

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی تبدیل انرژی

حل تحلیلی انتقال حرارت در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن

نگارنده

بابک عرفان منش

استاد راهنما

محمد محسن شاه مردان

استاد مشاور

محمود نوروزی

بهمن ۱۳۹۷

شماره: ۳۰۲۹۷/۱۵۴
تاریخ: ۱۳/۱۱/۹۷

باسمه تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۳) صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با نام و یاد خداوند متعال، ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای **بابک عرفان منش** با شماره دانشجویی ۹۵۱۰۳۱۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان **حل تحلیلی انتقال حرارت در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن** که در تاریخ ۱۳۹۷/۱۱/۱۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می‌گردد:

قبول (با درجه: عالی.....) <input checked="" type="checkbox"/> مردود <input type="checkbox"/>			
نوع تحقیق: نظری <input checked="" type="checkbox"/> عملی <input type="checkbox"/>			
عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	دکتر محمد محسن شاه مردان	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم			
۳- استاد مشاور	دکتر محمود نوروزی	دانشیار	
۴- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر رامین ذاکری	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	دکتر علی خالقی	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	دکتر علی سررشته داری	استادیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده:

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:

تصوه: در صورتی که کسی مردود شود حداکثر یکبار دیگر (در مدت مجاز تحصیل) می‌تواند از پایان نامه خود دفاع نماید (دفاع مجدد نباید زودتر از ۴ ماه برگزار شود).

شکر و سپاس

سپاس خدای را که انسان باطنی در مسیر زندگی قرار داد که بود نشان تاج افتخاری ست بر سرم و نشان دلیلی ست بر بودنم. قدردان استادی هستم که

سیدی را بر تخت سیاه زندگی گذاشت و بنظر ای چشمه علم خود را از من دریغ نکرد، استادی که میوز تا انسان بسازد. قدردان تمامی آن باطنی هستم که زندگی

کردن و انسان بودن را برایم معنا کردند.

بابک عرفان نش

بهمن ۱۳۹۷

تعهدنامه

اینجانب بابک عرفان منش دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه حل تحلیلی انتقال حرارت در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن تحت راهنمایی دکتر محمد محسن شاه مردان متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا چینی‌جاهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در پژوهش حاضر، یک حل دقیق تحلیلی برای مسئله‌ی انتقال حرارت هدایتی ناهمسانگرد در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن ارائه شده است. هندسه‌ی پوسته به‌طور کامل مخروطی شکل فرض شده است و به دلیل ماهیت ناهمسانگرد مسئله‌ی انتقال حرارت هدایتی در پوسته‌ی مخروطی، الیاف به دور آن، در هر زاویه‌ی دلخواه پیچانده شده‌اند. بنابراین، زاویه الیاف، به‌طور کلی می‌تواند بین صفر تا ۹۰ درجه تغییر کند. به‌منظور دستیابی به کلی‌ترین پاسخ تحلیلی، شرایط مرزی در حالت کلی برای پایه‌ی مخروط در نظر گرفته شده است. انتقال حرارت جابجایی بین پوسته‌ی مخروطی و سیال محیطی، و همچنین انتقال حرارت تشعشعی خارجی در معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی انتقال حرارت مدل شده است.

غیرهمگن بودن در مسئله‌ی انتقال حرارت حاضر ناشی از وابستگی مستقیم ضرایب انتقال حرارت هدایتی به دما می‌باشد. به‌منظور حل مسئله‌ی انتقال حرارت هدایتی غیرهمگن در حالت‌پایا، تبدیل کیرشهف و به دنبال آن تبدیل انتگرالی محدود به کار گرفته می‌شود. درنهایت به‌منظور حل معادله‌ی دیفرانسیل ساده‌ی نهایی، روش توابع گرین به کار گرفته می‌شود.

به‌منظور حل مسئله‌ی انتقال حرارت هدایتی غیرهمگن در حالت ناپایا، تبدیل کیرشهف و پس‌از آن تبدیل انتگرالی محدود به کار گرفته می‌شود. با به‌کارگیری تبدیل انتگرالی محدود در راستای زاویه‌ای، معادله‌ی انتقال حرارت هدایتی تبدیل یافته‌ی حاصل، با بهره‌گیری از روش جداسازی متغیرها قابل حل می‌باشد. درنهایت، به‌منظور دستیابی به جواب دقیق برای مسئله انتقال حرارت هدایتی ناهمسانگرد و غیرهمگن، از معکوس تبدیلات استفاده می‌شود.

به جهت اعتبارسنجی حل تحلیلی حاضر، حل عددی به روش مرتبه دوم تفاضلات محدود فراهم شده است. نتایج حل تحلیلی با نتایج به‌دست‌آمده از روش حل عددی، مطابقت خوبی دارد. کاربرد این روش حل تحلیلی با به‌کارگیری نمونه‌های واقعی صنعتی، موردبررسی قرار گرفته است. بدین منظور، توزیع‌های دمایی برای نمونه‌های صنعتی از قبیل مخزن تحت فشار و پین فین به‌صورت تحلیلی

محاسبه شده است.

کلیدواژه: حل دقیق تحلیلی، پوسته‌ی مخروطی کامپوزیتی، انتقال حرارت غیرهمگن، تبدیل انتگرالی

محدود، توابع گرین، روش جداسازی متغیرها.

مقاله استخراج شده از پایان نامه

- حل تحلیلی انتقال حرارت در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی ناهمگن با ضرایب هدایت وابسته

به دما; نشریه علمی پژوهشی مهندسی مکانیک امیرکبیر

فهرست مطالب

فصل اول

- ۱-۱- مقدمه..... ۲
- ۲-۱- مروری بر تاریخچه مواد کامپوزیتی..... ۳
- ۳-۱- فواید کامپوزیت‌ها..... ۵
- ۴-۱- فرآیندهای ساخت کامپوزیت‌ها..... ۹
- ۵-۱- مروری بر پژوهش‌های پیشین..... ۱۸
- ۶-۱- معرفی مطالعه حاضر..... ۲۳
- ۱-۶-۱- تعریف مسئله..... ۲۳
- ۲-۶-۱- ضرورت، اهمیت و کاربرد موضوع..... ۲۴
- ۳-۶-۱- جنبه‌های نوآوری..... ۲۵
- ۴-۶-۱- مروری بر فصل‌های پایان‌نامه..... ۲۵

فصل دوم

- ۱-۲- مقدمه..... ۲۸
- ۲-۲- ویژگی‌های مواد کامپوزیتی..... ۲۸
- ۳-۲- قسمت‌های تشکیل‌دهنده کامپوزیت‌ها..... ۲۹
- ۱-۳-۲- ویژگی‌های الیاف..... ۳۰
- ۲-۳-۲- ویژگی‌های زمینه..... ۳۰
- ۴-۲- تقسیم‌بندی مواد کامپوزیتی..... ۳۱
- ۱-۴-۲- مواد کامپوزیتی الیافی..... ۳۲
- ۲-۴-۲- مواد کامپوزیتی لایه‌ای..... ۳۴
- ۳-۴-۲- مواد کامپوزیتی ذره‌ای..... ۳۵
- ۴-۴-۲- مواد کامپوزیتی با ساختار ترکیبی..... ۳۶
- ۵-۲- انواع مواد مورد استفاده در الیاف..... ۳۶
- ۱-۵-۲- الیاف شیشه..... ۳۸
- ۲-۵-۲- الیاف کربن..... ۴۰

- ۴۲ ۲-۵-۳- الیاف برن.....
- ۴۲ ۲-۵-۴- الیاف پلیمری.....
- ۴۳ ۲-۶-۶- انواع مواد مورد استفاده در رزین.....
- ۴۳ ۲-۶-۱- مواد گرماسخت.....
- ۴۵ ۲-۶-۲- مواد گرمانرم.....
- ۴۶ ۲-۷- فرآیندهای تولید کامپوزیت‌ها.....

فصل سوم

- ۵۴ ۳-۱- مقدمه.....
- ۵۴ ۳-۲- اصول انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی.....
- ۵۸ ۳-۳- مدل سازی، معادلات حاکم و شرایط مرزی.....
- ۶۱ ۳-۴- ضریب انتقال حرارت جابجایی در مخروط.....
- ۶۲ ۳-۵- شار حرارتی در مخروط.....

فصل چهارم

- ۶۶ ۴-۱- مقدمه.....
- ۶۶ ۴-۲- حل تحلیلی برای شرایط مرزی کلی.....
- ۷۴ ۴-۳- خواص حرارتی کامپوزیت کربن-کربن.....
- ۷۵ ۴-۴- مخزن تحت فشار.....
- ۷۶ ۴-۴-۱- راستی آزمایشی.....
- ۷۸ ۴-۴-۲- سایر نتایج.....
- ۸۶ ۴-۵- پین فین.....
- ۸۷ ۴-۵-۱- راستی آزمایشی.....
- ۸۸ ۴-۵-۲- سایر نتایج.....

فصل پنجم

- ۱۰۲ ۵-۱- مقدمه.....
- ۱۰۲ ۵-۲- حل تحلیلی برای شرایط مرزی کلی.....
- ۱۰۷ ۵-۳- مخزن تحت فشار.....

۱۰۷	۵-۳-۱- راستی آزمایی
۱۰۸	۵-۳-۲- سایر نتایج
۱۱۵	نتیجه گیری
۱۱۶	پیشنهادات
۱۱۷	مراجع و منابع

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: الف- صنایع دستی روی پاپیروس [۱]. ب- کتاب عهد جدید روی پاپیروس [۱] ۴
- شکل ۲-۱: تقسیم‌بندی مواد تشکیل‌دهنده بوئینگ ۷۸۷ [۳] ۷
- شکل ۳-۱: انعطاف‌پذیری بال‌های کامپوزیتی هواپیمای بوئینگ ۷۸۷ ۸
- شکل ۴-۱: شماتیک فرآیند لایه‌چینی دستی، که نشان‌دهنده توالی لایه‌ها است [۴] ۱۰
- شکل ۵-۱: دستگاه اتوکلاوی که برای ساخت بال‌های هواپیمای بوئینگ ۷۸۷ استفاده شد [۵] ۱۰
- شکل ۶-۱: تصویری از سازه‌های فایبرگلاسی که به روش پولتراسیون تولید شده‌اند [۵] ۱۱
- شکل ۷-۱: ماشین آزمایشگاهی پولتراسیون [۴] ۱۱
- شکل ۸-۱: ماشین نواربافی [۴] ۱۲
- شکل ۹-۱: مخزن تحت فشار کامپوزیتی [۴] ۱۳
- شکل ۱۰-۱: ماشین الیاف‌پیچی برای تولید قطعات کامپوزیتی [۴] ۱۳
- شکل ۱۱-۱: ماشین رشته‌گذاری اتوماتیک [۴] ۱۴
- شکل ۱۲-۱: الف- کامپوزیت سیلیکون کاربید/ تیتانیوم [۱]. ب- کامپوزیت کربن/اپوکسی [۱] ۱۷
- شکل ۱-۲: مدول کششی ویژه و مقاومت کششی ویژه برای گستره‌ای از الیاف [۶۱] ۳۸
- شکل ۲-۲: در لایه‌چینی دستی، فیبرها با دست روی قالب قرار داده می‌شوند و رزین با قلم‌مو و یا اسپری روی آن قرار داده می‌شود [۵] ۴۷
- شکل ۳-۲: در لایه‌گذاری پاششی، رزین و فیبرها همراه باهم بر روی سطح قالب اسپری می‌شوند [۵].
..... ۴۸
- شکل ۴-۲: طرح شماتیک رشته‌گذاری اتوماتیک [۵] ۴۹
- شکل ۵-۲: طرح شماتیک روش الیاف‌پیچی [۵] ۵۰
- شکل ۶-۲: طرح شماتیک روش پولتراسیون [۵] ۵۱
- شکل ۱-۳: تصویری شماتیک از سیستم مختصات اصلی و فرعی ۵۶

- شکل ۳-۲: جهت‌گیری الیاف با سیستم مختصاتی و شرایط مرزی در پوسته مخروطی کامپوزیتی ... ۵۹
- شکل ۳-۳: شارهای حرارتی وارده بر یک المان مخروطی..... ۶۰
- شکل ۴-۱: الف- توزیع دمای پوسته مخروطی در جهت x برای زاویه الیاف 45° و ماده ۱. ب- توزیع دمای پوسته مخروطی در جهت φ برای زاویه الیاف 45° و ماده ۱..... ۷۷
- شکل ۴-۲: الف- کانتورهای توزیع دما برای ماده ۲. ب- کانتورهای توزیع دما برای ماده ۱..... ۸۰
- شکل ۴-۳: کانتورهای توزیع دما برای ماده ۳..... ۸۱
- شکل ۴-۴: تغییرات دمای ماکزیمم برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲..... ۸۲
- شکل ۴-۵: نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲..... ۸۳
- شکل ۴-۶: تغییرات دمای میانگین برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲..... ۸۳
- شکل ۴-۷: تغییرات دمای میانگین برحسب شار گرمایی برای ماده ۱ در زاویه الیاف مختلف..... ۸۴
- شکل ۴-۸: تغییرات دمای ماکزیمم برحسب شار گرمایی برای ماده ۱ در زاویه الیاف مختلف..... ۸۴
- شکل ۴-۹: تغییرات دمایی در حالت شار ثابت گرمایی برای ماده ۳..... ۸۵
- شکل ۴-۱۰: تغییرات دمای نقطه سکون برحسب شار ثابت گرمایی برای ماده ۱ و ۳ در زاویه الیاف 45° ۸۶
- شکل ۴-۱۱: الف- توزیع دمای پوسته مخروطی در جهت x برای زاویه الیاف 45° و ماده ۲. ب- توزیع دمای پوسته مخروطی در جهت φ برای زاویه الیاف 45° و ماده ۲..... ۸۸
- شکل ۴-۱۲: الف- کانتورهای توزیع دما برای ماده ۲. ب- کانتورهای توزیع دما برای ماده ۱..... ۹۰
- شکل ۴-۱۳: کانتورهای توزیع دما برای ماده ۳..... ۹۱
- شکل ۴-۱۴: نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲..... ۹۲
- شکل ۴-۱۵: دمای متوسط برای پوسته مخروطی برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲..... ۹۲
- شکل ۴-۱۶: دمای متوسط برحسب نسبت ضرایب هدایتی در چهار زاویه الیاف مختلف برای ماده ۲..... ۹۴

- شکل ۴-۱۷: نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب نسبت ضرایب هدایتی در چهار زاویه الیاف مختلف برای ماده ۲..... ۹۵
- شکل ۴-۱۸: توزیع دما در حالت شار ثابت برای ماده ۱ و ۲..... ۹۶
- شکل ۴-۱۹: تغییرات دمای میانگین برحسب زاویه الیاف در k_{022} ثابت، برای ماده ۲..... ۹۸
- شکل ۴-۲۰: تغییرات دمای میانگین برحسب زاویه الیاف در k_{011} ثابت، برای ماده ۲..... ۹۹
- شکل ۵-۱: الف- تغییرات دمایی ناپایا در پوسته مخروطی در راستای x ($\varphi = 90^\circ$) برای زاویه الیاف 45° و ماده ۱. ب- تغییرات دمایی ناپایا در پوسته مخروطی در راستای φ ، ($x = 2.5\text{ m}$) برای زاویه الیاف 45° و ماده ۱..... ۱۰۸
- شکل ۵-۲: کانتورهای توزیع دما در زمان ۱۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱. ب- کانتورهای توزیع دما در زمان ۵۰۰ ثانیه برای ماده ۱..... ۱۰۹
- شکل ۵-۳: الف- کانتورهای توزیع دما در زمان ۴۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱. ب- کانتورهای توزیع دما در زمان ۲۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱..... ۱۱۰
- شکل ۵-۴: الف- کانتورهای توزیع دما در زمان ۸۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱. ب- کانتورهای توزیع دما در زمان ۶۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱..... ۱۱۱
- شکل ۵-۵: تغییرات دمای ماکزیمم برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ در پنج زمان مختلف..... ۱۱۲
- شکل ۵-۶: نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ در پنج زمان مختلف..... ۱۱۳
- شکل ۵-۷: تغییرات دمای میانگین برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ در پنج زمان مختلف..... ۱۱۴

فهرست جداول

- جدول ۱-۱: طبقه‌بندی برخی کاربردهای مواد کامپوزیتی [۲]..... ۶
- جدول ۲-۱: خواص مواد مهندسی، الیاف و ماتریس‌ها [۶]..... ۱۶
- جدول ۳-۱: نمونه‌ای از خواص مکانیکی و حرارتی کامپوزیت کربن-کربن در دماهای مختلف [۷]... ۱۷
- جدول ۱-۲: خواص الیاف تقویت‌کننده [۵]..... ۳۰
- جدول ۲-۲: برخی از خواص ماتریس‌های پلیمری [۵]..... ۳۱
- جدول ۳-۲: درصد ترکیبات تشکیل‌دهنده انواع شیشه مورد استفاده در مواد کامپوزیتی [۴]..... ۳۹
- جدول ۴-۲: خصوصیات مکانیکی انواع شیشه [۴]..... ۴۰
- جدول ۵-۲: خواص انواع مختلف الیاف کربن [۶۲]..... ۴۱
- جدول ۶-۲: خواص الیاف پلیمری [۶۲]..... ۴۳
- جدول ۷-۲: خواص اندازه‌گیری شده در دمای اتاق برای برخی از مواد گرماسخت [۶۲]..... ۴۵
- جدول ۱-۴: خواص گرمایی کامپوزیت‌های صنعتی [۷]..... ۷۵
- جدول ۲-۴: هندسه و شرایط مرزی پوسته مخروطی..... ۷۶
- جدول ۳-۴: هندسه و شرایط مرزی پوسته مخروطی..... ۸۷
- جدول ۴-۴: بررسی نسبت k_{011}/k_{022} ، به ازای k_{022} ثابت..... ۹۶
- جدول ۵-۴: بررسی نسبت k_{011}/k_{022} ، به ازای k_{011} ثابت..... ۹۶

فهرست علائم

زمان (s)	t	مساحت سطح (m^2)	A_i
چشمه انرژی (W/m^3)	u'''	ضرایب ثابت	a_1, a_2
حجم (m^3)	V	ظرفیت گرمایی (J/Kg K)	C
درصد حجمی الیاف	v_f	تبدیل فوریه تابع f	$F(f)$
درصد حجمی زمینه	v_m	ضریب انتقال حرارت جابجایی (W/m^2K)	h
مختصه طولی (m)	x_i	تابع بسط اصلاح شده نوع اول	J_ν
تابع بسط اصلاح شده نوع دوم	Y_ν	ضریب هدایتی الیاف (W/mK)	k_f
چگالی (Kg/m^3)	ρ	ضریب هدایتی در جهات فرعی (W/mK)	k_{ij}
ضخامت پوسته مخروطی (m)	δ	ضریب هدایتی زمینه (W/mK)	k_m
مختصه زاویه ای ($^\circ$)	φ_i	ضریب هدایتی در جهات اصلی (W/mK)	\bar{k}_{ij}
زاویه قرارگیری الیاف ($^\circ$)	θ	طول یال مخروط (m)	l
نصف زاویه نوک مخروط ($^\circ$)	γ	مقدار $\cos \theta$	m_l
دمای اصلاح شده (K)	ψ	مقدار $\sin \theta$	n_l
ضریب دمایی هدایت حرارتی ($1/K$)	β	شار حرارتی (W/m^2)	q_i''
پارامتر تابع گرین	ξ	دما (K)	T
مرتبه توابع بسط	ν	دمای محیط (K)	T_∞

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

در قرن بیست و یکم مواد کامپوزیتی پیشرفته، در بخش‌های مختلف سازه‌های مهندسی به‌طور وسیع مورد استفاده قرار می‌گیرند. سازندگان، طراحان و مهندسين، توانایی مواد کامپوزیتی را جهت تولید محصولاتی با کیفیت بالا، بادوام و ارزان تشخیص داده‌اند. از جمله مزایای گسترده این مواد می‌توان به نسبت بالای مقاومت به دانسیته، نسبت بالای سفتی به دانسیته، انبساط حرارتی صفر و یا نزدیک به صفر، عمر خستگی استثنایی، مقاومت بالا در برابر ضربه، مقاومت بالا در برابر خوردگی، مقاومت بالا در برابر نفوذ و پلاسیسته در مقایسه با سایر مواد صنعتی اشاره نمود. بیشتر این خواص بی‌همتا به دلیل خاصیت این مواد یعنی ترکیب خواص فیزیکی، مکانیکی و دمایی مواد مختلف می‌باشد. علاوه بر این، افزایش فناوری‌های مؤثر تولید مواد کامپوزیتی باعث کاهش هزینه‌های تولید و نگهداری این مواد در سال‌های اخیر گردیده است. امروزه مواد کامپوزیتی به‌طور وسیع در صنایع هوافضا، نظامی، خودروسازی، کشتی‌سازی، ساختمان‌سازی، ماشین‌آلات و ابزارها، مخازن تحت فشار، مبدل‌های حرارتی، پین‌فین‌ها، لوله‌ها، محفظه‌های احتراق، ابزارهای ورزشی، تجهیزات پزشکی، کاربرد در درجه حرارت‌های زیر صفر و غیره استفاده می‌شوند. در این میان پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی دارای کاربردهای فراوانی در تولید مخازن تحت فشار، پین‌فین‌ها، اجزای هوافضا و ... می‌باشند. همچنین دانش مواد کامپوزیتی با گسترش کاربردهای آن پیشرفت چشم‌گیری یافته است و استفاده از این مواد در کاهش هزینه‌ها و افزایش کارایی مؤثر می‌باشد. در این میان مسئله انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی از جمله مسائل مهم و ضروری در دانش کامپوزیت‌ها می‌باشد. تحلیل‌های حرارتی به دلایل متعددی نظیر تحلیل تنش در لمینیت‌های کامپوزیتی انجام می‌شود. از جمله کاربردهای دیگر انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی می‌توان به مسئله کاهش / افزایش انتقال حرارت و نیز کنترل دمای پوسته‌های مخروطی اشاره نمود به‌نحوی که با تغییر در مواد کامپوزیتی می‌توان انتقال حرارت صورت گرفته از آن‌ها را کنترل نمود.

۱-۲- مروری بر تاریخچه مواد کامپوزیتی

مواد کامپوزیتی از زمان آغاز آفرینش وجود داشته‌اند. ساختارهای بسیاری از اجزاء گیاهان و حیوانات دارای سیستم‌های الیاف کامپوزیتی هستند. این مسئله به‌وضوح در درخت‌ها و برگ‌ها، بال‌های پرندگان و همچنین در پره‌ها و بال‌های ماهی‌ها قابل مشاهده است. بدن انسان دارای پیچیده‌ترین سیستم الیاف کامپوزیتی می‌باشد. این مسئله در درجه اول شامل اسکلت‌بندی عضلانی از قبیل سیستم‌های استخوان‌ها، عضله‌ها و تاندون‌ها می‌گردد. در مقیاس میکروسکوپیکی هر کدام از این بخش‌ها شامل سیستم‌های کامپوزیتی گوناگونی بوده‌اند که هر سیستم متشکل از اجزای مختلفی است و همین مسئله باعث ایجاد موادی ناهمسانگرد^۱ و غیرهمگن^۲ می‌شود [۱].

اولین محصول تولیدشده و دست‌ساز بشر با به‌کارگیری الیاف مواد کامپوزیتی در کاغذهای پاپیروس به‌وسیله مصریان باستان، ۴۰۰۰ سال قبل از میلاد مسیح پدیدار گشت. آن‌ها از الیاف گیاه پاپیروس نوارهایی در دولایه به همراه یک‌لایه‌ی دیگر که در جهت زاویه‌ای سمت راست دولایه دیگر قرار می‌گرفت، جمع کردند. در اصطلاحات فنی علم مکانیک امروزی این محصول را می‌توان تحت عنوان: لمینیت‌های نامتقارن^۳، کراس پلای^۴ نام‌گذاری کرد. درحالی‌که مصریان باستان می‌توانستند برای به حداقل رساندن اثرات خمیدگی^۵ از لمینیت‌های متقارن استفاده کنند، اما هیچ نشانه‌ای مبنی بر استفاده از این روش توسط آنان یافت نشد. توسعه و پیشرفت کاغذ پاپیروس به‌اندازه‌ای برای مصریان مهم و حیاتی بود که برای انحصاری ماندن این محصول از روش تولید آن به‌صورت محرمانه محافظت می‌کردند. کاغذهای پاپیروس در شیوه ذخیره و نگهداری اطلاعات ارزشمند بشر انقلابی ایجاد کرد. درنتیجه این کالا بزرگ‌ترین صادرات مصریان باستان تا قرن‌های بسیاری به‌شمار می‌آمد. مصریان باستان همچنین

¹ Anisotropic

² Heterogeneous

³ Unsymmetric

⁴ Cross-ply

⁵ Curvature

از برش‌های گیاه پاپیروس با دسته کردن آنان برای ساختن قایق‌ها، بادبان‌ها، سبدها و طناب‌ها استفاده می‌کردند. شکل ۱-۱ نشان‌دهنده نمونه‌ای از صنایع‌دستی عصر حاضر مصریان روی کاغذ پاپیروس و همچنین تصویری از یک نقل‌قول مربوط به کتب عهد جدید مسیحیان^۱ روی پاپیروس که متعلق به اوایل قرن سوم میلادی (به‌طور تقریبی ۱۸۰۰ سال پیش) است. از این اثر امروزه در واتیکان نگهداری می‌گردد [۱].



