



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک
پایان نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

طراحی بهین صفحات چندلایه کامپوزیتی برای دست یابی به بیشترین بار کمانشی با
استفاده از روش الگوریتم ژنتیک

نگارنده: هدیه صدیقی کسمایی

استاد راهنما
دکتر محمد جعفری
دکتر علیرضا شاطرزاده

بهمن ماه ۱۳۹۷

بِسْمِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم به پدر و مادر مهربانم

خدای را بسی شاکرم که از روی کرم، پدر و مادری فداکار نصیبم
ساخته تا در سایه درخت وجودشان بیاسایم و از ریشه‌ی آنها شاخ و
برگ گیرم و از سایه‌ی وجودشان، در راه کسب علم و دانش، تلاش نمایم.
والدینی که بودنشان تاج افتخاری است بر سرم و نامشان دلیلی
است بر بودنم چرا که این دو وجود پس از پروردگار، مایه هستی‌ام
بوده‌اند، دستم را گرفتند و راه رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و
نشیب، آموختند

آموزگارانی که برایم زندگی؛ بودن و انسان بودن را معنا کردند

حال این برگ سبزی است تحفه درویش تقدیم آنان...

تشکر و قدردانی:

نخست سپاس به درگاه خداوند متعال دارم که هر چه هست از اوست.

در اینجا بر خود لازم می‌دانم که از زحمات استادان ارجمندم جناب آقای دکتر محمد جعفری و دکتر علیرضا شاطرزاده که در تمام مراحل انجام پایان‌نامه، بنده را از راهنمایی ارزنده‌شان بی‌نصیب ننمودند، کمال تشکر و قدردانی را به‌جای آورم.

از پدر و مادر عزیزم، این دو معلم بزرگوار که در تمام عرصه‌های زندگی یار و یابوری بی‌چشم‌داشت برای من بودند نهایت تقدیر و تشکر را دارم.

هدیه صدیقی کسمایی

تعهدنامه

اینجانب هدیه صدیقی کسمایی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه طراحی بهین صفحات چندلایه کامپوزیتی برای دستیابی به بیشترین بار کمانشی با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک، تحت راهنمایی دکتر محمد جعفری و دکتر علیرضا شاطرزاده، متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده:

در این پایان نامه سعی شده است، تا با در نظر گرفتن پارامترهای مؤثر بر بار بحرانی کمانشی، در صفحات چندلایه متقارن کامپوزیتی دارای گشودگی‌های چندضلعی منتظم، با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک، پارامترهای بهینه جهت دستیابی به بیشترین بار بحرانی کمانشی، معرفی شود. این پارامترها شامل: هندسه‌ی گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی و زاویه‌ی الیاف می‌باشند. برای بررسی نتایج حاصل از حل حاضر، از حل عددی اجزای محدود استفاده شده است. همپوشانی نتایج حاصل از دو روش، صحت حل مطالب ارائه شده را تأیید می‌کند.

در مطالعه‌ی حاضر از روشی عددی برای محاسبه‌ی بار کمانشی استفاده شده است. مطابق این روش، روش حل تئوری برشی مرتبه‌ی اول، با استفاده از نگاشت هم‌نوا به سایر گشودگی‌ها تعمیم یافت. در این مطالعه از صفحه‌ای محدود با شرایط مرزی گیردار که از دو طرف تحت بارگذاری فشاری قرار دارد، استفاده شده است. مواد مورد استفاده در این مطالعه شیشه اپوکسی و بور اپوکسی می‌باشند. نتایج ارائه شده در این باره نشان می‌دهد که با انتخاب شکل مناسب گشودگی و انتخاب پارامترهای بهینه‌ی مربوط به آن در صفحات چندلایه‌های متقارن می‌توان مقدار بار بحرانی کمانشی صفحات دارای گشودگی را به میزان قابل توجهی افزایش داد و حتی به بار کمانشی بیشتر از بار کمانشی صفحات دارای گشودگی دایره‌ای دست یافت. به عبارتی برخلاف انتظار همواره گشودگی دایروی بهترین هندسه برای افزایش بار کمانشی نیست و در مواردی با انتخاب انحنای، زاویه‌ی چرخش و زاویه‌ی الیاف مناسب برای یک صفحه‌ی حاوی گشودگی می‌توان بار کمانشی بیشتری در مقایسه با گشودگی دایروی را دارا بود.

کلمات کلیدی: الگوریتم ژنتیک، حل عددی، گشودگی چند ضلعی منتظم، بار بحرانی کمانشی

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: پیشینه پژوهش.....
۲	۱-۱. مقدمه.....
۳	۲-۱. مقدمه‌ای بر کامپوزیت‌ها.....
۵	۱-۲-۱. زمینه (ماتریس).....
۵	۱-۱-۲-۱. کامپوزیت با زمینه پلیمری (MMC).....
۶	۲-۱-۲-۱. کامپوزیت با زمینه سرامیکی (CMC).....
۶	۳-۱-۲-۱. کامپوزیت با زمینه فلزی (PMC).....
۷	۲-۲-۱. تقویت کننده.....
۷	۱-۲-۲-۱. تقویت کننده‌های ذره‌ای.....
۸	۲-۲-۲-۱. تقویت کننده‌های رشته‌ای (الیافی).....
۸	۳-۲-۱. ویژگی‌های مواد کامپوزیت.....
۱۰	۴-۲-۱. کاربردهای کامپوزیت.....
۱۰	۱-۴-۲-۱. صنایع هوافضا.....
۱۱	۲-۴-۲-۱. ساختمان‌سازی و بازسازی بناها.....
۱۳	۳-۱. پدیده کمانش.....
۱۴	۴-۱. مقدمه‌ای بر بهینه‌سازی.....
۱۵	۱-۴-۱. انواع مسائل بهینه‌سازی.....
۱۵	۱-۱-۴-۱. بهینه‌سازی با سعی و خطا و بهینه‌سازی روی تابع.....
۱۶	۲-۱-۴-۱. بهینه‌سازی تک‌بعدی و چندبعدی.....
۱۶	۳-۱-۴-۱. بهینه‌سازی پویا و بهینه‌سازی ایستا.....

۱۶	۴-۱-۴-۱. بهینه‌سازی گسسته و بهینه‌سازی پیوسته.....
۱۷	۴-۱-۵-۱. بهینه‌سازی مقید و بهینه‌سازی بدون قید.....
۱۷	۵-۱. مروری بر کارهای انجام‌شده.....
۲۱	فصل دوم: روابط حاکم بر مسأله.....
۲۲	۱-۲. مقدمه.....
۲۳	۲-۲. روابط حاکم بر چندلایه‌های متقارن.....
۲۷	۳-۲. تغییرات تنش و کرنش در چندلایه‌ها.....
۳۰	۴-۲. نیروها و ممان‌های چندلایه‌ها.....
۳۴	۵-۲. شرایط مرزی.....
۳۵	۶-۲. انرژی کرنشی.....
۳۷	۷-۲. کمانش مکانیکی.....
۳۸	۱-۷-۲. کمانش نقطه چندشاخگی و کمانش محلی صفحات.....
۳۹	۸-۲. آنالیز کمانش صفحات روی تکیه‌گاه ساده با استفاده از روش انرژی.....
۴۱	۹-۲. تابع نگاشت.....
۴۳	۱۰-۲. روابط مربوط به چرخش گشودگی.....
۴۶	فصل سوم: بهینه‌سازی و الگوریتم ژنتیک.....
۴۷	۱-۳. مقدمه.....
۴۸	۲-۳. الگوریتم‌های فراابتکاری.....
۵۰	۳-۳. تابع هدف.....
۵۰	۴-۳. تاریخچه الگوریتم ژنتیک.....
۵۱	۵-۳. بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک.....
۵۳	۶-۳. مکانیزم الگوریتم ژنتیک.....
۵۶	۷-۳. عملگرهای الگوریتم ژنتیک.....
۵۶	۱-۷-۳. کدگذاری.....

۵۷	ارزیابی..... ۲-۷-۳
۵۷	ترکیب..... ۳-۷-۳
۵۷	جهش..... ۴-۷-۳
۵۸	رمزگشایی..... ۵-۷-۳
۵۹	روش های کدگذاری..... ۸-۳
۵۹	کدگذاری باینری..... ۱-۸-۳
۶۰	کدگذاری جایگشتی..... ۲-۸-۳
۶۱	کدگذاری مقداری..... ۳-۸-۳
۶۲	کدگذاری درختی..... ۴-۸-۳
۶۲	نمایش رشته‌ها..... ۹-۳
۶۴	تشکیل رشته..... ۱۰-۳
۶۶	بازگرداندن رشته‌ها به مجموعه متغیرها..... ۱۱-۳
۶۷	تعداد بیت‌های متناظر با هر متغیر..... ۱۲-۳
۶۷	جمعیت..... ۱۳-۳
۶۸	ایجاد جمعیت اولیه..... ۱-۱۳-۳
۶۸	اندازه جمعیت..... ۲-۱۳-۳
۷۰	مزایا و معایب بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک..... ۱۴-۳
۷۲	فصل چهارم: مطالعه های موردی.....
۷۳	۱-۴ مقدمه.....
۷۵	۲-۴ بررسی درستی جواب‌ها.....
۷۵	۳-۴ گشودگی مثلثی.....
۷۵	۱-۳-۴ انحناى گوشه‌ی گشودگی.....
۸۴	۲-۳-۴ تأثیر کلی همه متغیرها.....
۸۵	۴-۴ گشودگی مربعی.....
۸۵	۱-۴-۴ انحناى گشودگی مربعی.....
۹۱	۲-۴-۴ اثر کلی همه متغیرها.....

۹۲.....	۵-۴. گشودگی پنج ضلعی.....
۹۲.....	۴-۵-۱. انحناى گوشه‌ى گشودگى.....
۹۵.....	۴-۵-۲. اثر کلی همه متغیرها.....
۹۷.....	فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادها.....
۹۸.....	۵-۱. نتیجه‌گیری.....
۹۹.....	۵-۲. پیشنهادها.....
۱۰۰.....	مراجع.....

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲ نمای از چندلایه ۱۳
- شکل ۱-۲ محور محلی و جهانی زاویه چیدمان لایه..... ۲۵
- شکل ۲-۲ فاصله لایه ها از سطح میانی یک چند لایه..... ۲۶
- شکل ۳-۲ تغییر شکل هندسی صفحات چندلایه در صفحه X-Z..... ۲۸
- شکل ۴-۲ تغییرات تنش و کرنش در چندلایه‌ها براساس تغییرات سفتی لایه‌ها..... ۳۰
- شکل ۵-۲ هندسه صفحه ۳۱
- شکل ۶-۲ نیروهای صفحه‌ای روی چندلایه تخت..... ۳۱
- شکل ۷-۲ ممان‌های یک چندلایه تخت..... ۳۱
- شکل ۸-۲ تعریف فاصله لایه‌ها از سطح میانی یک چندلایه (N لایه)..... ۳۲
- شکل ۹-۲ شرایط مرزی لبه روی تکیه‌گاه ساده..... ۳۴
- شکل ۱۰-۲ تغییرات کوتاه‌شدگی انتهای سازه باتوجه به تغییرات نیروی فشاری..... ۳۸
- شکل ۱۱-۲ تغییرات تغییر مکان خارج از صفحه سازه برحسب نیروی فشاری اعمالی به سازه ۳۹
- شکل ۱۲-۲ صفحه مستطیلی روی تکیه‌گاه ساده تحت بار فشرده..... ۳۹
- شکل ۱۳-۲ تأثیر پارامترهای n و w در ایجاد گشودگی..... ۴۲
- شکل ۱۴-۲ چرخش محورها..... ۴۳
- شکل ۱-۳ شماتیک کلی الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک..... ۵۸
- شکل ۲-۳ کدگذاری درختی..... ۶۲
- شکل ۳-۳ نمونه‌ای از کروموزوم الگوریتم ژنتیکی..... ۶۴
- شکل ۴-۳ روش سری..... ۶۵
- شکل ۵-۳ روش محاطی..... ۶۵
- شکل ۶-۳ بررسی تأثیر تعداد جمعیت بر مقدار بهینه‌ی بار بحرانی کمانشی..... ۷۰
- شکل ۱-۴ نمای از هندسه‌ی گشودگی و بارگذاری..... ۷۳

- شکل ۴-۲ تاثیر پارامتر W بر گوشه‌های گشودگی‌های مختلف..... ۷۴
- شکل ۴-۳ نحوه‌ی مش‌بندی در نرم افزار آباکوس..... ۷۵
- شکل ۴-۴ نحوه‌ی بارگذاری در نرم افزار آباکوس ۷۶
- شکل ۴-۵ مقایسه‌ی بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی از دو روش حل عددی و اجزای محدود..... ۷۶
- شکل ۴-۶ تاثیر انحنای گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی در چیدمان $s[0/90]$ ۷۷
- شکل ۴-۷ تاثیر انحنای گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی $s[0/90/0]$ ۷۸
- شکل ۴-۸ تاثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی..... ۷۸
- شکل ۴-۹ تاثیر انحنای گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی $s[0/45]$ ۷۹
- شکل ۴-۱۰ تاثیر انحنای گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی $s[0/-45/45]$ ۷۹
- شکل ۴-۱۱ تاثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی..... ۸۰
- شکل ۴-۱۲ نرخ همگرایی بار بحرانی برای چیدمان $s[0/90]$ در گشودگی مثلثی..... ۸۳
- شکل ۴-۱۳ نرخ همگرایی بار بحرانی برای چیدمان $s[0/90/0]$ در گشودگی مثلثی..... ۸۳
- شکل ۴-۱۴ نرخ همگرایی بار بحرانی برای چیدمان $s[0/45]$ در گشودگی مثلثی..... ۸۳
- شکل ۴-۱۵ نرخ همگرایی بار بحرانی برای چیدمان $s[0/-45/45]$ در گشودگی مثلثی..... ۸۴
- شکل ۴-۱۶ تاثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مربعی $s[0/90]$ ۸۵
- شکل ۴-۱۷ تاثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مربعی $s[0/90/0]$ ۸۶
- شکل ۴-۱۸ تاثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مربعی..... ۸۶
- شکل ۴-۱۹ تاثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مربعی $s[0/45]$ ۸۸
- شکل ۴-۲۰ تاثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مربعی $s[0/-45/45]$ ۸۸
- شکل ۴-۲۱ تاثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مربعی ۸۸
- شکل ۴-۲۲ نرخ همگرایی بار بحرانی کمانشی برای چیدمان $s[0/90]$ در گشودگی مربعی..... ۹۰
- شکل ۴-۲۳ نرخ همگرایی بار بحرانی کمانشی برای چیدمان $s[0/90/0]$ در گشودگی مربعی..... ۹۰
- شکل ۴-۲۴ نرخ همگرایی بار بحرانی کمانشی برای چیدمان $s[0/45]$ در گشودگی مربعی..... ۹۰

- شکل ۴-۲۵ نرخ همگرایی بار بحرانی کمانشی برای چیدمان s [۰/۴۵/۴۵] در گشودگی مربعی..... ۹۱
- شکل ۴-۲۶ تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی s [۰/۹۰/۰]..... ۹۲
- شکل ۴-۲۷ تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی s [۰/۹۰/۰]..... ۹۳
- شکل ۴-۲۸ تأثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی..... ۹۳
- شکل ۴-۲۹ نرخ همگرایی تنش شکست برای چیدمان s [۰/۹۰/۰] در گشودگی پنج‌ضلعی..... ۹۵
- شکل ۴-۳۰ نرخ همگرایی تنش شکست برای چیدمان s [۰/۹۰/۰] در گشودگی پنج‌ضلعی..... ۹۵

فهرست جدول‌ها

- جدول ۴-۱ خواص مکانیکی..... ۷۵
- جدول ۴-۲ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۹۰] در گشودگی مثلثی..... ۸۱
- جدول ۴-۳ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۹۰/۰] در گشودگی مثلثی..... ۸۱
- جدول ۴-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۴۵] در گشودگی مثلثی..... ۸۲
- جدول ۴-۵ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۴۵/۴۵] در گشودگی مثلثی..... ۸۲
- جدول ۴-۶ مقادیر بهینه همه متغیرهای طراحی و بار بحرانی بهینه در گشودگی مثلثی..... ۸۴
- جدول ۴-۷ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۹۰] در گشودگی مربعی..... ۸۶
- جدول ۴-۸ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۹۰/۰] در گشودگی مربعی..... ۸۷
- جدول ۴-۹ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۴۵] در گشودگی مربعی..... ۸۹
- جدول ۴-۱۰ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۴۵/۴۵] در گشودگی مربعی..... ۸۹
- جدول ۴-۱۱ مقادیر بهینه همه متغیرهای طراحی و بار کمانشی بهینه در گشودگی مربعی..... ۹۱
- جدول ۴-۱۲ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۹۰] در گشودگی مربعی..... ۹۴
- جدول ۴-۱۳ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۹۰/۰] در گشودگی مربعی..... ۹۴
- جدول ۴-۱۴ مقادیر بهینه همه متغیرهای طراحی و بار کمانشی بهینه در گشودگی پنج‌ضلعی..... ۹۶

علائم

کرنش	ε
ماتریس نرمی	S
سفتی ماده	C
تنش ($\frac{N}{mm^2}$)	σ
کرنش برشی	γ
تنش برشی ($\frac{N}{mm^2}$)	τ
ماتریس سفتی کاهش یافته	\bar{Q}
منتجه‌های نیرو ($\frac{N}{mm}$)	N_{xy} و N_y و N_x
منتجه‌های ممان ($\frac{N-mm}{mm}$)	M_{xy} و M_y و M_x
فاصله لایه k ام تا لایه میانی چندلایه متقارن (mm)	h_k
ضخامت کل (mm)	H
ماتریس نرمی کاهش یافته	a
تعداد اضلاع گشودگی	n
میزان کشیدگی	c
بزرگی گشودگی	λ
انحنای گوشه‌ی گشودگی	w
مختصات نگاشته شده متغیر مختلط	ξ
شعاع دایره (mm)	ρ
زاویه اطراف گشودگی (درجه)	θ
تابع نگاشت	$w(\xi)$
زاویه چرخش گشودگی (درجه)	β
استحکام کششی در جهت طولی	X
استحکام کششی در جهت عرضی	Y
انحنا (mm^{-1})	k_{xy} و k_y و k_x

فصل ۱

مقدمه و

بررسی پیشینه پژوهش

۱-۱ مقدمه

در سال‌های اخیر، استفاده از صفحات کامپوزیتی چندلایه^۱، در سازه‌های مختلف، به سرعت در حال افزایش است. از جمله کاربرد آن‌ها می‌توان انواع مخازن مستطیلی، بدنه ماشین‌آلات صنعتی و غیرصنعتی، صنعت ساختمان‌سازی و ... را نام برد. تنوع کاربرد، بسته به نیاز، وجود انواع شیارها و گشودگی‌ها، با ابعاد و اشکال مختلف را در صفحات، می‌طلبد. استفاده از صفحات کامپوزیتی چندلایه، در سازه‌های هوافضایی، در سال‌های اخیر، بسیار حائز اهمیت می‌باشد. صفحات کامپوزیتی، بسته به کاربرد آن‌ها، معمولاً تحت انواع فشرده‌سازی قرار می‌گیرند که ممکن است باعث کم‌انرژی^۲ آن‌ها شود. کم‌انرژی برای اجزای ساختاری، بسیار خطرناک است زیرا کم‌انرژی صفحات کامپوزیت، معمولاً در تنش کمتر اتفاق می‌افتد و منجر به ناپایداری‌های بزرگی می‌شود. از این‌رو، بی‌ثباتی ساختاری، یک نگرانی عمده، در طراحی ایمن و قابل اعتماد صفحات کامپوزیتی، به‌شمار می‌آید.

اهمیت بهینه‌سازی^۳، برای اولین بار، در طراحی سازه‌های هوافضا، با وزن کمینه، مورد توجه قرار گرفت. در این سازه‌ها، با توجه به حساسیت بالای کاربرد آن‌ها، مبنای طراحی، هزینه‌ی آن‌ها نبوده بلکه کاهش وزن سازه هدف بهینه‌سازی خواهد بود. اما در دیگر صنایع مربوط به علوم مهندسی، همچون ساختمان و صنایع خودرو هزینه در کنار وزن سیستم و عملکرد سازه، از عوامل مهم طراحی به‌شمار می‌آیند. افزایش روزافزون کاربرد سازه‌های مهندسی و محدود بودن مواد خام و کمبود منابع انرژی، از جمله عواملی است که طراحان را به سوی طراحی سازه‌های سبک، ارزان‌قیمت و درعین حال کارا، وادار می‌سازد. با توجه به این موضوع، ضرورت آگاهی مهندسان از دستگاه‌های بهینه‌سازی سازه‌ها و به‌کار بردن آن‌ها در هنگام طراحی و ساخت، روشن خواهد بود.

بار بحرانی کم‌انرژی صفحات کامپوزیتی چندلایه، به شرایط مرزی، پارامترهای لایه‌بندی مانند: جهت‌گیری لایه‌ها و متغیرهای هندسی مانند: نسبت ابعاد، ضخامت و گشودگی‌ها بستگی دارد. بنابراین،

1. Laminate composite plates
2. Buckling
3. Optimization

برای صفحات کامپوزیتی چندلایه، با مجموعه‌ای از مواد داده‌شده، شکل هندسی، ضخامت، شرایط نهایی، انتخاب مناسب لایه‌ها، جهت دستیابی به حداکثر مقاومت کمانشی، یک مسأله‌ی مهم به‌شمار می‌آید [۱]. در نتیجه برای دستیابی به حداکثر مقاومت کمانشی، نیاز به بهینه‌سازی پارامترهای تاثیرگذار می‌باشد.

در این پایان‌نامه، با توجه به ضرورت‌های ذکر شده، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، تأثیر پارامترهای مختلف، به‌طور کامل، بر روی بار بحرانی کمانش صفحات کامپوزیتی چندلایه، بررسی شده است و در نهایت پارامترهای بهینه، جهت دستیابی به بیشترین مقدار تابع هدف که همان بار کمانشی صفحات می‌باشد، معرفی گردیده است.

۱-۲ مقدمه‌ای بر کامپوزیت‌ها

اگر مواد مهندسی را به سه دسته‌ی اصلی فلز، پلیمر و سرامیک طبقه‌بندی کنیم، کامپوزیت دسته‌ی چهارمی است که در واقع ترکیبی از سه دسته‌ی دیگر می‌باشد. موادی چند جزئی که خواص آن‌ها در مجموع، از هر کدام از اجزا، بهتر می‌باشد. ضمن آن که اجزای مختلف، کارایی یکدیگر را بهبود می‌بخشند [۲].

استفاده از این مواد، ایده‌ی جدیدی نیست. چینی‌ها و مصری‌های قدیم از جمله تمدن‌های باستانی بوده‌اند که برای اولین بار از مخلوط کاه‌گل و شن برای بناسازی، استفاده کرده‌اند تا استحکام گل را افزایش دهند. مصری‌ها با چسباندن لایه‌های نازک چوب و پارچه به یکدیگر، و با استفاده از طناب، قایق‌های خود را در برابر متورم شدن، در اثر نفوذ آب، تقویت می‌کردند [۲].

کامپوزیت شامل یک فاز زمینه (ماتریس)^۱ و یک فاز تقویت‌کننده (پرکننده یا فیلر) است. البته ترکیب مواد در کامپوزیت یک ترکیب فیزیکی و ماکروسکوپی می‌باشد؛ یعنی اجزای تشکیل‌دهنده یک کامپوزیت باهم به‌صورت شیمیایی ترکیب نمی‌شوند، به‌طوری که اجزای تشکیل‌دهنده ماهیت شیمیایی

و طبیعی خود را کاملاً حفظ کنند و سطح مشترک مشخصی بین اجزا وجود دارد. ماتریس با احاطه کردن تقویت‌کننده، آن را در محل نسبی خودش نگه می‌دارد و تقویت‌کننده موجب بهبود خواص مکانیکی ساختار می‌گردد. به‌طور کلی، تقویت‌کننده می‌تواند به صورت فیبرهای کوتاه و یا بلند و پیوسته باشد. الیاف‌های تقویت‌کننده، تحمل‌کننده‌ی اصلی بارها می‌باشند و زمینه، فراهم‌سازی بستر مناسب، جهت انتقال بار از الیافی به الیاف دیگر را بر عهده دارد. معیارهای دیگری از جمله سه معیار زیر نیز، باید در نظر گرفته شود تا بتوان ماده‌ای را به‌عنوان ماده‌ی کامپوزیت معرفی نمود.

۱. هر دو ماده الزاماً باید با یک نسبت قابل ملاحظه‌ای وجود داشته باشند (مثلاً بیشتر از ۵ درصد).

۲. فازهای تشکیل‌دهنده، خواص متفاوتی داشته باشند. از این جهت ممکن است خواص کامپوزیت به‌طور قابل ملاحظه‌ای با خواص اجزای تشکیل‌دهنده‌ی آن متفاوت باشد که تحت این شرایط می‌توان این‌گونه مواد را کامپوزیت تلقی نمود. به‌عنوان مثال پلاستیک‌ها گرچه معمولاً دارای مقدار کمی روان‌ساز، مواد جاذب پرتوهای ماورای بنفش و برخی اجزاء و افزودنی‌های دیگر هستند که به دلیل مسائل تجاری از جمله اقتصادی بودن و سادگی فرایند تولید به آن‌ها اضافه می‌شوند، اما هیچ‌یک از این معیارها را در بر نداشته و در گروه‌بندی کامپوزیت‌ها قرار نمی‌گیرند.

۳. یک کامپوزیت مصنوعی معمولاً توسط مخلوط و ترکیب کردن مناسب اجزای تشکیل‌دهنده توسط وسایل مکانیکی مختلف تولید می‌شوند. لذا یک آلیاژ ریختگی با ریزساختار دوفازی که محصول فرایند انجماد یک مذاب یکنواخت است که بعداً عملیات حرارتی روی آن انجام می‌شود را نمی‌توان جزء گروه‌های کامپوزیت‌ها محسوب نمود.

۱-۲-۱ زمینه

جزء تشکیل دهنده‌ای که در ساختار یک ماده کامپوزیت از پیوستگی لازم برخوردار بوده و اغلب درصد بیشتری را دارا است زمینه نامیده می‌شود. نظریه کلی حاکی از این است که در تولید یک ماده کامپوزیتی، این خاصیت زمینه است که با افزودن اجزای دیگر بهبود می‌یابد. کامپوزیت‌ها بر اساس نوع زمینه‌ای که تقویت کننده را احاطه نموده است و آن‌ها را به هم اتصال می‌دهد، به سه گروه عمده، بر اساس یک طبقه‌بندی بین‌المللی واحد، تقسیم می‌شوند که عبارتند از: کامپوزیت با زمینه‌ی سرامیکی (CMC^1)، پلیمری (PMC^2) و یا فلزی (MMC^3).

۱-۲-۱-۱ کامپوزیت با زمینه‌ی پلیمری

کامپوزیت‌های پایه پلیمری مهم‌ترین دسته از کامپوزیت‌ها می‌باشند. طیف وسیعی از صنایع، از تولید قطعه‌های هواپیما گرفته تا تولید سینک ظرفشویی و ... از کامپوزیت‌های پایه پلیمری تولید می‌شوند و در حال حاضر ۵۹ درصد از بازار کامپوزیت‌ها را به خود اختصاص داده‌اند و به همین دلیل بزرگترین زیرمجموعه‌ی مواد مرکب محسوب می‌گردند. مزایای سازه‌های مبتنی بر کامپوزیت‌های پلیمری نسبت به نمونه‌های سنتی بتنی، چوبی و فلزی که باعث نفوذ آن‌ها در گستره وسیعی از صنایع مختلف شده است، بشرح ذیل می‌باشد:

- ۱- کاهش وزن سازه ساخته شده با توجه به معماری قابل تغییر براساس خواست طرح ۲- ایمن بودن در برابر پدیده‌ی خوردگی ۳- قابلیت تحمل بارهای سیکلی و مقاومت بسیار مناسب در برابر پدیده‌ی خستگی ۴- سادگی روش‌های تولید و امکان تولید اشکال بسیار پیچیده با روش‌های بسیار

1. Ceramic Matrix Composite
2. Polimer Matrix Composite
3. Metal Matrix Composite

آسان، کارآمد و مقرون به صرفه بودن ۵- سهولت فرآیندهای تعمیر و عیب‌یابی ۶- ضریب انبساط حرارتی پایین و عایق مناسب حرارتی

۲-۱-۲-۱ کامپوزیت با زمینه‌ی سرامیکی

خانواده‌ای از مواد کامپوزیتی هستند که کاربردهای زیادی را در صنایع مختلف، مخصوصاً هوافضا، به خود اختصاص داده‌اند. با وجود این که سرامیک‌های پیشرفته دارای ویژگی‌های مطلوبی مانند: سختی، استحکام بالا، تحمل دماهای بالا، خنثایی شیمیایی، مقاومت در برابر فرسایش و چگالی کم هستند، در برابر بارهای کششی و ضربه، ضعیف می‌باشند و برخلاف فلزها، از خود انعطاف پذیری نشان نمی‌دهند و مستعد شکست، تحت بارهای مکانیکی و شوک حرارتی هستند. اگر مقایسه‌ای بین سرامیک‌ها و دیگر مواد داشته باشیم، باید گفت که سرامیک‌ها تنها گروه از مواد هستند که در دماهای بالا قابل استفاده‌اند و دارای سختی، استحکام و مدول الاستیک بالاتری نسبت به فلزها و پلیمرها می‌باشند. همچنین چگالی، ضریب انبساط حرارتی و هدایت الکتریکی و حرارتی کمی دارند. به ویژه چگالی و انبساط حرارتی کم سرامیک‌ها، اهمیت زیادی در اغلب کاربردها خواهد داشت. بزرگترین نقطه ضعف سرامیک‌ها در مقایسه با دیگر مواد به ویژه فلزات، مقاومت در برابر شکست فوق‌العاده پایین آن‌ها می‌باشد که در عمل، این مواد را در برابر ترک، بسیار حساس کرده است. بنابراین نیاز شدیدی به افزایش مقاومت سرامیک‌ها احساس می‌شود.

۳-۱-۲-۱ کامپوزیت با زمینه‌ی فلزی

دسته‌ای از مواد هستند که حداقل دو جزء تشکیل‌دهنده دارند که وجود یک جزء فلزی در آن‌ها ضروری است. این مواد دارای پتانسیل استفاده، برای تنوع گسترده‌ای از کاربردهای سازه‌ای و کاربردهای حرارتی می‌باشند. کامپوزیت‌های زمینه فلزی، قادر به تحمل محدوده‌های دمای کاری بالاتری نسبت به همتاهای فلزی خود هستند و خواصی مانند: استحکام، هدایت حرارتی، مقاومت به

سایش، مقاومت به خزش یا پایداری ابعادی در آن‌ها قابل بهبود می‌باشد. این کامپوزیت‌ها بر خلاف پایه پلیمری‌ها، غیرقابل اشتعال می‌باشند و دارای حداقل خوردگی توسط سیال‌های آلی نظیر: سوخت‌ها و حلال‌ها هستند.

