینوسی می‌باشند. از آنجا که کسینوسی‌ها هم متناوب بوده و هم تقارن زوج دارند، ادامه دادن $x[n]$ خارج از محدوده‌ی $0 \leq n \leq N - 1$ در رابطه (۲-۲) هم متقارن و هم متناوب خواهد بود. به عبارت دیگر، درست همانطور که DFT مستلزم فرض ضمنی تناوب می‌باشد، DCT شامل فرضیات ضمنی هم تناوب و هم تقارن می‌باشد.

¹ Compressible

$$A[k] = \sum_{n=0}^{N-1} X[n] \phi_k^*[n] \quad (1-2)$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A[k] \phi_k[n] \quad (2-2)$$

DCT با شکل دهی یک دنباله متناوب و متقارن از یک دنباله طول محدود به طریقه‌ای که دنباله اولیه طول محدود بتواند بطور یکتا بازسازی شود، متناظر است. به سبب آنکه طرق بسیاری برای انجام این کار وجود دارد، تعاریف بسیاری برای DCT وجود دارد. ۴ شکل رایج در DCT به عنوان DCT-1، DCT-2، DCT-3 و DCT-4 شناخته می‌شوند. از بین تمام شکل‌ها، نمایش‌های DCT-1 و DCT-2 پر استفاده-ترین تبدیلات هستند و بنابراین در باقی بحثمان روی آنها تمرکز خواهیم کرد.

تمام بسط‌های متناوب منجر به شکلهای متفاوت از DCT را می‌توان بصورت مجموعی از کپی‌های انتقال یافته دنباله‌های N نقطه‌ای $\pm x[n]$ و $\pm x[-n]$ تجزیه نمود. تفاوت بین بسط‌های DCT-1 و DCT-2 بستگی به آن دارد که آیا نقاط انتهایی با نسخه‌های انتقال یافته خودشان روی هم افتادگی دارند و اگر چنین است کدام نقاط انتهایی بر روی هم می‌افتند. برای DCT-1، $x[n]$ نخست در نقاط انتهایی اصلاح می‌شود و سپس برای داشتن تناوب $2N-2$ امتداد می‌یابد. دنباله متناوب حاصله عبارتست از:

$$\tilde{x}_1[n] = x_\alpha \left[\left((n) \right)_{2N-2} \right] + x_\alpha \left[\left((-n) \right)_{2N-2} \right] \quad (3-2)$$

که در آن دنباله اصلاح شده $x_\alpha[n] = \alpha[n]x[n]$ می‌باشد و در آن

$$\alpha[n] = \begin{cases} \frac{1}{2}, & n = 0, N-1 \\ 1, & 1 \leq n \leq N-2 \end{cases} \quad (4-2)$$

وزن‌دهی نقاط انتهایی جبران کننده مضاعف سازی می‌باشد که به هنگام روی هم افتادن دو جمله در رابطه (۳-۲) در $n=0$ و $n=N-1$ و در نقاطی به فواصل مضارب صحیحی از $2N-2$ روی می‌دهد. با این وزن-دهی، به سادگی ثابت می‌شود که $x[n] = \tilde{x}_1[n]$ برای $n = 0, 1, \dots, N-1$. دنباله متناوب حاصله

$\tilde{x}_1[n]$ دارای تقارن متناوب زوج حول نقاط $n=0$ و $n=N-1$ و $n=2N-2$ و غیره می‌باشد که ما آن را بعنوان تقارن متناوب نوع اول می‌شناسیم. DCT-1 با زوج تبدیل زیر تعریف شده است:

$$X^{c1}[k] = 2 \sum_{n=0}^{N-1} \alpha[n] x[n] \cos\left(\frac{\pi kn}{N-1}\right), \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (5-2)$$

و

$$x[n] = \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \alpha[k] X^{c1}[k] \cos\left(\frac{\pi kn}{N-1}\right), \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (6-2)$$

که در آن $\alpha[n]$ با رابطه (۴-۲) تعریف شده است.

برای DCT-2، $x[n]$ برای داشتن تناوب $2N$ امتداد یافته است و دنباله متناوب با رابطه زیر داده شده است.

$$\tilde{x}_2[n] = x\left[\left((n)\right)_{2N}\right] + x\left[\left((-n-1)\right)_{2N}\right] \quad (7-2)$$

چون نقاط پایانی روی هم افتادگی ندارند هیچ اصلاحی روی آنها برای اطمینان از اینکه $x[n] = \tilde{x}_2[n]$ برای $n = 0, 1, \dots, N-1$ لازم نیست. در این حالت که آن را نوع ۲ تقارن متناوب می‌نامیم، دنباله متناوب $\tilde{x}_2[n]$ دارای تقارن زوج حول نقاط نیم نمونه $-1/2$ ، $N-1/2$ ، $2N-1/2$ و غیره می‌باشد. DCT-2 با زوج تبدیل زیر تعریف می‌شود:

$$X^{c2}[k] = 2 \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cos\left(\frac{\pi k(2n+1)}{2N}\right), \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (8-2)$$

و

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \beta[k] \cos\left(\frac{\pi k(2n+1)}{2N}\right), \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (9-2)$$

که معکوس DCT-2 شامل تابع وزن دهی زیر می باشد

$$\beta[k] = \begin{cases} \frac{1}{2} & k = 0 \\ 1, & 1 \leq k \leq N - 1 \end{cases} \quad (10-2)$$

۲-۲ مروری بر مبانی تئوری سنجش فشرده

تئوری سنجش فشرده تکنیکها و روشهایی را فراهم می کند که می توان از آنها برای به دست آوردن سیگنالهای تنک بدون از دست دادن تعداد زیادی از دادههای سیگنال، استفاده کرد. محققین در پردازش تصویر در سالهای اخیر توجه ویژه ای به ایده CS داشته اند و تعداد مقالات زیادی هم در زمینه تئوری و هم در زمینه کاربردهای CS منتشر شده است. این بخش مروری مختصر بر تئوری و تکنیکهای CS خواهد داشت. سنجش فشرده (CS) یک تئوری می باشد که ابتدا توسط کاندس^۱ و رمبرگ^۲ و تاو^۳ توسعه پیدا کرد [۳-۱]. این تئوری برای سیگنالهایی کاربرد دارد که بصورت تنک می باشند. به دلیل اینکه سیگنالهایی مانند تصویر و ویدئو قابلیت فشرده سازی خوبی را دارا هستند، استفاده از آنها در تئوری CS بسیار مفید می باشد. می توان از ویژگی و ساختار سیگنالهای تنک استفاده کرد و به یک الگوریتم کدگذاری موثر با استفاده از CS رسید.

۱-۲-۲ عناصر کلیدی در سنجش فشرده

تئوری نمونه برداری یکسان شانون [۴] یک محدوده ای را برای نرخ نمونه برداری از سیگنالهای آنالوگ فراهم می کند تا سیگنال بطور کامل بازسازی شود. در این تئوری بیان شده است که برای بازسازی کامل سیگنال $f(x)$ با فرکانس ماکزیمم ω_{max} باید فرکانس نمونه برداری برای بازسازی کامل برابر

¹ Candes

² Romberg

³ Tao

$$f = \omega_{max}/\pi \text{ باشد.}$$

بنابراین $f(x)$ را میتوان بطور کامل با استفاده از نمونه های $f(nT)$ توسط رابطه‌ی زیر بازسازی کرد:

$$f(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f(kT) \text{sinc} \left(\frac{x}{T} - k \right) \quad (11-2)$$

برای سیگنال‌های محدود با فرکانس ماکزیمم بالا، نمونه‌ها با نرخ نمونه‌برداری حداقل دو برابر پهنای باند، به دست می‌آید. با اعمال تبدیل کسینوسی گسسته (DCT) یا تبدیل موجک گسسته (DWT) روی این سیگنالها تعداد زیادی از داده‌ها در حوزه‌ی تبدیل دارای مقادیر اندک می‌شوند. بنابراین اگر ضرایبی را که دارای دامنه‌ی کوچک هستند با آستانه‌گیری حذف کنیم، آنگاه تعداد داده‌های سیگنال کاهش می‌یابد. این ایده‌ی اصلی در تکنیک‌های فشرده‌سازی با اتلاف است.

می‌دانیم سیگنال‌ها در حوزه‌ی DCT یا موجک بصورت تنک می‌باشند. تنک بودن به این معنی است که تعداد داده‌های بزرگ سیگنال اندک است. برای به دست آوردن سیگنال با داده‌های کوچک، می‌توانیم ابتدا یک تبدیل متعامد را اعمال کنیم و سپس مقادیر کوچک آن را حذف کنیم و سپس با اعمال تئوری CS محتوای داده‌های اساسی را دقیقاً از طریق یک فرآیند اندازه‌گیری که دارای شرایط همدوسی¹ با سیگنال است، به دست آوریم. متعاقباً یک سیگنال را می‌توان با کیفیت بالا از اندازه‌گیری‌های آن و با استفاده از یک تکنیک بهینه‌سازی مناسب بازسازی کرد.

۱-۱-۲-۲ تنک بودن

تنک بودن در CS جزء پارامترهای مهم می‌باشد زیرا باعث می‌شود که بطور موثر سیگنال را بصورت غیر وفقی بازسازی کنیم. بیشترین و عمومی‌ترین تعریفی که از تنک بودن ارائه می‌شود به این صورت است که

¹ Coherence

اگر سیگنال را بصورت بردار $f \in R^n$ در نظر بگیریم آنگاه می‌توانیم آن را در یک پایه متعامد یک‌ه ψ بصورت زیر بسط دهیم:

$$f(t) = \sum_{i=1}^n x_i \psi_i \quad (12-2)$$

که در رابطه (12-2) $x_i = \langle f, \psi_i \rangle$ ضرایب در حوزه ψ می‌باشند. رابطه‌ی بالا را در حالت ماتریسی بصورت زیر نیز می‌توان بیان کرد:

$$f = \psi x \quad (13-2)$$

اگر بیشتر ضرایب x_i صفر و تعداد کمی از آن دارای مقادیر باشد، آنگاه می‌توانیم بگوییم f بصورت تنک است. اگر S تعداد ضرایب غیر صفر باشد که $S \ll n$ است آنگاه می‌توان گفت که f بصورت S -sparse است. اگر x بصورت S -sparse باشد، آنگاه می‌توان آنرا بصورت x_S تقریب زد بطوریکه خطای $\|f - f_S\|_{l_2}$ کوچک باشد. برای پایه ψ متعامد و یک‌ه داریم:

$$\|f - f_S\|_{l_2} = \|x - x_S\|_{l_2} \quad (14-2)$$

در عمل اکثر سیگنال‌ها بصورت فشرده پذیر هستند و تعداد کمی از ضرایب آنها دارای مقادیر بزرگ هستند و مابقی ضرایب دامنه‌ی کوچکی را دارا می‌باشند. اگر ما این ضرایب کوچک را صفر کنیم و از فشرده‌سازی با اتلاف استفاده کنیم آنگاه سیگنال ما تنک خواهد بود.

۲-۱-۲-۲ همدوسی

دو پایه متعامد یک‌ه ψ و ϕ را در نظر بگیرید که هر دو بصورت R^n هستند. همدوسی بین این دو پایه بصورت زیر تعریف شده است [۳]:

¹ Orthonormal

$$\mu(\phi, \psi) = \sqrt{n} \cdot \max_{1 \leq k, j \leq n} |\langle \phi_k, \psi_j \rangle| \quad (15-2)$$

در واقع همدوسی بزرگترین همبستگی بین عناصر دو پایه را به ما می‌دهد. می‌تواند دید که :

$$\mu(\phi, \psi) \in [1, \sqrt{n}] \quad (16-2)$$

در CS، یک سیگنال تنک در حوزه ψ را می‌توان با استفاده از اندازه‌گیری‌ها در حوزه ϕ بازسازی کرد در صورتی که شرایط همدوسی بین دو ماتریس برقرار باشد. اگر یک سیگنال خاصیت تنک بودن بالایی در حوزه ψ داشته باشد و خود ψ همدوسی کمی با ϕ داشته باشد، آنگاه آن سیگنال بسیار فشرده پذیر است. جالب است که ماتریس‌های تصادفی همدوسی بسیار خوبی با هر پایه ثابت دیگری را دارند [۳].

۲-۲-۲ به دست آوردن اندازه‌گیری در CS

توانایی تکنیک سنجش فشرده این است که چطور بطور موثر ویژگی‌های برجسته سیگنال را نگه داریم. در واقع استراتژی تئوری CS در این است که تعداد کافی از اندازه‌گیری‌های CS را فراهم کند تا بطور مناسب سیگنال را با استفاده از این اندازه‌گیری‌ها بازسازی کنیم.

سیگنال f را یک بردار با تعداد نمونه‌ی N در نظر می‌گیریم. اگر سیگنال را در حوزه‌ی تبدیل با x نشان دهیم، آنگاه داریم:

$$f = \psi x = \sum_{i=1}^N x_i \psi_i \quad (17-2)$$

که $\psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$ ماتریس پایه تبدیل می‌باشد و $X = [x_1, \dots, x_N]$ یک بردار N بعدی از ضرایب با $x_i = \langle f, \psi_i \rangle$ است. فرآیند اندازه‌گیری خطی از طریق ضرب داخلی f با مجموعه بردارهای $\{\phi_j\}_1^M$ محاسبه می‌شود:

$$y_i = \langle f, \phi_j \rangle \quad (18-2)$$

که در آن $M < N$ می‌باشد. در واقع بردار اندازه‌گیری $y = [y_1, \dots, y_M]$ از طریق رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$y = \phi f = \phi \psi x = \theta x \quad (19-2)$$

که در آن $\theta = \phi \psi$ است. این اندازه‌گیری‌ها بصورت غیر وفقی هستند و اگر ϕ ثابت باشد، این اندازه‌گیری‌ها به ساختار سیگنال هیچگونه وابستگی ندارند [۲]. کمترین تعداد اندازه‌گیری‌هایی که برای بازسازی سیگنال اصلی مورد نیاز است به ماتریس‌های ϕ و ψ بستگی دارد. تئوری زیر این رابطه را بیان می‌کند.

تئوری ۱. سیگنال $f \in R^N$ را در نظر بگیرید که دارای دنباله ضرایب گسسته x در پایه ψ می‌باشد. حال M اندازه‌گیری را در حوزه ϕ بطور یکسان و تصادفی انتخاب کنید. حال داریم:

$$M \geq C \cdot \mu^2(\phi, \psi) \cdot \text{Slog} N \quad (20-2)$$

که در آن C یک ثابت مثبت می‌باشد. اگر رابطه (۲۰-۲) برقرار باشد، آنگاه به احتمال بالا x را می‌توان با استفاده از حل مسئله بهینه‌سازی بصورت زیر حل کرد:

$$\min_{\tilde{x}} \|\tilde{x}\|_{l_1} \quad \text{subject to } y_k = \langle \phi_k, \psi \tilde{x} \rangle \quad (21-2)$$

که در رابطه‌ی بالا \tilde{x} تصویر بازسازی شده می‌باشد. این یک نتیجه‌گیری مهم می‌باشد زیرا موارد مورد نیاز برای بازسازی کامل را فراهم می‌کند.

برای بازسازی کامل سه نکته زیر را در نظر بگیرید [۳]:

(۱) هر چه هم‌دوسی بین ماتریس‌های اندازه‌گیری و پایه کوچکتر باشد، تعداد اندازه‌گیری‌ها بیشتر کاهش می‌یابد.

(۲) با تعداد M اندازه‌گیری هیچ کدام از اطلاعات سیگنال اصلی تلف نخواهد شد.

۳) سیگنال f را میتوان بدون داشتن اطلاعات مربوط به x و یا دامنه ضرایب خود f بطور دقیق بازسازی کرد.