(ب)



(الف)

شکل ۱-۱: الف- صنایع‌دستی روی پاپیروس [۱]. ب- کتاب عهد جدید روی پاپیروس [۱]

یکی دیگر از کاربردهای اولیه، اما به‌طور کلی متفاوت مواد کامپوزیتی ساخته‌شده به دست بشر، استفاده از کاه برای تقویت استحکام خشت‌های گلی بوده است. که بر اساس کتب عهد قدیم^۲ استفاده از این تکنیک به ۱۳۰۰ سال قبل از میلاد مسیح بازمی‌گردد و امروزه نیز همچنان از آن استفاده می‌شود. این روش که به جهت بهبود رفتار مکانیکی مواد صورت می‌گرفته، در اصطلاحات فنی علم مکانیک امروزی می‌تواند تحت عنوان: کامپوزیت‌های تقویت‌شده با فیبرهای کوتاه^۳ دارای جهت‌گیری تصادفی^۴ طبقه‌بندی گردد [۱].

بر اساس تحقیقات صورت گرفته مصریان باستان همچنین با استفاده از الیاف و رشته‌های ضخیم

¹ New Testament

² Exodus

³ Short fiber composites

⁴ Randomly reinforced

برگرفته از شیشه‌ی گرم نرم شده^۱ ظروف و محفظه‌های نگهدارنده می‌ساختند و دانشمند فرانسوی ریامور^۲ در اوایل قرن هجدهم به پتانسیل شکل‌دهی الیاف شیشه‌ای خالص پی برد. اما زمان زیادی تا سال ۱۹۳۹ برای تولید الیاف شیشه‌ای پیوسته به‌صورت تجاری سپری شد. این الیاف شیشه‌ای به‌طور عمده برای کاربردهای صنایع الکتریکی دمابالا تولید می‌شدند. در واقع دو دهه‌ی دیگر نیز سپری شد تا اینکه به‌اصطلاح الیاف پیشرفته بور کربن^۳ و آرامید^۴ تولید شدند. توسعه الیاف پیشرفته در اواخر دهه ۱۹۵۰ و اوایل دهه ۱۹۶۰ میلادی سبب ایجاد اشتیاق بسیاری برای گسترش علوم نظری و کاربردی مکانیک به‌منظور بررسی خواص و رفتار مواد کامپوزیتی رشته‌ای و سازه‌های کامپوزیتی ایجاد کرد [۱].

از زمان به‌کارگیری اولین کامپوزیت‌های رشته‌ای توسط مصریان باستان تا معرفی کامپوزیت‌های پیشرفته در نیمه‌ی دوم قرن بیستم میلادی، تقریباً ۶۰۰۰ سال سپری شده بود. پیشرفتی که در زمینه‌ی استفاده از کامپوزیت‌های رشته‌ای در پنجاه سال اخیر صورت گرفته بسیار عظیم‌تر از سابقه دیرینه‌ی نزدیک به ۶۰۰۰ ساله‌ی این صنعت بوده است. توسعه و پیشرفت محصولات کامپوزیتی صنعتگران مصری باستان بدون شک از طریق آزمون و خطا بوده است. اما در طول پنجاه سال اخیر دانشمندان نظری و کاربردی زیادی در زمینه علوم مکانیک برای بررسی خواص و رفتار مواد کامپوزیتی رشته‌ای ساخته‌ی دست بشر، استخدام شده‌اند [۱].

۱-۳- فواید کامپوزیت‌ها

از آنجاکه در طراحی مواد کامپوزیتی می‌توان خواص مناسبی ایجاد کرد، که این خواص در مواد فلزی، پلیمری یا سرامیکی به‌صورت هم‌زمان وجود ندارد، به مواد کامپوزیتی در صنایع مختلف توجه زیادی شده است. در حال حاضر کامپوزیت‌ها در نقاط مختلف دنیا به‌عنوان مواد معمولی به‌خصوص برای اهداف سازه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. صنایع هواپیماسازی، خودروسازی، صنایع ورزشی و سرگرمی،

^۱ Heat softened glass

^۲ Reaumur

^۳ Boron carbon

^۴ Aramid

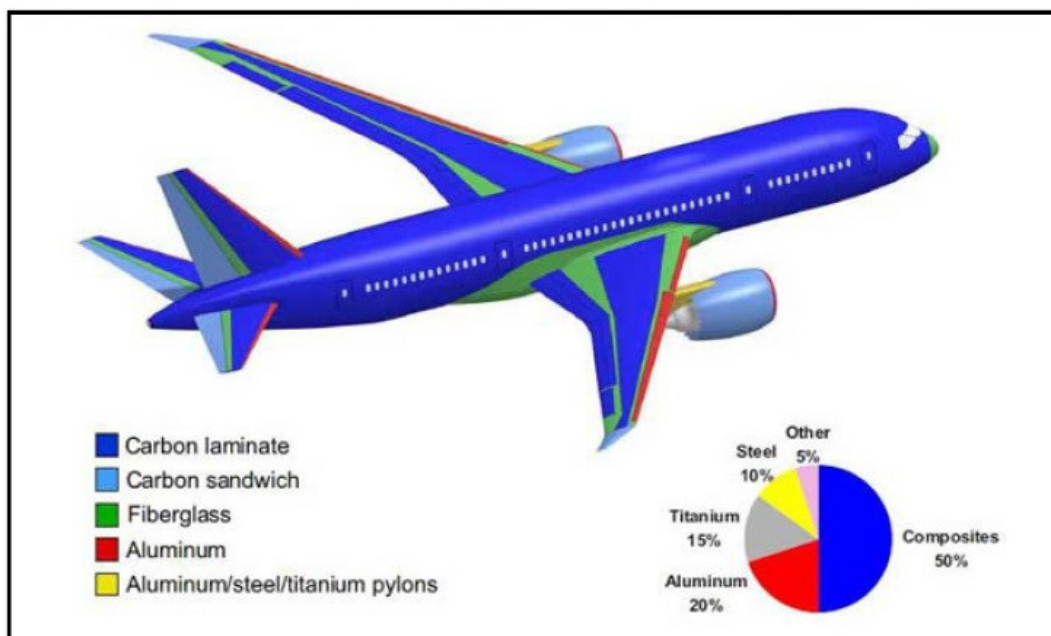
صنایع دریایی، سازه‌های عمرانی و ساختمان‌سازی، صنایع الکترونیک و پزشکی و نیز سایر قطعات صنعتی کاملاً به مواد کامپوزیتی رشته‌ای وابسته می‌باشند. برخی از موارد کاربرد این مواد در زمینه‌های مختلف در جدول ۱-۱ آمده است.

جدول ۱-۱: طبقه‌بندی برخی کاربردهای مواد کامپوزیتی [۲]

زمینه کاربرد	مثال
الکتریکی، الکترونیکی	عایق‌ها و روکش‌های سازه‌های الکتریکی، آنتن‌ها، رادارها، پانل‌ها، محفظه‌ها، کلید آلات، اتصال‌دهنده‌ها، روپوش‌های برج‌های تلویزیونی، توربین‌های بادی
هوانوردی	هواپیماهای مسافربری، گلایدرها، بال‌ها، لبه‌های حمله، بخش‌های متحرک بال، ستون‌های هواپیما، برج‌های رادار، آنتن‌ها، دم هواپیما، تیغه‌های بالگرد، پره‌های موتور هواپیما، شفت-های انتقال قدرت، دیسک‌های سیستم ترمز، مخازن سوخت، محفظه‌های موتور راکت، مخروط‌های نوک
فضانوردی	بوسترهای موشک، مخازن، نازل‌های راکت، سپرهای حرارتی برای ورود به جو اتمسفر
حمل‌ونقل دریایی	هاورکرافت‌ها، قایق‌های موتوری، قایق‌های پاترول، کشتی‌های مسافرتی، لنگرها، دکل‌ها، کشتی‌های نظامی، قایق‌های مسابقه‌ای، قایق‌های تفریحی، کانوها، بدنه‌ها، عرشه‌ها، محفظه موتور
حمل‌ونقل جاده	اجزای بدنه، بدنه کامل، چرخ‌ها، یاتاقان‌ها، رادیاتور، شفت‌های انتقال قدرت، محورهای محرک، فنرهای شمش، محفظه‌های سوخت، شاسی اتومبیل، ضربه‌گیرها، بادگیرها، روکش‌ها و محافظ‌ها، کابین و صندلی‌ها، تانکرهای جاده‌ای، کامیون‌های ایزوترمال، تریلرها
حمل‌ونقل ریلی	اجزای سیستم قدرت، واگن‌ها، درب‌ها، صندلی‌ها، پانل‌های داخلی، سیستم‌های تهویه
ساختمان و اماکن	پانل‌های داخلی و خارجی، صندلی‌ها، میزها، مبلمان، حمام‌ها، استخرهای شنا، اجزای دوش‌ها، پروفیل‌ها، نردبان‌ها، دودکش‌ها، سلول‌های خانگی، قاب‌های آجرها، گنبدی‌ها، پنجره‌ها، تیغه‌ها، درب‌ها
حمل‌ونقل کابلی	تله کابین‌ها، تلفریک کابین‌ها
اجزای عمومی مکانیکی	چرخ‌دنده‌ها، بیرینگ‌ها، پوشش‌ها و عایق‌ها، بدنه جک‌ها، بازوی ربات‌ها، فلاپویل‌ها، میله‌ها، لوله‌ها، تانک‌ها، اجزای میزهای ترسیم، مخازن تحت فشار، لوله‌ها و تیوب‌های سکوها، نفتی، اسکلت سازه‌های پنوماتیکی، شیرها، پمپ‌ها، پروانه‌ها
ورزشی، تفریحی	راکت‌های تنیس و اسکواش، چوب‌های ماهیگیری، اسکی‌ها، تخته‌های شیرجه، بادبان‌ها، تخته‌های موج‌سواری، اسکیت‌ها، کمان‌های تیر و کمان، نیزه‌های دستی، کلاه‌های محافظ، بدنه‌ی دوچرخه، کلوب‌های گلف، پاروها، بیلباردها، تجهیزات زمین‌های بازی

موفقیت مواد کامپوزیتی رشته‌ای که در مقیاس زیادی به جای فلزات بکار می‌روند، نتیجه بهبود

خواص مکانیکی مواد کامپوزیتی در مقایسه با مواد غیر کامپوزیتی است. خواص مکانیکی خوب مواد کامپوزیتی نتیجه بهره‌برداری از خواص ویژه‌ی رشته‌های شیشه‌ای، کربنی و آرامیدی می‌باشد. مزیتی که مواد کامپوزیتی نسبت به فلزات دارند وزن مخصوص کم آن‌ها می‌باشد. فواید وزن مخصوص کم زمانی مشخص می‌شود که مدول ویژه و استحکام ویژه مورد بررسی قرار گیرند. استحکام ویژه و مدول ویژه‌ی این‌گونه مواد بدین مفهوم است که وزن قطعات و اجزای مشخص را می‌توان کاهش داد. این یک عامل بسیار بااهمیتی برای اجزا و قطعاتی است که به‌گونه‌ای با حرکت همراه می‌باشند، مخصوصاً در تمام موارد مربوط به حمل‌ونقل که کاهش وزن راندمان بیشتری را به دنبال داشته و سبب صرفه‌جویی در مصرف انرژی و در نتیجه کاهش هزینه می‌گردد. شکل ۱-۲ بوئینگ ۷۸۷، اولین هواپیمای تجاری که دارای ساختار بدنه و بال‌های کامپوزیتی بوده است. در ساختار هواپیمای بوئینگ ۷۸۷ دو ماده عمده آلومینیوم و مواد کامپوزیتی پایه کربنی^۱ بکار رفته است. این دو ماده تقریباً ۷۰ درصد از وزن ساختار تشکیل‌دهنده هواپیماهای تجاری مانند بوئینگ ۷۸۷ را شامل می‌شوند.



شکل ۱-۲: تقسیم‌بندی مواد تشکیل‌دهنده بوئینگ ۷۸۷ [۳]

^۱ Carbon fiber-based material

سایر مواد بکار رفته در ساختار بوئینگ ۷۸۷ مواد کامپوزیتی پایه فایبرگلاس^۱، سازه‌های ساندویچی^۲ (هسته‌ای شش‌گوشه همانند لانه زنبور که با دو ورق کامپوزیتی پوشانده شده است)، تیتانیوم، استیل و غیره می‌باشند. نسبت وزنی مواد کامپوزیتی بیش از ۵۰ درصد از وزن کل هواپیمای بوئینگ ۷۸۷ و یا ایرباس A350 می‌باشد، اما بیشتر هواپیماهای تجاری استاندارد همانند ایرباس A380 و A320 عمدتاً متشکل از آلیاژهای آلومینیوم، که بیش از ۶۰ درصد از وزن آنان را تشکیل داده می‌باشند [۳]. یکی دیگر از خواص منحصربه‌فرد مواد کامپوزیتی پیشرفته انعطاف‌پذیری بسیار بالای آنان می‌باشد. اهمیت این موضوع در زمینه تولید صنایع پیشرفته هوافضا به‌وضوح قابل مشاهده است. امروزه در صنایع هوافضا پروژه‌های تحقیقاتی بسیاری بر روی مواد کامپوزیتی در حال انجام است، به‌خصوص که در این صنعت مهندسين علاقه بسیاری دارند که برای افزایش بازدهی، وزن سازه را تا حد ممکن سبک کنند و نیز دینامیک پرواز هواپیماها بدون در نظر گرفتن اثرات انعطاف‌پذیری بی‌معنی است. پس برای طراحی اجزای هوافضا به اجسام الاستیک نیاز داریم که در این میان مواد کامپوزیتی پیشرفته دارای انعطاف‌پذیری بسیار بهتری نسبت به سایر مواد هستند. شکل ۱-۳ تصویری از انعطاف‌پذیری بال‌های کامپوزیتی هواپیمای بوئینگ ۷۸۷ را نشان می‌دهد. بوئینگ ۷۸۷ اولین هواپیمای تجاری تولیدشده با بال‌ها و بدنه کامپوزیتی می‌باشد. بال‌های این هواپیما حداکثر تا حدود ۲۶ فوت انعطاف‌پذیر می‌باشند.

B787 Wing Flex



شکل ۱-۳: انعطاف‌پذیری بال‌های کامپوزیتی هواپیمای بوئینگ ۷۸۷

¹ Glass fiber-based composites

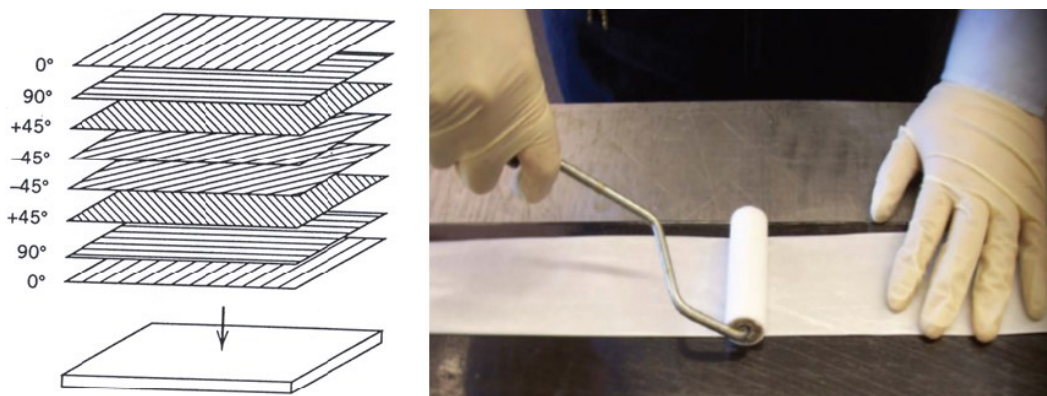
² Sandwich structures

مواد کامپوزیتی توانایی حفظ خصوصیات خود در دماهای بالا را دارند و در این زمینه دارای بهترین عملکرد می‌باشند. به‌طور مثال مواد کامپوزیتی کربن-کربن را می‌توان تحت شرایط خلأ و یا گاز خنثی تا دمای متجاوز از ۲۰۰۰ درجه سانتی‌گراد به‌راحتی مورد استفاده قرارداد. سایر خصوصیات مواد کامپوزیتی عبارت‌اند از: قابلیت جذب انرژی، جاذب ارتعاش، استحکام بالا نسبت به جرم ماده، قابلیت طراحی مواد کامپوزیتی مطابق با شرایط تولید و مونتاژ، مقاومت بالا در برابر تغییر شکل نسبت به جرم ماده، هزینه‌ی کم ابزارهای تولید، مقاومت خوردگی بسیار مناسب، امکان ساخت قطعات با هندسه‌ی پیچیده، مقاومت خستگی (حد دوام) بالا و ... می‌باشند.

۴-۱- فرآیندهای ساخت کامپوزیت‌ها

دو تقسیم‌بندی عمومی در فرآیندهای ساخت کامپوزیت‌ها وجود دارد: قالب‌گیری باز و قالب‌گیری بسته. در قالب‌گیری باز، ژل کت و لایه‌ها در حین فرآیند ساخت در معرض اتمسفر محیط می‌باشند. در قالب‌گیری بسته، کامپوزیت در یک قالب دوتکه یا درون یک کیسه خلأ ساخته می‌شود. یکی از فرآیندهای قالب‌گیری باز، روش لایه‌چینی دستی^۱ می‌باشد. این روش که ساده‌ترین روش قالب‌سازی است برای ساخت محصولات متنوعی از کامپوزیت‌ها بکار برده می‌شود. فرآیند ساخت ساده و دارای پوشش دامنه وسیعی از قطعات می‌باشد. شکل ۴-۱ نشان‌دهنده شماتیک روش لایه‌چینی دستی بوده و ترتیب قرارگیری لایه‌ها را نشان می‌دهد. در این روش تک لایه‌ها را می‌توان به‌صورت دستی یا به کمک دستگاه اتوماتیک برید. لایه‌ها را نیز می‌توان به‌صورت دستی و یا به کمک ربات روی یکدیگر انباشت.

^۱ Hand-lay-up



شکل ۱-۴: شماتیک فرآیند لایه‌چینی دستی، که نشان‌دهنده توالی لایه‌ها است [۴].

معمولاً سازه‌های ساخته‌شده با روش لایه‌چینی دستی را برای بهبود خواص مکانیکی اتوکلاو^۱ می‌کنند. اتوکلاو یک روش معتبر برای تولید کامپوزیت‌های پیشرفته مورد استفاده در صنعت هوافضا با رزین‌ها و الیاف تائید شده می‌باشد. این روش حفره‌های موجود در قطعه را از بین می‌برد، هم‌زمان هوای حبس شده را بیرون می‌راند و لایه‌ها را متراکم می‌کند. شکل ۱-۵ تصویری از دستگاه اتوکلاو را نشان می‌دهد. ابعاد دستگاه را می‌توان با توجه به ارتفاع شخصی که داخل آن ایستاده، تجسم کرد.

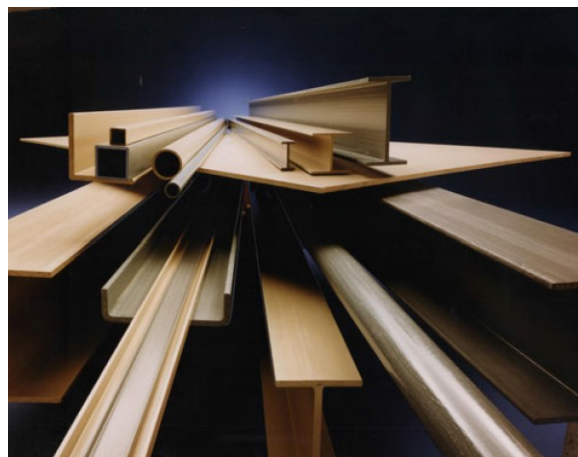


شکل ۱-۵: دستگاه اتوکلاوی که برای ساخت بال‌های هواپیمای بوئینگ ۷۸۷ استفاده شد [۵].

شکل ۱-۶ اجزای کامپوزیتی تولیدشده به روش پولتراسیون^۲ را نشان می‌دهد. پولتراسیون که از روش‌های قالب‌گیری بسته می‌باشد، برای تولید و ساخت بسیاری از اجزای سازه‌های مهندسی عمران و سازه بکار برده می‌شود.

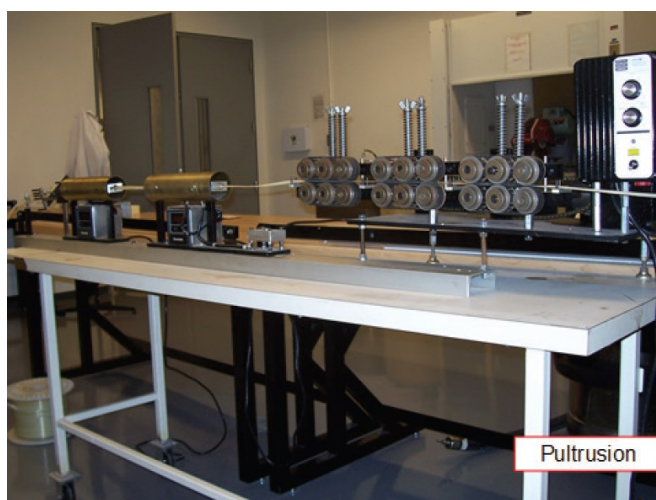
¹ Autoclave molding

² Pultrusion



شکل ۶-۱: تصویری از سازه‌های فایبرگلاسی که به روش پولتراسیون تولید شده‌اند [۵].

این روش برای ساخت قطعاتی که دارای سطح مقطع ثابت هستند نظیر میلگرد، شکل‌های سازه-ای، تیرها، کانال‌ها، لوله‌ها، تیوب‌ها، چوب‌های ماهیگیری و چوب‌های گلف استفاده می‌شود. پولتراسیون پروفیل‌هایی با تحمل بارگذاری‌های بسیار زیاد روی الیاف را تولید می‌کند. بنابراین قطعات ساخته‌شده با این روش دارای خواص سازه‌ای بالایی هستند. شکل ۷-۱ نشان‌دهنده تصویری از ماشین پولتراسیون است.



شکل ۷-۱: ماشین آزمایشگاهی پولتراسیون [۴]

روش دیگری که با آن می‌توان قطعات کامپوزیتی را تولید نمود، روش نواربافی^۱ است. نواربافی روش خوبی برای ساختن سازه‌های لوله‌ای شکل می‌باشد. این روش برای تولید قطعاتی با ابعاد حدود

^۱ Braiding

۳۰۰ میلی‌متر و با انواع مختلف فیبرها در دسترس می‌باشد. شکل ۸-۱ ماشین نواربافی را نشان می‌دهد.



شکل ۸-۱: ماشین نواربافی [۴]

روش متداول دیگر در تولید مخازن و لوله‌های کامپوزیتی، روش الیاف‌پیچی^۱ می‌باشد. روش پیچاندن الیاف، لایه گذاری‌هایی با نسبت بالای استحکام به وزن را نتیجه داده و درجه بالایی از کنترل روی یکنواختی و جهت الیاف را ارائه می‌دهد. سازه‌های ساخته‌شده با این روش می‌توانند به‌دقت ماشین‌کاری شوند و نیز همچنین درجه بالایی از بارگذاری روی الیاف را نتیجه دهند که استحکام‌های بالای کششی در ساخت قطعات توخالی را ایجاد می‌کند و عموماً در ساخت قطعات استوانه‌ای شکل نظیر مخازن نگهداری سوخت و مواد شیمیایی، لوله‌ها، دودکش‌ها، مخازن تحت فشار و پوسته‌های موتور راکت بکار می‌رود. چون این فرآیند به‌صورت اتوماتیک انجام می‌شود، فاکتور کارگر کمتر از روش‌های دیگر قالب‌گیری باز در آن نقش دارد.

شکل ۹-۱ نشان‌دهنده یک مخازن تحت فشار کامپوزیتی که به‌روش ترکیبی لایه‌چینی دستی و الیاف‌پیچی ساخته‌شده است، می‌باشد. مخازن تحت فشار کامپوزیتی علاوه بر اینکه وزن سبکی دارند، نسبت به مخازن تحت فشار فلزی قادر به تحمل میزان فشارهای بالاتری نیز می‌باشند. اجزاء و قطعات آنان از روش الیاف‌پیچی ساخته‌شده‌اند [۴].