۱-۲-۲ تقویت کننده

جزء تشکیل دهنده‌ی دوم به لحاظ این‌که سبب افزایش و یا تقویت خواص مکانیکی زمینه می‌شود، فاز تقویتی یا تقویت کننده نامیده می‌شود. در بیشتر موارد فاز تقویت کننده، سخت‌تر، مستحکم‌تر و سفت‌تر از زمینه است. البته استثناهایی نیز وجود دارد؛ به‌عنوان مثال می‌توان از فاز تقویت کننده‌ی فلز (شکل‌پذیر) در زمینه سرامیکی نام برد.

۱-۲-۲-۱ تقویت کننده‌های ذره‌ای

در این نوع کامپوزیت، فاز پراکنده شده، از ذرات ریز تشکیل می‌شود. طیف وسیعی از ذرات برای استفاده در کامپوزیت‌ها کاربرد دارند ولی عمده ذرات مورد استفاده در کامپوزیت‌ها، ذرات اکسیدی به خصوص Al_2O_3 و ذرات غیراکسیدی مانند: SiC^1 ، TiC^2 ، C^3 ، B^4 می‌باشند. این ذرات بسیار ارزان‌تر از رشته‌ها هستند و سبب افزایش صلبیت یا مدول الاستیک ساختار می‌شوند. استفاده از آن‌ها در کامپوزیت‌های فلزی و پلیمری سبب بالا رفتن استحکام و کاهش چقرمگی می‌شوند. همچنین ماسه و پودرهای رزینی در دسته تقویت کننده‌های ذره‌ای قرار می‌گیرند.

۱. سیلیسیوم کاربید

۲. تیتانیوم کاربید

۳. کربن

۴. بور

۱-۲-۲ تقویت کننده‌های رشته‌ای (الیافی)

فاز تقویت کننده در این مواد، رشته‌ای شکل هستند. این دسته از تقویت کننده‌ها بسیار گسترده‌اند و صنعت کامپوزیت‌های پیشرفته، براساس این تقویت کننده‌های مصنوعی الیافی می‌باشد. این تقویت کننده‌ها به دو بخش، سیم^۱ و یا رشته (لیف)^۲ تقسیم می‌شوند؛ چنانچه این الیاف، فلزی باشند به آن سیم و چنانچه سرامیکی یا پلیمری باشند به آن رشته-لیف گفته می‌شود.

۱-۲-۳ ویژگی‌های مواد کامپوزیت

معمولاً کامپوزیت‌ها، برای کاربردهایی که کارایی زیاد و وزن کم، طراحی و ساخته می‌شوند. این مواد دارای مزایای بسیار زیادی نسبت به مواد مهندسی سنتی هستند، که در زیر شرح داده می‌شوند:

۱. مواد کامپوزیتی، قابلیت یکپارچه کردن اجزا را دارند. چند جزء فلزی مختلف می‌تواند با یک کامپوزیت جایگزین شود.

۲. با قرار دادن حس‌گرهایی در ساختارهای کامپوزیتی می‌توان آن‌ها را به سرویس‌های ردیابی، مجهز کرد. از این امکان برای آشکارسازی آسیب ناشی از خستگی، در ساختار هواپیما استفاده می‌شود.

۳. کامپوزیت‌ها دارای سفتی ویژه^۳ (نسبت سفتی به دانسیته) بالایی هستند. مثلاً می‌توان به کامپوزیت‌هایی دارای سفتی فولاد، با یک پنجم وزن آن و دارای سفتی آلومینیوم با یک دوم وزن آن دست یافت.

۴. استحکام ویژه^۴ (نسبت استحکام به چگالی) کامپوزیت‌ها بسیار بالاست. به همین دلیل هواپیماها و اتومبیل‌ها درحالی که سرعت بالایی را دارا می‌باشند، سوخت کمتری مصرف می‌کنند. استحکام ویژه کامپوزیت‌ها، ۳ تا ۵ برابر آلیاژهای فولاد و آلومینیوم است.

1. Wire
2. Fiber
3. Specific Stiffness

۵. استحکام خستگی^۱ (حدّ دوام) کامپوزیت‌ها بسیار بالاست. آلیاژهای فولاد و آلومینیوم دارای حد خستگی خوبی در حدود ۵۰٪ استحکام استاتیکی خود هستند. کامپوزیت‌های گرافیت/اپوکسی دارای استحکام خستگی بالایی نزدیک به ۹۰٪ استحکام استاتیکی خود می‌باشند.
۶. کامپوزیت‌ها مقاومت در برابر خوردگی خوبی را از خود نشان می‌دهند. آهن و آلومینیوم در حضور آب و هوا خورده می‌شوند لذا احتیاج به پوشش و آلیاژ خاص دارند؛ اما لایه بیرونی کامپوزیت‌های پلیمری از پلاستیک است، لذا مقاومت شیمیایی و مقاومت به خوردگی آن‌ها بسیار خوب است.
۷. ساخت قطعه‌ها با شکل‌های پیچیده و طرح‌های خاص که بعضی مواقع توسط فلزها، امکان‌پذیر نیست، با استفاده از کامپوزیت‌ها، بدون نیاز به پرچ‌کاری یا جوش‌کاری اجزای مختلف، می‌تواند صورت گیرد. این موضوع ضریب اطمینان قطعه را افزایش داده و زمان تولید را کاهش می‌دهد؛ همچنین عملیات ساخت را عملی‌تر می‌کند.
۸. کامپوزیت‌ها، استفاده از روش‌های طراحی جهت ساخت (DFM)^۲ و طراحی جهت مونتاژ (DFA)^۳ را امکان‌پذیر و عملی می‌کند. این روش‌ها کمک می‌کنند که تعداد اجزای محصول به حداقل برسد و در نتیجه باعث کاهش زمان اتصال و مونتاژ شود. با کاهش تعداد اتصال‌ها، قطعه، با اجزایی با استحکام بالا و هزینه کمتر ساخته می‌شود.
۹. ویژگی‌های صوتی، ارتعاشی و زبری کامپوزیت‌ها از فلزها بهتر است. کامپوزیت‌ها، ارتعاش‌ها را بهتر از فلزها از بین می‌برند. این ویژگی کاربردهای مختلفی همچون لبه انتهایی هواپیما تا چوب‌گلف را دارد.
۱۰. کامپوزیت‌ها در فشار و دمای کمتری نسبت به فلزها تولید می‌شوند، لذا قیمت ابزار و تجهیزاتی که برای مراحل ساخت کامپوزیت‌ها لازم است، از ابزار موردنیاز جهت ساخت فلزها

1. Fatigue Strength
2. Design for Manufacturing
3. Design for Assembly

ارزان تر می باشد.

۱-۲-۴ کاربردهای کامپوزیت

تنها کاربرد کامپوزیت‌ها، در ابتدای تولیدشان، در صنایع هوا و فضا خلاصه می شد. حال آن که امروزه تنها ۱ درصد از کامپوزیت‌های تولیدی، در این زمینه استفاده می شوند. بیشترین میزان مصرف کامپوزیت‌ها، طبق آمار، در صنعت ساخت و ساز، صنایع نفت، گاز و لوله است. ویژگی‌های متنوع و تطبیق پذیری این مواد، زمینه‌ی استفاده‌ی گسترده‌تری را فراهم کرده است؛ از جمله می توان به صنایع خودروسازی، سازه‌های دریایی، تجهیزات ورزشی، پزشکی، حمل و نقل (هوایی، جاده‌ای، ریلی و دریایی)، انرژی و لوازم خانگی اشاره کرد. مقاومت در برابر خوردگی، حذف هزینه‌های سنگین تعمیر و نگهداری لوله‌های کامپوزیتی، باعث کاربرد بیشتر آن‌ها شده است. امروزه بیشتر قطعه‌های خودرو مانند: اتاق، داشبورد، صندوق عقب و حتی بدنه‌ی آن‌ها از کامپوزیت‌ها ساخته می شود. دلیل استفاده از آن‌ها در صنعت، ویژگی‌هایی چون مقاومت در برابر ضربه و تامین ایمنی بیشتر، در حین تصادف‌ها می باشد. ساخت بدنه‌ی قایق‌ها، کشتی‌ها و تأسیسات فراساحلی از دیگر کاربردهای کامپوزیت‌ها به شمار می آید. سهولت شکل دهی، مقاومت و قابلیت آب‌بندی، باعث شده تا این مواد در صنعت ساختمان جایگاه خوبی را به خود اختصاص دهند؛ از جمله موارد مصرفی در این صنعت، می توان به استخرهای شنا، وان حمام، سینک ظرفشویی و دست‌شویی، کف، نما و سقف اشاره کرد. ذکر این نکته ضروری است که به کارگیری این مواد، باعث سبکی در سازه می شود در نتیجه در صورت وقوع بلای طبیعی و حوادث، شدت خسارات، کمتر خواهد بود.

۱-۲-۴-۱ صنایع هوافضا

محققان برای جلوگیری از سقوط وسایل نقلیه هوایی، باید تا حد امکان وزن سازه را کاهش دهند. از زمانی که بشر برای اولین بار موفق شد پرواز کردن را تجربه کند، همواره سعی در آن بوده است که در وسایل پروازی، نسبت نیروی رانش به وزن، کاهش یابد تا از خطر سقوط جلوگیری شود. امروزه

کامپوزیت‌ها در کاهش وزن هواپیماها نقش مهمی را ایفا می‌کنند. از میان این کامپوزیت‌ها می‌توان به کامپوزیت رزین اپوکسی و الیاف کربن، شیشه و آرامید اشاره نمود. در صنعت هوافضا، کامپوزیت‌های مذکور کاربرد فراوانی دارند اما کامپوزیت رزین اپوکسی و الیاف بور نیز تا حدودی در این صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرند. در واقع الیاف بور، کامپوزیتی می‌باشد که از رسوب بخار شیمیایی عنصر بور بر روی هسته تنگستن، تشکیل می‌شود. از سال ۱۹۸۷ میلادی به بعد، طی هر دوره زمانی ۵ساله، استفاده از کامپوزیت‌ها در صنعت هوافضا دو برابر شده است. همچنین در این مدت، کامپوزیت‌های جدیدی نیز تولید شده‌اند.

کامپوزیت‌ها به دلیل برخی خصوصیات، از قبیل سبکی و پایداری گرمایی، این امکان را فراهم می‌سازند تا کارایی و عملکرد ساختارها در صنایع هوافضا بهبود یابد. استحکام ویژه‌ی کامپوزیت‌ها، بیشتر از آلیاژهای فلزی به کار رفته در صنعت هوافضا است. این موضوع باعث کاهش وزن و حداکثر شدن کارایی و قابلیت تحمل بارهای بیشتر و مصرف سوخت کمتر می‌شود [۳]. با توجه به این که کاهش وزن یکی از اولویت‌های تولیدکننده‌های هوافضا و حمل‌ونقل هوایی محسوب می‌شود، بنابراین انتظار است که آلومینیوم در این صنایع، عرصه را به کامپوزیت‌ها واگذار کند [۴].

۱-۲-۴-۲ ساختمان سازی و بازسازی بناها

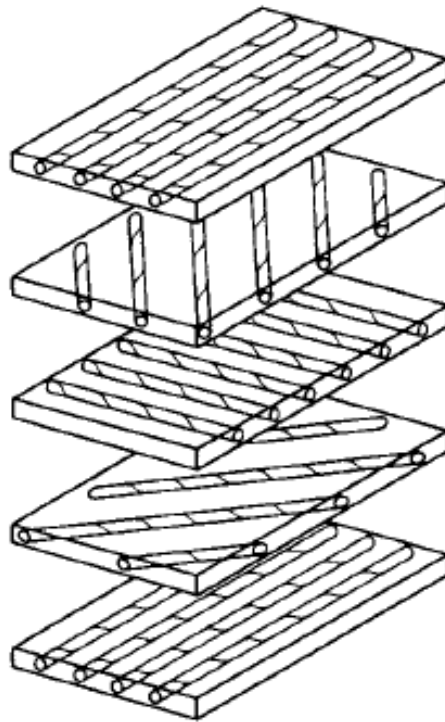
آشناترین مثال برای کامپوزیت، دیوار کاه‌گلی است. در گذشته، بشر، کاه و گل را با هم ترکیب کرد و ماده‌ای ساخت که از لحاظ خواص فیزیکی با هر دوی آن‌ها متفاوت بود. این ترکیب، ترکیبی است فیزیکی و این مواد با هم آلیاژ نشده‌اند بلکه در کنار هم قرار گرفته‌اند. انسان اولیه، به این ماده دسترسی پیدا کرد؛ چیزی که امروز آن را به نام کامپوزیت یا مواد مهندسی شده می‌شناسیم و در واقع، ترکیبی است از مواد مختلف در سه زیر شاخه‌ی پایه پلیمر، پایه سرامیک و پایه فلزی. در پایه پلیمری به جای گل، از رزین استفاده می‌شود که پلاستیک می‌باشد. پلاستیک زنگ نمی‌زند، سبک است، به راحتی شکل می‌گیرد، ریخته‌گری می‌شود، می‌توان آن را ذوب کرد و قابل بازیافت می‌باشد. ولی یکی از

معایب آن، عدم استحکامش است. بنابراین برای استحکام بخشیدن به آن ترکیب دیگری مورد نیاز می باشد. به جای گاه از نوعی الیاف مثل الیاف شیشه استفاده می شود. البته کلمه فایبر گلاس که به کامپوزیت اطلاق می شود، اصطلاحی غلط است، زیرا الیاف شیشه تنها یکی از الیافی است که در این ترکیب مورد استفاده قرار می گیرد. الیاف کربن، کولار و پلی پروپیلن نیز در این صنعت کاربرد دارند. در نهایت تمام این الیاف با یک رزین ترکیب می شوند. مواد کامپوزیت عمدتاً در ساختمان کاربرد وسیعی دارند. این مواد به صورت لوازم بهداشتی داخل ساختمان مثل وان، دستشویی و همچنین در و پنجره برای جلوگیری از انتقال حرارت کار گذاشته می شوند. در حالت دیگر این مواد در سازه‌ی ساختمان مورد استفاده قرار می گیرند؛ به طوری که می توان از آن‌ها به جای تیرآهن یا میلگرد داخل بتن استفاده کرد. تقویت خارجی و داخلی سازه‌های بتنی هم‌اکنون یک تجارت بسیار مهم در جهان امروز است. تقویت خارجی ستون‌های موجود با استفاده از کامپوزیت‌ها، برای افزایش ظرفیت‌های برشی، فشاری، خمشی و مقاومت در برابر ضربه، به طور گسترده‌ای در صنعت ساختمان به کار گرفته می شود. این روش برای اصلاح مقاومت لرزه‌ای ستون‌های پل‌ها و ساختمان‌ها در کشورهای گوناگون از جمله آمریکا، کانادا و ژاپن گسترش داده شده و به اثبات رسیده است. این روش برای افزایش ظرفیت باربری ستون‌های پارکینگ‌ها نیز به کار گرفته شده است.

همانطور که گفته شد استفاده از مواد مرکب چندلایه، کاربرد فراوانی در ساخت انواع ساختارهای مکانیکی مانند: ورق‌ها، ستون‌ها و تیرها دارند. این گونه از مواد مرکب به صورت لایه‌ای متشکل از الیاف موازی در راستاهای ویژه نسبت به محورهای هندسی ساختار، سبب تحمل نیروهای اعمالی به پیکره کامپوزیتی می شوند. بنابراین با انتخاب مناسب راستای الیاف، می توان استحکام مناسبی را برای ماده کامپوزیتی، ایجاد نمود. این لایه‌ها از نظر خواص مکانیکی معمولاً در گروه مواد ارتوتروپیک قرار می گیرند، که البته با به کارگیری الیاف با راستاهای مختلف و یا با به کار بردن چندلایه‌های آن می توان،

لایه یا چند لایه‌ای با خواص کلی‌تر مانند: غیر ایزوتروپیک یا ارتوتروپیک کلی^۱ ایجاد نمود، که این‌هم یکی دیگر از مزیت‌های مهم این‌گونه مواد مرکب است.

امروزه با تلفیقی از مواد مرکب با مفاهیم خواص مکانیکی (مانند خاصیت ارتوتروپیک)، ساختارها و یا مواد پیچیده‌تر و کارآمدتری ساخته می‌شوند [۵].



شکل ۱-۲ نمایی از چندلایه [۶]

۳-۱ پدیده‌ی کمانش

کمانش در علم مقاومت مصالح، به رفتاری گفته می‌شود که معمولاً از عضو تحت فشار (ستون، دیوار برشی، ...) سر می‌زند. همچنین گمان می‌رود که زبان پارسی در گذشته واژه‌ی تنبش (اسم مصدر تنبیدن) با معنی کمانش به کار می‌رفته است. اعضای تحت فشار یک سازه، پیش از رسیدن به حداکثر مقاومت فشاری و در حقیقت پیش از شکست تحت اثر تنش تسلیم، تحت اثر پدیده‌ی کمانش، دچار

1. General orthotropic

شکست خواهند گردید. هرچه ستون یا صفحه بلندتر و سطح مقطع کوچک‌تری داشته باشد (لاغرتر)، زودتر تحت اثر پدیده‌ی کمانش، تسلیم می‌گردد. تعریف علمی از کمانش عبارت است از ناپایداری به زبان ریاضی که منجر به شکست می‌شود. زمانی که سازه تحت فشار قرار می‌گیرد، احتمال وقوع کمانش وجود دارد. کمانش به صورت تغییر شکل جانبی ناگهانی در یک عضو سازه‌ای تعریف می‌شود. این پدیده ممکن است تحت تنش فشاری که بر سازه وارد شده و اندازه‌ی آن کمتر از تنش تسلیم ماده‌ی تشکیل‌دهنده‌ی سازه است، اتفاق بیافتد.

زمانی که نیروی وارد شده بر سازه مانند یک ستون، افزایش می‌یابد ممکن است به اندازه‌ی بزرگ باشد تا سبب ناپایداری عضو شود که می‌گوییم سازه تحت کمانش قرار گرفته است. بارگذاری بیشتر، سبب تغییر شکل‌های زیاد و تا حدودی غیر قابل پیش‌بینی خواهد شد که ممکن است سبب از بین رفتن ظرفیت باربری عضو شود. اگر تغییر شکلی که در اثر کمانش در عضو ایجاد می‌شود سبب فروپاشی کامل عضو نشود، آن عضو می‌تواند بار وارده، که سبب کمانش آن می‌شود را، تحمل کند.

اگر عضو کمانش یافته، قسمتی از ساختار بزرگ مانند: یک ساختمان باشد، تحت باری بیش از باری که سبب ایجاد کمانش در عضو می‌شود قرار گیرد، این بار در کل سازه توزیع می‌شود.

صفحات کامپوزیتی، با گذشت زمان، به طور فزاینده‌ای، مورد استفاده قرار گرفته‌اند. داشتن دانشی دقیق در رابطه با بار کمانشی بحرانی، جهت داشتن یک طراحی ساختاری قابل اعتماد و سبک، بسیار مهم می‌باشد [۷].

۴-۱ مقدمه‌ای بر بهینه‌سازی

در ریاضیات، علوم کامپیوتر و تحقیق در عملیات، به ترتیب، بهینه‌سازی ریاضی یا برنامه نویسی ریاضی با عنوان بهینه‌سازی بیان می‌شوند که انتخاب بهترین المان (با توجه به معیار در نظر گرفته شده) در بین گزینه‌های در دسترس می‌باشد. در ساده‌ترین حالت، یک مسأله‌ی بهینه‌سازی، حداکثر یا حداقل

شدن یک تابع واقعی را با استفاده از انتخاب سیستماتیک مقادیر ورودی از یک مجموعه‌ی مجاز را شامل می‌شود و مقدار تابع را محاسبه می‌کند [۸].

هدف از بهینه‌سازی، یافتن بهترین جواب قابل قبول، باتوجه به محدودیت‌ها و نیازهای مسأله می‌باشد. برای یک مسأله ممکن است جواب‌های مختلفی موجود باشد که برای مقایسه‌ی آن‌ها و انتخاب جواب بهینه، تابعی به نام تابع هدف تعریف می‌شود. انتخاب این تابع به طبیعت مسأله وابسته است. به عنوان مثال، زمان سفر یا هزینه، از جمله اهداف رایج بهینه‌سازی شبکه‌های حمل و نقل می‌باشد. به‌رحال انتخاب تابع هدف مناسب یکی از مهمترین گام‌های بهینه‌سازی می‌باشد [۹].

در بهینه‌سازی از یافتن بهترین جواب، برای یک مسأله، صحبت به میان می‌آید. لفظ بهترین به طور ضمنی بیان می‌کند که بیش از یک جواب برای مسأله مورد نظر وجود دارد که البته دارای ارزش یکسانی نیستند. تعریف بهترین جواب، به مسأله مورد بررسی، روش حل و همچنین میزان خطای مجاز وابسته است. بنابراین نحوه فرمول‌بندی مسأله نیز بر چگونگی تعریف بهترین جواب، تأثیر مستقیم دارد [۱۰].

۱-۴-۱ انواع مسائل بهینه‌سازی

جهت انتخاب استراتژی مناسب برای حل مسائل بهینه‌سازی، باید شناخت مناسبی از آن داشته باشیم. مسائل بهینه‌سازی را از دیدگاه‌های مختلف، به چندین نوع می‌توان تقسیم‌بندی نمود.

۱-۴-۱-۱ بهینه‌سازی با سعی و خطا و بهینه‌سازی روی تابع

سعی و خطا فرآیندی است که در آن متغیرهای ورودی تغییر داده می‌شوند. در این مورد اطلاعات دقیق در خصوص نحوه تأثیر هر متغیر بر خروجی در دست نیست. مثالی از یک مسأله‌ی بهینه‌سازی با سعی و خطا، تنظیم آنتن یک گیرنده‌ی تلویزیونی می‌باشد. بهینه‌سازی با تابع نیز زمانی است که یک

مسئله بهینه‌سازی توسط یک تابع ریاضی که به نام‌های تابع هزینه، تابع برآزش و تابع هدف، شناخته می‌شود، مدل شده و از روش‌های ریاضی برای حل آن استفاده می‌شود [۱۱].

۱-۴-۱-۲ بهینه‌سازی تک‌بعدی و چند بعدی

اگر تنها یک متغیر در مسئله بهینه‌سازی وجود داشته باشد، مسئله بهینه‌سازی یک مسئله‌ی تک‌بعدی و در غیر این صورت، دو بعدی است [۱۱].

۱-۴-۱-۳ بهینه‌سازی پویا و بهینه‌سازی ایستا

اگر تابع هزینه‌ی مسئله‌ی بهینه‌سازی، تابعی از زمان نباشد، با یک مسئله‌ی بهینه‌سازی ایستا سروکار داریم. ولی اگر زمان وارد تابع هزینه شود، مسئله، بهینه‌سازی پویا می‌شود. به‌عنوان مثال حرکت از یک نقطه‌ی شهر به نقطه‌ی دیگر با انتخاب کوتاه‌ترین مسیر، یک مسئله‌ی بهینه‌سازی ایستا می‌باشد. اما اگر پارامترهای دیگری همچون ترافیک که تابعی از زمان است را وارد تابع هزینه کنیم، با یک مسئله‌ی بهینه‌سازی پویا، روبه‌رو می‌باشیم.

۱-۴-۱-۴ بهینه‌سازی گسسته و بهینه‌سازی پیوسته

اگر ماهیت متغیرهای مسئله بهینه‌سازی پیوسته باشد، آن را پیوسته می‌نامند. در مقابل اگر مقادیری که متغیرهای مسئله اختیار می‌کنند، مقادیر محدود و شمارا باشند، مسئله را گسسته می‌نامند. یک نوع بسیار مهم از مسائل گسسته، مسایل جایگشت هستند. هدف از حل این نوع از مسائل، انجام یک انتخاب از بین یک مجموعه از گزینه‌های قابل انتخاب است که ترتیب انتخاب نیز مهم است.

۱-۴-۱-۵ بهینه‌سازی مقید و بهینه‌سازی بدون قید

اگر متغیرهای مسأله‌ی بهینه‌سازی به بازه‌ی (و یا قیدی) خاصی محدود باشند، با یک مسأله‌ی بهینه‌سازی مقید سروکار داریم و در غیر این صورت مسأله‌ی بهینه‌سازی نامقید می‌باشد.

۱-۵ مروری بر کارهای انجام شده

در این بخش، ابتدا به بررسی تحقیقاتی که در زمینه‌ی کمانش صفحات حاوی گشودگی انجام شده، پرداخته می‌شود؛ در هر کدام از این کارها هندسه‌گشودگی، نوع بارگذاری، خواص مکانیکی مواد استفاده شده و روش حل، متفاوت است. بخش دوم شامل مسائل مربوط به بهینه‌سازی سازه‌ها با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند می‌باشد.

رائو و کیسر [۱۲] به بررسی کمانش صفحات ساندویچی تحت بارهای برشی پرداختند. رائو [۱۳] طی مقاله‌ای که تحت عنوان آنالیز کمانش یک ورق ساندویچی با الیاف پلاستیک، منتشر ساخت؛ نتایج این تحقیق نشان داد که ورق‌های ساندویچی با رویه چندلایه ارتروتروپیک، مقاومت بیشتری نسبت به ورق‌های ساندویچی با رویه تک‌لایه غیر ارتروتروپیک، تحت این‌گونه بارها دارند؛ و همچنین ماکزیمم مقاومت در برابر کمانش، در ساختارهای با رویه چندلایه، در حالتی که نسبت طول به عرض کم باشد و رشته‌ها در راستای طولی باشند و همچنین در حالتی که نسبت طول به عرض زیاد بوده و رشته‌ها در راستای ۴۰ درجه نسبت به راستای طولی قرار گرفته باشند، اتفاق می‌افتد. بررسی جامع در رابطه با کمانش صفحات کامپوزیتی چندلایه، توسط لیسا [۱۴] صورت گرفته است. هوسان قابلان و همکارانش [۱۵] تاثیر عوامل مختلف بر بارگذاری کمانشی صفحات چندلایه‌ی مربعی دارای گشودگی دایره‌ای را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها تاثیر عواملی مانند: ابعاد گشودگی، مکان گشودگی، زاویه‌ی جهت‌گیری الیاف و نوع بارگذاری را بر استحکام کمانشی در نظر گرفتند. آن‌ها بارگذاری تک‌محوره، دومحوره و برشی را مورد بررسی قرار دادند و نتایج به‌دست آمده را با مقادیر تئوری و عددی، مقایسه کردند. آن‌ها دریافتند که با توجه به بارگذاری تک‌محوره و دو محوره، اندازه‌ی گشودگی تاثیر محسوسی بر مقدار بار کمانشی

دارد. همچنین دریافته‌اند که مکان گشودگی ارتباطی مستقیم با اندازه‌ی گشودگی دارد؛ بدین گونه که در گشودگی با ابعاد کوچک، با دور شدن گشودگی از وسط صفحه، مقدار بار کمانشی، افزایش و برای گشودگی با اندازه‌ی بزرگ، این مقدار کاهش می‌یابد. مطالعه‌ای عددی توسط لاکشمی نارایانا و همکارانش [۱۶]، با استفاده از روش المان محدود در رابطه با تاثیر گشودگی مربعی و مستطیلی بر رفتار کمانشی صفحه‌ی کامپوزیتی مستطیلی چندلایه‌ی متقارن، تحت بارگذاری فشاری درون صفحه‌ای خطی مختلف، انجام شده‌است. آن‌ها در مطالعات خود، ابعاد گشودگی، ابعاد صفحه، نسبت طول صفحه به ضخامت لایه‌ها را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در تحقیق‌های خود دریافته‌اند که بار کمانشی با افزایش نسبت‌های c/b و d/b ، کاهش می‌یابد که d عرض گشودگی، b عرض صفحه و c طول گشودگی می‌باشند؛ همچنین دریافته‌اند که تاثیر نسبت d/b بیشتر از نسبت c/b است. شاطرزاده و همکاران [۱۷]، کمانش حرارتی صفحات چندلایه‌ی متقارن و نامتقارن دارای گشودگی را مورد مطالعه قرار دادند. شرایط مرزی که آن‌ها در نظر گرفتند، دو حالت چهار طرف گیردار و دو طرف گیردار است. آن‌ها تاثیر پارامترهایی مانند: موقعیت مکانی گشودگی، زاویه‌ی الیاف و اندازه‌ی گشودگی را، بر بارکمانشی، مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافته‌اند که بار کمانشی بحرانی در صفحات کامپوزیت نامتقارن، بیشتر از صفحات متقارن است. همچنین دریافته‌اند که مقاومت در برابر بار کمانشی، در صفحات دارای گشودگی مرکزی، پایین می‌آید و این حالت تاثیرش در صفحه‌ها، با نسبت ابعادی کوچک، بیشتر می‌باشد زیرا در این حالت، کمانش محلی اتفاق می‌افتد. آمروتا سانوانه [۱۸] دریافت که جنس ماده‌ی کامپوزیت تاثیر به‌سزایی بر مقاومت کمانشی صفحات دارد. او مقاومت کمانشی مواد مختلف در صفحات کامپوزیت دارای گشودگی مرکزی را مورد بررسی قرار داد. گشودگی که او در نظر گرفت، گشودگی دایروی است. سانوانه دو ماده‌ی بیک‌لایت^۱ (پلاستیک ساخته شده از فرمالدئید و فنول) و اپوکسی شیشه^۲ را با هم مقایسه کرد. او دریافت که ماده‌ی اپوکسی گلس، بیشتر از بیک‌لایت، دچار تغییر شکل^۳

1. Bakelite
2. Glass epoxy
3. Deformation

می‌شود در حالی که بار کمانشی بیک‌لایت، کمتر از اپوکسی گلس می‌باشد؛ البته این مقدار در صفحات دایروی، برعکس است. صفحات اپوکسی گلس در مقایسه با بیک‌لایت، تحت بارگذاری دو محوره‌ی یکسان، به راحتی دچار شکست می‌شوند که این نشان‌دهنده‌ی استحکام بیشتر ماده‌ی بیک‌لایت می‌باشد.

