

دانشگاه تبریز
دانشکده فنی

گروه مهندسی برق

پایان نامه:

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته: برق - کنترل

عنوان:

اجرای کنترل کننده های دیجیتال بر روی موتورهای پله ای

استاد راهنما:

دکتر علی آقا گلزاده

اساتید مشاور:

دکتر جواد فیض

دکتر سهراب خان محمدی

پژوهشگر:

سید احمد موسوی

سال و ماه: بهمن ۱۳۷۶

تقدیم به :

مادرم و روان پاک پدرم که هرچه دارم از آنها است.

تشکر و قدردانی

از جناب آقای دکتر علی آقاگلزاده استاد راهنمای محترم پایان نامه که در طول اجرای پایان نامه کامپیوتر خود را در اختیار اینجانب قرار دادند و با راهنماییهای ارزنده موجب تسهیل اجرای پایان نامه شدند، و همچنین از جناب آقای دکتر سیدحسین حسینی که در ایام فرصت مطالعاتی و اقامت در کشور کانادا اینجانب را در تهیه مقالاتی در زمینه کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای یاری فرمودند، و از جناب آقای دکتر حقی فام استاد محترم دانشگاه تربیت مدرس که در تهیه مراجع، راهنماییهای سازنده‌ای داشتند و اساتید مشاور محترم پایان نامه آقای دکتر جواد فیض که توضیحات فراوان و پیشنهادات مفیدی ارائه فرمودند و آقای دکتر سهراب خانمحمدی تشکر و قدردانی می‌نمایم. همچنین از همسرم که به هنگام آماده‌سازی پایان نامه زحمات فراوانی متقبل شدند سپاسگزارم.

چکیده:

با توجه به اهمیت روزافزون کنترل دیجیتال سیستم‌های دینامیکی و کاربرد زیاد و متنوع موتور پله‌ای در صنعت، در این پایان‌نامه ابتدا شکلهای مختلف اجرای کنترل‌کننده‌های دیجیتال مورد بحث قرار گرفته و مزایا و معایب هر کدام بررسی می‌شود. در بررسی شکلهای مختلف اجراء، اثر طول کلمه محدود بر عملکرد کلی کنترل‌کننده‌ها در سیستم کنترل دیجیتال از جمله پایداری و سرعت تحقیق می‌شود. سپس جهت آشنایی با طرز کار موتور پله‌ای، با استفاده از تحلیل ریاضی، انواع مختلف این موتورها مدلسازی شده و با توجه به پارامترهای مؤثر، حالت‌گذرای آن در حوزه زمان-پیوسته از طریق شبیه‌سازی تحلیل می‌شود. به دلیل ساختار غیرخطی موتور پله‌ای و فقدان روش گسسته‌سازی برای سیستمهای غیرخطی، در ادامه به خطی‌سازی مدل موتور پله‌ای براساس تئوری لاورنسن-هیوجز پرداخته می‌شود. پس از خطی‌سازی، کنترل‌کننده‌های دیجیتال به عنوان راه‌انداز موتور پله‌ای براساس تکنیک پاسخ فرکانسی طراحی شده و اثر کاربرد آنها بر پاسخ سیستم کنترل موقعیت موتور پله‌ای بحث می‌شود. در انتها، اثر طول کلمه محدود بر ضرایب کنترل‌کننده دیجیتال طراحی شده و بر پاسخ و پایداری سیستم هنگام اجرای کنترل‌کننده‌های دیجیتال طراحی شده با استفاده از میکروپروسورهای هشت و شانزده بیتی بررسی می‌شود.

نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که هزینه اجرا و سرعت پاسخ‌دهی کنترل‌کننده دیجیتال دو پارامتر مهم در انتخاب نوع تحقق و اجرای آن است. کلیه تحققات بلوک دیاگرامی مبنای اجرای سخت‌افزاری و نرم‌افزاری کنترل‌کننده دیجیتال می‌باشند و این دو روش اجراء با محدودیت طول کلمه مواجه هستند. اجرای کنترل‌کننده‌های طراحی شده برای انواع موتور پله‌ای توسط میکروپروسورهای شانزده و هشت بیتی نشان می‌دهد که میکروپروسور شانزده بیتی خطای ناچیزی در منحنی موقعیت - زمان موتور پله‌ای ایجاد می‌کند در حالی که خطای حاصل از اجرای کنترل‌کننده دیجیتال با میکروپروسور هشت بیتی قابل ملاحظه است. همچنین کنترل‌کننده دیجیتال PD نسبت به اثر طول کلمه محدود مقاومتی از کنترل‌کننده دیجیتال PI است.

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: تحقق فیلترهای دیجیتال
۱	(۱.۱) مقدمه
۲	(۲.۱) تحقق فیلترهای دیجیتال
۳	(۱.۲.۱) ساختار مستقیم
۸	(۲.۲.۱) مدولهای درجه دوّم
۱۲	(۳.۲.۱) تحقق سری
۱۴	(۴.۲.۱) تحقق موازی
۱۶	(۵.۲.۱) کنترل کننده PID
۱۷	(۶.۲.۱) تحقق نردبانی
۲۰	(۷.۲.۱) فیلتر دیجیتال موجی
۳۰	(۳.۱) اجرای سخت افزاری فیلتر دیجیتال
۳۰	(۱.۳.۱) اجرای جکسون - کایزر - مک دونالد (JKM)
۳۲	(۲.۳.۱) اجرای پلند - لیو (PL)
۳۵	(۳.۳.۱) اجرای منکوپیچ - استینارت (MS)
۳۶	(۴.۱) اجرای نرم افزاری (اجرای میکرو کامپیوتری) فیلتر دیجیتال
۳۷	(۱.۴.۱) اجرای مدولهای درجه دوّم
۴۲	(۲.۴.۱) اجرای موازی فیلترهای از درجه بالا
۴۲	(۳.۴.۱) اجرای سری فیلترهای از درجه بالا
۴۶	فصل دوّم: اثر طول کلمه محدود
۴۶	(۱.۲) مقدمه
۴۶	(۲.۲) سیستم عددی ممیز ثابت
۴۷	(۱.۲.۲) سیستم عددی علامت دار
۵۴	(۲.۲.۲) سیستم عددی متمم دو

صفحه	عنوان
۶۰	(۳.۲) کوانتیزاسیون ضرایب
۶۰	(۱.۳.۲) اثر کوانتیزاسیون ضرایب بر محل صفرها و قطبها
۶۱	(۲.۳.۲) تحلیل خطای حاصل از تغییر محل صفرها و قطبها
۶۲	(۴.۲) کوانتیزاسیون سیگنال
۶۲	(۱.۴.۲) کوانتیزاسیون ورودی فیلتر
۶۴	(۲.۴.۲) کوانتیزاسیون متغیر داخلی
۶۸	(۳.۴.۲) نویز کوانتیزاسیون در خروجی
۷۱	(۵.۲) سیکلهای حد
۷۳	(۱.۵.۲) طبقه بندی خطاهای کوانتیزاسیون
۷۳	(۲.۵.۲) بررسی سیکل حد
۷۶	(۳.۵.۲) محاسبه کرانه‌های سیکل حد
۷۸	(۴.۵.۲) حذف سیکل حد
۸۰	(۵.۵.۲) حذف نوسانات سرریز
۸۰	(۶.۲) بررسی طول کلمه محدود در تحقق فیلتر دیجیتال
۸۱	(۱.۶.۲) مدولهای درجه دوم سری
۸۴	(۲.۶.۲) مدولهای درجه دوم موازی
۸۶	فصل سوم: موتور پله‌ای
۸۶	(۱.۳) مقدمه
۸۶	(۲.۳) موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر
۸۶	(۱.۲.۳) موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه
۸۷	(۲.۲.۳) موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه
۸۹	(۳.۳) موتور پله‌ای مغناطیس دائم
۹۰	(۴.۳) موتور پله‌ای هیبرید

عنوان	صفحه
فصل چهارم: بهبود مشخصات موتور پله‌ای با استفاده از کنترل‌کننده دیجیتال.....	۱۲۱
(۱.۴) مقدمه.....	۱۲۱
(۲.۴) معادلات اساسی موتور پله‌ای.....	۱۲۲
(۱.۶.۴) معادلات اساسی موتور پله‌ای مغناطیس دائم و هیبرید.....	۱۲۲
(۲.۶.۴) معادلات اساسی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر.....	۱۲۴
(۳.۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای.....	۱۲۶
(۱.۳.۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای در تحریک تک فاز با محرک ولتاژ.....	۱۲۷
(۲.۳.۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای با محرک جریان.....	۱۲۸
(۳.۳.۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای در تحریک دو فاز با محرک ولتاژ.....	۱۲۸
(۴.۴) طراحی کنترل‌کننده دیجیتال.....	۱۲۸
(۱.۴.۴) کنترل‌کننده پیش‌فاز.....	۱۲۹
(۲.۴.۴) کنترل‌کننده پس‌فاز.....	۱۳۱
(۳.۴.۴) کنترل‌کننده پیش‌فاز - پس‌فاز.....	۱۳۱
(۵.۴) کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای.....	۱۳۲
(۱.۵.۴) کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه.....	۱۳۳
(۲.۵.۴) کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای مغناطیس دائم.....	۱۳۷
(۳.۵.۴) کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای هیبرید.....	۱۳۸
(۶.۴) اثر طول کلمه محدود در سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای.....	۱۴۰
(۱.۶.۴) اجرای کنترل‌کننده دیجیتال با میکروپروسور شانزده بیتی.....	۱۴۲
(۲.۶.۴) اجرای کنترل‌کننده دیجیتال با میکروپروسور هشت بیتی.....	۱۴۳
(۷.۴) پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای.....	۱۴۵
فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات.....	۱۵۳
مراجع.....	۱۶۲

فصل اول

تحقق فیلترهای دیجیتال

(۱.۱) مقدمه

طراحی فیلترهای دیجیتال^۱ در چهار مرحله زیر خلاصه می‌شود:

۱- تقریب

۲- تحقق^۲

۳- مطالعه خطاهای محاسباتی

۴- اجراء^۳

در مرحله تقریب یک تابع تبدیل مناسب برای فیلتر دیجیتال تخمین زده می‌شود طوری که مشخصات مطلوب فیلتر دیجیتال از قبیل پاسخ حوزه زمانی با استفاده از این تابع تبدیل قابل دستیابی است. مرحله تحقق عبارت از ارائه طرح فیزیکی برای ترکیب مناسبی از عملیات محاسباتی و ذخیره‌ای است. این دو مرحله با فرض اینکه ابزارهای ریاضی قابل دسترس دارای دقت بینهایت هستند انجام می‌گیرد. اما چون ابزارهای عملی دارای دقت محدود هستند، مطالعه اثر خطاهای محاسباتی بر عملکرد فیلتر دیجیتال ضروری است.

اجرای فیلترهای دیجیتال به دو صورت نرم‌افزاری و سخت‌افزاری امکان‌پذیر است. در تحقق نرم‌افزاری، برنامه‌های کامپیوتری برای کامپیوتر دیجیتال مورد نظر به دست می‌آید. در تحقق سخت‌افزاری، با استفاده از مدارهایی نظیر جمع‌کننده‌ها، ضرب‌کننده‌های دیجیتال و عناصر تأخیر (حافظه‌های مخصوص جابجائی با فاصله نمونه‌برداری T و تأخیر زمانی واحد) پردازشگرها یا قطعه‌های سخت‌افزاری با کاربردهای معین ساخته می‌شود. لازم به ذکر است که مقصود از فیلتر دیجیتال، یک الگوریتم محاسباتی است که یک دنباله ورودی از اعداد را به دنباله‌ای دیگر در خروجی تبدیل کند بطوریکه مشخصه‌های سیگنال ورودی به روش معین شده‌ای تغییر کند. لذا فیلتر

دیجیتال با عبور دادن مولفه‌های مطلوب فرکانسی سیگنال ورودی و حذف فرکانسهای نامطلوب، سیگنال دیجیتال ورودی را پردازش می‌کند.

تحقق نرم‌افزاری کنترل‌کننده‌ها و فیلترهای دیجیتال از تحقق سخت‌افزاری آن انعطاف‌پذیرتر است. تحقق نرم‌افزاری که از طریق محاسبات عددی انجام شده با برنامه‌های مناسب کامپیوتر دیجیتال طراحی شده به صورت بلادرنگ^۱ برای کامپیوترهای کنترل حاصل می‌شود، امروزه در بسیاری از سیستم‌های کنترل صنعتی متداول شده است. افزایش کاربرد این تحقق اساساً از افزایش سریع توانایی کامپیوترها در پردازش سیگنالهای دیجیتال، پیشرفتهای فنی سریع و در اختیار داشتن میکروپروسورها و میکرو کامپیوترها در سیستمهای کنترل با هزینه کم، ناشی می‌شود.

در این فصل ابتدا مرحله دوم فرایند طراحی بررسی می‌شود و فیلترهای دیجیتال به صورت بلوک دیاگرام، و با استفاده از عناصر تأخیر جمع‌کننده‌ها و ضرب‌کننده‌ها تحقق می‌یابند. تحقق‌های بلوک دیاگرامی به عنوان مبنای تحقق نرم‌افزاری یا سخت‌افزاری به کار می‌روند. زیرا با انجام تحقق بلوک دیاگرامی تحقق فیزیکی فیلتر دیجیتال به صورت نرم‌افزاری یا سخت‌افزاری سرراست است. سپس تحقق‌های نرم‌افزاری و سخت‌افزاری بر مبنای تحقق بلوک دیاگرامی بررسی می‌شوند.

چون فرض بر این است که در تحقق و اجرای فیلترهای دیجیتال تابع تبدیل پالس فیلتر دیجیتال معلوم است، در این فصل مراحل دوم و چهارم از فرایند طراحی بحث می‌شوند. در ضمن بحث محدودیتهای عملی اجرای فیلترهای دیجیتال مشخص می‌شوند. براساس این محدودیتها مرحله سوم طراحی به تفصیل در فصل دوم بررسی خواهد شد.

لازم به ذکر است که چون کنترل‌کننده دیجیتال نوعی فیلتر دیجیتال است، بنابراین در پایان‌نامه حاضر این دو اصطلاح به صورت مترادف به کار رفته‌اند.

(۲.۱) تحقق فیلترهای دیجیتال

تابع تبدیل فیلتر دیجیتال در حالت کلی به صورت:

$$D(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}} \quad (1-1)$$

است که در آن a_i و b_i ضرایب حقیقی و n حداکثر درجه چند جمله‌ایهای صورت و مخرج است. در تابع تبدیل پالس (1-1) بعضی جملات درجه بالاتر می‌تواند صفر باشد لذا معادله (1-1) شکل کلی تابع تبدیل پالس فیلتر دیجیتال را بیان می‌کند.

در این بخش، هدف بررسی تحققات بلوک دیاگرامی معادله (1-1) با استفاده از تأخیر دهنده‌ها (که با z^{-1} بیان می‌شوند) جمع‌کننده‌ها و ضرب‌کننده‌ها است. هر یک از بلوکهای متفاوت یک ساختار فیلتر^۱ نامیده می‌شود. لازم به ذکر است که بیشمار ساختار برای (1-1) وجود دارد. لذا تنها تعدادی از ساختارهای مهم و پرکاربرد بررسی می‌شوند. ساختارهایی که در این فصل بررسی می‌شوند عبارتند از: ساختار مستقیم، مدولهای^۲ درجه دوم، ساختار سری، ساختار موازی، ساختار نردبانی [۱] و [۷] و ساختار موجی^۳ [۱۳].

(۱.۲.۱) ساختار مستقیم

ساختار مستقیم فیلترهای دیجیتال عبارت از ساختاری است که در آن ضرایب حقیقی a_i و b_i به صورت ضرب‌کننده در بلوک دیاگرام ظاهر می‌شوند.

(۱.۱.۲.۱) ساختار مستقیم اول (۱D)

فرض کنید تابع تبدیل پالس فیلتر دیجیتال به صورت:

$$D(z) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}} \quad (2-1)$$

بیان شود که در آن $b_0 = 1$ است. اگر $X(z)$ ورودی و $Y(z)$ خروجی فیلتر دیجیتال باشد:

$$\frac{y(z)}{x(z)} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}}$$

حال اگر $M_i(z)$ یک متغیر واسط بین ورودی و خروجی باشد:

۱. Filter structure

۲. Modules

۳. Wave

۴. First Direct

$$\frac{y(z)}{x(z)} = \frac{y(z)}{M(z)} \cdot \frac{M(z)}{x(z)} = \left(\sum_{i=0}^n a_i z^{-i} \right) \left(\frac{1}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}} \right)$$

$$\frac{y(z)}{M(z)} = \sum_{i=0}^n a_i z^{-i} \quad \text{در این معادله:}$$

$$\frac{x(z)}{M(z)} = \sum_{i=0}^n b_i z^{-i}$$

لذا:

$$x(z) = \sum_{i=0}^n b_i z^{-i} M(z)$$

$$M(z) = x(z) - \sum_{i=1}^n b_i z^{-i} M(z)$$

$$y(z) = \sum_{i=0}^n a_i z^{-i} M(z)$$

معادلات $x(z)$ و $y(z)$ در حوزه زمان به صورت معادلات تفاضلی زیر درمی آیند:

$$m(k) = x(k) - \sum_{i=1}^n b_i m(k-i)$$

$$y(k) = \sum_{i=0}^n a_i m(k-i) \quad (3-1)$$

معادلات (۳-۱) ساختار مستقیم اول (۱D) نامیده می شوند. این ساختار در شکل (۱-۱a) نشان داده شده است. در شکل (۱-۱) تأخیر دهنده‌ها با جعبه‌های مستطیل شکل، ضرب‌کننده‌ها با پیکانهای برچسب‌دار، جمع‌کننده‌ها با دایره‌ها و بیضی‌های شامل علامت (+) و نقاط پخش سیگنال با نقاط سیاه در محل اتصال شاخه‌ها نشان داده شده‌اند.

یک ساختار درجه n که فقط شامل n تأخیر دهنده باشد، ساختار کانونیک نامیده می شود. با توجه به این تعریف مشاهده می شود که ساختار ۱D، کانونیک است زیرا دارای حداقل تعداد تأخیر دهنده است.

ساختارهای ترانهاده^۱

ساختار ترانهاده یک فیلتر دیجیتال با عکس کردن جهت جریان سیگنالهای همه شاخه‌های بلوک دیاگرام تشکیل می‌شود [۱]. در نتیجه جمع‌کننده در بلوک دیاگرام به نقطه پخش سیگنال و برعکس تبدیل می‌شود. ورودی به صورت خروجی و برعکس در می‌آید. ترانهاده یک فیلتر دیجیتال همان تابع تبدیل ساختار اولیه را دارد. لذا ساختارهای مختلف فیلتر دیجیتال بصورت زوج ترانهاده^۲ هستند. با استفاده از این خصوصیت از ساختار مستقیم اول (۱D) ساختار مستقیم دوم (۲D) حاصل می‌شود.

(۲.۱.۲.۱) ساختار مستقیم دوم (۲D)

ساختار مستقیم دوم ترانهاده ساختار مستقیم اول است. این ساختار در شکل (۱-۱) آمده است. چون ساختار ۱D دارای (n+۱) نقطه پخش است پس ساختار ۲D دارای (n+۱) جمع‌کننده است. همچنین ساختار ۱D دو جمع‌کننده دارد پس ساختار ۲D دارای دو نقطه پخش سیگنال است. از توضیحات فوق روشن می‌شود که ساختار ۲D بایستی توسط (n+۱) معادله تفاضلی بیان شود. در حالیکه ساختار ۱D با دو معادله تفاضلی بیان شد. معادلات تفاضلی ساختار ۲D عبارتند از:

$$\begin{aligned} P_i(k) &= P_{i+1}(k-1) + a_i x(k) - b_i y(k) & i=1, \dots, n-1 \\ P_n(k) &= a_n x(k) - b_n y(k) & (4-1) \\ y(k) &= a_0 x(k) + P_1(k-1) \end{aligned}$$

از شکل (۱-۱) مشاهده می‌شود که این ساختار، فقط n تأخیردهنده دارد. لذا ساختاری کانونیک است.

(۳.۱.۲.۱) ساختار مستقیم سوم (۳D)

معادله (۱-۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$D(z) = \frac{y(z)}{x(z)} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}}$$

۱. Transpose Networks

۲. Transpose pairs

۳. Second Direct Structure

۴. Third Direct Structure

$$y(z) \cdot \sum_{i=0}^n b_i z^{-i} = x(z) \cdot \sum_{i=0}^n a_i z^{-i}$$

از این معادله نتیجه می شود که:

$$y(z) = \sum_{i=0}^n a_i z^{-i} - \sum_{i=1}^n b_i z^{-i} y(z)$$

این معادله در حوزه زمان به صورت زیر درمی آید:

$$y(k) = \sum_{i=0}^n a_i x(k-i) - \sum_{i=1}^n b_i y(k-i) \quad (5-1)$$

معادله (5-1) معادله تفاضلی ساختار (3D) است که در شکل (1-1c) آمده است. توجه کنید که این ساختار یک جمع کننده و (2n) تأخیردهنده دارد. لذا چون از حداقل تعداد تأخیردهنده استفاده نکرده است کانونیک نیست.

(4.1.2.1) ساختار مستقیم چهارم^۱ (4D)

ساختار (4D) ترانهاده ساختار (3D) است. این ساختار در شکل (1-1d) آمده است. از شکل (1-1d) مشاهده می شود که این ساختار یک نقطه پخش سیگنال و (2n) جمع کننده دارد. بنابراین می توان آنرا با (2n) معادله تفاضلی نوشت. این معادلات عبارتند از:

$$r_0(k) = x(k) + r_1(k-1)$$

$$q_n(k) = a_n r_0(k)$$

$$r_n(k) = -b_n r_0(k)$$

$$q_i(k) = a_i r_0(k) + q_{i+1}(k-1) \quad i=1, \dots, n-1 \quad (6-1)$$

$$r_i(k) = -b_i r_0(k) + r_{i+1}(k-1)$$

$$y(k) = a_0 r_0(k) + q_1(k-1)$$

این ساختار نیز به دلیل عدم استفاده از حداقل تعداد تأخیردهنده کانونیک نیست.

با n بزرگ موجب تغییرات بزرگی در محل صفرها و قطبهای معادله (۱-۱) می‌شود. برای حل مشکل حساسیت ضرایب، تابع تبدیل $D(z)$ به صورت ساختارهایی از قبیل ساختار سری یا موازی از مدولهای درجه دوم تحقق می‌یابد.

تعداد	ساختار			
	۱D	۲D	۳D	۴D
عناصر تأخیر دهنده	n	n	$2n$	$2n$
ضرب‌کننده‌ها	$2n+1$	$2n+1$	$2n+1$	$2n+1$
جمع‌کننده‌ها	2	$n+1$	1	$2n$
نقاط پخش سیگنال	$n+1$	2	$2n$	1

جدول (۱-۱) مشخصات ساختارهای مستقیم

(۲.۲.۱) مدولهای درجه دوم

برای حل مشکل حساسیت ضرایب تابع تبدیل (۱-۱) معمولاً به صورت سری یا موازی از مدولهای درجه دوم به شکل:

$$D(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$

اجرا می‌شود. ساختار مدولهای درجه دوم می‌تواند به صورت هر یک از ساختارهای مستقیم شکل (۱-۱) باشد. در شکل (۲-۱) هر یک از ساختارهای ۱D، ۲D، ۳D و ۴D مدولهای درجه دوم آمده است.

معادلات تفاضلی توصیف‌کننده هر ساختار عبارتند از:

$$\begin{aligned} 1D: \quad m(k) &= x(k) - b_1 m(k-1) - b_2 m(k-2) \\ y(k) &= a_0 m(k) + a_1 m(k-1) + a_2 m(k-2) \end{aligned} \quad (7-1)$$

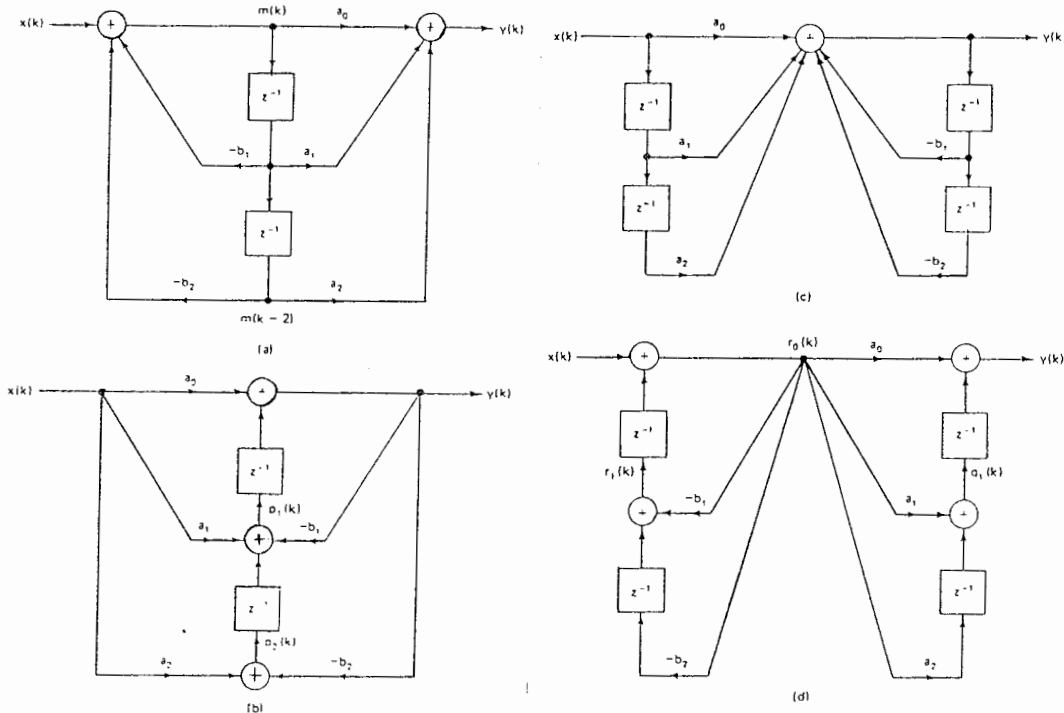
$$\begin{aligned} 2D: \quad y(k) &= a_0 x(k) + P_1(k-1) \\ P_1(k) &= a_1 x(k) - b_1 y(k) + P_1(k-1) \end{aligned} \quad (8-1)$$

$$P_r(k) = a_r x(k) - b_r y(k)$$

$$\begin{aligned} 3D: \quad y(k) &= a_0 x(k) + a_1 x(k-1) + a_2 x(k-2) \\ &\quad - b_1 y(k-1) - b_2 y(k-2) \end{aligned} \quad (9-1)$$

$$\begin{aligned} 4D: \quad r_0(k) &= x(k) + r_1(k-1) \\ y(k) &= a_0 r_0(k) + q_1(k-1) \\ r_1(k) &= -b_1 r_0(k) - b_2 r_0(k-1) \\ q_1(k) &= a_1 r_0(k) + a_2 r_0(k-1) \end{aligned} \quad (10-1)$$

این معادلات به ترتیب مناسبی حل می‌شوند. در معادله (۷-۱) $m(k)$ و در معادله (۱۰-۱) ابتدا $y(k)$ محاسبه می‌شود. در معادلات (۸-۱) و (۹-۱) جهت حداقل کردن تأخیر بین نمونه‌های ورودی $x(kT)$ و خروجی $y(kT + \tau_c)$ که در آن زمان تأخیر یا زمان محاسبات فیلتر است، بایستی ابتدا $y(k)$ محاسبه شود. در حالت ایده‌آل $\tau_c = 0$ است اما در عمل مقدار صفر قابل دستیابی نیست. لذا با مرتب کردن محاسبات، τ_c حداقل می‌شود. در عمل هرگاه $T \gg \tau_c$ ، از τ_c صرف‌نظر می‌شود.



شکل (۲-۱) ساختارهای مستقیم مدولهای درجه دوم

$$۴D(d), ۳D(c), ۲D(b), ۱D(a)$$

برای مدولهای درجه دوم محاسبه ساختارهای دیگری غیر از ساختارهای مستقیم امکان پذیر است. ساختار ۱x در شکل (۳-۱) برای حالتی که تابع تبدیل مدول درجه دوم دارای جفت قطبهای مزدوج مختلط است به کار می رود. معادلات تفاضلی این ساختار عبارتند از:

$$y(k) = a_0 x(k) + s_r(k-1)$$

$$s_1(k) = g_1 s_1(k-1) - g_2 s_r(k-1) + g_3 x(k) \quad (۱۱-۱)$$

$$s_r(k) = g_1 s_r(k-1) + g_2 s_1(k-1) + g_4 x(k)$$

برای محاسبه این ساختار تابع تبدیل درجه دوم به صورت:

$$D(z) = a_0 + \frac{A}{z+p} + \frac{A^*}{z+p^*}$$

در می آید. با توجه به این شکل $D(z)$ ، g_i به صورت زیر به دست می آید:

$$g_1 = -\text{Re}[p]$$

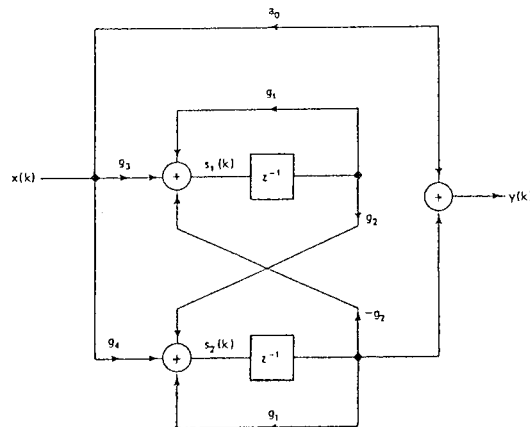
$$g_2 = -\text{Im}[p]$$

$$g_3 = 2\text{Im}[A]$$

$$g_4 = 2\text{Re}[A]$$

$$(۱۲-۱)$$

ساختار ۱x کانونیک است.



شکل (۳-۱) ساختار ۱x

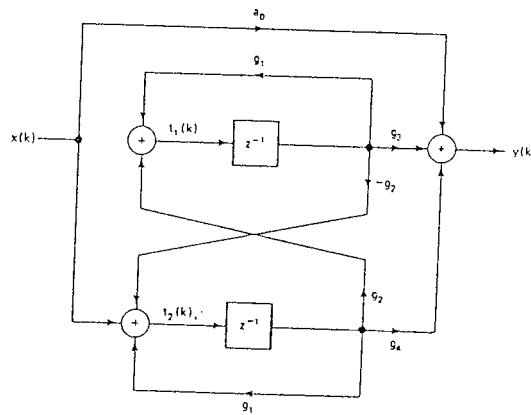
ترانهاده ساختار $1x$ ، ساختار $2x$ نامیده می‌شود که در شکل (۴-۱) آمده است. معادلات تفاضلی توصیف‌کننده این ساختار عبارتند از:

$$y(k) = a_0 x(k) + g_r t_1(k-1) + g_r t_r(k-1)$$

$$t_1(k) = g_1 t_1(k-1) + g_r t_r(k-1) \quad (13-1)$$

$$t_r(k) = x(k) + g_1 t_r(k-1) - g_r t_1(k-1)$$

که g ها در معادله (۱۲-۱) داده شده‌اند. بنابراین شش ساختار فوق‌الذکر را می‌توان برای مدولهای درجه دوم به کار برد.



شکل (۴-۱) ساختار $2x$

مشخصات ساختار مدولهای درجه دوم در جدول (۲-۱) خلاصه شده است. مشاهده می‌شود که ساختارهای $1x$ و $2x$ نسبت به ساختارهای مستقیم، دو ضرب‌کننده اضافی دارند.

تعداد	ساختار					
	۱D	۲D	۳D	۴D	۱x	۲x
عناصر تأخیر	۲	۲	۴	۴	۲	۲
ضرب‌کننده‌ها	۵	۵	۵	۵	۷	۷
جمع‌کننده‌ها	۲	۳	۱	۴	۳	۳
نقاط پخش سیگنال	۳	۲	۴	۱	۳	۳

جدول (۲-۱) مشخصات مدولهای درجه دوم

(۳.۲.۱) تحقق سری^۱

با تجزیه صورت و مخرج تابع تبدیل پالس $D(z)$ ، معادله (۱-۱) به صورت زیر درمی آید:

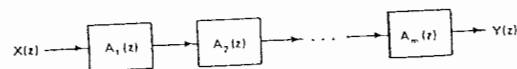
$$D(z) = \frac{\prod_{i=1}^m (\alpha_{i0} + \alpha_{i1}z^{-1} + \alpha_{i2}z^{-2})}{\prod_{i=1}^m (1 + \alpha_{i3}z^{-1} + \alpha_{i4}z^{-2})} \quad (14-1)$$

در معادله (۱۴-۱)، m کوچکترین عدد صحیح بزرگتر یا مساوی $\frac{n}{2}$ است. اگر عوامل صورت و مخرج در (۱۴-۱) دسته بندی و مدولها به صورت سری مرتب شوند:

$$D(z) = \prod_{i=1}^m A_i(z) \quad (15-1)$$

$$A_i(z) = \frac{\alpha_{i0} + \alpha_{i1}z^{-1} + \alpha_{i2}z^{-2}}{1 + \alpha_{i3}z^{-1} + \alpha_{i4}z^{-2}}$$

مسائل دسته بندی^۲ و مرتب کردن^۳ مدولهای درجه دوم در مراجع [۴-۷] بررسی شده اند و در فصل دوم آورده می شوند. شکل (۵-۱) مدولهای درجه دوم (۱۵-۱) را به صورت سری نشان می دهد. مدولهای درجه دوم را می توان به صورت ساختار مستقیم و یا ساختارهای $1x$ و $2x$ اجراء نمود. اگر مدولهای درجه دوم با ساختار مستقیم اجراء شوند، دیاگرامهای سری شکل (۶-۱) حاصل می شوند.



شکل (۵-۱) مدولهای درجه دوم به صورت سری

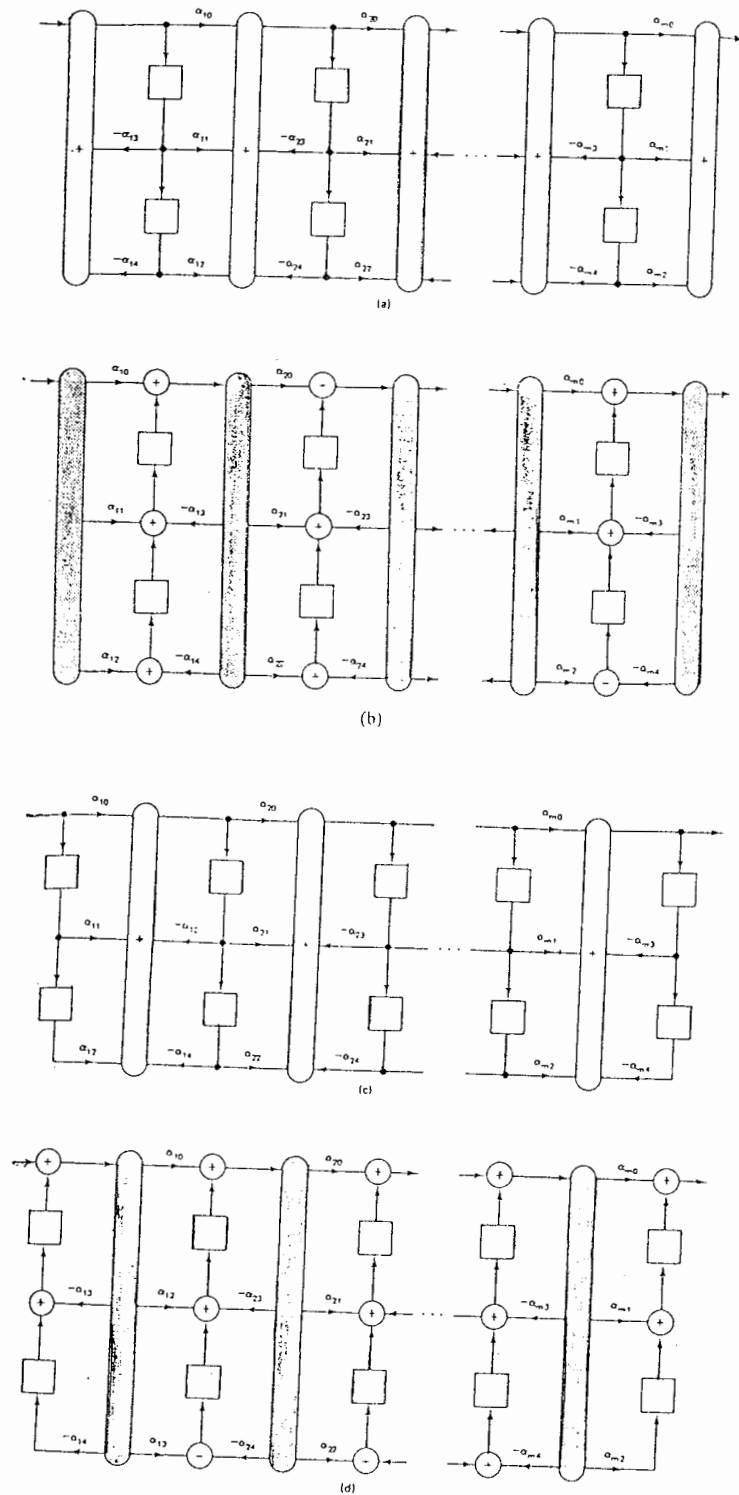
مشخصات ساختارهای سری در جدول (۳-۱) آمده است. مشاهده می شود که مدولهای سری $3D$ ، $4D$ در تعداد عناصر تأخیر دهنده به میزان $(n-2)$ تأخیر دهنده صرفه جوئی می کنند. سری کردن مدولهای درجه دوم ممکن است موجب افزایش تعداد ضرب کننده ها شود. همچنین در سری کردن مدولهای مستقیم $(m-1)$ جمع کننده و نقطه پخش سیگنال اضافی نسبت به ساختار مستقیم

۱. Cascade Realization

۲. Pairing

۳. Ordering

مورد نیاز است.



شکل (۱-۶) ساختارهای سری فیلتر دیجیتال: ۱D(a)، ۲D(b)

۳D(c)، ۴D(d)

تعداد	ساختار			
	۱D	۲D	۳D	۴D
عناصر تأخیر دهنده	۲m (n)	۲m (n)	۲m+۲ (۲n-(n-۲))	۲m+۲ (۲n-(n-۲))
ضرب کننده ها	۵m (n+n+m)	۵m (n+n+m)	۵m (n+n+m)	۵m (n+n+m)
جمع کننده ها	m+۱ (۲+m-۱)	۳m (m+n)	m (۲n-(m-۱))	۳m+۱ (۲n-(m-۱))
نقاط پخش سیگنال	۳m (n+m)	m+۱ (۲+m-۱)	۳m+۱ (۲n-(m-۱))	m

m کوچکترین عدد صحیح بزرگتر یا مساوی $\frac{n}{۲}$ است و اعداد داخل پرانتز

برای مقایسه با جدول (۲-۱) نوشته شده اند.

جدول (۳-۱) مشخصات ساختارهای سری

(۴.۲.۱) تحقق موازی

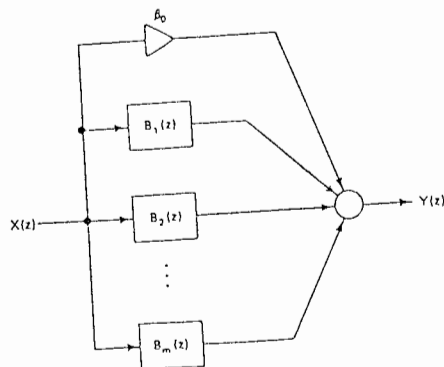
برای حل مشکل حساسیت ضرایب ساختارهای مستقیم، علاوه بر روش سری کردن مدولهای درجه دوم می توان از روش موازی کردن این مدولها نیز استفاده کرد. در این روش منخرج تابع تبدیل پالس $D(z)$ در معادله (۱-۱) به عوامل درجه دوم تجزیه و سپس $D(z)$ به کسرهای جزئی بسط داده می شود. در نتیجه تابع تبدیل پالس فیلتر دیجیتال به صورت:

$$D(z) = \beta_0 + \sum_{i=1}^n B_i(z) \tag{۱۶-۱}$$

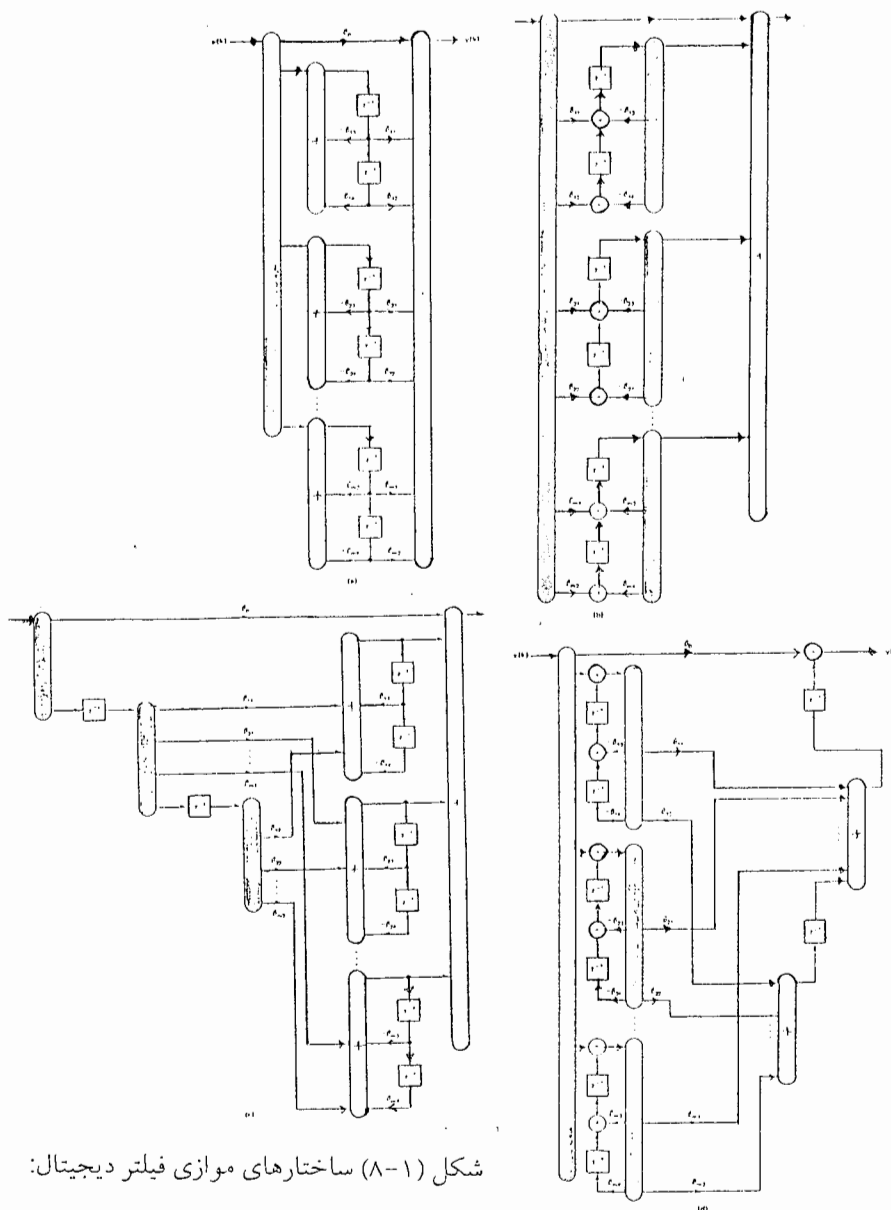
$$B_i(z) = \frac{\beta_{i1}z^{-1} + \beta_{i2}z^{-2}}{1 + \beta_{i3}z^{-1} + \beta_{i4}z^{-2}}$$

در می آید. شکل (۷-۱) ساختار موازی را در حالت کلی نشان می دهد. در این روش نیز برای اجرای مدولهای درجه دوم می توان هر یک از شش ساختار شکل های (۲-۱)، (۳-۱) و (۴-۱) را به کار برد. شکل (۸-۱) ساختار موازی مدولهای درجه دوم را براساس اجرای مستقیم مدولها، نشان می دهد.

در شکل (۸-۱) بعضی از عناصر نظیر جمع‌کننده‌های خروجی، جهت بهینه‌سازی بلوک دیاگرام در هم ادغام شده‌اند.



شکل (۷-۱) ساختار موازی



شکل (۸-۱) ساختارهای موازی فیلتر دیجیتال:

۴D(d), ۳D(c), ۲D(b), ۱D(a)

جدول (۴-۱) مشخصات ساختارهای موازی را با مشخصات ساختارهای مستقیم جدول (۲-۱) مقایسه می‌کند. در مقایسه با ساختارهای مستقیم، ساختارهای موازی به تعداد (n-۲) تأخیر دهنده صرفه‌جوئی به عمل می‌آورند. تعداد ضرب‌کننده‌ها در دو حالت یکسان است. ساختار موازی ۱D به (m-۱) جمع‌کننده اضافی و ۲D به (m-۱) نقطه پخش سیگنال اضافی نیاز دارد. ساختار ۳D، m جمع‌کننده اضافی دارد ولی (n-۳) نقطه پخش سیگنال کمتر دارد.

تعداد	ساختار			
	۱D	۲D	۳D	۴D
عناصر تأخیر کننده	۲m (n)	۲m (n)	۲m+۲ (۲n-(n-۲))	۲m+۲ (۲n-(n-۲))
ضرب‌کننده‌ها	۴m+۱ (۲n+۱)	۴m+۱ (۲n+۱)	۴m+۱ (۲n+۱)	۴m+۱ (۲n+۱)
جمع‌کننده‌ها	m+۱ (۲+m-۱)	۲m+۱ (n+۱)	m+۱ (۱+m)	۲m+۳ (۲n-(n-۳))
نقاط پخش سیگنال	۲m+۱ (n+۱)	m+۱ (۲+m-۱)	۲m+۳ (۲n-(n-۳))	m+۱ (۱+m)

جدول (۴-۱) مشخصات ساختارهای موازی

(۵.۲.۱) کنترل‌کننده PID

تابع تبدیل پالس کنترل‌کننده دیجیتال PID به صورت:

$$D(z) = k_p + \frac{k_i T}{z-1} \left(\frac{z+1}{z} \right) + \frac{k_D}{T} \left(\frac{z-1}{z} \right) \quad (۱۷-۱)$$

است. که در آن k_p بهره قسمت تناسبی، k_I بهره انتگرالگیر و k_D بهره مشتق‌گیر است. این تابع تبدیل پالس را می‌توان مطابق شکل (۹-۱) اجراء کرد. در این شکل، جملات تناسبی، انتگرال و مشتق بطور جداگانه اجراء و در خروجی با همدیگر جمع شده‌اند.

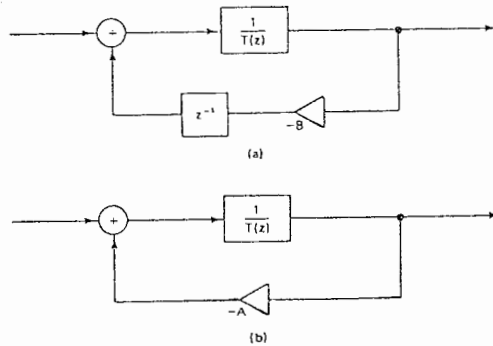
$$D(z) = A_0 + \frac{1}{B_1 z^{-1} + \frac{1}{A_1 + \frac{1}{B_2 z^{-1} + \frac{1}{A_2 + \frac{1}{B_n z^{-1} + \frac{1}{A_n}}}}}} \quad (19-1)$$

برای تحقق (۱۹-۱)، ابتدا توابع تبدیل: A_i و B_i ثابتهای حقیقی هستند که از a_i و b_i ناشی شده‌اند. اگر $a_n = 0$ آنگاه $A_n = 0$ می‌شود.

$$G_1(z) = \frac{1}{Bz^{-1} + T(z)} \quad (20-1)$$

$$G_2(z) = \frac{1}{A + T(z)}$$

به صورت بلوک دیاگرام مطابق شکل (۱۰-۱) تحقق داده می‌شوند.



شکل (۱۰-۱) تحقق $G_1(z)(a)$, $G_2(z)(b)$

برای معادله نردبانی $D(z)$ معادله (۱-۱) را به صورت:

$$D(z) = A_0 + \frac{1}{B_1 z^{-1} + T_1(z)}$$

درآورده و مطابق شکل (۱۱-۱a) اجراء می‌کنیم. سپس $T_1(z)$ به صورت:

$$T_1(z) = \frac{1}{A_1 + T_2(z)}$$

$$\frac{1}{T_1(z)} = A_1 + T_2(z)$$

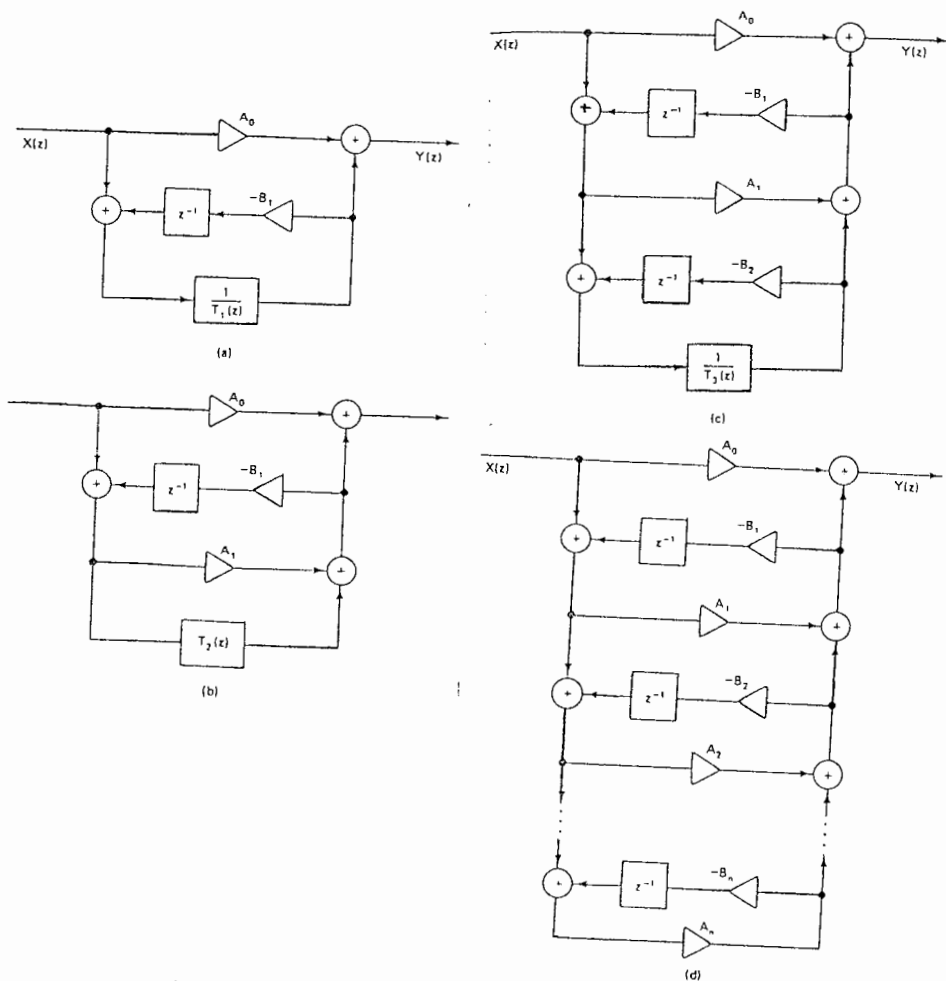
بیان می‌شود. تحقق مربوط به $\frac{1}{T_1(z)}$ در شکل (۱۱-۱a) قرار داده می‌شود. حاصل این کار شکل

(۱۱-۱b) است مرحله سوم بیان $T_2(z)$ به صورت:

$$T_2(z) = \frac{1}{B_2 z^{-1} + T_3(z)}$$

است که روش تفحق این حالت با تفحق مرحله اول یکسان است (شکل (۱۱-۱۰)). این فرآیند آنقدر تکرار می شود تا ساختار نردبانی شکل (۱۱-۱d) حاصل شود.

برای فیلتر دیجیتال معادله (۱-۱) ساختارهای نردبانی متفاوتی وجود دارد که در مراجع [۷] و [۲۲] بررسی شده اند تفحق نردبانی فیلتر دیجیتال در مقایسه با سایر تفحقها دارای حساسیت ضرایب کمتر و دقت بیشتر است. برای محاسبه پاسخ زمانی تفحق نردبانی، قبل از محاسبه خروجی بایستی $2n$ معادله تفاضلی را حل کرد. ساختار نردبانی از حداقل تعداد تأخیردهنده ها استفاده می کند و ساختاری کانونیک است. این ساختار به $(2n+1)$ ضرب کننده و $(2n)$ نقطه پخش سیگنال نیاز دارد.



شکل (۱۱-۱) تفحق نردبانی: (a) مرحله اول، (b) مرحله دوم، (c) مرحله سوم، (d) مرحله آخر

(۷.۲.۱) فیلتر دیجیتال موجی^۱

در اجرای فیلتر دیجیتال، اثر کوانتیزاسیون ضرایب را می‌توان با استفاده از ساختارهای کم حساسیت^۲، پائین نگه داشت. چنین ساختارهایی را می‌توان مستقیماً با تحقق تابع تبدیل (۱-۱) به صورت سری یا موازی مدولهای درجه دوم به دست آورد که این ساختارها در بخش قبل به تفصیل بررسی شدند.

ساختارهای کم حساسیت دیگر را می‌توان با استفاده از سنتزی^۳ که توسط فتوایز^۴ شروع [۱۴]، [۱۵] و توسط سدلمایر^۵ و فتوایز [۱۶]، [۱۷] توسعه داده شد به دست آورد. در این تقریب ابتدا یک فیلتر LC مختوم^۶ طوری طراحی می‌شود که در مشخصات مطلوب صدق کند. سپس با جایگذاری عناصر آنالوگ با تحقق‌های دیجیتال مناسب، فیلتر LC به یک فیلتر دیجیتال تبدیل می‌شود. این سنتز بر پایه مشخصات شبکه موجی است، از این رو ساختار منتهی را فیلتر دیجیتال موجی می‌نامند. چون فیلترهای LC مختوم ذاتاً ساختارهای کم حساسیت هستند، حساسیت کم برای فیلتر طراحی شده حاصل می‌شود. لذا در این بخش فیلترهای دیجیتال موجی بررسی می‌شوند.

(۱.۷.۲.۱) مشخصات شبکه موجی

شبکه n -سر شکل (۱-۱۲) را می‌توان با مجموعه معادلات:

$$A_k = V_k + I_k R_k \quad \text{و} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (21-1)$$

$$B_k = V_k - I_k R_k$$

مشخص کرد. A_k و B_k کمیت‌های موجی اتفاقی و انعکاسی^۷ نامیده می‌شوند. R_k مقاومت سر k ام شبکه است.

۱. Wane Digital Filters

۲. Low sensitivity

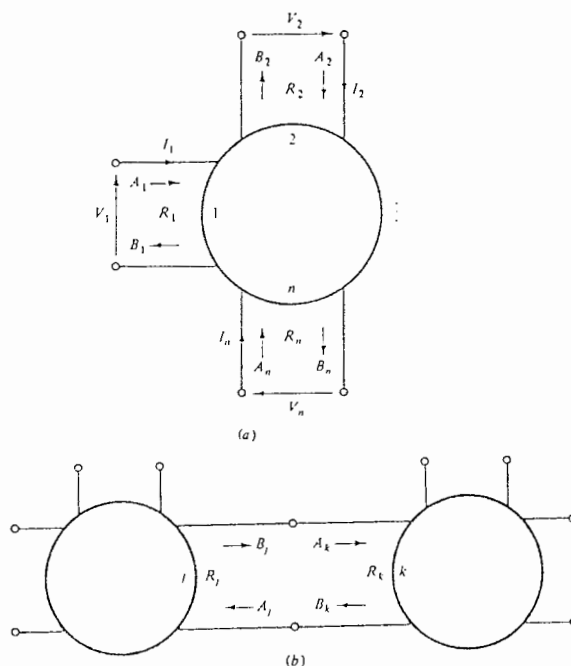
۳. Synthesis

۴. Fettwise

۵. Sdlmeyer

۶. Equally Terminated Lc Filters

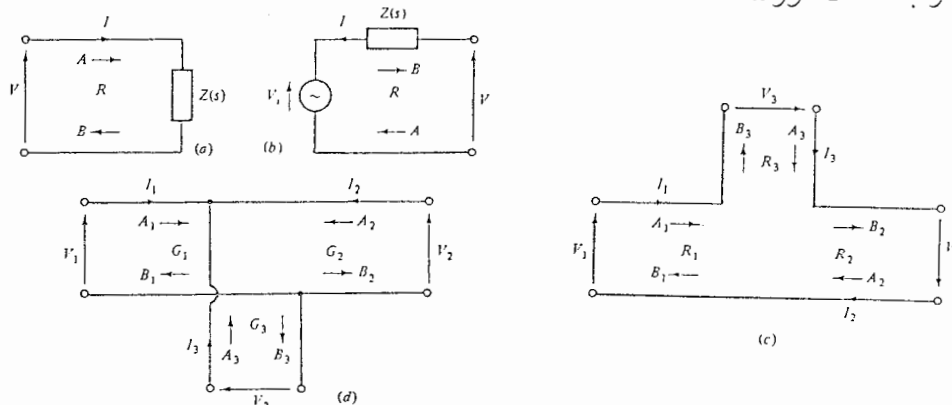
۷. Incident and Reflected



شکل (۱۲-۱) (a) شبکه آنالوگ π -سر، (b) اتصال داخلی شبکه‌های π -سر

برای سری کردن دو شبکه π -سر همانند شکل (۱۲-۱b) لازم است که $R_j = R_k$ و در نتیجه $A_k = B_j$ و $A_j = B_k$ باشد. یعنی اختصاص دادن مقاومتهای مساوی به سرهایی که به یکدیگر متصل می‌شوند، جهت حفظ پیوستگی موج جریان ضروری است.