^۱ Filament Winding



شکل ۹-۱: مخزن تحت فشار کامپوزیتی [۴]

شکل ۱۰-۱ نمایی از ماشین فرآیند الیاف پیچی را نشان می‌دهد. در این روش الیاف پیوسته از درون یک حمام رزین تغذیه شده و به دور مدل دوار پیچانده می‌شوند. تغذیه الیاف از روی یک غلتک که به صورت عرضی در طول مدل حرکت می‌کند، انجام می‌پذیرد. الیاف روی مدل هندسی از پیش تعیین شده در جهات مورد نیاز خوابانده می‌شوند. زمانی که لایه‌ها به اندازه کافی بکار برده شدند، لایه گذاری روی مدل عمل‌آوری می‌شود. قطعه قالب‌گیری شده سپس از مدل جدا می‌شود.

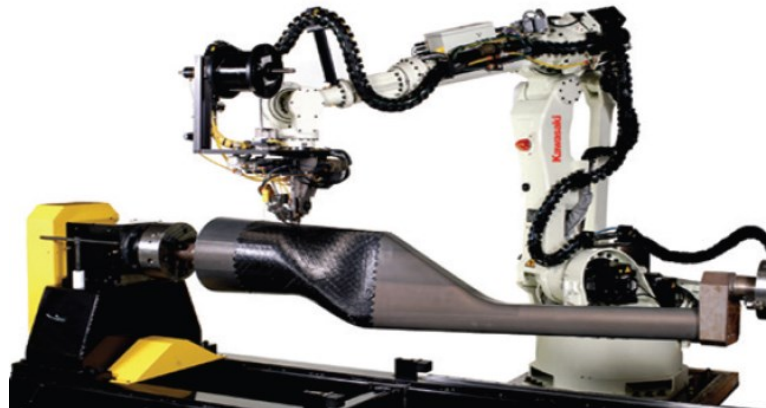


شکل ۱۰-۱: ماشین الیاف پیچی برای تولید قطعات کامپوزیتی [۴]

یکی از پیشرفته‌ترین روش‌های تولید سازه‌ها و قطعات کامپوزیتی پیچیده، استفاده از روش رشته‌گذاری اتوماتیک^۱ می‌باشد. از آنجاکه این روش به صورت رباتیک انجام می‌گیرد به اپراتور این امکان داده می‌شود که بر تمامی متغیرهای مهم فرآیند تولید دسترسی و کنترل کامل داشته باشد و در نتیجه

^۱ Automated fiber placement

قطعات تولیدشده به این روش در تمامی جهات دارای خواص و کیفیت خوبی می‌باشند. شکل ۱۱-۱ تصویری از ماشین رشته‌گذاری اتوماتیک را نمایش می‌دهد.



شکل ۱۱-۱: ماشین رشته‌گذاری اتوماتیک [۴]

در تحقیق حاضر مسئله انتقال حرارت در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگنی که با استفاده از روش‌های تکنولوژی الیاف‌پیچی و یا فناوری رشته‌گذاری اتوماتیک تولیدشده‌اند، موردبررسی قرارگرفته است. با توجه به توضیحات بالا، می‌توان چند ویژگی خاص برای اجزاء و قطعات مختلف و همچنین تکنیک‌های مختلف تولید آنان در نظر گرفت. به‌طورمعمول اجزای مختلف سازه‌ها را می‌توان بر اساس شکل آنان طبقه‌بندی کرد و تکنیک‌های تولید برای ساخت هرکدام از قطعات متناسب با شکل اجزاء می‌توانند به صورت‌های زیر دسته‌بندی گردند:

- **ورقه‌های مسطح نسبتاً نازک، یا پوسته‌های بدون لبه‌ی تیز.** به‌طورمعمول این‌گونه اشکال هندسی در صنایع هوافضا به‌کاربرده می‌شوند. و معمولاً با استفاده از روش لایه‌چینی دستی ساخته می‌شوند. دستگاه رایج برای تولید قطعات کامپوزیتی هوافضا که دارای این‌گونه شکل‌های هندسی می‌باشند، اتوکلاو است.
- **اجزای دارای جنبش، همانند مخازن تحت‌فشار استوانه‌ای یا کروی و همچنین لوله‌ها.** این‌طور سازه‌ها معمولاً لبه‌های آزاد ندارند (به‌جز دهانه‌های باز انتهایی). این قطعات معمولاً به‌روش الیاف‌پیچی تولید می‌شوند.

- اجزاء دارای سطح مقطع ثابت مانند لوله‌ها، میله‌ها و یا حتی قطعاتی پیچیده‌تر که در راستای طولی دارای سطح مقطعی ثابت هستند. مانند قاب درب‌ها. این‌گونه اشکال معمولاً به‌روش پولتراسیون ساخته می‌شوند. روش نواربافی نیز می‌تواند برای تولید بعضی از این قطعات استفاده گردد.
 - قطعاتی که دارای پیکربندی سه‌بعدی می‌باشند. این‌گونه اجزاء که می‌توانند ضخیم و یا حتی نازک باشند، معمولاً به روش قالب‌گیری کامپوزیت مایع^۱ تولید می‌گردند. روش رشته‌گذاری اتوماتیک نیز می‌تواند برای تولید این‌گونه قطعات استفاده شود.
 - اجزاء بزرگ و کوچک، دارای لبه‌های آزاد و یا بدون لبه‌های آزاد. این‌گونه شکل‌ها می‌توانند به‌روش رشته‌گذاری اتوماتیک تولید گردند. این روش که برای تولید قطعات از ماشین‌هایی چندکاره بهره می‌گیرد، نیازمند سرمایه‌گذاری بسیار بالایی است. (هزینه‌ای معادل با چندین میلیون دلار)
- جدول ۱-۲ خواص محدوده متنوعی از مواد فلزی، الیاف و مواد زمینه را ارائه می‌دهد. در این جدول می‌توان پتانسیل بالای صرفه‌جویی در وزن مواد کامپوزیتی را از طریق مقایسه نسبت مقاومت ویژه و سفتی ویژه آنان با آلومینیوم اثبات نمود. خواص واقعی ماده کامپوزیتی به‌اندازه خواص فیبر تنها، بالا نمی‌باشد زیرا مواد کامپوزیتی ترکیبی از فیبر و ماتریس هستند. و لایه‌های فرعی سبب کاهش بسیاری از خواص می‌گردند. خواص مواد کامپوزیتی با تغییر جهت به‌طور کلی تغییر می‌کند. این موضوع باعث ایجاد پیچیدگی‌های بسیاری در معادلات ساختاری و روش‌های تحلیل می‌گردد. موادی که خواص آنان با تغییر جهت عوض می‌شود را ناهمسانگرد می‌نامند. از آنجا که مسئله تحلیل و طراحی کامپوزیت‌ها بیشتر شامل مواد ناهمسانگرد می‌شود، امروزه وجود کامپیوترهای پیشرفته این مشکل را به‌طور کامل قابل حل نموده است [۶].

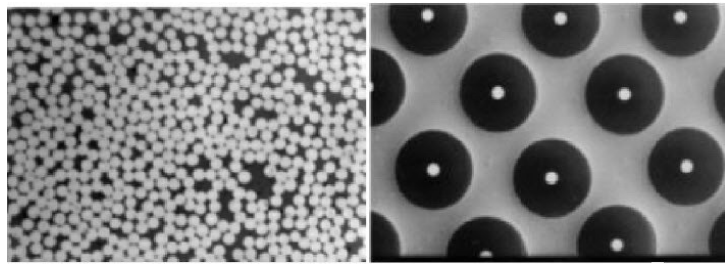
¹ Liquid composite molding

جدول ۱-۲: خواص مواد مهندسی، الیاف و ماتریس‌ها [۶]

نوع ماده	چگالی (g/cm^3)	مدول کشسانی E (GPa)	استحکام کششی σ (MPa)	مدول کشسانی ویژه E/ ρ	استحکام کششی ویژه σ/ρ	ضریب انبساط حرارتی α ($\mu/^\circ C$)
فلزات						
استیل	۷/۸	۲۰۰	۱۷۲۴	۱	۱/۲	۱۲/۸
آلومینیوم	۲/۷	۶۹	۴۸۳	۱	۱	۲۳/۴
تیتانیوم	۴/۵	۹۱	۷۵۸	۰/۹۵	۱/۲	۸/۸
الیاف						
AS4	۱/۸	۲۳۵	۳۵۹۹	۵/۱	۱۱/۱	-۰/۸
T300	۱/۷۶	۲۳۱	۳۶۵۴	۵/۱	۱۱/۵	-۰/۵
P 100S	۲/۱۵	۷۲۴	۲۱۹۹	۱۳/۲	۵/۵	-۱/۴
IM8	۱/۸	۳۱۰	۵۱۷۱	۶/۷	۱۶/۱	—
بور	۲/۶	۳۸۵	۳۷۹۹	۵/۸	۸/۳	۸/۳
کولار ۴۹	۱/۴۴	۱۲۴	۳۶۲۰	۳/۶	۱۳/۹	-۲
SCS-6	۳/۳	۴۰۰	۳۴۹۶	۵/۱	۶/۱	۵
آلومینا	۳/۹۵	۳۷۹	۱۵۸۵	۳/۷	۱/۹	۷/۵
شیشه S-2	۲/۴۶	۸۶/۸	۴۵۸۵	۱/۴	۱۰/۴	۱/۶
شیشه E	۲/۵۸	۶۹	۳۴۵۰	۱/۰۵	۷/۵	۵/۴
مواد زمینه						
اپوکسی	۱/۳۸	۴/۶	۵۸/۶	۰/۰۸	۰/۴	۶۳
پلی‌آیمید	۱/۴۶	۳/۵	۱۰۳	۰/۰۳	۰/۴	۳۶
مس	۸/۹	۱۱۷	۴۰۰	۰/۵	۰/۳	۱۷
سیلیکون کاربید	۳/۲	۴۰۰	۳۱۰	۴/۹	۰/۵	۴/۸

امروزه به‌جز کامپوزیت‌های پایه پلیمری و فایبرگلاس، کاربرد کامپوزیت‌های پایه فلزی و سرامیکی نیز گسترش چشم‌گیری یافته است. شکل ۱-۱۲ تصویر میکروسکوپی نمونه‌ای از ساختارهای متفاوت ماتریس و الیاف دو ماده کامپوزیتی را نشان می‌دهد. الیاف سرامیکی در زمینه‌ی تیتانیومی به‌صورت بسیار منظمی قرار گرفته‌اند. اما به‌طور عکس توزیع تصادفی و غیریکنواخت الیاف در کامپوزیت کربن-اپوکسی قابل ملاحظه می‌باشد [۱].

در جدول ۱-۳ خواص حرارتی اندازه‌گیری شده به‌روش آزمایشگاهی برای کامپوزیت کربن-کربن در راستای موازی با جهت الیاف و عمود بر جهت الیاف در گستره بالای دمایی گزارش شده است.



(ب)

(الف)

شکل ۱-۱۲: الف- کامپوزیت سیلیکون کاربید/ تیتانیوم [۱]. ب- کامپوزیت کربن/ اپوکسی [۱]

جدول ۱-۳: نمونه‌ای از خواص مکانیکی و حرارتی کامپوزیت کربن-کربن در دماهای مختلف [۷]

نمونه ماده	جهت	دما (K)	ظرفیت گرمایی (J/gK)	چگالی (g/cm^3)	ضریب هدایتی (W/mK)
۱ LaRC Panel 7A	موازی الیاف	۲۹۵	۰/۶۹	۱/۵۴۷	۲۴/۶۶۷
		۳۹۷	۰/۹۸۳	۱/۵۴۷	۲۷/۰۶۵
		۴۸۰	۱/۱۷۶	۱/۵۴۷	۲۹/۴۶۴
		۵۷۷	۱/۳۵۱	۱/۵۴۷	۳۱/۵۷
		۶۸۹	۱/۵۰۳	۱/۵۴۷	۳۳/۲۵۳
		۷۸۲	۱/۵۹۸	۱/۵۴۷	۳۲/۱۴۲
		۸۸۱	۱/۶۷۷	۱/۵۴۷	۳۱/۶۴۸
		۹۸۷	۱/۷۴۲	۱/۵۴۷	۳۰/۷۲۳
		۱۰۸۹	۱/۷۹۱	۱/۵۴۷	۳۰/۷۵۸
		۱۲۹۵	۱/۸۶۴	۱/۵۴۷	۳۲/۲۹۳
		۱۵۱۲	۱/۹۱۸	۱/۵۴۷	۳۱/۱۶۳
		۱۷۲۸	۱/۹۶۴	۱/۵۴۷	۳۱/۲۸۸
		۱۹۳۰	۲/۰۰۴	۱/۵۴۷	۳۰/۵۴۲
۱ LaRC Panel 7A	عمود الیاف	۲۹۶	۰/۶۹	۱/۵۴۷	۴/۷۹۵
		۳۹۷	۰/۹۸۳	۱/۵۴۷	۵/۵۹۵
		۴۸۰	۱/۱۷۴	۱/۵۴۷	۶/۱
		۵۷۷	۱/۳۵۱	۱/۵۴۷	۵/۹۵۹
		۶۷۵	۱/۴۸۷	۱/۵۴۷	۶/۰۴۹
		۷۷۲	۱/۵۸۹	۱/۵۴۷	۶/۵۸۸
		۸۶۹	۱/۶۶۸	۱/۵۴۷	۶/۶۸۵
		۹۷۲	۱/۷۳۸	۱/۵۴۷	۶/۳۹۸
		۱۰۷۷	۱/۷۸۶	۱/۵۴۷	۶/۶۰۳
		۱۲۷۷	۱/۸۵۹	۱/۵۴۷	۶/۶۴۲
		۱۵۱۴	۱/۹۱۹	۱/۵۴۷	۶/۷۳۹
		۱۷۳۶	۱/۹۶۵	۱/۵۴۷	۶/۹۰۱
		۱۹۳۷	۲/۰۰۶	۱/۵۴۷	۷/۰۱۳

۱-۵- مروری بر پژوهش‌های پیشین

به‌منظور مطالعه و انجام پژوهش‌های جدید نیاز به‌مرور مطالعات قبلی و دستاوردهای پیشین ضروری است. ازاین‌رو در این بخش مروری بر پژوهش‌های پیشین درزمینه‌ی انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی صورت می‌گیرد. باینکه پژوهش‌های بسیاری درزمینه‌ی خواص مکانیکی مواد کامپوزیتی صورت گرفته اما رفتار انتقال حرارت آن‌ها کمتر مورد مطالعه قرار گرفته است [۸-۱۴]. در این میان تحقیقات انجام‌شده درزمینه‌ی بررسی انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی نیز عمدتاً به روش‌های حل عددی محدود شده است. به دلیل وجود خاصیت ناهمسانگردی در فیزیک مسائل مربوط به انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی و نیز همچنین پیشرفت‌های صورت گرفته درزمینه‌ی علوم محاسباتی، روش‌های حل عددی به ابزاری مؤثرتر برای مدل‌سازی انتقال حرارت تبدیل شده است [۱۵-۱۷]. کرلی و ادوانی [۱۸] دمای یک صفحه کامپوزیتی نازک که در معرض یک منبع گرمایی متمرکز قرار دارد را با روش‌های عددی و تجربی به دست آورده‌اند. آن‌ها یک بررسی پارامتریک برای تعیین اعداد بی‌بعد مهم و تأثیرشان بر توزیع درجه حرارت صفحه ارائه داده‌اند. اینگار [۱۹] انتقال حرارت غیردائمی هدایتی را در یک ورق کامپوزیتی مورد بررسی قرار داده و از فرمولاسیون المان محدود برای تحلیل این مسئله استفاده کرده است. این تحلیل بر روی لمینیت گرافیت-اپوکسی با آرایش الیاف $\{90^\circ, \pm 45^\circ, 0^\circ\}$ و در شرایط مرزی مختلف انجام شده است. سونائو و همکاران [۲۰] حل عددی را برای انتقال حرارت پایدار هدایتی در ورق‌های کامپوزیتی ارائه کرده‌اند. آن‌ها اثرات انتقال حرارت بر روی لایه داخلی را که ناشی از القاء خاصیت ترموپلاستیک ماده است، مورد بررسی قرار دادند. گو [۲۱] به‌طور عددی انتقال حرارت هدایتی در لمینیت‌های ضخیم را مطالعه کرده و با استفاده از روش المان محدود، انتقال حرارت غیردائمی را در حضور تولید انرژی داخلی بررسی کرده است. چترجی و همکاران [۲۲] با استفاده از فرمولاسیون مرز محدود اقدام به محاسبه انتقال حرارت پایدار در کامپوزیت‌های سه‌بعدی کرده‌اند. آن‌ها، با استفاده از توابع خطی و درجه چهار، توزیع دما و شار حرارتی را در این لمینیت‌ها به دست آوردند. ونگ و همکاران

[۲۳] با استفاده از یک حل عددی سه بعدی تأثیر الیاف کربن در بالا بردن هدایت گرمایی در لمینیت‌های کامپوزیتی را مورد بررسی قرار داده و نتایج حاصل را با داده‌های تجربی مقایسه کرده‌اند. یوونت و همکاران [۲۴] نیز فرمولاسیون مناسبی را بر مبنای روش المان محدود برای حل عددی انتقال حرارت مؤثر در کامپوزیت‌ها ارائه داده‌اند. در این میان فعالیت‌هایی نیز در زمینه‌ی حل تحلیلی انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی صورت گرفته است. حل‌های تحلیلی، درک مستقیمی از فرآیندهای فیزیکی را ارائه می‌دهند و همچنین چگونگی تأثیر پارامترهای سیستم بر روی رفتار حرارتی آن را مشخص و کنترل می‌کنند، که این موضوع برای طراحی و بهینه‌سازی سیستم‌ها ضروری است [۲۵]. سان و همکاران [۲۶] در پژوهش خود حلی تحلیلی برای انتقال حرارت یک بعدی غیردائم در یک بلوک کامپوزیتی ارائه کردند. ما و همکاران [۲۷, ۲۸] حل تحلیلی انتقال حرارت هدایتی در محیط‌های چندلایه‌ی ناهمسانگرد را در دو حالت، بدون در نظر گرفتن منبع گرمایی و همراه با گرمایش داخلی، به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها با استفاده از یک تبدیل مختصات خطی مسئله ناهمسانگرد را به شکل ساده همسانگرد تبدیل کرده و آن را حل نمودند. حاجی شیخ و همکاران [۲۹] یک فرمولاسیون ریاضی برای میدان دما در حالت پایدار در اجسام چندلایه و چندبعدی به دست آورده‌اند و در ادامه اثبات کرده‌اند که مقادیر ویژه برای حالتی که لایه‌های همگن باشد، حقیقی است. درحالی که برای حالت اورتوتروپ این مقادیر می‌توانند موهومی باشند. اوسلوکا و اونیجکویی [۳۰] یک حل دقیق برای انتقال حرارت در محیط‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری انتگرال مرزی ارائه داده است. یک حل تحلیلی توسط میلر و ویور [۳۱] ارائه شد که این حل قابلیت پیش‌بینی توزیع دما برای مواد چندلایه تحت شرایط مرزی تشعشی و جابجایی را دارد. هوانگ و چانگ [۳۲] یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی چندلایه ارائه کردند. این حل که برای شرایط پایا، ناپایا و پریودیک ارائه شد با استفاده از روش توابع گرین انجام شد که این روش برای مواد کامپوزیتی با هر چند تعداد لایه مناسب است. سینگ و همکاران [۳۳] یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت دوبعدی در محیط‌های چندلایه ارائه نموده‌اند. حل آن‌ها بر پایه روش جداسازی متغیرها بوده و تنها شرایط مرزی همگن را پوشش می‌دهد. بهادر و بار کهن [۳۴] یک حل

تحلیلی برای توزیع دما و نرخ انتقال حرارت در پین فین‌های استوانه‌ای (تک لایه) با ضرایب هدایت گرمایی اورتوتروپ ارائه داده و سپس نتایج را با حل عددی به روش اجزا محدود مقایسه کرده‌اند. از حل ارائه‌شده می‌توان برای بررسی انتقال حرارت در استوانه‌های اورتوتروپیک توپر با شرایط خاص ارائه‌شده، استفاده نمود. لو و همکاران [۳۵، ۳۶] در مقالات خود حل‌های دقیقی برای انتقال حرارت غیردائم جداره‌های کامپوزیتی استوانه‌ای در جهات شعاع و محور استوانه و در شرایط مرزی و اولیه مختلف ارائه نمودند. آن‌ها در تحلیل خود از روش جداسازی متغیرها استفاده کردند و نشان دادند که حل آن‌ها دارای تطابق مناسبی با محاسبات عددی است. کیهانی و همکاران [۳۷، ۳۸] حل تحلیلی هدایت پایا در لمینیت‌های کامپوزیتی استوانه‌ای در جهات‌های شعاعی و زاویه‌ای (r, φ) و همچنین جهت‌های شعاعی و طولی (r, z) را مورد بررسی قرار داده‌اند. این حل‌ها تنها برای گذشت زمان‌های زیاد و حالت دائم معتبرند. امیری و همکاران [۳۹] برای انتقال حرارت متقارن محوری در حالت ناپایا، یک حل دقیق تحلیلی برای لمینیت‌های چندلایه‌ی کامپوزیتی استوانه‌ای ناهمسانگرد ارائه کردند. آن‌ها ابتدا با اعمال تبدیل لاپلاس مسئله را از حوزه زمان به حوزه فرکانس منتقل کردند و سپس با بهره‌گیری از تئوری اشتروم-لیوویل به ساخت تبدیل فوریه مناسب و حل مسئله پرداختند. در انتها نیز جواب به‌دست‌آمده در حوزه فرکانس را با استفاده از تبدیل لاپلاس معکوس به حوزه زمان منتقل کردند. امیری و نوروزی [۴۰] حل دقیق تحلیلی انتقال حرارت هدایتی ناپایا در لمینیت‌های کامپوزیتی کروی چندلایه‌ی تقویت‌شده با الیاف کامپوزیتی را ارائه کردند. در این حل پس از اعمال تبدیل لاپلاس از روش جداسازی متغیرها استفاده شد و پس از حل دستگاه معادلات مرتبط با ضرایب ثابت سری فوریه-لژاندر در انتها از تکنیک توابع مرومرفیک به‌منظور محاسبه لاپلاس معکوس بهره گرفتند. مسئله انتقال حرارت در لمینیت‌های کامپوزیتی را می‌توان بسته به هندسه مسئله نیز تقسیم‌بندی نمود. به‌عنوان نمونه نوروزی و همکاران [۴۱] تحقیقی در هندسه غیرمتقارن محوری انجام دادند که این هندسه دارای کاربردهای متنوعی نظیر انتقال حرارت در لوله‌ها، بدنه جانبی سازه‌های هوایی (نظیر هواپیما و موشک) و مخازن استوانه‌ای تحت فشار دارد. جین و همکاران [۴۲] یک حل تحلیلی برای بررسی انتقال حرارت در مواد

لایه‌ای با لایه‌های کروی شکل و هم‌مرکز ارائه داده‌اند. این حل برای شرایط مرزی نوع اول و دوم همگن ارائه شده است و خواص مواد در هر لایه ثابت است. حل دقیقی برای یک کره چندلایه که با الیاف کامپوزیتی تقویت شده‌اند توسط نوروزی و همکاران [۴۳] نیز ارائه شده است انتقال حرارت در جهات زاویه‌ای و شعاعی (r, θ) مورد بررسی قرار گرفت و شرایط مرزی در داخل و خارج کره به صورت کلی فرض شد. به منظور دستیابی به حل دقیق، روش جداسازی متغیرها استفاده گردید. سپس دستگاه معادلات مرتبط با ضرایب ثابت سری فوریه - لژاندر توزیع دما با استفاده از الگوریتم بازگشتی توماس حل شدند. نوروزی و همکاران [۴۴] در تحقیق اخیر خود یک حل تحلیلی جدید برای پوسته‌های کروی ناقص کامپوزیتی ارائه دادند. آنان در معادله انتقال حرارت، اثرات انتقال حرارت جابجایی با جریان سیال خارجی، انتقال حرارت تشعشعی خارجی و چشمه حرارتی درون مخزن کروی ناقص را مدل کردند و در حل خود ابتدا از روش تبدیل انتگرالی محدود استفاده کرده و سپس معادله تبدیل یافته شده را با استفاده از روش‌های توابع گرین و تئوری اشتروم-لیوویل حل کردند. در انتها نیز با استفاده از معکوس تبدیل انتگرالی محدود، جواب نهایی این حل تحلیلی را به دست آوردند. تقریباً تمام مقالاتی که تاکنون نوشته شده‌اند سعی در حل مسئله انتقال حرارت در هندسه‌هایی نظیر: کره، استوانه و کانال را داشته‌اند. اما هندسه‌های مهم و کاربردی دیگری نیز قابل تصور می‌باشند که کاربردهای اساسی در صنایع مختلف نیز دارند در این میان یکی از این موارد هندسه مخروطی شکل است. اما به خاطر پیچیدگی که در هندسه مخروط وجود دارد، پیدا کردن دستگاه مختصات مناسب و نیز روش حل برای مسئله انتقال حرارت مخروط بسیار دشوار است. ماهیشی و همکاران [۴۵] یک حل برای انتقال حرارت غیردائمی در دماغه‌های کامپوزیتی تحت شرایط حرارتی آئرودینامیکی ارائه دادند که حل آن‌ها با استفاده از روش المان محدود انجام شده بود. رویین [۴۶] در تحقیق خود به بررسی انتقال حرارت در اجسام صلب پوسته‌ای شکل پرداخت که البته بیشتر توجه خود را بر پوسته مخروطی گذاشت. نگارنده برای محاسبه مستقیم دمای میانگین و گرادیان دما از معادله گرمایی نظریه کاسرات استفاده کرده است، مواد به صورت همسانگرد فرض شده‌اند و نتایج تحقیق با حل تحلیلی مقایسه شده‌اند. انتقال حرارت هدایتی در پوسته

مخروطی ناقص کامپوزیتی همگن توسط ری و همکاران [۴۷] بررسی شد. آن‌ها در تحقیق خود از دو روش نیمه‌تحلیلی و عددی استفاده کردند. نوروزی و رحمانی [۴۸] در تحقیق خود یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت هدایتی در پوسته مخروطی کامپوزیتی ناهمسانگرد، تحت شرایط مرزی کلی ارائه دادند. آن‌ها ابتدا معادله انتقال حرارت را به فرم کانونیکالی تبدیل کردند و سپس با استفاده از روش جداسازی متغیرها معادله را برای حالت عمومی و چند حالت خاص حل کرده و در نهایت حل تحلیلی خود را با حل عددی اعتبار سنجی کردند. نوروزی و رحمانی [۴۹] برای اولین بار یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت غیردائمی در مخروط ناقص کامپوزیتی ناهمسانگرد ارائه کردند. آن‌ها در حل خود ابتدا از روش تبدیل انتگرالی محدود استفاده کردند و سپس در ادامه حل از روش جداسازی متغیرها بهره بردند. در آخر حل خود را با حل عددی مرتبه دوم تفاضلات محدود اعتبار سنجی کردند.

