



دانشکده مهندسی برق رباتیک
پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی برق - قدرت

تحلیل عملکرد یک ترانسفورماتور با استفاده از مدل غیر خطی و چند مقداره پریساچ

نگارش:

محسن خسروی

استاد راهنما:

دکتر احمد دارابی



پیش‌گفتار:

در شبکه‌های قدرت، جهت انتقال انرژی الکتریکی از سطوح مختلف ولتاژ استفاده می‌شود، بنابراین برای تبدیل سطوح مختلف ولتاژ به یکدیگر باید از ترانسفورماتور استفاده نماییم. در واقع وجود تفاوت سطوح ولتاژ در واحدهای تولیدی، مصرفی و انتقال سبب گردیده که ترانسفورماتورها به عنصری جدایی‌ناپذیر و بسیار مهم در شبکه‌های انرژی الکتریکی تبدیل شوند. این جزء بسیار مهم شبکه قدرت، خود دارای اجزایی مثل هسته، سیم‌پیچ‌ها، محفظه تانک روغن، واحدهای حفاظت و... می‌باشد، در بین این اجزاء، هسته و رفتار مغناطیسی آن بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

هسته ترانسفورماتور که یک ماده فرومغناطیس می‌باشد، دارای رفتار مغناطیسی خاصی می‌باشد که به آن هیستریزیس می‌گویند. زمانیکه ماده‌های فرومغناطیس تحت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرند درون آن‌ها فوران یا شار مغناطیسی بوجود می‌آید که تغییرات مقدار شار بوجود آمده غیرخطی و دارای چندین مقدار می‌باشد به عبارت دیگر، بر اساس مقدار لحظه‌ای تغییرات، به تنهایی نمی‌توان گفت که چه مقدار فوران شار مغناطیسی درون هسته ایجاد شده است، بلکه برای محاسبه مقدار شار مغناطیسی نیاز به داشتن گذشته مغناطیسی آن ماده می‌باشد. در حقیقت شار موجود در ماده فرومغناطیس مانند یک رفتار حافظه‌دار عمل می‌کند. اما غالب مدل‌هایی که برای ترانسفورماتورها مطرح شده‌اند رفتار هسته ترانسفورماتور را به صورت یک تابع تک مقداره و گاهاً جهت دقت بیشتر، غیر خطی در نظر گرفته‌اند. به همین دلیل در این مدل‌ها فقط منحنی اشباع هسته مورد توجه قرار گرفته است، در نتیجه این مدل‌ها قادر به نشان دادن رفتار هیستریزیس ماده نمی‌باشند.

تا کنون مدل‌های متفاوتی جهت نشان دادن رفتار هیستریزیس یک ماده فرومغناطیس ارائه شده است که از جمله این روش‌ها می‌توان به مدل کردن به کمک توابع بیضی و هیپربولیکی یا همان مدل لانگ وین^۱، مدل اصلاح شده لانگ وین^۲، مدل جیلز-آدرتون^۳، مدل برتوتی^۴ و... اشاره نمود. اما از این مدل‌ها بطور محدودی در زمینه مدلسازی ترانسفورماتور بکار گرفته شده است. بعلاوه، این مدلسازی‌های محدود نیز ضعف‌ها و کمبودهایی دارند که به آنها در فصول بعدی اشاره خواهد شد. در این پروژه از مدل پریساج که نتایج قابل توجهی در آزمایش‌ها از خود نشان داده است استفاده می‌شود. بدلیل به کارگیری این مدل غیرخطی، حافظه‌دار و بسیار پیچیده در مدل ترانسفورماتور و در هم آمیختن معادلات الکتریکی و مغناطیسی سیستم، آنقدر مشکلات متعدد وجود دارد که تقریباً اجرای آن را ناممکن ساخته است. ما برای رفع مشکلات مذکور، الگوریتم‌هایی نیز ارائه خواهیم نمود که بر اساس آن می‌توانیم به مدلی دقیق و توانمند از ترانسفورماتور دست بیابیم. از طرفی توسط الگوریتم‌های ارائه شده توانسته‌ایم زمان اجرا و شبیه‌سازی را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش دهیم.

¹ Langevin

² Modified Langevin

³ Jiles - Atherton

⁴ Bertotti

در فصل ۱ جهت یادآوری و آشنایی کلی با ترانسفورماتور ، اجزاء تشکیل دهنده آن، انواع و دسته‌بندی های مختلف موجود، صحبت خواهیم نمود. در فصل دوم یک تاریخچه مفصل از مدل‌هایی که تاکنون برای ترانسفورماتور ارائه شده است ، بیان شده و در خصوص موارد کاربرد، ضعف‌ها و نقاط قوت هر یک از آن مدل‌ها تا حد امکان بحث شده است. در فصل سوم مدل پریساج به طور کامل و مفصل شرح و بسط داده می‌شود. نظر به اینکه این مدل برخاسته از علوم فیزیک محض می‌باشد و با توجه به اینکه در این فصل سعی داشتیم امانت مطلب حفظ شود، به نظر می‌آید که درک مطلب آن برای مهندسين ثقیل باشد. با توجه به این مطلب در ابتدای فصل چهارم به زبانی ساده و کاربردی مدل پریساج را توضیح داده سپس به کمک یک الگوریتم توانمند این مدل را بکار بسته و به یک مدل کامل و جامع برای ترانسفورماتور تک‌فاز دست می‌یابیم. در فصل ۵ جهت بررسی پدیده هجوم و عوامل مؤثر بر آن، مدل کامل بدست آمده برای ترانسفورماتور را برای شرایط مختلف مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. در فصل ۶ ترانسفورماتور را در حضور بار غیر خطی شبیه سازی نموده و نقش مثبت رفتار هسته آن را بر هارمونیک‌زدایی شبکه نشان می‌دهیم. در فصل ۷ نیز نحوه مدلسازی ترانسفورماتورهای سه‌فاز و دخیل نمودن توپولوژی هسته آن را توضیح داده و گذرایی ولتاژ نقطه خنثی را در اتصال Y برای سیم‌پیچ‌ها، به کمک این مدل توانا نشان می‌دهیم.

چکیده:

ترانسفورماتورها جزء مهمترین اجزای سیستم قدرت می‌باشد. رفتار مغناطیسی خاص هسته ترانسفورماتورها به عنوان جزء اصلی آنها تأثیرات قابل ملاحظه‌ای بر روی مطالعات یک شبکه قدرت می‌گذارد، ولی با این وجود مطالعات جامع و درخور اهمیت این موضوع صورت نگرفته است. شاید بتوان علت این کاستی را پیچیده بودن مدلسازی رفتار مغناطیسی مواد فرومغناطیس عنوان کرد. ما در این تحقیق برآنیم که رفتار غیر خطی و چند مقداره یا به عبارتی هیستریزس هسته ترانسفورماتور را مورد بررسی قرار داده و در معادلات و محاسبات یک شبکه قدرت، این رفتار را در نظر بگیریم.

ما در پروژه خود برای مدل کردن رفتار مغناطیسی هسته، از مدل پریساچ استفاده می‌نماییم. ولی به کارگیری مدل پریساچ برای مدلسازی ترانسفورماتور به علت چند ورودی بودن، وجود محدودیت‌های زیاد و لزوم رعایت آنها، غیر خطی و چند مقداره بودن مدل، عملیات محاسباتی مختلط از عملیات ریاضیاتی و عملیات هندسی و زمان بر بودن محاسبات مربوط به آن دارای پیچیدگی‌های زیادی می‌باشد. مشکلات یاد شده به قدری متعدد می‌باشد که استفاده از این مدل را در مدلسازی ترانسفورماتور تقریباً غیر ممکن ساخته و تا کنون استفاده مستقیم این مدل در مدلسازی ترانسفورماتور بی سابقه می‌باشد.

ما در این مطالعه با در هم آمیختن معادلات الکتریکی ترانسفورماتور و در سطح بالاتر با معادلات الکتریکی شبکه قدرت و مدل مغناطیسی هسته در شبیه سازی‌های کامپیوتری یک مدل کامل از ترانسفورماتور و نزدیک به مدل واقعی آن ارائه می‌نماییم که قادر است اطلاعات لحظه‌ای ولتاژها، جریان‌ها، شدت میدان مغناطیس، شار مغناطیس هسته و به اشباع رفتن یا نرفتن هسته را در اختیار ما بگذارد. از طرفی جهت رفع این مشکلات تا حد امکان، الگوریتم‌هایی نیز پیشنهاد می‌دهیم که به کمک آنها مدل بدست آمده علاوه بر توانمندتر بودن نسبت به بقیه مدل‌ها، زمان اجرا و حافظه جهت محاسبات کمتری نیاز دارد و در برابر مشکلات عدم همگرایی محاسبات عددی نیز ایمن می‌باشد. در ادامه به کمک مدل کامل و جامع ترانسفورماتور و دیگر اجزاء شبکه قدرت به بررسی و شبیه سازی پدیده‌های گذرای، جریان هجومی و تأثیر مثبت رفتار هسته بر روی هارمونیک‌زدایی می‌پردازیم.

واژگان کلیدی:

پریساچ- ترانسفورماتور- مغناطیس کنندگی- هیستریزس

فهرست :

صفحه	مقدمه	فصل اول:
۲		۱-۱- ترانسفورماتور
۳		۲-۱- انواع هسته های ترانسفورماتور و کاربردشان
۵		۳-۱- مباحث مربوط به کلیه ترانسفورماتورها با مصارف گوناگون
۸		۴-۱- دسته بندی مختلف ترانسفورماتورهای مورد استفاده در شبکه های قدرت
۸		۱-۴-۱- انواع ترانسفورماتورها از نظر نوع استفاده
۹		۲-۴-۱- انواع ترانسفورماتورها از نظر نوع هسته
۹		۳-۴-۱- انواع اتصالات سیم پیچ های ترانسفورماتور
۱۲		۵-۱- اجزاء اساسی ترانسفورماتورهای قدرت
۱۲		۱-۵-۱- هسته
۱۳		۲-۵-۱- سیم پیچ ها
۱۴		۳-۵-۱- تپ چنجر
۱۴		۶-۱- پلاک مشخصات ترانسفورماتور
۱۴		۱-۶-۱- توان ظاهری نامی
۱۵		۲-۶-۱- استاندارد
۱۵		۳-۶-۱- نوع
۱۵		۴-۶-۱- فرکانس کار
۱۵		۵-۶-۱- نوع ترانسفورماتور بر اساس تقسیم بندی هسته ای یا پوسته ای
۱۵		۶-۶-۱- تعداد فاز ترانسفورماتور
۱۵		۷-۶-۱- نوع ترانسفورماتور از نظر قابلیت بهره برداری مداوم یا فاصله دار
۱۵		۸-۶-۱- نوع ترانسفورماتور از نظر تپ چنجر
۱۵		۹-۶-۱- وزن قسمت های مختلف
۱۵		۱۰-۶-۱- نوع سیستم خنک کنندگی در نظر گرفته شده در ترانسفورماتور
۱۶		۱۱-۶-۱- ولتاژ نامی ترانسفورماتور
۱۶		۱۲-۶-۱- جریان نامی
۱۶		۱۳-۶-۱- گروه برداری اتصالات
۱۷		۱۴-۶-۱- امپدانس ولتاژ یا اختلاف سطح اتصال کوتاه
۱۷		۱۵-۶-۱- جریان تحریک یا جریان بی باری
۱۸		۱۶-۶-۱- افزایش مجاز دما

فصل دوم: مدل های معتبر ارائه شده برای ترانسفورماتورها

- ۲۱-۲-۱- مدل های ترانسفورماتور
- ۲۲-۱-۱-۲- مدل ماتریسی
- ۲۳-۲-۱-۲- مدل ترانسفورماتور با عضو اشباع پذیر
- ۲۴-۳-۱-۲- مدل های مبتنی بر توپولوژی
- ۲۹-۲-۲- پارامترهای غیرخطی و وابسته به فرکانس در ترانسفورماتور
- ۲۹-۳-۲- مدل سازی هسته های آهن
- ۳۲-۴-۲- مدل سازی اثرات جریان های گردابی
- ۳۳-۱-۴-۲- مدل های جریان گردابی برای سیم پیچ های ترانسفورماتور
- ۳۴-۲-۴-۲- مدل های جریان گردابی برای هسته های مورق آهنی
- ۳۵-۵-۲- تعیین پارامترها
- ۳۷-۶-۲- مدل سازی ترانسفورماتور به عنوان یک جعبه سیاه

فصل سوم: مدل پریساج

- ۴۵-۱-۳- روش های جدید
- ۴۶-۲-۳- مدل کلاسیک پریساج
- ۴۹-۳-۳- تفسیر هندسی و خواص اصلی مدل پریساج
- ۵۵-۴-۳- تعیین تجربی $\mu(a,b)$
- ۶۰-۵-۳- اجرای عددی تقریب پریساج
- ۶۴-۶-۳- مدل دینامیکی پریساج از هیستریزس

فصل چهارم: مدل سازی ترانسفورماتور به کمک مدل پریساج

- ۷۹-۱-۴- مدل پریساج به زبان ساده
- ۸۱-۲-۴- شبیه سازی کامپیوتری مدل پریساج
- ۸۱-۱-۲-۴- تابع چگالی
- ۸۳-۲-۲-۴- شرایط اولیه مغناطیسی هسته
- ۸۵-۳-۴- مدل سازی گسسته ترانسفورماتور وصل به شبکه و بار
- ۸۷-۴-۴- مدل کامپیوتری و الگوریتم محاسبات گذرای ترانسفورماتور
- ۹۱-۵-۴- نتایج شبیه سازی

فصل پنجم: بررسی حالت گذرا در ترانسفورماتورها

- ۱۰۲-۱-۵- حالات گذرای اضافه جریان
- ۱۰۲-۱-۱-۵- تشریح پدیده هجوم
- ۱۰۷-۲-۱-۵- تحلیل پدیده هجوم بر اساس معادلات ترانسفورماتور
- ۱۱۸-۳-۱-۵- مدل سازی جریان هجومی و بررسی عوامل مؤثر بر آن به کمک مدل پریساج
- ۱۲۷-۲-۵- کاهش جریان های هجومی بالا
- ۱۳۰-۳-۵- تشخیص جریان خطا از جریان هجومی

۴-۵- کلید زنی اولیه ترانسفورماتور در حالت بارداری ۱۳۱

فصل ششم: ترانسفورماتور و بار غیر خطی

۱-۶- شرایط اولیه سیستم ۱۳۶

۲-۶- مدل‌سازی ترانسفورماتور و بار غیر خطی ۱۳۶

۳-۶- مدل کردن شبکه مورد مطالعه ۱۳۸

۴-۶- نتیجه گیری ۱۴۸

فصل هفتم: مدل‌سازی ترانسفورماتورهای سه فاز

۱-۷- مدل‌سازی شبکه مورد مطالعه ۱۳۸

۲-۷- نتایج شبیه سازی ۱۵۶

۳-۷- نتیجه گیری ۱۵۹

جمع بندی و نتیجه گیری ۱۶۲

فصل اوّل:

مقدمہ

۱-۱ - ترانسفورماتور

همزمان با مطرح شدن انرژی الکتریکی، وسیله‌ای جهت تبدیل ولتاژ به سطوح مختلف به منظورهای متفاوت مورد نیاز بوده است. بنابراین به جرأت می‌توان گفت ترانسفورماتورها از پربسامه‌ترین و پرکاربردترین ادوات الکتریکی می‌باشند.

یکی از کاربردهای بسیار مهم ترانسفورماتورها، کاهش جریان پیش از خطوط انتقال انرژی الکتریکی است. دلیل استفاده از ترانسفورماتور در ابتدای خطوط این است که همه هادیهای الکتریکی دارای میزان مشخصی مقاومت الکتریکی هستند، این مقاومت می‌تواند موجب اتلاف انرژی در طول مسیر انتقال انرژی الکتریکی شود. میزان تلفات در یک هادی با مجذور جریان عبوری از هادی رابطه مستقیم دارد و بنابراین با کاهش جریان می‌توان تلفات را به شدت کاهش داد. با افزایش ولتاژ در خطوط انتقال به همان نسبت جریان خطوط کاهش می‌یابد و به این ترتیب هزینه‌های انتقال انرژی نیز کاهش می‌یابد، البته با نزدیک شدن خطوط انتقال به مراکز مصرف برای بالا بردن ایمنی ولتاژ خطوط در چند مرحله و باز به وسیله ترانسفورماتورها کاهش می‌یابد تا به میزان استاندارد مصرف برسد. به این ترتیب بدون استفاده از ترانسفورماتورها امکان استفاده از منابع دوردست انرژی فراهم نمی‌شد. حتی بعد از انتقال انرژی از مراکز تولید به مصرف‌کننده‌ها، کاربرد ترانسفورماتورها به اتمام نمی‌رسد بلکه می‌توان گفت، تقریباً در همه وسایل الکتریکی و الکترونیکی موجود در مصرف‌کننده‌های خانگی و صنعتی، ترانسفورماتورها با اندازه و قدرت‌های متفاوت و غالباً با هدف تغییر سطح ولتاژ، مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

علاوه بر آنچه گفته شد، ترانسفورماتورها همچون حائلی، ژنراتورهای گران قیمت را از خطوط هوایی که همواره در معرض اضافه ولتاژ و خطرات جانبی می‌باشد) جدا می‌سازد. همچنین با توجه به این که عایق‌بندی سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتور در مقابل امواج سیار، ارزانتر و ساده‌تر از عایق‌بندی سیم‌پیچ‌های ژنراتور است، در نتیجه با استفاده از این ترانسفورماتور می‌توان صدمات احتمالی وارد شده از امواج سیار خطوط انتقال را بر روی ژنراتورها به حداقل خود کاهش داد.

ترانسفورماتورها یکی از پیراندمان‌ترین تجهیزات الکتریکی هستند به طوری که در برخی ترانسفورماتورهای بزرگ راندمان به ۹۹/۷۵٪ نیز می‌رسد. امروزه از ترانسفورماتورها در اندازه‌ها و توان‌های مختلفی استفاده می‌شود از یک ترانسفورماتور بند انگشتی که در یک میکروفن قرار دارد تا

ترانسفورماتورهای غول‌پیکر چند گیگا ولت-آمپری. همه این ترانسفورماتورها اصول کار یکسانی دارند اما در طراحی و ساخت متفاوت هستند.

به دلیل وجود کاربردهای متفاوت برای ترانسفورماتورها در مصرف‌کننده‌ها و شبکه‌های قدرت، آنها را بر حسب پارامترهای متفاوتی طبقه‌بندی می‌کنند:

- بر حسب رده توان: از کسری از ولت-آمپر تا بیش از هزار مگا ولت-آمپر.
- بر حسب محدوده فرکانس: فرکانس قدرت، فرکانس صوتی، فرکانس رادیویی
- بر حسب رده ولتاژ: از چند ولت تا چند صد کیلوولت
- بر حسب نوع خنک‌کنندگی: خنک‌کننده هوا، روغنی، خنک‌کنندگی با فن، خنک‌کنندگی آب.
- بر حسب نوع کاربرد: منبع تغذیه، تطبیق امپدانس، تثبیت‌کننده ولتاژ و جریان خروجی یا ایزوله کردن مدار.
- بر حسب هدف نهایی کاربرد: توزیع یا انتقال، یکسوسازی، ایجاد قوس الکتریکی، ایجاد تقویت‌کننده.
- بر حسب نسبت سیم‌پیچ‌ها: افزایشنده، کاهشنده، ایزوله‌کننده، متغیر.

۱-۲- انواع هسته‌های ترانسفورماتور و کاربردشان:

هسته لایه لایه شده :

ترانسفورماتورها مورد استفاده در کاربردهای قدرت یا فرکانس رادیویی معمولاً از هسته با جنس فولاد سیلیکاتی با قابلیت نفوذپذیری مغناطیسی بالا استفاده می‌کنند. قابلیت نفوذپذیری مغناطیسی در فولاد بارها بیشتر از نفوذپذیری در خلا است و به این ترتیب با استفاده از هسته‌های فولادی جریان مغناطیس‌کننده مورد نیاز برای هسته به شدت کاهش می‌یابد و شار در مسیری کاملاً نزدیک به سیم‌پیچ‌ها محبوس می‌شود. سازندگان ترانسفورماتورهای اولیه به سرعت متوجه این موضوع شدند که استفاده از هسته یک پارچه باعث افزایش تلفات گردابی در هسته ترانسفورماتور می‌شود و در طراحی‌های خود از هسته‌هایی استفاده کردند که از دسته‌های عایق شده آهن تولید شده بود. در طراحی‌های بعدی با استفاده از ورق‌های نازک آهن که نسبت به یکدیگر عایق شده بودند، تلفات در ترانسفورماتور باز هم کاهش یافت. از این روش در ساخت هسته امروزه نیز استفاده می‌شود.

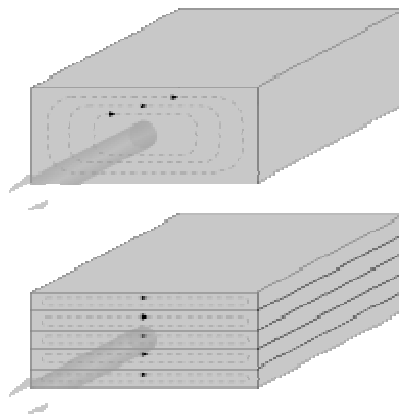
گرچه استفاده از هسته‌های با لایه‌های نازک‌تر تلفات را کاهش می‌دهد، اما از طرفی هزینه ساخت ترانسفورماتور را افزایش می‌دهد. بنابراین از هسته‌های با لایه‌های نازک معمولاً در فرکانس‌های بالا

استفاده می‌شود. با استفاده از برخی انواع هسته‌های با لایه‌های بسیار نازک امکان ساخت ترانسفورماتورهای تا ۱۰ کیلوهرتز پدید می‌آید.

نوعی متداول از هسته‌های لایه لایه، از قطعاتی E شکل که با قطعاتی I شکل یک هسته را به وجود می‌آورند تشکیل شده. این هسته‌ها را هسته‌های E-I می‌نامند. این هسته‌ها گرچه تلفات را افزایش می‌دهند اما به علت آسانی مونتاژ، هزینه ساخت هسته را کاهش می‌دهند. نوع دیگری از هسته‌ها، هسته‌های C شکل هستند. این هسته از قرار دادن دو قطعه C شکل در مقابل یکدیگر تشکیل می‌شود. این هسته‌ها این مزیت را دارند که تمایل شار برای عبور از هر قطعه از هسته برابر است و این مزیت باعث کاهش یافتن مقاومت مغناطیسی می‌شود.

پسماند در یک هسته فولادی به معنای باقی ماندن خاصیت مغناطیسی در هسته پس از قطع شدن توان الکتریکی است. زمانی که جریان دوباره در هسته جاری می‌شود این پسماند باقی مانده در هسته تا زمانی که کاهش یابد موجب به وجود آمدن یک جریان هجومی در ترانسفورماتور می‌شود. تجهیزات حفاظتی مانند فیوزها باید طوری انتخاب شوند که به این جریان هجومی اجازه عبود دهند.

ترانسفورماتورهای توزیع می‌توانند با استفاده از هسته‌های با قابلیت نفوذ پذیری مغناطیسی بالا تلفات بی باری را کاهش دهند. هزینه اولیه هسته بعدها با صرفه‌جویی که در مصرف انرژی و افزایش طول عمر ترانسفورماتور می‌شود جبران خواهد شد.



شکل ۱-۱. تأثیر مورق بودن هسته بر روی جریان گردابی

هسته‌های یکپارچه :

هسته‌هایی که از آهن پودر شده ساخته شدند در مدارهایی که با فرکانس بالاتر از فرکانس شبکه تا چند ده کیلوهرتز کار می‌کنند کاربرد دارند. این هسته دارای قابلیت نفوذ پذیری مغناطیسی بالا و همچنین مقاومت الکتریکی بالا هستند.

هسته‌های حلقوی :

این نوع هسته‌ها کاربرد خاص و محدودی دارند و برای ترانسفورماتورهای توان پایین مورد استفاده قرار می‌گیرند .

۱-۳- مباحث مربوط به کلیه ترانسفورماتورها با مصارف گوناگون:

الف) شار پراکندگی^۵ :

در یک ترانسفورماتور ایده‌آل شار مغناطیسی تولید توسط سیم‌پیچ اول به طور کامل توسط سیم‌پیچ دوم جذب می‌شود اما در واقع بخشی از شار مغناطیسی در فضای اطراف پراکنده می‌شود. به شاری که در حین انتقال از مسیر خود جدا می‌شود شار پراکندگی می‌گویند. این شار پراکندگی موجب به وجود آمده اثر خود القا در سیم‌پیچ‌ها می‌شود و به این ترتیب موجب می‌شود که در هر سیکل، انرژی در سیم‌پیچ ذخیره شده و در نیمه پایانی سیکل آزاد شود. این اثر به طور مستقیم باعث ایجاد افت توان نخواهد شد اما به دلیل ایجاد اختلاف فاز موجب ایجاد مشکلاتی در تنظیم ولتاژ خواهد شد و به این ترتیب باعث خواهد شد تا ولتاژ ثانویه دقیقاً نسبت واقعی خود با ولتاژ اولیه حفظ نکند؛ این اثر به ویژه در بارهای بزرگ خود را نشان خواهد داد. به همین دلیل ترانسفورماتورهای توزیع طوری ساخته می‌شوند تا کمترین میزان تلفات پراکندگی را داشته باشند.

با این حال در برخی کاربردها، وجود تلفات پراکندگی بالا پسندیده است. در این ترانسفورماتورها با استفاده از روش‌هایی مانند ایجاد مسیرهای مغناطیسی طولانی، شکاف‌های هوایی یا مسیرهای فرعی مغناطیسی اقدام به افزایش شار پراکندگی می‌کنند. دلیل افزایش عمدی تلفات پراکندگی در این ترانسفورماتورها قابلیت بالای این نوع ترانسفورماتورها در تحمل اتصال کوتاه است. از این گونه ترانسفورماتورها برای تغذیه بارهای دارای مقاومت منفی مانند دستگاه‌های جوش (یا دیگر تجهیزات استفاده کننده از قوس الکتریکی)، لامپ‌های بخار جیوه و تابلوهای نئون یا ایجاد ایمنی در بارهایی که احتمال بروز اتصال کوتاه در آنها زیاد است استفاده می‌شود .

ب) تأثیر فرکانس :

⁵ Leakage flux

مشتق زمان در قانون فاراده نشان می‌دهد که شار در یک سیم‌پیچ، برابر انتگرال ولتاژ ورودی است. در یک ترانسفورماتور ایده‌آل افزایش شار در سیم‌پیچ به طور خطی در نظر گرفته می‌شود اما در عمل شار مغناطیسی با سرعت نسبتاً زیاد افزایش پیدا می‌کند این افزایش تا جایی ادامه دارد که شار به نقطه اشباع مغناطیسی هسته می‌رسد. به خاطر افزایش ناگهانی جریان مغناطیس کننده در یک ترانسفورماتور واقعی، همه ترانسفورماتورها باید همیشه با جریان متناوب سینوسی (نه پالسی) تغذیه شوند.

اگر شار مغناطیسی را سینوسی در نظر بگیریم رابطه بین ولتاژ E ، فرکانس منبع f ، تعداد دور N ، سطح مقطع هسته A و ماکزیمم چگالی مغناطیسی B از رابطه عمومی EMF و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{2\pi fNAB}{\sqrt{2}} = 4.44 fNAB$$

برای یک ترانسفورماتور در چگالی مغناطیسی ثابت، EMF با افزایش فرکانس افزایش می‌یابد که تاثیر آن را می‌توان از معادله عمومی EMF محاسبه کرد. بنابراین با استفاده از ترانسفورماتورها در فرکانس بالاتر می‌توان بهره‌وری آنها را نسبت به وزنشان افزایش داد چراکه یک ترانسفورماتور با حجم هسته ثابت در فرکانس بالاتر می‌تواند میزان توان بیشتری را بین سیم‌پیچ‌ها جابجا کند و تعداد دور سیم‌پیچ کمتری نیز برای ایجاد یک امپدانس ثابت نیاز خواهد بود. با این حال افزایش فرکانس می‌تواند موجب به وجود آمدن تلفات مضایف مانند تلفات هسته و اثر سطحی در سیستم شود.

به طور کلی استفاده از یک ترانسفورماتور در ولتاژ نامی ولی فرکانس بیش از نامی موجب کاهش جریان مغناطیس کننده می‌شود و به این ترتیب در فرکانسی کمتر از فرکانس نامی جریان مغناطیس کننده می‌تواند در حد زیادی افزایش یابد. البته استفاده از ترانسفورماتورها در فرکانس‌های بیشتر یا کمتر از فرکانس نامی باید قبل از اقدام، مورد ارزیابی قرار گیرد تا شرایط ایمن برای کار ترانسفورماتور مثل سنجش ولتاژها، تلفات و استفاده از سیستم خنک‌کننده خاص بررسی شود. برای مثال ترانسفورماتورها باید به وسیله رله‌های ولتاژ به ازای فرکانس مجهز شوند تا در مقابل اضافه ولتاژهای ناشی از افزایش فرکانس محافظت شوند.

(ج) تلفات انرژی :

یک ترانسفورماتور ایده‌آل هیچ تلفاتی نخواهد داشت و در واقع راندمانی برابر ۱۰۰٪ دارد. با این حال ترانسفورماتورهای واقعی نیز جزو بهره‌ورترین تجهیزات الکتریکی محسوب می‌شود به طوری که نمونه‌های آزمایشی ترانسفورماتورهایی که با بهره‌گیری از ابر رسانا ساخته شده‌اند به راندمانی برابر

۹۹/۸۵٪ دست یافته‌اند. به طور کلی ترانسفورماتورهای بزرگتر از راندمان بالاتری برخوردارند و ترانسفورماتورهایی که برای مصارف توزیعی مورد استفاده قرار می‌گیرند از راندمانی در حدود ۹۵٪ برخوردارند در حالی که ترانسفورماتورهای کوچک مانند ترانسفورماتورهای موجود در اداپتورها راندمانی در حدود ۸۵٪ دارند. تلفات به وجود آمده در ترانسفورماتور با توجه به عوامل به وجود آورنده یا محل اتلاف انرژی به این صورت طبقه بندی می‌شوند:

د) مقاومت سیم پیچ‌ها:

جریانی که در یک هادی جاری می‌شود با توجه به میزان مقاومت الکتریکی هادی می‌تواند موجب به وجود آمدن حرارت در محل عبور جریان شود. در فرکانس‌های بالاتر اثر سطحی و اثر مجاورت نیز می‌توانند تلفات مضایفی را در ترانسفورماتور به وجود آورند.

م) تلفات پسماند (هیستریزیس)^۶:

هر بار که جهت جریان الکتریکی به خاطر وجود فرکانس عوض می‌شود با توجه به جنس هسته، مقدار کمی انرژی در هسته باقی می‌ماند. به این ترتیب برای یک هسته با جنس ثابت این نوع تلفات با میزان فرکانس تناسب دارد و با افزایش فرکانس تلفات پسماند هسته نیز افزایش می‌یابد.

ز) جریان گردابی^۷:

مواد فرومغناطیس معمولاً هادی‌های الکتریکی خوبی نیز هستند و بنابراین هسته ترانسفورماتور می‌تواند مانند یک مدار اتصال کوتاه شده عمل کند. بنابراین حتی با القای میزان کمی ولتاژ، جریان در هسته به شدت بالا می‌رود. این جریان جاری در هسته گذشته از به وجود آوردن تلفات الکتریکی موجب به وجود آمدن حرارت در هسته نیز می‌شود. جریان گردابی در هسته با مجذور فرکانس منبع رابطه مستقیم و با مجذور ضخامت ورق هسته رابطه معکوس دارد. برای کاهش تلفات گردابی در هسته، هسته‌ها را ورقه ورقه کرده و آنها را نسبت به یکدیگر عایق می‌کنند.

ی) تغییر شکل بر اثر مغناطیس^۸:

شار مغناطیسی در یک ماده فرومغناطیس موجب حرکت نسبی ورقه‌های هادی نسبت به یکدیگر می‌شود. در صورت محکم نبودن این ورقه‌ها این اثر می‌تواند موجب ایجاد صدایی شبیه وز وز در هنگام کار کردن ترانسفورماتور شود به این اثر تغییر شکل بر اثر میدان مغناطیسی یا

⁶ Hysteresis

⁷ Eddy current

⁸ Magnetostriction

Magnetostriction می‌گویند. این اثر می‌تواند موجب به وجود آمدن گرما در اثر اصطکاک بین صفحات نیز شود.

ه) تلفات مکانیکی :

به دلیل وجود تغییر شکل بر اثر مغناطیس در یک ترانسفورماتور بین قطعات ترانسفورماتور نوعی حرکت به وجود می‌آید این تحرک نیز به نوبه خود موجب به وجود آمدن تلفات مکانیکی در ترانسفورماتور خواهد شد. در صورتی که قطعات موجود در ترانسفورماتور به خوبی در جای خود محکم نشده باشند، تحرکات مکانیکی آنها نیز افزایش یافته و در نتیجه تلفات مکانیکی نیز افزایش خواهد یافت.

اتوترانسفورماتور^۹:

اتوترانسفورماتور به ترانسفورماتوری گفته می‌شود که تنها از یک سیم‌پیچ تشکیل شده است. این سیم‌پیچ دارای دو سر ورودی و خروجی و یک سر در میان است. به طوری که می‌توان گفت سیم‌پیچ کوتاه‌تر (که در ترانسفورماتور کاهنده سیم‌پیچ ثانویه محسوب می‌شود) قسمتی از سیم‌پیچ بلندتر است. در این گونه ترانسفورماتورها تا زمانی که نسبت ولتاژ-دور در دو سیم‌پیچ برابر باشد ولتاژ خروجی از نسبت تعداد دور سیم‌پیچ‌ها به ولتاژ ورودی به دست می‌آید.

با قرار دادن یک تیغه لغزان به جای سر وسط ترانسفورماتور، می‌توان نسبت سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه را تا حدودی تغییر داد و به این ترتیب ولتاژ پایانه خروجی ترانسفورماتور را تغییر داد. مزیت استفاده از اتوترانسفورماتور کم هزینه تر بودن آن است چراکه به جای استفاده از دو سیم‌پیچ تنها از یک سیم‌پیچ در آنها استفاده می‌شود.

مباحث مطرح شده تا اینجا، مربوط به کلیه ترانسفورماتورها می‌باشد. در ادامه، بحث را معطوف به ترانسفورماتورهای مورد استفاده در سیستم‌های قدرت می‌کنیم.

۱-۴- دسته‌بندی‌های مختلف ترانسفورماتورهای مورد استفاده در شبکه‌های قدرت:

ترانسفورماتورهای قدرت چه تک‌فاز (تا حدود ۷۰ کیلوولت آمپر) و چه سه فاز (از حدود ۷۵ کیلوولت آمپر به بالا) را می‌توان با معیارهای مختلف دسته‌بندی کرد [۱-۲]:

۱-۴-۱) انواع ترانسفورماتورها از نظر نوع استفاده:

⁹ Auto Transformer

ترانسفورماتورها به سه صورت ترانسفورماتور جریان، ولتاژ، و ترانسفورماتورهای قدرت مورد استفاده قرار می‌گیرند. ترانسفورماتورهای جریان برای پایین آوردن جریان و به منظور اندازه‌گیری جریان، ترانسفورماتورهای ولتاژ برای پایین آوردن ولتاژ و به منظور اندازه‌گیری آن در سیستم‌های حفاظت تجهیزات به کار می‌روند.

البته ترانسفورماتورهای قدرت هم به سه نوع تقسیم می‌شوند: نوع اول، ترانسفورماتورهای قدرت با توان کم هستند که برای انتقال و توزیع انرژی الکتریسیته در سطح ولتاژهای پایین مورد استفاده هستند. این ترانسفورماتورها از نوع افزایشنده یا کاهشنده ولتاژ و ترانسفورماتورهای سوئیچینگ می‌باشند. نوع دوم، ترانسفورماتورهای قدرتی است که برای مقاصد خاص مورد استفاده قرار می‌گیرند. مثل ترانسفورماتورهای مورد استفاده در کوره‌های قوس الکتریکی، یکسو کننده‌ها، واحدهای جوشکاری بزرگ و ...

نوع سوم، ترانسفورماتورهای قدرت در سیستم‌های انتقال می‌باشند که در سه نوع ترانسفورماتور افزایشنده، کاهشنده و کوپلاژ به کار می‌روند. ترانسفورماتورهای قدرت افزایشنده به منظور افزایش ولتاژ شبکه (برای انتقال انرژی به فواصل دور) بکار می‌روند و عموماً در پست‌های نیروگاه مورد استفاده قرار می‌گیرند. ترانسفورماتورهای قدرت کاهشنده برای پایین آوردن سطح ولتاژ به سطح قابل قبول برای مصرف کننده به کار می‌روند. این نوع ترانسفورماتورها در پست‌های توزیع استفاده می‌شوند. در اتصال دو شبکه فشار قوی به یکدیگر از ترانسفورماتورهای قدرت کوپلاژی استفاده می‌شود.

۱-۴-۲) انواع ترانسفورماتورها از نظر نوع هسته:

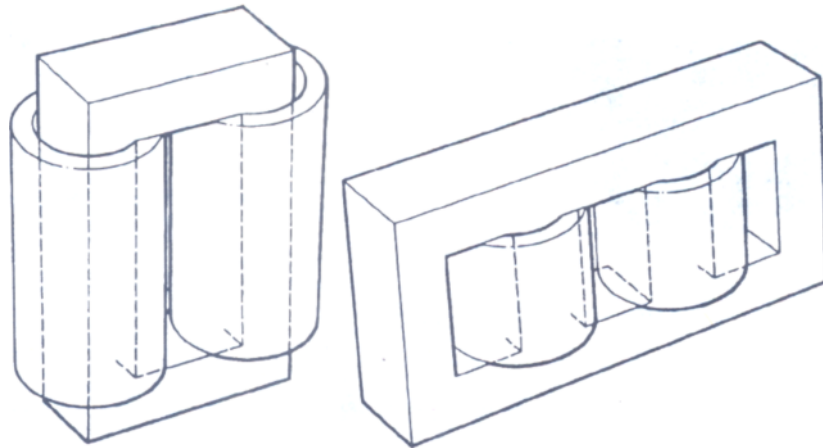
ترانسفورماتورها از نظر نوع هسته به دو نوع هسته‌ای^{۱۰} و پوسته‌ای^{۱۱} تقسیم می‌شوند که البته این نوع تقسیم‌بندی عموماً برای ترانسفورماتورهای تک‌فاز عنوان می‌شود. در نوع هسته‌ای، سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه روی دو بازوی مختلف یک هسته با دو بازو، پیچیده می‌شوند. در صورتی که در نوع پوسته‌ای، سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه روی بازوی میانی یک هسته با سه بازو پیچیده می‌شوند. البته در ترانسفورماتورهای سه فاز به نوعی این تقسیم‌بندی مطرح می‌شود. مثلاً ترانسفورماتورهای ۴۰۰/۲۳۰/۲۰kV پست نیروگاه نکا(که از سه ترانسفورماتور تک‌فاز تشکیل شده است) از نوع پوسته‌ای هستند. ترانسفورماتورهای سه فاز که سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه هر فاز با هم، بر روی یک بازو پیچیده می‌شوند، به نوع هسته‌ای معروف می‌باشند.

¹⁰ Core Type

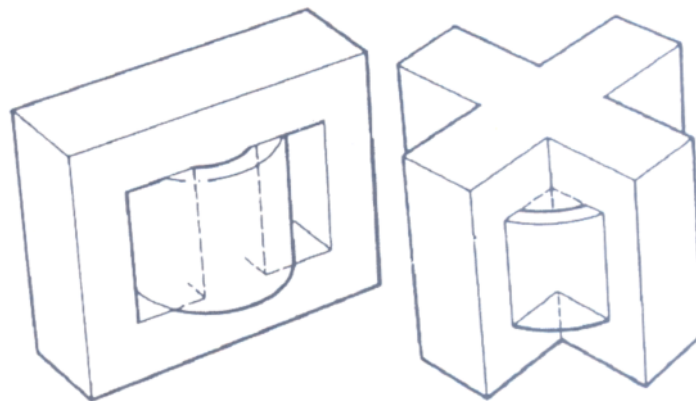
¹¹ Shell Type

۱-۴-۳) انواع اتصالات سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتور:

سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه ترانسفورماتورهای قدرت دارای سه نوع اتصال ستاره، مثلث و زیگزاگ هستند.



شکل ۱-۲. هسته و سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتورهای تک‌فاز از نوع هسته‌ای



شکل ۱-۳. هسته و سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتورهای تک‌فاز از نوع پوسته‌ای

۱) اتصال ستاره: این نوع اتصال به گونه‌ای است که سه سر سیم‌پیچ‌های اولیه یا ثانویه ترانسفورماتور به هم متصل می‌شود که مرکز ستاره یا همان نوترال (نقطه خنثی) را تشکیل می‌دهند.

۲) اتصال مثلث: در این نوع اتصال، انتهای هر سیم‌پیچ به ابتدای سیم‌پیچ دیگر متصل می‌شود.

۳) اتصال زیگزاگ: در این نوع اتصال، هر فاز از دو سیم پیچ تشکیل شده است که با تعداد دور مساوی بر روی دو بازوی مختلف پیچیده شده‌اند. دو سیم پیچ هر فاز با هم سری می‌شوند، به گونه‌ای که جهت پیچش آنها در جهت خلاف یکدیگر (که معمولاً همین نوع به کار می‌رود) یا در جهت همدیگر می‌باشد. در این نوع اتصال (مشابه اتصال ستاره)، جریان خط با جریان سیم پیچ‌ها مساوی است ولی ولتاژ خط، $\sqrt{3}$ برابر ولتاژ سیم پیچ‌ها) ولتاژ هر فاز نسبت به نقطه سیم پیچ زیگزاگ) می‌باشد.

اتصالات مختلف ترانسفورماتورهای قدرت

با توجه به انواع اتصالات سیم پیچ‌ها، اتصالات ترانسفورماتورهای قدرت را می‌توان به صورت زیر دسته‌بندی نمود [۲-۳]:

اتصال ستاره-ستاره، ستاره-مثلث، مثلث-ستاره، ستاره-زیگزاگ، مثلث-مثلث، مثلث-زیگزاگ.

هر کدام از این اتصالات در موقعیت‌های خاصی قابل استفاده می‌باشند.

الف) اتصال ستاره-ستاره: با توجه به این که در اتصال ستاره، ولتاژ روی هر سیم پیچ به مقدار $\frac{1}{\sqrt{3}}$ برابر ولتاژ خط است، و در اتصال مثلث، ولتاژ هر سیم پیچ با ولتاژ خط برابر است، در نتیجه سطح ولتاژ عایقی در اتصال ستاره، $\frac{1}{\sqrt{3}}$ برابر سطح ولتاژ عایقی مثلث است. به عبارت دیگر، مقدار عایق استفاده شده در اتصال ستاره، به مراتب کمتر از اتصال مثلث است. پس اتصال ستاره برای ولتاژهای بالا مناسب می‌باشد. از این رو از اتصال ستاره-ستاره در مرتبط کردن دو شبکه فشار قوی (با ولتاژهای خیلی بالا) استفاده می‌شود. ترانسفورماتورهای کوپلاژ از این نوع اتصال می‌باشند.

ب) اتصال ستاره-مثلث: با توجه به مطالب قسمت الف و با در نظر گرفتن این مطلب که جریان در هر سیم پیچ مثلث، $\sqrt{3}$ برابر کمتر از جریان خط، و در اتصال ستاره، جریان هر سیم پیچ مساوی جریان خط است، لذا می‌توان گفت که (همان طور که اتصال ستاره برای ولتاژهای بالا مناسب است)، اتصال مثلث برای جریان‌های بالا مناسب می‌باشد. از این رو این اتصال برای مرتبط ساختن یک شبکه فشار قوی (مثلاً ۲۳۰ kV یا ۴۰۰ kV) به یک شبکه با ولتاژ پایین (مثلاً شبکه ۶۳ kV) به کار می‌رود. به عبارت دیگر این ترانسفورماتورها، ترانسفورماتورهای کاهنده هستند که در پست‌های فوق توزیع مورد استفاده قرار می‌گیرند.

ج) اتصال مثلث- ستاره: با توجه به قسمت‌های الف و ب درمی‌یابیم که اتصال مثلث- ستاره نیز برای مرتبط کردن دو شبکه با ولتاژهای مختلف (یکی با ولتاژ بالا و جریان کم و دیگری با ولتاژ کم و جریان بالا) به کار می‌رود. معمولاً ترانسفورماتورهای واقع در خروجی ژنراتورهای نیروگاه از این نوع اتصال می‌باشند.

د) اتصال ستاره-زیگزاگ: از اتصال ستاره زیگزاگ (به همراه اتصال مثلث-ستاره) در ترانسفورماتورهای محلی و توزیع استفاده می‌شود، زیرا در این نوع استفاده‌ها به سیم زمین نیاز می‌باشد و بارگیری از یک فاز و سیم صفر برای شبکه توزیع اهمیت زیادی دارد. به عنوان مثال، در ترانسفورماتورهای محلی و توزیع $20 \text{ kV}/400$ تا قدرت 250 kVA از اتصال ستاره-زیگزاگ و از 250 kVA به بالا از اتصال مثلث-ستاره استفاده می‌شود.

ه) اتصال مثلث- مثلث و مثلث-زیگزاگ: این نوع اتصالات، کاربرد عملی در صنعت تولید و انتقال انرژی ندارند.

۱-۵ - اجزاء اساسی ترانسفورماتورهای قدرت:

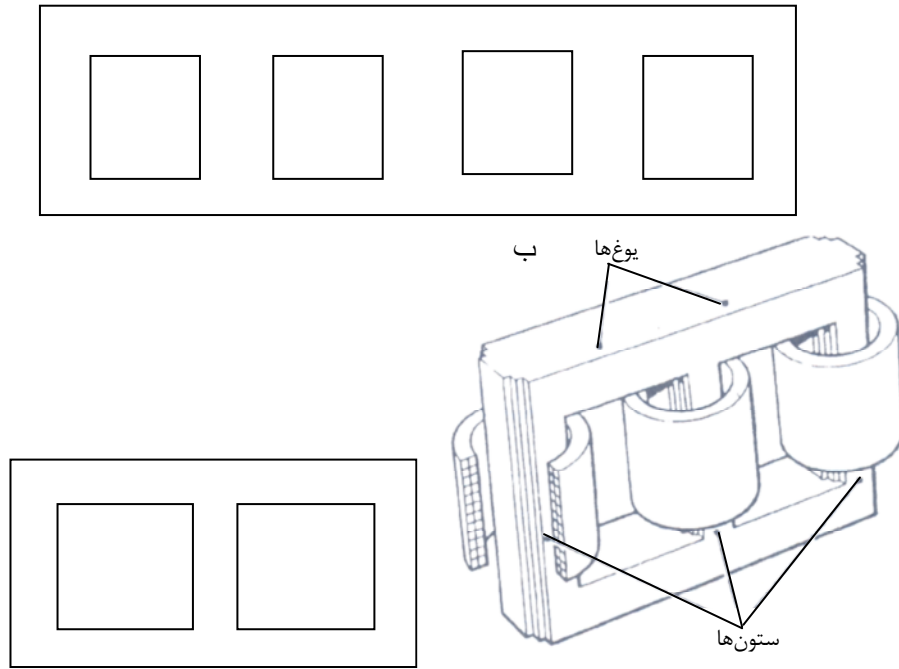
۱-۵-۱ - هسته:

هسته ترانسفورماتور، وظیفه ایجاد ارتباط مغناطیسی بین سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه را بر عهده دارد. به منظور کاهش تلفات گردابی لازم است تا هسته از ورقه‌های فولادی نورد شده به ضخامت $0/3$ تا $5/$ میلی‌متر ساخته شود. این ورقه‌ها با ماده‌ای عایقی به نام کارلیت^{۱۲} که توانایی عبور فوران مغناطیسی را دارد ولی عایق جریان الکتریکی است، پوشانده می‌شوند. جنس این ورقه‌ها از آلیاژ فولادی می‌باشد که مقداری سیلیس به آن اضافه می‌گردد. اضافه کردن ماده سیلیسیوم، باعث افزایش طول عمر ورقه‌های فولادی، کاهش تلفات پس‌ماند و افزایش مقاومت مخصوص هسته می‌شود و در نتیجه تلفات جریان گردابی کاهش می‌یابد. البته درصد ماده سیلیسیوم باید به مقدار مشخصی باشد، زیرا زیاد بودن درصد آن باعث ترد شدن آلیاژ حاصله می‌گردد و طبعاً عمل سوراخ کردن هسته با مشکل مواجه می‌شود. البته لازم به ذکر است که برای افزایش قدرت نامی ماده مغناطیسی به نام CRGOS^{۱۳} که کمترین تلفات را در مقابل عبور شار مغناطیسی دارد، استفاده می‌کنند. همچنین برای خنک کردن هسته، کانال‌هایی درون آن طراحی می‌شود تا با گردش روغن در داخل آن، عمل خنک‌کنندگی هسته انجام شود.

¹² Carlite

¹³ Cold Rolled Grain Oriented Silicon Steel

هسته ترانسفورماتورهای قدرت سه فاز معمولاً دارای دو حالت سه بازویی و پنج بازویی است. در حالت سه بازویی، سیم‌پیچ‌های هر فاز بر روی هر بازو پیچیده می‌شوند ولی در حالت پنج بازویی، سه بازوی وسطی برای سیم‌پیچ‌های هر فاز، و دو بازوی کناری برای برقراری مسیر فوران مغناطیسی ایجاد می‌شود. این دو حالت در شکل ۴-۱ نشان داده شده است.



شکل ۴-۱ الف بوماتورهای قدرت سه‌فاز الف ج (ب) با پنج بازو ج) با سه بازو

۵-۱-۲- سیم‌پیچ‌ها:

سیم‌پیچ‌های اولیه و ثانویه، اصلی‌ترین جزء از ترانسفورماتورها می‌باشند که فوران ایجاد شده توسط آنها از طریق هسته با یکدیگر تزویج می‌شوند. معمولاً سیم‌پیچ‌های فشار قوی و فشار ضعیف ترانسفورماتورهای قدرت بر روی هسته به صورت متحدالمرکز پیچیده می‌شوند. ابتدا سیم‌پیچ فشار ضعیف بر روی هسته قرار می‌گیرد، سپس سیم‌پیچ فشار قوی روی آن پیچیده می‌شود. علت این نوع ترتیب قرار گرفتن سیم‌پیچ‌ها، آن است که سیم فشار ضعیف به خاطر ولتاژ کم آن به عایق‌کاری کمتری نیاز دارد و در نتیجه هزینه عایق‌کاری سیم‌پیچ‌ها از هسته، بسیار کمتر خواهد شد.

هادیهای سیم‌پیچ‌ها شامل سیم‌های مسی با مقطع دایره‌ای هستند تا تمرکز ولتاژ در لبه‌ها به کمترین مقدار خود کاهش یابد. البته در ترانسفورماتورهای با قدرت بالا از هادیهای مستطیلی نیز استفاده می‌شود که گوشه‌های آن را پخ می‌زنند تا عایق کاری به نحو مناسبی انجام شود. عایق هادی‌ها بسته به دور استوانه صلبی که اندازه‌های آن به دقت محاسبه می‌گردد، پیچیده می‌شوند. همچنین فواصلی برای گردش روغن درون پیچک‌ها به شکل محوری در بین لایه‌های سیم‌پیچی‌ها در نظر گرفته می‌شود تا سیم‌پیچ‌ها در برابر نیروهای مکانیکی استقامت نمایند. عایق‌های مورد استفاده به خاطر این‌که اندکی رطوبت دارند، به همراه سیم‌پیچ‌ها در کوره قرار داده می‌شوند تا با انتقال حرارت (با دمای بالاتر از ۱۰۰ درجه) به مدت ۲۴ ساعت، رطوبت عایق‌ها بکلی جذب شود. سپس هسته و سیم‌پیچ‌ها در روغن تانک ترانسفورماتور غوطه‌ور می‌گردند.

۱-۵-۳- تپ چنجر:

تپ چنجر مکانیزمی است که با آن می‌توان نسبت تبدیل ولتاژ ترانسفورماتور را تغییر داد. کاری که در داخل ترانسفورماتور انجام می‌شود، این است که در هر بار تغییر تپ ترکیب خاصی از سرسیم‌هایی که از قسمت‌های مختلف سیم‌پیچی ثانویه ترانسفورماتور به تپ‌چنجر برده شده‌اند، به هم وصل می‌شوند. لذا تعداد دور سیم‌های ثانویه که در مدار قرار می‌گیرند، عوض می‌شود و طبعاً نسبت تبدیل هم تغییر می‌کند. بر روی پلاک مشخصات ترانسفورماتورها، ترتیب تعویض تپ‌ها و شماره پایانه‌هایی که در هر انتخاب ولتاژ جدید، باید به هم وصل شوند و شماره وضعیت تپ چنجر داده می‌شود.

۱-۶- پلاک مشخصات ترانسفورماتور

به منظور ارائه مشخصات و خصوصیات ترانسفورماتورها، از یک پلاک مشخصه^{۱۴} (که بر روی بدنه ترانسفورماتور نصب می‌شود)، استفاده می‌گردد [۲] و [۴]. در این قسمت به بیان مشخصات روی پلاک‌های ترانسفورماتورها می‌پردازیم:

۱-۶-۱) **توان ظاهری نامی:** این مشخصه بیانگر قدرت سه فاز ترانسفورماتور می‌باشد که بر حسب kVA یا MVA بیان می‌شود. البته در بعضی از ترانسفورماتورها دو عدد برای توان ظاهری بیان می‌شود که یکی، توان ظاهری با عملکرد فن‌های ترانسفورماتور، و دیگری بدون عملکرد آنها می‌باشد.