یک فیلتر LC مجموعه‌ای از امپدانسها ($\frac{1}{CS}$ ، LS ، R)، منبع (جریان یا ولتاژ) و یک تعداد از اتصالات سیمی سه‌سر سری یا موازی است که در شکل (۱۳-۱) آمده است. با محاسبه تحقق دیجیتال این عناصر و جایگذاری عناصر آنالوگ با معادل دیجیتال، می‌توان تحقق فیلتر دیجیتال موجی را به دست آورد.



شکل (۱۳-۱) (a) امپدانس، (b) منبع ولتاژ، (c) اتصال سیمی سری، (d) اتصال سیمی موازی

(۲.۷.۲.۱) تحقق دیجیتال عناصر آنالوگ

تحقق دیجیتال عناصر آنالوگ براساس الگوریتم زیر به دست می آید:

۱- عنصر را براساس مشخصات موجی بیان کنید.

۲- با استفاده از معادلات گره و حلقه و تبدیل دو خطی $s = \frac{2}{T} \times \frac{z-1}{z+1}$ ، متغیرهای V_k ، I_k و s را حذف کنید.

۳- کمیت‌های موجی انعکاسی (B_k) را بر حسب کمیت‌های موجی اتفاقی (A_k) بیان کنید.

۴- با استفاده از تأخیر دهنده، جمع کننده، معکوس کننده و ضرب کننده، مجموعه معادلات حاصل را اجراء کنید.

امپدانس

امپدانس به شکل کلی

$$z(s) = s^\lambda R_x \quad (22-1)$$

است که در آن R_x یک ثابت مثبت است و $\lambda = -1$ برای خازن، $\lambda = 0$ برای مقاومت و $\lambda = 1$ برای سلف است. از معادله (۲۲-۱) و شکل (۱۳-۱) می توان نوشت:

$$A = V + IR$$

$$B = V - IR \quad (23-1)$$

$$V = IZ(s)$$

با حذف V و I از معادله (۲۳-۱) و سپس انتقال به حوزه z با استفاده از تبدیل دو خطی:

$$B = f(z)A \quad (24-1)$$

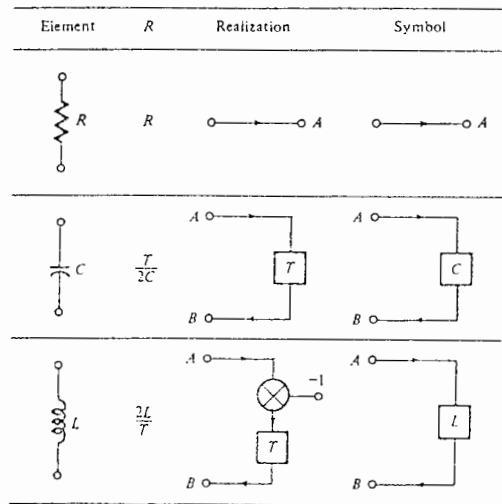
$$f(z) = \frac{z(s)-R}{z(s)+R} \quad s = \frac{2}{T} \times \frac{z-1}{z+1}$$

حال اگر $R = (\frac{2}{T})^\lambda R_x$ انتخاب شود، با جایگذاری این عبارت در معادلات (۲۳-۱) و (۲۴-۱)

$$f(z) = \begin{cases} z^{-1} & \lambda = -1 \\ 0 & \lambda = 0 \\ -z^{-1} & \lambda = 1 \end{cases} \quad \text{معادله زیر بدست می آید:}$$

تحقق معادله (۲۴-۱) در شکل (۱۴-۱) آمده است. از این شکل مشاهده می شود که مقاومت

به گره خروجی دیجیتال، خازن به تأخیر دهنده و سلف به تأخیر دهنده سری با یک معکوس کننده تبدیل می شود.



شکل (۱-۱۳) تحقق دیجیتالی امپدانس

منابع ولتاژ

برای منابع ولتاژ شکل (۱۳-۱b) با $Z(s) = s^{\lambda} R_x$ روابط زیر به دست می آیند:

$$A = V + IR$$

$$B = V - IR$$

$$V = IZ(s) - V_i$$

با حذف V, I و s :

$$B = f_1(z)V_i + f_2(z)A$$

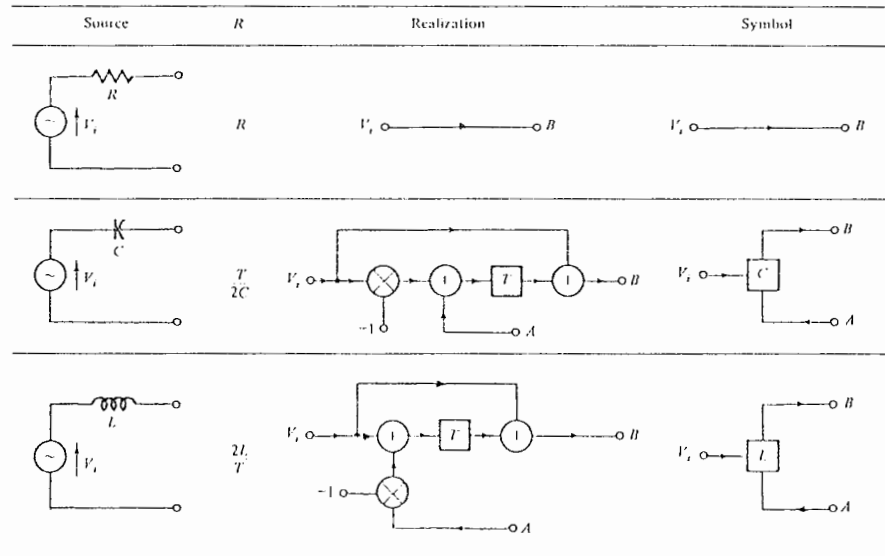
$$f_1(z) = \frac{2R}{R + Z(s)} \quad s = \frac{2}{T} \times \frac{z-1}{z+1} \quad (25-1)$$

$$f_2(z) = \frac{z(s) - R}{z(s) + R} \quad s = \frac{2}{T} \times \frac{z-1}{z+1}$$

با انتخاب $R = \left(\frac{2}{T}\right)^{\lambda} R_x$ ، $f_1(z)$ و $f_2(z)$ به صورت زیر درمی آیند:

$$f_2(z) = \begin{cases} z^{-1} & \lambda = -1 \\ 0 & \lambda = 0 \text{ و } \\ -z^{-1} & \lambda = 1 \end{cases} \quad f_1(z) = \begin{cases} 1-z^{-1} & \lambda = -1 \\ 1 & \lambda = 0 \\ 1+z^{-1} & \lambda = 1 \end{cases}$$

بنابراین معادلات (۲۸-۱) به تحققهای منابع خازنی، مقاومتی و سلفی شکل (۱۵-۱) منجر می‌شوند.



شکل (۱۵-۱) تحقق دیجیتالی منابع ولتاژ

اتصالات سیمی سری

تقریب به کار رفته برای امیدانسیها و منابع ولتاژ را می‌توان برای اتصالات سیمی نیز به کار برد. برای اتصال سیمی سری شکل (۱۳-۱۰):

$$I_1 = I_2 = I_3, \quad V_1 + V_2 + V_3 = 0$$

با حذف ولتاژ و جریانهها به معادله ماتریسی:

$$B = (I - M_S)A \tag{۱-۲۶}$$

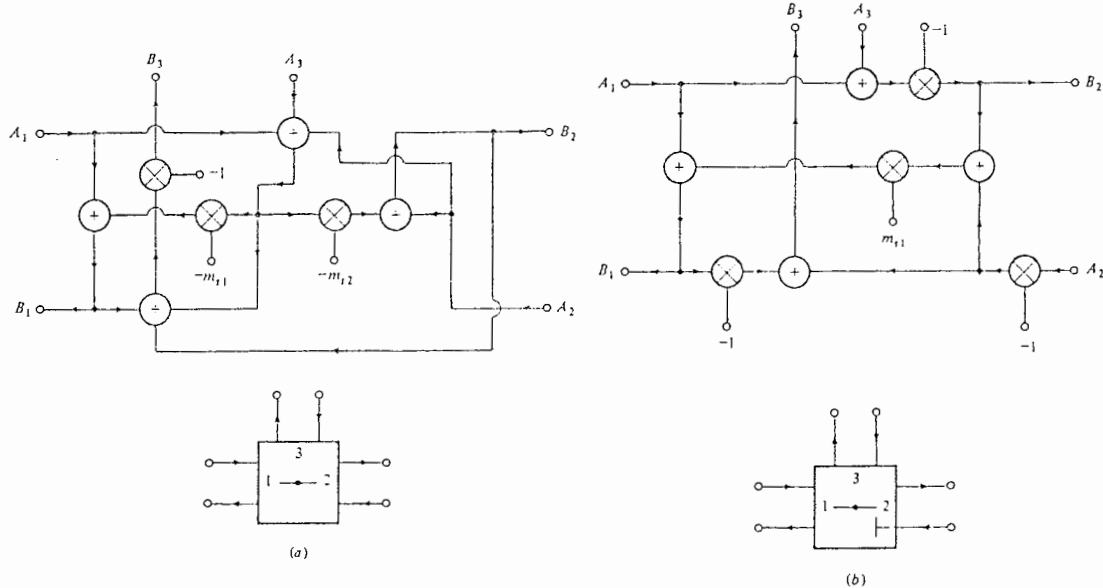
می‌رسیم. در این معادله I ماتریس همانی ۳×۳ و A و B بردارهای ستونی هستند و

$$M_S = \begin{bmatrix} m_{S1} & m_{S1} & m_{S1} \\ m_{S2} & m_{S2} & m_{S2} \\ m_{S3} & m_{S3} & m_{S3} \end{bmatrix}, \quad m_{S3} = 2 - m_{S1} - m_{S2}$$

$$m_{Sk} = \frac{2R_k}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad k = 1, 2 \tag{۲۷-۱}$$

تحقق معادله (۲۶-۱) در شکل (۱۶-۱) آمده است. این تحقق، آداپتور نوع S_p نامیده می‌شود زیرا از سری کردن دو آداپتور ضرب‌کننده حاصل شده است. اگر R_p نامشخص باشد قرار می‌دهیم

لذا $R_p = R_1 + R_2$. با به کار بردن این معادله در معادله (۲۷-۱)، $m_{s1} = \frac{R_1}{R_p}$ و $m_{s2} = 1$ به دست می آید. لذا آداپتور فوق با این انتخاب برای R_2 به صورت ساده یک آداپتور ضرب کننده سری درمی آید که آنرا آداپتور نوع s_1 می نامند.



شکل (۱۶-۱) (a) آداپتور نوع s_2 ، (b) آداپتور نوع s_1

اتصالات سیمی موازی

مشابه حالت سری برای اتصال سیمی موازی شکل (۱۳-۱d):

$$V_1 = V_2 = V_3, \quad I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

با استفاده از معادله (۲۳-۱) و حذف ولتاژها و جریانها، معادله ماتریسی

$$M_p = \begin{bmatrix} m_{p1} & m_{p1} & m_{p1} \\ m_{p2} & m_{p2} & m_{p2} \\ m_{p3} & m_{p3} & m_{p3} \end{bmatrix}, \quad m_{p3} = 2 - m_{p1} - m_{p2}$$

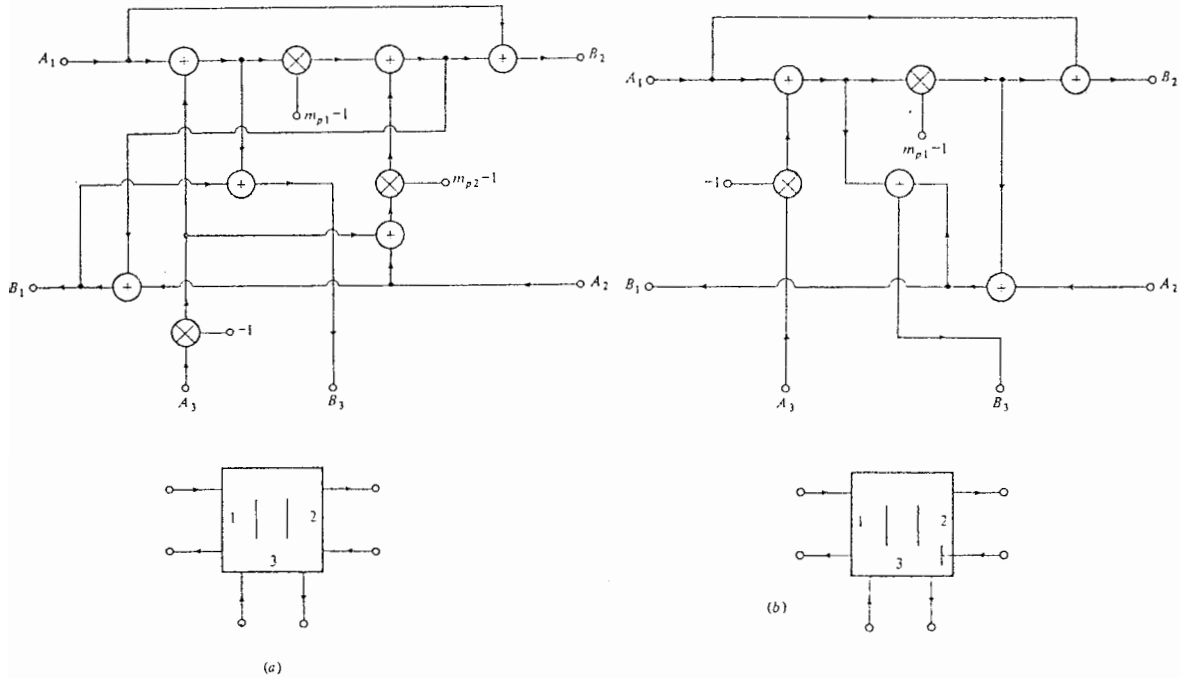
$$B = (M_p - I)A \tag{۲۸-۱}$$

$$m_{pk} = \frac{2G_k}{G_1 + G_2 + G_3}, \quad k=1,2 \tag{۲۹-۱}$$

به دست می آید. در معادله (۲۹-۱)، G_k هدایت سر k ام است. در شکل (۱۷-۱a) تحقق معادله

(۲۸-۱) (آداپتور نوع P_p) آمده است. در حالتی که G_2 نامشخص باشد قرار می دهیم: $G_p = G_1 + G_3$.

با جایگذاری این معادله در (۲۹-۱)، $m_{p1} = \frac{G_1}{G_p}$ و $m_{p2} = 1$ به دست می آید. با استفاده از معادلات به دست آمده تحقق آداپتور نوع P_1 مطابق شکل (۱۷-۱b) به دست می آید.



شکل (۱۷-۱) (a) آداپتور نوع p_2 ، (b) آداپتور نوع p_1

محدودیت تحقق

شبکه‌های دیجیتال شامل حلقه‌های تأخیر - آزاد^۱ تحقق ناپذیر هستند. زیرا در این شبکه‌ها سیگنال‌های گره‌های مشخصی قابل محاسبه نیستند. در شبکه‌های اخیر چنین حلقه‌هایی وجود ندارند. اما اگر سرهای آداپتور با مسیرهای مستقیم اتصال داخلی شوند، این حالت ممکن است روی دهد. از طرفی تنها سر بدون مسیر مستقیم، سر دوم آداپتورهای s_1 و p_1 است. لذا هر اتصال مستقیم بین سرهای آداپتور بایستی شامل سر ۲ آداپتورهای s_1 و p_1 باشد.

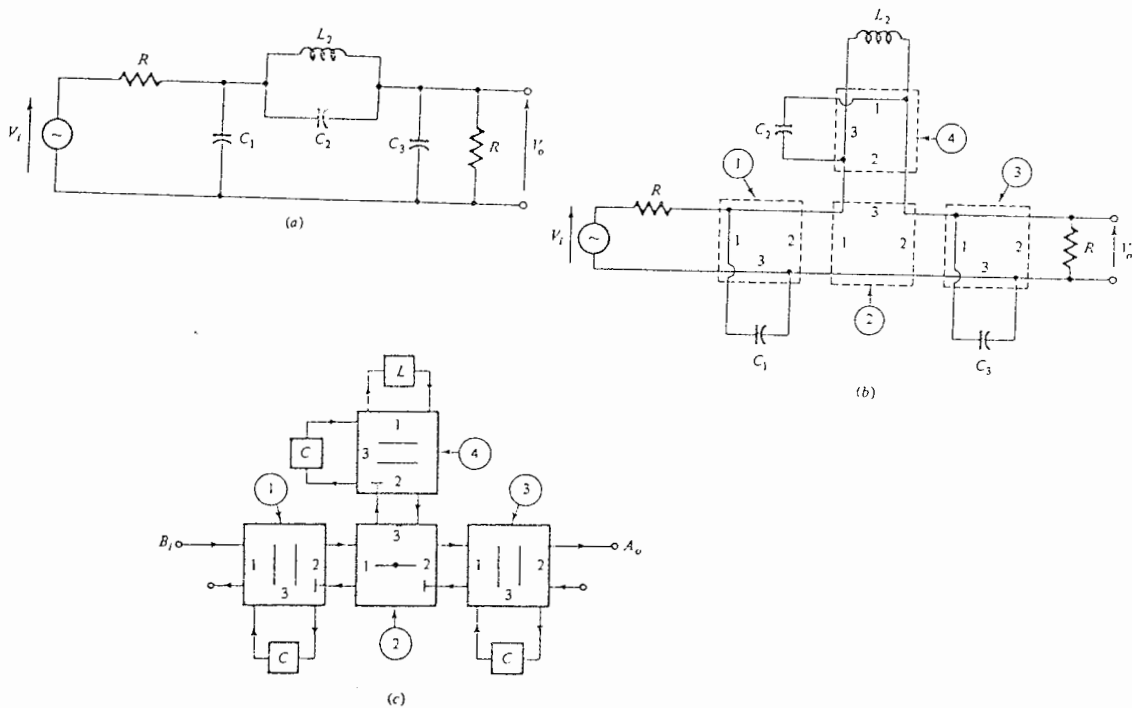
(۳.۷.۲.۱) تحقق فیلتر دیجیتال

با در دست داشتن تحقق دیجیتال عناصر آنالوگ، فیلتر دیجیتال موجی یک فیلتر LC براساس

۱. Delay - Free Loop

آلگوریتم زیر به دست می آید:

- ۱- اتصالات سیمی سری و موازی فیلتر LC را شناسائی کنید و سرهای آنها را طوری شماره گذاری کنید که هر اتصال مستقیم بین سرهای اتصال سیمی شامل سر ۲ باشد.
 - ۲- امپدانسها را به سرهای اتصال سیمی اختصاص دهید. به سر مختوم به امپدانس $s^k R_x$ یا مختوم به یک منبع ولتاژ با امپدانس داخلی $s^k R_x$ ، مقاومت سر $(\frac{2}{T})^k R_x$ را اختصاص دهید. سپس امپدانس سرهای نامشخص را برای داشتن آداپتورهای نوع s_1 و p_1 انتخاب کنید. دقت کنید که معادله $R_j = R_k$ برای سرهای j و k که به هم وصل می شوند، همواره برقرار باشد.
 - ۳- برای آداپتورهای مختلف ثابتهای ضرب کننده را محاسبه نمایید.
 - ۴- هر عنصر آنالوگ را در فیلتر LC! مطلوب با تحقق دیجیتال آن جایگزین کنید.
- شکل (۱۸-۱) کاربرد این آلگوریتم را برای یک فیلتر LC که در شکل (۱۸-۱a) آمده است، نشان می دهد. اتصالات سیمی شناسائی شده در شکل (۱۸-۱b) و فیلتر دیجیتال موجی در شکل (۱۸-۱c) آمده است.



شکل (۱۸-۱) (a) فیلتر بیضوی پائین گذر، (b) شناسائی اتصالات سیمی،

(c) فیلتر دیجیتال موجی

(۴.۷.۲.۱) کاهش تعداد عناصر دیجیتال

قیمت و سرعت فیلتر دیجیتال با تعداد کل ضرب‌کننده‌ها، جمع‌کننده‌ها و واحدهای تأخیر آن متناسب است. با افزایش تعداد عناصر فیلتر قیمت آن افزایش و سرعت آن کاهش می‌یابد. بنابراین ضروری است که تعداد کل عناصر تشکیل‌دهنده فیلتر دیجیتال حداقل شود.

تعداد عناصر تشکیل‌دهنده فیلتر دیجیتال موجی را گاهی اوقات می‌توان با استفاده از یک جفت تبدیل امپدانس که برای اولین بار توسط براتون در حوزه فیلترهای فعال استفاده شد، کاهش داد [۲]، [۱۷]. این تبدیلات عناصر امپدانس s^2 و ادمتیانس s^2 ایجاد می‌کنند، که تحت عنوان مقاومتهای منفی وابسته فرکانسی^۳ (FDNR) شناخته می‌شوند. معادلات ولتاژ - جریان امپدانس - s^2 به صورت:

$$V = s^2 EI$$

و ادمتیانس - s^2 به صورت:

$$I = s^2 DV$$

است. که E و D ثابتهای مثبت هستند. FDNRها با سمبل‌های شکل (۱-۱۹) نشان داده می‌شوند. تحقق دیجیتال این عناصر مطابق شکل (۱-۱۹) با جایگذاری $+2$ یا -2 در معادلات (۱-۲۲) الی (۱-۲۴) به دست می‌آید.

امپدانس $Z(s)$ فیلتر LC طبق تبدیل

$$Z(s) \rightarrow sZ(s) \quad (۱-۳۰)$$

تصحیح می‌شود. بنابراین امپدانسهای R_x و $\frac{R_x}{s}$ به sR_x و s^2R_x تبدیل می‌شوند. یعنی مقاومت به سلف، خازن به مقاومت و سلف به عنصر امپدانس s^2 تبدیل می‌شود. به

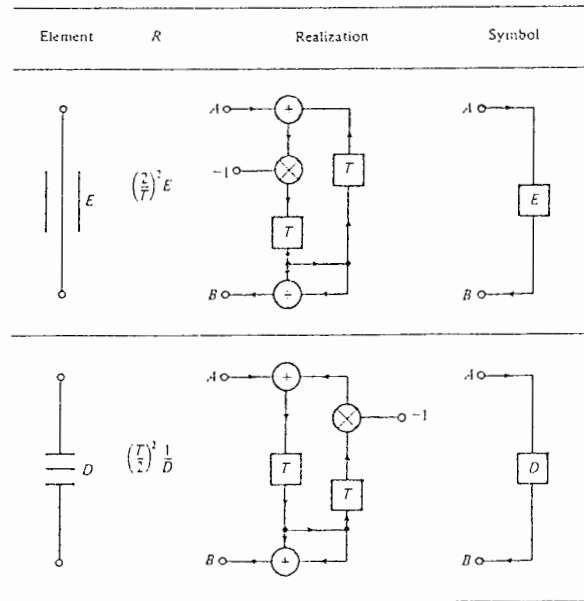
طور مشابه اگر از تبدیل امپدانس

$$Z(s) \rightarrow \frac{Z(s)}{s} \quad (۱-۳۱)$$

۱. s^2 - Impedance

۲. s^2 - Admittance

۳. Frequency - Dependent Negative Resistance



شکل (۱-۱۹) عناصر FDNR و تحقق دیجیتال آنها

استفاده شود، مقاومت به خازن، خازن به عنصر ادمیتانس s^2 و سلف به مقاومت تبدیل می‌شود. این تبدیل امپدانسها، تابع تبدیل پالس و حساسیت شبکه اولیه را تغییر نمی‌دهند. با تبدیل فیلتر LC توسط معادلات (۱-۳۰) و (۱-۳۲) قبل از تحقق دیجیتال آن ساختار کم حساسیت دیگری به دست می‌آید که با ساختار دیجیتال کم حساسیت اولیه تشکیل یک جفت ساختار کم حساسیت را می‌دهند. اثر تبدیل امپدانسهای فوق بر تعداد عناصر تشکیل دهنده فیلتر دیجیتال به صورت زیر است:

۱- تبدیل خازن (سلف) به مقاومت تعداد عناصر را کاهش می‌دهد. زیرا اولاً تحقق یک مقاومت عبارت از یک گره خروجی است. ثانیاً آداپتور با سرهای مقاومتی را می‌توان با حذف جمع‌کننده‌های اضافی ساده کرد.

۲- تبدیل سلف (خازن) به امپدانس s^2 (ادمیتانس s^2) و مقاومت به سلف (خازن) تعداد عناصر تشکیل دهنده را کاهش می‌دهد. در فیلتر LC با تعداد زیاد خازن و تعداد کم سلف و برعکس استفاده از معادلات (۱-۳۰) و (۱-۳۱) به اقتصادی شدن فیلتر منجر می‌شود.

(۳.۱) اجرای سخت‌افزاری فیلتر دیجیتال

برای اجرای سخت‌افزاری فیلتر دیجیتال شکلها و کاربردهای مختلفی را می‌توان در نظر گرفت. این اجراء می‌تواند کامپیوتر طراحی شده که به اجرای الگوریتم‌های نسبتاً ساده در ارتباط با فیلتر دیجیتال اختصاص یافته است و یا یک قطعه سخت‌افزاری ویژه که برای انجام کارهای فیلتری خاص طراحی شده است، همانند فیلترهایی که در سیستم‌های ارتباطی به کار می‌رود، باشد. در این بخش به بررسی فیلترهای دیجیتال که به صورت قطعه‌های سخت‌افزاری طراحی شده‌اند پرداخته می‌شود و از سه تقریب ویژه برای اجرای سخت‌افزاری استفاده می‌شود.

اجرای سخت‌افزاری فیلتر دیجیتال از طریق الگوریتم زیر انجام می‌شود:

۱- ساختار فیلتر را انتخاب کنید.

۲- یکی از روشهای محاسبات منطقی ممیز شناور^۱ و ممیز ثابت^۲ را انتخاب کنید.

۳- یکی از سیستمهای عددی علامت‌دار^۳ یا متمم دو^۴ را انتخاب کنید.

۴- یکی از روشهای پردازش سری یا موازی را انتخاب کنید.

۵- یکی از ابزارهای محاسباتی را انتخاب کنید.

چون پیش روی طراح بیشمار روش برای اجرای فیلتر دیجیتال وجود دارد، اجراء می‌تواند دارای شکلهای متنوع باشد. در ادامه این بخش سه اجراء ممیز ثابت ویژه که اولی توسط جکسون، کایزر و مک‌دونالد [۱۹] و دومی توسط پلدولیو [۱۸] و سومی توسط مونکوویچ و استینارت [۲۳] ارائه شده‌اند، بررسی می‌شوند.

(۱.۳.۱) اجرای جکسون - کایزر - مک‌دونالد (JKM)

در تقریب JKM، فیلتر به صورت اتصال سری یا موازی از مدولهای کانونیک درجه دوم اجراء می‌شود. در این اجراء سیگنالها در سیستم عددی متمم دو بیان می‌شوند و ضرایب فیلتر دیجیتال به صورت علامت‌دار ذخیره می‌شوند. عمل جمع توسط جمع‌کننده متمم دوی شکل

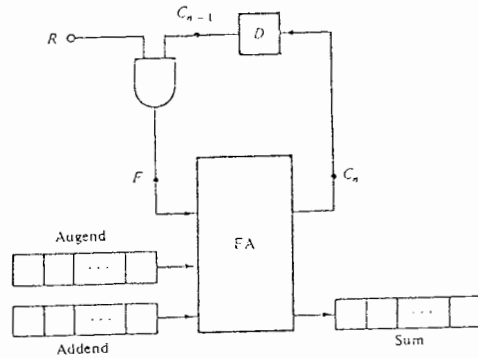
۱- Floating Point

۲- Fixed - Point

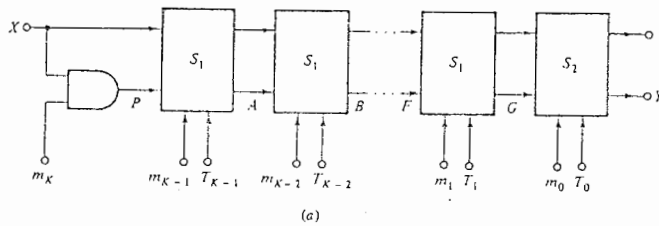
۳- Signed Magnitude

۴- Two's Complement

(۲۰-۱) و عمل ضرب توسط ضرب‌کننده منطقی شکل (۲۱-۱) انجام می‌شود.



شکل (۲۰-۱) جمع‌کننده سریال متمم دو



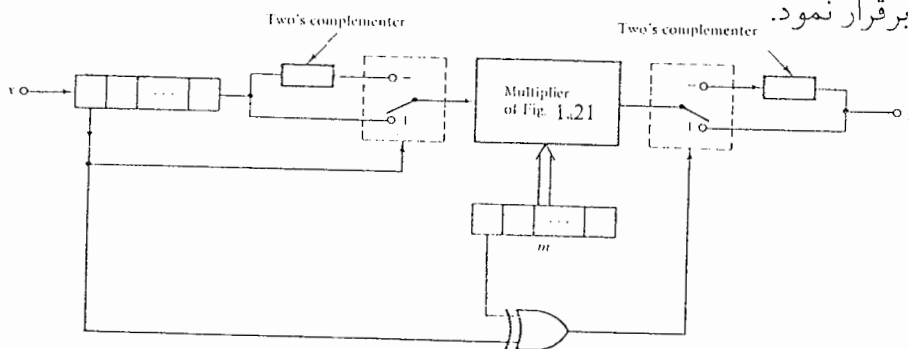
(a)

$$\begin{array}{r}
 x_0 x_1 x_2 \dots x_{N-1} \\
 m_0 m_1 m_2 \dots m_K \\
 \hline
 p_0 p_1 p_2 \dots p_{N-1} \\
 q_0 q_1 q_2 \dots q_{N-1} \\
 a_0 a_1 a_2 \dots a_{N-1} 0 \\
 r_0 r_1 r_2 \dots r_{N-1} \\
 b_0 b_1 b_2 \dots b_{N-1} 00 \\
 \hline
 \dots \dots \dots \\
 f_0 f_1 f_2 \dots f_{N-1} 0 \dots 00 \\
 v_0 v_1 v_2 \dots v_{N-1} \\
 \hline
 s_0 s_1 s_2 \dots s_{N-1} 00 \dots 00 \\
 w_0 w_1 w_2 \dots w_{N-1} \\
 \hline
 f_0 f_1 f_2 \dots f_{N-1} 000 \dots 00 \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{K \text{ zeros}}
 \end{array}$$

شکل (۲۱-۱) ضرب‌کننده (a) و الگوریتم ضرب (b)

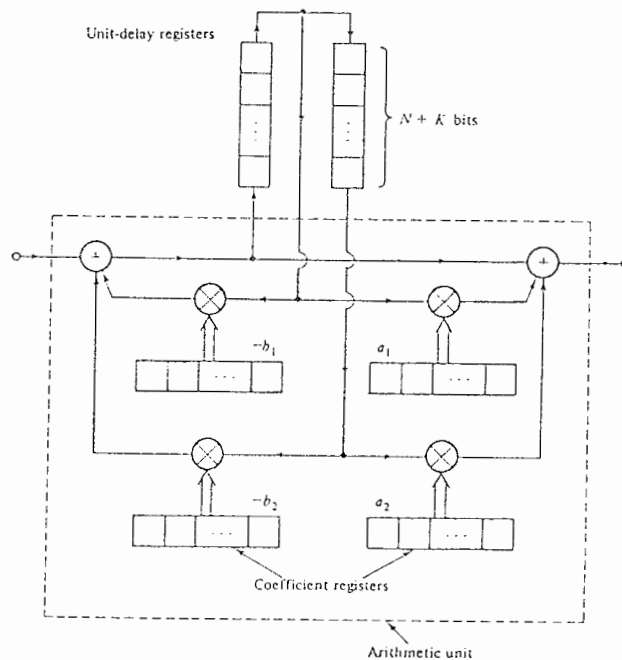
هرگونه ارتباط بین جمع‌کننده و ضرب‌کننده را می‌توان با استفاده از دو متمم دوکننده مطابق

شکل (۲۲-۱) برقرار نمود.



شکل (۲۲-۱) ضرب دو عدد متمم دو با استفاده از یک ضرب‌کننده

تأخیر دهنده‌های یک واحدی با استفاده از شیفت رجسترهای ورودی سریال - خروجی سریال اجراء می‌شوند. از شکل (۲۲-۱) مشاهده می‌شود که N بیت مضروب بایستی قبل از شروع عمل ضرب در دسترس باشند و چون ضرب‌کننده یک تأخیر K بیتی ایجاد می‌کند (اگر $m = m_0, m_1, m_2, \dots, m_k$)، بنابراین رجسترهای تأخیر دهنده بایستی حداقل $N+K$ بیت داشته باشند. اجرای JKM پایه برای مدول درجه دوم در شکل (۲۳-۱) آمده است.



شکل (۲۳-۱) اجرای JKM مدول درجه دوم

در این شکل شیفت رجسترهای $N+K$ بیتی عمل تأخیر واحد برای اجرای z^{-1} از تابع تبدیل پالس مدول درجه دوم را انجام می‌دهند. در واحد محاسبات عملیات جمع توسط جمع‌کننده شکل (۲۰-۱) و ضرب توسط ضرب‌کننده شکل (۲۱-۱) انجام می‌شوند. ضرایب مدول درجه دوم به صورت علامت‌دار در رجسترهای ضرایب نگهداری می‌شوند. برای اجرای تابع تبدیل پالس معادله (۱-۱) با استفاده از روش JKM با تبدیل $D(z)$ به شکل مناسب، مدولهای درجه دوم شکل (۲۳-۱) را با یکدیگر، سری یا موازی قرار می‌دهند.

(۲.۳.۱) اجرای پلد - لیو (PL)

اجرای PL، شبیه اجرای JKM برپایه سیستم عددی متمم دو و سریال است. ویژگی بارز این

روش، این است که جمعها و ضربهای هر بخش با استفاده از یک ROM همراه با یک جمع کننده - تفریق کننده به طور همزمان انجام می شوند. اساس کار اجرای PL به صورت زیر است.

معادله تفاضلی درجه دوم:

$$y(n) = a_0 x(n) + a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) - b_1 y(n-1) - b_2 y(n-2) \quad (32-1)$$

را در نظر بگیرید و فرض کنید:

$$\tilde{x}(n) = \prod_{i=0}^n x_i(n)$$

$$\tilde{y}(n) = \prod_{i=0}^n y_i(n)$$

متمم دوی $x(n)$ و $y(n)$ باشند. همچنین فرض کنید که \tilde{a}_i و \tilde{b}_i متمم دو a_i و b_i باشند.

$$x(n) = -x_0(n) + \sum_{i=1}^L x_i(n) \cdot 2^{-i} \quad \text{اعداد } x(n) \text{ و } y(n) \text{ به صورت:}$$

$$y(n) = -y_0(n) + \sum_{i=1}^L y_i(n) \cdot 2^{-i}$$

بیان می شوند. بنابراین معادله (32-1) به صورت زیر در می آید:

$$y(n) = \sum_{i=1}^L 2^{-i} \cdot [a_0 x_i(n) + a_1 x_i(n-1) + a_2 x_i(n-2) - b_1 y_i(n-1) - b_2 y_i(n-2)]$$

$$- [a_0 x_0(n) + a_1 x_0(n-1) + a_2 x_0(n-2) - b_1 y_0(n-1) - b_2 y_0(n-2)]$$

و متمم دو آن عبارت است از:

$$\tilde{y}(n) = \sum_{i=1}^L (2^{-i})_2 \cdot F_i - F_0$$

$$F_i = \tilde{a}_0 x_i(n) + \tilde{a}_1 x_i(n-1) + \tilde{a}_2 x_i(n-2) + (-\tilde{b}_1) y_i(n-1) + (-\tilde{b}_2) y_i(n-2)$$

اکنون متمم دوی $y(n)$ از الگوریتم زیر به دست می آید:

۱- رجستر آکومولاتور را پاک کنید.

۲- F_i را برای $i=L$ محاسبه کنید.

۳- F_i را با محتویات آکومولاتور جمع کنید (جمع متمم دو).

۴- محتویات آکومولاتور را یک بیت به سمت راست شیفت دهید (شیفت متمم دو)

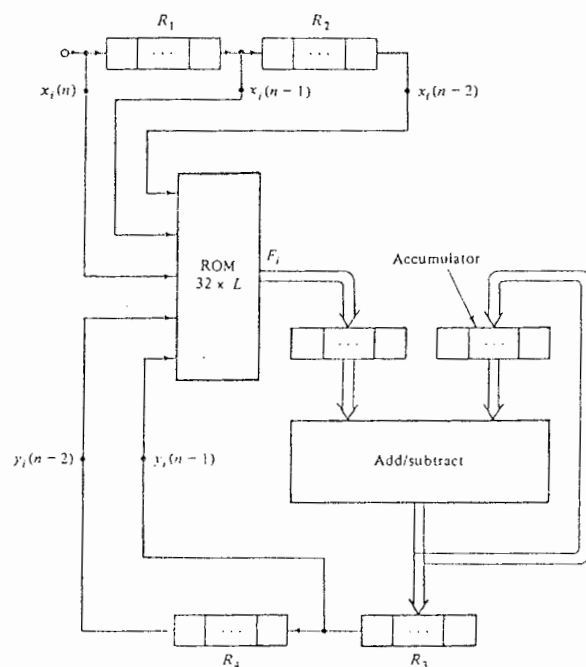
۵- مراحل ۲ تا ۴ را برای ۱ و ... و ۲- L و ۱- L تکرار کنید.

۶- F_0 را محاسبه کنید.

۷- F_0 را از محتویات آکومولاتور کم کنید (تفریق ممتد دو).

سی و دو مقدار ممکن F_i ، با استفاده از یک $32 \times L$ ROM تولید می شوند. بنابراین الگوریتم

فوق با استفاده از بخش PL شکل (۲۴-۱) اجراء می شود.



شکل (۲۴-۱) اجراء PL مدول درجه دوّم

لازم به ذکر است که اجراء PL نیز فیلتر دیجیتال درجه n را به صورت اتصال سری یا موازی

مدولهای درجه دوّم شکل (۲۴-۱) اجراء می کند. شکل (۲۵-۱) ساختار موازی و اجراء یک فیلتر

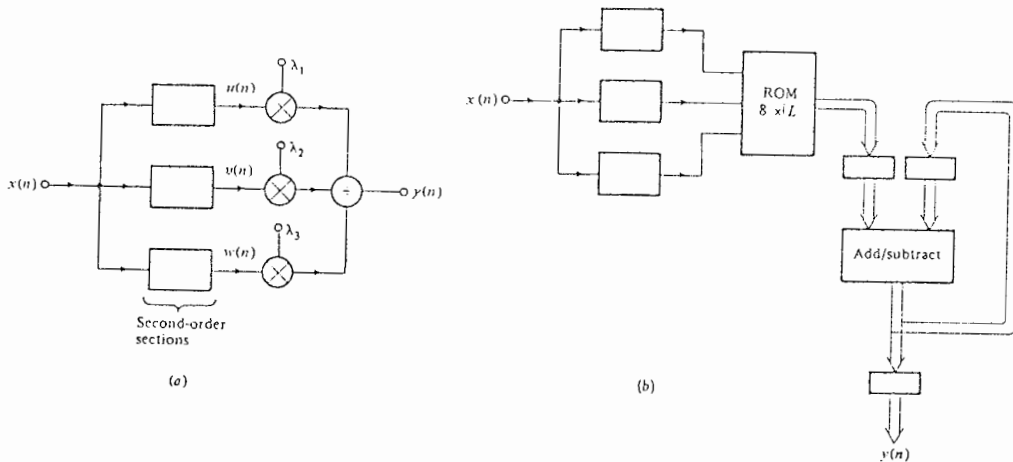
درجه ششم را نشان می دهد. از شکل (۲۵-۱a):

$$y(n) = \lambda_u u(n) + \lambda_v v(n) + \lambda_w w(n)$$

$$\tilde{y}(n) = \sum_{i=1}^{L_i} (\gamma^{-i})_{\gamma} \cdot F_i - F_0$$

$$F_i = \tilde{\lambda}_u u_i(n) + \tilde{\lambda}_v v_i(n) + \tilde{\lambda}_w w_i(n)$$

هر یک از مدولهای درجه دوم که با جعبه‌های مستطیلی نشان داده شده‌اند با استفاده از اجرای PL شکل (۱-۲۴) اجراء می‌شوند و ضرب‌کننده‌های $\tilde{\lambda}_1$ ، $\tilde{\lambda}_2$ ، $\tilde{\lambda}_3$ همراه با جمع‌کننده خروجی با استفاده از یک ROM $8 \times L$ و یک تفریق‌کننده - جمع‌کننده اجراء می‌شود شکل (۱b-۲۵).



شکل (۱-۲۵) اجراء موازی یک فیلتر درجه ششم

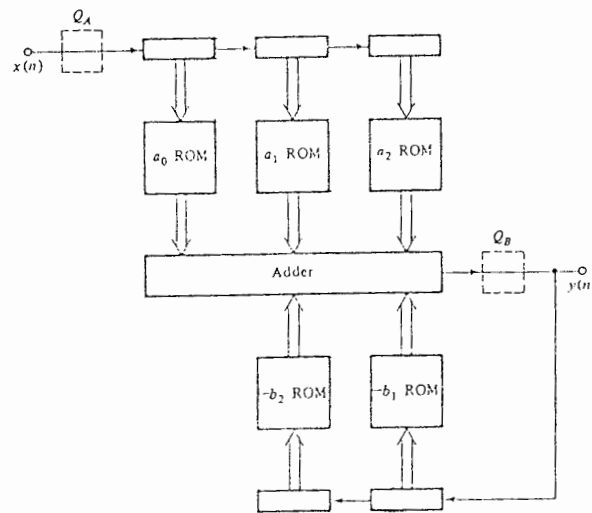
(a) ساختار موازی (b) اجراء PL

(۳.۳.۱) اجراء منکوپیچ - استینارت (MS)

در اجراء MS مشابه اجراء PL نیاز به ضرب‌کننده‌ها با استفاده از ROMها مرتفع می‌شود. در این اجراء نیز تابع تبدیل پالس فیلتر دیجیتال درجه n به شکل مناسبی از مدولهای درجه دوم در می‌آید. سپس این مدولها با یکدیگر سری یا موازی می‌شوند. اجراء MS مدول درجه دوم در شکل (۱-۲۶) آمده است. در این شکل جمع‌کننده می‌تواند در هر دو مُد موازی یا سریال عمل کند. برای ذخیره حاصل ضربهای ضریب - سیگنال^۱ از ROMها استفاده می‌شود. لذا ظرفیت حافظه مورد نیاز قابل توجه است. به عنوان نمونه اگر سیگنالها و ضرایب سیزده بیتی باشند، حافظه مورد نیاز برابر $106496 = 13 \times 2^{13}$ بیت است. ولی اگر با استفاده از یک کوانتیزه کننده سیگنال ورودی به صورت کوانتیزاسیون لگاریتمی درآید، مقادیر ممکن سیگنال به 2^7 یا 2^8 قابل کاهش است. به این ترتیب

ظرفیت حافظه تا سطح قابل قبول کاهش می یابد.

در شکل (۱-۲۶) کوانتیزه کننده های Q_A و Q_B عمل کوانتیزاسیون لگاریتمی را انجام می دهند ROMها برای تولید حاصل ضربهای ضریب - سیگنال درست، برنامه ریزی می شوند. کوانتیزه کننده خروجی، سیگنالهای فیدبک را به صورت کوانتیزه در می آورد. لازم به ذکر است که عمل کوانتیزاسیون به تفصیل در فصل دوم بررسی می شود.



شکل (۱-۲۶) اجرای MS مدول درجه دوم

مقایسه

اجرای PL از نقطه نظر تلفات توان، سرعت و هزینه ساخت و یا حداقل از نظر تکنولوژی ساخت بهتر از اجرای JKM است. از سوی دیگر اجرای JKM دارای قابلیت انعطاف بیشتری است. در کاربردهایی که فیلتر کردن نیاز به استفاده از قابلیت تغییر ندارد، روش PL مناسب تر است. اما در کاربردهایی که نیاز به متغیر زمان یا فیلتر قابل برنامه ریزی دارند اولویت با JKM است. اجرای MS مشابه اجرای PL است. با این تفاوت که سیکلهای جمع آن به تعداد ضرایب کاهش می یابد، بنابراین نسبت به PL سریعتر است.

(۴.۱) اجرای نرم افزاری (اجرای میکرو کامپیوتری) فیلتر دیجیتال

در بخش (۲.۱) ساختارهای مختلف تحقق فیلتر دیجیتال بررسی شد. هر ساختار به وسیله

یک مجموعه از معادلات تفاضلی یکتا توصیف شد. این معادلات برای عملیات جمع، ضرب و تأخیر زمانی مورد نیاز هستند. در بخش حاضر اجرای معادلات تفاضلی فوق توسط میکرو کامپیوتر بررسی می شود. برای محاسبه معادلات تفاضلی ساختارهای سری و موازی بایستی میکرو کامپیوتر به زبان ماشین برنامه ریزی شود.

برای اجرای فیلتر دیجیتال به زبان ماشین از میکرو پروسور ۸۰۸۶ که شانزده بیتی است استفاده می شود. برای آشنائی با ساختار این میکرو پروسور و دستورالعملهای آن می توان به مرجع [۱] یا کتابهای در زمینه میکرو پروسور شانزده بیتی مراجعه کرد.

(۱.۴.۱) اجرای مدولهای درجه دوم

در این بخش اجرای شش مدول درجه دوم بخش (۲.۱) در میکرو پروسور ۸۰۸۶ بررسی می شوند. تمام برنامه های مدولهای درجه دوم بر اساس فلوچارت شکل (۱-۲۷) نوشته می شوند. این فلوچارت پردازش لازم در بازه زمانی $kT \leq t < kT + T$ را ارائه می کند. به عنوان مثال معادلات ساختار 1D را در نظر بگیرید. اگر در بازه زمانی $kT - T \leq t < kT$ مقادیر:

$$T_1 = -b_1 m(k-1) - b_2 m(k-2)$$

$$T_2 = a_1 m(k-1) - a_2 m(k-2) \quad (33-1)$$

محاسبه شوند، آنگاه در بازه $kT \leq t < kT + T$ میتوان با دریافت ورودی $x(k)$ خروجی $y(k)$ را محاسبه کرد:

$$m(k) = x(k) + T_1$$

$$y(k) = a_0 m(k) + T_2$$

به این ترتیب پردازش ساختار 1D کامل می شود. معادلات مدولهای درجه دوم و انطباق آنها با فلوچارت شکل (۱-۲۷) به ترتیب در زیر می آید:

ساختار 1D:

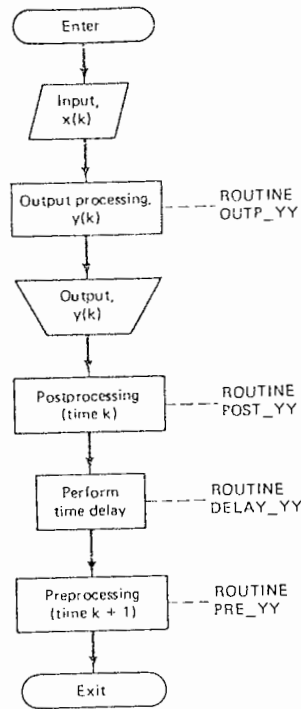
OUTPUT-1D: $m(k) = x(k) + T_1$

$$y(k) = a_0 m(k) + T_2$$

POST-1D: مورد نیاز نیست (هیچ)

PRE-۱D: $T_1 = -b_1 m(k-1) - b_2 m(k-2)$ (۳۵-۱)

$T_2 = -a_1 m(k-1) - a_2 m(k-2)$



شکل (۳۷-۱) فلوچارت مدول درجه دوم

YY=۱D, ۲D, ۳D, ۴D, ۱X, ۲X

ساختار ۲D:

OUTP-۲D: $y(k) = a_0 x(k) + p_1(k-1)$

POST-۲D: $p_1(k) = a_1 x(k) - b_1 y(k) + p_2(k-1)$ (۳۶-۱)

$p_2(k) = a_2 x(k) - b_2 y(k)$

PRE-۲D: مورد نیاز نیست (هیچ)

ساختار ۳D:

OUTP-۳D: $y(k) = a_0 x(k) + T_2$ (۳۷-۱)

POST-۳D: مورد نیاز نیست (هیچ)

PRE-۳D: $T_2 = a_0 x(k-1) + a_2 x(k-2) - b_1 y(k-1) - b_2 y(k-2)$

ساختار ۴D:

$$\text{OUTP-۴D: } r_o(k) = x(k) + r_1(k-1)$$

$$y(k) = a_o r_o(k) + q_1(k-1)$$

$$\text{POST-۴D: } r(k) = -b_1 r_o(k) - b_2 r_o(k-1) \quad (۳۸-۱)$$

$$q_1(k) = a_1 r_o(k) + a_2 r_o(k-1)$$

PRE-۴D: مورد نیاز نیست (هیچ)

ساختار ۱X:

$$\text{OUTP-۱X: } y(k) = a_o x(k) + s_r(k-1)$$

$$\text{POST-۱X: } s_1(k) = g_1 s_1(k-1) - g_2 s_r(k-1) + g_r x(k)$$

$$s_r(k) = g_1 s_r(k-1) - g_2 s_1(k-1) + g_r x(k)$$

PRE-۱X: مورد نیاز نیست (هیچ)

ساختار ۲X:

$$\text{OUTP-۲X: } y(k) = a_o x(k) + T_r$$

$$\text{POST-۲X: } t_1(k-1) = g_1 t_1(k) + g_2 t_r(k-1)$$

$$t_r(k-1) = g_1 t_r(k) + g_2 t_1(k-1) \quad (۴۰-۱)$$

$$\text{PRE-۲X: } T_r = x(k) + g_1 t_r(k-1) - g_2 t_1(k-1)$$

شکل (۲۸-۱) چگونگی خواندن دنباله‌ها برای زیر برنامه‌های مدولهای درجه دوم را براساس

فلوچارت (۲۷-۱) نشان می‌دهد.

INPUT:	No parameters passed. Returns sample $x(k)$ in AX.
OUTP_YY:	Pass $x(k)$ in AX. Put number of cascaded stages in CX. Returns output $y(k)$ in AX.
DELAY_YY:	Pass number of modules in CX to perform time delay.
PRE_YY:	Pass number of modules in CX for preprocessing.
POST_YY:	Pass number of modules in CX for postprocessing.
YY = 1D, 2D, 3D, 4D, 1X, or 2X.	

شکل (۲۸-۱) خواندن دنباله‌ها برای زیر برنامه‌های مدولهای درجه دوم

همچنین در شکل (۱-۲۹) برنامه زبان ماشین ساختار ۱D آمده است. برنامه‌های سایر مدولهای درجه دوم در [۱] آورده شده‌اند.

```

;
;OUTP_1D: M0 = X + T1 ; Y = A0*M0 + T2
; X PASSED IN AX, Y RETURNED IN AX
; LOOP COUNT IN CX
OUTP_1D: MOV SI,#0 ; LOOP INDEX
LEA DI,M0 ; MEMORY POINTER
OPL_1D: ADD AX,T1(SI) ; MO
STOW ; STORE
IMUL A0(SI) ; A0*M0/4 IN DX
SAL DX,2 ; A0*M0
ADD DX,T2(SI) ; Y
MOV AX,DX ; Y IN AX
ADD SI,#2 ; MOVE INDEX
LOOP OPL_1D ; LOOP BACK
RET
;
;
;DELAY_1D: M2 = M1, M1 = M0 FOR TIME-DELAY
; LOOP COUNT IN CX
DELAY_1D: LEA DI,T1-2 ; POINT TO M2
LEA SI,M2-2 ; POINT TO M1
STD ; SET AUTODECREMENT
SAL CX,1 ; DOUBLE LOOP COUNT
REP ;
MOVW ; BLOCK MOVE
CLD
RET

```

شکل (۱-۲۹) زیر برنامه‌های مدول ۱D

برای اجرای صحیح این برنامه‌ها، بایستی ضرایب با فرمت خاصی که در ادامه شرح داده

می‌شود، به میکروپروسسور ۸۰۸۶ اعمال شوند. مقادیر ضرایب به صورت:

$$0 \leq |a_0, a_2, b_2, g_1, g_2| \leq 1 \quad (41-1)$$

$$0 \leq |a_1, b_1, g_3, g_4| \leq 2$$

محدود می‌شوند. چون در ۸۰۸۶ سیستم عددی متمم دو به کار می‌رود، همه اعداد در زبان ماشین

باید طوری ارائه شوند که:

$$N = (S.M_{12}M_{13} \dots M_1M_0) \quad (42-1)$$

$$-2^{15} \leq N \leq 2^{15}-1 \quad (43-1)$$

اگر اعداد به صورت مقیاس‌گذاری شده باشند در اینصورت:

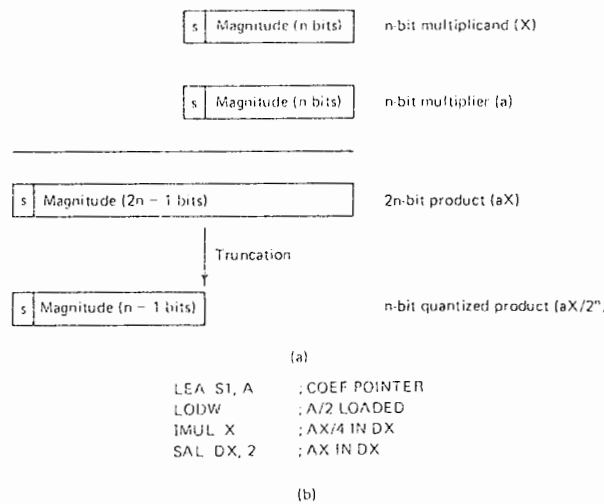
$$-1 \leq N \leq 1-2^{15} \quad (44-1)$$

بنابراین ضرایب بازه $1 \leq |N| < 2$ را نمی‌توان به کار برد. لذا همه ضرایب به صورت نصف

مقدار واقعی ذخیره می‌شوند یعنی:

$$\text{مقدار ذخیره شده} = \left[\frac{1}{2} + \text{مقدار} \times 2^{14} \right]$$

برای جبران این تغییر باید یک عمل شیفت به چپ (ضرب در ۲) در هر برنامه اجراء شود. علامت [X] به معنی بزرگترین عدد صحیح کمتر از X است. شکل (۱-۳۰) مسئله را توصیف می‌کند. یک عدد ضرب شونده n بیتی (مانند یک متغیر سیگنال) در یک ضرب کننده n بیتی (مانند یک ضریب فیلتر) ضرب می‌شود و حاصل 2n بیت دارد. این عدد ممکن است به عنوان ضرب شونده در عمل ضرب دیگری استفاده شود. بنابراین لازم است که به n بیت کوانتیزه شود.