به‌طور کلی، در بسیاری از کاربردهای مواد کامپوزیتی، بخصوص در کاربردهای دما بالا، خواص این مواد وابسته به دما می‌باشد. از این جمله می‌توان وابستگی ضرایب انتقال حرارت هدایتی به دما را نام برد. پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه‌ی انتقال حرارت هدایتی در مواد کامپوزیتی غیرهمگن عمدتاً شامل حل‌های عددی می‌گردد. به‌عنوان مثال آل صانعی و سامی [۵۰] یک مدل عددی بر اساس روش حجم محدود، برای تعیین تغییرات دمایی پایدار در یک صفحه‌ی کامپوزیتی دوبعدی با ضرایب هدایتی وابسته به دما طراحی کردند. آن‌ها نتایج این پژوهش را برای چهار حالت مختلف که در آن صفحه می‌تواند: همگن با ضرایب هدایتی ثابت، کامپوزیت با ضرایب هدایتی مستقل از دما، کامپوزیت با ضرایب هدایتی وابسته به دمای خطی و کامپوزیت با ضرایب هدایتی وابسته به دمای غیرخطی را باهم مقایسه کردند. به جهت اعتبارسنجی نتایج، راه‌حل‌های تحلیلی موجود برای سه مورد اول با نتایج آن حل عددی مقایسه شد و توافق بسیار خوبی نیز باهم نشان می‌دادند. کاراجورقیس و لسنیس [۵۱] در پژوهش خود به بررسی انتقال حرارت هدایتی پایدار در کامپوزیت (لایه‌ای) با ضرایب هدایتی وابسته به دما و شرایط مرزی پیچیده پرداختند. آن‌ها با به‌کارگیری روش حل عددی موسوم به MFS^1 به بررسی مسئله

¹ Method of Fundamental Solutions

پرداختند. نتایج این روش عددی مطابقت خوبی با حل‌های تحلیلی موجود نشان داد. آن‌ها اثبات کردند که فرمول‌بندی MFS را می‌توان به‌سادگی بر سایر مسائل دارای قلمروهای غیرمعمول و همچنین مسائل انتقال حرارت هدایتی غیرخطی سه‌بعدی پایدار اعمال کرد. کوودجی و اوشچیووسکا [۵۲] در پژوهش خود به بررسی مسئله هدایت حرارتی مؤثر در کامپوزیت الیافی پرداختند. علاوه بر این، فرض کردند که ضرایب هدایت حرارتی ماده زمینه و الیاف وابسته به دما می‌باشد. روش پیشنهادی مؤلفان برای حل مسئله غیرخطی، استفاده از الگوریتمی بر اساس تکرار پیکارد و روش MFS بود. از جمله معهود پژوهش - های تحلیلی در زمینه‌ی انتقال حرارت هدایتی غیرهمگن نیز می‌توان به پژوهش چانگ و پاین [۵۳] اشاره نمود. آن‌ها در پژوهش خود یک صفحه‌ی باریک کامپوزیتی که از دو ماده‌ی مختلف تشکیل شده بود و ضرایب انتقال حرارت هدایتی در آن رابطه خطی با دما داشت، را به‌عنوان مدل برای تست انتخاب کردند. حل تحلیلی به کمک اعمال تبدیل کیرشهف و سپس با به‌کارگیری روش جداسازی متغیرها انجام شد سپس از نتایج این حل تحلیلی به‌عنوان معیاری برای سنجش روش‌های عددی بهره بردند.

۱-۶- معرفی مطالعه حاضر

در این بخش ابتدا به معرفی تحقیق حاضر و بیان مشخصات کلی آن پرداخته خواهد شد. سپس اهمیت کاربردها و موارد نوآوری موضوع بیان می‌شود و در پایان مروری اجمالی بر ساختار کلی این پژوهش صورت می‌گیرد.

۱-۶-۱- تعریف مسئله

در پژوهش حاضر، مسئله انتقال حرارت هدایتی ناهمسانگرد در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن، موردبررسی قرار گرفته که تاکنون تحقیق تحلیلی در این زمینه صورت نگرفته است. بنابراین یافتن پاسخی تحلیلی برای انتقال حرارت و چگونگی توزیع دما در این پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی می‌تواند در زمینه‌ی فرآیند تولید، به‌ویژه مبحث عایق‌بندی، تحلیل تنش‌های حرارتی وارد بر آن‌ها و کنترل دمای آن‌ها در شرایطی که خواص تابع دما است، مفید باشد. در تحقیق حاضر غیرهمگن بودن

در مسئله ناشی از وابستگی ضرایب انتقال حرارت هدایتی به دما است. بنابراین می‌بایست معادله‌ی انتقال حرارت را ابتدا با استفاده از تبدیل کیرشهف به معادله‌ی قابل حل به کمک تبدیل انتگرالی محدود تبدیل کرد، سپس آن را حل نمود. در این تحقیق شرایط مرزی به‌گونه‌ای است که روی دامنه‌ی تعریف‌شده، مسئله متقارن نشود. به‌عنوان مثال مسئله تحت تأثیر یک شار خارجی مانند نور خورشید که به‌طور یکسان به پوسته‌ی مخروطی برخورد نمی‌کند، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۶-۲- اهمیت و کاربرد موضوع

امروزه مواد جامد غیرهمگن و ناهمسانگرد به دلیل گستره دمایی وسیعی که دارا می‌باشند، در صنایع مختلفی مانند: وسایل هوافضا، اجزای راکتورهای سوخت، صنایع ریخته‌گری و ... به‌سرعت به اهمیت آن‌ها افزوده می‌شود [۵۴]. از طرف دیگر یافتن موادی با خواص حفاظت گرمایی بالا برای استفاده در صنایع مختلف بسیار مهم و کاربردی است. در واقع برای خنک کاری پین فین‌ها، مخازن تحت فشار، ناحیه دماغه و کلاهک‌ها، خروجی موتورها و آگزوزها به موادی با خواص هدایت گرمایی بالا نیاز داریم. مواد کامپوزیتی برای کاربردهای با حفاظت گرمایی بالا پیشنهاد می‌شوند. زیرا این مواد علاوه بر اینکه دارای وزن سبکی هستند در دماهای بالا نیز استحکام خود را به‌خوبی حفظ می‌کنند و ضرایب هدایت گرمایی بالا و مناسبی هم دارند، این ویژگی‌ها باعث می‌شوند که این مواد برای کاربردهای حفاظت‌های پیشرفته گرمایی کاندید شوند.

تحلیل‌های حرارتی به دلایل متعددی نظیر آنالیز جایگذاری الیاف در فرآیند تولید [۵۵-۵۷]، تحلیل تنش‌های حرارتی و جلوگیری از شکست حرارتی در لمینیت‌های کامپوزیتی [۵۸-۶۰] و همچنین کنترل دمای مواد انبارش یافته، انجام می‌شود. از جمله کاربردهای دیگر انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی می‌توان به مسئله کاهش/ افزایش انتقال حرارت و نیز کنترل دمای پوسته‌های مخروطی اشاره نمود، به‌نحوی که با تغییر در مواد کامپوزیتی می‌توان انتقال حرارت صورت گرفته از آن‌ها را کنترل نمود.

۱-۶-۳- جنبه‌های نوآوری

در این پژوهش برای اولین بار به مسئله‌ی انتقال حرارت دوبعدی در جهت‌های طولی و زاویه‌ای (x, φ) در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن و ناهمسانگرد پرداخته شده است. هندسه‌ی پوسته به‌طور کامل مخروطی شکل فرض شده است و الیاف به دور جسم، در جهات دلخواه پیچانده شده‌اند، به‌طوری‌که زاویه الیاف قابل تغییر است. همچنین، شرایط مرزی در سطح تبادل حرارت با محیط به‌صورت کلی در نظر گرفته شده است تا در صورت نیاز تمامی مکانیسم‌های انتقال حرارت را پوشش دهد. غیرهمگن بودن در مسئله ناشی از وابستگی ضریب انتقال حرارت هدایتی به دما است. تبدیل کیرشهف بر روی معادله‌ی انتقال حرارت اعمال شده تا مسئله از حوزه غیرهمگن به همگن انتقال یابد سپس معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی حاصل، با استفاده از تبدیل انتگرالی محدود در جهت زاویه‌ای به یک معادله دیفرانسیل معمولی مبدل می‌گردد. که برای حل آن با اعمال شرایط مرزی از روش توابع گرین بهره برده‌ایم و جواب عمومی و خصوصی را به‌طور مستقیم به دست آورده‌ایم. درنهایت با اعمال معکوس تبدیل انتگرالی محدود و معکوس تبدیل کیرشهف توزیع دما در حالت غیرهمگن به دست آمده است. مفروضات این مسئله به‌گونه‌ای انتخاب گردیده که قابلیت حل حاضر برای رفع مشکلات صنعتی مشخص گردد. از نتایج حاصل برای رسم نمودارهای مرتبط و کانتورهای توزیع دما استفاده شده است. همچنین، نمودارهای مربوط به تغییرات نرخ سرد شدن پوسته مخروطی با ضرایب هدایت گرمایی متفاوت رسم شده است. به جهت اعتبارسنجی، حل تحلیلی حاضر با حل عددی به روش مرتبه دوم تفاضلات محدود مقایسه شده است.

۱-۶-۴- مروری بر فصل‌های پایان‌نامه

به‌طور خلاصه ساختار کلی پژوهش حاضر به‌صورت زیر است:

در فصل دوم، ابتدا به معرفی مواد کامپوزیتی و همچنین بررسی خصوصیات این مواد پرداخته شد و در ادامه انواع مواد کامپوزیتی به همراه ویژگی‌های آنان معرفی گردید و در انتها، فرآیند تولید

مواد کامپوزیتی در این فصل تشریح شد.

در فصل سوم روابط بنیادی انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی و نیز قوانین حاکم بر ضرایب هدایتی

این مواد به طور کامل بیان شد.

در فصل چهارم این پژوهش، یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت در پوسته‌های مخروطی

کامپوزیتی غیرهمگن در حالت پایا و شرایط مرزی کلی و نیز تحت اعمال چندین شار حرارتی مختلف

ارائه گردیده و بر مبنای این معادلات پاسخ‌های دقیقی برای این حالت به دست آمده است. نتایج حاصل

نیز با حل عددی به روش مرتبه دوم تفاضلات محدود مقایسه گردیده است.

در فصل پنجم، انتقال حرارت غیردائم تحت شرایط مرزی کلی بررسی گردیده است و نتایج

به دست آمده با حل عددی به روش مرتبه دوم تفاضلات محدود اعتبارسنجی شده و یک جمع‌بندی از

مطالعه حاضر بیان شده است.

نهایتاً در انتها پس از نتیجه‌گیری با ارائه پیشنهادات، راهکارهایی برای پیشبرد فعالیت‌های آینده

در زمینه‌ی انتقال حرارت هدایتی در کامپوزیت‌ها مطرح گردیده است.

فصل دوم

خصوصیات کامپوزیت ہا

۲-۱- مقدمه

مواد موجود را می‌توان بر اساس ساختار شیمیایی و خواص فیزیکی آن‌ها به چهار گروه اصلی تقسیم کرد: مواد فلزی، مواد پلیمری، مواد سرامیکی و مواد کامپوزیتی. در این میان مواد کامپوزیتی، مواد کاملاً جدیدی نیستند. این مواد از ترکیب دو یا چند ماده در مقیاس میکروسکوپی ایجاد می‌شوند، تا خواص مهندسی آن‌ها در مقایسه با اجزای تشکیل‌دهنده بهبود یابد. در ترکیب مواد در مقیاس میکروسکوپی، اجزای تشکیل‌دهنده‌ی ماده‌ی کامپوزیتی ساختار مولکولی خود را حفظ می‌کنند و پیوند شیمیایی بین آن‌ها ایجاد نمی‌شود.

۲-۲- ویژگی‌های مواد کامپوزیتی

از آنجاکه در طراحی مواد کامپوزیتی می‌توان خواص مناسبی ایجاد کرد، که این خواص در مواد فلزی، پلیمری یا سرامیکی به صورت هم‌زمان وجود ندارد، به مواد کامپوزیتی در صنایع مختلف توجه زیادی شده است و همواره سعی بر این است عملکرد تجهیزات مختلف را با استفاده از مواد کامپوزیتی بهینه کنند. برای مثال فلزات، در همه جهات استحکام یکسانی دارند. اما کامپوزیت‌ها می‌توانند در جهات مختلف خواص متفاوتی را دارا باشند و یا در یک جهت خاص بیشترین استحکام را داشته باشند. به طور مثال اگر کامپوزیتی در یک جهت باید در مقابل خمش مقاومت کند، بیشتر الیاف می‌توانند در جهت ۹۰ درجه عمود بر نیروی خمش قرار گیرند. این کار، سازه‌ای خیلی سفت را در یک جهت ایجاد می‌کند. آنچه واقعاً اتفاق می‌افتد این است که بیشتر ماده می‌تواند، به طوری که مؤثرتر است بکار برده شود. در عوض در فلزات، اگر استحکام بزرگ‌تری در یک جهت خواسته شده باشد، ماده باید به طور کلی ضخیم‌تر ساخته شود که این روش وزن را اضافه می‌کند. از این رو استفاده از مواد کامپوزیتی که از الیاف و رزین تشکیل شده‌اند به سرعت در صنعت رو به افزایش است. انواع زیادی از رزین‌ها و تقویت‌کننده‌های مورد استفاده در کامپوزیت‌ها وجود دارند. هر یک از این‌ها در ایجاد خواص ویژه‌ای از محصولات سهیم هستند. این سیستم‌های رزینی عبارت‌اند از: پلی‌استر، وینیل استر، اپکسی فنولیک، کربن و اوره تان و

... هر یک از این رزین‌ها مشخصه‌های عملکردی ویژه‌ای را دارند. برای مثال اگر محصولی نیاز است که در قبال خوردگی مقاوم باشد، رزین وینیل استر یا ایزوفتالیک می‌تواند به کار برده شود. اگر استحکام بالا مدنظر باشد اپکسی می‌تواند انتخاب مناسبی باشد. اگر هزینه محصول یک عامل مهم باشد، رزین پلی‌استر متداول‌ترین نوع رزین مورد استفاده می‌باشد. علاوه بر رزین‌های مختلف، انواع مختلفی از الیاف تقویت‌کننده در کامپوزیت‌ها مصرف می‌شود، الیافی مانند: شیشه، کربن، کولار، گرافیت و ... موجود هستند. علاوه بر موارد نامبرده شده در بالا عوامل دیگری نظیر نحوه و فرم تقویت به وسیله الیاف، درصد حجمی الیاف، طول، نحوه توزیع و جهت‌گیری الیاف و استحکام چسب و ... نیز بستگی دارد. بسیاری از این عوامل به نحوه‌ی ساخت مربوط می‌شوند. بنابراین باید با توجه به نحوه ساخت به طراحی و محاسبه کمیت‌ها فوق پرداخت.

از آنجاکه رزین و الیاف تشکیل‌دهنده مواد کامپوزیتی دارای هندسه و خواص مکانیکی متفاوتی می‌باشند، لذا کامپوزیت‌های ایجاد شده ناهمگن هستند و دارای خواصی ناهمسانگرد می‌باشند. ناهمگن بودن کامپوزیت‌ها باعث می‌شود که خواص در تمام نقاط ماده قابل تغییر باشد، بسته به اینکه آن نقطه مورد نظر روی الیاف، رزین یا ناحیه بین آن‌ها باشد می‌تواند خواص متفاوتی داشته باشد. از طرف دیگر، این مواد ناهمسانگرد نیز می‌باشند و با تغییر جهت، خواص مکانیکی تغییر خواهد کرد. به طور مثال سفتی، استحکام و دیگر خواص مکانیکی در جهت الیاف و یا عمود بر جهت الیاف متفاوت هستند. بنابراین در مواد کامپوزیتی با تغییر جهت خواص به طور کلی قابل تغییر هستند که این موضوع از دیگر خصوصیات کاربردی مواد کامپوزیتی به حساب می‌آید.

۲-۳- قسمت‌های تشکیل‌دهنده کامپوزیت‌ها

مواد کامپوزیتی ترکیبی از الیاف تقویت‌کننده و یک زمینه می‌باشند. برای مثال، رزین پلی‌استر زمینه و الیاف شیشه تقویت‌کننده است. الیاف شیشه استحکام کششی و رزین استحکام فشاری و صلبیت

را ایجاد می‌کند. به مواد کامپوزیتی با زمینه پلیمری در صنایع مختلف توجه زیادی می‌شود، زیرا پلیمر-های با خواص بسیار متنوع وجود دارند و معمولاً هزینه تولید آن‌ها در مقایسه با مواد دیگر کمتر است.

۲-۳-۱- ویژگی‌های الیاف

در مواد کامپوزیتی، الیاف تقویت‌کننده سبب افزایش و یا تقویت خواص مکانیکی ماده‌ی زمینه می‌شوند. در بیشتر مواد فاز تقویت‌کننده، سخت‌تر، مستحکم‌تر و سفت‌تر از ماده‌ی زمینه است. خواص مکانیکی برخی از الیاف صنعتی در جدول ۱-۲ ارائه شده است.

جدول ۱-۲: خواص الیاف تقویت‌کننده [۵]

مشخصه	کولار ۴۹	شیشه E	سیلیکون کاربید CVD	سیلیکون کاربید Nicalon	اکسید آلومینیوم	بور (W)
قطر الیاف (μm)	۱۲	۱۴-۸	۲۰۰-۱۰۰	۲۰-۱۰	۲۰	۲۰۰-۱۰۰
چگالی (Kg/m^3)	۱/۴۵	۲/۵۵	۳/۳	۲/۶	۳/۹۵	۲/۶
مدول یانگ (GPa)	۱۲۵	۷۰	۴۳۰	۱۸۰	۳۷۹	۳۸۵
جهت موازی الیاف	—	۷۰	—	—	—	—
جهت عمود الیاف	—	—	—	—	—	—
استحکام کششی (MPa)	۳/۵-۲/۸	۲/۵-۱/۵	۳/۵	۲	۱/۴	۳/۸
افزایش طول قبل از شکست (%)	۲/۸-۲/۲	۳/۲-۱/۸	—	—	—	—
ضریب انبساط حرارتی ($\times 10^{-6}/^\circ\text{K}$)	—	—	—	—	—	—
جهت موازی الیاف	۵ تا ۲	۴/۷	۵/۷	—	۷/۵	۸/۳
جهت عمود الیاف	۵۹	۴/۷	—	—	—	—

در طراحی سازه‌ها و قطعات کامپوزیتی یافتن و یا ساختن الیاف با ضریب کشسانی و استحکام بالا و ترجیحاً وزن مخصوص پایین مدنظر سازندگان است.

۲-۳-۲- ویژگی‌های زمینه

زمینه^۱ یا ماتریس، رزینی است که بار را به الیاف منتقل می‌کند و الیاف را از اثرات محیطی

^۱ Matrices

محفوظ می‌دارد. زمینه به‌طور عمومی پلیمرها، فلزات و یا سرامیک‌ها هستند، مفهوم این جمله این است که هر ماده‌ای می‌تواند به‌عنوان زمینه استفاده شود، اما در واقعیت بخش عمده‌ی کامپوزیت‌های مورد استفاده در تجارت و صنعت از زمینه‌های پلیمری ساخته شده‌اند. زمینه‌ها غالباً دارای سختی و مقاومت کمتری نسبت به الیاف تقویت‌کننده می‌باشند. به‌کاربردن الیاف در زمینه‌ی رزین می‌تواند بالاترین مدول، کمترین دانسیته، بالاترین کشش، فشار و استحکام پیوند را بین سطح مشترک رزین و الیاف ایجاد کند. در جدول ۲-۲ برخی از خواص مکانیکی زمینه‌های پلیمری آورده شده است.

جدول ۲-۲: برخی از خواص ماتریس‌های پلیمری [۵]

فولیک	سولفید پلی فنیلین	پلی سولفون	پلی‌اتر ایمید	پلی‌آمید ایمید	PEEK	پلی ایمید	اپوکسی	خصوصیات
۵۵-۵۰	۷۰	۷۵	۱۰۵	۹۵	۹۲	۱۲۰	۸۵-۳۵	استحکام کششی (MPa)
-	۴۰	۲۸	۳۵	۵۰	۴۰	۳۵	۳۵-۱۵	مدول خمشی (GPa)
۱/۳	۱/۳۲	۱/۲۵	-	۱/۳۸	۱/۳	۱/۴۶	۱/۳۸	چگالی (g/cm ³)
-۱۵۰ ۱۷۵	۲۶۰	-۱۷۵ ۱۹۰	۱۷۰	-	۳۱۰	-۲۶۰ ۴۲۵	۸۵-۲۵	درجه حرارت استفاده دائم (°C)
-۴/۵ ۱۱	۹/۹	-۹/۴ ۱۰	۵/۶	۶/۳	-	۹	۱۱-۸	ضریب انبساط حرارتی (10 ⁻⁵ °C ⁻¹)
-۰/۱ ۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۲۵	۰/۳	۰/۱	۰/۳	۰/۱	جذب رطوبت (24 h %)

۲-۴ - تقسیم‌بندی مواد کامپوزیتی

مواد کامپوزیتی رایج به چهار دسته تقسیم می‌شوند. هر کدام از این چهار دسته ویژگی‌های خاصی

را دارا می‌باشند.

۱. مواد کامپوزیتی الیافی^۱

۲. مواد کامپوزیتی لایه‌ای^۲

۳. مواد کامپوزیتی ذره‌ای^۳

¹ Fibrous composite materials

² Laminated composite materials

³ Particulate composite materials

۴. مواد کامپوزیتی با ساختار ترکیبی

۲-۴-۱- مواد کامپوزیتی الیافی

مواد کامپوزیتی الیافی از ماده‌ی زمینه‌ای تشکیل شده است که توسط رشته‌هایی از الیاف تقویت

می‌شوند. وظایف اصلی الیاف عبارت‌اند از:

۱- تحمل نیروهای خارجی

۲- ایجاد مقاومت در برابر تغییر شکل

۳- ایجاد استحکام

۴- ایجاد پایداری ابعادی

وظایف زمینه مواد کامپوزیتی الیافی عبارت‌اند از:

۱- انتقال نیرو و یا نیروهای خارجی وارده به الیاف

۲- نگاهداشتن الیاف تقویت‌کننده در موقعیت‌های درست

۳- محافظت از الیاف در برابر عوامل محیطی و شیمیایی و خوردگی‌های سایشی

۴- ایجاد پرداخت سطح مناسب محصول

۵- جلوگیری از کمانش الیاف

در ساخت رشته‌هایی با قطر کم (۱-۱۰ میکرومتر) و طول ۱۰۰-۱۰ برابر قطر آن‌ها، ایجاد آرایش

منظم اتمی در راستای محور آن‌ها امکان‌پذیر است به طوری که با حذف عیوب بین کریستالی مانند

ناجایی‌ها، استحکام در راستای رشته‌ها افزایش می‌یابد. این رشته‌ها را اصطلاحاً ویسکر^۱ می‌نامند.