۱-۲-۲-۲ ویژگی ایزومتري محصور شده^۱ (RIP)

ماتریس اندازه‌گیری برای پردازش باید ویژگی‌های خاصی را داشته باشد. مهمترین آنها ویژگی RIP می‌باشد [۵]. برای هر عدد صحیح $S=1,2,\dots$ ، ثابت ایزومتري δ_S را بعنوان کوچکترین عددی تعریف می‌کنیم که رابطه‌ی زیر به ازای آن برقرار باشد:

$$(1 - \delta_S)\|x\|_{l_2}^2 \leq (1 + \delta_S)\|x\|_{l_2}^2 \quad (2-22)$$

گفته می‌شود ماتریس ϕ شرایط RIP را دارد اگر δ_S خیلی نزدیک به ۱ نباشد. با داشتن این ویژگی فاصله‌ی اقلیدسی سیگنال‌های S -sparse حفظ می‌شود. ویژگی RIP بیان می‌کند که هیچ کدام از بردارهای S -sparse نمی‌تواند در فضای تهی ϕ باشد. فرض کنید که سیگنال‌های S -sparse توسط ϕ تعیین شوند و δ_{2S} بطور کافی کمتر از یک باشد، آنگاه تمام فاصله‌های دو به دو بین سیگنال‌های تنک به خوبی در محدوده‌ی فضای اندازه‌گیری طبق رابطه زیر حفظ می‌شوند [۳]:

$$(1 - \delta_{2S})\|x_1 - x_2\|_{l_2}^2 \leq \|\phi x_1 - \phi x_2\|_{l_2}^2 \leq (1 + \delta_{2S})\|f_1 - f_2\|_{l_2}^2 \quad (2-23)$$

RIP یک ویژگی بسیار مهم در تایید کردن ماتریس اندازه‌گیری می‌باشد و برای ارزیابی کدگذاری، موثر است. متأسفانه RIP یک مسئله حل نشدنی در زمان چندجمله‌ای بر حسب اندازه ورودی‌های مسئله یا NP hard^۲ برای تایید کردن ماتریس اندازه‌گیری می‌باشد. شرایط دیگری نیز برای تایید کردن ماتریس اندازه‌گیری بطور مناسب معرفی شده است. در [۶] یک توزیع ساده از RIP به نام RIP-p معرفی شده است که در آن از نرم l_p بجای نرم l_2 استفاده می‌شود. در [۷] نیز یک RIP بر اساس مدل معرفی شده

^۱ Restricted Isometry property

^۲ Non-deterministic polynomial-time hard

است که تمام x ها را با یک مدل مخصوص محصور می کند. اگر مدل سیگنالها S -sparse باشد، آنگاه به RIP معمولی تغییر می کند. تعریف کردن یک ماتریس اندازه گیری مناسب یک امر بسیار مهم در CS می باشد.

یک ماتریس اندازه گیری مناسب باید قادر باشد تا اطلاعات سیگنال اصلی را به خوبی نگه دارد و بتواند با استفاده از اطلاعات کمی در اندازه گیریها سیگنال اصلی را به خوبی بازسازی کند. بنابراین ماتریسهای اندازه گیری باید شرایط همدوسی را با تعداد زیادی از ماتریسهای تنک سازی داشته باشد. همچنین موثر بودن این ماتریسها در سرعت محاسبات و پیاده سازی سخت افزاری بسیار مهم است. ماتریسهای موثر زیادی در CS وجود دارد که در زیر بخش بعدی معرفی می شوند.

۲-۲-۳ ماتریسهای اندازه گیری

در طراحی ماتریسهای اندازه گیری Φ ، اندازه دادهها و نیازمندیهای محاسباتی جزء نکات کلیدی می باشند. تعداد زیادی مقاله در این زمینه ارائه شده است. بعضی از این ماتریسها بصورت تصادفی و بعضی از آنها بصورت جبری و قطعی هستند. این ماتریسها بر اساس ویژگیهایشان به سه مقوله طبقه بندی می شوند.

۲-۳-۱ ماتریسهای تصادفی

ماتریسهای اندازه گیری تولید شده بصورت تصادفی دارای دادههایی هستند که از توزیع احتمالی شان بصورت مستقل و یکسان نمونه برداری شده است. یکی از آنها ماتریس گوسی می باشد که معمولاً توزیع احتمالی آن دارای میانگین صفر، و واریانس گوسی واحد $\mathcal{N}(0,1)$ است [۸، ۹]. یکی دیگر از ماتریسهای اندازه گیری، ماتریس برنولی است که دادههای آن دارای توزیع یکسان و مستقل از هم (i.i.d) هستند و در

¹ Independent and Identically Distributed

این ماتریس از توزیع دو جمله‌ای آن نمونه برداری شده است. از مزایای ماتریس‌های گوسی و برنولی این است که همدوسی بسیار خوبی با بسیاری از ماتریس‌های پایه دارند [۱۰]. همچنین ماتریس‌های تصادفی عملکرد بازسازی بسیار خوبی را از خود نشان داده‌اند. از محدودیت‌هایی که ماتریس‌های تصادفی به وجود می‌آورند نیازمندی به حافظه بالا و همچنین نیاز به ارتباط کدگذار و کدگشا می‌باشد.

ماتریس‌های تصادفی را می‌توان با ساختارهایی خاص به وجود آورد تا از حافظه بطور موثری استفاده کنند و محاسبات کمتری را طلب کنند. مانند ماتریس توپلیتز^۱ یا ماتریس قطری-ثابت^۲ که دارای عناصر قطری ثابت است. نتایج نشان داده است که یک سیگنال تنک را میتوان از نمونه‌های کمی و با دقت خوبی بازسازی کنیم زمانی که ماتریس توپلیتز را بعنوان ماتریس اندازه‌گیری استفاده می‌کنیم [۱۱، ۱۲]. یک روش دیگر تولید ماتریس‌های بلوکی-قطری^۳ است که تراکم کمتری را دارند و همچنین نیاز به حافظه کمتری را در مقایسه با ماتریس‌های تصادفی دیگر دارند.

۲-۳-۲-۲ ماتریس‌های مبتنی بر تبدیل

ماتریس‌های اندازه‌گیری مبتنی بر تبدیل بر اساس یک تبدیل خطی مانند فوریه، هادامارد^۴ و تبدیل کسینوسی گسسته هستند. یکی از آنها ماتریس اندازه‌گیری مجموعه فوریه جزئی^۵ می‌باشد [۸]. این ماتریس با نمونه‌برداری $M/2$ ستون بطور یکسان و تصادفی از ماتریس تبدیل فوریه گسسته $N \times N$ به وجود می‌آید که M عامل زیر نمونه‌برداری می‌باشد. یکی دیگر از این ماتریس‌ها، ماتریس اندازه‌گیری فوریه درهم^۶ می‌باشد [۱۳]. این ماتریس عملکرد بهتری نسبت به ماتریس قبلی دارد. در این ماتریس ستون‌های ماتریس فوریه گسسته $N \times N$ ابتدا بصورت تصادفی جابه‌جا می‌شوند و سپس $M/2$ ستون‌ها

¹ Toeplitz

² Diagonal-Constant

³ Block-Diagonal

⁴ Hadamard

⁵ Partial Fourier Ensemble

⁶ Scrambled Fourier

بطور یکسان و تصادفی انتخاب می‌شوند. در هر دو روش ماتریس اندازه‌گیری با برش از ماتریس تبدیل فوریه به وجود می‌آید. بطور مشابه ماتریس‌های اندازه‌گیری بر اساس تبدیل بلوکی DCT و تبدیل بلوکی هادامارد می‌تواند بجای تبدیل فوریه مورد استفاده قرار گیرند. مزیت استفاده از ماتریس اندازه‌گیری مبتنی بر تبدیل هادامارد در این است که داده‌های آن بصورت باینری ± 1 می‌باشند که بسیار مناسب برای پیاده‌سازی سخت‌افزاری می‌باشد. یکی از ماتریس‌های بسیار محبوب ماتریس هادامارد بلوکی جزئی^۱ می‌باشد که ستون‌های آن با جایگشت تصادفی به دست می‌آیند [۱۴]. محاسبه‌ی این ماتریس بسیار سریع است و همچنین نیاز به حافظه زیادی برای تولید در کدگذار و کدگشا ندارد.

۲-۳-۲ ماتریس‌های تنک دوتایی^۲

این ماتریس‌ها دارای تعداد ثابت کمی از یک‌ها در هر ستون هستند و بقیه داده‌های آنها دارای مقادیر صفر هستند [۱۵]. نشان داده شده است که ماتریس‌های باینری هم از نظر تئوری و هم عملی به همان اندازه ماتریس‌های گوسی تصادفی و ماتریس‌های فوریه برای کدگشایی با برنامه‌ریزی خطی مناسب هستند. مزیت این ماتریس‌ها در این است که زمان کدگذاری و کدگشایی را کاهش می‌دهند. در [۶، ۱۵، ۱۶] نتایج شبیه‌سازی برای بازسازی سیگنال‌های تنک بر اساس ماتریس‌های تنک دوتایی ارائه شده است.

۲-۴-۲ بازسازی در CS

در مسئله بازسازی، با گرفتن M تعداد اندازه‌گیری y و با داشتن ماتریس اندازه‌گیری تصادفی ϕ و ماتریس پایه ψ ، سیگنال x بطول N را بازسازی می‌کنیم. چون $M \ll N$ است این یک مسئله NP-Hard است. روش‌های سنتی برای حل یک مسئله با این شرایط شامل کمینه کردن نرم l_2 می‌باشد. در این مورد داریم:

¹ Partial Block Hadamard

² binary

$$\operatorname{argmin} \|\hat{x}\|_2 \quad \text{such that } \Theta \hat{x} = y \quad (24-2)$$

اثبات شده است که این کمینه سازی نرم l_2 فقط سیگنال های غیر تنک را تولید می کند [2]. نرم l_2 انرژی سیگنال را اندازه گیری می کند و ویژگی تنک بودن سیگنال را نتیجه نمی دهد.

نرم l_0 تعداد داده های غیر صفر را محاسبه می کند و بنابراین میتوان با استفاده از آن بردارهای تنک مورد نیاز خود را به دست آوریم. مسئله بهینه سازی با استفاده از این نرم می تواند بصورت زیر بیان شود:

$$\operatorname{argmin} \|\hat{x}\|_0 \quad \text{such that } \Theta \hat{x} = y \quad (25-2)$$

احتمال زیادی وجود دارد تا بتوانیم با استفاده از فقط $M=S+1$ بطور مستقل و با ماتریس اندازه گیری گوسی با توزیع یکسان و مستقل، سیگنال اصلی را بازسازی کنیم [3]. هر چند که این راه حل از نظر عددی ناپایدار است [2].

می توانیم بر اساس کمینه سازی نرم l_1 سیگنال S -sparse را فقط با $M \geq cS \log(\frac{N}{S})$ تعداد اندازه گیری و با استفاده از ماتریس گوسی با توزیع یکسان و مستقل بطور دقیق بازسازی کنیم [1, 10]. این مسئله بهینه سازی محدب در زیر داده شده است:

$$\operatorname{argmin} \|\hat{x}\|_1 \quad \text{such that } \Theta \hat{x} = y \quad (26-2)$$

الگوریتم انطباق پایه ای (BP¹) را می توان برای حل این مسئله و با پیچیدگی محاسباتی $O(N^3)$ استفاده کرد [1]. همچنین BP را می توان بصورت یک مسئله بهینه سازی l_1 و با قید درجه دو در نظر گرفت:

$$\min_{\hat{x}} \|\hat{x}\|_{l_1} \quad \text{subject to } \|y - \Theta \hat{x}\|_{l_2} \leq \varepsilon \quad (27-2)$$

که y شامل اندازه گیری همراه با نویز ε می باشد. این بازسازی زمانی به کار می رود که اندازه گیری ها شامل نویز باشد و این نویز یا شناخته شده باشد و یا قابل محاسبه باشد.

¹ Basis Pursuit

روش دوم برای حل مسائل بهینه‌سازی در بازسازی با CS با فرموله کردن مسئله BP بعنوان برنامه‌ریزی مخروطی مرتبه دوم (SOCP^۱) به دست می‌آید:

$$\min_x \frac{1}{2} \|y - \theta x\|_{l_2}^2 + \lambda \|x\|_{l_1} \quad (28-2)$$

این رابطه با نام حذف نویز انطباقی پایه‌ای (BPDN^۲) شناخته می‌شود [۱۷]. حل این مسئله به دلیل طبیعت بهینه‌سازی محدب دست‌یافتنی می‌باشد. ترم $\lambda \|x\|_{l_1}$ بعنوان تنظیم‌کننده شناخته می‌شود که میتواند بعنوان بیشینه تخمین پیشین در تخمین بی‌زین در نظر گرفته شود. BPDN در کاربردهای پردازش تصویر و سیگنال بسیار محبوب است.

سومین روش به نام عملگر انتخابی و انقباضی حداقل (Lasso^۳) شناخته می‌شود [۱۸]. رابطه‌ی آن در زیر آورده شده است:

$$\min_x \|y - \theta x\|_{l_2} \quad \text{subject to } \|x\|_{l_1} \leq \tau \quad (29-2)$$

برای کاربردهای پردازش ویدئو و تصویر مبتنی بر بلوک بجای جستجو کردن تنک‌پذیری در حوزه‌ی تبدیل از تغییرات کل (TV^۴) می‌توانیم استفاده کنیم. TV تصویر بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\|X\|_{TV} = \sum_{i,j} \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (x_{i,j+1} - x_{i,j})^2} \quad (30-2)$$

نرم TV از تنک بودن گرادیان تصویر استفاده می‌کند و در نشان دادن تاثیرات فرکانس بالای تصویر بسیار مفید است.

الگوریتم‌های متنوع و زیادی برای حل این سه مسئله در CS وجود دارد. تکنیک‌های برنامه‌ریزی خطی

¹ Second Order Cone Programming

² Basis pursuit denoising

³ Least Shrinkage and Selection Operator

⁴ Total Variation

(LP) [۱, ۱۰]، الگوریتم‌های گریدی^۱ [۱۹-۲۲]، الگوریتم‌های مبتنی بر گرادیان [۲۳, ۲۴]، الگوریتم-های انقباض تکراری [۲۵, ۲۶]، برای حل این مسائل به کار می‌روند. در بخش بعدی عملکرد این الگوریتم‌ها را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

تکنیک برنامه‌ریزی خطی (LP) را می‌توان برای حل این مسائل و با دقت و تاثیر بالا به کار برد [۱, ۱۰]. هرچند که به دلیل فضای جواب بزرگی که در پردازش تصویر داریم، راه‌حلهای دیگری را به آن ترجیح می‌دهیم. بعضی از این الگوریتم‌ها نیاز به تکرار کمتر یا زمان محاسباتی کمتر در طول هر بار تکرار دارند و بعضی از الگوریتم‌ها فقط بر روی نرم l_1 و نرم TV کار می‌کنند. این روش‌ها شامل الگوریتم‌های گریدی، الگوریتم‌های مبتنی بر گرادیان و الگوریتم‌های انقباض تکراری می‌شوند. معمولا عملکرد این الگوریتم‌ها را در سه مقوله زیر ارزیابی می‌کنند:

- زمان بازسازی: به دلیل ابعاد بالای داده‌ی تصویر، کدام الگوریتم بطور موثر می‌تواند جواب را در کوتاه‌ترین زمان فراهم کند.
- تعداد تکرار: کدام الگوریتم می‌تواند از کمترین تعداد تکرار برای بازسازی بطور موثر استفاده کند.
- انعطاف پذیری در برابر سطح تنکی: بازسازی CS را می‌توان با روش‌های نشان داده شده در رابطه‌های (۲۷-۲)، (۲۸-۲) و (۲۹-۲) انجام داد. کدام یک از این سه الگوریتم جواب مورد نظر ما را با دقت بالا و در برابر داده‌هایی با میزان تنکی مختلف فراهم می‌کنند.