در بهینه‌سازی صفحات کامپوزیتی چند لایه، تعداد لایه‌ها، جهت‌گیری الیاف و ضخامت هر لایه، معمولاً به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شوند. پارک و همکارانش [۱۹] با قرار دادن استحکام به عنوان تابع هدف و چیدمان لایه‌ها به عنوان متغیر، با استفاده از الگوریتم ژنتیک به بهینه‌سازی استحکام سازه پرداختند. رالف و هافکا [۲۰] بهینه‌سازی چیدمان لایه‌ها جهت دستیابی به بیشترین بار کمانشی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک را مورد بررسی قرار دادند. پتگیت و استندر [۲۱]، نقاط قوت و ضعف الگوریتم ژنتیک را مورد بررسی قرار دادند. دستیابی به بیشترین سفتی، تابع هدف آن‌ها می‌باشد. جعفری و همکارانش [۲۲]، پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش، در اطراف گشودگی چند ضلعی منظم، در صفحات ارتوتروپیک و کامپوزیت چندلایه‌ی متقارن را مورد بررسی قرار دادند و سپس از الگوریتم ژنتیک، برای تعیین مقادیر بهینه پارامتر مؤثر، جهت دستیابی به کمترین تنش نرمال و بیشترین مقاومت در برابر شکست، استفاده کردند. پارامترهای طراحی که آن‌ها در نظر گرفتند، زاویه‌ی بارگذاری، جهت‌گیری گشودگی، زاویه‌ی الیاف، انحنای لبه‌های گشودگی و چیدمان لایه‌های کامپوزیت را، شامل می‌شود. آن‌ها دریافتند که برای صفحات چهار لایه‌ی متقارن، تحت بارگذاری تک محوره، زاویه‌ی الیاف هر لایه، در شرایط بهینه، اغلب یکسان است؛ برای بارگذاری برشی، بهترین چیدمان، چیدمانی است که زاویه‌ی الیاف 0° یا 90° می‌باشد. تیان‌تانگ و همکارانش [۲۳] ترکیبی از آنالیز ISO-geometric و نظریه‌ی تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول^۱ (FSDT) را جهت ایجاد یک روش مؤثر و دقیق، برای شبیه‌سازی مسائل ارتعاش آزاد و کمانش صفحات کامپوزیت چندلایه‌ی دارای گشودگی ارائه دادند. سیوا کومار و همکارانش [۲۴] به طراحی بهینه‌ی صفحات کامپوزیتی چندلایه‌ی دارای

1. First order shear deformation theory

گشودگی بیضوی، به وسیله‌ی الگوریتم ژنتیک پرداخته‌اند. آنها جهت‌گیری بیضی را با توجه به محور مرجع، نسبت ابعاد گشودگی، جهت‌گیری لایه‌ها، ضخامت لایه‌ها، به همراه قید فرکانس طبیعی، به عنوان پارامترهای طراحی، مورد استفاده قرار دادند. آن‌ها دریافتند که کاهش فرکانس طبیعی در حضور گشودگی، با توجه به کاهش در سفتی، می‌تواند با انتخاب مناسب جهت‌گیری الیاف، ضخامت و دیگر پارامترها، جبران شود. اسبن لیندگارد و اریک لوند [۲۵] بهینه‌سازی زاویه‌ی الیاف، جهت دستیابی به بیشترین مقاومت کمانشی غیرخطی را مورد بررسی قرار دادند. جعفری و روحانی [۲۶]، با استفاده از الگوریتم سنجاقک، به بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر بر تنش نرمال مینیمم، در اطراف گشودگی مثلثی واقع شده در یک ورق ارتوتروپیک، پرداختند. پارامترهای طراحی که آن‌ها در نظر گرفتند، زاویه‌ی بارگذاری، جهت‌گیری گشودگی، زاویه‌ی الیاف و انحنای لبه‌های گشودگی را، شامل می‌شود. آن‌ها نتایج خود را با نتایج به دست آمده از الگوریتم ژنتیک، مقایسه کردند.

در مقالات یاد شده تأثیر پارامترهای متعدد از جمله شکل گشودگی، جهت‌گیری گشودگی (زاویه-ی چرخش گشودگی)، چیدمان لایه‌ها، و همچنین شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، بر مقاومت کمانشی صفحات چندلایه متقارن مورد بحث و تحقیق قرار گرفته اما در این تحقیق بهینه‌سازی عوامل ذکر شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مورد بررسی قرار گرفته است. در این راستا صفحه‌ای محدود، دارای گشودگی‌های متفاوت، با شرایط مرزی گیردار، دارای لایه‌ها و چیدمان‌های مختلف، در نظر گرفته شده است تا با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و بسط این حل به سایر گشودگی‌های منتظم هندسی و ترکیب آن با الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک، بیشترین بار کمانشی ممکن، مشخص گردد. بیشترین بار کمانشی، به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده‌اند.

در ادامه، در رابطه با نحوه‌ی حل و الگوریتم بهینه‌سازی صحبت شده است و در نهایت نتایج به دست آمده، به صورت نمودار و جداول مختلف برای گشودگی‌های متفاوت، ارائه شده است.

فصل ۲

روابط حاکم بر مسأله

۲-۱ مقدمه

اولین تئوری که برای فرموله کردن معادلات صفحه مورد استفاده قرار گرفت، تئوری کلاسیک صفحه^۱ یا تئوری کرشهف بود. این تئوری همانند تئوری تیر اوپلر- برنولی برای صفحات که ضخامت آن‌ها در مقایسه با سایر ابعاد کوچک است، مناسب می‌باشد.

ریسنر در سال ۱۹۹۴ اولین کسی بود که تأثیر برش را روی صفحه، توسعه داد [۲۷، ۲۸]. او از رویکرد تنشی برای به‌دست‌آوردن معادلاتش استفاده نمود. میندلین در سال ۱۹۵۱ در همان سطح تقریب ریسنر، معادلات را بر پایه‌ی جابجایی به‌دست‌آورد [۲۹]. در تئوری‌های ریسنر و میندلین، تنش برشی عرضی در طول ضخامت صفحه، ثابت در نظر گرفته شده است. ولی این فرض شرایط تنش برشی در سطوح بالا و پایین ورق را برآورده نمی‌کند. برای برطرف کردن این مشکل، ریسنر و میندلین در روابط میان تنش‌های برشی عرضی و کرنش‌های عرضی از ضریب تصحیح برشی استفاده نمودند که به‌صورت تقریبی این روابط را برآورده می‌کند. به تئوری ریسنر و میندلین تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول می‌گویند. برای مقایسه و مطالعه‌ی بیشتر تئوری‌های ریسنر و میندلین می‌توان از کار ونگ و همکارانش [۳۰] استفاده نمود. تئوری صفحه کلاسیک و تغییر شکل برشی مرتبه اول برای توصیف سینماتیکی اکثر صفحات کافی می‌باشند.

در این پایان‌نامه، برای مدل‌سازی صفحه از تئوری کلاسیک صفحه و تغییر شکل برشی مرتبه اول استفاده شده است.

فرضیه‌های اولیه که در این پایان‌نامه، مدنظر قرار گرفته‌شده است، عبارتند از:

الف) صفحه تحت بارگذاری یکنواخت قرار دارد.

ب) ماده دارای رفتار الاستیک خطی است.

1. Classical lamination theory

پ) چیدمان لایه‌ها به صورت متقارن فرض شده است.

ت) فرضیه‌های مربوط به تئوری ورق‌های نازک (فرضیه‌های کیرشهف) در نظر گرفته شده است. بر اساس این فرضیه‌ها، از تنش‌های نرمال عرضی در مقایسه با سایر مؤلف‌های تنش، صرف نظر می‌شود. خطوط قائم بر سطح میانی، پس از تغییر شکل، همچنان قائم باقی می‌ماند به طوری که از کرنش‌های برشی و نرمال عرضی در استخراج روابط سینماتیکی ورق، چشم‌پوشی می‌شود.

۲-۲ روابط حاکم بر چندلایه‌های متقارن

با استفاده از قانون هوک تعمیم‌یافته در حالت سه‌بعدی می‌توان هر مؤلفه تنش را به تمام مؤلفه‌های تغییر شکل نسبی و هر مؤلفه تغییر شکل نسبی را به تمام مؤلفه‌های تنش مربوط ساخت [۵]:

$$\begin{aligned}\sigma_i &= C_{ij}\varepsilon_j \\ \varepsilon_i &= S_{ij}\sigma_j\end{aligned}\quad (۱-۲)$$

که در آن $[C]$ و $[S]$ به ترتیب ماتریس‌های سفتی^۱ و انطباقی^۲ ماده هستند و رابطه بین آن‌ها به این صورت می‌باشد:

$$[C] = [S]^{-1}\quad (۲-۲)$$

همان‌طور که می‌دانیم برای مواد کامپوزیتی تک‌لایه روابط تنش کرنش در حالت کلی به صورت زیر است:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & 0 & 0 & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & 0 & 0 & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{13} & \bar{S}_{23} & \bar{S}_{33} & 0 & 0 & \bar{S}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{44} & \bar{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{45} & \bar{S}_{55} & 0 \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{36} & 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}\quad (۳-۲)$$

1. Stiffness matrix
2. Compliance matrix

که با فرض حالت تنش صفحه‌ای ($\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$) و در نظر گرفتن فرضیه تئوری ورق‌های نازک ($\varepsilon_z = 0$)، رابطه‌ی (۲-۳) به صورت زیر درخواهد آمد:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (۴-۲)$$

با معکوس کردن رابطه‌ی (۴-۲) رابطه‌ی زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (۵-۲)$$

در سیستم مختصات اصلی ماده:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (۶-۲)$$

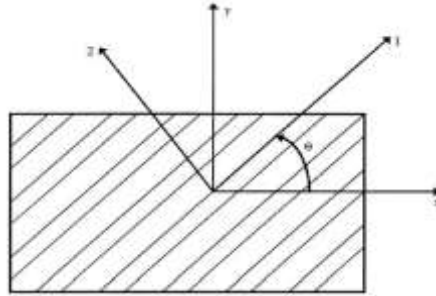
مؤلفه‌های ماتریس $[Q]$ با توجه به ثابت‌های مهندسی به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشند:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= Q_{12} \end{aligned} \quad (۷-۲)$$

رابطه بین مؤلفه‌های \bar{Q}_{ij} و Q_{ij} نیز به صورت زیر است [۵]:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= m^4 Q_{11} + 2m^2 n^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) + n^4 Q_{22} \\ \bar{Q}_{12} &= m^2 n^2 (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) + (m^4 + n^4) Q_{12} \\ \bar{Q}_{22} &= n^4 Q_{11} + 2m^2 n^2 (Q_{12} + 2Q_{66}) + m^4 Q_{22} \\ \bar{Q}_{16} &= m^3 n (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) + mn^3 (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66}) \\ \bar{Q}_{26} &= mn^3 (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) + nm^3 (Q_{12} - Q_{22} - 2Q_{66}) \\ \bar{Q}_{66} &= m^2 n^2 (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) + (m^4 + n^4) Q_{66} \\ m &= \cos(\theta), n = \sin(\theta) \end{aligned} \quad (۸-۲)$$

که در آن θ زاویه چیدمان لایه می باشد.



شکل ۱-۲ محور محلی و جهانی زاویه چیدمان لایه [۳۱]

با توجه به روابط چندلایه‌ها داریم [۳۲]:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{16} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (9-2)$$

که در آن درایه‌های ماتریس A به صورت زیر تعریف می شوند:

$$A_{ij} = \sum [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k - h_{k-1}) \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (10-2)$$

h_k فاصله لایه k ام تا لایه میانی چندلایه متقارن است.

برای چندلایه‌های متقارن می توان ثابت کرد درایه‌های ماتریس B برابر صفر هستند.

همچنین داریم:

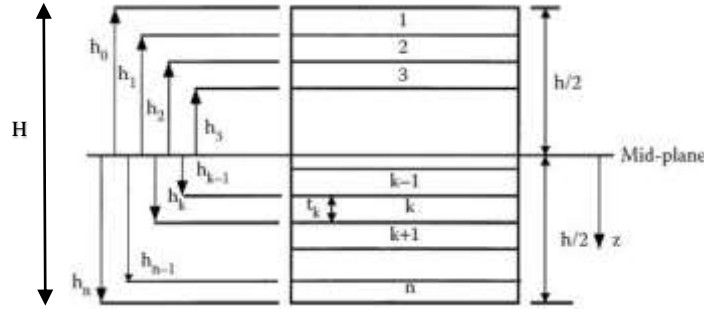
$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (11-2)$$

$$\int_{h_{k-1}}^{h_k} dz = (h_k - h_{k-1}) = t_k \quad (12-2)$$

$$\sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} dz = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) = H \quad (13-2)$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{H} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} \quad (۱۴-۲)$$

H ضخامت کل می باشد.



شکل ۲-۲ فاصله لایه‌ها از سطح میانی یک چندلایه [۳۱]

در نتیجه برای به دست آوردن مؤلفه‌های ماتریس نرمی کاهش یافته برای مواد کامپوزیتی چندلایه

از روابط زیر استفاده می‌کنیم [۳۲]:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (۱۵-۲)$$

که در آن:

$$[a] = [\bar{b}_{ij}]^{-1} \quad \bar{b}_{ij} = \frac{1}{H} [A]$$

$$a_{11} = \frac{(\bar{b}_{22}\bar{b}_{66} - \bar{b}_{26}^2)}{B}$$

$$a_{12} = \frac{(\bar{b}_{16}\bar{b}_{26} - \bar{b}_{12}\bar{b}_{66})}{B}$$

$$a_{22} = \frac{(\bar{b}_{11}\bar{b}_{66} - \bar{b}_{16}^2)}{B}$$

$$a_{16} = \frac{(\bar{b}_{16}\bar{b}_{26} - \bar{b}_{12}\bar{b}_{66})}{B}$$

$$a_{26} = \frac{(\bar{b}_{12}\bar{b}_{16} - \bar{b}_{11}\bar{b}_{26})}{B}$$

(۱۶-۲)

$$a_{66} = \frac{(\bar{b}_{11}\bar{b}_{22} - \bar{b}_{12}^2)}{B}$$

$$B = (\bar{b}_{11}\bar{b}_{22}\bar{b}_{66} - 2\bar{b}_{11}\bar{b}_{26}^2 + 2\bar{b}_{12}\bar{b}_{26}\bar{b}_{16} - \bar{b}_{66}\bar{b}_{12}^2 - \bar{b}_{22}\bar{b}_{16}^2) \quad (17-2)$$

که در آن H ضخامت کل لایه‌های یک چندلایه متقارن نسبت به لایه میانی و t_k ضخامت لایه k ام این چندلایه می‌باشد.

۲-۳ تغییرات تنش و کرنش در چندلایه‌ها

تغییرات تنش و کرنش در ضخامت یک چندلایه، اساس تعاریف مرتبط با سفتی‌های غشائی و خمشی چندلایه‌ها می‌باشد. در چندلایه‌ها فرض می‌شود که یک چندلایه از لایه‌های کاملاً بهم چسبیده و یکپارچه تشکیل می‌شود. همچنین ضخامت چسب بین لایه‌ها به حدی کم فرض می‌شود که امکان به وجود آمدن تغییر شکل برشی را در آن نمی‌دهد. این بدان معنی است که تغییر مکان هم پیوسته بوده و لایه‌ها امکان لغزیدن روی یکدیگر را ندارند.

فرضیه ثابت بودن صفحات، قبل و بعد از بارگذاری، اساس تئوری‌های به کار گرفته شده در این بخش می‌باشد. به عبارت دیگر اگر چندلایه نازک باشد، خطی که مستقیم و عمود بر صفحه میانی چندلایه باشد، بعد از هر نوع بارگذاری شامل غشائی، خمشی، برشی و پیچشی، همچنان مستقیم و عمود بر سطح میانی باقی می‌ماند. مستقیم بودن خط عمود بر سطح میانی، قبل و بعد از بارگذاری، مستلزم صرف نظر کردن از کرنش‌های برشی در صفحات عمود بر سطح میانی می‌شود و در نتیجه γ_{xz} می‌باشد و محور z که در شکل ۲-۵ آورده شده است، جهت عمود بر سطح میانی را نشان می‌دهد.

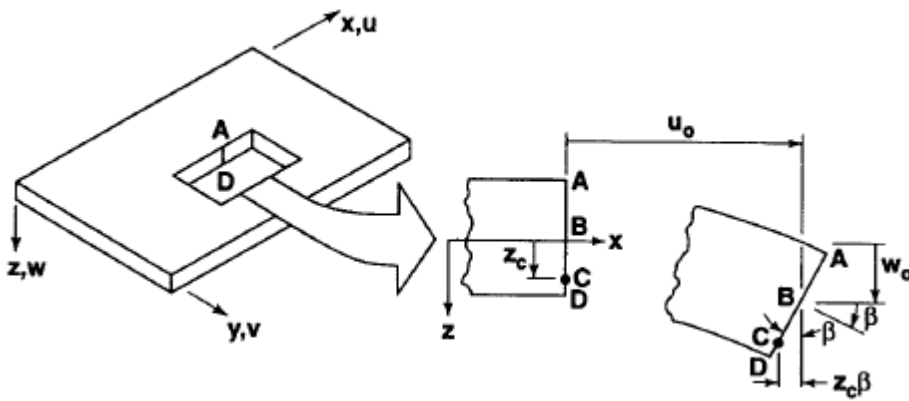
تغییر مکان‌های u ، v و w برای صفحه شکل ۲-۱ متناظر با محورهای x ، y و z می‌باشد. تغییر مکان در جهت x نقطه B که روی سطح میانی می‌باشد، با u_0 معرفی می‌شود (زیرنویس ۰) بیانگر

متغیرهای روی سطح میانی می‌باشد). به علت مستوی ماندن خط ABCD بعد از بارگذاری، تغییر مکان نقطه C را می‌توان از رابطه ۱۸-۲ محاسبه نمود [۳۳].

$$u_c = u_0 - z_c \beta \quad (18-2)$$

به علت مستوی باقی ماندن خط ABCD بعد از تغییر شکل و عمود بودن این خط بر سطح میانی، همان شیب سطح میانی چندلایه در جهت X بوده و برابر با رابطه ۱۹-۲ خواهد بود:

$$\beta = \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (19-2)$$



شکل ۳-۲ تغییر شکل هندسی صفحات چندلایه در صفحه X-Z [۳۳]

از این رو تغییر مکان u، در هر نقطه‌ای به فاصله Z از صفحه میانی در طول ضخامت چندلایه برابر رابطه ۲۰-۲ است:

$$u = u_0 - z_c \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (20-2)$$

با روشی مشابه، تغییر مکان v در راستای محور Y برابر است با رابطه ۲۱-۲:

$$v = v_0 - z_c \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (21-2)$$

کرنش‌های چندلایه به کرنش‌های ϵ_x ، ϵ_y و ϵ_{xy} کاهش یافته و از این رو $\epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ می‌باشند. در کرنش‌های کوچک (الاستیک خطی)، کرنش‌های به وجود آمده عبارتند از رابطه ۲۲-۲:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}\end{aligned}\tag{۲۲-۲}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

بنابراین با استفاده از تغییر مکان‌های u و v در روابط (۲۰-۲) و (۲۱-۲)، مقادیر کرنش‌های

رابطه (۲۲-۲) را می‌توان به صورت ۲۳-۲ نوشت [۳۳]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}\end{aligned}\tag{۲۳-۲}$$

و یا به صورت رابطه (۲۴-۲) بیان کرد:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}\tag{۲۴-۲}$$

که در این رابطه، کرنش‌های سطح میانی عبارتند از رابطه ۲۵-۲:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}\tag{۲۵-۲}$$

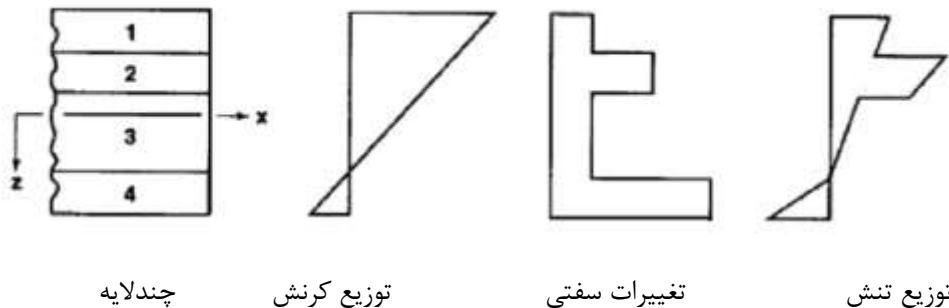
و انحنای سطح میانی عبارتند از رابطه ۲۶-۲:

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (26-2)$$

در رابطه ۲-۲۶، انحناهای به دست آمده مربوط به سطح میانی بوده و قابل تعمیم به صفحات دیگر می باشند و از این رو زیرنویس صفر برای انحناهای k_x ، k_y و k_{xy} لازم نمی باشند. با جایگذاری تغییرات کرنش در طول ضخامت رابطه (۲-۲۵)، در رابطه تنش-کرنش (۲-۵)، تنش های لایه k ام را می توان براساس کرنش های سطح میانی و انحناها را برطبق رابطه ۲-۲۷ محاسبه نمود [۳۳].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \right\} \quad (27-2)$$

مقادیر \bar{Q}_{ij} می تواند برای لایه های مختلف، متفاوت باشد و از این رو اگرچه تغییرات کرنش، خطی می باشد، تغییرات تنش در طول ضخامت چندلایه الزاماً یک خط نمی باشد، شکل ۲-۲ یک چندلایه را نشان می دهد که در آن کرنش، خطی بوده و به علت تغییرات سفتی لایه ها، تنش ها در طول ضخامت، پله ای تغییر می نمایند.



شکل ۲-۴ تغییرات تنش و کرنش در چندلایه ها براساس تغییرات سفتی لایه ها [۳۳]

۴-۲ نیروها و ممان‌های چندلایه‌ها

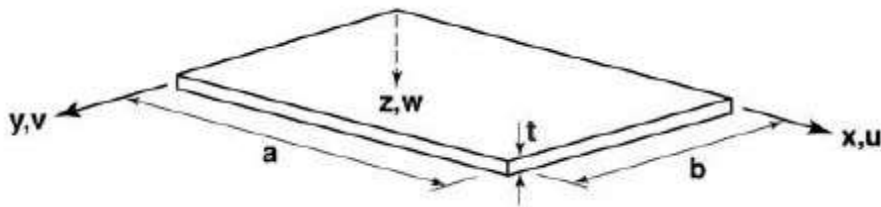
برآیند نیروها و ممان‌های وارد به یک صفحه چندلایه را می‌توان از انتگرال‌گیری تنش‌های لایه‌ها در طول ضخامت چندلایه محاسبه نمود و رابطه ۲-۲۸ را نتیجه شود:

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dz \quad (2-28)$$

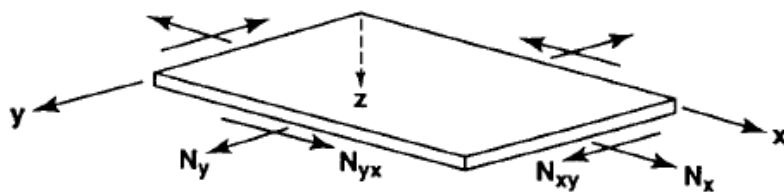
$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z dz$$

t ضخامت صفحه است که در شکل ۲-۵ نشان داده شده است.

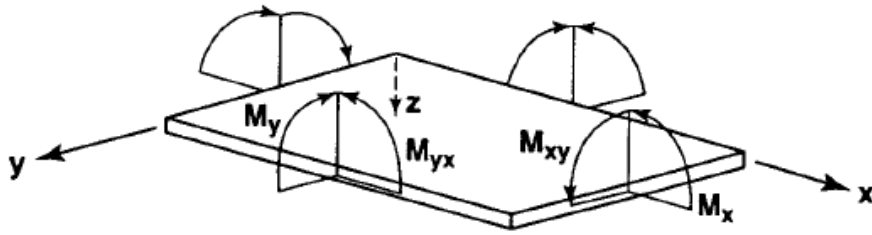
با توجه به شکل ۴-۲، تنش‌ها از لایه به لایه دیگر تغییر نموده و از این‌رو پیوستگی در انتگرال ارضا نمی‌شود. برای محاسبه نیروها و ممان‌ها به شکل‌های ۲-۶ و ۲-۷ توجه شود. نیروهای N_x ، N_y و N_{xy} و نیز M_x ، M_y و M_{xy} برای چندلایه نمایش داده است. این نیروها و ممان‌ها بر واحد عرض محاسبه می‌شوند. بنابراین مقادیر نیروها و ممان‌ها برای N لایه قابل محاسبه توسط ۲-۲۹ و ۲-۳۰ می‌باشند.



شکل ۲-۵ هندسه صفحه [۳۳]



شکل ۲-۶ نیروهای صفحه‌ای روی چندلایه تخت [۳۳]



شکل ۷-۲ ممان‌های یک چندلایه تخت [۳۳]

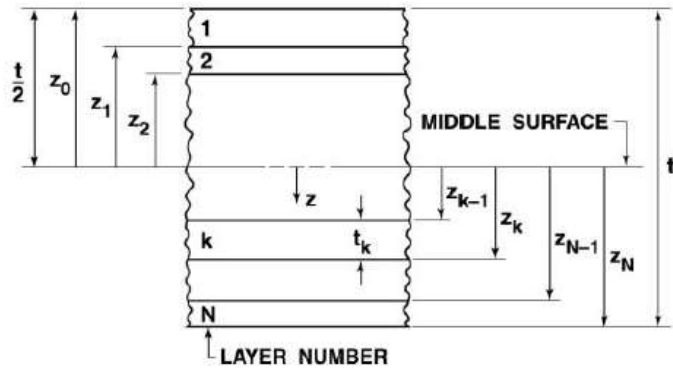
$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (29-2)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (30-2)$$

که Z_{k-1} و Z_k طبق شکل ۵-۲ محاسبه می‌شود. توجه شود که Z_i فاصله نقطه i سطح میانی بوده و جهت روبه پایین، مثبت می‌باشد. به عبارت دیگر Z_k فاصله سطح پایینی لایه k ام از سطح میانی بوده و Z_{k-1} فاصله سطح بالایی این لایه از سطح میانی می‌باشد. به علاوه $z_0 = -\frac{t}{2}$ ، $z_1 = -\frac{t}{2} + t_1$ و به همین

ترتیب $z_N = -\frac{t}{2}$ ، $z_{N-1} = -\frac{t}{2} + t_N$ می‌باشند.

معادلات (۲۹-۳) و (۳۰-۳) را می‌توان با استفاده از ماتریس سفتی هرلایه که معمولاً ثابت است، بازنویسی کرد که در نتیجه $[\bar{Q}_{ij}]_k$ در هر لایه ثابت فرض شده و بدین ترتیب می‌توان خارج از انتگرال قرار بگیرد ولیکن لازم است در یک سری برای هرلایه جمع شده و در نتیجه با استفاده از رابطه (۲-۲۸)، مقادیر نیروها و ممان‌ها از رابطه ۲-۳۱ و ۲-۳۲ محاسبه شوند.



شکل ۲-۸ تعریف فاصله لایه‌ها از سطح میانی یک چندلایه (N لایه) [۳۳]

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} dz \right\} \quad (31-2)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^2 \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} dz \right\} \quad (32-2)$$

با در نظر گرفتن وابستگی ε_x^0 ، ε_y^0 ، γ_{xy}^0 ، k_x ، k_y و k_{xy} به سطح میانی چندلایه، می‌توان آن‌ها را از سری خارج نموده و روابط (۳۱-۲) و (۳۲-۲)، به صورت روابط ۳۳-۲، ۳۴-۲ خلاصه می‌شوند [۳۳].

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (33-2)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (34-2)$$

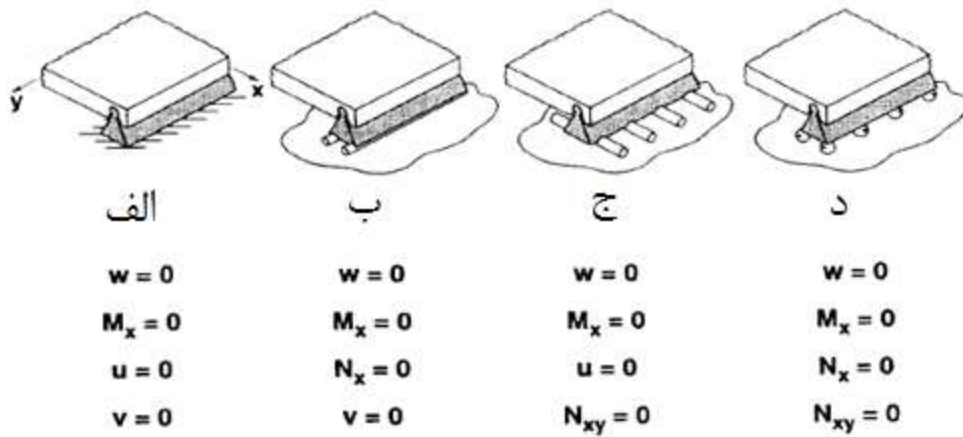
$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k - z_{k-1}) \\
 B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\
 D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}_{ij}]_k (z_k^3 - z_{k-1}^3)
 \end{aligned}
 \tag{۳۵-۲}$$

در روابط (۳۳-۲)، (۳۴-۲) و (۳۵-۲)، A_{ij} سفتی محوری، B_{ij} وابسته به سفتی‌های خمشی-محوری و D_{ij} سفتی خمشی می‌باشند.

۲-۵ شرایط مرزی

برخی آنالیز صفحات، لازم است شرایط مرزی تمامی لبه‌های صفحه مشخص باشد. در این بخش به بررسی شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده، گیردار و آزاد به‌عنوان تکیه‌گاه‌های شناخته‌شده پرداخته می‌شود. بدیهی است شرایط فیزیکی ایجاد شده برای تکیه‌گاه‌ها، بسیار پیچیده‌تر بوده و به راحتی نمی‌توان شرایط ایده‌آل ساده یا گیردار را به آن اطلاق نمود.

برای توضیح بیشتر، یک تکیه‌گاه ساده طبق شکل ۲-۶ در نظر گرفته می‌شود. تکیه‌گاه روی لبه به موازات محور y قرار دارد. چهار حالت نشان داده شده در شکل، قابل بررسی می‌باشد. در هر چهار حالت به علت ساده بودن تکیه‌گاه، M_x و w برابر با صفر می‌باشند.



شکل ۹-۲ شرایط مرزی لبه روی تکیه‌گاه ساده [۳۳]

در حالت الف، تکیه‌گاه‌ها روی سطح و در تمام جهتها محکم‌شده و از این‌رو نمی‌تواند در جهت‌های x و y تغییرات داشته و به عبارت دیگر $u=v=0$ می‌باشد. در نتیجه نیروهای N_x و N_{xy} این تکیه‌گاه می‌تواند به وجود آیند.

در حالت ب، تکیه‌گاه غلتکی به موازات محور y قرار گرفته و به عبارت دیگر امکان حرکت در جهت x وجود داشته ولیکن در جهت y لبه نمی‌تواند جابه‌جا شود. در نتیجه $v=0$ و $N_x=0$ بوده و $u \neq 0$ و $N_{xy} \neq 0$ می‌باشند.

در حالت ج، تکیه‌گاه غلتکی به موازات محور x قرار گرفته و به عبارت دیگر امکان حرکت در جهت y وجود داشته و در نتیجه $v \neq 0$ و $N_{xy} = 0$ است و به همین ترتیب تغییر مکان در جهت x صفر ($u=0$) و امکان به وجود آمدن نیرو در این راستا وجود دارد $N_x \neq 0$.