شکل (۱-۳۰) ضرب متمم دو: (a) تغییرات طول کلمه، (b) دنباله کد

فرض کنید X ضرب شونده و a ضریب باشد در اینصورت:

$$a \times X = ax$$

و حاصل ضرب به شکل:

$$Q[ax] = \left[\frac{ax}{2^n} \right] \quad (45-1)$$

کوانتیزه می‌شود. از معادلات (۱-۴۲) و (۱-۴۳) مشاهده می‌شود که سخت افزار کامپیوتر ممکن

است قسمت صحیح (۱-۴۳) را تغییر دهد طوری که:

$$\frac{X \times 2^{n-1}}{a \times 2^{n-1}}$$

$$ax \times 2^{n-2}$$

به

$$Q[ax] = \left[ax \times \frac{2^{n-2}}{2^n} \right] = [ax \times 2^{n-2}] \quad (46-1)$$

کوانتیزه شود. بنابراین حاصل ضرب باید در ۲ ضرب شود تا جواب کوانتیزه شده نهائی به صورت زیر در آید:

$$Q[ax] = [ax \times 2^{n-1}] \quad (۴۷-۱)$$

(۲.۴.۱) اجرای موازی فیلترهای از درجه بالا

همانطور که در بخش (۲.۱) بیان شد، برای اجرای موازی فیلترهای درجه بالا تابع تبدیل پالس آن به شکل مناسب معادله (۱۶-۱) نوشته می شود. شکل (۳۱-۱) Storage allocation را برای همه مدولها نشان می دهد. لذا ضرایب و متغیرها برای بالا بودن کارایی آدرس دهی گروه بندی می شوند.

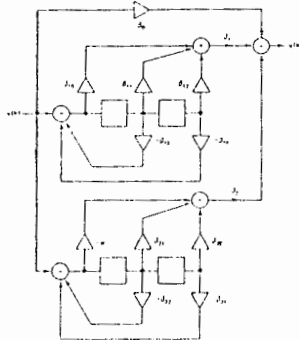
COEF:	DW		; FOR ALL MODULES, HALF VALUES ; ROM OR RAM
VAR:	DW	0	; FOR ALL MODULES ; RAM
TEMP:	DW	0	; FOR ALL MODULES ; RAM

شکل (۳۱-۱) Storage allocation درجه بالا

چگونگی اجرای فیلترهای موازی با میکروپروسسور ۸۰۸۶ را با اجرای یک فیلتر درجه چهار به پایان می بریم. بلوک دیاگرام این فیلتر براساس مدولهای درجه دوم ۱D، در شکل (۳۲-۱) آمده است. در این شکل β_1 و β_2 عمل شیفتر را در کامپیوتر بیان می کنند. با نوشتن فیلتر درجه چهار به شکل معادله (۱۶-۱) و محاسبه ضرایب جدید و استفاده از برنامه های معادله (۳۵-۱) برنامه اجرای موازی این فیلتر به دست می آید. برنامه اجرای این فیلتر دیجیتال در شکل (۳۳-۱) آمده است.

(۳.۴.۱) اجرای سری فیلترهای درجه بالا

برای اجرای فیلترهای دیجیتال درجه بالا به صورت مدولهای درجه دوم سری، تابع تبدیل پالس آن به شکل مناسب معادله (۱۵-۱) نوشته می شود. Storage allocation شکل (۳۱-۱) در این حالت نیز به کار میرود. چگونگی اجرای سری فیلتر دیجیتال با میکروپروسسور ۸۰۸۶ با اجرای یک فیلتر درجه هشت نشان داده می شود. بلوک دیاگرام این فیلتر در شکل (۳۴-۱) آمده است. همانطور که از شکل مشاهده می شود، مدولهای درجه دوم دارای ساختار ۱D هستند. با نوشتن این فیلتر به شکل معادله (۱۵-۱) و محاسبه ضرایب جدید [۱۸] و [۱۹] و بهینه سازی آن از طریق مرتب و



شکل (۱-۳۲) فیلتر دیجیتال درجه چهار

```

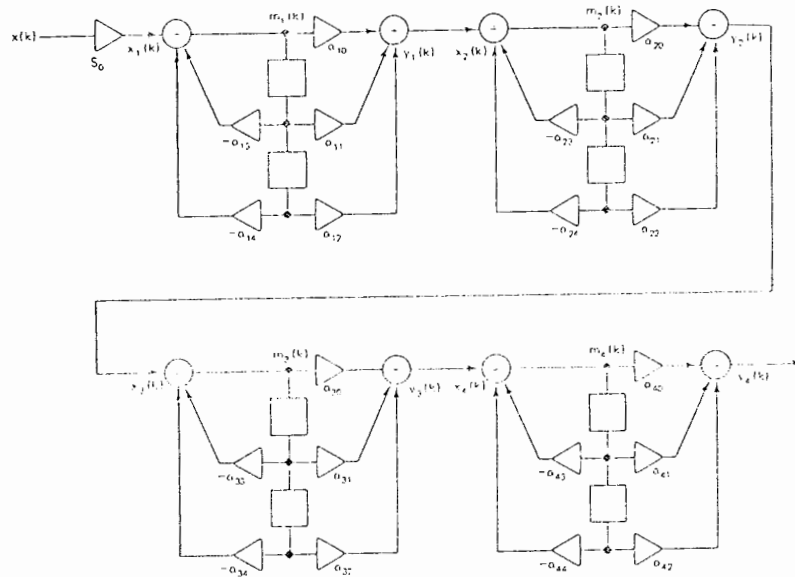
; PARALLEL IMPLEMENTATION OF A FOURTH-ORDER FILTER
;
; MAIN PROGRAM CALLS INIT, BORG, SUBROUTINES
;
; FILTER 1
;
; FI_LOOP
CALL    INPUT      ; INITIALIZE A/D, D/A
MOV     BX, AX     ; AND VARIABLES
IMUL   BX, B0     ; GET SAMPLE FROM A/D
; SAVE X
SAL    DX, 2      ; BETA0*X/4
MOV     TEMP, DX  ; BETA0*X
MOV     AX, BX    ; RESTORE X(1)
MOV     CX, #1    ; CALCULATE 1 STAGE
CALL   OUTPUT_ID  ;
SAL    AX, 3      ; BETA1 = -B
NEG     AX
ADD     AX, TEMP  ; INCLUDE IN OUTPUT
MOV     TEMP, AX  ; SAVE
MOV     AX, BX    ; RESTORE X(1)
MOV     CX, #1    ;
CALL   DLP_ID    ; CALCULATE STAGE 2 WITH
; SEND FROM 1st STAGE
SAL    AX, 2      ; BETA2 = -4
NEG     AX
ADD     AX, TEMP  ; CALCULATE Y
CALL   OUTPUT    ; SEND Y TO D/A
MOV     CX, #2    ;
CALL   DELAY_ID  ; TIME-DELAY
MOV     CX, #2    ;
CALL   PRE_ID    ; PRE-PROCESS
JMP    FI_LOOP    ; CONTINUE
;
;
; INIT
CLEAR  H1, H2, T1, T2
SETUP  A/D, D/A DEVICES
INIT:  MOV     AX, #0
MOV     CX, #11
LEA    DI, H0
REP
STOW
RET
;
; INPUT-ASSUME MEMORY-MAPPED I/O
; A/D AT 60H, STATUS AT 60H
INPUT: MOV     AX, #0000H ; START-CONVERSION
OUT    60H, AL
IN_LP: IN     AL, 60H   ; CHECK END-CONVERSION
AND    AL, #01H
JZ     IN_LP      ; WAIT UNTIL READY
IN     AL, 60H   ; GET SAMPLE FROM A/D
RET
;
; OUTPUT TO D/A AT 80H
OUTPUT: OUT    80H, AL ; q(k) TO D/A

```

شکل (۱-۳۳) برنامه اجرای موازی فیلتر درجه چهار

دسته‌بندی کردن و استفاده از برنامه‌های معادله (۱-۳۵) برنامه اجرای این فیلتر با دستورالعملهای

میکروپروسور ۸۰۸۶ مطابق شکل (۱-۳۵) است.



شکل (۱-۳۴) بلوک دیاگرام فیلتر درجه هشت

```

CALL    DELAY_ID      ; DO 4 STAGES
MOV     CX, #4        ; PREPROCESS FOR NEXT SAMPLE
CALL    PRE_ID       ; NEXT SAMPLE
JMP     FLOOP

; ID FILTER COEFFICIENT STORAGE FOR 4 STAGES
S0:     DW    7181             ; S0/2
A0:     DW    12484, 3217, 4574, 7636 ; ALPHA 10, 20, 30, 40
A1:     DW    -4469, 12484, -14777, 10847 ; ALPHA 11, 12, 13, 14
        DW    -610, 3217, -9826, 15783 ; ALPHA 21, 22, 23, 24
        DW    7403, 4574, -19308, 6940 ; ALPHA 31, 32, 33, 34
        DW    2734, 7636, -11207, 14068 ; ALPHA 41, 42, 43, 44

; VARIABLE STORAGE
M0:     DW    4DUP(0)         ; M(k)
M1:     DW    4DUP(0)         ; M(k-1)
M2:     DW    4DUP(0)         ; M(k-2)

; TEMPORARY STORAGE
T1:     DW    4DUP(0)         ; TEMP STORAGE
T2:     DW    4DUP(0)         ; TEMP STORAGE

; INTEL 8086 MAIN
FILTER: CALL    INIT          ; SEE PARALLEL EXAMPLE
        CALL    INPUT        ; GET X(K): SEE PARALLEL EXAMPLE
FLOOP:  IMUL   S0             ; S0*X(K)/4
        SAL   DX, 2          ; S0*X(K)
        MOV  AX, DX
        MOV  CX, #4         ; DO 4 STAGES
        CALL OUTP_ID       ; COMPUTE Y(K)
        CALL OUTPUT        ; OUTPUT Y(K): SEE PARALLEL EXAMPLE
        MOV  CX, #4
    
```

شکل (۱-۳۵) برنامه اجرای سری فیلتر درجه هشت

مقایسه اجرای نرم افزاری ساختارها

برای مقایسه ساختارها، مثال فیلتر درجه هشت سری به کار برده می شود. این فیلتر با استفاده از مدولهای درجه دوم ۱D، ۲D، ۳D، ۴D، ۱X و ۲X اجراء می شود. آهنگ نمونه برداری این ساختارها در جدول (۵-۱) خلاصه شده است. این جدول نشان می دهد که ساختار ۳D سریعترین و ساختار ۲X کندترین ساختار درجه دوم است. در حالیکه چهار ساختار ۱D، ۲D، ۳D و ۴D تقریباً

آهنگ نمونه برداری یکسانی دارند، ساختارهای 1X و 2X بطور قابل ملاحظه‌ای کند هستند، زیرا ایندو ساختار نیاز به اعمال ضرب بیشتری دارند. در جدول (۱-۵) زمان لازم برای اجرای برنامه برحسب میکروثانیه داده شده است.

لازم به ذکر است که برای اجرای فیلترها از سایر میکرو پروسورهای شانزده بیتی نظیر z8۰۰۰ و TMS9۹۹۵ نیز می‌توان استفاده کرد.

برنامه	1D	2D	3D	4D	1x	2x
OUTP-YY	۱۷۶	۱۶۱/۶	۱۶۳/۶	۱۷۶	۱۶۱/۶	۱۶۱/۶
POST-YY	۰	۶۲۳/۲	۰	۵۸۲/۴	۸۴۸	۵۹۵/۲
DELY-YY	۳۲/۸	۰	۲۷/۴	۱۸/۴	۳۲/۴	۰
PRE-YY	۵۸۲/۴	۰	۵۶۵/۶	۰	۰	۲۹۶/۸
TOTAL	۷۹۱/۲	۷۸۴/۸	۷۵۶/۶	۷۷۶/۸	۱۰۴۲	۱۰۵۳/۶

جدول (۱-۵) مقایسه فیلتر دیجیتال سری درجه هشت با اجراهای

2X, 1X, 4D, 3D, 2D, 1D

فصل دوم

اثر طول کلمه محدود

(۱.۲) مقدمه

در فصل اول تحقق فیلترها و کنترل‌کننده‌های دیجیتال بررسی شد و مشاهده شد که متغیرهای سیگنال و ضرایب سیستم، اعداد حقیقی هستند طوری که هیچ محدودیتی برای انتخاب آنها وجود ندارد. در بخش چهارم فصل اول هنگام بررسی اجرای میکرو کامپیوتری فیلتر دیجیتال، روشن شد که در اجرای عملی، مقادیر متغیرهای سیگنال و ضرایب فیلتر به یک مجموعه مجاز از مقادیر گسسته محدود می‌شوند. در آنجا از سیستم عددی ممیز ثابت استفاده شد. البته استفاده از سایر سیستم‌های عددی نیز مجاز است ولی سیستم عددی ممیز ثابت اقتصادی‌ترین و پرکاربردترین سیستم در اجرای فیلتر دیجیتال است. در این فصل ابتدا سیستم عددی ممیز ثابت بطور خلاصه بررسی می‌شود. سپس اثر آن بر اجرای فیلتر دیجیتال مورد بحث قرار می‌گیرد. در ادامه کوانتیزاسیون ضرایب^۱، کوانتیزاسیون ورودی فیلتر، کوانتیزاسیون حاصل ضرب، نویز حاصل از گرد کردن، سیکل حد ناشی از کوانتیزاسیون حاصل ضرب، سرریز^۲ و بازه دینامیکی سیگنال تحلیل می‌شوند.

(۲.۲) سیستم عددی ممیز ثابت^۳

انتخاب سیستم عددی برای اجرای فیلتر دیجیتال عمدتاً متأثر از عملکرد فیلتر است. دقت ضرایب و متغیرهای سیگنال فیلتر مستقیماً با خواص کوانتیزاسیون، مشخصات سرریز و بازه دینامیکی سیستم عددی در ارتباط است. در این بخش دو سیستم عددی متفاوت که در اجرای فیلتر دیجیتال به کار می‌روند، بطور خلاصه بررسی می‌شوند. در مطالب آینده فرض بر این است که عدد حقیقی x بصورت عدد با تعداد محدود بیت (کوانتیزه شده) به شکل $Q(x)$ است. دقت این عدد توسط خطای:

۱. Quantization

۲. Overflow

۳. Fixed - point number system

$$c = Q(x) - x \quad (1-2)$$

محاسبه می‌شود. برای سادگی نمایش فرض کنید که x و مقدار کوانتیزه شده آن، $Q(x)$ ، در بازه $0 \leq x \leq 1$ تغییر کند. در عمل اگر اعداد بزرگتر از یک باشند به این بازه نرمالیزه می‌شوند که این عمل با شیفت دودویی به تعداد L بیت انجام می‌شود یعنی اگر $0 \leq x' \leq c$ و یا $0 \leq |Q(x')| \leq c$ و $c > 1$ ، یک L وجود دارد طوری که:

$$Q(x) = 2^L Q(x') \quad (2-2)$$

$$0 \leq |Q(x)| \leq 1$$

(۱.۲.۲) سیستم عددی علامت‌دار^۱

برای بیان ضرایب و متغیرهای سیگنال فیلتر دیجیتال می‌توان از سیستم عددی علامت‌دار استفاده کرد. در این سیستم عدد به صورت:

$$Q^b(x) = (s.m_1 m_2 \dots m_b)_{rsmns}$$

بیان می‌شود که $Q^b(x)$ مقدار کوانتیزه شده عدد x است. s بیت علامت است که برای اعداد مثبت برابر صفر و برای اعداد منفی برابر یک است. m_i ‌ها بیت‌های با ارزش $Q^b(x)$ هستند و:

$$(0.m_1 m_2 \dots m_b)_r = |Q^b(x)|$$

x را با یک کسر دو دویی تقریب می‌زنند. البته اعداد طوری نرمالیزه می‌شوند که $|Q^b(x)| < 1$ باشد. لذا می‌توان از طرز نمایش سری برای $Q^b(x)$ به صورت:

$$Q^b(x) = (1 - 2^s) \sum_{i=1}^b m_i \cdot 2^{-i} \quad (3-2)$$

استفاده کرد. برای کوانتیزه کردن عدد x ضروری است که بیت‌های m_i در معادلات فوق محاسبه شوند. برای این منظور سه روش کوانتیزاسیون در فیلترهای دیجیتال به کار می‌رود که عبارتند از: برش^۲، گرد کردن^۳ و حداقل بیت با ارزش یک^۴ (LSB-1). در ادامه این سه روش بررسی می‌شوند:

۱. Signed - Magnitude

۲. Truncation

۳. Round - off

۴. Least significant bit 1

کوانتیزه کننده برشی:

در این روش کوانتیزاسیون، $|x|$ طوری به عدد دو دویی تبدیل می شود که دارای بی شمار بیت باشد. سپس b بیت آن به صورت زیر برش داده می شود:

$$|x| = (0.m_1m_2 \dots m_b m_{b+1} \dots)_2$$

$$|Q_t^b(x)| = (0.m_1m_2 \dots m_b)_2 \quad (4-2)$$

زیر نویس t کوانتیزاسیون برشی و بالانویس b تعداد بیت های باارزش عدد کوانتیزه شده را نشان می دهد. خطای e_t برای حالت $x \geq 0$ و $|x| \geq |Q_t^b(x)|$ برابر است با:

$$\begin{aligned} e_t = Q_t^b(x) - x &= |Q_t^b(x)| - |x| = -(0.000 \dots m_{b+1}m_{b+2} \dots)_2 \\ &= -2^{-b}(0.m_{b+1}m_{b+2} \dots)_2 \end{aligned}$$

اما $(0.m_{b+1}m_{b+2} \dots)_2$ یک عدد حقیقی است که به صورت:

$$0 \leq (0.m_{b+1}m_{b+2} \dots)_2 < 1$$

محدود می شود. بنابراین:

$$-2^{-b} < e_t \leq 0, x \geq 0 \quad (5-2)$$

در حالت $x < 0$:

$$e_t = Q_t^b(x) - x = - \left| |Q_t^b(x)| - |x| \right|$$

و از آنجا با انجام اعمال مشابه به دست می آید:

$$0 \leq e_t < 2^{-b}, x < 0 \quad (6-2)$$

در شکل (۱-۲a) مشخصه کوانتیزاسیون $Q_t^b(x)$ آمده است. این مشخصه غیرخطی سبب ایجاد مسائلی در فیلتر دیجیتال می شود. توجه کنید که مقدار خطای برش با علامت x تعیین می شود. اگر x یک عدد حقیقی باشد که مقادیر مثبت و منفی را بطور تصادفی و یکنواخت اختیار کند، در این صورت تابع چگالی احتمال e_t پیوسته یکنواخت خواهد بود. این تابع چگالی در شکل (۲-۲a) آمده است. لذا واریانس نویز خطای کوانتیزاسیون برش عبارت است از:

$$\sigma_{e_t}^2 = \{E[e_t^2] - E^2[e_t]\}_{x \geq 0} + \{E[e_t^2] - E^2[e_t]\}_{x < 0} \quad (7-2)$$

اما:

$$E[e_t^y]_{x \geq 0} = \int_{-\tau^{-b}}^0 e_t^y \left(\frac{\tau^y}{\tau}\right) de_t = \frac{\tau^{-2b}}{\epsilon}$$

$$E[e_t]_{x \geq 0} = \int_{-\tau^{-b}}^0 e_t \left(\frac{\tau^b}{\tau}\right) de_t = -\frac{\tau^{-b}}{\epsilon}$$

و به همین ترتیب:

$$E[e_t^y]_{x < 0} = \frac{\tau^{-2b}}{\epsilon}, \quad E[e_t]_{x < 0} = \frac{\tau^{-b}}{\epsilon}$$

با جایگذاری این مقادیر در (۷-۲):

$$\sigma_{e_t^y}^2 = \frac{5 \cdot \tau^{-2b}}{\tau^4}$$

(۸-۲)

کوانتیزه کننده حاصل از گرد کردن:

کوانتیزه کننده حاصل از گرد کردن مقدار $|x|$ را که بصورت یک عدد دودویی با بیشمار بیت در آمده است به نزدیکترین جمله τ^{-b} گرد می کند.

$$|x| = (0.n_1 n_2 \dots n_b n_{b+1} \dots)_\tau$$

حال b بیت با ارزش $|x|$ گرد می شود. عمل گرد کردن با افزودن τ^{-b-1} به x و سپس برش b

بیت حاصل

$$x = (s.n_1 n_2 \dots n_b n_{b+1} n_{b+2} \dots)_{\tau smns} \\ + \tau^{-b-1} = (0.0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots)_{\tau smn}$$

$$x + \tau^{-b-1} = (s.m_1 m_2 \dots m_b n_{b+1} \oplus 1 n_{b+2} \dots)_{\tau smns} \quad (9-2)$$

بنابراین اگر سرریز اتفاق نیفتد:

$$Q_r^b(x) = (s.m_1 m_2 \dots m_b)_{smns} \quad (10-2)$$

خطای این روش کوانتیزاسیون برابر است با:

$$e_r = Q_r^b(x) - x$$

با توجه به روش گرد کردن می توان نوشت:

$$x + \tau^{-b-1} = (s.m_1 m_2 \dots m_b n_{b+1} \oplus 1 n_{b+2} \dots)_\tau$$

$$x + \tau^{-b-1} = Q_r^b(x) + \tau^{-b} (0.n_{b+1} \oplus 1 n_{b+2} n_{b+3} \dots)_\tau$$

بنابراین:

$$Q_r^b(x) - x - 2^{-b-1} = -2^{-b} (0 \cdot n_{b+2} n_{b+3} \dots)_2$$

اما قسمت دودویی سمت راست معادله (۱۱-۲) به صورت:

$$0 \leq (0 \cdot n_{b+1} \oplus 1 n_{b+2} \dots)_2 < 1$$

محدود است بنابراین:

$$-2^{-b} < e_r - 2^{-b-1} \leq 0$$

$$-\frac{2^{-b}}{2} < e_r \leq \frac{2^{-b}}{2} \quad (12-2)$$

یعنی خطای روش گرد کردن توسط نصف کم‌ارزشترین بیت محدود می‌شود. مشخصه این کوانتیزه‌کننده در شکل (۱۲-۲) آمده است. حال اگر x مقادیر حقیقی مثبت و منفی را در بازه $0 \leq |x| \leq 1$ بطور تصادفی یکنواخت اختیار کند، e_r یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال یکنواخت مطابق شکل (۲-۲b) خواهد بود. واریانس نویز برابر است با:

$$\sigma_{e_r}^2 = E[e_r^2] - E^2[e_r]$$

$$E[e_r] = \int_{-2^{-\frac{b}{2}}}^{2^{-\frac{b}{2}}} e_r \cdot 2^b de_r = 0$$

بنابراین:

$$E[e_r^2] = \int_{-2^{-\frac{b}{2}}}^{2^{-\frac{b}{2}}} e_r^2 \cdot 2^b de_r = \frac{2^{-2b}}{12} \quad (13-2)$$

$$\sigma_{e_r}^2 = \frac{2^{-2b}}{12}$$

با مقایسه این کوانتیزه‌کننده با کوانتیزه‌کننده برشی:

$$\sigma_{e_r}^2 = \frac{5}{4} \sigma_{e_r}^2 \quad (14-2)$$

بنابراین برای یک عدد با تعداد بیت‌های یکسان، دقت کوانتیزه‌کننده حاصل از گرد کردن $1/6$

برابر دقت کوانتیزه‌کننده برشی است.

کوانتیزه‌کننده ۱-LSB:

کوانتیزه‌کننده ۱-LSB، کم‌ارزشترین بیت را به یک تنظیم می‌کند. بنابراین اگر

$$x = (s.m_1 m_2 \dots m_{b+1} m_b m_{b+1} \dots)_r \text{smns}$$

آنگاه:

$$Q_l^b(x) = (s.m_1 m_2 \dots m_{b-1} 1 \dots)_r \text{smns} \quad (15-2)$$

لذا خطای کوانتیزه کننده عبارتست از:

$$e_l = Q_l^b(x) - x = r^{-b+1} \left(\frac{1}{r} - (0.m_b m_{b+1} \dots)_r \right)$$

و چون:

$$0 \leq (0.m_b m_{b+1} \dots)_r < 1$$

$$-\frac{1}{r} < \frac{1}{r} - (0.m_b m_{b+1} \dots)_r \leq \frac{1}{r}$$

در نتیجه خطا به صورت زیر درمی آید:

$$-r^{-b} < e_L \leq r^{-b} \quad (16-2)$$

مشخصه این کوانتیزه کننده در شکل (۱۶-۲) آمده است. اگر x در بازه $0 \leq |x| < 1$ اعداد حقیقی مثبت و منفی را بطور تصادفی یکنواخت اختیار کند آنگاه e_r متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال مطابق شکل (۱۶-۲) خواهد بود. واریانس نویز این کوانتیزه کننده برابر است با:

$$\sigma_{e_l}^2 = E[e_l^2] - E[e_l]^2$$

$$E[e_l] = 0$$

$$E[e_l^2] = \frac{r^{-2b}}{3}$$

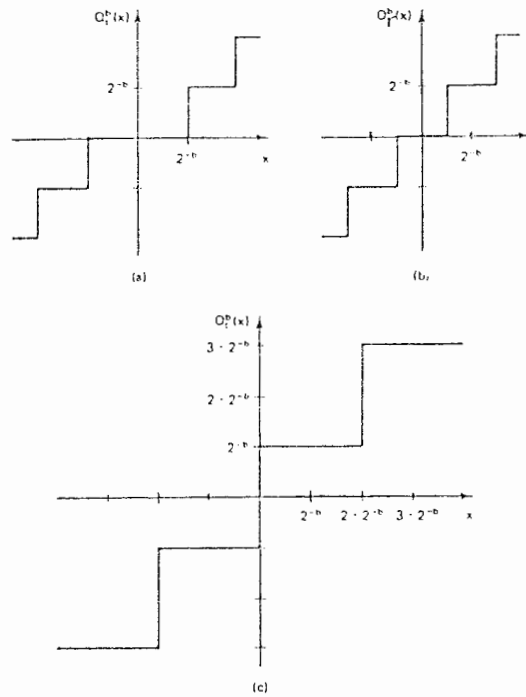
با جایگذاری مقادیر $E[e_l]$ و $E[e_l^2]$ در $\sigma_{e_l}^2$:

$$\sigma_{e_l}^2 = \frac{r^{-2b}}{3} \quad (17-2)$$

با مقایسه این کوانتیزه کننده با کوانتیزه کننده حاصل از گرد کردن:

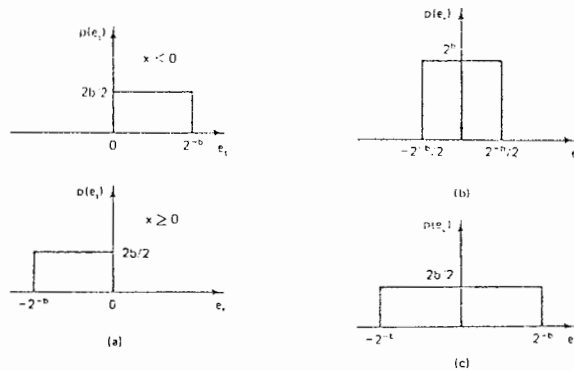
$$\sigma_{e_l}^2 = 4\sigma_{e_r}^2 \quad (18-2)$$

بنابراین برای یک عدد با تعداد بیت‌های یکسان روش گرد کردن دوبار از روش ۱-LSB دقیق‌تر است.



شکل (۱-۲) مشخصات کوانتیزه کننده‌های سیستم عددی علامت‌دار

(a) برش، (b) گرد کردن، (c) ۱-LSB



شکل (۲-۲) تابع چگالی احتمال خطای کوانتیزاسیون در سیستم علامت‌دار

(a) برش، (b) گرد کردن، (c) ۱-LSB

اکنون به بررسی ارتباط بین این سه کوانتیزه کننده می‌پردازیم. در بررسی کوانتیزه کننده حاصل از گرد کردن، خطای آن با استفاده از کوانتیزه کننده برشی و با افزودن جمله $\frac{2^{-b}}{2}$ به دست می‌آید یعنی:

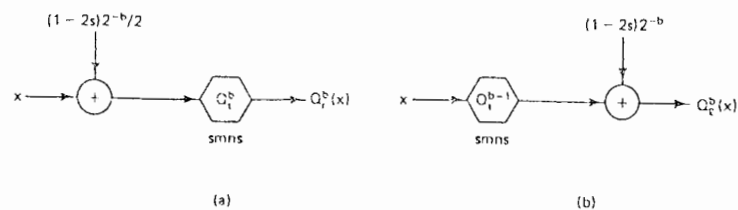
$$Q_r^b(x) = Q_t^b(x + (1 - 2S) \cdot \frac{2^{-b}}{2}) \quad (19-2)$$

همچنین کوانتیزه کننده ۱-LSB به صورت:

$$Q_t^b(x) = Q_t^{b-1}(x) + (1-2s) \cdot 2^{-b} \quad (20-2)$$

با کوانتیزه کننده برشی در ارتباط است. معادلات (۱۹-۲) و (۲۰-۲) به صورت بلوک دیاگرام در

شکل (۳-۲) نشان داده شده‌اند.



شکل (۳-۲) کوانتیزه کننده‌های معادل: (a) کوانتیزه کننده حاصل از گرد کردن،

(b) کوانتیزه کننده LSB-۱

بازه دینامیکی سیستم عددی علامت‌دار به صورت:

$$D.R = \frac{\text{بزرگترین مقدار } (|Q^b(x)|_{\max})}{\text{کوچکترین مقدار غیر صفر } (|Q^b(x)|_{\min} \neq 0)}$$

تعریف می‌شود با جایگذاری مقدار حداکثر و حداقل مقدار غیر صفر $|Q^b(x)|$:

$$(D.R)_{\text{smns}} = \frac{1-2^{-b}}{2^{-b}} \quad (21-2)$$

بنابراین در سیستم عددی علامت‌دار اعداد در بازه:

$$-(2^b-1) \leq 2^b \cdot Q^b(x) \leq (2^b-1) \quad (22-2)$$

قرار می‌گیرند. حال جمع دو عدد دودویی را در سیستم عددی علامت‌دار در نظر بگیرید.

$$Q^b(x_1) = (s_1 \cdot m_{11} m_{12} \dots m_{1b})_{\text{smns}}$$

$$+ Q^b(x_2) = (s_2 \cdot m_{21} m_{22} \dots m_{2b})_{\text{smns}}$$

$$Q^b(x_r) = (s_r \cdot m_{r1} m_{r2} \dots m_{rb})_{\text{smns}} \quad (23-2)$$

اگر s_1 و s_2 متفاوت باشند، در این صورت:

$$Q^b(x) = (\cdot \Pi_1 \Pi_2 \dots \Pi_b)_{\text{rcons}}, \quad -1 \leq x < 0$$

بیان می‌شوند. برای $x \geq 0$:

$$(\cdot m_1 m_2 \dots m_b)_{\text{rcons}} = |Q^b(x)| = \sum_{i=1}^b m_i \cdot 2^{-i} \quad (27-2)$$

که شبیه سیستم عددی علامت‌دار است. اما برای $x < 0$:

$$(\cdot \Pi_1 \Pi_2 \dots \Pi_b)_{\text{rcons}} = |Q^b(x)| \text{ متمم دو}$$

$$= 1 - |Q^b(x)| = 1 - \sum_{i=1}^b m_i \cdot 2^{-i} \quad (28-2)$$

در شکل سری، $Q^b(x)$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} Q^b(x) = 2 - \sum_{i=0}^b m_i \cdot 2^{-i} & x < 0 \\ Q^b(x) = \sum_{i=0}^b m_i \cdot 2^{-i} & x \geq 0 \end{cases} \quad (29-2)$$

در این دو شکل Π بیت علامت است. لذا برای اعداد مثبت نتایج سیستم عددی علامت‌دار بخش قبل صادق است. حال کوانتیزه‌کننده‌ها در این سیستم بررسی می‌شوند. در کوانتیزه‌کننده برشی برای تولید $Q_i^b(x)$ برای اعداد مثبت می‌توان از نتایج سیستم علامت‌دار استفاده کرد.

$$-2^{-b} < e_i \leq 0, \quad x \geq 0 \quad (30-2)$$

اما برای اعداد منفی نمی‌توان از نتایج سیستم علامت‌دار استفاده کرد. در این حالت:

$$x = (\cdot \Pi_1 \Pi_2 \dots \Pi_b \Pi_{b+1} \dots)_{\text{rcons}}$$

$$Q_i^b(x) = (\cdot \Pi_1 \Pi_2 \dots \Pi_b \cdot \dots)_{\text{rcons}}$$

$$Q_i^b(x) - x = -2^{-b} (\cdot \Pi_{b+1} \Pi_{b+2} \dots)_{\text{rcons}}$$

$$e_i = -2^{-b} \sum_{i=1}^{\infty} \Pi_{b+i} \cdot 2^{-i} \quad (31-2)$$

و چون:

$$0 \leq \sum_{i=1}^{\infty} n_{b+i} \cdot 2^{-i} < 1$$

بنابراین:

$$-2^{-b} < e_t \leq 0, x < 0 \quad (32-2)$$

که با نتیجه حالت $x \geq 0$ یکسان است. لذا برای تمام مقادیر x

$$-2^{-b} < e_t \leq 0 \quad (33-2)$$

مشخصه کوانتیزاسیون و تابع چگالی احتمال e_t بترتیب در شکل‌های (۵-۲a) و (۶-۲a) آمده است. واریانس نویز e_t برابر است با:

$$\sigma_{e_t}^2 = E[e_t^2] - E[e_t]^2 = \int_{-2^{-b}}^0 e_t^2 \cdot 2^b de_t - \left(\int_{-2^{-b}}^0 e_t \cdot 2^b de_t \right)^2$$

$$\sigma_{e_t}^2 = \frac{2^{-2b}}{12} \quad (34-2)$$

چون برش متمم دو دارای مقدار متوسط غیر صفر است، سبب ایجاد خطای بایاس dc در خروجی فیلتر دیجیتال می‌شود. لذا استفاده از این کوانتیزه کننده در یک سیستم کنترل حلقه بسته نیاز به تحلیل دقیق اثر آن دارد.

در کوانتیزه کننده حاصل از گرد کردن برای تولید $Q^b(x)$ نیز برای اعداد مثبت گرد کردن در سیستم عددی متمم دو مشابه سیستم علامت دار است. بنابراین:

$$-\frac{2^{-b}}{2} < e_t \leq \frac{2^{-b}}{2} \quad (35-2)$$

برای $x < 0$

$$x = 2 - \sum_{i=0}^{\infty} n_i \cdot 2^{-i}$$

با روش مشابه روش سیستم عددی علامت دار:

$$x = (1.n_1 n_2 \dots n_b n_{b+1} n_{b+2} \dots)_{2\text{cns}}$$

$$+ 2^{-b-1} = (0.00 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots)_{2\text{cns}}$$

$$x + 2^{-b-1} = (1.k^1 k^2 \dots k_b n_{b+1} \oplus n_{b+2} \dots)_{2\text{cns}}$$

بنابراین:

$$x + 2^{-b-1} = Q^b(x) + 2^{-b} \cdot (\dots n_{b+1} \oplus 1 n_{b+2} \dots)_{2^{cns}}$$

$$0 \leq (\dots n_{b+1} \oplus 1 n_{b+2} \dots)_{2^{cns}} < 1$$

و خطای کوانتیزاسیون برابر است با:

$$-\frac{2^{-b}}{2} < e_r \leq \frac{2^{-b}}{2}, \quad x < 0 \quad (36-2)$$

لذا گرد کردن در سیستم عددی متمم دو مشابه سیستم علامت دار است. مشخصه

کوانتیزاسیون و تابع چگالی احتمال e_r در این کوانتیزه کننده بترتیب در شکل‌های (۵-۲b) و (۶-۲b)

آمده است. با محاسبه نویز واریانس e_r به روش مشابه:

$$\sigma_{e_r}^2 = \frac{2^{-2b}}{12} \quad (37-2)$$

در کوانتیزه کننده ۱-LSB نیز برای تولید $Q^b(x)$ ، برای اعداد مثبت نتایج سیستم عددی متمم دو با

سیستم علامت دار یکسان است. در حالت $x < 0$:

$$x = -\left(2 - \sum_{i=0}^{\infty} n_i \cdot 2^{-i}\right)$$

$$Q^b(x) = -\left(2 - 2^{-b} - \sum_{i=0}^{\infty} n_i \cdot 2^{-i}\right)$$

$$e_l = -2 + 2^{-b} + \sum_{i=0}^{b-1} n_i \cdot 2^{-i} + 2 - \sum_{i=0}^{\infty} n_i \cdot 2^{-i}$$

$$e_l = 2^{-b} - \sum_{i=b}^{\infty} n_i \cdot 2^{-i} \quad (38-2)$$

با جایگذاری $k=i-b$ و ساده‌سازی:

$$e_l = 2^{-b} \left(1 - \sum_{k=0}^{\infty} n_{b+k} 2^{-k}\right) \quad (39-2)$$

و چون:

$$0 \leq \sum_{k=0}^{\infty} n_{b+k} \cdot 2^{-k} < 2$$

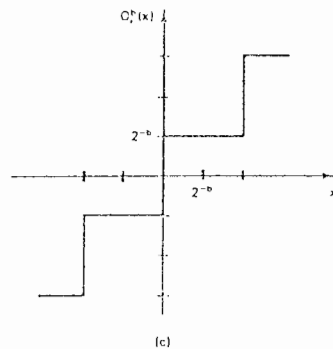
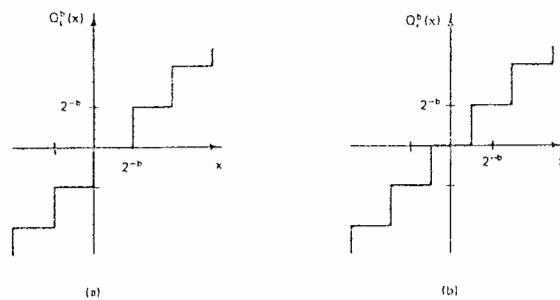
بنابراین:

$$-2^{-b} \leq e_1 \leq 2^{-b}, \quad x < 0 \quad (40-2)$$

که با نتیجه حالت $x \geq 0$ یکسان است. بنابراین معادله (40-2) برای تمام مقادیر x برقرار است. مشخصه کوانتیزاسیون و تابع چگالی احتمال e_1 بترتیب در شکل‌های (5-2c) و (6-2c) آمده است. با

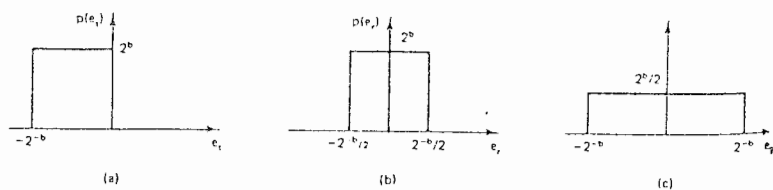
محاسبه واریانس نویز e_1 :

$$\sigma_{e_1}^2 = \frac{2^{-2b}}{3} \quad (41-2)$$



شکل (5-2) مشخصات کوانتیزه کننده‌های سیستم عددی متمم دو

(a) برش، (b) گرد کردن، (c) LSB-1



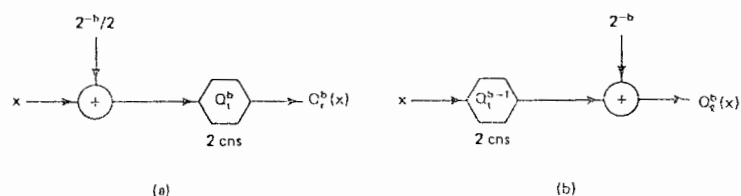
شکل (6-2) تابع چگالی احتمال خطای کوانتیزه کننده‌های سیستم عددی متمم دو

(a) برش، (b) گرد کردن، (c) LSB-1

مقایسه این سه کوانتیزه کننده براساس شکل (۷-۲) انجام می شود. اگر مشابه سیستم علامت دار کوانتیزه کننده برشی برای اجرای کوانتیزه کننده های حاصل از گرد کردن و $1-LSB$ به کار رود:

$$Q^b(x) = Q_i^b(x + \frac{2^{-b}}{2}) \quad (۴۲-۲)$$

$$Q_i^b(x) = Q_i^b(x) + 2^{-b} \quad (۴۳-۲)$$



شکل (۷-۲) کوانتیزه کننده های معادل سیستم عددی متمم دو (a) گرد کردن، (b) $1-LSB$

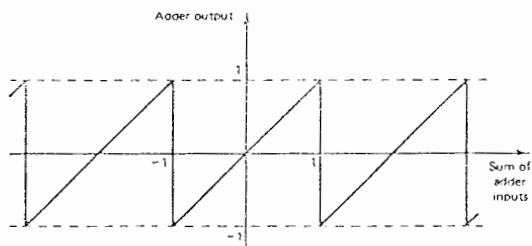
بازه دینامیکی این سیستم با توجه به اینکه:

$$-1 \leq Q^b(x) \leq 1 - 2^{-b}$$

برابر است با:

$$D.R = 2^b \quad (۴۴-۲)$$

هنگام جمع دو عدد در سیستم عددی متمم دو توسط شبکه های جمع کننده، علامت حاصل جمع به طور خودکار تعیین می شود. هنگامیکه دو عدد مثبت با هم جمع می شوند و یک بیت نقلی^۱ در موقعیت بیت علامت، 2^0 وارد می شود یا هنگامیکه دو عدد منفی با هم جمع می شوند و بیت نقلی از موقعیت بیت علامت حذف می شود، سرریز اتفاق می افتد. مشخصه سرریز سیستم عددی متمم دو مطابق شکل (۸-۲) است.



شکل (۸-۲) مشخصه سرریز سیستم عددی متمم دو

۱. Carry bit

(۳.۲) کوانتیزاسیون ضرایب

یکی از اثرات طول کلمه محدود در کامپیوترهای دیجیتال این است که ضرایب فیلتر از یک مجموعه محدود از مقادیر مجاز انتخاب می‌شوند. روشهای طراحی کلاسیک توابع تبدیل با دقت ضرایب دلخواه به دست می‌آورند و این ضرایب هنگام اجرای روی ابزارهای محاسبات دیجیتال تغییر می‌کنند و تغییر ضرایب مشخصات فیلتر و سیستم را تغییر داده، پایداری سیستم را کاهش می‌دهد. یک روش حل این مسئله انتخاب فیلتر با ساختار کم حساسیت به تغییرات ضرایب است. لذا تحقق سری و موازی مدولهای درجه دوم احتمال پایداری بیشتری نسبت به تحقق ساختار مستقیم دارد. زیرا صفرهای چندجمله‌ای به تغییر ضرایب حساس هستند و این حساسیت با افزایش درجه چندجمله‌ای بیشتر می‌شود.

(۱.۳.۲) اثر کوانتیزاسیون ضرایب بر محل صفرها و قطبها

کوانتیزاسیون ضرایب فیلتر دیجیتال صفرها و قطبهای آنرا به تعداد معین از نقاط صفحه z محدود می‌کند. فیلتر دیجیتال درجه دوم:

$$D(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (۴۵-۲)$$

را که به صورت D اجرا شده است در نظر بگیرید (شکل (۹-۲a)). چون صفرها نمی‌توانند سبب ناپایداری شوند، محل قطبهای این فیلتر بررسی می‌شوند. قطبهای فیلتر عبارتند از:

$$(z - re^{j\theta})(z - re^{-j\theta}) = z^2 - (2r \cos\theta)z + r^2 = z^2 + b_1 z + b_2$$

$$b_1 = -2r \cos\theta, \quad b_2 = r^2 \quad (۴۶-۲)$$

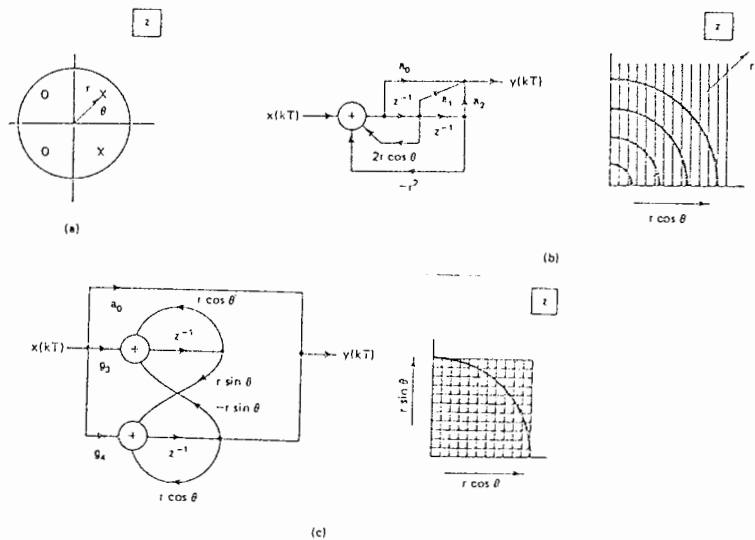
فرض کنید b_1 به b_1^q و b_2 به b_2^q کوانتیزه شوند. شکل (۹-۲b) نشان می‌دهد که کوانتیزاسیون b_1 ، قطبها را به تعدادی خطوط عمودی با معادله $r \cos\theta = \frac{b_1^q}{2}$ محدود می‌کند. در حالیکه کوانتیزاسیون b_2 ، قطبها را به دوایر با شعاع $r = \sqrt{b_2^q}$ محدود می‌کند و سبب محدودیت بیشتر روی قطبها می‌شود. علاوه بر اجرای فیلتر معادله (۴۵-۲) با ساختار D ، اجرای آن با ساختار X در شکل (۹-۲c) آمده است. قطبهای این ساختار عبارتند از:

$$g_1 = r \cos \theta, \quad g_2 = r \sin \theta$$

اگر g_1 به g_2 و g_2 به g_1 کوانتیزه شوند در اینصورت عبارات:

$$Q(r \cos \theta) = g_2, \quad Q(r \sin \theta) = g_1$$

قطبها را به شبکه مستطیلی محدود می کنند. لذا مشاهده می شود که ساختار ۱D برای اجرای فیلترهای دیجیتال با قطبهای نزدیک دایره واحد مناسب تر است ولی ساختار ۱X در سراسر دایره واحد دارای محللهای تحقق یکنواخت است.



شکل (۲-۹) کوانتیزاسیون ضرایب: (a) صفحه z ، (b) ساختار ۱D، (c) ساختار ۱X.

(۲.۳.۲) تحلیل خطای حاصل از تغییر محل صفرها و قطبها

شکل (۲-۱۰) فیلتر دیجیتال را در حالت کلی توصیف می کند. نقاط a و b بترتیب گره های ورودی و خروجی هستند. نقاط m و n دو گره داخلی دلخواه می باشند و $F_{nm}(z)$ تابع تبدیل پالس واصل دو گره n و m در شبکه است. اگر $T_{ij}(z)$ تابع تبدیل پالس بین دو گره i و j تعریف شود، حساسیت $D(z)$ نسبت به $F_{nm}(z)$ به صورت:

$$\frac{\partial D(z)}{\partial F_{nm}} = T_{an}(z) \cdot T_{mb}(z) \quad (۴۷-۲)$$

تعریف می شود که برابر حاصلضرب دو تابع تبدیل پالس داخل شبکه است اگر شاخه شبکه یک ضریب ثابت افزاینده باشد، $F_{nm}(z) = f_{cnm}$ و:

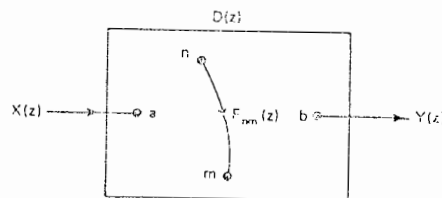
$$\frac{\partial |D(z)|}{\partial f_{cnm}} = \text{Re} \left[\frac{|D(z)|}{D(z)} \cdot T_{an}(z) \cdot T_{mp}(z) \right] \quad (۴۸-۲)$$

و اگر شاخه شامل یک عنصر تأخیر دهنده باشد، $F_{nm}(z) = f_{dnm} \cdot z^{-1}$ ، بنابراین:

$$\frac{\partial |D(z)|}{\partial f_{dnm}} = \text{Re} \left[\frac{|D(z)|}{D(z)} \cdot T_{an}(z) \cdot T_{mb}(z) \right] \quad (49-2)$$

در معادلات (48-2) و (49-2)، f_{cnm} و f_{dnm} ضرایب حقیقی ثابت هستند. این حساسیت‌ها برای محاسبه تغییرات تابع تبدیل $D(z)$ ناشی از تغییر ضرایب به کار می‌روند. اعمال این حساسیت‌ها بر ساختارهای D و X شکل (9-2) نشان می‌دهد که کوانتیزاسیون ضرایب قطبهای فیلتر دیجیتال را به الگوهای شبکه‌ای داده شده منطبق می‌کند.

وقتی که فیلترهای دیجیتال در سیستم‌های کنترل حلقه بسته به کار می‌روند، در کاربردهایی که محل صفرها و یا قطبها بحرانی است، عملکرد سیستم حلقه بسته را تحت تأثیر قرار می‌دهند. طراح فیلتر هنگام استفاده از ضرایب کوانتیزه شده در تابع تبدیل فیلتر دیجیتال بایستی از مسئله حساسیت ضرایب دوری کند. و هنگام کوانتیزاسیون ضرایب مطمئن شود که مشخصات حلقه بسته، همواره بر مشخصات سیستم منطبق است.



شکل (10-2) فیلتر دیجیتال تعمیم یافته

(4.2) کوانتیزاسیون سیگنال

در این بخش کوانتیزاسیون متغیرهای سیگنال فیلتر دیجیتال هم در ورودی و هم در گره‌های داخلی بررسی می‌شود.

(1.4.2) کوانتیزاسیون ورودی فیلتر

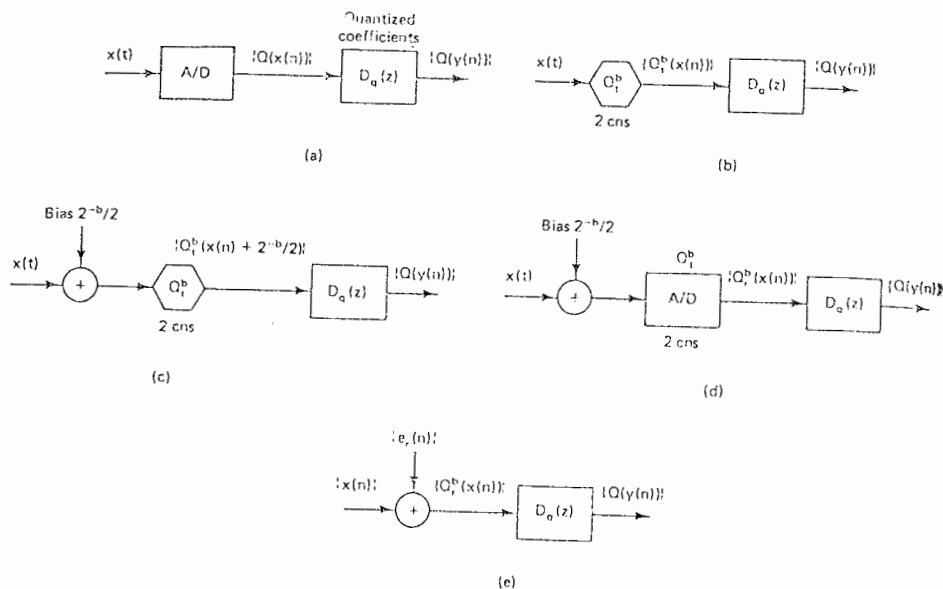
سیگنال ورودی فیلتر دیجیتال می‌تواند از یک مبدل A/D ، یا از گره خروجی فیلتر دیجیتال دیگر تأمین شود. ابتدا فرض کنید ورودی فیلتر دیجیتال توسط A/D مطابق شکل (11-2) تأمین

شود. سیگنال $x(t)$ به دنباله‌ای از نمونه‌های $\{Q(x(n))\}$ ، نمونه‌برداری و سپس کوانتیزه می‌شود [۱۱] و دنباله حاصل توسط فیلتر دیجیتال پردازش می‌شود. پرکاربردترین نوع A/D مبدل تقریب متوالی دو قطبی است که زمان تبدیل آن متناسب با تعداد بیتها، $(b+1)$ ، است. این مبدل یک نوع کوانتیزه‌کننده برشی است که خروجی آن در سیستم عددی متمم دو می‌باشد. بنابراین A/D را می‌توان مطابق شکل (۱۱-۲b) بیان کرد. اگر ورودی توسط سیگنال کوچک $\frac{2^{-b}}{4}$ بایاس شود شکل (۱۱-۲c) حاصل می‌شود که معادل گرد کردن ورودی است (شکل ۱۱-۲d). مبدل A/D در فیلتر دیجیتال نویز گرد کردن [۴] ایجاد می‌کند (۱۱-۲e). طوریکه:

$$e_r(n) = Q^b(x(n)) - x(n) \quad (11-2)$$

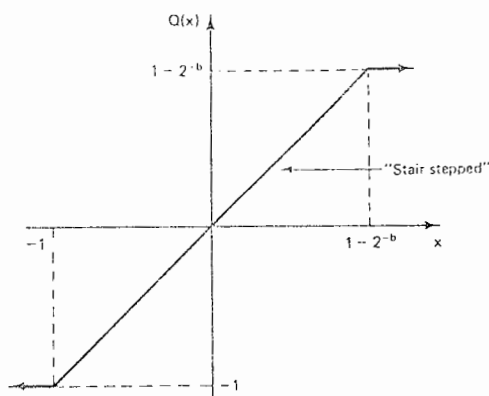
برابر مقدار نویز گرد کردن در زمان nT است این نویز مطابق شکل (۱۱-۲b) دارای توزیع یکنواخت و واریانس $\sigma_{e_r}^2 = \frac{2^{-2b}}{12}$ است.