۱-۴-۲-۲ الگوریتم‌های گریدی

الگوریتم‌های گریدی شامل ردگیری انطباقی یا MP^2 [۱۹] و ردگیری انطباقی متعامد یا OMP^2 [۲۰] و

¹ Greedy

² Matching Pursuit

³ Orthogonal Matching Pursuit

ردگیری انطباقی متعامد دومرحله‌ای یا StOMP^۱ [۲۱] و ردگیری انطباقی نمونه‌برداری فشرده یا CoSaMP^۲ [۲۲] است. این الگوریتم‌ها بصورت تکراری هستند و سیگنال را با استفاده از تابعی با توزیع خطی دیکشنری θ تجزیه می‌کنند. الگوریتم‌های گریدی ابتدا با جواب اولیه $\hat{x} = 0$ شروع می‌کنند و سپس عناصر \hat{x} را با فرض غیر صفر بودن دامنه‌ی آن توسط یک فرآیند تکراری انتخاب می‌کند و این فرآیند شامل خطای باقی‌مانده بین بردار اندازه‌گیری y و θx است. در هر تکرار این الگوریتم تلاش می‌کند تا بهترین تخمین را از دیکشنری انتخاب کند. ما بطور مختصر در مورد دو الگوریتم گریدی بحث خواهیم کرد.

ردگیری انطباقی متعامد (OMP)

الگوریتم OMP یک نسخه متعامد شده‌ای از الگوریتم MP می‌باشد. این ایده به اینصورت است که در هر بار تکرار عناصر را از دیکشنری طوری برمی‌داریم که بهترین تخمین باقی‌مانده را داشته باشد. در OMP، بجای اینکه محصولات اسکالر باقی‌مانده و عناصر دیکشنری جدید را برداریم، تابع اصلی را با عناصر دیکشنری از طریق حداقل مربعات یا یک تابع، تنظیم می‌کنیم. این الگوریتم با باقی‌مانده $r_0 = y$ شروع می‌کند که در آن $\hat{x} = 0$ است. در هر تکرار، ستون‌هایی از θ که بیشترین همبستگی و شباهت را با باقیمانده جاری r_{i-1} دارند را انتخاب می‌کنیم. سپس مسئله حداقل مربعات را برای تخمین جدید سیگنال حل می‌کنیم. باقی‌مانده جدید با استفاده از تخمین اخیر محاسبه می‌شود. این روند تا یک محدوده‌ی توقف یا تا یک حدی از تکرار ادامه می‌یابد.

ردگیری انطباقی متعامد دومرحله‌ای (StOMP)

¹ Stagewise Orthogonal Matching Pursuit

² Compressive Sampling matching pursuit

در واقع این الگوریتم بهبود یافته الگوریتم OMP می‌باشد. بر خلاف OMP، که فقط اجازه به اضافه شدن یک داده به دیکشنری در هر بار تکرار می‌داد، در StOMP چند داده در هر بار تکرار به دیکشنری اضافه می‌شود. این الگوریتم به مراتب سریعتر از OMP عمل می‌کند. مقدار جواب آغازین در الگوریتم StOMP با صفر است و مقدار اولیه باقی‌مانده همانند الگوریتم OMP برابر با مشاهده ما است. سپس یک فیلتر تطابقی به باقیمانده با θ اعمال می‌شود و بردار همبستگی‌های باقی‌مانده به دست می‌آید. همه بردارهای بالاتر از آستانه را با استفاده از آستانه‌گیری سخت، انتخاب می‌کنیم. سپس روش حداقل مربعات را اعمال می‌کنیم تا یک تقریب را تخمین بزنیم. سپس باقی‌مانده را به‌روز می‌کنیم و شرط توقف را چک می‌کنیم. مزیت استفاده از آستانه‌گیری در این است که با آن می‌توانیم با تکرار کمتر به یک تخمین خوبی از سیگنال اصلی برسیم.

۲-۴-۲-۲ الگوریتم‌های مبتنی بر گرادیان

این الگوریتم با رابطه (۲-۲۸) بعنوان یک مسئله بهینه‌سازی، معرفی شده است [۲۳، ۲۴]. بطور کلی محاسبه گرادیان نزولی، آسان است. در این روش در هر تکرار از گرادیان نزولی استفاده می‌شود و سپس نگاشت به یک گروه در هر تکرار انجام می‌شود. این نگاشت شامل یک آستانه‌گیری ساده می‌باشد و می‌تواند بسیار سریع انجام شود که منجر به محاسبه‌ی سریع در هر تکرار می‌شود. ما بطور مختصر دو الگوریتم محبوب مبتنی بر گرادیان نزولی را مورد بحث قرار می‌دهیم.

افکنش گرادیان جهت بازسازی تنک (GPSR)¹

یک الگوریتم GPSR برای حل مسئله کمینه سازی l_1 همانند رابطه (۲-۲۸) معرفی شده است [۲۳]. در واقع GPSR یک عبارت مجازات را در حل نرم l_1 برای سیگنال که با یک عبارت حداقل مربعات جمع

¹ Gradient Projection for Sparse Reconstruction

شده است، در نظر می‌گیرد. این مسئله را می‌توان بعنوان یک مسئله درجه دوم محدب با قید محدود، در نظر گرفت. در این روش از روش حل گرادیان برای یک جستجوی مخصوص و از یک تکنیک پایان‌دهی برای حل سریعتر استفاده شده است. GPSR مسئله اصلی را به دو قسمت مثبت و منفی تقسیم می‌کند. این تقسیم توسط نصف کردن x بصورت $x = u - v, u \geq 0, v \geq 0$ انجام می‌شود. سپس این مسئله تبدیل به یک برنامه‌ریزی درجه دوم با قید محدود یا BCQP¹ می‌شود که در زیر نشان داده شده است:

$$\min_{u,v} \frac{1}{2} \|y - \theta(u - v)\|_{l_2}^2 + \lambda 1_n^T u + \lambda 1_n^T v \quad \text{Subject to } u \geq 0, v \geq 0 \quad (31-2)$$

رابطه بالا را می‌توان بصورت استاندارد BCQP نوشت:

$$\min_z c^T z + \frac{1}{2} z^T B z = F(z) \quad (32-2)$$

که

$$z = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, b = \theta^T y, c = \lambda 1_{2n} + \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} \quad (33-2)$$

و

$$B = \begin{bmatrix} \theta^T A & -\theta^T A \\ -\theta^T A & \theta^T A \end{bmatrix} \quad (34-2)$$

در اینجا A ماتریس اندازه‌گیری می‌باشد و $F(z)$ تغییرات متغیرها می‌باشد. استفاده از گام مناسب اهمیت دارد زیرا می‌خواهیم با کمترین تکرار به تخمین مورد نظر خود برسیم. در GPSR از روش‌های موجود در [27] برای تعیین کردن اندازه گام استفاده می‌شود.

عیب الگوریتم GPSR این است که برای کمینه‌سازی TV نمی‌توان از آن استفاده کرد.

¹ Bounded Constraint Quadratic Program

الگوریتم نسترف (NESTA)^۱

در [۲۸] یک الگوریتم مخصوص برای حل مسائل بازسازی با CS به نام NESTA معرفی شده است. این الگوریتم بر اساس کارهای نسترف بر روی تابع کمینه‌سازی غیر هموار^۲ است [۲۹]. ما می‌توانیم از دو ایده بدست آمده توسط نسترف استفاده کنیم. اولی طرح همگرایی سریع برای روش‌های مرتبه اول^۳ است که نرخ همگرایی بهینه‌ای را به ما می‌دهد. دومی یک تکنیک هموار کننده می‌باشد که نرم l_1 غیر هموار را با نسخه هموار آن جایگزین می‌کند. NESTA از یک میانگین کننده مناسب در دنباله‌های تکرار استفاده می‌کند که ویژگی همگرایی را در الگوریتم گرادیان نزولی بهبود می‌بخشد. این روش برای حل کمینه‌سازی l_1 و همچنین کمینه‌سازی TV استفاده می‌شود.

این الگوریتم تابع f را توسط تخمین تکراری سه دنباله x_k, y_k, z_k کمینه می‌کند. در گام اول گرادیان $\nabla f_\mu(x)$ با استفاده از تخمین نرم نستروف با نرم l_1 محاسبه می‌کنیم. در تکرار i ام، داریم:

$$\nabla f_\mu(x)[i] = \begin{cases} \mu^{-1}, & \text{if } \|x[i]\| < \mu \\ \text{sgn}(x[i]), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (۲-۳۵)$$

در گام دوم y_k را محاسبه می‌کنیم. y_k از تکرار در جهت مثبت گرادیان به دست می‌آید. اگر ماتریس اندازه‌گیری سریع و متعامدی را داشته باشیم، y_k را می‌توان به آسانی محاسبه کرد و y_k تنها به x_k و گرادیان آن $\nabla f_u(x_k)$ بستگی دارد. در گام بعدی سومین دنباله z_k را محاسبه می‌کنیم که در جهت گرادیان قبلی است. در [۲۹] اثبات شده است که این عبارت اضافی به بهبود همگرایی الگوریتم کمک می‌کند.

مزیت اصلی الگوریتم NESTA این است که می‌توان از آن برای سه رابطه بهینه‌سازی با CS استفاده کرد.

¹ Nesterov's Algorithm

² Non-Smooth

³ First-Order

این الگوریتم هم از نرم $l1$ و هم TV پشتیبانی می‌کند.

۳-۴-۲-۲ الگوریتم‌های آستانه‌گیری انقباض تکراری

اگر یک سیگنال توسط تبدیل با یک پایه مناسب نمایش داده شود، ضرایب زیر مقادیر آستانه را می‌توان صفر کرد بدون اینکه تغییر شگرفی در سیگنال ایجاد شود. این روش تنک‌سازی و آستانه‌گیری در فشرده‌سازی تصویر و ویدئو بسیار کاربرد دارد. این الگوریتم مسئله بهینه‌سازی اصلی را به دنباله‌ای از مسائل ساده‌تر تبدیل می‌کند که می‌توان بطور موثر آنرا توسط مقادیر کوچک آستانه‌گیری برای به دست آوردن سیگنال x حل کرد [۲۵, ۲۶].

بازسازی توسط الگوریتم آستانه‌گیری انقباض تکراری دومرحله‌ای (TwIST¹)

این الگوریتم ابتدا در [۲۶] معرفی شد. به دلیل اینکه هر تکرار TwIST بستگی به دو تکرار قبلی دارد، به این الگوریتم دو مرحله‌ای می‌گویند. در هر تکرار $k+1$ ، جواب‌ها به x_{k+1} توسط رابطه‌ی زیر به روز می‌شوند:

$$x_{k+1} = (1 - \alpha)x_{k-1} + (\alpha - \beta)x_k + \beta\psi_\lambda(x_k + \theta^T(y - \theta x_k)) \quad (۳۶-۲)$$

که ψ_λ یک فرآیند نوین زدایی می‌باشد. عبارت $\theta^T(y - \theta x_k)$ گرادیان عبارت $\frac{1}{2}\|y - \theta x_k\|_2^2$ می‌باشد. α و β پارامترهای الگوریتم TwIST می‌باشد و حاشیه‌های مختلفی برای انتخاب آنها در [۲۶] در نظر گرفته شده است.

بازسازی تنک مبتنی بر تقریب تفکیک پذیر (SpaRSA²)

این الگوریتم در [۲۵] معرفی شده است. در این الگوریتم تابع $g(x) = f(x) + \lambda c(x)$ را کمینه می‌کنیم

¹ Two-step Iterative Shrinkage Thresholding

² Sparse Reconstruction by Separable Approximation

که از تجزیه عبارت هموار (که با f آنرا نمایش می‌دهیم) و یک عبارت غیر هموار (که آنرا با c نمایش می‌دهیم) تشکیل شده است. در هر گام یک مسئله به شکل رابطه (۲-۲۸) را حل می‌کنیم. تکرار $(k+1)^{th}$ توسط حل رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$x_{k+1} \in \arg \min_z \frac{1}{2} \|z - u_k\|_2^2 + \frac{\lambda}{\alpha_k} c(z) \quad (۲-۳۷)$$

که

$$u_k = x_k - \frac{1}{\alpha_k} \nabla f(x_k) \quad (۲-۳۸)$$

نویسندگان در [۲۵] شکل‌های مجزایی از c را استفاده می‌کنند. این الگوریتم با جواب $x_0 = 0$ شروع می‌شود. در هر دنباله تکرار، مقدار α_k از فاصله $[\alpha_{min}; \alpha_{max}]$ انتخاب می‌شود. سپس α_k به روز می‌شود و فرآیند تکرار می‌شود تا یک جواب مناسب را به دست آوریم. بعد از به دست آوردن یک جواب مناسب برای زیر مسئله خود، الگوریتم، تکرار را به روز می‌کند و شرط توقف را چک می‌کند. اگر شرط توقف برقرار نبود، فرآیند مجدداً تکرار می‌شود.

۲-۳ مروری بر روش‌های پیشین

تکنیک‌های کدگذاری تصویر بر اساس CS به دو بخش مبتنی بر بلوک و کل تصویر تقسیم می‌شوند. تکنیک‌های کدگذاری مبتنی بر بلوک خود به دو بخش توزیع شده و چند مقیاسی تقسیم می‌شوند. در این بخش مروری بر این تکنیک‌ها خواهیم داشت.

۲-۳-۱ کدگذاری بر اساس کل تصویر

در کدگذاری بر اساس کل تصویر، اندازه‌گیری‌های CS از کل تصویر با استفاده از یک ماتریس اندازه‌گیری ϕ مناسب به دست می‌آید. به دلیل بزرگ بودن بعد در داده تصویر، اندازه ϕ نیز بزرگ است و این یک

عیب به شمار می‌آید. در بیشتر تحقیقات ϕ مستقیماً روی داده‌ی تصویر اعمال نمی‌شود. بنابراین ابتدا یک تبدیل روی داده تصویر به منظور تنک سازی اعمال می‌شود. سپس اندازه‌گیری‌های CS با اعمال ϕ بر روی ضرایب تبدیل به دست می‌آیند.

اولین کاربرد CS در کدگذاری تصویر در [۳۰] ارائه شده است. در آن از یک درصدی از اندازه‌گیری‌ها برای بازسازی تصویر استفاده شده است. در روش ارائه شده از 3M تا 5M اندازه‌گیری برای بازسازی تصویر استفاده می‌کنند و این اندازه‌گیری‌ها در تخمین موجک با M بار تجزیه دارای کیفیت یکسانی هستند. مشکل این روش در این است که اندازه‌گیری‌های CS بصورت تصادفی به دست می‌آیند و ساختار تصویر یا دامنه‌ی ضرایب تبدیل یافته تصویر در به دست آوردن این اندازه‌گیری‌ها لحاظ نمی‌شود. در روش ارائه شده از ماتریس فوریه درهم بعنوان ماتریس اندازه‌گیری استفاده شده است. یک روش موثر دیگری در [۲۲، ۳۱] ارائه شده است. در این روش تاثیر الگوریتم‌های بازسازی بر کیفیت بازسازی نشان داده شده است. عیب این روش در این است که پیچیدگی محاسباتی در کدگذار را افزایش می‌دهد.

یک روش موثرتر بر اساس SRM¹ در [32] معرفی شده است که در آن ماتریس اندازه‌گیری مبتنی بر بلوک به داده‌های تصادفی اعمال می‌شود و در نهایت اندازه‌گیری‌های CS به دست می‌آیند.