در حالت د، از غلطک‌های کروی که امکان حرکت در تمام جهات را ایجاد می‌کنند، استفاده شده است و در نتیجه $v \neq 0$ و $u \neq 0$ بوده و به همین ترتیب نیروهای N_x و N_{xy} نیز صفر می‌باشند.

برای صفحات با لبه‌های گیردار، نه تنها از حرکت در جهت‌های x و y جلوگیری شده است، بلکه در جهت محور z نیز تغییر مکان w و شیب صفحه $\frac{\partial w}{\partial x}$ در این لبه صفر می‌باشند.

۲-۶ انرژی کرنشی

حل صفحات می تواند از طریق روش های انرژی مبتنی بر اصول انرژی کرنشی، حاصل گردد.

برای مواد الاستیک خطی، انرژی کرنشی عبارت است از رابطه ۲-۶۳ [۳۳]:

$$U = \frac{1}{2} \iiint (\varepsilon_x \sigma_x + \varepsilon_y \sigma_y + \varepsilon_z \sigma_z + \gamma_{yz} \tau_{yz} + \gamma_{xz} \tau_{xz} + \gamma_{xy} \tau_{xy}) dv \quad (۳۶-۲)$$

در صفحات نازک تحت تنش غشایی، $\tau_{xz} = \tau_{yz} = \sigma_z = 0$ بوده و از این رو عبارت انرژی کرنشی

به صورت رابطه ۲-۳۷ ساده می شود.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_{-h_b}^{h_t} (\varepsilon_x \sigma_x + \varepsilon_y \sigma_y + \gamma_{xy} \tau_{xy}) dx dy dz \quad (۳۷-۲)$$

که h_t و h_b فواصل صفحات در طول ضخامت از صفحه بالا تا صفحه پایین می باشند. اولین

انتگرال در جهت Z بوده و از این رو به رابطه کرنش (ارتباط بین کرنش سطحی میانی و انحنا) و هم چنین

ارتباط تنش با کرنش از طریق ماتریس سفتی لایه ها طبق ۲-۳۸ و ۲-۳۹ می باشند.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (۳۸-۲)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (۳۹-۲)$$

با جایگذاری روابط (۲-۳۸) و (۲-۳۹) در رابطه (۲-۳۷) و استفاده از ماتریس های سفتی چندلایه

[A]، [B] و [D]، عبارت انرژی کرنشی به صورت رابطه ۲-۴۰ ساده می شود [۳۳].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (40-2)$$

علامت T نشان دهنده ترانپوز^۱ بردار می باشد.

۷-۲ کمانش مکانیکی

کمانش در سال های اخیر چیزی بیش از یک مسأله معمولی بوده است. در این بخش انواع کمانش بیان می شود و سپس معادله های حاکم از طریق معادله های انرژی بیان خواهند شد. رفتار کمانشی می تواند از دیدگاه تعادلی به دو دسته تقسیم شود [۵]:

۱- پایدار

که در آن جابه جایی ها تحت یک حالت کنترل شده با افزایش بار، رشد می یابند، یعنی توانایی سازه در تحمل بار حفظ می شود.

۲- ناپایدار

1. Transpose

که در آن جابه‌جایی‌ها به‌طور آنی افزایش می‌یابند، ظرفیت حمل بار با شیب بسیار زیادی افت می‌کند و سازه فرو می‌پاشد. ناپایداری سیستم سازه‌ای در واقع بستگی به دو عامل دارد:

۱- پارامترهای سیستم سازه‌ای نظیر خواص مکانیکی و هندسی سازه

۲- شرایط محیطی نظیر شرایط بارگذاری

دو نوع کمانش وجود دارد:

۱- کمانش نقطه‌ی حدی

برای سیستم سازه‌ای تحت بارگذاری مشخص، فقط یک مسیر تعادل وجود دارد.

۲- کمانش نقطه‌ی چندگانه

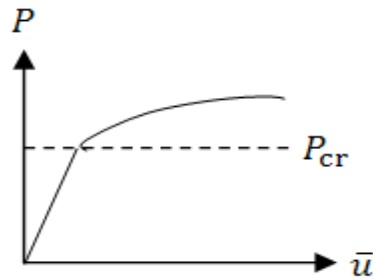
برای سیستم سازه‌ای تحت بارگذاری مشخص، بیش از یک مسیر تعادل وجود دارد.

۲-۷-۱ کمانش نقطه چندشاخگی و کمانش محلی صفحات

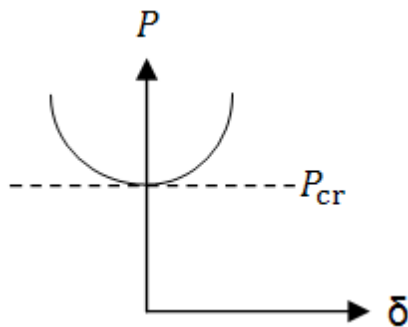
در کمانش چندشاخگی، تغییر شکل تحت بار فشاری از یک جهت به جهت دیگر تغییر می‌کند (مانند: تبدیل کوتاه‌شدگی محوری به تغییر شکل محوری). باری که در آن چندشاخگی در نمودار بار-تغییر شکل اتفاق می‌افتد، بار کمانشی بحرانی یا به‌صورت ساده‌تر بار بحرانی نامیده می‌شود. بخشی از مسیر منحنی تغییر شکل، که پیش از قسمت چندشاخگی قرار دارد، مسیر اولیه یا پیش‌کمانش و منحنی تغییر شکل بعد از چندشاخگی، مسیر ثانویه یا پس‌کمانش نامیده می‌شود. بسته به سازه یا بارگذاری، مسیر ثانویه می‌تواند متقارن یا نامتقارن باشد، یا صعودی یا نزولی تغییر کند [۳۳].

کمانش محلی^۱ در سازه‌های صفحه‌ای جدار نازک ممکن است رخ دهد، در این حالت از کمانش، رفتار تغییر مکان سازه توسط یک سری نیم‌موج و برآمدگی در طول صفحه مشاهده می‌شود و نکته شاخص در این کمانش این است که محل اتصال صفحات در مقاطع مختلف سازه به صورت یک خط صاف باقی می‌ماند [۳۳].

تغییرات کوتاه‌شدگی انتهای سازه با توجه به تغییرات نیروی فشاری و همچنین تغییرات تغییر مکان خارج از صفحه سازه، بر حسب نیروی فشاری اعمالی به سازه، در شکل‌های ۱۰-۲ و ۱۱-۲ رسم شده‌اند.



شکل ۱۰-۲ تغییرات کوتاه‌شدگی انتهای سازه با توجه به تغییرات نیروی فشاری [۳۳]



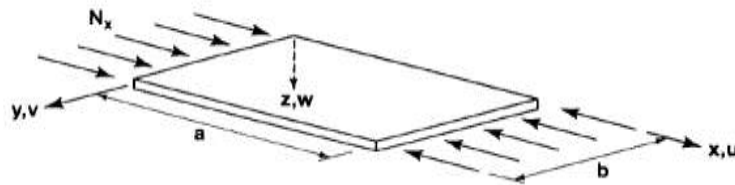
شکل ۱۱-۲ تغییرات تغییر مکان خارج از صفحه سازه بر حسب نیروی فشاری اعمالی به سازه [۳۳]

که در نمودارهای بالا، P_{cr} و \bar{u} به ترتیب بار بحرانی کمانشی و تغییر مکان می‌باشند. سازه پس از کمانش، سفتی خود را به‌طور مطلق از دست نداده، و در حقیقت پس از کمانش با کاهش سفتی مواجه‌شده و می‌توان سازه را برای عملکرد پس از کمانش نیز طراحی کرد و به‌عبارت دیگر این نوع از کمانش، پایدار است. کمانش محلی در سازه‌های صفحه‌ای می‌تواند در اثر نیروی برشی نیز به‌وجود آید که این خود جای مطالعه دارد.

۸-۲ آنالیز کمانش صفحات روی تکیه‌گاه ساده با استفاده از روش

انرژی

حالت کلی صفحات مستطیلی با ابعاد دلخواه a و b روی تکیه‌گاه ساده طبق شکل ۱۲-۲ در نظر گرفته می‌شود. جهت تحلیل این صفحات، از روش انرژی استفاده می‌شود که برای صفحه‌ای با لایه‌چینی متقارن روی تکیه‌گاه ساده که صرفاً تحت نیروهای خارج از صفحه قرار دارد، به‌صورت رابطه ۴۱-۲ می‌باشد و بدیهی است در این حالت کرنش‌های سطح میانی صفر می‌باشند.



شکل ۱۲-۲ صفحه مستطیلی روی تکیه‌گاه ساده تحت بار فشرده [۳۳]

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \{k_x \ k_y \ k_{xy}\} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} dx dy \quad (41-2)$$

با استفاده از روابط انحناها و تغییر مکان‌ها طبق رابطه ۲۳-۲ و ۲۶-۲، انرژی کرنشی عبارت است

از رابطه ۴۲-۲ [۳۲]:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b [D_{11} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right)^2 + D_{66} \left(\frac{2\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 + 2(D_{12} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + D_{16} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \frac{2\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + D_{26} \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \frac{2\partial^2 w_0}{\partial x \partial y})] dx dy \quad (42-2)$$

اگر صفحه صرفاً تحت بار صفحه‌ای ثابت موازی با محور طولی قرار داشته‌باشد، کار نیروی خارجی طبق رابطه ۴۳-۲ محاسبه می‌شود [۳۴]:

$$\Omega = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[N_x \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy \quad (43-2)$$

با استفاده از روش ریتز، می‌توان تغییر مکان را محاسبه نمود. این تغییر مکان برای صفحات روی تکیه‌گاه ساده، روی لبه‌ها صفر است. شرایط مرزی روی نقاط لبه‌ای به‌قرار رابطه ۴۴-۲ می‌باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = 0, v = 0 \quad x = 0 \quad , \quad 0 \leq y \leq b \\ u = 0, v = 0 \quad x = a \quad , \quad 0 \leq y \leq b \\ u = 0, v = 0 \quad 0 \leq x \leq a \quad , \quad y = 0 \\ u = 0, v = 0 \quad 0 \leq x \leq a \quad , \quad y = b \end{array} \right\} \quad (44-2)$$

برای ارضا کردن شرایط مرزی، می‌توان از رابطه ۴۵-۲ برای تغییر مکان استفاده نمود.

$$w_0 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J w_{ij} \sin \frac{i\pi x}{a} \frac{j\pi y}{b} \quad (45-2)$$

که در رابطه‌ی بالا w_{ij} دامنه‌ی جابه‌جایی در راستای z ، i و j تعداد ترم‌های مورد نظر در سری و اختیاری می‌باشند. بسط رابطه ۴۵-۲ و با جای‌گذاری آن‌ها در رابطه ۴۲-۲ و ۴۳-۲ و سپس براساس روش رایلی - ریتز رابطه ۴۶-۲ محاسبه می‌شود.

$$\frac{\partial \pi}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial (U + \Omega)}{\partial w_{ij}} \quad (46-2)$$

در این رابطه $\pi = U + \Omega$ انرژی پتانسیل کل جسم نامیده می‌شود و $\partial \pi = 0$ که تغییرات نسبت به ضرایب ثابت را نشان می‌دهد به‌عنوان اصل مینیمم انرژی پتانسیل شناخته می‌شود. این معادلات

حاکم در واقع معادلات دیفرانسیل بوده که حل دقیق آنها به راحتی قابل انجام نبوده و باید از روش‌های مستقیم و غیر مستقیم مانند: روش‌های نوار محدود و المان محدود و ... استفاده کرد.

۲-۹ تابع نگاشت

برای بسط روش حل گفته شده به سایر گشودگی‌ها، ابتدا باید با استفاده از یک تابع نگاشت ساده $z = x + iy$ ، نقاط روی هر گشودگی با شکل خاص (کانتور) را به دایره، به شعاع واحد تبدیل کرد که x و y آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [۳۵]:

$$\begin{aligned} x &= \lambda(\cos \theta + w \cos(n\theta)) \\ y &= -\lambda(c \sin \theta + w \sin(n\theta)) \end{aligned} \quad (۴۷-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، پارامترهای مختلفی وجود دارند که با تغییر آنها، می‌توان گشودگی‌های مختلف را مدل کرد. c و n نشان‌دهنده‌ی نوع هندسه گشودگی است. به طوری که n تعداد اضلاع گشودگی و c میزان کشیدگی و یا نسبت اضلاع شکل گشودگی را مشخص می‌کند. λ بزرگی گشودگی را نشان می‌دهد و در گشودگی‌های لبه‌دار، w معیار تیزی یا نرمی و انحنای گشودگی است ($w \geq 0$). با تغییر این پارامتر (w) می‌توان انواع گشودگی‌های مختلف را با شعاع انحنای متفاوت ایجاد کرد و در هر مورد کمانش را مورد بررسی قرار داد. تأثیر پارامترهای مختلف در ایجاد گشودگی در شکل ۲-۹ نشان داده شده است. به عنوان مثال در معادله مثلثاتی بالا برای گشودگی مثلث متساوی‌الاضلاع باید $n = 2$ و $c = 1$ باشد. برای هر گشودگی وقتی w کاهش می‌یابد گشودگی ملایم‌تر می‌شود تا اینکه w به کمترین مقدار خود، یعنی $w = 0$ می‌رسد. در این حالت گشودگی به دایره تبدیل می‌شود. مثلاً برای گشودگی شش‌ضلعی ($n = 5, c = 1$) تغییرات w در شکل زیر ارائه شده است و روند میل کردن گشودگی شش‌ضلعی به دایره را نشان می‌دهد. در این شکل انواع گشودگی‌ها برای $c = 1$ می‌باشد.



n=2 n=3 n=3 n=5 n=1
w=0.3 w=0.15 w=0.1 w=0.08 w=0

شکل ۲-۱۳ تاثیر پارامترهای n و w در ایجاد گشودگی [۳۵]

رابطه‌ی فوق تنها نقاط روی مرز گشودگی را مدل می‌کند. برای به دست آوردن نقاط خارج از گشودگی از متغیر ξ استفاده می‌کنیم که آن را به وسیله پارامترهای ρ و θ به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\xi = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos\theta + i \sin\theta) \quad (48-2)$$

با توجه به رابطه اوایلر خواهیم داشت:

$$e^{in\theta} = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta) \quad (49-2)$$

$$e^{-in\theta} = \cos(n\theta) - i \sin(n\theta)$$

با جایگذاری $\rho = 1$ در رابطه (۴۸-۲) می‌توان دایره‌ای به شعاع واحد را به صورت زیر مدل کرد:

$$\cos(n\theta) = \frac{1}{2} \left[\zeta^n + \frac{1}{\zeta^n} \right] \quad (50-2)$$

$$\sin(n\theta) = -\frac{i}{2} \left[\zeta^n - \frac{1}{\zeta^n} \right]$$

برای نگاشتن هر نوع گشودگی، به دایره‌ای به شعاع واحد می‌توان از تابع انتقال $w(\xi)$ که به

صورت زیر تعریف می‌شود استفاده کرد [۳۵]:

$$w(\xi) = x + iy \quad (51-2)$$

با جایگذاری x و y از رابطه (۴۷-۲) در رابطه (۵۱-۲) به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[\left(\left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n} \right) \right) - c \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) + w \left(\xi^n - \frac{1}{\xi^n} \right) \right] \quad (52-2)$$

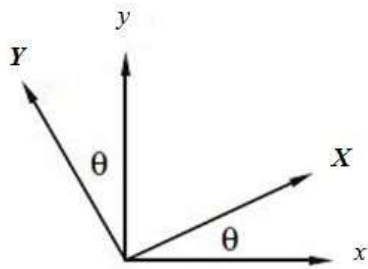
که اگر آن را ساده کنیم به صورت زیر خواهد شد:

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[(1-c)\xi + \frac{(1+c)}{\xi} + 2w\xi^n \right] \quad (53-2)$$

با توجه به تابع نگاشت فوق اگر $\rho = 1$ باشد نقاط روی مرز گشودگی مشخص می‌شوند اما برای نگاشتن نقاط خارج گشودگی کافی است مقدار ρ را کوچک‌تر از یک انتخاب کرد. با استفاده از تابع نگاشت فوق و انتخاب مناسب برای پارامترهای n ، c و w می‌توان گشودگی‌های مختلف را مدل کرد [36].

۱۰-۲ روابط مربوط به چرخش گشودگی

برای بررسی حالت چرخش گشودگی، نیاز است که در روابط (۲۳-۲) تا (۲۵-۲) تغییراتی به شکل زیر اعمال کنیم:



شکل ۱۴-۲ چرخش محورها

با توجه به تعریف $w(\xi)$ ، در مختصات جدید $X - Y$ داریم:

$$w(\xi) = X + iY \quad (54-2)$$

که مختصات $X - Y$ جدید با توجه به مختصات $x - y$ مرجع و اگر زاویه چرخش گشودگی را β در نظر بگیریم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X = x \cos \theta - y \sin \theta \quad (55-2)$$

$$Y = x \sin \theta + y \cos \theta$$

که در آن:

$$\begin{cases} x = \lambda(\cos\theta + w\cos(n\theta)) \\ y = -\lambda(c\sin\theta - w\sin(n\theta)) \end{cases} \quad (56-2)$$

با جایگذاری رابطه (56-2) در (55-2) و سپس در رابطه (54-2) خواهیم داشت:

$$w(\xi) = (x \cos \beta - y \sin \beta) + i(x \sin \beta + y \cos \beta) \quad (57-2)$$

$$w(\xi) = \lambda \left[\begin{array}{l} (\cos\theta + w\cos(n\theta))\cos\beta - (c\sin\theta - w\sin(n\theta))\sin\beta \\ + i(-(\cos\theta + w\cos(n\theta))\sin\beta - (c\sin\theta - w\sin(n\theta))\cos\beta) \end{array} \right] \quad (58-2)$$

$$w(\xi) = \lambda \left[\begin{array}{l} \cos\theta \cos\beta + w \cos(n\theta) \cos\beta - c \sin\theta \sin\beta + \\ w \sin(n\theta) \sin\beta - i \cos\theta \sin\beta - iw \cos(n\theta) \sin\beta - \\ ic \sin\theta \cos\beta + iw \sin(n\theta) \cos\beta \end{array} \right] \quad (59-2)$$

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[\begin{array}{l} \left(\xi + \frac{1}{\xi}\right) \cos\beta + w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n}\right) \cos\beta - ic \left(\xi - \frac{1}{\xi}\right) \sin\beta + \\ iw \left(\xi^n - \frac{1}{\xi^n}\right) \sin\beta + i \left(\xi + \frac{1}{\xi}\right) \sin\beta + iw \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n}\right) \sin\beta - \\ c \left(\xi - \frac{1}{\xi}\right) \cos\beta + w \left(\xi^n + \frac{1}{\xi^n}\right) \cos\beta \end{array} \right] \quad (60-2)$$

پس بنابراین خواهیم داشت:

$$w(\xi) = \frac{\lambda}{2} \left[a\xi + \frac{b}{\xi} + cw\xi^n + \frac{dw}{\xi^n} \right] \quad (61-2)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} a &= \cos\beta - ic \sin\beta + i \sin\beta - c \cos\beta \\ b &= \cos\beta + ic \sin\beta + i \sin\beta + c \cos\beta \\ c &= \cos\beta + i \sin\beta + i \sin\beta + \cos\beta \\ d &= \cos\beta - i \sin\beta + i \sin\beta - \cos\beta \end{aligned} \quad (62-2)$$

فصل ۳

بهینه‌سازی و الگوریتم ژنتیک

۳-۱ مقدمه

به دست آوردن بهترین نتیجه ممکن برای یک مسأله با توجه به شرایط حاکم بر آن را بهینه‌سازی گویند. در علم مهندسی واژه‌ی طراحی را می‌توان انتخاب بهترین طرح از بین طرح‌های ممکن تعریف کرد. اما این بهترین، بسته به شرایط و نوع کاربرد، معانی مختلفی پیدا می‌کند؛ انتخاب بهترین مقدار برای مقادیری چون: مقاومت، ضخامت، جنس مواد و... در طی یک روند بهینه‌سازی میسر می‌گردد. اما باید توجه داشت که انتخاب بهترین طرح برای رسیدن به هدف نهایی، پیچیده‌ترین و سخت‌ترین مرحله‌ی طراحی می‌باشد و می‌تواند تعابیر مختلفی داشته باشد. برای یک طراح روش‌های علمی و کاربردی زیادی برای پروسه‌ی طراحی و بهینه‌سازی وجود دارد؛ البته محدودیت‌های زیادی نظیر سرعت و نیز قیمت تمام‌شده، بر انتخاب یک طراح تأثیرگذار است. بنابراین متغیرهای مختلفی در رسیدن به طرح نهایی مؤثرند. در واقع هدف از پروسه‌ی طراحی، پاسخ به این سوال است: بهترین ترکیب‌بندی متغیرهای طراحی جهت رسیدن به بهترین پیکربندی یک سازه چیست؟ [۴]

یکی از مراحل مهم در روند طراحی، بهینه‌سازی می‌باشد. بدین ترتیب که پارامترهای مؤثر در طراحی را طوری تغییر می‌دهند تا پارامترهای اصلی و مدنظر، با توجه به محدودیت‌ها و امکانات موجود، به بهترین حالت ممکن برسند.

بیشتر روش‌های بهینه‌سازی طراحی، دارای محاسبات تکراری قابل توجهی هستند که بایستی با نرم افزارهای رایانه‌ای محاسبه شوند. اکثر الگوریتم‌های محاسباتی فقط تا حد خاصی همگرا هستند، یعنی الگوریتمی که برای مسائل بهینه‌سازی عمومی، در تعداد محدودی از چرخه همگرا شود، وجود ندارد.

در بیشتر مسائل، هدف پیدا کردن یک تابع هدف و یا تابع هزینه به صورت حداکثر یا حداقل است.

۳-۲ الگوریتم‌های فراابتکاری^۱

به‌طور کلی الگوریتم‌های بهینه‌سازی را می‌توان در دو دسته‌ی الگوریتم‌های دقیق^۲ و الگوریتم‌های تقریبی^۳ تقسیم‌بندی کرد. الگوریتم‌های دقیق قادر به یافتن جواب بهینه به صورت دقیق هستند اما در مورد مسائل بهینه‌سازی سخت، کارایی ندارند و زمان حل آن‌ها در این مسائل به صورت نمایی افزایش می‌یابد. الگوریتم‌های تقریبی قادر به یافتن جواب‌های خوب (نزدیک به بهینه) در زمان حل کوتاه برای مسائل بهینه‌سازی پیچیده هستند [۴].

رویکردهای فراابتکاری امروزه کاربرد بسیاری در شاخه‌های مختلف علم بهینه‌سازی پیدا کرده‌اند. مبنای این رویکردها عمدتاً بر اساس نظم یا قواعد موجود در ارگانیسم‌های طبیعی یا برگرفته از دیگر شاخه‌های علوم است. رویکردهای فوق بر خلاف روش‌های دقیق بهینه‌سازی، به دنبال نقاط تا حد ممکن نزدیک به بهینه‌ی سراسری می‌باشند به طوری که نظر تصمیم‌گیرنده را تا سطح قابل قبولی برآورده سازد. به عبارت دیگر، روش‌های فراابتکاری روش‌هایی هستند که حل‌های نزدیک به بهینه را با یک هزینه‌ی محاسباتی قابل قبول جستجو می‌کنند ولی تضمینی برای رسیدن به حل بهینه نمی‌دهند. به روش‌های فراابتکاری اصطلاحاً روش‌های غیردقیق یا تقریبی نیز گفته می‌شود چرا که مکانیزم‌های تصادفی در ایجاد ساختار آن‌ها نقش مهمی را ایفا می‌کنند. چنین الگوریتم‌هایی دارای راهکارهای برون‌رفت از بهینه‌ی محلی می‌باشند و قابل کاربرد در طیف گسترده‌ای از مسائل هستند [۳۶]. در اینجا به صورت کلی معیارهای مختلفی که می‌تواند برای طبقه‌بندی الگوریتم‌های فراابتکاری مورد استفاده قرار گیرد، بیان می‌گردد [۲].

1. Metaheuristic
2. Exact
۳. Approximate Algorithms

مبتنی بر یک جواب و مبتنی بر جمعیت: الگوریتم‌های مبتنی بر یک جواب در حین فرآیند

جستجو یک جواب را تغییر می‌دهند، در حالی که در الگوریتم‌های مبتنی بر جمعیت، یک جمعیت از جواب‌ها در نظر گرفته می‌شوند. از الگوریتم‌های متداول فراابتکاری مبتنی بر یک جواب می‌توان الگوریتم جستجوی ممنوعه و الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده را نام برد و از الگوریتم‌های شناخته شده‌ی فراابتکاری بر پایه جمعیت می‌توان الگوریتم ژنتیک^۱، بهینه‌سازی کلونی مورچگان^۲، کلونی زنبورها^۳، روش بهینه‌سازی انبوه ذرات^۴، الگوریتم رقابت استعماری^۵، و الگوریتم چکه آب‌های هوشمند^۶ را نام برد [۲].

الهام گرفته شده از طبیعت و بدون الهام از طبیعت: بسیاری از الگوریتم‌های فراابتکاری از

طبیعت الهام گرفته شده‌اند، در این میان برخی از الگوریتم‌های فراابتکاری نیز از طبیعت الهام گرفته نشده‌اند [۲].

با حافظه و بدون حافظه: برخی از الگوریتم‌های فراابتکاری فاقد حافظه می‌باشند، به این معنا

که، این نوع الگوریتم‌ها از اطلاعات به‌دست آمده در حین جستجو استفاده نمی‌کنند (مثلاً تبرید شبیه‌سازی شده) این درحالی است که در برخی از الگوریتم‌های فراابتکاری نظیر جستجوی ممنوعه، از حافظه استفاده می‌کنند؛ که در این حافظه، اطلاعات به‌دست آمده در حین جستجو را در خود ذخیره می‌کند [۲].

-
1. Genetic algorithm
 2. Ant colony optimization
 3. Bee colony optimization
 4. Particle swarm optimization
 5. Imperilist competitive algorithm
 6. Intelligent water drops

قطعی و احتمالی: یک الگوریتم فراابتکاری قطعی نظیر جستجوی ممنوعه، مسأله را با استفاده از تصمیمات قطعی حل می‌کند. اما در الگوریتم‌های فراابتکاری احتمالی نظیر تبرید شبیه‌سازی شده، یک سری قوانین احتمالی در حین جستجو مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲].

۳-۳ تابع هدف

روش‌های طراحی معمول، مارا در یافتن یک طرح قابل قبول یا مناسب یاری می‌دهند. این نوع طراحی تنها نیازمندی‌های عملی و دیگر نیازمندی‌های مسأله را برآورده می‌کنند. لیکن تنها قابل قبول بودن یک جواب مورد نظر نبوده، و هدف از بهینه‌سازی انتخاب بهترین طرح از بین طرح‌های قابل قبول موجود می‌باشد. بنابراین باید معیاری برای مقایسه طرح‌های قابل قبول مختلف و انتخاب بهترین آن‌ها تعیین شود. چنین معیاری که طرح، نسبت به آن بهینه می‌شود را به صورت تابعی از متغیرهای طراحی بیان می‌کنند و معیار انتخاب، بهترین جواب می‌باشد و آن را تابع معیار، تابع مزیت و یا تابع هدف می‌نامند. انتخاب تابع هدف به طبیعت مسأله بستگی دارد. مثلاً در مسائل طراحی مهندسی سازه، تابع هدف معمولاً کمینه‌سازی هزینه است و در طراحی سیستم‌های مکانیکی، هدف، بیشینه‌کردن بازدهی مکانیکی می‌باشد. بنابراین انتخاب تابع هدف در بیشتر مسائل طراحی آسان به نظر می‌رسد. با این وجود ممکن است در حالاتی، بهینه‌سازی نسبت به یک معیار مشخص، به نتایجی بیانجامد که نسبت به معیاری دیگر، رضایت‌بخش نباشد. برای مثال در مکانیزم‌ها، ممکن است طراحی با یک زاویه‌ی انتقال بهینه، شامل بهترین سطوح نیرو نباشد. بنابراین انتخاب تابع هدف یکی از مهم‌ترین تصمیمات در کل فرایند بهینه‌سازی است [۲].

۳-۴ تاریخچه الگوریتم ژنتیک

این روش برای اولین بار در سال ۱۹۶۰ در دانشگاه میشیگان به وسیله فردی به نام جان هلند براساس مفهوم تئوری تکاملی داروین ارائه گردید [۳۷]. پس از آن دانشجوی او به نام گلدبرگ در سال ۱۹۸۹ آن را تعمیم داد [۳۸]. امروزه این روش کاربرد وسیعی برای بهینه‌سازی در زمینه‌های مختلف علوم و مهندسی پیدا کرده‌است و استفاده از آن به‌خصوص در سال‌های اخیر مرتباً رو به گسترش است.

الگوریتم ژنتیک (GA) یک روش جستجوی موثر فضاها بسیار وسیع و بزرگ است که در نهایت منجر به جهت‌گیری به سمت پیدا کردن یک جواب بهینه می‌گردد که شاید نتوان در مدت زمان زندگی یک فرد به جواب بهینه دست یافت. در الگوریتم ژنتیک با یک سری جمعیت^۱ یا مجموعه‌ای از نقاط، به صورت تصادفی، روبه‌رو هستیم. اگرچه الگوریتم ژنتیک از پدیده‌های تصادفی استفاده می‌کند اما خودش به هیچ‌وجه تصادفی نیست، بلکه از اطلاعات تاریخی موجود، برای هدایت عملیات جستجو به منطقه‌ای با عملکرد بهتر، در فضای جستجو، استفاده می‌کند. روش‌های اصلی الگوریتم ژنتیک به گونه‌ای طراحی شده‌اند تا بتوانند فرآیندهای ضروری برای تکامل، در سیستم‌های طبیعی را شبیه‌سازی کنند.

از جمله مهم‌ترین این فرآیندها، آن‌هایی هستند که از قوانینی که اولین بار توسط چارلز داروین و با نام "بقای بهترین"^۲ مطرح شد، پیروی می‌کنند. علت این امر آن است که در طبیعت، رقابت میان موجودات زنده، برای دستیابی به منابع کم‌یاب، منجر به غلبه‌ی بهترین موجودات بر موجودات ضعیف‌تر می‌شود [۴].