¹⁴ Name Plat

۱-۶-۲) استاندارد: این مشخصه بیانگر آن است که ترانسفورماتور مذکور بر اساس چه نوع استاندارد ساخته شده است. با توجه به وجود استاندارد IEC، مطلوب است تا ترانسفورماتورهای فشار قوی بر اساس استاندارد IEC-76 طراحی و ساخته شود.

۱-۶-۳) نوع: در این قسمت نام نوع مدل ترانسفورماتور آورده می‌شود.

۱-۶-۴) فرکانس کار

۱-۶-۵) نوع ترانسفورماتور بر اساس تقسیم‌بندی هسته‌ای یا پوسته‌ای (زرهی): این مشخصه بیانگر نوع ترانسفورماتور بر اساس تقسیم‌بندی هسته‌ای یا پوسته‌ای است.

۱-۶-۶) تعداد فاز ترانسفورماتور

۱-۶-۷) نوع ترانسفورماتور از نظر قابلیت بهره‌برداری مداوم یا فاصله‌دار: در این قسمت مشخص می‌شود که آیا ترانسفورماتور می‌تواند دائماً زیر بار باشد یا باید بین هر دوره بهره‌برداری از آن، برای مدتی بی‌بار شود. اکثر ترانسفورماتورهای قدرت از نوع قابل بهره‌برداری به‌طور مداوم هستند.

۱-۶-۸) نوع ترانسفورماتور از نظر تپ‌چنجر: با توجه به اینکه تپ ترانسفورماتورهای قدرت به دو نوع قابل قطع زیر بار و بدون بار تقسیم می‌شود، در نتیجه بر روی پلاک ترانسفورماتورها، نوع تپ‌چنجر به‌کار رفته بیان می‌گردد. همچنین تعداد تپ‌ها با مقدار ولتاژ ایجاد شده در ثانویه یا اولیه ترانسفورماتور با هر تپ ارائه می‌شود.

۱-۶-۹) وزن قسمت‌های مختلف: بر روی پلاک مشخصات، وزن اجزاء مختلف ترانسفورماتور از قبیل هسته و سیم‌پیچ‌ها، تانک و ضمام آن، روغن (حجم روغن) و جمع کل وزن ترانسفورماتور (با مخزن تانک و بدون آن) ارائه می‌گردد.

۱-۶-۱۰) نوع سیستم خنک‌کنندگی در نظر گرفته شده در ترانسفورماتور: در این قسمت مشخص می‌شود که ترانسفورماتور دارای چه امکاناتی برای انتقال هر چه بهتر حرارت سیم‌پیچ‌ها و هسته به خارج است. غوطه‌ور شدن هسته و سیم‌پیچ‌ها در یک مایع دی الکتریک مثل روغن معدنی، نه تنها یک امتیاز عایق‌شدگی بهتر را نشان می‌دهد، بلکه عمل خنک کردن را آسان می‌سازد. مبادله حرارت بین سیم‌پیچ‌ها با روغن، و روغن با هوا یا آب، می‌تواند به طور طبیعی یا اجباری (استفاده از پمپ یا فن) صورت گیرد. در نتیجه برای ترانسفورماتورهای قدرت، سیستم‌های خنک‌کنندگی متنوعی به وجود می‌آید. لازم به ذکر

است که برای نمایش نوع سیستم خنک‌کنندگی از حروف اختصاری استفاده می‌شود که این حروف تشکیل دهنده عبارتند از: A معرف هوا، O معرف روغن، W معرف آب، N معرف چرخش طبیعی، F معرف چرخش تحت نیرو توسط پمپ با فشار غیر مستقیم، D معرف چرخش تحت نیرو توسط پمپ با فشار مستقیم. منظور از فشار مستقیم آن است که روغن با فشار، به داخل هسته و بین سیم‌پیچ‌ها حرکت داده می‌شود. همچنین فشار غیر مستقیم به این معنی است که روغن تنها در داخل تانک ترانسفورماتور با فشار پمپ حرکت می‌کند.

۱-۶-۱) **ولتاژ نامی ترانسفورماتور:** در این قسمت، ولتاژ نامی در اولیه و ثانویه ترانسفورماتور بیان می‌شود. همچنین اگر طرف ولتاژ بالا به همراه تپ‌چنجر باشد، مقدار این مشخصه هم بیان می‌شود. مثلاً در پست محلی نیروگاه ری مشخصات kV $245 \pm 2/5\%$ HV و 11 kV LV بیانگر آن است که دارای دو پله تپ در جهت افزایش و دو پله در جهت کاهش است. یعنی ولتاژ طرف ثانویه می‌تواند برابر $257/25$ kV، $251/125$ kV، 245 kV، $238/875$ kV و $232/75$ kV باشد.

۱-۶-۲) **جریان نامی:** معمولاً در پلاک ترانسفورماتور، جریان نامی در اولیه و ثانویه را در کنار ولتاژ نامی ذکر می‌کنند. البته در صورتی که ترانسفورماتور قادر به عملکرد در حالت‌های مختلف سیستم خنک‌کنندگی ($ONAN$ ، $ONAF$ ، $OFAF$) باشد، جریان نامی برای همه حالت‌ها ارائه می‌گردد، زیرا در هر حالت قدرت ترانسفورماتور تغییر می‌کند.

۱-۶-۳) **گروه برداری اتصالات:** اصولاً در ترانسفورماتورها بین ولتاژ اولیه و ثانویه، اختلاف فازی حاصل می‌شود که مقدار آن بستگی به طریقه اتصال بین سیم‌پیچ‌های مختلف داخل ترانسفورماتور دارد. پس دانستن نحوه اتصالات سیم‌پیچ‌ها ضروری می‌باشد. برای مشخص نمودن اتصالات سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتور از حروف اختصاری استفاده می‌شود. اگر اتصال مورد نظر در طرف فشار قوی باشد، با حروف بزرگ و اگر در طرف فشار ضعیف باشد، با حروف کوچک نمایش می‌دهند، مثلاً اتصال مثلث- زیگزاگ Dz . در ضمن حروف معرف اتصال طرف ولتاژ بالا یا فشار قوی، در ابتدا و حروف معرف اتصال طرف ولتاژ پایین بعد از آن قرار می‌گیرد. حال اگر طرف ستاره یا زیگزاگ زمین شده باشد، متناسب با این که اتصال مربوطه در طرف ولتاژ بالا یا پایین باشد، به ترتیب از حروف N یا n استفاده می‌شود. به عنوان مثال Yzn یعنی اتصال ستاره- زیگزاگ که مرکز زیگزاگ، زمین شده است و اتصال ستاره در طرف ولتاژ بالا و زیگزاگ در طرف ولتاژ پایین است.

بعلاوه هر فاز اولیه با فاز مشابه‌اش در ثانویه اختلاف فاز مشخصی دارد، برای آنکه این اختلاف زاویه را برای هر ترانسفورماتور مشخص نمایند آن را به صورت مضربی از عدد ۳۰ تبدیل

می‌کنند و مضرب مشخص شده را در جلوی حروف معرف اتصالات طرفین ترانسفورماتور می‌آورند.

به طور کلی مطابق استاندارد IEC 76-4، نوع اتصالات ترانسفورماتورها می‌تواند مطابق یکی از اعداد ۰، ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۱۰، ۱۱ باشد که در جدول ۱-۱ ارائه شده است. در این جدول، نوع و طریقه اتصال سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتور نشان داده شده است. اصولاً اتصالات ترانسفورماتورها به چهار دسته مجزا تقسیم می‌شوند که عبارتند از:

الف) دسته یک: به ترانسفورماتورهایی گفته می‌شود که دارای گروه ۰، ۴ یا ۸ هستند.

ب) دسته دو: به ترانسفورماتورهایی گفته می‌شود که دارای گروه ۲، ۶ یا ۱۰ هستند.

ج) دسته سه: به ترانسفورماتورهایی گفته می‌شود که دارای گروه ۱ یا ۵ هستند.

د) دسته چهارم: به ترانسفورماتورهایی گفته می‌شود که دارای گروه ۷ یا ۱۱ هستند.

دانستن دسته ترانسفورماتورهای مورد استفاده در موازی کردن آنها ضروری می‌باشد.

۱-۶-۱۴) امیدانس ولتاژ یا اختلاف سطح اتصال کوتاه (U_k): این دو مشخصه که یکی از آنها در پلاک مشخصات ترانسفورماتورها ذکر می‌شود، اطلاعات لازم را برای محاسبات اتصال کوتاه و طراحی مدارهای حفاظت در اختیار می‌گذارد.

امیدانس ولتاژ (که با U_k نشان می‌دهند)، در صدی از ولتاژ نامی است که اگر به یک طرف ترانسفورماتور داده شود و طرف دیگر اتصال کوتاه شده باشد، باید جریان نامی از سیم‌پیچ اتصال کوتاه شده بگذرد. کوچک بودن U_k بیانگر تلفات کم ترانسفورماتور است ولی در عوض، باعث افزایش جریان اتصال کوتاه می‌شود و در نتیجه به کلیدهای با قدرت بالاتری نیاز خواهیم داشت.

۱-۶-۱۵) جریان تحریک یا جریان بی‌باری: جریانی است که اگر یک طرف ترانسفورماتور به ولتاژ نامی وصل شود و طرف دیگر مدار باز باشد، کشیده می‌شود. این جریان بیانگر تلفات حرارتی در ترانسفورماتور است. این تلفات که به نام تلفات بی‌باری است، شامل تلفات فوکو و هیستریزیس (که توسط مؤلفه حقیقی جریان بی‌باری مشخص می‌شود)، تلفات هسته (که توسط مؤلفه موهومی جریان بی‌باری تعیین می‌گردد) و تلفات عایقی است.

۱-۶-۱۶) افزایش مجاز دما: این مشخصه، میزان افزایش دما در روغن و سیم‌پیچی ترانسفورماتور را نشان می‌دهد.

جدول ۱-۱. انواع اتصالات ترانسفورماتورها در گروه‌های مختلف

مراجع:

- 1) W. M. Flanagan, Handbook of Transformer Application, McGraw-Hill Book Company, 1986.
- ۲) هوشمند، رحمت الله؛ تولید برق در نیروگاه‌ها؛ چاپ سوم؛ انتشارات دانشگاه شهید چمران؛ ۱۳۸۳.
- ۳) سلطانی، مسعود؛ تولید الکتریسیته و بهره‌برداری؛ چاپ چهارم؛ انتشارات دانشگاه تهران؛ ۱۳۶۸.
- 4) Bharat Heavy Electricals Limited, Transformers, Tata McGraw-Hill Publishing Company, New Delhi, 1989.

فصل دوّم:

مدلهای معتبر ارائه شده برای ترانسفورماتور

یکی از بزرگترین ضعف‌های شبیه‌سازی‌های پیشرفته سیستم‌های قدرت، مدل کردن ترانسفورماتور می‌باشد. البته یافته‌های زیادی جهت بهبود شبیه‌سازی مواردی مانند رفتارهای پیچیده مربوط به اشباع هسته، وابستگی به فرکانس، خازن کوپلینگ موجود بین سیم‌پیچی‌ها، توپولوژی هسته و ساختار سیم‌پیچی‌ها، وجود دارد. [۱]

ما در این بخش به اجمال مدلهایی که تا کنون برای ترانسفورماتورها برای فرکانس‌های پایین و میانی پیشنهاد شده‌اند را مطرح کرده و مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۲-۱- مدل‌های ترانسفورماتور

مدل ترانسفورماتور به دو قسمت تقسیم می‌شود:

- قسمت مربوط به سیم‌پیچی‌ها که قسمت خطی ترانسفورماتور می‌باشد.
 - قسمت مربوط به هسته آهن که قسمت غیرخطی ترانسفورماتور می‌باشد.
- هر قسمت نقش مجزایی را بازی می‌کند و هر دوی آن‌ها به فرکانس وابسته می‌باشند به عنوان مثال، هسته ترانسفورماتور در شبیه‌سازی‌های مربوط به پدیده فرورزناس نقش مهمی را ایفا می‌کند، اما در مسائل پخش بار و محاسبات اتصال کوتاه نقش چندانی ندارد [۱]. بر اساس معیارهایی مانند تعداد فازها، رفتارهای خطی یا غیر خطی، پارامترهای نشان‌دهنده وابستگی به فرکانس و مدل‌های ریاضی می‌توان مدل‌های ترانسفورماتور را کلاس‌بندی نمود. مدل‌های ارائه شده برای ترانسفورماتور در فرکانس‌های پایین و میانی را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:
- دسته اول مدلهایی هستند که از شاخه‌های امپدانس یا ماتریس امپدانس استفاده می‌کنند.
 - دسته دوم مدل‌های توسعه یافته‌ای می‌باشند که اشباع در ترانسفورماتورهای چند فاز در آنها لحاظ شده است.

هر دوی این مدل‌ها محدودیت‌هایی برای شبیه‌سازی بعضی طرح‌های هسته دارند و هر دوی این مدل‌ها در $(EMTP)^{15}$ اجرا شده‌اند.

- مدل‌های مبتنی بر توپولوژی^{۱۶} دسته بزرگتری از مدل‌ها هستند و مدلی دقیق در فرکانس‌های پایین برای هر مدلی از هسته، جهت مطالعات گذرایی، ارائه می‌دهند. در ادامه با چند نمونه از این مدل‌ها آشنا خواهیم شد.

۲-۱-۱- مدل ماتریسی^{۱۷}:

در این مدل، معادلات برای ترانسفورماتور چند فاز چند سیم‌پیچه در حالت پایدار^{۱۸}، به کمک ماتریس امپدانس بیان می‌شود:

$$[V] = [Z][I] \quad (1-2)$$

¹⁵ Electromagnetic Transient Program

¹⁶ Topology-based Model

¹⁷ BCTRAN Model

¹⁸ Steady State

معادله (۲-۱) در حالت گذرای به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$[v] = [R][i] + [L][di/dt] \quad (2-2)$$

که پارامترهای معادلات مذکور را می‌توان به کمک آزمایش تعیین نمود.

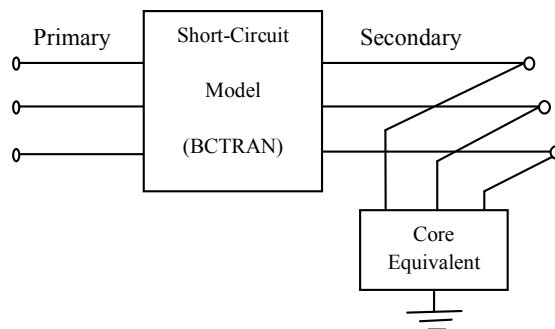
این روش فقط وابسته به کوپلینگ بین فازها و مشخصه‌های ترمینال می‌باشد و تفاوتی برای توپولوژی سیم‌پیچی‌ها یا هسته قائل نمی‌شود و در حقیقت برای همه طرح‌های هسته یک عملیات ریاضیاتی مشابه انجام می‌شود. بکارگیری این مدل جهت مطالعات دقیق، در زمان‌هایی که جریان تحریک ناچیز باشد، ناکارآمد می‌باشد [۲]. بعلاوه، امکان دارد امیدانس اتصال کوتاه که بیشتر مشخصه‌های انتقالی مهم یک ترانسفورماتور را تشریح می‌کند، در اندازه‌گیری‌های تحریک گم شود [۱]. برای حل این مشکلات، ماتریس ادمیتانس مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$[I] = [Y][V] \quad (3-2)$$

که درایه‌های ماتریس Y را می‌توان از روی تست‌های اتصال کوتاه استاندارد بدست آورد. برای مطالعات حالت گذرا، ماتریس Y باید به اجزاء مقاومتی و سلفی خود تجزیه شود. که در این صورت می‌توان ترانسفورماتور را با معادله زیر تشریح نمود:

$$[di/dt] = [L]^{-1}[v] - [L]^{-1}[R][i] \quad (4-2)$$

همه این مدل‌ها خطی‌اند. اما در اکثر مطالعات گذرای، تأثیرات اشباع و هیستریزس مهم می‌باشد، که برای این منظور تأثیرات جریان تحریک، خطی شده و به صورت ماتریسی لحاظ می‌شوند. تحریک می‌تواند از ماتریس تشریح کننده، حذف شده و به صورت یک بلوک خارجی در ترمینال مدل قرار گیرد، نمونه‌ای از این حالت را می‌توان در شکل ۲-۱ مشاهده کرد.



شکل ۲-۱ مدل $BCTRAN$ برای ترانسفورماتور دو سیم‌پیچه که مدل هسته در خروجی به صورت مجزا آمده است.

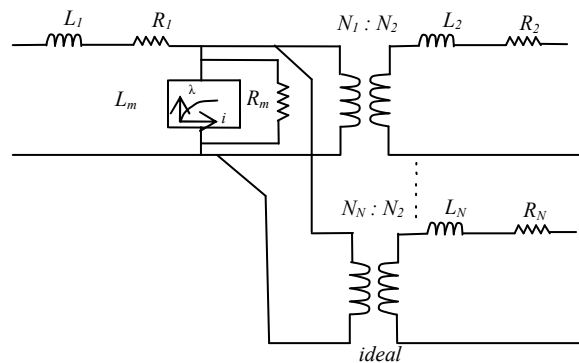
البته قرارداد مدل هسته در خروجی، از لحاظ ساختاری همیشه درست نیست، اما در موارد زیادی قابل قبول می‌باشد. اگر چه این مدل‌ها از لحاظ تئوری فقط برای فرکانسی که اطلاعات نامی آن‌ها بدست آمده معتبر می‌باشند اما این مدل‌ها دقت قابل قبولی برای فرکانس‌های زیر 1 KHz دارند.

۲-۱-۲ - مدل ترانسفورماتور با عضو اشباع‌پذیر ($STC\ Model$)^{۱۹}:

¹⁹ Saturable Transformer Component

اساس این مدل، مدار-ستاره^{۲۰} می باشد که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. شاخه مربوط به طرف اولیه ترانسفورماتور مانند یک شاخه $R-L$ بدون کوپل است، هر یک از سیم پیچی های دیگر مانند یک ترانسفورماتور دو سیم پیچه ساده مدل می شوند. معادلات ترانسفورماتور تک فاز چند سیم پیچه بدون در نظر گرفتن هسته، شبیه معادله (۲-۴) می باشند، البته در صورتی که ماتریس حاصل ضرب $[L]^{-1}[R]$ متقارن باشد که در حالت کلی این گونه نیست [۲]. اثرات اشباع و هیستریزس بوسیله یک سلف غیر خطی در ابتدای مدل ظاهر می شود.

مدل STC می تواند برای ترانسفورماتورهای سه فاز نیز به کمک افزودن یک پارامتر رلوکتانس توالی صفر، تعمیم یابد، اما این مدل تعمیم یافته چندان سودمند نمی باشد [۱]. اطلاعات مورد نیاز این مدل، مقادیر R و L هر شاخه از ستاره، نسبت دورها و اطلاعات مربوط به شاخه مغناطیس کنندگی می باشد.



شکل ۲-۲. مدل مدار-ستاره برای ترانسفورماتورهای تک فاز N سیم پیچه

این مدل نیز دارای محدودیتهایی می باشد که از جمله می توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- این مدل برای بیشتر از سه سیم پیچی قابل استفاده نمی باشد، چون که مدار ستاره برای $N > 3$ نامعتبر است.

۲- اتصال موازی L_m (اندوکتانس مغناطیس کنندگی) و R_m در نقطه شروع از لحاظ ساختاری همیشه درست نیست.

۳- ناپایداری عددی برای حالت سه سیم پیچه. (این حالت برای زمانی که راکتانس اتصال کوتاه منفی باشد، بارز می باشد) [۳] و [۴].

۲-۱-۳- مدل های مبتنی بر توپولوژی^{۲۱}:

از لحاظ ساختاری می توان این مدل ها را به دو دسته تقسیم نمود. دسته اول مدل هایی که از خاصیت دوالیتی استفاده می کنند. این مدل ها بر اساس روش های مداری ساخته شده اند و بدون هیچ تشریح

²⁰ Star-circuit

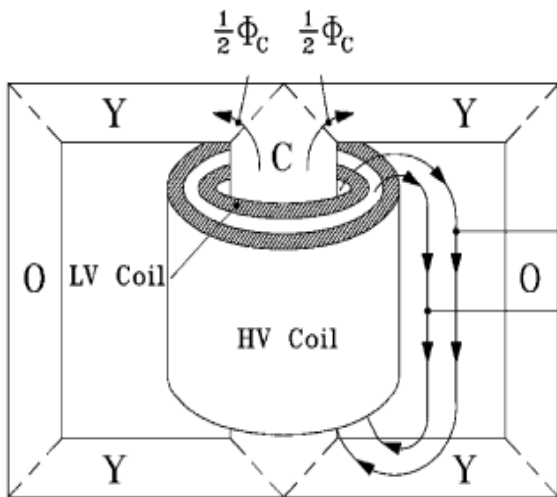
²¹ Topology-Based Models

ریاضیاتی و همچنین استدلال هندسی برای در نظر گرفتن توپولوژی هسته می‌باشند، اما حل آنها از ریاضیات کمک می‌گیرد. دسته دوم مدل‌های هندسی می‌باشند. در ادامه بطور خلاصه به بررسی هر کدام از این دسته‌ها می‌پردازیم.

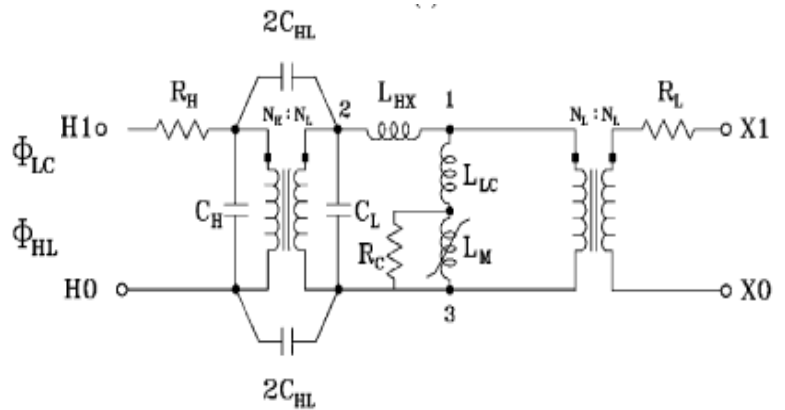
الف) مدل‌های مبتنی بر دوالیتی^{۲۲}:

این مدل وابسته به اثرات اشباع در هر شاخه از هسته، کوپلینگ مغناطیسی میان فازها و اثرات ناشی می‌باشد بنابراین می‌توان مدل‌های درستی از یک مدل مدار مغناطیسی، بر اساس ساختار، با استفاده از اصل دوالیتی بدست آورد [۵] و [۶]. در مدار معادل مغناطیسی، سیم‌پیچ‌ها به عنوان منابع نیروی محرکه مغناطیسی (MMF)، مسیره‌های ناشی مانند رلوکتانس خطی و هسته‌های مغناطیسی به شکل یک رلوکتانس اشباع‌پذیر ظاهر می‌شوند. معادلات مش و گره مدار مغناطیسی، دوگان معادلات مش و گره الکتریکی می‌باشند. برای ساختن یک مدل عملی و مفید، بهتر است جهت ایزوله بودن اولیه و ثانویه و کوپلینگ با هسته، منابع جریان حاصل از تبدیل با ترانسفورماتورهای ایده‌آل جایگزین شوند، البته در این میان باید نسبت تبدیل ثابت نگاه داشته شود. نسبت تبدیل‌ها به طوری انتخاب می‌شوند که پارامترهای هسته به سمت سیم‌پیچی ولتاژ پایین برده شوند [۱].

درون مدل قسمتی وجود دارد که کوپلینگ ترانسفورماتور و هسته و همچنین ناشی‌ها را مدل می‌کند. مقاومت سیم‌پیچ‌ها و اتصالات درونی آنها بیرون از کوپلینگ ترانسفورماتور ظاهر می‌شود. یکی از مزایای این مدل این است که تابع معادل بدست آمده برای هسته مستقل از ساختار سیم‌پیچی می‌باشد. مقاومت سیم‌پیچی‌ها، تلفات هسته و تأثیر ظرفیت خازنی کوپلینگ مستقیماً از تبدیل بدست نمی‌آیند، اما می‌توانند به این مدار معادل الکتریکی اضافه شوند. شکل ۲-۳ مدار معادل یک ترانسفورماتور تک‌فاز با سیم‌پیچی‌های هم‌مرکز را بر اساس این روش نشان می‌دهد.



(ب)



(الف)

شکل ۲-۳. مدل سازی یک ترانسفورماتور تک فاز براساس دوالیتی

(الف) طرح هسته (ب) مدار معادل

- کارهای مهمی که در چند سال اخیر انجام شده در زیر آورده شده است :
- ❖ در سال ۱۹۸۱ ، دیک و واتسون^{۲۳} مدلی بر گرفته از مدل هسته انباشته سه پایه^{۲۴} برای ترانسفورماتور ارائه دادند [۷]. کار مهم آنها پیشنهاد یک مدل جدید هیستریزس و تعیین پارامترهای ترانسفورماتور از اندازه گیری ها بود.
 - ❖ در سال ۱۹۹۱ ، آرتوری^{۲۵} تکنیک بالا را برای ترانسفورماتور پنج پایه و در حال کار در شرایط سخت اشباع^{۲۶} ارائه داد [۸].
 - ❖ در سال ۱۹۹۴ ، دی لئون و سملین^{۲۷} یک مدل کامل ترانسفورماتور را ارائه دادند که برگرفته از روش هیبرید (یک ترکیبی از هیبرید) بود و برای بدست آوردن مدل هسته آهن و محاسبه اندوکتانس نشتی استفاده می شد [۹].

²³ Dick and Watson

²⁴ Three-legged stacked core transformer

²⁵ Arturi

²⁶ Five-legged stepup transformer working in highly saturated conditions

²⁷ De León and Semlyen

- ❖ در سال ۱۹۹۴، نارنگ و بریرلی^{۲۸} با استفاده از دوالیتی، مدار معادل هسته مغناطیسی‌ای بدست آوردند که بوسیله یک سیم‌پیچی موهومی سه‌فاز به یک ماتریس ادمیتانس مرتبط می‌شد. این مدل یک کوپلینگ درست در طول سیم‌پیچی‌ها را ارائه می‌داد [۱۰].
- ❖ در سال ۱۹۹۹، مارک^{۲۹} مدل هسته پنج پایه سیم‌پیچی شده از ترانسفورماتور ارائه داد که برای بازسازی پدیده فرورزنانس معتبر و قابل توجه بود [۱۱].

(ب) مدل‌های هندسی^{۳۰}:

می‌توان گفت این مدل‌ها که متاثر از ساختار ترانسفورماتور و هسته هستند، بر اساس فرمول زیر می‌باشند:

$$[v] = [R][i] + [d\lambda/dt] \quad (۵-۲)$$

در ضمن در کوپلینگ بین معادلات مغناطیسی و الکتریکی تأثیر توپولوژی هسته مورد توجه قرار می‌گیرد. یک خلاصه از بعضی مدل‌ها در زیر آمده است:

(۱) مدل کوپل مغناطیسی که توسط یاسمینی و برنزیدو^{۳۱} مطرح شد و برای شبیه‌سازی حالت گذرا به خصوص پدیده هجوم توسعه یافت [۱۲]. چون نفوذپذیری عناصر فرومغناطیس با چگالی شار مغناطیسی تغییر می‌کند، آن را با توجه به نقطه کار مغناطیسی به مقادیر مختلف دسته بندی می‌کنند. در واقع موقعی که چگالی شار یکنواخت است می‌توان گفت که ارتباط بین معادلات مغناطیسی، $\mathfrak{S} = \mathfrak{R}\phi$ ، و معادله (۵-۲)، قانون آمپر $\mathfrak{S} = Ni$ می‌باشد.

(۲) مدل مدار معادل مغناطیسی یکپارچه که بوسیله آریلاگا^{۳۲} و همکارانش توسعه یافت [۱۳]. این مدل از تکنیک هسته نرمالایز شده برای یافتن ماتریس اندوکتانس استفاده می‌کند. پارامترهای نشتی را می‌توان بوسیله تست‌های اتصال کوتاه و مدار باز، بدست آورد. در این مدل طول و سطح مقطع مؤثر مسیرهای نشتی مورد نیاز نیست.

²⁸ Narang and Brierley

²⁹ Mork

³⁰ Geometric Models

³¹ Yacamini and Bronzeado

³² Arrillaga

۳) مدل *GMTRAN* که توسط هتزیارگریو^{۳۳} و همکارانش توسعه یافت [۱۴]. بر اساس این مدل معادلات مغناطیسی در معادله (۲-۵) بوسیله ماتریس اندوکتانس $[L][i] = [\lambda]$ ، تأثیر خود را نشان می‌دهند. مزیت عمده این مدل این است که ماتریس $[L]$ از روی توپولوژی هسته بدست می‌آید.

۴) مدل *SEATTLE XFORMER* که توسط چن توسعه یافت و اجرا شد [۱۵]. شار پیوندی در این مدل به عنوان متغیرهای حالت انتخاب می‌شود و معادلات مغناطیسی در معادله (۲-۵) بوسیله رابطه $[i] = [\Gamma][\lambda]$ تأثیر خود را نشان می‌دهد. بنابراین بدست آمدن این مدل از روی ماتریس $[\Gamma]$ به عنوان مزیت عمده آن می‌باشد. مدل‌های زیاد دیگری در مراجع [۱۶] تا [۲۰] برای ترانسفورماتور در فرکانس‌های پایین و میانی برای حالت گذرا پیشنهاد شده است. همه آنها بر اساس توصیف ریاضیاتی از توپولوژی هسته بنا شده‌اند و می‌توان آنها را در دسته دوم از مدل‌های مبتنی بر توپولوژی جای داد. جدول زیر خلاصه‌ای از معادلات و توضیحات مدل‌های ذکر شده را ارائه می‌دهد.

جدول ۲-۱: خلاصه‌ای از معادلات و توضیحات مدل‌های ذکر شده

مدل	معادلات	توضیحات
بیان ماتریسی (<i>BCTRAN Model</i>)	<ul style="list-style-type: none"> $[R] - [\omega L] \text{ option}$ $[v] = [R][i] + [L][di/dt]$ $[A] - [R] \text{ option}$ $[di/dt] = [L]^{-1}[v] - [L]^{-1}[R][i]$ 	<ul style="list-style-type: none"> این مدل‌ها مرتبط با کوپلینگ فازها و مشخصه‌های ترمینال ترانسفورماتور می‌باشند. فقط در مدل‌های خطی می‌توانند استفاده شوند. تأثیر تحریک نیز به فرم عناصر غیر خطی در خروجی ترمینال‌ها اضافه می‌شود. دارای دقت قابل قبولی برای فرکانس‌های زیر 1 KHz می‌باشند.
مدل با جزء اشباع‌پذیر (<i>STC Model</i>)	<ul style="list-style-type: none"> $[L]^{-1}[v] = [L]^{-1}[R][i] + [di/dt]$ 	<ul style="list-style-type: none"> نمی‌توان برای بیشتر از ۳سیم‌پیچی استفاده نمود. اندوکتانس مغناطیس‌شوندگی در ابتدای آن وصل می‌شود.

<p>✓ گاهاً ناهمگرایی عددی در مدل‌های سه سیم‌پیچه بوجود می‌آید.</p>		
<p>✓ مدل‌های مبتنی بر دوالتی، اثرات ناشی از اشباع هرشاخه هسته را به صورت انفرادی، کوپلینگ مغناطیسی در هر فاز و اثرات نشتی را در بر می‌گیرد.</p> <p>✓ معادلات ریاضی مدل‌های هندسی بر اساس معادلات مغناطیسی و کوپلینگشان با معادلات الکتریکی می‌باشد، که توپولوژی هسته نیز در این میان تأثیر خود را می‌گذارد.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • مدل‌های مبتنی بر دوالتی: از روش مبتنی بر مدار معادل استفاده می‌شود، بدون تشریح ریاضیاتی • مدل‌های هندسی: $[v] = [R][i] + [d\lambda / dt]$ 	<p>مدل‌های مبتنی بر توپولوژی (Topology-based models)</p>

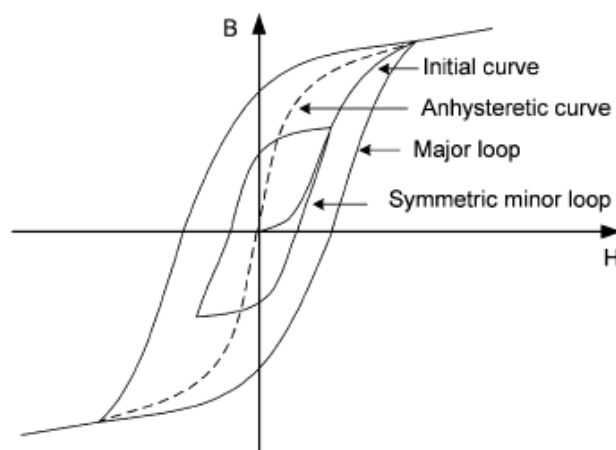
۲-۲- پارامترهای غیرخطی و وابسته به فرکانس در ترانسفورماتور:

بعضی از پارامترهای ترانسفورماتور غیرخطی و یا وابسته به فرکانس می‌باشند که ناشی از سه عامل اصلی: اشباع، هیستریزس و جریان‌های گردابی می‌باشند. اشباع و هیستریزس توجیه‌کننده تغییر در شکل موج‌ها می‌باشند. هیستریزس و جریان‌های گردابی عامل تلفات نیز معرفی گردیده است. اشباع عامل موثر در توان ترانسفورماتورها می‌باشد، ولی جریان‌های گردابی و هیستریزس در رفتارهای گذرای می‌تواند نقش موثر و مهمی را بازی کنند.

۲-۳- مدل‌سازی هسته‌های آهن:

معمولاً رفتار هسته آهن توسط یک رابطه بین چگالی شار مغناطیسی B و شدت میدان مغناطیسی H ، بیان می‌گردد. مشکل همه مدل‌سازی‌های منحنی مغناطیسی شونده، وابستگی مقادیر میدان مغناطیسی به گذشته آن می‌باشد و به دلیل وابسته بودن آن به گذشته اش بینهایت مقدار متفاوت می‌تواند اختیار کند.

مدلسازی رفتار ماده به طور کامل، می‌تواند منحنی‌های متعددی را به همراه داشته باشد (شکل ۲-۴ را ببینید). یک حلقه اساسی^{۳۴} هیستریزیس، بزرگترین حلقه ممکن می‌باشد که از منحنی اشباع شروع و به پایان می‌رسد. حلقه‌های دیگر، حلقه‌های جزئی^{۳۵} نامیده می‌شوند، که خود آنها نیز به حلقه‌های جزئی متقارن و حلقه‌های جزئی نامتقارن تقسیم می‌شوند. حلقه‌های هیستریزیس در ترانسفورماتورهای مدرن تأثیر ناچیزی روی اندازه جریان مغناطیس‌کنندگی دارند. البته تلفات هیستریزیس و شارهای پس ماند می‌تواند بر رفتار گذرای ترانسفورماتور تأثیر گذار باشند. (مانند پدیده گذرای هجوم)



شکل ۲-۴. منحنی‌های مغناطیس‌شوندگی و حلقه‌های هیستریزیس

اشباع مغناطیسی در یک هسته آهنی می‌تواند به کمک یک منحنی غیر هیستریزیس بیان شود و هنگامی که اثر هیستریزیس در نظر گرفته نشود، رابطه بین $H-B$ می‌تواند به وسیله آن مشخص شود. مشخصه اشباع می‌تواند به کمک یک چند جمله‌ای به صورت زیر، که رابطه بین جریان مغناطیسی‌کنندگی I و شار پیوندی λ می‌باشد، مدل شود:

$$i = a\lambda + b\lambda^p \quad (۲-۶)$$

در مطالعات گذرای، معمولاً این مشخصه بوسیله یک اندوکتانس خطی پاره‌ای با دو شیب متفاوت بیان می‌گردد. افزایش تعداد شیب‌های متفاوت برای نمودار خطی پاره‌ای اندوکتانس،

³⁴ Major loop

³⁵ Minor loop

دقت را تا حد قابل قبولی افزایش می‌دهد و در شبیه‌سازی‌ها به جز شبیه‌سازی بعضی رفتارهای گذرای مثل فرورزناس، دقت خوبی را ارائه می‌دهند. شیب ناحیه اشباع که بالای نقطه زانویی قرار دارد، مانند اندوکتانس با هسته هوا می‌باشد که غالباً شیب ناچیزی در مقایسه با شیب ناحیه غیراشباع دارد. البته تعیین این اندوکتانس نیاز به یک منحنی ای دارد که رابطه بین شار پیوندی λ و جریان i را نشان دهد، اطلاعات متغیر معمولاً ریشه میانگین مربعات (Rms) ولتاژ می‌باشد که تابعی از Rms جریان است.

هیستریزس وابسته به ماده مورد استفاده، می‌تواند علت اساسی بعضی پدیده‌ها باشد. مدل‌هایی که هیستریزس را به طور کامل شرح می‌دهند یک اساس فیزیکی بسیار دقیق و بسیار زمان بر دارند، به همین علت در روش‌های عملی منحنی‌های برازش شده مورد استفاده قرار می‌گیرند و این رفتار مغناطیسی آن‌ها نادیده گرفته می‌شود [۲۲] تا [۲۷]. اگر چه روش‌های یاد شده بیشتر در واحدهای قدرت مورد استفاده قرار می‌گیرد ولی در چند سال اخیر مدل‌های ماکروسکوپی‌ای براساس پدیده‌های فیزیکی نیز مورد استفاده قرار گرفته است (مثل مدل جیلس آدرتون [۲۸] و مدل پریساچ [۲۹]).

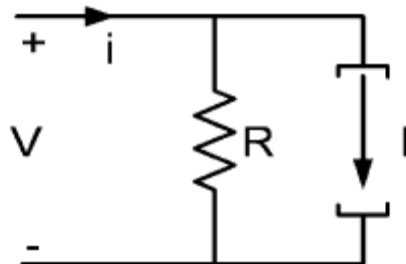
مشکلات اساسی مدل‌های ماکروسکوپی پیچیدگی آن‌ها و تعیین پارامترهایی که مکانیزم مغناطیس‌کنندگی آن‌ها را توصیف می‌کنند، می‌باشد. در مرجع [۳۰] یک روش براساس مدل پریساچ که حلقه‌های اساس هیستریزس را مدل می‌کند، پیشنهاد شده است. در مرجع [۳۱] نیز مفاهیم اساسی بعضی مدل‌های کلاسیک را معرفی می‌کند.

۳) کاربرد در مطالعات گذرای :

در شبیه‌سازی‌های گذرای، هسته آهن، با در نظر گرفتن یا نگرفتن هیستریزس، بوسیله مدار معادل نشان داده شده در شکل ۲-۵ می‌تواند مدل گردد. اگر چه این مدار شبیه مدار معادل اندوکتور خطی می‌باشد اما مقدار مقاومت، وابسته به شیب ناحیه کار است و با تغییر ناحیه کار باید دوباره تنظیم شود. برای این کار می‌بایست ماتریس رسانایی گره‌ها را به مثلث‌های جزئی تقسیم نمود. منبع جریان شامل قسمتی می‌باشد که گذشته را ثبت می‌کند و در هر گام شبیه‌سازی باید تازه گردد همان‌طور که

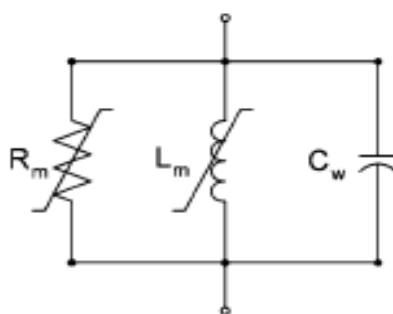
برای یک اندوکتانس خطی انجام داده می‌شود. البته مدل پیچیده تری توسط بعضی نویسندگان فرض می‌شود که در ادامه به آن اشاره خواهیم کرد .

شکل ۲-۶ مدلی را برای هسته آهن نشان می‌دهد که اشباع بوسیله یک اندوکتور غیر هیستریزیسی L_m و تلفات به کمک مقاومت غیر خطی R_m مدل می‌شوند که در واقع تلفات بی باری را نشان می‌دهد. تلفات تحریک غالباً مربوط به تلفات هسته می‌باشند و شامل تلفات هیستریزیس ، تلفات



شکل ۲-۵. مدار معادل برای اندوکتور غیر خطی .

جریان‌های گردابی و تلفات ناشناخته دیگر می‌باشند. در ترانسفورماتورهای پیشرفته تلفات هیستریزیس خیلی کوچکتر از تلفات جریان‌های گردابی می‌باشد. لازم به توضیح است که ظرفیت خازنی C_w که مربوط به ظرفیت‌های خازنی بین سیم‌پیچی‌ها می‌باشد ، در مطالعات گذرایی در فرکانس‌های پایین تأثیر چندانی ندارد. البته زمانی که دیگر پارامترهای هسته را محاسبه می‌کنیم دیگر درست نیست که اثر آن را نادیده بگیریم [۳۲]. مفهوم مقاومت مغناطیس‌کنندگی لحظه‌ای که مقدار آن تابعی از شار مغناطیسی می‌باشد در مرجع [۳۲] پیشنهاد شده است. بر اساس این مفهوم تلفات بی‌باری به کمک یک مقاومت غیر خطی بیان می‌گردد و مقدار این مقاومت بسیار حساس به ولتاژ اعمال می‌باشد. در مراجع [۳۳] تا [۳۶] آزمایشاتی برای مدل‌سازی حلقه‌های هیستریزیس بر اساس روش‌های ماکروسکوپی جهت شبیه‌سازی‌های گذرایی ، ارائه شده است .



شکل ۲-۶. مدل هسته آهن

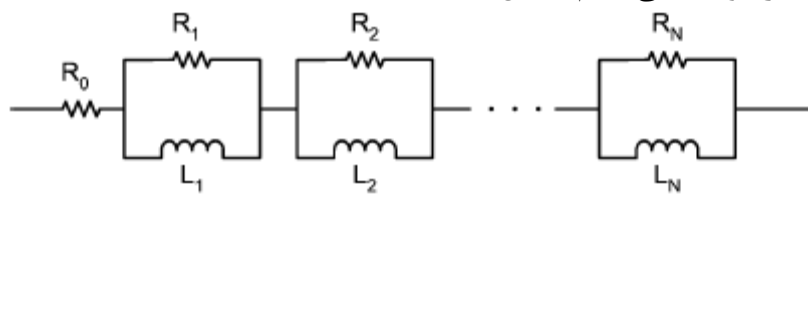
۲-۴- مدل سازی اثرات جریان های گردابی :

چندین پدیده فیزیکی به طور همزمان در یک ترانسفورماتور تحت بار رخ می دهند که منجر به یک توزیع غیریکنواخت جریان در رساناها و هم یک توزیع غیر یکنواخت برای شار در هسته آهن ایجاد می شود [۳۷]. در ادامه تأثیرات جریان گردابی و نحوه مدل کردن آنها را به اجمال تشریح می کنیم.

۲-۴-۱- مدل های جریان گردابی برای سیم پیچی های ترانسفورماتور :

افزایش مقاومت مؤثر و تلفات سیم پیچی مربوط به آنها برای جریان مستقیم ، ایده تشریح آنها می باشد. عباراتی تحلیلی توسط دی لئون و سملین جهت محاسبه تلفات در سیم پیچی های ترانسفورماتور ارائه شده که بر اساس این فرض ها می باشند: میدان مغناطیسی فقط یک مؤلفه، آن هم موازی با محور سیم پیچی ها دارد. رساناها یک سطح مقطع مستطیلی دارند. بین رساناها هیچ فاصله هوایی نیست. همچنین فرض می شود که شدت میدان مغناطیس سطح بوسیله جریان گردابی دچار اختلال نشده است.

این فرض ها بدان معناست که میدان مغناطیسی در صفحه های عرضی رساناها معلوم می باشد و می تواند جهت تعیین شریط مرزی مورد استفاده قرار گیرد. جهت نشان دادن وابستگی سیم پیچ ها به فرکانس مدار معادل ها را توسعه می دهیم (شکل ۲-۷).



شکل ۲-۷. مدار معادل سری پرورش یافته (Foster) سیم پیچی ها

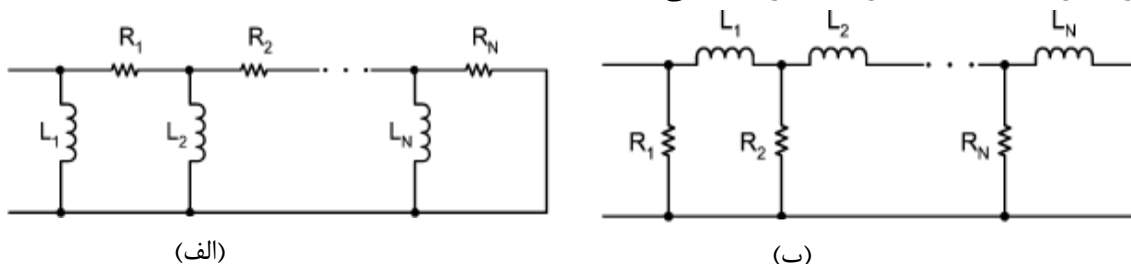
این مدارها می توانند شامل تعداد خیلی زیادی قسمت جهت ایجاد یک امپدانس دقیق برای همه فرکانس ها باشند. برای ساختن یک مدار کارآمد کفایت که برای فرکانس هایی که اطلاعات آنها از قبل مشخص می باشد، مدار مذکور با آن اطلاعات منطبق گردد. در مرجع [۳۹] روش هایی جهت تعیین پارامترهای این مدار شرح و بسط داده شده است. جهت مطالعات کاربردی برای مدار سری مذکور، در نظر گرفتن درجه سه یا کمتر بسنده می باشد. چون این چنین مداری پراکندگی جریان ها را نادیده می گیرد برای فرکانس های زیر اولین فرکانس رزونانس در حدود دهها کیلو هرتز معتبر می باشد و فقط زمانی می توان از آن استفاده نمود که توزیع جریان یکنواخت باشد.

۴-۲-۲- مدل‌های جریان گردابی برای هسته‌های مورق آهنی :

منحنی‌های مغناطیسی که به آن‌ها اشاره شد فقط زمانی که تغییرات کند باشد و با فرض اینکه میدان مغناطیسی به طور کامل درون هسته نفوذ می‌کند، معتبر هستند. که البته آنچه گفته شد عموماً درست نمی‌باشد. یک تغییر در میدان مغناطیسی، تولید جریان‌های گردابی در هسته می‌کند. به عنوان نمونه یکی از نتایج این پدیده، آن است که چگالی شار کمتر از مقداری می‌شود که منحنی نرمال مغناطیس‌شوندگی نشان می‌دهد. با تغییر فرکانس، توزیع شار در هسته آهن نیز تغییر می‌کند. برای فرکانس‌های بالا، شار مغناطیسی به لایه‌های نازکی از ورق‌های هسته محدود می‌شوند، یا به عبارتی با افزایش فرکانس سطح مؤثر کاهش می‌یابد. این مطلب در واقع بدان معناست که مقاومت‌های نشان‌دهنده تلفات فوکو و اندوکتانس معادل مسیر مغناطش، وابسته به فرکانس می‌باشند [۳۷]. از طرفی این دور زدن (سیرکوله شدن) جریان‌های گردابی، تلفات اضافی به همراه دارد که جهت کاهش اثر آن، هسته ترانسفورماتورها را از تعداد زیادی ورق‌های موازی می‌سازند.

مدل‌های جریان گردابی جهت شبیه‌سازی وابستگی اندوکتانس مغناطیس‌کنندگی و همچنین وابستگی تلفات به فرکانس، به دو روش حل دسته‌بندی می‌شوند: بیان امپدانس مغناطیس‌کنندگی به عنوان تابعی از فرکانس به کمک عبارات تحلیلی و با تقسیم ورق‌ها به لایه‌های نازک‌تر و بدست آوردن معادل الکتریکی‌شان [۴۰].

مدل‌های کارآمد به کمک ترکیب مدارهای فوستر^{۳۶} و یا کار^{۳۷} و انطباقشان با امپدانس معادل هر یک از تک ورق‌ها یا با یک دور سیم‌پیچ تابیده شده دور هسته آهن بدست می‌آیند. با ادامه دادن بسط معادلات مدل فوستر، مدل کار از روی مدل فوستر بدست می‌آید، بنابراین مدار معادل‌های ارائه شده در شکل ۲-۸ (الف) مدل‌های کارآمدی می‌باشند.



شکل ۲-۸. مدار معادل *Cauer* برای هسته‌های آهن

(ب) مدار معادل *Dual Cauer*

(الف) مدار معادل استاندارد *Cauer*

³⁶ Foster

³⁷ Cauer

دقت مدل استاندارد کار برای فرکانس‌های بالای رنج فرکانسی تعریف شده، وابسته به تعداد کسرهای جزئی نگه داشته شده از بسط آن و متعاقباً تعداد قسمت‌های مدار معادل آن می‌باشد. این مدل برای فرکانس‌های در حدود ۲۰۰ کیلو هرتز با خطای کمتر از ۵ درصد، فقط نیاز به ۴ قسمت دارد [۳۹]. قسمت اول این مدل در مورد مشخصه‌های مربوط به فرکانس‌های در حدود چند کیلو هرتز تأثیرگذارند و قسمت‌های بعدی نیز با افزایش فرکانس تأثیر خود را می‌گذارند.

نوع دیگری از مدل کار در شکل ۲-۸ (ب) نشان داده شده که مقاومت‌ها به صورت موازی و اندوکتانس سری می‌باشند [۳۸]. اندوکتانس‌ها بیانگر مسیرهای شار (بر اساس خاصیت دوالتی) و مقاومت‌ها بیانگر مسیر جریان‌های گردابی می‌باشند. پاسخ فرکانسی فرکانس‌های بالا به وسیله بلوک‌های نزدیک ترمینال مشخص می‌شود، در حالی که در مدل استاندارد کار رفتارهای فرکانس بالا در بلوک‌های داخلی تر ظاهر می‌شوند. پارامترهای این مدار را می‌توان به کمک یک روش تکرار و بهینه‌سازی با هدف برازش بر روی اطلاعات فرکانس‌های مورد نظر، بدست آورد. برای فرکانس‌های زیر ۲۰۰ کیلو هرتز با خطای کمتر از ۱ درصد مدل درجه چهار جوابگو می‌باشد [۳۸]. مدل‌های درجه ۳ یا کمتر نیز برای رفتارهای گذرای زیر ۱۰ کیلو هرتز، کفایت می‌کنند.

۲-۵- تعیین پارامترها:

اگر چه تا کنون توافقی بر سر بهترین و کاملترین مدل برای ترانسفورماتور صورت نگرفته است اما همگان اذعان دارند که این مدل باید بر اساس توپولوژی هسته و متأثر از جریان گردابی، اشباع و رفتارهای هیستریزیسی باشد. بعلاوه ارائه روش‌های محاسباتی دقیق جهت تعیین پارامترهایی از قبیل اندوکتانس نشستی نیز ضروری می‌باشد. کارهای زیادی جهت محاسبه بعضی پارامترهای ترانسفورماتور به کمک روش‌های هندسی انجام شده است [۴۱] و [۴۲]. صرف نظر از اینکه چه مدلی جهت مطالعه مورد استفاده قرار گرفته، اغلب پارامترها بر اساس اطلاعات پلاک ترانسفورماتور تخمین زده می‌شوند [۴۳] و [۴۴].

اطلاعاتی که غالباً از یک ترانسفورماتور در دسترس می‌باشند، عبارتند از: ظرفیت و ولتاژ نامی، اطلاعات آزمایش اتصال کوتاه برای ترداف‌ها، منحنی اشباع و ظرفیت خازنی بین ترمینال‌ها و سیم پیچی‌ها. اگر چه روش‌هایی جهت تعیین پارامترهای ترانسفورماتور از روی آزمایشات استاندارد ارائه شده است، اما بسته به مدل انتخابی برای ترانسفورماتور نیاز به اطلاعات اضافی می‌باشد. روش‌های غیر استاندارد نیز جهت تعیین پارامترهای بعضی مدل‌ها تا کنون پیشنهاد شده است.

تعدادی از روش‌های مهم و تأیید شده توسط سندیکای IEEE، عبارتند از:

- برای محاسبه اندوکتانس نشستی از آزمایشات استاندارد می‌توان به روش ارائه شده توسط برنداجن^{۳۸} و همکارانش، اشاره نمود [۱].

- در مقالات ارائه شده توسط دیک و واتسون^{۳۹} [۷]، استوام^{۴۰} [۴۵]، نارنگ و برایلی [۱۰] و همچنین مقالات [۸] و [۱۱] روش‌های مناسبی برای تعیین پارامترهای مدل‌های مبتنی بر دوالتی وجود دارد.
 - فاجس^{۴۱} و همکارانش جهت بررسی اثر تلفات جریان فوکو و تعیین مقاومت‌های مدار معادل آن به عنوان تابعی از فرکانس، مطالعات جامعی انجام داده و روش‌های مناسبی پیشنهاد کرده‌اند [۴۶].
 - در مقالات [۴۷] تا [۵۰] جهت تعیین منحنی اشباع توضیحات کافی و مناسبی داده شده است.
 - جهت تعیین پارامترهای هیستریزس در مدل‌های ماکروسکوپیک مثل جایلز-آدرتون در مقالات [۵۱] و [۵۲] روش‌هایی ارائه شده است.
- در مدل‌های ارائه شده برای مدلسازی رفتار هیستریزی هسته آهن، توانایی و قابلیت مدل پریساج بیشتر از بقیه مدل‌ها بوده ولی دارای پیچیدگی‌های بسیاری نیز می‌باشد [۵۴]. جهت تعیین پارامترهای این مدل، روش جالب و کارآمدی در مقاله [۵۵] بر روی هسته ژنراتور ارائه شده است.