ویسکرها در مواد کامپوزیتی الیافی به صورت نامنظم توزیع می‌شوند زیرا جهت‌دهی منظم آن‌ها بسیار

مشکل است. هرچند در این روش تعیین خواص دقیق ممکن نیست اما با کمک آزمایش‌های مختلف

می‌توان به روش‌های آماری به بررسی خواص پرداخت و با توجه به آن از این مواد در زمینه‌های مناسب

¹ Whisker

بهره گرفت. الیاف، رشته‌هایی هستند که برخلاف ویسکرها، طول آن‌ها به اندازه کافی زیاد است به طوری - که جهت‌دهی آن‌ها در داخل مواد امکان‌پذیر است. بنابراین با جهت‌دهی الیاف، استحکام ماده را می‌توان در راستای مشخصی افزایش داد. با ایجاد آرایش منظمی از شبکه کریستالی در راستای محور الیاف در مقایسه با حجم مشخصی از ماده و حذف عیوب بین کریستالی، استحکام آن‌ها افزایش داده می‌شود. برای مثال استحکام الیاف شیشه ۲۸۰۰ تا ۴۸۰۰ مگا پاسکال است در صورتی که ورق‌های شیشه استحکام شکست کمتر از ۲۰ مگا پاسکال دارند. بنابراین ترجیح داده می‌شود که از رشته‌های الیاف برای افزایش استحکام مواد کامپوزیتی استفاده شود.

از آنجاکه استفاده از الیاف با توجه به قطر کم بسیار مشکل است، تولیدکننده‌های الیاف، دسته‌ای از آن‌ها را در کنار یکدیگر قرار می‌دهند که اصطلاحاً به دسته‌ای از الیاف شیشه، روینگ^۱ و به دسته‌ای از الیاف کربن، تاو^۲ می‌گویند. گاهی این تولیدکننده‌ها در دسته‌ی الیاف پیچش نیز ایجاد می‌کنند که آن‌ها را الیاف تابیده‌شده^۳ می‌نامند و معمولاً بر روی قرقره‌هایی پیچیده می‌شوند. در صورتی که افزایش استحکام ماده کامپوزیتی در یک جهت مشخص موردنظر باشد دسته‌ی الیاف به صورت تک جهتی در ماده زمینه قرار داده می‌شود و اگر افزایش استحکام یک‌لایه از ماده‌ی کامپوزیتی در جهت‌های مختلف موردنظر باشد از الیاف با طول کوتاه یا الیاف بافته‌شده استفاده می‌شود. در الیاف بافته، مشابه با روش‌های بافت پارچه، با استفاده از دسته‌ی الیاف به صورت تاروپود، پارچه‌های بافته‌شده از الیاف ساخته می‌شود. از آنجاکه کلیه‌ی الیاف بافته‌شده در داخل یک صفحه قرار نمی‌گیرند عملکرد الیاف در تقویت وزن کاهش می‌یابد، به‌ویژه اینکه این الیاف بافته‌شده بر اثر نیروهای فشاری تمایل دارند از ورق خارج شوند. برای حذف این عیب، پارچه‌های مسطحی از کنار هم قرار دادن دسته‌های الیاف ساخته می‌شود و با استفاده از رشته‌های باریکی^۴ از مواد گرمانرم یا الیاف شیشه به هم بافته می‌شوند. ماده‌ی زمینه مورد استفاده در

¹ Roving

² Tow

³ Yarn

⁴ Stitching Strings

مواد کامپوزیتی الیافی می‌تواند از جنس مواد پلیمری، فلزی یا سرامیکی باشد که اصطلاحاً به آن‌ها مواد کامپوزیتی پلیمری^۱، مواد کامپوزیتی فلزی^۲ و مواد کامپوزیتی سرامیکی^۳ گفته می‌شود. معمولاً، این در مقایسه با رشته‌های الیاف، جرم حجمی، استحکام و مقاومت کمتری دارند.

۲-۴-۲- مواد کامپوزیتی لایه‌ای

این نوع مواد کامپوزیتی حداقل از دو لایه مواد مختلف تشکیل شده‌اند که به یکدیگر متصل می‌شوند تا ماده‌ی حاصل خواص مناسبی در مقایسه با لایه‌های مجزا داشته باشد. برای مثال اتصال دو لایه‌ی فلزی با ضریب انبساط حرارتی مختلف را می‌توان در نظر گرفت که بر اثر اختلاف درجه حرارت و در نتیجه تغییر طول مختلف این دو لایه، تغییر شکلی در ماده‌ی کامپوزیتی ایجاد می‌شود. از این ماده‌ی کامپوزیتی لایه‌ای برای اندازه‌گیری درجه حرارت استفاده می‌شود. هدف از ایجاد مواد کامپوزیتی لایه‌ای، بهبود برخی از خواص ماده مانند افزایش استحکام، مقاومت به تغییر شکل، کاهش وزن، بهبود مقاومت خوردگی، افزایش مقاومت به سایش، تغییر خواص حرارتی و ایجاد پرداخت سطح مناسب است. در ساخت مواد کامپوزیتی لایه‌ای می‌توان از لایه‌هایی استفاده کرد که به صورت مواد کامپوزیتی الیافی هستند. در این صورت متغیرهای بیشتری در طراحی این نوع مواد وجود دارد و خواص بسیار متنوعی می‌توان برای این مواد ایجاد کرد.

گاهی مواد کامپوزیتی لایه‌ای برای حفاظت مواد در برابر عوامل محیطی ایجاد می‌شوند، به طوری - که ایجاد لایه‌ی خارجی مقاوم، مانع از تأثیر عوامل محیطی بر لایه‌های داخلی می‌شود. اگر ورق‌های شیشه‌ای، بکار رفته در پنجره‌های خودرو، بدون لایه‌ی محافظ خارجی استفاده شوند بسیار خطرناک هستند زیرا بسیار تردند و بر اثر ضربه به صورت تکه‌های تیز و برنده می‌شکنند. در صورتی که ایجاد لایه‌ی پلاستیکی (بوتریرال پلی وینیل^۴) با انعطاف‌پذیری بالا، از شکستن شیشه به خرده‌های ریز و پرتاب آن‌ها

¹ Polymer Matrix Composites (PMC)

² Metal Matrix Composites (MMC)

³ Ceramic Matrix Composites (CMC)

⁴ Polyvinyl butyral

جلوگیری می‌کند. و یا یکی از روش‌های بهبود خواص برخی از فلزات روکش کردن آن‌ها است. به‌طور مثال آلیاژهای آلومینیوم باینکه دارای مقاومت بالایی می‌باشند اما مقاومت خوردگی کمی دارند. در نتیجه با روکش کردن آن توسط آلیاژهای آلومینیومی که دارای مقاومت خوردگی بالایی می‌باشند می‌توان آلومینیومی که دارای خواص مقاومتی و خوردگی بالایی می‌باشد را تولید نمود.

۲-۴-۳- مواد کامپوزیتی ذره‌ای

گاهی برای بهبود خواص مواد، یک یا چند نوع از ذرات مواد دیگر را در زمینه‌ای با جنس متفاوت اضافه می‌کنند. ذرات و زمینه ممکن است از مواد فلزی یا غیرفلزی باشند. اضافه کردن ذرات شن در سیمان برای ساخت بتون‌های مورد استفاده در ساختمان‌ها، نمونه‌ای از ماده‌ی غیرفلزی تقویت‌شده با ذرات غیرفلزی است که موجب افزایش استحکام فشاری ماده‌ی کامپوزیتی می‌شود. رنگ‌های دارای ذرات فلز نقره برای افزایش هدایت الکتریکی سطحی مواد استفاده می‌شود که نوعی ماده‌ی کامپوزیتی ذره‌ای دارای ذرات فلزی و زمینه‌ی غیرفلزی است.

اگر زمینه و ذرات تقویت‌کننده فلزی باشند، برخلاف آلیاژهای فلزی، ذرات فلزی مواد کامپوزیتی در یکدیگر حل نمی‌شوند. برای مثال حضور ذرات فلزی نامحلول سرب در فلزاتی مانند مس یا فولاد موجب بهبود قابلیت ماشین‌کاری آن‌ها می‌شود. همچنین ذرات سرب نامحلول در آلیاژهای مسی، ضریب اصطکاک را کاهش می‌دهد. گاهی از ذرات غیرفلزی در زمینه‌ی فلزی استفاده می‌شود. سرامت‌ها^۱، نمونه‌ای از مواد کامپوزیتی ذره‌ای هستند که در زمینه‌ی فلزی، ذرات سرامیکی توزیع شده است. این ذرات موجب افزایش پایداری ابعادی در درجه حرارت بالا و سختی ماده می‌شود به‌طوری‌که از این مواد در ابزارهای براده برداری استفاده می‌شود. گاهی توزیع ذرات در جهت ضخامت ماده‌ی کامپوزیتی یکسان نیست و موجب ساخت قطعه‌ای با خواص مختلف در دو سطح آن می‌شود، برای مثال، اگر از ذرات سرامیکی برای تقویت ماده‌ی فلزی استفاده شود، سطحی که درصد بیشتری از ماده‌ی سرامیکی دارد،

^۱ Cermets

می‌تواند درجه حرارت بیشتری تحمل کند و در سطحی که درصد ذرات کم می‌شود انعطاف‌پذیری ماده افزایش می‌یابد.

۲-۴-۴- مواد کامپوزیتی با ساختار ترکیبی

گاهی از ترکیب دو یا سه نوع مواد کامپوزیتی که تاکنون توضیح داده شده است، برای ساخت یک ماده‌ی کامپوزیتی استفاده می‌شود که در این صورت متغیرهای زیادی در طراحی ماده‌ی کامپوزیتی برای کاربرد خاص وجود دارد. برای مثال، مواد بتنی دارای ذرات شن را با میله‌های فولادی تقویت می‌کنند تا علاوه بر استحکام بالای فشاری مواد بتنی، استحکام کششی ماده‌ی کامپوزیتی نیز افزایش یابد. در ساخت مواد کامپوزیتی چندلایه، هر یک از لایه‌ها می‌تواند از مواد کامپوزیتی الیافی ساخته شود که در این صورت علاوه بر نوع مواد تشکیل‌دهنده، راستای الیاف و درصد حجمی الیاف هر لایه نسبت به لایه‌های مجاور می‌تواند تغییر کند تا خواص موردنظر در جهت‌های مختلف ایجاد شود.

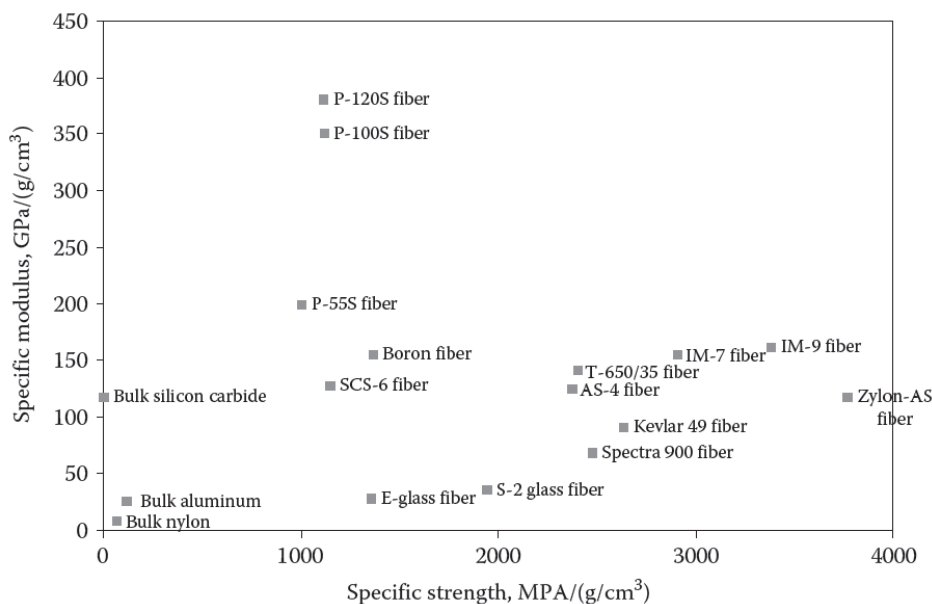
۲-۵- انواع مواد مورد استفاده در الیاف

الیاف تقویت‌کننده مواد کامپوزیتی می‌تواند رشته‌ای یا ذره‌ای باشد، هر کدام از این دو نوع کارایی منحصر به فردی دارند. اگرچه استفاده از الیاف رشته‌ای در تولید مواد کامپوزیتی رایج‌تر بوده و تأثیر بیشتری هم بر روی خواص مواد کامپوزیتی می‌گذارد. اما طیف وسیعی از هر دو نوع این تقویت‌کننده‌ها برای استفاده در تولید مواد کامپوزیتی در دسترس است. در سال‌های اخیر درصد بالایی از پیشرفت‌های عمده در زمینه تقویت‌کننده‌های رشته‌ای بوده است. فلسفه بنیادی در طراحی مواد کامپوزیتی رشته‌ای یافتن و یا ساختن الیاف با ضریب کشسانی و استحکام بالا و ترجیحاً وزن مخصوص پایین است که در مرحله بعد این الیاف به‌گونه‌ای مناسب مرتب گردیده تا به محصول نهایی خصوصیات مفیدی را بدهند. امروزه انواع مختلفی از الیاف طبیعی و مصنوعی نیز در تولید مواد کامپوزیتی بکار برده می‌شوند. الیاف مصنوعی شامل الیاف مصنوعی غیر آلی همچون انواع شیشه‌ها، اکسید آلومینیوم، کربن و گرافیت،

برن^۱، سرامیک‌ها، الیاف با پایه سیلیسیم و همچنین الیاف مصنوعی آلی مانند آرامیدها، پلی اتیلن و ... می‌باشند. از جمله الیاف طبیعی نیز می‌توان به الیاف کتان، ابریشم، پشم، کف هندی، کف معمولی و سیسل (الیاف محکم درخت) اشاره کرد. این الیاف در تهیه پارچه، ریسمان و طناب در تمام دنیا در سطح گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند. البته این گونه الیاف محصولات حیوانی و یا گیاهی می‌باشند. به‌طور کلی الیاف گیاهی استحکام و سختی پایین‌تری نسبت به الیاف مصنوعی دارند. از مهم‌ترین الیاف طبیعی می‌توان از پنبه نسوز^۲ نام برد. شکل‌های مختلفی از پنبه نسوز از لحاظ تجاری موجود است که از بین آنان کلروسیدولایت‌ها یا پنبه‌های نسوز آبی بهترین نوع شناخته شده می‌باشند. الیاف آنان معمولاً کوتاه بوده و از استحکام و سختی خوبی برخوردار هستند، ولی انعطاف‌پذیری آن‌ها ضعیف است. پنبه نسوز عمدتاً در سیمان، گچ و سنگ بکار برده می‌شود. قابل ذکر است که پنبه نسوز در مقابل محیط‌های خورنده‌ی بسیار قوی، از مقاومت خوبی برخوردار است. این ماده در مقابل تغییرات دما مقاومت عالی دارد. البته اخیراً تحقیقات نشان داده است که استفاده از این ماده، برای سلامتی موجودات زنده مضر بوده و لذا بسیاری از تولیدکنندگان مواد کامپوزیتی مجبور شده‌اند که از تقویت‌کننده‌هایی غیر از پنبه نسوز استفاده نمایند. با این وجود در بسیاری از منابع، هنوز خواص آن مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. الیاف مختلف زیادی برای استحکام بخشیدن به مواد کامپوزیتی تولید شده‌اند. در طراحی سازه‌ها پارامترهایی همچون مقاومت، مدول الاستیسته و وزن نقش مهمی دارند. الیاف گوناگون را می‌توان بر اساس مدول کششی ویژه و مقاومت کششی ویژه نیز دسته‌بندی کرد (در اینجا مقدار ویژه به معنی مقدار آن خاصیت تقسیم بر چگالی آن است). شکل ۱-۲ نشان‌دهنده این دو مشخصه برای گستره‌ای از الیاف گوناگون می‌باشد. لذا با توجه به عملکرد سازه، این امکان برای طراح وجود دارد تا از الیاف مناسب بهره گیرد. در ادامه بحث به بررسی چگونگی ساخت و برخی خواص مکانیکی چندین نوع از الیاف پر کاربرد در صنعت می‌پردازیم.

¹ Boron

² Asbestos



شکل ۲-۱: مدول کششی ویژه و مقاومت کششی ویژه برای گستره‌ای از الیاف [۶۱].

۲-۵-۱- الیاف شیشه

الیاف شیشه^۱ با عبور شیشه مذاب تحت اثر نیروی ثقل از داخل سوراخ‌های قالب و سرد کردن سریع رشته‌های خروجی تولید می‌شوند. قطر الیاف با توجه به اندازه‌ی قطر سوراخ قالب تعیین می‌شود. پس از ساخت الیاف بر روی سطوح آن پوششی ایجاد می‌شود تا شرایط مناسبی برای اتصال الیاف با ماده‌ی زمینه در جهت ساخت مواد کامپوزیتی فراهم شود. همان‌گونه که آلیاژهایی همچون آلومینیوم و استیل دارای ترکیبات مختلفی می‌باشند، الیاف شیشه تجاری نیز دارای ترکیبات شیمیایی گوناگونی هستند. به‌عنوان مثال الیاف شیشه رایج بر پایه‌ی سیلیکا (حدود ۵۰ تا ۶۰ درصد سیلیسیم دی‌اکسید) بوده و شامل اکسیدهایی نظیر کلسیم، برن، سدیم، آلومینیوم و آهن نیز می‌باشند. الیاف شیشه بیش از ۹۰ درصد الیاف به‌کاررفته در پلاستیک‌های تقویت‌شده را شامل می‌شوند، زیرا این الیاف به صورتی ارزان تولیدشده و مشخصه‌های استحکام به وزن نسبتاً خوبی را دارا هستند. علاوه بر آن الیاف شیشه مقاومت شیمیایی خوب و قابلیت انجام فرآیند ساخت خوبی را از خود نشان می‌دهند.

چندین نوع مختلف از الیاف شیشه در صنعت تولید می‌گردد اما تنها سه نوع از آنان معمولاً برای

^۱ Glass

ساخت کامپوزیت‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد که ترکیبات تشکیل‌دهنده هر کدام از آن‌ها در جدول ۳-۲ آورده شده است.

نوع E: برای استفاده در شرایطی که مقاومت بالا در برابر رطوبت مورد نیاز است.

نوع C: برای استفاده در شرایطی که به مقاومت خوردگی بالا نیاز است.

نوع S: برای استفاده در شرایطی که استحکام و مدول الاستیسیته بالا نیاز است.

جدول ۳-۲: درصد ترکیبات تشکیل‌دهنده انواع شیشه مورد استفاده در مواد کامپوزیتی [۴]

محدوده شیشه E (%)	محدوده شیشه S (%)	محدوده شیشه C (%)	
۵۶-۵۲	۶۵	۶۸-۶۴	اکسید سیلیکون
۲۵-۱۶	—	۱۵-۱۱	اکسید کلسیم
۱۶-۱۲	۲۵	۵-۳	اکسید آلومینیوم
۱۰-۵	—	۶-۴	بوریک اکسید
۵-۰	۱۰	۴-۲	منیزیم اکسید
۲-۰	—	۱۰-۷	سدیم اکسید و پتاسیم اکسید
۱۵-۰	—	—	تیتانیوم اکسید
۱-۰	—	—	آهن
۰/۸-۰	—	۰/۸-۰	اکسید آهن
—	—	۱-۰	اکسید باریم

الیاف شیشه نوع E (شیشه آهکی بروسیلیکات آلومینا) متداول‌ترین تقویت‌کننده بکار رفته در سرتاسر صنعت کامپوزیت، به خاطر خاصیت عایق‌کنندگی الکتریکی و استحکامی خوب و مدول یانگ قابل قبول و نیز مقاومت به پوسیدگی در مقابل آب می‌باشد. این نوع شیشه اساساً برای استفاده در مواد الکتریکی طراحی شده است. شیشه نوع S که در اروپا به‌عنوان شیشه R نیز خوانده می‌شود به لحاظ استحکام حدود ۴۰ درصد از شیشه نوع E قوی‌تر است. این شیشه خواص استحکامی‌اش را تا دماهای بالاتری نیز حفظ می‌کند و نیز استحکام فشاری بالایی دارد. الیاف شیشه S به دلیل قیمت بالایی که نسبت به دیگر انواع الیاف شیشه دارند، به‌طور محدودتری استفاده می‌شود اما هنوز هم در برخی قطعات با عملکرد بالا مورد استفاده قرار می‌گیرند، لیکن این نوع شیشه در بسیاری از زمینه‌ها توسط الیافی مانند کربن و آرامید با خواص مکانیکی برتر، جایگزین شده‌اند. شیشه نوع C در محیط‌های خورنده

مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگرچه عملکرد شیشه پرمصرف و عمومی E در محلول‌های تقریباً خنثی قابل قبول است، در محیط‌های شدیداً قلیایی و یا اسیدی مستعد تجزیه است. به این دلیل شیشه‌های C که مقاوم به خوردگی هستند، ساخته شده‌اند.

انعطاف پذیری و استحکام کششی بالا، مقاومت بالا در برابر خوردگی و مقاومت خستگی بسیار بالای الیاف شیشه موجب شده است الیاف شیشه در بسیاری از سازه‌های مواد کامپوزیتی کاربرد وسیعی داشته باشند. جدول ۲-۴ خصوصیات فیزیکی، مکانیکی، حرارتی، الکتریکی و اپتیکی الیاف شیشه‌ای مورد کاربرد در صنعت را ارائه می‌دهد.

جدول ۲-۴: خصوصیات مکانیکی انواع شیشه [۴]

شیشه S	شیشه E	شیشه C	خواص
۲/۵-۲/۴۸	۲/۶۲-۲/۵۴	۲/۵-۲/۴۹	چگالی (Kg/m ³)
			استحکام کششی (MPa)
۴۵۴۴	۳۴۱۷	۳۲۸۰-۳۰۰۶	@22°C
۴۴۰۸-۳۷۲۴	۲۵۹۷	—	@371°C
۲۳۹۲	۱۷۰۸	—	@538°C
			مدول کششی (GPa)
۸۴/۷	۷۱/۸	۶۸/۳	@22°C
۸۸/۲	۸۰/۶	—	@538°C
۰/۰۴	۰/۰۳۵	۰/۰۳	افزایش طول قبل از شکست (%)
۵/۶	۵	۷/۲	ضریب انبساط حرارتی (×10 ⁻⁶ /°C)
۸۰۰	۸۰۰	۸۰۰	ظرفیت گرمایی ویژه (J/Kg.C)
۹۷۰	۸۴۶-۸۴۱	۷۵۰-۷۴۹	نقطه نرمش ^۱ (°C)

۲-۵-۲- الیاف کربن

این الیاف با توجه به مدول کشسانی و استحکام بالا، سفتی و خواص مقاومتی زیاد، ایجاد پایداری ابعادی مناسب و جرم کم آن‌ها در مقایسه با الیاف شیشه، در سازه‌های مختلف به‌ویژه به‌طور گسترده در سازه‌های هوافضا استفاده می‌شوند. الیاف کربن با اکسید کردن رشته‌های پلیمری در درجه حرارت بالا و سپس کربن‌دهی آن‌ها تولید می‌شوند. کربن بر پایه‌ی ساختار لایه‌های شش‌ضلعی‌اتم کربن است.

¹ Softening Point

این الیاف بسیار نازک بوده و به مراتب از موی انسان باریک‌ترند و قطر آن‌ها بین ۶-۱۰ میکرومتر است. الیاف کربن، بیشترین استحکام و سفتی را در بین الیاف تقویت‌کننده ارائه می‌دهند. عملکرد در دماهای بالا، مخصوصاً خاصیتی برجسته است. الیاف کربن نسبت به شیشه دارای مقاومت خزشی و خستگی بهتر و نیز ضریب انبساط حرارتی به مراتب کمتری می‌باشند. عیب اصلی این الیاف قیمت نسبتاً بالایشان است، که تابع هزینه‌های بالای مواد اولیه و فرآیند ساخت آن است. به‌طور کلی در مواقعی که استفاده از الیاف شیشه برای تقویت مواد پلیمری مناسب نباشد و نیاز به استحکام بیشتر و جرم حجمی کمتری باشد از الیاف کربن استفاده می‌شود. خواص مکانیکی و فیزیکی الیاف تجاری کربن در جدول ۲-۵ لیست شده است.