۲-۳-۲ کدگذاری مبتنی بر بلوک (BCS)

با استفاده از کدگذاری تصویر مبتنی بر بلوک می‌توانیم پیچیدگی‌های محاسباتی و حافظه مورد نیاز را در کدگذار کاهش دهیم. کدگذاری مبتنی بر بلوک بطور وسیعی در کدگذاری‌های کلاسیک استفاده شده است. یک کدگذاری مبتنی بر بلوک بر اساس CS در [۳۳] ارائه شده است. ابتدا تصویر به بلوک‌های مجزا تقسیم می‌شود و از هر بلوک تصویر بطور جداگانه و با استفاده از یک ماتریس اندازه‌گیری مناسب، اندازه-

¹ Structurally Random Matrices

گیری مناسبی با CS به دست می‌آید. سپس تصویر با استفاده از بازسازی افکنش لاندویر (PL¹) و با استفاده از آستانه‌گیری سخت و فیلترینگ وینر² تکراری، بازسازی می‌شود. این چارچوب در [۳۴] گسترش پیدا کرد. در این روش از تبدیل‌های هدایتی³ استفاده شده است. در سمت کدگذار ابتدا یک تصویر به بلوک‌های مجزا تقسیم می‌شود و از هر بلوک توسط ماتریس‌های گوسی تصادفی نمونه‌برداری می‌شود. برای بازسازی تصویر در سمت کدگشا، ابتدا جواب توسط رابطه‌ی زیر مقداردهی اولیه می‌شود:

$$x^{(0)} = \phi^T y \quad (۳۹-۲)$$

که ϕ ماتریس اندازه‌گیری و y شامل اندازه‌گیری‌های به دست آمده از همه‌ی بلوک‌ها می‌باشد. سپس یک فیلتر وینر به $x^{(0)}$ اعمال می‌شود. بر روی هر بلوک تبدیل افکنش لاندویر هموار (SPL⁴) اعمال می‌شود. سپس به خروجی هر گام SPL یک تبدیل تنک‌کننده اعمال می‌شود. در این روش همچنین یک محدوده توقف بر اساس نرم l_2 نیز در طول هر گام تکرار چک می‌شود. یک تبدیل تنک‌کننده هدایتی دیگر در CS نیز در [۳۴] معرفی شده است.

هیچکدام از طرح‌های مبتنی بر بلوک بالا یک حقیقت را لحاظ نمی‌کنند و آن این است که بلوک‌های مختلف ممکن است قابلیت فشرده‌پذیری متفاوتی را داشته باشند. بطور کلی، تنکی بلوک‌های مختلف، متفاوت است. بلوک‌های هموار تصویر، درجه‌ی بالایی از تنکی را دارا هستند در حالیکه بلوک‌های دارای نواحی لبه میزان تنکی پایینی را دارا هستند.

روش کدگذاری مبتنی بر بلوک دیگری در [۳۵] معرفی شده است که از ساختار ضرایب تبدیل بهره می‌برد. در کدگذار، یک تصویر به بلوک‌های مجزا تقسیم می‌شود و سپس یک ماتریس وزن‌دهی به ماتریس اندازه‌گیری اعمال می‌شود که این ماتریس وزن‌ها و تاکیده‌های مختلفی روی ضرایب مختلف دارد. یک

¹ Projected Landweber

² Wiener

³ Directional

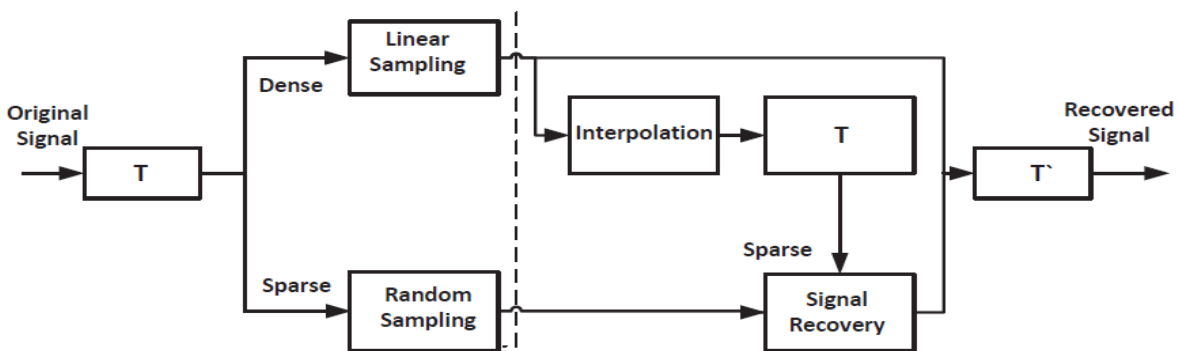
⁴ Smoothed Projected Landweber

ماتریس DCT دوبعدی بمنظور تنک‌سازی استفاده می‌شود و ماتریس اندازه‌گیری در این روش ماتریس تصادفی گوسی می‌باشد. این ماتریس وزن‌دهی از جدول کوانتیزاسیون JPEG و معکوس کردن داده‌های جدول و مرتب کردن دامنه‌ی آنها به دست می‌آید. در [۳۶] از ایده جایگشت تصادفی در ضرایب تبدیل قبل از اعمال CS استفاده شده است. در یک تصویر بلوک‌های مختلف، مقادیر متفاوتی از اطلاعات را دارند. بلوک‌های هموارتر، دارای جزئیات کمتر و بنابراین میزان بالایی از تنکی را دارند و لبه‌ها دارای اطلاعات بیشتر و میزان تنکی کمی را دارند. برای برابر کردن تنکی بلوک‌ها یک جایگشت تصادفی روی تمام ضرایب به کار می‌رود. ابتدا یک تبدیل DCT دوبعدی به هر بلوک تصویر اعمال می‌شود. ضرایب تبدیل برای تمام بلوک‌ها سپس بصورت تصادفی جابه‌جا می‌شوند. سپس نمونه‌برداری CS بر اساس بلوک اعمال می‌شود. در کدگشا عکس فرآیند جایگشت تصادفی بعد از بازسازی ضرایب اعمال می‌شود. در آخر بلوک‌های تصویر اصلی توسط معکوس DCT بازسازی می‌شوند.

۳-۳-۲ کدگذاری چند مقیاسی

در کنار DCT، تبدیل موجک عمومی‌ترین تبدیل استفاده شده در پردازش تصویر و کدگذاری می‌باشد. ضرایب موجک دارای مدل آماری می‌باشد که از آن می‌توان برای کدگذاری و کدگشایی استفاده کرد. همچنین تبدیل موجک برای تنک‌سازی در کدگذاری بر اساس CS استفاده می‌شود. فایده استفاده از این روش در این است که نمونه‌برداری بر اساس CS می‌تواند بصورت وفقی بر اساس ساختار تجزیه موجک، انجام شود. این تکنیک بطور کلی کدگذاری چندمقیاسی بر اساس CS نامیده می‌شود.

یک روش وقتی در [۳۷] ارائه شده است که یک تصویر را به دو جزء متراکم و تنک تقسیم می‌کند. بخش متراکم توسط اندازه‌گیری‌های خطی کد می‌شود و بخش تنک توسط CS کد می‌شود. این طرح کدگذاری در شکل ۱-۲ به تصویر کشیده شده است. برای به دست آوردن بخش متراکم I_D و بخش تنک I_S از تبدیل موجک سه سطحی استفاده شده است.



شکل ۱-۲: طرح کدگذاری تصویر چند مقیاسی [۳۷]

بنابراین تصویر I می‌تواند توسط رابطه‌ی زیر بسط داده شود:

$$I = \sum_k \alpha_{1j_0,k} W_{j_0,k} + \sum_{j=j_1}^{j_2} \sum_k \alpha_{2j,k} W_{j,k} \quad (۴۰-۲)$$

که $W_{j_0,k}$ و $W_{j,k}$ موجک‌ها در مقیاس‌های متفاوت هستند. اولین عبارت در طرف راست رابطه‌ی بالا درشت‌ترین مقیاس j_0 است که بعنوان قسمت متراکم I_D در نظر گرفته می‌شود. عبارت دوم را بعنوان بخش تنک I_S در نظر می‌گیریم که j_1 مقیاس بعدی و j_2 مقیاس آخر می‌باشد. اندازه‌گیری CS از I_S با استفاده از ماتریس تصادفی گوسی ϕ به دست می‌آید. برای کاهش حافظه در ماتریس‌های تصادفی

گوسی، I_S را به بلوک‌هایی توسط مقیاس‌ها تقسیم می‌کنیم و سپس نمونه برداری روی پایه‌ها بصورت بلوک به بلوک انجام می‌شود. در کدگشا اجزای متراکم به آسانی توسط تبدیل معکوس موجک بازسازی می‌شوند. برای بازسازی I_S از یک مدل تکه‌ای دوبعدی که بصورت خودکار برگشت‌پذیر است استفاده می‌کنیم تا I را پیش بینی کنیم و آن را با \hat{I} نشان می‌دهیم. این پیش بینی بطور موثر به اطلاعات یک طرف نیاز دارد. جزء متراکم بازسازی شده \hat{I}_S بعنوان نقطه آغازی برای بازسازی I_S ، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

یک روش کدگذاری تصویر بر اساس CS بصورت چندمقیاسی در [۳۸] معرفی شده است. CS مبتنی بر بلوک روی هر زیرباند در هر سطح تجزیه در تبدیل موجک تصویر اعمال می‌شود. اگر تبدیل موجک L سطح تجزیه موجک را ایجاد کند، آنگاه هر زیر باند s در سطح L به بلوک‌های $B_L \times B_L$ تقسیم می‌شود و سپس با استفاده از ماتریس اندازه‌گیری Φ نمونه برداری انجام می‌شود. از باند پایه همیشه بصورت کامل نمونه برداری انجام می‌شود. به دلیل اینکه سطوح مختلف میزان تنکی مختلفی را دارند، از آنها با نرخ‌های مختلف نمونه برداری انجام می‌شود. برای اعمال بازسازی، جواب اولیه بصورت $x^{(0)} = \Omega^{-1}\hat{x}^{(0)}$ با اعمال تبدیل موجک معکوس مبتنی بر بلوک، در نظر گرفته می‌شود. سپس یک فیلتر وینر بمنظور تقویت هموارسازی اعمال می‌شود. بعد از این، تبدیل موجک دوباره اعمال می‌شود. برای هر بلوک از هر زیر باند در هر سطح تجزیه، گام لاندوبر با استفاده از ماتریس Φ مبتنی بر بلوک اعمال می‌شود. یک محدودکننده توقف نیز برای پایان الگوریتم در نظر گرفته می‌شود.

یک تکنیک کدگذاری چند مقیاسی بر اساس CS نیز در [۳۹] ارائه شده است که در آن از تجسم تخمین بیزین استفاده شده است. با استفاده از BCS^1 ، مسائل CS بصورت یک مسئله بازگشتی خطی و با قید تنکی سیگنال، در نظر گرفته می‌شود. BCS در [۴۰] برای سیگنال‌ها و تصاویری که در حوزه موجک بصورت تنک هستند، استفاده شده است. یک ساختار درختی در ضرایب موجک برای یک تصویر در [۴۱]

¹ Bayesian Compressive sensing

ارائه شده است. در این ساختار هر ضریب موجک بطور کلی بعنوان والد^۱ برای چهار ضریب فرزند^۲ به کار می‌رود. ضرایب موجک در درشت‌ترین مقیاس بعنوان گره‌ی ریشه برای درخت چهارگانه عمل می‌کند و بهترین مقیاس ضرایب تشکیل گره‌های برگ^۳ را می‌دهند. اگر یک ضریب موجک در یک مقیاس خاص ناچیز باشد، آنگاه فرزند آن بطور کلی ناچیز و قابل اغماض است. در CS، ضرایب موجک بطور مستقیم مشاهده نمی‌شوند اما اندازه‌گیری‌های این ضرایب قابل مشاهده می‌باشد. در [۴۰] یک درخت مخفی مارکوف به همراه CS به کار برده می‌شود و واضح است که اگر ضرایب داده شده ناچیز باشند، آنگاه ضرایب فرزند آنها نیز ناچیز است. روش‌های بیزین دیگری نیز در چارچوب چند مقیاسی بودن در [۴۱]، [۴۲] ارائه شده است.

۲-۳-۴ کدگذاری توزیع شده

کدگذاری توزیع شده یک تکنیک کدگذاری با اتلاف است که از اطلاعات یک سمت در کدگشا استفاده می‌کند تا کیفیت بازسازی را بهبود ببخشد. این تکنیک بر اساس کاری است که ابتدا در [۴۳] انجام شده است و بعداً در [۴۴، ۴۵] گسترش پیدا کرده است. کدگذاری اسلپین-ولف^۴ یک تکنیک کدگذاری توزیع شده با اتلاف می‌باشد. در این روش دو منبع وابسته از نظر آماری X و Y بطور مستقل کد می‌شوند و در کنار هم کدگشایی می‌شوند. اسلپین و ولف اثبات کردند که کمترین نرخ کدگذاری برای این دو منبع مربوطه یکسان است و کدگذار اطلاعات کاملی از X و Y دارد. با یک احتمال خطای کوچک قراردادی، آنها می‌توانند بازسازی کاملی را در کدگشا داشته باشند. وینر و زیف^۵ تئوری اسلپین-ولف را گسترش دادند و فشرده سازی با اتلاف با اطلاعات یک‌طرف (SI°) در کدگشا را ارائه دادند. منبع X بدون دسترسی

¹ parent

² children

³ leaf

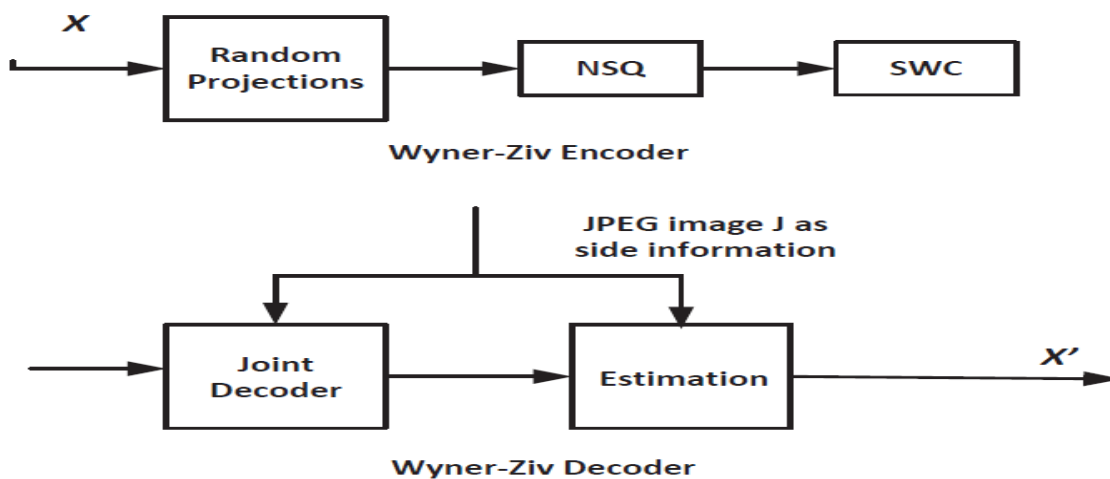
⁴ Slepian-Wolf

⁵ Ziv

⁶ Side Information

به Y کدگذاری می شود. در کدگشا اطلاعات طرف Y در دسترس است و برای بازسازی X مورد استفاده قرار می گیرد. این روش کدگذاری نامتقارن است زیرا Y بطور مستقل کدگذاری و کدگشایی می شود در حالیکه X بطور مستقل کدگذاری می شود اما بطور مستقل کدگشایی نمی شود و با توجه به شرایط کدگشایی می شود. وینر و زیف نتیجه گرفتند که اتلافی در نرخ رخ می دهد زمانی که SI در دسترس کدگذار نباشد. تئوری آنها بیان می کند که زمانی که دو منبع تصادفی با توزیع گوسی با توزیع مستقل و یکسان، بطور مستقل کدگذاری می شوند و سپس از اندازه گیری کمینه مربعات خطا استفاده می شود، آنگاه هیچگونه تلفاتی در کدگذاری مشاهده نمی شود. با استفاده از این روش ها می توانیم دو سیگنال مربوط به هم از نظر آماری را بدون از دست دادن تاثیر کدگذاری، فشرده کنیم. در [۴۶]، از کدگذاری WZ ^۱ برای فشرده سازی تصویر توزیع شده بر اساس CS استفاده شده است. طرح کدگذاری تصویر WZ در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. ابتدا با استفاده از تبدیل فوریه سریع یک نگاشت تصادفی از تصویر به دست می آید. سپس یک کوانتیزاسیون اسکالر به هر اندازه گیری اعمال می شود. فرآیند کدگشایی $JPEG$ در کدگشا استفاده می شود. نیاز به کدگشایی تصویر بر اساس $JPEG$ عملی نمی باشد. همچنین این روش کدگذاری پیچیدگی محاسباتی در کدگذاری را افزایش می دهد.