به هر حال مطالعات انجام گرفته در زمینه لحاظ کردن رفتار هیستریزی هسته در معادلات مغناطیسی و الکتریکی ترانسفورماتور زیاد نمی‌باشند، به عنوان نمونه در مرجع [۵۶] برای این منظور از یک مدار معادل شامل یک مقاومت و اندوکتانس ثابت بصورت موازی استفاده شده است که در آن مقدار مقاومت از برابر قرار دادن توان تلف شده در آن و تلفات واقعی آهن بدست می‌آید. این مقاله معادلات مداری را با مدل اصلاح شده لانگ وین برای مغناطیدگی هسته ($M = M_s \cdot \left(\coth \frac{H_L + \alpha_m}{A} - \frac{A}{H_L + \alpha_m} \right)$) ترکیب کرده است. این مدل محدود به فرکانس‌های پایین بوده و تقریب‌هایی که در معادلات آن بکار برده شده است (مثل $\left(\frac{dM}{dH_L} + 1 \right) \cong \frac{dM}{dH_L}$) هر چه هسته به شرایط اشباع نزدیکتر شود اعتبار مدل را کمتر می‌کند. در ضمن خود مدل لانگ وین نیز که به کمک توابع \tanh یا \tan^{-1} بیان می‌شود در مواردی که منحنی مغناطیدگی هسته در قسمتی که به آرامی به اشباع نزدیک می‌شود بسیار پهن تر از ناحیه ای است که سریع به محدوده اشباع نزدیک می‌شود، دارای ضعف می‌باشد.

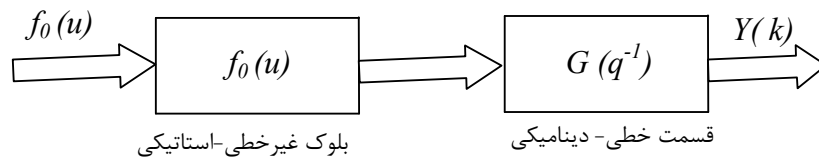
³⁹ Dick and Watson

⁴⁰ Stuehm

⁴¹ Fuchs

۲-۶- مدلسازی ترانسفورماتور به عنوان یک جعبه سیاه

در سالهای اخیر تکنیک‌های شناسایی سیستم در مهندسی قدرت نیز کاربردهای متعددی یافته‌اند و در مدلسازی عناصر شبکه مانند ژنراتورها و ترانسفورماتورها و... مفید واقع شده‌اند. در برخی مطالعات، ترانسفورماتور را صرف‌نظر از ساختار داخلی به عنوان یک جعبه سیاه در نظر گرفته و از روی اطلاعات آزمایشات انجام شده در ترمینال‌های ورودی و خروجی این جعبه سیاه آن را مدلسازی می‌کنند. به عنوان مثال در [۵۷] بر اساس مدل هامرشتاین، ترانسفورماتور به کمک دو بخش مجزا مدلسازی شده است. در بلوک اولی به کمک تکنیک خطی‌پاره‌ای رفتار استاتیکی و غیرخطی ترانسفورماتور و در بلوک دومی دینامیک آن مدل شده است.



شکل ۲-۹. مدل هامرشتاین

مراجع:

- [١] V. Brandwajn, H. W. Dommel, and I. I. Dommel, "Matrix representation of three-phase n-winding transformers for steady-state and transient studies," IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-101, no. 6, pp. ١٣٧٨-١٣٦٩, Jun. 1982.
- [٢] H.W. Dommel, EMTP Theory Book. Portland, OR: Bonneville Power Admin., Aug. 1986.
- [٣] X. Chen, "Negative inductance and numerical instability of the saturable transformer component in EMTP," IEEE Trans. Power Del., vol. 15, no. 4, pp. 1199-1204, Oct. 2000.
- [٤] T. Henriksen, "How to avoid unstable time domain responses caused by transformer models," IEEE Trans. Power Del., vol. 17, no. 2, pp. ٥٢٢-٥١٦, Apr. 2002.
- [٥] E. C. Cherry, "The duality between interlinked electric and magnetic circuits and the formation of transformer equivalent circuits," in Proc. Physical Society, vol. 62, 1949, pp. 101-111.
- [٦] G. R. Slemon, "Equivalent circuits for transformers and machines including non-linear effects," in Proc. Inst. Elect. Eng. IV, vol. 100, 1953, pp. 129-143.
- [٧] E. P. Dick and W. Watson, "Transformer models for transient studies based on field measurement," IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS, ١٠٠-no. 1, pp. 401-419, Jan. 1981.
- [٨] C.M. Arturi, "Transient simulation and analysis of a five-limb generator step-up transformer following an out-of-phase synchronization," IEEE Trans. Power Del., vol. 6, no. 1, pp. 196-207, Jan. 1991.
- [٩] F. de León and A. Semlyen, "Complete transformer model for electromagnetic transients," IEEE Trans. Power Del., vol. 9, no. 1, pp. 231-239, Jan. 1994.
- [١٠] A. Narang and R. H. Brierley, "Topology based magnetic model for steady-state and transient studies for three phase core type transformers," IEEE Trans. Power Syst., vol. 9, no. 3, pp. 1337-1349, Aug. 1994.
- [١١] B. A. Mork, "Five-legged wound-core transformer model: Derivation, parameters, implementation, and evaluation," IEEE Trans. Power Del., vol. 14, no. 4, pp. 1519-1526, Oct. 1999.
- [١٢] R. Yacamini and H. Bronzeado, "Transformer inrush calculations using a coupled electromagnetic model," in Proc. Inst. Elect. Eng., Sci. Meas. Technol., vol. 141, Nov. 1994, pp. 491-498.
- [١٣] J. Arrillaga, W. Enright, N.R. Watson, and A.R. Wood, "Improved simulation of HVDC converter transformers in electromagnetic transient programs," in Proc. Inst. Elect. Eng., Gen. Transm. Distrib., vol. 144, Mar, ١٩٩٧, pp. 100-106.
- [١٤] N. D. Hatziargyriou, J.M. Prousalidis, and B. C. Papadias, "Generalised transformer model based on the analysis of its magnetic core circuit," in Proc. Inst. Elect. Eng. C, vol. 140, Jul. 1993, pp. 269-278.
- [١٥] X. Chen, "A three-phase multi-legged transformer model in ATP using the directly-formed inverse inductance matrix," IEEE Trans. Power Del., vol. 11, no. 3, pp. 1554-1562, Jul. 1996.
- [١٦] D. Dolinar, J. Pihler, and B. Grcar, "Dynamic model of a three-phase power transformer," IEEE Trans. Power Del., vol. 8, no. 4, pp. ١٨١٩-١٨١١, Oct. 1993.
- [١٧] C. E. Lin, J. C. Yeh, C. L. Huang, and C. L. Cheng, "Transient model and simulation in three-phase three-limb transformers," IEEE Trans. Power Del., vol. 10, no. 2, pp. 896-905, Apr. 1995.

- [18] M. Elleuch and M. Poloujadoff, "A contribution to the modeling of three phase transformers using reluctances," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 32, no. 3, pp. 335–343, Mar. 1996.
- [19] X. Chen and S. S. Venkata, "A three-phase three-winding core-type transformer model for low-frequency transient studies," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 12, no. 3, pp. 775–782, Apr. 1997.
- [20] C. Hatziantoniou, G. D. Galanos, and J. Miliadis-Argitis, "An incremental transformer model for the study of harmonic overvoltages in weak AC/DC systems," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 3, no. 3, pp. 1111–1121, Jul. 1988.
- [21] H. Mohseni, "Multi-winding multi-phase transformer model with saturable core," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 6, no. 1, pp. 166–173, Jan. 1991.
- [22] S. N. Talukdar and J. R. Bailey, "Hysteresis models for system studies," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-95, no. 4, pp. 1429–1434, Jul./Aug. 1976.
- [23] J. G. Frame, N. Mohan, and T. H. Liu, "Hysteresis modeling in an electromagnetic transients program," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-101, no. 9, pp. 3403–3412, Sep. 1982.
- [24] D. N. Ewart, "Digital computer simulation model of a steel-core transformer," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 1, no. 3, pp. 174–183, Jul. 1986.
- [25] C. E. Lin, J. B. Wei, C. L. Huang, and C. J. Huang, "A new method for representation of hysteresis loops," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 4, no. 1, pp. 413–420, Jan. 1989.
- [26] F. de León and A. Semlyen, "A simple representation of dynamic hysteresis losses in power transformers," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 10, no. 1, pp. 315–321, Jan. 1995.
- [27] H. Akcay and D. G. Ece, "Modeling of hysteresis and power losses in transformer laminations," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 18, no. 2, pp. 487–492, Apr. 2003.
- [28] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis," *J. Magnet. Mag. Mater.*, vol. 61, pp. 48–60, 1986.
- [29] F. Preisach, "Über die magnetische nachwirkung," *Zetschrift fur Physik*, vol. 94, pp. 277–302, 1935.
- [30] S. R. Naidu, "Simulation of the hysteresis phenomenon using Preisach's theory," *Proc. Inst. Elect. Eng. A*, vol. 137, no. 2, pp. 73–79, Mar. 1990.
- [31] F. Liorzou, B. Phelps, and D. L. Atherton, "Macroscopic model of magnetization," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 2, pp. 418–428, Mar. 2000.
- [32] A. Gaudreau, P. Picher, L. Bolduc, and A. Coutu, "No-load losses in transformer under overexcitation/inrush-current conditions: Tests and a new model," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 17, no. 4, pp. 1009–1017, Oct. 2002.
- [33] U.D. Annakkage et al., "A current transformer model based on the Jiles-Atherton theory of ferromagnetic hysteresis," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 15, no. 1, pp. 57–61, Jan. 2000.
- [34] M. Popov, L. Van der Sluis, G. C. Paap, and P. H. Schavemaker, "On a hysteresis model for transient analysis," *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 20, no. 5, pp. 53–55, May 2000.
- [35] S. Y. R. Hui and J. G. Zhu, "Numerical modelling and simulation of hysteresis effects in magnetic cores using transmission-line modeling and the Preisach's theory," in *Proc. Inst. Elect. Eng., Elect. Power Appl.*, vol. 142, Jan. 1995, pp. 57–62.
- [36] M. Lindmayer and J. Helmer, "A hysteresis model for transient calculations," *Eur. EMTP/ATP Users Group News*, vol. 1, no. 1/2, pp. 40–56, May/Aug. 1995.

- [٣٧] J. Avila-Rosales and F. L. Alvarado, "Nonlinear frequency dependent transformer model for electromagnetic transient studies in power systems," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-101, no. 11, pp. 4281–4288, Nov. 1982.
- [٣٨] F. de León and A. Semlyen, "Time domain modeling of eddy current effects for transformer transients," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 8, no. 1, pp. 271–280, Jan. 1993.
- [٣٩] E. J. Tarasiewicz, A. S. Morched, A. Narang, and E. P. Dick, "Frequency dependent eddy current models for nonlinear iron cores," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 588–597, May 1993.
- [٤٠] J. Avila-Rosales and A. Semlyen, "Iron core modeling for electrical transients," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-104, no. 11, pp. 3189–3194, Nov. 1985.
- [٤١] D. J. Wilcox, W. G. Hurley, and M. Conlon, "Calculation of self and mutual impedances between sections of transformer windings," *Proc. Inst. Elect. Eng. C*, vol. 136, no. 5, pp. 308–314, Sep. 1989.
- [٤٢] F. de León and A. Semlyen, "Efficient calculation of elementary parameters of transformers," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 7, no. 1, pp. 376–383, Jan. 1992.
- [٤٣] IEEE Standard Test Code for Dry-Type Distribution and Power Transformers, 2001. IEEE Standard C57.12.91.
- [٤٤] IEEE Guide for Transformer Loss Measurement, 2002. IEEE C57.123.
- [٤٥] D. L. Stuehm, "Final Rep.—Three Phase Transformer Core Modeling," Rep., BPA Award no. DE-BI79-92BP26700, Feb. 1993.
- [٤٦] E. E. Fuchs, D. Yildirim, and W. M. Grady, "Measurement of eddy current loss coefficient PEC-R, derating of single-phase transformers, and comparison with K-factor approach," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 15, no. 1, pp. 148–154, Jan. 2000.
- [٤٧] C. G. A. Koreman, "Determination of the magnetizing characteristic of three-phase transformers in field tests," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 4, no. 3, pp. 1779–1785, Jul. 1989.
- [٤٨] W. L. A. Neves and H. W. Dommel, "On modeling iron core nonlinearities," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 417–425, May 1993.
- [٤٩] A. Medina et al., "Saturation and hysteresis characteristics obtained by measurements in multilimb power transformers using dc excitation," in *Proc. IEEE Power Eng. Soc. Winter Meet.*, 2002.
- [٥٠] E. F. Fuchs and Y. You, "Measurement of $-i$ characteristics of asymmetric three-phase transformers and their applications," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 17, no. 4, pp. 983–990, Oct. 2002.
- [٥١] D. C. Jiles, J. B. Tholke, and M. K. Devine, "Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, no. 1, pp. 27–35, Jan. 1992.
- [٥٢] D. Lederer et al., "On the parameter identification and application of the Jiles–Atherton hysteresis model for numerical modelling of measured characteristics," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 3, pp. 1211–1214, May 1999.
- [٥٣] IEEE Slow Transients Task Force, "Modeling and analysis guidelines for slow transients—Part III: The study of ferroresonance," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 15, no. 1, pp. 255–265, Jan. 2000.
- [٥٤] I. D. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis," New York, USA, Springer Verlag, 1991.
- [٥٥] A. Darabi, M. E. Ghazi, H. Lesani and A. Askarinejad, "Calculation of Local Iron Loss in Electrical Machines Using Finite Elements Method," *Engineering Letters*, 15:2, EL_15_2_01, November. 2007.

[۵۶] Zdzislaw Wlodarski, "Modeling dynamic hysteresis loops and iron losses by the use of equivalent circuits," *Compel*, vol 24, no. 1, pp. 158-166 , 1996.

[۵۷] حسام یزدان پناه، مریم اخوان حجازی و گئورک قره‌پتیان " مدل‌سازی ترانسفورماتور غیر خطی با استفاده از مدل هامرشتاین، " بیست و دومین کنفرانس بین‌المللی برق PSC، تهران، ۲۰۰۷.

فصل سوّم:

مدل پرساچ

مقدمه

مدل پریساچ یک مدل ریاضی از پدیده هیستریزیس در مواد فرومغناطیسی است که در ابتدا توسط دانشمند آلمانی فرانس پریساچ^{۴۲} در سال ۱۹۳۵ معرفی شد. او مدلی ابداع نمود که مبنای آن بر فرض دانسته هایش از فیزیک مواد مغناطیسی بود به ویژه موادی که از ذرات ریز مغناطیسی ساخته شده بودند که آنها را هیسترون^{۴۳} نامید. این مدل بر پایه مکانیزیم بعضی تئوری های فیزیک مغناطیس بنا نهاده شده بود به طوری که در ابتدا برای مواد مغناطیسی تا سالهای زیادی مورد استفاده قرار می گرفت.

مدل پریساچ اسکالر، روش جدیدی است که بر جنبه های پدیده شناختی طبیعت و عمومیت های ریاضی تأکید دارد. تئوری، شرایط لازم و کافی برای نمایش هیستریزیس غیر خطی با روش پریساچ اسکالر در اینجا مورد بررسی قرار می گیرد. مشخصه های این تئوری از جمله محدودیت کاربرد آن با توجه به طبیعت فیزیکی منحنی هیستریزیس قابل درک است. مدل پریساچ با توسعه بهبود کیفیت کار نتایج بسیار با ارزشی را در این زمینه بدست آورد. [۱-۵]

در دهه ۱۹۷۰ یک ریاضیدان روسی به نام کراسنوسیلسکی^{۴۴} با یک نظریه کلی ریاضی توانست مدل پریساچ را نیز تحت پوشش قرار دهد. کراسنوسیلسکی مفهوم فیزیکی این مدل را از آن جدا نموده و با یک نمایش ریاضی محض به یک طیف واضحی از عملگرها دست یافت [۶]. در نتیجه یک روش جدید ریاضی برای توصیف کامل هیستریزیس و توصیف تمام جنبه های فیزیکی آن بوجود آمد. در همان زمان روش کراسنوسیلسکی با قدرت تمام نتایج پدیده شناختی مدل پریساچ را نشان می داد. مسئله تعیین شرایط هیستریزیس غیر خطی را بوسیله این مدل می توان حل کرد.

در این فصل ابتدا به توصیف مختصری در مورد اساس روش کراسنوسیلسکی پرداخته و سپس اقدام به فرمول بندی تئوری مذکور با استفاده از شرایط لازم و کافی برای نمایش هیستریزیس غیر خطی در

-
1. Ferenc Preisach
 2. Hysterons
 3. krasnoselskii

مدل پریساج می نمائیم. این تئوری را می توان با اضافه کردن شرایط فیزیکی به مدل پریساج نزدیک کرد.

رفتار پدیده شناختی مدل پریساج پایه های لازم برای بسط تئوری به دو یا سه بعد را فراهم آورد که در نتیجه آن بعضی مدل های برداری پریساج نیز پیشنهاد شد. این مدل های برداری بعضی مزایای پتانسیلی را نسبت به مدل کلاسیکی *Stoner-Wolffarth* دارند [۷] که قابلیت بسط و گسترش در حوزه مغناطیسی را دارند [۸].

مدل *Stoner-Wolffarth* بر پایه برهم نهی ذرات با یک حلقه متقارن قرار دارد، در نتیجه این مدل توانایی حلقه های کوچک نامتقارن را ندارد. این نقص را معمولاً به این حقیقت منتسب می کنند که مدل *Stoner-Wolffarth* قابلیت محاسبه اندرکنش ذرات را ندارد.

در اینجا فقط به بررسی مدل های پدیده شناختی هیستریزیس می پردازیم. این مدل بطور محض به بررسی ریاضی طبیعت می پردازد و به هیچ عنوان در پی دلایل فیزیکی هیستریزیس نیست. با تمام این بحث ها نهایتاً این مدل ها توانایی خوبی برای طراحی وسایل دارند. این مدل امکان توضیح حقایق آزمایشگاهی را نیز در خود دارد.

۳-۱ روشهای جدید

به علت عملکرد و هندسه پیچیده ماشین های الکتریکی، تغییرات میدان مغناطیسی در ماشین خیلی پیچیده است و برای حل این میدان ها به روشهای عددی نیازمندیم. روش اجزاء محدود^{۴۵} (FEM) ابزار مفیدی است که به طور گسترده ای در تحلیل میدان مغناطیسی در ماشین های الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرد. از آنجا که سه بعدی بودن و وابستگی زمانی میدان مغناطیسی در یک ماشین الکتریکی باعث می شود که حل کامل مسئله حتی برای کامپیوترهای امروزی نیز کار بزرگ و دشواری باشد، برای ساده سازی محاسبات پیچیده تجربه معمول این است که فرض کنیم میدان

مغناطیسی دو بعدی و مستقل از مختصات موازی با شفت ماشین می باشد. تحلیل میدان در طول سطح مقطع ماشین در صفحه ای که عمود بر شفت است انجام می شود.

در محاسبات براساس روش اجزای محدود دو بعدی معمول، در یک میدان مغناطیسی در ماشین الکتریکی تلفات ادی در ورقه های سیلیکونی ناچیز می باشد مقدار این تلفات با در نظر گرفتن حلقه هیستریزیس با سطح بزرگتر در تلفات هیستریزیس ادغام می شود.

به منظور برآورد دقیق از تلفات هسته، شاخه های هیستریزیس به جای تابع تک مقداره مدل می شوند. عموماً آن مسئله ای مرکب از روش اجزای محدود با مدل هیستریزیس می باشد این کار بسیار پیچیده ای است که اخیراً در اثر رشد کامپیوترهای پیشرفته و توسعه روشهای ترکیب مدل های هیستریزیس دقیق با فرمول بندی های میدان اجزای محدود مناسب، قابل حل شده است.

۳-۲ مدل کلاسیک پریساج

پایه همه انواع مدل های پریساج مدل کلاسیک پریساج است^{۴۶} (CPM)، فیلیپ و همکارانش در سال ۱۹۹۴ مدل پریساج را تحت شرایط کلاسیکی شرح دادند که توافق منطقی بین مدل کلاسیکی پریساج و اندازه گیری، حداقل در ورقه های سیلیکونی آهن وجود داشت.

ابتدا یک توصیف کامل ریاضی از مدل پریساج را بیان می کنیم [۹]:

کمیت هایی که در محاسبات بکار می روند بردار هستند اما برای حالت یک بعدی در اینجا یک علامت گذاری اسکالر را به کار می گیریم تا عبارت ریاضی ساده تری برای این مسئله بدست آوریم.

یک فرمول بندی دقیق برای محاسبات سه بعدی توسط میرگوپز^{۴۷} گسترش یافته است [۹].

مبدل شکل ۳-۱ را در نظر بگیرید که این مبدل ورودی $u(t)$ را دریافت نموده و خروجی اش $f(t)$ می باشد. این مبدل، مبدل هیستریزیس^{۴۸} نامیده می شود (HT) اگر ارتباط بین ورودی و خروجی این مبدل چند شاخه ای غیرخطی باشد انتقال شاخه به شاخه بعد از یک ورودی اکسترمم به وقوع

1. Classical preisach model
2. Mayergoz I.D.
3. Hysteresis transducer

می‌پیوندند. این چند شاخه ای غیر خطی در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. در بیشتر موارد حالت هیستریزیس غیرخطی استاتیک مورد بحث قرار خواهد گرفت، استاتیک بدین معنی است که شاخه های این نوع هیستریزیس غیر خطی فقط با مقادیر اکسترمم ورودی قبلی تعیین می گردند در حالی که سرعت تغییرات ورودی بین نقاط اکسترمم تأثیری بر روی شاخه ها ندارد.

همه پدیده های هیستریزیس استاتیک غیرخطی به دو گروه عمده تقسیم می گردند:

۱. هیستریزیس غیرخطی با حافظه محلی

۲. هیستریزیس غیرخطی با حافظه غیرمحلی

هیستریزیس غیرخطی با حافظه محلی با ویژگی زیر معین می گردد:

اگر مقدار خروجی $f(t_0)$ را در لحظه t_0 و ورودی $u(t)$ را در هر لحظه از زمان $t \geq t_0$ داشته باشیم. می‌توان خروجی $f(t)$ را در هر لحظه از زمان به طور یکتا تعیین کرد. به عبارت دیگر برای مبدل هیستریزیس با حافظه محلی، گذشته اثرش را روی آینده به وسیله مقادیر جریان خروجی اعمال می کند. این حالت برای مبدل هیستریزیس با حافظه غیرمحلی وجود ندارد برای این گونه مبدل ها مقادیر خروجی $f(t)$ در زمانهای $t \geq t_0$ به مقدار جریان خروجی در لحظه t_0 یعنی $f(t_0)$ بستگی ندارد اما به مقادیر اکسترمم ورودی وابسته است.

یک حلقه هیستریزیس ساده، شکل ۳-۳ را در نظر بگیرید که در آن b, a به ترتیب مقدار بالا و پایین میدان سوئیچینگ ورودی می باشند. همچنین فرض می کنیم که همواره $a \geq b$ باشد و این از

دیدگاه فیزیکی کاملاً طبیعی است. اگر $u(t)$ متغیر ورودی در لحظه t باشد، آپراتور $\hat{\gamma}_{ab}$ را بر روی

$u(t)$ اثر نموده و خروجی این آپراتور به صورت $\hat{\gamma}_{ab} u(t) = +1$ اگر $u(t) \geq a$ و $\hat{\gamma}_{ab} u(t) = -1$ اگر

اگر $u(t) \leq b$ خواهد بود.

اگر تعداد نامحدودی از حلقه های هیستریزیس ساده که دارای ورودی و خروجی می باشد با

آپراتورهای متناظرشان $\hat{\gamma}_{ab}$ را در نظر بگیریم، هر یک از این آپراتورها بر روی ورودی های متناظرشان

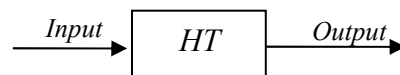
اثر نموده و خروجی این آپراتورها فقط می توانند دارای دو مقدار +1 و -1 باشد. به عبارت دیگر این آپراتورها، دو موقعیت بالا و پایین رله را نشان می دهند، یعنی:

$$\hat{\gamma}_{ab} u(t) = +1 \quad \text{و} \quad \hat{\gamma}_{ab} u(t) = -1$$

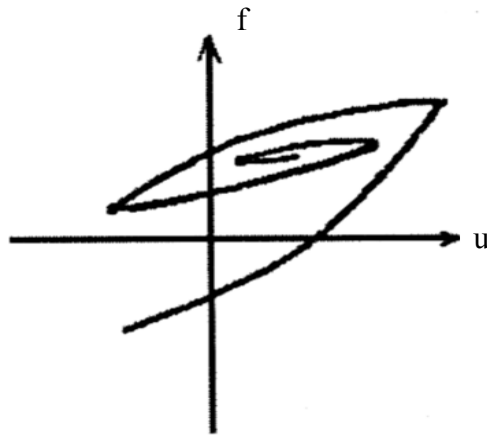
هنگامی که ورودی $u(t)$ به طور یکنواخت افزایش پیدا کند، شاخه صعودی $abcde$ را دنبال می کنیم. وقتی ورودی به طور یکنواخت کاهش می یابد شاخه نزولی $edfba$ مسیر حرکت خواهد بود. از این تعاریف مشخص است که آپراتور $\hat{\gamma}_{ab}$ هیستریزیس غیرخطی با حافظه محلی را نشان می دهد. تعداد نامحدودی از حلقه های هیستریزیس ساده و آپراتورهای متناظرشان را با یک تابع چگالی $\mu(a,b)$ را در نظر می گیریم خروجی این مجموعه از رابطه زیر به دست می آید [۱۰]:

$$f(t) = \hat{\Gamma} u(t) = \iint_{a \geq b} \mu(a,b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (1-3)$$

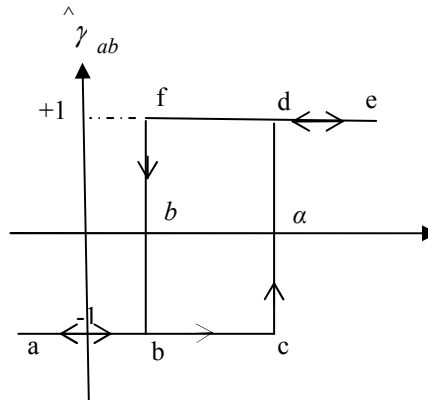
که در اینجا $\hat{\Gamma}$ عملگری است که آپراتور هیستریزیس با آن تعریف می گردد. مدل بالا را می توان به عنوان یک آنالوگ پیوسته از یک سیستم که همزمان با دو وضعیت رله ها در ارتباط است، تفسیر نمود. ورودی های یکسان $u(t)$ وقتی به هر یک از موقعیت رله ها اعمال می شوند، خروجی آنها $f(t)$ از ضرب شدن در $\mu(a,b)$ و انتگرال گیری روی همه آپراتورها بر روی مقادیر مناسب b,a بدست می آید. مدل پریساج از برهم نهی آپراتورهای هیستریزیس اولیه $\hat{\gamma}_{ab}$ بنا نهاده می شود. همچنین هیستریزیس غیر خطی پریساج از برهم نهی هیستریزیس غیرخطی اولیه $\hat{\gamma}_{ab}$ با یک حافظه محلی بنا نهاده می شود. مدل پریساج می تواند بدون هر گونه رجوع به مبدأ فیزیکی هیستریزیس تعریف شود. این به وضوح، طبیعت پدیده شناختی مدل و ریاضیات کلی آن را آشکار می کند.



شکل ۱-۳. مدل هیستریزیس که ورودی $u(t)$ را دریافت و خروجی $f(t)$ ایجاد می کند.



شکل ۳-۲. شاخه‌های هیستریزیس غیر خطی

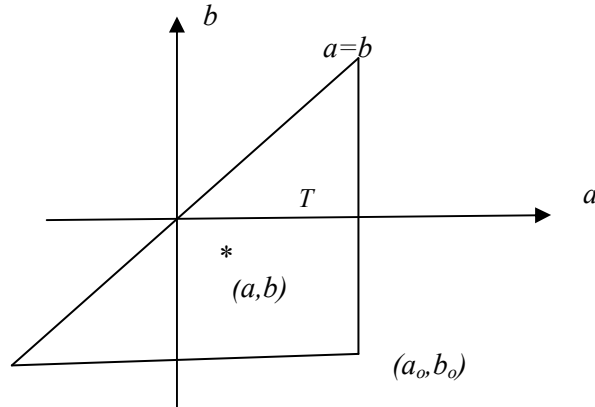


شکل ۳-۳. یک حلقه هیستریزیس ساده

۳-۳- تفسیر هندسی و خواص اصلی مدل پریساج

مدل ریاضی پریساج به طور قابل ملاحظه ای با تفسیر هندسی زیر، ساده می گردد. این تفسیر پایه اش روی حقیقت ساده زیر می باشد که یک تناظر یک به یک بین آپراتور $\hat{\gamma}_{ab}$ و نقاط (a, b) روی نیم صفحه $a \geq b$ وجود دارد که فقط با یک آپراتور خاص $\hat{\gamma}_{ab}$ و نقاط نیم صفحه $a \geq b$ به طور یکتا به صورت یک زوج مرتب a, b تعریف می شوند. مثلث قائم الزاویه T (متساوی الساقین) شکل ۳-۴ را در نظر می گیریم که وتر این مثلث قسمتی از خط $a = b$ است. رأس قائمه آن دارای مختصات (a_0, b_0) می باشد که $a_0 = -b_0$ است. این مثلث را مثلث مرزی می نامیم و $\mu(a, b)$ تابع محدودی

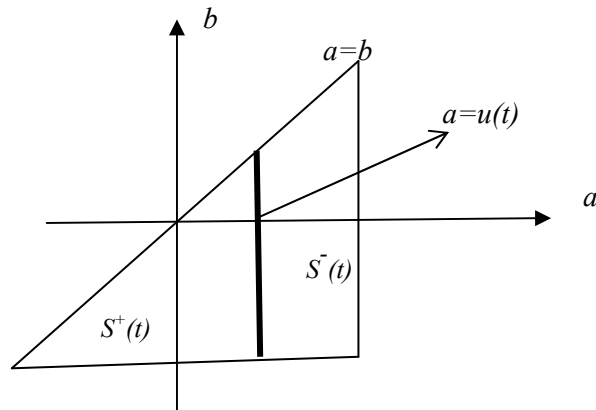
در نظر گرفته می شود که مقدار این تابع فقط درون این سطح مخالف صفر بوده و خارج این سطح برابر صفر می باشد.



شکل ۳-۴. دیاگرام پریساج که مثلث قائم الزاویه متساوی الساقینی است که توسط خطوط $a=b$ و $b > b_0$ و $a > a_0$ محدود شده است.

فرض می کنیم که ورودی $u(t)$ در زمان t_0 یک مقدار کمتر از b_0 پس خروجی همه آپراتورهای $\hat{\gamma}$ - ای که با این نقاط مثلث متناظرند برابر ۱- است. به عبارت دیگر همه آپراتورهای $\hat{\gamma}$ در وضعیت پایین قرار دارند، این حالت اشباع منفی، هیستریزیس غیرخطی است که با مدل بالا نشان داده می شود.

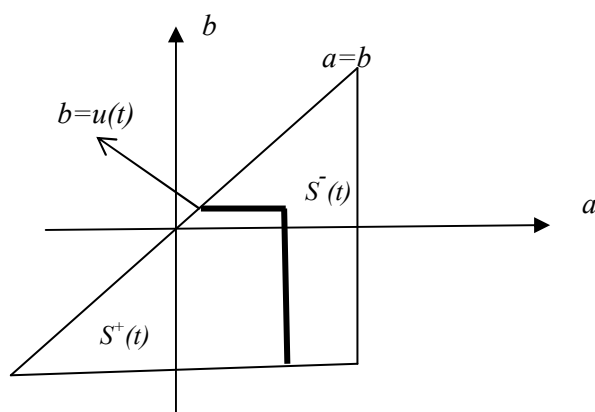
حال فرض می کنیم که ورودی به طور یکنواخت افزایش می یابد تا اینکه در لحظه t_1 به یک مقدار ماکزیمم u_1 می رسد. زمانی که ورودی شروع به افزایش می کند همه آپراتورهای $\hat{\gamma}$ - ای که مقادیر سوئیچینگ a - اشان کمتر از مقدار جریان ورودی $u(t)$ می باشد بازگشته و در وضعیت بالا قرار می گیرند، بدین معنی که خروجی همه آنها برابر ۱+ می گردد. این وضعیت به صورت هندسی منجر به تقسیم مثلث T به دو ناحیه می شود که $S^+(t)$ شامل نقاط (a, b) است که در وضعیت بالای آپراتور $\hat{\gamma}$ هستند و ناحیه $S^-(t)$ که شامل نقاطی است، که در وضعیت پایین آپراتور $\hat{\gamma}$ هستند. این تقسیم توسط خط $a = u(t)$ ایجاد می گردد که در شکل ۳-۵ این تقسیم از مثلث برای یک لحظه خاص از زمان نشان داده شده است.



شکل ۳-۵. مثلث پریساج در لحظه‌ای که میدان ورودی به اندازه $u(t)$ افزایش یافته است و به دو ناحیه $S^+(t)$ و $S^-(t)$ تقسیم شده است.

حال فرض می‌کنیم که ورودی به طور یکنواخت کاهش می‌یابد تا اینکه در لحظه t_2 به یک مقدار مینیمم u_2 می‌رسد. زمانی که ورودی کاهش می‌یابد همه آپراتورهای $\hat{\gamma}$ -ای که مقادیر سوئیچینگ b -اشان بالای جریان ورودی $u(t)$ است بازگشته و در وضعیت پایین قرار می‌گیرند. بدین معنی که خروجی همه آنها برابر -1 می‌گردد. این حالت تقسیم بندی قبلی را تغییر داده و در این حالت مرز مشترک دو ناحیه $S^+(t)$ و $S^-(t)$ دو مرز دارد یکی مرز افقی که از بالا رو به پایین حرکت می‌کند و دیگری مرز عمودی که از چپ به راست حرکت می‌کند. حرکت خط افقی با معادله $b = u(t)$ و حرکت خط عمودی با معادله $a = u(t)$ مشخص می‌گردد. شکل ۳-۶ حالت $a = u_1$ و $b = u_2$ را نشان می‌دهد.

اکنون فرض می‌کنیم که ورودی دوباره افزایش پیدا کند تا زمانی که در لحظه t_3 به یک مقدار ماکزیمم u_3 می‌رسد که کمتر از u_1 می‌باشد. نتیجه این افزایش به صورت هندسی در شکل ۳-۷ نشان داده شده است که نتیجه آن یک خط عمودی است که از چپ به راست حرکت می‌کند، این حرکت وقتی به u_3 می‌رسد متوقف می‌گردد.



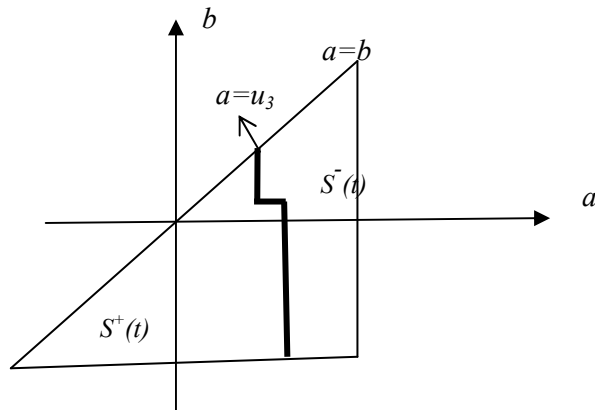
شکل ۳-۶. مثلث پریساج در لحظه‌ای که میدان ورودی به $b=u(t)$ کاهش یافته است.

اکنون فرض می‌کنیم که ورودی دوباره کاهش پیدا کند تا زمانی که در لحظه t_4 به یک مقدار مینیمم u_4 که بالای u_2 است برسد. این تغییر در ورودی به صورت هندسی یک خط افقی است که از بالا به سمت پایین حرکت می‌کند. این حرکت وقتی که به یک مقدار مینیمم u_4 می‌رسد متوقف می‌گردد و در نتیجه رأس جدید $L(t)$ شکل می‌گیرد (شکل ۳-۸) که مختصات آن $a = u_3$ و $b = u_4$ است.

با تعمیم مطالب ذکر شده در بالا می‌توان نتیجه گرفت که:

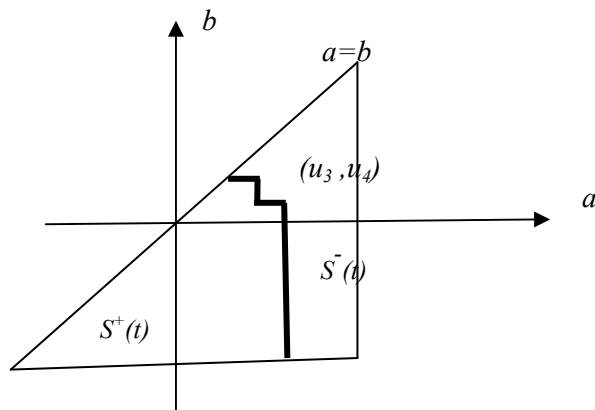
۱. در هر لحظه از زمان مثلث T به دو ناحیه تقسیم می‌گردد ناحیه اول $S^+(t)$ که شامل نقاط (a, b) است که آپراتور $\hat{\gamma} -$ اشان در وضعیت بالاست و ناحیه دوم $S^-(t)$ که شامل نقاط (a, b) است که آپراتور $\hat{\gamma} -$ اشان در وضعیت پایین قرار دارد.

۲. فصل مشترک $L(t)$ بین دو ناحیه $S^+(t)$ و $S^-(t)$ یک خط پله ای است که مختصات رئوس آن (a, b) می‌باشد که به ترتیب ماکزیمم و مینیمم محلی در زمان قبلی می‌باشد.



شکل ۳-۷. مثلث پریساج در لحظه‌ای که میدان دوباره به مقدار $a=u_3$ افزایش می‌یابد.

۳. اتصال انتهایی $L(t)$ به خط $a=b$ محدود می‌گردد و با تغییر ورودی حرکت می‌نماید. وقتی که ورودی افزایش می‌یابد این اتصال یک خط عمودی است و به سمت راست حرکت می‌کند. وقتی که ورودی کاهش می‌یابد، یک خط افقی است و از بالا به پایین حرکت می‌کند.



شکل ۳-۸. مثلث پریساج در لحظه‌ای که میدان دوباره به مقدار $b=u_4$ کاهش می‌یابد.

با توجه به نتایج بالا انتگرال (۳-۱) می‌تواند به دو انتگرال تقسیم شود یکی از انتگرال‌ها در ناحیه $S^+(t)$ و انتگرال دیگر در ناحیه $S^-(t)$ قرار می‌گیرد و خواهیم داشت:

$$f(t) = \hat{\Gamma} u(t) = \iint_{S^+(t)} \mu(a,b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db + \iint_{S^-(t)} \mu(a,b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db$$

$$(a,b) \in S^+(t) \quad \text{اگر} \quad \gamma_{ab} u(t) = +1$$

$$(a,b) \in S^-(t) \quad \text{اگر} \quad \gamma_{ab} u(t) = -1$$

$$f(t) = \int_{S_+(t)} \mu(a,b) dadb - \int_{S_-(t)} \mu(a,b) dadb \quad (2-3)$$

از رابطه (۲-۳) نتیجه می گیریم که:

الف. مقادیر لحظه ای خروجی بستگی به تقسیم مثلث T دارد این تقسیم بندی با فصل مشترک $L(t)$ معین می گردد. این مقادیر اکسترمم مختصات، رئوس $L(t)$ می باشند.

ب. به ازای ورودی های متفاوت $u_1(t) \neq u_2(t)$ با سابقه گذشته متفاوت خروجی متناظرشان $f_1(t) \neq f_2(t)$ متفاوت خواهد بود.

در این بخش یک خاصیت جالب از این مدل را که مکانیزم شکل حافظه در تقریب پریساج را بیان می کند، شرح می دهیم:

این مدل نمی تواند همه مقادیر اکسترمم ورودی قبلی را ذخیره نماید و بعضی از ورودی ها با تغییر ورودی بعد جاروب می شوند. بدین صورت که اگر ورودی در یک لحظه از زمان بیشتر از ورودی در زمان قبلی باشد، ورودی قبلی به طور کامل از بین خواهد رفت همین خاصیت برای دو ورودی کاهشی متوالی نیز وجود خواهد داشت که به این خاصیت، خاصیت جاروبی گوییم.

به طور کلی این مدل دارای دو خاصیت بسیار مهم می باشد:

۱. خاصیت جاروبی: هر ماکزیمم محلی رأسهایی از $L(t)$ را جاروب خواهد کرد که مختصات a -اشان پایین این ماکزیمم محلی باشد و هر مینیمم محلی رأسهایی از $L(t)$ را جاروب خواهد کرد. که مختصات b -اشان بالای این مینیمم محلی باشد.

با توجه به این خاصیت می توانیم چنین نتیجه گیری کنیم که فقط یک مجموعه متناوب از اکسترمم های ورودی غالب می تواند توسط مدل پریساج ذخیره گردد و همه ورودی های دیگر اکسترمم پاک می شوند.

۲. خاصیت تجانس: تمام حلقه های هیستریزس فرعی که از نوسان عقب و جلو ورودی ها بین دو مقدار اکسترمم سازنده یکسان بوجود می آیند، با یکدیگر متجانس اند.

۳-۴ تعیین تجربی $\mu(a,b)$

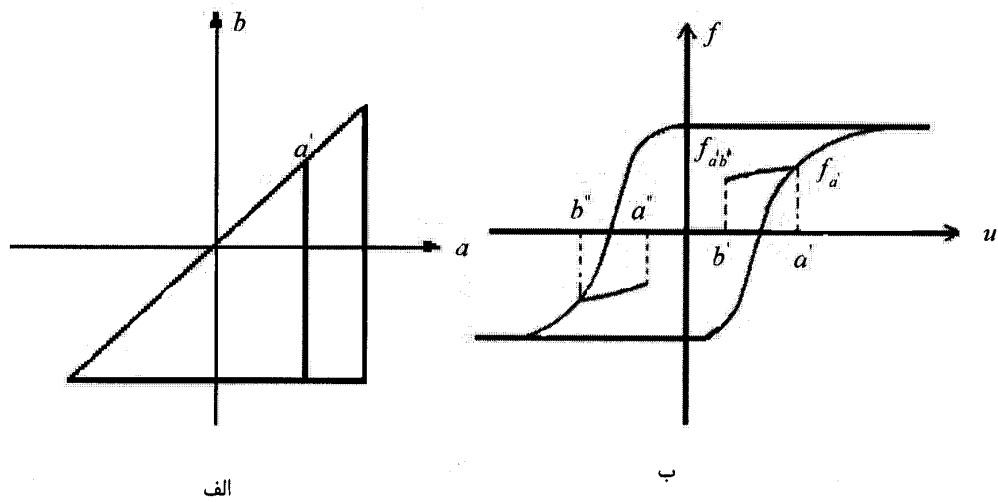
بیان تئوری:

برای تعیین تابع پریساج $\mu(a,b)$ به مجموعه ای از منحنی های انتقال (معکوس) مرتبه اول نیاز داریم که این منحنی ها به طریق تجربی با روش زیر بدست می آیند.

ابتدا ورودی $u(t)$ به یک مقدار کمتر از b_0 کاهش می یابد، سپس مبدل هیستریزیس آن را به حالت اشباع منفی می آورد و سپس ورودی به طور یکنواخت افزایش می یابد تا زمانی که به یک مقدار a' می رسد این حالت روی دیاگرام $a-b$ پریساج در شکل ۳-۹-الف نشان داده شده است.

زمانی که ورودی افزایش می یابد روی یک شاخه صعودی از حلقه اصلی حرکت می کنیم شکل ۳-۹-ب به دلیل اینکه معمولاً هیچ شاخه ای زیر آن وجود ندارد این شاخه، شاخه مرزی نامیده می شود، عبارت $f_{a'}$ را برای مقادیر خروجی روی این شاخه که ورودی آن $u(t) = a'$ می باشد استفاده می شود. هنگامی که ورودی افزایش می یابد روی حلقه اصلی حرکت می کنیم. اگر زمانی که به یک مقدار ماکزیمم a' برسیم در این نقطه ورودی را کاهش دهیم دیگر روی منحنی مرزی نخواهیم بود و مسیر فرعی طی خواهد شد که به این مسیر، منحنی انتقال مرتبه اول گوییم.

منحنی های مرتبه اول به شاخه اصلی مرزی متصل می شوند. هر یک از این منحنی ها از بالای ورودی افزایشی قبلی شروع شده و به طور یکنواخت از داخل منحنی مرزی کاهش می یابند. جمله مرتبه اول به این دلیل استفاده شده است که تأکید نماید که هر یک از این منحنی ها بعد از معکوس اولین ورودی شکل می گیرند. عبارت $f_{a'b'}$ برای مقادیر خروجی روی منحنی انتقال مرتبه اول که در نقطه $(a', f_{a'})$ به شاخه صعودی اصلی متصل می شود، استفاده می کنیم و این مقدار خروجی متناظر مقدار ورودی $u = b'$ بر روی منحنی انتقال مرتبه اول می باشد. (شکل ۳-۹-ب) این کاهش یکنواخت ورودی روی دیاگرام $a-b$ در مدل پریساج به صورت شکل ۳-۱۰ تغییر می باشد.



شکل ۳-۹-الف: دیاگرام پریساج در لحظه ای است که میدان ورودی به اندازه a' افزایش یافته است. ب: منحنی هیستریزس متناظر با دیاگرام پریساج در لحظه ای که میدان افزایش می یابد شاخه صعودی مرزی اصلی را در نظر می گیریم اگر در لحظه ای که میدان به اندازه a' است اگر میدان ورودی را کاهش دهیم، دیگر روی شاخه صعودی مرزی حرکت نخواهیم کرد بلکه یک مسیر فرعی به نام منحنی انتقال مرتبه اول را طی می کنیم.

اگر تابع زیر را تعریف کنیم [۱۰]:

$$F(a', b') = \frac{1}{2}(f_{a'} - f_{a'b'}) \quad (3-3)$$

این تابع نصف افزایش خروجی در طول منحنی انتقال مرتبه اول است. این تابع را برحسب تابع چگالی پریساج $\mu(a, b)$ بیان می کنیم. اگر دیاگرام $a-b$ در شکل ۳-۹-الف را با دیاگرام $a-b$ در شکل ۳-۱۰ مقایسه کنیم از این دو دیاگرام مشخص می شود که مثلث $T(a', b')$ به مجموعه منفی $S^-(t)$ اضافه شده و از مجموعه مثبت $S^+(t)$ کم شده است، با استفاده از رابطه (۳-۲) و این گفته داریم:

$$f_{a'} - f_{a'b'} = 2 \iint_{T(a', b')} \mu(a, b) da db \quad (4-3)$$

با مقایسه این رابطه با رابطه (۳-۳) خواهیم داشت:

$$F(a', b') = \iint_{T(a', b')} \mu(a, b) da db \quad (5-3)$$

این انتگرال را بر روی سطح مثلثی $T(a', b')$ به صورت انتگرال دوگانه زیر می نویسیم:

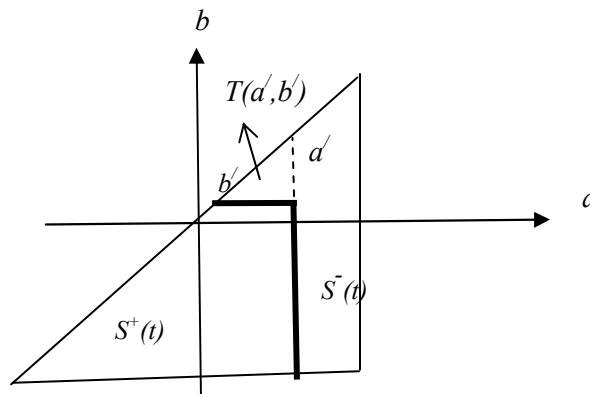
$$F(a', b') = \int_{b'}^{a'} \left(\int_b^{a'} \mu(a, b) da \right) db \quad (6-3)$$

با دو بار مشتق گیری از رابطه (۶-۳) نسبت به a' و b' داریم:

$$\mu(a', b') = - \frac{\partial^2 F(a', b')}{\partial a' \partial b'} \quad (7-3)$$

با استفاده از معادله (۴-۳) به طور معادل داریم:

$$\mu(a', b') = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{ab'}}{\partial a' \partial b'} \quad (8-3)$$



شکل ۳-۱۰. دیاگرام پریساج متناظر با لحظه‌ای که میدان ورودی پس از یک افزایش، کاهش یافته است.

توجه شود که: $F(a', b')$ و $\mu(a, b)$ یک تابع افزایشی یکنواخت از a' برای هر b' ثابت می باشند و یک تابع کاهشی یکنواخت از b' برای هر a' ثابت می باشد.

تابع چگالی پریساج یعنی $\mu(a, b)$ که با استفاده از منحنی های انتقال مرتبه اول کاهشی محاسبه شد با روشی مشابه این تابع با استفاده از منحنی انتقال مرتبه اول افزایشی نیز می تواند محاسبه گردد. این منحنی ها به شاخه نزولی حلقه اصلی متصل می شود و هر یک از این منحنی های انتقال صعودی مرتبه اول بعد از یک افزایش در ورودی شکل می گیرند f_b'' برای مقدار خروجی روی شاخه نزولی اصلی که ورودی آن b'' است استفاده می شود که روی دیاگرام $a-b$ که در شکل ۳-۱۱ نشان

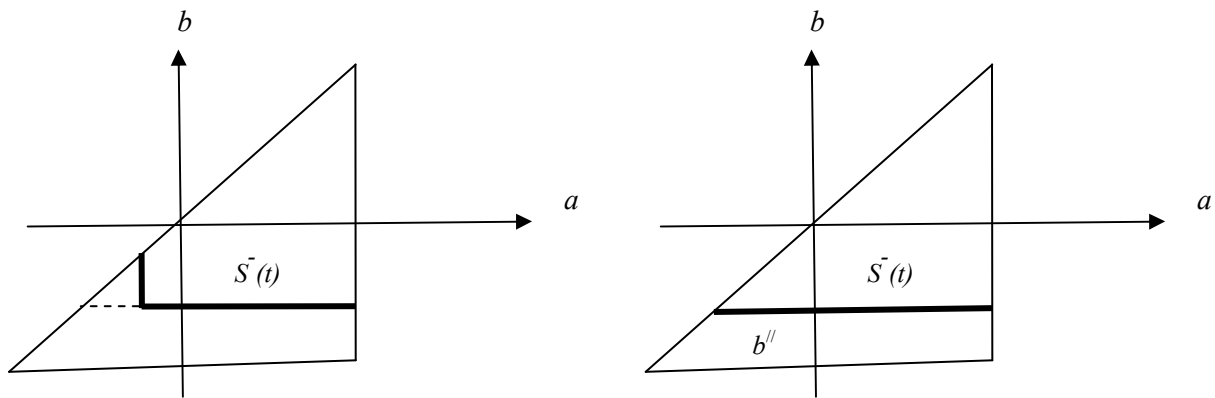
داده است. $f_{b''a''}$ برای مقدار خروجی بر روی منحنی انتقال افزایشی مرتبه اول که به شاخه کاهش مرزی متصل می شود و ورودی آن a'' است. (شکل ۳-۹-ب)

$$F(a'', b'') = \iint_{T(a'', b'')} \mu(a, b) da db \quad (۹-۳)$$

شکل ۳-۱۱ دیاگرام های پریساج برای لحظه ای که روی حلقه هیستریزیس مرزی بر روی شاخه نزولی حرکت می کنیم.

با استفاده از تابع (۹-۳) و شکل های ۳-۱۱ و رابطه (۳-۲) داریم:

$$F(a'', b'') = \frac{1}{2} (f_{b''a''} - f_{b''}) \quad (۱۰-۳)$$



شکل ۳-۱۱. دیاگرام پریساج برای لحظه ای که روی حلقه هیستریزیس مرزی بر روی شاخه نزولی حرکت می کنیم.