1. Population
2. Survival of the fittest

۳-۵ بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی الهام گرفته از طبیعت جاندار (موجودات زنده) می‌باشد که می‌توان در طبقه‌بندی‌ها، از آن به‌عنوان یک روش جستجوی مستقیم و تصادفی یاد کرد. این الگوریتم، الگوریتمی مبتنی بر تکرار است و اصول اولیه‌ی آن از علم ژنتیک اقتباس گردیده است و با تقلید از تعدادی از فرآیندهای مشاهده شده در تکامل طبیعی، به‌دست آمده است و به‌طور مؤثری از حالت‌های قدیمی موجود در یک جمعیت استفاده می‌کند تا حل‌های جدید و بهبودیافته را ایجاد کند. این الگوریتم در مسائل متنوعی نظیر: بهینه‌سازی، شناسایی و کنترل سیستم، پردازش تصویر و مسائل ترکیبی، تعیین توپولوژی و آموزش شبکه‌های عصبی مصنوعی، به‌کار می‌رود. همچنین یادآور می‌شویم که اساس این الگوریتم، قانون تکامل داروین (بقای بهترین) می‌باشد که می‌گوید: موجودات ضعیف‌تر از بین می‌روند و موجودات قوی‌تر باقی می‌مانند. در واقع تکامل، فرآیندی است که روی رشته‌ها صورت می‌گیرد، نه روی موجودات زنده‌ای که معرف موجودات رشته است. در واقع، قانون انتخاب طبیعی برای بقا می‌گوید: که هرچه امکان تطبیق موجود باشد، بقای موجود امکان‌پذیرتر است و احتمال تولیدمثل بیشتری برایش وجود دارد. این قانون براساس پیوند بین رشته‌ها و عملکرد ساختمان‌های رمزگشایی‌شده‌ی آن‌ها می‌باشد [۴].

الگوریتم ژنتیک به‌دلیل تقلید نمودن از طبیعت، دارای چند اختلاف اساسی با روش‌های جستجوی مرسوم می‌باشد که در زیر به آن‌ها اشاره می‌کنیم:

- الگوریتم ژنتیک با رشته‌های بیتی کار می‌کند که هرکدام از این رشته‌ها کل مجموعه‌ی متغیرها را نشان می‌دهد حال آن‌که بیشتر روش‌ها به‌طور مستقل، با متغیرهای ویژه برخورد می‌کنند.
- الگوریتم ژنتیک برای راهنمایی جهت جستجو، انتخاب تصادفی انجام می‌دهد که به‌این ترتیب به اطلاعات مشتق نیاز ندارد.

• در الگوریتم ژنتیک، روش‌های جستجو بر اساس مکانیزم انتخاب و ژنتیک طبیعی عمل می‌نمایند.

این الگوریتم، مناسب‌ترین رشته‌ها را از میان اطلاعات تصادفی سازماندهی شده، انتخاب می‌کند. در هر نسل یک گروه جدید رشته‌ها با استفاده از بهترین قسمت‌های دنباله‌های قبلی و بخش جدید اتفافی، برای رسیدن به یک جواب مناسب، به‌وجود می‌آیند. با وجود این‌که الگوریتم تصادفی است ولی در زمره الگوریتم‌های ساده نیست. آن‌ها به‌طور کارآمدی به اکتشاف اطلاعات گذشته در فضای جستجو می‌پردازند تا در یک نقطه‌ی جستجوی جدید، با پاسخ‌های بهتر به سمت بهترین جواب پیش روند. هنگام پیش‌آمدسازی^۱ الگوریتم ژنتیک، عمل پیش‌آمدسازی ساده را نمی‌پیمایند، بلکه آن‌ها داده‌های پیشین را با تفکر انتخاب جستجوی جدید، جهت رسیدن به پیشرفت مورد نظر، توأم می‌کنند [۴].

• الگوریتم ژنتیک در هر تکرار، چند نقطه از فضای جستجو را در نظر می‌گیرد بنابراین شانس اینکه به یک ماکزیمم محلی همگرا شود، کاهش می‌یابد.

در بیشتر روش‌های جستجوی مرسوم، قاعده‌ی تصمیم حاکم به این‌صورت عمل می‌کند که از یک نقطه به نقطه‌ی دیگر حرکت می‌کند. این روش‌ها می‌توانند در فضاها‌ی جستجو دارای چند بیشینه‌ی خطرناک باشد. زیرا ممکن است آن‌ها به یک ماکزیمم محلی همگرا شوند. لیکن الگوریتم ژنتیک جمعیت‌های کاملی از رشته‌ها (نقطه‌ها) را تولید می‌کند. سپس هر نقطه را به‌صورت انفرادی امتحان کرده و با ترکیب محتویات آن‌ها با یک جمعیت جدید که شامل نقطه‌های بهبودیافته است، تشکیل می‌دهد. صرف‌نظر از یک جستجو، ملاحظه‌ی هم‌زمان تعدادی از نقطه‌ها در الگوریتم ژنتیک، آن‌را با ماشین‌های موازی، مطابق می‌سازد زیرا در این‌جا تکامل هر نقطه یک فرآیند مستقل است. لذا الگوریتم ژنتیک فقط نیاز به اطلاعاتی در رابطه با کیفیت حل‌های ایجادشده به‌وسیله‌ی هر مجموعه از متغیرها

1. Randomization

دارد، در صورتی که بعضی از روش‌های بهینه‌سازی نیاز به اطلاعات یا حتی نیاز به شناخت کامل از ساختمان مسأله و متغیرها دارند. در نتیجه، الگوریتم ژنتیک قابل انعطاف‌تر از بیشتر روش‌های جستجو است.

۳-۶ مکانیزم الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک به‌عنوان یک الگوریتم محاسباتی بهینه‌سازی، با در نظر گرفتن مجموعه‌ای از نقاط فضای جواب، در هر تکرار محاسباتی، به‌نحو مؤثری، نواحی مختلف فضای جواب را جستجو می‌کند. در مکانیزم جستجو گرچه مقدار تابع هدف تمام فضای جواب محاسبه نمی‌شود ولی مقدار محاسبه شده‌ی تابع هدف برای هر نقطه، در متوسط‌گیری آماری تابع هدف برای هر نقطه، در متوسط‌گیری آماری تابع هدف در کلیه‌ی زیرفضاهایی که آن نقطه به آن‌ها وابسته بوده، دخالت داده می‌شود و این زیرفضاها به‌طور موازی از نظر تابع هدف متوسط‌گیری، آماری می‌شوند. این مکانیزم را توازی ضمنی^۱ می‌گویند. این روند باعث می‌شود که جستجوی فضا به نواحی از آن که متوسط آماری تابع هدف در آن‌ها زیاد بوده و امکان وجود نقطه‌ی بهینه‌ی مطلق در آن بیشتر است، سوق پیدا کند. چون در این روش برخلاف روش‌های تک‌مسیر، فضای جواب به‌طور همه‌جانبه جستجو می‌شود، امکان کمتری برای همگرایی به یک نقطه‌ی بهینه محلی، وجود خواهد داشت [۲].

در هر تکرار هر یک از رشته‌های موجود در جمعیت رشته‌ها، رمزگشایی شده و مقدار تابع هدف برای آن به‌دست می‌آید. براساس مقادیر به‌دست آمده تابع هدف در جمعیت رشته‌ها، به هر رشته یک عدد برازندگی نسبت داده می‌شود. این عدد برازندگی احتمال انتخاب را برای هر رشته تعیین خواهد کرد. براساس این احتمال انتخاب، مجموعه‌ای از رشته‌ها، انتخاب شده و با اعمال عملکردهای ژنتیکی

1. Implicit parallelism

روی آن‌ها، رشته‌های جدید جایگزین رشته‌هایی از جمعیت اولیه می‌شوند تا تعداد جمعیت رشته‌ها در تکرارهای محاسباتی مختلف، ثابت باشد [۲].

مکانیزم‌های تصادفی که روی انتخاب و حذف رشته‌ها عمل می‌کنند به‌گونه‌ای هستند که رشته‌هایی که عدد برازندگی بیشتری دارند، احتمال بیشتری برای ترکیب و تولید رشته‌های جدید داشته و در مرحله‌ی جایگزینی، نسبت به دیگر رشته‌ها مقاوم‌تر هستند. بدین لحاظ جمعیت دنباله‌ها در یک رقابت، براساس تابع هدف، در طی نسل‌های مختلف، کامل‌شده و متوسط مقدار تابع هدف در جمعیت رشته‌ها افزایش می‌یابد. به‌طور کلی در این الگوریتم، ضمن آن‌که در هر تکرار محاسباتی، توسط عملگرهای ژنتیکی، نقاطی جدید از فضای جواب، مورد جستجو قرار می‌گیرند، توسط مکانیزم انتخاب، نواحی از فضا را که متوسط آماری تابع هدف در آن‌ها بیشتر است، کنکاش می‌کند، که بر این اساس، در هر تکرار محاسباتی، سه عملگر اصلی، روی رشته‌ها عمل می‌کنند؛ این سه عملگر عبارتند از: دو عملگر ژنتیکی و عملگر انتخابی تصادفی [۴].

بدن همه موجودات زنده، از سلول تشکیل شده‌است و در هر سلولی، دسته‌ی کروموزوم‌های^۱ یکسانی وجود دارد. کروموزوم‌ها رشته‌هایی از DNA هستند که در واقع الگویی برای تمام بدن می‌باشند. هر کروموزومی محتوی دسته‌هایی از DNA است که ژن^۲ نامیده می‌شوند و هر ژنی پروتئین خاصی را رمزگذاری می‌کند [۴].

در الگوریتم ژنتیک، مجموعه‌ای از متغیرهای طراحی را توسط رشته‌هایی با طول ثابت^۳ یا متغیر^۴ کدگذاری می‌کنند که در سیستم‌های بیولوژی آن‌ها را کروموزوم یا فرد^۵ می‌نامند. هر رشته یا کروموزوم، یک نقطه‌ی پاسخ در فضای جستجو را نشان می‌دهد. به ساختمان رشته‌ها یعنی مجموعه‌ای از پارامترها

1. Chromosome
2. Gene
3. Fixed length
4. Variable
5. Individual

که توسط یک کروموزوم خاص نمایش داده می‌شود، ژنوتیپ^۱ و به مقدار رمزگشایی آن فنوتیپ^۲ می‌گویند. الگوریتم‌های وراثتی فرآیندهای تکراری هستند، که هر مرحله‌ی تکراری را نسل و مجموعه‌هایی از پاسخ‌ها در هر نسل را جمعیت نامیده‌اند [۴].

الگوریتم ژنتیک، جستجوی اصلی را در فضای پاسخ به اجرا می‌گذارد. این الگوریتم با تولید نسل^۳ آغاز می‌شود که وظیفه‌ی ایجاد مجموعه نقاط جستجوی اولیه به نام «جمعیت اولیه»^۴ را برعهده دارند و به‌طور انتخابی یا تصادفی تعیین می‌شوند. از آنجایی که الگوریتم ژنتیک برای هدایت عملیات جستجو به‌طرف نقطه‌ی بهینه از روش‌های آماری استفاده می‌کند، در فرآیندی که به انتخاب طبیعی وابسته است، جمعیت موجود به تناسب برازندگی افراد آن برای نسل بعد انتخاب می‌شود. سپس عملگرهای ژنتیکی شامل انتخاب^۵، پیوند (ترکیب)^۶، جهش^۷ و دیگر عملگرهای احتمالی اعمال شده و جمعیت جدید به‌وجود می‌آید. پس از آن جمعیت جدید جایگزین جمعیت پیشین می‌شود و این چرخه ادامه می‌یابد [۴].

معمولاً جمعیت جدید برازندگی بیشتری دارد، این بدان معناست که نسلی به نسل دیگر، جمعیت بهبود می‌یابد. هنگامی جستجو نتیجه‌بخش خواهد بود که به حداثر نسل ممکن رسیده باشیم یا همگرایی حاصل شده باشد و یا معیارهای توقف برآورده شده باشد.

۳-۷ عملگرهای الگوریتم ژنتیک

به‌طور خلاصه الگوریتم ژنتیک از عملگرهای زیر تشکیل شده‌است:

1. Genotype
2. Phenotype
3. Seeding
4. Initial population
5. Selection
6. Crossover
7. Mutation

۳-۷-۱ کدگذاری^۱

این مرحله شاید مشکل‌ترین مرحله از حل مسأله به‌روش الگوریتم باشد. الگوریتم ژنتیک به‌جای آن‌که بر روی پارامترها یا متغیرهای مسأله کار کند، با شکل کدشده‌ی آن‌ها سروکار دارد. یکی از روش‌های کد کردن، کد کردن دودویی می‌باشد که در آن هدف، تبدیل جواب مسأله به رشته‌ای از اعداد باینری (در مبنای ۲) می‌باشد [۴].

۳-۷-۲ ارزیابی^۲

تابع برازندگی را از اعمال تبدیل مناسب بر روی تابع هدف یعنی تابعی که قرار است بهینه شود، به‌دست می‌آورند. این تابع هر رشته را با یک مقدار عددی ارزیابی می‌کند که کیفیت آن‌را مشخص می‌نماید. هرچه کیفیت رشته‌ی جواب بالاتر باشد مقدار برازندگی جواب بیشتر است و احتمال مشارکت برای تولید نسل بعدی افزایش خواهد یافت [۴].

۳-۷-۳ ترکیب

مهم‌ترین عملگر در الگوریتم ژنتیک، عملگر ترکیب است. ترکیب فرآیندی است که در آن نسل قدیمی کروموزوم‌ها با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا نسل تازه‌ای از کروموزوم‌ها به‌وجود بیاید.

1. Encoding
2. Evaluation

جفت‌هایی که در قسمت انتخاب، به‌عنوان والد در نظر گرفته شدند در این قسمت ژن‌هایشان را باهم مبادله می‌کنند و اعضای جدید را به‌وجود می‌آورند. ترکیب در الگوریتم ژنتیک باعث از بین رفتن پراکندگی یا تنوع ژنتیکی جمعیت می‌شود زیرا اجازه می‌دهد ژن‌های خوب یکدیگر را بیابند [۴].

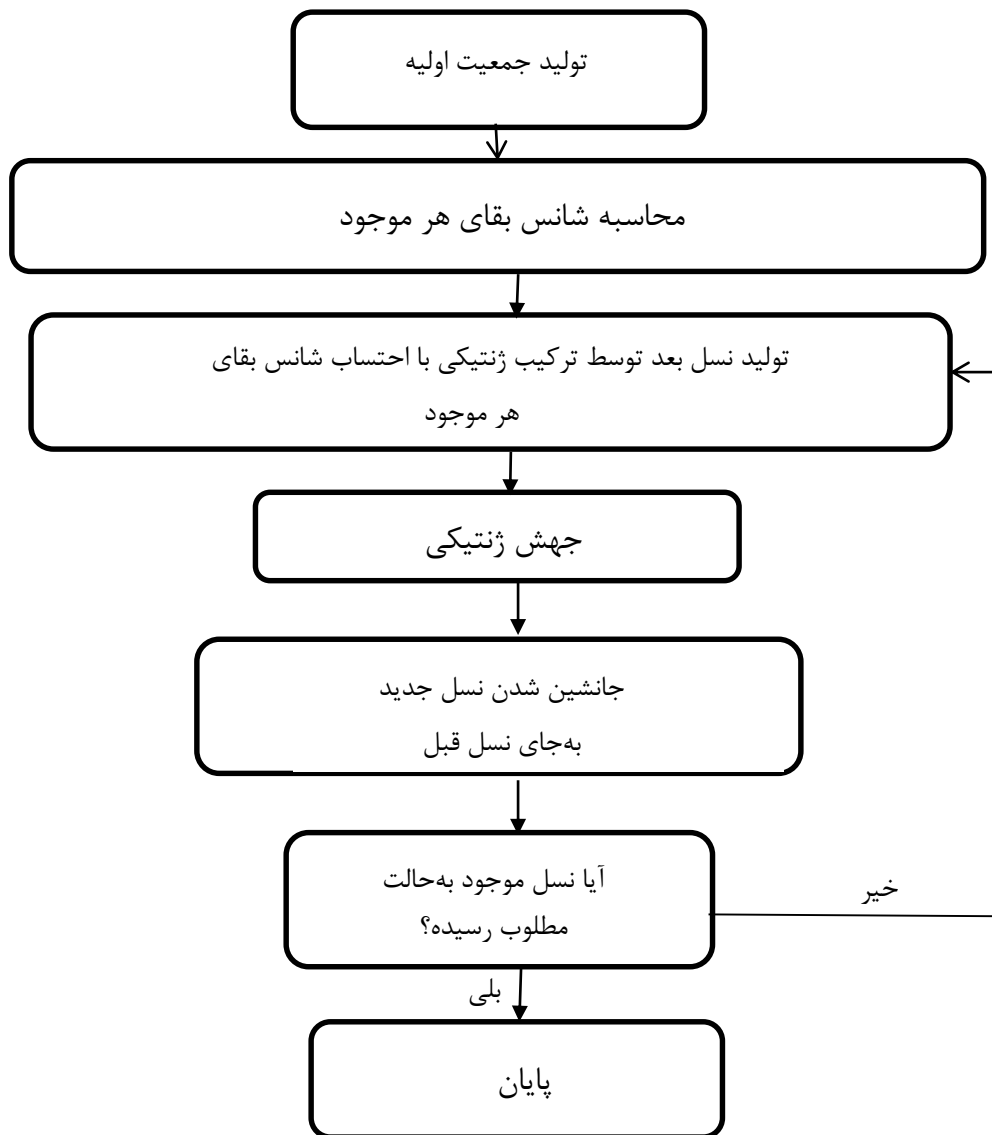
۳-۷-۴ جهش

جهش نیز عملگر دیگری است که جواب‌های ممکن را متولد می‌کند. الگوریتم ژنتیک بعد از این که یک عضو از جمعیت جدید به‌وجود آمد، هر ژن آن با احتمال جهش، جهش می‌یابد. در جهش ممکن است ژنی از مجموعه ژن‌های جمعیت حذف شود یا ژنی که تا به‌حال در جمعیت وجود نداشته است به آن اضافه شود. جهش یک ژن به‌معنای تغییر آن ژن است و وابسته به نوع کدگذاری، روش‌های متفاوت جهش استفاده می‌شود [۴].

۳-۷-۵ رمزگشایی^۱

رمزگشایی، عکس عمل رمزگذاری است. در این مرحله بعد از این که الگوریتم، بهترین جواب را برای مسأله ارائه کرد، لازم است عکس عمل رمزگذاری روی جواب‌ها اعمال شود تا بتوانیم نسخه‌ی واقعی جواب را به‌وضوح در دست داشته باشیم [۴].

شکل ۳-۱ شماتیک کلی الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۱ شماتیک کلی الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک [۴]

۳-۸ روش‌های کدگذاری

در این قسمت به بررسی انواع کدینگ خواهیم پرداخت. هر چند همان‌طور که قبلاً هم گفته شده بود، معمولاً از کدکردن باینری استفاده می‌شود، اما در بسیاری از موارد، کدینگ‌های دیگری به دلیل ماهیت مسأله مورد نیاز است.

الگوریتم ژنتیک به‌جای این‌که بر روی پارامترها یا متغیرهای مسأله کار کند، با شکل گذشته‌ی آن‌ها سرو کار دارد. یکی از روش‌های کد کردن، کد کردن باینری می‌باشد که در آن، هدف تبدیل جواب مسأله به رشته‌ای از اعداد باینری است. تعداد بیت‌هایی که برای کدگذاری متغیرها استفاده می‌شود، به دقت مورد نظر برای جواب‌ها، محدوده‌ی تغییر پارامترها و رابطه بین متغیرها وابسته است. رشته یا دنباله‌ای از بیت‌ها که به‌عنوان شکل گذشته‌ی یک جواب از مسأله، مورد نظر می‌باشد، کروموزوم نامیده می‌شود. در حقیقت بیت‌های یک کروموزوم، نقش ژن‌ها در طبیعت را بازی می‌کنند. یکی از ویژگی‌های اصلی الگوریتم ژنتیک آن است که به‌طور متناوب بر روی فضای کدینگ و فضای جواب کار می‌کنند.

ذکر این نکته ضروری است که هر زمان که از کدینگ صحبت به‌میان می‌آید به‌طور پیش‌فرض منظور کد کردن باینری می‌باشد (رشته‌های باینری). همچنین ساختمان داده‌ی مورد استفاده به‌طور پیش‌فرض، رشته می‌باشد [۴].

۳-۸-۱ کدگذاری باینری^۱

این تبدیل، تبدیل استاندارد در الگوریتم‌های ژنتیک می‌باشد. کدگذاری باینری ساده‌ترین کدگذاری و بهترین تبدیل برای عملگرهای ژنتیک است. اما در مسأله‌های پیچیده، این نوع تبدیل چندان مناسب نیست زیرا معمولاً باعث می‌شود طول کروموزوم‌ها برای نگه‌داری اطلاعات پاسخ، بسیار بزرگ شود. در تبدیل باینری، اعضای جمعیت به رشته‌هایی از صفرها و یک‌ها تبدیل می‌شوند. به‌عنوان مثال فرض کنید الگوریتم می‌خواهد ماکزیمم تابع $F(x, y, z)$ را پیدا کند. در نظر بگیرید جستجو باید در اعداد صحیح مثبت و در محدوده ۰ تا ۲۵۵ انجام شود، هر پاسخ ممکن شامل سه عدد X و Y و Z می‌باشد. طول هر عدد در محدوده‌ی مورد نظر مسأله، در تبدیل باینری، حداکثر ۸ بیت می‌باشد. اگر هر کروموزوم را به صورت xyz در نظر بگیریم، بنابراین برای پوشش دادن به پاسخ‌های ممکن لازم

1. Binary coding

است طول کروموزوم $3 \times 8 = 24$ بیت باشد. برای این مسأله کروموزوم I می‌تواند به شکل زیر باشد [۴].

$$C = 11010101110001100110111$$

در همین مسأله اگر لازم باشد اعداد منفی نیز جستجو شود می‌توان یک بیت به ابتدای هر رشته اضافه کرد که مثلاً اگر صفر باشد، عدد، مثبت و اگر ۱ باشد عدد، منفی در نظر گرفته شود [۴].

$$000000001 = 1$$

$$100000001 = -1$$

۳-۸-۲ کدگذاری جایگشتی^۱

در این روش، کروموزوم‌ها به صورت رشته‌ای از اعداد طبیعی نشان داده می‌شوند که هر کدام از این اعداد، مربوط به پارامتر ویژه‌ای در فضای حل مسأله است. ترتیب قرارگیری این اعداد مهم بوده و طول رشته دقیقاً با تعداد پارامترهای تعریف شده در مسأله برابر می‌باشد. کاربرد این نوع کدگذاری در حل مسائلی فروشنده‌ی دوره‌گرد می‌باشد که تعریف آن در زیر آمده است [۴].

در بسیاری از مسائل مانند مسأله‌ی «فروشنده‌ی دوره‌گرد» با جایگشت‌های مختلفی از مجموعه راه‌حل‌ها روبرو هستیم. در این مسأله تعدادی شهر داریم که فاصله میان آن‌ها معلوم است و با شروع از یک شهر و ختم به همان شهر بایست:

۱- از تمام شهرها فقط و فقط یکبار عبور کنیم

۲- کمترین مسافت ممکن را طی کنیم.

نکته‌ای که در اینجا مهم است و باعث شده تا کدینگ باینری روش مناسبی برای مسأله نباشد، این نکته است که حتماً باید برش میان دو والد به نحوی صورت بگیرد که هیچ

1. Permutation coding

عنصر تکراری وجود نداشته باشد. روش تک‌نقطه به این شکل اصلاح می‌شود که تمام قسمت قبل از نقطه برش، در والد اول عیناً در فرزند کپی می‌گردد. بقیه ژن‌های والد اول، که مطمئناً هنوز در فرزند تکرار نشده‌اند، مطابق با ترتیب قرار گرفتشان در والد دوم، در فرزند کپی می‌شوند [۴].

$$(123456789) + (453689721) = (123456897)$$

۳-۸-۳ کدگذاری مقدار^۱

در این نوع روش از کدگذاری، کروموزوم‌ها می‌توانند هر نوع داده‌ی مرتبط با مسأله را در رشته‌ی خود اختیار نمایند. این داده‌ها می‌توانند از نوع اعداد حقیقی، عبارت‌های منطقی، دستورات جهت‌یابی، داده‌های گذشته به صورت رشته‌های حرفی و... باشند [۴].

در این نوع کدگذاری تمامی مکانیزم‌های عملگر جهش مانند حالت باینری، استفاده می‌شود. برای عملگر جهش نیز مانند زیر عمل می‌شود:

$$(1.29 \ 5.68 \ 2.86 \ 4.11 \ 5.55) = (1.29 \ 5.68 \ 2.73 \ 4.22 \ 5.55)$$

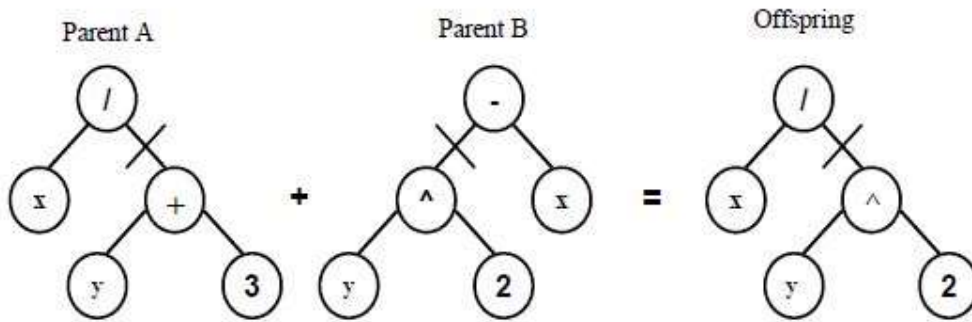
یعنی به بعضی از ژن‌ها به طور تصادفی عددی اضافه شده یا از آن‌ها کم می‌گردد.

۳-۸-۴ کدگذاری درختی^۲

در این روش، تغییرات تصادفی می‌توانند با تغییر دادن عملگرها یا ارزش یک گره‌ی داده‌شده در درخت، یا تغییر یک زیردرخت با دیگری، به وجود آیند یا به زبان ساده‌تر این گونه می‌توان گفت که در

1. Value coding
2. Tree coding

این نوع کدگذاری، یک درخت باینری برای عبارت (کروموزوم) تشکیل می‌دهیم که معادل درخت پارس است و تمام اعمال مربوط به درخت پارس بر روی درخت قابل انجام است. شکل ۲-۳ کدگذاری درختی را نشان می‌دهد [۴].



شکل ۲-۳ کدگذاری درختی

برای جهش هم یک نود دلخواه تغییر می‌کند.

۳-۹ نمایش رشته‌ها

نمایش مناسب رشته‌ها به ویژگی‌های فضای جستجو بستگی دارد ولی معمولاً به صورت رشته‌های دودویی نمایش داده می‌شوند. در حل با الگوریتم ژنتیک، متغیرها عموماً به صورت دودویی و با طول رشته‌ی ثابت کدگذاری می‌شوند.

برای حل یک مسأله‌ی بهینه‌سازی، به کمک الگوریتم ژنتیک، ابتدا متغیرهای مستقل مسأله تشخیص داده می‌شود و سپس دامنه‌ی تغییرات معین می‌گردد.

بنابر این که هر متغیر پیوسته یا گسسته باشد، یکی از روش‌های زیر انتخاب می‌شود [۴]:

الف) متغیرهای پیوسته:

با فرض اینکه متغیر مورد نظر از X_{\min} تا X_{\max} در حال تغییر باشد و برای نشان دادن آن از یک رشته‌ی بیتی استفاده شده باشد.

(ب) متغیرهای گسسته:

معمولاً در مسائل مربوط به طراحی، استفاده از متغیرهای گسسته، اجتناب‌ناپذیر است. برای مثال می‌توان از انتخاب جنس مواد و یا استفاده از جداول استاندارد، نام برد. در هریک از موارد، با فرض این‌که متغیر مورد نظر دارای n مقدار قابل قبول باشد، طول زیر رشته‌ی معادل آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

برای مثال اگر متغیری دارای ۸ مقدار باشد، برای تمام حالت‌ها به یک زیر رشته با سه‌خانه نیاز است. حال اگر متغیر مورد نظر دارای ۱۰ مقدار متفاوت باشد به یک زیر رشته حداقل با ۴ خانه نیاز است. ولی زیر رشته‌ای با ۴ خانه توانایی ۲۴ مقدار متفاوت را ندارد. برای حل این مشکل می‌توان به تعداد مورد نظر (در اینجا ۱۴ مورد) از مقادیری که در اختیار است به طور تصادفی انتخاب کرده و به صورت تکراری جایگزین کرد.

برای مثال فرض کنید در یک مسأله طراحی جنس قطعه مورد بررسی، به‌عنوان متغیر بهینه‌سازی از میان جنس‌های آهن، چدن و برنج قابل انتخاب باشد. برای بیان این متغیر $L_i = 2$ خواهد بود که به صورت زیر کدگذاری می‌شود:

$$\text{آهن} = ۰۰ \quad \text{برنج} = ۰۱ \quad \text{چدن} = ۱۰ \quad \text{آهن} = ۱۱$$

همان‌گونه که نشان داده شده است برای فضای چهارم به صورت تصادفی یکی از سه جنس قابل قبول قرار داده شده است. پس از این‌که تمام n متغیر طراحی به صورت زیردسته‌هایی در نظر گرفته شدند، با کنار هم قرار دادن این زیر رشته‌ها، به یک رشته دودویی از اعداد به طول L_c خواهیم رسید. این رشته از اعداد که معرف یک طرح خواهد بود، همان کروموزوم می‌باشد. فرمول ریاضی که برای محاسبه‌ی طول کروموزوم‌ها به کار می‌رود به شکل زیر می‌باشد [۴]:

$$L_c = \sum L \quad (۱-۳)$$

حال با داشتن مکان ابتدا و انتهای هر ژن می‌توان از روی کروموزوم مقدار هر ژن را محاسبه کرد. هر کروموزوم باید اطلاعاتی درباره راه حلی که نشان می‌دهد، داشته باشد. یکی از روش‌های رمزگذاری که بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد، رشته‌ی دوتایی است. نمونه‌ای از کروموزوم‌ها در این حالت، در شکل ۳-۳ نشان داده شده است [۴].

Chromosome 1	۱۱۰۱۱۰۰۱۰۰۱۱۰۱۱۰
Chromosome 2	۱۰۱۰۰۱۱۱۰۱۱۱۰۱۰۱

شکل ۳-۳ نمونه‌ای از کروموزوم الگوریتم ژنتیکی

روش معمول برای رمز گشایی متغیرهای گسسته به این صورت است که جدولی از تمام حالت‌های زیر رشته‌ی مربوط تشکیل می‌شود و هنگام رمز گشایی، معادل هر مقدار زیر رشته، از جدول انتخاب می‌شود.

۳-۱۰ تشکیل رشته

برای تشکیل رشته، دو روش وجود دارد [۴]:

الف) روش سری

در روش سری بیت‌های عددی متناظر هر واحد، مطابق شکل (۳-۴) کنار هم قرار می‌گیرند. لازم به توضیح است که تا آخر برنامه هم، محل هر واحد ثابت است و هیچ تغییری نمی‌کند، البته در ابتدای تشکیل رشته، هیچ محدودیتی در انتخاب جایگاه وجود ندارد ولی بعد از تشکیل رشته تحت هیچ شرایطی نباید جابجا شوند.