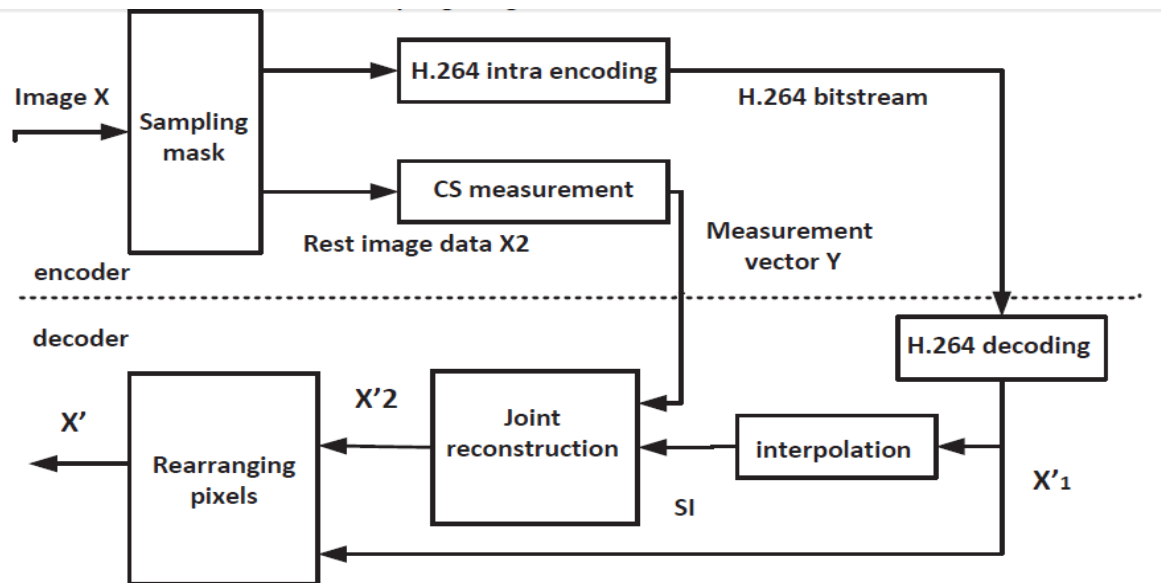
^۱ Wyner-Ziv



شکل ۲-۲: طرح کدگذاری تصویر WZ [۴۶]

روش توزیع شده دیگری در [۴۷] معرفی شده است که در آن ابتدا تصویر زیر نمونه برداری شده X_1 و X_2 از تصویر اصلی X به دست می‌آید. معماری این نوع کدگذاری در شکل ۲-۳ نشان داده شده است. در این روش X_1 بر اساس کدگذاری بر اساس فریم H.264 کد می‌شود و X_2 با استفاده از CS کد می‌شود. در کدگشا X_1 با استفاده از فریم‌های درونی^۱ کدگشایی می‌شود و \hat{X}_1 به دست می‌آید. تصویر کدگذاری شده بر اساس CS یعنی X_2 با کمک SI (که از درونیابی \hat{X}_1 تولید شده اند) به دست می‌آید. از معایب این روش این است که به کدگذاری H.264 نیاز دارد. هدف این است که یک کدگذاری ساده را بر اساس CS داشته باشیم.

¹ intra-frame



شکل ۳-۲: معماری کدگذاری تصویر WZ [۴۷]

هیچکدام از روش های توزیع شده در بالا از این حقیقت که بلوک های تصویر میزان تنکی متفاوتی را دارند، استفاده نمی کنند. یکی از روش های توزیع شده که از این مزیت استفاده میکند در [۴۸] یافت می شود. در این روش ابتدا بلوک های تصویر به دو بخش هموار و غیرهموار تقسیم می شوند. بلوک های هموار دارای محتوای فرکانس پایین هستند که می توان آنها را با نرخ نمونه برداری پایین تری بازسازی کرد. بلوک های غیرهموار شامل لبه ها هستند و برای بازسازی موفق نیاز به نرخ نمونه برداری بالاتری داریم. میانگین μ_i و واریانس σ_i^2 برای بلوک i ام با استفاده از رابطه های زیر محاسبه می شود:

$$\mu_i = \frac{1}{n_1 \times n_2} \sum_{m_1=1}^{n_1} \sum_{m_2=1}^{n_2} b_{m_1 m_2} \quad (41-2)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n_1 \times n_2} \sum_{m_1=1}^{n_1} \sum_{m_2=1}^{n_2} (b_{m_1 m_2} - \mu_i)^2 \quad (42-2)$$

که μ_i و σ_i^2 میانگین و واریانس هر بلوک می باشد. $n_1 \times n_2$ اندازه مربوط به هر بلوک تصویر می باشد و $b_{m1}b_{m2}$ اندازه گیری های CS برای هر بلوک می باشد. t_i را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$t_i = \begin{cases} 1, & \sigma_i^2 \geq \lambda\sigma^2 \\ 0, & \sigma_i^2 < \lambda\sigma^2 \end{cases} \quad (43-2)$$

در اینجا σ^2 واریانس کل تصویر می باشد. اگر $t_i = 1$ باشد، آنگاه بلوک i ام بصورت غیر هموار در نظر گرفته می شود. مقدار λ درصد بلوک های غیر هموار را کنترل می کند. برای بازسازی کل تصویر، بلوک ها بصورت منفرد از اندازه گیری هایشان و با استفاده از الگوریتم OMP بازسازی می شوند [20]. مصنوعات بلوک کردن¹ بین بلوک های هموار و غیر هموار توسط یک فیلتر میانگین گیر کاهش می یابد. بعد از فیلتر میانگین گیر ستون ها و ردیف های مجاور به هر بلوک اضافه می شوند و کمینه سازی TV انجام می شود. مشکل این روش در این است که پیچیدگی محاسباتی در کدگشا افزایش می یابد.

روش دیگری نیز در [49] معرفی شده است. معماری این روش در شکل 2-4 نشان داده شده است. در این روش بلوک های تصویر به دو بخش فشرده پذیر و فشرده ناپذیر با استفاده از STD² تقسیم می شوند. بلوک هایی که STD بزرگتری دارند بعنوان فشرده ناپذیر در نظر گرفته می شوند و آنهایی که STD کمتری دارند بعنوان فشرده پذیر تلقی می شوند. اگر نرخ نمونه برداری وقتی کلی را S در نظر بگیریم، آنگاه نرخ نمونه برداری AS_i برای بلوک i ام طبق رابطه زیر به دست می آید:

$$AS_i = \frac{P_i}{P} \times S \quad (44-2)$$

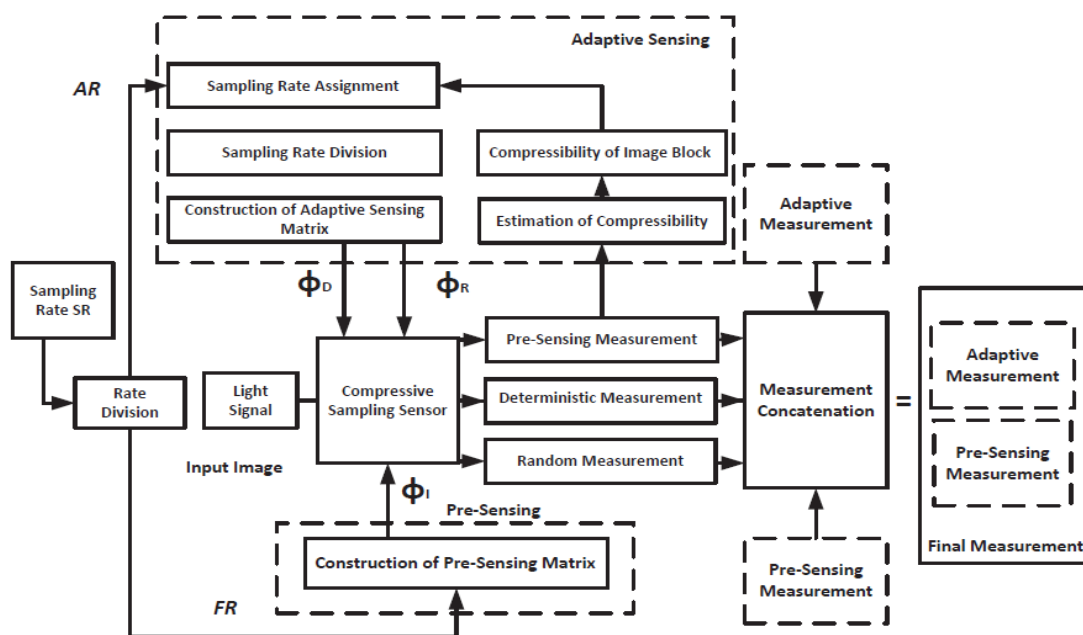
که $P = \sum_{i=1}^N P_i$ و $P_i = STD(x_i) / (\sum_{i=1}^N STD(x_i + C))$ می باشد و C یک ثابت می باشد که نرخ نمونه برداری بین بلوک ها را تنظیم می کند. بعد از اینکه بطور وقتی نرخ نمونه برداری برای هر بلوک تعیین می شود، CS با استفاده از یک ماتریس اندازه گیری تصادفی روی بلوک ها اعمال می شود. عیب این روش در

¹ Blocking Artefact

² Standard Deviation

این است که هر بلوک نیاز به دوبار اندازه‌گیری دارد.

مشکل روش‌های کدگذاری توزیعی در این است که بدون اعمال تبدیل تنک کننده تخمین تنکی یا فشرده‌پذیری بلوک‌های تصویر امری دشوار است و همچنین این روش‌ها پیچیدگی در سمت کدگذار و کدگشا را افزایش می‌دهند.



شکل ۲-۴: معماری کدگذاری توزیعی و فقی روی تصویر [۴۹]

فصل سوم: طرح پیشنهادی

فشرده‌سازی تصویر

در این فصل ما یک سیستم فشرده سازی تصویر را معرفی می کنیم که از مزایای بازسازی CS در طرح-های کدگذاری کلاسیک استفاده می کند.

در این پایان نامه، فشرده سازی تصویر بر اساس کدگذاری مبتنی بر بلوک یا BCS با DCT معرفی می گردد و در آن از ترکیب دو روش استفاده شده است که یکی جایگشت تصادفی ضرایب (CRP) در حوزه DCT نام دارد که در [۳۶] معرفی شده است و دیگری با الهام گرفتن از روش های ارائه شده در [۳۵] و [۵۰] به کار می رود و از وزن دهی ماتریس نمونه برداری بهره می برد تا عملکرد فشرده سازی را تقویت کند. طرح بازسازی تصویر بر اساس BCS پیشنهادی را میتوان برای کاربردهای فشرده سازی تصاویر رمزگذاری شده و کاربردهای فشرده سازی تصویر مقاوم در برابر نویز به کار برد. با اعمال CRP ما می توانیم تصویر را در حوزه تبدیل رمزگذاری کنیم و همچنین همزمان میزان تنکی بلوک ها در BCS را یکنواخت کنیم زیرا بلوک ها بصورت طبیعی دارای میزان تنکی متفاوتی هستند و به کار بردن یک نرخ نمونه برداری برای آنها کیفیت تصویر بازسازی شده را کاهش می دهد. از وزن دهی ماتریس نمونه برداری برای بهبود عملکرد کدگذاری استفاده می شود. این امر توسط استخراج اطلاعات اجزای فرکانسی مختلف تصویر بر اساس اهمیت آنها تحقق می پذیرد و پیاده سازی آن توسط وزن دهی ماتریس اندازه گیری در CS صورت می گیرد. این طراحی بر اساس ویژگی های توزیع انرژی در حوزه DCT انجام می گیرد.

در ادامه این فصل به توضیح کامل دو روش استفاده شده در فشرده سازی تصویر بر اساس CS می پردازیم.

۳-۱ طرح کدگذاری تصویر مبتنی بر بلوک بر اساس CRP

با توجه به مطالب ذکر شده در فصل قبل، شالوده تئوری CS نمونه برداری از سیگنالهایی است که بصورت تنک یا فشرده هستند. حداقل تعداد ابعاد اندازه گیری مورد نیاز و داشتن بازسازی کامل مستلزم میزان تنکی سیگنال نمونه برداری شده است. زمانی که طرح BCS روی یک تصویر اعمال می شود، به کار بردن

یک نرخ نمونه برداری برای تمام بلوک‌ها فرآیند موثری نیست، زیرا بلوک‌های مختلف میزان تنگی متفاوتی را دارند. بطور کلی، بلوک‌های تصویر در نواحی هموار میزان تنگی بیشتری نسبت به نواحی لبه‌ها دارند.

روش جایگشت تصادفی بیتها در کدگذاری کانال سیستمهای ارتباطی، استفاده می‌شود و نقش بسیار مهمی در امنیت انتقال داده ایفا می‌کند. CRP پیشنهادی در حوزه DCT تصویر برای متعادل کردن میزان تنگی بردارهای نمونه برداری شده، به کار می‌رود. این فرآیند در طبقه کدگذاری CS به کار می‌رود و برای بهبود کیفیت تصویر بازسازی شده مورد استفاده قرار می‌گیرد. CRP معرفی شده همچنین میتواند در یک زمان بمنظور رمزگذاری تصویر در حوزه تبدیل قبل از اعمال CS به کار رود. از آنجایی که جایگشت تصادفی دارای توزیع یکسان است، انجام این فرآیند میزان تنگی را بطور یکسان در بلوک‌های تصویر توزیع می‌کند و این کار عملکرد بازسازی را بهبود می‌بخشد.