با دوبار مشتق گیری از رابطه (۹-۳) نسبت به a'' و b'' خواهیم داشت:

$$\mu(a'', b'') = - \frac{\partial^2 F(a'', b'')}{\partial a'' \partial b''} \quad (۱۱-۳)$$

با در نظر گرفتن تقارن، منحنی های انتقال مرتبه اول افزایشی و کاهش متجانس اند.

$$a'' = -b' \quad \text{و} \quad b'' = -a' \quad (۱۲-۳)$$

پس خواهیم داشت:

$$f_{b''a''} = -f_{a'b'} \quad , \quad f_{b''} = -f_{a'} \quad (۱۳-۳)$$

از (۱۳-۳) و (۳-۳) و (۱۰-۳) خواهیم داشت:

$$F(a'', b'') = F(a', b') \quad (۱۴-۳)$$

و در نتیجه:

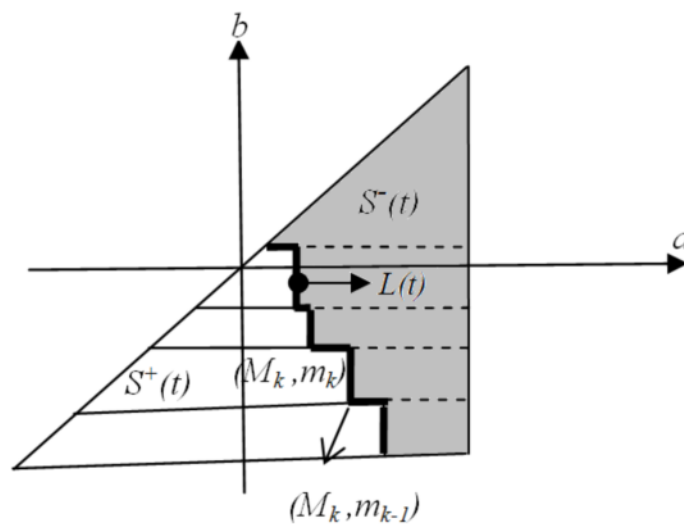
$$F(-b', -a') = F(a', b') \quad (۱۵-۳)$$

با جایگذاری (۱۴-۳) و (۱۲-۳) در (۱۱-۳) داریم:

$$\mu(-b', -a') = -\frac{\partial^2 F(a', b')}{\partial a' \partial b'} \quad (۱۶-۳)$$

با مقایسه (۱۶-۳) و (۷-۳) به این نتیجه می‌رسیم که:

$$\mu(-b', -a') = \mu(a', b') \quad (۱۷-۳)$$



شکل ۳-۱۲. دیاگرام پریساج که فصل مشترک $L(t)$ را نشان می‌دهد که سطح هاشورخورده را که شامل اپراتورهای سوئیچ شده به بالا می‌باشد را از اپراتورهای سوئیچ شده به پایین جدا می‌کند. این دیاگرام برای یک سری میدان‌های اعمالی افزایشی و کاهش‌یکنواخت نزولی می‌باشد

روابط (۱۵-۳) و (۱۷-۳) یک تقارن آینه‌ای برای توابع $\mu(a, b)$ و $F(a', b')$ نسبت به خط $a = -b$ بیان می‌کنند. این تقارن پیامد تجانس منحنی‌های انتقال صعودی و نزولی مرتبه اول می‌باشد. توجه شود که خط $a = -b$ فصل مشترک بین ناحیه $S^+(t)$ و $S^-(t)$ باشد بر طبق تقارن و

رابطه (۲-۳) خروجی برابر صفر می گردد یعنی $f(t)=0$ که در این حالت جسم دیامغناطیس نامیده می شود.

در واقع این حالت نمی تواند وجود داشته باشد، چون فصل مشترک $L(t)$ همواره شکل پله ای دارد. در نتیجه یک فصل مشترک واقعی به طور تقریب می تواند $a \approx -b$ باشد.

معادله (۸-۳) برای بدست آوردن تابع چگالی زمانی مفید خواهد بود که سطح دو بعدی $f(b, a)$ دوبار مشتق پذیر باشد که این حالت برای اندازه گیری منحنی ها در تجربه وجود ندارد. برای غلبه بر این مشکل باید یک سطح تقریبی صاف $\tilde{f}(b, a)$ را به داده های تجربی منطبق کنیم. که تقریب توسط روش حداقل مربعات انجام می گردد. با توجه به اینکه این روش به خطاهای تجربی حساس می باشد لذا امکان خطا در آن زیاد می باشد.

۳-۵ اجرای عددی تقریب پریساج

مدل پریساج با استفاده از رابطه (۲-۳) می تواند به صورت عددی اجرا گردد، بطوری که برای محاسبه خروجی $f(t)$ از فرمول (۲-۳) و برای تعیین تابع وزن $\mu(a, b)$ از فرمول (۸-۳) استفاده می شود که در استفاده از این رابطه ها با دو مشکل عمده مواجه هستیم یکی اینکه باید به ارزیابی عددی انتگرال (۳-۲) پردازیم و دوم تعیین تابع چگالی $\mu(a, b)$ می باشد. تقریب دیگری را می توانیم برای ارزیابی عددی تقریب پریساج بکار ببریم.

نقطه شروع برای استنتاج فرمول صریحی برای $f(t)$ این است که از رابطه (۲-۳) استفاده کنیم، $S^+(t)$ و $S^-(t)$ در رابطه (۲-۳) به وسیله مرز مشترک $L(t)$ از هم جدا می شوند این مرز مشترک مختصات رئوس اش یعنی a, b را برابر $a = MK$ و $b = mK$ در نظر می گیریم. با اضافه و کم کردن انتگرالی

از $\mu(a, b)$ روی سطح $S^+(t)$ رابطه (۲-۳) را می توانیم به صورت زیر بنویسیم [۱۰]:

$$f(t) = - \int_T \int \mu(a, b) da db + 2 \int_{S^+(t)} \int \mu(a, b) da db \quad (۱۸-۳)$$

که در اینجا T مثلث مرزی می باشد. بر طبق رابطه (۵-۳) خواهیم داشت:

$$F(a_0, b_0) = \iint_T \mu(a, b) da db \quad (19-3)$$

مجموعه مثبت $S^+(t)$ می تواند به n ذوزنقه Q_k مطابق شکل ۱۲-۳ تقسیم گردد و در نتیجه داریم:

$$\iint_{S^+(t)} \mu(a, b) da db = \sum_{k=1}^{n(t)} \iint_{Q_k(t)} \mu(a, b) da db \quad (20-3)$$

چون تعداد این ذوزنقه ها (n) و شکل آنها ممکن است با زمان تغییر کند به همین دلیل n و Q_k توابعی از زمان در نظر گرفته می شوند. هر ذوزنقه Q_k می تواند از اختلاف دو مثلث $T(M_k, m_{k-1})$ و $T(M_k, m_k)$ بدست آید. از این رو داریم:

$$\iint_{Q_k(t)} \mu(a, b) da db = \iint_{T(M_k, m_{k-1})} \mu(a, b) da db - \iint_{T(M_k, m_k)} \mu(a, b) da db \quad (21-3)$$

برای حالت $k=1$ ، m_0 در رابطه (۲۱-۳) برابر b_0 است. با استفاده از (۶-۳) داریم:

$$F(M_k, m_{k-1}) = \iint_{T(M_k, m_{k-1})} \mu(a, b) da db \quad (22-3)$$

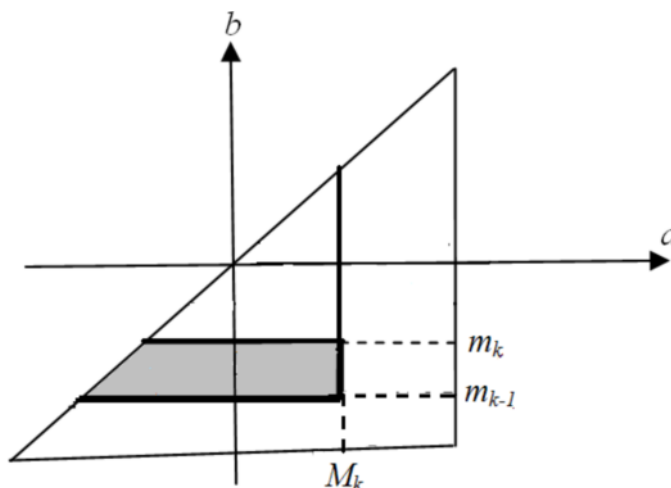
$$F(M_k, m_k) = \iint_{T(M_k, m_k)} \mu(a, b) da db \quad (23-3)$$

با ترکیب روابط (۲۱-۳) و (۲۲-۳) و (۲۳-۳) داریم:

$$\iint_{Q_k(t)} \mu(a, b) da db = F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k) \quad (24-3)$$

همچنین از ترکیب روابط (۱۸-۳)، (۱۹-۳)، (۲۰-۳)، (۲۴-۳) بدست می آوریم:

$$f(t) = -F(a_0, b_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)} [F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)] \quad (25-3)$$

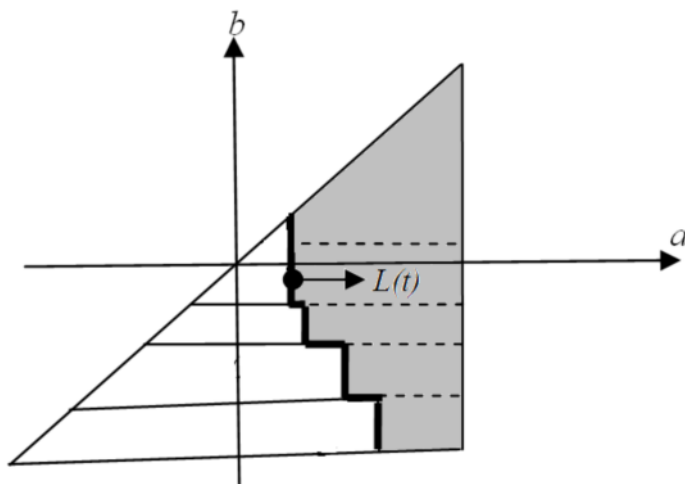


شکل ۳-۱۳. هر ذوزنقه Q_k از اختلاف دو مثلث $T(M_k, m_{k-1})$ و $T(M_k, m_k)$ بدست می‌آید.

با توجه به شکل اگر m_n مقدار جریان ورودی باشد، یعنی $m_n = u(t)$ باشد (در لحظه ای ورودی در اتصال انتهایی است) و ورودی $u(t)$ به طور یکنواخت نسبت به ماکزیمم قبلی M_{n-1} کاهش یافته است پس رابطه (۳-۲۵) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(t) = -F(a_0, b_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)-1} [F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)] + 2[F(M_n, m_{n-1}) - F(M_n, u(t))] \quad (۳-۲۶)$$

رابطه آخری برای یک ورودی کاهشی یکنواخت، نتیجه شده است هنگامی که اتصال انتهایی مرز مشترک $L(t)$ یک خط افقی است. اگر ورودی $u(t)$ افزایشی یکنواخت باشد در نتیجه اتصال انتهایی مرز مشترک $L(t)$ روی دیاگرام $a-b$ شکل ۳-۱۴ یک خط عمودی خواهد بود.



شکل ۳-۱۴. دیاگرام پریساج در حالتی که آخرین میدان افزایشی است.

این شکل حالت خاصی از شکل قبلی است، در این حالت مشخص است که:

$$m_n(t) = M_n(t) = u(t) \quad (۲۷-۳)$$

و بر طبق تعریف (۵-۳) از $F(a, b)$ می توانیم نتیجه بگیریم که:

$$F(M_n, m_n) = F(u(t), u(t)) = 0 \quad (۲۸-۳)$$

از روابط (۲۵-۳) و (۲۷-۳) و (۲۸-۳) می توان خروجی $f(t)$ را برای حالتی که ورودی $u(t)$ به طور یکنواخت نسبت به مینیمم قبلی m_{n-1} افزایش می یابد را به صورت زیر بدست آورد.

$$f(t) = -F(a_0, b_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)-1} [F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)] + 2F(u(t), m_{n-1}) \quad (۲۹-۳)$$

تابع $F(a, b)$ طبق رابطه (۳-۳) به اندازه گیری تجربی منحنی های انتقال مرتبه اول وابسته است. با

استفاده از این رابطه، روابط (۲۶-۳) و (۲۹-۳) را به این صورت می توان نوشت:

$$f(t) = -f^+ + \sum_{k=1}^{n-1} (f_{M_k m_k} - f_{M_k m_{k-1}}) + f_{M_n u(t)} - f_{M_n m_{n-1}}$$

$$f(t) = -f^+ + \sum_{k=1}^{n-1} (f_{M_k m_k} - f_{M_k m_{k-1}}) + f_{u(t)} - f_{u(t).m_{n-1}}$$

که در اینجا f^+ مقدار اشباع مثبت است. با استفاده از روابطی که در بالا بدست آوردیم، می توان مقدار خروجی را بر حسب داده های اندازه گیری شده تجربی در هر لحظه از زمان محاسبه نمود که پایه ای برای اجرای عددی مدل پریساج می باشد.

۳-۶- مدل دینامیکی پریساج از هیستریزس

در بخشی های قبل مدل عمومی و کلاسیک پریساج توضیح داده شد. این مدل ماهیتاً استاتیک بوده و سرعت تغییرات ورودی و خروجی تأثیری ندارد و در واقع فقط اکستریم ها ورودی اثر خود را گذاشته اند.

حال مسئله برازش اطلاعات و نتایج آزمایشات با این مدل ها مورد مطالعه می باشد و در نهایت کاربرد عددی مدل دینامیکی پریساج جهت حل این مسئله ارائه می شود .

ایده ای که در پشت مدل دینامیکی پریساج می باشد، مطرح کردن وابستگی تابع μ به سرعت تغییرات خروجی $(\frac{df}{dt})$ می باشد. این ایده منجر می شود به مدل دینامیکی پریساج از هیستریزس که به قرار زیر می باشد .

$$f(t) = \iint_{a \geq b} \mu(a, b, \frac{df}{dt}) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (30-3)$$

$$f(t) = \iint_{R_{u(t)}} \mu(a, b, u(t), \frac{df}{dt}) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db + \frac{f_{u(t)}^- + f_{u(t)}^+}{2} \quad (31-3)$$

مدل های بالا، به ترتیب مدل دینامیکی مدل کلاسیک پریساج و مدل دینامیکی مدل غیرخطی پریساج می باشد. استفاه مستقیم از مدل های (۳۰-۳) و (۳۱-۳) مشکلاتی را به همراه دارد. اولاً، وابستگی تابع μ به مقدار کامل ناشناخته $\frac{df}{dt}$ ، که باعث پیچیده شدن به کارگیری عددی این مدل ها

شده است. ثانیاً، ابهام در تعریف مسئله مربوط به این مدل ها.

حال بسط تابع μ را بر حسب $\frac{df}{dt}$ می توان به صورت زیر نوشت:

$$\mu(a, b, \frac{df}{dt}) = \mu_0(a, b) + \frac{df}{dt} \mu_1(a, b) + \dots \quad (32-3)$$

$$\mu(a, b, u(t), \frac{df}{dt}) = \mu_0(a, b, u(t)) + \frac{df}{dt} \mu_1(a, b, u(t)) + \dots \quad (33-3)$$

با نگر داشتن دو عبارت اول معاملات بالا، می توان مدل های دینامیکی پریساج را به صورت زیر بازنویسی کرد :

$$f(t) = \int_{a \geq b} \mu_0(a, b) \hat{\gamma}_{ab} da db + \frac{df}{dt} \int_{a \geq b} \mu_1(a, b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (34-3)$$

$$f(t) = \iint_{R_u(t)} \mu_0(a, b, u(t)) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db + \frac{f^{-u(t)} + f^{+u(t)}}{2} + \frac{df}{dt} \iint_{R_u(t)} \mu_1(a, b, u(t)) \hat{\gamma}_{ab} da db \quad (35-3)$$

واضح است در مواردی که تغییرات خروجی بسیار کند باشد، مدل های بالا به مدل های استاتیک هیستریزس ساده می شود، یعنی تابع های μ_0 در معادلات 3-34 و 3-35 با تابع های μ در مدل های استاتیک منطبق می باشد. به عبارت دیگر، می توان تابع μ_0 در 3-34 و 3-35 را به ترتیب بوسیله انطباق با منحنی های انتقال مرتبه اول و مرتبه دوم حالت استاتیکی، تعیین نمود.

طبق آنچه گفته شد، مدل های 3-34 و 3-35 را می توان به فرم های معادل زیر نیز ارائه داد:

$$f(t) = \tilde{f}(t) + \frac{df}{dt} \int_{a \geq b} \mu_1(a, b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (36-3)$$

$$f(t) = \tilde{f}(t) + \frac{df}{dt} \iint_{R_u(t)} \mu_1(a, b, u(t)) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (37-3)$$

که عبارت \tilde{f} بخش استاتیکی هیستریزس می باشد:

$$\tilde{f}(t) = \iint_{a \geq b} \mu_0(a, b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (38-3)$$

$$\tilde{f}(t) = \iint_{R_u(t)} \mu_0(a, b, u(t)) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db + \frac{f^{+u(t)} + f^{-u(t)}}{2} \quad (39-3)$$

عبارات 3-36 و 3-37 از نقطه نظر فیزیکی واضح و روشن می باشد.

این عبارات نشان می دهند که تفاوت بین مقدار لحظه ای و استاتیکی خروجی با سرعت لحظه ای تغییرات خروجی به طور مستقیم رابطه دارد.

ما در ادامه خواهیم پرداخت به تعریف مسائل مربوط به تعیین توابع μ_1 بوسیله انطباق مدل های ۳-۳۶ و ۳-۳۷ با اطلاعات و نتایج آزمایشات.

ابتدا به مدل مطرح شده در معادله ۳-۳۶ می پردازیم و آزمایشات ارائه شده در ادامه مشکلات مربوط به آن را حل خواهد کرد. از نقطه اشباع منفی شروع کرده و ورودی $u(t)$ را به طور اکیداً صعودی تا رسیدن به مقدار a در $t=t_0$ افزایش می دهیم و آن را برای $t \geq t_0$ ثابت نگه می داریم. با ثابت نگه داشتن ورودی، خروجی از مقدارش (f_a) در $t=t_0$ به مقدار استاتیکی اش (\tilde{f}_a) آرام می گیرد.

طبق مدل (۳-۳۶) این روند را می توان با معادله دیفرانسیل زیر بیان کرد:

$$\tau_a \frac{df}{dt} + f = \tilde{f}_a \quad (40-3)$$

که:

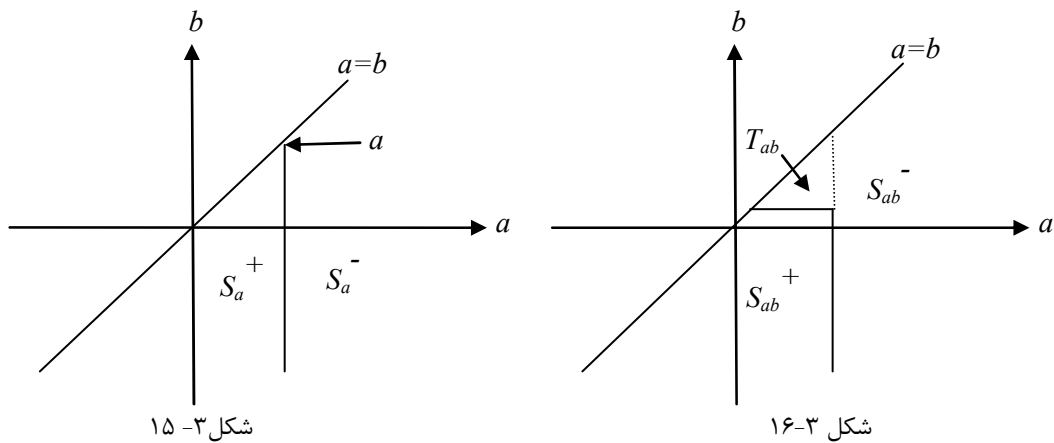
$$\tau_a = \int \int_{s^-_a} \mu_1(a', b') da' db' - \int \int_{s^+_a} \mu_1(a', b') da' db' \quad (41-3)$$

و s^-_a و s^+_a نواحی مثبت و منفی مثلث پریساج طبق تغییرات ورودی در بالا می باشند. (شکل ۳-۱۵ را ببینید)

حل معادله ۳-۴۱ رابطه زیر را نتیجه می دهد:

$$f(t) = (f_a - \tilde{f}_a) e^{-t/\tau_a} + \tilde{f}_a \quad (42-3)$$

بنابراین، τ_a زمان آرامش می باشد که می توان به کمک آزمایشات اندازه گیری شود.



حال هیستریزس غیرخطی را به حالت اشباع منفی برمی گردانیم. با شروع از این حالت، ورودی را دوباره به طور اکیداً صعودی تا رسیدن به مقدار a افزایش می دهیم سپس ورودی را به طور اکیداً نزولی تا رسیدن به مقدار b در زمان $t = t'_0$ کاهش می دهیم سپس آن را برای $t > t'_0$ ثابت نگه می داریم.

با ثابت نگه داشتن ورودی، خروجی از مقدارش (f_{ab}) در $t = t'_0$ به مقدار استاتیکی اش \tilde{f}_{ab} آرام می گیرد. برای روند مذکور مدل (۳۶-۳) رابطه زیر را ارائه می دهد:

$$\tau_{ab} \frac{df}{dt} + f = \tilde{f}_{ab} \quad (۴۳-۳)$$

که طبق مدل (۳۶-۳) و دیاگرام پریساج نشان داده شده در شکل ۳-۱۶، ضریب ζ_{ab} را می توان به صورت عبارت زیر بیان کرد:

$$\zeta_{ab} = \int_{S_{ab}^-} \mu_1(a', b') da' db' - \int_{S_{ab}^+} \mu_1(a', b') da' db' \quad (۴۴-۳)$$

با حل رابطه ۴۳-۳، ما داریم:

$$f(t) = (f_{ab} - \tilde{f}_{ab}) e^{-t/\tau_{ab}} + \tilde{f}_{ab} \quad (۴۵-۳)$$

بنابراین، τ_{ab} نیز مفهوم زمان آرام دارد و می توان به کمک آزمایش آن را اندازه گیری نموده واضح است که زمان آرامش τ_a می تواند به صورت زمان آرامش τ_{aa} نیز تعبیر شود، پس می توان گفت که به مجموعه $\{\tau_{ab}\}$ تعلق دارد.

ما نشان خواهیم داد که با دانستن این زمان های آرامش، می توانیم تابع $\mu_1(a, b)$ را پیدا کنیم. تابع $q(a, b)$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$q(a, b) = \tau_a - \tau_{ab} \quad (46-3)$$

از معادلات (3-41)، (3-44) و (3-46) داریم:

$$q(a, b) = 2 \iint_{T_{ab}} \mu_1(a', b') da' db' \quad (47-3)$$

که T_{ab} در شکل 3-16 نشان داده شده است.

از معادله (3-47)، به راحتی می توانیم $\mu_1(a, b)$ را به صورت زیر بنویسیم.

$$\mu_1(a, b) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_{ab}}{\partial a \partial b} \quad (48-3)$$

با جایگذاری معادله (3-46) در (3-48) داریم:

$$\mu_1(a, b) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \tau_{ab}}{\partial a \partial b} \right) \quad (49-3)$$

با یک راه حل مشابه می توان مسئله مدل ورودی وابسته (غیرخطی) در مدل (3-37) را نیز حل نموده. حال دو نوع پروسه آرامش را در نظر می گیریم. پروسه نوع اول بعد از افزایش اکیداً صعودی ورودی تا مقدار a و بعد کاهش اکیداً نزولی آن تا مقدار u رخ می دهد.

طبق مدل (3-37)، پروسه آرامش نوع اول می تواند توسط معادله دیفرانسیل زیر بیان شود:

$$\tau_{au} \frac{df}{dt} + f = \tilde{f}_{au}$$

که

$$\tau_{au} = \int \int_{S_{au}^-} \mu_1(a', b', u) da' db' - \int \int_{S_{au}^+} \mu_1(a', b', u) da' db' \quad (50-3)$$

از معادله دیفرانسیل قبل داریم:

$$f(t) = (f_{cau} - \tilde{f}_{cau})e^{-t/\tau_{cau}} + \tilde{f}_{cau} \quad (51-3)$$

نوع دوم پروسه آرامش وقتی رخ می دهد که ورودی ابتدا به طور اکیداً صعودی به مقدار a برسد سپس به مقدار b کاهش یابد، دوباره به مقدار u به طور اکیداً صعودی افزایش یابد، و در آن مقدار ثابت نگه داشته شود.

این پروسه آرامش بوسیله معادله زیر بیان می شود:

$$\tau_{abu} \frac{df}{dt} + f = \tilde{f}_{abu} \quad (52-3)$$

که

$$\zeta_{abu} = \int \int_{S_{abu}^-} \mu_1(a', b', u) da' db' - \int \int_{S_{abu}^+} \mu_1(a', b', u) da' db' \quad (53-3)$$

و در نهایت داریم:

$$f(t) = (f_{abu} - \tilde{f}_{abu})e^{-t/\tau_{abu}} + \tilde{f}_{abu} \quad (54-3)$$

از روابط (51-3) و (54-3) واضح است که τ_{cau} و τ_{abu} تعبیر فیزیکی و زمان های آرامش را دارند و با آزمایشات قابل اندازه گیری می باشند.

با دانستن این زمان های آرامش، می توانیم تابع زیر را تعریف کنیم:

$$Q(a, b, u) = \tau_{cau} - \tau_{abu} \quad (55-3)$$

از معادلات (53-3) و (50-3) می توانیم بنویسیم:

$$Q(a, b, u) = 2 \int \int_{R(a, b, u)} \mu_1(a', b', u) da' db' \quad (56-3)$$

از رابطه (56-3) بدست می آوریم:

$$\mu_1(a, b, u) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 Q(a, b, u)}{\partial a \partial b} \quad (57-3)$$

با جایگذاری رابطه 55-3 در معادله 57-3 ما به عبارت دیگری برای μ_1 دست می یابیم:

$$\mu_1(a, b, u) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau_{abu}}{\partial a \partial b} \quad (58-3)$$

فرض کنید که ما از حالت اشباع مثبت شروع کنیم و ورودی را تا رسیدن به مقدار \tilde{b} کاهش دهیم، سپس ورودی را تا رسیدن به مقدار \tilde{a} افزایش می‌دهیم و از آن به بعد در آن مقدار ثابت نگه می‌داریم. حال زمان‌های آرامش $\tilde{\tau}_{ab}$ را جهت توصیف تغییرات خروجی در نظر می‌گیریم.

اگر $\tilde{b} = -a, \tilde{a} = -b$ باشد. براساس تقارن داریم:

$$\tau_{\tilde{b}\tilde{a}} = -\tau_{ab} \quad (59-3)$$

از گذشته داشتیم که:

$$\mu_1(\tilde{a}, \tilde{b}) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau_{\tilde{b}\tilde{a}}}{\partial \tilde{a} \partial \tilde{b}} \quad (60-3)$$

براساس معادلات (59-3) و فرض $\tilde{b} = -a, \tilde{a} = -b$ سمت راست معادله (60-3) با توجه معادله (49-3) به شکل زیر در می‌آید:

$$\mu_1(\tilde{a}, \tilde{b}) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau_{ab}}{\partial b \partial a} = \mu_1(a, b) \quad (61-3)$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\mu_1(-b, -a) = \mu_1(a, b) \quad (62-3)$$

به طور مشابه می‌توانیم برای آرامش $\tau_{\tilde{b}\tilde{a}\tilde{u}}$ نشان دهیم که:

$$\mu_1(\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{u}) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau_{\tilde{b}\tilde{a}\tilde{u}}}{\partial \tilde{a} \partial \tilde{b}} \quad (63-3)$$

و اگر $\tilde{b} = -a, \tilde{a} = -b, \tilde{u} = -u$ باشد به علت تقارن داریم:

$$\tau_{\tilde{b}\tilde{a}\tilde{u}} = -\tau_{abu} \quad (64-3)$$

مانند آنچه در گذشته انجام شد براساس معادلات (۳-۵۸)، (۳-۶۳) و (۳-۶۴) می توان به این نتیجه رسید که:

$$\mu_1(-b, -a, -u) = \mu_1(a, b, u) \quad (۳-۶۵)$$

ما در ادامه به کاربرد عددی مدل های دینامیک خواهیم پرداخت. مدل های (۳-۳۶) و (۳-۳۷) را می توان با معادله دیفرانسیل زیر بیان نمود:

$$\hat{a}(u(t)) \frac{df}{dt} + f(t) = \tilde{f}(t) \quad (۳-۶۶)$$

که ضریب $\hat{a}(t)$ به ترتیب برای مدل های ۳-۳۶ و ۳-۳۷ با فرمول های زیر تعریف می شود.

$$\hat{a}(u(t)) = - \int \int_{a \geq b} \mu_1(a, b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (۳-۶۷)$$

$$\hat{a}(u(t)) = - \int \int_{R_{u(t)}} \mu_1(a, b, u(t)) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (۳-۶۸)$$

روشن است که جواب معادله (۳-۶۶) را می توان به صورت زیر بیان نمود:

$$f(t) = B(t) \left[f_0 + \int_0^t \frac{\tilde{f}(\xi)}{\hat{a}(\xi)b(\xi)} d\xi \right] \quad (۳-۶۹)$$

که f_0 مقدار اولیه خروجی و $B(t)$ نیز با رابطه زیر مشخص می شود:

$$B(t) = \exp\left(-\int_0^t \frac{d\xi}{\hat{a}(\xi)}\right) \quad (۳-۷۰)$$

با مشخص بودن $\hat{a}(t)$ و $\tilde{f}(t)$ به کمک معادلات ۳-۶۹ و ۳-۷۰ می توان $f(t)$ را محاسبه نمود. محاسبه \tilde{f} برای مدل کلاسیک پریساج و مدل غیرخطی پریساج با جزئیات در قسمت های قبل توضیح داده شد.

می بینید که ساختار ریاضی $\hat{a}(t)$ مشابه ساختار ریاضی مدل های استاتیکی پریساج می باشد و به طور مشابه می توان فرمول های برای محاسبه $\hat{a}(t)$ نوشت. در ضمن فرمول های زیر به ترتیب نیز برای مدل های (۳-۳۶) و (۳-۳۷) جهت محاسبه $\hat{a}(t)$ قابل استفاده می باشد.

$$\hat{a}(u(t)) = -\frac{1}{2}q(a_0, b_0) + \sum_{k=1}^{n(t)} [q(M_k, m_{k-1}) - q(M_k, m_k)] \quad (۷۱-۳)$$

$$\hat{a}(u(t)) = \frac{1}{2}Q(a_0, b_0, u(t)) + \sum_{k=1}^{n(t)} [Q(M_{k+1}, m_k, u(t)) - Q(M_k, m_k, u(t))] \quad (۷۲-۳)$$

فرمول های بالا نه تنها به دلیل دادن یک عبارت صریح برای انتگرال های (۳-۶۷) و (۳-۶۸) مناسب می باشد، زیرا از طرف دیگر این معادله برحسب عبارت هایی از اطلاعات آزمایشات بیان می شود. در توضیحات قبل به طور ضمنی فرض شده بود که پروسه های آرامش با زمان های آرامش مشخص می شوند. اگر این طور نبود و چندین زمان آرامش جهت بیان پروسه های آرامش یاد شده به کار گرفته شده بود، باید به فکر عمومی کردن مدل های دینامیکی بود. برای این کار باید از معادلات دیفرانسیل مرتبه بالاتر استفاده نمود. برای مدل دینامیکی درجه دوم برای حالت عمومی داریم:

$$\hat{a}^{(2)}(u(t)) \frac{d^2 f}{dt^2} + \hat{a}^{(1)}(u(t)) \frac{df}{dt} + f(t) = \tilde{f}(t) \quad (۷۳-۳)$$

که

$$\tilde{f}(t) = \iint_{a \geq b} \mu_0(a, b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (۷۴-۳)$$

$$\hat{a}^{(1)}(u(t)) = \iint_{a \geq b} \mu_1(a, b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (۷۵-۳)$$

$$\hat{a}^{(2)}(u(t)) = \iint_{a \geq b} \mu_2(a, b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (۷۶-۳)$$

جهت یافتن $\mu_1(a, b)$ و $\mu_2(a, b)$ ما باید از دو پروسه آرامش شبیه آنچه برای مدل (۳-۳۶) مطرح شده استفاده کنیم. در پروسه اول، ما از حالت اشباع منفی شروع نموده و ورودی را تا رسیدن به

مقدار a به طور اکیداً صعودی افزایش می دهیم و از آن به بعد ثابت نگه می داریم. با ثابت نگه داشتن ورودی، خروجی آرامش می گیرد. طبق معادله (۷۳-۳) این پروسه بوسیله معادله دیفرانسیل زیر بیان می گردد :

$$a_a^{(2)} \frac{d^2 f}{dt^2} + a_a^{(1)} \frac{df}{dt} + f = \tilde{f}_a \quad (77-3)$$

جواب معادله بالا به صورت زیر می باشد:

$$f(t) = C_a^{(1)} e^{-t/\tau_a^{(1)}} + C_a^{(2)} e^{-t/\tau_a^{(2)}} + \tilde{f}_a \quad (78-3)$$

که $\zeta_a^{(1)}$ و $\zeta_a^{(2)}$ ریشه های معادله مشخصه می باشد.

$$a_a^{(2)} \tau^2 + a_a^{(1)} \tau + 1 = 0 \quad (79-3)$$

نتیجتاً :

$$a_a^{(2)} = \frac{1}{\tau_a^{(1)} \tau_a^{(2)}} \quad (80-3)$$

$$a_a^{(1)} = -\frac{\tau_a^{(1)} + \tau_a^{(2)}}{\tau_a^{(1)} \tau_a^{(2)}} \quad (81-3)$$

ثابت های $\tau_a^{(1)}$ و $\tau_a^{(2)}$ تعبیر فیزیکی زمان های آرامش را دارند و با آزمایشات قابل اندازه گیری می باشند.

به این دلیل با توجه به معادلات ۸۰-۳ و ۸۱-۳ ، $a_a^{(2)}$ و $a_a^{(1)}$ با آزمایش قابل محاسبه اند.

حال به دومین پروسه آرامش می پردازیم. در این مورد، ما از حالت اشباع منفی شروع کرده و ورودی را تا رسیدن به مقدار a افزایش می دهیم، سپس ورودی را تا مقدار b کاهش می دهیم و بعد از آن ورودی را ثابت نگه می داریم. با ثابت نگه داشتن ورودی، خروجی نیز آرامش می گیرد و معادله حاکم بر آن به صورت زیر می باشد:

$$a_{ab}^{(2)} \frac{d^2 f}{dt^2} + a_{ab}^{(1)} \frac{df}{dt} + f = \tilde{f}_{ab} \quad (82-3)$$

که جواب این معادله به صورت زیر می باشد :

$$f(t) = C_{ab}^{(1)} e^{-t/\tau_{ab}^{(1)}} + C_{ab}^{(2)} e^{-t/\tau_{ab}^{(2)}} + \tilde{f}_{ab} \quad (۸۳-۳)$$

ثابت های $\tau_{ab}^{(1)}$ و $\tau_{ab}^{(2)}$ زمان های آرامش می باشند که به کمک آزمایشات قابل اندازه گیری می باشند.

سپس مقادیر $a_{ab}^{(1)}$ و $a_{ab}^{(2)}$ نیز به کمک فرمول های زیر قابل محاسبه می باشد:

$$a_{ab}^{(2)} = \frac{1}{\tau_{ab}^{(1)} \tau_{ab}^{(2)}} \quad (۸۴-۳)$$

$$a_{ab}^{(1)} = -\frac{\tau_{ab}^{(1)} + \tau_{ab}^{(2)}}{\tau_{ab}^{(1)} \tau_{ab}^{(2)}} \quad (۸۵-۳)$$

حال توابع زیر را تعریف می کنیم:

$$q_{ab}^{(1)} = a_a^{(1)} - a_{ab}^{(1)} \quad (۸۶-۳)$$

$$q_{ab}^{(2)} = a_a^{(2)} - a_{ab}^{(2)} \quad (۸۷-۳)$$

که مستقیماً به اطلاعات آزمایشات یاد شده مرتبط می باشند. با دلایل مشابه به آنچه که در دفعات

قبل استفاده کردیم می توانیم فرمول های زیر را بنویسیم:

$$q_{ab}^{(1)} = 2 \iint_{T(a,b)} \mu_1(a', b') da' db' \quad (۸۸-۳)$$

$$q_{ab}^{(2)} = 2 \iint_{T(a,b)} \mu_2(a', b') da' db' \quad (۸۹-۳)$$

در نهایت می توان نوشت:

$$\mu_1(a, b) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_{ab}^{(1)}}{\partial a \partial b} \quad (۹۰-۳)$$

$$\mu_2(a, b) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_{ab}^{(2)}}{\partial a \partial b} \quad (۹۱-۳)$$

بنابراین، مسئله تعریف شده برای مدل درجه دوم که در روابط (۷۳-۳) تا (۷۶-۳) آمده است، حل شده

به همین ترتیب مدل های دینامیکی درجه بالاتر قابل توسعه می باشند.

- [1] L-Neel, Compt. Rend. Vol.246, p.2313, (1958).
- [2] J-G. woodward and E.Della Torre, J. Appl. Phys. Vol.31, p.56, (1960).
- [3] W.F. Brown, Jr., J. Appl. Phys, Val.33, p.1308, 1962.
- [4] G.Bate, J, Appl. Phys. Vol.33, p.2263, (1962).
- [5] J.A.Barker, D.E.Schreiber, B.G.Huth and D.H.Everett, Proc.R.SOC. Lond. Vol.A 386, p.251, (1985).
- [6] M.Krasnoselskii and, A.Pokrovskii. system with Hysteresis, Nauka, Mossow, (1983).
- [7] E.C.Stoner and E.P.Wolhfarth, Phil. Trans, Royal Soc. (London), Vol.A, p, 240-599, (1948).
- [8] R.I.Potter and LA.Beardsky, IEEE Trans. Magnetic MAG-16, p.961, (1980).
- [9] I.D.Mayergoyz. Mathematical models of hysteresis, New York, Usa: Springer Verlag, (1991).
- [10] Evertt D.H, whitton W.I. Trans. Foraday Soc. 50, P.1077, (1954).
- [11] M.Krasnoselskii and A. Pokrovskii, Systems with Hysteresis, (Nauka, Moscow, (1983)).
- [12] I.D.Mayergoyz, J. Appl. Phys. Vol.57, p.3803, (1985).
- [13] T.Doong and I.D.Mayergoyz, IEEE Trans. Magnetic MAG-21, p.1853, (1985).
- [14] I.D.Mayergoyz, Phys. Rev. Let. Vol.56, p.1518, (1986).
- [16] Jiles D.C. and Atherton D.L., J. Magn. Magn. Mat, Vol.61, pp48-60, (1986).
- [17] Hauser H, J. Applied Physics, Vol.755, pp2584-2597, (March 1994).
- [18] Schneider C.S, J Applied Physics, Vol.892, pp1281-1286, (Jan2001).
- [19] Woodward J.G. and Della Torre E., J. Applied Physics, Vol.311, pp56-2, (Jan 1960).
- [20] Robertson, I.M., Research Report MRI-RR-4-91. (Materials Research Laboratory, Maribyrnong Victoria,) CONFIDENTIAL, (1991).
- [21] Robertson I.M., Research Report MRL-RR-8-91 (Materials Research Laboratory, Maribyrnong Victoria) CONFIDENTIAL, (1991).
- [22] Everett D.H., Transactions of the Faraday Society, Vol.51 1955 p 1551.
- [23] Papuoi C. and Stancu A, IEEE Trans. Magnetic, Vol.29 1 Jan, pp77-81, (1993).
- [24] Vajda F. and Della Torre E, IEEE Trans. Magnetic, Vol.28 5 September, pp2611-2613, (1992)

[25] Szpunar, J.A.,Atherton,D.L and Szpunar B, IEEE Trans.Magnetic,Vol.231 pp300-304,(1987).

[26] Del Vecchio R.M.,IEEE Trans. Magnetic, Vol.16 5,pp809-811,(1980).

فصل چهارم:

مدلسازی ترانسفورماتور به کمک مدل پرسپیک

از آنجا که مدل پریساج یک مدل برخاسته از علوم پایه بوده و آنچه در فصل قبل به تفصیل بیان شد (با حفظ امانت مطلب)، بیشتر از زبان فیزیکدانان می‌باشد، درک مطلب را برای مهندسين برق که بیشتر با جنبه کاربردی علوم سروکار دارند، ثقیل نموده است. برای مفهوم بودن و درک بهتر نحوه به کارگیری مدل پریساج در ابتدای این فصل یک بیان ساده، کاربردی و آشنا برای مهندسين از این مدل، ضروری به نظر می‌رسد.

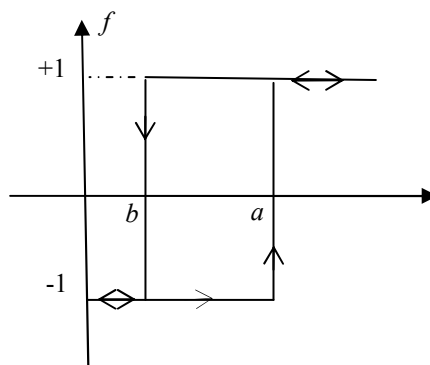
۴-۱- مدل پریساج به زبان ساده‌تر:

مدلسازی پریساج به دو صورت عددی و برداری برای تعریف حالت گذرا و پایدار پدیده هیستریزيس ارائه شده است. مغناطیدگی یک ماده فرو مغناطیس در حالت پایدار در یک میدان مغناطیسی سینوسی یا غیر سینوسی می‌تواند به کمک حلقه های هیستریزيس ساده محاسبه شود. این حلقه هیستریزيس یک جزء تاخیری ساده است که در شکل ۴-۱ نشان داده شده است. رابطه بین متغیر ورودی $u(t)$ و متغیر خروجی $f(t)$ در زمان t می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

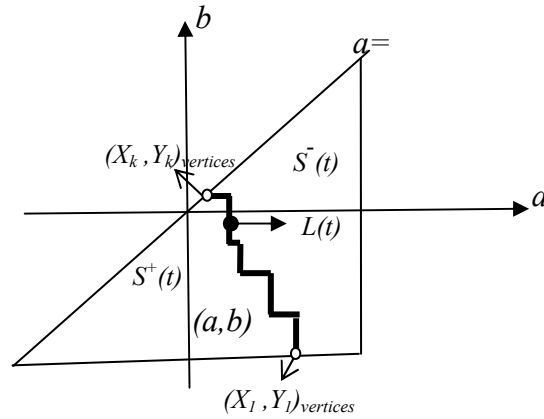
$$\begin{aligned} f(t) &= 1 && \text{if } u(t) \geq a \\ f(t) &= -1 && \text{if } u(t) \leq b \\ f(t) &= \text{unchanged} && \text{if } b < u(t) < a \end{aligned} \quad (۱-۴)$$

اجازه دهید تا عملگر $\hat{\gamma}_{ab}$ را که بر روی ورودی H عمل می‌کند و خروجی M را نتیجه می‌دهد و در واقع همان $f(t)$ به ازای $u(t)=H$ می‌باشد، در نظر بگیریم. اگر برای یک نقطه تصادفی ماده مغناطیسی، فرض کنیم که بی‌نهایت از این توابع تاخیری با عملگرهای مشابه وجود دارد، خروجی این مجموعه به صورت زیر خواهد شد:

$$M(t) = \iint_{a \geq b} p(a, b) \cdot \hat{\gamma}_{ab} \cdot H(t) \quad da db \quad (۲-۴)$$



شکل ۴-۱. نمودار جزء تاخیری در مدل پریساج



شکل ۴-۲. مثلث پریساج

که در آن $p(a, b)$ می تواند تابع چگالی نامیده شود. عملگر پریساج یک حافظه محلی با ماکزیمم و مینیمم مشخص دارد. برای یک ماده مغناطیسی همگن، به مقدار شدت میدانی که در آن اشباع رخ می دهد، H_s گفته می شود. بنابراین اگر $a > H_s$ or $b < -H_s$ باشد آنگاه $p(a, b) = 0$ و در نتیجه مثلث پریساج نشان داده شده در شکل ۴-۲ بصورت زیر تعریف می شود:

$$S^\Delta(t) = \{(a, b) | a \geq b, b \geq -H_s, a \leq H_s\} \quad (3-4)$$

برای هر نقطه $(a, b) \in S$ یک عملگر مشابه $\hat{\gamma}_{ab}$ وجود دارد و به ازای هر t نمودار S به دو بخش تقسیم می شود:

$$S^+(t) = \{(a, b) \in S | \text{output of } \hat{\gamma}_{ab} \text{ at } t \text{ is } +1\} \quad (4-4)$$

$$S^-(t) = \{(a, b) \in S | \text{output of } \hat{\gamma}_{ab} \text{ at } t \text{ is } -1\}$$

در هر لحظه از زمان t ، $S(t) = S^+(t) \cup S^-(t)$ و معادله ۴-۲ می تواند به صورت زیر باز نویسی شود:

$$M(t) = \iint_{S^+(t)} p(a, b) da db - \iint_{S^-(t)} p(a, b) da db \quad (5-4)$$

برای هر لحظه از زمان t نمودار پریساج به ناحیه ای با سوئچینگ بالای میدان S^+ و ناحیه ای با سوئچینگ پایین میدان S^- تقسیم می شود. هنگامی که ورودی H افزایش می یابد یک خط عمودی نمودار پریساج را از چپ به راست جاروب می کند و هنگامی که H کاهش می یابد یک خط افقی نمودار را از بالا به پایین جاروب می کند. اگر H بین $-H_s$ و H_s با تعداد محدودی اکسترمم محلی تغییر کند، بطور واضح M هم بین دو مقدار M_s و $-M_s$ تغییر خواهد کرد. بنابراین می توان به آسانی ثابت کرد که تابع چگالی باید معادله زیر را ارضاء کند:

$$\iint_{S(t)} p(a, b) da db = 2M_s \quad (6-4)$$

بنابراین معادله ۴-۵ می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$M(t) = -M_s + 2 \iint_{S^+(t)} p(a, b) da db \quad (7-4)$$

با محاسبه M از رابطه ۴-۷ می توان چگالی شار مغناطیسی B آن نقطه را بصورت زیر بدست آورد [۱]:

$$B(t) = \mu_0 \{H(t) + M(t)\} \quad (۴-۸)$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

۴-۲- شیه سازی کامپیوتری مدل پریساچ:

هنگامیکه یک ماده فرو مغناطیسی در معرض میدانی متقارن سینوسی و غیرسینوسی با پیکهای مثبت و منفی مشخص قرار گیرد با استفاده از مدل پریساچ یک بعدی، مغناطیدگی یا چگالی شار حالت پایدار هر نقطه از ماده می تواند محاسبه شود. در حقیقت تعداد خطوط شکسته نمایش داده شده در شکل ۴-۲ در مرز S^+ و S^- تعداد اکسترمم های محلی از آخرین اکسترمم مطلق تا لحظه فعلی را نشان میدهند. در شیه سازی کامپیوتری با مشخص بودن رئوس خطوط شکسته تا لحظه t ، مقدار M و سپس B برای لحظه $t + \Delta t$ با توجه به اینکه مقدار $H(t + \Delta t)$ بزرگتر یا کوچکتر از $H(t)$ است با استفاده از معادلات ۴-۷ و ۴-۸ بترتیب محاسبه می شوند. بعد از این محاسبات رئوس جدید خطوط شکسته مرز دو ناحیه S^+ و S^- برای زمان $t + \Delta t$ نیز مشخص می شوند.

۴-۲-۱- تابع چگالی:

جنس هسته استفاده شده در ترانسفورماتور مورد مطالعه تا پایان تحقیق، $LOSIL-630$ می باشد. چهار پارامتر توصیف کننده تابع چگالی دو متغیره این ماده با استفاده از نتایج تجربی در مرجع [۲]، به دقت تعیین شده اند. پارامترهای این تابع چند ضابطه ای در جدول ۴-۱ داده شده اند. در حقیقت تابع چگالی در نظر گرفته شده به صورت زیر می باشد:

$$2p(a,b) = \frac{m_{ss}}{\pi\sigma_1\sigma_2} e^{\left(\frac{(a+b)^2}{4\sigma_1^2} - \frac{(a-b-2u_c)^2}{4\sigma_2^2}\right)}$$

که چهار پارامتر آن یعنی m_{ss} ، u_c ، σ_1 ، σ_2 برای مواد و نواحی مختلف مثلث پریساچ متفاوت می باشند. همانطور که متذکر شد این متغیرهای تابع چگالی به کمک منحنی $B-H$ ماده و یا بر اساس مشخصه تلفات بر واحد وزن ماده (در صورت در دسترس بودن) با برازش منحنی های مناسب تعیین می شوند..

جدول ۴-۱: پارامترهای بهینه برای تابع چگالی هسته Losil-630

Section	<i>a and b values</i>	$10^{-4}m_{ss}$	σ_1	σ_2	u_c
1	$-100 < b, -100 < a < 100$	74.49167	70.23533	67.95768	80.960259
2	except section no. 1 $-112 < b, -112 < a < 112$	73.50453	43.63087	60.24348	83.67477
3	except sections with no. less than 3 $-122 < b, -122 < a < 122$	88.91253	69.66376	46.45285	80.73351
4	except sections with no. less than 4 $-132 < b, -132 < a < 132$	91.89059	64.69753	42.70985	89.04827
5	except sections with no. less than 5 $-142 < b, -142 < a < 142$	80.90639	35.17563	52.05150	105.68034
6	except sections with no. less than 6 $-154 < b, -154 < a < 154$	78.92915	06.87975	66.51201	108.94130
7	except sections with no. less than 7 $-168 < b, -168 < a < 168$	86.45607	53.81372	61.29249	118.1189
8	except sections with no. less than 8 $-188 < b, -188 < a < 188$	79.55638	57.66232	32.03302	109.73872
9	except sections with no. less than 9 $-216 < b, -216 < a < 216$	68.13034	32.47861	63.97896	117.00194
10	except sections with no. less than 10 $-266 < b, -266 < a < 266$	75.53657	43.29980	82.04428	132.48656
11	except sections with no. less than 11 $-346 < b, -346 < a < 346$	117.96477	105.06149	64.73821	111.74766
12	except sections with no. less than 12 $-500 < b, -500 < a < 500$	115.02649	98.38718	119.95690	143.26790
13	except sections with no. less than 13 $-880 < b, -880 < a < 880$	165.39782	251.85881	78.83422	131.25544
14	except sections with no. 1 to 13	259.73531	421.63571	129.47513	215.13744

جدول بالا که از مرجع [۲] آمده است، چهار پارامتر تنظیم تابع چگالی انتخاب شده را برای نواحی مختلف مثلث پریساج، نشان می‌دهد. در این مرجع کل مثلث پریساج را به ۱۴ ناحیه تقسیم نموده و بر اساس مشخصه تلفات بر واحد وزن ماده (که جزء اطلاعات داده شده توسط شرکت سازنده است) و به کمک دستور "fmin" در نرم‌افزار مطلب مقدار اختلاف بین مشخصه واقعی و آنچه که از مدل پریساج حاصل می‌شود را حداقل نموده است. اگر $P_{actually}$ تلف واقعی هیستریزیس بر واحد وزن و P_{cal} تلف به دست آمده از مدل پریساج در نظر بگیریم به طور خلاصه می‌توان نوشت:

$$B_{pm} = \text{Pr eisach}(H)$$

$$P_{cal} = \int H dB_{pm}$$

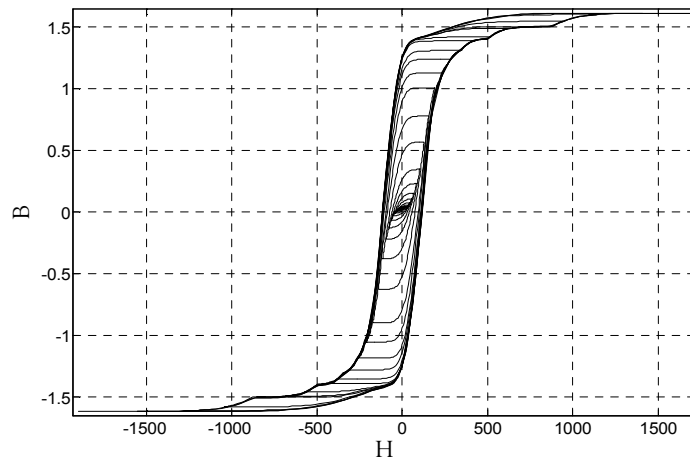
$$\text{Error}(\delta_1, \delta_2, m_{ss}, u_c) = |P_{cal} - P_{actually}|$$

$$f \min(\text{Error}, \text{start point}) \Rightarrow \delta_1, \delta_2, m_{ss}, u_c$$

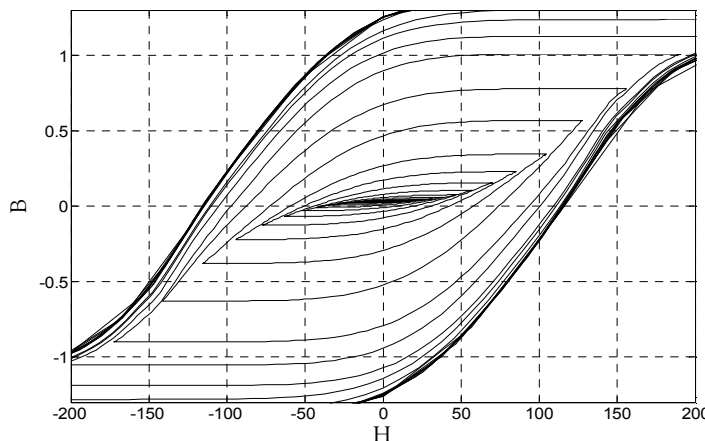
۴-۲-۲- شرایط اولیه مغناطیسی هسته:

جهت شبیه سازی، تعیین شرایط اولیه درست الزامی است منظور از درست بودن شرایط اولیه همخوانی مقادیر اولیه H و B با نقاط شکست اولیه مثلث پریساج می باشد. برای تعیین شرایط اولیه مناسب از خاصیت متقارن بودن تابع چگالی نسبت به خط $a = -b$ استفاده می شود و مقادیر H و B را نزدیک به صفر اختیار می کنیم. این موضوع درخور توجه ویژه می باشد و لازم است ورتیزهای

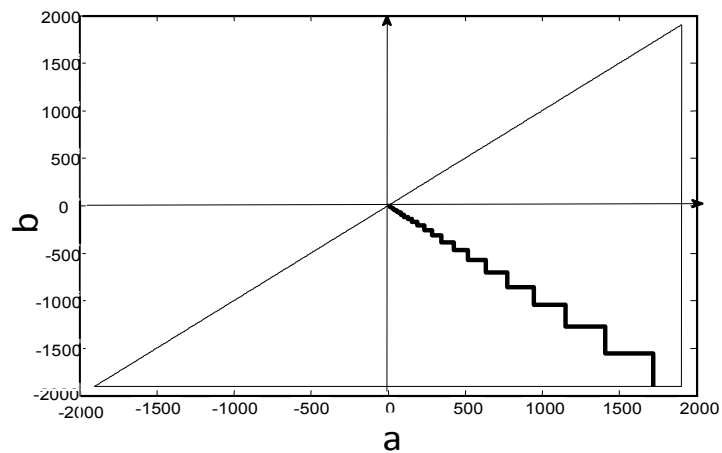
مثلث پریساج متناظر با نقطه صفر را به تعداد زیاد و تا حد امکان نزدیک به خط $a = -b$ انتخاب کرد. هنگام انجام آزمایش واقعی نیز جهت رسیدن به شرایط اولیه مغناطیسی ذکر شده برای هسته $(H \cong 0, B \cong 0)$ یا به عبارتی از بین بردن پس ماند، هسته را تحت یک ولتاژ سینوسی میرا شونده و بتبع آن یک میدان مغناطیسی میرا شونده قرار می دهیم. شکل های ۳-۴ و ۴-۴ نحوه حرکت بر روی لوپ ها و رسیدن به نقطه مورد نظر را نشان می دهد. برای اینکه بتوانیم از میرایی کامل میدان مغناطیسی مطمئن باشیم ، لازم است از ولتاژ سینوسی میرا شونده با فرکانس پایین (مثلا 5 Hz) استفاده کنیم. بدین ترتیب شرایط اولیه هسته ترانسفورماتور با آنچه ما در مدل پریساج به عنوان نقطه آغازین در نظر می گیریم مطابقت دارد. در واقع هر اکستریم در شکل موج H ایجاد یک شکستگی در مرز بین ناحیه S^+ و S^- در مثلث پریساج می نماید که همه این شکستگی ها مربوط به نقاط برگشت لوپ های هیستریزس در ربع های دوم و چهارم می باشند (شکل ۴-۵).