جدول ۲-۵: خواص انواع مختلف الیاف کربن [۶۲]

Rayon	Pitch Type-P ⁴	PAN مدول فوق‌بالا ^۳	PAN مدول بالا ^۲	PAN مدول متوسط ^۱	خواص
۶/۵	۱۱-۱۰	۱۰-۷	۱۰-۷	۹-۸	قطر الیاف (μm)
۱۶۶۰-۱۵۳۰	۲۰۲۰	۱۸۶۰	۱۹۰۰-۱۶۷۰	۱۸۲۰-۱۷۸۰	چگالی (Kg/m ³)
۳۹۳-۴۱	۳۴۵	۵۱۷	۴۰۰-۳۳۱	۲۷۶-۲۲۸	مدول کششی (GPa)
۲۲۰۰-۶۲۰	۱۷۲۰	۱۷۲۰	۲۹۰۰-۲۰۷۰	۲۹۳۰-۲۴۱۰	استحکام کششی (MPa)
۲/۵-۱/۵	۰/۹-۰/۴	۰/۴-۰/۳	۰/۵	۱	افزایش طول قبل از شکست (%)
—	-۱/۶ تا -۰/۹	-۱	-۱/۲ تا -۰/۵	-۰/۵ تا -۰/۱	ضریب انبساط حرارتی طولی (×10 ⁻⁶ /°C)
—	۷/۸	—	۱۲-۷	۱۲-۷	ضریب انبساط حرارتی عرضی (×10 ⁻⁶ /°C)
۳۸	—	۱۴۰	۱۰۵-۷۰	۲۰	ضریب رسانایی حرارتی (W/m/°C)
—	—	—	۹۲۵	۹۵۰	ظرفیت گرمایی ویژه (J/Kg/°K)

کامپوزیت‌های پیشرفته تا ۶۰ درصد حجمی حاوی الیاف کربن هستند. اگر این کامپوزیت‌های پیشرفته با کامپوزیت‌های الیاف شیشه مقایسه شوند، از نظر سبکی و سفتی بالا، به مراتب عالی‌تر هستند، اما می‌توان گفت استحکام مشابهی دارند. با تقویت کردن پلیمر توسط الیاف کربن اولین باری بود که پلیمرها قادر بودند با فلزات جهت کاربردهای ساختاری مشابه به رقابت بپردازند. کامپوزیت‌های پیشرفته امتیازاتی از قبیل انبساط حرارتی به مراتب پایین‌تر، مقاومت خوب در برابر خستگی و مقاومت بالا در

¹ Intermediate Modulus

² High Modulus

³ Ultra High Modulus

مقابل خوردگی از خود نشان می‌دهند.

۲-۵-۳- الیاف برن

الیاف برن از رسوب دادن شیمیایی بخار، از محلول تری کلرید برن بر روی یک لایه گرم شده به دست می‌آید. دماهای مورد استفاده در این فرآیند بالا هستند، بنابراین زیر لایه باید دمای ذوب بالا داشته باشد. متداول‌ترین زیر لایه یک سیم تنگستنی داغ شده به قطر حدود ۱۰ میکرون است. الیاف برن به خاطر هسته تنگستنی‌شان ضریب کشسانی بالا دارند ولی وزن مخصوصشان هم زیاد است. الیاف پس از شکل گرفتن ممکن است تاب‌کاری شوند تا تنش‌های پسماند کاهش یابند. و با یک عمل شیمیایی ترک‌های سطحی‌شان از بین بروند که در نتیجه استحکام افزایش پیدا می‌کند. مدول یانگ الیاف برن بسیار بالاست ولی به دلیل هزینه بالای‌شان، کاربرد زیادی ندارند.

۲-۵-۴- الیاف پلیمری

برای تولید این الیاف، ماده اولیه ذوب‌شده از داخل قالبی برای ایجاد الیافی با قطر موردنظر عبور داده می‌شود و پس از خروج از قالب، مواد سرد می‌شوند. از آنجاکه مواد پلیمری از زنجیره‌های مولکولی تشکیل شده‌اند، زنجیره‌های مولکولی در حین عبور این مواد از داخل قالب جهت داده می‌شود که موجب بهبود قابل توجه خواص در راستای الیاف پلیمری می‌شود. چندین نوع از این الیاف در بازار تجارت وجود دارند که مهم‌ترین نوع آن الیاف پلیمری کولار^۱ است که در مقایسه با الیاف دیگر، بیشترین نسبت استحکام کششی به جرم حجمی را دارد و مقاومت بالا در برابر ضربه و انبساط حرارتی منفی از ویژگی‌های دیگر آن است. از جمله عیب‌هایی که الیاف پلیمری کولار دارد، دمای کاری پایین (حدود ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد) و برش‌کاری و ماشین‌کاری مشکل آن‌هاست و برخلاف خواص مکانیکی آن‌ها در برابر نیروهای کششی، خواص مکانیکی فشاری ضعیفی دارد. این الیاف ارزان‌تر از الیاف کربن و گران‌تر از

^۱ Kevlar

الیاف شیشه هستند. در جدول ۶-۲ خواص چند نوع از الیاف پلیمری رایج آورده شده است.

جدول ۶-۲: خواص الیاف پلیمری [۶۲]

خواص	کولار-۲۹	کولار-۴۹	اسپکترا ۱۹۰۰
قطر الیاف (μm)	۱۲	۱۲	۳۸
چگالی (Kg/m^3)	۱۴۴۰	۱۴۷۹	۹۷۰
مدول کششی (GPa)	۶۲	۱۳۱	۱۱۷
استحکام کششی (MPa)	۲۷۶۰	۳۷۹۲-۲۸۰۰	۲۵۸۰
افزایش طول قبل از شکست (%)	۴-۳	۲/۸-۲/۲	۵-۴
ضریب انبساط حرارتی طولی ($\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	-۲	-۲	—
ضریب انبساط حرارتی عرضی ($\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	۵۹	۵۹	—
ضریب انتقال حرارت هدایتی ($\text{W/m}^{\circ}\text{C}$)	—	۰/۵-۰/۰۴	—
ظرفیت گرمایی ویژه ($\text{J/Kg}^{\circ}\text{K}$)	—	۱۴۲۰	—

۶-۲- انواع مواد مورد استفاده در رزین

یکی دیگر از بخش‌های تشکیل دهنده مواد کامپوزیتی رزین‌ها هستند. مواد پلیمری مورد استفاده در زمینه‌ی مواد کامپوزیتی را اصطلاحاً رزین می‌گویند. تعداد زیادی از رزین‌های گوناگون وجود دارند که در ساخت کامپوزیت‌ها استفاده می‌شوند. هر یک از این رزین‌ها مشخصه‌های عملکردی ویژه‌ای دارند. برای مثال اگر محصولی نیاز هست که در قبال خوردگی مقاوم باشد، رزین وینیل استر یا ایزوفتالیک می‌تواند به کار برده شود. اگر استحکام بالا بحرانی باشد، یک اپوکسی می‌تواند رزین انتخابی باشد. اگر هزینه محصول عامل مهم باشد، رزین پلی استر متداول‌ترین می‌باشد. سیستم رزینی برمبنای نیازهای هزینه‌ای و کاربردی محصول انتخاب می‌شود. به‌طور کلی رزین‌های پلیمری به دودسته‌ی مواد گرمانرم^۱ و مواد گرماسخت^۲ تقسیم می‌شوند که در ادامه خواص هر یک از این دودسته توضیح داده می‌شود.

۶-۲-۱- مواد گرماسخت

در این مواد پس از حرارت دهی و اجرای عملیات پخت، پیوند شیمیایی برگشت‌ناپذیری ایجاد

¹ Polyethylene

² Thermoplastics

³ Thermosets

می شود به طوری که این مواد با حرارت دهی مجدد ذوب نمی شوند. به علت ایجاد پیوند عرضی کووالانسی بین زنجیره های مولکولی، این مواد انعطاف پذیری زیادی ندارند و به صورت مواد ترد رفتار می کنند. مواد اولیه گرماسخت به صورت دو یا چند جزء در حالت مایع هستند که باید با درصد مشخصی در یکدیگر حل شوند تا قطعه مورد نظر ساخته شود. پس از قالب گیری، عملیات پخت انجام می شود. خصوصیات مهم مواد گرماسخت عبارتند از:

۱. مقاومت شیمیایی و مقاومت خوردگی بالا

۲. صلبیت بالا و پایداری ابعادی مناسب

۳. مقاومت خزشی نسبتاً خوب

۴. قیمت کم در مقایسه با مواد گرمانرم

۵. دمای کم اجرای عملیات پخت مواد

۶. ویسکوزیته کم مواد اولیه و آغشته سازی آسان الیاف به این مواد

رزین های پر کاربرد مورد استفاده در قالب گیری کامپوزیت ها عبارتند از: پلی استر، وینیل استر، پلی ایمید^۱ و بیسمال ایمید^۲، اپوکسی. در این میان رزین های پلی استر، متداول ترین سیستم های رزینی بکار رفته در ساخت پلاستیک های تقویت شده با الیاف هستند. زیرا کم هزینه بوده، ویسکوزیته پایینی دارند، که در بیشتر فرآیندهای تولید یک امتیاز است و نیز همچنین خواص فیزیکی عمل آوری شده ی آنها، بسیاری از نیازها را در صنعت تجاری کامپوزیت برآورده می سازد. رزین های وینیل استر خواص مکانیکی و مقاومت به خوردگی خیلی بالایی را ارائه می دهند اما قیمتشان کمی بالاتر است. رزین های اپوکسی عموماً نسبت به رزین های پلی استر سخت پا تر و محکم تر، ولی شکننده تر هستند. همچنین اپوکسی ها نسبت به پلی استرها خواص خود را در دماهای بالاتر نیز حفظ می کنند. در جدول ۲-۷ برخی از خواص این نوع از رزین ها آورده شده است.

¹ Polyimide

² Bisamaleimide

جدول ۲-۷: خواص اندازه‌گیری شده در دمای اتاق برای برخی از مواد گرماسخت [۶۲]

پلی ایمید	بیسمال ایمید	اپوکسی	وینیل استر	پلی استر	خواص
۱۸۹۰-۱۴۳۰	۱۳۲۰	۱۴۰۰-۱۱۰۰	۱۱۵۰	۱۵۰۰-۱۱۰۰	چگالی (Kg/m^3)
۴/۹-۳/۱	۳/۶	۶-۲	۴-۳	۴/۵-۱/۲	مدول کششی (GPa)
—	۱/۸	۲/۲-۱/۱	—	۲-۰/۷	مدول برشی (GPa)
۱۲۰-۷۰	۷۸-۴۸	۱۳۰-۳۵	۹۰-۶۵	۹۰-۴۰	استحکام کششی (MPa)
—	۲۰۰	۲۰۰-۱۰۰	۱۲۷	۲۵۰-۹۰	استحکام فشاری (MPa)
۳-۱/۵	۶/۶-۱	۸/۵-۱	۵-۱	۵-۲	افزایش طول قبل از شکست (%)
۹۰	۴۹	۷۰-۴۵	۵۳	۲۰۰-۶۰	ضریب انبساط حرارتی ($\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)
—	—	۰/۲-۰/۱	—	۰/۲	ضریب انتقال حرارت هدایتی ($\text{W/m}/^{\circ}\text{C}$)
—	—	۱۸۰۰-۱۲۵۰	—	—	ظرفیت گرمایی ویژه ($\text{J/Kg}/^{\circ}\text{K}$)
۳۲۰-۲۸۰	۳۰۰-۲۵۰	۲۵۰-۵۰	۱۵۰-۱۰۰	۱۱۰-۵۰	درجه حرارت تبدیل شیشه‌ای ($^{\circ}\text{C}$)
۰/۳	—	۰/۴-۰/۱	—	۰/۳-۰/۱	جذب رطوبت [24 h % @20°C] (%)
—	—	۵-۱	۶-۱	۱۲-۴	انقباض در حین پخت (%)

۲-۶-۲- مواد گرمانرم

این مواد پلیمری در دمای محیط به صورت جامد هستند ولی می‌توانند با حرارت دهی ذوب شوند و برگشت‌پذیر نیز هستند. یعنی با سرد کردن دوباره به فاز جامد تبدیل می‌شوند. بنابراین اجرای عملیات ساخت قطعات در چندین مرحله امکان‌پذیر است و ضایعات ناشی از خطای عملیات تولید مواد کامپوزیتی با زمینه‌ی گرمانرم کاهش می‌یابد. در اغلب مواد گرمانرم پیوند عرضی کووالانسی بین زنجیره‌های مولکولی ایجاد نمی‌شود و به همین دلیل در مقایسه با مواد گرماسخت انعطاف‌پذیری بیشتری دارند. به علت ویسکوزیته زیاد مواد گرمانرم ذوب‌شده، در مقایسه با ویسکوزیته مواد گرماسخت در درجه‌ی حرارت محیط، ساخت قطعات مشکل است و ممکن است عیوبی در محصول نهایی ایجاد شود، خصوصیات مهم مواد گرمانرم عبارت‌اند از:

۱. مقاومت بالا در برابر ضربه و چقرمگی بالا

۲. مقاومت به خزش کمتر از مواد گرماسخت

۳. زمان کوتاه اجرای عملیات تولید

۴. نیاز به تجهیزات ساده برای تولید قطعات

۵. قابلیت بازیافت مجدد مواد

۶. عدم نیاز به تجهیزات خاص برای ذخیره‌سازی مواد

برخی از مواد گرمانرم که بیشترین استفاده را در ساخت مواد کامپوزیتی دارند عبارت‌اند از: پلی اتر اتر کتون^۱، سولفید پلی فنیلین^۲، پلی اتر ایمید^۳، رزین‌های گرمانرم نسبت به گرماسخت دارای دوام بیشتری است. اما سختی و استحکام کششی آن‌ها مانند رزین‌های گرماسخت می‌باشد. مواد گرمانرم در دمای محیط به‌صورت جامد می‌باشند اما با حرارت دادن می‌توانند نرم شوند. این نوع رزین با استفاده از روش‌هایی همچون تزریق^۴، اکستروژن^۵ و ذوب قابلیت تغییر شکل دارد. اما در دماهای بالا رفتار مکانیکی خوبی از خود بروز نمی‌دهد و به همین دلیل در درجه حرارت‌های کاری بالا از این نوع رزین کمتر استفاده می‌شود.

۲-۷- فرآیندهای تولید کامپوزیت‌ها

مواد کامپوزیتی پلیمری تنها در مقیاس‌های آزمایشگاهی و یا تولید کالاهای ارزانی همانند میز و صندلی بکار برده نمی‌شوند و کاربردهای مهندسی و سازه‌ای این مواد به‌طور کامل به اثبات رسیده است. این ویژگی نشأت گرفته از بازدهی بالای فیبرهای تقویت‌کننده‌ای همچون کربن، بور، آرامید و همچنین استفاده از مواد جدید و با خواص بهبودیافته در زمینه است. اگرچه هنوز هم فایبرگلاس پرکاربردترین ماده کامپوزیتی پلیمری است اما می‌توان گفت مهم‌ترین ماده کامپوزیتی در زمینه کاربردهای سازه‌ای به‌خصوص در صنایع حساسی همچون هوافضا مواد کامپوزیتی با الیاف تقویت‌شده کربنی می‌باشند. در

¹ Polyether Ether Keton (PEEK)

² Polyphenylene Sulfide (PPS)

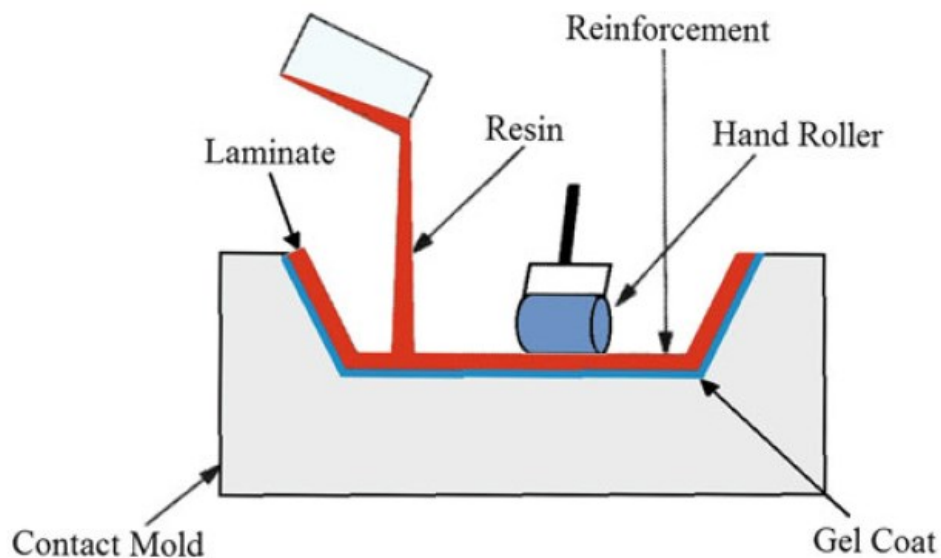
³ Polyetherimide (PEI)

⁴ Injection

⁵ Extrusion

این بخش شماری از فرآیندهای رایج مورد استفاده برای ساخت قطعاتی از مواد کامپوزیتی با زمینه پلیمری به اختصار معرفی شده‌اند. این فرآیندها عبارت‌اند از:

- لایه‌چینی دستی



شکل ۲-۲: در لایه‌چینی دستی، فیبرها با دست روی قالب قرار داده می‌شوند و رزین با قلم‌مو و یا اسپری روی آن قرار داده می‌شود [۵].

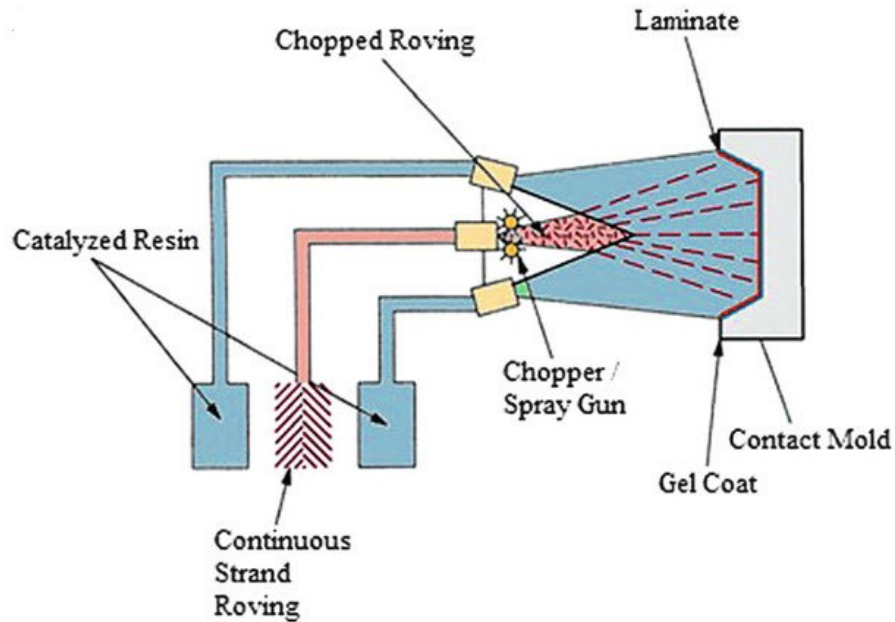
مزایا: هزینه کم، ساده‌ترین روش قالب‌سازی، حداقل سرمایه‌گذاری تجهیزات، فرآیند ساخت ساده و پوشش دامنه وسیعی از اندازه‌های قطعات را داراست. تغییرات طراحی به‌سادگی انجام می‌شود.

معایب: نیاز به اپراتورهای ماهر، تماس مستقیم با رزین

کاربرد: اجزای هواپیما، قایق‌ها، اجزای کشتی‌ها، مخازن، پوشش حمام‌ها، بوش‌ها، قطعات کامیون‌ها و

اتومبیل‌ها، سازه‌های معماری و ...

• لایه‌گذاری پاششی^۱



شکل ۲-۳: در لایه‌گذاری پاششی، رزین و فیبرها همراه باهم بر روی سطح قالب اسپری می‌شوند [۵].

مزایا: سادگی، هزینه کم قالب‌سازی، فرآیند ساده، پاشش به صورت یکنواخت و با ضخامت ثابت، توانایی

انجام فرآیند به صورت اتوماتیک، نداشتن محدودیت در اندازه قطعات، قابلیت جابجایی در کارگاه ساخت،

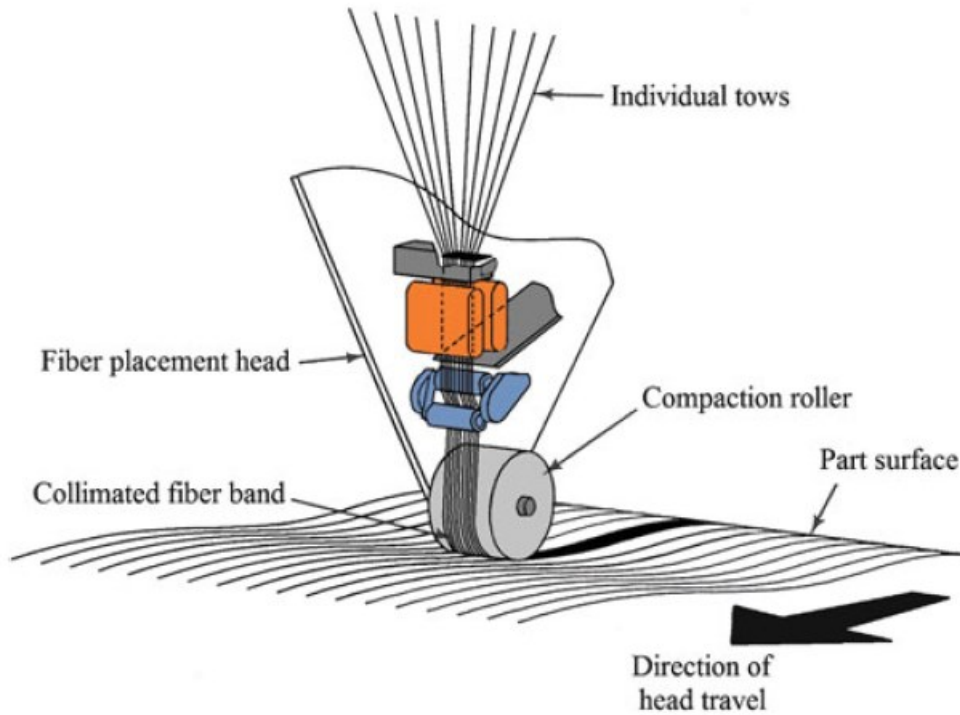
اختلاط کامل و با سایز مناسب ذرات

کاربرد: ساخت قایق‌ها، مخازن، قطعات وسایل حمل‌ونقل، بدنه کاروان‌ها و بادگیر کامیون‌ها، وان حمام

و سایر وسایل در اندازه‌ها و شکل‌های متنوع

^۱ Spray-up

• رشته‌گذاری اتوماتیک

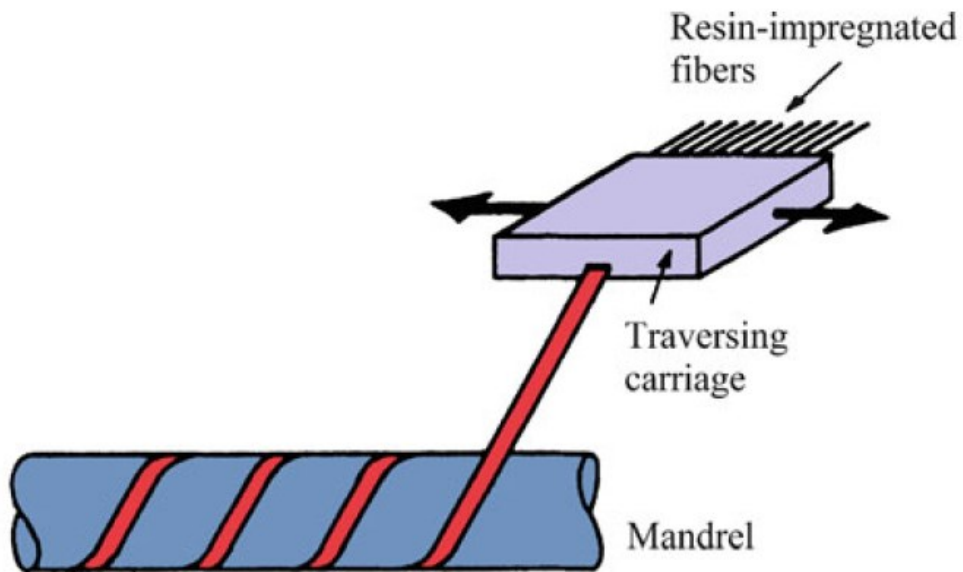


شکل ۲-۴: طرح شماتیک رشته‌گذاری اتوماتیک [۵]

مزایا: سرعت بالا، محصولات با بازدهی بالا، نسبت بالای استحکام به وزن، فرآیند تولید اتوماتیک، قابلیت تولید قطعات با سایزهای مختلف، سطح کیفیت بسیار بالا، قابلیت تولید سازه‌های دارای شکل‌های پیچیده، کاهش ضایعات مواد و هزینه کارگر، سطح پرداخت بسیار عالی، صرفه‌جویی در زمان

کاربرد: صنایع هوافضا، صنایع نظامی، بدنه هواپیما، سطوح دارای انحناء، مخازن تحت فشار، تانک‌ها، قطعات اتومبیل و ...