در این روش ابتدا تصویر ورودی به $B = \left(\frac{M}{m}\right) \times \left(\frac{N}{n}\right)$ بلوک تصویر با همان اندازه $m \times n$ تقسیم می‌شود که M و N به تعداد ردیف‌ها و ستون‌های تصویر اصلی اختصاص می‌یابد که در m و n بصورت عددی ضرب می‌شود. سپس همه‌ی بلوک‌های تصویر توسط اعمال DCT دوبعدی به هر بلوک بصورت تنگ در می‌آیند بطوریکه اندازه هر بلوک $m \times n$ است و آرایه‌های ضرایب DCT همه‌ی B بلوک به دست می‌آیند که $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, B$ به آنها اختصاص می‌یابد. ضرایب DCT در همه‌ی آرایه‌ها مجدداً جمع می‌شوند و تشکیل یک بردار ضرایب $m \times n$ را می‌دهند. هر رابطه مربوط به اجزای فرکانسی مختلفی از تصویر است که $\beta_j = \{\alpha_i^j, i = 1, 2, \dots, B\}, j = 1, 2, \dots, m \times n$ به آنها اختصاص می‌یابد. که ضریب α_i^j در آرایه α_i را معرفی می‌کند. عملگرهای جایگشت تصادفی برای بردار با اجزای فرکانسی مختلف بطور مستقل اجرا می‌شوند. و بصورت $\hat{\beta}_j = perm[\beta_j]$ که $j = 1, 2, \dots, m \times n$ مدل می‌شود. $perm[]$

عملگر جایگشت تصادفی می‌باشد. در نهایت، مجدداً عملگر ساختن ضرایب بلوک‌ها یا BCRO¹ تشکیل می‌شود تا اندازه‌گیری بردارهای ضرایب در ادامه طبقه نمونه برداری CS انجام شود. اکنون هر بردار ضرایب نمونه برداری می‌شود و این بردار شامل $m \times n$ ضریب است و هر بردار شامل فرکانس‌های مختلف بعد از جایگشت تصادفی است که بصورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\hat{\alpha}_i = \{\hat{\beta}_j, j = 1, 2, \dots, m \times n\} \quad (1-3)$$

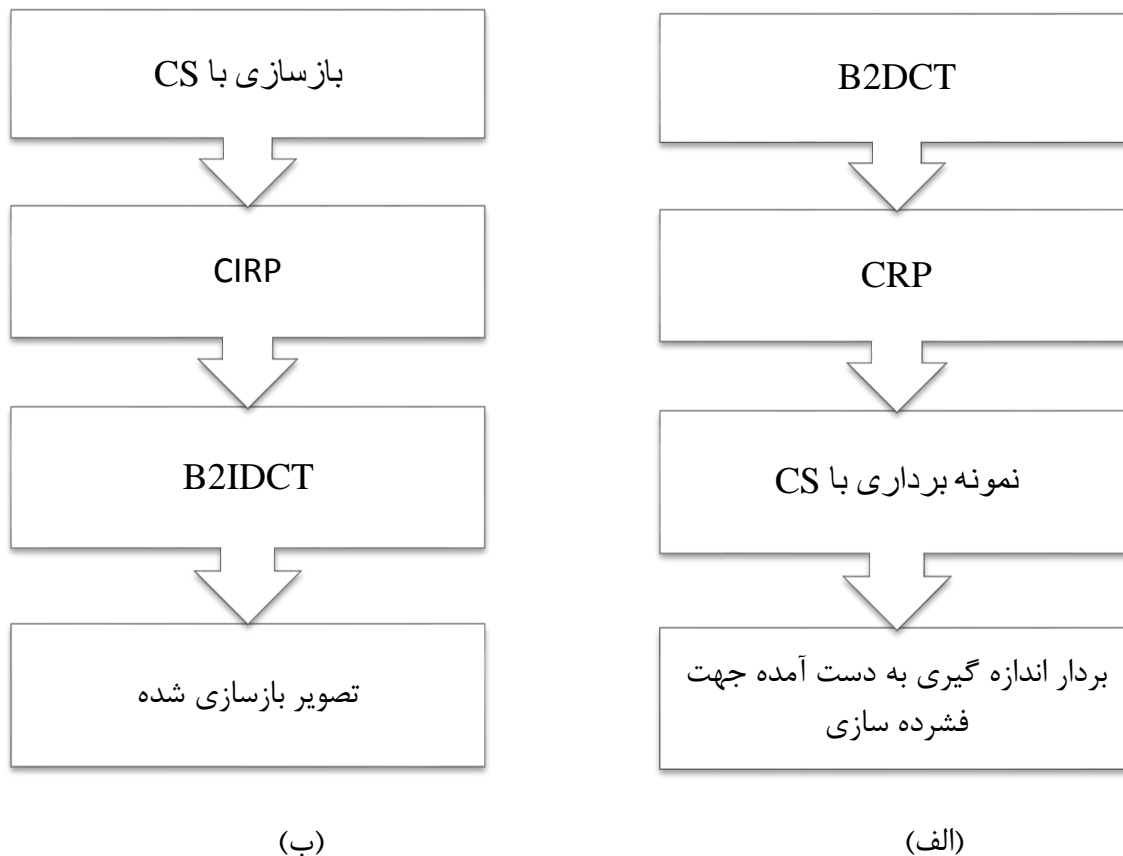
که $i = 1, 2, \dots, B$ است. الگوریتم معرفی شده در شکل ۱-۳ بطور خلاصه بیان شده است:

<p>ورودی: آرایه‌های ضرایب بلوک‌های تصویر در حوزه DCT $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, B$</p> <p>خروجی: بردارهای ضرایب ساخته شده برای نمونه‌برداری CS $\hat{\alpha}_i, i = 1, 2, \dots, B$</p> <p style="text-align: right;">شروع</p> <p>۱. گروه‌بندی ضرایب: $\beta_j = \{\alpha_i^j, i = 1, 2, \dots, B\}, j = 1, 2, \dots, m \times n$ ضریب α_i^j زام در آرایه α_i می‌باشد)</p> <p>۲. جایگشت تصادفی ضرایب $\hat{\beta}_j = perm[\beta_j], j = 1, 2, \dots, m \times n$</p> <p>۳. گروه‌بندی مجدد بردارهای ضرایب $\hat{\alpha}_i = \{\hat{\beta}_j^i, j = 1, 2, \dots, m \times n\}, i = 1, 2, \dots, B$ (ضریب $\hat{\beta}_j^i$ ام در بردار $\hat{\beta}_j$ می‌باشد)</p> <p style="text-align: right;">پایان</p>
--

شکل ۱-۳: الگوریتم CRP ارائه شده

¹ Block Coefficient Rebuilding Operation

معماری کلی طرح BCS با CRP در شکل ۲-۳ نمایش داده شده است.



شکل ۲-۳: روند نما روش معرفی شده در قسمت کدگذار و کدگشا. (الف) کدگذار، (ب) کدگشا

مدل کدگذاری BCS بر اساس CRP تصویر ورودی را دریافت می کند و سپس دنباله ای از DCT دوبعدی مبتنی بر بلوک را تشکیل می دهد. سپس CRP و نمونه برداری با CS انجام می گیرد. مدل کدگذاری BCS داده های اندازه گیری شده را برای همه ی بردارها بعد از اعمال CRP تولید می کند. مدل کدگشایی BCS بر اساس CRP داده های اندازه گیری شده منتقل شده توسط قسمت کدگذار BCS را دریافت می کند و سپس در فرآیند بازسازی همه ی بردارهای نمونه برداری شده بازسازی می شوند و سپس جایگشت تصادفی معکوس ضرایب CIRP و معکوس DCT دوبعدی اعمال می شود. برای بررسی پایداری و تاثیر CRP در

متعادل‌سازی تنکی بردارهای نمونه برداری شده، می‌توانیم به نتایج ارائه شده در [۳۶] مراجعه کنیم.

۲-۳ طرح کدگذاری تصویر با استفاده از وزن‌دهی ماتریس نمونه‌برداری

در طرح‌های CS سنتی، یک ماتریس اندازه‌گیری ثابت استفاده می‌شود تا به سیگنال نمونه برداری شده بصورت غیر وفقی برسیم. این طرح ساده است اما موثر نیست، زیرا از تمام سیگنال با ویژگی‌های متفاوت بصورت یکسان نمونه‌برداری می‌کند. بنابراین بصورت غیر مشخص اجزایی از سیگنال را با اهمیت‌های متفاوت بازسازی می‌کند. در این بخش یک روش جدید برای به دست آوردن ماتریس اندازه‌گیری بصورت وفقی پیشنهاد شده است تا به یک نمونه‌برداری وفقی در BCS در حوزه DCT برسیم.

همانطور که میدانیم سیگنال‌های تصویر پهنای باند محدودی دارند و عمده انرژی آنها در اجزای فرکانس پایین آنها توزیع شده است. بعلاوه چشمان انسان روی بعضی از قسمت‌های طیف فرکانسی سیگنال‌های تصویر حساس است و مانند فیلترهای پایین گذر عمل می‌کند و حساسیت آنها را به قسمت‌های فرکانس پایین نسبت به فرکانس‌های بالاتر می‌کند. بنابراین قسمت‌های فرکانس پایین قسمت عمده‌ای از انرژی سیگنال‌های تصویر را تشکیل می‌دهند و این فرکانس‌های پایین اهمیت بیشتری در کیفیت تصویر دارند. بر اساس این حقیقت، ما یک ماتریس اندازه‌گیری وفقی را در BCS معرفی می‌کنیم که بر اساس ویژگی‌های توزیع انرژی سیگنال تصویر نمونه‌برداری شده در حوزه DCT است و عملکرد BCS را تقویت می‌کند. ایده اصلی این است که بصورت وفقی اجزای فرکانسی با اهمیت بیشتر را استخراج کنیم و خطای ناشی از بازسازی را کاهش دهیم. این امر توسط وزن‌دهی ضرایب ماتریس اندازه‌گیری بصورت وفقی و بر اساس ویژگی‌های تصویر نمونه برداری شده، پیاده‌سازی می‌شود. جزئیات مربوطه برای BCS با وزن‌دهی ماتریس نمونه‌برداری در زیر توصیف شده است.

α_i ها بردار ضرایب بلوک تصویر i ام در حوزه DCT در نظر گرفته می‌شود و α_i^j جزء فرکانسی j ام مربوط

به بلوک تصویر i ام را نشان می‌دهد. بنابراین توزیع انرژی در جزء فرکانسی j ام در تصویر کل میتواند توسط رابطه زیر تعریف شود:

$$E_j = \sum_{i=1}^B |\alpha_i^j|^2 \quad (2-3)$$

بر این اساس، ما بردار وزنها را بر اساس انرژی هر جزء فرکانسی بصورت زیر تعریف میکنیم:

$$\omega = [E_1, E_2, \dots, E_{m \times n}] \quad (3-3)$$

و ماتریس وزن ها برابر است با:

$$\Omega = [\omega; \omega; \dots; \omega] \quad (4-3)$$

سپس ماتریس اندازه‌گیری وفقی برای نمونه برداری تصویر بصورت زیر طراحی میشود:

$$\hat{\Phi} = orth((\Phi \times \Omega)^T)^T \quad (5-3)$$

که Φ ماتریس اندازه‌گیری طراحی شده بر اساس طرح CS و $orth(\cdot)$ عملگر متعامدسازی ردیف‌های ماتریس اندازه‌گیری می‌باشد.

در این طرح پیشنهادی ابتدا ماتریس اندازه‌گیری وزن‌دهی می‌شود و ردیف‌های ماتریس اندازه‌گیری دوباره متعامد می‌شوند تا شرایط RIP در ماتریس جدید حفظ شود. در این روش از انرژی هر جزء فرکانسی استفاده می‌شود که باید مربعات میانگین و واریانس یکسان داشته باشد.

دلیل اینکه طرح پیشنهاد شده عملکرد CS را تقویت می‌کند این است که یک ماتریس اندازه‌گیری تصادفی زیر فضا را در جهت تصادفی تطبیق می‌دهد و دنباله اندازه‌گیری CS یعنی y یک طرحی از سیگنال اصلی x است که می‌تواند فضای با ابعاد بالا را به زیرفضا تبدیل کند و سیگنال اصلی x میتواند توسط ترکیب خطی همه‌ی ردیف‌های ماتریس اندازه‌گیری تقریب زده شود. اگر ردیف‌های ماتریس اندازه‌-

گیری انتخابی از یکدیگر متعامد باشند، آنها یک زیر فضای متعامد را تشکیل می‌دهند و سپس سیگنال اصلی x میتواند بصورت خطی از این پایه‌های بهینه شده تقریب زده شود. علاوه بر این، اگر این پایه‌ها که ماتریس اندازه‌گیری تصادفی را تشکیل می‌دهند هم بصورت متعامد از یکدیگر و هم کامل باشند، سیگنال اصلی x میتواند بطور کامل توسط ترکیب خطی این پایه‌ها بازسازی شود. به عبارت دیگر، بر اساس تئوری تجزیه متعامد سیگنال، زمانیکه پایه‌های تبدیل نگاشت یعنی ردیف‌های ماتریس اندازه‌گیری، متعامد از یکدیگر هستند، انرژی در حوزه تبدیل سیگنال می‌تواند به بهترین شکل انرژی سیگنال اصلی را تقریب بزند و زمانی که یک گروه از پایه‌های متعامد تشکیل دهنده یک فضا، کامل باشند، انرژی در حوزه تبدیل CS سیگنال با سیگنال اصلی برابر خواهد بود که این امر قانون بقای انرژی نامیده می‌شود. بنابراین متعامد کردن این پایه‌ها برای ضمانت کردن اینکه ماتریس اندازه‌گیری شرایط RIP را برآورده می‌کند، امری ضروری می‌باشد و بنابراین دوباره متعامدسازی ماتریس اندازه‌گیری بعد از وزن‌دهی بسیار ضروری است زیرا متعامدسازی می‌تواند انرژی سیگنال را در حوزه تبدیل تا بیشترین حد ممکن با سیگنال اصلی برابر سازد.

در سنجش فشرده پایه‌ای یا CCS^1 که در آن تنها از ماتریس‌های اندازه‌گیری تصادفی معرفی شده در فصل قبل استفاده می‌شود، جهت زیر فضای نگاشت ما بصورت تصادفی می‌باشد، بنابراین همه‌ی اجزای سیگنال نمونه‌برداری شده بصورت اولیه همان مقدار توزیع انرژی را با همان احتمال دارند. بنابراین ماتریس اندازه‌گیری وزن‌دهی شده بطور وفقی در جهتی می‌چرخد که در آن بردار اندازه‌گیری ما دارای بزرگترین دامنه از اجزای سیگنال اصلی باشد. بنابراین بیشتر انرژی از ضرایب با دامنه بالا گرفته خواهد شد و بنابراین می‌توانیم دقت بیشتری را در بازسازی داشته باشیم.

از طرف دیگر، با استفاده از ماتریس نمونه‌برداری دوباره وزن‌دهی شده، اعوجاج بازسازی برای اجزای

¹ Conventional Compressed Sensing

فرکانسی با دامنه زیاد کاهش پیدا می کند درحالیکه اعوجاج برای اجزای فرکانسی کم افزایش پیدا می کند. اگر ضرایب وزندهی بصورت مناسب تعریف شود، مقدار اعوجاج برای همه ی اجزای فرکانسی تا حد قابل ملاحظه ای کاهش می یابد و تبعا کیفیت تصویر بازسازی شده بهبود پیدا خواهد کرد. برعکس اگر ضرایب وزندهی بطور مناسب تعریف نشود، مقدار کل اعوجاج در همه ی اجزای فرکانسی ممکن است بطور موثر کاهش نیابد و حتی ممکن است افزایش یابد و مشخصا کیفیت تصویر بازسازی شده کاهش می یابد. طراحی بهینه ضرایب وزندهی تبدیل به یک مسئله کلیدی برای پیاده سازی ماتریس نمونه برداری با وزندهی شده است. وزندهی ماتریس اندازه گیری توسط انرژی هر جزء فرکانسی، زیرفضا را در جهتی قرار می دهد که اجزای سیگنال دارای دامنه ی بزرگی است و این کار باعث می شود تا جهت زیرفضاهای اندازه گیری ما تقریبا با جهت اجزایی از سیگنال که انرژی بیشتر دارند، مطابق شود. از این رو بیشتر اطلاعات اجزای فرکانسی دارای انرژی زیاد گرفته خواهد شد و این اجزای فرکانسی دقیقتر بازسازی می شوند. این روش مصالحه خوبی بین درصد انرژی اندازه گیری شده بین اجزای بزرگ فرکانسی و اجزای کوچک آن برقرار می کند و بنابراین کیفیت تصویر بازسازی شده بهتر خواهد بود. تصویر ورودی در ابتدا به B بلوک تصویر با اندازه $B = \left(\frac{M}{m}\right) \times \left(\frac{N}{n}\right)$ تقسیم می شود که در بخش ۳-۱ معرفی شد و هر بلوک تصویر توسط اعمال DCT دوبعدی بصورت تنک در می آید. و ماتریس اندازه گیری وفقی $\hat{\Phi}$ مطابق رابطه های بیان شده طراحی می شود.

برای بازسازی تصویر مبتنی بر CS با روش وزندهی ماتریس نمونه برداری، بردار ضرایب وزندهی ω باید به طرف کدگشا انتقال یابد. بنابراین باید قبل از انتقال توسط الگوریتم کدگذاری آنتروپی کد شود و تبعا مقدار حافظه بیشتری برای انتقال داده نیاز است و نرخ بیت بیشتری را باید صرف کنیم.