شکل ۴-۳. نمودار $B-H$ هنگامی که هسته تحت یک میدان میرا شونده به نقطه $(H=0 \ \& \ B=0)$ نزدیک می شود.



شکل ۴-۴. بزرگنمایی قسمت نزدیک به مبدا شکل ۳-۴



شکل ۴-۵. مثلث پریساج بعد از اعمال میدان میرا شونده (هر شکستگی نمایش دهنده یک اکستریم است)

۴-۳- مدل سازی گسسته ترانسفورماتور وصل به شبکه و بار:

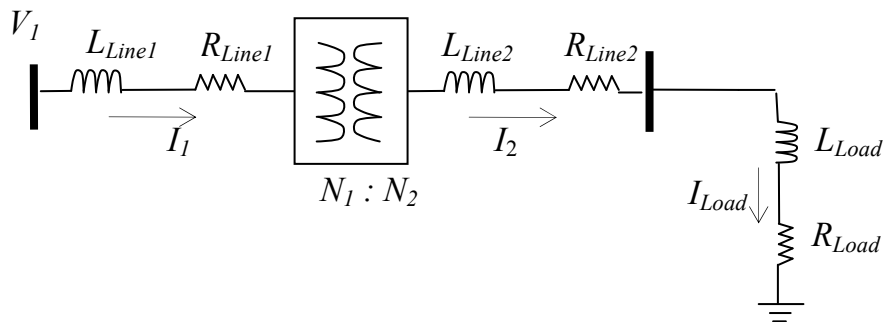
سیستم مورد شبیه سازی در این مقاله همانطور که در شکل ۴-۶ نشان داده است شامل ترانسفورماتور کوچک آزمایشگاهی است که از یک طرف توسط خطی با امپدانس مشخص به منبع تغذیه و از طرف ثانویه توسط خط دیگری به یک بار متصل شده است. مشخصات فیزیکی و طراحی ترانسفورماتور در جدول ۴-۲ و مشخصات خط و بار در جدول ۴-۳ آورده شده اند. از آنجاییکه سیستم مورد مطالعه یک ست آزمایشگاهی می باشد می تواند مورد آزمایشات تجربی قرار گیرد و قابلیت بکار گیری برای آموزش را نیز دارد.

جدول ۴-۲. مشخصات ترانسفورماتور

<p><i>Primary winding resistance and the leakage inductance</i></p> <p>R_{T1} L_{T1}</p> <p>8.6Ω 10.3 mH</p>	<p><i>Number of turns in the primary winding</i></p> <p>433 turns</p>
<p><i>Secondary winding resistance and the leakage inductance</i></p> <p>R_{T2} L_{T2}</p> <p>1Ω 9.2 mH</p>	<p><i>Number of turns in the secondary winding</i></p> <p>77 turns</p>
<p><i>Core characteristics</i></p>	
<p><i>Type design</i></p> <p>EI 150N</p>	<p>A_c</p> <p>24 cm²</p>
	<p>L_c</p> <p>35 cm</p>

جدول ۴-۳. اطلاعات خطوط و بار

<i>Line1 parameters</i>	$R_{Line1}=1 \Omega$	$L_{Line1}=1 \text{ mH}$
<i>Line2 parameters</i>	$R_{Line2}=0.2 \Omega$	$L_{Line2}=\text{neglect able}$
<i>Load parameters</i>	$R_{Load}=2 \Omega$	$L_{Load}=0.5 \text{ m}$



شکل ۴-۶. سیستم تحت مطالعه

به منظور شبیه سازی، ابتدا معادلات مربوط به سیستم مورد بررسی می تواند به صورت زیر نوشته شود.

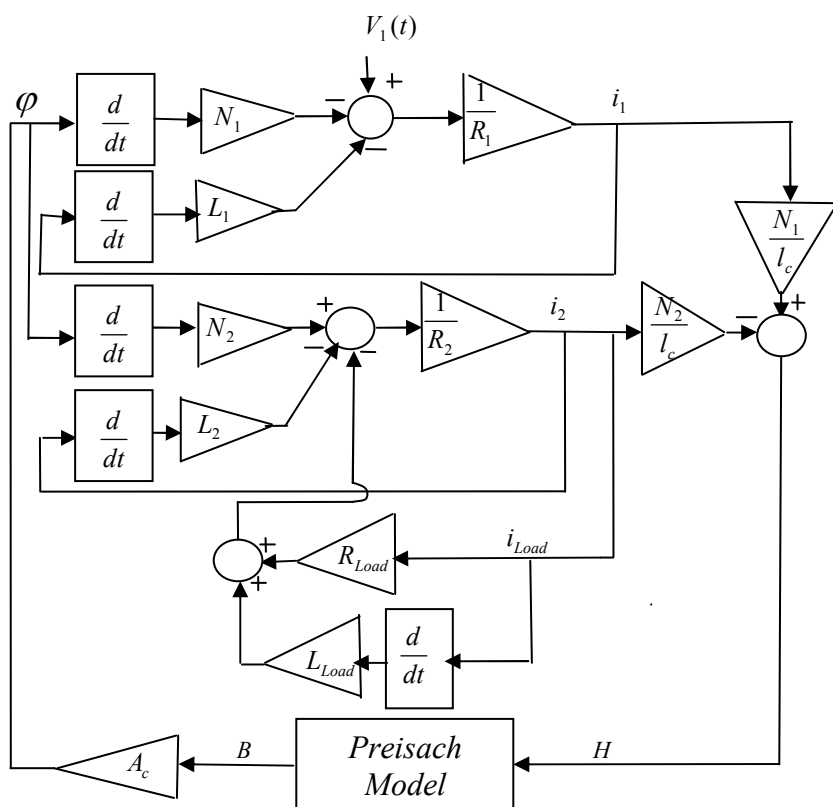
$$V_1(t) = (R_{T1} + R_{Line1}) I_1(t) + (L_{T1} + L_{Line1}) \frac{dI_1(t)}{dt} + N_1 A_c \frac{dB(t)}{dt} \quad (9-4)$$

$$N_2 A_c \frac{dB(t)}{dt} = (R_{T2} + R_{Load}) I_2(t) + (L_{T2} + L_{Load}) \frac{dI_2(t)}{dt} \quad (10-4)$$

$$H(t) = \frac{N_1}{l_c} I_1(t) - \frac{N_2}{l_c} I_2(t) \quad (11-4)$$

$$B(t) = \text{Preisach}(H(t), H(t - \Delta t)) \quad (12-4)$$

که در آن A_c سطح مقطع هسته، l_c طول متوسط هسته ترانسفورماتور، N_1 تعداد دور سیم پیچی اولیه، N_2 تعداد دور سیم پیچی ثانویه، R_{T1} و L_{T1} بترتیب مقاومت و اندوکتانس نشتی سمت اولیه ترانسفورماتور و R_{T2} و L_{T2} بترتیب مقاومت و اندوکتانس نشتی سمت ثانویه ترانسفورماتور می باشند.



شکل ۴-۷. بلوک دیاگرام سیستم نشان داده شده در شکل ۴-۶

$$R_1 = R_{T1} + R_{Line1}, L_1 = L_{T1} + L_{Line1}$$

$$R_2 = R_{T2} + R_{Load}, L_2 = L_{T2} + L_{Load}$$

۴-۴- مدل کامپیوتری و الگوریتم محاسبات گذرای ترانسفورماتور:

اگر برای حل معادلات ۴-۹ تا ۴-۱۲ از روش رانگ کوتاه استفاده کنیم، فرم گسسته معادلات به صورت زیر خواهد بود:

$$\left(\frac{V_1(t+\Delta t)+V_1(t)}{2}\right)\Delta t - (R_{T1} + R_{Line1})\left(\frac{I_1(t+\Delta t)+I_1(t)}{2}\right)\Delta t \quad (13-4)$$

$$- (L_{T1} + L_{Line1})(I_1(t+\Delta t) - I_1(t)) - N_1 A_c (B(t+\Delta t) - B(t)) = 0$$

$$N_2 A_c (B(t+\Delta t) - B(t)) - (R_{Load} + R_{T2})\left(\frac{I_2(t+\Delta t)+I_2(t)}{2}\right)\Delta t \quad (14-4)$$

$$- (L_{T2} + L_{Load})(I_2(t+\Delta t) - I_2(t)) = 0$$

$$l_c H(t+\Delta t) - N_1 I_1(t+\Delta t) + N_2 I_2(t+\Delta t) = 0 \quad (15-4)$$

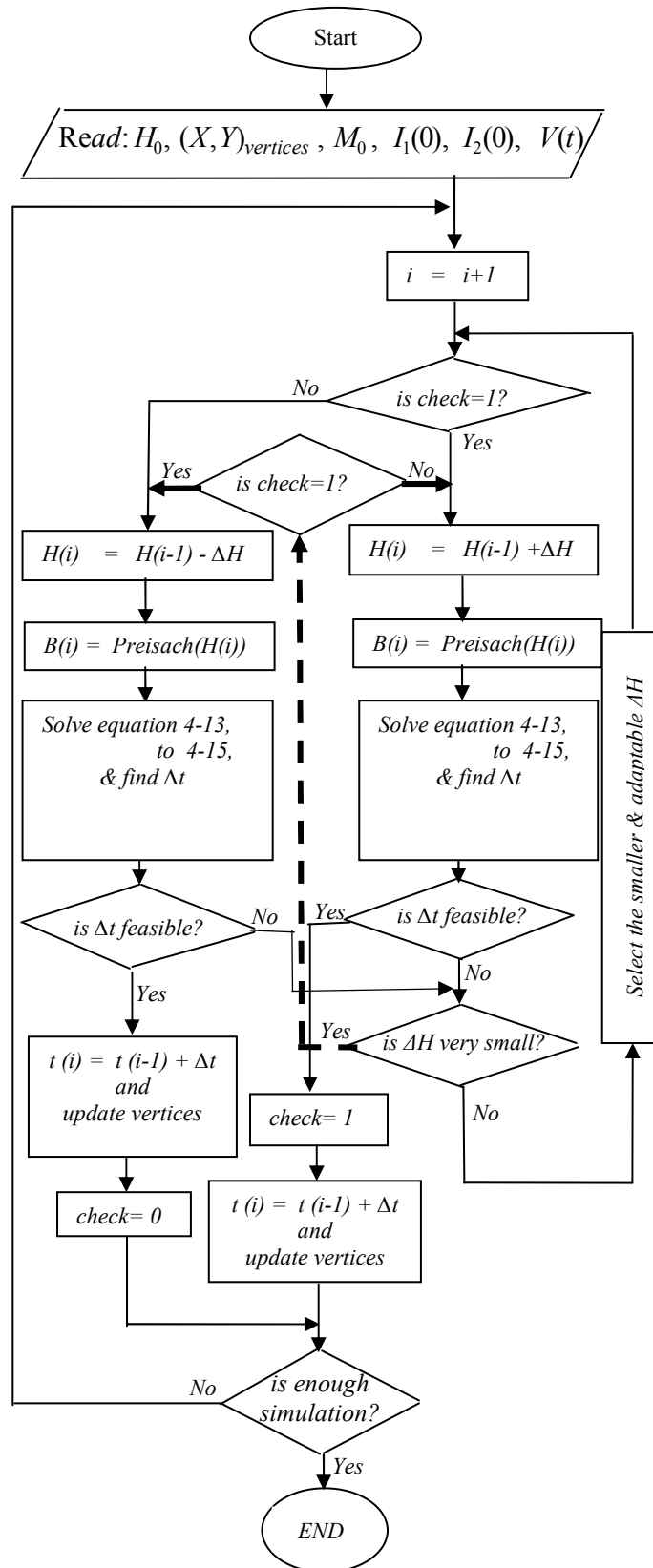
$$B(t+\Delta t) = \text{Preisach}(H(t+\Delta t), H(t)) \quad (16-4)$$

با معلوم بودن پارامترهای سیستم و ورودی ولتاژ منبع تغذیه هدف نهایی از حل مجموعه معادلات گسسته ۴-۱۳ تا ۴-۱۶ بدست آوردن مقادیر جریان های لحظه است. البته برای این منظور بطور ضمنی مقادیر لحظه ای شدت میدان مغناطیسی و چگالی شار مغناطیسی نیز باید محاسبه شوند. نکته اساسی این است که برای بدست آوردن پاسخ های سیستم لازم است از روش های تکراری زمان بر کمک گرفت. بیشترین زمان محاسباتی مربوط به مدل پریساج می باشد لذا برای اجتناب از زمان طولانی محاسبات و اطمینان از همگرایی روش عددی به جای حرکت بر روی محور t با گام های Δt مشخص و بدست آوردن مجهولات می توانیم بر روی محور H با گام های ΔH هوشمند حرکت کرده و معادلات را با معلوم بودن $H(t+\Delta t)$ حل کنیم. بدین ترتیب زمان محاسباتی بشدت کاهش می یابد. لازم به ذکر است که در مسئله شکل گرفته جدید معلومات مسئله در هر گام، مقادیر $I_1(t)$ ، $I_2(t)$ ، $H(t)$ و $B(t)$ می باشند. در این روش با یک حدس اولیه برای مقدار $H(t+\Delta t)$ و محاسبه مقدار $B(t+\Delta t)$ توسط مدل پریساج، مجهولات مسئله یعنی مقادیر Δt ، $I_1(t+\Delta t)$ و $I_2(t+\Delta t)$ با استفاده از معادلات ۴-۱۳ تا ۴-۱۵ محاسبه می شوند. مقدار محاسبه شده Δt باید یک مقدار کوچک حقیقی مثبت باشد. در غیر این صورت مقدار حدسی $H(t+\Delta t)$ باید اصلاح شود. شبیه سازی سیستم مورد مطالعه بخصوص نحوه اصلاح $H(t+\Delta t)$ و احتیاج به توجهات ویژه دارد که در ادامه به آن می پردازیم.

در آغاز شبیه سازی باید مقادیر اولیه درست و نامتناقض را برای جریان ها، H و B در نظر گرفت. مقادیر H و B به رتیزهای مثلث پریساج (که مختصاتشان به صورت زوج $(X, Y)_{vertices}$ تعریف می شود) و یا مرز بین ناحیه S^+ و S^- وابسته می باشد. در این الگوریتم، از یک متغیر $check$ جهت تعیین روند افزایشی یا کاهش H استفاده می شود. هر گاه مقدار $check$ برابر با ۱ باشد H افزایشی است و باید به مقدار H مقداری مثلا به اندازه ΔH افزوده شود تا مقدار جدید H بدست آید اما اگر مقدار $check$ صفر باشد باید مقدار ΔH از مقدار H قبلی کم شود. فلوجارت الگوریتم مورد نظر در شکل ۴-۸ نمایش داده شده است. همانطور که از شکل مشاهده می شود جهت همخوان

بودن فلوچارت با زبان های برنامه نویسی از آرایه ها استفاده شده است. به عنوان مثال $H(i-1)$ و $H(i)$ به ترتیب $H(t)$ و $H(t+\Delta t)$ می باشند. در هر لحظه فرض می کنیم H روند افزایشی و یا کاهشی زمان قبل را داشته باشد بنابراین با توجه به روند افزایشی یا کاهشی یکی از دو مقدار $(H(t+\Delta t) = H(t) \pm \Delta H)$ برای H لحظه جدید انتخاب می شود. با معلوم بودن $H(t+\Delta t)$ ، $H(t)$ و $B(t)$ و ورتیز های مثلث پریساج تا لحظه فعلی، می توان مقدار $B(t+\Delta t)$ را به کمک مدل پریساج محاسبه کرد. با مشخص بودن $H(t)$ ، $H(t+\Delta t)$ ، $B(t)$ ، $B(t+\Delta t)$ ، $I_1(t)$ و $I_2(t)$ معادلات ۴-۱۳ تا ۴-۱۵ تشکیل یک دستگاه معادلات سه مجهولی می دهند که مجهولات $I_1(t+\Delta t)$ و $I_2(t+\Delta t)$ می باشند. برای حل این دستگاه معادلات سه مجهولی غیر خطی از دستور $fsolve$ (*functions, start point*) مطلب می توان استفاده کرد. همانطور که قبلا هم متذکر شد زمانی جواب ها قابل قبول خواهند بود که مقدار محاسبه شده Δt مثبت، حقیقی و کوچک باشد در غیر این صورت ممکن است یا گام ΔH بزرگ انتخاب شده باشد یا روند افزایشی و یا کاهشی فرض شده نادرست بوده است. ابتدا فرض می شود که ΔH بزرگ باشد لذا مقدارهای کوچکتر ΔH بایک روال مشخص اعمال می شوند و محاسبات تکرار می شود تا شرط مورد نظر ارضاء شود. اگر این فرایند بعد از یک مقدار بسیار کوچک از پیش تعیین شده ΔH به نتیجه نرسید قطعا اشکال از روال افزایشی و یا کاهشی فرض شده برای H می باشد. در این شرایط با معکوس کردن روال تغییرات فرض شده یعنی با اختصاص مقدار جدید به متغیر *check* محاسبات مذکور انجام می گیرد تا شرط Δt معقول بر آورده شود. هنگامیکه این شرط تحقق پیدا کرد محاسبات آین لحظه پایان یافته است و محاسبات لحظه جدیدتر شروع می شود. باید توجه داشت، در هر مرحله که جواب ها مورد قبول واقع می شوند مختصات ورتیز ها $(X, Y)_{vertices}$) نیز باید آپدیت شوند.

با چنین الگوریتمی مشکلات طولانی بودن زمان و واگرایی های احتمالی محاسبات عددی مربوط به روال معمول حل معادلات ۴-۱۳ تا ۴-۱۶ مرتفع می شود. تاکید می شود که محاسبه $B(t+\Delta t)$ برای یک $H(t)$ و $H(t+\Delta t)$ مشخص به کمک مدل پریساج، زمان بر و پیچیده می باشد. مزیت روش پیشنهاد شده در این مقاله این است که برای یافتن مقادیر مجهولات در هر لحظه فقط یکبار و بندرت دو بار (در نقاط برگشتی) به مدل پریساج ارجاع می شود اما اگر روش سنتی بکار گرفته می شد در هر گام محاسباتی وابسته به سرعت همگرایی اغلب لازم می شود به دفعات به مدل پریساج مراجعه نمود.



شکل ۴-۸. الگوریتم حل معادلات الکتریکی و مغناطیسی مدل ترانسفورماتور با استفاده از مدل عددی پریساج

۴-۵- نتایج شبیه سازی:

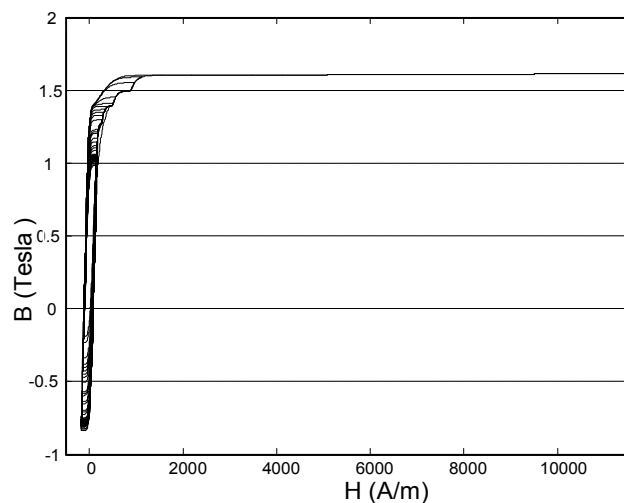
سیستم مورد مطالعه شامل یک بار اندوکتیو با $R_{Load} = 2\Omega$ و $L_{Load} = 0.5mH$ می باشد. ولتاژ اعمال شده به اول خط تغذیه $V_1(t) = \sqrt{2} \times 220 \times \sin(100\pi t + \varphi)$ می باشد. با انتخاب مقادیر مختلف برای φ می توان شرایط اولیه مختلف به لحاظ ولتاژ اولیه در لحظات سوئیچینگ را بوجود آورد. در این مطالعه شبیه سازی برای φ های متفاوت انجام شده است و برای نمونه نتایج شبیه سازی برای دو حالت مرزی یعنی $\varphi = 0$ و $\varphi = \pi/2$ مورد بررسی قرار می گیرد.

شکل های ۴-۹ تا ۴-۱۷ نتایج شبیه سازی های عملکرد گذرای ترانسفورماتور را برای حالت $\varphi = 0$ نشان می دهند. شکل ۴-۹ منحنی حالت گذرای B بر حسب H ، شکل ۴-۱۰ برگنمایی بخشی از شکل ۴-۹ و شکل ۴-۱۱ منحنی $B-H$ حالت دائمی را نشان می دهد. همانطور که در این شکل ها مشاهده می شود در ابتدا منحنی های هیستریزس نسبت به مبدا مختصات نامتقارن بوده ولی پس از پشت سر گذاشتن پریود گذرای، بتدریج کاملاً نسبت به مبدا مختصات متقارن می شود. همچنین با توجه به منحنی گذرای شدت میدان مغناطیسی داده شده در شکل ۴-۱۲، بترتیب در اولین دو نیم پریود شروع حالت گذرا، مقدار H بطور فاحشی افزایش و سپس سریعاً کاهش می یابد. بعد از آن شرایط گذرای به آرامی طی می شود تا اینکه سرانجام پاسخ حالت دائمی آن بصورت نشان داده شده در شکل ۴-۱۳ حاصل شود. شکل ۴-۱۴ تغییرات چگالی شار مغناطیسی متناظر را برای بخشی از طول مدت گذرای نشان می دهد که ابتدا دارای یک سطح DC بوده و هم زمان با متقارن شدن منحنی $B-H$ ، این منحنی نیز همانطور که در شکل ۴-۱۵ مشاهده می کنید نسبت به محور افق متقارن می شود. اجازه دهید در رابطه با جریان های ترمینال های ماشین کمی صحبت کنیم. شکل ۴-۱۶ جریان گذرای اولیه ترانسفورماتور را نشان می دهد که در آن کم و بیش همانند تغییرات H (شکل ۴-۱۲) پس از گذشت همان $10ms$ از زمان سوئیچینگ، جریان اولیه چندین برابر مقدار نامی خود می شود. این پدیده همان پدیده هجوم می باشد که تحقیقات زیادی را به خود اختصاص داده است [۱۹]. نتایج اندازه گیری جریان اولیه نیز همراه با نتایج شبیه سازی در شکل ۴-۱۶ برای مقایسه نشان داده شده است. این مقایسه دقت بالای روش مدلسازی ارائه شده در این فصل را نشان می دهد. نتایج شبیه سازی و اندازه گیری جریان گذرای ثانویه نیز در شکل ۴-۱۷ نشان داده شده اند. نکته جالب این شکل این است که جریان ثانویه برخلاف جریان اولیه دارای دامنه و مدت گذرای محدود می باشد و پس از یک تغییر جزئی سریعاً به مقدار نامی خود می رسد.

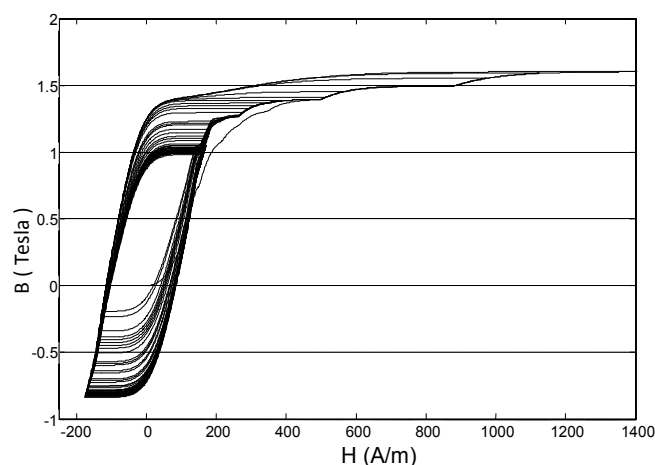
شکل های ۴-۱۸ تا ۴-۲۲ نیز بعضی نتایج شبیه سازی را برای سیستم مذکور در بالا بدون هیچگونه تفاوت بجز فاز اولیه ولتاژ $\varphi = \pi/2$ برای مقایسه با حالت $\varphi = 0$ ، نشان می دهند. نکته قابل توجه در شکل های مربوط به سوئیچینگ در لحظه پیک ولتاژ، پدیده های گذرای بسیار ضعیف تر به هر دو لحاظ دامنه و مدت گذرای در مقایسه با حالت سوئیچینگ در لحظه صفر ولتاژ می باشد.

در شکل های ۴-۱۶ و ۴-۱۷ هارمونیک های جریان های حالت دائمی اولیه و ثانویه ترانسفورماتور بدون تحلیل هارمونیکی جریان ها به وضوح کامل قابل مشاهده نمی باشند ولی همانطور که از

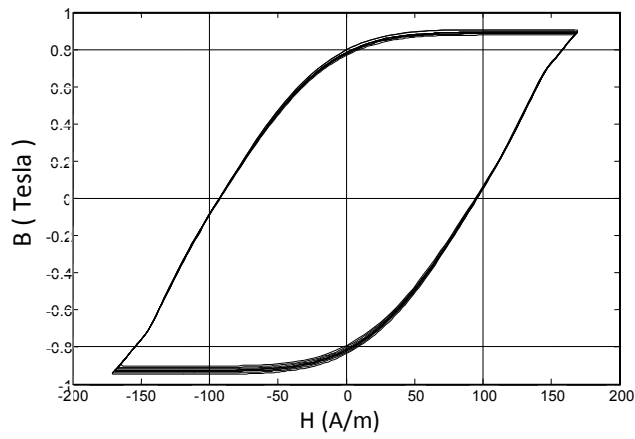
شکل ۴-۱۳ دریافت می شود منحنی شدت میدان مغناطیسی کاملاً غیر سینوسی است که توزیع هارمونیک آن نیز در شکل ۴-۲۳ آمده است. همانطور که از شکل مشاهده می شود هارمونیک های فرد مرتبه های بالاتر کوچکتر می باشند و میدان فاقد هارمونیک های زوج می باشد. با توجه به هارمونیک بودن شدت میدان مغناطیسی شاید سوالی در ذهن بوجود آید که چرا مینور لوپ هایی بر روی منحنی اصلی ایجاد نشده اند. باید توجه داشت که بر اساس مدل پریساج هارمونیک هایی می توانند تولید مینور لوپ نمایند که باعث تغییر روند صعودی و یا نزولی میدان مغناطیسی H و ایجاد گوشه های جدید در مثلث پریساج شوند در غیر این صورت مینور لویی ایجاد نخواهد شد.



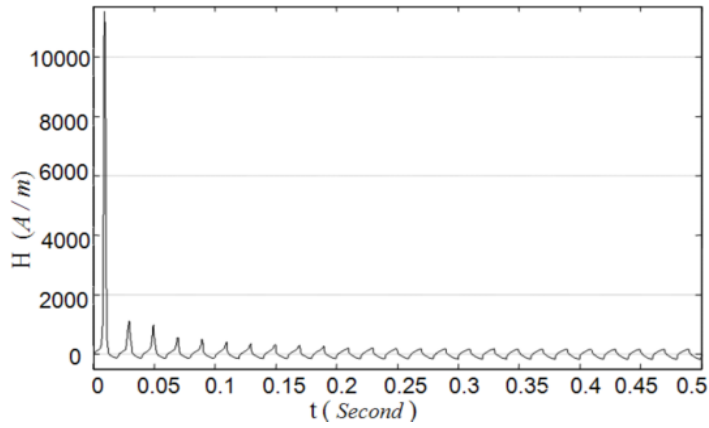
شکل ۴-۹. نمودار گذرای $B-H$ هسته ترانسفورماتور برای ولتاژ لحظه سویچینگ صفر



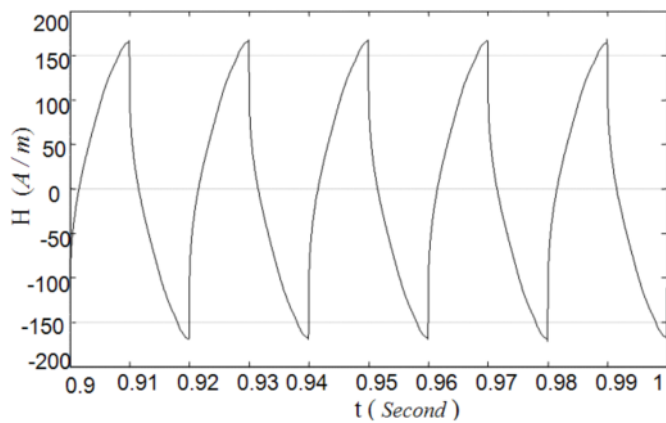
شکل ۴-۱۰. بزرگ نمایی بخشی از نمودار گذرای $B-H$ شکل ۳-۹



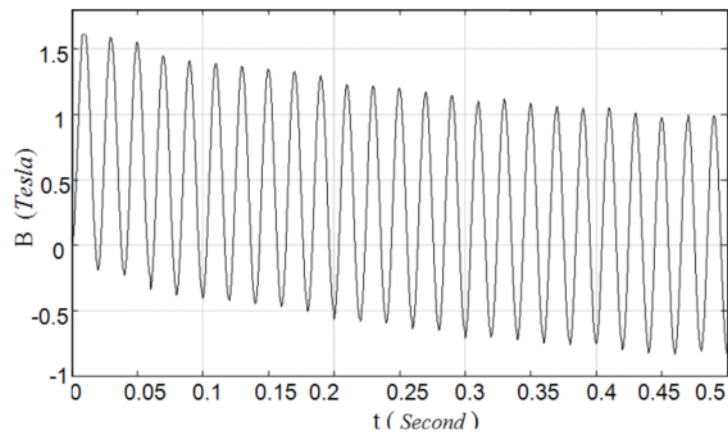
شکل ۴-۱۱. نمودار $B-H$ هسته ترانسفورماتور در حالت دائم



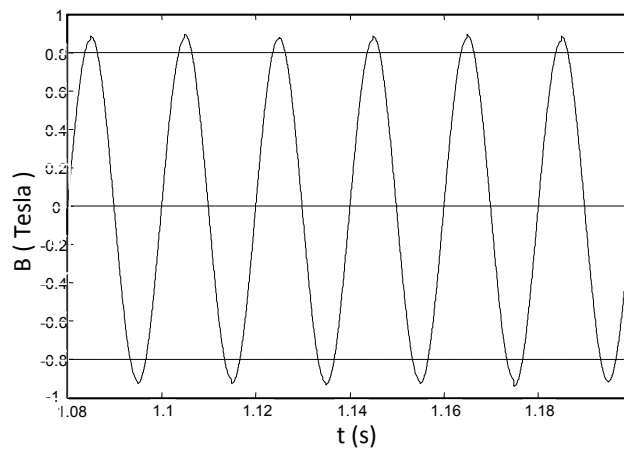
شکل ۴-۱۲. نمودار گذرای شدت میدان مغناطیسی در هسته ترانسفورماتور برای ولتاژ لحظه سویچینگ صفر



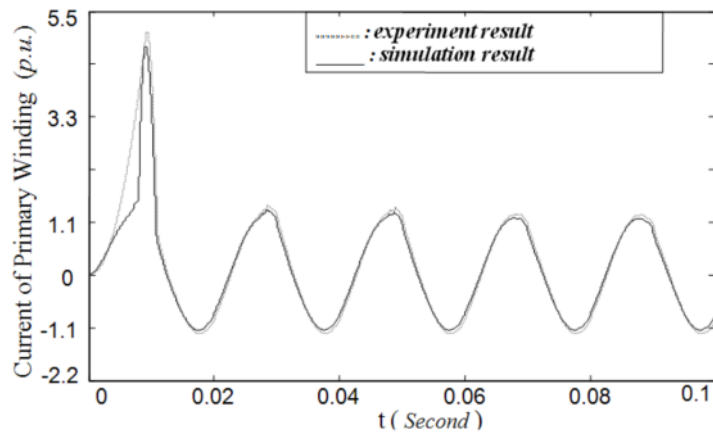
شکل ۴-۱۳. نمودار شدت میدان مغناطیسی هسته ترانسفورماتور در حالت دائم



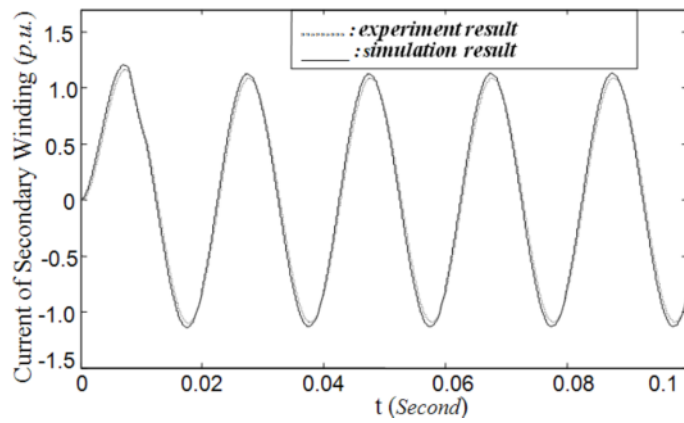
شکل ۴-۱۴. نمودار گذرای چگالی شار مغناطیسی هسته ترانسفورماتور برای ولتاژ لحظه سویچینگ
صفر



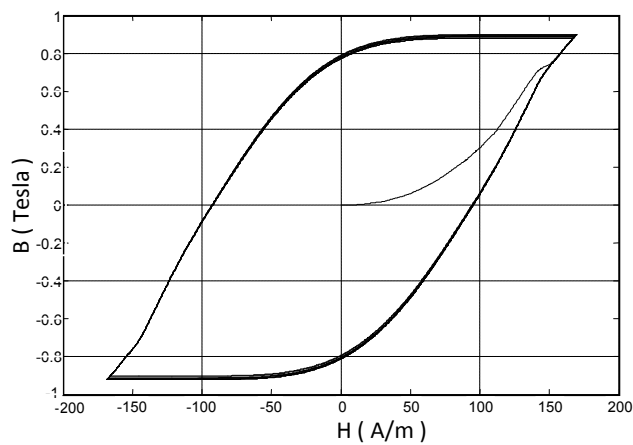
شکل ۴-۱۵: نمودار چگالی شار مغناطیسی هسته ترانسفورماتور در حالت دائم



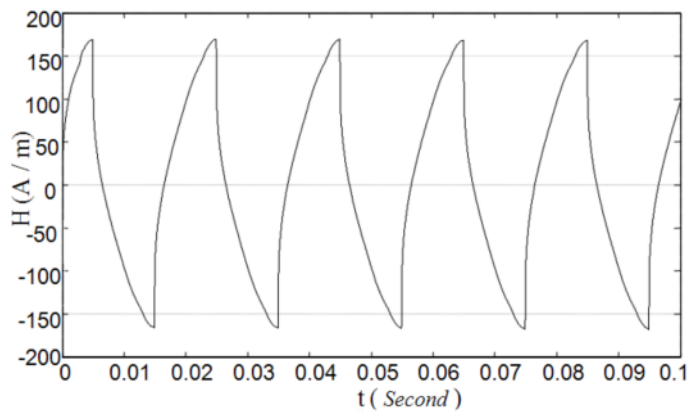
شکل ۴-۱۶. نمودار گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور برای ولتاژ لحظه سویچینگ صفر



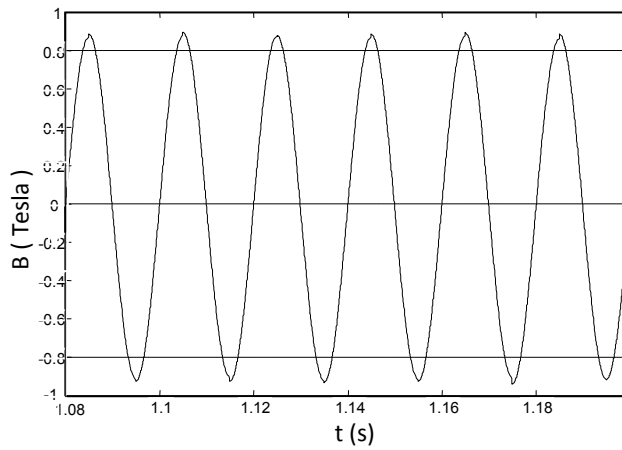
شکل ۴-۱۷. نمودار گذرای جریان ثانویه ترانسفورماتور برای ولتاژ لحظه سویچینگ صفر



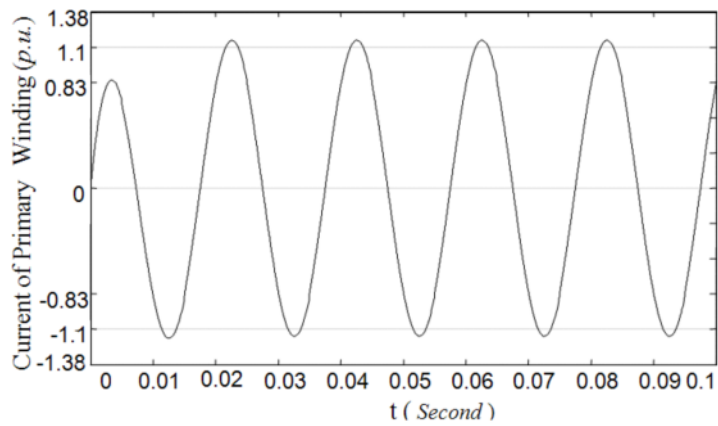
شکل ۴-۱۸. نمودار گذرای $B-H$ در حالتی که ولتاژ در لحظه اولیه ماکزیمم باشد



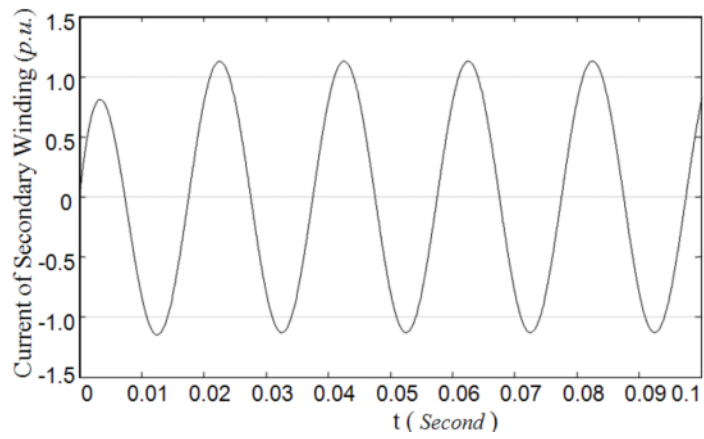
شکل ۴-۱۹. نمودار گذرای شدت میدان مغناطیسی هسته در حالتی که ولتاژ در لحظه اولیه ماکزیمم است.



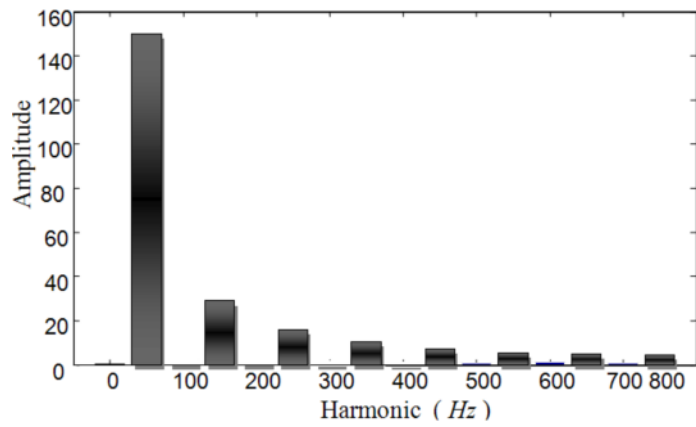
شکل ۴-۲۰. نمودار گذرای چگالی شار مغناطیسی هسته در حالتی که ولتاژ در لحظه اولیه ماکزیمم است.



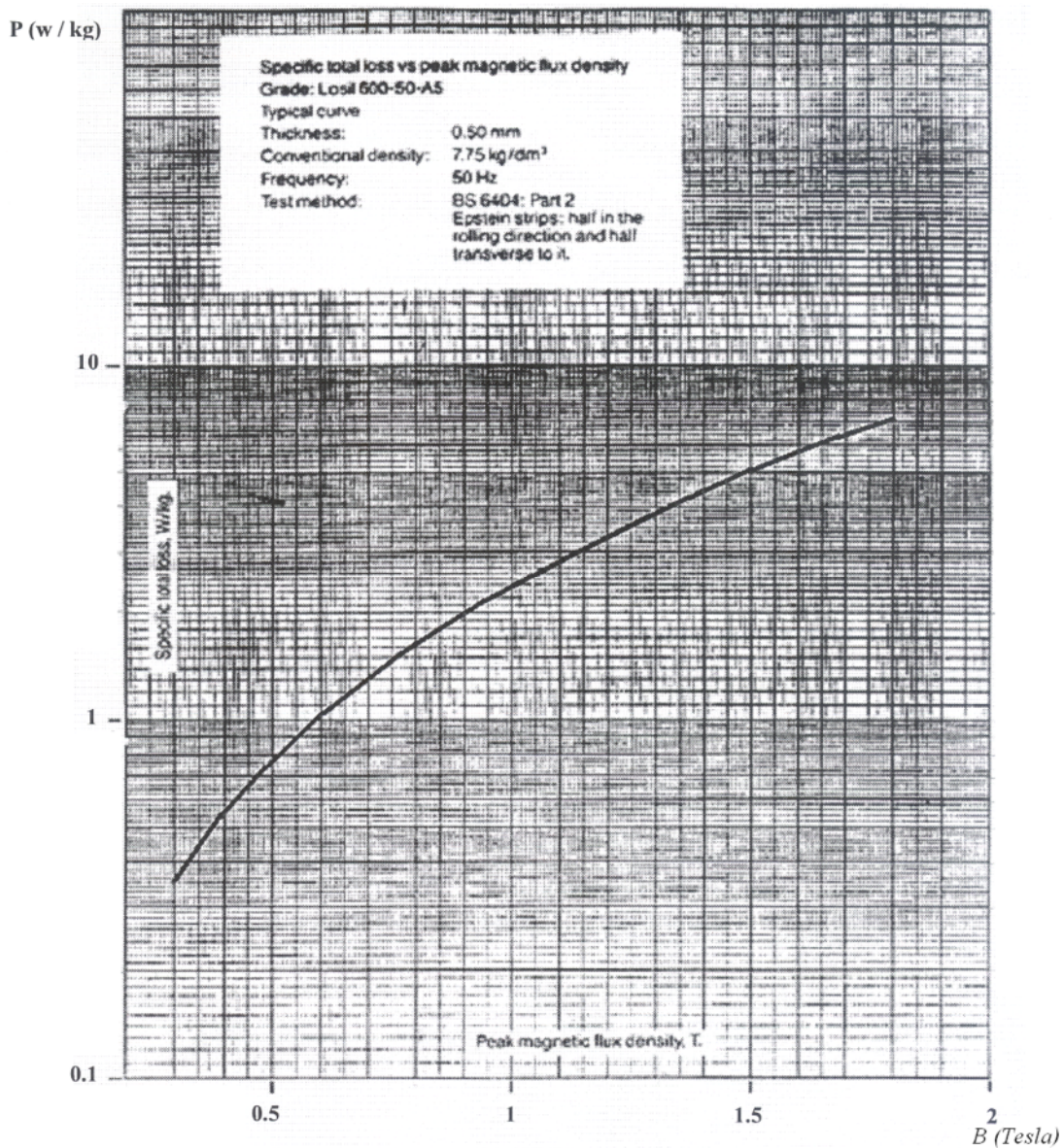
شکل ۴-۲۱. نمودار گذرای جریان در اولیه در حالتی که ولتاژ در لحظه اولیه ماکزیمم است.



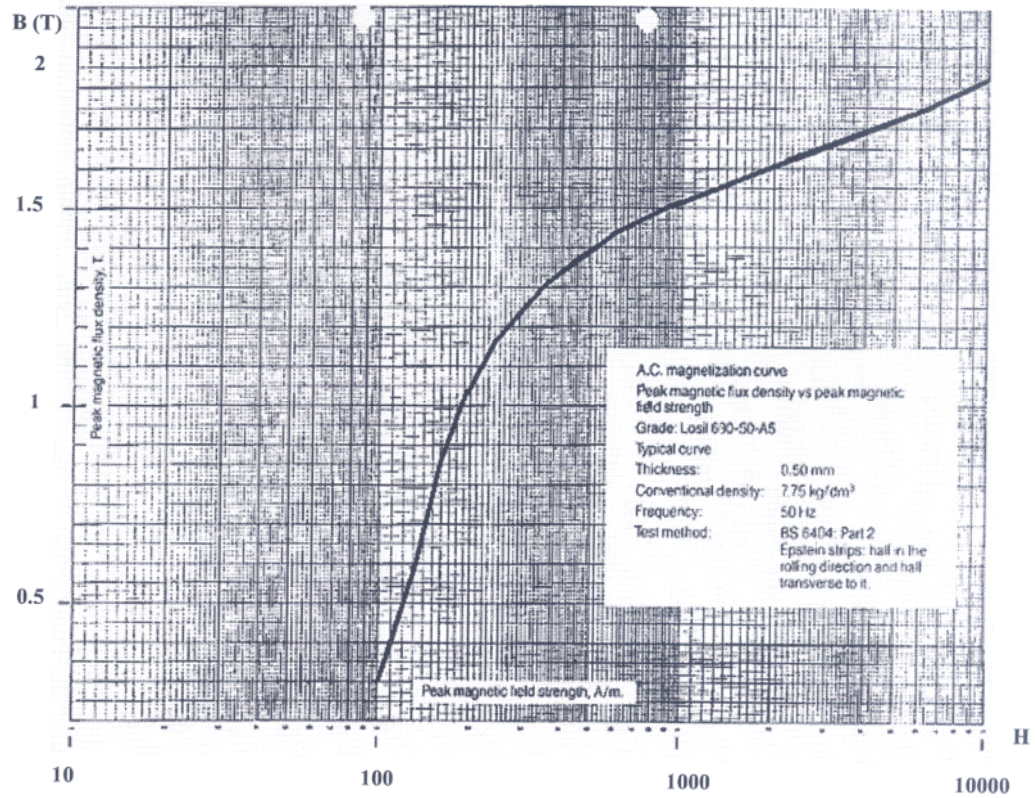
شکل ۴-۲۲. نمودار گذرای جریان در ثانویه در حالتی که ولتاژ در لحظه اولیه ماکزیمم است.



شکل ۴-۲۳. توزیع هارمونیکی شدت میدان مغناطیسی در هسته ترانسفورماتور



شکل ۴-ا. مقدار تلفات نسبت به چگالی شار مغناطیسی سینوسی



شکل ۴-ب. چگالی شار مغناطیسی سینوسی نسبت به شدت میدان مغناطیسی

مراجع:

- [1] I. D. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis," New York, USA, Springer Verlag, 1991.
- [2] A. Darabi, M. E. Ghazi, H. Lesani and A. Askarinejad, "Calculation of Local Iron Loss in Electrical Machines Using Finite Elements Method," Engineering Letters, 15:2, EL_15_2_01, November. 2007.

فصل پنجم:

بررسی حالت گذرادر ترانسفورماتورها

حالات گذرای ترانسفورماتور :

یک ترانسفورماتور در حالت دائمی، دارای رابطه معینی بین ولتاژ و فرکانس و جریان و غیره است . وقتی یک یا چند تا از کمیت هایی که رفتار ترانسفورماتور را بیان می کنند تغییر کند، بین حالت اولیه و حالت دائمی حالت گذرا پدید می آید. این حالات گذرا، در مدت زمان کم ، اثرات زیان آوری روی ترانسفورماتورهای قدرت که بزرگ و مدرن می باشند ، می گذارد.

چند نمونه از این اثرات زیانبار عبارتند از :

(۱) به وجود آمدن اضافه ولتاژ که ممکن است موجب تخریب و فروپاشی درعایق بندی ترانسفورماتور شود.

(۲) وقوع اتصال کوتاه که موجب به راه افتادن جریان های شدید در سیم پیچ ها شده و ممکن است به شکل تنش های مکانیکی شدید بین آنها ظاهر شود .

(۳) جریان های اتصال کوتاه ممکن است در مدت زمان کوتاهی باعث گرم شدن ترانسفورمرها گردند به همین علت رفتار گذرای ترانسفورماتورهای بزرگ و مدرن فشار قوی از اهمیت بسیاری برخوردار است و بایستی در مرحله طراحی مورد بررسی قرار گیرد.

حالات گذرا در ترانسفورماتورها به دو گروه تقسیم می شود:

الف) حالات گذرای اضافه جریان

ب) حالات گذرای اضافه ولتاژ

۵-۱- حالات گذرای اضافه جریان

این حالت گذرا زمانی اتفاق می افتد که ترانسفورمر در حالت بی باری، با ولتاژ نامی اولیه تغذیه شود یا در طرف ثانویه آن اتصال کوتاهی رخ دهد. پدیده مربوط به کلید زنی یک ترانسفورماتور بی بار مبحثی است تحت عنوان پدید کلید زنی یا پدیده هجوم که در ادامه در مورد آن بحث می شود:

جریان هجومی:

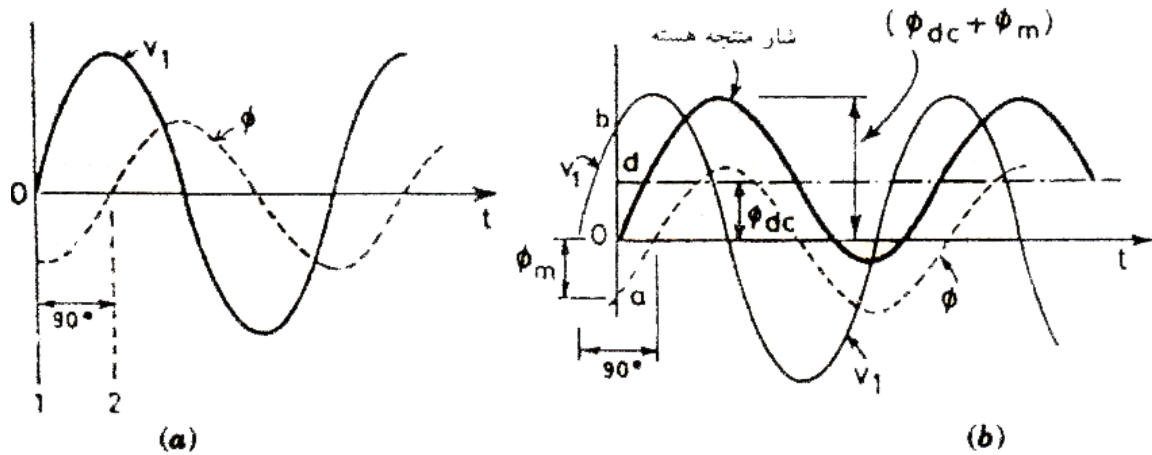
وقتی که طرف ثانویه ترانسفورماتور مدار باز باشد، فقط جریان تحریک (یا بی باری) می گیرد. از آنجائیکه جریان مغناطیس کننده، که نسبت به ولتاژ v_1 به اندازه 90° پس فاز است، خیلی بیشتر از جریان مربوط به تلفات هسته می باشد، ترانسفورماتور در حالت بی باری مانند یک راکتور القایی ساده رفتار می کند. در نتیجه، اگر از امپدانس پراکندگی کوچک در بی باری صرف نظر کنیم، emf تولیدی توسط اولیه، برابر ولتاژ اولیه بوده و با آن مخالفت می کند. در اینجا جریان مغناطیس کننده به صورت کیفی و تحلیلی مورد بررسی قرار می گیرد.

۵-۱-۱- تشریح پدیده هجوم:

شکل موج ولتاژ اولیه v_1 و همچنین شار مغناطیسی ϕ هسته در شرایط حالت دائمی در شکل ۵-۱(a) نشان داده شده است. توجه کنید که در لحظه ۱ مقدار v_1 صفر بوده و ϕ بیشترین مقدار منفی خود را دارد و در لحظه ۲، مقدار v_1 به بیشترین مقدار مثبت خود رسیده اما شار ϕ صفر است برای بررسی کیفی پدیده بایستی از قضیه شار پیوندی ثابت استفاده کرد. مطابق این قضیه، شار مغناطیسی در یک مدار القایی نمی تواند تغییر ناگهانی کند. یعنی درست پس از وصل کلید (لحظه $t = 0^+$) مقدار شار مغناطیسی باید برابر با مقدار قبلی آن قبل از وصل کلید (لحظه $t = 0^-$) باشد.