مبدل A/D تقریب متوالی شکل (۱۱-۲d)، وقتی که سیگنال $x(t)$ به خارج از بازه دینامیکی افزایش می‌یابد. معمولاً اشباع می‌شود. لذا مشخصه سرریز آن از مشخصه سرریز سیستم عددی متمم دو متفاوت است. (شکل ۱۲-۲)



شکل (۱۱-۲) (a) A/D در حالت کلی، (b) A/D تقریب متوالی،

(c) A/D تقریب متوالی بایاس شده، (d) ساختار نویز



شکل (۱۲-۲) مشخصه سرریز A/D

(۲.۴.۲) کوانتیزاسیون متغیر داخلی

در ساختار فیلتر دیجیتال گره‌های داخلی همیشه از جمع جملات حاصل ضرب تشکیل می‌شوند، هر حاصل ضرب از یک ضریب فیلتر و یک متغیر سیگنال بوجود می‌آید. اگر $v_i(n)$ متغیر داخلی و c_i ضریب فیلتر باشد، گره داخلی $v_k(n)$ به صورت:

$$v_k(n) = \sum_{i=1}^l c_i v_i(n) \quad (51-2)$$

تشکیل می‌شود. این فرآیند در شکل (۱۳-۲a) آمده است. این شکل حالت ایده‌آل بدون کوانتیزاسیون را نشان می‌دهد. اگر ضرایب c_i به c_i^q کوانتیزه شوند و متغیرها در سیستم عددی متمم دو بیان شوند، تحقق فیزیکی شکل (۱۳-۲a) مطابق شکل (۱۳-۲b) خواهد بود. روشن است که اگر ضرایب به a بیت و متغیرها به b بیت کوانتیزه شوند، حاصل ضرب $c_i^q v_i(n)$ ، $(a+b)$ بیت خواهد داشت. این جملات توسط کوانتیزه‌کننده‌های Q_1 به b بیت کوانتیزه می‌شوند، و یا ابتدا با همان تعداد $(a+b)$ بیت جمع می‌شوند و حاصل توسط کوانتیزه‌کننده Q_2 به b بیت کوانتیزه می‌شود. انتخاب محل کوانتیزاسیون (Q_1 یا Q_2) براساس نیاز سخت‌افزاری برای محاسبه $(a+b)$ بیت در مقابل عملکرد بهتر فیلتر نسبت به نویز کوانتیزاسیون است. ساختار نویز در شکل (۱۳-۲c) آمده است. جهت سادگی طرز نمایش $Q^b(v_i(n))$ با $v_i^b(n)$ مشخص می‌شود. فرض کنید $\sigma_{e_1}^2 = \sigma_{e_2}^2$ باشد. کوانتیزاسیون در محل Q_1 واریانس نویز، $\sigma_{e_2}^2$ در $v_k(n)$ ایجاد می‌کند که برابر است با:

حال طبیعت توزیعهای خطای کوانتیزاسیون منابع خطای e_1 و e_2 بررسی می شود. حاصل ضرب:

$$v_l^q = (m_{10} \cdot m_{11} \cdot m_{12} \dots m_{1b})_{\tau \text{cns}}$$

$$* c_l^q = (m_{20} \cdot m_{21} \cdot m_{22} \dots m_{2b})_{\tau \text{cns}}$$

$$c_l^q v_l^q = (m_{30} \cdot m_{31} \cdot m_{32} \dots m_{3b} m_{3(b+1)} \dots m_{3(b+a)})_{\tau \text{cns}} \quad (54-2)$$

این حاصل ضرب وقتی به b بیت کوانتیزه می شود (با کوانتیزه کننده حاصل از گرد کردن):

$$Q^b(c_l^q v_l^q) = (m_{40} \cdot m_{41} \cdot m_{42} \dots m_{4b})_{\tau \text{cns}} \quad (55-2)$$

خطای این کوانتیزاسیون برابر است با:

$$e_r = Q^b(c_l^q v_l^q) - c_l^q v_l^q \quad (56-2)$$

از طرفی:

$$c_l^q v_l^q = (m_{30} \cdot m_{31} \cdot m_{32} \dots m_{3b} m_{3(b+1)})_{\tau \text{cns}}$$

$$+ \tau^{-b-1} = (0.00 \dots 010 \dots)_{\tau \text{cns}}$$

$$\tau^{-b-1} + c_l^q v_l^q = (m_{30} \cdot m_{31} \cdot m_{32} \dots m_{3b} m_{3(b+1)} \oplus 1 m_{3(b+2)} \dots m_{3(b+a)})_{\tau \text{cns}} \quad (57-2)$$

بنابراین:

$$e_r = \tau^{-b-1} (0.00 \dots 0 m_{3(b+1)} \oplus 1 m_{3(b+2)} \dots m_{3(b+a)})_{\tau \text{cns}}$$

$$e_r = \tau^{-b} (\tau^{-1} (0. m_{3(b+1)} \oplus 1 m_{3(b+2)} \dots m_{3(b+a)})_{\tau \text{cns}}) \quad (58-2)$$

با فرض $m_1 = m_{3(b+1)} \oplus 1$ و $m_i = m_{3(b+i)}$ و $i = 2, \dots, a$ قسمت دودویی معادله (58-2) ساده می شود.

$$e_r = \tau^{-b} (\tau^{-1} (0. m_1 m_2 \dots m_a)_{\tau}) \quad (59-2)$$

این عدد دودویی a بیت دارد و مقادیر گسسته محدوده:

$$-(1 - \tau^{-a}) < (0. m_1 m_2 \dots m_a)_{\tau} \leq 0$$

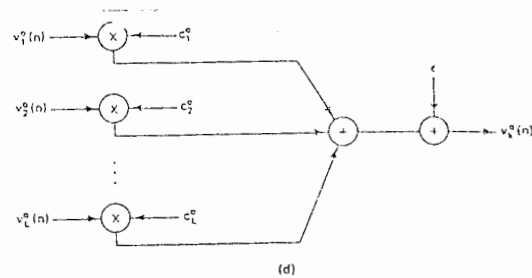
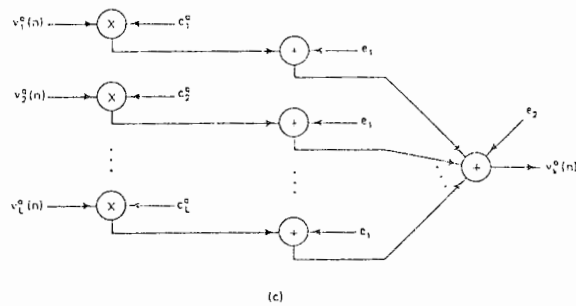
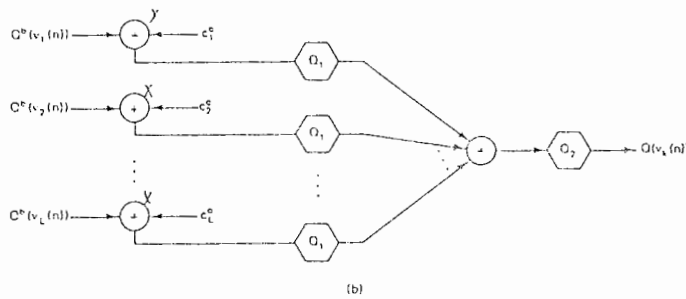
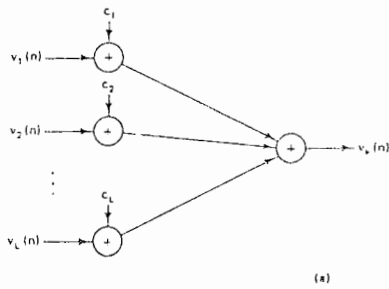
$$\sigma_{\vec{e}} = \sum_{i=1}^L \sigma_{\vec{e}_i} = L \sigma_{\vec{e}_1} = L \sigma_{\vec{e}_L} \quad (52-2)$$

در حالیکه اگر کوانتیزاسیون در محل Q_2 انجام گیرد.

$$\sigma_{\vec{e}_1} = \sigma_{\vec{e}_L} \quad (53-2)$$

یعنی کوانتیزاسیون در محل Q_1 ، ابار نویزی تر از محل Q_2 است. ساختار نهایی نویز به صورت شکل

(۱۳-۲d) در می آید.



شکل (۱۳-۲) (a) حالت ایده آل، (b) تحقق فیزیکی، (c) ساختار نویز کوانتیزاسیون،

(d) ساختار نویز معادل

را اختیار می‌کند. با بکار بردن این نامساوی در معادله (۵۹-۲):

$$-\frac{r^{-b}}{r} + r^{-b-a} < e_r \leq \frac{r^{-b}}{r}$$

از طرفی e_r به صورت:

$$r^b e_r = (0.1 \dots 0)_r - (0.m_1 m_2 \dots m_a)_r = (n_0 n_1 \dots n_a)_{rcas} \quad (60-2)$$

بیان می‌شود. لذا حداقل مقدار غیر صفر آن برابر است با:

$$|e_r|_{\min \neq 0} = r^{-b-a}$$

بنابراین e_r دارای تابع چگالی احتمال گسسته شکل (۱۴-۲) است. با استفاده از تابع دلتای

دیراک می‌توان این تابع چگالی احتمال را به صورت زیر بیان کرد:

$$p(e_r) = r^{-b} \sum_{i=0}^{r^a-1} \delta[e_r - r^{-b-1} (1-i \cdot r^{-a+1})] \quad (61-2)$$

واریانس نویز e_r برابر است با:

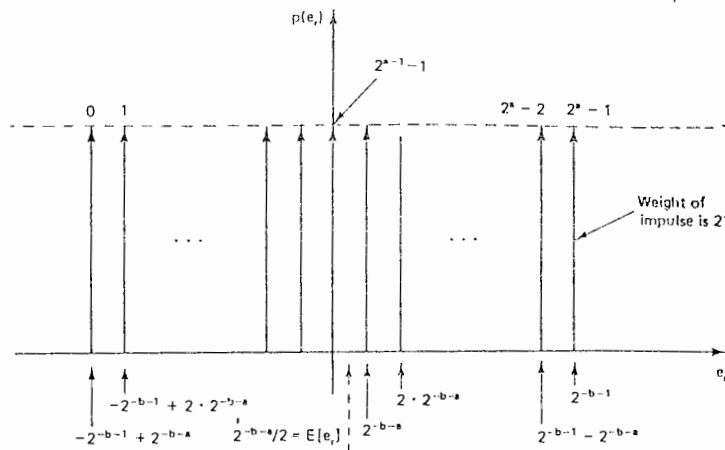
$$\sigma_{e_r}^2 = E[e_r^2] - E[e_r]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e_r^2 p(e_r) de_r + \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e_r p(e_r) de_r \right)^2$$

با محاسبه انتگرالهای فوق و ساده‌سازی:

$$\sigma_{e_r}^2 = \frac{r^{-2b}}{12} \quad (62-2)$$

که با نتایج گرد کردن در سیستمهای عددی علامت‌دار و متمم دو یکسان است. بنابراین جملات

حاصلضرب با نتایج دو سیستم عددی، تقریب زده می‌شود.



شکل (۱۴-۲) تابع چگالی احتمال خطای گرد کردن

(۳.۴.۲) نویز کوانتیزاسیون در خروجی

در دو بخش قبل اثر کوانتیزاسیون در ورودی فیلتر و کوانتیزاسیون جملات حاصل ضرب بررسی و خطای حاصل به صورت سیگنالهای ورودی جمع شونده با ورودی فیلتر مدل شد (شکل (۱۲-۲c) و (۱۲-۲e)). در این بخش اثر خطا بر خروجی فیلتر تحلیل می شود [۱۵]، [۲۳].

فیلتر دیجیتال شکل (۱۵-۲a) را در نظر بگیرید. این ساختار برای فیلتر دیجیتال Q جمع کننده براساس شکل (۱۳-۲d) فرض کرده است. در این ساختار $e_i(n)$ کوانتیزه کننده ورودی فیلتر است. اگر تابع تبدیل بین ورودی فیلتر و خروجی جمع کننده $F_i(z)$ و تابع تبدیل بین خروجی جمع کننده $F_i(z)$ و خروجی فیلتر با $G_i(z)$ نشان داده شود، اثر خطای هر جمله حاصل ضرب بخصوص را می توان مطابق شکل (۱۵-۲b) مشخص کرد. با استفاده از تبدیل z :

$$Y^q(z) = X(z)D(z) + E_*(z)D(z) + \sum_{i=1}^Q E_i(z)G_i(z) \quad (۶۳-۲)$$

که $E_i(z) = Z[e_i(n)]$ است. ولی اگر از ساختار نویز (۱۵-۲c) استفاده شود:

$$Y^q(z) = X(z)D(z) + E_n(z) \quad (۶۴-۲)$$

بنابراین نویز خروجی فیلتر برابر است با:

$$E_n(z) = E_*(z)D(z) + \sum_{i=1}^Q E_i(z)G_i(z) \quad (۶۵-۲)$$

ساختار نویز کوانتیزاسیون، $E_n(z)$ ، در شکل (۱۵-۲d) آمده است. بنابراین:

$$E_n(z) = \sum_{i=0}^Q E_{ni}(z) \quad (۶۶-۲)$$

$$E_{ni}(z) = E_i(z)G_i(z) \quad , \quad i=0, \dots, Q$$

$$G_0(z) = D(z)$$

$E_{ni}(z)$ را می توان به روشهای مختلف بررسی کرد. با محاسبه معادله حوزه زمانی $e_{ni}(n)$:

$$e_{ni}(n) = \sum_{j=0}^{\infty} g_i(j) e_i(n-j) \quad (۶۷-۲)$$

$$|e_{ni}(n)| \leq \sum_{j=0}^{\infty} |g_i(j)| |e_i(n-j)| \leq |e_i(n)|_{\max} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} |g_i(j)| \quad (68-2)$$

$$|e_i(n)|_{\max} = L_i \cdot |e_r|_{\max} = L_i \cdot \frac{\gamma^{-b}}{\gamma} \quad (69-2)$$

با جایگذاری معادله (69-2) در (68-2):

$$|e_{ni}(n)| \leq \gamma^{-b} \cdot \frac{L_i}{\gamma} \cdot \sum_{j=0}^{\infty} |g_i(j)| \quad (70-2)$$

بنابراین:

$$|e_n(n)| = \sum_{i=0}^Q e_{ni}(n)$$

$$|e_n(n)| \leq \sum_{i=0}^Q |e_{ni}(n)| \leq \sum_{i=0}^Q \left(\gamma^{-b} \cdot \frac{L_i}{\gamma} \right) \sum_{j=0}^{\infty} |g_i(j)|$$

بنابراین قدرمطلق کران بالای $e_n(n)$ بر مقدار نویز حاصل از گرد کردن در خروجی فیلتر دیجیتال

برابر است با:

$$|e_n(n)| \leq \frac{\gamma^{-b}}{\gamma} \sum_{i=0}^Q \left(L_i \sum_{j=0}^{\infty} |g_i(j)| \right) \quad (71-2)$$

این کران، یک کران خیلی بدبینانه است زیرا فرض می‌کند که در هر لحظه نمونه برداری، نویز گرد کردن در هر کوانتیزه کننده حداکثر است و خروجی فیلتر دیجیتال به سمت بدترین مقدار هدایت می‌شود.

با استفاده از ورودی پله با دامنه $\frac{\gamma^{-b}}{\gamma}$ در هر کوانتیزه کننده و حذف مقدار بدترین حالت می‌توان

شرایط اثر بدترین حالت را تعدیل نمود. بنابراین:

$$e_{ni}(n) = \sum_{j=0}^{\infty} g_i(j) e_i(n-j) \quad (72-2)$$

$$e_i(n-j) = \begin{cases} L_i \cdot \frac{\gamma^{-b}}{\gamma} & n-j \geq 0 \\ 0 & n-j < 0 \end{cases} \quad (73-2)$$

با استفاده از معادله (۷۳-۲)، $e_{ni}(n)$ به صورت زیر درمی آید:

$$e_{ni}(n) = (\gamma^{-b} \cdot \frac{l_i}{\gamma}) \sum_{j=0}^n g_i(j)$$

و برای n های بزرگ:

$$|e_{ni}(\infty)| = (\gamma^{-b} \cdot \frac{l_i}{\gamma}) \left| \sum_{j=0}^n g_i(j) \right| \quad (74-2)$$

اما:

$$\sum_{j=0}^{\infty} g_i(j) = G(z) |_{z=1} = G(1)$$

بنابراین:

$$|e_n(n)| \leq \frac{\gamma^{-b}}{\gamma} \cdot \sum_{i=0}^Q l_i |G_i(1)| \quad (75-2)$$

این کران بالای $e_n(n)$ که از کران بالای قبلی کمی بهتر است، کران حالت دائم^۱ نامیده می شود.

حال با استفاده از روشهای آماری خطای حاصل از گرد کردن خروجی بررسی می شود [۴]

چگالی طیف فیلتر دیجیتال با تابع تبدیل $D(z)$ و چگالی طیف ورودی $S_x(z)$ برابر است با [۲۰]:

$$S_y(z) = S_x(z) D(z) D\left(\frac{1}{z}\right) \quad (76-2)$$

و اگر $E[y(n)] = 0$ آنگاه:

$$\sigma_y^2 = E[y^2(n)]$$

برای تحلیل نویز حاصل از گرد کردن می توان نوشت:

$$Q_{e_r}(\cdot) = E[e_r^2] = \frac{\gamma^{-2b}}{12}$$

$$Q_{e_r}(n) = 0, \quad n \neq 0$$

بنابراین:

$$S_{e_r}(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Q_{e_r}(n) \cdot z^{-n} = \frac{\gamma^{-2b}}{12} \quad (77-2)$$

اگر e_r خطای حاصل از گرد کردن ورودی فیلتر دیجیتال باشد در اینصورت در خروجی:

$$E[e_n^r(n)] = \frac{1}{\omega_s} \int_{-\pi}^{\pi} S_{e_r}(e^{j\omega T}) |D(e^{j\omega T})|^r d\omega$$

$$\sigma_{e_n}^r = \frac{r-2b}{12\omega_s} \int_{-\pi}^{\pi} |D(e^{j\omega T})|^r d\omega = \frac{r-2b}{12} \sum_{m=0}^{\infty} d^r(m) \quad (78-2)$$

با بکار بردن این نتایج برای ساختار (۱۵-۲):

$$\sigma_{e_{ni}}^r = \sigma_{e_i}^r \sum_{m=0}^{\infty} g_i^r(m) \quad (79-2)$$

باتوجه به اینکه منابع نویز تصادفی ورودی، e_i دارای میانگین صفر هستند:

$$\sigma_{e_n}^r = \sum_{i=0}^Q \sigma_{e_{ni}}^r = \sum_{i=0}^Q e_i^r \cdot \sum_{m=0}^{\infty} g_i^r(m) = \frac{r-2b}{12} \sum_{i=0}^Q \sum_{m=0}^{\infty} g_i^r(m)$$

بنابراین:

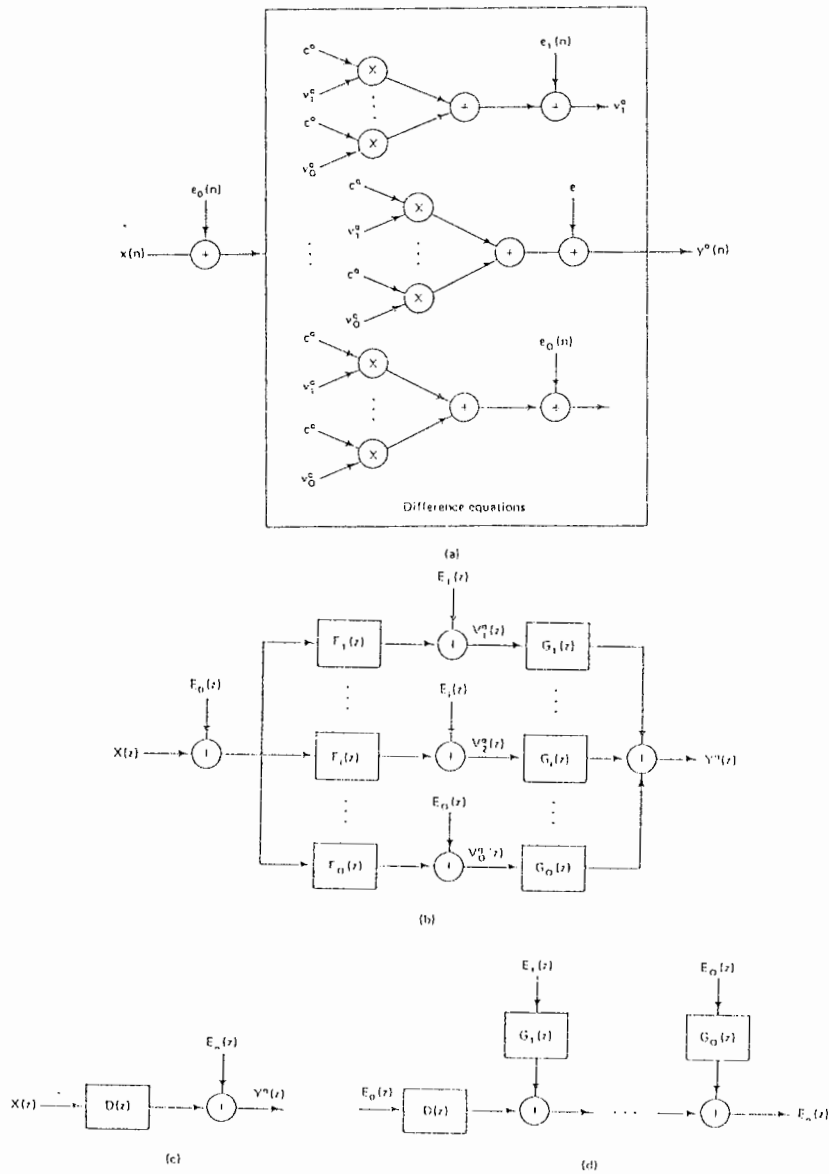
$$\sigma_{e_n}^r = \frac{r-2b}{12} \sum_{i=0}^Q \frac{1}{\omega_s} \int_{-\pi}^{\pi} |G_i(e^{j\omega T})|^r d\omega$$

$$\sigma_{e_n}^r = \frac{r-2b}{12} \sum_{i=0}^Q \frac{1}{2\pi j} \oint G_i(z) G_i\left(\frac{1}{z}\right) \frac{dz}{z} \quad (80-2)$$

این معادلات را می توان توسط الگوریتم های محاسباتی [۱۱] به دست آورد.

(۵.۲) سیکلهای حد

چگونگی نوسانات واداشته در یک سیستم کنترل حلقه بسته به دلیل عوامل غیرخطی، سیکل حد نامیده می شود. هرگاه ورودی فیلتر دیجیتال ضربه گسسته باشد، در حالت ایده آل خروجی آن به



شکل (۲-۱۵) ساختارهای نویز فیلتر

صفر میل می‌کند اما با وجود کوانتیزه کننده در حلقه عملکرد فیلتر، خروجی هرگز به صفر نمی‌رسد. فیلتر دیجیتالی که چنین عملکردی دارد اصطلاحاً دارای زمان مرده^۱ است. زمان مرده مقادیر ضرایب فیدبک را تغییر داده، موجب بروز سیکل حد می‌شود. در این حالت خروجی فیلتر می‌تواند مقدار ثابت غیر صفر باشد [۱]، [۲] و [۱۰].

۱- Deadband

به کار بردن کوانتیزه کننده برای کم ارزشترین بیت و مشخصات غیرخطی سرریز [۱۲] برای با ارزشترین بیت جمع کننده سبب ایجاد نوسان در خروجی فیلتر دیجیتال در یک بازه می شود. این سیکل حد را که عمدتاً ناشی از مشخصات سرریز است، نوسانات سرریز می نامند.

(۱.۵.۲) طبقه بندی خطاهای کوانتیزاسیون

طبقه بندی خطاهای کوانتیزاسیون در جدول (۱-۲) خلاصه شده است. این جدول اثر کوانتیزه کننده های سیگنال و مشخصات سرریز را بر خروجی فیلتر دیجیتال توصیف می کند. اصطلاح نویز سرریز به معنی حالتی است که یک سرریز اتفاقی به سیگنال خروجی فیلتر یک نویز بزرگ اضافه می کند. در ادامه به تحلیل سیکل حد و نوسانات سرریز پرداخته می شود.

نوع عامل غیرخطی		
سرریز	کوانتیزه کننده	شرایط ورودی
نوسانات سرریز	سیکل حد	ورودی صفر
نویز سرریز		ورودی غیر تصادفی
	سیکل حد	ورودی متناوب
	نویز کوانتیزاسیون	ورودی نامتناوب
نویز سرریز	نویز کوانتیزاسیون	ورودی تصادفی

جدول (۱-۲) طبقه بندی خطاهای کوانتیزاسیون

(۲.۵.۲) بررسی سیکل حد

فیلتر ۳D درجه دوم شکل (۱۶-۲) را در نظر بگیرید. در این فیلتر جملات حاصل ضرب با دقت دو برابر با یکدیگر جمع شده سپس برای تشکیل متغیر خروجی $y^q(k)$ کوانتیزه می شوند. خروجی $y(k)$ برابر است با:

$$y(k) = a \cdot Q_r^b(x(k)) + a_1 \cdot Q_r^b(x(k-1)) + a_2 \cdot Q_r^b(x(k-2))$$

$$-b_1 \cdot Q_r^b(y(k-1)) - b_2 \cdot Q_r^b(y(k-2))$$

برای سیکل حد با ورودی صفر:

$$y(k) = -b_1 Q_r^b(y(k-1)) - b_2 Q_r^b(y(k-2))$$

و چون $y^q(k) = Q_r^b(y(k))$

$$|Q_r^b(y(k)) - y(k)| \leq 2^{-b-1}$$

بنابراین:

$$|Q_r^b(y(k)) + b_1 Q_r^b(y(k-1)) + b_2 Q_r^b(y(k-2))| \leq 2^{-b-1} \quad (81-2)$$

حالت ۱: فرض کنید که خروجی غیر صفر و ثابت حاصل شود. در اینصورت:

$$Q_r^b(y(k)) = Q_r^b(y(k-1)) = Q_r^b(y(k-2))$$

بنابراین:

$$|Q_r^b(y(k))| \leq \frac{2^{-b-1}}{|1 + b_1 + b_2|} \quad (82-2)$$

حالت ۲: فرض کنید در خروجی سیکل حد موج مربعی حاصل شده است در این حالت:

$$Q_r^b(y(k)) = -Q_r^b(y(k-1)) = Q_r^b(y(k-2))$$

و از معادله (81-2) نتیجه می شود:

$$|Q_r^b(y(k))| \leq \frac{2^{-b-1}}{|1 - b_1 + b_2|} \quad (83-2)$$

حالت ۳: فرض کنید در خروجی سیکل حد سینوسی حاصل شود. در اینصورت مقدار مؤثر b_2 برابر

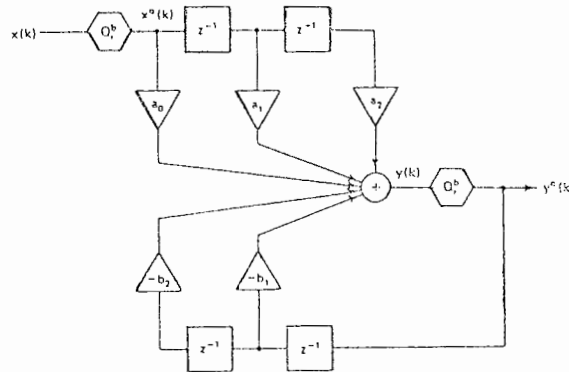
یک است. بنابراین:

$$Q_r^b(b_2 Q_r^b(y(k-2))) = Q_r^b(1 \cdot Q_r^b(y(k-2)))$$

$$|Q_r^b(y(k-2))| - |b_2 Q_r^b(y(k-2))| \leq 2^{-b-1}$$

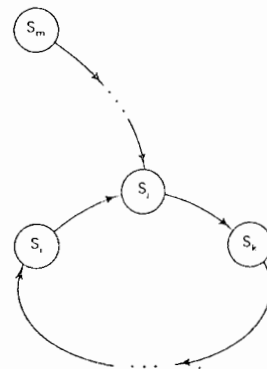
$$|Q_r^b(y(k))| \leq \frac{2^{-b-1}}{1 - |b_2|} \quad (84-2)$$

در حالت‌های فوق ابتدا در خروجی فیلتر دیجیتال یک شکل موج در نظر گرفته شد. سپس کران بالای خروجی فیلتر محاسبه شد. روش دیگر بررسی سیکل حد در نظر گرفتن فیلتر دیجیتال به صورت یک مدار ترتیبی سنکرون با تعداد حالات محدود است. حالت مدار، i ، از روی ارزش متغیرهای عناصر تأخیردهنده تعیین می‌شود.



شکل (۱۶-۲) فیلتر ۳D درجه سوم

در شکل (۱۶-۲) چهار تأخیردهنده $(b+1)$ بیت وجود دارد. بنابراین تعداد حالت‌های متمایز مدار ترتیبی برابر $N_S = 2^{2(b+1)}$ است از جدول (۱-۲) دیده می‌شود که سیکل حد همواره تغییرات سیگنال کوچک در سیگنال خروجی است. اما در اینجا با سه یا چهار بیت سر و کار داریم و $N_S = 2^8$ است که عدد قابل ملاحظه‌ای است. شکل (۱۷-۲) را در نظر بگیرید. سیکل حد $S_i \rightarrow S_j \rightarrow S_k \rightarrow \dots \rightarrow S_i$ می‌تواند تعداد حالات فرد یا زوج داشته باشد (M). برای حالت ۱ فوق‌الذکر $M=1$ و حالت ۲، $M=2$ است. سیکل حد می‌تواند از هر یک از حالت‌های سیکل حد داخل حلقه و یا حالت‌های خارج حلقه سیکل، S_m شروع شود.

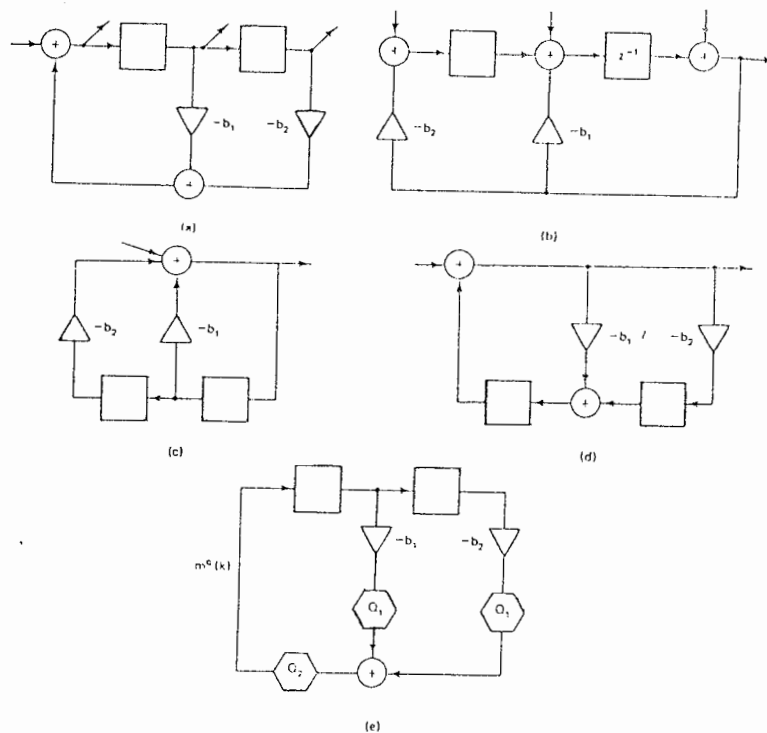


شکل (۱۷-۲) ساختار سیکل حد

مسئله سیکل حد اساساً یک مسئله فیدبک است که در شکل (۱۸-۲) مدل شده است. ساختارهای مستقیم را در حالتی که سیکل حد ورودی در شکل (۱۸-۲e) صفر است بررسی می‌کنیم.

$$m^q(k) = Q_2(Q_1(-b_1 m^q(k-1)) + Q_1(-b_2 m^q(k+2))) \quad (۸۵-۲)$$

کوانتیزه‌کننده Q_1 و Q_2 برای اجرای فیلتر دیجیتال انتخاب می‌شوند. اگر جملات حاصل ضرب پس از تشکیل و قبل از جمع شدن گرد شوند، Q_1 فعال و Q_2 غیرفعال است ولی اگر جملات حاصل ضرب ابتدا جمع و سپس کوانتیزه شوند Q_2 فعال و Q_1 غیرفعال است.



شکل (۱۸-۲) محل کوانتیزاسیون: ۱D(a)، ۲D(b)، ۳D(c)، ۴D(d)

(e) مدل کلی ساختارهای مستقیم

(۳.۵.۲) محاسبه کرانه‌های سیکل حد

لانگ و تریک [۱۰] برای خطاهای حاصل از سیکل حد، کرانه‌ها و محدودیت‌هایی را بدست آورده‌اند. فیلتر دیجیتال با ساختار ۳D شکل (۱-۱C) را در نظر بگیرید. معادله تفاضلی این ساختار در معادله (۵-۱) آمده است. برای ورودی صفر:

$$y(k) = - \sum_{i=1}^n b_i y(k-i) \quad (۸۶-۲)$$

افزودن کوانتیزه کننده‌هایی در محل Q_1 ، دنباله خروجی $y^q(k)$ زیر را بدست می‌آورد:

$$y^q(k) = - \sum_{i=1}^n Q_i^b (b_i y^q(k-i)) \quad (87-2)$$

با تعریف:

$$Q_i^b (b_i y^q(k-i)) = b_i y^q(k-i) + e_i(k)$$

$y^q(k)$ به صورت زیر درمی‌آید:

$$y^q(k) = - \sum_{i=1}^n (b_i y^q(k-i) + e_i(k))$$

$$y^q(k) = - \sum_{i=1}^n b_i y^q(k-i) - e(k) \quad (88-2)$$

$$e(k) = - \sum_{i=1}^n e_i(k) \quad (89-2)$$

اگر سیگنال ورودی فیلتر دیجیتال برابر $e(k)$ باشد پاسخ سیکل حد برابر است با:

$$y^q(k) = \sum_{l=-\infty}^n h(k-l) e(l) \quad (90-2)$$

در معادله (۹۰-۲) $h(k)$ پاسخ ضربه فیلتر دیجیتال است. با توجه به ماهیت متناوب سیکل حد:

$$e(L) = e(L+M)$$

$$y^q(k) = \sum_{j=0}^{\infty} \left[\sum_{l=k-(j+1)M+1}^{k-jM} h(k-l) e(l) \right] \quad (91-2)$$

که M دوره تناوب $e(l)$ است. با فرض $P = K - jM - l$ این مجموع به صورت زیر ساده می‌شود:

$$y^q(k) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{p=0}^{M-1} h(p+jM) e(k-p) = \sum_{p=0}^{M-1} e(k-p) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} h(p+jM) \quad (92-2)$$

از طرفی:

$$|e(k-p)| \leq n \cdot \gamma^{-b-1} \quad (93-2)$$

با به کار بردن نامعادله (۹۳-۲) در معادله (۹۲-۲):

$$y^q(k) \leq n \cdot \gamma^{-b-1} \cdot \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{\infty} h(p+jM) \quad (94-2)$$

بنابراین کران بالای خروجی برابر است با:

$$|y_q(k)| \leq n \cdot \gamma^{-b-1} \cdot \sum_{p=0}^{M-1} |h(p)| \quad (95-2)$$

حال اگر معادله (۹۵-۲) برای فیلتر دیجیتال درجه دوم شکل (۱۸-۲) به کار رود، کران بالای خروجی

به صورت زیر درمی آید:

$$H(z) = \frac{1}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$

$$h(p) = \oint \frac{z^p}{z^2 + b_1 z + b_2} \cdot z^{p-1} dz$$

$$|y^q(k)| \leq n \cdot \gamma^{-b-1} \sum_{p=0}^{M-1} \left| \left[\frac{1}{\gamma \left(\frac{b_1}{\gamma} - b_2 \right)} \frac{\left(\frac{b_1}{\gamma} + \sqrt{\frac{b_1^2}{\gamma^2} - b_2} \right)^{p+1}}{1 - \left(-\frac{b_1}{\gamma} + \sqrt{\frac{b_1^2}{\gamma^2} - b_2} \right)^M} - \frac{\left(-\frac{b_1}{\gamma} - \sqrt{\frac{b_1^2}{\gamma^2} - b_2} \right)^{p+1}}{1 - \left(-\frac{b_1}{\gamma} + \sqrt{\frac{b_1^2}{\gamma^2} - b_2} \right)^M} \right] \right| \quad (96-2)$$

نامعادله (۹۶-۲) با فرض قطبهای متمایز برای فیلتر دیجیتال به دست آمد. اگر فیلتر دارای قطبهای

تکراری باشد کران بالای خروجی برابر است با:

$$|y^q(k)| \leq n \cdot \gamma^{-b-1} \cdot \sum_{p=0}^{M-1} \left| \left(-\frac{b_1}{\gamma} \right)^p \left[\frac{k}{1 - \left(-\frac{b_1}{\gamma} \right)^M} + \frac{1 + \left(-\frac{b_1}{\gamma} \right)^M \cdot (M-1)}{\left(1 - \left(-\frac{b_1}{\gamma} \right)^M \right)^2} \right] \right| \quad (97-2)$$

(۴.۵.۲) حذف سیکل حد

فرض کنید فیلتر دیجیتال با یک کوانتیزه کننده مطابق شکل (۱۹-۲) مدل شود. در این صورت:

$$x(z) = W(z)y(z)$$

اگر:

$$Q(0)=0, \quad 0 \leq \frac{Q(x)}{x} \leq k \quad \text{برای } x \neq 0$$

$$\operatorname{Re}w(z) - \frac{1}{k} < 0 \quad \text{برای } |z|=0, \left[\frac{M}{2}\right]$$

$$z_L = e^{j\left(\frac{2\pi n}{M}\right)} \quad (98-2)$$

آنگاه تحت شرایط فوق سیکل حد با طول M از فیلتر دیجیتال حذف می‌شود. اگر این شرایط بر فیلتر دیجیتال شکل (۱۸-۲۵) با کوانتیزه کننده Q_2 اعمال شود:

$$W(z) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}$$

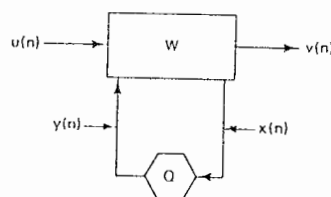
$$\operatorname{Re}w(z) = b_1 \cos\left[\left(\frac{2\pi}{M}\right)l\right] + b_2 \cos\left[\left(\frac{4\pi}{M}\right)l\right] \quad (99-2)$$

اگر $M=1$ و $b_1 + b_2 - \frac{1}{k} < 0$ ، سیکل حد حذف می‌شود. سیکل حد با طول $M=2$ در صورتیکه $-b_1 + b_2 - \frac{1}{k} < 0$ باشد، حذف می‌شود. با ادامه این فرآیند نتیجه می‌شود که اگر:

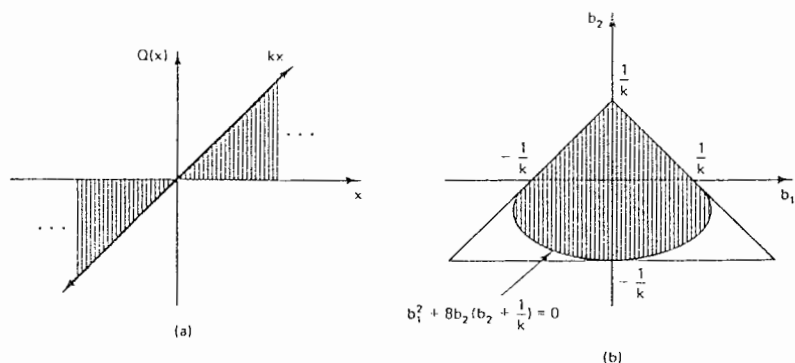
$$b_1 \cos\varphi + b_2 \cos 2\varphi - \frac{1}{k} < 0$$

$$0 \leq \varphi \leq \pi \quad (100-2)$$

آنگاه تمام سیکلهای حد حذف خواهند شد. این نتایج در شکل (۲۰-۲) نشان داده شده است. برای حذف سیکل حد بایستی مشخصه کوانتیزه کننده در ناحیه هاشور خورده شکل (۲۰-۲a) قرار داشته باشد. در اینصورت شرایط (۱۰۰-۲) در فضای ضرایب مطابق شکل (۲۰-۲b) خواهد بود. در فضای ضرایب اگر تمام ضرایب فیلتر دیجیتال در ناحیه هاشور خورده قرار گیرند، سیکل حد حذف می‌شود. لازم به ذکر است که برای کوانتیزه کننده برشی $k=1$ و برای کوانتیزه کننده حاصل از گرد کردن $k=2$ است.



شکل (۱۹-۲) فیلتر دیجیتال با یک کوانتیزه کننده



شکل (۲-۲۰) حذف سیکل حد: (a) مشخصه غیر خطی، (b) فضای ضرایب فیلتر دیجیتال

(۵.۵.۲) حذف نوسانات سرریز

در یک فیلتر دیجیتال ضروری است که از اتفاق افتادن نوسانات سرریز جلوگیری شود. برای حذف این نوسانات سه روش وجود دارد که عبارتند از:

۱- ورودی فیلتر دیجیتال را طوری مقیاس‌گذاری^۱ کنید که فقط سطوح سیگنال کوچک در فیلتر دیجیتال وجود داشته باشند.

۲- واحد جمع‌کننده را طوری طراحی کنید که مشخصه سرریز آن سبب ایجاد نوسانات سرریز نشود [۱۲]. ضروری است که این مشخصه سرریز داخل ناحیه هاشور خورده شکل (۲-۲۰) قرار داشته باشد. جمع‌کننده‌های متمم دو و علامت‌دار در این شرایط صدق نمی‌کنند.

۳- ساختاری برای فیلتر دیجیتال پیدا کنید که عاری از نوسانات سرریز باشد [۱۲].

بررسی مسئله نوسانات سرریز در طراحی فیلتر دیجیتال مرحله بسیار مهمی است. سه روش حذف نوسانات سرریز فوق برای سیستم کنترل پاسخ بهینه به دست نمی‌آورند، ولی کاربرد آنها در مسائل طراحی، محاسبه پاسخ عملی را میسر می‌سازد.

(۶.۲) بررسی طول کلمه محدود در تحقق فیلتر دیجیتال

در فصل اول تابع تبدیل پالس فیلتر دیجیتال در معادله (۱-۱) تعریف شد. سپس چندین

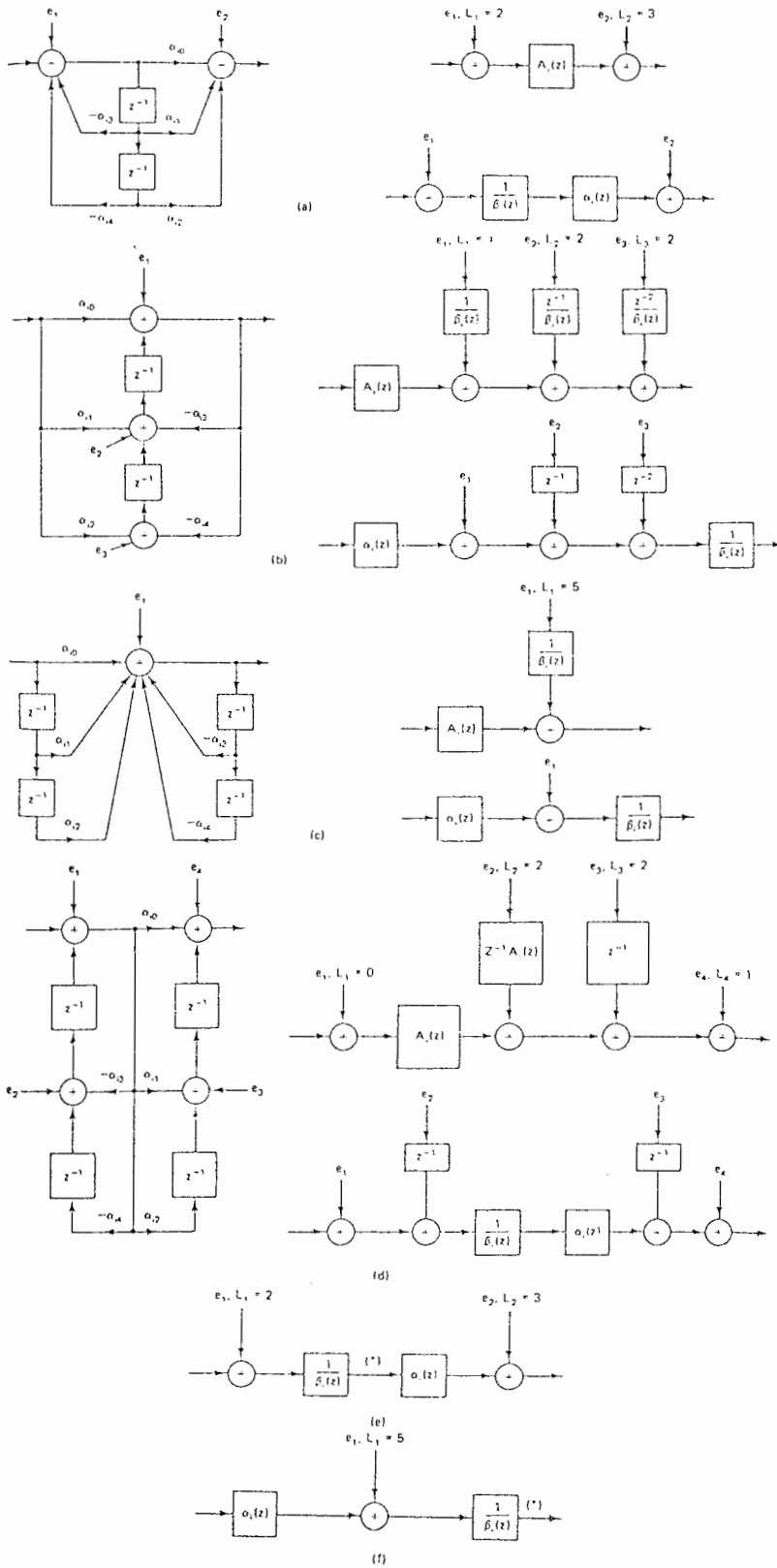
ساختار تحقق مناسب برای آن ارائه شد. از بررسی ساختارها روشن شد که آنها هنگام اجرا با طول کلمه محدود مواجه هستند [۱۳]. طبیعت طول کلمه محدود در ابتدای این فصل بررسی شد. اکنون اثر طول کلمه محدود بر تحقق فیلتر دیجیتال بررسی می‌شود.

در فصل اول مشاهده شد که فیلترهای دیجیتال درجه بالا ($n \geq 4$) معمولاً به صورت سری یا موازی از مدولهای درجه دوم اجراء می‌شوند تا از مسئله حساسیت ضرایب جلوگیری شود. در بررسی حساسیت ضرایب مسائل دیگری از قبیل دسته‌بندی صفر - قطب^۱، مقیاس‌گذاری، مرتب نمودن^۲ مدول مطرح می‌شوند. این مسائل در بخش حاضر بررسی می‌شوند و سپس الگوریتم طراحی عملی فیلتر دیجیتال ارائه می‌شود.

(۱۶.۲) مدولهای درجه دوم سری

برای اجرای سری فیلتر دیجیتال از مدولهای درجه دوم، تابع تبدیل پالس آن به شکل مناسب معادله (۱۵-۱) تبدیل شد و مطابق شکل (۵-۱) تحقق یافت. برای تشکیل مناسب (۱-۱۵) لازم است که جملات درجه دوم صورت و مخرج دسته‌بندی و سپس به صورت سری مرتب شوند. پس از دسته‌بندی و مرتب کردن، هر مدول درجه دوم را می‌توان با ساختارهای فصل اول اجراء نمود. این ساختارها مجدداً در شکل (۲-۲۱) آمده‌اند. البته در این شکل منابع خطا نیز براساس شکل (۲-۱۵) مدل شده‌اند. از شکل (۲-۲۱) مشاهده می‌شود که ساختار ۱D در هر مدول دو منبع خطا و ساختار ۳D یک منبع خطا دارد. رفتار ساختار ۱D با ۴D و ۲D با ۳D در مقابل خطا مشابه است. مدلهای خطای معادل این ساختارها در شکل (۲e, f) آمده‌اند.

در عمل از مقیاس‌گذاری برای حالت سری استفاده می‌شود تا دامنه سیگنالهای مطلوب طوری محدود شود که از روی دادن سرریز جلوگیری شود. ساختار سری از مدولهای درجه دوم ۱D یا ۴D با ضرایب مقیاس‌گذاری شده در شکل (۲a-۲۲) آمده است.



شکل (۲-۲۱) مدل‌های خطای ساختارهای مستقیم: ۱D(a)، ۲D(b)، ۳D(c)، ۴D(d) و

(e) مدل مرکب ۱D و ۴D، (f) مدل مرکب ۲D و ۳D

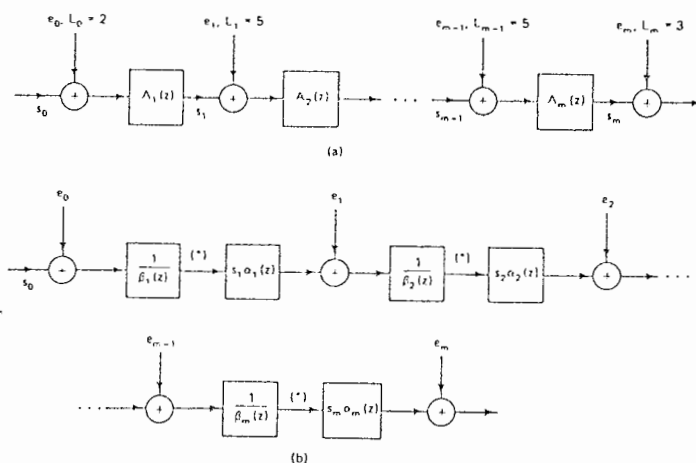
واریانس نویز خروجی را می توان از معادله (۲-۸۰) محاسبه کرد که در آن تعداد منابع خطا و $G_i(z)$ تابع تبدیل پالس از منبع خطای e_i به خروجی فیلتر است. با اعمال این فرمول بر شکل (۲۲-۲):

$$\sigma_{e_n}^2 = \frac{\gamma^{-2b}}{12} \left[L_m + \frac{L_{m-1}}{2\pi j} \oint \frac{s_m \alpha_m(z) s_m \alpha_m\left(\frac{1}{z}\right)}{\beta_m(z) \beta_m\left(\frac{1}{z}\right)} \cdot \frac{dz}{z} + \dots \right. \\ \left. + \frac{L_s}{2\pi j} \oint \prod_{i=1}^m \left(\frac{s_i \alpha_i(z) s_i \alpha_i\left(\frac{1}{z}\right)}{\beta_i(z) \beta_i\left(\frac{1}{z}\right)} \right) \frac{dz}{z} \right] \quad (101-2)$$

با مرتب کردن دوباره جملات:

$$\sigma_{e_n}^2 = \frac{\gamma^{-2b}}{12} \left[L_m + \sum_{i=1}^m \frac{L_{i-1}}{2\pi j} \oint \prod_{i=1}^m \left(s_i \alpha_i(z) \alpha_i\left(\frac{1}{z}\right) \right) \frac{dz}{z} \right] \quad (102-2)$$

در معادله (۲-۱۰۲) و $L_m=3$ و برای $i \neq 0, m$ $L_i=5$ است. هدف از طراحی فیلتر دیجیتال به صورت مدولهای درجه دوم سری حداقل کردن معادله (۲-۱۰۲) است. لازم به ذکر است که پارامترهای (۲-۱۰۲) با دسته بندی، مقیاس گذاری و مرتب کردن تغییر می کنند. محاسبه واریانس نویز خروجی ساختارهای ۲D و ۳D نیز به طریق مشابه انجام می شود [۱].



شکل (۲-۲۲) فیلتر دیجیتال سری ۱D یا ۴D: (a) مقیاس گذاری بین مدولها

(b) مقیاس گذاری صورت

(۱.۱.۶.۲) مقیاس گذاری سیگنال

در حالت کلی با کاهش دامنه سیگنال ورودی (مقیاس گذاری) فیلتر دیجیتال می توان نوسانات سرریز را حذف کرد. ولی اگر مقادیر سیگنال زیاد کاهش یابند، خطاهای کوآنتیزاسیون قسمت مهمی از سیگنالهای داخلی می شود و نسبت سیگنال به نویز را کاهش می دهد. بنابراین یکی از مسائل مهم طراحی، انتخاب فاکتورهای مقیاس گذاری برای کاهش احتمال سرریز است طوری که سیگنال در بازه دینامیکی فیلتر دیجیتال معنی دار باشد. برای مقیاس گذاری سیگنال روشهای متفاوتی وجود دارد که این روشها بتفضیل در [۱] آمده اند.

(۲.۱.۶.۲) دسته بندی صفر - قطب

در بهینه سازی (۲-۱۰۲) بررسی تمام دسته بندیهای ممکن جملات صورت و مخرج تابع تبدیل پالس فیلتر دیجیتال نشان می دهد که تابع تبدیل پالس $(m!)^2$ حالت مختلف می تواند داشته باشد. از میان این حالتها بعضی از حالتها دسته بندی صفر - قطب سبب بهینه سازی (۲-۱۰۲) می شوند. در حالت کلی اگر دسته بندی صفر - قطب طوری انجام شود که منجر به حداقل شدن پیک پاسخ فرکانسی فیلتر دیجیتال شود، نتایج بهینه سازی خوبی حاصل می شود.

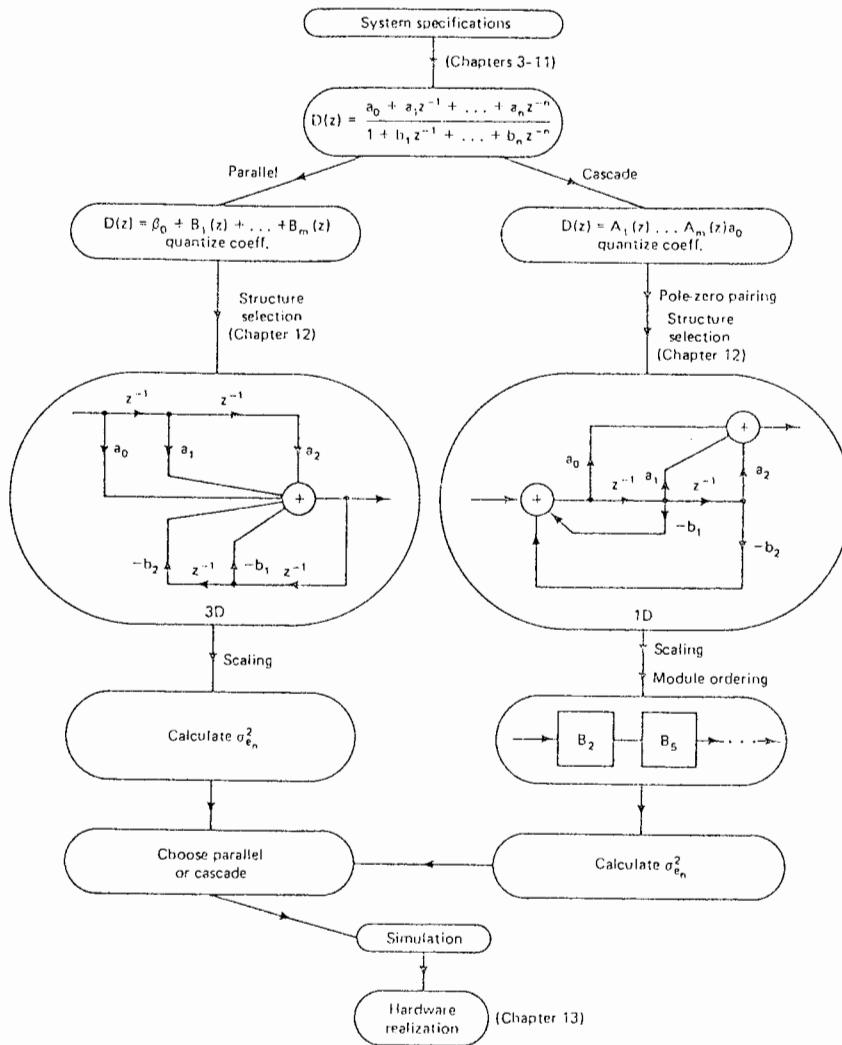
(۳.۱.۶.۲) مرتب کردن

پس از دسته بندی مناسب صفرها و قطبهای مدولهای درجه دوم طراح آنها را به منظور حداقل کردن نویز خروجی و سیکل حد پاسخ مرتب می کند. مرتب کردن به معنی تعویض جای مدولهای درجه دوم ساختار سری است طوری که (۲-۱۰۲) بهینه شود. الگوریتم طراحی عملی فیلتر دیجیتال سری از مدولهای درجه دوم در شکل (۲-۲۳) آمده است.

(۲.۶.۲) مدولهای درجه دوم موازی

در اجرای موازی معادله (۱-۱) از مدولهای درجه دوم، $D(z)$ به کسرهای جزئی بسط داده می شود. در این روش اجراء، برای جلوگیری از سرریز ثابتهای مقیاس گذاری شده برای مدولهای درجه دوم به کار برده می شوند. همچنین به منظور تصحیح سطوح سیگنال قبل از رسیدن به جمع کننده های خروجی از معکوس ثابت مقیاس گذاری شده در اجرای ساختار استفاده می شود. محاسبه واریانس نویز خروجی ساختار موازی مقیاس گذاری شده مشابه ساختار سری است و در

[۱] آمده است. الگوریتم طراحی عملی فیلتر دیجیتال موازی از مدوله‌های درجه دوم در شکل (۲-۲۳) آمده است.



شکل (۲-۲۳) الگوریتم طراحی فیلتر دیجیتال به صورت فلوچارت

فصل سوم

موتور پله‌ای

(۱.۳) مقدمه

موتور پله‌ای برای پاسخ به نیاز دستگامی که جابجائی زاویه‌ای معینی را در یک محور گردان ایجاد کند و موقعیت آنرا در مقابل گشتاور ایجاد شده نگهدارد، ساخته شده است. بنابراین برای کنترل دقیق موقعیت در وسایل جانبی کامپیوترها نظیر چاپگرها، رباتها، دستگاههای ساخت مدارات مجتمع، صنایع نظامی و نساجی و موارد مختلف دیگر به کار می‌رود. موتور پله‌ای یک وسیله مغناطیسی دیجیتال است که به هر پالس الکتریکی ورودی بصورت حرکت گسسته روتور به اندازه یک پله جواب می‌دهد.

موتور پله‌ای از نظر ساختار انواع مختلفی دارد، اما همه آنها را می‌توان به سه دسته اصلی تقسیم نمود که عبارتند از:

موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر (V_{IR})^۱، موتور پله‌ای مغناطیس دائم (PM)^۲ و موتور پله‌ای هیبرید (HIB)^۳. هدف این فصل معرفی انواع موتور پله‌ای، محاسبه مدل ریاضی و بررسی نحوه عملکرد آن با بدست آوردن مشخصات زمان پیوسته توسط شبیه‌سازی است.

(۲.۳) موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر

اساس کار این موتور بر مبنای تغییر رلوکتانس است به عبارت دیگر تغییر موقعیت روتور طوری است که رلوکتانس فاصله هوائی حداقل مقدار را داشته باشد. این موتور به دو صورت یک تکه^۴ و چند تکه^۵ ساخته می‌شود.