Unit 1	Unit 2	Unit 3
xxxxxxxxxx	Xxxxxxxxxxx	xxxxxxxxxx

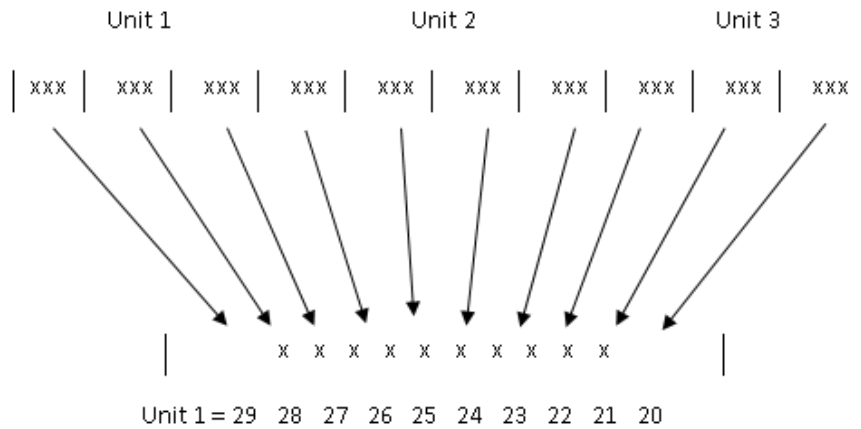
X X X X X X X X X X

Unit 1 = 29 28 27 26 25 24 23 22 21 20

شکل ۳-۴ روش سری

ب) روش محاطی

در روش محاطی، بیت‌های عددی متناظر واحدها، مطابق شکل (۳-۵)، طوری کنار هم قرار می‌گیرند که در NP (تعداد واحدها) بیتی در کنار هم قرار دارند و هر بیت متعلق به یک واحد می‌باشد. به بیان ساده‌تر این‌که، جایگاه‌های بیتی در هر NP بیت، به طور متناوب، متعلق به یک واحد خاص می‌باشد.



شکل ۳-۵ روش محاطی [۴]

۳-۱۱ باز گرداندن رشته‌ها به مجموعه متغیرها

در روند اجرای الگوریتم ژنتیک لازم است رشته‌ها به متغیرها تبدیل شوند و به عبارت دیگر نمادهای مربوط به هر رشته (نماد ژنی) به دست آیند، تا از آنجا با قرار دادن متغیرها در تابع هدف، مقدار تابع هدف و در نتیجه ارزیابی آن رشته به دست آید. بنابراین یکی از قسمت‌های مهم الگوریتم ژنتیک، قسمت رمز گشایی است که در مرحله‌ی ارزیابی انجام می‌شود.

برای باز گرداندن هر رشته به فضای جستجوی واقعی (فضای متغیرها) باید تعداد بیت‌های) مربوط به تک تک متغیرها، نوع متغیرها (پیوسته یا گسسته) و محل هر متغیر در رشته مشخص باشند. به‌هرحال با دانستن اطلاعات مربوط به هر متغیر، زیر رشته‌ی متناظر با این متغیر را استخراج و با توجه به محتویات آن، مقدار واقعی متغیر را به دست می‌آوریم. در صورتی که متغیر X پیوسته باشد، این فرآیند به صورت زیر انجام می‌شود [۴].

ابتدا زیر رشته‌ی مربوط به این متغیر مشخص می‌شود. سپس مقدار واقعی آن در مبنای ۱۰ به دست می‌آید. اکنون برای به دست آوردن مقدار متغیر X باید توجه داشته باشیم که در صورتی که تعداد بیت مربوط به این متغیر برابر n باشد، در واقع ما متغیر X را در فاصله‌ی $[2^n - 1]$ نگاشت کرده‌ایم که عدد به دست آمده در مبنای ۱۰، در واقع عدد مربوط به این فاصله می‌باشد. حال مقدار متغیر X با توجه به رابطه (۲-۳) محاسبه می‌شود [۴].

$$X = \left[\frac{X_{\max} - X_{\min}}{2^n - 1} \right] m + X_{\min} \quad (۲-۳)$$

در صورتی که متغیر مورد نظر ناپیوسته باشد، مقدار اعشاری حاصل از زیر رشته‌ی متناظر با متغیر ناپیوسته y ، در واقع نمایانگر اندیس درایه از یک بردار است که مقدار آن درایه همان مقدار متغیر y می‌باشد. در واقع در حالت‌هایی که متغیرها ناپیوسته باشند، به جای رمز نمودن، خود متغیرها اندیس‌های مربوط به آن متغیرها رمز می‌شوند و فرآیندهای ژنی نیز روی اندیس‌ها صورت می‌گیرد نه روی متغیرها.

۳-۱۲ تعداد بیت‌های متناظر با هر متغیر

تعداد بیت‌های متناظر با هر متغیر در صورتی که از رشته‌های بیتی استفاده شود، به صورت زیر به دست می‌آید [۴]:

$$2^n = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{d} \quad (3-3)$$

که در رابطه فوق X_{\max} بیشترین مقدار مجاز متغیر و X_{\min} کمترین مقدار مجاز متغیر X است و d نیز دقت مورد نظر برای این متغیر می‌باشد. اکنون با استفاده از رابطه (۳-۴) مقدار n محاسبه می‌شود. اگر در محاسبه، مقدار n اعشاری شود، کوچکترین عدد صحیح بزرگتر یا مساوی آن را در نظر می‌گیریم.

$$n = \log_2 \left[\frac{X_{\max} - X_{\min}}{d} \right] \quad (4-3)$$

همان‌طور که گفته شد، تعداد بیت مورد نیاز برای تک‌تک متغیرهای مسأله به دست می‌آید و در نهایت در صورتی که k متغیر داشته باشیم طول هر رشته برابر خواهد بود با:

$$N_s = N_1 + N_2 + \dots + N_k \quad (5-3)$$

۳-۱۳ جمعیت

مفهوم جمعیت در الگوریتم ژنتیک شبیه به چیزی است که در زندگی طبیعی وجود دارد. برای مسأله، گزاره‌هایی وجود دارند که می‌توانند به عنوان پاسخ، چه درست، چه غلط در نظر گرفته شوند. به این گزاره‌ها، پاسخ‌های ممکن یا شدنی می‌گوییم. مثلاً اگر مسأله، یافتن ماکزیمم یک تابع، در مجموعه اعداد صحیح باشد، تمام اعداد صحیح می‌توانند به عنوان پاسخ شدنی مسأله در نظر گرفته شوند.

در الگوریتم ژنتیک به عنوان اولین مرحله لازم است مجموعه‌ای از جواب‌های شدنی به عنوان جمعیت اولیه ایجاد شود. اعضای این مجموعه معمولاً به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند اما در الگوریتم‌های بهینه، از قیدهایی استفاده می‌شود تا جمعیت پراکندگی بیش از حد نداشته باشد. تعداد اعضای جمعیت به نوع مسأله بستگی دارد.

در واقع تعداد اعضا، پارامتری است که با تغییر آن می‌توان دقت جواب‌ها و سرعت همگرایی جستجو را بهبود بخشید. در برخی مسائل، یک جمعیت ۸ عضوی کاملاً مناسب است در حالی که در برخی، یک جمعیت ۱۰۰ عضوی نیز کافی نیست. براساس تجربه بهتر است تعداد اعضای جمعیت عددی بین ۱۰ تا ۱۶۰ باشد.

۳-۱۳-۱ ایجاد جمعیت اولیه

پس از تعیین سیستم کدینگ و مشخص شدن روش تبدیل هر جواب به کروموزوم، باید جمعیت اولیه‌ای از کروموزوم‌ها تولید نمود. در اکثر موارد، جمعیت اولیه به صورت تصادفی تولید می‌شود. اما گاهی اوقات برای بالا بردن سرعت و کیفیت الگوریتم از روش‌های ابتکاری نیز برای تولید جمعیت اولیه استفاده می‌گردد. در هر صورت عمومی‌ترین و راحت‌ترین روش، استفاده از یک رویکرد تصادفی می‌باشد. اندازه جمعیت اولیه معمولاً به سبب رشتگی کد شده وابسته است. به عنوان مثال اگر کروموزوم‌ها در یک مسأله، ۳۲ بیتی هستند، قطعاً باید جمعیت انتخابی اولیه بیشتر از حالتی باشد که کروموزوم‌ها، به عنوان مثال، ۱۶ بیتی هستند. معمولاً احتمال ترکیب بین ۸۰ تا ۹۵ درصد، احتمال جهش بین نیم تا ۱ درصد و اندازه جمعیت بین ۳۰ تا ۵۰ در نظر گرفته می‌شود.

۳-۱۳-۲ اندازه جمعیت

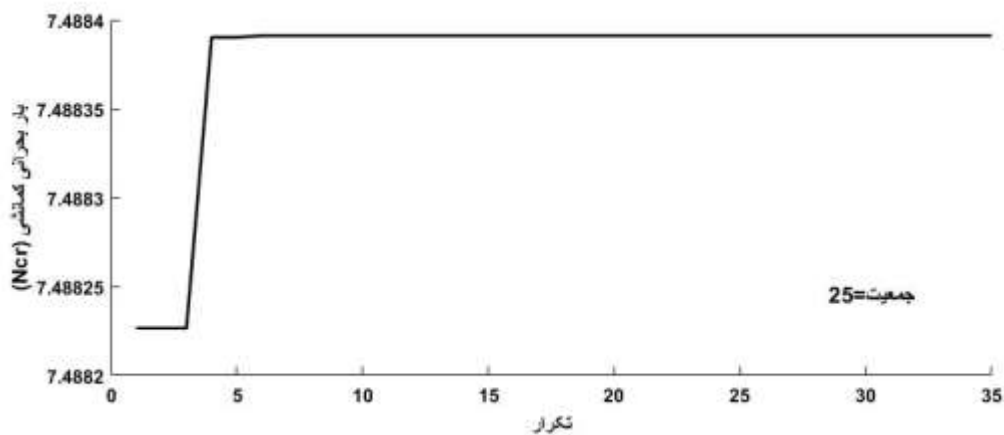
گلدبرگ برای محاسبه بهترین اندازه جمعیت برای کدهای دودویی متغیرهای پیوسته، تا طول حداکثر ۶۰ رشته، مقدار زیر را پیشنهاد می‌کند [۴].

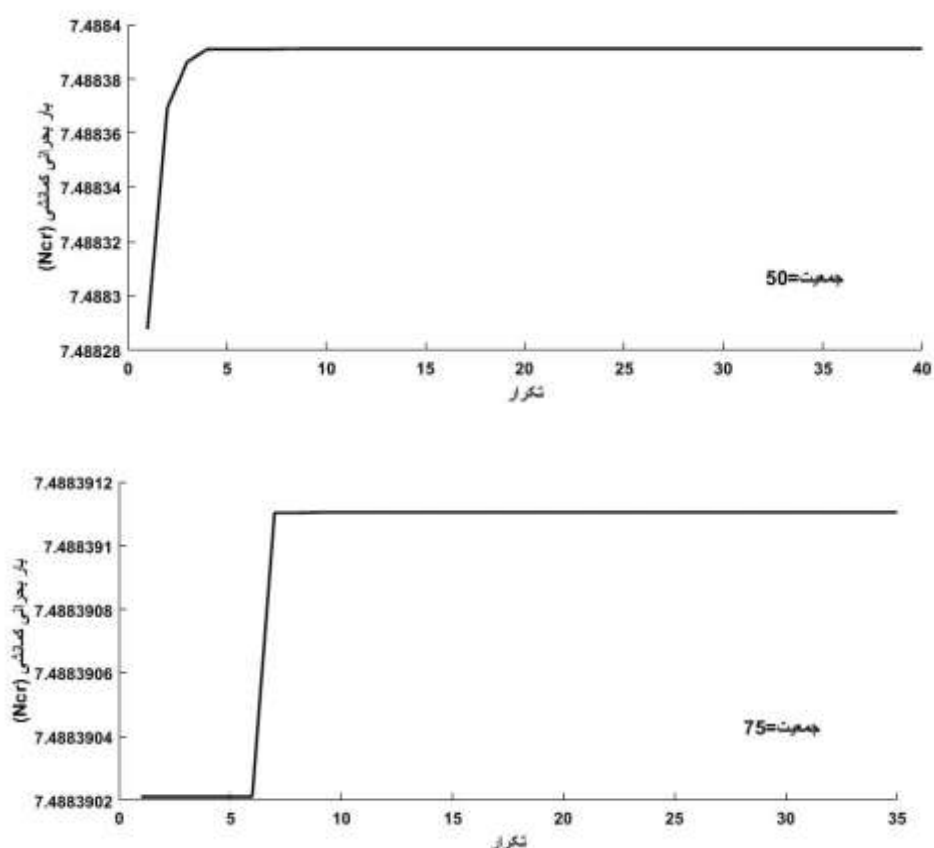
$$N_{Pop} = 1.65 \times 2^{(0.21 \times 25)} \quad (۳-۶)$$

اگر تعداد کروموزوم‌ها بسیار کم باشد، الگوریتم ژنتیک امکان انجام عمل ترکیب کمتری خواهد داشت و تنها بخشی کوچک از فضای جستجو کشف خواهد شد. از طرفی دیگر، اگر تعداد کروموزوم‌ها بسیار زیاد باشد، روند الگوریتم ژنتیک کند خواهد بود. بررسی نشان داده است که در نتیجه برخی

محدودیت‌ها (که عمدتاً به کد گذاری و خود مسأله بستگی دارد) استفاده از جمعیت زیاد، ثمربخش نخواهد بود، زیرا این کار، مسأله را سریعتر از حالتی که جمعیتی متوسط استفاده می‌شود، حل نخواهد کرد.

در صورتی که تعداد اعضای جمعیت بسیار زیاد باشد، اگرچه وضعیت جستجو ممکن است به صورت بهتری نمایش داده شود، زیرا با افزایش تعداد رشته‌ها، انتخاب رشته‌ی بهتر امکان‌پذیرتر می‌شود، ولی از طرفی نیازمندی‌های حافظه‌های کامپیوتر و زمان اجرای برنامه زیاد می‌شود. اگر تعداد اعضای جمعیت نیز کوچکتر از حد مشخصی باشد، جمعیت مورد نظر فقط قسمت کوچکی از فضای جستجو را نشان می‌دهد و ممکن است جستجو برای رسیدن به حل بهینه در این جمعیت، موفقیت‌آمیز نباشد یا مستلزم صرف زمان زیادی باشد. در عمل تعداد اعضای جمعیت، مقداری است که به صورت تجربی به دست آمده و نشان داده شده است [۳۹]. لذا در تمام نتایج ارائه شده در این پایان‌نامه، جمعیت برابر ۵۰ در نظر گرفته شده است.





شکل ۳-۶ بررسی تاثیر تعداد جمعیت بر مقدار بهینه‌ی بار بحرانی کماتنی

۳-۱۴ مزایا و معایب بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک

هر الگوریتمی دارای نقاط قوت و ضعفی می‌باشد و الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک نیز از این امر مستثنی نیست. در ادامه برخی از مزایا و معایب این الگوریتم را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

ماهیت جستجوی تصادفی این الگوریتم در فضای مسأله، به نوعی، یک جستجوی موازی محسوب می‌شود. زیرا هر کدام از کروموزوم‌های تصادفی تولید شده به وسیله الگوریتم، یک نقطه‌ی شروع جدید برای جستجوی بخشی از فضای حالت مسأله به حساب آمده و جستجو در تمام آن‌ها به شکل هم‌زمان صورت می‌گیرد.

به دلیل وسعت و پراکندگی نقاطی که مورد جستجو قرار می‌گیرند، در مسائلی که فضای جستجوی بزرگی داشته باشند، نتیجه‌ی مطلوبی کسب می‌کند.

نوعی جستجوی تصادفی هدفمند محسوب شده و از مسیرهای مختلف به جواب‌های متفاوتی خواهد رسید. علاوه بر آن، با هیچ محدودیتی در مسیر جستجو و انتخاب پاسخ‌های تصادفی، روبرو نیست.

به دلیل رقابت (تنازع بقاع) پاسخ‌ها و انتخاب بهترین‌ها از میان جمعیت، با احتمال بالایی به نقطه‌ی بهینه‌ی سراسری دست پیدا خواهد کرد.

پیاده‌سازی آن ساده بوده و نیازی به روش‌های پیچیده‌ی حل مسأله ندارد.

با وجود تمام مزایا، مهم‌ترین مشکل الگوریتم ژنتیک، بالا بودن هزینه‌ی اجرایی آن است. چرا که معمولاً برای حل مسائل، نیاز به نگهداری چندصد کروموزوم در حافظه و اجرای الگوریتم تا چند هزار نسل خواهد بود. البته باید به خاطر داشت که الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم فراابتکاری بوده و مدت زمان مورد نیاز برای اجرای آن در مقایسه با روش‌های سیستماتیک، خیلی کمتر و بهینه‌تر می‌باشد.

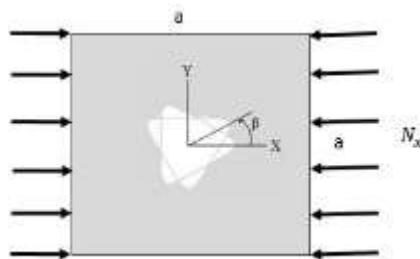
فصل ۴

مطالعه‌های موردی

۱-۴ مقدمه

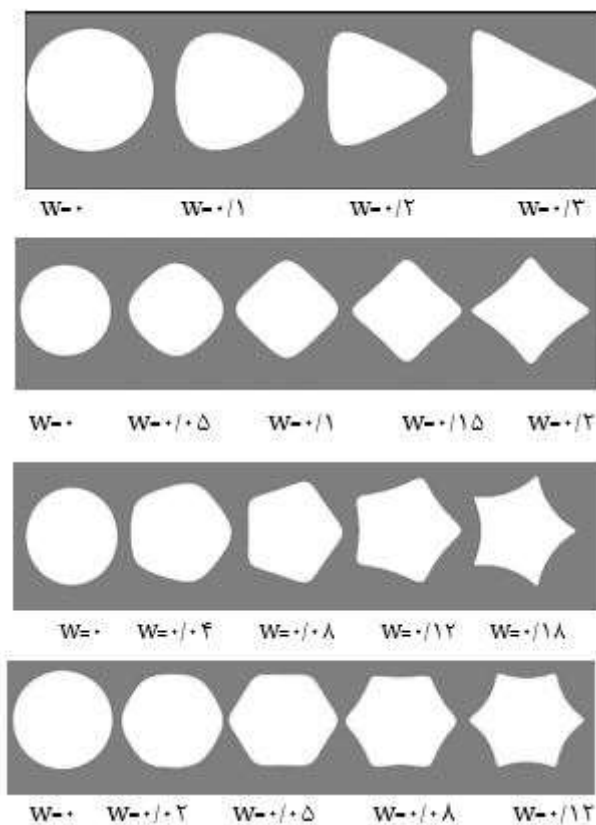
پارامترهای متعددی از جمله شکل گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، شعاع انحنای گشودگی و نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی صفحات چندلایه متقارن کامپوزیتی که تحت بارگذاری قرار می‌گیرند، تاثیرگذار است. در این تحقیق با تکیه بر تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و بسط این حل به سایر گشودگی‌های منتظم هندسی و ترکیب آن با الگوریتم ژنتیک، سعی شده است تا با استفاده از این الگوریتم بهینه‌ساز، مقادیر بهینه‌ی پارامترهای فوق، جهت دستیابی به بیشترین بار کمانشی ممکن، معرفی گردد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، بیشینه کردن بار بحرانی کمانشی به‌عنوان تابع هدف، برای این الگوریتم در نظر گرفته شده است.

در مطالعه حاضر یک صفحه‌ی چندلایه‌ی کامپوزیتی حاوی انواع گشودگی، مورد مطالعه قرار گرفته شده است. مطابق شکل ۱-۴ صفحه حاوی گشودگی، با ابعاد ۱۰۰ میلی‌متر و ضخامت هر لایه، برابر با ۰,۲۵ میلی‌متر، تحت بارگذاری فشاری نسبت به محور x قرار دارد. صفحه دارای گشودگی دایره‌ای به شعاع ۱۰ میلی‌متر می‌باشد که با بسط آن توسط نگاشت گفته شده در فصل قبل، گشودگی‌های مختلف به دست می‌آید. همچنین زاویه‌ی چرخش گشودگی که بیان‌گر قرارگیری آن نسبت به افق است، با β نمایش داده شده است. تابع هدف مورد نظر جهت بهینه‌سازی، بیشترین بار بحرانی کمانشی می‌باشد. قیود در نظر گرفته شده، بازه‌ای برای انحنای گشودگی و زاویه‌ی چرخش هستند. N_x نیرو بر واحد عرض می‌باشد.



شکل ۱-۴ نمایی از هندسه‌ی گشودگی و بارگذاری

تاثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر شکل را در شکل ۲-۴ مشاهده می‌کنیم. با کاهش مقدار w ، شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی مطابق آنچه در شکل ملاحظه می‌شود، افزایش می‌یابد تا در نهایت در $w = 0$ شکل گشودگی به دایره تبدیل می‌شود.



شکل ۲-۴ تاثیر پارامتر w بر گوشه‌های گشودگی‌های مختلف [۳۵]

مواد به کار رفته در این تحقیق گلس / اپوکسی و بورون / اپوکسی می‌باشد که خواص مکانیکی

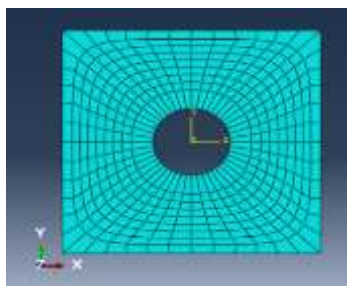
آنها در جدول ۱-۴ آورده شده است.

جدول ۴-۱ خواص مکانیکی [۴۰]

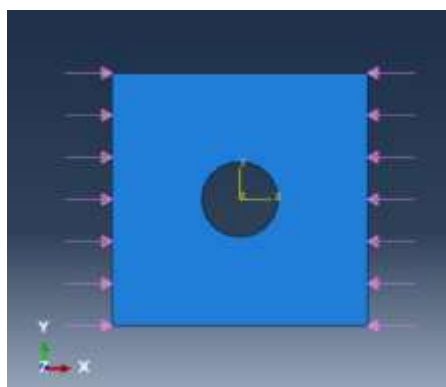
ماده	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	ν_{12}	G_{12} (GPa)
گلس/اپوکسی	۱۵	۶	۰/۳	۳
بورون/اپوکسی	۲۰۷	۱۹	۰/۲۱	۴/۸

۲-۴ بررسی درستی جواب‌ها

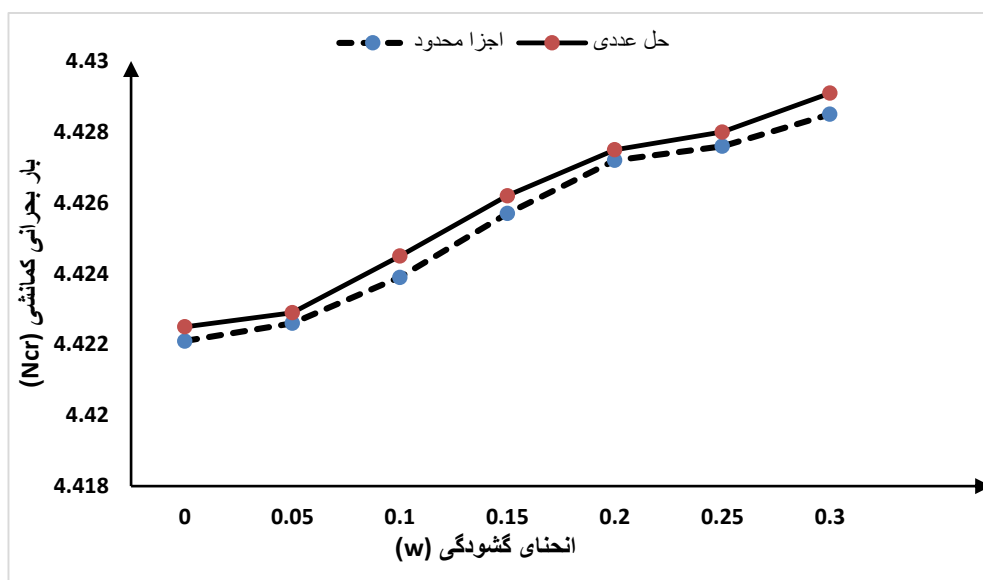
در این بخش از روش اجزا محدود (نرم افزار آباکوس) برای بررسی درستی نتایج حاصل از حل عددی، استفاده شده است. ابتدا در نرم افزار متلب با تغییر انحنای گشودگی از دایره به مثلث در چیدمان لایه‌ای $[0/90]_s$ ، مختصات گره‌ها و المان‌ها به دست آمد و سپس این نقاط و المان‌ها به نرم‌افزار آباکوس داده شد و عملیات بارگذاری بر روی آن انجام گردید. در اینجا مدلی از مسأله‌ی حاوی گشودگی دایره‌ای تحت بارگذاری فشاری در نرم‌افزار آباکوس رسم و نتایج حاصل با نتایج حل عددی ارائه شده در این مطالعه، مقایسه شده است. شکل ۴-۳ و ۴-۴ نحوه‌ی مش‌بندی در متلب و بارگذاری صفحه در آباکوس را نشان می‌دهد. با انجام عملیات همگرایی، تعداد المان، ۴۳۲ عدد در نظر گرفته شده است.



شکل ۴-۳ نحوه‌ی مش‌بندی در نرم افزار متلب



شکل ۴-۴ نحوه‌ی بارگذاری در نرم افزار آباکوس



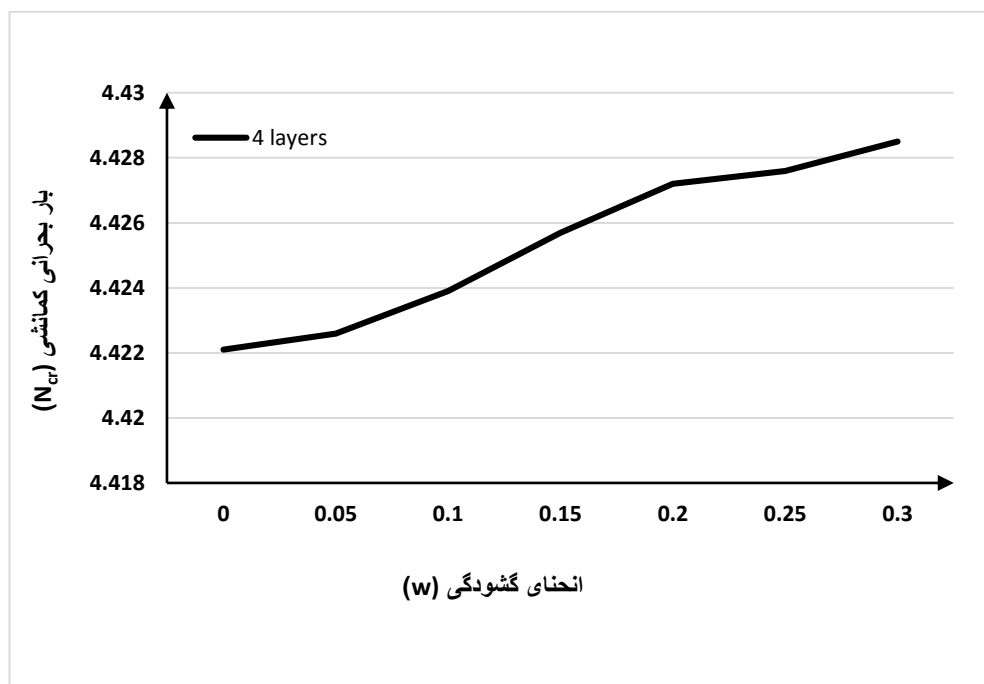
شکل ۴-۵ مقایسه‌ی بار بحرانی کمابشی از دو روش حل عددی و اجزای محدود

شکل ۴-۵ نشان‌دهنده‌ی مقدار بار بحرانی کمابشی با تغییر گشودگی از دایره به مثلث می‌باشد؛ که در این شکل مقدار بار بحرانی، توسط دو روش حل عددی و حل اجزا محدود، با یکدیگر مقایسه شده است و نتیجه آن در قالب نمودار فوق گزارش شده است. نزدیک بودن جواب‌ها در حالت $w=0$ (دایره) نشان می‌دهد که این مقایسه برای سایر گشودگی‌ها هم، صحت دارد. بار کمابشی بحرانی به دست آمده، بی‌بعد می‌باشد.

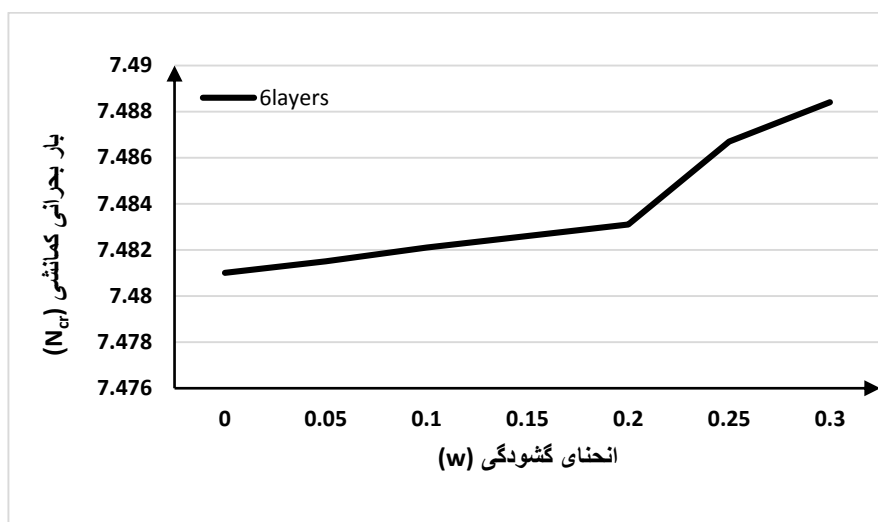
۳-۴ گشودگی مثلثی

۱-۳-۴ انحناى گوشه‌ی گشودگی

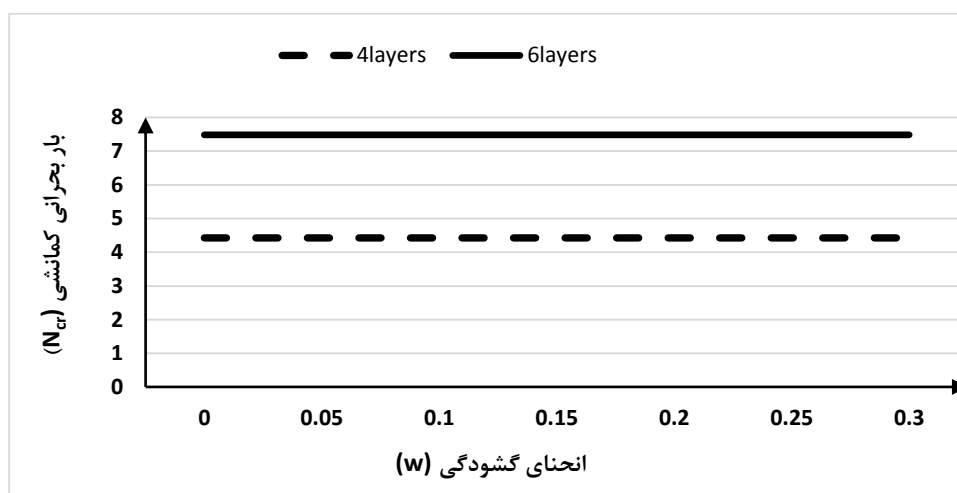
شکل ۶-۴ تاثیر انحناى گشودگی بر مقدار بار بحرانی کمانشی را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار بار بحرانی کمانشی با افزایش مقدار انحناى گشودگی، افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۶-۴ بیشترین بار بحرانی کمانشی ایجاد شده در لایه‌های مختلف، در $w=0/3$ رخ می‌دهد و مقدار آن برای چیدمان چهارلایه ۴/۴۲ است در حالی که برای چیدمان شش لایه ۷/۴۸ می‌باشد. مقدار زاویه‌ی چرخش گشودگی به ترتیب برابر با $150/23$ و $52/4$ درجه می‌باشد. همچنین نحوه‌ی چیدمان در چهارلایه به صورت $[0/90]$ و در شش لایه $[0/90/0]$ است.