در شکل ۵-۱(b) لحظه ای را بین لحظات ۱ و ۲ در نظر بگیرید. در اینجا ولتاژ کلید زنی ob شار مغناطیسی حالت دائمی oa را تقاضا می کند اما شار درست قبل از بسته شدن کلید یعنی در لحظه $t = 0^-$ برابر صفر می باشد زیرا v_1 صفر است و باید در لحظه $t = 0^+$ نیز صفر باقی بماند که بنا به

قضیه شارپیوندی ثابت، رابطه گفته شده برقرار است. بنابراین وقتی ترانسفورماتور در لحظه نشان داده شده در شکل ۵-۱ (b) تغذیه شود آنگاه شار $\phi = ob = oa$ بایستی در هسته ترانسفورماتور ایجاد شود به طوری که مقدار شار منتهی در هسته در لحظه $t = 0^+$ صفر باقی بماند. این شار مغناطیسی ϕ_{dc} ، شار ثابت (dc) نامیده می شود و اگر از مقاومت r_1 در اولیه صرف نظر شود، مقدار آن از نظر دامنه باید در هسته ثابت بماند. شار dc با شار متناوب حالت دائمی جمع شده و شار منتهی هسته به صورتی که در شکل ۵-۱ (b) با خط ضخیم رسم شده، در می آید. باید توجه داشت که بیشترین مقدار شار هسته $\phi_{dc} + \phi_m$ می باشد.



شکل ۵-۱.

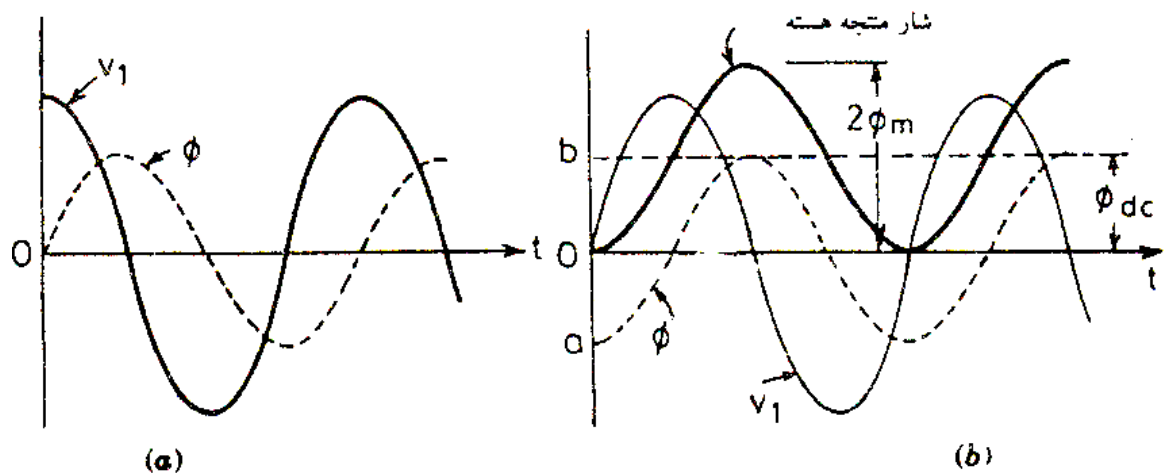
(a) ولتاژ v_1 و شکل موج ϕ برای ترانسفورماتور ایده آل

(b) اثر کلید زنی روی ترانسفورماتور بدون بار وقتی که ولتاژ به کار رفته برابر ob باشد

حال لحظه ۲ را در نظر بگیرید که در آن ولتاژ v_1 بیشترین مقدار مثبت خود را داراست و شار ϕ برابر صفر است. در اینجا هم در $t = 0^-$ و هم در $t = 0^+$ مقدار ϕ صفر است، بنابراین $\phi_{dc} = 0$ بوده و

هیچ حالت گذرای اتفاق نمی افتد. شار هسته مطابق در شکل ۵-۲(a) با منحنی ϕ نشان داده شده است.

این نشان می دهد که وقتی یک ترانسفورمر در لحظه ای به منبع وصل شود که ولتاژ اعمال شده به آن دارای بیشترین مقدار باشد. آنگاه شار هسته ϕ پس از اعمال ولتاژ به اولیه سریعاً به حالت دائمی خود می رسد بدون آنکه حالت گذرا ظاهر شود. با توجه به در شکل ۵-۱(a) در لحظه ۱، ولتاژ اعمال شده v_1 از صفر عبور کرده و به مقدار مثبت می رسد در حالیکه شار بیشترین مقدار منفی را داراست. فرض کنید که ترانسفورماتور در حالت بی باری و در لحظه ۱ وصل شود. در اینجا $t = 0^-$ (درست قبل از بسته شدن کلید) مقدار شار صفر بوده و در لحظه $t = 0^+$ مقدار آن برابر $oa = \phi_m$ می باشد که در شکل ۵-۲(b) نشان داده شده است. اما بنا به قضیه ثابت ماندن شار پیوندی بایستی مقدار آن در لحظه $t = 0^+$ صفر باقی بماند.



شکل ۵-۲.

(a) اثر کلید زنی ترانسفورماتور بدون بار وقتی که v_1 برابر ماکزیمم و مثبت بوده و ϕ صفر باشد

(b) اثر کلید زنی ترانسفورماتور بدون بار وقتی که v_1 برابر صفر بوده و ϕ بیشترین مقدار منفی را داشته باشد.

براساس این نظر، شار $\phi_{dc} = ob = oa + \phi_m$ بایستی در هسته تولید شود تا اینکه در لحظه $t = 0^+$ مقدار شار صفر شود. طبق قسمت قبل، مقدار شار ثابت ϕ_{dc} به شار متناوب حالت دائمی اضافه شده و

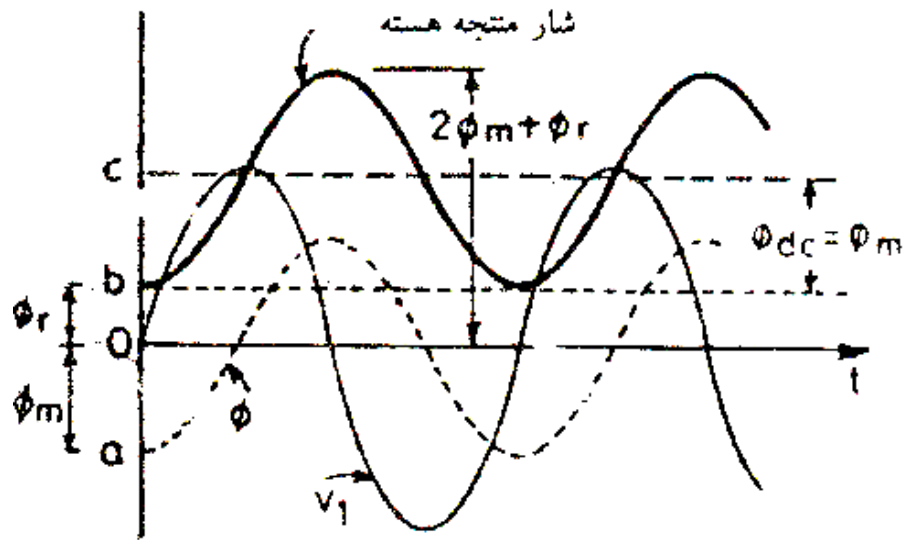
شار منتجه به صورتی که در شکل ۵-۲ (b) با خط ضخیم رسم شده در می آید. اگر زمان بسته شدن کلید، مطابق شکل ۵-۲ (b) در لحظه $t = 0$ باشد، معادله کلی برای شار منتجه در هسته به صورت

$$\phi_m(1 - \cos \omega t) = \phi_{dc} - \phi_m \cos \omega t \text{ می باشد.}$$

وقتی $\omega t = 180^\circ$ یعنی پس از یک سیکل، شار هسته به دو برابر مقدار ماکزیمم خود می رسد. که معمولاً اثر دو برابر شدن نامیده می شود. این اثر ممکن است هسته را به میزان زیادی به اشباع برسد. به ازای شار نرمال، چگالی شار ممکن است به میزان 1.6 Wb/m^2 رسیده و مقدار AT/cm برای یک نمونه ترانسفورماتور به کمک منحنی $B-H$ ، ۴۰ آمپر دور بر سانتیمتر باشد. که پس از اثر دو برابر شدن، چگالی شار هسته برابر 3.2 Wb/m^2 شده و AT/cm ممکن است به ۸۰ تا ۱۲۰ برابر مقدار قبلی خود برسد. اگر جریان مغناطیسی کننده نرمال به اندازه ۵٪ جریان نامی باشد پس از اثر دو برابر شدن، جریان مغناطیس کننده به ۴ تا ۶ برابر $(\frac{80 \times 5}{100}$ تا $\frac{120 \times 5}{100})$ مقدار نامی خود خواهد رسید.

برای چنین جریان مغناطیسی کننده بزرگ، افت امپدانس پراکندگی اولیه نیز بزرگ شده و emf تولیدی، کاهش قابل ملاحظه ای خواهد یافت. این کاهش emf القائی موجب می شود که شار هسته محدود شده و به مقدار دو برابر ماکزیمم خود نرسد. این نشان می دهد که اثر دو برابر شدن به آن اندازه خطر ناک نیست، اما اثر جریان مغناطیس کننده هجومی را در طراحی ترانسفورماتورهای قدرت بزرگ باید در نظر گرفت.

حال فرض کنید پس ماند مغناطیسی به اندازه $\phi_r = ob$ در هسته ترانسفورماتور موجود باشد. اگر اولیه ترانسفورماتور، در لحظه ای که ولتاژ از صفر عبور کرده و مطابق شکل ۵-۳ به مقادیر مثبت می رسد، وصل شود آنگاه شار در لحظه $t = 0^+$ بایستی برابر با ϕ_r شار (در لحظه $t = 0^-$) باشد. این امر زمانی اتفاق می افتد که شار ثابتی به اندازه $bc = \phi_{dc} = oa = \phi_m$ برقرار شود اگر از مقاومت اولیه r_1 صرف نظر شود آنگاه ϕ_r و ϕ_{dc} با شار متناوب جمع شده و شار منتجه مطابق شکل ۵-۳ خط ضخیم خواهد شد.



شکل ۵-۳.

اثر کلید زنی روی ترانسفورماتور نامتعادل وقتی ولتاژ صفر و پس ماند ϕ_r موجود باشد.

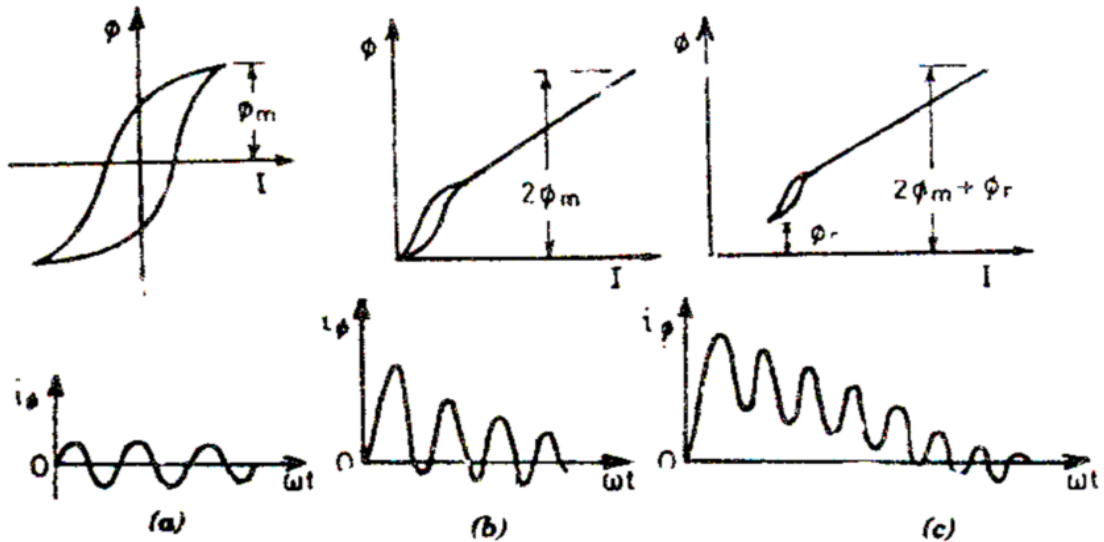
اگر زمان بسته شدن کلید در لحظه $t = 0$ مورد بررسی قرار گیرد آنگاه شار منتجه هسته توسط رابطه زیر بیان می شود :

$$\phi_r + \phi_{dc} - \phi_m \cos \omega t = \phi_r + \phi_m (1 - \cos \omega t)$$

پس از گذشت یک نیم سیکل از لحظه بسته شدن کلید، شار هسته برابر با $\phi_r + 2\phi_m$ خواهد شد که در شکل نیز مشاهده می شود. در واقع به خاطر مقاومت سیم پیچ اولیه r_1 ، شارهای ϕ_r و ϕ_{dc} به مرور زمان کاهش یافته به صفر می رسند و شار هسته به صورت یک موج سینوسی در می آید.

شکل موج های جریان مغناطیس کننده و حلقه پس ماند برای موارد نشان داده شده و شکل های ۵-۲ (a)، (b) و ۳ به ترتیب در شکل های ۵-۴ (a)، (b) و (c) نشان داده شده اند. در شکل ۵-۴ (a) حلقه پس ماند و جریان مغناطیس کننده نرمال بوده و مطابق شکل ۵-۲ (a) متقارن می باشد. در شکل ۵-۴ (b) شار هسته از صفر تا $2\phi_m$ مانند شکل ۵-۲ (b) تغییر می کند و بنابراین حلقه پس ماند کوچکتر شده و جریان i_ϕ در ابتدای شکل یک جهته خواهد بود. در شکل ۵-۴ (c) شار هسته از ϕ_r تا $(\phi_r + 2\phi_m)$ مانند شکل ۵-۳ تغییر می کند، و هسته کاملاً به اشباع یافته و حلقه پس ماند کوچک

و قابل صرفنظر می گردد. و جریان i_ϕ در شروع از صفر کاملاً دارای افست می باشد. در شکل های ۴-۵ (b) و (c) شکل موج های جریان مغناطیس کننده پس از گذشت مدتی بعلا تلفات I^2R ، متقارن می گردد.



شکل ۴-۵. حلقه های پس ماند و شکل موج جریان مغناطیس کننده ترانسفورماتور

۵-۱-۲- تحلیل پدیده هجوم بر اساس معادلات ترانسفورماتور :

وقتی که اولیه یک ترانسفورماتور بدون بار تحت تاثیر ولتاژ قرار گیرد، آنگاه معادله emf برای مدار اولیه، مطابق قانون ولتاژ کر شهف به صورت زیر خواهد بود:

$$v_1 = V_{m1} \sin(\omega t + \theta_0) = i_\phi r_1 + N_1 \frac{d\phi_t}{dt} \quad (1-5)$$

که در آن v_1 : ولتاژ طرف اولیه در لحظه بسته شدن کلید

ϕ_t : شار هسته در هر لحظه t

i_ϕ : جریان مغناطیس کننده (از مولفه مربوط به تلفات هسته ، به علت کوچکی،

صرفنظر شده است).

N_1 : تعداد دور اولیه

V_{m1} : مقدار ماکزیمم ولتاژ اعمال شده

θ : زاویه ای که شکل موج ولتاژ با مبدا زمان مطابق شکل ۵-۵ (a) می سازد فرض

کنید شار هسته ϕ_t ، تمام دورهای سیم پیچ اولیه را بر بگیرد، آنگاه اندوکتانس سیم پیچ اولیه L_1 عبارتست از :

$$L_1 = \frac{N_1 \phi_t}{i_\phi}$$

مقدار L_1 ثابت نیست زیرا با توجه به منحنی مغناطیس شونگی $(B-H)$ ممکن است هسته ترانسفورماتور به اشباع رود. اما در اینجا رابطه خطی بین ϕ_t و i_ϕ فرض می شود:

$$i_\phi = \frac{N_1 \phi_t}{L_1}$$

با جایگذاری i_ϕ از رابطه فوق در معادله (۱-۵) خواهیم داشت :

$$\frac{N_1 \phi_t}{L_1} r_1 + N_1 \frac{d\phi_t}{dt} = V_{m1} \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$\left(\frac{r_1}{L_1} + p\right)\phi_t = \frac{V_{m1}}{N_1} \sin(\omega t + \theta_0) \quad (2-5)$$

که $p \leftarrow \frac{d}{dt}$:

حل معادله فوق به صورت $\phi_t = C.F + P.I$ خواهد بود .

C.F تابع مکمل (کمکی) که قسمت گذاری جواب معادله را می دهد و به صورت زیر بدست می آید:

$$\left(\frac{r_1}{L_1} + p\right)\phi_t = 0$$

از این معادله :

$$p = -\frac{r_1}{L_1}$$

$$C.F = C e^{-\frac{r_1}{L_1} t}$$

که در آن C یک مقدار ثابت می باشد.

$P.I$: انتگرال ویژه ای که قسمت گذاری جواب معادله را می دهد و به صورت زیر بدست می آید:

$$P.I = \frac{V_{m1}}{N_1 \sqrt{\left(\frac{r_1}{L_1}\right)^2 + \omega^2}} \sin(\omega t + \theta_0 - \tan^{-1} \frac{\omega L_1}{r_1})$$

اگر $r_1 = 0$ باشد

$$\begin{aligned} P.I &= \frac{V_{m1}}{N_1 \omega} \sin(\omega t + \theta_0 - \tan^{-1} \infty) \\ &= \phi_m \sin(\omega t + \theta_0 - \frac{\pi}{2}) \\ &= -\phi_m \cos(\omega t + \theta_0) \end{aligned}$$

بنابراین مقدار ϕ_t از رابطه زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} \phi_t &= C.F + P.I \\ &= C e^{-\frac{r_1 t}{L_1}} - \phi_m \cos(\omega t + \theta_0) \end{aligned}$$

مقدار ثابت C به کمک شرایط اولیه قابل محاسبه است. حال مقدار شار ϕ_t در لحظه بسته شدن کلید، ممکن است $\pm \phi_r$ باشد که در آن ϕ_r ، شار پس ماند هسته می باشد.

در لحظه $t = 0$ و $\phi_t = \pm \phi_r$

$$\pm \phi_r = c - \phi_m \cos \theta_0$$

$$c = \pm \phi_r + \phi_m \cos \theta_0 \quad (3-5)$$

$$\phi_t = (\phi_m \cos \theta_0 \pm \phi_r) e^{-\frac{r_1 t}{L_1}} - \phi_m \cos(\omega t + \theta_0)$$

بررسی معادله (3-5) نشان می دهد که جمله اول (داخل پرانتز) نماینده شار ثابت (dc) به اندازه

$\phi_{dc} \pm \phi_r$ می باشد که به صورت نمایی و با گذشت زمان، افت می کند.

جمله دوم شامل عبارت $\cos(\omega t + \theta_0)$ بیانگر حالت دائمی شار متناوب با فرکانس اصلی ω می باشد.

شرط ۱: اگر اولیه موقعی وصل شود که ولتاژ اعمال شده ماکزیمم باشد یعنی $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ (شکل 5-5)

((a) و $\phi_r = 0$ آنگاه:

$$v_1 = V_{m1} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$= V_{m1} \cos \omega t$$

$$\phi_t = (\phi_m \cos \frac{\pi}{2}) e^{-\frac{r_1}{L_1} t}$$

$$- \phi_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$= \phi_m \sin \omega t \quad \text{شار متناوب حالت دائمی}$$

در لحظه $t = 0$ داریم $v_1 = V_{m1}$ و $\phi_t = 0$ این نشان می دهد که بلافاصله پس از کلید زنی ترانسفورماتور در لحظه ای که ولتاژ به کار رفته ماکزیمم است شار مغناطیسی حالت دائمی برقرار خواهد شد.

بنابراین شرط گفته شده برای بستن کلید اولیه ترانسفورماتور، حالت بسیار مساعدی است. و این با نتیجه ای که قبلاً از شکل ۵-۲ (a) با تحلیل کیفی بدست آورده بودیم مطابقت دارد.

شرط ۲: اگر اولیه زمانی وصل شود که ولتاژ به کار رفته در آن صفر باشد یعنی به ازای $\theta_0 = 0$ و

$$\phi_r \text{ مثبت آنگاه } v_1 = V_{m1} \sin \omega t \text{ واز معادله (۳-۵)}$$

$$\phi_t = (\phi_m + \phi_r) e^{-\frac{r_1}{L_1} t} - \phi_m \cos \omega t \quad (۴-۵)$$

پس از گذشت نیم سیکل یعنی پس از $\omega t = \pi$ از لحظه بسته شدن کلید طبق معادله (۴-۵) داریم:

$$\phi_t = (\phi_m + \phi_r) e^{-\frac{r_1}{L_1} t} - \phi_m \cos \pi$$

معمولاً $\omega L_1 \gg \pi r_1$ ، در نتیجه جمله $e^{-\frac{r_1 \pi}{\omega L_1}}$ (در اینجا $\omega t = \pi$ و $t = \frac{\pi}{\omega}$) به سمت

$e^{-0} = 1$ میل می کند، بنابر این شار منتهی هسته پس از گذشت نیم سیکل از بسته شدن کلید، با

توجه به رابطه (۴-۵) به صورت زیر در می آید:

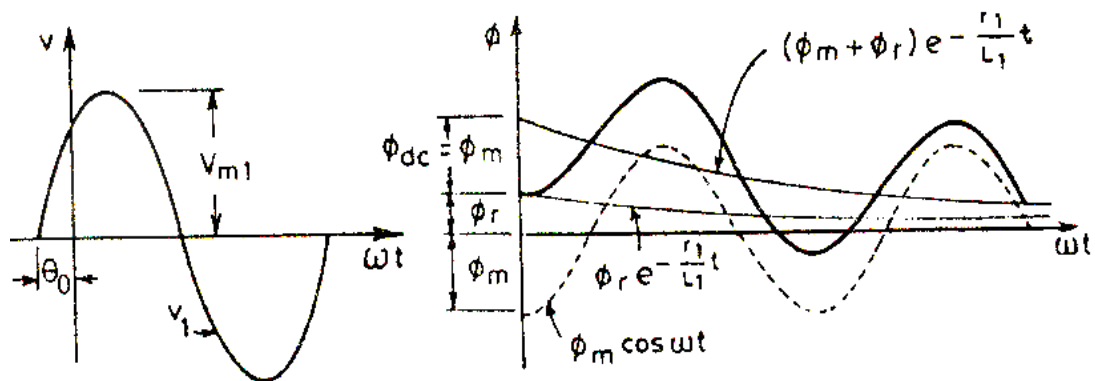
$$\phi_{tm} = +2\phi_m + \phi_r \quad (۵-۵)$$

معادله (۵-۵) با نتیجه ای که قبلا به روش کیفی بدست آورده بودیم مطابقت می کند. معادله (۴-۵) در شکل ۵-۵ (a) رسم شده است اگر همانند بحث کیفی، از مقاومت اولیه r_1 صرف نظر کنیم آنگاه معادله (۴-۵) به صورت زیر در می آید :

$$\phi_t = \phi_r + \phi_m(1 - \cos \omega t)$$

و پس از گذشت نیم سیکل داریم : $\phi_{t,m} = 2\phi_m + \phi_r$. که نشان می دهد کلید زنی اولیه ترانسفورماتور هنگامی که ولتاژ به کار رفته، از صفر عبور می کند. شرایط بسیار نامساعد می باشد. برای مقادیر بزرگ شار هسته که برابر $2\phi_m + \phi_r$ است. هسته ترانسفورماتور به حدی اشباع می شود که ترانسفورماتور مانند یک راکتور با هسته دارای فاصله هوایی، رفتار می کند زیرا ضریب نفوذ مغناطیسی در این حالت برابر یک است.

جریان مغناطیس کننده هجومی در یک ترانسفورماتور در مدت زمانی که به قدرت ترانسفورماتور بستگی دارد، کاهش یافته و جریان به اندازه حالت دائمی خود می رسد. برای ترانسفورماتور های بزرگ قدرت (فشار قوی)، رسیدن به شرایط حالت دائمی از لحظه ای که کلید اولیه بسته می شود، ممکن است ۲۰ ثانیه یا بیشتر طول بکشد.



شکل ۵-۵. مربوط به پدیده هجوم در ترانسفورماتور

جریان مغناطیس کننده هجومی، برای خود ترانسفورماتور مضر نیست، اما عملکرد غیر عمده رله های اضافه بار ممکن است به محض اینکه ترانسفورماتور به منبع AC وصل شد، آن را از مدار خارج

کند. گاهی جریان هجومی بزرگ موجب افت زیاد و ناگهانی در منبع ولتاژ شده است و این عمل ممکن است روی عمل کرد دستگاه های الکتریکی متصل به آن تاثیر بگذارد.

برآورد جریان هجومی:

می توان بیشترین مقدار جریان مغناطیس کننده هجومی در ترانسفورماتورها را تخمین زد که در زیر به آن می پردازیم :

فرض کنید A_i سطح خالص آهن یا (هسته) بوده و A_l سطح متوسط یک توسط دوراز سیم پیچی اولیه پیچیده شده باشد به این معنی که $(A_l - A_i)$ سطح شامل یک دور از سیم پیچی است و از ماده غیر مغناطیسی تشکیل شده است. اگر B چگالی شار در هسته و H مقدار پریونیت mmf در طول فاصله هوایی (یا ماده غیر مغناطیسی) باشد آنگاه شارماکزیممی که سیم پیچی اولیه را احاطه می کند $(2\phi_m + \phi_r)$ توسط رابطه زیر بیان می شود:

$$2\phi_m + \phi_r = A_i B$$

یعنی: (شار هسته) $+$ $(A_l - A_i)\mu_0 H$ یا همان شار ماده غیر مغناطیسی $= 2\phi_m + \phi_r$

$$2\phi_m + \phi_r = A_l \mu_0 H + A_i (B - \mu_0 H) \quad (6-5)$$

مقدار $B - \mu_0 H$ که چگالی شار ذاتی، نام دارد برای فولاد های معمول ترانسفورماتور در حدود $2.22 Wb/m^2$ می باشد، معادله (6-5) چنین خواهد شد:

$$2\phi_m + \phi_r = A_l \mu_0 H + 2.22 A_i$$

$$H = \frac{2\phi_m + \phi_r - A_i}{\mu_0 A_l}$$

حال فرض کنید مقدار mmf برای واحد ارتفاع سیم پیچ اولیه برای هسته آهنی و ماده غیر مغناطیسی یکسان باشد آنگاه داریم :

$$H = \frac{N_1 i_{\phi m}}{H_w} = \frac{2\phi_m + \phi_r - 2.22 A_i}{\mu_0 A_l}$$

که $i_{\phi m}$ عبارتست از بیشترین مقدار جریان مغناطیسی کننده هجومی و H_W عبارتست از ارتفاع سیم پیچ اولیه ، بنابراین:

$$i_{\phi m} = \frac{H_W}{N_1} \times \left(\frac{2\phi_m + \phi_r - 2.22 A_i}{\mu_0 A_i} \right)$$

اگر $B_m = \frac{\phi_m}{A_i}$ و $B_r = \frac{\phi_r}{A_i}$ به ترتیب بیشترین مقدار چگالی شار و چگالی شار پس ماند می باشد ، آنگاه :

$$i_{\phi m} = \frac{H_W A_i}{N_1 A_i} \times \left(\frac{1}{\mu_0} \right) (2B_m + B_r - 2.22) \quad (7-5)$$

مقدار B_r معمولاً برابر B_m 0.68 می باشد. مقدار واقعی پیک جریان مغناطیس کننده هجومی ممکن است کمتر از مقدار بدست آمده از معادله (7-5) باشد.

در ترانسفورماتورها، سیم پیچی فشار ضعیف به هسته نزدیکتر است بنابراین سطحی که توسط آن اشغال می شود کوچک است. اما سیم پیچی فشار قوی که روی سیم پیچی فشار ضعیف قرار دارد به مراتب سطح بیشتری را اشغال می کند ، بنابراین در یک ترانسفورماتور ، نسبت مقابل $\frac{A_i}{A_t}$ برای سیم پیچی فشار ضعیف بزرگ بوده و برای سیم پیچی فشار قوی کوچک می باشد بنابراین با توجه به معادله (7-5) برای کاهش جریان مغناطیس کننده هجومی می توان ترانسفورماتور را از طرف فشار قوی تغذیه نمود.

جریان هجومی در ترانسفورماتورهای سه فاز:

وقتی ترانسفورماتور سه فاز یا مجموعه سه ترانسفورماتور تک فاز به منبع تغذیه سه فاز وصل می شود جریان مغناطیس کننده در آن پدید می آید زیرا ولتاژهای دارای اختلاف فاز 120° می باشند. اگر شرایط برای سیم پیچی یک فاز بسیار مساعد باشد، آنگاه برای دو سیم پیچ دیگر مساعد نخواهد بود، لکن اندازه جریان هجومی در ترانسفورماتور سه فاز کمتر از مقدار آن در ترانسفورماتور تک فاز می باشد. جریان هجومی در بعضی از اتصالات ترانسفورماتور سه فاز از این قرارند:

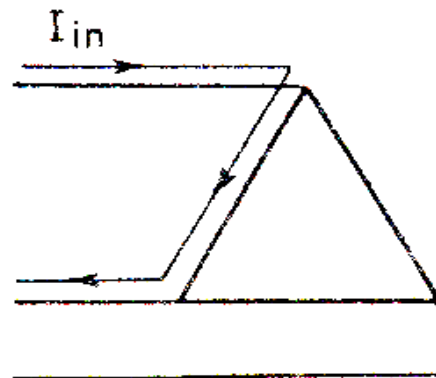
الف) اتصال مثلث در اولیه: اگر اولیه به صورت مثلث بسته شود، هر فاز از ترانسفورماتور مستقیماً به منبع تغذیه متصل می شود بدون آنکه اثری روی دوفاز دیگر داشته باشد. به همین خاطر، پدیده جریان هجومی برای سیم پیچی هر فاز مانند ترانسفورماتور تک فاز مشاهده می شود اما تفاوت زیادی در جریان های خط وجود دارد. در شرایط کاری عادی (نرمال) جریان خط در اتصال مثلث $\sqrt{3}$ برابر جریان فاز می باشد. وقتی که ترانسفورماتور با اتصال مثلث کلیدزنی شده است دیده می شود (جریان هجومی فازهای دیگر قابل صرفنظر کردن می باشد) در نتیجه جریان های خط وفاز مطابق شکل ۵-۶ برابر خواهند بود.

بنابراین برای سیم پیچ اولیه با اتصال مثلث:

$$\frac{\text{جریان هجومی خط در مثلث } I_{in}}{\text{جریان نامی خط } (= \sqrt{3}I_{hp})} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\text{جریان هجومی در ترانسفورماتور تک فاز}}{\text{جریان فازی نامی، } I_{ph}}$$

رابطه فوق نشان می دهد که جریان هجومی خط در مثلث بر حسب جریان نامی خط برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(یا ۰/۵۷۷) برابر جریان هجومی در ترانسفورماتور تک فاز بر حسب جریان نامی فاز آن بیان می شود.



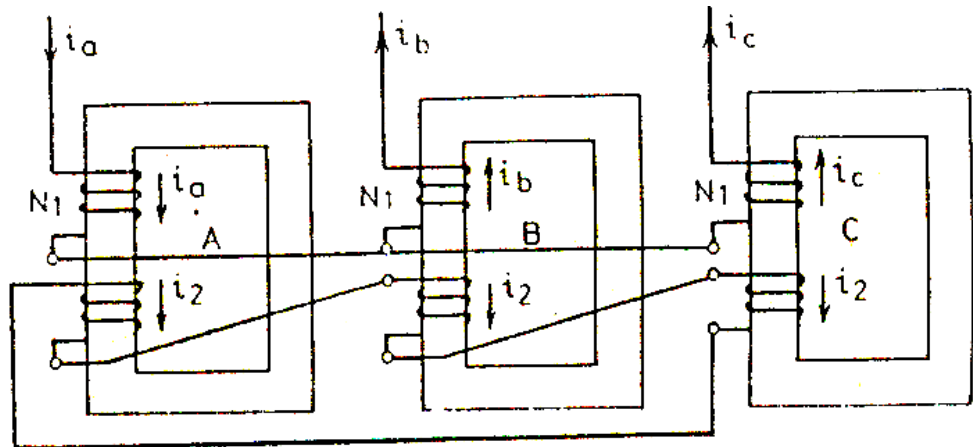
شکل ۵-۶

جریان هجومی خط وفاز در اتصال مثلث برابرند

ب) مجموعه ترانسفورماتورهای تک فاز که به صورت ستاره - مثلث بسته شده اند: فرض کنید i_{1m} بیشترین مقدار جریان هجومی در یک ترانسفورمر تک فاز باشد. سه ترانسفورمر از این قبیل به صورت ستاره - مثلث مطابق شکل ۵-۷ به هم متصل شده اند. فرض کنید فاز A دارای

بیشترین مقدار جریان هجومی i_a باشد ($v_a = 0$) سپس فازهای B, C ، اغلب حالاتی گذرای قابل صرفنظر خواهند داشت. زیرا ولتاژهای $v_b = v_c (= 0.886 V_{m1})$ معمولاً به مقدار ماکزیمم یعنی V_{m1} نزدیکترند. مسیرهای برگشت جریان i_a فازهای B, C در شکل ۷-۵ با جریان های i_a و i_b نشان داده شده اند.

از آنجائیکه هسته فازهای B, C دارای حالات گذرای ناچیزی هستند، اثر مغناطیسی ناشی از جریان های برگشتی i_a و i_b بایستی توسط جریان i_2 خنثی شود همان طوری که در شکل مشاهده می شود. این جریان ثانویه i_2 بایستی مسیر بازگشتی از ثانویه فاز A داشته باشد. با توجه به شکل ۵-۷ مشاهده می شود که i_a و i_2 هسته را در یک جهت مغناطیس می کنند. از آنجائیکه ثانویه به صورت مثلث بسته شده است اولیه بایستی دارای نقطه خنثی باشد. این یعنی ولتاژ فازی اولیه در حالت تعادل باقی می ماند. و مساوی مقادیر آن در طول عملکرد تک فازی می باشد بنابراین mmf گذرا ناشی از فاز A یعنی مطابق شکل ۷-۵ بایستی برابر $N_1 i_{1m}$ باشد که در طی پدیده هجوم و در حالت تک فازی تولید می شود.



شکل ۷-۵. مربوط به جریان هجومی در مجموعه ترانسفورماتور ستاره- مثلث

$$N_1(i_a + i_2) = N_1 i_{1m}$$

(۸-۵)

$$i_a + i_2 = i_{1m}$$

$$\begin{array}{l}
 i_b - i_2 = 0 \quad \text{برای فاز } B \\
 i_c - i_2 = 0 \quad \text{برای فاز } C
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} i_b - i_2 = 0 \\ i_c - i_2 = 0 \end{array}} \right\} (9-5)$$

جریان i_b از طریق فازهای C, B برگشت داده می شود، بنابراین:

$$i_a = i_b + i_c$$

به کمک معادله (9-5):

$$i_a = 2i_2$$

از معادله (8-5)

$$2i_2 + i_2 = i_{1m}$$

$$i_2 = \frac{1}{3} i_{1m} \quad :$$

$$i_a = \frac{2}{3} i_{1m} \quad (10-5)$$

معادله (10-5) نشان می دهد که بیشترین جریان هجومی برای حالتی که مورد بررسی قرار گرفت

برابر $\frac{2}{3}$ آن در ترانسفورماتور تک فاز می باشد.

ج) ترانسفورماتور با اتصال ستاره و نوع هسته ای با سه شاخه: فرض کنید که فاز A دارای

بیشترین جریان هجومی i_a باشد. همانند قسمت قبل i_b و i_c مسیرهای بازگشت برای

جریان i_a می باشند. فرض کنید بیشترین مقدار جریان هجومی وقتی که به صورت یک ترانسفورماتور

تک فاز با قطع سیم پیچ های B و C باشد. سپس برای شاخه های A, B و mmf های تولیدی توسط

i_a و i_b مطابق شکل 8-5 همدیگر را تقویت می کنند.

$$N_1(i_a + i_b) = N_1 i_{1m}$$

برای شاخه های C, B و mmf تولیدی توسط i_b و i_c با یکدیگر مخالفت می کنند:

$$N_1(i_b - i_c) = 0$$

از آنجائیکه i_b و i_c مسیر برگشت جریان i_a می باشند:

$$i_a = i_b + i_c$$

نتیجه:

$$\Rightarrow i_b = i_c, \quad i_a = 2i_b$$

اما:

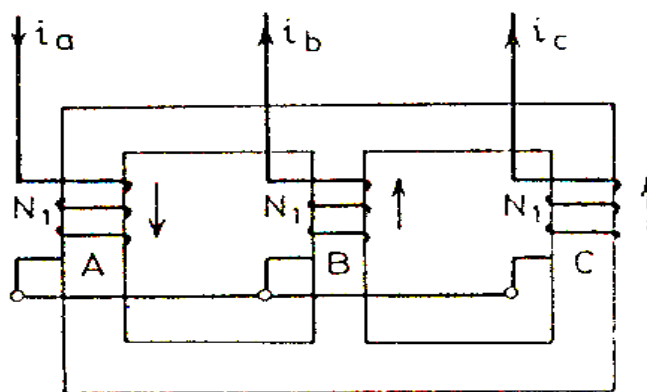
$$i_a + i_b = i_{1m}$$

$$3i_b = i_{1m}$$

$$i_b = i_c = \frac{1}{3}i_{1m}$$

$$i_a = \frac{2}{3}i_{1m} \quad (11-5)$$

معادله (۱۱-۵) نشان می دهد که در یک ترانسفورماتور ستاره - نوع هسته ای با سه شاخه بیشترین مقدار جریان هجومی برابر دوسوم مقداری است که در حالت کار با یک شاخه به صورت ترانسفورماتور یکفاز ایجاد می شود .

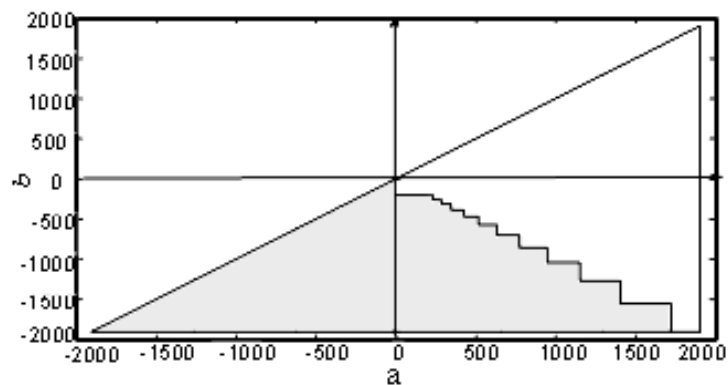


شکل ۸-۵. مربوط به جریان هجومی در ترانسفورماتور سه شاخه ستاره

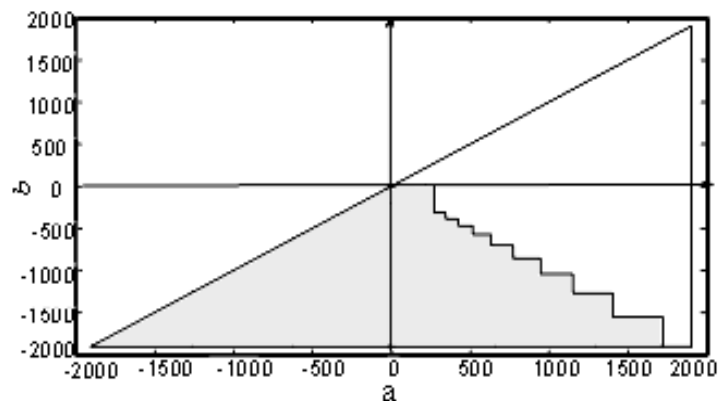
۵-۱-۳-مدلسازی جریان هجومی و بررسی عوامل مؤثر بر آن به کمک مدل پریساج:

الف. شرایط اولیه مغناطیسی متفاوت برای هسته:

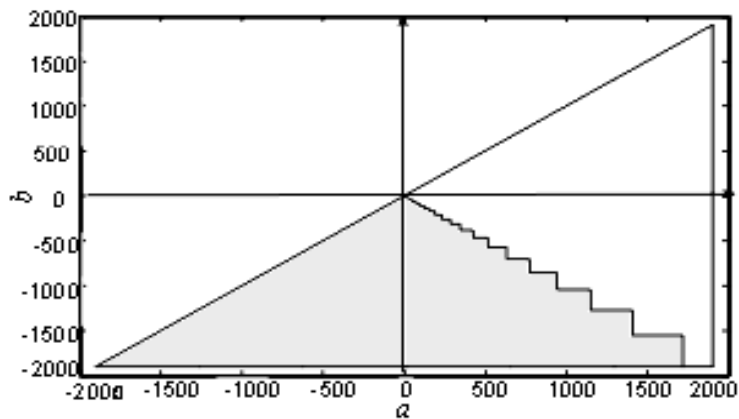
با تغییر مختصات ورتیزهای مثلث پریساج می‌توان شرایط اولیه مغناطیسی متفاوتی برای هسته ترانسفورماتور در نظر گرفت. شکل های ۵-۹ تا ۱۱-۵ دیاگرام پریساج را برای شرایط اولیه متفاوت (مقادیر پسماند متفاوت) نشان می‌دهند. همانطور که در این شکل‌ها مشخص است به علت داشتن ورتیزهای متفاوت انتگرال روی ناحیه $S^+(t)$ برای هر شکل متفاوت می‌باشد. با توجه به معادله (۴-۷) و (۴-۸)، با داشتن مقادیر متفاوت برای انتگرال روی ناحیه $S^+(t)$ در مثلث پریساج برای اولین مرحله شبیه سازی، به مقادیر اولیه مختلف برای B دست می‌یابیم. این خاصیت به ما این امکان را می‌دهد که با تغییر مختصات ورتیزها به پسماندهای متفاوتی دست پیدا کنیم و با اعمال آن به مدل ارائه شده تأثیر پسماندهای متفاوت را بر رفتار گذرای ترانسفورماتور بررسی نماییم.



شکل ۵-۹. مثلث پریساج برای حالتی که چگالی شارپسماند در هسته ۰/۷۰۶۵- تسلا می‌باشد.

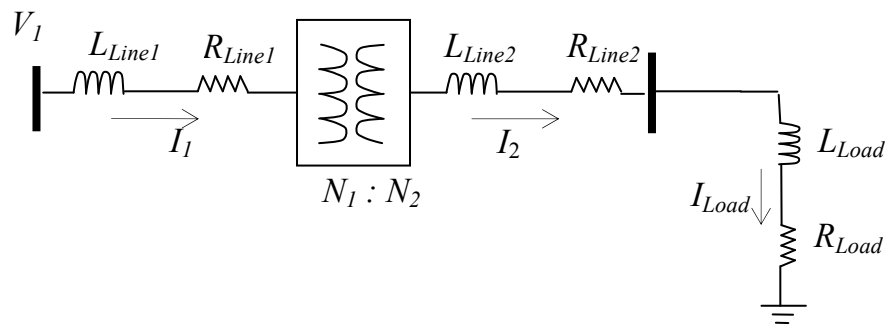


شکل ۵-۱۰. مثلث پریساج برای حالتی که چگالی شارپسماند در هسته ۰/۷۱۳۱۳- تسلا می‌باشد.



شکل ۵-۱۱. مثلث پریساج برای حالتی که شارپسماند در هسته وجود ندارد..

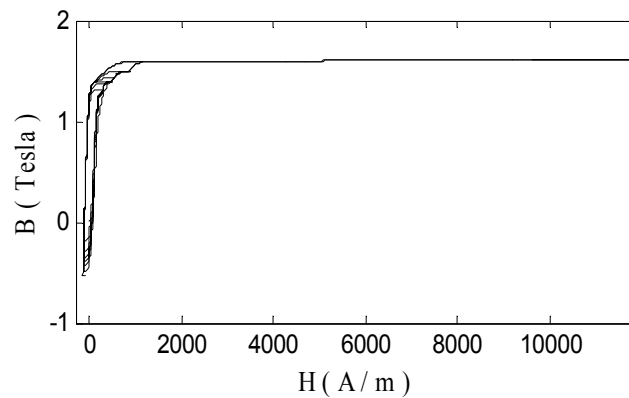
با توجه به آنچه در قسمت‌های قبل کاملاً توضیح داده شد، مقادیر جریان هجومی در ترانسفورماتور سه فاز با اعمال یک ضریب (ضریب $\frac{1}{\sqrt{3}}$ برای اتصال اولیه مثلث و ضریب $\frac{2}{3}$ برای اتصال اولیه ستاره) به مقادیر تک فاز متناظرشان، قابل محاسبه می باشند، لذا جهت سهولت در مدلسازی سیستم مورد بررسی را یک شبکه تک فاز به شکل زیر در نظر می گیریم که مقادیر و مشخصات پارامترهای آن در جداول ۲-۴ و ۳-۴ آمده بود.



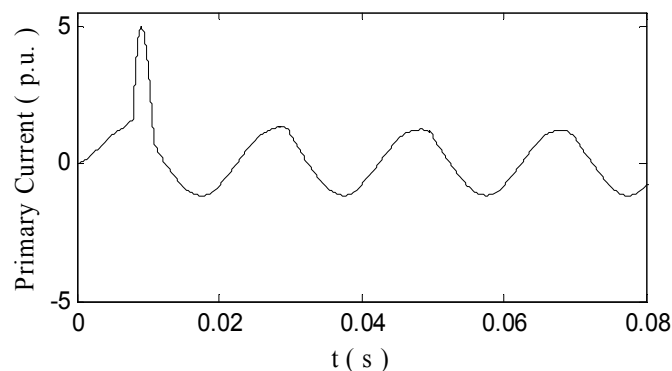
شکل ۵-۱۲. فیدر تک‌فاز ساده تحت مطالعه جهت بررسی حالات گذرا

شکل ۵-۲۶ تغییرات مقدار پیک جریان هجومی را بر حسب فاز اولیه ولتاژ (ϕ) نشان می‌دهد. شکل‌های ۵-۱۳ تا ۵-۲۵ شکل موج گذرا جریان و منحنی $B-H$ را برای چند فاز اولیه متفاوت برای ولتاژ را نشان می‌دهند. شکل ۵-۲۷ تأثیر مقدار پسماند مغناطیسی را بر جریان هجومی نشان می‌دهد و به عنوان نمونه برای دو مقدار متفاوت پس ماند مغناطیسی در هسته، منحنی‌های $B-H$ و شکل موج گذرای جریان‌های ترانسفورماتور در شکل‌های ۵-۲۸ تا ۵-۳۱ آمده است.

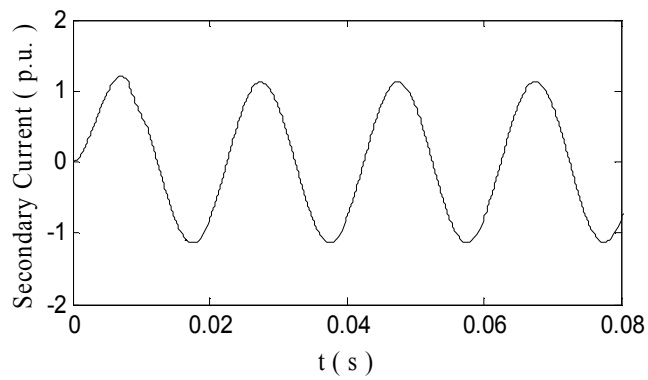
هنگامی که فاز اولیه ولتاژ صفر می‌باشد بدترین حالت گذرا ایجاد می‌شود ، و هنگامی که فاز اولیه برابر ۹۰ درجه باشد گذرای نداشته و جریان هجومی نیز نداریم. شرایط اولیه مغناطیسی نیز چه به صورت پسماند مثبت (همجهت) و چه به صورت پسماند منفی (با جهت عکس) بر روی جریان هجومی تأثیر می‌گذارند. اگر پسماند با شار اولیه ایجاد شده پس از در مدار آمدن ترانسفورماتور همجهت باشد در اولین نیم سیکل مثبت جریان هجومی رخ می‌دهد و اگر خلاف هم باشند باعث کاهش جریان هجومی شده و در نیم سیکل منفی جریان هجومی ماکزیمم خواهد شد. بار ترانسفورماتور تأثیری بر این پدیده ندارد و در همه حالات فقط جریان اولیه ترانسفورماتور گذرای شدید دارد و جریان ثانویه گذرای ندارد. منحنی $B-H$ هسته ترانسفورماتور در حالتی که جریان هجومی شدید می‌باشد کاملاً نسبت به مبدأ نامتقارن است و به تدریج به سمت متقارن شدن نسبت به مبدأ می‌رود.