(۱.۲.۳) موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه

این موتور نوع اصلی موتور پله‌ای است. اساس کار آن با ذکر یک مثال که سطح مقطع عرضی

۱- Variable Reluctance

۲- Permanent Magnet

۳- Hybrid

۴- single-Stack

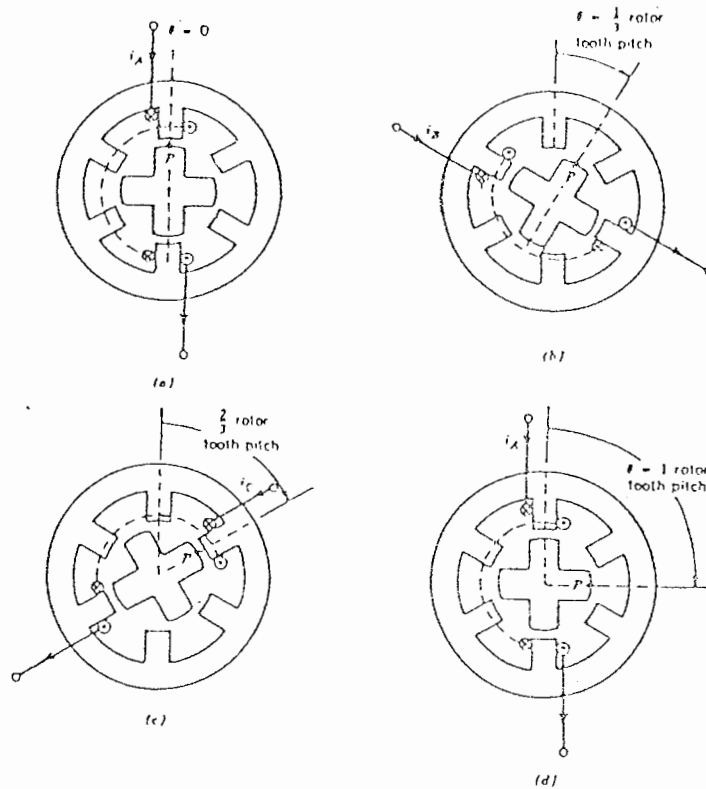
۵- Multi-Stack

آن در شکل (۱-۳) آمده است بررسی می‌شود. این موتور شش دندانه در استاتور دارد و سیم‌پیچی هر فاز روی دو دندانه در جهت مقابل هم (روی یک قطر) پیچیده شده است بنابراین موتور سه فاز است. اگر N_s تعداد دندانه‌های استاتور و q تعداد فازها باشد تعداد دندانه‌های روتور، N_r ، از رابطه $N_r = N_s \pm \frac{N_s}{q}$ بدست می‌آید. در موتور حاضر $N_r = 4$ است. اگر جریانی از سیم‌پیچی فاز A عبور کند، فلوی مغناطیسی متوجه استاتور از روتور عبور خواهد کرد. چون روتور از ماده فرو مغناطیسی ساخته شده است، مایل به همسو شدن با محور میدان مغناطیسی فاصله هوائی است تا رلوکتانس حاصل حداقل شود. بنابراین روتور طوری تغییر وضعیت می‌دهد که دو دندانه آن در راستای دو قطب استاتور قرار گیرد. این وضعیت، وضعیت تعادل $\theta = 0$ نامیده می‌شود. حال فاز B تحریک و فاز A از منبع قطع می‌شود. در نتیجه دو دندانه روتور که به دو قطب فاز B نزدیک است با آن همراستا می‌شوند. بنابراین روتور به اندازه $\frac{360}{qN_r}$ می‌چرخد (شکل (۱-۳a)). با قطع فاز B و تحریک فاز C روتور 30° دیگر در جهت عقربه‌های ساعت خواهد چرخید (شکل (۱-۳c)). بنابراین تحریک متناوب فازهای A ، B و C سبب چرخش دائم روتور در جهت عقربه‌های ساعت می‌شود. با تحریک متناوب فازهای A ، C و B جهت چرخش موتور عکس می‌شود. لازم به ذکر است که چرخش روتور ناشی از ایجاد گشتاور الکترومغناطیسی است که در اثر عبور جریان از هر فاز و تغییر رلوکتانس بوجود می‌آید [۲۸].

چون پله‌های موتور بزرگ است، برای یک دور چرخش آن به تعداد تعویض تحریک کمتری نیاز است. عیب اصلی آن این است که با قطع جریان تحریک، روتور در وضعیت نامعلوم قرار می‌گیرد و مزیت آن ساخت ارزان و ساده است.

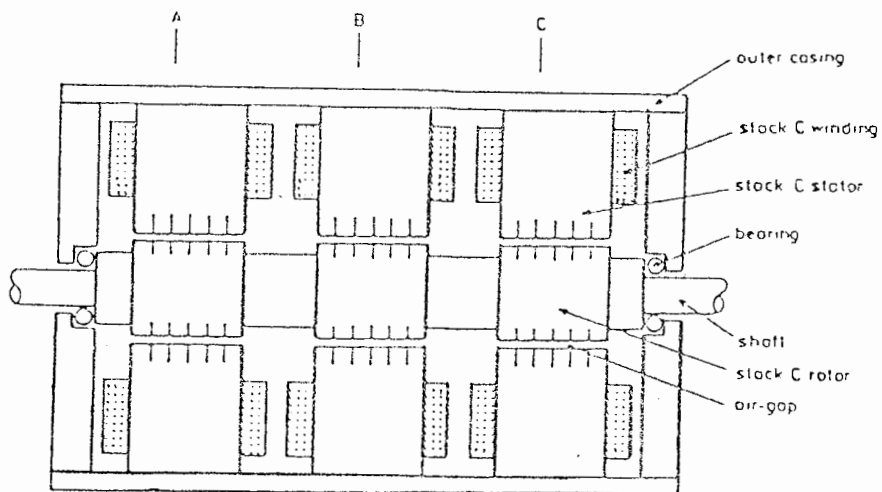
(۲.۲.۳) موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه

این موتور مشابه موتور پله‌ای یک تکه است و برای گام‌های با پله‌های کوچک به کار می‌رود شکل (۲-۳) مقطع طولی یک موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر سه تکه و شکل (۳-۳) مقطع عرضی آن و شکل (۴-۳) وضعیت دندانه‌های آنرا نشان می‌دهد. هر تکه از استاتور این موتور شامل ۴ قطب و هر قطب دارای دو دندانه است. و هر تکه از روتور دارای ۸ دندانه است. جهت سیم‌پیچی‌های قطب‌های استاتور هر تکه طوریست که چهار میدان هم جهت مطابق شکل (۳-۳) بوجود می‌آید.



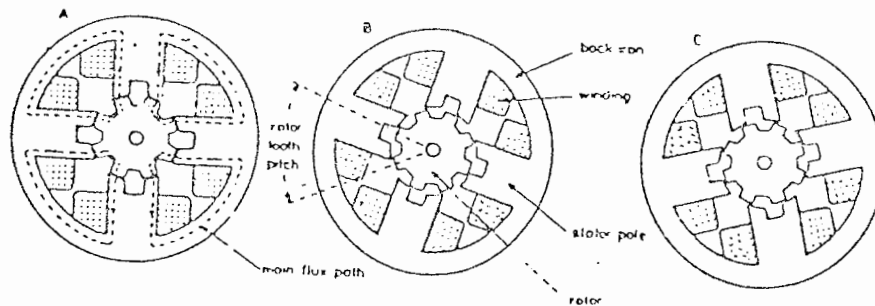
شکل (۱-۳) سطح مقطع عرضی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه

با تحریک فاز A فلوی مغناطیسی استاتور از روتور عبور می‌کند و روتور طوری تغییر وضعیت می‌دهد که دندانه‌های آن در راستای دندانه‌های قطبهای استاتور قرار گیرند تا رلوکتانس حاصل حداقل شود (شکل (۳-۳)). با تحریک فاز B و قطع فاز A دندانه‌های روتور و استاتور در

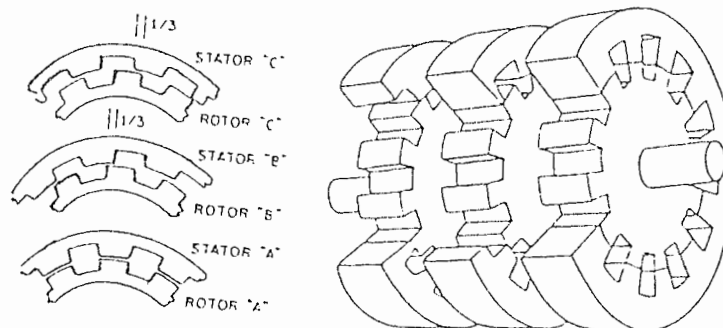


شکل (۲-۳) مقطع طولی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر سه تکه

تکه B همسو می‌شوند. لذا موتور 15° در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد. با تحریک فاز C و قطع فاز B روتور 15° دیگر در جهت عقربه‌های ساعت خواهد چرخید. بنابراین تحریک متناوب فازهای A, B و C سبب چرخش دائم روتور در جهت عقربه‌های ساعت می‌شود. تحریک متناوب فازهای A, B و C جهت چرخش را عکس می‌کند.



شکل (۳-۳) مقطع عرضی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر سه تکه



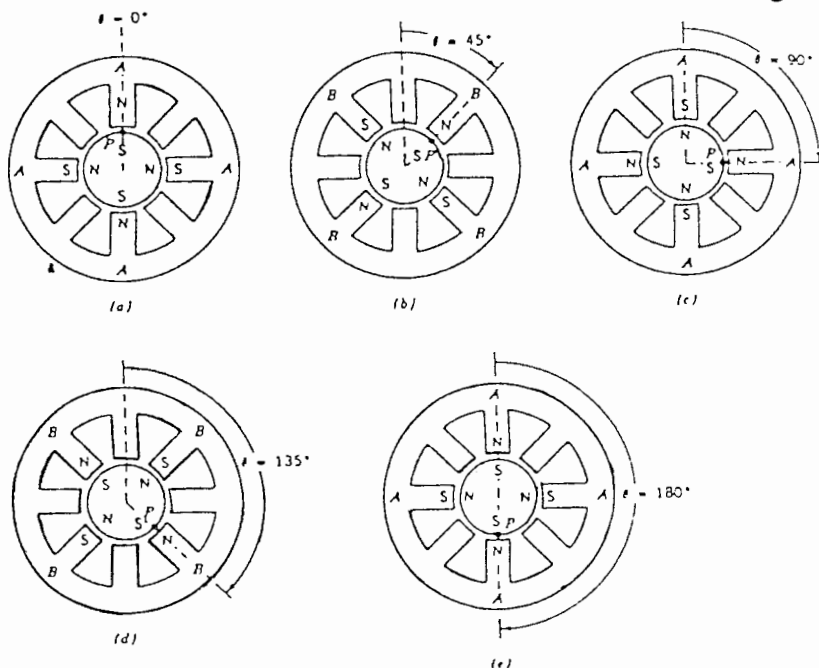
شکل (۴-۳) وضعیت دندان‌های موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر سه تکه

(۳.۳) موتور پله‌ای آهنربای دائم

استاتور این موتور مشابه استاتور موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر است. اما روتور آن به شکل استوانه و بدون دندان است و از آهنربای دائم با قطبهای مغناطیسی متناوب (یک در میان N و S) و در امتداد شعاعی ساخته می‌شود. عملکرد این موتور با یک مثال که سطح مقطع عرضی آن در شکل (۵-۳) آمده است، بررسی می‌شود. در این موتور روتور دارای چهار قطب مغناطیسی و استاتور دارای دو فاز سیم‌پیچی شده است. فازهای استاتور را می‌توان با جریانهای مثبت و منفی تغذیه کرد. هر سیم پیچی فاز استاتور همان تعداد قطب موجود در روتور را ایجاد می‌کند. قطبهای مغناطیسی ایجاد شده در استاتور مطابق شکل (۵-۳) سبب چرخش روتور می‌شوند.

اگر موقعیت روتور مطابق شکل (۵-۳a) باشد و فاز B با جریان B^+ تحریک شود، روتور 45° در جهت عقربه‌های ساعت خواهد چرخید تا قطب N آن زیر قطب S استاتور و قطب S آن زیر قطب N استاتور قرار گیرد.

با تحریک فاز A با جریان A^- و قطع فاز B روتور 45° درجه دیگر در جهت عقربه‌های ساعت خواهد چرخید شکل (۵-۳b). بطور کلی رعایت توالی تحریک فازها بصورت $i^+_A, i^+_B, i^-_A, i^-_B, i^+_A, \dots$ سبب چرخش دائم در جهت عقربه‌های ساعت و توالی $i^+_A, i^-_B, i^-_A, i^+_B, i^+_A, \dots$ سبب چرخش روتور در جهت خلاف عقربه‌های ساعت می‌شود. علت چرخش روتور گشتاور الکترومغناطیسی حاصل از القای متقابل حاصل بین استاتور و میدان مغناطیسی روتور است که تابعی از جریان فاز و موقعیت روتور است. در این موتور با قطع جریان فازها روتور بخاطر خاصیت مغناطیسی آن در موقعیت قبلی‌اش ثابت می‌ماند. ساخت روتور این موتور بسیار مشکل است.



شکل (۵-۳) مقطع عرضی موتور پله‌ای مغناطیس دائم

(۴.۳) موتور پله‌ای هیبرید

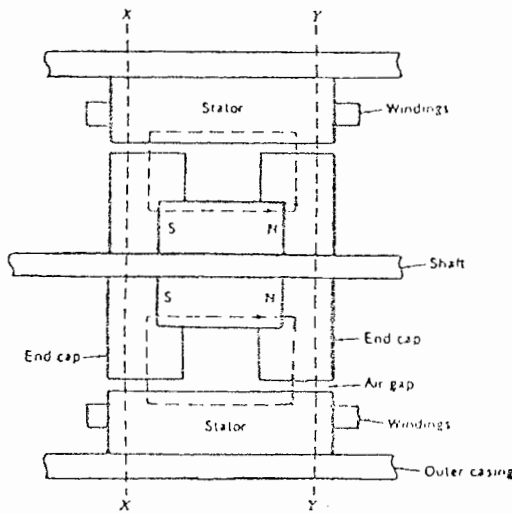
این موتور ترکیبی از موتور پله‌ای مغناطیس دائم و رلکتانس متغیر است. مقطع طولی آن در شکل (۶-۳) آمده است. مطابق این شکل روتور از یک ماده مغناطیسی که بطور موازی با محور

روتور آهنربا شده است، ساخته می‌شود تا یک جفت قطب ایجاد کند. به دو انتهای این آهنربا ماده فرو مغناطیسی وصل می‌شود. این ماده در هر طرف N_r دندان‌ه روتور دارد و تحت اثر آهنربای دائم روتور یکی از آنها به قطب N و دیگری به قطب S تبدیل می‌شود.

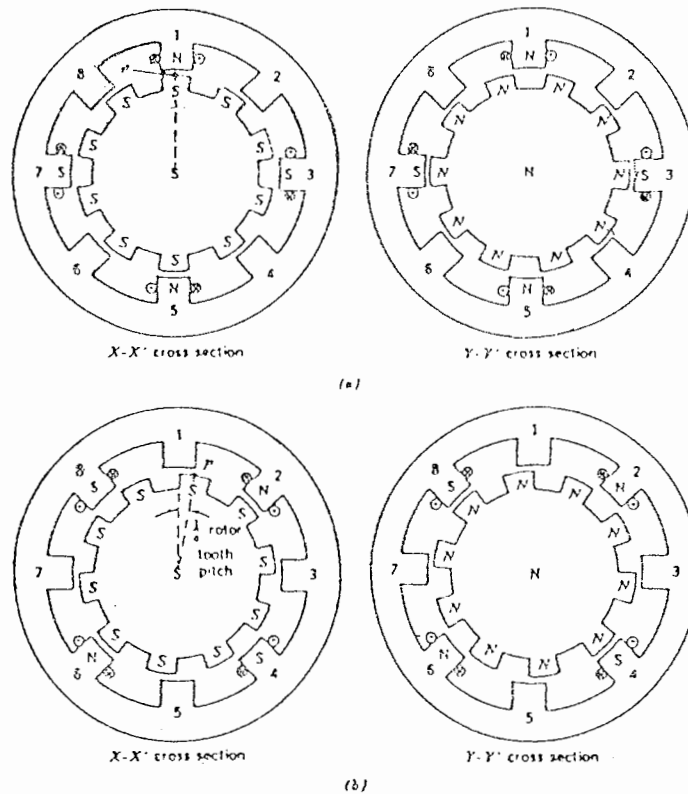
سطح مقطع عرضی موتور پله‌ای هیبرید در طول محورهای $x-x'$ و $y-y'$ بطور جداگانه در شکل (۷-۳) آمده است. مطابق شکل گام دندان‌ه‌های روتور در ابتداء و انتهای آن یکسان ولی امتداد آنها متفاوت است. استاتور بصورت دو فاز سیم‌پیچی شده است. فاز A قطب‌های ۱، ۳، ۵ و ۷ و فاز B قطب‌های ۲، ۴، ۶ و ۸ را در بر می‌گیرد. جهت سیم‌پیچی هر فاز استاتور طوریست که قطب‌های متوالی هر فاز با یکدیگر متفاوت باشند. با عبور جریان مثبت از سیم‌پیچی فاز A فلوی مغناطیسی بصورت شعاعی از قطب‌های ۳ و ۷ خارج (قطب S) و به قطب‌های ۱ و ۵ (قطب N) وارد می‌شود. پلاریته حاصل از جریان‌های مختلف بصورت زیر است:

i_A^+	۱, ۵	قطب S	۳, ۷	قطب N
i_B^+	۴, ۵	قطب S	۲, ۶	قطب N
i_B^-	۲, ۶	قطب S	۴, ۸	قطب N

تحریک فاز A با جریان مثبت سبب افزایش فلوی مغناطیسی زیر قطب‌های ۳ و ۷ از محور $x-x'$ و کاهش آن زیر قطب‌های ۱ و ۵ از محور $y-y'$ استاتور می‌شود. در نتیجه روتور برای حداقل کردن رلوکتانس فاصله هوائی تغییر وضعیت می‌دهد و دندان‌ه‌های روتور و استاتور زیر قطب‌های ۳ و ۷ از $y-y'$ و ۱ و ۵ از $x-x'$ هم راستا می‌شوند. با تحریک فاز B با جریان مثبت و قطع فاز A قطب‌های ۴ و ۸ بدلیل افزایش فلو به قطب S و قطب‌های ۲ و ۶ بدلیل کاهش فلو به قطب N تبدیل می‌شوند. بنابراین روتور برای حداقل کردن فاصله هوائی می‌چرخد طوری که قطب‌های غیرهمنام روتور و استاتور مقابل هم قرار می‌گیرند. چون $N_r=10$ و S، تعداد تعویض تحریک یک سیکل کامل، برابر ۴ است، پله موتور برابر $\frac{360}{SN_r}=9^\circ$ است (شکل (۷-۳b)). تحریک متوالی توسط جریان‌های $i_A^+, i_B^+, i_A^-, i_B^-$ سبب چرخش دائم موتور در جهت عقربه‌های ساعت می‌شود و تحریک متوالی $i_A^+, i_B^-, i_A^+, i_B^-$ جهت چرخش را عکس می‌کند.



شکل (۶-۳) مقطع طولی موتور پله‌ای هیبرید



شکل (۷-۳) مقطع عرضی و تحریک موتور پله‌ای هیبرید:

(a) تحریک فاز A (b) تحریک فاز B

(۵.۳) روشهای تحریک موتور پله‌ای

در بخشهای قبل تحریک از نوع تک فاز بود. وقتی یک فاز از استاتور تحریک می‌شود روتور

برای هر تعویض تحریک به اندازه یک پله حرکت می‌کند. در عمل چندین روش برای تحریک سیم‌پیچهای استاتور وجود دارد که شرح آنها در ادامه می‌آید [۲۵].

(۱.۵.۳) تحریک دو فاز

در این روش همواره دو فاز موتور تحریک می‌شوند. توالی تحریک فازهای موتور پله‌ای هیبرید شکل (۷-۳) برای چرخش در جهت عقربه‌های ساعت با تحریک دو فاز بصورت زیر است:

$$(i^+_{A} i^+_{B}), (i^+_{B} i^-_{A}), (i^-_{A} i^-_{B}), (i^-_{B} i^+_{A}), (i^+_{A} i^+_{B}), \dots$$

در تحریک تک فاز وقتی روتور در موقعیت تعادل ثابت است، تحریک برای پله بعد سبب نوسان روتور حول نقطه تعادل می‌شود. تحریک دو فاز این نوسانات را بطور چشمگیر کاهش می‌دهد. در این روش نیز در هر تعویض تحریک، روتور یک پله می‌چرخد ولی وضعیت تعادل آن وسط وضعیت تعادل‌های دو تحریک متوالی در تحریک تک فاز قرار می‌گیرد.

(۲.۵.۳) تحریک نیم پله

ترکیب تحریک‌های تک فاز و دو فاز سبب چرخش روتور به اندازه نصف پله می‌شود. در موتور پله‌ای هیبرید شکل (۷-۳) ادغام ایندو تحریک یعنی ابتداء تحریک تک فاز سپس تحریک دو فاز موجب چرخش نیم پله روتور در هر تعویض تحریک می‌شود و توالی تحریک فازها برای چرخش در جهت عقربه‌های ساعت بصورت زیر است:

$$i^+_{A}, (i^+_{A} i^+_{B}), i^+_{B}, (i^+_{B} i^-_{A}), i^-_{A}, (i^-_{A} i^-_{B}), i^-_{B}, (i^-_{B} i^+_{A}), i^+_{A}, (i^+_{A} i^+_{B}), \dots$$

(۳.۵.۳) تحریک MINI-STEP

همواره این امکان وجود دارد که طول پله موتور پله‌ای به مراحل کوچکتر بنام حرکت‌های MINI-STEP تقسیم شود. این امر با تحریک چند فاز و عبور جریانهای جزئی از سیم‌پیچها انجام می‌شود [۲۵].

مدار تحریک MINI-STEP قادر است جریان سیم‌پیچها را در هر سطح از جریان کنترل نموده و امکان اختیار هر موقعیت تعادل از بین موقعیت‌های تعادل پله‌های کامل روتور را پدید آورد. بنابراین هر MINI-STEP حرکت موتور، معادل تغییر جریان سیم‌پیچها از یک سطح به سطح دیگر است. چون در طول یک سیکل تحریک، جریان فاز از هر سطح جریان دوبار عبور می‌کند و روتور

یک دندانه به جلو حرکت می‌کند. اگر مدار تحریک دارای N_1 سطح جریان باشد طول MINI-STEP برابر است با:

$$\text{طول MINI-STEP} = (2N_1) (\text{زاویه دندانه روتور})$$

در این نوع تحریک هر پله را می‌توان به ۱۲۵ میکرو پله تقسیم نمود. مثلاً با یک موتور هیبرید دو فاز با طول پله $1/8^\circ$ یا ۲۰۰ پله در یک دور، با تحریک MINI-STEP می‌توان تا ۲۵۰۰۰ میکروپله داشت. در تحریک تمام پله وضعیت تعادل از همراستا شدن دندانه‌های روتور و استاتور ناشی می‌شود که از سطح جریان فازها مستقل است ولی در تحریک MINI-STEP وضعیت تعادل به سطوح جریانهای هر سیم پیچ فاز وابسته است. بنابراین خطای هر سطح جریان نسبت به سطح مطلوب مستقیماً سبب ایجاد خطا در موقعیت روتور می‌شود.

(۶.۳) مدل موتور پله‌ای

مدل ریاضی موتور پله‌ای معرف مشخصات دینامیکی آن است. منظور از مدل موتور پله‌ای یک دستگاه معادلات حالت است که رفتار آنرا تحت شرایط کار مختلف بیان کند. برای مدلسازی این موتور ضروری است از چهار قانون اساسی فیزیک استفاده شود. این قوانین عبارتند از: قانون بقا انرژی، قوانین میدانهای مغناطیسی، قوانین مدارهای الکتریکی و قوانین مکانیکی نیوتن.

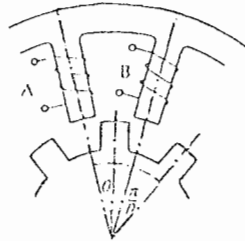
در هر سیستم فیزیکی عوامل غیرخطی و تلفات سبب پیچیدگی مدلسازی می‌شوند. وجود ماده مغناطیسی در ساختار موتور پله‌ای سبب ایجاد عوامل غیرخطی اشباع فلوی مغناطیسی و تلفات هسته (تلفات فوکو و هیستریزیس) می‌شود. بعلاوه تلفات اهمی سیم پیچها و تلفات مکانیکی هم جزء عوامل غیرخطی می‌باشند. گرچه تلفات اهمی و مکانیکی براحتی قابل بیان هستند، مدل کردن دقیق اشباع و تلفات هسته بسیار مشکل است. لذا در این فصل برای سادگی از آنها صرف نظر می‌شود. پس از محاسبه مدل‌های ریاضی، یک مدل نوعی با در نظر گرفتن اشباع تصحیح می‌شود.

مدل ریاضی موتور پله‌ای با راه‌انداز ولتاژ یک دستگاه شامل معادلات دیفرانسیل جریان، معادله گشتاور و معادله حرکت دینامیکی روتور است.

(۱.۶.۳) مدل موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه

در شکل (۳-۸) دو فاز استاتور یک موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر q فاز آمده است. با فرض

اینکه موتور دارای P قطب و N_r دندانه در روتور باشد به مدلسازی آن می‌پردازیم.



شکل (۸-۳) موتور پله‌ای رلواکتانس متغیر یک تکه

با فرض مدار مغناطیسی خطی برای موتور پله‌ای، معادلات ولتاژ q فاز استاتور آن عبارتند از:

$$v_k = i_k r_k + \frac{d\lambda_k}{dt}, \quad k=a, b, \dots, q \quad (1-3)$$

v_k, i_k, λ_k, r_k به ترتیب ولتاژ، جریان، مقاومت و فلوی پیوندی سیم‌پیچی فاز k است.

فلوی پیوندی، اندوکتانس و اندوکتانس متقابل:

با در نظر گرفتن اندوکتانس متقابل بین فازهای استاتور:

$$\lambda_k = l_k i_k + \sum_{i=a}^q M_{ki} i_i \quad i \neq k$$

$$k=a, b, \dots, q \quad (2-3)$$

l_k اندوکتانس خودی سیم‌پیچ k ام و M_{ki} اندوکتانس متقابل فازهای i و k است. l_k و M_{ki} تابعی از موقعیت روتور، θ ، هستند.

برای محاسبه اندوکتانس خودی، فاز k ام موتور پله‌ای را در نظر بگیرید. پرمئانس حاصل از هر سیم‌پیچ با حرکت روتور تغییر می‌کند. اگر دندانه‌های روتور و استاتور همراستا باشند پرمئانس حداکثر است و اگر دندانه‌های روتور و استاتور کاملاً جدا از هم باشند حداقل است. فرکانس تغییرات پرمئانس برابر تعداد دندانه‌های روتور است.

اگر از تمام هارمونیک‌های بالاتر از یک صرف‌نظر شود پرمئانس هر قطب استاتور برابر است با:

$$P = P_0 + P_1 \cos N_r \theta \quad (3-3)$$

در این معادله P پرمئانس فاز است. با در نظر گرفتن این معادله فلوی پیوندی فاز k بصورت زیر در

می‌آید:

$$\lambda_k = \frac{N_k i_k}{P_k} (P_o + P_1 \cos N_r \theta) + \sum_{i=a}^q [-M_{.ki} + M_{\backslash ki} \cos (N_r \theta - \frac{D\pi}{q})] \quad (4-3)$$

که در آن D فاصله فازهای k و i ، N_k تعداد دورهای سیم‌پیچ فاز k و P_k تعداد قطبهای آن فاز است. با استفاده از معادلات (۲-۳) و (۴-۳) اندوکتانس خودی سیم‌پیچ k ام برابر است با:

$$l_k = l_{k_0} + l_{k_1} \cos N_r \theta, \quad l_{k_0} = \frac{N_k^2 i_k P_o}{P_k}, \quad l_{k_1} = \frac{N_k^2 i_k P_1}{P_k} \quad (5-3)$$

و اندوکتانس متقابل آن برابر است با:

$$M_k = \sum_{k=a}^q [-M_{.ki} + M_{\backslash ki} \cos (N_r \theta - \frac{D\pi}{q})] \quad (6-3)$$

اندوکتانس متقابل یک موتور پله‌ای دو فاز با فازهای A و B و تحریک دو فاز عبارتست از:

$$M_{AB} = -M_o + M_1 \cos (N_r \theta - \frac{\pi}{2}) = M_{BA} \quad (7-3)$$

با توجه به اینکه تعداد هادیها و تعداد قطبهای همه فازها برابرند l_{k_0} و l_{k_1} برای هر q فاز برابر مقدار ثابت است.

$$l_{k_0} = l_o, \quad l_{k_1} = l_1, \quad k = a, b, \dots, q \quad (8-3)$$

با انتخاب فاز a به عنوان فاز مبدأ و فرض اینکه توالی فازها بصورت a, b, \dots, q است برای حرکت

موتور در جهت عقربه‌های ساعت اندوکتانسهای خودی و متقابل بصورت زیر در می‌آیند:

$$l_k = l_o + l_1 \cos \theta (N_r - \frac{\gamma\pi(j-1)}{q}) \quad k = a, b, \dots, q \quad (9-3)$$

[برای فاز a برابر 1 ، برای فاز b برابر 2 و ... و برای فاز q برابر تعداد کل فازهاست.

$$\sum_{i=1}^q M_{ai} = (-M_{.ab} + M_{\backslash ab} \cos (N_r \theta - \frac{\pi}{q}) + (-M_{.ac} + M_{\backslash ac} \cos (N_r \theta - \frac{2\pi}{q}) + \dots \quad (10-3)$$

در عمل پرمانس هر قطب استاتور و در نتیجه اندوکتانس هر فاز تابع خالص از θ نیست. اما استفاده از معادلات (۹-۳) و (۱۰-۳) عموماً نتایج خوبی می‌دهد.

معادلات دیفرانسیل جریان:

با جایگذاری مقادیر l از معادلات (۲-۳) و مقادیر اندوکتانس‌های خودی و متقابل از معادلات (۹-۳) و (۱۰-۳) در معادلات ولتاژ (۱-۳) و حل معادلات حاصل برحسب مشتق اول جریان فاز معادلات دیفرانسیل جریان بصورت زیر در می‌آیند:

$$\begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L_o + L_1 \cos N_r \theta} [v_a - i_a r_a + N_r l_1 \sin(N_r \theta) i_a \frac{d\theta}{dt} - \frac{d}{dt} \sum_{i=b}^q M_{ai} i_i] \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{1}{L_o + L_1 \cos(N_r \theta - \frac{\gamma \pi}{q})} [v_b - i_b r_b + N_r l_1 \sin(N_r \theta - \frac{\gamma \pi}{q}) i_b \frac{d\theta}{dt} \\ &\quad - \frac{d}{dt} \sum_{i=a}^q M_{bi} i_i] \quad , \quad i \neq b \\ \frac{di_q}{dt} &= \frac{1}{L_o + L_1 \cos(N_r \theta - \frac{\gamma \pi(q-1)}{q})} [v_q - i_q r_q + N_r l_1 \sin(N_r \theta - \frac{\gamma \pi(q-1)}{q}) i_q \frac{d\theta}{dt} \\ &\quad * i_q \frac{d\theta}{dt} - \frac{d}{dt} \sum_{i=a}^{q-1} M_{qi} i_i] \end{aligned} \quad (11-3)$$

معادلات دیفرانسیل جریان یک موتور پله‌ای دوفاز با چهار قطب به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L_o + L_1 \cos N_r \theta} [v_a - i_a r_a + N_r l_1 \sin(N_r \theta) i_a \frac{d\theta}{dt} + (M_o - M_1 \cos(N_r \theta - \frac{\pi}{\gamma}) \times \\ &\quad \frac{di_b}{dt} + N_r M_1 \sin(N_r \theta - \frac{\pi}{\gamma}) i_b \frac{d\theta}{dt}] \quad (12-3) \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{1}{L_o + L_1 \cos(N_r \theta - \pi)} [v_b - i_b r_b + N_r l_1 \sin(N_r \theta - \pi) i_b \frac{d\theta}{dt} + (M_o - M_1 \cos(N_r \theta - \frac{\pi}{\gamma}) \times \\ &\quad \frac{di_a}{dt} + N_r M_1 \sin(N_r \theta - \frac{\pi}{\gamma}) i_b \frac{d\theta}{dt}] \end{aligned}$$

معادله گشتاور:

با فرض مدار مغناطیسی خطی معادله گشتاور موتور پله‌ای VR بصورت:

$$T = \sum_{i=a}^q \frac{1}{\gamma} i_i \frac{dl_i}{d\theta} + \sum_{i=a}^q \sum_{j=a+1}^q i_i i_j \frac{dM_{ij}}{d\theta} \quad (13-3)$$

است. با جایگذاری معادلات (۹-۳) و (۱۰-۳) در معادله (۱۳-۳):

$$T = -\frac{N_r l_1}{\gamma} \sum_{i=1}^q i_i^\gamma \sin(N_r \theta - \frac{\gamma \pi (i-1)}{q}) + \sum_{i=a}^q \sum_{j=a+1}^q i_i i_j \frac{dM_{ij}}{d\theta} \quad (14-3)$$

معادله گشتاور موتور پله‌ای دوفاز چهار قطب به صورت زیر در می‌آید:

$$T = -\frac{N_r l_1}{\gamma} [i_a^\gamma \sin(N_r \theta) + i_b^\gamma \sin(N_r \theta - \pi)] - M_{\gamma} N_r i_a i_b \sin(N_r \theta - \frac{\pi}{\gamma}) \quad (15-3)$$

معادله دینامیکی حرکت روتور:

حالت دینامیکی حرکت روتور هر موتور پله‌ای براساس روابط مکانیکی حاکم با معادلات:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (16-3)$$

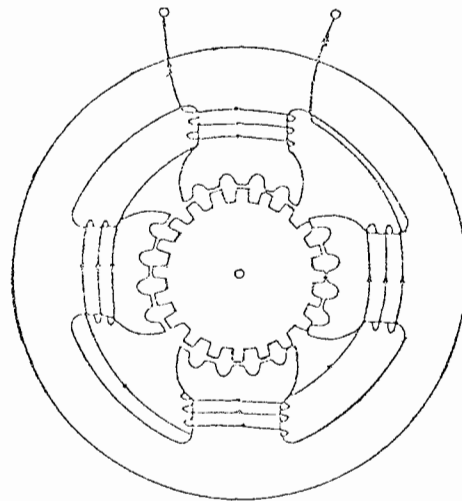
$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{J} (T - D\omega - T_1)$$

بیان می‌شود. در این معادلات T گشتاور مغناطیسی ایجاد شده، T_1 گشتاور بار، D ضریب میرایی و J مجموع اینرسی روتور و بار است. این معادلات برای تمام موتورهای پله‌ای مشترک هستند.

(۲۶.۳) مدل موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه

این موتور از یک استاتور سیم‌پیچی شده و یک روتور تشکیل شده است که هر دو دارای سه یا چند قسمت جداگانه هستند و تعداد دندانه‌های روتور و قطب‌های استاتور در یک تکه برابرند (شکل (۹-۳)). در موتور شکل (۹-۳) استاتور شامل سه فاز است و روتور در هر تحریک به اندازه $\frac{1}{3}$ طول دندانه حرکت می‌کند [۲۶] و [۲۹].

برای محاسبه مدل ریاضی این موتور کافی است در معادلات موتور پله‌ای VR یک تکه، اندوکتانس متقابل برابر صفر قرار داده شود. چون این موتور از چند تکه مجزا ساخته می‌شود هیچ القای متقابلی بین فازها وجود ندارد. برای مدلسازی این موتور از یک موتور VR چند تکه q فاز با N_r دندانه در روتور استفاده می‌شود.



شکل (۹-۳) موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه (فاز a)

معادلات ولتاژ q فاز این موتور با معادلات ولتاژ q فاز موتور پله‌ای VR یک تکه یکسان است (معادلات ۱-۳). معادلات فلوی پیوندی با صفر قرار دادن اندوکتانس متقابل در معادلات (۲-۳) بدست می‌آیند.

$$\lambda_k = l_k i_k, \quad k = a, b, \dots, q \quad (۱۷-۳)$$

اندوکتانس خودی i_k در این موتور مطابق معادله (۹-۳) است.

با جایگذاری λ_k از معادله (۱۷-۳) و i_k از معادله (۹-۳) در معادلات ولتاژ (۱-۳) و حل آنها برحسب

مشتق اول جریان فازها، معادلات دیفرانسیل جریان این موتور بصورت زیر در می‌آیند:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{l_s + l_r \cos N_r \theta} [v_a - i_a r_a + N_r l_r \sin(N_r \theta) i_a \frac{d\theta}{dt}]$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{l_s + l_r \cos(N_r \theta - \frac{2\pi}{q})} [v_b - i_b r_b + N_r l_r \sin(N_r \theta - \frac{2\pi}{q}) i_b \frac{d\theta}{dt}] \quad (۱۸-۳)$$

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{l_s + l_r \cos(N_r \theta - \frac{2\pi(q-1)}{q})} [v_q - i_q r_k + N_r l_r \sin(N_r \theta - \frac{2\pi(q-1)}{q}) i_q \frac{d\theta}{dt}]$$

داده‌های موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر سه فاز SMO60-750-AB ساخت کارخانه وارنرالکترونیک

[۲۶] به صورت زیر هستند:

$$N_r=20, \quad q=3, \quad l_a=55/5 \text{ mH}, \quad l_b=30/9 \text{ mH}$$

معادلات دیفرانسیل جریان آن عبارتند از:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1000}{55/5 + 30/9 \cos(20^\circ\theta)} [v_a - i_a r_a + 0.618 \sin(20^\circ\theta) i_a \frac{d\theta}{dt}]$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1000}{55/5 + 30/9 \cos(20^\circ\theta - \frac{2\pi}{3})} [v_b - i_b r_b + 0.618 \sin(20^\circ\theta - \frac{2\pi}{3}) i_b \frac{d\theta}{dt}] \quad (19-3)$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{1000}{55/5 + 30/9 \cos(20^\circ\theta - \frac{4\pi}{3})} [v_c - i_c r_c + 0.618 \sin(20^\circ\theta - \frac{4\pi}{3}) i_c \frac{d\theta}{dt}]$$

با صفر قرار دادن اندوکتانس متقابل در معادله (۱۹-۳) معادله گشتاور این موتور پله‌ای بصورت زیر در می‌آید:

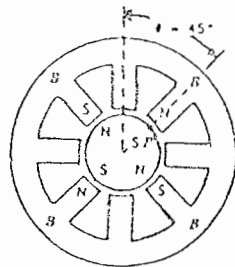
$$T = -\frac{N_r l_a}{\gamma} \sum_{i=1}^q i_i^2 \sin(N_r \theta - \frac{2\pi\gamma(i-1)}{q}) \quad (20-3)$$

معادله گشتاور موتور پله‌ای VR چند تکه SMO60-750-AB عبارتست از:

$$T = -0.309 \left[i_a^2 \sin(20^\circ\theta) + i_b^2 \sin(20^\circ\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_c^2 \sin(20^\circ\theta - \frac{4\pi}{3}) \right] \quad (21-3)$$

(۳۶.۳) مدل موتور پله‌ای آهنربای دائم

براساس توضیحات بخش (۲-۳) روتور این موتور صاف است. لذا اندوکتانسهای خودی و متقابل آن از موقعیت روتور، θ مستقل هستند. با در نظر گرفتن این موضوع، مدل ریاضی یک موتور پله‌ای مغناطیس دائم دو فاز که سطح مقطع عرضی آن در شکل (۱۰-۳) آمده است، محاسبه می‌شود. این موتور دارای p قطب مغناطیس دائم در روتور است و مدار مغناطیسی آن خطی فرض می‌شود.



شکل (۱۰-۳) سطح مقطع عرضی موتور پله‌ای مغناطیس دائم دو فاز

معادلات ولتاژ سیم پیچی فازهای a و b عبارتند از:

$$v_k = i_k r_k + \frac{d\lambda_k}{dt}, \quad k=a, b \quad (22-3)$$

فلوی پیوندی فاز a شامل فلوی ناشی از جریان هر دو فاز و مغناطیس دائم روتور است بنابراین:

$$\lambda_a = \lambda_{aa} + \lambda_{ab} + \lambda_{af} \quad (23-3)$$

در این معادله $k=a, b$ و λ_{ak} فلوی پیوندی فاز A ناشی از جریان فازهای A و B و λ_{af} فلوی پیوندی فاز A ناشی از مغناطیس دائم روتور است. بطور مشابه فلوی پیوندی فاز B برابر است با:

$$\lambda_b = \lambda_{bb} + \lambda_{ba} + \lambda_{bf} \quad (24-3)$$

جملات این معادله مشابه جملات λ_a تعریف می شوند:

چون اندوکتانسهای متقابل و خودی مستقل از θ هستند بنابراین:

$$l_{aa} = l_{bb} = l_1, \quad l_{ab} = M, \quad \lambda_a = l_1 i_a, \quad \lambda_{ab} = M i_b \quad (25-3)$$

در شکل (۳-۱۰) اگر مرکز قطب A_2 مبدأ θ فرض شود می توان فلوی حاصل از ماده مغناطیسی ($n\phi$) را بصورت تابع سینوسی نشان داد.

$$n\phi = n\phi_m \cos p\theta \quad (26-3)$$

بنابراین λ_{af} و λ_{bf} عبارتند از:

$$\lambda_{af} = k_a \cos p\theta, \quad \lambda_{bf} = k_b \cos p(\theta - \lambda)$$

$$k_a = k_b = n\phi_m, \quad \lambda = \frac{\pi}{p} \quad (27-3)$$

با جایگذاری λ_a و λ_b در معادلات ولتاژ و سپس حل آنها برحسب مشتق اول جریان فازها معادلات دیفرانسیل جریان بدست می آیند:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{l_1} \left[v_a - i_a r_a - M \frac{di_b}{dt} + P k_a \sin(p\theta) \frac{d\theta}{dt} \right]$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{l_1} \left[v_b - i_b r_b - M \frac{di_a}{dt} + P k_b \sin p(\theta - \lambda) \frac{d\theta}{dt} \right] \quad (28-3)$$

چون این موتور پله ای دوفاز است، با فرض خطی بودن مدار مغناطیسی گشتاور کل جمع

گشتاورهای دو فاز است.

$$T = T_A + T_B, \quad T_A = -k_t i_a \sin P\theta, \quad T_B = -k_t i_b \sin P(\theta - \lambda) \quad (29-3)$$

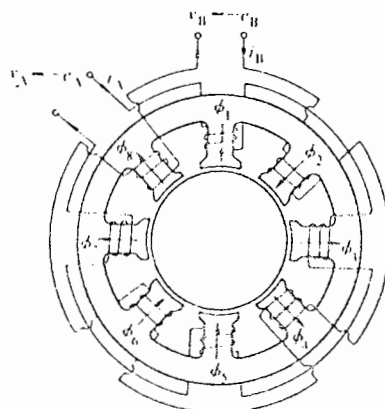
در این معادلات گشتاور از مغناطیس دائم حاصل شده است. بنابراین گشتاور کل عبارتست از:

$$T = -k_t [i_a \sin P\theta + i_b \sin P(\theta - \lambda)] \quad (30-3)$$

در معادله (۳-۳۰)، k_t به مقدار فلوی حاصل از مغناطیس دائم و شکل موتور بستگی دارد.

(۳۶.۳) مدل موتور پله‌ای هیبرید

بر اساس بخش (۳-۴) این موتور ترکیبی از موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر و مغناطیس دائم است. لذا اندوکتانسهای متقابل و خودی آن تابعی از موقعیت روتور، θ هستند. برای مدلسازی این موتور از موتور پله‌ای هیبرید دو فاز با N_r دندانه در روتور مطابق شکل (۳-۱۱) استفاده می‌شود.



شکل (۳-۱۱) موتور پله‌ای هیبرید

معادلات ولتاژ سیم‌پیچی‌های فاز موتور پله‌ای هیبرید مشابه معادلات ولتاژ موتور پله‌ای مغناطیس دائم است (معادله ۳-۲۲). فلوی پیوندی فازهای A و B این موتور شامل فلوی پیوندی ناشی از جریان فازها و مغناطیس دائم روتور است (معادلات ۳-۲۳ و ۳-۲۴). فلوی پیوندی ناشی از جریانهای i_a ، i_b و مغناطیس دائم روتور عبارتند از:

$$\lambda_{aa} = l_a i_a = (l_0 + l_1 \cos N_r \theta) i_a$$

$$\lambda_{ab} = l_{ab} i_b = (-M_0 + M_1 \cos(N_r \theta - \frac{P_p h \lambda}{\gamma})) i_b$$

$$\lambda_{bb} = l_b i_b = (l_0 + l_1 \cos(N_r \theta - P_p h \lambda)) i_b$$

$$\lambda_{af} = k_a \cos N_r \theta, \quad \lambda_{bf} = k_b \cos(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma}), \quad k = n \varphi_m$$

با جایگذاری معادلات (۳۱-۳) در معادلات (۲۳-۳) و (۲۴-۳) و سپس جایگذاری λ_a و λ_b در معادلات (۲۲-۳) و حل آنها بر حسب مشتق اول جریان فازها معادلات دیفرانسیل جریان بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L_s + L_1 \cos(N_r \theta)} [v_a - i_a r_a + N_r L_1 \sin(N_r \theta) i_a \frac{d\theta}{dt} + (M_s - M_1 \cos(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma})) \\ &\times \frac{di_b}{dt} + M_1 N_r \sin(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma}) i_b \frac{d\theta}{dt} + N_r k_a \sin(N_r \theta) \frac{d\theta}{dt}] \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{1}{L_s + L_1 \cos(N_r \theta - P_{ph} \lambda)} [v_b - i_b r_b + N_r L_1 \sin(N_r \theta - P_{ph} \lambda) i_b \frac{d\theta}{dt} + \\ &(M_s - M_1 \cos(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma})) \frac{di_a}{dt} + M_1 N_r \sin(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma}) i_a \frac{d\theta}{dt} \\ &+ N_r k_a \sin(N_r \theta - P_{ph} \lambda) \frac{d\theta}{dt}] \end{aligned}$$

گشتاور در موتور پله‌ای هیبرید از دو مؤلفه تشکیل شده است: گشتاور رلوکتانسی و گشتاور حاصل از مغناطیس دائم گشتاور کل حاصل، مجموع این دو گشتاور است:

$$T = T_c + T_M \quad (۳۳-۳)$$

$$T_c = -\frac{N_r L_1}{\gamma} [i_a^x \sin N_r \theta + i_b^x \sin(N_r \theta - P_{ph} \lambda)] - M_1 N_r i_a i_b \sin(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma}) \quad (۳۴-۳)$$

$$T_M = -k_t [i_a \sin N_r \theta + i_b \sin(N_r \theta - P_{ph} \lambda)] \quad (۳۵-۳)$$

در این معادلات P_{ph} تعداد قطبهای ایجاد شده در هر فاز، T_c گشتاور رلوکتانسی و T_M گشتاور مغناطیس دائم است.

(۵.۶.۳) اثر اشباع بر فلوی پیوندی و اندوکتانسها

در بخشهای قبل مدل موتور پله‌ای با فرض مدار مغناطیسی خطی و صرفنظر از اثر اشباع بدست آمد. در بخش حاضر اثر اشباع در موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه بررسی می‌شود.

روش ارائه شده را برای اندوکتانس متقابل و موتورهای پله‌ای دیگر می‌توان بکار برد. دو کمیتی که دوباره تعریف و تصحیح می‌شوند اندوکتانس و گشتاور ایجاد شده هستند.

برای بررسی اثر اشباع از موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه SMO60-750-AB استفاده می‌شود که دارای طول پله ۶° است. لذا کلیه نمودارهای این بخش متعلق به موتور پله‌ای اخیرالذکر است. برای راحتی از ذکر نام موتور پله‌ای در نمودارها خودداری می‌شود.

فاز k ام یک موتور پله‌ای را در نظر بگیرید. با ملاحظه اشباع فلوی پیوندی این فاز تابع غیرخطی از جریان فاز و موقعیت روتور است. بنابراین:

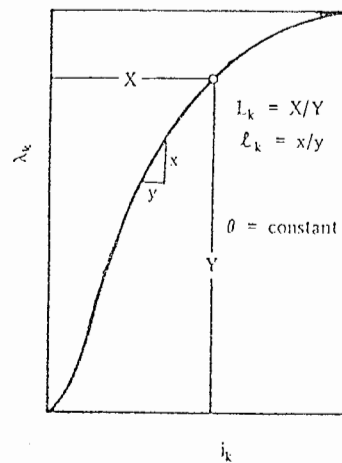
$$\lambda_k = \lambda_k(i_k, \theta) \quad (3-36)$$

اندوکتانس افزایشی و متوسط فاز k ام بترتیب بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$L_k(i_k, \theta) = \frac{\partial \lambda_k}{\partial i_k}(i_k, \theta) \quad (3-37)$$

$$l_k(i_k, \theta) = \frac{\lambda_k(i_k, \theta)}{i_k}$$

شکل (۳-۱۲) وابستگی L_k و l_k را به i_k و λ_k در موقعیت ثابت روتور نشان می‌دهد.



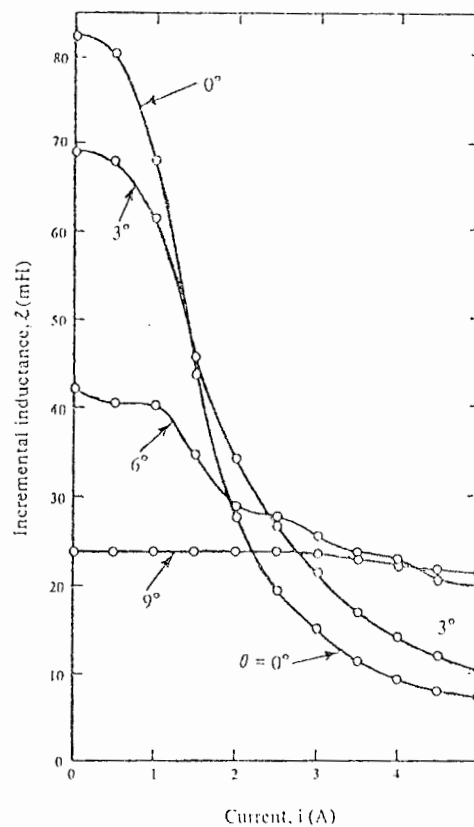
شکل (۳-۱۲) ارتباط اندوکتانس افزایشی و متوسط با فلوی پیوندی با ملاحظه اشباع

در غیاب اشباع اندوکتانسهای افزایشی و متوسط مساوی هستند و تابع جریان فاز نیستند. ولی با وجود اشباع در مدار مغناطیسی باستثناء حالت $i_k = 0$ اندوکتانسها تابع موقعیت روتور و جریان فاز هستند.

با ثابت نگه داشتن روتور و استفاده از پل اندوکتانس افزایشی می‌توان $L_k(i_k, \theta)$ را محاسبه

نمود. شکل (۳-۱۳) منحنی اندوکتانس افزایشی موتور پله‌ای SMO60-750-AB را در مقابل جریان فاز بازای θ های مختلف نشان می‌دهد.

با انتگرالگیری از i_k نسبت به i_k در θ ثابت $\lambda_k(i_k, \theta)$ برای θ های مختلف بدست می‌آید. همچنین انتگرالگیری از λ_k نسبت به θ در i_k ثابت، λ_k را برای i_k های متفاوت بدست می‌دهد [۲۶]. سپس اندوکتانس متوسط در θ ثابت از معادله (۳-۳۶) بدست می‌آید. منحنی تغییرات اندوکتانس متوسط موتور پله‌ای SMO60-750-AB در شکل (۳-۱۴) آمده است.



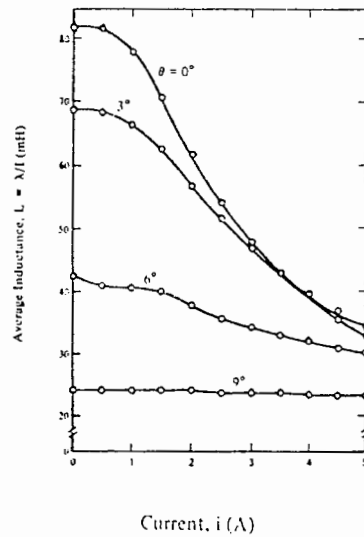
شکل (۳-۱۳) اندوکتانس افزایشی یک فاز برحسب جریان فاز

شکل‌های (۳-۱۶) و (۳-۱۷) تغییرات اندوکتانس‌های افزایشی و متوسط را بازای جریان‌های فاز مختلف در مقابل θ نشان می‌دهند.

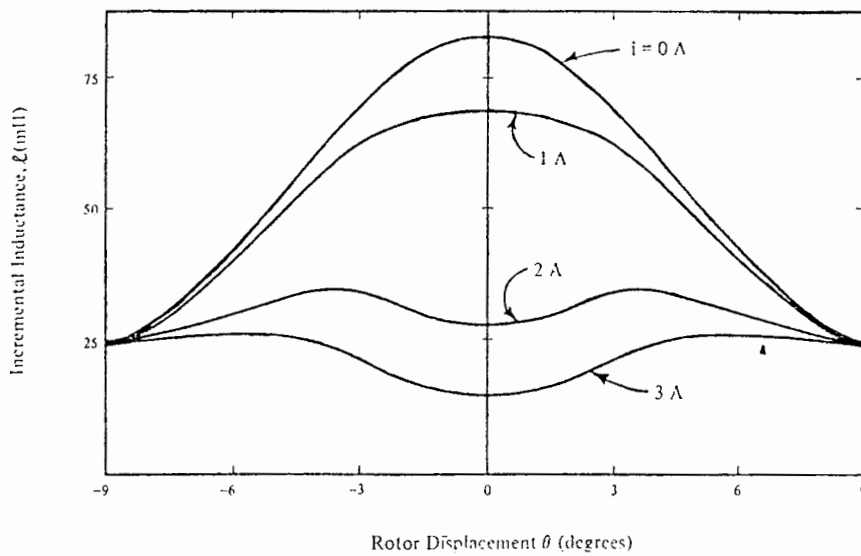
با فرض موقعیت تعادل فاز A_1 بعنوان مبدأ θ ، این دو منحنی بصورت زیر تخمین زده می‌شوند:

$$l_k(i_k, \theta) = l_{k0}(i_k) + l_{k1}(i_k) \cos\left(N_r \theta - \frac{2\pi(k-1)}{q}\right) \quad (3-38)$$

$$L_k(i_k, \theta) = L_{k0}(i_k) + L_{k1}(i_k) \cos\left(N_r \theta - \frac{2\pi(k-1)}{q}\right)$$



شکل (۳-۱۴) اندوکتانس متوسط یک فاز برحسب جریان فاز



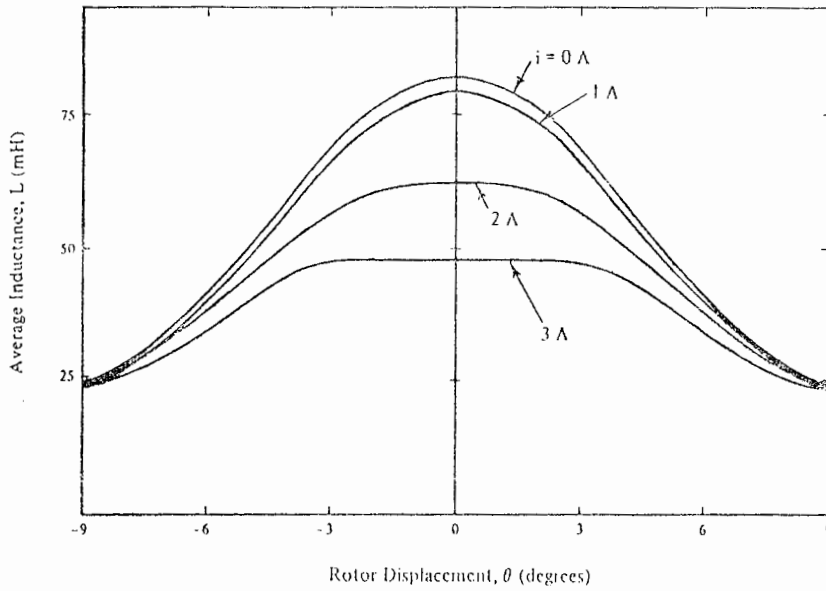
شکل (۳-۱۵) اندوکتانس افزایشی برحسب موقعیت روتور

منحنی تغییرات L_{k_0} ، L_{k_1} ، L_{k_0} ، L_{k_1} برحسب جریان i_k در شکل‌های (۳-۱۷) و (۳-۱۸) آمده است.