• الیاف پیچی

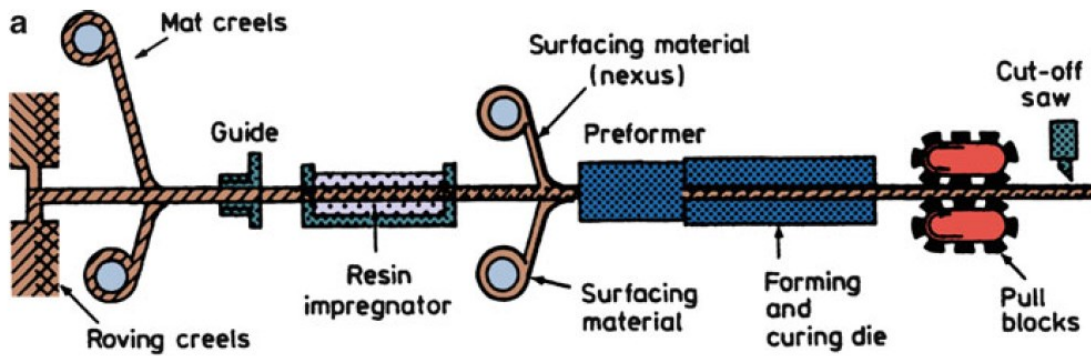


شکل ۲-۵: طرح شماتیک روش الیاف پیچی [۵]

مزایا: فرآیند تولید اتوماتیک، سرعت بالا، نسبت بالای استحکام به وزن، کاهش فاکتور کارگر و صرفه-
جویی اقتصادی، درجه بالای کنترل روی یکنواختی و جهت الیاف، قابلیت ماشین کاری قطعات تولیدی،
استحکام بالای کششی

کاربرد: قطعات استوانه‌ای، مخازن تحت فشار، لوله‌ها، دودکش‌ها، مخازن نگهداری سوخت و مواد
شیمیایی، پوسته‌های موتور راکت

• پولاتراسیون



شکل ۲-۶: طرح شماتیک روش پولاتراسیون [۵]

مزایا: هزینه پایین قطعات تولیدی، هزینه کارگر بسیار پایین، روشی سریع و یکنواختی بالای قطعات تولیدی، استحکام عرضی^۱، سطوح خوب قطعات تولیدی، کاهش عملیات ماشین کاری و برش‌های نهایی، تنظیم نسبت رزین به الیاف

کاربرد: لوله‌ها، میلگردها، انواع تیرهای ساختمانی، پل‌ها، پروفیل‌ها، نبشی‌ها، کانال‌ها و ...

¹ Transverse Strength

فصل سوم

مدل سازی هدایت حرارتی در

مخروط کامپوزیتی غیر همگن

۳-۱- مقدمه

یکی از اساسی‌ترین بخش‌های هر مطالعه بررسی معادلات حاکم بر مدل است. در این بخش به معرفی و پیاده‌سازی اصول انتقال حرارت در مواد ناهمسانگرد و غیرهمگن پرداخته می‌شود. ابتدا انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی را بررسی کرده، سپس به بیان رابطه انتقال حرارت هدایتی برای پوسته مخروطی کامپوزیتی در دستگاه مختصات دوبعدی در جهت‌های طولی و زاویه‌ای (x, φ) پرداخته می‌شود.

۳-۲- اصول انتقال حرارت در مواد کامپوزیتی

رابطه فوریه در انتقال حرارت هدایتی در مواد ناهمسانگرد به صورت زیر بیان می‌شود [۶۳]:

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (1-3)$$

در رابطه (۱-۳)، q شار حرارتی، k_{ij} ضرایب انتقال حرارت هدایتی و T معرف دما می‌باشد. با توجه به قانون تقابل^۱، تانسور ضرایب هدایت متقارن بوده و رابطه‌ی زیر در آن برقرار می‌باشد [۶۳]:

$$k_{ij} = k_{ji} \quad (2-3)$$

همچنین بر اساس قانون دوم ترمودینامیک، مقادیر روی قطر اصلی تانسور ضرایب هدایت مثبت هستند و بین درایه‌ها بایستی رابطه زیر برقرار باشد [۶۴]:

$$k_{ii}k_{jj} > k_{ij}^2 \quad \text{for } i \neq j \quad (3-3)$$

مطابق رابطه کلازیوس-دوهم^۲ در ترمودینامیک، روابط زیر بین مؤلفه‌های تانسور ضرایب هدایتی مواد کامپوزیتی برقرار است [۶۴]:

¹ Reciprocity Law

² Clausius-Duhem

$$k_{(ii)} \geq 0 \quad (1-4-3)$$

$$\frac{1}{2} \left(k_{(ii)} k_{(jj)} - k_{(ij)} k_{(ji)} \right) \geq 0 \quad (2-4-3)$$

$$\varepsilon_{ijk} k_{(1j)} k_{(2j)} k_{(3j)} \geq 0 \quad (3-4-3)$$

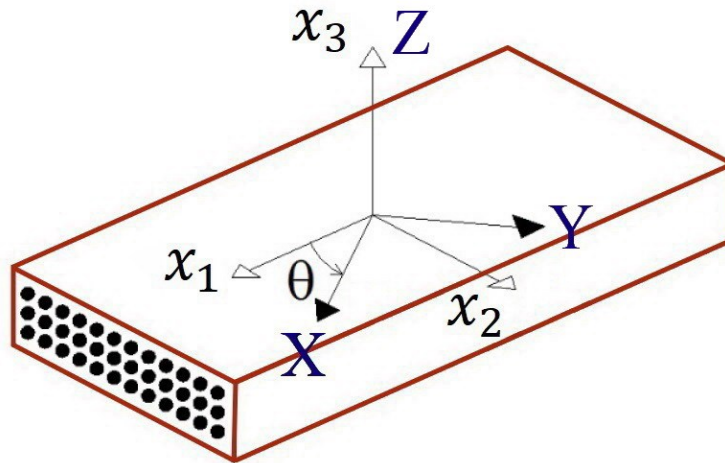
همچنین در روابط بالا مقدار $k_{(ij)}$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [۶۴]:

$$k_{(ij)} \equiv k_{(ji)} = \frac{k_{ij} + k_{ji}}{2} \quad (5-3)$$

معمولاً در مطالعاتی که به بررسی ناهمسانگردی در یک پدیده می‌پردازند، از دو دستگاه مختصات به صورت اصلی^۱ (x_1, x_2, x_3) و فرعی^۲ (X, Y, Z) استفاده می‌کنند. از جمله این مسائل می‌توان به انتقال حرارت هدایتی، ثابت‌های دی‌الکتریک، نفوذپذیری و پراکندگی مغناطیسی و مدول‌های مکانیکی اشاره کرد. در مطالعه حاضر به بررسی رفتار ناهمسانگردی در مواد کامپوزیتی پرداخته شده است. مطابق شکل ۳-۱، جهت‌های سیستم مختصات اصلی وابسته به سمت قرارگیری الیاف است به نحوی که محور x_1 در راستای الیاف، محور x_2 در صفحه لایه کامپوزیتی و محور x_3 عمود بر لایه قرار دارد. در ساخت مواد کامپوزیتی با چیدن لایه‌های مختلف به روی یکدیگر، لمینیت کامپوزیتی ایجاد می‌شود. از آنجا که معمولاً راستای الیاف در لایه‌ها باهم متفاوت است، لذا نیاز به تعریف یک دستگاه مختصات مرجع (دستگاه فرعی) است که بتوان در جهات ثابت کمیت‌های فیزیکی را بررسی نمود. بنابراین در هر لایه بین دستگاه مختصات اصلی و فرعی به اندازه زاویه θ انحراف وجود دارد و محور x_3 دستگاه مختصات اصلی با محور Z دستگاه مختصات فرعی هم‌جهت است.

¹ On axis

² Off axis



شکل ۳-۱: تصویری شماتیک از سیستم مختصات اصلی و فرعی

رابطه فوریه برای مواد کامپوزیتی در دستگاه مختصات اصلی به صورت زیر است [۶۳]:

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix}_{on} = - \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x_1} \\ \frac{\partial T}{\partial x_2} \\ \frac{\partial T}{\partial x_3} \end{Bmatrix}_{on} \quad (۶-۳)$$

مطابق رابطه (۶-۳) در هر لایه، خواص در جهت الیاف x_1 با جهت عمود بر الیاف x_2 و x_3 متفاوت است ولی انتقال حرارت در صفحه عمود بر الیاف در کلیه جهات یکسان است. از آنجاکه با دوران به اندازه θ می توان از محور فرعی به محور اصلی رسید، بنابراین رابطه (۶-۳) بر حسب محور فرعی به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$[T(-\theta)]\{q_{off}\} = -[k]_{on}[T(-\theta)]\nabla T_{off} \quad (۷-۳)$$

در رابطه فوق، $[T(\theta)]$ تانسور دوران است و به صورت زیر تعریف می شود:

$$[T(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۸-۳)$$

با استفاده از معادله (۷-۳)، بردار شار حرارتی در سیستم مختصات فرعی به صورت زیر به دست می آید:

$$\{q\}_{off} = -[T(-\theta)]^{-1}[k]_{on}[T(-\theta)]\nabla T_{off} \quad (۹-۳)$$

از آنجاکه تانسور دوران دارای خاصیت متعامد است، بنابراین:

$$[T(\theta)]^{-1} = [T(-\theta)] \quad (10-3)$$

با اعمال رابطه (10-3) در رابطه (9-3)، رابطه بردار شار حرارتی در جهات فرعی به شکل زیر خواهد بود:

$$\{q\}_{off} = -[T(\theta)][k]_{on}[T(-\theta)]\nabla T_{off} \quad (11-3)$$

مطابق قانون فوریه، انتقال حرارت در جهات فرعی به شکل زیر است:

$$\{q\}_{off} = -[k]_{off}\nabla T_{off} \quad (12-3)$$

بنابراین با مقایسه روابط (11-3) و (12-3)، تانسور ضرایب انتقال حرارت در جهات فرعی برحسب جهات اصلی به صورت زیر خواهد بود:

$$[k]_{off} = [T(\theta)][k]_{on}[T(-\theta)] \quad (13-3)$$

چنانچه تانسور ضرایب انتقال حرارت در جهات اصلی با $[k]$ و در جهات فرعی با $[\bar{k}]$ نشان داده شود و همچنین $\cos\theta$ با m_l و $\sin\theta$ با n_l نام گذاری گردد، در این صورت از روابط (3-6)، (3-8) و (3-13) درایه‌های تانسور ضرایب انتقال حرارت در جهات فرعی به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \bar{k}_{11}(T) &= m_l^2 k_{11}(T) + n_l^2 k_{22}(T) \\ \bar{k}_{22}(T) &= n_l^2 k_{11}(T) + m_l^2 k_{22}(T) \\ \bar{k}_{33}(T) &= k_{22}(T) \\ \bar{k}_{12}(T) &= \bar{k}_{21}(T) = m_l n_l (k_{11}(T) - k_{22}(T)) \\ \bar{k}_{13}(T) &= \bar{k}_{31}(T) = 0 \\ \bar{k}_{32}(T) &= \bar{k}_{23}(T) = 0 \end{aligned} \quad (14-3)$$

حال این سؤال اساسی مطرح می‌شود که چگونه می‌توان ضرایب هدایت را در دستگاه مختصات

اصلی (k_{11}, k_{22}) تعیین نمود تا بر اساس آن‌ها و نیز رابطه (14-3) بتوان ضرایب انتقال حرارت را در دستگاه مختصات فرعی (مرجع) به دست آورد. به طور کلی دو روش برای تعیین ضرایب هدایت در دستگاه مختصات اصلی پیشنهاد می‌شود:

۱. انجام آزمایش تعیین ضریب هدایت حرارتی بر روی یک لمینا در جهت الیاف و جهت عمود بر

الیاف

۲. استفاده از فرمولاسیون خاصی بر اساس ضرایب هدایتی الیاف، ماده زمینه و نیز درصد حجمی

الیاف

روش دوم، روش مناسبی با خطای کمتر از ۲ درصد است که در نبود امکانات آزمایشگاهی روش بسیار راه گشایی است (خصوصاً برای محاسبات مهندسی). در این روش ضرایب انتقال حرارت (و یا سایر پارامترهای فیزیکی جهت دار ماده) بر اساس روابط زیر قابل محاسبه هستند [۶۵]:

$$k_{11} = v_f k_f + v_m k_m \quad (۱-۱۵-۳)$$

$$k_{22} = k_m \frac{1 + \zeta \eta v_f}{1 - \eta v_f} \quad (۲-۱۵-۳)$$

در روابط (۱۵-۳)، k_f ضریب هدایت حرارتی الیاف، k_m ضریب هدایت حرارتی ماده زمینه، v_f درصد حجمی الیاف و v_m درصد حجمی ماده زمینه است. کمیت‌های η و نیز ζ ، از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

$$\eta = \frac{k_f/k_m - 1}{k_f/k_m + \zeta} \quad (۱-۱۶-۳)$$

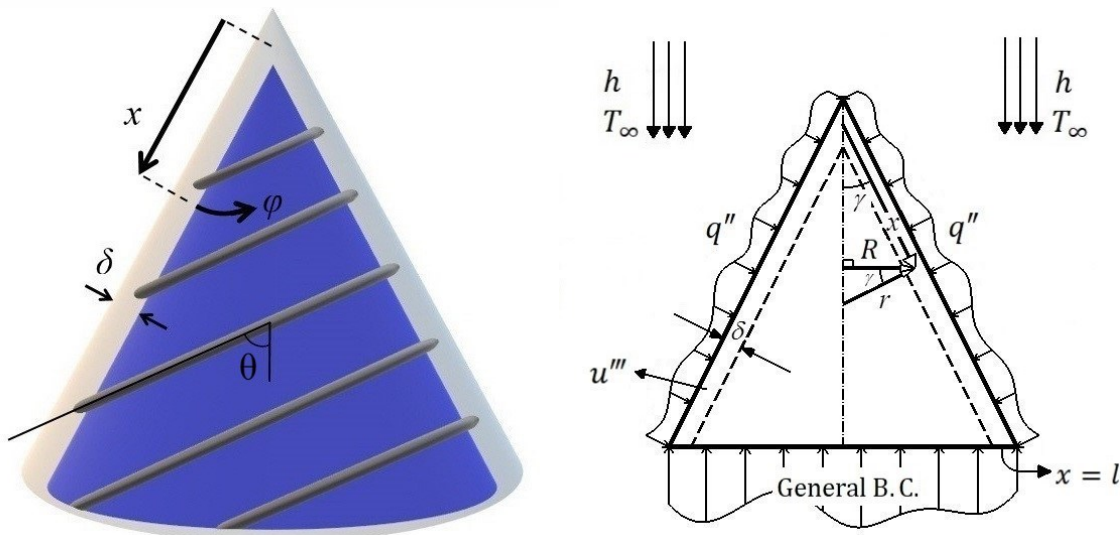
$$\zeta = \frac{1}{(4 - 3v_f)} \quad (۲-۱۶-۳)$$

به‌طور کلی روابط (۱۵-۳) و (۱۶-۳) برای اندازه‌گیری سایر کمیت‌های فیزیکی مواد کامپوزیتی نیز قابل تعمیم می‌باشند [۶۵].

۳-۳- مدل سازی، معادلات حاکم و شرایط مرزی

در این تحقیق انتقال حرارت هدایتی در یک پوسته مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن مورد بررسی قرار گرفته شده است. غیرهمگن بودن در مسئله ناشی از وابستگی ضریب انتقال حرارت هدایتی به دما است. در اینجا فرض شده که هندسه‌ی پوسته به‌طور کامل مخروطی شکل است و الیاف به دور جسم پیچانده شده‌اند، به‌طوری‌که زاویه الیاف در هر لایه می‌تواند تغییر کند. همانند اکثر حل‌ها، شرایط مرزی به‌صورت کلی در نظر گرفته می‌شود و همچنین اثر انتقال حرارت جابجایی که از طریق جریان سیال اطراف به جسم وارد می‌شود و همچنین اثر انتقال حرارت تشعشی و سایر شارها در نواحی بیرون جسم مدل شده‌اند. این فرضیات و نیز هندسه مخروط در شکل ۲-۳ به‌صورت شماتیک نشان داده شده‌اند. در

این حل بر روی انتقال حرارت دوبعدی در جهت‌های طولی و زاویه‌ای (x, φ) تمرکز کرده‌ایم. زاویه الیاف (θ) به صورت زاویه بین دو خط مماس بر مخروط یکی در جهت الیاف و دیگری در جهت x تعریف می‌شود. δ نیز ضخامت پوسته مخروطی کامپوزیتی می‌باشد.



شکل ۳-۲: جهت‌گیری الیاف با سیستم مختصاتی و شرایط مرزی در پوسته مخروطی کامپوزیتی

جهت تعیین معادله انتقال حرارت، بایستی المانی نظر گرفت. مشابه رابطه (۳-۱)، در دستگاه مختصات مخروطی (دستگاه فرعی) رابطه فوریه در یک ماده ناهمسانگرد و غیرهمگن به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_\varphi \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{k}_{11}(T) & \bar{k}_{12}(T) \\ \bar{k}_{21}(T) & \bar{k}_{22}(T) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{R \partial \varphi} \end{Bmatrix} \quad (17-3)$$

در رابطه بالا R شعاع یک قطاع حلقوی از پوسته‌ی مخروط است که در شکل ۳-۲ نیز نشان داده شده است. از آنجاکه پوسته‌ی مخروطی دارای ضخامت کمی می‌باشد، لذا می‌توان فرض کرد، انتقال حرارت در راستای ضخامت پوسته لامپ^۱ است. همچنین رابطه‌ی بین R و x نیز به صورت زیر معتبر است:

$$R = x \sin \gamma \quad (18-3)$$

¹ Lamp

با توجه به شکل ۳-۳ در صورت برقراری موازنه انرژی برای المان، رابطه حاصل به صورت زیر خواهد بود.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} dV = -\frac{\partial q_x'' dA_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_\phi'' dA_\phi}{\partial \phi} d\phi - q_{con}'' dA_r + u''' dV + q_{rad}'' dA_r \quad (۱۹-۳)$$

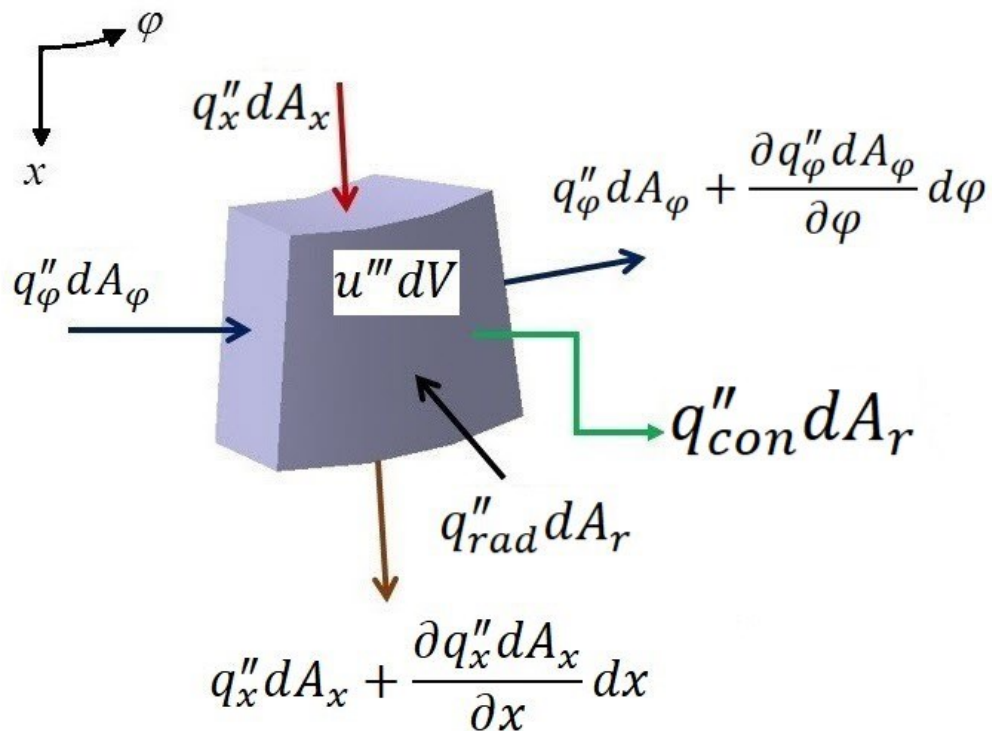
در رابطه (۱۹-۳)، ρ چگالی، C ظرفیت گرمای ویژه، t زمان و V حجم است. همچنین مقادیر اندازه سطوح و حجم المان نیز عبارتند از:

$$dA_x = \delta R d\phi \quad (۱-۲۰-۳)$$

$$dA_\phi = \delta dx \quad (۲-۲۰-۳)$$

$$dA_r = dx R d\phi \quad (۳-۲۰-۳)$$

$$dV = \delta R dx d\phi \quad (۴-۲۰-۳)$$



شکل ۳-۳: شارهای حرارتی وارده بر یک المان مخروطی

با اعمال روابط (۲۰-۳) و (۱۷-۳) در رابطه (۱۹-۳)، رابطه زیر برای انتقال حرارت در یک ماده ناهمسانگرد و غیرهمگن به دست می‌آید [۶۳]:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{k}_{11}(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{22}(T)}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{12}(T)}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{11}(T)}{x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h}{\delta} (T - T_\infty) + \frac{u''' \delta + q''_{rad}}{\delta} \quad (21-3)$$

در این پژوهش، از معادله فوق برای بررسی انتقال حرارت در پوسته‌های کامپوزیتی مخروطی شکل استفاده شده است. شرط مرزی خطی درکلی‌ترین شکل خود در نظر گرفته شده است. که این شرایط مرزی محدوده وسیعی از شرایط مرزی پرکاربرد را در برمی‌گیرد. برای این شرط مرزی رابطه‌ای به صورت زیر قابل بیان است:

$$\sigma \psi(l, \varphi) + \omega \frac{\partial \psi}{\partial x}(l, \varphi) = f(\varphi) \quad (22-3)$$

که $f(\varphi)$ می‌تواند هر تابع دلخواهی باشد. ثابت‌های σ و ω به ترتیب ابعادی مشابه ضریب انتقال حرارت جابجایی، یعنی W/m^2K ، و ضریب انتقال حرارت هدایتی، یعنی W/mK ، دارند. پارامتر l نیز که مؤلفه‌ای از x می‌باشد، به صورت فاصله نوک مخروط تا پایه‌ی آن معرفی می‌شود.

۳-۴- ضریب انتقال حرارت جابجایی در مخروط

ضریب انتقال حرارت جابجایی h ، در کاربردهای مهندسی مختلف می‌تواند قابل تغییر باشد، این ضریب در بعضی کاربردها همانند خنک کاری پین‌فین‌ها به صورت عددی ثابت تقریب زده می‌شود:

$$h = cte \quad (23-3)$$

از طرفی در بسیاری از کاربردهای مهندسی این ضریب ثابت نیست، این ضریب معمولاً وابسته به بعضی از فاکتورهای هندسه، عدد رینولدز، عدد پرانتل و عدد ماخ جریان سیال حول جسم است. برای هندسه مخروطی شکل، به خصوص در کاربردهای هوافضا، فاصله هرکدام از نقاط از نوک مخروط یک فاکتور مهم است. به عنوان مثال می‌توان اشاره داشت به دماغه و کلاهک‌های مخروطی شکل اجزا و وسایل هوانوردی و فضانوردی مافوق صوت که به وسیله مواد کامپوزیتی ساخته می‌شوند. در این وسایل نوک مخروط همان نقطه سکون^۱ است و از نظر تئوری ضریب انتقال حرارت جابجایی در آن بی‌نهایت است.