فصل چهارم: نتایج شبیه‌سازی

برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، آزمایش‌هایی بمنظور مقایسه روش پیشنهادی با چندین روش موجود انجام شده و نتایج در این فصل آورده شده است. ماچندین آزمایش را انجام داده‌ایم تا تاثیر روش خود را نسبت به جنبه‌هایی که در زیر معرفی شده است، ارزیابی کنیم:

الف) آیا CRP پیشنهادی و ماتریس وزن‌دهی پیشنهادی میتواند بطور موثر عملکرد CS را در نسبت‌های اندازه‌گیری یا MR مختلف بهبود ببخشد؟ و آیا این الگوریتم می‌تواند PSNR و کیفیت بصری را افزایش دهد؟

ب) مقایسه عملکرد فشرده‌سازی با دیگر کارهای مشابه در نرخ‌های اندازه‌گیری متفاوت و مقایسه روش پیشنهادی با روشهای مشابه از نظر زمان کدگذاری و کدگشایی و حجم حافظه محاسباتی مورد نیاز

ج) مقایسه عملکرد فشرده‌سازی با الگوریتم‌های فشرده‌سازی کلاسیک و بررسی مقاوم بودن روش پیشنهادی در برابر نویز نسبت به روش‌های کلاسیک.

در ابتدا ما تصویر آزمایشی lena سطح خاکستری با اندازه 512×512 را برای آزمایش خود انتخاب می‌کنیم و اندازه بلوک‌ها را 8×8 انتخاب میکنیم زیرا اندازه کوچکتر از 8×8 برای استفاده در چارچوب CS بسیار کوچک است و اندازه بزرگتر از آن پیچیدگی محاسباتی را افزایش می‌دهد. ماتریس گوسین که در آن توزیع داده‌ها بصورت یکنواخت و مستقل است، برای ماتریس اندازه‌گیری CS استفاده می‌شود و از برنامه موجود در [۵۱] برای بازسازی توسط برنامه‌ریزی خطی استفاده می‌شود که عملکرد خوبی را در بین الگوریتم‌های موجود دارد. در این آزمایش ما عملکرد روش پیشنهادی خود را با چندین روش موجود معرفی شده در زیر مقایسه می‌کنیم:

(۱) بازسازی سیگنال با استفاده از CCS.

۲) بازسازی سیگنال با جایگشت تصادفی ضرایب [۳۶].

۳) بازسازی سیگنال با استفاده از ماتریس نمونه برداری دوباره وزن دهی شده [۵۰].

مقایسه عملکرد PSNR با چندین نرخ اندازه‌گیری که از ۰,۲ تا ۰,۶ مرتب شده است، در جدول ۴-۱ نشان داده شده است و مقایسه کیفیت بصری در شکل ۴-۱، شکل ۴-۲، شکل ۴-۳ و شکل ۴-۴ به تصویر کشیده شده است. در مقایسه کیفیت بصری از نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ استفاده شده است که نرخ مناسبی جهت انجام فشرده‌سازی می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که اعمال CRP و استفاده از وزن‌دهی پیشنهادی در نمونه‌برداری در بازسازی سیگنال بسیار موثر می‌باشد و ترکیب آنها با هم بهترین عملکرد را دارد. همچنین کیفیت تصویر بازسازی شده در روش پیشنهادی نسبت به روش‌های CCS و CRP بهبود قابل ملاحظه‌ای دارد و با مقایسه روش خود با روش وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری می‌بینیم که بهبود جزئی حاصل شده است و کیفیت بعضی از پیکسل‌های بازسازی شده در روش پیشنهادی بهبود پیدا کرده است. همچنین مقایسه‌ای بین روش پیشنهادی و روش‌های موجود معرفی شده از نظر زمان محاسباتی در کدگذار و کدگشا و حجم حافظه‌ی محاسباتی مورد نیاز انجام شده است که نتیجه‌ی آن در جدول ۴-۲ نشان داده شده است. این آزمایش نیز در نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ انجام شده است. از نتایج به دست آمده درمی‌یابیم که به کار بردن روش پیشنهادی ۷۹۴۶۲۴ کلمه بیشتر جهت محاسبه نسبت به روش ماتریس وزن‌دهی نیاز دارد و این از معایب این روش در مقایسه با روش وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری می‌باشد.

ما همچنین این آزمایش را بر روی تصاویر مختلف انجام داده‌ایم. در این آزمایش نیز از بلوک‌های 8×8 استفاده شده است. همچنین از اسکن زیگزاگ جهت تبدیل به بردار استفاده شده است. مقایسه بین کیفیت بصری این تصاویر با چندین روش موجود در [۳۶] و [۵۰] و روش پیشنهادی در شکل ۴-۵، شکل ۴-۶، شکل ۴-۷ و شکل ۴-۸ نشان داده شده است و نتایج عملکرد PSNR این تصاویر و مقایسه عملکرد

روش‌های مشابه دیگر با روش پیشنهادی در جدول ۳-۴ نمایش داده شده است و همانطور که می‌بینیم روش پیشنهادی بهترین عملکرد را دارد.



(ب)



(الف)

شکل ۱-۴: کیفیت بصری تصویر lena با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با CCS



(ب)



(الف)

شکل ۲-۴: کیفیت بصری تصویر lena با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳. (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با استفاده از تکنیک CRP



(ب)



(الف)

شکل ۳-۴: کیفیت بصری تصویر lena با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ . (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با استفاده از تکنیک وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری



(ب)



(الف)

شکل ۴-۴: کیفیت بصری تصویر lena با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ . (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با استفاده از روش پیشنهادی

جدول ۱-۴: مقایسه عملکرد PSNR برای نرخ‌های اندازه‌گیری متفاوت

نرخ اندازه‌گیری	۰,۲	۰,۳	۰,۴	۰,۵	۰,۶
CCS	۲۳,۰۴	۲۶,۰۳	۲۸,۰۷	۲۹,۸۲	۳۱,۳۶
CRP	۲۵,۰۷	۲۹,۷۱	۳۱,۵۶	۳۴,۰۷	۳۶,۰۷
تکنیک ماتریس وزن‌دهی	۳۰,۰۲	۳۲,۴۹	۳۴,۵۳	۳۵,۵۰	۳۷,۲۳
روش پیشنهادی	۳۱,۱۰	۳۴,۰۸	۳۵,۸۰	۳۷,۳۱	۳۸,۷۴

جدول ۲-۴: مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های پیشین معرفی شده از نظر زمان محاسباتی و حافظه‌ی محاسباتی مورد نیاز در نرخ اندازه‌گیری ۰,۳

	CCS	CRP	تکنیک ماتریس وزن‌دهی	روش پیشنهادی
زمان محاسباتی (ثانیه)	۳۳,۸۷	۴۳,۸۹	۳۸,۵۴	۴۰,۱۴
حافظه‌ی محاسباتی مورد نیاز (کلمه)	۲۰۹۹۷۰۳	۲۸۹۴۳۲۹	۲۱۰۰۰۱۲	۲۸۹۴۶۳۶

جدول ۳-۴: مقایسه عملکرد PSNR برای تصاویر مختلف و مقایسه روش معرفی شده با روش‌های موجود در [۳۶] و [۵۰]

	نرخ اندازه‌گیری	۰,۲	۰,۳	۰,۴	۰,۵	۰,۶
lena	CCS	۲۳,۰۴	۲۶,۰۳	۲۸,۰۷	۲۹,۸۲	۳۱,۳۶
	CRP	۲۵,۰۷	۲۹,۷۱	۳۱,۵۶	۳۴,۰۷	۳۶,۰۷
	تکنیک ماتریس وزن- دهی	۳۰,۰۲	۳۲,۴۹	۳۴,۵۳	۳۵,۵۰	۳۷,۲۳
	روش پیشنهادی	۳۱,۱۰	۳۴,۰۸	۳۵,۸۰	۳۷,۳۱	۳۸,۷۴
	CCS	۲۶,۹۹	۳۰,۰۷	۳۳,۸۶	۳۴,۷۳	۳۸,۱۴
zelda	CRP	۳۰,۵۳	۳۳,۹۱	۳۴,۴۴	۳۵,۹۲	۳۹,۱۰
	تکنیک ماتریس وزن- دهی	۳۵,۹۸	۳۸,۹۳	۴۰,۷۱	۴۲,۲۸	۴۳,۵۰
	روش پیشنهادی	۳۷,۱۴	۳۹,۶	۴۱,۱۵	۴۲,۳۵	۴۳,۹۰
	CCS	۲۲,۱۶	۲۳,۶۸	۲۷,۳۴	۲۸,۴۰	۳۰,۷۱
boat	CRP	۲۳,۵۶	۲۷,۰۱	۲۸,۶۷	۳۱,۴۷	۳۲,۶۷
	تکنیک ماتریس وزن- دهی	۲۸,۳۷	۳۱,۸۵	۳۴,۰۲	۳۵,۶۹	۳۷,۸۰

	دهی					
	روش پیشنهادی	۲۹,۶۰	۳۳,۰۰	۳۴,۷۸	۳۶,۴۰	۳۸,۴۳
barbara	CCS	۱۹,۷۵	۲۱,۹۰	۲۴,۲۴	۲۶,۴۸	۲۷,۷۴
	CRP	۲۰,۳۴	۲۴,۲۰	۲۵,۵۰	۲۸,۲۱	۲۹,۷۶
	تکنیک ماتریس وزن - دهی	۲۴,۳۳	۲۷,۰۷	۲۹,۱۵	۳۱,۳۸	۳۲,۸۴
	روش پیشنهادی	۲۵,۳۷	۲۸,۶۰	۳۰,۶۱	۳۲,۲۶	۳۳,۷۸
peppers	CCS	۲۱,۲۸	۲۴,۶۹	۲۸,۲۶	۲۹,۶۰	۳۲,۶۷
	CRP	۲۲,۴۳	۲۹,۵۲	۳۱,۱۹	۳۳,۹۰	۳۵,۰۷
	تکنیک ماتریس وزن - دهی	۳۱,۴۷	۳۳,۹۲	۳۵,۱۴	۳۶,۰۵	۳۷,۱۵
	روش پیشنهادی	۳۲,۱۳	۳۴,۸۰	۳۵,۹۰	۳۶,۹۱	۳۸,۰۹
cameraman	CCS	۱۹,۱۴	۲۱,۶۲	۲۲,۴۴	۲۴,۸۷	۲۶,۹۴
	CRP	۱۹,۹۲	۲۴,۸۷	۲۷,۷۵	۳۰,۱۸	۳۳,۱۱
	تکنیک ماتریس وزن - دهی	۲۴,۶۲	۲۷,۱۰	۲۸,۴۷	۳۰,۲۰	۳۳,۲۳
	روش پیشنهادی	۲۶,۳۰	۲۹,۰۵	۳۰,۹۴	۳۲,۷۹	۳۵,۰۵



(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۴-۵: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش معرفی شده برای تصویر Zelda با اندازه 512×512 با نرخ اندازه‌گیری ۰٫۳ (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با تکنیک CRP، (ج) تصویر بازسازی شده با استفاده از تکنیک وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری، (د) تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی



(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۴-۶: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش معرفی شده برای تصویر Barbara با اندازه 512×512 با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با تکنیک CRP، (ج) تصویر بازسازی شده با استفاده از تکنیک وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری، (د) تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی



(ب)



(الف)

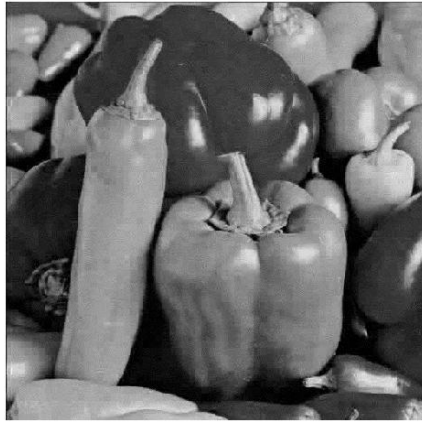


(د)



(ج)

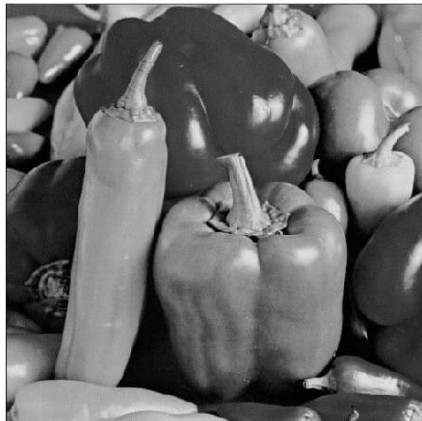
شکل ۴-۷: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش معرفی شده برای تصویر boat با اندازه 512×512 با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با تکنیک CRP، (ج) تصویر بازسازی شده با استفاده از تکنیک وزندهی ماتریس اندازه‌گیری، (د) تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی



(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۴-۸: مقایسه کیفیت بصری چندین روش روشن موجود با روش معرفی شده برای تصویر Peppers با اندازه 512×512 با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با تکنیک CRP، (ج) تصویر بازسازی شده با استفاده از تکنیک وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری، (د) تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی



(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۴-۹: مقایسه کیفیت بصری چندین روش موجود با روش معرفی شده برای تصویر Cameraman با اندازه 256×256 با نرخ اندازه‌گیری ۰,۳ (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر بازسازی شده با تکنیک CRP، (ج) تصویر بازسازی شده با استفاده از تکنیک وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری، (د) تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی

برای مقایسه روش پیشنهادی با روش کلاسیک JPEG، از نظر مقاوم بودن در برابر نویز، آزمایشی را در نظر گرفته ایم که عملکرد PSNR روش پیشنهادی را با نرخ بیت‌های متفاوت بررسی می‌کند. همانطور که در [۵۲] اشاره شده است، کوانتیزاسیون یکنواخت در سنجش فشرده عملکرد خوبی را داراست. به همین منظور در این آزمایش از کوانتیزاسیون یکنواخت استفاده شده است. همچنین از کدگذاری حسابی به منظور کدگذار آنتروپی استفاده شده است. این آزمایش در حضور نویز انجام شده است. در این روش از تصویر lena.bmp با اندازه 512×512 و بلوک‌های 8×8 استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی در جدول ۴-۴ نشان داده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش معرفی شده عملکرد خوبی را نسبت به روش کلاسیک JPEG در حضور نویز داراست. در این آزمایش بازسازی تصویر برای روش پیشنهادی با روش $BPDQ^1$ انجام شده است. برای این آزمایش از نویز گوسی با میانگین صفر و واریانس-های مختلف استفاده کرده‌ایم. به منظور مقایسه کیفیت بصری تصویر بازسازی شده برای روش پیشنهادی و روش JPEG در حضور نویز، شکل ۴-۱۰ آورده شده است.

همانطور که مشاهده می‌شود این روش در برابر نویز نیز مقاوم است و نسبت به روش JPEG عملکرد بسیار بهتری را داراست. در واقع فرآیند بهینه‌سازی در CS موجب می‌شود تا بتوانیم بصورت بهینه تصویر اصلی را بازسازی کنیم و همزمان نویز را حذف کنیم.