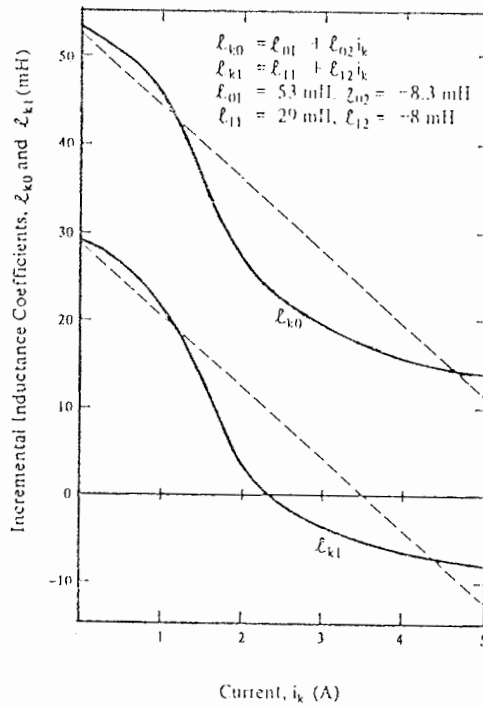
حال این کمیتها با خطهای راست شکل‌های (۳-۱۷) و (۳-۱۸) تقریب زده می‌شوند:

$$l_{k_0}(i_k) = l_{0_1} + l_{0_2}i_k, \quad l_{k_1}(i_k) = l_{1_1} + l_{1_2}i_k \quad (۳۹-۳)$$

$$L_{k_0}(i_k) = L_{0_1} + L_{0_2}i_k, \quad L_{k_1}(i_k) = L_{1_1} + L_{1_2}i_k$$



شکل (۱۶-۳) اندوکتانس متوسط برحسب موقعیت روتور

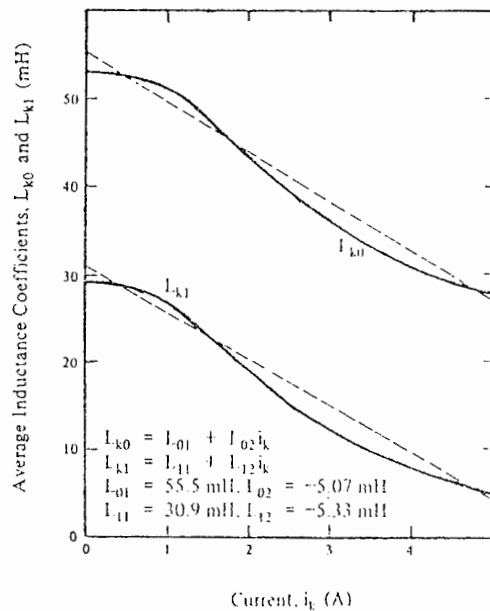


شکل (۱۷-۳) تغییرات ضرایب اندوکتانس افزایشی با جریان فاز

مطابق شکل‌های (۱۷-۳) و (۱۸-۳) ضرایب خطوط راست (۳۹-۳) عبارتند از:

$$L_{01} = 53, \quad L_{02} = -8.3, \quad L_{11} = 29, \quad L_{12} = -8$$

$$L_{01} = 55/5, \quad L_{02} = -5/67, \quad L_{11} = 30/9, \quad L_{12} = -5/33$$



شکل (۳-۱۸) تغییرات ضرایب اندوکتانس متوسط با جریان فاز

همه این کمیتها برحسب میلی هانری می‌باشند. معادلات (۳-۳۸) و (۳-۳۹) معمولاً دارای دقت قابل قبول هستند. برای بدست آوردن دقت بیشتر بجای تخمین خطی ضرایب L_k و i_k می‌توان از تخمین‌های با درجات بالاتر نسبت به جریان استفاده کرد.

با در نظر گرفتن اثر اشباع معادلات و لثاژ بصورت زیر در می‌آیند:

$$v_k = i_k r_k + \frac{\partial \lambda_k}{\partial t}, \quad k = a, b, \dots, q \quad (3-40)$$

با منظور نمودن معادلات (۳-۳۶) و (۳-۳۷) در معادله (۳-۴۰):

$$v_k = i_k r_k + L_k \frac{di_k}{dt} + i_k \frac{\partial L_k}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (3-41)$$

با جایگذاری معادلات (۳-۳۸) در (۳-۴۱) و حل آن برحسب مشتق جریان i_k معادله دیفرانسیل جریان تصحیح شده بدست می‌آید:

$$\frac{di_k}{dt} = \frac{1}{L_{k0} + L_k \cos(N_r \theta - \frac{\gamma \pi (k-1)}{q})} [v_k - i_k r_k + N_r L_{k1} i_k \sin(N_r \theta - \frac{\gamma \pi (k-1)}{q}) - \frac{\gamma \pi (k-1)}{q} \frac{d\theta}{dt}] \quad (3-42)$$

معادلات دیفرانسیل جریان موتور پله‌ای SMO60-750-AB عبارتند از:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1000}{(\Delta\tau - \lambda/25i_a) + (\tau_9 - \lambda i_a) \cos 20^\circ \theta} [v_a - i_a r_a + (0/618 - 0/1066i_a) i_a \sin(20^\circ \theta) \frac{d\theta}{dt}]$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1000}{(\Delta\tau - \lambda/25i_b) + (\tau_9 - \lambda i_b) \cos(20^\circ \theta - \frac{2\pi}{3})} [v_b - i_b r_b + (0/618 - 0/1066i_b) i_b \sin(20^\circ \theta - \frac{2\pi}{3}) \frac{d\theta}{dt}] \quad (43-3)$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{1000}{(\Delta\tau - \lambda/25i_c) + (\tau_9 - \lambda i_c) \cos(20^\circ \theta - \frac{4\pi}{3})} [v_c - i_c r_c + (0/618 - 0/1066i_c) i_c \sin(20^\circ \theta - \frac{4\pi}{3}) \frac{d\theta}{dt}]$$

اثر اشباع در معادله گشتاور

برای تصحیح معادله گشتاور با فرض وجود اشباع از معادله:

$$T_k = -k_t (i_k) \sin(N_r \theta - \frac{2\pi(k-1)}{q}) \quad (44-3)$$

استفاده می‌شود. در این معادله T_k گشتاور فاز k ام است. $k_t(i_k)$ با تقریب خطی بصورت

$$K_t(i_k) = K_{\cdot k} |i_k| \quad (45-3)$$

در می‌آید که $k_{\cdot k}$ مستقل از جریان است. علامت قدر مطلق برای اطمینان از جهت گشتاور است. $k_{\cdot k}$ برابر نسبت حداکثر گشتاور نگه‌دارنده فاز k بر جریان نامی این فاز است. چون معمولاً فازهای موتور پله‌ای مشابه هستند، حداکثر گشتاور نگه‌دارنده و جریان نامی تمامی فازها مساوی می‌باشند. بنابراین:

$$k_{\cdot a} = k_{\cdot b} = \dots = k_{\cdot k} = \dots = k_{\cdot q} = k_{\cdot} \quad (46-3)$$

بنابراین ثابت گشتاور همه فازها برابر می‌باشند، لذا گشتاور موتور پله‌ای برابر است با:

$$T = -k_{\cdot} \sum_{k=a}^q |i_k| \sin(N_r \theta - \frac{2\pi(k-1)}{q}) \quad (47-3)$$

معادله گشتاور موتور پله‌ای SMO60-750-AB برابر است با:

$$T = -0/882 [|i_a| \sin(20^\circ \theta) + |i_b| \sin(20^\circ \theta - \frac{2\pi}{3}) + |i_c| \sin(20^\circ \theta - \frac{4\pi}{3})] \quad (48-3)$$

در این معادله جریانها برحسب آمپر و گشتاور برحسب نیوتن متر است.

(۷.۳) مشخصات موتور پله‌ای در حالت گذرا

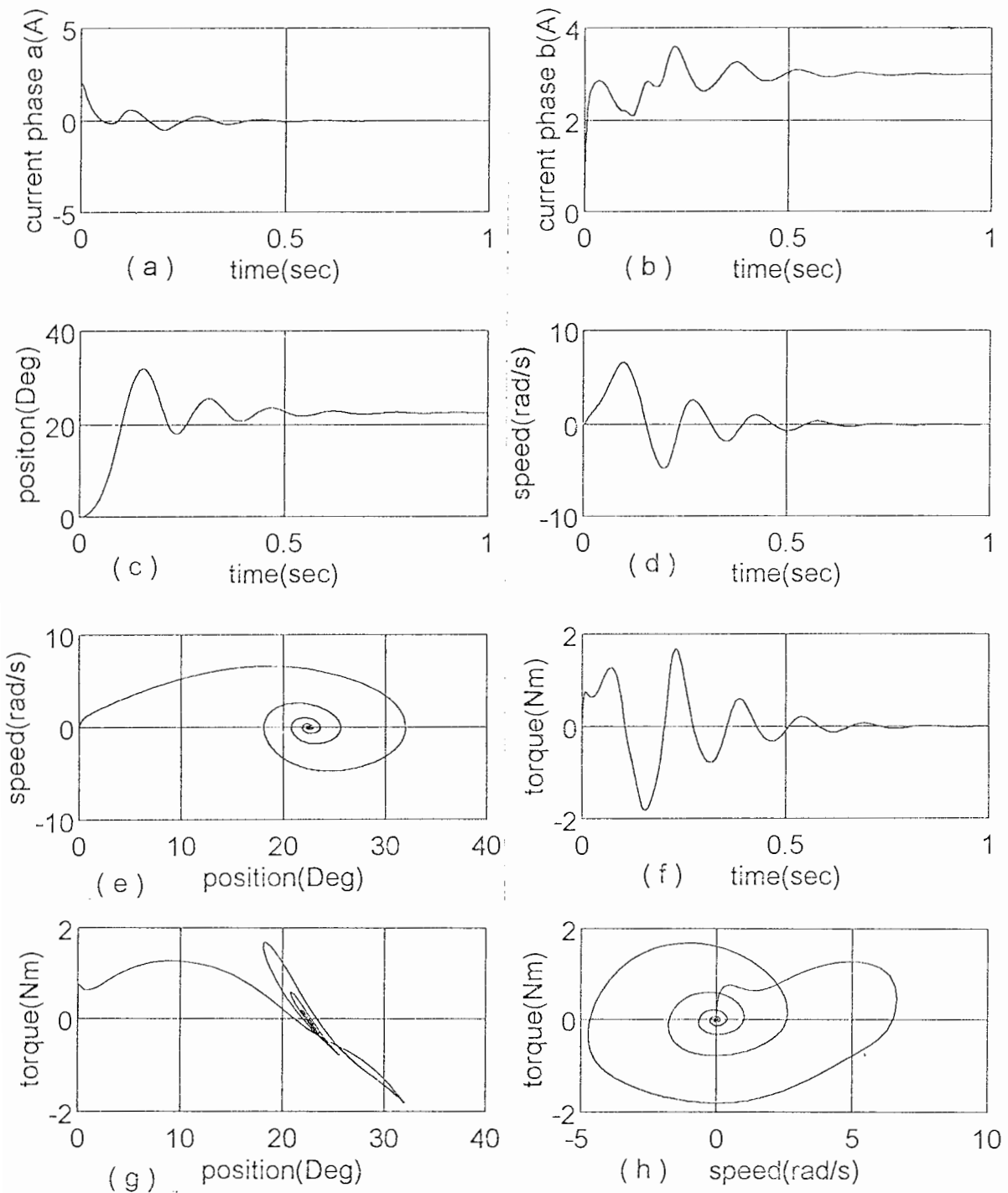
اکنون که مدل انواع موتور پله‌ای در دسترس است به بررسی حالت گذرا توسط شبیه‌سازی می‌پردازیم. موتور پله‌ای پس از هر تغییر تحریک با طی حالت گذرا در موقعیت تعادل متناظر با فاز تحریک شده ساکن می‌شود. در بخش حاضر نحوه رسیدن موتور به موقعیت تعادل روتور در طول یک پله بررسی می‌شود. چون هدف بررسی حالت گذرا در طول یک پله است، از تحریک تک فاز استفاده می‌شود.

(۱.۷.۳) مشخصات موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه

موتور پله‌ای موردنظر دارای دو فاز، چهار قطب و ۸ دندانه در روتور است. مقاومت سیم‌پیچی فاز و خارجی جمعاً ۷ اهم است و $d_0 = 0/09$ ، $d_1 = 0/057$ ، $M_0 = 0/034$ و $M_1 = 0/023$ هانری است. براساس مدل بخش (۱.۶.۳) مشخصات این موتور در شکل (۱۹-۳) آمده است. منحنی تغییرات جریان دو فاز با تحریک فاز b در شکل‌های (۱۹-۳a,b) آمده است. این منحنی‌ها نشان می‌دهند که جریان فازها تا رسیدن به حالت دائم نوسانی می‌باشند و جریان حالت دائم فاز b برابر ۳ آمپر است. تغییرات جریان فاز e از شرایط اولیه ناشی شده است. شکل (۱۹-۳c) منحنی موقعیت روتور در برابر جریان است. مشاهده می‌شود که این منحنی تا رسیدن به موقعیت تعادل $22/5^\circ$ نوسانی است. چون پس از رسیدن به موقعیت تعادل، موتور ساکن می‌شود، لذا سرعت زاویه‌ای و گشتاور صفر می‌شوند (شکل (۱۹-۳d,f) شکل‌های (۱۹-۳e,g,h). نیز مویده این موضوع هستند که در تحریک تک فاز روتور بطور نوسانی به موقعیت $22/5^\circ$ می‌رسد و در انتهای هر پله گشتاور و سرعت زاویه‌ای صفر می‌شوند.

(۲.۷.۳) مشخصات موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه با صرفنظر از اشباع

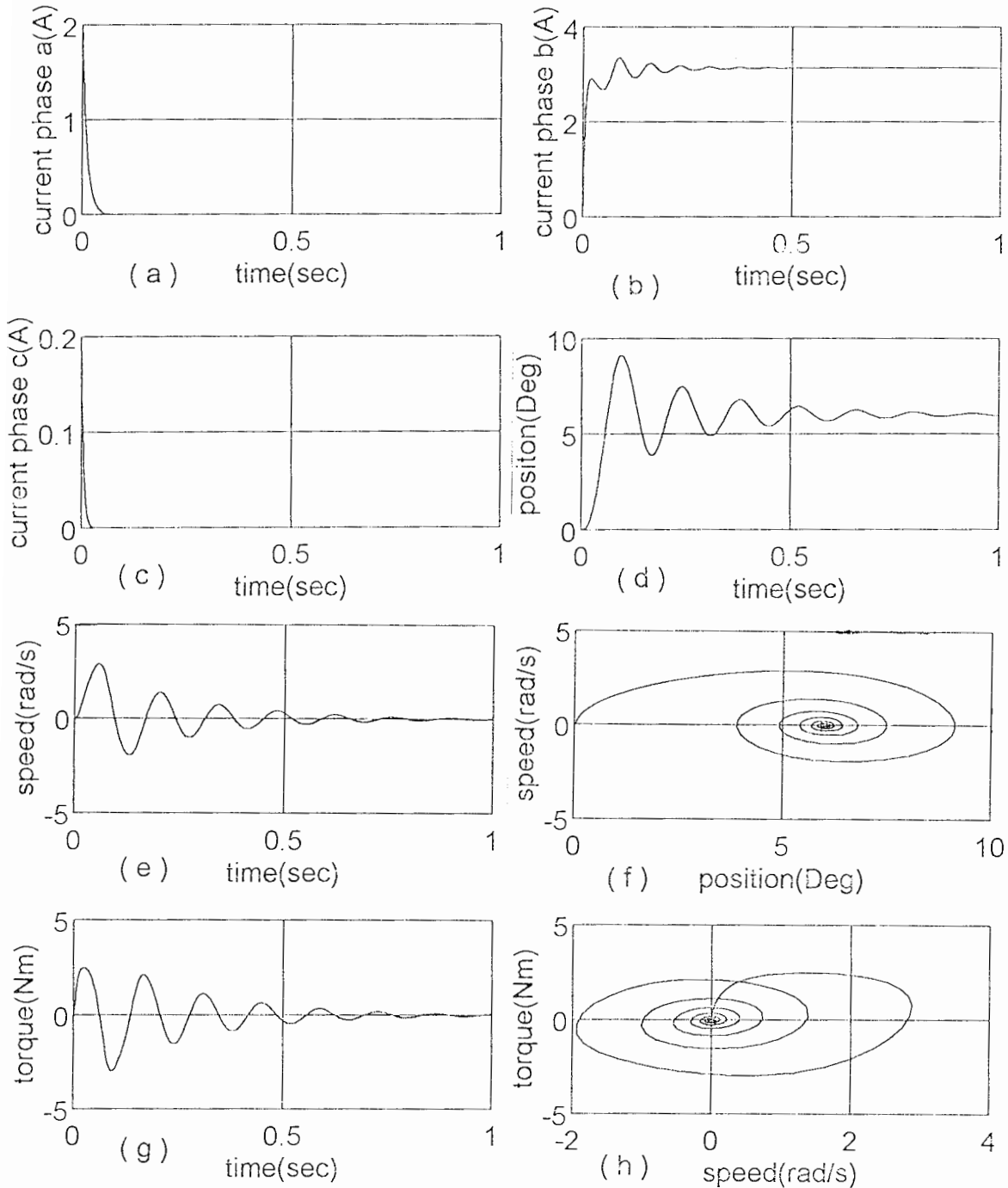
موتور پله‌ای SMO60-750-AB یک موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر سه تکه است. این موتور دارای ۳ فاز و ۲۰ دندانه در روتور است. مقاومت سیم‌پیچی آن ۰/۹ اهم و مقاومت خارجی ۶/۷۷ اهم است. مدل این موتور با صرفنظر از اشباع در معادلات (۱۶-۳)، (۱۹-۳) و (۲۱-۳) محاسبه شده است. مشخصات این موتور پله‌ای در شکل‌های (۲۰-۳) و (۲۱-۳) آمده است.



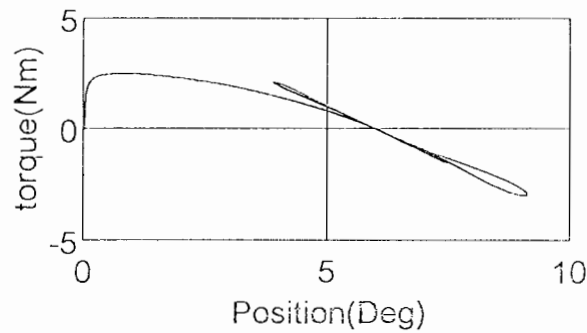
شکل (۳-۱۹) مشخصات حالت‌گذرای موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه دو فاز

شکل‌های (۳-۲۰) منحنی تغییرات جریان هر فاز را نشان می‌دهند. فاز b با ولتاژ ۲۳ ولت تحریک شده است، بنابراین دارای جریان دائم تقریباً ۳A است. تغییرات دو فاز دیگر ناشی از

شرایط اولیه است. شکل (۲۰-۳d) منحنی موقعیت زمان روتور است که تا رسیدن به موقعیت تعادل 6° بسیار نوسانی است. مطابق شکل‌های (۲۰-۳e,g) در انتهای هر پله سرعت زاویه‌ای و گشتاور موتور صفر شده‌اند. شکل‌های (۲۰-۳f,hi) و (۲۱-۳) نشان می‌دهند که موقعیت تعادل در انتهای پله اول برابر 6° است ولی گشتاور و سرعت زاویه‌ای صفر می‌باشند.



شکل (۲۰-۳) مشخصات حالت گذرای موتور پله‌ای SMO60-750-AB بدون اشباع



شکل (۲۱-۳) ادامه شکل (۲۰-۳)

۳.۷.۳) مشخصات موتور پله‌ای مغناطیس دائم

این موتور دارای دو فاز، چهار قطب در هر فاز و چهار قطب در روتور است. سایر داده‌های این موتور عبارتند از:

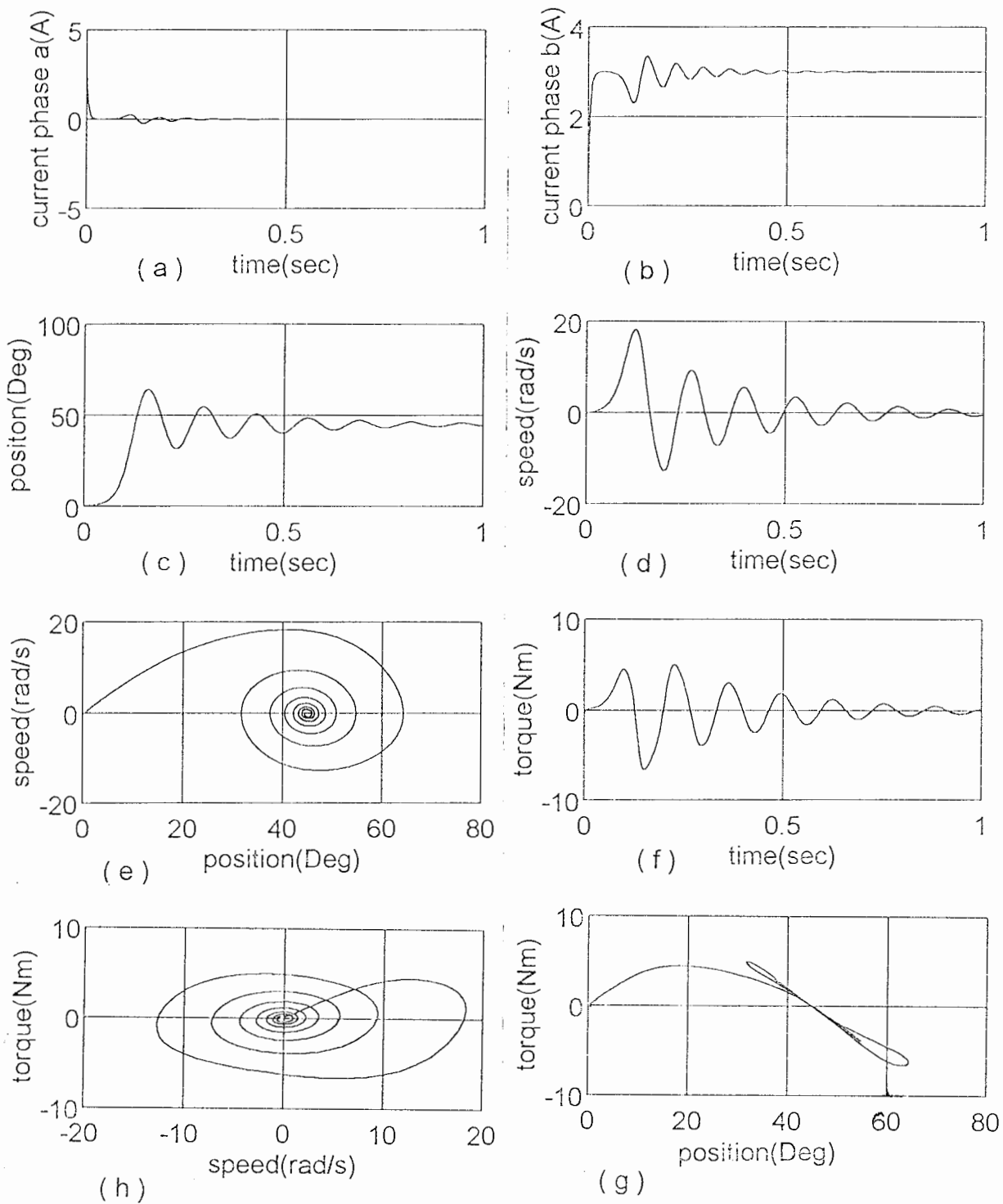
$$k_t = 1/989, \quad k_a = k_b = 0/06 \text{ wb}, \quad l_1 = 0/067 \text{ h}, \quad M = 0/034 \text{ h}, \quad r = 4 \Omega$$

بر اساس مدل بخش (۳.۶.۳) مشخصات حالت گذرای این موتور پله‌ای در شکل (۲۲-۳) آمده است.

با تحریک فاز b با ورودی ۲۴ ولت جریان حالت دائم ۳A بدست می‌آید (شکل (۲۲-۳b))
 شکل (۲۲-۳c). بیانگر تغییرات نوسانی موقعیت روتور تا رسیدن به موقعیت تعادل ۴۵° در انتهای پله اول است. این شکل قدری تأخیر در تغییر موقعیت روتور نشان می‌دهد که این تأخیر ناشی از اینرسی روتور است. شکل‌های (۲۲-۳d, f) صفر شدن سرعت زاویه‌ای و گشتاور را بطور نوسانی در انتهای پله نشان می‌دهند و شکل‌های (۲۲-۳e, g, h) تغییر سه کمیت، θ ، T و ω را تا رسیدن به مقدار دائم نشان می‌دهند.

۴.۷.۳) مشخصات موتور پله‌ای هیبرید

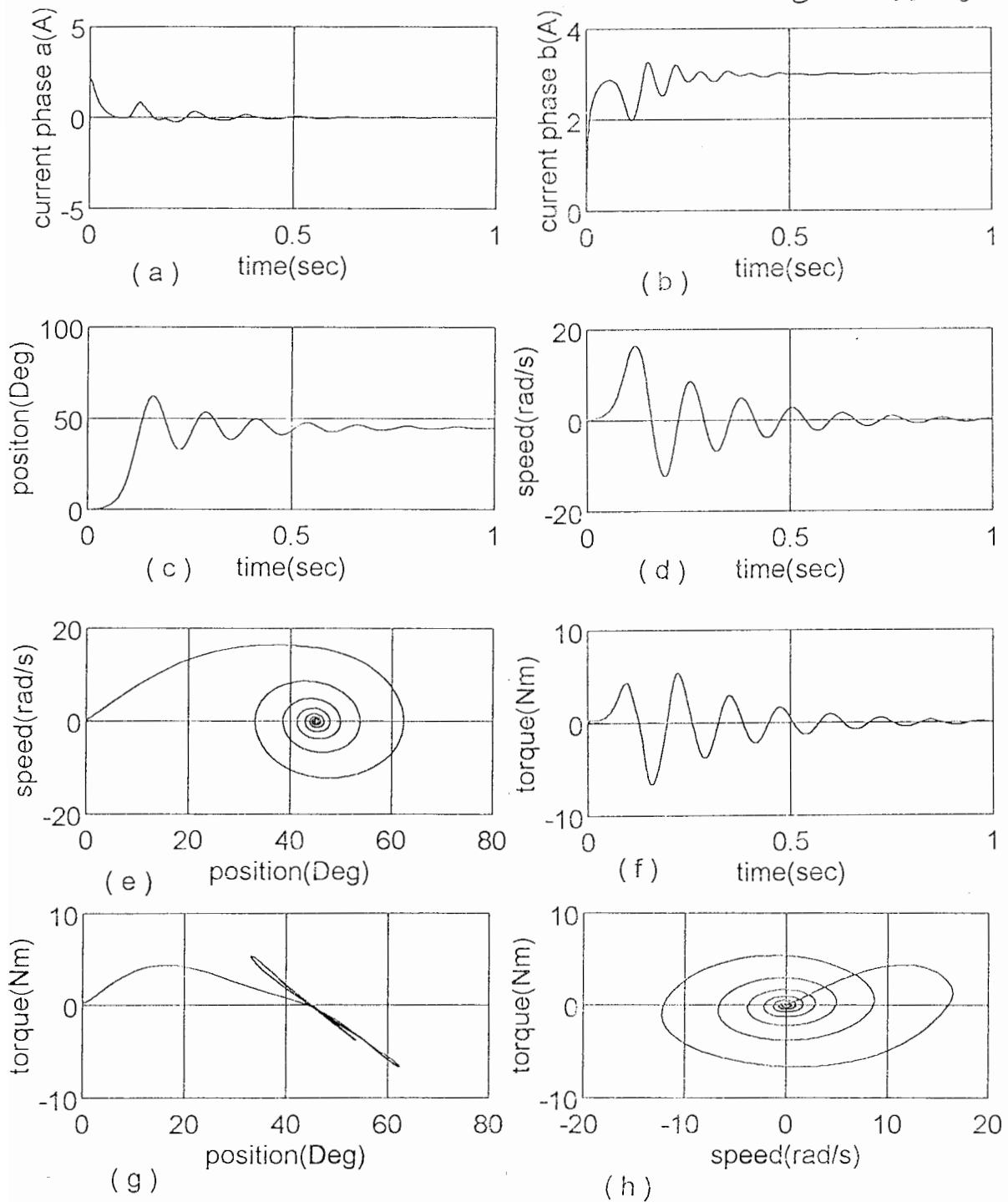
این موتور پله‌ای دارای دو فاز و چهار قطب در هر فاز است و $l_1 = 0/047$ ، $l_2 = 0/098$ و $M_1 = 0/023$ و $M_2 = 0/054$ هانری و $k_t = 1/8978$ ، $k_a = k_b = 0/096 \text{ wb}$ و مقاومت سیم‌پیچی و خارجی جمعاً ۸/۷ اهم است. بر اساس مدل بخش (۴.۶.۳) و داده‌های اخیر مشخصات این موتور پله‌ای در شکل (۲۳-۳) آمده است.



شکل (۳-۲۲) مشخصات حالت گذرای موتور پله ای مغناطیس دائم دو فاز

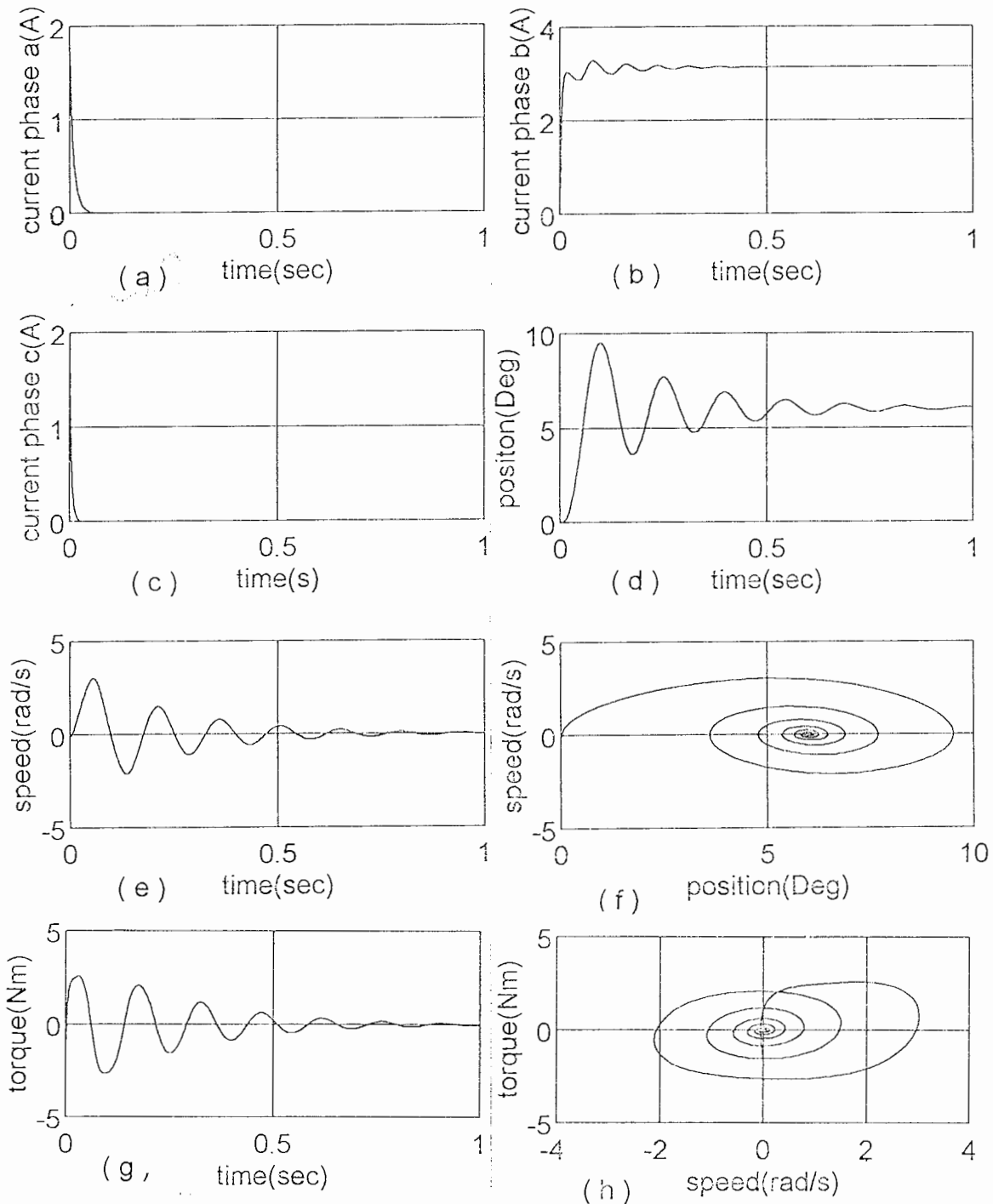
شکلهای (a,b) تغییرات جریان دو فاز را نشان می دهند. شکل (۳-۲۳) منحنی موقعیت-زمان روتور است که نوسانی و دارای قدری تأخیر است. موقعیت تعادل در پله اول برابر

۴۵° است. شکل‌های (۲۳-۳d,f) نوسانات گشتاور و سرعت زاویه‌ای را تا صفر شدن در انتهای پله نشان می‌دهند. شکل‌های (۲۳-۳e,g,h) تغییرات گشتاور، موقعیت و سرعت زاویه‌ای را برحسب خود کمیتها نشان می‌دهند.



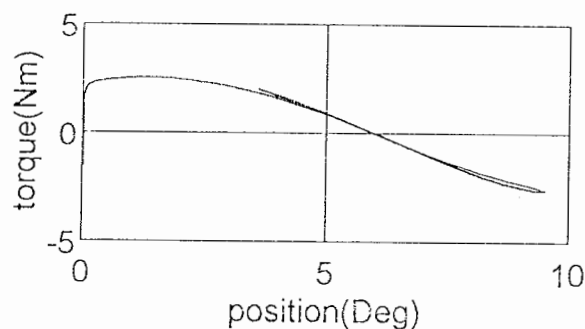
شکل (۲۳-۳) مشخصات حالت‌گذرای موتور پله‌ای هیبرید دو فاز

(۵.۷.۳) مشخصات موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه با در نظر گرفتن اشباع مدل موتور پله‌ای SMO60-750-AB با در نظر گرفتن اشباع در معادلات (۳-۴۳) و (۳-۴۸) محاسبه شده است. براساس این مدل مشخصات موتور پله‌ای در شکل‌های (۳-۲۴) و (۳-۲۵) آمده است. این منحنی‌ها توضیحاتی مشابه توضیحات (۳-۲۷) دارند. با مقایسه این



شکل (۳-۲۴) مشخصات حالت‌گذرای موتور پله‌ای SMO60-750-AB با اشباع

مشخصات با حالت بدون اشباع اثر اشباع بر مشخصات موتور پله‌ای محسوس است. اشباع سبب افزایش نوسانات منحنی‌ها می‌شود. این اثر در شکل (۲۴-۳) محسوس‌تر است.



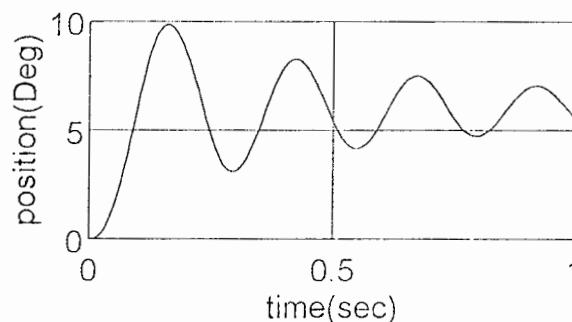
شکل (۲۵-۳) ادامه شکل (۲۴-۳)

(۸.۳) اثر پارامترهای مختلف بر حرکت روتور موتور پله‌ای

برای بررسی اثر تغییرات پارامترهای مختلف بر حرکت روتور موتور پله‌ای از مدل موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه SMO60-750-AB با صرف‌نظر از اشباع استفاده می‌شود. منحنی موقعیت - زمان این موتور در شکل (۲۵-۳d) آمده است.

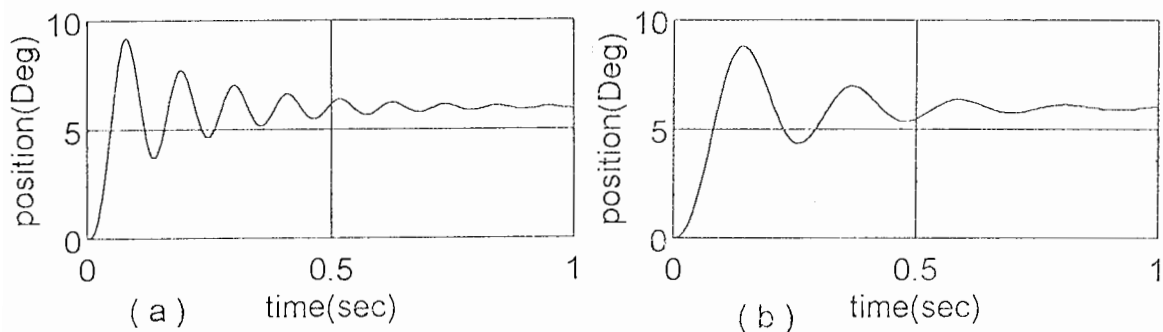
(۱.۸.۳) اثر اینرسی بر عملکرد حالت گذرا

اینرسی مدل بخش (۲.۶.۳) را از 0.0291 کیلوگرم متر مربع به 0.09 افزایش می‌دهیم. منحنی موقعیت - زمان موتور پله‌ای با مقدار جدید اینرسی در شکل (۲۶-۳) آمده است. مقایسه دو منحنی نشان می‌دهد که افزایش اینرسی سبب افزایش پریود و دامنه نوسانات و در نتیجه افزایش زمان رسیدن به حالت تعادل می‌شود.



شکل (۲۶-۳) منحنی موقعیت - زمان موتور پله‌ای با $J = 0.09 \text{ kgm}^2$

افزایش r سبب کاهش ثابت زمانی و در نتیجه کاهش فاصله (پریود) نوسانات روتور و زمان رسیدن به موقعیت تعادل می‌شود.

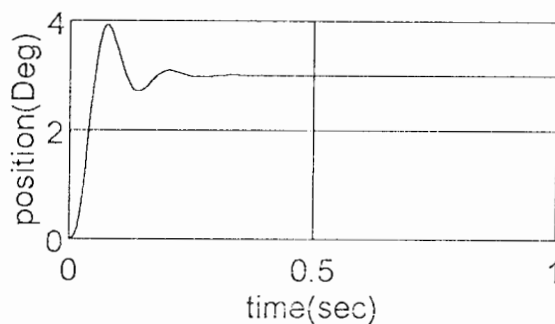


شکل (۳-۲۸) منحنی موقعیت زمان موتور پله‌ای با مقاومت خارجی

$r=12\Omega$ (b), $r=6\Omega$ (a)

۵.۸.۳) تحریک دو فاز

در تحریک دو فاز نرخ تغییر فلوی پیوندی با موقعیت روتور نسبتاً بزرگ است و اگر روتور حول موقعیت تعادل نوسان کند ولتاژ القایی ناشی از تغییر فلوی مغناطیسی فرکانسی برابر فرکانس حرکت روتور خواهد داشت. این ولتاژهای القایی برای خارج کردن انرژی جنبشی از سیستم مکانیکی به کار می‌روند. از اینرو به میراگرهای الکترومغناطیسی موسومند. شکل (۳-۲۹) منحنی موقعیت - زمان روتور را در تحریک دو فاز نشان می‌دهد. مقایسه این شکل با منحنی شکل (۳-۲۰) بهبود چشمگیری را نشان می‌دهد.



شکل (۳-۲۹) منحنی موقعیت - زمان موتور پله‌ای در تحریک دو فاز

(۹.۳) خلاصه و نتیجه‌گیری

در این فصل ابتداء عملکرد موتور پله‌ای بررسی شد. آنگاه مدل ریاضی انواع موتور پله‌ای محاسبه شد. با تکیه بر مدل ریاضی مشخصات حالت گذرا در تحریک تک فاز بدست آمد. شکل‌های (۳-۱۹) الی (۳-۲۵) نشان می‌دهند که پاسخ موتور پله‌ای تا رسیدن به موقعیت تعادل بسیار نوسانی است. لذا در کاربردهایی که نیاز به تعیین موقعیتهای صحیح و سریع است، این پاسخ دارای معایب زیادی است. بنابراین برای استفاده از موتور پله‌ای در تعیین موقعیت بایستی نوسانات حرکت موتور سریعتر می‌شوند و زمان رسیدن به حالت تعادل نیز کاهش یابد. این امر لزوم کنترل موتور پله‌ای را با روشهای کنترل نشان می‌دهد. برای کنترل موتور پله‌ای آگاهی از اثرات پارامترهای مختلف بر مشخصه آن ضروری است. زیرا همانطور که در بخش (۸.۳) نشان داده شد، گاهاً پارامترها دارای اثرات متضاد بر مشخصه موتور هستند. مثلاً افزایش اینرسی فاصله (پریود) و دامنه نوسانات را زیاد می‌کند در حالیکه افزایش ضریب میرائی نوسانات را کاهش داده، سبب بهبود پاسخ می‌شود. بنابراین در کاربردها لازم است که مصالحه‌ای بین آنها انجام شود.

در بخش (۵.۸.۳) دیدیم که تحریک دو فاز و تغییر جریان سیم پیچی‌ها سبب القاء ولتاژ در آنها شد و این ولتاژ القاء شده به صورت میراگر الکترومغناطیسی عمل کرد. بدیهی است که برای بهبود مشخصه موتور پله‌ای می‌توان از میراگر مکانیکی نیز بهره جست. استفاده از میراگر در موتور پله‌ای از دید کنترل بیانگر کنترل حلقه باز آن است. مشخصات موتور پله‌ای نشان دادند که گشتاور آن نسبتاً کم است بنابراین برای افزایش گشتاور و همچنین دقت می‌توان از کنترل حلقه بسته نیز استفاده کرد [۲۹]، [۳۴]، [۳۶]، [۴۰].

با پیشرفت سریع میکروپروسسورها و میکروکامپیوترها در دهه‌های ۱۹۶۰ و ۱۹۷۰ که می‌توانند در وظایف کنترلی مختلف به کار روند گرایش به سوی کنترل دیجیتال بجای کنترل آنالوگ سیستم‌های دینامیکی بدلیل دسترس پذیری و قیمت ارزان آنها و مزایای کار با سیگنالهای دیجیتال، بطور محسوس افزایش یافته است. در این روش کنترل‌کننده‌های دیجیتال جایگزین کنترل‌کننده‌های آنالوگ می‌شوند. کنترل‌کننده‌های دیجیتال، کنترل‌کننده‌های تصمیم‌گیر هستند. طراحی ساده دارند و دارای دقت و سرعت بالاتر و هزینه کمتر در مقایسه با کنترل‌کننده‌های آنالوگ هستند. لذا در فصل بعد به بررسی کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای می‌پردازیم [۲۱]، [۴۱]، [۴۲].

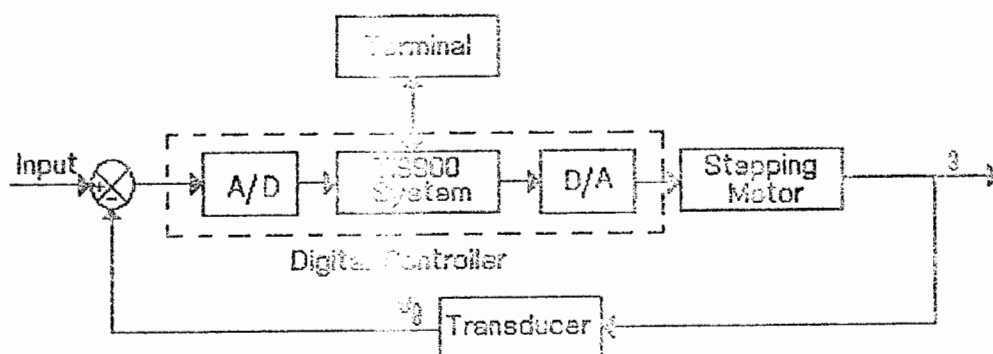
فصل چهارم

بهبود مشخصات موتور پله‌ای با استفاده از کنترل کننده دیجیتال

(۱-۴) مقدمه

در این فصل کنترل کننده دیجیتال به عنوان راه‌انداز موتور پله‌ای جهت بهبود عملکرد کنترل موقعیت آن در یک سیستم کنترل دیجیتال مستقیم ارائه می‌شود. هدف، طراحی کنترل کننده دیجیتال برای میرا کردن نوسانات موقعیت روتور و کاهش زمان رسیدن به موقعیت تعادل، زمان صعود و حداکثر جهش است و این طراحی بر اساس تکنیک پاسخ فرکانسی انجام می‌شود.

مطابق شکل (۱-۴) کنترل کننده دیجیتال طراحی شده را می‌توان با استفاده از میکروپروسسور TI۹۹۰۰ و یا دیگر میکروپروسسورها بر حسب نیاز و براساس روشهای اجرای فصل اول با در نظر گرفتن اثر طول کلمه محدود اجراء نمود.



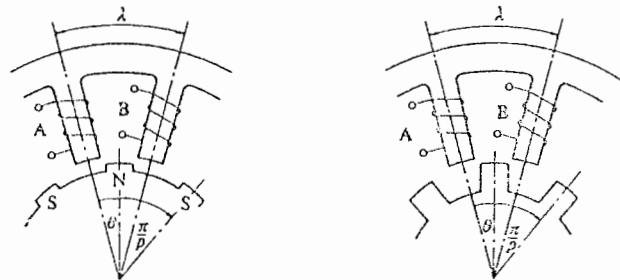
شکل (۱-۴) بلوک دیاگرام سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای

چون مدل موتور پله‌ای حتی با نادیده انگاشتن عوامل غیرخطی نظیر اشباع و تلفات هسته، غیرخطی است و روشهای طراحی کنترل کننده دیجیتال براساس سیستم خطی است، لذا ضروری است که مدل موتور پله‌ای خطی شود. برای بررسی عملکرد دینامیکی موتور پله‌ای و خطی سازی آن، تئوریهای زیادی توسط محققین ارائه شده است [۲۵]، [۳۰]، [۳۵]. از میان این تئوریها، تئوری لاورنسن - هیوجز از دانشگاه لیدز یک تئوری سیستماتیک است که جنبه‌های اساسی رفتار دینامیکی موتور پله‌ای مدرن را شامل می‌شود. لذا این تئوری برای حل معادلات موتور پله‌ای و محاسبه تابع

تبدیل آن ارائه می‌شود. تئوری لاورنسن - هیوجز مبتنی بر خطی‌سازی معادلات موتور پله‌ای حول نقطه کار آن است.

(۲.۴) معادلات اساسی موتور پله‌ای

برای بدست آوردن معادلات اساسی موتور پله‌ای‌های مختلف از مدل شکل (۲-۴) استفاده می‌شود. شکل (۲-۴a) مدل موتور پله‌ای مغناطیس دائم است که می‌توان آن را برای موتور پله‌ای هیبرید نیز به کار برد. شکل (۲-۴b) یک موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه را نشان می‌دهد که این مدل برای موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه نیز می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.



شکل (۲-۴) مدل انواع موتور پله‌ای برای محاسبه معادلات اساسی آن

(۱.۲.۴) معادلات اساسی موتور پله‌ای مغناطیس دائم و هیبرید

با فرض اینکه موتور پله‌ای دارای دو فاز است و با در نظر گرفتن معادلات (۳-۱۶)، (۳-۲۸) و

(۳-۳۰) معادلات ولتاژ فازها و حرکت روتور در تحریک دو فاز عبارتند از:

$$\begin{aligned}
 v_a &= i_a r_a + L_1 \frac{di_a}{dt} + M \frac{di_b}{dt} + \frac{d}{dt} (k_a \cos P\theta) \\
 v_b &= i_b r_b + L_1 \frac{di_b}{dt} + M \frac{di_a}{dt} + \frac{d}{dt} (k_b \cos(P\theta - \lambda)) \\
 J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + P k_a i_a \sin(P\theta) + P k_b i_b \sin(P(\theta - \lambda)) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{۱-۴}$$

در این معادلات $k_a = k_b = n\phi_m$ ، $\lambda = \frac{\pi}{P_s}$ است که P_s و P به ترتیب تعداد جفت قطبهای روتور و استاتور موتور پله‌ای است. خطی‌سازی معادلات (۱-۴) براساس تئوری لاورنسن - هیوجز به صورت زیر است.

اگر سیم‌پیچهای دو فاز موتور پله‌ای جریان ثابت i_a را در حالت دائم و در یک جهت عبور

دهند، موقعیت تعادل در $\theta = \frac{\lambda}{\gamma}$ ($\lambda = \frac{\pi}{P_s}$) قرار می‌گیرد. انحراف از موقعیت تعادل با $\delta\theta$ نمایش داده می‌شود که تابعی از زمان و دارای مقدار کوچکی است. وقتی روتور موتور پله‌ای در حال چرخش یا نوسان است، جریانهای دو سیم‌پیچ از مقدار ثابت‌شان به میزان $\delta i_a(t)$ و $\delta i_b(t)$ منحرف می‌شوند. بنابراین معادلات (۱-۴) را می‌توان با استفاده از معادلات:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\lambda}{\gamma} + \delta\theta \\ i_a &= I_s + \delta i_a \\ i_b &= I_s + \delta i_b \end{aligned} \quad (2-4)$$

خطی نمود. با استفاده از معادلات (۲-۴) می‌توان نوشت:

$$\sin(P\theta) = \sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma} + P\delta\theta\right) = \sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) \cos(P\delta\theta) + \cos\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) \sin(P\delta\theta) \quad (3-4)$$

اگر $P\delta\theta$ زاویه کوچکی باشد:

$$\cos(P\delta\theta) \cong 1, \quad \sin(P\delta\theta) \cong P\delta\theta \quad (4-4)$$

با جایگذاری معادله (۴-۴) در معادله (۳-۴):

$$\sin(P\theta) = \sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) + P\delta\theta \cos\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) \quad (5-4)$$

با انجام اعمال مشابه:

$$\begin{aligned} \sin P(\theta - \lambda) &= \sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma} + P\delta\theta - P\lambda\right) = -\sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma} - P\delta\theta\right) \\ &= -\sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) + P\delta\theta \cos\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) \end{aligned} \quad (6-4)$$

با جایگذاری معادلات (۲-۴)، (۳-۴)، (۴-۴)، (۵-۴) و (۶-۴) در معادلات (۱-۴) و صرفنظر از

حاصل ضربهای نظیر $\delta\theta$ و δi_a فرض یکسان بودن سیم‌پیچها ($k_a = k_b = k$, $r_a = r_b = r$):

$$\begin{aligned} r\delta i_a + l_s \frac{d}{dt}(\delta i_a) + M \frac{d}{dt}(\delta i_b) - Pk \sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) \frac{d}{dt}(\delta\theta) &= 0 \\ r\delta i_b + l_s \frac{d}{dt}(\delta i_b) + M \frac{d}{dt}(\delta i_a) - Pk \sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) \frac{d}{dt}(\delta\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (7-4)$$

$$J \frac{d^2 \delta\theta}{dt^2} + D \frac{d\delta\theta}{dt} + \gamma P^2 k I_s \cos\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right) \delta\theta + Pk \left(\sin\left(P\frac{\lambda}{\gamma}\right)\right) (\delta i_a - \delta i_b) = 0$$

فرض کنید $\delta\theta(t)$ تابعی باشد که انحراف موقعیت روتور را بعد از رسیدن به موقعیت تعادل،

θ_i نشان دهد. با گرفتن تبدیل لاپلاس از طرفین معادلات (۷-۴) با فرض شرایط اولیه و نمایش

$$\delta\theta(0) = \theta_i \quad \text{و} \quad \frac{d\delta\theta(0)}{dt} = 0$$

تبدیل لاپلاس متغیرهای زمانی مختلف به صورت:

$$\mathcal{L}\delta\theta(t) = \theta(s)$$

$$\mathcal{L}\delta i_a(t) = I_a(s)$$

$$\mathcal{L}\delta i_b(t) = I_b(s)$$

و حل معادلات حاصل بر حسب $I_a(s)$ ، $I_b(s)$ و $\theta(s)$ معادلات اساسی موتور پله‌ای مغناطیس دائم به صورت زیر در می‌آیند:

$$I_a(s) = -I_b(s) = \frac{Pk \sin\left(P \frac{\lambda}{\gamma}\right) (s\theta - \theta_i)}{r + l_p(s)} \quad (9-4)$$

$$\theta(s) = \frac{[s^\gamma + \left(\frac{r}{l_p} + \frac{D}{J}\right)s + \left(\frac{r}{l_p} \cdot \frac{D}{J} + k_p \cdot \omega_{np}^\gamma\right)] \theta_i}{s^\gamma + \left(\frac{r}{l_p} + \frac{D}{J}\right)s^\gamma + \left[\frac{r}{l_p} \cdot \frac{D}{J} + \omega_{np}^\gamma (1 + k_p)\right]s + \left(\frac{r}{l_p}\right)\omega_{np}^\gamma} \quad (10-4)$$

که در معادلات (۹-۴) و (۱۰-۴):

$$l_p = l - M$$

$$k_p = \frac{k \sin^2\left(P \frac{\lambda}{\gamma}\right)}{l_p I \cdot \cos\left(P \frac{\lambda}{\gamma}\right)} \quad (11-4)$$

$$\omega_{np}^\gamma = \frac{\gamma P^\gamma k I \cdot \cos\left(P \frac{\lambda}{\gamma}\right)}{J}$$

برای محاسبه معادلات اساسی موتور پله‌ای هیبرید کافی است در معاملات موتور پله‌ای

مغناطیس دائم، p با N_r جایگزین شود که N_r تعداد دندانه‌های روتور موتور پله‌ای هیبرید است.

(۲.۲.۴) معادلات اساسی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر

یک موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه دو فاز با N_r دندانه در روتور و دو قطب را در نظر

بگیرید. فرض کنید که مشابه بخش (۱.۲.۴) دو فاز با هم تحریک شوند. اگرچه معادلات زیر برای

موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه به دست می‌آیند، ولی می‌توان آنها را با صفر قرار دادن

اندوکتانس متقابل، برای موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه نیز به کار برد.