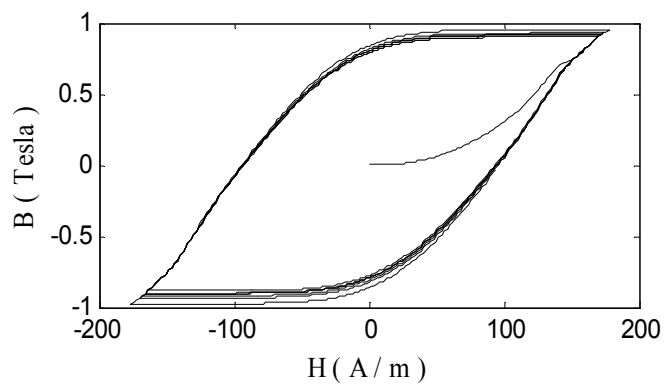
شکل ۵-۱۳. منحنی گذرای $B-H$ هنگامی که $\varphi_0 = 0$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



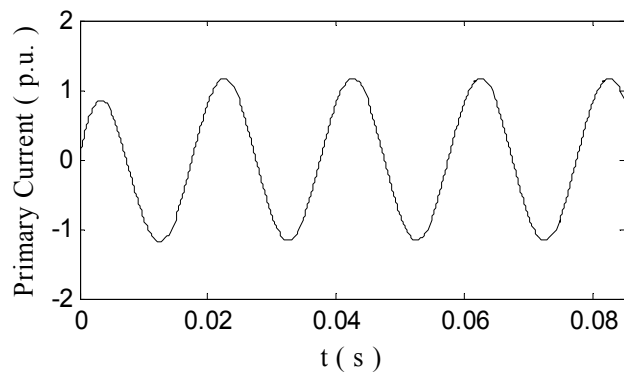
شکل ۵-۱۴. منحنی گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور هنگامی که $\varphi_0 = 0$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



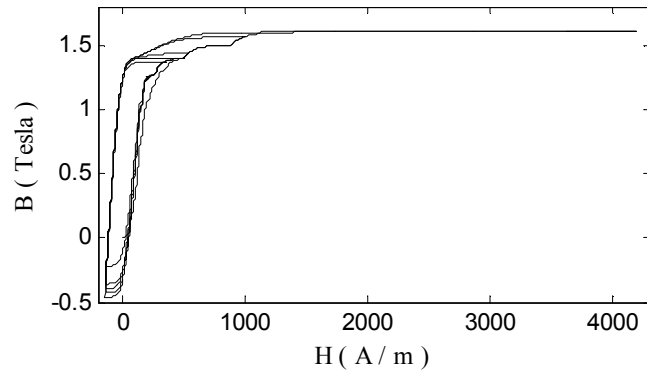
شکل ۵-۱۵. منحنی گذرای جریان ثانویه ترانسفورماتور هنگامی که $\varphi_0 = 0$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



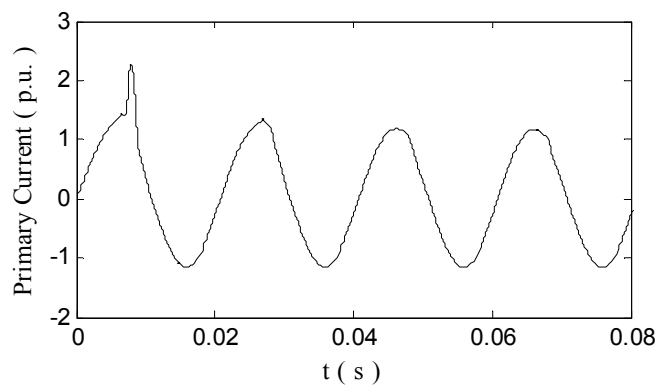
شکل ۵-۱۶. منحنی گذرای $B-H$ هنگامی که $\varphi_0 = \pi/2$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



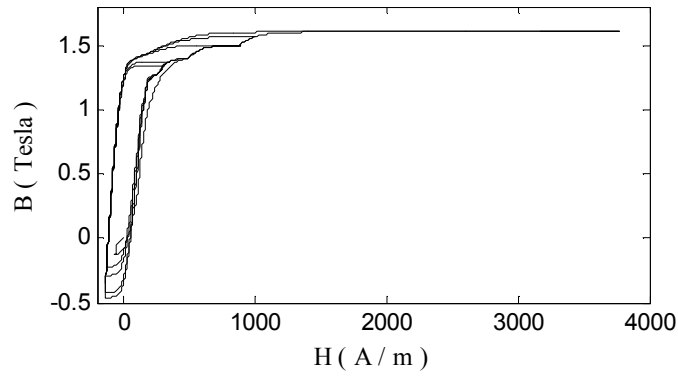
شکل ۵-۱۷. منحنی گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور هنگامی که $\varphi_0 = \pi/2$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



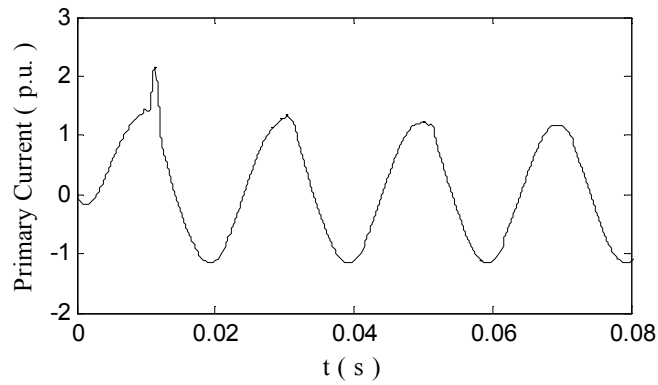
شکل ۵-۱۸. منحنی گذرای $B-H$ هنگامی که $\varphi_0 = \pi/6$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



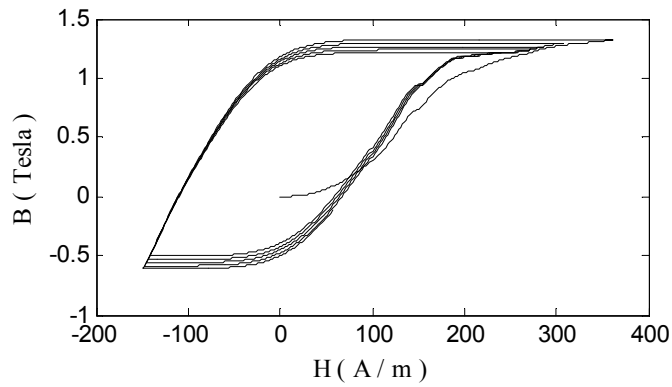
شکل ۵-۱۹. منحنی گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور هنگامی که $\varphi_0 = \pi/6$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



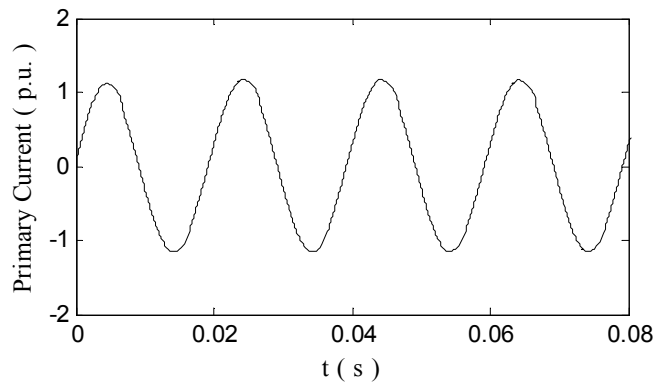
شکل ۵-۲۰. منحنی گذرای $B-H$ هنگامی که $\varphi_0 = -\pi/6$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



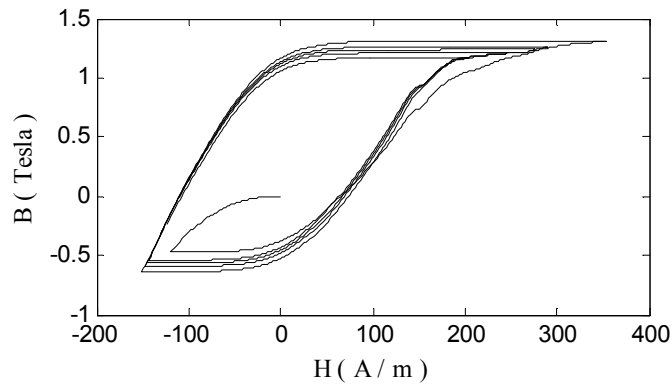
شکل ۵-۲۱. منحنی گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور هنگامی که $\varphi_0 = -\pi/6$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



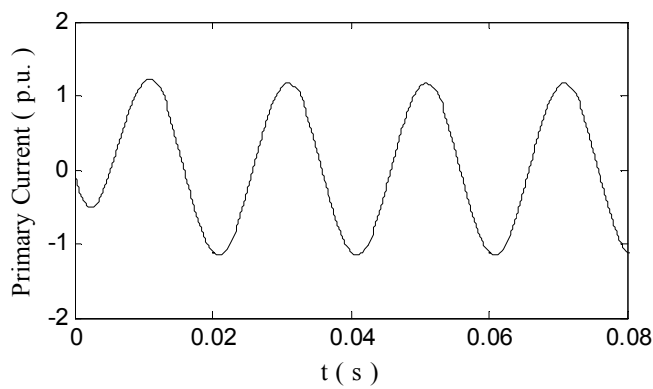
شکل ۵-۲۲. منحنی گذرای $B-H$ هنگامی که $\varphi_0 = \pi/3$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



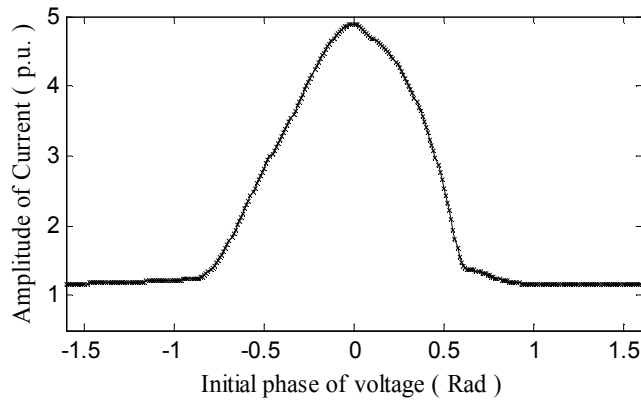
شکل ۵-۲۳. منحنی گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور هنگامی که $\varphi_0 = \pi/3$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



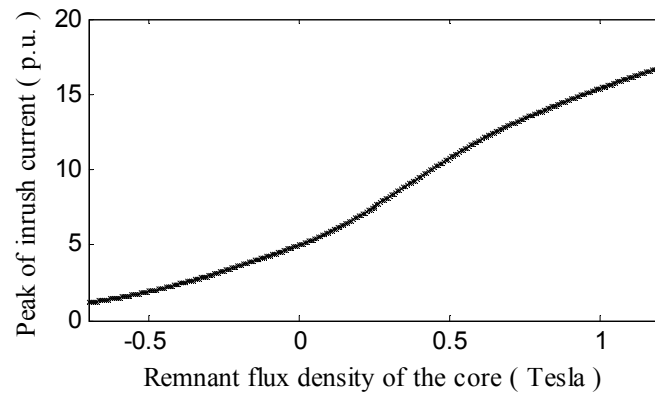
شکل ۵-۲۴. منحنی گذرای $B-H$ هنگامی که $\varphi_0 = -\pi/3$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



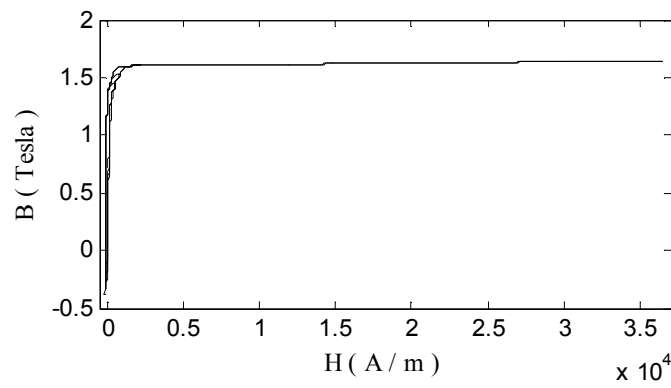
شکل ۵-۲۵. منحنی گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور هنگامی که $\varphi_0 = -\pi/3$ و پسماند در هسته صفر می‌باشد.



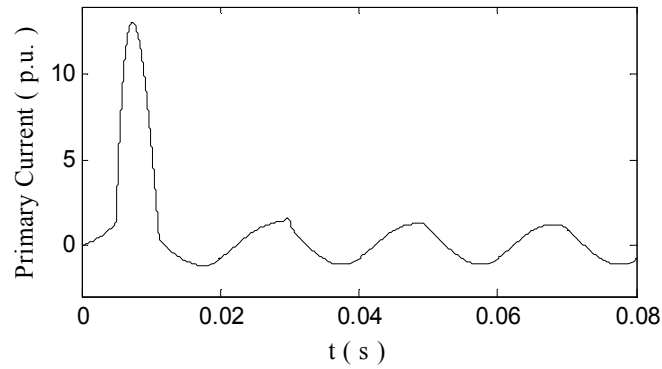
شکل ۵-۲۶. منحنی تغییرات اندازه جریان هجومی بر اساس فاز اولیه ولتاژ وقتی پسماند هسته صفر می‌باشد.



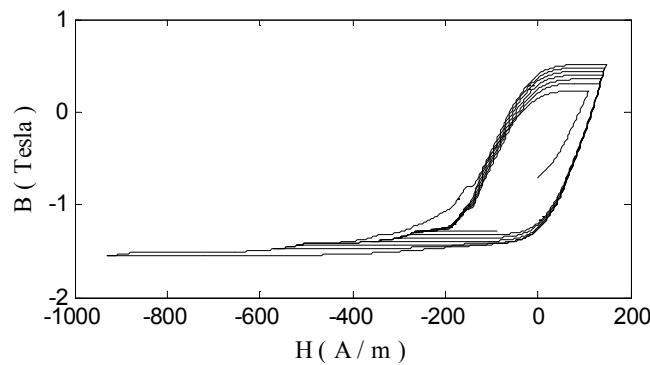
شکل ۵-۲۷. منحنی تغییرات اندازه جریان هجومی بر اساس پسماند مغناطیسی در هسته صفر می‌باشد وقتی که فاز اولیه ولتاژ صفر است.



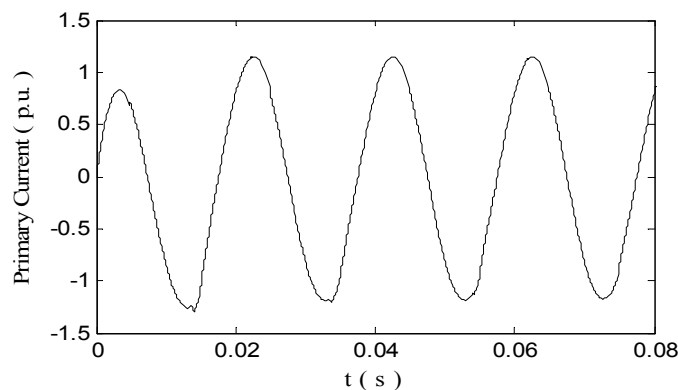
شکل ۵-۲۸. منحنی گذرای $B-H$ هنگامی که پسماند در هسته 0.71313 تسلا و $\varphi_0 = 0$ می‌باشد.



شکل ۵-۲۹. منحنی گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور هنگامی که پسماند در هسته 0.71313 تسلا و $\varphi_0 = 0$ می‌باشد.



شکل ۵-۳۰. منحنی گذرای $B-H$ هنگامی که پسماند در هسته 0.7065 - تسلا و $\varphi_0 = 0$ می باشد.



شکل ۵-۳۱. منحنی گذرای جریان اولیه ترانسفورماتور هنگامی که پسماند در هسته 0.7065 - تسلا و $\varphi_0 = 0$ می باشد.

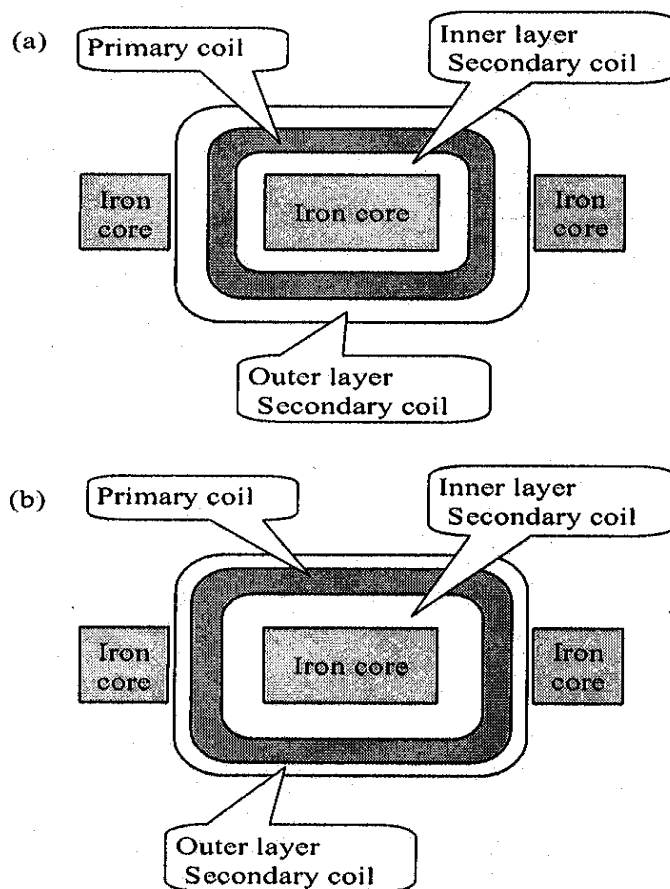
۵-۲- کاهش جریان های هجومی بالا:

رفتار گذرا یا جریان هجومی ترانسفورماتور باعث عملکرد نامطلوب سیستم های حفاظتی، استرس های مغناطیسی، خراب شدن ساختار مکانیکی ترانسفورماتور و همچنین تغییر شکل سیم پیچی ها می شود، لذا تلاش ها و مطالعات زیادی در خصوص مهار کردن آن انجام شده است. در طی مطالعات تاثیر بعضی از عوامل مانند شار پس ماند در هسته، مشخصه هیستریزس هسته، زاویه ولتاژ اعمال شده به ترانس و مقاومت در سمت اولیه ترانس هویدا شده است و بعضی عوامل نامعلوم می باشد. تکنیک هایی که جهت کاهش جریان هجومی انجام داده اند را می توان به (a) روش های بهبود مربوط به داخل خود ترانسفورماتور و (b) روش های کاهش به کمک مدارات کنترلی اضافه شده به ترانسفورماتور، تقسیم بندی کرد. یکی از تکنیک های داخلی که جهت کاهش جریان هجومی پیشنهاد شده، فاصله هوایی مجازی سیم پیچ ها (AGW) می باشد. در این روش یک سیم پیچی کمکی داخل هسته نیاز است که با تزریق یک جریان dc در آن باعث می شود که آن منطقه به اشباع برود و

با به اشباع رفتن در واقع ضریب نفوذ پذیری آن μ_0 شده و در واقع آن ناحیه مشابه یک فاصله هوایی رفتار می کند .

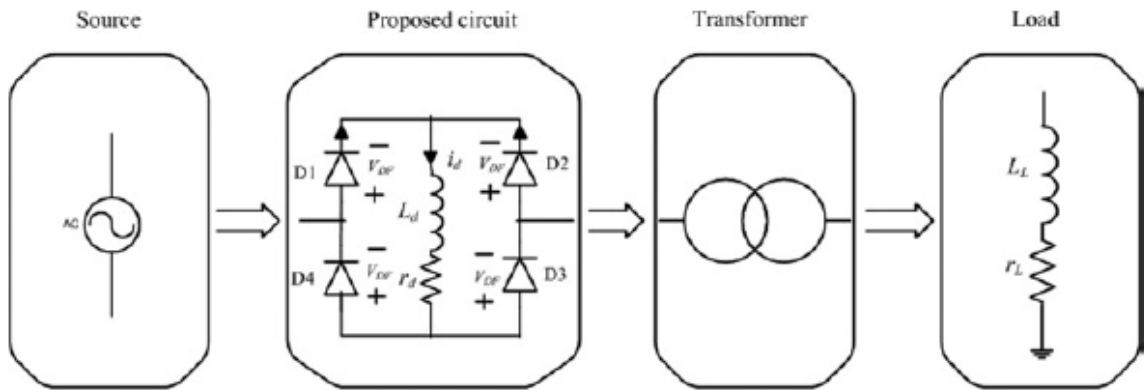
روش دیگری که با تغییرات داخلی ترانسفرماتور جریان هجومی را کاهش می دهند ، تغییر در توزیع سیم پیچی ترانسفرماتور می باشد . S-P-S و S-P-S-P که در واقع P نمایانگر سیم پیچی اولیه و S نشانگر سیم پیچی ثانویه می باشد ، گویای نحوه توزیع سیم پیچی می باشد.

در تکنیک S-P-S با تغییر ضریب سیم پیچی و ثابت نگه داشتن تعداد دورهای ثانویه ، با تغییرات ناچیز راکتانس نشتی، راکتانس هجومی بزرگی ایجاد می کنیم و از آنجایی که جریان هجومی رابطه عکس با راکتانس هجومی دارد ، مقدار آن کاهش می یابد ، شکل های زیر گویای این روش می باشند .



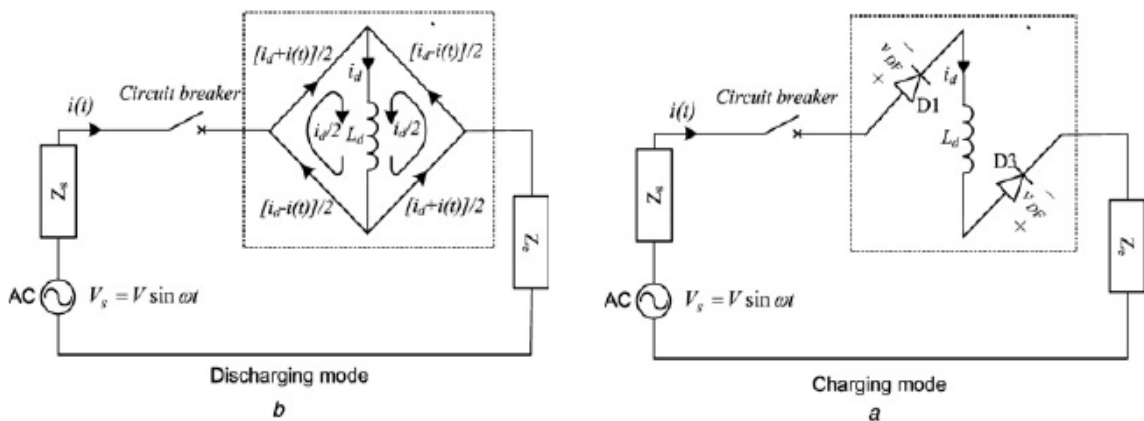
شکل ۵-۳۲. تغییر ضریب سیم پیچی جهت کاهش جریان هجومی

روش هایی که با کمک مدارات خارجی جریان هجومی کنترل می شود ، بیشتر از تکنیک های الکترونیک قدرت از جمله اینورترهای سری و سوئیچینگ همراه با کنترل و غیره استفاده شده است ، مدار زیر که باسادگی بیشتر و هزینه کمتر تأثیر قابل قبولی داشته است را مورد بررسی قرار می دهیم :



شکل ۵-۳۳. مدار محدود کننده جریان هجومی

در واقع این مدار (ICL) یا همان محدود کننده جریان هجومی، دور از پیچیدگی های کنترل سوئیچینگ و درایو گیت های سوئیچ ها می باشد. در این مدار راکتور dc در زمان ایجاد شدن جریان هجومی در مدار قرار می گیرد و شارژ می شود و در حالت کار عادی هیچ تاثیری در عملکرد ترانس ندارد.



شکل ۵-۳۴. مدار ICL در دو حالت شارژ در لحظه سوئیچ زدن و حالت دشارژ در زمان کار عادی ترانسفورماتور

۵-۲-۱- روش های قدیمی تر:

استفاده از کلید دو مرحله ای: وقتی که کنتاکت اول این کلید در حالت بسته باشد، یک مقاومت به طور سری با اولیه ترانسفورماتور قرار می گیرد. مقدار این مقاومت سری به اندازه کافی بزرگ است تا ولتاژ ترانسفورماتور را به نصف ولتاژ منبع تغذیه برساند. وقتی کنتاکت دوم نیز بسته می شود مقاومت سری اتصال کوتاه شده و ولتاژ منبع روی اولیه ترانسفورماتور قرار می گیرد. از آنجائیکه ولتاژ

در طی دو مرحله زیاد می شود شار تولیدی گذرا در هر مرحله کوچک بوده و جریان هجومی نیز غالباً ناچیز خواهد بود .

حذف پس ماند مغناطیسی: در این روش یک خازن به اولیه ترانسفورماتور متصل می شود. این خازن به طور مناسب انتخاب می شود که جریان بارگیری آن درصد خوبی از جریان مغناطیس کننده ترانسفورماتور می باشد. وقتی که کلید ترانسفورماتور قطع می شود نوسانات میرا بین اندوکتانس سیم پیچ اولیه ترانسفورماتور و خازن ایجاد می شود و به این روش، ترانسفورماتور، خاصیت مغناطیسی خود را از دست می دهد .

کلید زنی در طرف فشار قوی : اگر ترانسفورماتور در طرف فشار قوی کلید زنی شود آنگاه مطابق معادله (۷) دامنه جریان هجومی کاهش می یابد.

۵-۳- تشخیص جریان خطا از جریان هجومی :

طی بررسی های شده ، جریان مغناطیس کنندگی هسته دارای هارمونیک دوم زیادی می باشد که معیار خوبی جهت تمییز جریان هجومی از جریان خطا به کمک فیلترهای مخصوص می باشد . وجود هارمونیک دوم در بعضی خطاها (از جمله خطا در سیم پیچی) و همین طور تولید هسته های مدرنی که دیگر هارمونیک دوم ایجاد نمی کنند ، از کارآمدی این تکنیک کاسته است لذا تکنیک های دیگری از جمله استفاده از شبکه های عصبی ، تحلیل های فرکانسی ، تبدیل موجک و منطق فازی مطرح شده اند .

در تکنیک شبکه عصبی ، شبکه ای که جهت تشخیص ، طراحی می شود به کمک چند نمونه از جریان خطا و جریان هجومی آموزش می یابد و قادر خواهد بود که هنگام کار جریان هجومی را از جریان خطا تمییز دهد ، آنچه که معلوم است شبکه عصبی تشخیص دهند ، در همان سیستمی که به کمک اطلاعات آن آموزش یافته قابل استفاده می باشد ، اغلب این روش ها نیازمند ذخیره اطلاعات زیادی برای آموزش یا مقایسه و حافظه بالا جهت آماده سازی و تطبیق الگوریتم های مختلف مورد نیاز هستند. تحلیل فرکانسی دقیق اغتشاشات مختلف می تواند اطلاعات خوبی در باره ماهیت این اغتشاشات تهیه نماید .ابزارهای تحلیل فرکانسی مرسوم نظیر تحلیل فوریه، تبدیل Z ، تبدیل لاپلاس بر این فرض استوار هستند که مولف ههای فرکانسی موجود در سیگنالهای مورد پردازش، دارای ویژگیهای حالت تناوبی، ایستا و خطی باشند.

موجکها و تحلیلهای موجک به عنوان ابزاری قدرتمندی است که جهت تشخیص جریان هجومی مورد استفاده قرار گرفته است. در تبدیل موجک گسسته موجک مادر با انتخاب پارامترهای مقیاس و

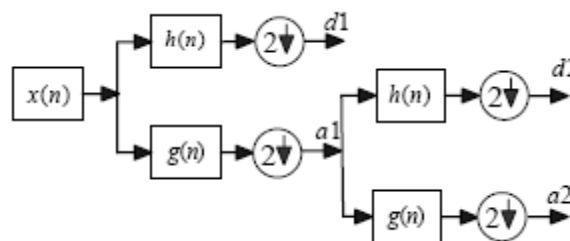
انتقال $a = a_0^m$ و $b = n b_0 a_0^m$ که a_0 و b_0 اعداد ثابت هستند، جایجا شده و تغییر مقیاس داده می شود. با $a_0 > 1$ و $b_0 > 1$ و $m, n \in Z$ که مجموعه اعداد صحیح مثبت است. برای تبدیل موجک گسسته داریم:

$$DWT(m, n) = \frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X[k] \Psi(k - \frac{a_0^m n b_0}{a_0^m})$$

Ψ و $X[k]$ به ترتیب تابع موجک و تابع سیگنال گسسته هستند.

در الگوریتم فیلترینگ کاربردی و موثری که مطرح شده با استفاده از فیلترهای مکمل پایین گذر و بالا گذر، سیگنال اصلی را به مؤلفه های تقریبی (فرکانس پایین) و جزئیات (فرکانس بالا) تجزیه می کند. در مرحله بعدی، خروجی فیلتر پایین گذر با استفاده از فیلترهای پایین گذر و بالا گذر تجزیه می شود.

شکل ۵-۳۵ پیاده سازی بانک فیلتری چند مرحله ای تبدیل موجک گسسته را نشان می دهد که در آن که در آن $g(n)$ و $h(n)$ به ترتیب فیلترهای پایین گذر و بالاگذر هستند ($\downarrow 2$). کاهش تفکیک نمایی سیگنال ورودی را بیان می کند و a_1 و d_1 بیان کننده مؤلفه های تقریبی و جزئیات درمقیاس اول هستند.



شکل ۵-۳۵. درخت موجک جهت تمییز جریان خطا از جریان هجومی

در نهایت با این تکنیک در واقع به یک الگوی تشخیص دست می یابیم که جهت تشخیص جریان هجومی از جریان خطا استفاده می شود.

۵-۴- کلید زنی اولیه ترانسفورماتورها در حالت بارداری:

ترانسفورماتورهای قدرت ممکن است در حالت ثانویه بدون بار کلید زنی شود ولی ترانسفورماتورهای توزیع معمولاً با اتصال ثانویه به ترمینال های مصرف کننده کلید زنی می شوند. جریان های گذرا که

درسیم پیچ های اولیه و ثانویه یک ترانسفورمر تحت بار تولید میشود. توسط رابطه زیر بدست می آیند:

$$i_{1t} = \frac{1}{2} (\text{جریان مغناطیس کننده}) e^{-\frac{r_1 t}{L_1}} + I e^{-\frac{r_1 t}{L_1}}$$

$$i_{2t} = \frac{1}{2} (\text{جریان مغناطیس کننده}) e^{-\frac{r_1 t}{L_1}} + I e^{-\frac{r_1 t}{L_1}}$$

در اینجا i_{1t} و i_{2t} عبارتست از جریان های گذرا مربوط به سیم پیچی اولیه و ثانویه و I متوسط جریان های بار اولیه I_1 و ثانویه I_2 می باشد.

جریان بارگذار با ثابت زمانی $\frac{L_1}{r_1}$ میرا می شود که بستگی به اندوکتانس پراکندگی L_1 دارد. ثابت

زمانی $\frac{L_1}{r_1}$ ، که جریان مغناطیس کننده با آن میرا می شود، بستگی به اندوکتانس خودی L_1 دارد.

از آنجائیکه L_1 خیلی کمتر از L_1 می باشد، جریان گذاری بار بسیار سریع تر از جریان های مغناطیس

کننده میرا می شود، اما ثابت زمانی $\frac{L_1}{r_1}$ به طور قابل ملاحظه ای بزرگتر از زمان یک نیم سیکل

می باشد و این به آن معنی است که جریان بارگذار بلافاصله پس از گذشت یک نیم سیکل میرا

نمی گردد. در نتیجه در بسیاری از موارد نامساعد، جریان بار، شامل مولفه گذرا پس از گذشت نیم

سیکل از لحظه کلید زنی ترانسفورماتور تحت بار به دو برابر خود می رسد.

جریان هجومی ترانسفورماتور در یک ترانسفورمر بی بار در صورتی که از لحظه بستن کلید به مدت یک

نیم سیکل زمان بگذرد ممکن است به ۴ تا ۶ برابر جریان نامی برسد. جریان اولیه کل، پس از گذشت

یک نیم سیکل از لحظه بسته شدن کلید ترانسفورماتور تحت بار، عبارتست از ۲ تا ۳ برابر جریان نامی

که توسط پدیده هجوم ایجاد شده به علاوه (معمولاً جمع برداری) ۲ برابر جریان بار که توسط بار

ثانویه تولید شده است. بنابراین بیشترین مقدار جریان اولیه کل پس از بسته شدن کلید ترانسفورماتور

تحت بار ممکن است به ۴ تا ۵ برابر جریان نامی برسد که معمولاً برابر جریان در حالت بسته شدن کلید در ترانسفورماتور بی بار می باشد. این نشان می دهد که اندازه جریان اولیه کل که پس از بسته شدن کلید یک ترانسفورماتور بی بار می باشد. این نشان می دهد که اندازه جریان اولیه کل که پس از بسته شدن کلید یک ترانسفورماتور بی بار یا با بار بدست می آید غالباً یکسان هستند.

مراجع:

- [1] PC.Y.Ling and A. Basak, "Investigation of Magnetizing Inrush Current in a Single-Phase Transformer," *IEEE Trans. Magnetics.*, vol.24, no. 6, pp. 3217–3222, November. 1988.
- [2] C.K Cheng, J.F Chen, T.J Liang and S.D Chen "Transformer design with consideration of restrained inrush current," *Electrical Power and Energy System*, vol. 28, pp. 102-108, 2006.
- [3] V. Molcrette, J. Kotny, J. Swan and J. Brudny "Reduction of inrush current in single-phase transformer using virtual air gap technique," *IEEE Trans*, vol 34, pp. 1192–4, Magn 1998.
- [4] M. Tarafdar Hagh and M. Abapour "DC reactor type transformer inrush current limiter," *IEEE IET Electr. Power*, vol. 1, no. 5, pp. 808-814, Sep 2007.
- [5] I. D. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis," New York, USA, Springer Verlag, 1991.
- [6] A. Darabi, M. E. Ghazi, H. Lesani and A. Askarinejad, "Calculation of Local Iron Loss in Electrical Machines Using Finite Elements Method," *Engineering Letters*, 15:2, EL_15_2_01, November. 2007.
- [7] P. S. BimBhra, "Generalized Theory of Electrical Machines," Delhi, Khanna Publishers, 1987.

فصل ششم:

ترانسفورماتور و بار غیر خطی

مقدمه :

با گسترش مصرف المان‌های غیرخطی⁴⁹ (*NLD*) در شبکه قدرت، تحلیل هارمونیکی ولتاژها و جریان‌های شبکه مورد توجه قرار گرفته است. مطالعات زیادی در خصوص آنالیز هارمونیکی شبکه در حضور المان‌های غیر خطی انجام شده است [۳]-[۱]. تکنیک‌های آنالیز مسائل هارمونیکی به حوزه فرکانس [۶]-[۴] و حوزه زمان [۷] کلاس‌بندی می‌شوند [۱]. روش‌های حوزه زمان بر اساس حل معادلات دیفرانسیل که رفتار سیستم را بیان می‌کنند، می‌باشد و روش‌های حوزه فرکانس یک بازنویسی فرمولی از CLF ⁵⁰ با حضور *NLD* هستند [۶]-[۴]، [۱].

از جمله روش‌های حوزه فرکانس می‌توان به روش‌های HP ⁵¹ و IHP ⁵² اشاره کرد. در روش *HP* فرض بر این است که هیچ تعاملی⁵³ بین *NLD* و شبکه وجود ندارد و هارمونیکی‌های ولتاژ تاثیری روی رفتار *NLD* ندارند [۹]، [۸]، [۴]. روش *IHP* که همان روش *HP* اصلاح شده می‌باشد تاثیر هارمونیکی‌ها بر رفتار *NLD* را مورد توجه قرار داده است [۱۳]-[۱۰].

در یک مطالعه هارمونیکی دقیق، باید به مدلسازی و آنالیز المان‌های شبکه و اجزای آن توجه داشت، به ویژه مدلسازی ترانسفورماتور یک موضوع مهم در این مطالعات می‌باشد. روش‌های متفاوتی برای مدلسازی ترانسفورماتور در مقالات ارائه شده است [۱۸]-[۱۴].

غالب مقالاتی که رفتار غیر خطی هسته ترانسفورماتور را تحت شرایط هارمونیکی مورد مطالعه قرار داده‌اند، رفتار غیر خطی هسته را به صورت یک اندوکتانس یا رلوکتانس غیرخطی در مدل خود گنجانده‌اند. به عنوان نمونه شکل ۶-۱ که در مرجع [۱۴] آمده است، مدار معادل ترانسفورماتور تک‌فاز جهت استفاده در پخش بار هارمونیکی می‌باشد. المان‌های سری، المان‌های خطی ترانسفورماتور هستند که از روی پلاک⁵⁴ ترانسفورماتور قابل محاسبه می‌باشند و منبع جریان موازی، بخش غیرخطی ترانسفورماتور را مدل می‌کند. در واقع ترانسفورماتور توسط شاخه موازی آن بر روی هارمونیکی شبکه تاثیر می‌گذارد. البته باید متذکر شد که در مقالات یاد شده جهت امکان پذیر بودن حل معادلات بدست آمده شرط‌هایی را در نظر گرفته‌اند که نوعاً باعث محدودیت‌هایی برای بکارگیری آنها شده است.

⁴⁹ nonlinear device

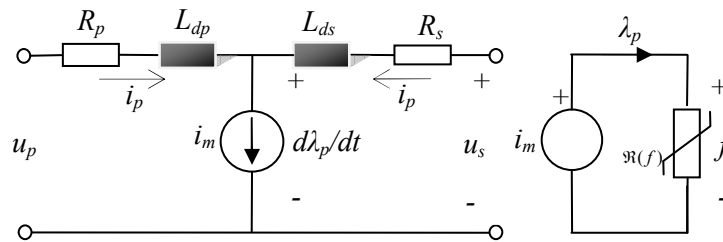
⁵⁰ conventional load flow

⁵¹ harmonic penetration

⁵² iterative harmonic penetration

⁵³ interaction

⁵⁴ Nameplate

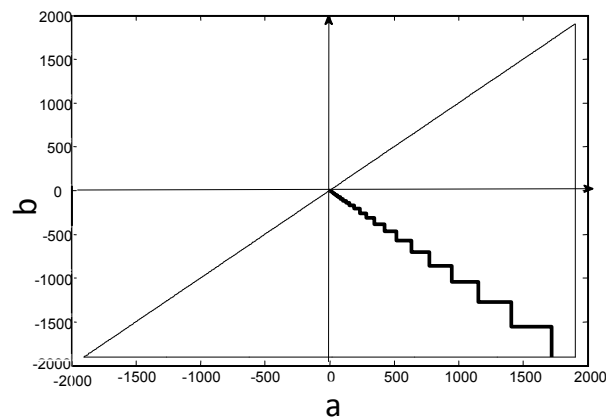


شکل ۶-۱. مدار معادل ارائه شده برای ترانسفورماتور تکفاز در مرجع [۱۴]

ما در این فصل با مدل‌سازی ترانسفورماتور، مطابق آنچه در فصل قبل توضیح داده شد، و بار غیر خطی، رفتار و تأثیر ترانسفورماتور را بر آنالیز هارمونیک شبکه قدرت مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۶-۱- شرایط اولیه سیستم:

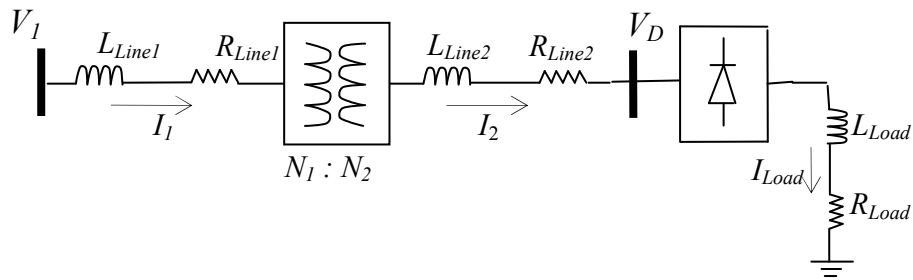
در این فصل شرایط اولیه برای متغیرهای الکتریکی صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین با انتخاب رئوس شکستگی اولیه برای مثلث پریساج به صورت شکل ۶-۲، هسته ترانسفورماتور را بدون پسماند فرض می‌کنیم.



شکل ۶-۲. مثلث اولیه پریساج برای حالتی که پسماند در هسته صفر است

۶-۲- مدل‌سازی ترانسفورماتور و بار غیر خطی:

بر اساس آنچه گفته شد، می‌توان به تابعی دست یافت که بر اساس مقادیر قبلی H و B و ورتیز هایی مثلث پریساج و مقدار فعلی H برای یک هسته مشخص به مقدار فعلی چگالی شار هسته دست یافت. حال تابع مذکور را در معادلات سیستم گنجانده و برای حالتی که بار RL در خروجی پل دیودی قرار دارد و توسط ترانسفورماتور تغذیه می‌شود (شکل ۶-۳)، بلوک دیاگرامی مطابق شکل ۶-۴ بدست می‌آوریم:



شکل ۶-۳. نمای یک فیدر تک فاز که بار غیر خطی را تغذیه می کند.

$$V_1(t) = (R_{T1} + R_{Line1}) \cdot I_1(t) + (L_{T1} + L_{Line1}) \cdot \frac{dI_1(t)}{dt} + N_1 \cdot A_c \cdot \frac{dB(t)}{dt} \quad (1-6)$$

$$N_2 \cdot A_c \cdot \frac{dB(t)}{dt} = (R_{T2} + R_{Line2}) \cdot I_2(t) + (L_{T2} + L_{Line2}) \cdot \frac{dI_2(t)}{dt} + V_D(t) \quad (2-6)$$

$$|V_D(t)| = R_{Load} \cdot I_{Load}(t) + L_{Load} \cdot \frac{dI_{Load}(t)}{dt} \quad (3-6)$$

$$I_{Load}(t) = |I_2(t)| \quad (4-6)$$

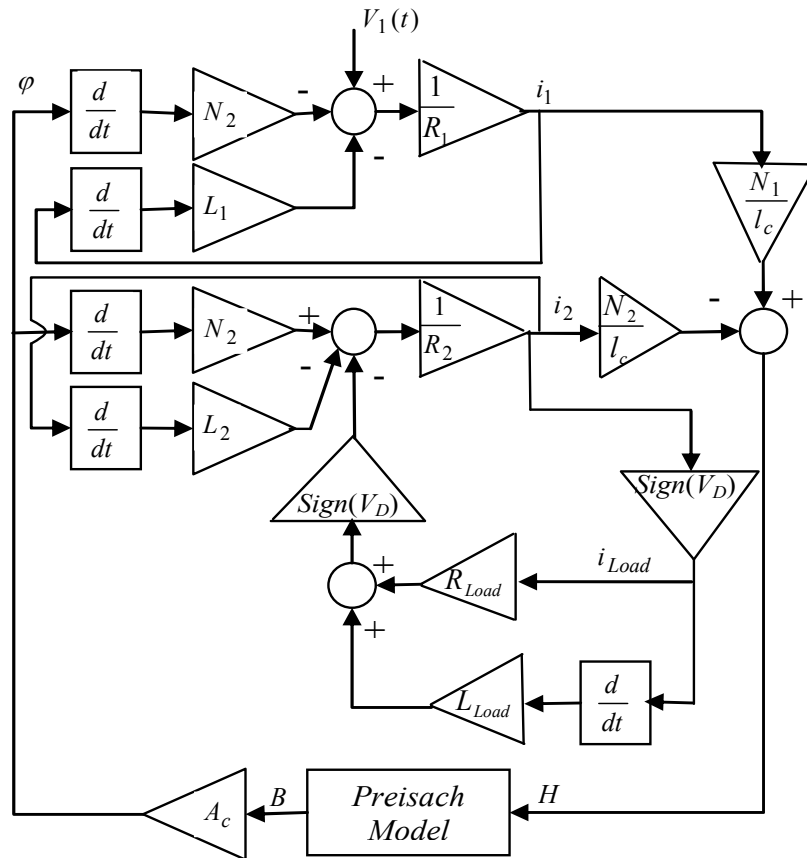
$$H(t) = \frac{N_1}{l_c} \cdot I_1(t) - \frac{N_2}{l_c} \cdot I_2(t) \quad (5-6)$$

$$B(t) = \text{Pr eisach}(H(t), H(t - \Delta t)) \quad (6-6)$$

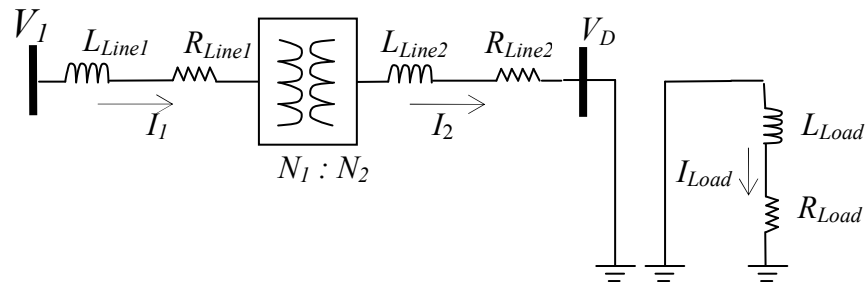
که :

A_c سطح مقطع هسته ، l_c طول متوسط هسته ترانسفورماتور ، N_1 تعداد دور سیم پیچی اولیه ترانسفورماتور ، N_2 تعداد دور سیم پیچی ثانویه ترانسفورماتور ، R_{T1}, L_{T1} مقاومت و اندوکتانس نشستی سمت اولیه ترانسفورماتور و R_{T2}, L_{T2} مقاومت و اندوکتانس نشستی سمت ثانویه ترانسفورماتور می باشند.

تا اینجا فقط حالتی که دیودها دو به دو هدایت کنند ، لحاظ شده اند اما حالتی نیز وجود دارد که همه دیودها هدایت کرده تا عمل کموتاسیون جریان انجام شود، یا به عبارت دیگر زمانی که ولتاژ V_D به مقدار صفر می رسد ، در صفر باقی می ماند تا اندازه جریان I_2 به اندازه جریان I_{Load} برسد، سپس دو دیود دیگر هدایت خود را شروع می کنند . برای لحاظ کردن این پدیده کافی است که هرگاه V_D به صفر رسید سیستم مورد مطالعه را به زیر سیستم مانند شکل ۶-۵ تبدیل نمود و تا زمانی که اندازه جریان I_2 کمتر از اندازه I_{Load} باشد مدل زیر معتبر می باشد.



شکل ۴-۶. بلوک دیاگرام یک فیدر تک فاز و بار غیر خطی



شکل ۴-۵. تبدیل سیستم نشان داده شده در شکل ۴-۶ به دو زیر سیستم هنگام عمل کموتاسیون در پل دیودی

۴-۳-۶- مدل کردن سیستم مورد مطالعه :

سیستم مورد مطالعه ، شبکه ای است که در آن یک بار خطی و یک ترانسفورماتور به یک باس مشترک متصل شده‌اند و ترانسفورماتور به کمک یک خط ، بار غیر خطی را تغذیه می‌کند(شکل ۴-۶)، بار غیر خطی مورد استفاده یک یکسو ساز کامل می‌باشد که در خروجی آن یک بار اندوکتیو قرار گرفته است. جهت شبیه سازی سیستم مذکور معادلات آن را می‌توان به این صورت نوشت :

$$V_S(t) = R_S I_S(t) + L_S \frac{dI_S(t)}{dt} + R_b I_b(t) + L_b \frac{dI_b(t)}{dt} \quad (۷-۶)$$

$$V_S(t) = R_S I_S(t) + L_S \frac{dI_S(t)}{dt} + (R_{T1} + R_{Line1}) I_1(t) + (L_{T1} + L_{Line1}) \frac{dI_1(t)}{dt} + N_1 A_c \frac{dB(t)}{dt} \quad (۸-۶)$$

$$I_S(t) - I_b(t) - I_1(t) = 0 \quad (۹-۶)$$

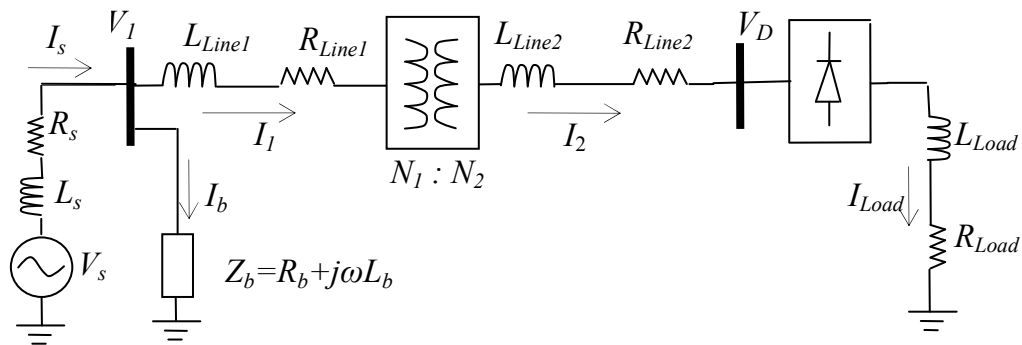
$$N_2 A_c \frac{dB(t)}{dt} = (R_{Line2} + R_{T2}) I_2(t) + L_{T2} \frac{dI_2(t)}{dt} + V_D(t) \quad (۱۰-۶)$$

$$|V_D(t)| = R_{Load} I_{Load}(t) + L_{Load} \frac{dI_{Load}(t)}{dt} \quad (۱۱-۶)$$

$$H(t) = \frac{N_1}{l_c} I_1(t) - \frac{N_2}{l_c} I_2(t) \quad (۱۲-۶)$$

$$I_{Load}(t) = |I_2(t)| \quad (۱۳-۶)$$

$$B(t) = \text{Preisach}(H(t), H(t - \Delta t)) \quad (۱۴-۶)$$



شکل ۶-۶. سیستم تحت مطالعه

در زمان کموتاسیون کافی است در معادلات بالا V_D را مساوی صفر قرار داده و چک شود آیا اندازه جریان I_2 به اندازه جریان I_{Load} رسیده است یا نه و به محض برابر شدن اندازه آنها، مدار از حالت کموتاسیون خارج می‌شود.

برای حل معادلات ما از روش رانگ کوتاه استفاده می‌کنیم، فرم گسسته معادلات به شکل زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{V_S(t + \Delta t) + V_S(t)}{2} \right) \Delta t - R_S \left(\frac{I_S(t + \Delta t) + I_S(t)}{2} \right) \Delta t - L_S (I_S(t + \Delta t) - I_S(t)) \\ & - R_b \left(\frac{I_b(t + \Delta t) + I_b(t)}{2} \right) \Delta t - L_b (I_b(t + \Delta t) - I_b(t)) = 0 \end{aligned} \quad (۱۵-۶)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{V_S(t+\Delta t) + V_S(t)}{2} \right) \Delta t - R_S \left(\frac{I_S(t+\Delta t) + I_S(t)}{2} \right) \Delta t - L_S (I_S(t+\Delta t) - I_S(t)) \\ & - (R_{Line1} + R_{T1}) \left(\frac{I_1(t+\Delta t) + I_1(t)}{2} \right) \Delta t - (L_{Line1} + L_{T1}) (I_1(t+\Delta t) - I_1(t)) - N_1 A_c (B(t+\Delta t) - B(t)) = 0 \end{aligned} \quad (16-6)$$

$$I_S(t+\Delta t) - I_b(t+\Delta t) - I_1(t+\Delta t) = 0 \quad (17-6)$$

$$\begin{aligned} & N_2 A_c (B(t+\Delta t) - B(t)) - (R_{Line2} + R_{T2}) \left(\frac{I_2(t+\Delta t) + I_2(t)}{2} \right) \Delta t \\ & - L_{T2} (I_2(t+\Delta t) - I_2(t)) - \left(\frac{V_D(t+\Delta t) + V_D(t)}{2} \right) \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (18-6)$$

$$\left| \frac{V_D(t+\Delta t) + V_D(t)}{2} \right| \Delta t - R_{Load} \left(\frac{I_{Load}(t+\Delta t) + I_{Load}(t)}{2} \right) \Delta t - L_{Load} (I_{Load}(t+\Delta t) - I_{Load}(t)) = 0 \quad (19-6)$$

$$l_c H(t+\Delta t) - N_1 I_1(t+\Delta t) + N_2 I_2(t+\Delta t) = 0 \quad (20-6)$$

$$I_{Load}(t+\Delta t) - |I_2(t+\Delta t)| = 0 \quad (21-6)$$

$$B(t+\Delta t) = \text{Preisach}(H(t+\Delta t), H(t)) \quad (22-6)$$

با معلوم بودن پارامترهای سیستم و ولتاژ منبع تغذیه هدف نهایی از حل مجموعه معادلات گسسته ۶-۲۲ تا ۱۵ بدست آوردن مقادیر لحظه‌ای جریان‌ها، ولتاژها، شدت میدان مغناطیسی و چگالی شار مغناطیسی می‌باشد. چنانچه برای بدست آوردن پاسخ‌های سیستم از روش‌های تکرار معمول استفاده کنیم بسیار زمان بر بوده و گاهاً دچار مشکلات واگرایی عددی خواهیم شد. بیشترین زمان محاسباتی مربوط به مدل پریساج می‌باشد لذا برای اجتناب از زمان طولانی محاسبات و اطمینان از همگرایی روش عددی به جای حرکت بر روی محور t با گام‌های Δt مشخص و بدست آوردن مجهولات می‌توانیم بر روی محور H با گام‌های ΔH هوشمند حرکت کرده و معادلات را با معلوم بودن $H(t+\Delta t)$ حل کنیم. بدین ترتیب زمان محاسباتی بشدت کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که در مسئله شکل گرفته جدید معلومات مسئله در هر گام، مقادیر $I_1(t)$ ، $I_2(t)$ ، $I_S(t)$ ، $I_b(t)$ ، $I_{Load}(t)$ ، $V_D(t)$ ، $H(t)$ و $B(t)$ می‌باشند. در این روش با یک حدس اولیه برای مقدار $H(t+\Delta t)$ و محاسبه مقدار $B(t+\Delta t)$ توسط مدل پریساج، مجهولات مسئله یعنی مقادیر Δt ، $I_1(t+\Delta t)$ ، $I_2(t+\Delta t)$ ، $V_D(t+\Delta t)$ ، $I_{Load}(t+\Delta t)$ ، $I_b(t+\Delta t)$ ، $I_S(t+\Delta t)$ تا ۶-۲۱ محاسبه می‌شوند. مقدار محاسبه شده Δt باید یک مقدار کوچک حقیقی مثبت باشد. در غیر این صورت مقدار حدسی $H(t+\Delta t)$ باید اصلاح شود.

در آغاز شبیه‌سازی باید مقادیر اولیه درست و هماهنگ با هم را برای جریان‌ها، H و B در نظر گرفت. مقادیر H و B به ورتیزهای مثلث پریساج (که مختصاتشان به صورت زوج $(X, Y)_{vertices}$ تعریف می‌شود) و یا مرز بین ناحیه S^+ و S^- وابسته می‌باشد. همانند الگوریتم پیشنهاد شده در فصل قبل،

از یک متغیر *check* جهت تعیین روند افزایشی یا کاهشی H استفاده می شود. هر گاه مقدار *check* برابر با ۱ باشد H افزایشی است و باید به مقدار H مقداری مثلاً به اندازه ΔH افزوده شود تا مقدار جدید H بدست آید اما اگر مقدار *check* صفر باشد باید مقدار ΔH از مقدار H قبلی کم شود. فلوجارت الگوریتم مورد نظر در شکل ۶-۷ نمایش داده شده است.

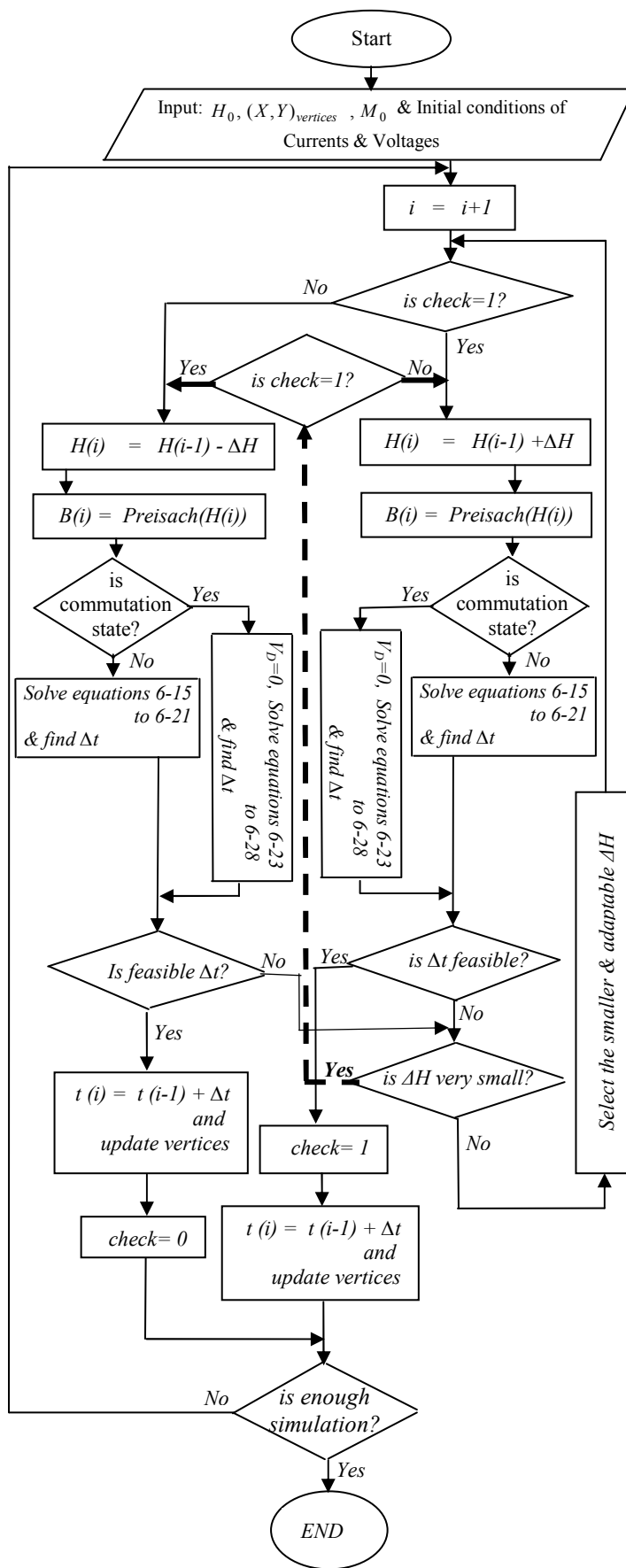
جدول ۶-۱. اطلاعات مربوط به ترانسفورماتور و خطوط

Primary winding resistance (R_{T1})	7.45e-04 p.u.	
Primary leakage inductance (L_{T1})	3.26e-05 p.u.	
Number of the primary winding turns	3999 turns	
Secondary winding resistance (R_{T2})	7.46e-04 p.u.	
Secondary leakage inductance (L_{T2})	3.29e-05 p.u.	
Number of the secondary winding turns	350 turns	
Core dimensions	Design type	EI 231
	A_c	86.7 cm ²
	L_c	54.8 cm
$L_s=9.32e-07$ p.u.	$R_s=9.32e-05$ p.u.	$R_b=0.0489$ p.u.
$L_b=1.4 e-05$ p.u.	$L_{Line1}=2.33e-08$ p.u.	$R_{Line1}=4.66e-05$ p.u.
$R_{Line2}=0.0062$ p.u.	$R_{Load}=0.6525$ p.u.	$L_{Load}=0.0043$ p.u.