شکل ۶-۴ تاثیر انحناى گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی در چیدمان $[0/90]$



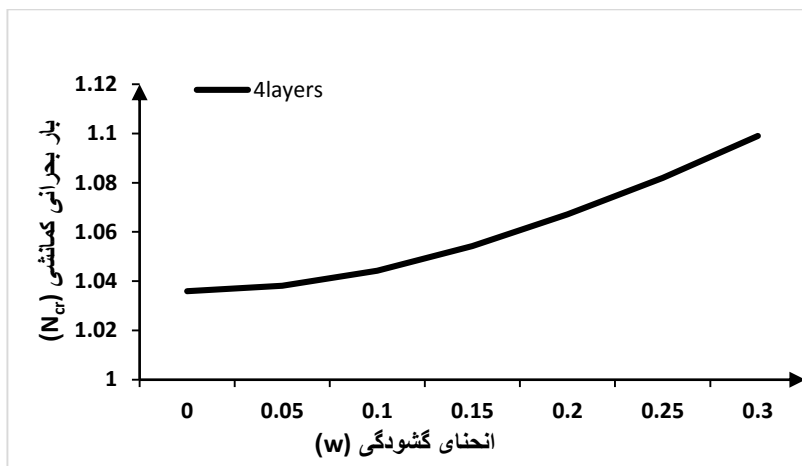
شکل ۴-۷ تاثیر انحنای گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی $s[0/90/0]$



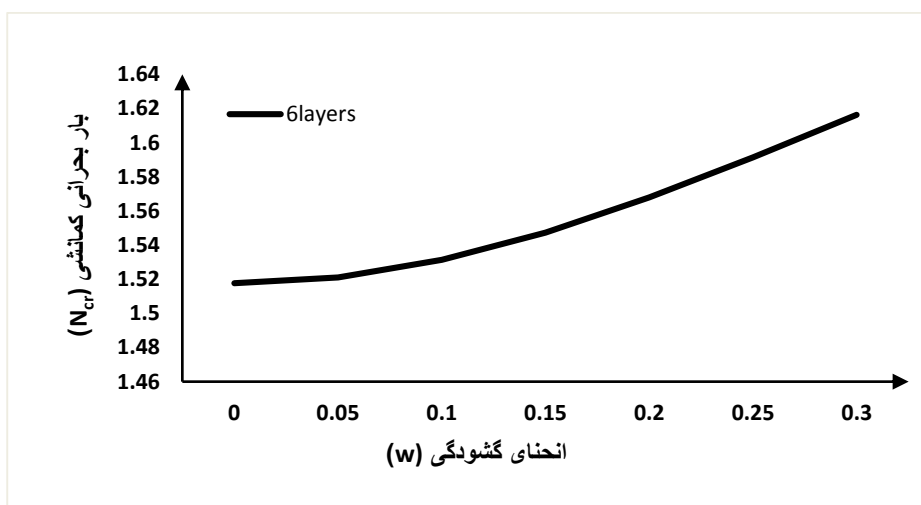
شکل ۴-۸ تاثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی

همچنین بررسی‌های بالا برای دو مدل چیدمان دیگر، با تعداد لایه‌های ۴ و ۶ انجام شده است. همان‌طور که در شکل ۴-۹ مشاهده می‌شود، در این حالت هم مقدار بار بحرانی کمانشی با افزایش مقدار انحنای گشودگی، افزایش می‌یابد. در این بررسی هم بیشترین مقدار بار بحرانی کمانشی ایجاد شده در لایه‌های مختلف، در $w=0/3$ رخ می‌دهد و مقدار آن برای چیدمان چهارلایه ۱/۰۹۹ است در حالی که برای چیدمان شش لایه ۱/۶۱۶۲ می‌باشد. مقدار زاویه‌ی چرخش گشودگی به ترتیب برابر با

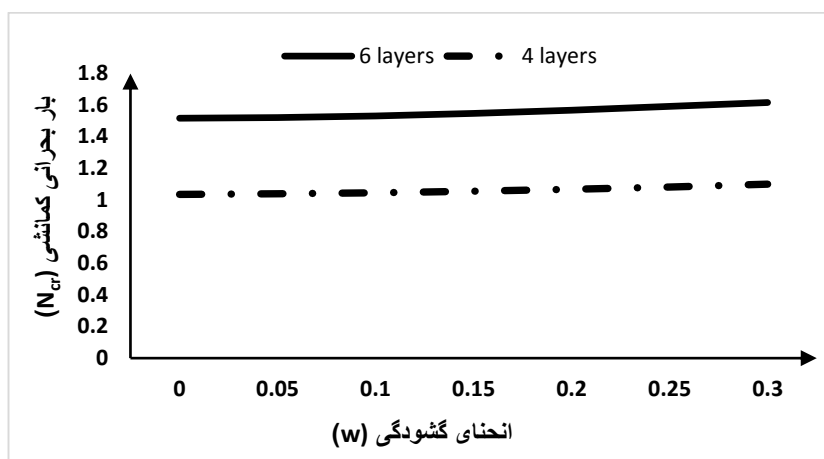
۳۱/۱۱ و ۸۱/۱۷ درجه است. همچنین نحوه‌ی چیدمان در چهارلایه به صورت $s[0/45]$ و در شش لایه $s[0/-45/45]$ می‌باشد.



شکل ۹-۴ تاثیر انحنای گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی $s[0/45]$



شکل ۱۰-۴ تاثیر انحنای گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی $s[0/-45/45]$



شکل ۴-۱۱ تاثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مثلثی

پس از بررسی تاثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر مقدار بار بحرانی کمانشی در حالتی خاص، در ادامه به بررسی مقدار بهینه پارامترهای زاویه‌ی چرخش و نحوه‌ی چیدمان و مقدار بهینه‌ی بار بحرانی کمانشی در انحنای گوشه‌ی گشودگی مختلف می‌پردازیم. جدول ۴-۲ مقدار بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه را برای چیدمان $s[0/90]$ نشان می‌دهد. با توجه به جدول ۴-۲ به عنوان مثال برای $w=0/1$ ، مقدار زاویه‌ی چرخش گشودگی بهینه ۱۶۸،۱۲ درجه می‌باشد. جدول ۴-۳، ۴-۴ و ۴-۵ نیز به بررسی مقدار بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه برای چیدمان‌های $s[0/90/0]$ ، $s[0/45]$ و $s[0/-45/45]$ می‌پردازد. در چیدمان $s[0/90/0]$ برای $w=0/1$ مقدار زاویه‌ی چرخش گشودگی بهینه ۳۸،۳۲ و در چیدمان $s[0/45]$ نیز مقدار بهینه‌ی زاویه‌ی چرخش گشودگی ۱۷۶/۱۳ و همچنین در چیدمان $s[0/-45/45]$ ، ۱۷۶/۵۲ می‌باشد. مقادیر بهینه‌ی بار بحرانی کمانشی برای چیدمان $s[0/90]$ ، $s[0/90/0]$ ، $s[0/45]$ و $s[0/-45/45]$ نیز به ترتیب ۴/۴۲، ۷/۴۸، ۱/۵۳ و ۱/۰۴۴ است.

جدول ۲-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان

$s[0/90]$ در گشودگی مثلثی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۱۲۴/۸۴	۴/۴۲۲۱
۰/۰۵	۱۶۸/۰۰	۴/۴۲۲۶
۰/۱	۱۶۸/۱۲	۴/۴۲۳۹
۰/۱۵	۱۶۸/۱۴	۴/۴۲۵۷
۰/۲	۱۶۸/۱۶	۴/۴۲۷۲
۰/۲۵	۱۶۸/۲۶	۴/۴۲۷۶
۰/۳	۱۶۸/۴۵	۴/۴۲۸۵

جدول ۳-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان

$s[0/90/0]$ در گشودگی مثلثی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۵۸/۶۴	۷/۴۸۱
۰/۰۵	۳۷/۲۷	۷/۴۸۱۵
۰/۱	۳۸/۳۲	۷/۴۸۲۱
۰/۱۵	۳۵/۳۹	۷/۴۸۲۶
۰/۲	۴۰/۰۵	۷/۴۸۳۱
۰/۲۵	۵۱/۴۸	۷/۴۸۶۷
۰/۳	۵۲/۴	۷/۴۸۸۴

جدول ۴-۴ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحناهای گشودگی مختلف در چیدمان

$[0/45]_s$ در گشودگی مثلثی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۳۱/۱۱	۱/۰۳۵۹
۰/۰۵	۱۷۶/۹۱	۱/۰۳۸۱
۰/۱	۱۷۶/۸۲	۱/۰۴۴۳
۰/۱۵	۱۷۶/۶۹	۱,۰۵۴۳
۰/۲	۱۷۶/۵۲	۱/۰۶۷۱
۰/۲۵	۱۷۷/۳۶	۱/۰۸۲۰
۰/۳	۱۷۶/۲۹	۱/۰۹۹۰

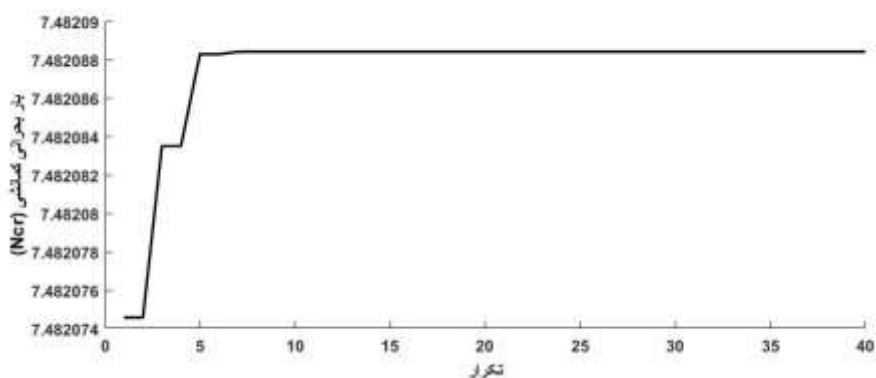
جدول ۴-۵ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحناهای گشودگی مختلف در چیدمان

$[0/-45/45]_s$ در گشودگی مثلثی

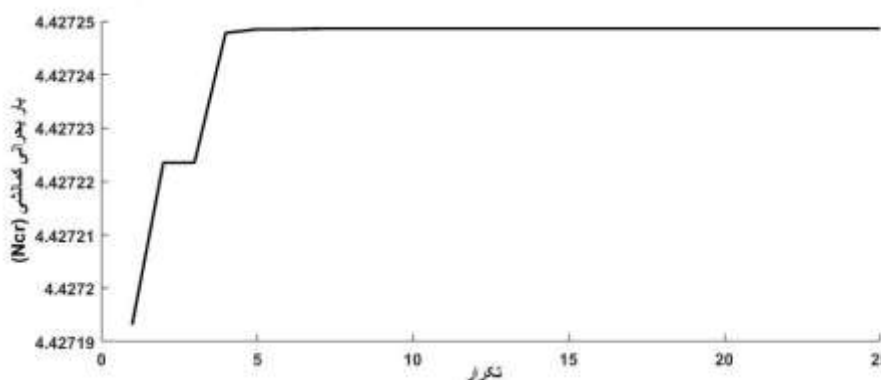
انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۸۱/۱۷	۱/۵۱۷۶
۰/۰۵	۱۷۶/۱۹	۱/۵۲۱۱
۰/۱	۱۷۶/۱۳	۱/۵۳۱۳
۰/۱۵	۱۷۶/۰۲	۱/۵۴۷۳
۰/۲	۱۷۶/۸۸	۱/۵۶۷۹
۰/۲۵	۱۷۶/۷۳	۱/۵۹۱۴
۰/۳	۱۷۶/۶۵	۱/۶۱۶۲

شکل‌های ۴-۱۲، ۴-۱۳، ۴-۱۴ و ۴-۱۵ به ترتیب نشان‌دهنده نرخ همگرایی برای چیدمان‌های

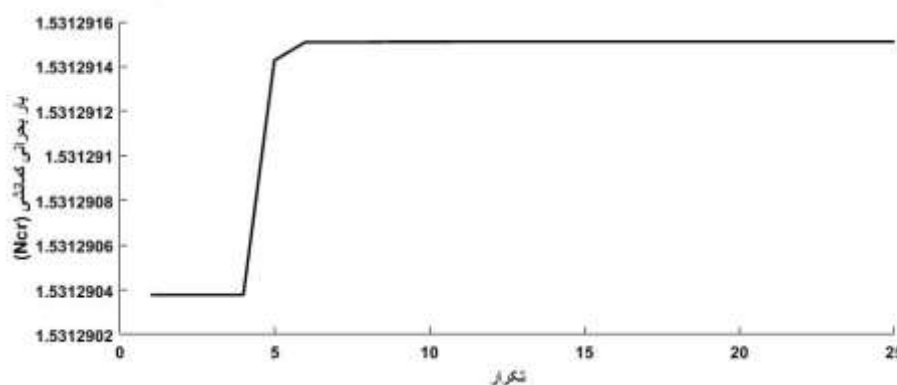
$[0/90]_s$ ، $[0/90/0]_s$ ، $[0/-45/45]_s$ و $[0/45]_s$ در $w=0/1$ است.



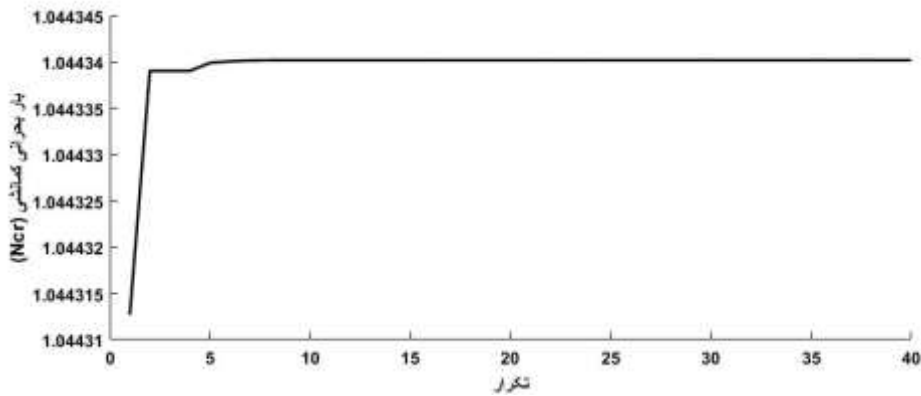
شکل ۱۲-۴ نرخ همگرایی بار بحرانی برای چیدمان s [۰/۹۰/۰] در گشودگی مثلی



شکل ۱۳-۴ نرخ همگرایی بار بحرانی برای چیدمان s [۰/۹۰] در گشودگی مثلی



شکل ۱۴-۴ نرخ همگرایی بار بحرانی برای چیدمان s [۰/-۴۵/۴۵] در گشودگی مثلی



شکل ۴-۱۵ نرخ همگرایی بار بحرانی برای چیدمان $s[0/45]$ در گشودگی مثلثی

۴-۳-۲ تأثیر کلی همه متغیرها

حال به بررسی مقدار بهینه‌ی بار بحرانی کماتشی در حالت کلی می‌پردازیم. جدول ۴-۱۶ مقادیر بهینه بار بحرانی کماتشی را در چیدمان‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که نشان داده شده است مقدار بار بحرانی کماتشی، تقریباً در کمترین مقدار انحنای گشودگی بهینه می‌شوند و مقدار آن در گشودگی مثلثی، تقریباً به دایره نزدیک است.

جدول ۴-۶ مقادیر بهینه همه متغیرهای طراحی و بار بحرانی بهینه در گشودگی مثلثی

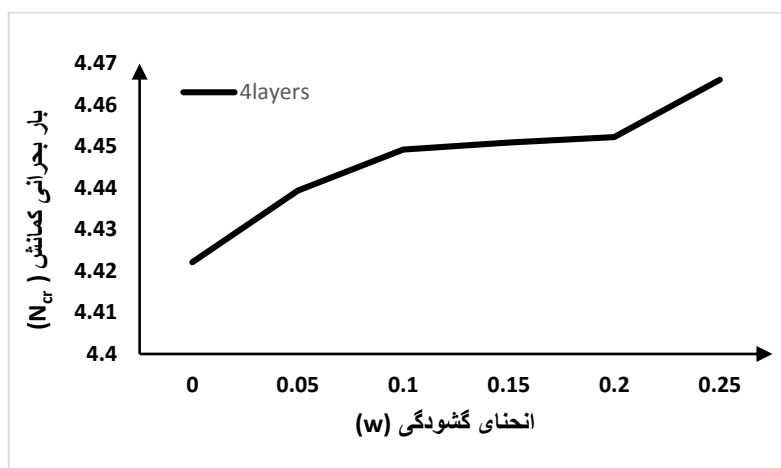
انحنای گوشه‌ی گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	چیدمان	بار بحرانی کماتشی
۰/۰۳۴	۱۴۹/۰۷۲	$[-۷/۶۱ \ -۵۷/۵۳]$	۳,۱۱
۰/۰۵۴	۱۴۵/۷۰	$[۲/۱۲ \ / \ -۵۸/۶۳]_s$	۱۶/۹۲
۰/۰۳۳	۱۴۵/۷۵	$[۲/۹۱/ \ -۱۹/۳۸ \ / \ -۶۲/۱۵]_s$	۲۱,۱۲

۴-۴ گشودگی مربعی

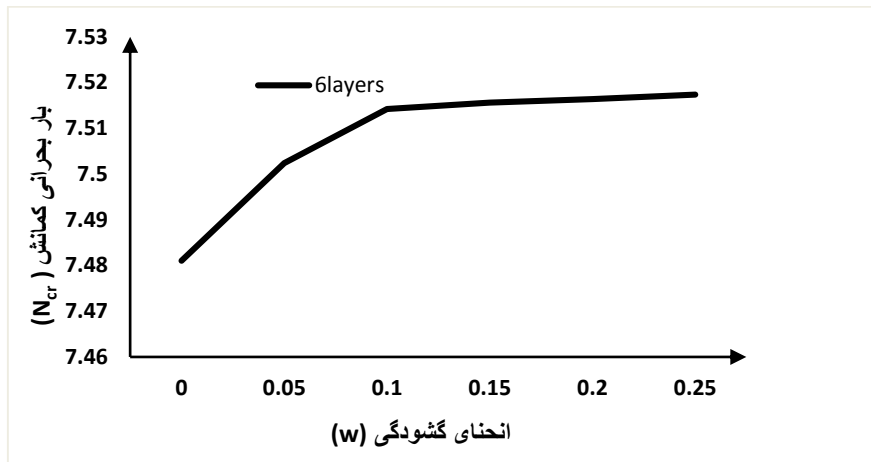
۱-۴-۴ انحناى گشودگى مربعى

در این بخش در ابتدا به بررسی تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر مقدار بار بحرانی کمانشی می‌پردازیم که در شکل ۱۶-۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار بار بحرانی کمانشی با افزایش مقدار انحناى گوشه‌ی گشودگی، افزایش می‌یابد.

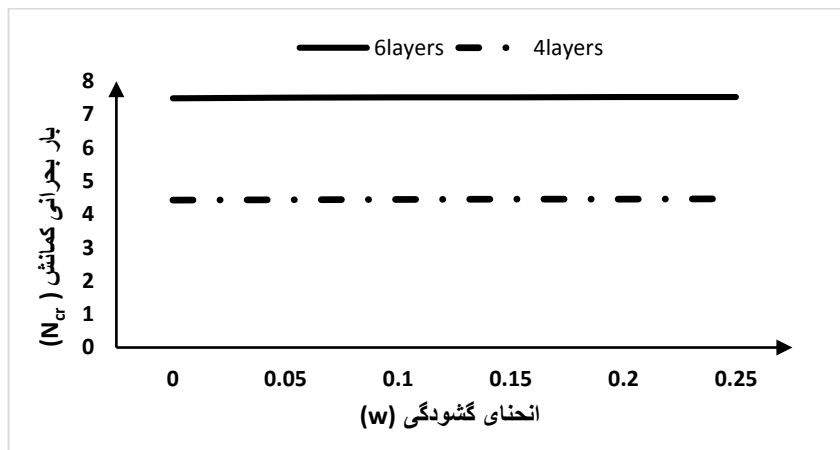
پس از بررسی تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر مقدار بار بحرانی کمانشی در حالتی خاص، در ادامه به بررسی مقدار بهینه پارامترهای زاویه‌ی چرخش گشودگی و مقدار بهینه‌ی بار بحرانی کمانشی در انحناهای گوشه‌ی گشودگی مختلف می‌پردازیم. جدول ۷-۴ مقدار بهینه متغیرهای طراحی و بار کمانشی را برای چیدمان $s[0/90]$ نشان می‌دهد. به عنوان مثال برای حالت $w=0/25$ ، مقدار زاویه‌ی چرخش گشودگی $150/23$ است و مقدار بار بحرانی کمانشی بهینه نیز $4/46$ می‌باشد. جدول ۸-۴، مقدار بهینه متغیرهای طراحی و بار بحرانی کمانشی بهینه را برای چیدمان $s[0/90/0]$ نشان می‌دهد. با توجه به این جداول مقدار بار بحرانی کمانشی بهینه در $w=0/25$ رخ می‌دهد.



شکل ۱۶-۴ تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی مربعی $s[0/90]$



شکل ۴-۱۷ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کماتشی در گشودگی مربعی $s[0/90/0]$



شکل ۴-۱۸ تأثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کماتشی در گشودگی مربعی

جدول ۴-۷ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان $s[0/90]$ در گشودگی مربعی

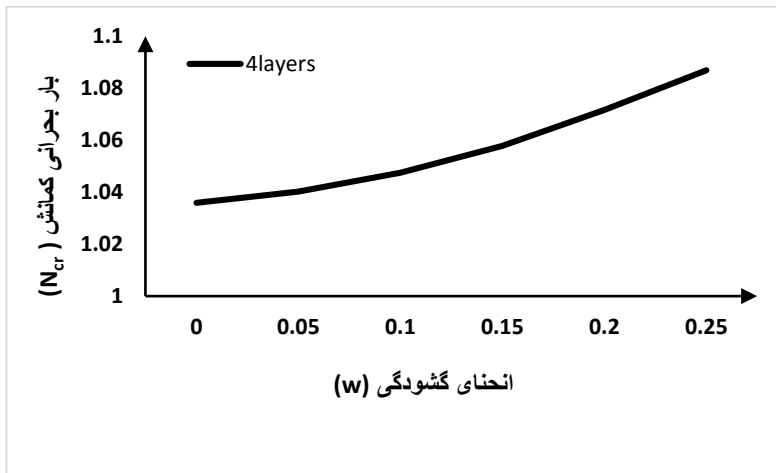
انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کماتشی
۰	۱۲۴/۸۴	۴/۴۲۲۱
۰/۰۵	۱۵۹/۰۷	۴/۴۳۹۴
۰/۱	۱۵۴/۶۵	۴/۴۴۹۳
۰/۱۵	۱۵۲/۳۴	۴/۴۵۱۰

۴/۴۵۲۳	۱۵۰/۵۷	۰/۲
۴/۴۶۶۱	۱۵۰/۲۳	۰/۲۵

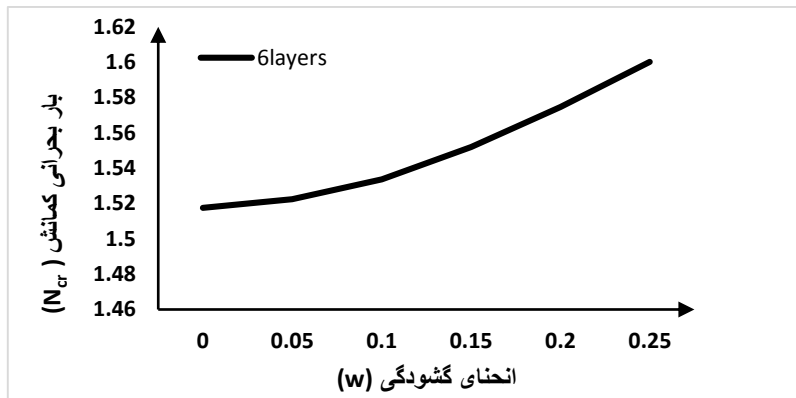
جدول ۴-۸ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحنای گشودگی مختلف در چیدمان s [۰/۹۰/۰] در گشودگی مربعی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۵۸/۶۴	۷/۴۸۱
۰/۰۵	۱۱۲/۱۸	۷/۵۰۲۴
۰/۱	۱۱۶/۳۶	۷/۵۱۴۲
۰/۱۵	۱۱۸/۶۷	۷/۵۱۵۶
۰/۲	۱۱۹/۵۹	۷/۵۱۶۴
۰/۲۵	۱۱۹/۶۷	۷/۵۱۷۴

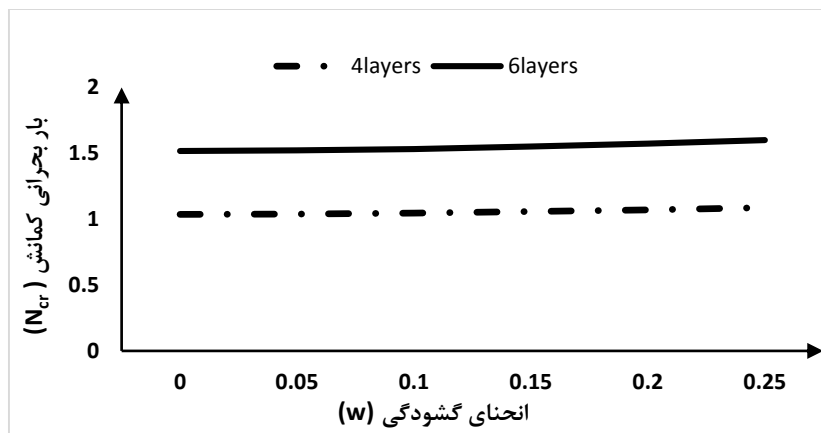
همچنین بررسی‌های بالا برای دو مدل چیدمان دیگر، با تعداد لایه‌های ۴ و ۶ انجام شده است. همان‌طور که در شکل ۴-۱۹ مشاهده می‌شود، در این حالت هم مقدار بار بحرانی کمانشی با افزایش مقدار انحنای گشودگی، افزایش می‌یابد. در این بررسی هم بیشترین مقدار بار بحرانی کمانشی ایجاد شده در لایه‌های مختلف، در $w=0/25$ رخ می‌دهد و مقدار آن برای چیدمان چهارلایه ۱,۰۸۶ است در حالی که برای چیدمان شش لایه ۱/۶۰ می‌باشد. مقدار زاویه‌ی چرخش گشودگی به ترتیب برابر با ۱۳۷/۹۶ و ۱۳۸/۹۴ درجه است. همچنین نحوه‌ی چیدمان در چهارلایه به صورت s [۰/۴۵] و در شش لایه s [۰/-۴۵/۴۵] می‌باشد. جدول ۴-۹ و ۴-۱۰ مقدار بهینه متغیرهای طراحی و بار بحرانی کمانشی بهینه را برای چیدمان s [۰/۴۵]، s [۰/-۴۵/۴۵] نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱۹ تأثیر انحنای گوشه‌ی گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کماتش در گشودگی مربعی $s [0/45]$



شکل ۴-۲۰ تأثیر انحنای گوشه‌ی گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کماتش در گشودگی مربعی $s [0/45/45]$



شکل ۴-۲۱ تأثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کماتش در گشودگی مربعی

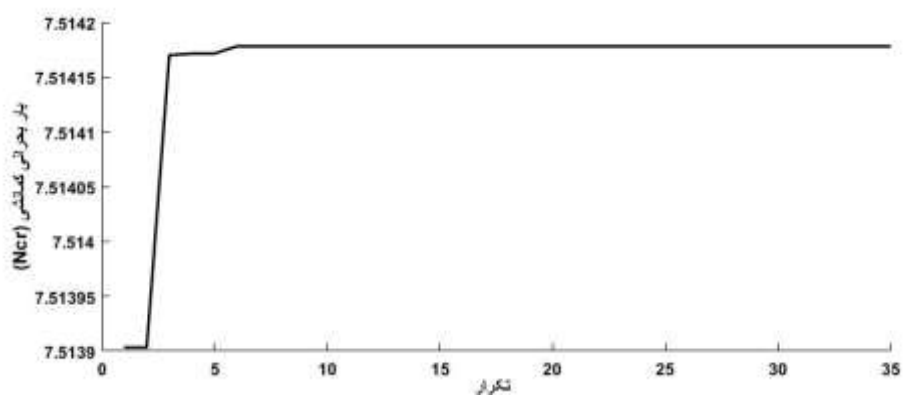
جدول ۴-۹ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحناهای گشودگی مختلف در چیدمان $[0/45]_s$ در گشودگی مربعی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۳۱/۱۱	۱/۰۳۵۹
۰/۰۵	۴۹/۰۱	۱/۰۴۰۲
۰/۱	۴۸/۳۷	۱/۰۴۷۵
۰/۱۵	۱۳۸/۹۰	۱/۰۵۷۹
۰/۲	۱۳۸/۷۷	۱/۰۷۱۶
۰/۲۵	۱۳۸/۹۴	۱/۰۸۶۹

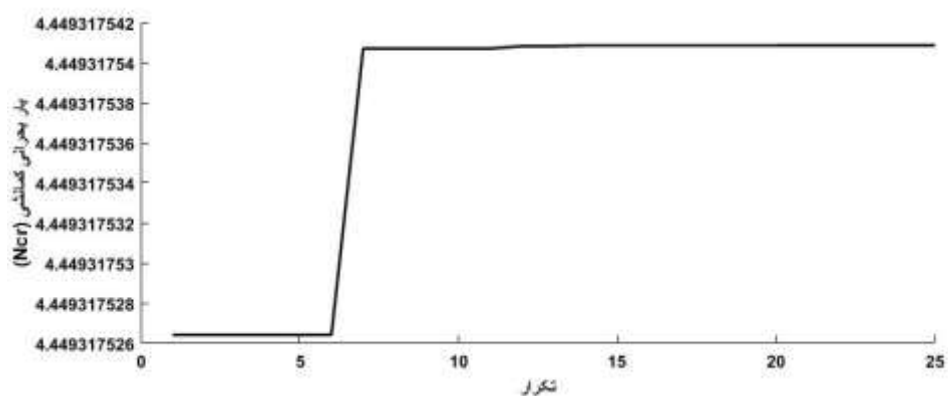
جدول ۴-۱۰ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحناهای گشودگی مختلف در چیدمان $[0/-45/45]_s$ در گشودگی مربعی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۸۱/۱۷	۱/۵۱۷۶
۰/۰۵	۴۸/۵۴	۱/۵۲۲۴
۰/۱	۱۳۸/۳۲	۱/۵۳۳۷
۰/۱۵	۱۳۷/۸۰	۱/۵۵۱۹
۰/۲	۱۳۷/۷۳	۱/۵۷۴۷
۰/۲۵	۱۳۷/۹۶	۱/۶۰۰۲

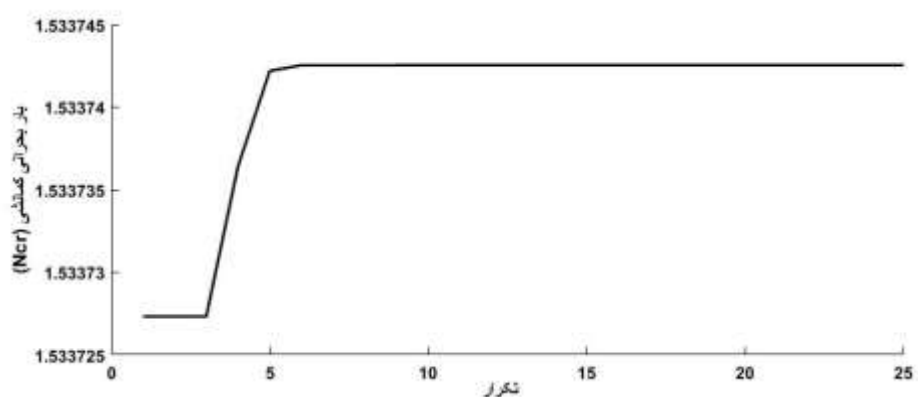
شکل‌های ۴-۲۲، ۴-۲۳، ۴-۲۴ و ۴-۲۵ به ترتیب نشان‌دهنده نرخ همگرایی برای چیدمان‌های $[0/90]_s$ ، $[0/90/0]_s$ ، $[0/-45/45]_s$ و $[0/45]_s$ در $w=0/1$ است.