اندوکتانسهای خودی و متقابل مدل شکل (۲-۴b) دارای شکل کلی زیر هستند:

$$l_a = l_0 + l_1 \cos(N_r \theta)$$

$$I_b = I_o + I_1 \cos(N_r \theta - P_{ph} \lambda)$$

$$M_{ab} = -M_o + M_1 \cos(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma})$$

علامت منفی M_o بیانگر این نکته است که جریان مثبت یک فاز تولید فلوی منفی در فاز دیگر می‌کند. گشتاور ایجاد شده توسط جریانهای i_a و i_b با توجه به معادله (۳-۱۴) برابر است با:

$$T = -\frac{N_r I_1}{\gamma} [i_a^r \sin(N_r \theta) + i_b^r \sin(N_r \theta - P_{ph} \lambda)] - N_r M_{ab} i_a i_b \sin(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma}) \quad (۳-۱۳)$$

بنابراین معادله حرکت روتور موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه با استفاده از معادله (۳-۱۶) و فرض $T_I = 0$ (حالت بی‌باری) به صورت زیر در می‌آید:

$$J \frac{d^2 \delta \theta}{dt^2} + D \frac{d \delta \theta}{dt} - \frac{N_r I_1}{\gamma} [i_a^r \sin(N_r \theta) + i_b^r \sin(N_r \theta - P_{ph} \lambda)] - N_r M_{ab} i_a i_b \sin(N_r \theta - \frac{P_{ph} \lambda}{\gamma}) = 0 \quad (۴-۱۴)$$

و براساس معادله (۳-۱۲) معادلات ولتاژ فازهای این موتور پله‌ای عبارتند از:

$$v_a = i_a r_a + \frac{d}{dt} (L_a i_a) + \frac{d}{dt} (M_{ab} i_b) \quad (۴-۱۵)$$

$$v_b = i_b r_b + \frac{d}{dt} (L_b i_b) + \frac{d}{dt} (M_{ab} i_a)$$

معادلات (۴-۱۴) و (۴-۱۵) را نیز می‌توان با استفاده از معادلات (۴-۲) خطی نمود. با به کار بردن معادلات (۴-۲) معادلات (۴-۱۴) و (۴-۱۵) به صورت زیر در می‌آیند:

$$J \frac{d^2 \delta \theta}{dt^2} + D \frac{d \delta \theta}{dt} + N_r I_o \gamma (M_1 + I_1 \cos(P_{ph} \lambda)) \delta \theta + N_r I_1 I_1 \sin(P_{ph} \lambda) (\delta i_a - \delta i_b) = 0$$

$$r \delta i_a + (L_o + I_1 \cos(P_{ph} \lambda)) \frac{d \delta i_a}{dt} + (M_1 - M_o) \frac{d \delta i_b}{dt} - N_r I_1 I_1 \sin(P_{ph} \lambda) \frac{d \delta \theta}{dt} = 0 \quad (۴-۱۶)$$

$$r \delta i_b + (L_o + I_1 \cos(P_{ph} \lambda)) \frac{d \delta i_b}{dt} + (M_1 - M_o) \frac{d \delta i_a}{dt} + N_r I_1 I_1 \sin(P_{ph} \lambda) \frac{d \delta \theta}{dt} = 0$$

با در نظر گرفتن شرایطی مشابه شرایط موتور پله‌ای مغناطیس دائم و تبدیل لاپلاس گرفتن از

طرفین (۴-۱۶) و حل معادلات حاصل برحسب $I_a(s)$ ، $I_b(s)$ و $\theta(s)$ معادلات اساسی این موتور پله‌ای به صورت زیر در می‌آیند:

$$I_a(s) = I_b(s) = \frac{N_r I_o I_1 \sin(P_{ph} \lambda) (s \theta - \theta_i)}{r + i \omega s} \quad (۴-۱۷)$$

$$\theta(s) = \frac{[s^2 + (\frac{r}{l_v} + \frac{D}{J})s + \frac{r}{l_v} \cdot \frac{D}{J} + k_v \omega_{nv}^2] \theta_i}{s^2 + (\frac{r}{l_v} + \frac{D}{J})s^2 + [\frac{r}{l_v} \cdot \frac{D}{J} + \omega_{nv}^2 (\lambda + k_v)]s + (\frac{r}{l_v}) \omega_{nv}^2} \quad (18-4)$$

$$l_v = l_c + l_v \cos(P_{ph}\lambda) - M_v + M_c$$

$$k_v = \frac{2I_v \sin^2(P_{ph}\lambda)}{l_v (M_v + l_v \cos(P_{ph}\lambda))} \quad (19-4)$$

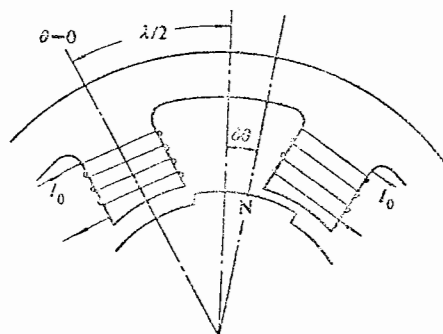
$$\omega_{nv}^2 = \frac{4P^2 I_c^2 (M_v + l_v \cos(P_{ph}\lambda))}{J}$$

(۳.۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای

معادلات (۱۰-۴) و (۱۸-۴) حالت گذرای $\delta\theta(t)$ را در حوزه لاپلاس با فرض موقعیت اولیه $\delta\theta(0) = \theta_i$ تعریف می‌کنند. چون موتور پله‌ای برای کنترل موقعیت به کار می‌رود، در شکل (۳-۴) انتظار می‌رود که با تحریک مساوی دو فاز، مرکز قطب مغناطیسی روتور در $\theta = \frac{\lambda}{4}$ قرار گیرد. در این حالت $\theta = \frac{\lambda}{4}$ موقعیت مطلوب است. حال اگر تبدیل لاپلاس موقعیت مطلوب با $\theta_i(s)$ و تبدیل لاپلاس موقعیت واقعی با $\theta_o(s)$ نمایش داده شود، تابع تبدیل موتور پله‌ای به صورت [۲۵]، [۴۱] و [۴۲]:

$$G(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} \quad (20-4)$$

تعریف می‌شود. در ادامه، تابع تبدیل (۲۰-۴) در حالت‌های مختلف محاسبه می‌شود.



شکل (۳-۴) کنترل موقعیت روتور

(۱.۳.۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای در تحریک تک فاز با محرک ولتاژ

در معادلات بخش (۲.۴) اگر λ برابر صفر قرار داده شود، دو سیم پیچ مانند یک سیم پیچ عمل می‌کنند. یعنی اگر در معادلات تحریک دو فاز بخش (۲.۴) λ صفر شود، معادلات تحریک تک فاز به دست می‌آیند. از معادلات (۷-۴) و (۱۶-۴) مشاهده می‌شود که اگر λ صفر شود، جملات آخر این معادلات صفر می‌شوند و معادلات مکانیکی و الکتریکی موتور پله‌ای از یکدیگر مستقل می‌شوند. به این ترتیب می‌توان تابع تبدیل موتور پله‌ای مغناطیس دائم را از معادله (۷-۴) و موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر را از معادله (۱۶-۴) محاسبه کرد. برای موتور پله‌ای مغناطیس دائم از معادلات (۱۷-۴):

$$J \frac{d^2 \delta \theta(t)}{dt^2} + D \frac{d \delta \theta(t)}{dt} + 2P^2 k_l \delta \theta(t) = 0 \quad (21-4)$$

اگر θ_o موقعیت واقعی و θ_i موقعیت مطلوب باشد $\delta \theta$ برابر است با:

$$\delta \theta(t) = \theta_o(t) - \theta_i(t) \quad (22-4)$$

با قرار دادن معادله (۲۲-۴) در معادله (۲۱-۴):

$$J \frac{d^2 \theta_o(t)}{dt^2} + D \frac{d \theta_o(t)}{dt} + 2P^2 k_l \theta_o(t) = 2P^2 k_l \theta_i(t) \quad (23-4)$$

با فرض شرایط اولیه صفر از طرفین معادله (۲۳-۴) تبدیل لاپلاس می‌گیریم:

$$(s^2 J + Ds + 2P^2 k_l) \theta_o(s) = 2P^2 k_l \theta_i(s) \quad (24-4)$$

بنابراین از معادله (۲۴-۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای مغناطیس دائم به صورت زیر در می‌آید:

$$G(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{2P^2 k_l}{Js^2 + Ds + 2P^2 k_l} = \frac{\omega_{np}^2}{s^2 + (D/J)s + \omega_{np}^2} \quad (25-4)$$

ω_{np} در معادله (۲۵-۴) برای موتور پله‌ای مغناطیس دائم و هیبرید برابر است با:

برای موتور پله‌ای مغناطیس دائم:

$$\omega_{np} = \sqrt{2P^2 k_l / J} \quad (26-4)$$

برای موتور پله‌ای هیبرید:

$$\omega_{np} = \sqrt{N_r k_l I_c / J} \quad , \quad k_l = 2N_r k \quad (27-4)$$

تابع تبدیل (۲۵-۴) را می‌توان از معادله (۱۰-۴) نیز به دست آورد. چون $\lambda = 0$ است بنابراین

اندوکتانس خودی برابر اندوکتانس متقابل است. لذا I_p در معادله (۴-۱۱) برابر صفر می‌شود. با ضرب صورت و مخرج معادله (۴-۱۰) در $\frac{I_p}{I}$ و سپس صفر قرار دادن I_p ، معادله (۴-۱۰) به صورت زیر در می‌آید.

$$\theta(s) = \frac{(s + D/J) \theta_i}{s^2 + (D/J)s + \omega_{np}^2} \quad (۴-۲۸)$$

حال اگر صورت معادله (۴-۲۸) با یک ثابت طوری جایگزین شود که بهره تابع تبدیل در $s=0$ برابر واحد شود، معادله (۴-۲۵) حاصل می‌شود.

(۴.۳.۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای با محرک جریان

اگر منبع تحریک موتور پله‌ای، منبع جریان باشد و هر دو فاز تحریک شوند تابع تبدیل موتور پله‌ای دقیقاً به صورت تابع تبدیل تحریک تک فاز با محرک ولتاژ است. برای ورودی جریان اگر هدف محاسبه تابع تبدیل از معادله (۴-۱۰) باشد، کافی است صورت و مخرج معادله (۴-۱۰) را در $\frac{r}{I}$ ضرب کرده، r را به سمت بی‌نهایت میل داد. زیرا منبع جریان دارای مقاومت داخلی بی‌نهایت است و می‌توان آنرا به صورت یک مقاومت خیلی بزرگ سری با مقاومت سیم‌پیچ موتور پله‌ای در نظر گرفت.

(۴.۳.۴) تابع تبدیل موتور پله‌ای در تحریک دو فاز با محرک ولتاژ

تابع تبدیل موتور پله‌ای مغناطیس دائم در تحریک دو فاز با ورودی منبع ولتاژ با استفاده از معادله (۴-۱۰) به صورت زیر در می‌آید:

$$G(s) = \frac{(\frac{r}{I_p}) \omega_{np}^2}{s^2 + (\frac{r}{I_p} + \frac{D}{J})s^2 + [\frac{r}{I_p} \cdot \frac{D}{J} + (1 + k_p) \omega_{np}^2]s + (\frac{r}{I_p}) \omega_{np}^2} \quad (۴-۲۹)$$

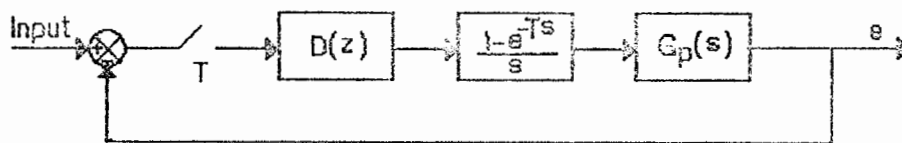
مشاهده می‌شود که این تابع تبدیل از درجه سوم است. تابع تبدیل درجه سوم حاضر بیانگر این نکته است که در تحریک دو فاز نوسانات روتور به شدت کاهش می‌یابد.

تابع تبدیل موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر نیز عیناً مشابه روش بالا به دست می‌آید.

(۴.۴) طراحی کنترل کننده دیجیتال

در این بخش انواع کنترل کننده دیجیتال و طراحی آن براساس تکنیک پاسخ فرکانسی [۱]

بررسی می‌شود. به طور کلی هدف از طراحی کنترل‌کننده دیجیتال برآوردن مشخصات مطلوب برای سیستم کنترل داده شده است. در این پایان‌نامه سیستم کنترل موردنظر، موتور پله‌ای است که در فصل سوم معرفی شد و مشخصات زمان پیوسته آن از طریق شبیه‌سازی به دست آمد و در اوایل این فصل بدلیل فقدان روش گسسته‌سازی برای سیستم‌های غیرخطی، به خطی‌سازی و محاسبه تابع تبدیل آن پرداخته شد. حال در مرحله‌ای هستیم که به طراحی کنترل‌کننده دیجیتال $D(z)$ مطابق شکل (۴-۴) پردازیم. در این شکل بلوک $\frac{1-e^{-Ts}}{s}$ نگهدارنده مرتبه صفر، تابع تبدیل موتور پله‌ای و T فاصله نمونه‌برداری است. خروجی این سیستم موقعیت روتور موتور پله‌ای است و هدف بهبود مشخصه موقعیت-زمان با طراحی کنترل‌کننده دیجیتال مربوطه است.



شکل (۴-۴) مدل خطی سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای

(۱.۴.۴) کنترل‌کننده پیش‌فاز

این کنترل‌کننده معمولاً برای بهبود حدهای پایداری به کار می‌رود و سبب افزایش پهنای باند سیستم می‌شود. از اینرو سیستم سرعت تندتری در پاسخ‌دهی به دست می‌آورد. ولی سیستم شامل کنترل‌کننده پیش‌فاز ممکن است در معرض نویز ناشی از افزایش ضریب بهره‌ها در فرکانس بالا قرار گیرد. کنترل‌کننده PD نوعی کنترل‌کننده پیش‌فاز است.

تابع تبدیل پالس کنترل‌کننده PD در صفحه z به صورت:

$$D(z) = \frac{k_d(z-z_0)}{z-z_p} \quad (۳۰-۴)$$

است. ولی چون طراحی کنترل‌کننده براساس تکنیک پاسخ فرکانسی است، لذا ضروری است که $D(z)$ با استفاده از تبدیل دو خطی به تابع تبدیلی در صفحه w تبدیل شود:

$$D(w) = D(z) \quad | \quad z = \frac{1 + (\frac{T}{T_s})w}{1 - (\frac{T}{T_s})w} \quad (۳۱-۴)$$

فرض کنید $D(w)$ به صورت:

$$D(w) = a_0 \left[\frac{1 + \frac{w}{\omega_{w_0}}}{1 + \frac{w}{\omega_{wp}}} \right] \quad (32-4)$$

باشد. که در آن ω_{w_0} محل صفر و ω_{wp} محل قطب را در صفحه w بیان می‌کند و a_0 بهره dc کنترل‌کننده دیجیتال است.

مقادیر ω_{w_0} ، ω_{wp} و a_0 در صفحه w از طریق طراحی براساس تکنیک پاسخ فرکانسی بدست می‌آیند سپس مقادیر k_d ، Z_0 و Z_p از معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$k_d = a_0 \left[\frac{\omega_{wp} \left(\omega_{w_0} + \frac{\tau}{T} \right)}{\omega_{w_0} \left(\omega_{wp} + \frac{\tau}{T} \right)} \right] \quad (33-4)$$

$$Z_0 = \frac{\frac{\tau}{T} - \omega_{w_0}}{\frac{\tau}{T} + \omega_{w_0}}$$

$$Z_p = \frac{\frac{\tau}{T} - \omega_{wp}}{\frac{\tau}{T} + \omega_{wp}}$$

الگوریتم طراحی

در معادله (32-4) فرض کنید $\omega_{w_0} = \frac{a_0}{a_1}$ و $\omega_{wp} = \frac{1}{b_1}$ با این فرض معادله (32-4) به صورت زیر در می‌آید:

$$D(w) = \frac{a_1 w + a_0}{b_1 w + 1} \quad (34-4)$$

براساس معادله (34-4) الگوریتم طراحی به صورت زیر است:

الف) با استفاده از سه محدودیت زیر مقادیر a_0 و ω_{w_1} را با سعی و خطا انتخاب کنید:

$$-1 + \varphi_m < \angle G(j\omega_{w_1}) < -180^\circ + \varphi_m$$

$$|G(j\omega_{w_1})| < \frac{1}{a_0} - 2$$

$$-3 < |G(j\omega_{w_1})| - a_0 \cos\theta < -180^\circ + \varphi_m - \theta \quad \text{و} \quad \theta = \angle D(j\omega_{w_1})$$

ب) مقادیر a_1 و b_1 را از معادلات زیر محاسبه کنید:

$$a_1 = \frac{1 - a_0 |G(j\omega_{w_1})| \cos\theta}{\omega_{w_1} |G(j\omega_{w_1})| \sin\theta} \quad (35-4)$$

$$b_1 = \frac{\cos\theta - a_o |G(j\omega_{w_1})|}{\omega_{w_1} \sin\theta}$$

برای اطمینان از پایداری کنترل‌کننده ضریب b_1 باید مثبت باشد. در این کنترل‌کننده $\omega_{w_o} < \omega_{wp}$ است.

(۲.۴.۴) کنترل‌کننده پس‌فاز

این کنترل‌کننده بهره فرکانس بالای سیستم را کاهش می‌دهد، بدون اینکه بهره فرکانس پائین سیستم را کاهش دهد. پهنای باند سیستم را کم می‌کند. از اینرو سرعت پاسخ‌دهی کندتری دارد. بعلاوه کاهش بهره فرکانس بالا می‌تواند بهره کل سیستم را افزایش دهد، بنابراین با افزایش بهره فرکانس پائین دقت حالت دائم را بهبود می‌بخشد. همچنین هرگونه نویز فرکانس بالا در سیستم تضعیف می‌شود. کنترل‌کننده PI یک کنترل‌کننده پس‌فاز است. تابع تبدیل این کنترل‌کننده با معادلات (۴-۳۰) و (۴-۳۲) بیان می‌شود.

فرض کنید a_o و حد فاز φ_m از مشخصات سیستم به دست آمده باشند. در این صورت الگوریتم طراحی شامل مراحل زیر است:

الف) از مشخصات فاز $G(j\omega)$ فرکانس ω_{w_1} را طوری تعیین کنید که:

$$\angle G(j\omega_{w_1}) = -180^\circ + \varphi_m + 5^\circ$$

5° بطور تقریبی تأخیر فازی است که کنترل‌کننده در حوالی فرکانس گذر بهره ایجاد می‌کند.

ب) فرکانس ω_{w_o} را برابر $\omega_{w_1} / 10$ انتخاب کنید.

پ) چون در فرکانس ω_{w_o} است $|D(j\omega_{w_1}) G(j\omega_{w_1})| = 1$ ، بهره فرکانس بالای کنترل‌کننده

برابر $\frac{a_o \omega_{wp}}{\omega_{w_o}}$ بنابراین:

$$\frac{a_o \omega_{wp}}{\omega_{w_o}} = \frac{1}{|G(j\omega_{w_1})|}$$

و با استفاده از بند (ب):

$$\omega_{wp} = \frac{10 \omega_{w_1}}{|G(j\omega_{w_1})|} \quad (۴-۳۶)$$

در این کنترل‌کننده $\omega_{w_o} > \omega_{wp}$ است.

(۳.۴.۴) کنترل‌کننده پیش‌فاز - پس‌فاز

در برخی از کاربردها یک کنترل‌کننده پس‌فاز را با یک کنترل‌کننده پیش‌فاز بطور سری قرار

می‌دهند. مجموعه این دو کنترل‌کننده، یک کنترل‌کننده پیش‌فاز - پس‌فاز نامیده می‌شود. با استفاده از این کنترل‌کننده می‌توان بهره فرکانس پائین را افزایش داد و در عین حال پهنای باند سیستم و حدهای پایداری را افزایش داد. کنترل‌کننده PID نوعی کنترل‌کننده پیش‌فاز - پس‌فاز است. تابع تبدیل کنترل‌کننده PID در صفحه w به صورت:

$$D(w) = k_p + k_D w + \frac{k_I}{w} \quad (37-4)$$

است و هدف از طراحی محاسبه k_p ، k_I و k_D است. برای این منظور از مشخصات سیستم حد‌فاز، φ_m بدست می‌آید. سپس با انتخاب فرکانس ω_{w_1} ، θ از معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta = 180^\circ + \varphi_m - \angle G(j\omega_{w_1}) \quad (38-4)$$

با معلوم بودن ω_{w_1} ، θ و k_p به صورت:

$$k_p = |D(j\omega_{w_1})| \cos\theta = \frac{\cos\theta}{|G(j\omega_{w_1})|} \quad (39-4)$$

تعیین می‌شود. بر محاسبه k_I و k_D از معادله:

$$k_D \omega_{w_1} - \frac{k_I}{\omega_{w_1}} = \frac{\cos\theta}{|G(j\omega_{w_1})|} \quad (40-4)$$

استفاده می‌شود. چون معادله (40-4) دو مجهول دارد، می‌توان با انتخاب یکی از مجهولات k_I یا k_D مجهول دوم را از معادله (40-4) محاسبه کرد. مشاهده می‌شود که طراحی این کنترل‌کننده بر سعی و خطا استوار است و ضرایب طوری انتخاب می‌شوند که مشخصات مطلوب سیستم را برآورند. لازم به ذکر است که تابع تبدیل پالس کنترل‌کننده PID در صفحه z یک تابع گویا از z است که در اواخر فصل اول آورده شده است.

(5.4) کنترل دیجیتال موتور پله‌ای

تابع تبدیل معادله (25-4) مانند تابع تبدیل یک سیستم درجه دو حلقه بسته است که تابع

تبدیل مسیر فیدبک آن $H(s)=1$ و تابع تبدیل مسیر پیش‌خور آن به صورت زیر است:

$$G_p(s) = \frac{\omega^2}{(D/J)} \cdot \frac{D/J}{s(s + D/J)} \quad (41-4)$$

با فرض $a = \frac{D}{J}$ و $k' = \frac{\omega^2}{a}$ ، معادله (41-4) به صورت زیر درمی‌آید.

$$G_p(s) = \frac{k'a}{s(s+a)} \quad (42-4)$$

در شکل (۴-۴) تابع تبدیل $G_p(s)$ را مطابق معادله (۴-۴) در نظر بگیرید. با استفاده از جدول تبدیل z مدل گسسته موتور پله‌ای برابر است با:

$$G(z) = \mathfrak{L}^{-1} \left[\frac{1-e^{-TS}}{s} \cdot \frac{k'a}{s(s+a)} \right] = \frac{k' [(aT-1) + e^{-aT}]z + (1-e^{-aT} - aTe^{-aT})}{az^2 - (1+e^{-aT})z + e^{-aT}} \quad (۴۳-۴)$$

با فرض بهره فیدبک واحد، تابع تبدیل پالس حلقه بسته شکل (۴-۴) به صورت زیر در می‌آید:

$$T(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)}$$

$$T(z) = \frac{k' [(aT-1) + e^{-aT}]z + (1-e^{-aT} - aTe^{-aT})}{az^2 - [(1-k'T)a + k' + (a-k')e^{-aT}]z + [k' + (a-k'-aTk')e^{-aT}]} \quad (۴۴-۴)$$

برای محاسبه تابع تبدیل پالس سیستم کنترل حلقه بسته شکل (۴-۴) با استفاده از کنترل‌کننده دیجیتال، معادله (۴۳-۴) را به صورت کلی:

$$G(z) = \frac{a_1z + a_0}{b_1z^2 + b_0z + b_0} \quad (۴۵-۴)$$

در نظر بگیرید. تابع تبدیل پالس کنترل‌کننده دیجیتال PI یا PD در حوزه z دارای شکل کلی:

$$D(z) = \frac{c_1z + c_0}{d_1z + d_0} \quad (۴۶-۴)$$

است. بنابراین تابع تبدیل پالس سیستم کنترل حلقه بسته شکل (۴-۴) برابر است با:

$$T(z) = \frac{G(z)D(z)}{1+G(z)D(z)} \quad (۴۷-۴)$$

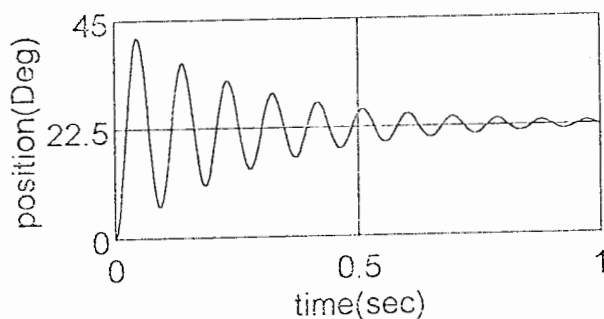
$$T(z) = \frac{a_1c_1z^2 + (a_1c_0 + a_0c_1)z + a_0c_0}{b_1d_1z^2 + (b_1d_0 + b_0d_1 + a_1c_1)z^2 + (b_0d_0 + b_0d_1 + a_1c_0 + a_0c_1)z + (b_0d_0 + a_0c_0)}$$

تابع تبدیل پالس سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای شکل (۴-۴) با استفاده از کنترل‌کننده دیجیتال PID نیز به طریق مشابه محاسبه می‌شود. در بقیه این فصل از معادلات (۴۴-۴) و (۴۷-۴) برای شبیه‌سازی و بررسی پایداری سیستم شکل (۴-۴) استفاده می‌کنیم.

(۱.۵.۴) کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه

براساس مشخصات مدل بخش (۱.۲.۳) جریان حالت دائم سیم‌پیچ فاز تحریک شده این

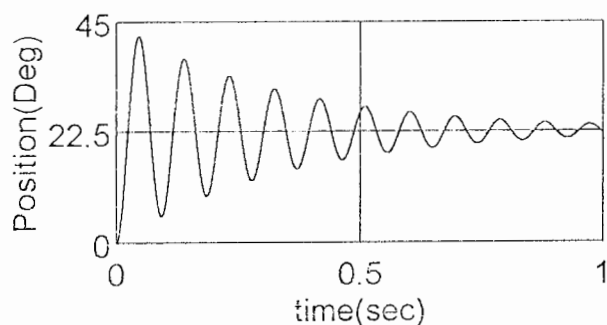
موتور در پله‌ای برابر ۳ آمپر است. اینرسی $J=0/01 \text{ kgm}^2$ و ضریب میرائی آنرا $D=0/07 \frac{\text{Nm-s}}{\text{rad}}$ نظر بگیرید. با قراردادن $\lambda=0$ و جایگزینی این مقادیر در معادله (۴-۱۹)، $w_{nv}=67/88225099$ رادیان بر ثانیه به دست می‌آید. با این داده‌ها پاسخ موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه خطی شده در حوزه زمان - پیوسته، با محرک ولتاژ در شکل (۴-۵) آمده است.



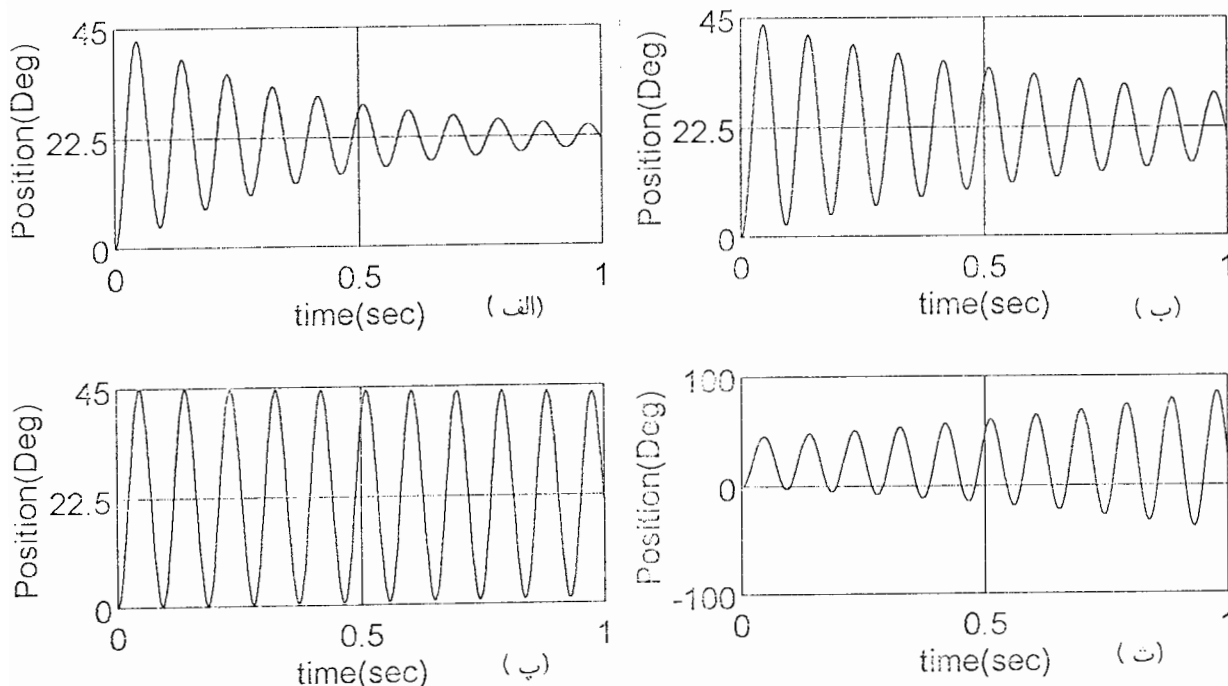
شکل (۴-۵) پاسخ موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه خطی در حوزه زمان - پیوسته با محرک ولتاژ

برای گسسته‌سازی مدل زمان - پیوسته موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه با قرار دادن ابزار نمونه‌بردار - نگهدار در حلقه سیستم کنترل مطابق شکل (۴-۴)، انتخاب فاصله نمونه‌برداری مناسب بسیار مهم است. زیرا عمل نمونه‌برداری، مشخصات مدل زمان - پیوسته را تغییر می‌دهد و سبب کاهش پایداری آن می‌شود. در صورتی که فاصله نمونه‌برداری به حد کافی کوچک نباشد، حتی در صورت پایدار بودن سیستم کنترل زمان - پیوسته، شکل گسسته آن ممکن است ناپایدار باشد. در عمل فاصله نمونه‌برداری مناسب سیستم کنترل نوعی از طریق آزمایش تعیین می‌شود. یک معیار موفق در انتخاب فاصله نمونه‌برداری مناسب، انتخاب آن به صورت یک دهم زمان صعود پاسخ سیستم در حالت زمان - پیوسته است. این روش مبتنی بر سعی و خطا است. پاسخ مدل گسسته موتور پله‌ای به ازای $T=0/0005 \text{ s}$ در شکل (۴-۶) و به ازای T های مختلف در شکل (۴-۷) آمده است. همانطور که از شکلها مشاهده می‌شود، پاسخ مدل گسسته با $T=0/0005 \text{ s}$ به پاسخ زمان - پیوسته بسیار نزدیک است. بنابراین بهترین فاصله نمونه‌برداری برابر $0/0005 \text{ s}$ است. شکل (۴-۷) نشان دهنده افزایش نوسانات پاسخ با افزایش T است و با ادامه افزایش T سیستم کنترل دیجیتال این

موتور پله‌ای ناپایدار می‌شود. این نوسانات در اثر یک پدیده غیرخطی بوجود می‌آید. این نوسان غیرخطی همان سیکل حد بحث شده در فصل دوم است. تحقیق روی اجرای این سیستم رزونانس پرش غیرخطی را در آن تایید می‌کند که معمولاً توسط اشباع به وجود می‌آید. رزونانس پرشی سبب ایجاد سیکل حد در سیستم موتور پله‌ای با داده نمونه‌برداری شده می‌شود. لذا فاصله نمونه‌برداری سیستم نه تنها توسط تئوری نمونه‌برداری خطی، بلکه توسط عوامل غیرخطی سیستم نیز تعیین می‌شود.



شکل (۴-۶) پاسخ مدل گسسته موتور پله‌ای VR یک تکه با $T=0.0005s$



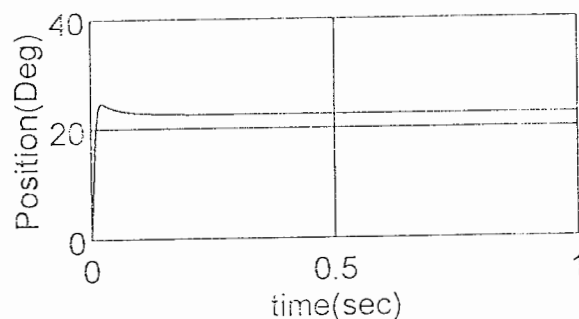
شکل (۴-۷) پاسخ مدل گسسته موتور پله‌ای VR یک تکه با (الف) $T=0.001s$

(ب) $T=0.002s$ ، (پ) $T=0.003s$ ، (ت) $T=0.004s$

شکلهای (۵-۴) و (۶-۴) نشان می‌دهند که پاسخ سیستم کنترل موتور پله‌ای شدیداً نوسانی است و این پاسخ وقتی که موقعیت دقیق و سریع مورد نیاز است، مناسب نمی‌باشد. حال برای میرا کردن نوسانات حرکت موتور و کاهش زمان رسیدن به موقعیت تعادل به طراحی کنترل‌کننده دیجیتال می‌پردازیم. با طی مراحل طراحی کنترل‌کننده PI بخش (۲-۴-۴) در صفحه w و انتقال آن به صفحه z کنترل‌کننده طراحی شده بصورت:

$$D(z) = \frac{12/735z - 12/579}{z - 0/7978} \quad (48-4)$$

در می‌آید. پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای VR یک تکه همراه با کنترل‌کننده PI طراحی شده در شکل (۸-۴) آمده است. شکل (۸-۴) نشان می‌دهد که کنترل‌کننده PI دیجیتال بهبود چشمگیری در منحنی حرکت موتور به وجود آورده است. نوسانات بطور قابل ملاحظه میرا شده‌اند. زمان رسیدن به موقعیت تعادل، زمان صعود و حداکثر جهش نیز کاهش یافته است.



شکل (۸-۴) پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای با کنترل‌کننده PI طراحی شده و محرک ولتاژ

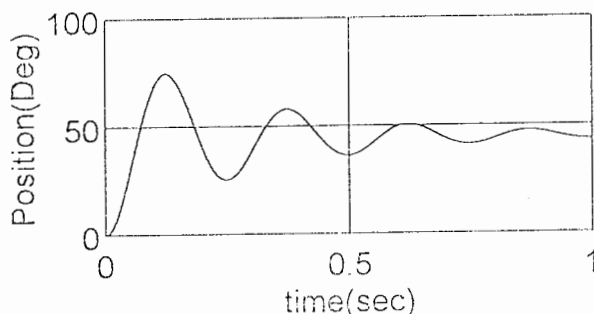
با روش مشابه و با طی مراحل طراحی کنترل‌کننده دیجیتال PD در بخش (۱-۴-۴)، کنترل‌کننده

PD طراحی شده برای موتور پله‌ای VR یک تکه بصورت زیر در می‌آید:

$$D(z) = \frac{0/259z - 0/2997}{z - 0/99878} \quad (49-4)$$

پاسخ موتور پله‌ای VR یک تکه، با این کنترل‌کننده در شکل (۹-۴) آمده است. این شکل نشان می‌دهد که دامنه نوسانات قدری کاهش یافته است ولی بهبود نوسانات افزایش یافته است. بنابراین زمان رسیدن به موقعیت تعادل افزایش یافته است. لذا کنترل‌کننده PI دیجیتال بهبودی بیشتری را در

با این فاصله نمونه‌برداری نشان می‌دهد. همانطور که از شکل (۱۱-۴) پیداست این پاسخ به پاسخ زمان - پیوسته بسیار نزدیک است.



شکل (۱۱-۴) پاسخ گسسته موتور پله‌ای مغناطیس دائم با محرک ولتاژ

بدلیل نوسانی بودن مشخصه حرکت روتور، به طراحی کنترل‌کننده دیجیتال برای بهبود این مشخصه می‌پردازیم. طی مراحل طراحی کنترل‌کننده‌های دیجیتال PI و PD منجر به کنترل‌کننده‌های با تابع تبدیل پالس زیر می‌شود:

$$D(z) = \frac{13/01z - 12/6z}{z - 0/6998} \quad (\text{PI}) \quad (50-4)$$

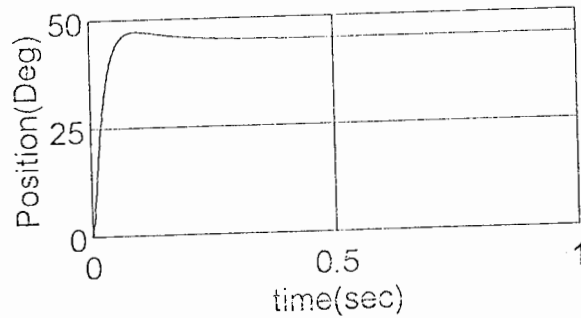
$$D(z) = \frac{0/29887 - 0/28877}{z - 0/998879} \quad (\text{PD}) \quad (51-4)$$

شکلهای (۱۲-۴) و (۱۳-۴) پاسخ موتور پله‌ای مغناطیس دائم را همراه با کنترل‌کننده‌های طراحی شده معادله (۵۰-۴) و (۵۱-۴) نشان می‌دهد. شکلها نشان می‌دهند که کنترل‌کننده‌های دیجیتال طراحی شده بر مشخصه این موتور پله‌ای نیز اثرات مشابهی دارند.

(۳.۵.۴) کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای هیبرید

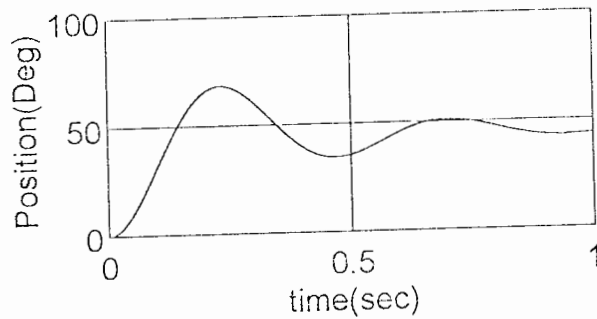
مطابق مشخصات مدل بخش (۴.۶.۳) جریان حالت دائم این موتور تقریباً ۳ آمپر است و اینرسی آن $J = 0/01 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ و ضریب میرایی آنرا $D = 0/08 \frac{\text{Nm}\cdot\text{s}}{\text{rad}}$ در نظر می‌گیریم. جایگزینی داده‌ها در معادله (۲۷-۴) $\omega_{\text{ref}} = 30/29965289$ رادیان بر ثانیه بدست می‌آید. پاسخ زمان - پیوسته مدل خطی این موتور در شکل (۱۴-۴) آمده است. براساس معیارهای انتخاب مناسب T برای این موتور پله‌ای هم فاز و $T = 0/001 \text{ s}$ است. با این پریود نمونه‌برداری پاسخ گسسته این موتور پله‌ای با تحریک تک

محرک ولتاژ در شکل (۱۵-۴) آمده است که بسیار نزدیک پاسخ زمان - پیوسته است.

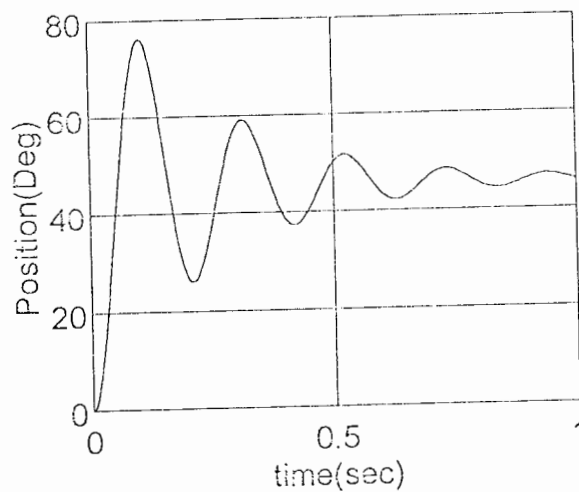


شکل (۱۶-۴) پاسخ گسسته موتور پله‌ای مغناطیس دائم با کنترل کننده

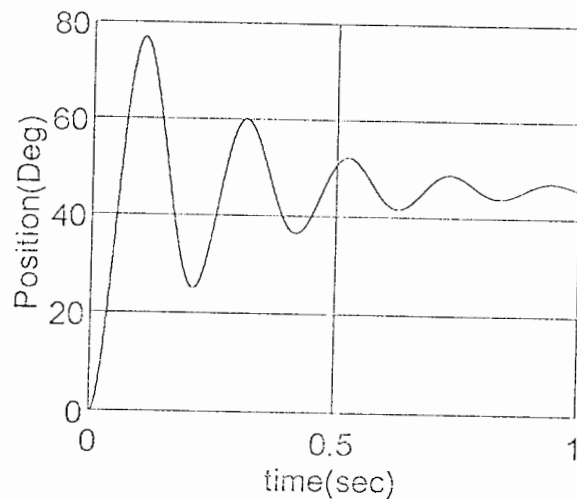
دیجیتال PI و محرک ولتاژ



شکل (۱۷-۴) پاسخ گسسته موتور پله‌ای مغناطیس دائم با کنترل کننده PD و محرک ولتاژ



شکل (۱۸-۴) پاسخ زمان - پیوسته موتور پله‌ای هیبرید با محرک ولتاژ



شکل (۱۵-۴) پاسخ گسسته موتور پله‌ای هیبرید با $T=0.001s$

طراحی کنترل کننده دیجیتال براساس تکنیک پاسخ فرکانسی منجر به توابع تبدیل پالس زیر

برای کنترل کننده‌های PI و PD می‌شود.

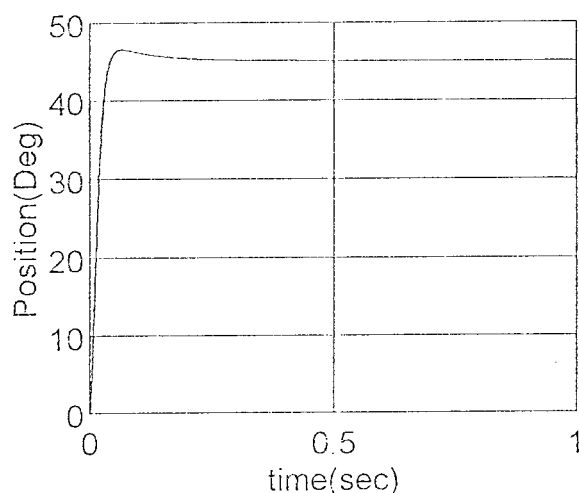
$$D(z) = \frac{11/735z - 11/527}{z - 0/7765} \quad (PI) \quad (52-4)$$

$$D(z) = \frac{0/302z - 0/2997}{z - 0/99978} \quad (PD) \quad (53-4)$$

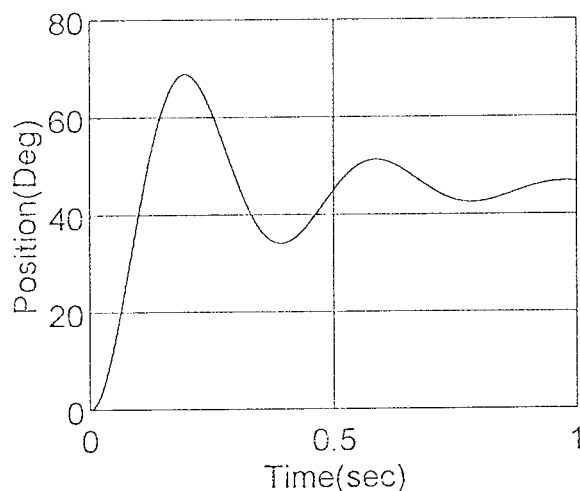
پاسخ مدل گسسته موتور پله‌ای هیبرید با این کنترل کننده‌های طراحی شده در شکل‌های (۱۶-۴) و (۱۷-۴) آمده است. در شکل (۱۶-۴) نوسانات و حداکثر جهش بطور کامل از بین رفته‌اند و زمان رسیدن به موقعیت تعادل کاهش یافته است. در حالیکه در شکل (۱۷-۴) با وجود کاهش حداکثر جهش، پریود نوسانات و زمان رسیدن به موقعیت تعادل افزایش یافته است.

(۶-۴) اثر طول کلمه محدود در سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای

روشهای طراحی کلاسیک از جمله تکنیک پاسخ فرکانسی توابع تبدیلی برای کنترل کننده دیجیتال بدست می‌آورند که ضرایب آنها دارای دقت دلخواه هستند. اما هنگام اجرای کنترل کننده دیجیتال طراحی شده توسط میکروپروسور یا میکرو کامپیوتر دیجیتال با توجه به محدودیت طول کلمه در این ابزار ضرایب تابع تبدیل کنترل کننده تغییر می‌کنند و می‌توانند از یک مجموعه محدود از



شکل (۴-۱۶) پاسخ مدل گسسته موتور پله‌ای هیبرید با کنترل‌کننده دیجیتال PI و محرک ولتاژ



شکل (۴-۱۷) پاسخ مدل گسسته موتور پله‌ای هیبرید با کنترل‌کننده دیجیتال PD و محرک ولتاژ

مقادیر مجاز انتخاب شوند، که این پدیده کوانتیزاسیون ضرایب نامیده می‌شود. کوانتیزاسیون ضرایب یک کنترل‌کننده دیجیتال همانطور که در فصل دوم نشان داده شد محل صفرها و قطبهای آنرا تغییر می‌دهد و تغییر محل قطبها ممکن است سبب ناپایداری سیستم کنترل موتور پله‌ای شود. لذا در این بخش اثر کوانتیزاسیون ضرایب روی کنترل‌کننده‌های دیجیتال طراحی شده در بخش (۵.۴) بررسی می‌شود. بمنظور پرهیز از تکرار تنها کنترل‌کننده‌های دیجیتال طراحی شده برای موتور پله‌ای هیبرید بررسی می‌شوند. اثر کوانتیزاسیون روی کنترل‌کننده‌های سایر موتورهای پله‌ای به طریق مشابه بررسی می‌شود.

برای کوانتیزه کردن ضرایب از کوانتیزه‌کننده برشی در سیستم اعداد ممیز ثابت استفاده می‌کنیم. در این نوع کوانتیزاسیون ضرایب طراحی شده به عدد دودوئی با تعداد بیشمار بیت تبدیل می‌شوند، آنگاه بر حسب طول کلمه میکروپروسسور مورد استفاده تعداد بیت‌های لازم نگه داشته شده، بقیه بیت‌ها برش داده می‌شوند. در نهایت عدد دودوئی حاصل به سیستم دهدهی اعداد برگردانده می‌شود.

(۱۶.۴) اجرای کنترل‌کننده دیجیتال با میکروپروسسور شانزده بیتی

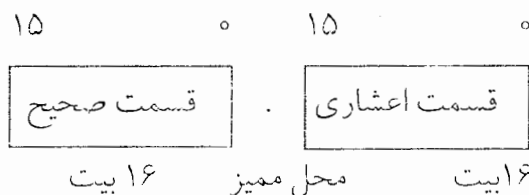
در میکروپروسسور شانزده بیتی اگر از سیستم اعداد ممیز ثابت و متمم دو استفاده شود، فرمت اعداد مطابق شکل (۱۸.۴) است. و بازه دینامیکی اعداد شامل بازه از $2^{-16} = 0/0000153$ تا (کوچکترین عدد غیر صفر) تا

$$65535/99998 = \text{اعشاری} (1-2^{-16}) + \text{صحیح} (1-2^{-16})$$

است. با توجه به این بازه دینامیکی و ضرایب کنترل‌کننده‌های دیجیتال طراحی شده در بخش (۵.۴) مشاهده می‌شود که قسمت صحیح ضرایب همواره در این بازه دینامیکی قرار می‌گیرند لذا کوانتیزه‌کننده برشی محدودیتی روی قسمت صحیح ضرایب ایجاد نمی‌کند. ولی چون قسمت اعشاری ضرایب به صورت:

$$b_{15} \times \frac{1}{2} + b_{14} \times \frac{1}{4} + \dots + b_0 \times \frac{1}{2^{16}} \quad (54-4)$$

بیان می‌شود، لذا حداکثر مقدار قسمت اعشاری برابر $(1-2^{-16})$ یا $0/999984741$ است و قسمت اعشاری ضرایب کنترل‌کننده دیجیتال ممکن است خارج از این بازه دینامیکی بیفتند. در این حالت چون قسمت اعشاری با حداکثر مقدار فوق‌الذکر جایگزین می‌شود و معمولاً این عدد کوچکتر از مقدار واقعی است سبب تغییر ضرایب می‌شود.



شکل (۱۸.۴) فرمت دودوئی برای سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای

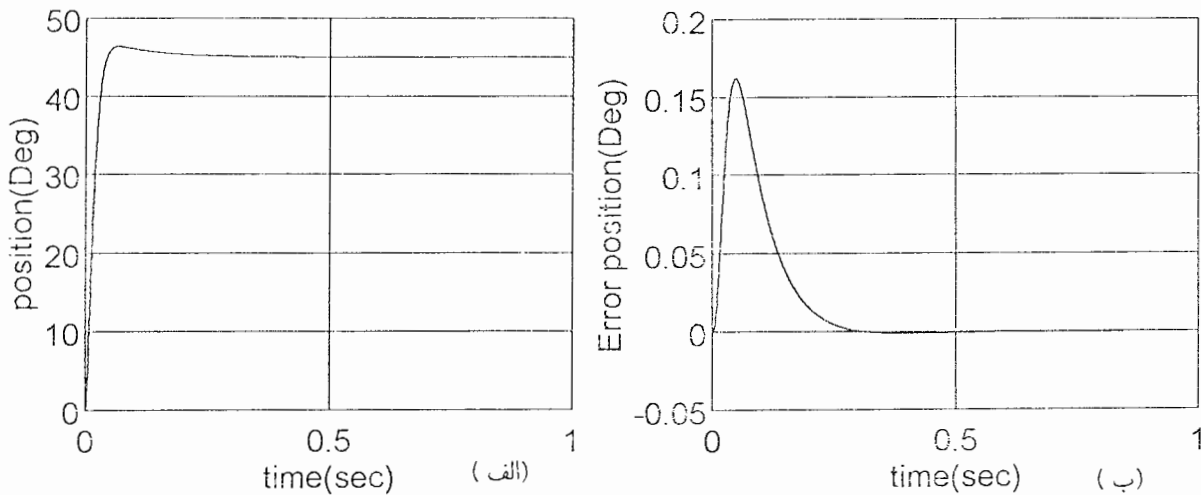
با میکروپروسسور شانزده بیتی

حال کوانتیزه‌کننده برشی برای کوانتیزاسیون ضرایب معادلات (۵۲-۴) و (۵۳-۴) به کار برده می‌شود. کنترل‌کننده‌های دیجیتال کوانتیزه شده بصورت زیر در می‌آیند:

$$D(z) = \frac{11/734863z - 11/523925}{z - 0/77489} \quad (PI) \quad (55-4)$$

$$D(z) = \frac{0/301986694z - 0/29519111}{z - 0/999785308} \quad (PD) \quad (56-4)$$

پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای هیبرید به این کنترل‌کننده‌های کوانتیزه شده در شکل‌های (۱۹-۴) و (۲۰-۴) آمده است. شکل‌های (ب-۱۹) و (ب-۲۰) سیگنال خطای حاصل از تفاضل پاسخ سیستم کنترل موتور پله‌ای هیبرید با کنترل‌کننده‌های طراحی شده (شکل‌های ۱۶-۴ و ۱۷-۴) و کوانتیزه شده را نشان می‌دهد. از سیگنال‌های خطا پیداست که کوانتیزاسیون شانزده بیتی اثر بسیار جزئی بر پاسخ دارد. لذا میکروپروسور شانزده بیتی برای اجرای کنترل‌کننده‌های دیجیتال طراحی شده دارای دقت کافی است.



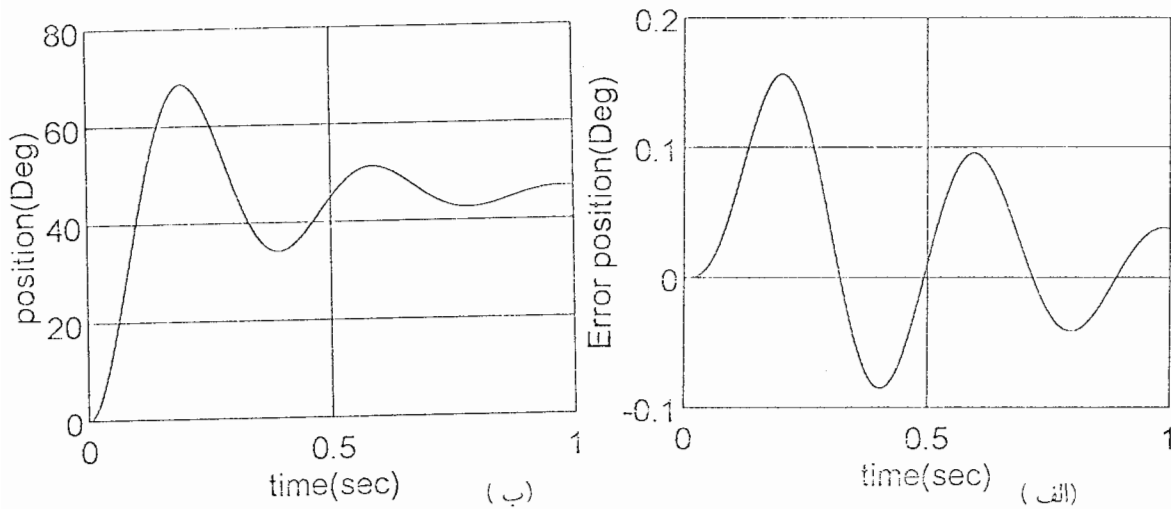
شکل (۱۹-۴) (الف) پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای هیبرید با کنترل‌کننده

PI کوانتیزه شده، (ب) سیگنال خطا

(۲۶-۴) اجرای کنترل‌کننده دیجیتال طراحی شده با میکروپروسور هشت بیتی

در اجرای کنترل‌کننده دیجیتال با میکروپروسور هشت بیتی نیز همانند میکروپروسور شانزده بیتی از سیستم اعداد ممیز ثابت و ممتد دو استفاده می‌شود. فرمت اعداد در شکل (۲۱-۴) آمده است و بازه دینامیکی شامل بازه از $2^{-8} = 0/0039$ تا

$$2^8 - 1 = 255/9960938 \text{ اعشاری} + (1 - 2^{-8}) \text{ صحیح}$$

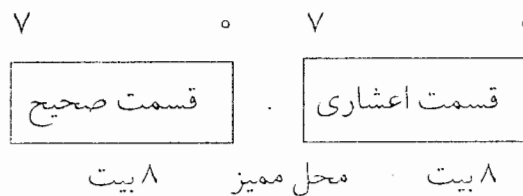


شکل (۴-۲۰) پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای هیبرید با کنترل‌کننده PD کوانتیزه شده (ب) سیگنال خطا

است. در این حالت هم مانند بخش (۱.۶.۴) قسمت صحیح ضرایب کنترل‌کننده دیجیتال همواره در بازه دینامیکی داده شده قرار می‌گیرند. لذا قسمت صحیح ضرایب بدون تغییر می‌مانند. ولی چون قسمت اعشاری ضرایب بصورت:

$$b_7 \times \frac{1}{2^7} + b_6 \times \frac{1}{2^6} + \dots + b_0 \times \frac{1}{2^8} \quad (۴-۵۷)$$

بیان می‌شود. بنابراین حداکثر مقدار قسمت اعشاری برابر $(1-2^{-8})$ یا 0.99609375 است و اگر قسمت اعشاری ضرایب کنترل‌کننده بزرگتر از این مقدار باشد، با این عدد جایگزین می‌شود. این امر می‌تواند خطای قابل توجهی را در اجرای کنترل‌کننده دیجیتال موجب شود.



شکل (۴-۲۱) فرمت دودویی برای سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای با میکروپروسسور ۸ بیتی

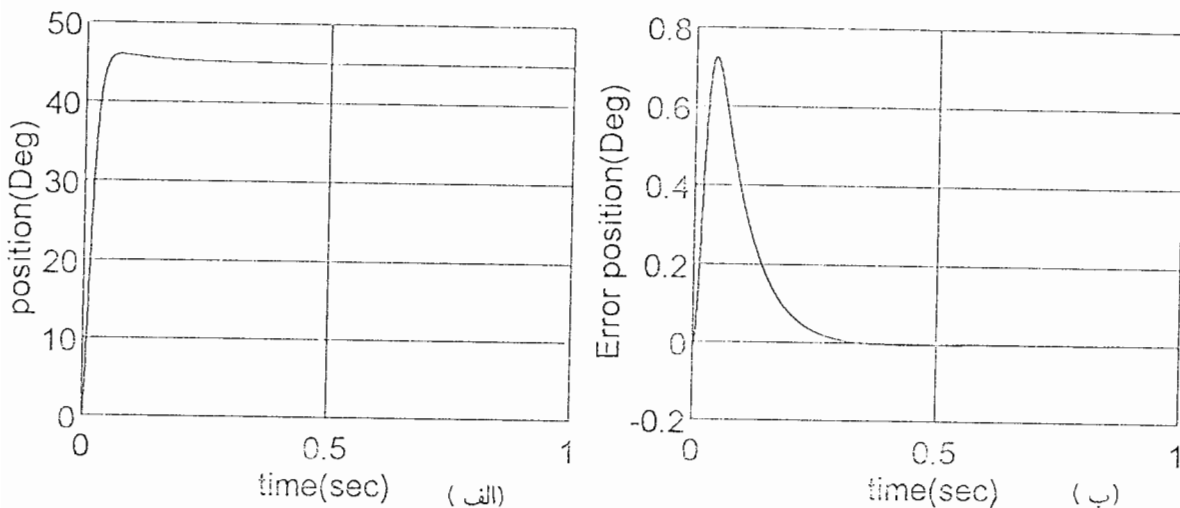
به کار بردن کوانتیزه‌کننده برشی در سیستم اعداد ممیز ثابت با در نظر گرفتن میکروپروسسور

۸ بیتی برای کوانتیزاسیون ضرایب معادلات (۵۲-۴) و (۵۳-۴) منجر به توابع تبدیل پالس زیر می‌شود:

$$D(z) = \frac{11/6875z - 11/5}{z - 0/7734375} \quad (PI) \quad (58-4)$$

$$D(z) = \frac{0/296875z - 0/29515625}{z - 0/99609375} \quad (PD) \quad (59-4)$$

همانطور که در معادله (۶۰-۴) دیده می‌شود قطب $0/99978$ چون خارج از بازه دینامیکی میکروپروسسور ۸ بیتی است، با بزرگترین عدد اعشاری بازه جایگزین شده است. پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای هیبرید با کنترل‌کننده‌های کوانتیزه شده ۸ بیتی در شکل‌های (۲۲-۴) و (۲۳-۴) آمده است. مقایسه سیگنال خطای (ب-۲۲-۴) با (ب-۱۹-۴) و همچنین (ب-۲۳-۴) با (ب-۲۰-۴) نشان می‌دهد که خطا بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته است. بخصوص کنترل‌کننده دیجیتال PD به قدری خطا در پاسخ ایجاد کرده است که در کارهای عملی قابل قبول نیست. لذا میکروپروسسور ۸ بیتی برای اجرای کنترل‌کننده‌های دیجیتال دارای دقت کافی نیست و در کاربردهایی که نیاز به موقعیت دقیق دارند مناسب نیست.