در این الگوریتم، در هر گام، فرض می کنیم H روند افزایشی و یا کاهشی زمان قبل را داشته باشد بنابراین با توجه به روند افزایشی یا کاهشی یکی از دو مقدار $(H(t + \Delta t) = H(t) \pm \Delta H)$ برای H لحظه جدید انتخاب می شود. با معلوم بودن $H(t + \Delta t)$ ، $H(t)$ و $B(t)$ و ورتیزهای مثلث پریساج تا لحظه فعلی، می توان مقدار $B(t + \Delta t)$ را به کمک مدل پریساج محاسبه کرد. با مشخص بودن $H(t + \Delta t)$ ، $B(t + \Delta t)$ ، $I_1(t)$ ، $I_s(t)$ ، $I_b(t)$ ، $I_{Load}(t)$ ، $V_D(t)$ ، $H(t)$ و $B(t)$ و $I_2(t)$ معادلات ۶-۱۵ تا ۶-۲۱ تشکیل یک دستگاه معادلات ۷ مجهولی می دهند که مجهولات Δt ، $I_2(t + \Delta t)$ ، $I_1(t + \Delta t)$ ، $V_D(t + \Delta t)$ ، $I_{Load}(t + \Delta t)$ ، $I_b(t + \Delta t)$ ، $I_s(t + \Delta t)$ معادلات ۷ مجهولی غیر خطی باز هم دستور *fsolve (functions, start point)*، موجود در نرم افزار مطلب بسیار مفید و کارآمد می باشد. همانطور که قبلاً هم گفته شد زمانی جواب ها قابل قبول خواهند بود که مقدار محاسبه شده Δt مثبت، حقیقی و کوچک باشد در غیر این صورت ممکن است یا گام ΔH بزرگ انتخاب شده باشد یا روند افزایشی و یا کاهشی فرض شده نادرست بوده است. ابتدا فرض می شود که ΔH بزرگ باشد لذا مقادیرهای کوچکتر ΔH با یک روال مشخص اعمال می شوند و محاسبات تکرار می شود تا شرط مورد نظر ارضاء شود. اگر این فرایند بعد از یک مقدار بسیار کوچک از پیش تعیین شده ΔH به نتیجه نرسید قطعاً اشکال از روال افزایشی و یا کاهشی فرض شده برای H می باشد. در این شرایط با معکوس کردن روال تغییرات فرض شده یعنی با

اختصاص مقدار جدید به متغیر *check* محاسبات مذکور انجام می گیرد تا شرط Δt معقول بر آورده شود. با ارضاء شدن این شرط، محاسبات این لحظه پایان یافته است و محاسبات لحظه جدیدتر شروع می شود. در ضمن، باید به خاطر داشت که در هر مرحله که جواب ها مورد قبول واقع می شوند، مختصات ورتیزها $(X, Y)_{vertices}$ نیز باید نو و همخوان با مقادیر جدید H و B گردند.

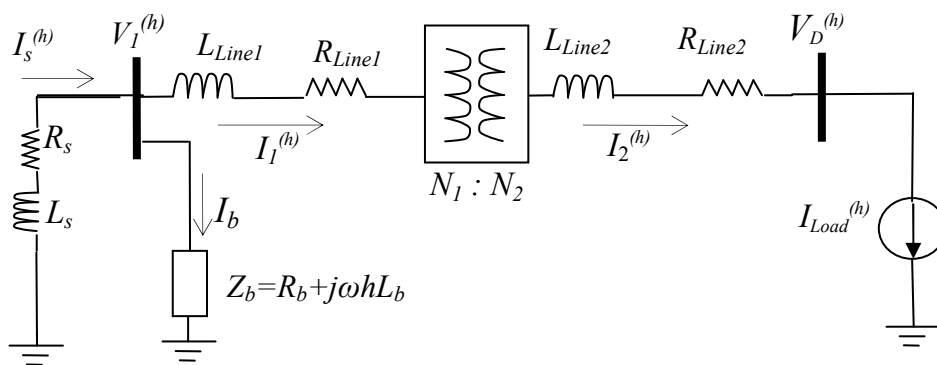
جهت مقایسه نتایج شبیه سازی سیستم مورد مطالعه بر اساس الگوریتم پیشنهادی در این فصل، دو روش دیگر را که روش های معتبر و دارای دقت قابل قبولی می باشند را بر روی سیستم اجرا می کنیم. یک روش از روش هایی که فقط متغیرهای خروجی و ورودی ترمینال های ترانسفورماتور در آن مطرح اند و یک روش از روش هایی که متغیرهای درونی ترانسفورماتور را نیز مورد بررسی قرار می دهند، بر می گزینیم. ابتدا سیستم را به روش *HP* تحلیل می کنیم. همان طور که قبلاً بیان شد در این روش هیچ تعاملی^{۵۵} بین *NLD* و شبکه وجود ندارد و هارمونیک های ولتاژ تأثیری روی رفتار *NLD* ندارند در این صورت برای هر هارمونیک، مجزا و بدون تأثیرگذاری بر روی هم، معادلات سیستم حل می شوند. در این روش، بار غیر خطی مانند شکل ۶-۸ به صورت منبع جریان هارمونیکزا ظاهر می شود. روش دومی که جهت مقایسه مورد استفاده قرار گرفته است، روشی برگرفته از روش مطرح شده در مرجع [۱۴] می باشد. در این روش رفتار غیر خطی ترانسفورماتور به صورت یک منبع جریان وابسته مدل شده است (شکل ۶-۱) و رلوکتانس به صورت الگو مطرح شده در همان مرجع به صورت تابعی از H در نظر گرفته شده است که به کمک برازش منحنی $B-H$ با این الگو پارامترهای آن در جدول ۶-۲ آمده است.



شکل ۶-۷. الگوریتم شبیه سازی شبکه مورد نظر

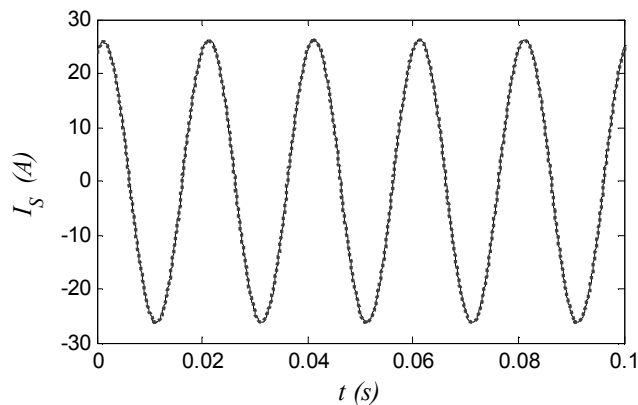
جدول ۶-۲. الگو پیشنهاد شده در مرجع [۱۴] و پارامترهای تنظیم آن

$Pattern : \Re(H)^{-1} = K_1 \left(1 + \left \frac{H}{f_0} \right ^p \right)^{\frac{-1}{p}} + K_2$			
K_1	K_2	p	f_0
15.254	0.015212	4.309	15.147

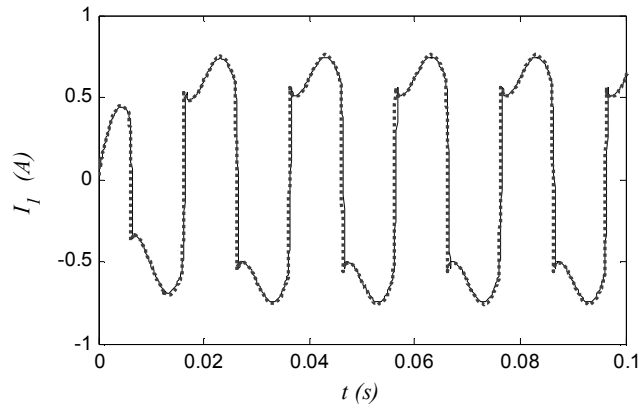


شکل ۶-۸. مدل سیستم به ازای هر هارمونیک، در روش HP

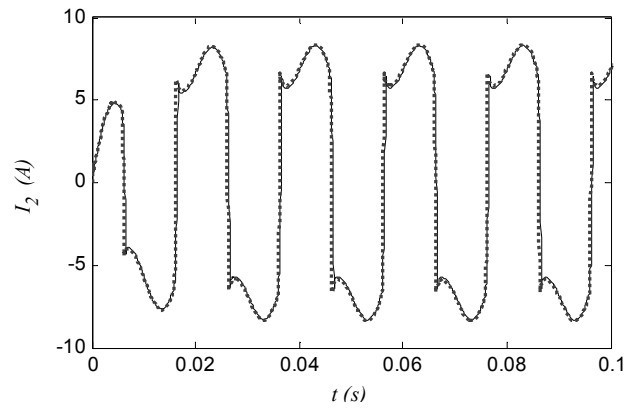
در تمامی شکل هایی که در ادامه خواهد آمد، نمودار های کشیده شده با خطوط توپر مربوط به نتایج شبیه سازی بوسیله الگوریتم مطرح شده در این فصل بوده و منحنی های کشیده شده با خطوط خط چین مربوط به نتایج شبیه سازی براساس الگوی مطرح شده در مرجع [۱۴] می باشند



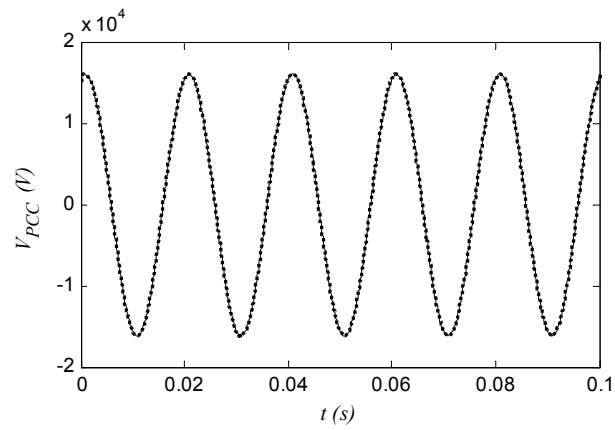
شکل ۶-۹. شکل موج جریان منبع



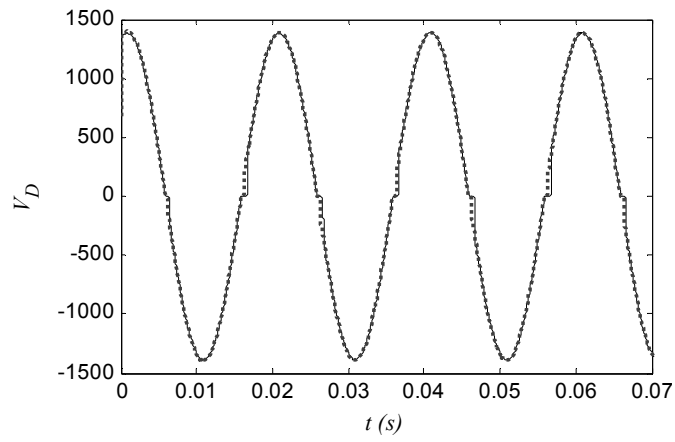
شکل ۶-۱۰. شکل موج جریان در سمت اولیه ترانسفورماتور



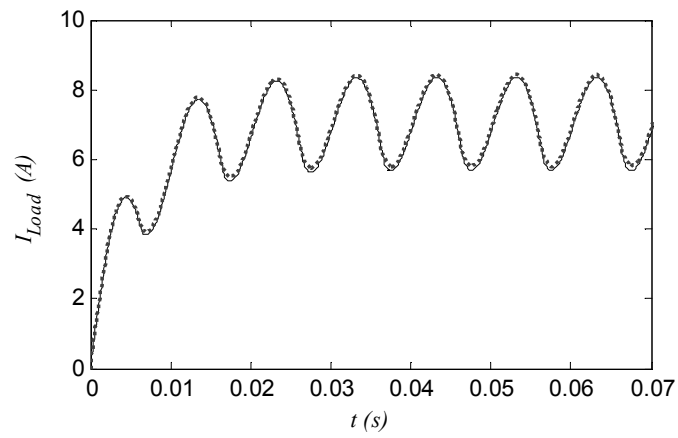
شکل ۶-۱۱. شکل موج جریان در سمت ثانویه ترانسفورماتور



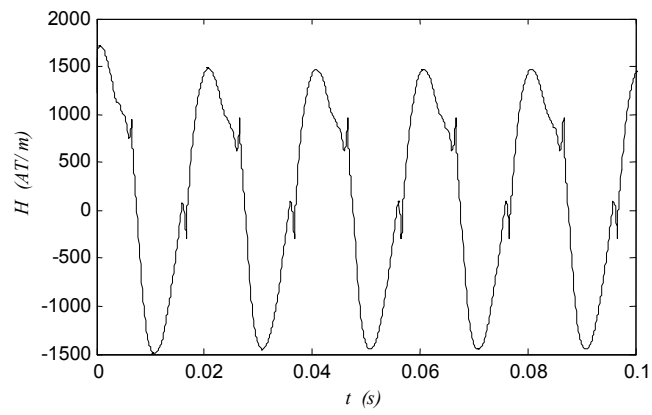
شکل ۶-۱۲. شکل موج ولتاژ باس مشترک (V_I)



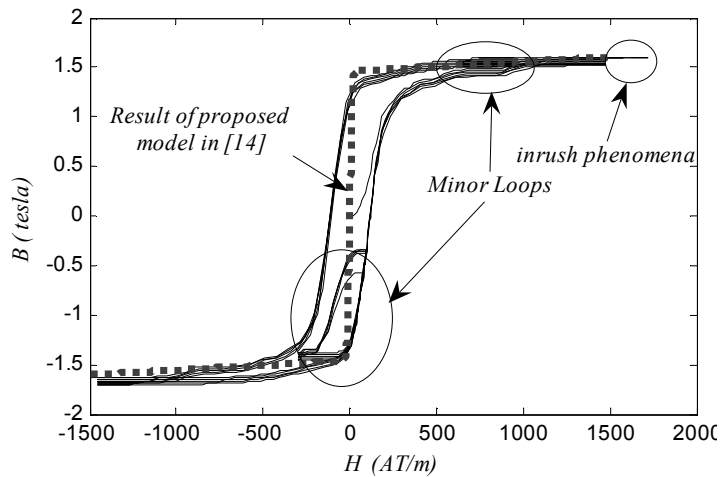
شکل ۶-۱۳. شکل موج ولتاژ ورودی پل دیودی



شکل ۶-۱۴. شکل موج جریان خروجی پل دیودی



شکل ۶-۱۵. شدت میدان مغناطیسی در هسته ترانسفورماتور



شکل ۶-۱۶. منحنی B-H هسته ترانسفورماتور

جدول ۶-۳. توزیع هارمونیک نتایج شبیه سازی به روش HP

h	$I_2^{(h)}$	$I_1^{(h)}$	$I_S^{(h)}$	$V_D^{(h)}$	$V_{PCC}^{(h)}$
1	9.47223550915755	0.82031965815595	26.370696418	1413	16189
3	2.69409700970502	0.23331564506642	0.22779316216453	8.07391829574334	8.63580381873652
5	1.62681255794659	0.14088610023773	0.13434352007259	7.61886191360632	8.45814016647507
7	1.15438980922354	0.09997309006575	0.09305879978584	7.41012714203717	8.19433849470520
9	0.88472354021793	0.07661930611548	0.06985573672793	7.22832220499838	7.90543743366934
11	0.70827966067703	0.06133881791301	0.05500851351362	7.03194074348617	7.60701397072771
13	0.58322728374399	0.05050896439025	0.04472326034338	6.81822060538933	7.30830764275770
15	0.49014942558593	0.04244818542078	0.03722126105662	6.59536168156867	7.01762195914853
THD	38.21%	38.21%	1.137%	1.361%	0.129%

جدول ۶-۴. توزیع هارمونیک نتایج شبیه سازی بر اساس الگوی پیشنهاد شده در مرجع [۱۴]

h	$I_2^{(h)}$	$I_1^{(h)}$	$I_S^{(h)}$	$V_D^{(h)}$	$V_{PCC}^{(h)}$
1	9.47449081274177	0.85154446573237	26.57597858961397	1397.67	16291
3	2.70044480937849	0.23383470127169	0.26936317267150	8.67415	33.9044
5	1.62994291563629	0.14115122474801	0.12033207066800	7.793060789	13.52679
7	1.15039389518816	0.09960296804951	0.09768517049517	8.7595884	18.635074
9	0.88303081778743	0.07646432356915	0.07328244894142	7.11298915	1.364229
11	0.70859140264729	0.06135532848453	0.04909025341852	8.0246907	13.50188569
13	0.58405035025290	0.05056659461652	0.05144526984824	7.3658801	9.025696
15	0.49327113163787	0.04271220546771	0.03319741902474	7.0035904	6.576724649
THD	38.25%	36.859%	1.237%	1.485%	0.27%

جدول ۶-۵. توزیع هارمونیک نتایج شبیه سازی بر اساس الگوریتم پیشنهادی در این فصل با در نظر گرفتن پدیده هیستریزیس

h	$I_2^{(h)}$	$I_1^{(h)}$	$I_S^{(h)}$	$V_D^{(h)}$	$V_{PCC}^{(h)}$	$H^{(h)}$
1	9.37494349590503	0.84556158060591	26.38535233883862	1382	16184	1400
3	2.50927606762470	0.21759354856943	0.21244683446123	26.792	8.20321	210
5	1.48452081494027	0.12859504849365	0.12255872034901	26.226	7.83850	85.7
7	1.02446782465307	0.08869613052660	0.08294601305584	25.267	7.49118	52.5
9	0.75843823748041	0.06567641549761	0.05976216060680	24.003	6.98132	40
11	0.58237439143220	0.05040966474712	0.04534790132440	22.48	6.45813	33.2
13	0.45583856287416	0.03941452077673	0.03494318322354	20.745	5.87825	28.2
15	0.36007448035079	0.03111362797331	0.02727633281324	18.873	5.33824	24
THD	35.05%	33.68%	1.035%	4.525%	0.1136%	17.25%

۶-۴- نتیجه گیری:

مطالعه و بررسی دقیق بسیاری از پدیده های دائمی و گذرای ترانسفورماتور و شبکه ، بدون در نظر گرفتن رفتار پیچیده، غیر خطی و چند مقداره هسته ترانسفورماتور به عنوان یک عضو اصلی آن ، تقریباً غیر ممکن می باشد. مدل پریساج مدل نسبتاً جامع برای پدیده هیستریزیس می باشد ولی شبیه سازی سیستم شامل شبکه، ترانسفورماتور و بار نیاز به تدوین الگوریتم مفصل و جامع می باشد. در این فصل یک الگوریتم کامپیوتری محاسبات گذرای رفتار چنین سیستمی با سرعت اجرای عددی سریع به تفصیل با تمام جزئیات شرح داده شد.

جهت مقایسه نتایج شبیه سازی دو روش دیگر که روش های مقبولی هستند، مورد استفاده قرار گرفت. روش اول توجهی به متغیرهای درونی ترانسفورماتور نداشت . روش دوم به متغیرهای درونی و مغناطیسی ترانسفورماتور می پردازد ولی قادر به لحاظ کردن رفتار هیستریزسی هسته نمی باشد. مشاهده می شود هنگامی که خاصیت مغناطیسی و هیستریزسی هسته را نیز لحاظ کردیم نتایج شبیه سازی متفاوت نسبت به روش اول می باشد ولی تقریباً منطبق بر نتایج روش دوم که روشی دقیق تر است ، می باشد. بعلاوه این الگوریتم قادر است رفتار متغیرهای درونی و مغناطیسی ترانسفورماتور را نیز مورد بررسی قرار دهد و اطلاعات مفیدی در مورد نقطه کار الکتریکی و مغناطیسی آن در اختیار گذارد.

تحلیل هارمونیک نتایج شبیه سازی گویای این نکته قابل توجه می باشند که رفتار غیر خطی و هیستریزسی ترانسفورماتور بر روی انتقال هارمونیکهای ناشی از بار غیر خطی در سمت ثانویه به سمت اولیه تاثیر مفیدی گذاشته است. به عبارت دیگر هسته ترانسفورماتور و رفتار غیر خطی و هیستریزسی آن باعث کاهش هارمونیکهای تزریقی به شبکه اصلی شده است.

مراجع:

- [1] S. Herraiz , L. Sainz, and J. Clua , “Review of Harmonic Load Flow Formulations,” IEEE Trans. Power Delivery, vol. 18, pp 1079-1087, July 2003.
- [2] D. Xia and G. T. Heydt, “Harmonic power flow studies. Part I and II,” IEEE Trans. Power Appar. Syst., vol. PAS-101, pp. 1257–1270, June 1982.
- [3] W. Xu, J. R. Marti, and H. W. Dommel, “A multiphase harmonic load flow solution technique,” IEEE Trans. Power Syst., vol. 6, pp. 174–182, Feb. 1991.
- [4] G. T. Heydt, Electric Power Quality, 1991. Ed. Stars in a Circle Publications.
- [5] J. Arrillaga and C. P. Arnold, Computer Analysis of Power Systems. New York: Wiley, 1990.
- [6] J. Arrillaga, D. A. Bradley, and P. S. Bodger, Power System Harmonics. New York: Wiley, 1983.
- [7] H. W. Dommel, Electromagnetic Transients Programs—Reference Manual. Portland, OR: EMTP Theory Book, 1986.
- [8] T. J. Densen, P. S. Bodger, and J. Arrillaga, “Three-phase transmission system for harmonic penetration studies,” IEEE Trans. Power Appar. Syst., vol. PAS-103, pp. 310–317, Feb. 1984.
- [9] A. A. Mahmoud and R. D. Shultz, “A method for analyzing harmonic distribution in AC power systems,” IEEE Trans. Power Appar. Syst., vol. PAS-101, pp. 1815–1824, June 1982.
- [10] B. C. Smith, J. Arrillaga, A. R. Wood, and N. R. Watson, “A review of iterative harmonic analysis for AC-DC power systems,” IEEE Trans. Power Delivery, vol. 13, pp. 180–185, Jan. 1998.
- [11] R. Yacamini and J. C. Oliveira, “Harmonics in multiple converter systems :A generalized approach,” Proc. Inst. Elect. Eng., pt. B, vol. 127, no. 2, pp. 96–106, Mar. 1980.
- [12] R. Yacamini and J. C. Oliveira, “Comprehensive calculation of converter harmonics with system impedances and control representation,” Proc. Inst. Elect. Eng., pt. B, vol. 133, no. 2, pp. 95–102, Mar. 1986.
- [13] J. P. Tamby and V. I. John, “Q’HARM—A harmonic power flow program for small power systems,” IEEE Trans. Power Syst., vol. 3, pp. 949–955, Aug. 1988.
- [14] J. Pedra , F. Corcoles , L. Sainz, and R. Lopez “Harmonic Nonlinear Transformer Modeling ,” IEEE Trans. Power Delivery, vol. 19, pp 884-890, APRIL 2004.
- [15] A. Semlyen, E. Acha, and J. Arrillaga, “Harmonic norton equivalent for the magnetising branch of a transformer,” Proc. Inst. Elect. Eng. C, vol. 134, pp. 162–169, Mar. 1987.
- [16] A. Medina and J. Arrillaga, “Simulation of multilimb power transformers in the harmonic domain,” Proc. Inst. Elect. Eng. C, vol. 139, pp. 269–276, May 1992.
- [17] E. Acha, J. Arrillaga, A. Medina, and A. Semlyen, “General frame of reference for analysis of harmonic distortion in systems with multiple transformer nonlinearities,” Proc. Inst. Elect. Eng. C, vol. 136, pp. 271–278, Sept. 1989.
- [18] J. Arrillaga, A. Medina, M. L. V. Lisboa, M. A. Cavia, and P. Sanchez, “The harmonic domain. A frame of reference for power system harmonic analysis,” IEEE Trans. Power Syst., vol. 10, pp. 433–440, Feb. 1995.

- [19] Juan A. Martinez and Bruce A. Mork, "Transformer Modeling for Low- and Mid-Frequency Transients—A Review," IEEE Trans. Power Delivery., VOL. 20, pp 1625-1632, APRIL 2005.
- [20] I. D. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis," New York, USA, Springer Verlag, 1991.
- [21] A. Darabi, M. E. Ghazi, H. Lesani and A. Askarinejad, "Calculation of Local Iron Loss in Electrical Machines Using Finite Elements Method," Engineering Letters, 15:2, EL_15_2_01, November. 2007.

فصل هفتم:

مدلسازی ترانسفورماتورهای سه فاز

مقدمه:

در مدلسازی و نوشتن معادلات ترانسفورماتور های سه فاز، همانند تک فاز که کاملاً در فصل ۴ توضیح داده شد، عمل می‌شود. فقط نکته مهم و قابل توجه این است که در نوشتن معادلات مغناطیسی باید توپولوژی هسته را مد نظر داشت. این ملاحظه را می‌توانیم در مدار معادل مغناطیسی که برای هسته و جهت نوشتن معادلات مغناطیسی حاکم در نظر می‌گیریم، دخیل نماییم. در این فصل به عنوان نمونه یک ترانسفورماتور سه فاز با هسته سه بازویی در نظر گرفته و با نوشتن معادلات الکتریکی و مدار معادل مغناطیسی آن مدلی جهت شبیه سازی بدست می‌آوریم.

پدیده جالبی در این شبیه سازی مشهود می‌باشد، که آن را نیز به عنوان نتیجه جالبی از این مدلسازی دقیق و کامل مطرح می‌کنیم. این پدیده در واقع جابجایی نقطه خنثی با وجود شرایط متقارن و متعادل برای بار و ولتاژهای منبع و مشخصات خطوط، در شرایط گذرا می‌باشد. البته مطالعات زیادی در خصوص جابجایی نقطه صفر در ترانسفورماتور های سه فاز با اتصال ستاره که خساراتی به تجهیزات ارت وارد می‌کند، صورت گرفته است [۱]. این بررسی ها همگی در شرایطی که ولتاژ نامتعادل است یا بار نامتقارن می‌باشند انجام شده اند و جهت رفع مشکلات ناشی از آن تدابیری جهت ایجاد تقارن و تعادل در جریان های کشیده شده از هر فاز ارائه شده است. ما در این فصل در شرایط بار متقارن و ولتاژ متعادل، ولتاژ گذرای نقطه خنثی را نمایش خواهیم داد و به کمک مدل پیشنهادی نشان خواهیم داد که متناظر با پدیده‌های گذرای ماند پدیده هجوم در نقطه خنثی نیز ولتاژهای گذرای رخ می‌دهد که باعث جاری شدن جریانهای اضافی می‌شود و می‌تواند خساراتی به ترانسفورماتور و تجهیزات ارت وارد نماید.

۷-۱- مدلسازی سیستم تحت مطالعه:

سیستم مورد مطالعه مانند شکل ۷-۱ یک شبکه سه فاز می‌باشد که منبع سه فاز متعادل به کمک یک خط انتقال و یک ترانسفورماتور سه فاز با اتصال YgYn بار متقارنی را تغذیه می‌نماید. برای این سیستم روابط الکتریکی و مغناطیسی زیر را می‌توان نوشت:

$$V_{AS}(t) = R_{Line1}i_A + L_{Line1} \frac{di_A}{dt} + N_1A \frac{dB_A}{dt} \quad (1-7)$$

$$V_{BS}(t) = R_{Line1}i_B + L_{Line1} \frac{di_B}{dt} + N_1A \frac{dB_B}{dt} \quad (2-7)$$

$$V_{CS}(t) = R_{Line1}i_C + L_{Line1} \frac{di_C}{dt} + N_1A \frac{dB_C}{dt} \quad (3-7)$$

$$Vn(t) + V_{an}(t) = (R_{Line2} + R_{Load})i_a + (L_{Line2} + L_{Load}) \frac{di_a}{dt} \quad (4-7)$$

$$Vn(t) + V_{bn}(t) = (R_{Line2} + R_{Load})i_b + (L_{Line2} + L_{Load})\frac{di_b}{dt} \quad (5-7)$$

$$Vn(t) + V_{cn}(t) = (R_{Line2} + R_{Load})i_c + (L_{Line2} + L_{Load})\frac{di_c}{dt} \quad (6-7)$$

$$V_{an}(t) = N_2 A \frac{dB_A}{dt} \quad (7-7)$$

$$V_{bn}(t) = N_2 A \frac{dB_B}{dt} \quad (8-7)$$

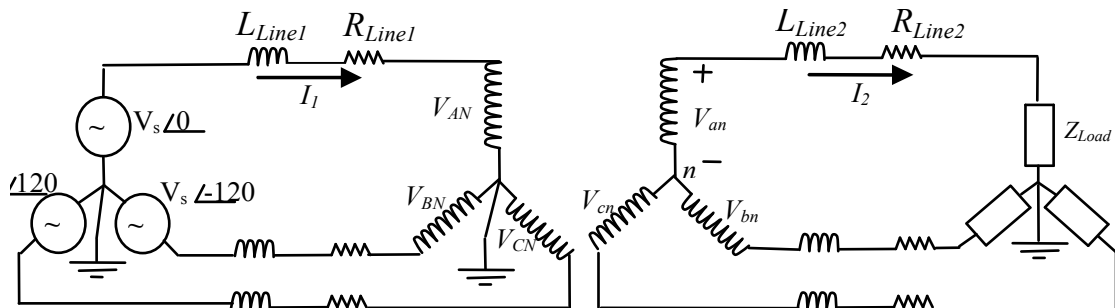
$$V_{cn}(t) = N_2 A \frac{dB_C}{dt} \quad (9-7)$$

$$-N_1 i_A + H_A l_A + N_2 i_a - H_B l_B + N_1 i_B - N_2 i_b = 0 \quad (10-7)$$

$$-N_1 i_B + H_B l_B + N_2 i_b - H_C l_C + N_1 i_C - N_2 i_c = 0 \quad (11-7)$$

$$B_A + B_B + B_C = 0 \quad (12-7)$$

$$B_A = \text{Preisach}(H_A) \quad (13-7)$$



شکل ۷-۱. سیستم مورد نظر جهت شبیه‌سازی

$$B_B = \text{Preisach}(H_B) \quad (14-7)$$

$$B_C = \text{Preisach}(H_C) \quad (15-7)$$

جهت حل معادلات ۱ تا ۱۵ به کمک روش رانگ کوتاه مرتبه اول آنها را به فرم گسسته به صورت زیر در می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{AS}(t + \Delta t) + V_{AS}(t)}{2}\right) \Delta t &= R_{Line1} \left(\frac{i_A(t + \Delta t) + i_A(t)}{2}\right) \Delta t \\ &+ L_{Line1} (i_A(t + \Delta t) - i_A(t)) + N_1 A (B_A(t + \Delta t) - B_A(t)) \end{aligned} \quad (16-7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{BS}(t+\Delta t) + V_{BS}(t)}{2}\right)\Delta t &= R_{Line1} \left(\frac{i_B(t+\Delta t) + i_B(t)}{2}\right)\Delta t \\ &+ L_{Line1}(i_B(t+\Delta t) - i_B(t)) + N_1 A(B_B(t+\Delta t) - B_B(t)) \end{aligned} \quad (17-7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{CS}(t+\Delta t) + V_{CS}(t)}{2}\right)\Delta t &= R_{Line1} \left(\frac{i_C(t+\Delta t) + i_C(t)}{2}\right)\Delta t \\ &+ L_{Line1}(i_C(t+\Delta t) - i_C(t)) + N_1 A(B_C(t+\Delta t) - B_C(t)) \end{aligned} \quad (18-7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_n(t+\Delta t) + V_n(t)}{2}\right)\Delta t + \left(\frac{V_{an}(t+\Delta t) + V_{an}(t)}{2}\right)\Delta t &= \\ (R_{Line2} + R_{Load}) \left(\frac{i_a(t+\Delta t) + i_a(t)}{2}\right)\Delta t + (L_{Line2} + L_{Load})(i_a(t+\Delta t) - i_a(t)) \end{aligned} \quad (19-7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_n(t+\Delta t) + V_n(t)}{2}\right)\Delta t + \left(\frac{V_{bn}(t+\Delta t) + V_{bn}(t)}{2}\right)\Delta t &= \\ (R_{Line2} + R_{Load}) \left(\frac{i_b(t+\Delta t) + i_b(t)}{2}\right)\Delta t + (L_{Line2} + L_{Load})(i_b(t+\Delta t) - i_b(t)) \end{aligned} \quad (20-7)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_n(t+\Delta t) + V_n(t)}{2}\right)\Delta t + \left(\frac{V_{cn}(t+\Delta t) + V_{cn}(t)}{2}\right)\Delta t &= \\ (R_{Line2} + R_{Load}) \left(\frac{i_c(t+\Delta t) + i_c(t)}{2}\right)\Delta t + (L_{Line2} + L_{Load})(i_c(t+\Delta t) - i_c(t)) \end{aligned} \quad (21-7)$$

$$\left(\frac{V_{an}(t+\Delta t) + V_{an}(t)}{2}\right)\Delta t = N_2 A(B_A(t+\Delta t) - B_A(t)) \quad (22-7)$$

$$\left(\frac{V_{bn}(t+\Delta t) + V_{bn}(t)}{2}\right)\Delta t = N_2 A(B_B(t+\Delta t) - B_B(t)) \quad (23-7)$$

$$\left(\frac{V_{cn}(t+\Delta t) + V_{cn}(t)}{2}\right)\Delta t = N_2 A(B_C(t+\Delta t) - B_C(t)) \quad (24-7)$$

$$\begin{aligned} -N_1 i_A(t+\Delta t) + H_A(t+\Delta t)l_A + N_2 i_a(t+\Delta t) \\ -H_B(t+\Delta t)l_B + N_1 i_B(t+\Delta t) - N_2 i_b(t+\Delta t) = 0 \end{aligned} \quad (25-7)$$

$$\begin{aligned} -N_1 i_B(t+\Delta t) + H_B(t+\Delta t)l_B + N_2 i_b(t+\Delta t) \\ -H_C(t+\Delta t)l_C + N_1 i_C(t+\Delta t) - N_2 i_c(t+\Delta t) = 0 \end{aligned} \quad (26-7)$$

$$B_A(t+\Delta t) + B_B(t+\Delta t) + B_C(t+\Delta t) = 0 \quad (27-7)$$

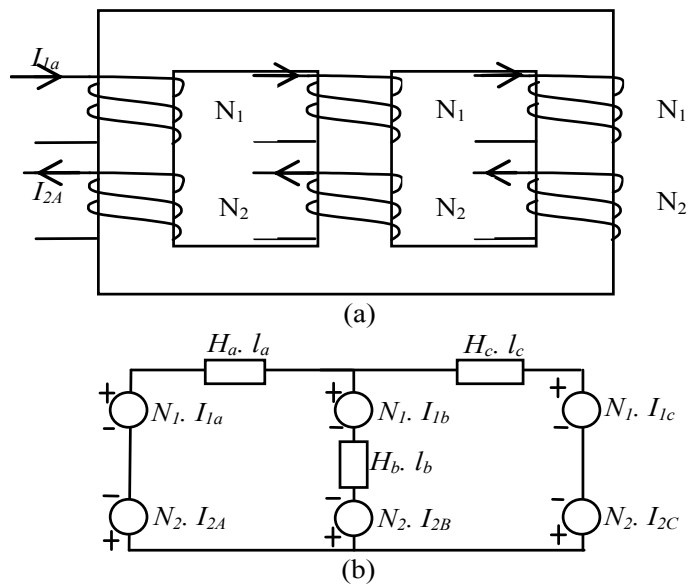
$$B_A(t+\Delta t) = \text{Pr eisach}(H_A(t+\Delta t)) \quad (28-7)$$

$$B_B(t+\Delta t) = \text{Pr eisach}(H_B(t+\Delta t)) \quad (29-7)$$

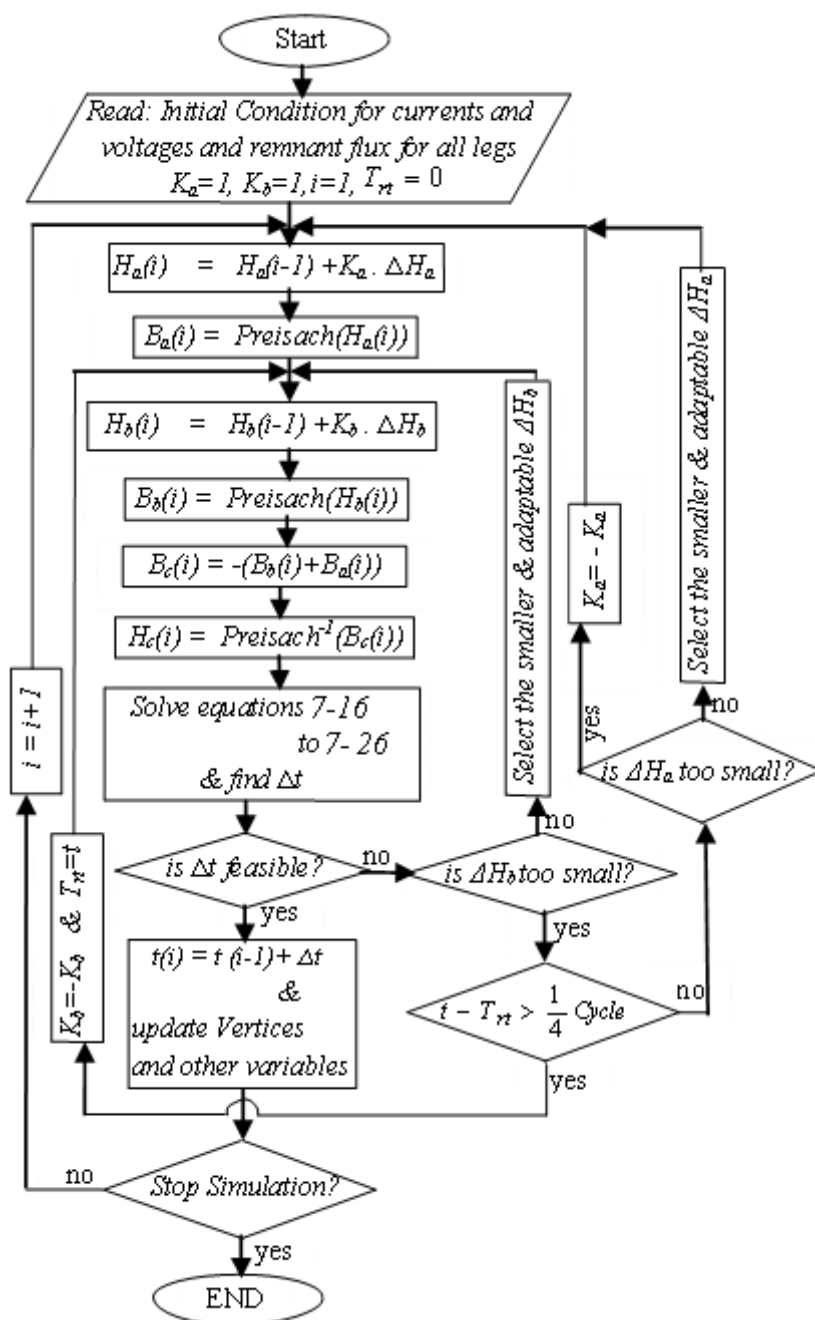
$$B_c(t + \Delta t) = \text{Preisach}(H_c(t + \Delta t))$$

(۳۰-۷)

برای حل معادلات بالا با انتخاب گام‌های زمانی مشخص و سپس یافتن بقیه متغیرها بسیار مشکل و گاهی با واگرایی روش عددی بر خورد می‌کنیم برای از بین بردن این مشکلات ما با انتخاب گام‌های هوشمند برای H (ΔH) بقیه متغیرها از جمله گام‌های زمانی (Δt) را نیز می‌یابیم. این روش حل معادلات، در الگوریتم شکل ۳-۷ به خوبی قابل مشاهده می‌باشد.



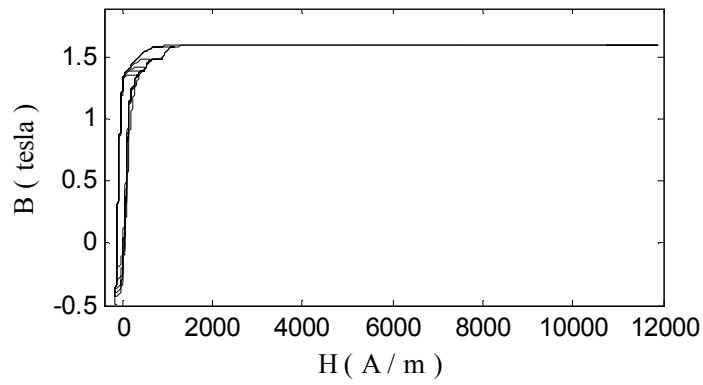
شکل ۳-۷. (a) ترانسفورماتور سه فاز با هسته سه پایه
(b) مدار معادل مغناطیسی بر اساس دوالیتی



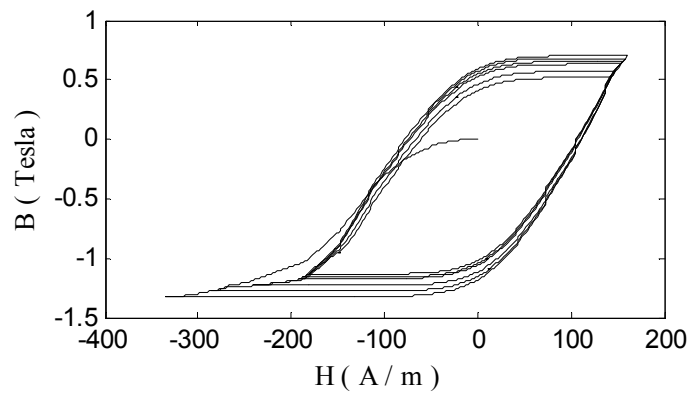
شکل ۷-۳. الگوریتم شبیه‌سازی برای سیستم مد نظر

۷-۲- نتایج شبیه‌سازی:

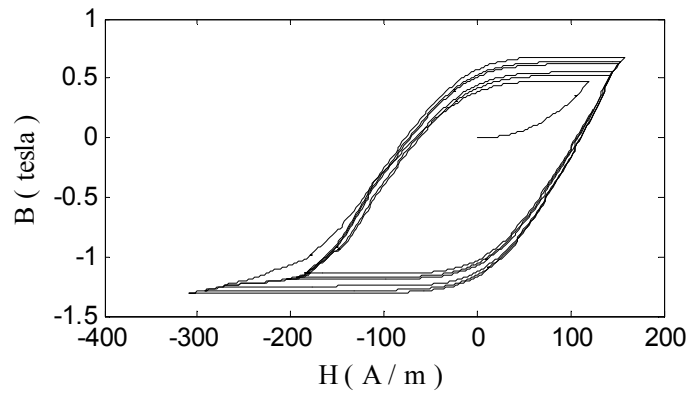
شبکه مورد مطالعه را با اعمال ولتاژ سه فاز متعادل و بار متقارن با شرایط اولیه مختلف شبیه‌سازی نموده‌ایم. به عنوان نمونه برای حالت بدون پسماند و با رخدادن جریان هجومی در فاز A، شکل‌های ۷-۴ تا ۷-۹ که شکل موج گذرای جریان‌ها، ولتاژها، شدت میدان مغناطیسی و چگالی شار مغناطیسی می‌باشند، حاصل می‌گردد. همانطور که در شکل ۷-۹ قابل مشاهده می‌باشد، متناظر با گذرای بقیه متغیرهای شبکه، نقطه خنثی نیز دارای ولتاژ گذرا می‌باشد.



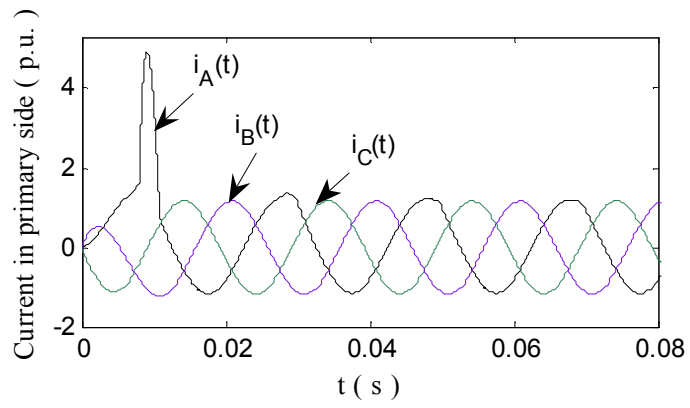
شکل ۷-۴. منحنی گذرای $B-H$ برای پایه‌ای که فاز A روی آن پیچیده شده



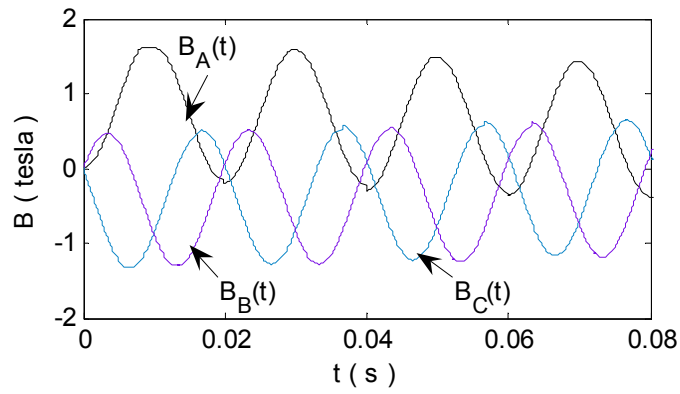
شکل ۷-۵. منحنی گذرای $B-H$ برای پایه‌ای که فاز B روی آن پیچیده شده



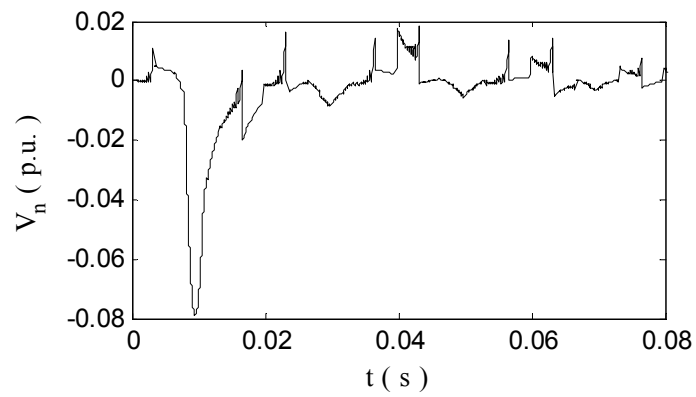
شکل ۷-۶. منحنی گذرای $B-H$ برای پایه‌ای که فاز C روی آن پیچیده شده است.



شکل ۷-۷. منحنی گذرای جریان اولیه برای تمامی فازها



شکل ۷-۸. منحنی گذرای چگالی شار برای تمامی پایه‌های هسته



شکل ۷-۹. منحنی ولتاژ گذرای نقطه خنثی

۷-۳- نتیجه گیری:

بر اساس نتایج شبیه‌سازی می‌توان گفت متناظر با گذرای بقیه متغیرهای شبکه و متناسب با شدت جریان هجومی نقطه خنثی در ترانسفورماتور با اتصال Y نیز دارای ولتاژ گذرا می‌باشد. حتی اگر این نقطه زمین هم شود با ایجاد جریان زیاد به سیستم ارت خساراتی وارد می‌نماید. این بررسی فقط به کمک یک مدل کامل و جامع که در بردارنده معادلات الکتریکی و رفتار مغناطیسی ترانسفورماتور باشد، امکان پذیر می‌باشد که ما در این فصل به کمک مدل پریساج به خوبی توانستیم معادلات الکتریکی و مغناطیسی را درهم بیامیزیم. بر اساس نتایج شبیه سازی مقدار ولتاژ گذرای نقطه خنثی در مواقع زیاد بودن جریان هجومی حالت بحرانی به خود می‌گیرد، لذا تدابیری که برای کاهش جریان هجومی توصیه شده برای کاهش این ولتاژ گذرا نیز راه حل مناسبی می‌باشد.

مراجع:

- [1] LI Jinglu, W. Xin, S. Chunyan, "Discussion on Abnormal Rise of Displacement Voltage of Neutral Point in Compensation Electric Network and its Control Measures," IEEE, International Conference on Power System Technology., 2006.
- [2] B. R Lin, H. K Chiang, T. Y Yang and Ch.Ch Yang "Implementation of three-phase power quality compensator under unbalanced load conditions," IEEE, International Conference on Power System Technology., 2005.
- [3] I. D. Mayergoyz, "Mathematical models of hysteresis," New York, USA, Springer Verlag, 1991.
- [4] A. Darabi, M. E. Ghazi, H. Lesani and A. Askarinejad, "Calculation of Local Iron Loss in Electrical Machines Using Finite Elements Method," Engineering Letters, 15:2, EL_15_2_01, November. 2007.

جمع بندی و نتیجه گیری

دیدیم که مدل پریساج بسیار توانمند در خصوص مدل‌سازی رفتار هیستریزیسی هسته ترانسفورماتور، عمل نمود. آنچه بکارگیری آنرا در مدل‌سازی ترانسفورماتور تقریباً غیرممکن ساخته بود، پیچیدگی و مشکلات محاسبات عددی هنگام درهم آمیختن معادلات الکتریکی و معادلات مغناطیسی به کمک این مدل بود. لذا تدبیری که در الگوریتم های پیشنهادی اندیشیده شده تنها راه کاربردی ساختن این مدل در مدل‌سازی ترانسفورماتور می‌باشد. در واقع با حرکت بر روی محور شدت میدان مغناطیسی، به جای حرکت بر روی محور زمان، تعداد دفعات ارجاع به مدل پریساج را تا حد ممکن کاهش داده و همچنین مشکلات واگرایی عددی را رفع می‌کنیم.

بر اساس نتایج شبیه سازی ها گذرایی در منحنی $B-H$ با عدم تقارن آن نسبت به مبدا شروع شده و پس از سپری نمودن دوره گذرایی نسبت به مبدا کاملاً متقارن می‌شود. متناظر با شدت این گذرایی پدیده ای نیز در جریان سمت اولیه ترانسفورماتور رخ می‌دهد. این پدیده که جریان هجومی نام دارد وابسته به عواملی است که اصلی ترین آنها فاز اولیه ولتاژ و مقدار پسماند در هسته ترانسفورماتور می‌باشد.

با توجه به شکل‌های ۵-۱۳ تا ۵-۳۱ می‌توان نتیجه گرفت که بدترین یا به عبارتی بیشترین مقدار جریان هجومی برای زمانی رخ می‌دهد که فاز اولیه برابر صفر باشد. در مورد تاثیر پس ماند بر مقدار جریان هجومی نیز می‌توان گفت که هرچه مقدار پسماند بیشتر باشد مقدار این جریان نیز بیشتر است (البته مقدار پسماند از لحاظ واقعی محدود می‌باشد) و زمانی که جهت پسماند با جهت مغناطیس شدن ناشی از میدان یکسان نباشد، باعث کاهش جریان هجومی نیز می‌شود.

بر اساس نتایج شبیه سازی فصل ۶ و مقادیر نشان داده شده در جداول ۳-۶ تا ۵-۶ برای هارمونیک های مختلف شبکه، با حضور بار هارمونیکزا می‌توان گفت: رفتار غیر خطی و هیستریزیسی هسته ترانسفورماتور در کاهش تزریق هارمونیک به شبکه نقش مثبتی ایفا می‌کند. این نتیجه گیری از مشاهده مقادیر THD برای متغیرهای سمت شبکه اصلی در جداول یاد شده بارز می‌باشد.

آنچه که از نتایج شبیه سازی فصل هفتم بر می‌آید این است که در زمان گذرایی ترانسفورماتورهای سه فاز فقط در مورد یک فاز آن گذرایی شدید می‌تواند رخ دهد و زمانی که در یکی از فازها جریان هجومی ایجاد شده و پایه مربوط به آن در هسته به اشباع رفته، وضعیت بقیه فازها و پایه های هسته تقریباً عادی می‌باشد. همچنین نتایج شبیه سازی این فصل نشان داد که به علت رفتار هیستریزیسی هسته ترانسفورماتور، حتی با وجود بار متقارن و شبکه متعادل در زمان گذرایی و سوئیچینگ، نقطه خنثی دارای ولتاژ گذرا می‌شود، که می‌تواند برای تجهیزات حفاظتی و زمین خطرناک باشد.

Abstract:

Magnetic characteristics of the iron cores affect significantly the steady and transient performances of the transformers. Due to nonlinear and multi-values characteristics, modeling of the hysteresis behavior of a magnetic material is principally complicated. In general the conventional methods yield to inaccurate results, particularly when are employed to model a transient phenomena. Scalar model of Priesach is a powerful numerical method and might be applied for modeling of a transformer core with some confidences. However, programming the Priesach model coupled with external circuits of a transformer is somewhat complicated and needs a further considerations and proper less time-consuming computational algorithm. In this text, a comprehensive computerized model of a transformer core combined with winding details and electric equations of the terminals is presented. The numerical problems associated with implementation of the transformer model using Priesach model are reduced greatly by the suggested algorithm. That provides completed information regarding all electric and magnetic quantities of the transformer including the instantaneous voltages and currents, flux density and field intensity. Therefore by use of the proposed model, one can evaluate the steady state and transient performance of a transformer and specify for example the terminal parameters, degree of core saturation and the transformer contributing in the harmonics reducing.

Keywords:

Hysteresis, Magnetization, Preisach, Transformer