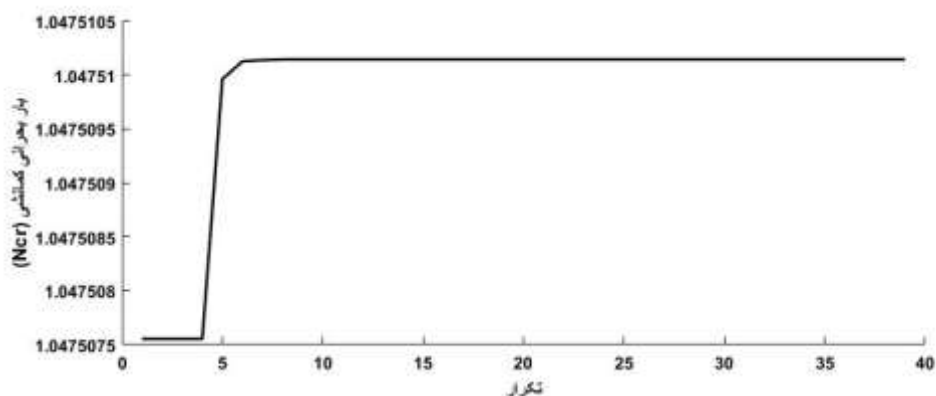
شکل ۴-۲۲ نرخ همگرایی بار بحرانی کماتشی برای چیدمان در گشودگی مربعی $s[0/90/0]$



شکل ۴-۲۳ نرخ همگرایی بار بحرانی کماتشی برای چیدمان $s[0/90]$ در گشودگی مربعی



شکل ۴-۲۴ نرخ همگرایی بار بحرانی کماتشی برای چیدمان $s[0/-45/45]$ در گشودگی مربعی



شکل ۴-۲۵ نرخ همگرایی بار بحرانی کمانشی برای چیدمان $s[0/45]$ در گشودگی مربعی

۴-۴-۲ تأثیر کلی همه متغیرها

در ادامه برای گشودگی مربعی همه متغیرها را به عنوان متغیر طراحی در نظر می‌گیریم و به بهینه‌سازی بار بحرانی کمانشی می‌پردازیم. همانطور که در جدول ۴-۱۱ نشان داده شده است مقدار بهینه بار کمانشی، برای هر سه نوع چیدمان در انحنای گشودگی غیر صفر انفاق می‌افتند. در گشودگی مثلثی حالت بهینه نزدیک به دایره بود، اما در گشودگی مربعی حالت بهینه دیگر دایره نیست.

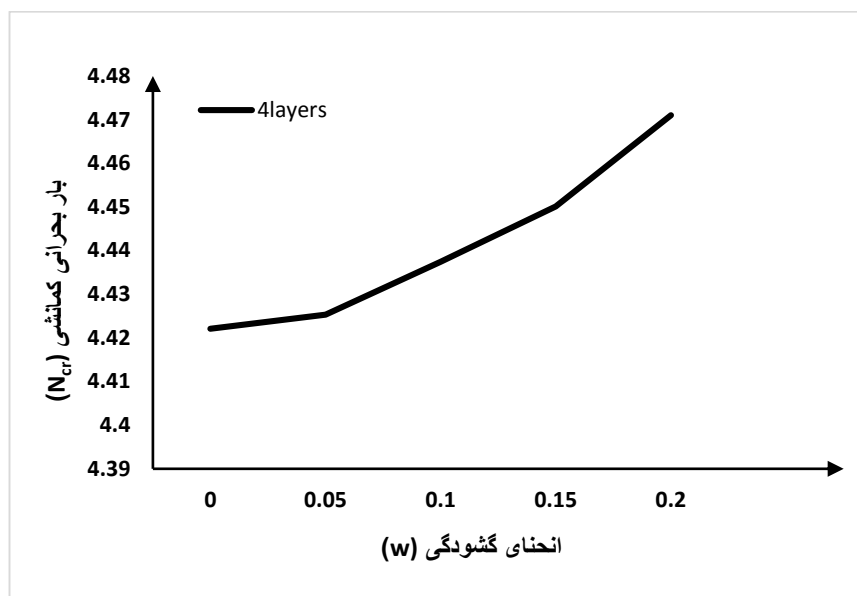
جدول ۴-۱۱ مقادیر بهینه همه متغیرهای طراحی و بار کمانشی بهینه در گشودگی مربعی

انحنای گوشه‌ی گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	چیدمان	بار بحرانی کمانشی
۰/۰۹	۱۱۶/۰۳	$[-۷/۴۸ \ -۵۷/۵۶]$	۴/۳۵
۰/۱۱	۱۱۷/۰۲	$[۱/۸۶ \ / \ -۵۸/۳۸]_s$	۱۷/۴۶
۰/۱۲	۱۱۵/۶۲	$[۲/۵۴ \ / \ -۲۰/۲۷ \ / \ -۶۱/۳۰]_s$	۲۱/۸۴

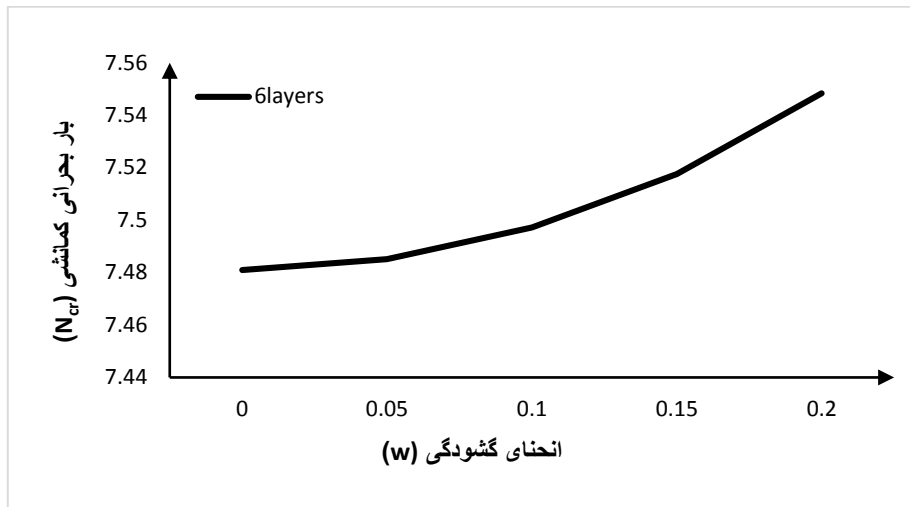
۴-۵ گشودگی پنج ضلعی

۴-۵-۱ انحناى گوشه‌ی گشودگی

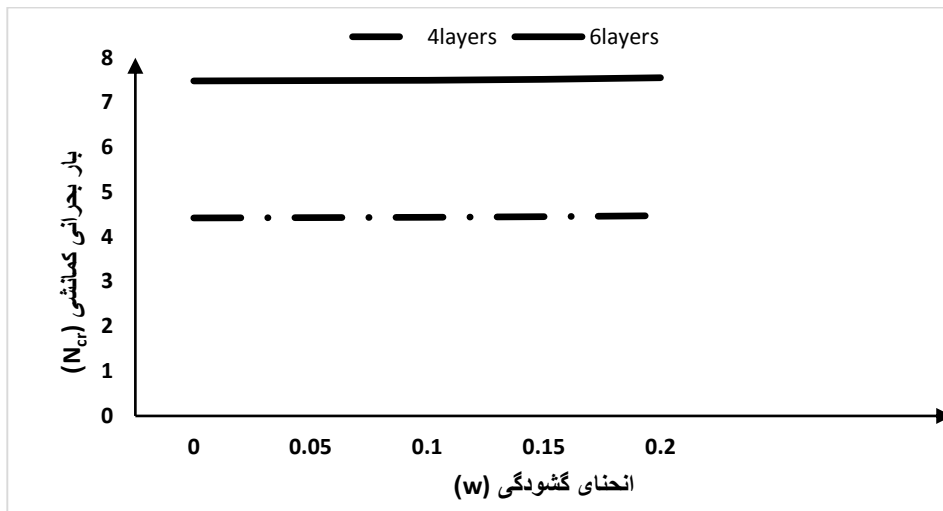
حال به بررسی تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی می‌پردازیم. مشابه گشودگی‌های مثلثی و مربعی مقدار بار کمانشی در همه چیدمان‌ها، با افزایش شعاع انحناى گوشه‌ی گشودگی، افزایش می‌یابد. این رفتار نیز برای گشودگی پنج‌ضلعی در شکل ۴-۲۶ نیز قابل مشاهده است. این نتایج برای زاویه چرخش گشودگی ۴۵ درجه است و همچنین چیدمان‌های چهارلایه و شش‌لایه، به ترتیب، $[0/90]_s$ و $[0/90/0]_s$ می‌باشند.



شکل ۴-۲۶ تأثیر انحناى گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی پنج ضلعی $[0/90]_s$



شکل ۴-۲۷ تأثیر انحنای گوشه‌ی گشودگی بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی پنج ضلعی s [۰/۹۰/۰]



شکل ۴-۲۸ تأثیر تعداد لایه‌ها بر بار بحرانی کمانشی در گشودگی پنج ضلعی

جداول ۴-۱۲ و ۴-۱۳ مقادیر بهینه زاویه‌ی چرخش گشودگی و بار بحرانی کمانشی بهینه را برای چیدمان s [۰/۹۰] و s [۰/۹۰/۰] نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار بهینه بار کمانشی در بیشترین انحنای گشودگی رخ می‌دهد.

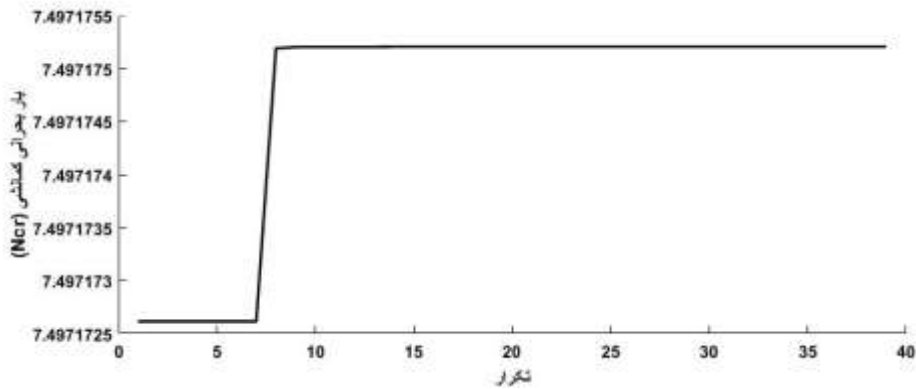
جدول ۴-۱۲ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحناهای گشودگی مختلف در چیدمان $s[0/90]$ در گشودگی پنج ضلعی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۱۲۴/۸۴	۴/۴۲۲۱
۰/۰۵	۱۸۰	۴/۴۲۵۳
۰/۱	۱۸۰	۴/۴۳۴۷
۰/۱۵	۱۸۰	۴/۴۵۰۱
۰/۲	۱۸۰	۴/۴۷۱۰

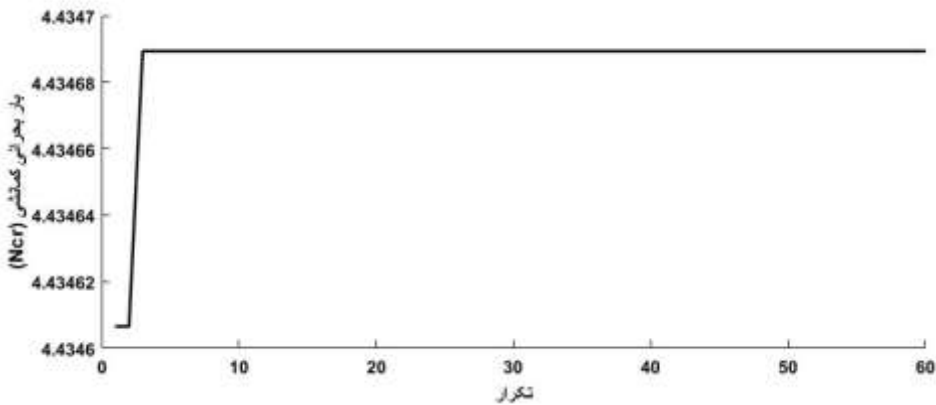
جدول ۴-۱۳ مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و تابع هدف بهینه در انحناهای گشودگی مختلف در چیدمان $s[0/90/0]$ در گشودگی پنج ضلعی

انحنای گشودگی	زاویه‌ی چرخش (درجه)	بار بحرانی کمانشی
۰	۵۸/۵۷	۷/۴۸۱
۰/۰۵	۱۷۹/۷۷	۷/۴۸۵۱
۰/۱	۱۷۹/۶۶	۷/۴۹۷۱
۰/۱۵	۱۷۹/۵۹	۷/۵۱۷۶
۰/۲	۱۷۹/۷۲	۷/۵۴۸۴

شکل‌های ۴-۲۹ و ۴-۳۰ به ترتیب نشان‌دهنده نرخ همگرایی برای چیدمان‌های $s[0/90/0]$ و $s[0/90]$ در $w=0/1$ می‌باشند.



شکل ۴-۲۹ نرخ همگرایی بار بحرانی کمانشی برای چیدمان $s[0/90/0]$ در گشودگی پنج‌ضلعی



شکل ۴-۳۰ نرخ همگرایی بار بحرانی کمانشی برای چیدمان $s[0/90]$ در گشودگی پنج‌ضلعی

۴-۵-۲ تأثیر کلی همه متغیرها

در نهایت به بررسی همه متغیرهای طراحی می‌پردازیم. مقدار بهینه بار بحرانی کمانشی در حالت پنج ضلعی، تقریباً مانند گشودگی مثلثی، نزدیک به حالت دایره، رخ می‌دهد. این واقعیت را می‌توان در جداول ۴-۱۴ نیز ملاحظه کرد.

جدول ۴-۱۴ مقادیر بهینه همه متغیرهای طراحی و بار کمانشی بهینه در گشودگی پنج‌ضلعی

بار بحرانی کمانشی	چیدمان	زاویه‌ی چرخش (درجه)	انحنای گوشه‌ی گشودگی
۲/۸	$[-۸/۰۶ \ -۵۷/۰۰]$	۱۷۹,۹۷	۰,۰۸۱
۱۶/۹۶	$[۲/۲۸ \ / \ -۵۸/۵۶]_s$	۱۸۰	۰,۰۸۳
۲۰/۱۴	$[۳/۷۷ \ / \ ۲۹/۶۶ \ / \ -۶۰/۹۸]_s$	۴۳,۲۸	۰,۰۵۸

فصل ۵

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۵-۱ نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه با کمک حلی عددی بر پایه‌ی تئوری برشی مرتبه‌ی اول و با استفاده از تابع نگاشتی هم‌نوا به بهینه‌سازی بار بحرانی کمانشی در صفحات چندلایه متقارن کامپوزیتی دارای گشودگی‌های غیردایروی، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک (GA) پرداخته شد. برای بررسی درستی نتایج، حل عددی با حل اجزای محدود مقایسه گردید. نتایج به‌دست‌آمده از تطابق خوبی برخوردار بودند.

در این مطالعه به خوبی نشان داده شد که پارامترهای متعددی بر مقدار بار بحرانی کمانشی تأثیرگذار هستند. این پارامترها شامل: شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی و نحوه چیدمان لایه‌ها می‌باشند. با انتخاب صحیح این پارامترها می‌توان به بیشترین بار بحرانی کمانشی دست یافت. بدین منظور تأثیر هر پارامتر به صورت مجزا مورد بررسی قرار گرفت و سپس تأثیر همه‌ی پارامترها در کنار یکدیگر و در نهایت مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مورد بحث که منجر به بیشترین بار بحرانی کمانشی می‌شود، برای هر نوع گشودگی با شکل‌های مختلف بررسی و معرفی شدند.

در یک بررسی جامع، تأثیر پارامتر انحنای گوشه‌ی گشودگی برای گشودگی‌های مختلف مشاهده شد. برخلاف انتظار، در این گشودگی‌ها مشاهده می‌شود که دایره دارای کمترین بار بحرانی کمانشی است. با تغییر انحنای گوشه‌های گشودگی از ۰ تا ۰٫۳، در بار بحرانی کمانشی، افزایش دیده می‌شود ولی تأثیر آن در برابر نحوه‌ی چیدمان لایه‌ها بسیار کمتر است. این عمل نشان می‌دهد که شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی تنها پارامتر موثر بر افزایش بار کمانشی نیست، بلکه انتخاب چیدمان مناسب هم در این افزایش، تأثیر به‌سزایی دارد که با انتخاب مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مذکور، در یک انحنای خاص، می‌توان بار بحرانی کمانشی را به مقدار قابل توجهی افزایش داد. یکی دیگر از عواملی که تأثیر به‌سزایی بر افزایش بار بحرانی کمانشی دارد، تعداد لایه‌ها می‌باشد که تأثیرش به خوبی دیده شد. دو

مدل چیدمان چهارلایه مورد بررسی قرار گرفت که چیدمان $[0/90]_s$ یکی از این دو چیدمان بود و با تغییر چیدمان از حالت $[0/45]_s$ به حالت چهارلایه $[0/90]_s$ مقدار بار کمانشی تقریباً چهار برابر شد که این، مقاومت بالای این چیدمان را می‌رساند.

۲-۵ پیشنهادها

- ۱- بهینه‌سازی توسط الگوریتم‌های دیگر، علاوه بر الگوریتم ژنتیک مانند: الگوریتم‌های کلونی مورچه‌ها و لانه زنبوری را به کار برد و نتایج و عملکرد الگوریتم‌ها را مقایسه نمود.
- ۲- تحلیل و بررسی بار بحرانی کمانشی و بهینه‌سازی صفحات چندلایه متقارن کامپوزیتی دارای چند گشودگی خارج از محور تقارن.
- ۳- علاوه بر بررسی کمانش در حالت بار محوری در راستای طولی، دیگر نحوه‌ی بارگذاری مانند: برشی، ارتعاشی و یا ترکیبی را اعمال نمود و در نهایت تابع هدف مربوطه را محاسبه نمود.
- ۴- بهینه‌سازی چند هدفه مانند: مینیمم نمودن وزن و ضخامت و کسب مقاومت ماکزیمم با در نظر گرفتن مواد مختلف در لایه‌ها.
- ۵- علاوه بر ورق‌های ساده می‌توان استوانه‌ها و مخروط‌ها را جهت کاربرد در صنایع مخزن‌سازی و لوله‌سازی و ... تحلیل کرد.

مراجع

- [1] Hsuan. H, Bor-Horny. L. (1995) "Buckling Optimization of Symmetrically Laminated Plates with Various Geometries and End Condition", Composite Science and Technology, vol. 55, pp. 277-285.
- [۲] موسویان ح، (۱۳۹۵)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: "تعیین پارامترهای بهینه جهت کاهش تمرکز تنش در اطراف گشودگی‌های منتظم در چندلایه‌های متقارن با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات"، دانشکده مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [3] Campbell. F. C. (2011) "Manufacturing Technology for Aerospace Structural Materials", Elsevier, Amstrdam.
- [۴] رضایی ز، (۱۳۹۰)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: "بهینه‌سازی چیدمان لایه‌های یک ورق مرکب جهت کسب بیشترین بار کمانشی به‌روش الگوریتم ژنتیک و الگوریتم دسته‌ی ذرات"، دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- [5] Jones. M. J. (1999) "Mechanics of Composite Materials", 2nd ed., Virginia Polytechnic Institute State University, Virginia.
- [6] Leissa. A. W. (1983) "Buckling of Composite Plates", Composite structures, vol. 1, pp. 51-66.
- [7] Yang. X. S. (2008) "Introduction to Mathematical Optimization", United Kingdom, University of Cambridge.
- [8] Aday. P. R., Dempster. M. A. H. (1974) "Introduction to Optimization Method", Chapman and Hall, London.
- [9] Chong. E. K. P, Zak. S. H. (2013) "An Introduction to Optimization", John wiley & Sons, Canada.
- [10] Haupt. R. L, Haupt. S. E. (2004) "Practical Genetic Algorithms", John wiley & Sons, New Jersey.
- [11] Sun. W, Yuan. Y. (2006) "Optimization Theory and Methods: Nonlinear Programming", Springer Science Business Media, United State.

- [12] Rao. K.M, Kaeser. R. (1984) "Shear Buckling of Stiff Core Anisotropic Sandwich Plate", Journal of Engineering Mechanics, vol. 110, pp. 1435-1440.
- [13] Rao. K.M. (1985) "Buckling Analysis of Anisotropic Sandwich Plates Faced with Fiber Reinforced Plastic", AIAA Journal, Vol. 23, No. 8, pp. 1247-1253.
- [14] Liessa. A. (1987) "A Review of Laminated Composite Plate Buckling", Applied Mechanics Reviews, vol. 40, pp. 575-591.
- [15] Qablan. H. A, Kathhuda. H, Dwairi. H. (2009) "Assessment of the Buckling Behavior of Square Composite Plates with Circular Cut Out Subjected to In-Plane Shear", Jordan Journal of Civil Engineering, vol. 3, No. 2, pp. 184-193.
- [16] Narayana. A. L, Rayavarapu. V, Rao. K. (2014) "Buckling Analysis of Rectangular Composite Plates with Rectangular Cut Out Subjected to Linearly Varying In-Plane Loading Using FEM", SADHANA, vol. 39, pp. 583-596.
- [17] Shaterzadeh. A. R, Abolghasemi. S, Rezaei. R. (2014) "Finite Element Analysis of Thermal Buckling of Rectangular Laminated Composite Plates with Circular Cut-Out", Journal of Thermal Stresses, vol. 37, pp. 604-623.
- [18] Sonawane. A. (2016) "Study of Round Central Hole in Buckling Analysis of Cross Ply Laminates", International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering, vol. 3, pp. 243-254.
- [19] Park. J, Hwang. J, Lee. C, Hwang. W. (2001) "Stacking Sequence Design of Composite Laminates for Maximum Strength Using Genetic Algorithms", Composite Structure, vol. 52, pp. 217-231.
- [20] Riche. R. L, Haftka. R. T. (1993) "Optimization of Laminate Stacking Sequence for Buckling Load Maximization by Genetic Algorithm", AIAA Journal, vol. 31, No. 5, pp. 951-956.

- [21] Potgieter. E, Stander. N. (1998) "The Genetic Algorithm Applied to Stiffness Maximization of Laminated Plates: Review and Comparison", Structural Optimization, vol. 15, pp. 221-229.
- [22] Jafari. M, Moussaian. H, Bayati Chaleshtari. M. H. (2018) "Optimum Design of Perforated Orthotropic and Laminated Composite Plates Under In-Plane Loading by Genetic Algorithm", Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 57, pp. 341-357.
- [23] Tiantang. Y, Shuohui. Y, Quoc. B. T, Shifeng. X, Satoyuki. T, Sohichi. H. (2016) "NURBS-Based Isogeometric Analysis of Buckling and Free Vibration Problems for Laminated Composite Plates with Complicated Cut Outs Using a new Simple FSDT Theory and Level Set Method", Thin-walled Structures, vol. 101, pp. 141-156.
- [24] Sivakumar. K, Iyengar. N. G. R, Deb. K. (1998) "Optimum Design of Laminated Composite Plates With Cut Outs Using a Genetic Algorithm", Composite Structures, vol. 42, pp. 265-279.
- [25] Lingaard. E, Lund. E. (2010) "Nonlinear Buckling Optimization of Composite Structures", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 199, pp. 2319-2330.
- [26] Jafari. M, Bayati Chaleshtari. M. H. (2017) "Using Dragonfly Algorithm for Optimization of Orthotropic Infinite Plates With a Quasi-Triangular Cut-Out", European Journal of Mechanics A/Solids, vol. 66, pp. 1-14.
- [27] Reissner. E. (1944) "On the Theory of Bending of Elastic Plates", Journal of Mathematics and Physics, Vol. 23, pp. 184-191.
- [28] Reissner. E. (1945) "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates", Journal of applied mechanics transactions ASME, Vol. 12, pp. 69-77.

- [29] Mindlin. R. D. (1951) "Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropi, elastic plates", Journal of Applied Mechanics Transactions of The ASME, Vol. 18, pp. 31–38.
- [30] Wang. C. M, Lim. G. T, Reddy. J. N, Lee. K. H. (2001) "Relationships between bending solutions of Reissner and Mindlin plate theories", Engineering Structures, Vol. 23, pp. 838-849.
- [31] Kaw. A. K. (2006) "Mechanincs of Composite Materials", Taylor and Francis Group, Philadelphia.
- [32] Rao. D. K. N, Babu. M. R, Reddy. K. R. N, Sunil. D. (2010) "Stress around square and rectangular cutouts in symmetric laminates", Composite Structures, Vol. 92, No. 12, pp. 2845-2859.
- [33] Jones. R. M. (1999) "Buckling of Bars, Plates, and Shells", 2nd ed, Taylor and Francis Group, Philadelphia.
- [34] Abolghasemi. S, Shaterzadeh. A. R, Rezaei. R. (2014) "Thermo-Mechanical Buckling Analysis of Funtionally Graded Plates with Elliptic Cut-Out", vol. 39, pp. 250-259.
- [35] Jafari. M, Moussavian. H, Bayati Chaleshtari. M. H. (2017) "Optimum Design of Perforated Orthotropic and Laminated Composite Plates under in-plane loading by genetic algorithm", vol. 57, pp. 341-357.
- [۳۶] یقینی م، اخوان کاظم زاده م ر، (۱۳۹۵) "الگوریتم بهینه سازی فراابتکاری" جلد اول، چاپ دوم، جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیر کبیر، ص ۱۱.
- [37] Holland. J. H. (1992) "Adaptation in natural and artificial systems", 1st ed., University of Michigan.
- [38] Goldberg. D. E. (1989) "Genetic algorithms in search, optimization and machine learning", 1st ed., Alabama University.

- [39] Rezaee Jordehi. A, Jasni. J. (2013) "Parameter selection in particle swarm optimization: a survey", Journal of experimental and theoretical artificial intelligence, Vol. 25, No. 4, pp. 527-542.
- [40] Sahin. O. S. (2005) "Thermal buckling of hybrid angle-ply laminated plates with a hole", Composite science and technology, Vol. 65, pp. 1780-1790.

Abstract

In this thesis, in order to consider the effective parameters on the critical buckling load, in symmetric laminated composite plates with regular polygonal hole, using genetic algorithm (GA), to introduce the optimum parameters to achieve the most critical buckling load. Design variables include the geometry of cutout, bluntness, rotation angle of cutout, fiber angle in symmetric laminated plates. The finite element method has been used to verify the accuracy of analytical results. Comparison of two methods demonstrates the accuracy of present analytical solution. In this study, an analytical method was used to calculate buckling load. According to this method, the first-order shear theory solving method was generalized by using conformal mapping to other holes.

The results presented in this paper show that by selecting appropriate shape of hole and optimal parameters related to perforated symmetric laminated plates, the critical buckling load can be significantly increased, and even achieved to more load buckling than the buckling load in circular cutout. In other words, contrary to the expectation, the circular hole is not always the best geometry for increasing buckling load, and in some cases, by choosing the appropriate bluntness, rotation angle of hole and the angle of the fiber for plates, there can be more buckling load than the circular hole.

Keyword: Genetic algorithm (GA), Numerical solving, Regular polygon holes, Critical buckling load



Faculty of Mechanical & Mechatronics Engineering
MSc thesis Mechanical Engineering Applied Mechanics

**Optimum design of perforated laminated composite plate for maximum
buckling load using genetic algorithm**

By:

Hedie Sedighi Kasmaei

Supervisor:

Dr. Mohammad Jafari

Dr. Alireza Shaterzadeh

February 2019