¹ Basis Pursuit DeQuantizer

جدول ۴-۴: مقایسه عملکرد PSNR روش معرفی شده با روش JPEG در حضور نویز و با نرخ بیت‌های متفاوت

	نرخ بیت واریانس	۰,۸	۰,۹	۱	۱,۲	۱,۴
	روش پیشنهادی	۰,۰۵	۲۹,۱۶	۳۰,۱۳	۳۱,۹۰	۳۲,۵۴
۰,۰۶		۲۸,۴۴	۲۹,۹۱	۳۰,۸۹	۳۱,۶۸	۳۳,۳۶
۰,۰۷		۲۷,۵۸	۲۸,۱۹	۲۹,۸۶	۳۰,۸۹	۳۲,۵۷
۰,۰۸		۲۶,۷۳	۲۷,۹۷	۲۸,۱۱	۲۹,۷۵	۳۰,۹۸
۰,۰۹		۲۵,۱۹	۲۶,۲۱	۲۷,۵۶	۲۸,۷۹	۲۹,۱۸
۰,۱		۲۴,۶۵	۲۵,۴۵	۲۶,۸۴	۲۷,۲۲	۲۷,۹۷
JPEG		۰,۰۵	۲۷,۴۲	۲۸,۷۸	۲۹,۰۶	۳۰,۹۰
	۰,۰۶	۲۶,۱۰	۲۷,۶۹	۲۸,۸۰	۲۹,۱۵	۳۰,۵۵
	۰,۰۷	۲۵,۷۹	۲۶,۳۶	۲۷,۲۳	۲۸,۸۷	۲۹,۴۸
	۰,۰۸	۲۴,۰۶	۲۵,۹۳	۲۶,۸۶	۲۷,۴۲	۲۸,۹۴
	۰,۰۹	۲۲,۶۶	۲۳,۹۸	۲۵,۲۵	۲۶,۶۴	۲۷,۴۵
	۰,۱	۲۱,۱۸	۲۲,۷۹	۲۴,۳۱	۲۵,۵۳	۲۶,۳۸



(ب)



(الف)



(د)



(ج)

شکل ۴-۱۰: مقایسه کیفیت بصری تصویر بازسازی شده برای روش معرفی شده و روش JPEG در حضور نویز و با نرخ بیت ۰,۳ بیت بر پیکسل و واریانس ۰,۰۶ (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر نویزی، (ج) تصویر بازسازی شده با روش JPEG، (د) تصویر بازسازی شده با روش پیشنهادی

فصل پنجم: نتیجه‌گیری و

پیشنهادات

۵-۱ نتیجه‌گیری

طرح فشرده‌سازی تصویر با استفاده از BCS در حوزه DCT در این پایان‌نامه بررسی شد. دو تکنیک CRP و وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری در طبقه کدگذاری برای تقویت عملکرد BCS بهره‌بردار شد. روش CRP پیشنهادی نه تنها یک روش موثر برای پیاده‌سازی رمزگذاری در تصویر قبل از فشرده‌سازی است بلکه می‌تواند در متعادل‌سازی تنگی بردارهای ضرایب نمونه برداری شده برای بهبود تاثیر کدگذاری CS مفید باشد. در واقع این روش برای فشرده‌سازی تصاویر رمزگذاری شده بسیار مناسب می‌باشد. زمانی که تعداد اندازه‌گیری یکسانی برای بلوک‌ها به کار رود برخی از بلوک‌ها با میزان تنگی کم به خوبی بدون CRP بازسازی نخواهند شد. تکنیک وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری پیشنهادی می‌تواند بطور مشخص اجزای فرکانسی مختلف را بر اساس اهمیت آنها در کیفیت بازسازی بوسیله مقیاس بندی وفقی ضرایب ماتریس اندازه‌گیری، استخراج کند و دیدیم که بطور آشکار این روش در تقویت عملکرد کدگذاری موثر است و با این روش کیفیت تصویر بازسازی شده بسیار بهتر شده است. نمونه برداری دوباره وزن‌دهی شده بر اساس انرژی اجزای فرکانسی می‌تواند اطلاعات مهمتری را استخراج کند. تکنیک وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری پیشنهادی می‌تواند بهره‌عملکرد PSNR را بیشتر کند و دوباره متعامدسازی ماتریس اندازه‌گیری وزن‌دهی شده ضروری است تا شرایط RIP برای ماتریس اندازه‌گیری وجود داشته باشد و موثر بودن اندازه‌گیری تقویت شود. با مشاهده نتایج شبیه‌سازی درمی‌یابیم که ترکیب دو تکنیک CRP و وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری عملکرد بازسازی را بهبود داده است. اما با مقایسه روش پیشنهادی با روش وزن‌دهی ماتریس اندازه‌گیری از نظر حجم محاسباتی مورد نیاز درمی‌یابیم که روش پیشنهادی پیچیدگی محاسباتی را کمی افزایش می‌دهد.

برخلاف روش‌های فشرده‌سازی کلاسیک مانند JPEG و JPEG2000 طرح پیشنهادی ما می‌تواند برای فشرده‌سازی تصاویر رمزگذاری شده موثر باشد. همچنین مقایسه روش پیشنهادی و روش فشرده‌سازی

کلاسیک JPEG در حضور نویز نشان می‌دهد که این روش در مقابل نویز نیز مقاوم است و عملکرد بسیار خوبی را داراست. همچنین در این روش پیچیدگی‌های سمت کدگذار نسبت به روش‌های کدگذاری توزیعی و چندمقیاسی با استفاده از تکنیک سنجش فشرده، کمتر است.

۲-۵ پیشنهادات

دو پیشنهاد به منظور کارهای آتی در این زمینه را می‌توان معرفی کرد.

پیشنهاد اول: به منظور عملی کردن و تحقق بخشیدن یک سیستم فشرده‌سازی مناسب برای تصاویر رمز گذاری شده می‌توان یک الگوریتم رمزنگاری را روی تصویر به کار برد و روش پیشنهادی این پایان‌نامه را روی آن به کار برد. همچنین برای ارزیابی این روش می‌توان آن را با روش‌های فشرده‌سازی کلاسیک مقایسه کرد.

پیشنهاد دوم: الگوریتم‌های کوانتیزاسیون دیگری در تئوری CS می‌تواند به کار برده شوند و می‌توان از این روش‌ها برای پیاده‌سازی یک سیستم فشرده‌سازی با مشخصات پیشنهاد شده در این پایان‌نامه استفاده کرد تا عملکرد کدگذاری را بهبود بخشید. همچنین با بررسی روش‌های بهینه‌سازی دیگر در تئوری CS می‌توان نه تنها زمان کدگذاری را کاهش داد بلکه کیفیت تصویر بازسازی شده را بهبود بخشید.

- [1] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *Information Theory, IEEE Transactions*, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, 2006.
- [2] R. G. Baraniuk, "Compressive sensing," *IEEE signal processing magazine*, vol. 24, no. 4, pp. 118-121, 2007.
- [3] E. J. Candès and M. B. Wakin, "An introduction to compressive sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, pp. 21-30, 2008.
- [4] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise," *Proceedings of the IRE*, vol. 37, pp. 10-21, 1949.
- [5] R. Baraniuk, M. Davenport, R. Devore, and M. Wakin, "A simple proof of the restricted isometry principle for random matrices," *Constructive Approximation*, vol. 28, no. 3, pp. 253-263, 2008.
- [6] R. Berinde, A. C. Gilbert, P. Indyk, H. Karloff, and M. J. Strauss, "Combining geometry and combinatorics: A unified approach to sparse signal recovery," in *Communication, Control, and Computing, 2008 46th Annual Allerton Conference on 2008*, pp. 798-805.
- [7] R. G. Baraniuk, V. Cevher, M. F. Duarte, and C. Hegde, "Model-based compressive sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 56, no. 4, pp. 1982-2001, 2010.
- [8] E. J. Candes and T. Tao, "Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5406-542, 2006.
- [9] E. J. Candes, J. K. Romberg, and T. Tao, "Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements," *Communications on pure and applied mathematics*, vol. 59, no. 8, pp. 1207-1223, 2006.
- [10] E. J. Candès, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, 2006.
- [11] F. Seibert, Y. M. Zou, and L. Ying, "Toeplitz block matrices in compressed sensing and their applications in imaging," in *Information Technology and Applications in Biomedicine, 2008. ITAB 2008. International Conference on, 2008*, pp. 47-50.
- [12] L. Yu, J. P. Barbot, G. Zheng, and H. Sun, "Toeplitz-structured chaotic sensing matrix for compressive sensing," in *Communication Systems Networks and Digital Signal Processing (CSNDSP), 2010 7th International Symposium on, 2010*, pp. 229-233.
- [13] M. F. Duarte, M. B. Wakin, and R. G. Baraniuk, "Fast reconstruction of piecewise smooth signals from incoherent projections," in *Proceedings of Signal Processing*

- with Adaptive Sparse Structured Representations (SPARS05)*, 2005.
- [14] L. Gan, T. T. Do, and T. D. Tran, "Fast compressive imaging using scrambled block Hadamard ensemble," in *Signal Processing Conference, 2008 16th European*, 2008, pp. 1-5.
 - [15] A. Gilbert and P. Indyk, "Sparse recovery using sparse matrices," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 937-947, 2010.
 - [16] R. Berinde, P. Indyk, and M. Ružić, "Practical near-optimal sparse recovery in the l_1 norm," in *Proceedings of 46th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing*, 2008, pp. 198-205.
 - [17] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM Review*, vol. 43, no. 1, pp. 129-159, 2001.
 - [18] R. Tibshirani, "Regression shrinkage and selection via the lasso," *Journal of the Royal Statistical Society .Series B (Methodological)* vol. 58, pp. 267-288, 1994.
 - [19] S. G. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," *IEEE Transactions on Signal Processing*, , vol. 41, no. 2, pp. 3397-3415, 1993.
 - [20] J. Tropp and A. C. Gilbert, "Signal recovery from partial information via orthogonal matching pursuit," *IEEE Transaction Information Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655-4666, 2007.
 - [21] D. L. Donoho, Y. Tsaig, I. Drori, and J.-L. Starck, "Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit," *IEEE Transactions on Information Theory*, , vol. 58, no.2, pp. 1094-1121, 2012.
 - [22] D. Needell and J. A. Tropp, "CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples," *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 26, no. 3 pp. 301-321, 2009.
 - [23] M. A. Figueiredo, R. D. Nowak, and S. J. Wright, "Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems," *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, , vol. 1, no. 4, pp. 586-597, 2007.
 - [24] E. Van Den Berg and M. P. Friedlander, "Probing the Pareto frontier for basis pursuit solutions," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 31, no. 2, pp. 890-912, 2008.
 - [25] S. J. Wright, R. D. Nowak, and M. A. Figueiredo, "Sparse reconstruction by separable approximation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, , vol. 57, no. 7, pp. 2479-2493, 2009.
 - [26] J. M. Bioucas-Dias and M. A. Figueiredo, "A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration," *IEEE Transactions on Image Processing*, , vol. 16, no. 12, pp. 2992-3004, 2007.
 - [27] J. Barzilai and J. M. Borwein, "Two-point step size gradient methods," *IMA Journal of Numerical Analysis*, vol. 8, no. 1, pp. 141-148, 1988.
 - [28] S. Becker, J. Bobin, and E. J. Candès, "NESTA: a fast and accurate first-order method for sparse recovery," *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 4, no. 1, pp. 1-39, 2011.

- [29] Y. Nesterov, "Gradient methods for minimizing composite objective function," *Mathematical Programming*, vol. 140, no. 1, 2007.
- [30] E. J. Candes and J. K. Romberg, "Signal recovery from random projections," in *Electronic Imaging*, 2005, pp. 76-86.
- [31] T. T. Do, L. Gan, N. Nguyen, and T. D. Tran, "Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing," in *Proceedings of 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2008, pp. 27-29
- [32] T. T. Do, T. D. Tran, and L. Gan, "Fast compressive sampling with structurally random matrices," in *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2008, pp. 3369-3372.
- [33] L. Gan, "Block compressed sensing of natural images," in *15th International Conference on Digital Signal Processing*, 2007, pp. 403-406.
- [34] S. Mun and J. E. Fowler, "Block compressed sensing of images using directional transforms," in *Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing*, 2009, pp. 3021-3024.
- [35] Y. Yang, O. C. Au, L. Fang, X. Wen, and W. Tang, "Perceptual compressive sensing for image signals," in *IEEE International Conference on Multimedia and Expo, 2009. ICME 2009.*, 2009, pp. 89-92.
- [36] Z. Gao, C. Xiong, C. Zhou, and H. Wang, "Compressive sampling with coefficients random permutations for image compression," in *International Conference on Multimedia and Signal Processing (CMSP), 2011*, 2011, pp. 321-324.
- [37] B. Han, F. Wu, and D. Wu, "Image representation by compressive sensing for visual sensor networks," *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 21, no. 4, pp. 325-333, 2010.
- [38] J. E. Fowler, S. Mun, and E. W. Tramel, "Multiscale block compressed sensing with smoothed projected landweber reconstruction," in *Proceedings of European Signal Processing Conference*, 2011, pp. 564-568.
- [39] S. Ji, Y. Xue, and L. Carin, "Bayesian compressive sensing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, , vol. 56, no. 6, pp. 2346-2356, 2008.
- [40] L. He and L. Carin, "Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, , vol. 57, no. 9, pp. 3488-3497, 2009.
- [41] L. He, H. Chen, and L. Carin, "Tree-structured compressive sensing with variational Bayesian analysis," *IEEE Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 17, no. 3, pp. 233-236, 2010.
- [42] S. D. Babacan, R. Molina, and A. K. Katsaggelos, "Bayesian compressive sensing using Laplace priors," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 19, no. 1, pp. 53-63, 2010.
- [43] D. Slepian and J. K. Wolf, "Noiseless coding of correlated information sources," *IEEE Transactions on Information theory*, , vol. 19, no. 4, pp. 471-480, 1973.
- [44] A. D. Wyner and J. Ziv, "The rate-distortion function for source coding with side information at the decoder," *IEEE Transactions on Information Theory*, , vol. 22, no. 1, pp. 1-10, 1976.

- [45] A. D. Wyner, "Recent results in the Shannon theory," *IEEE Transactions on Information Theory*, , vol. 20, no. 1, pp. 2-10, 1974.
- [46] S. Xie, S. Rahardja, and Z. Li, "Wyner-Ziv image coding from random projections," in *IEEE International Conference on, Multimedia and Expo*, 2007, pp. 136-139.
- [47] Z. Gan, L. Qi, and X. Zhu, "Wyner-Ziv coding of image using compressed sensing," in *Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS)*, 2010, pp. 1-4.
- [48] L. Sun, X. Wen, M. Lei, H. Xu, J. Zhu, and Y. Wei, "Signal reconstruction based on block compressed sensing," in *Artificial Intelligence and Computational Intelligence*, pp. 312-319.
- [49] X. Zhang, J. Chen, H. Meng, and X. Tian, "Self-adaptive structured image sensing," *Optical Engineering*, vol. 51, no. 12, pp. 127001-127001, 2012.
- [50] Y. Yang, O. C. Au, L. Fang, X. Wen, and W. Tang, "Reweighted compressive sampling for image compression," in *Picture Coding Symposium*, 2009, pp. 1-4.
- [51] <http://www.acm.caltech.edu/11magic/downloads/11magic.pdf>.

- [52] P.T. Boufounos, L. Jacques, F. Krahmer, R. Saab, "Quantization and Compressive Sensing" in *arXiv preprint arXiv*, 2014, pp. 1-46.

Abstract

The emerging of the theory of compressed sensing (CS) is to be a promising way to develop effective and new compression techniques, although the main concern is to reducing the sampling rate to reduce sampling costs. In this thesis, we use a CS according to block-based coding that combine the discrete cosine transform and compressed sensing theory . Also we use two effective techniques to improve the reconstructed image. One of these techniques called coefficient random permutation(CRP) and the other one is measurement matrix weighting. CRP method effectively balances the sparse sampling of the vectors used in the DCT domain. This method improves the sampling with CS and can be used to encrypt the input image. The purpose of the weighting matrix measurement method is designing of adaptive measurement matrix. This design based on energy distribution characteristics in the DCT domain. This method has a positive impact on the strengthening of the reconstruction of CS. Simulation results show that our proposed method reduces the image size by using block-based CS and effectively improves the quality of reconstructed image. Image reconstruction based on CS proposal according block-based can be used for encrypted image compression and robust image compression application.

Key word: image compression, discrete cosine transform, block compressed sensing, coefficient random permutation, measurement matrix weighting, robust coding



University of Shahrood

Faculty of Electrical and Robotics

**Image compression using compressed sensing and
discrete cosine transform**

By Vahid Attari

Supervisor:

Dr. Hadi Grailu

October 2015