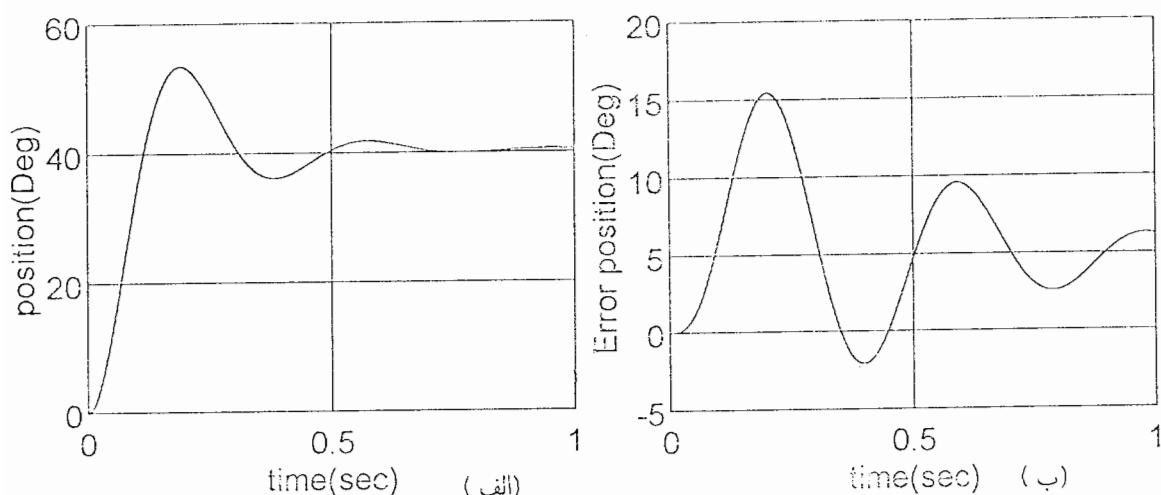


شکل (۲۲-۴) (الف) پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای هیبرید با کنترل‌کننده

PI کوانتیزه ۸ بیتی (ب) سیگنال خطا

(۷.۴) پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای

در این بخش پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای هیبرید بررسی می‌شود. بررسی



شکل (۴-۲۳) (الف) پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای هیبرید با کنترل‌کننده

PD کوانتیزه ۸ بیتی (ب) سیگنال خطا

پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه و مغناطیس دائم با روش مشابه انجام می‌شود.

در سیستم‌های کنترل صنعتی ضروری است که با اعمال یک ورودی کراندار، خروجی یا پاسخ کراندار به دست آید. لذا در تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل، بسیاری از اوقات نیازمندیم که عملکرد سیستم را وقتی یک یا چند پارامتر آن در محدوده خاصی تغییر می‌کنند، بررسی کنیم. هدف از این بررسی ممکن است انتخاب مقدار مناسب برای یک پارامتر سیستم و یا مطالعه تغییر پارامترها در اثر گذشت زمان یا تغییرات محیطی باشد. بنابراین بحث پایداری برای هر سیستم کنترل طراحی شده در هر دو حالت گسسته و پیوسته ضروری است [۱]، [۲۲].

در طراحی سیستم‌های کنترل دیجیتال، پایداری حداقل مشخصه مورد نیاز آنهاست. برای بررسی پایداری یک سیستم کنترل دیجیتال روشهای زیادی وجود دارد که مهمترین آنها عبارتند از: معیار پایداری راث - هروتیز، معیار پایداری ژوری، روش مکان هندسی ریشه‌ها و تکنیکهای پاسخ فرکانسی جهت سادگی در بررسی پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای، از معیار پایداری ژوری استفاده می‌کنیم [۳۷]، [۳۸]، [۳۹]، [۴۱].

یک سیستم کنترل دیجیتال در صورتی پایدار است که تمام صفرهای معادله مشخصه (قطبهای

سیستم حلقه بسته) درون دایره واحد قرار گیرد. در غیر اینصورت سیستم دارای پایداری مرزی و یا ناپایدار است. مطابق شکل (۴-۴) معادله مشخصه سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای برابر است با:

$$1 + D(z)G(z) = 0 \quad (۶۰-۴)$$

این معادله منخرج تابع تبدیل پالس حلقه بسته $T(z)$ در معادله (۴۷-۴) است. بنابراین معادله مشخصه سیستم به صورت زیر است:

$$b_1 d_1 z^2 + (b_1 d_2 + b_2 d_1 + a_1 c_1) z^1 + (b_2 d_2 + b_2 d_1 + a_1 c_2 + a_2 c_1) z + (b_2 d_2 + a_2 c_2) = 0 \quad (۶۱-۴)$$

در این معادله ضرایب $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ ضرایب تابع تبدیل پالس معادله (۴۵-۴) هستند و با در نظر گرفتن معادله (۴۳-۴) به صورت زیر به فاصله نمونه برداری، T و مشخصات موتور پله‌ای بستگی دارند:

$$\begin{aligned} a_1 &= K'(aT - 1 - e^{-aT}) \\ a_2 &= K'(1 - e^{-aT} - aTe^{-aT}) \end{aligned} \quad (۶۲-۴)$$

$$b_1 = a$$

$$b_2 = -a(1 + e^{-aT})$$

$$b_3 = a.e^{-aT}$$

و c_1, c_2, d_1, d_2 ضرایب کنترل کننده دیجیتال هستند که از تکنیک پاسخ فرکانسی طراحی کنترل کننده دیجیتال حاصل می‌شوند. با در نظر گرفتن رابطه بین ضرایب کنترل کننده دیجیتال در صفحه z ، صفحه w بر اساس معادلات (۳۰-۴) الی (۳۳-۴)، بستگی این ضرایب به فاصله نمونه برداری و صفر و قطب کنترل کننده دیجیتال روشن می‌شود. در این معادلات، K_d, Z_0 و Z_p بترتیب بهره d_c صفر و قطب کنترل کننده دیجیتال در صفحه z و a_1, ω_{w_1} و ω_{w_2} بترتیب بهره d_c صفر و قطب کنترل کننده دیجیتال در صفحه w می‌باشند. لذا ضرایب معادله (۴۶-۴) عبارتند از:

$$c_1 = k_d, c_2 = -k_d Z_0, d_1 = 1, d_2 = -Z_p \quad (۶۳-۴)$$

حال ضرایب معادله مشخصه معادله (۶۰-۴) را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$K_0 = b_2 d_2 + a_2 c_2$$

$$K_1 = b_2 d_2 + b_2 d_1 + a_1 c_2 + a_2 c_1 \quad (۶۴-۴)$$

$$K_r = b_1 d_r + b_r d_1 + a_1 c_1$$

$$K_r = b_1 d_1$$

مقادیر K_0, K_1, K_2 و K_r بر اساس معادلات (۶۲-۴) و (۳۰-۴) الی (۳۳-۴) به مشخصات موتور پله‌ای و کنترل‌کننده دیجیتال و همچنین فاصله نمونه برداری بستگی دارند. با معرفی متغیرهای فوق، معادله مشخصه به صورت زیر در می‌آید:

$$K_r z^2 + K_r z^1 + K_1 z + K_0 = 0 \quad (۶۵-۴)$$

$$Q(z) = K_r z^2 + K_r z^1 + K_1 z + K_0 \quad (۶۶-۴)$$

اکنون برای بررسی پایداری سیستم، جدول پایداری ژوری را تشکیل می‌دهیم.

z^0	z^1	z^2	z^3
K_0	K_1	K_r	K_r
K_r	K_r	K_1	K_0
$K_0^2 - K_r^2$	$K_0 K_1 - K_r K_r$	$K_0 K_r - K_1 K_r$	

جدول (۱-۴) جدول تحلیل پایداری ژوری

$Q(z)$ از درجه سوم است بنابراین چهار شرط پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای

عبارتند از:

$$u_0 = Q(1) = K_0 + K_1 + K_r + K_r > 0 \quad (۶۷-۴)$$

$$u_1 = (-1)^2 Q(-1) = K_0 - K_1 + K_r - K_r > 0 \quad (۶۸-۴)$$

$$u_2 = |K_r| - |K_0| > 0 \quad (۶۹-۴)$$

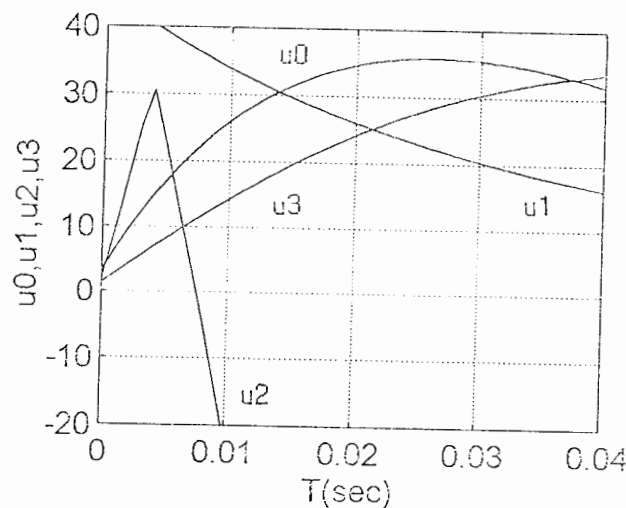
$$u_3 = |K_0^2 - K_r^2| - |K_0 K_r - K_1 K_r| > 0 \quad (۷۰-۴)$$

ابتدا پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای هیبرید را همراه با کنترل‌کننده دیجیتال بر در

حسب T نظر بگیرد. برای این منظور فرض کنید فاصله نمونه برداری در بازه $0.04 - 0$ ثانیه متغیر

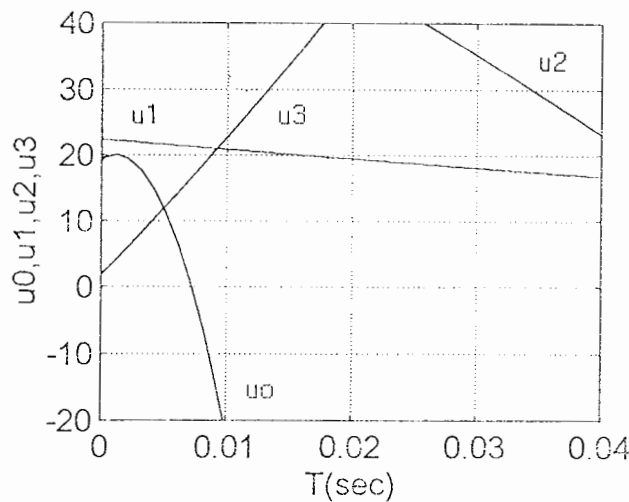
باشد. چون محاسبات شرایط پایداری (۶۷-۴) الی (۷۰-۴) پیچیده است از روش گرافیک کامپیوتری

از استفاده می‌کنیم و u_0 , u_1 , u_2 و u_3 را بر حسب T طریق شبیه‌سازی رسم می‌کنیم. منحنی‌های تحلیل پایداری کنترل‌کننده دیجیتال PI در شکل (۲۴-۴) آمده است. این شکل نشان می‌دهد که سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای برای $7/5 < T < 0$ میلی‌ثانیه پایدار است. شکل (۲۵-۴) منحنی‌های تحلیل پایداری را با استفاده از کنترل‌کننده دیجیتال PD نشان می‌دهد. از شکل (۲۵-۴) مشاهده می‌شود که سیستم برای $6/7 < T < 0$ میلی‌ثانیه پایدار است. لذا در شبیه‌سازیهای این سیستم ضروری است که T انتخاب شده در بازه‌های به دست آمده قرار داشته باشد.



شکل (۲۴-۴) تحلیل پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای با کنترل‌کننده

دیجیتال PI بر حسب فاصله نمونه برداری



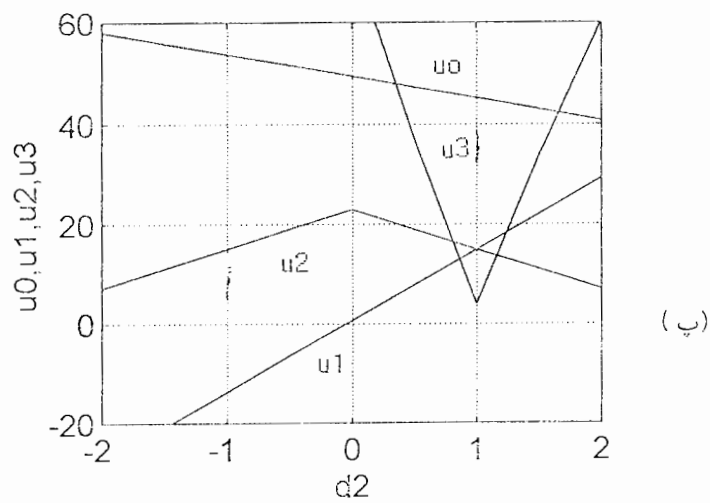
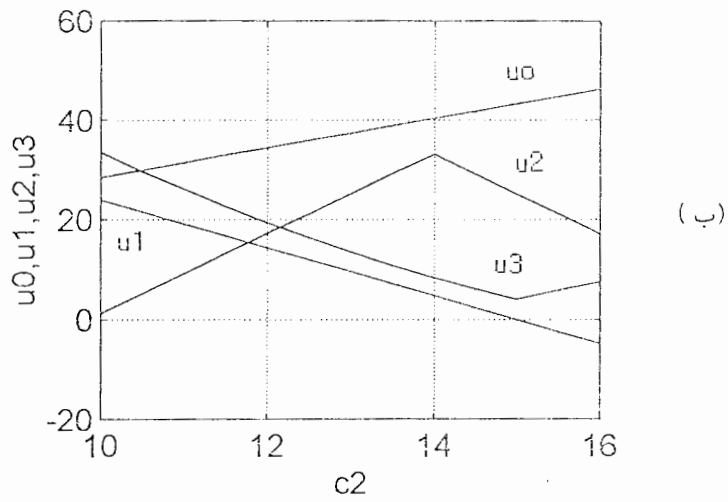
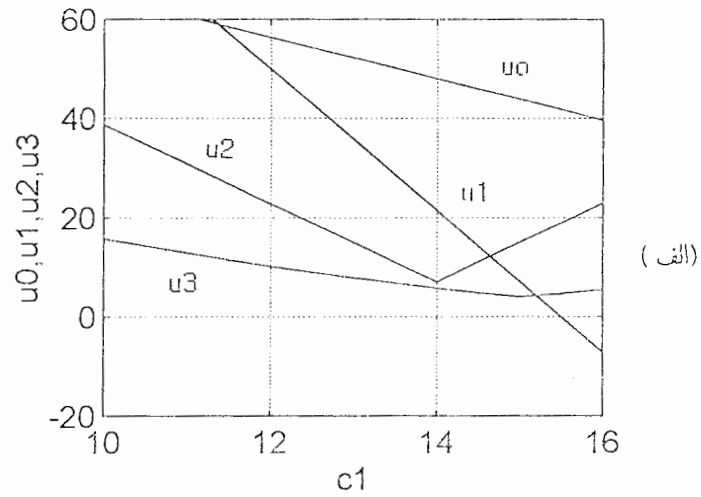
شکل (۲۵-۴) تحلیل پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای با کنترل‌کننده

دیجیتال PD بر حسب فاصله نمونه برداری

همچنین با استفاده از این روش می‌توان اثر کوانتیزاسیون ضرایب کنترل‌کننده دیجیتال را بر پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای بررسی کرد. از محاسبات و شبیه‌سازیهای بخش (۵.۴) مشاهده می‌شود که در اثر کوانتیزاسیون ضرایب کنترل‌کننده دیجیتال، این ضرایب تغییر می‌کند. اما تغییرات ضرایب نسبت به ضرایب بدست آمده از طراحی کوچک است. لذا برای بررسی اثر کوانتیزاسیون ضرایب بر پایداری سیستم، حوالی ضرایب طراحی شده تغییراتی را در نظر می‌گیریم. به ازای این تغییرات منحنی‌های پایداری نسبت به تک‌تک ضرایب کنترل‌کننده دیجیتال را رسم کرده، شرایط پایداری (۴-۶۷) الی (۴-۷۰) را از منحنی‌های به دست آمده بررسی می‌کنیم. شکل‌های (۴-۲۴ الف، ب و پ) پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای با کنترل‌کننده PI را نسبت به ضرایب c_1 ، c_2 و d_2 ($d_1=1$) نشان می‌دهند. این منحنی‌ها با توجه به ضرایب معادله (۴-۵۲) نشان می‌دهند که سیستم بازای تغییرات کوچک ضرایب طراحی شده در اثر کوانتیزاسیون، پایداری خود را حفظ می‌کند. ولی اگر $c_1 > 15/5$ و یا $c_2 > 15$ شود، سیستم ناپایدار می‌گردد.

شکل‌های (۴-۲۷ الف، ب و پ) اثر کوانتیزاسیون ضرایب را بر پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای با کنترل‌کننده PD، نشان می‌دهند. با توجه به ضرایب معادله (۴-۵۳)، این منحنی‌ها نشان می‌دهند که سیستم نسبت به تغییر ضرایب c_1 پایدار است (شکل ۴-۲۷ الف). تغییر c_2 می‌تواند سیستم را تا مرز ناپایداری پیش ببرد (شکل ۴-۲۷ ب) و تغییر جزئی d_2 (قطب) سیستم را ناپایدار می‌کند.

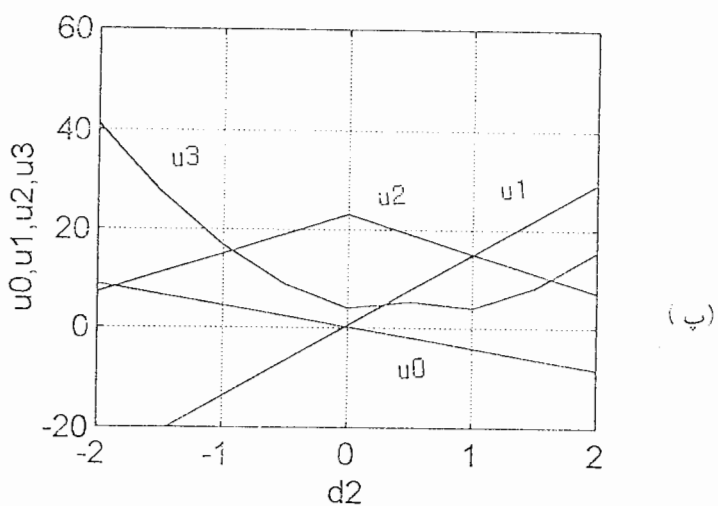
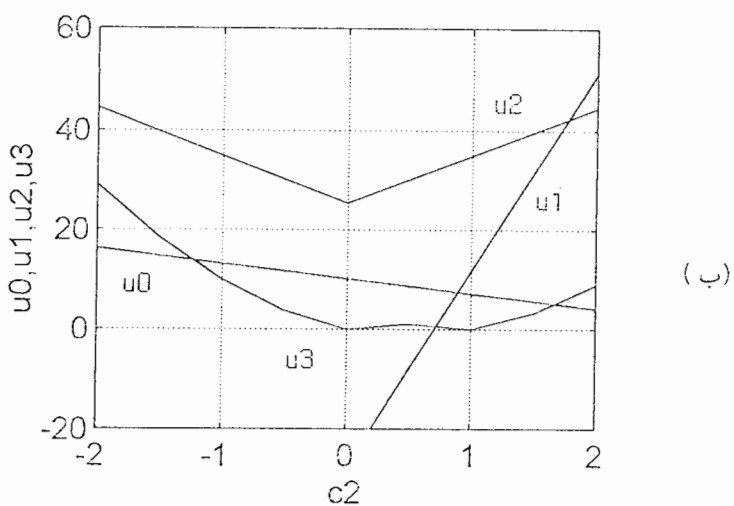
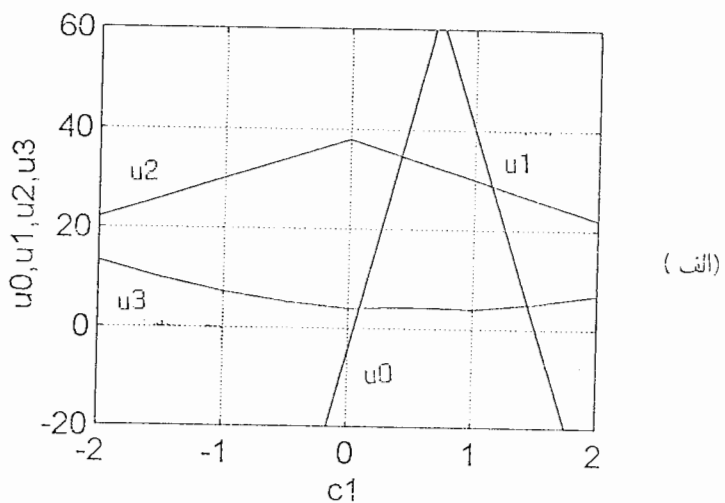
بنابراین کنترل‌کننده دیجیتال PI نسبت به اثر کوانتیزاسیون ضرایب مقاومتر از کنترل‌کننده دیجیتال PD است.



شکل (۴-۲۶) بررسی اثر کوانتیزاسیون ضرایب بر پایداری سیستم کنترل

دیجیتال موتور پله‌ای با کنترل‌کننده

PI نسبت به: (الف) ضریب c_1 ، (ب) ضریب c_2 ، (پ) ضریب d_2



شکل (۴-۷۷) بررسی اثر کوانتیزاسیون ضرایب بر پایداری سیستم کنترل

دیجیتال موتور پله‌ای با کنترل‌کننده

دیجیتال PD نسبت به: (الف) ضریب c_1 ، (ب) ضریب c_2 ، (پ) ضریب d_2

فصل پنجم

نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات

بسیاری از سیستم‌های کنترل صنعتی، کنترل‌کننده‌ها و کامپیوترهای دیجیتالی را به عنوان جزء لازم عملیات خود در بر می‌گیرند. کنترل‌کننده‌های دیجیتال در رسیدن به عملکرد بهینه به صورت هزینه حداقل یا مصرف انرژی حداقل به کار می‌روند. روندهای اخیر در زمینه کنترل دیجیتال سیستم‌های دینامیکی در مقایسه با کنترل آنالوگ، اساساً بخاطر پیشرفتهای اخیر در کامپیوترهای دیجیتال و مزایای کار کردن با سیگنالهای دیجیتال در مقایسه با سیگنالهای زمان-پیوسته حاصل شده است. با این انگیزه بررسی روشهای مختلف اجرای توابع تبدیل پالس کنترل‌کننده‌ها و فیلترهای دیجیتال و اثر کاربرد آنها در کنترل سیستم‌های دینامیکی ضروری است.

از بررسی روشهای مختلف تحقق بلوک دیاگرامی کنترل‌کننده‌های دیجیتال مشاهده می‌شود که ساختارهای مستقیم به تغییر ضرایب حساسیت شدیدی دارند طوری که تغییر کوچکی در ضرایب تابع تبدیل پالس منجر به تغییرات بزرگی در محل صفرها و قطبهای کنترل‌کننده دیجیتال می‌شود و این سبب کاهش پایداری نسبی سیستم کنترل دیجیتال مربوطه می‌شود. برای حل مسئله حساسیت ضرایب لازم است که به شناسائی و بررسی ساختارهای کم حساسیت نسبت به تغییر پارامترهای کنترل‌کننده دیجیتال پرداخته شود. بررسی تحقق تابع تبدیل پالس کنترل‌کننده دیجیتال به صورت مدولهای درجه دوم سری یا موازی و همچنین تحقق نردبانی یا موجی نشان می‌دهد که این ساختارها از نوع ساختارهای کم حساسیت می‌باشند. علاوه بر مسئله حساسیت ضرایب که عملکرد سیستم کنترل را تحت تأثیر قرار می‌دهد، قیمت و سرعت پاسخ‌دهی کنترل‌کننده دیجیتال دو پارامتر مهم در انتخاب آن می‌باشند. این دو پارامتر با تعداد کل ضرب‌کننده‌ها، جمع‌کننده‌ها و واحدهای تأخیر به کار رفته در ساختار کنترل‌کننده دیجیتال متناسب است. با افزایش تعداد عناصر تشکیل‌دهنده، قیمت کنترل‌کننده افزایش و سرعت پاسخ‌دهی آن کاهش می‌یابد. بنابراین ضروری است که تعداد کل عناصر تشکیل‌دهنده کنترل‌کننده دیجیتال حداقل شود. از جمله ساختارهای با حداقل تعداد عناصر تشکیل‌دهنده، ساختارهای کانونیک هستند. این ساختارها از حداقل تعداد تأخیردهنده استفاده می‌کنند. بررسی تحققات مختلف نشان می‌دهد که ساختارهای ۱D، ۲D و

نردبانی، کانونیک هستند. همچنین جداول (۱-۱) الی (۴-۱) تعداد عناصر تشکیل‌دهنده ساختارهای مختلف را نشان می‌دهند.

تحقق بلوک دیاگرامی مبنای تحقق‌های سخت‌افزاری و نرم‌افزاری است. با توجه به تحقق بلوک دیاگرامی، مشاهده می‌شود که هر ساختار توسط یک مجموعه از معادلات تفاضلی یکتا توصیف می‌شود. این معادلات شامل عملیات جمع، ضرب و تأخیر زمانی هستند. معادلات تفاضلی هر ساختار را می‌توان با استفاده از میکروکامپیوتر اجرا نمود و برای این منظور میکروکامپیوتر به زبان ماشین برنامه‌ریزی می‌شود. سرعت و دقت اجرای نرم‌افزاری کنترل‌کننده دیجیتال به نوع ساختار و میکروپروسور مورد استفاده بستگی دارد. با انتخاب ساختار مناسب براساس جدول (۱-۵) و میکروپروسور با تعداد بیت‌های زیاد می‌توان به سرعت و دقت مطلوب در اجرای نرم‌افزاری کنترل‌کننده دیجیتال دست یافت.

تحقق سخت‌افزاری کنترل‌کننده دیجیتال با استفاده از قطعات منطقی دیجیتال انجام می‌شود. گرچه اجرای سخت‌افزاری کنترل‌کننده دیجیتال متنوع است در این پایان‌نامه سه روش اجرای JKM، PL و MS بررسی شدند. اجرای PL از نقطه نظر تلفات توان، سرعت، هزینه و تکنولوژی ساخت بهتر از اجرای JKM است ولی اجرای JKM قابلیت انعطاف بیشتری دارد. لذا در کاربردهایی که نیاز به استفاده از قابلیت تغییر ندارند، اجرای PL و در کاربردهای با متغیر زمان یا قابلیت برنامه‌ریزی اجرای JKM اولویت دارند. اجرای MS مشابه اجرای PL است اما سرعت پاسخ‌دهی بیشتری دارد. مقایسه اجرای نرم‌افزاری و سخت‌افزاری نشان‌دهنده انعطاف‌پذیری اجرای نرم‌افزاری است. با توجه به محدودیت تعداد بیت‌های میکروپروسور مورد استفاده، این دو روش اجراء با محدودیت طول کلمه مواجه هستند. لذا اجراهایی که بتوانند در طول کلمه کوتاهتر پاسخ دقیق‌تری را بدست آورند، مطلوب‌ترند. زیرا با افزایش طول کلمه هزینه اجرای کنترل‌کننده دیجیتال افزایش می‌یابد.

طول کلمه محدود میکروپروسورها در اجرای کنترل‌کننده‌های دیجیتال طراحی شده سبب می‌شود که متغیرهای سیگنال و ضرایب کنترل‌کننده با دقت دلخواه از یک مجموعه محدود از مقادیر مجاز انتخاب شوند. لذا طول کلمه محدود دقت اجراء و پاسخ‌دهی کنترل‌کننده دیجیتال را کاهش می‌دهد. خطای حاصل از این پدیده به دلیل کوانتیزاسیون ضرایب و ورودی کنترل‌کننده دیجیتال،

سیکل حد ناشی از کوانتیزاسیون جملات حاصل ضرب (این جملات از ضرب متغیرهای داخلی و ضرایب کنترل‌کننده دیجیتال حاصل می‌شوند)، سرریز و بازه دینامیکی، ایجاد می‌شود.

در کوانتیزاسیون عدد حقیقی x برای محاسبه بیت‌های با ارزش $Q(x)$ سه روش وجود دارد که عبارتند از برش، گرد کردن و حداقل بیت با ارزش یک (LSB-1). اگر x مقادیر مثبت و منفی را بطور تصادفی و یکنواخت انتخاب کند، خطای حاصل از کوانتیزاسیون بصورت متغیر تصادفی عمل می‌کند. این متغیر تصادفی نویزی بر سیستم کنترل دیجیتال وارد می‌کند. بررسی آماری نویز حاصل از کوانتیزاسیون سه کوانتیزه‌کننده نشان می‌دهد که برای یک عدد با تعداد بیت‌های یکسان، دقت کوانتیزه‌کننده حاصل از گرد کردن $1/6$ برابر کوانتیزه‌کننده برشی و 2 برابر کوانتیزه‌کننده $LSB-1$ است. کوانتیزاسیون ضرایب یکی از اثرات طول کلمه محدود در اجرای کنترل‌کننده‌های دیجیتال است که با تغییر ضرایب، محل صفرها و قطبها و بطور کلی مشخصات کنترل‌کننده دیجیتال را تغییر داده و پایداری نسبی سیستم کنترل را کاهش می‌دهد. هنگامیکه کنترل‌کننده دیجیتال در سیستم‌های کنترل با محل صفرها و قطبهای بحرانی بکار می‌رود، عملکرد سیستم را تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین طراح هنگام استفاده از ضرایب کوانتیزه شده باید از مسئله حساسیت ضرایب دوری کند و مطمئن شود که استفاده از کنترل‌کننده دیجیتال با ضرایب کوانتیزه شده، مشخصات مطلوب را ایجاد می‌کند. مسئله کوانتیزاسیون ضرایب را می‌توان با استفاده از ساختارهای کم حساسیت نسبت به تغییرات ضرایب و یا با استفاده از میکروپروسسورهای با طول کلمه بزرگتر حل کرد.

کوانتیزاسیون دامنه سیگنال ورودی کنترل‌کننده دیجیتال و متغیر داخلی (حاصل از ضرب یک متغیر سیگنال و یک ضریب کنترل‌کننده) نویز کمی به متغیرهای سیگنال پردازش شونده وارد می‌کند (شکل‌های (۱۱-۲) و (۱۳-۲)). این نویز مشابه یک نویز تصادفی، خروجی کنترل‌کننده دیجیتال را تحت تأثیر قرار می‌دهد. کوانتیزاسیون حاصل ضرب در گره‌های داخلی کنترل‌کننده دیجیتال سبب ایجاد نوسان می‌شود که این نوسان سیکل حد (Limit cycle) نامیده می‌شود. استفاده از کوانتیزه‌کننده برای کم ارزشترین بیت و مشخصات غیرخطی سرریز برای با ارزشترین بیت جمع‌کننده سبب ایجاد نوسان در خروجی کنترل‌کننده دیجیتال می‌شود. این سیکل حد که ناشی از مشخصات سرریز است، نوسانات سرریز نامیده می‌شود. خطای حاصل از کوانتیزه‌کننده‌های

سیگنال و مشخصات سرریز بر خروجی کنترل‌کننده دیجیتال در جدول (۲-۱) طبقه‌بندی شده است. میزان سیکل حد ناشی از کوانتیزه‌کننده را می‌توان با قرار دادن کوانتیزه‌کننده در محل مناسبی در ساختار کنترل‌کننده دیجیتال بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش داد (شکل (۲-۱۸)). ولی حذف کامل سیکل حد در صورتی امکان‌پذیر است که شرایط معادله (۲-۱۰۰) در کنترل‌کننده دیجیتال ایجاد شود. معادله (۲-۱۰۰) بیان می‌کند که برای حذف سیکل حد در کنترل‌کننده دیجیتال، بایستی مشخصه کوانتیزه‌کننده‌ها و همچنین تمام ضرایب کنترل‌کننده در نواحی هاشور خورده شکل (۲a,b-۲) قرار گیرند. برای حذف نوسانات سرریز می‌توان از مقیاس‌بندی (Scaling) سیگنال، طراحی مناسب واحد جمع‌کننده، طوریکه مشخصه سرریز آن از این نوسانات جلوگیری کند و یا انتخاب ساختار عاری از نوسانات سرریز برای کنترل‌کننده دیجیتال استفاده کرد.

در اجرای سری کنترل‌کننده دیجیتال از مدولهای درجه دوم با مقیاس‌گذاری سیگنال، مرتب کردن صفر-قطب و مرتب کردن مدولهای درجه دوم می‌توان واریانس نویز خروجی حاصل از کوانتیزاسیون ضرایب، سیگنال ورودی و متغیر داخلی رابهینه نمود. همچنین در اجرای موازی کنترل‌کننده دیجیتال از مدولهای درجه دوم استفاده از ثابتهای مقیاس‌گذاری شده از سرریز جلوگیری می‌کند و استفاده از معکوس ثابت مقیاس‌گذاری شده موجب تصحیح سطوح سیگنال قبل از رسیدن به جمع‌کننده‌های خروجی آن می‌شود.

برای بررسی اثر طول کلمه محدود از طریق شبیه‌سازی، در این پایاننامه از کنترل‌کننده‌های دیجیتال به عنوان راه‌انداز موتور پله‌ای جهت بهبود عملکرد کنترل موقعیت آن در یک سیستم کنترل دیجیتال استفاده می‌شود. بنابراین برای کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای آشنایی با طرز کار آن ضروری است. با این انگیزه در فصل سوم عملکرد و مدل ریاضی انواع موتور پله‌ای محاسبه و بررسی شد. انگیزه استفاده از کنترل‌کننده برای موتور پله‌ای، کنترل صحیح و سریع موقعیت توسط آن است. برای انتخاب موتور پله‌ای در یک سیستم کنترل، علاوه بر اقتصادی بودن آن باید سه مورد زیر در نظر گرفته شود:

۱- طول پله: با توجه با مسائل مطرح شده در فصل سوم واضح است که برای داشتن طول پله مثلاً 25° ، با استفاده از موتور پله‌ای که طول پله آن مضربی از طول پله مطلوب نباشد، کار معقولی

نیست. زیرا در صورت استفاده از چنین موتور پله‌ای، برای به دست آوردن طول پله مطلوب باید از تحریک Mini-step استفاده کرد که احتیاج به منابع تغذیه دقیق دارد. در غیر اینصورت هر خطای منبع تغذیه مستقیماً بر منحنی موقعیت روتور اثر گذاشته و خطایی در موقعیت تعادل ایجاد خواهد کرد. همچنین برای داشتن طول پله بزرگ نباید از موتور پله‌ای با طول پله کوچک استفاده کرد. زیرا مثلاً برای داشتن طول پله 45° اگر از موتور پله‌ای با طول پله 15° استفاده شود، برای 45° چرخش نیاز به سه بار تحریک فازهای موتور پله‌ای است که این امر زمان رسیدن به موقعیت تعادل را به دو علت افزایش می‌دهد:

(الف) برای هر بار تحریک باید روتور به موقعیت تعادل برسد.

(ب) هر چه طول پله کوچکتر باشد خطر تشدید افزایش می‌یابد. شکل‌های (۳-۱۹) و (۳-۲۰) به وضوح نشان می‌دهند که در طول پله کوچکتر موقعیت نوسانی‌تر از طول پله بزرگ است در نتیجه زمان رسیدن به موقعیت تعادل نیز بیشتر است. از نقطه نظر طول پله، موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر چند تکه و موتور پله‌ای هیبرید معمولاً با طول پله کوچک ساخته می‌شوند. ولی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه و موتور پله‌ای مغناطیس دائم با طول پله بزرگ ساخته می‌شوند.

۲- گشتاور: با توجه به مطالب فصل سوم و منحنی مشخصه‌های گشتاور در شکل‌های (۳-۱۹) الی (۳-۲۵) مشاهده می‌شود که گشتاور تولیدی در واحد حجم موتور پله‌ای هیبرید از موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر یک تکه و مغناطیس دائم بیشتر است. زیرا گشتاور تولیدی موتور پله‌ای هیبرید ترکیبی از گشتاور رلوکتانسی و مغناطیس دائم است. همچنین شکل‌های (۳-۱۹) و (۳-۲۳) نشان می‌دهند که گشتاور ایجاد شده توسط موتور پله‌ای مغناطیس دائم از گشتاور تولیدی موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر بیشتر است.

موتور پله‌ای مغناطیس دائم و هیبرید به علت دارا بودن روتور با مغناطیس دائم دارای گشتاور نگهدارنده هستند. لذا در مواقعی که منبع تغذیه قطع می‌شود، روتور موقعیت قبلی خود را حفظ می‌کند. در حائیکه در موتور پله‌ای رلوکتانس متغیر با قطع منبع تغذیه روتور در وضعیت نامعلومی قرار می‌گیرد.

۳- حالت گذرا: بررسی حالت گذرای موتور پله‌ای در سیستم کنترل مورد استفاده این امکان را

به طراح می‌دهد که کمترین زمان ممکن را برای رسیدن به موقعیت تعادل در نظر گرفته و بر سرعت عملکرد سیستم کنترل بیفزاید و همچنین حالت پایداری در سیستم کنترل ایجاد کند. در غیر اینصورت اگر زمانی که روتور به موقعیت تعادل نرسیده است فاز دیگری تحریک شود، روتور هم زمانی (سنکرونیزاسیون) خود را از دست داده و وظیفه مطلوب را انجام نخواهد داد.

منحنی‌های موقعیت-زمان شکل‌های (۳-۱۹) الی (۳-۲۵) نشان می‌دهند که موتور پله‌ای از دیدگاه کنترل یک سیستم حداقل از درجه دوم است. زیرا این منحنی‌ها به پاسخ سیستم کنترل درجه دوم بسیار نزدیک است. همچنین از شکل‌ها مشاهده می‌شود که پاسخ موتور پله‌ای تا رسیدن به موقعیت تعادل بسیار نوسانی است. لذا در کاربردهایی که نیاز به تعیین موقعیت‌های صحیح و سریع است، این پاسخ دارای معایب زیادی است. بنابراین برای استفاده از موتور پله‌ای در سیستم‌های کنترل موقعیت باید نوسانات حرکت روتور سریعتر میرا شوند و زمان رسیدن به موقعیت تعادل کاهش یابد. این امر لزوم کنترل موتور پله‌ای را با روش‌های کنترل نشان می‌دهد. برای کنترل موتور پله‌ای آگاهی از اثر پارامترهای مختلف بر مشخصه آن ضروری است. زیرا همانطور که شکل‌های (۳-۲۶) الی (۳-۲۹) نشان می‌دهند، پارامترها می‌توانند دارای اثر متضاد بر مشخصه باشند. مثلاً افزایش اینرسی، فاصله (period) و دامنه نوسانات را زیاد می‌کند در حالیکه افزایش ضریب میرائی، نوسانات را کاهش داده و پاسخ را بهبود می‌بخشد. بنابراین در کاربردها لازم است که موازنه‌ای بین آنها انجام شود.

از بخش (۳-۵۸) و شکل (۳-۲۹) مشاهده می‌شود که تحریک دو فاز و تغییر جریان سیم پیچها سبب القاء ولتاژ در آنها می‌شود و این ولتاژ القاء شده به صورت میراگیر یا میراشونده الکترومغناطیسی عمل می‌کند. البته برای بهبود مشخصه موتور پله‌ای علاوه بر میراگر الکترومغناطیسی می‌توان از میراگرهای مکانیکی نیز بهره جست. استفاده از میراگر در موتور پله‌ای از دیدگاه کنترل بیانگر کنترل حلقه باز آن است. مشخصه‌های موتور پله‌ای نشان می‌دهند که گشتاور تولیدی آن نسبتاً کم است.

برای افزایش گشتاور، همچنین دقت سیستم کنترل موقعیت می‌توان از کنترل حلقه بسته استفاده کرد. با توجه به گرایش به سوی کنترل دیجیتال بجای کنترل آنالوگ سیستم‌های دینامیکی و

مزایای کنترل حلقه بسته، فصل چهارم پایان نامه به کنترل دیجیتالی موتور پله‌ای با استفاده از کنترل کننده‌های دیجیتال برای بررسی اثر طول کلمه محدود در سیستم کنترل موقعیت اختصاص یافته است. از مدلسازی فصل سوم مشاهده می‌شود که ساختار موتور پله‌ای حتی با صرف نظر از بعضی عوامل غیرخطی نظیر اشباع و تلفات هسته، غیرخطی است. از طرف دیگر برای گسسته‌سازی ساختار غیرخطی هیچ روشی وجود ندارد و کلیه روشهای گسسته‌سازی سیستمهای آنالوگ موجود به ساختارهای خطی اختصاص دارد. لذا برای محاسبه ساختار گسسته موتور پله‌ای و طراحی کنترل کننده دیجیتال آن نیاز به ساختار خطی است. با این انگیزه ساختار موتور پله‌ای براساس تئوری لاورنسن - هیوجز خطی می‌شود. تئوری لاورنسن - هیوجز مبتنی بر خطی سازی معادلات حالت غیرخطی حول نقطه کار موتور پله‌ای است. در این روش هر چقدر میزان انحراف متغیرهای موقعیت و جریان از مقدار مطلوب کوچکتر باشد؛ مدل خطی حاصل دارای دقت بیشتری خواهد بود.

برای طراحی کنترل کننده دیجیتال در سیستم کنترل موقعیت موتور پله‌ای نیاز به تابع تبدیل ساختار خطی است. تابع تبدیل موتور پله‌ای برای محرکهای ولتاژ و جریان در تحریک تک فاز و دو فاز براساس تعریف (۴-۲۰) در بخش (۴-۳) محاسبه شده است. توابع تبدیل تحریک تک فاز با محرک ولتاژ و تحریک دو فاز با محرک جریان نشان می‌دهند که موتور پله‌ای یک سیستم حداقل از درجه دوم است. شبیه‌سازیهای فصل سوم نیز این موضوع را تأیید می‌کنند. تابع تبدیل موتور پله‌ای در تحریک دو فاز از درجه سوم است و این امر بر میراگر الکترومغناطیسی بودن این تحریک تأکید می‌کند.

در گسسته‌سازی ساختار خطی موتور پله‌ای، انتخاب فاصله نمونه برداری مناسب بسیار مهم است. زیرا عمل نمونه برداری با تغییر مشخصات ساختار زمان - پیوسته، سبب کاهش پایداری نسبی سیستم می‌شود. اگر فاصله نمونه برداری به حد کافی کوچک نباشد، حتی در صورت پایدار بودن سیستم کنترل زمان - پیوسته، شکل گسسته آن ممکن است ناپایدار باشد. شکلهای (۴-۶) و (۴-۷) نشان می‌دهند که فاصله نمونه برداری سیستم کنترل موتور پله‌ای نه تنها توسط تئوری نمونه برداری خطی، بلکه توسط عوامل غیرخطی سیستم نظیر سیکل حد نیز تأثیر می‌پذیرند.

طراحی کنترل‌کننده‌های دیجیتال سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای براساس تکنیک پاسخ فرکانسی انجام می‌شود. شکل‌های (۴-۶)، (۴-۸) الی (۴-۱۷) نشان می‌دهند که کنترل‌کننده‌های دیجیتال PI و PD سبب بهبود منحنی موقعیت - زمان موتور پله‌ای می‌شوند، مقایسه پاسخهای بدست آمده با استفاده از کنترل‌کننده دیجیتال PI با پاسخهای حاصل از کنترل‌کننده دیجیتال PD نشان می‌دهد که کنترل‌کننده PI در بهبود مشخصه موقعیت - زمان موثرتر است. این کنترل‌کننده علاوه بر کاهش قابل ملاحظه نوسانات موقعیت، زمان رسیدن به موقعیت تعادل و حداکثر جهش را کاهش می‌دهد. در حالیکه کنترل‌کننده PD فاصله (Period) نوسانات و در نتیجه زمان رسیدن به موقعیت تعادل را افزایش و حداکثر جهش را کاهش می‌دهد. براساس مطالب فصل اول کنترل‌کننده‌های دیجیتال طراحی شده برای موتور پله‌ای را می‌توان به صورت نرم‌افزاری یا سخت‌افزاری اجراء نمود. در اجرای نرم‌افزاری، میکروپروسسور انتخاب شده به زبان ماشین برنامه ریزی می‌شود و در اجرای سخت‌افزاری با انتخاب میکروپروسسور و سایر مدارهای منطقی دیجیتال، کنترل‌کننده طراحی شده، ساخته می‌شود. چون در هر دو روش ناگزیر از میکروپروسسور استفاده می‌شود و میکروپروسسور دارای محدودیت طول کلمه است، بنابراین هنگام اجراء، ضرایب طراحی شده کنترل‌کننده دیجیتال تنبیر می‌کنند (کوئیتزاسیون ضرایب). این پدیده یک منبع خطا محسوب می‌شود و می‌تواند با تغییر محل صفرها و قطبها، پایداری نسبی سیستم کنترل دیجیتال را کاهش دهد. اگر محل صفرها و قطبهای کنترل‌کننده طراحی شده بحرانی باشد، کوئیتزاسیون ضرایب می‌تواند سیستم کنترل دیجیتال را ناپایدار سازد. شکل‌های (۴-۱۹) و (۴-۲۰) نشان می‌دهند که اجرای کنترل‌کننده دیجیتال طراحی شده با استفاده از میکروپروسسور شانزده بیتی، در منحنی موقعیت-زمان موتور پله‌ای خطای کمی ایجاد می‌کند. از شکل (۴-۱۹) مشاهده می‌شود که خطای حالت دائم پاسخ سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای با کنترل‌کننده PI برابر صفر است، در حالیکه شکل (۴-۲۰) نشان می‌دهد که خطای حالت دائم هنگام استفاده از کنترل‌کننده PD صفر نمی‌شود، ولی دارای مقدار ناچیزی است.

شکل‌های (۴-۲۲) و (۴-۲۳) نشان می‌دهند که اجرای کنترل‌کننده دیجیتال طراحی شده با میکروپروسسور هشت بیتی خطای قابل ملاحظه‌ای را در منحنی موقعیت-زمان موتور پله‌ای ایجاد

می‌کند. مقایسه شکل‌های (۴-۱۹ب) و (۴-۲۲ب) حاکی از افزایش چشمگیر خطا در اجرای هشت بی‌تی است. با توجه به اینکه قطب کنترل‌کننده PD طراحی شده بحرانی است، از شکل (۴-۲۳ب) مشاهده می‌شود که اجرای هشت بی‌تی خطا را تا اندازه‌ای افزایش داده است که پاسخ بدست آمده نمی‌تواند دارای کاربرد عملی باشد. بنابراین اجرای کنترل‌کننده طراحی شده با میکروپروسور شانزده بی‌تی دارای دقت کافی است. ولی اجرای آن با میکروپروسور هشت بی‌تی بخصوص در کاربردهایی که نیاز به موقعیت دقیق دارند، از دقت کافی برخوردار نیست.

در سیستم‌های کنترل صنعتی، پایداری حداقل مشخصه مورد نیاز است. برای بررسی پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای از معیار پایداری ژوری استفاده می‌شود. شکل (۴-۲۴) نشان می‌دهد که سیستم کنترل موتور پله‌ای با کنترل‌کننده دیجیتال PI در صورتی پایدار است که فاصله نمونه‌برداری در بازه $0 < T < 7/5$ میلی ثانیه قرار داشته باشد. همچنین سیستم حاضر، در صورت استفاده از کنترل‌کننده PD وقتی پایدار است که فاصله نمونه‌برداری در بازه $0 < T < 6/5$ میلی ثانیه تغییر کند (شکل (۴-۲۵)).

شکل‌های (۴-۲۶) و (۴-۲۷) پایداری سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای را نسبت به کوانتیزاسیون ضرایب نشان می‌دهند. شکل (۴-۲۶) نشان می‌دهد که سیستم در صورت استفاده از کنترل‌کننده PI، پایداری خود را نسبت به کوانتیزاسیون ضرایب حفظ می‌کند. در حالیکه از شکل (۴-۲۷) مشاهده می‌شود که سیستم کنترل دیجیتال موتور پله‌ای در صورت استفاده از کنترل‌کننده PD، به دلیل بحرانی بودن قطب PD، می‌تواند پایداری خود را از دست بدهد.

پیشنهادات:

- ۱- اجرای کنترل‌کننده‌های دیجیتال چند متغیره و بررسی اثر طول کلمه محدود در آنها.
- ۲- کنترل موتور پله‌ای با استفاده از کنترل‌کننده‌های تطبیقی دیجیتال.
- ۳- کنترل موتور پله‌ای با روش هامیلتونین و روش کنترل غیرخطی.

- Systems with Applications to Digital Filters. "IEEE Transactions on Circuits Syst., Vol. CAS-22, PP. 232-239, March 1975.
- [10] J.L. Long, and T.N Trick, "An Absolute Bound on Limit Cycles Dueto Round-off Errors in Digital Filters. "IEEE Transactions on Audio, Electro Acoust. Vol -21, PP. 27-30, February 1983.
- [11] S.K.Mitra, K. Hirano, and H.Sakaguchi, "A Simple Method of Computing the Input Quantization and Multiplication Round-Off Errors in Digital Filters. "IEEE Transactions on Acoust Speech Signal Process, Vol. Assp-22, 1974.
- [12] P.M. Ebert, J.E. Mazo, and M.G. Taylor, "Overflow Oscillations in Digital Filters." Bell Syst. Tech.J, 48, PP. 2999-3020, November 1969
- [13] A.G.Dempster, and M.D. Maclend, "Variable Statistical Wordlength in Digital Filters. "IEE Proceedings on Vis. Image Signal Process., Vol. 143, No.1 , February 1996.
- [14] A.Fettweis, "Digital Filter Structures Related to Classical Filter Networks." Arch. Electron. Veber Trag., Vol.25, PP. 79- 89, 1971
- [15] A.Fettweis,"Some Principles of Designing Digital Filters Imitating Classical Filter structures." IEEE Transactions on Circuit Theory, vol. CT-18, PP. 314-316, March 1991.
- [16] A.Sedlmeyer and A.Fettwies, "Digital Filters With True Ladder Configuration." Int.J.Crcuit Theory APPL., Vol.1, PP. 5-10, March 1993.
- [17] A. Fettwies, "Wave Digital Filters with Reduced Number of Delays." Int. J. Circuit Theory Appl., Vol. 2, PP.319-330, December 1974.
- [18] A. Peled and B.Liu, "A New Hardware Realization of Digital Filters." Transactions on Acoust. Speech Signal Process, Vol. Assp-22, December 1974.

[19] L.B.Jackson, J.F. Kaiser, and H.S.Mc donald, "An Approach to the Implementation of Digital Filters. "IEEE Transactions on Audio Electro Acoust. Vol. Au -16, September 1988.

[20] L.T. Bruton, "Network Transfer Functions Using the Concept of Frequency - Dependent Negative Restances. "IEEE Transactions on Circuit Theory Vol. CT-16 August 1979.

[21] R.E. Crochiere, and A.V. Oppenheim, "Analaysis of Linear Digital Networks." Proceeding IEEE, Vol. 63 PP. 581-595, April 1975.

۲۲- علی خاکی صدیق و پرویز جبه‌دار مارالانی. بهمن ۱۳۷۳. سیستم‌های کنترل دیجیتال (ترجمه). انتشارات دانشگاه تهران.

[23] O.Monkewich, and W.Steenart: "Compadding for Digital Filters." Proceeding 1975. IEEE Int. Symp. Circuits Syst. PP. 68-71.

(ب) موتور پله‌ای

[24] P.P. Acarnley, Stepping Motors: A Guide to Modern Theory and Practice. 3rd Edition Stevenage, UK: Peter Peregrinus Ltd, 1992.

[25] T.Kenjo, Stepping Motors and Their Microprocessor Controls. Oxford: Clarendon Press, 1988.

[26] B.C.Kuo, Theory and Applications of Step Motors. St. Paul, MN: West Publishing, 1974.

[27] Step Motor Handbook. Prepared by Warner Eletric Brake & Clutch Co. Beloit, Wisconsin, U.S.A Copyright 1979.

[28] J.P. Pawletko, "Approaches to Stepping Motor Controls. "Proceeding First Annual Symposium on Incremental Motion Control Systems and Devices. PP. 431-463, 1972.

- [29] D.I.Jones, and J.W.Finch, "Optimal Control of A Voltage-Driven Stepping Motor." IEE Proceeding Vol. 130, Pt. D, No.4, PP.175-182 July 1983.
- [30] G.Singh, and B.C.Kuo, "Modeling and Dynamic Simulation of Multi-Stack Variable-Reluctance Step Motors." IEEE Transactions on Automatic Control, December 1974.
- [31] A.P.Russell, and I.E.D.Pickup, "Analysis of Single-Step Damping in A Multi-Stack Variable-Reluctance Stepping Motor." IEE Proceeding Electr. Power Appl. Vol. 143, No.1, PP.95-107 January 1986.
- [32] D.W.J.Pulle, and A.Hughes, "Normalised High-Speed Performance Analysis of Small Hybrid Stepping Motors." IEE Proceeding, Vol. 134, Pt.B, No.6, November 1987.
- [33] J.B.Grimbleby, "Simple Algorithm for Closed-Loop Control of Stepping Motors." IEE Proceeding Electr. Power Appl., Vol. 142, No.1, PP.5-13, January 1995.
- [34] P.J.Clarkson, and P.P.Acarney, "Simplified Approach to the Dynamic Modelling of Variable-Reluctance Stepping Motors." IEE Proceeding, Vol.136, Pt.B, No.1, PP.1-10, January 1989.
- [35] K.Mizutani, S.Hayashi, and N.Matsui, "Modelling and Control of Hybrid Stepping Motors." IEEE Industry Applications Society Annual Meeting PP.289-294, October 2-8, 1993.
- [36] B.C.Kuo, G.Singh, and R.Yackel, "Time-Optimal Control of A Stepping Motor." IEEE Transactions on Automatic Control, PP.747-749. December 1969.
- [37] G.C.Verghese and J.H.Lang, "Analysis of Instability in Electrical Machines." IEEE Transactions on Ind. Appl., Vol. IA-22, No.5, PP.853-864, September /

October 1986.

[38] P.J.Clarkson, and P.P.Acamley, "Closed-Loop Control of Stepping Motor Systems." IEEE Transactions on Ind. Appl., Vol., 24, No.4, PP. 865-961, July / August 1988.

[39] R.M.Mcsparen, "Digital Closed-Loop Phase-Locked Stepper Motor Control." In Proceeding Incremental Motion Control Systems and Devices, Univ. Illinois, PP. 01-09, May 1976.

[40] G.C.Hsieh, Y.P.Wu, C.H.Li, and C.H.Liu, "An Adaptive Digital Pump Controller for Phase-Locked Servo Systems." IEEE Transactions on Ind. Electron., Vol. IE-34, PP. 379-386, August 1987.

[41] M.F.Lai, and G.C.Hsieh, "Variable Slope Pulse Pump Controller for Stepping Position Servo Control System Using Frequency-Locked Technique." IEEE Transactions on Ind. Electron., Vol. 42, No.3, PP.79- 89 June 1995.

[42] J.C.Li, and G.C.Hsieh, "A Phase / Frequency-Locked Controller for Stepping Servo Control Systems." IEEE Transactions on Ind. Electron., Vol.39, No.2, PP. 112-119, April 1992.

Abstract:

Regarding the everincreasing significance of the digital control of the dynamic systems and wide variety applications of the stepper motors in industry, first the different forms of the digital controller implementation is discussed. In this thesis, through this investigation, the effects of finite word length on the relative stability and fastness of the digital system is studied. Next the principals of three kinds of stepper motors (Variable Reluctance, Premanent Magnet and Hybrid) are studied and the desired model for studying transient performance is determined. Then transient performance of the stepper motors is analyzed by simulation. Because of the nonlinearity in the model of stepper motors and the absence of any discretization method for the nonlinear systems, linearization of the stepper motor model based on the Lawrenson-Hughes theory is discussed. Digital controllers as drivers for stepper motor based on the frequency response technique are designed and the effect of their applications on the position control stepper motor systems is investigated. Finally, word lenght effect on the designed digital controller's coefficients, response and the stability of the system with the designed digital controllers by 8 and 16 bit microprocessors is discussed.

Simulation results show that the cost of implementation and the fastness of the response of the digital controllers are two important parameters in selecting the type of realization and implementation. All block diagram realizations are based on the hardware and software implementation of the digital controllers. This implementations are encountered with the finite word length effect. Implementing the designed digital controllers for different types of the stepper motors with 8 and 16 bit microprocessors shows that 16 bit microprocessor introduces ignorable error on the position - time curve of the stepper motor. However error due to 8 bit microprocessor implementation is considerable. Also PD digital controllers have better performance with respect to the PI digital controller with finite word length.