¹ Stagnation Point

این ضریب در نقاطی که در نزدیکی نوک مخروط قرار دارند بسیار بزرگ است اما با افزایش فاصله از نوک مخروط به طور قابل ملاحظه کاهش می یابد [۴۸]. ضریب انتقال حرارت جابجایی در محدوده وسیعی از گستره‌ی عدد رینولدز و عدد ماخ می تواند به میزان کافی نزدیک به مقدار زیر باشد [۶۶]:

$$h \propto \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (۲۴-۳)$$

که x فاصله از نوک مدل می باشد. ضریب h برای این کاربرد را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$h = \frac{h_0}{\sqrt{x}} \quad (۲۵-۳)$$

در رابطه بالا h_0 به صورت یک ضریب ثابت فرض شده است.

۳-۵- شار حرارتی در مخروط

q''_{rad} ، که در این تحقیق معرف شار تشعشعی حرارتی خارجی که بر پوسته مخروطی اعمال شده می باشد. شار گرمایی خارجی بسته به کاربردهای مختلف می تواند تعاریف مختلفی داشته باشد. در کاربردهای هوافضا به خصوص در دماغه‌ها و کلاهک‌ها، شار حرارتی ناشی از امواج شوکی که در سرعت-های بالا ایجاد شده می باشد. میزان این شار حرارتی در نزدیکی نقطه نوک مخروط بسیار بالا بوده و با دور شدن از نقطه انتهایی این میزان به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می یابد. در برخی دیگر از کاربردها شار گرمایی می تواند به صورت ثابت در نظر گرفته شود، حال آنکه در بعضی دیگر از مواقع این شار گرمایی به صورت تابعی از جهت زاویه‌ای (φ) بیان می گردد. این تعریف برای زمانی است که شار گرمایی تابشی به یک سمت مخروط اعمال شود [۴۸]. بر اساس مفاهیم بیان شده برای شار گرمایی، در این تحقیق توزیع q''_{rad} را به صورت کلی و به فرم زیر در نظر می گیریم:

$$q''_{rad} = a_1 q''_1 + a_2 q''_2 \quad (۲۶-۳)$$

در تعریف بالا، a_1 و a_2 به صورت ضرایب ثابتی در نظر گرفته می شوند. q''_1 و q''_2 نیز با توجه به مفاهیم بالا می توانند به صورت زیر تعریف گردند:

$$q_1'' = \bar{q}_1'' \quad (27-3)$$

$$q_2'' = \begin{cases} \bar{q}_2'' \sin \varphi & 0 \leq \varphi \leq \pi \\ 0 & \pi \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases} \quad (28-3)$$

$$q_2'' = \bar{q}_2'' \cos \frac{\varphi}{2} \quad -\pi \leq \varphi \leq \pi \quad (29-3)$$

که \bar{q}_1'' و \bar{q}_2'' در رابطه اخیر به صورت عددی ثابت در نظر گرفته می‌شود. همچنین در رابطه (3-28)،

q_2'' به عنوان شار اعمالی وابسته به خورشید است [54].

فصل چہارم

بررسی انتقال حرارت پائیدر

مخروط کا مسوزیتی غیر ممکن

۴-۱- مقدمه

در این بخش به بررسی پدیده انتقال حرارت پایا در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن پرداخته شده است. در شبیه‌سازی مسئله از روابط و شرایط مرزی ارائه شده در فصل قبل استفاده شده است.

در ابتدا با استفاده از تبدیل کیرشهف معادله انتقال حرارت دوبعدی پایا در جهات (x, φ) را به معادله قابل حل به کمک تبدیل انتگرالی محدود تبدیل کرده‌ایم، سپس به کمک این تبدیل معادله مشتقات جزئی به یک معادله معمولی ساده مبدل گردیده است. در نهایت معادله دیفرانسیل حاصل به کمک روش توابع گرین حل شده است. در آخر تبدیل انتگرالی و تبدیل کیرشهف معکوس اعمال می‌شود و توزیع دمای غیرهمگن برای پوسته مخروطی کامپوزیتی تحت شرایط مرزی کلی به دست می‌آید. همچنین جهت ارزیابی صحت نتایج حل تحلیلی، نتایج حل مذکور با حل عددی به روش مرتبه دوم تفاضلات محدود اعتبار سنجی شده است. مفروضات مسئله به گونه‌ای انتخاب گردیده که قابلیت حل حاضر برای رفع مشکلات صنعتی مشخص گردد. بدیهی است این حل قابل استفاده برای بعضی از کاربردهای صنعتی از قبیل: مخازن تحت فشار، خنک کاری پین‌فین‌ها و ... می‌باشد. پس از بررسی نتایج، در ادامه به تشریح و تحلیل نمودارها و کانتورهای دمایی موردنظر در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن پرداخته شده است.

۴-۲- حل تحلیلی برای شرایط مرزی کلی

معادله انتقال حرارت دوبعدی در جهات (x, φ) برای حالت پایا در پوسته مخروطی کامپوزیتی

غیرهمگن، به شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$\bar{k}_{11}(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{22}(T)}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{12}(T)}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{11}(T)}{x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h}{\delta} (T - T_\infty) = -\frac{u'' \delta + q''_{rad}}{\delta} \quad (1-4)$$

به جهت ساده‌سازی رابطه بالا، پروفیل دمای اصلاح شده به شکل زیر تعریف شده است:

$$\psi(x, \varphi) = T(x, \varphi) - T_{\infty} \quad (2-4)$$

در این صورت، معادله انتقال حرارت دوبعدی (1-4) به صورت زیر درخواهد آمد:

$$\begin{aligned} \bar{k}_{11}(\psi) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{22}(\psi)}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{12}(\psi)}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{11}(\psi)}{x} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{h}{\delta} \psi \\ = -\frac{u''' \delta + q''_{rad}}{\delta} \end{aligned} \quad (3-4)$$

معمولاً برای حل مسائل غیرهمگن از روش‌های عددی استفاده می‌شود اما باین حال حل‌های تحلیلی هم می‌توان برای آن‌ها متصور بود. یکی از این روش‌های تحلیلی که بسیار هم پرکاربرد بوده، استفاده از تبدیل کیرشهف است که به صورت زیر تعریف می‌شود [67]:

$$k_{11}(\psi) = k_{011}(1 + \beta\psi) \quad (1-4-4)$$

$$k_{22}(\psi) = k_{022}(1 + \beta\psi) \quad (2-4-4)$$

$$\hat{\Theta} = \int_0^{\psi} (1 + \beta\psi) d\psi = \psi + \frac{1}{2} \beta\psi^2 \quad (3-4-4)$$

$$\psi(x, \varphi) = \frac{1}{\beta} \left(-1 + \sqrt{1 + 2\beta\hat{\Theta}(x, \varphi)} \right) \quad (4-4-4)$$

همان‌گونه که از معادله (1-4-4) و (2-4-4) برمی‌آید، تغییرات ضرایب انتقال حرارت هدایتی به صورت خطی با دما فرض می‌شوند. در این معادله k_{011} و k_{022} ، بیانگر ضرایب انتقال حرارت هدایتی در دمای مرجع، که همان دمای محیط بوده، می‌باشند. ثابت β نیز ضریب دمایی انتقال حرارت هدایتی نامیده می‌شود. با اعمال تبدیل کیرشهف بر معادله (3-4)، معادله‌ای به شکل زیر ساخته خواهد شد:

$$\begin{aligned} \bar{k}_{011} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{022}}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{012}}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{011}}{x} \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial x} \\ - \frac{h}{\delta} \frac{1}{\beta} \left(-1 + \sqrt{1 + 2\beta\hat{\Theta}(x, \varphi)} \right) = -\frac{u''' \delta + q''_{rad}}{\delta} \end{aligned} \quad (5-4)$$

همان‌طور که از معادله‌ی (5-4) مشخص است، عبارت غیرخطی $(-1 + \sqrt{1 + 2\beta\hat{\Theta}(x, \varphi)})/\beta$ در معادله انتقال حرارت ظاهر شده، لذا برای ادامه روند حل به خطی سازی این عبارت نیاز داریم. یکی از روش‌های مرسوم خطی سازی استفاده از بسط تیلور می‌باشد. از آنجاکه طبق داده‌های آزمایشگاهی مشخص است، ضریب β برای مواد کامپوزیتی در عمل عددی بسیار کوچک است [7, 68, 69]، پس در نتیجه با

به کارگیری بسط تیلور به ازای دو جمله اول، حول نقطه صفر با دقت بسیار خوبی می توان عبارت غیرخطی را به صورت خطی زیر تقریب زد:

$$\frac{1}{\beta} \left(-1 + \sqrt{1 + 2\beta \hat{\Theta}(x, \varphi)} \right) \approx \hat{\Theta} \quad (6-4)$$

حال با جایگذاری عبارت (6-4) در معادله (5-4) به یک معادله خطی به شکل زیر می رسیم:

$$\bar{k}_{011} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{022}}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{012}}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{011}}{x} \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial x} - \frac{h}{\delta} \hat{\Theta} = -\frac{u''' \delta + q_{rad}''}{\delta} \quad (7-4)$$

برای حل معادلات با مشتقات جزئی (7-4) در مرحله اول باید این معادله را با استفاده از تبدیل

انتگرالی محدود در جهت زاویه ای (φ) به یک معادله ساده تر تبدیل کرد. حالت عمومی تبدیل انتگرالی محدود در جهت زاویه ای به صورت زیر قابل بیان است [70]:

$$\Theta(x, n) = \int_{-\pi}^{+\pi} e^{-in\varphi} \hat{\Theta}(x, \varphi) d\varphi, \quad (1-8-4)$$

$$\hat{\Theta} = \frac{1}{2\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{in\varphi} \Theta(x, n), \quad (2-8-4)$$

که $i^2 = -1$ و n عددی صحیح می باشد. معادله (1-8-4) تبدیل انتگرالی تابع Θ در جهت زاویه ای φ بوده و معادله (2-8-4) نیز نشان دهنده معکوس این تبدیل می باشد. با اعمال تبدیل انتگرالی محدود (1-8-4) و نیز معادلات (26-4)، (27-4) و (29-4) بر روی معادله (7-4)، معادله ای به صورت زیر تشکیل خواهد شد که این معادله برای کاربرد مخزن تحت فشار مناسب می باشد:

$$\bar{k}_{011} \frac{d^2 \Theta}{dx^2} + \left(\frac{2in\bar{k}_{012}}{x \sin \gamma} + \frac{\bar{k}_{011}}{x} \right) \frac{d\Theta}{dx} - \left(\frac{n^2 \bar{k}_{022}}{x^2 \sin^2 \gamma} + \frac{h}{\delta} \right) \Theta = \frac{a_2 \bar{q}_2''}{\delta} \left(\frac{e^{-in\pi} + 1}{n^2 - 1} \right) \quad (9-4)$$

با اعمال تبدیل انتگرالی محدود (1-8-4) و نیز معادلات (26-4)، (27-4) و (30-4) بر روی معادله (7-4)، معادله ای به صورت زیر تشکیل خواهد شد که این معادله برای کاربرد پین فین مناسب می باشد:

$$\bar{k}_{011} \frac{d^2 \Theta}{dx^2} + \left(\frac{2in\bar{k}_{012}}{x \sin \gamma} + \frac{\bar{k}_{011}}{x} \right) \frac{d\Theta}{dx} - \left(\frac{n^2 \bar{k}_{022}}{x^2 \sin^2 \gamma} + \frac{h}{\delta} \right) \Theta = -\frac{2a_2 \bar{q}_2'' e^{-in\pi}}{\delta} \left(\frac{e^{2in\pi} + 1}{4n^2 - 1} \right) \quad (10-4)$$

در معادله (9-4) به ازای مقادیر $n = -1, 1$ در سمت راست تساوی و در قسمت مخرج آن دارای ابهام ریاضیاتی بوده، برای جلوگیری از این ابهام ریاضیاتی می توان جملات $n = -1, 1$ را به صورت جداگانه

حساب کرد. در این صورت به ازای این دو جمله جواب‌هایی جداگانه به دست می‌آید که درنهایت با سایر جملات جمع می‌گردد. همچنین در هر دو معادله‌ی (۹-۴) و (۱۰-۴) به ازای جمله $n = 0$ عبارت سمت راست تساوی مقداری متفاوت خواهد داشت. پس درنتیجه جمله صفرم را نیز باید به صورت جداگانه حساب کنیم، و درنهایت با سایر جملات جمع کنیم. برای ساده‌سازی، بعضی از مقادیر معادله را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Phi = \frac{2in\bar{k}_{012}}{\sin \gamma \bar{k}_{011}} + 1 \quad (1-11-4)$$

$$\Psi = -\frac{n^2 \bar{k}_{022}}{\sin^2 \gamma \bar{k}_{011}} \quad (2-11-4)$$

$$\Lambda = -\frac{h}{\delta \bar{k}_{011}} \quad (3-11-4)$$

$$\chi = \begin{cases} \frac{a_2 \bar{q}_2''}{\delta \bar{k}_{011}} \left(\frac{in\pi}{2} \right) & n = -1, 1 \\ -\frac{2\pi \delta u''' + 2\pi a_1 \bar{q}_1'' + 2a_2 \bar{q}_2''}{\delta \bar{k}_{011}} & n = 0 \\ \frac{a_2 \bar{q}_2''}{\delta \bar{k}_{011}} \left(\frac{e^{-in\pi} + 1}{n^2 - 1} \right) & n \neq -1, 0, 1 \end{cases} \quad (4-11-4)$$

$$\chi = \begin{cases} \frac{2a_2 \bar{q}_2'' e^{-in\pi}}{\delta \bar{k}_{011}} \left(\frac{e^{2in\pi} + 1}{4n^2 - 1} \right) & n \neq 0 \\ -\frac{2\pi \delta u''' + 2\pi a_1 \bar{q}_1'' + 4a_2 \bar{q}_2''}{\delta \bar{k}_{011}} & n = 0 \end{cases} \quad (5-11-4)$$

در مقادیر ساده‌شده بالا، معادله (۴-۱۱-۴) برای کاربرد مخزن تحت فشار و معادله (۵-۱۱-۴) برای کاربرد بین فین ارائه گردیده و سایر مقادیر در هر دو معادله مشترک هستند. در این مرحله برای ادامه روند حل از روشی موسوم به تابع گرین استفاده خواهیم کرد، این روش برای تعیین جواب خصوصی معادلاتی که مستقل از زمان هستند، کاربرد دارد. تابع گرین برای معادلات معمولی خطی، مرتبه دو به شکل زیر تعریف می‌گردد [۷۱]:

$$L[y] = f(x), \quad a < x < b \quad (1-12-4)$$

$$L = \frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{d}{dx} \right] + q(x) \quad (2-12-4)$$

$$a_1 y(a) + a_2 y'(a) = \alpha, \quad |a_1| + |a_2| \neq 0, \quad (3-12-4)$$

$$b_1 y(b) + b_2 y'(b) = \beta, \quad |b_1| + |b_2| \neq 0. \quad (4-12-4)$$

در تابع گرین، x متغیر مستقل و ξ یک پارامتر است. اگر y_q تابعی باشد که در شرایط مرزی صدق کند، آنگاه:

$$y(x) = y_q + \int_a^b G(x; \xi) (f(\xi) - L(y_q)) d\xi \quad (13-4)$$

جواب مسئله است. زیرا اگر در نظر بگیریم $y = y_1 + y_q$ در این صورت y_1 جواب مسئله‌ی زیر است:

$$L(y_1) = L(y) - L(y_q) = f(x) - L(y_q) \quad (1-14-4)$$

$$a_1 y_1(a) + a_2 y_1'(a) = 0 \quad (2-14-4)$$

$$b_1 y_1(b) + b_2 y_1'(b) = 0 \quad (3-14-4)$$

با جایگذاری معادلات (1-11-4)، (2-11-4)، (3-11-4) و (4-11-4) در معادله (9-4) می‌توان معادله-ای که برای کاربرد مخزن تحت فشار مناسب می‌باشد، به شکل زیر ساخت:

$$\frac{d}{dx} \left(x^\Phi \frac{d\Theta}{dx} \right) + (\Psi x^{\Phi-2} + \Lambda x^\Phi) \Theta = \chi x^\Phi \quad (15-4)$$

همچنین با جایگذاری معادلات (1-11-4)، (2-11-4)، (3-11-4) و (5-11-4) در معادله (10-4)، معادله‌ای به همان فرم معادله‌ی (15-4) ساخته می‌شود که برای کاربرد پین فین مناسب می‌باشد. روند حل معادله‌ی (15-4) برای هر دو کاربرد مخزن تحت فشار و پین فین یکسان می‌باشد. بنابراین اگر Θ_q تابعی باشد که در شرایط مرزی صدق کند. می‌توان آن را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\Theta_q = \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l)} J_0(\sqrt{\Lambda}x) \quad (1-16-4)$$

$$L(\Theta_q) = \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l)} \left(\Psi x^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda}x) + (1-\Phi) \sqrt{\Lambda} x^{\Phi-1} J_1(\sqrt{\Lambda}x) \right) \quad (2-16-4)$$

$$f(\xi) - L(\Theta_q) = \chi \xi^\Phi - \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l)} \left(\Psi \xi^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda}\xi) + (1-\Phi) \sqrt{\Lambda} \xi^{\Phi-1} J_1(\sqrt{\Lambda}\xi) \right) \quad (3-16-4)$$

در معادلات بالا عبارت $F(n)$ همان تبدیل یافته شرط مرزی $f(\varphi)$ است. با جایگذاری مقادیر

(۱-۱۶-۴) و (۲-۱۶-۴) در معادله (۱۵-۴)، معادله‌ای با شرایط مرزی همگن به صورت زیر ساخته می‌-

شود:

$$\frac{d}{dx} \left(x^\Phi \frac{d\Theta_1}{dx} \right) + (\Psi x^{\Phi-2} + \Lambda x^\Phi) \Theta_1 = \chi x^\Phi - \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l)} \begin{pmatrix} \Psi x^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda}x) + (1) \\ -\Phi \sqrt{\Lambda} x^{\Phi-1} J_1(\sqrt{\Lambda}x) \end{pmatrix} \quad (17-4)$$

جواب عمومی معادله (۱۷-۴) به صورت زیر خواهد شد:

$$\Theta_{1,h}(x) = x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} [C_1 Y_\nu(\sqrt{\Lambda}x) + C_2 J_\nu(\sqrt{\Lambda}x)] \quad \& \quad \nu = \frac{1}{2} \sqrt{(1-\Phi)^2 - 4\Psi} \quad (18-4)$$

در رابطه (۱۸-۴)، Y_ν و J_ν توابع بسل اصلاح شده از مرتبه ν هستند. حال می‌توان صورت عمومی توابع

$\Theta_{1,L}$ و $\Theta_{1,R}$ را به شکل زیر نوشت:

$$\Theta_{1,L}(x) = x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} [A Y_\nu(\sqrt{\Lambda}x) + B J_\nu(\sqrt{\Lambda}x)] \quad (1-19-4)$$

$$\Theta_{1,R}(x) = x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} [C Y_\nu(\sqrt{\Lambda}x) + D J_\nu(\sqrt{\Lambda}x)] \quad (2-19-4)$$

برای برقراری شرط مرزی در نقطه $a=0$ با اعمال شرط دما محدود نوک مخروط در معادله (۱-۱۹-۴)

نتیجه‌ای به صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$A = 0 \quad (20-4)$$

و کلیه جواب‌های ممکن برای تابع گرین روی $[0, \xi]$ به صورت زیر خواهد شد:

$$\Theta_{1,L}(x) = B x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} J_\nu(\sqrt{\Lambda}x) \quad x \in [0, \xi] \quad (21-4)$$

برای برقراری شرط مرزی در نقطه $b=l$ از شرط همگن شده‌ی پایه مخروط $\Theta_{1,R}(l) = 0$ استفاده

می‌کنیم و با اعمال این شرط در معادله (۲-۱۹-۴) نتیجه‌ای به صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$D = \lambda C \quad (22-4)$$

و کلیه جواب‌های ممکن برای تابع گرین روی $(\xi, l]$ عبارت است از:

$$\Theta_{1,R}(x) = C x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} [Y_\nu(\sqrt{\Lambda}x) + \lambda J_\nu(\sqrt{\Lambda}x)] \quad x \in (\xi, l] \quad (23-4)$$

که λ در معادله‌ی (۲۳-۴) به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\lambda = -\frac{Y_v(\sqrt{\Lambda l})}{J_v(\sqrt{\Lambda l})} \quad (24-4)$$

حال برای برقراری شرط پیوستگی تابع گرین در نقطه $x = \xi$ باید از برقراری تساوی بین حد چپ و راست تابع گرین، یعنی $\Theta_{1,R}(\xi) = \Theta_{1,L}(\xi)$ استفاده کنیم. پس با اعمال این شرط نتیجه‌ای به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$B J_v(\sqrt{\Lambda \xi}) = C \left(Y_v(\sqrt{\Lambda \xi}) + \lambda J_v(\sqrt{\Lambda \xi}) \right) \quad (25-4)$$

برای برقراری شرط مقدار جهش در مشتق در نقطه $x = \xi$ باید داشته باشیم:

$$\Theta'_{1,R}(\xi) - \Theta'_{1,L}(\xi) = \frac{1}{P(\xi)} \quad (26-4)$$

که در رابطه (۲۶-۴)، $P(\xi)$ برای این مسئله به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$P(\xi) = \xi^\Phi \quad (27-4)$$

با مشتق‌گیری از روابط (۲۱-۴) و (۲۳-۴) و قرار دهی آن‌ها در شرط مقدار جهش در مشتق (۲۶-۴) به نتیجه‌ی زیر خواهیم رسید:

$$C \left\{ \left(-\sqrt{\Lambda} Y_{v^*}(\sqrt{\Lambda \xi}) + \frac{v}{\xi} Y_v(\sqrt{\Lambda \xi}) \right) + \lambda \left(-\sqrt{\Lambda} J_{v^*}(\sqrt{\Lambda \xi}) + \frac{v}{\xi} J_v(\sqrt{\Lambda \xi}) \right) \right\} - B \left\{ -\sqrt{\Lambda} J_{v^*}(\sqrt{\Lambda \xi}) + \frac{v}{\xi} J_v(\sqrt{\Lambda \xi}) \right\} = \xi^{\frac{1}{2}(1+\Phi)} \quad (28-4)$$

که v^* در معادله (۲۸-۴) به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$v^* = v + 1 \quad (29-4)$$

از حل دستگاهی که برای دو معادله (۲۵-۴) و (۲۸-۴) تشکیل خواهد شد، مقادیر مجهول B و C را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$B = \left(\frac{Y_v(\sqrt{\Lambda \xi})}{J_v(\sqrt{\Lambda \xi})} + \lambda \right) \left(\left(\xi^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} J_{v^*}(\sqrt{\Lambda \xi}) \frac{Y_v(\sqrt{\Lambda \xi})}{J_v(\sqrt{\Lambda \xi})} - \xi^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} Y_{v^*}(\sqrt{\Lambda \xi}) \sqrt{\Lambda} \xi^\Phi \right)^{-1} \right) \quad (1-30-4)$$

$$C = \left(\left(\xi^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} J_{v^*}(\sqrt{\Lambda \xi}) \frac{Y_v(\sqrt{\Lambda \xi})}{J_v(\sqrt{\Lambda \xi})} - \xi^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} Y_{v^*}(\sqrt{\Lambda \xi}) \sqrt{\Lambda} \xi^\Phi \right)^{-1} \right) \quad (2-30-4)$$

و در نهایت تابع گرین به شکل زیر باید تعریف گردد:

$$G(x; \xi) = \begin{cases} \Theta_{1,L} & 0 \leq x \leq \xi \\ \Theta_{1,R} & \xi \leq x \leq l \end{cases} \quad (31-4)$$

مقادیر $\Theta_{1,L}$ و $\Theta_{1,R}$ را قبلاً در معادلات (21-4) و (23-4) محاسبه کردیم، همچنین ضرایب مجهول B و C را نیز در معادلات (1-30-4) و (2-30-4) به دست آوردیم. پس با اعمال معادلات (21-4)، (23-4)، (1-30-4) و (2-30-4) در معادله (31-4)، تابع گرین برای این مسئله به صورت زیر ساخته می شود:

$$G(x; \xi) = \begin{cases} \frac{\left(x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} J_\nu(\sqrt{\Lambda}x) \right) \left(\frac{Y_\nu(\sqrt{\Lambda}\xi)}{J_\nu(\sqrt{\Lambda}\xi)} + \lambda \right)}{\sqrt{\Lambda}\xi^{\frac{1}{2}(1+\Phi)} \left(J_{\nu^*}(\sqrt{\Lambda}\xi) \frac{Y_\nu(\sqrt{\Lambda}\xi)}{J_\nu(\sqrt{\Lambda}\xi)} - Y_{\nu^*}(\sqrt{\Lambda}\xi) \right)} & 0 \leq x \leq \xi \\ \frac{x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} \left(Y_\nu(\sqrt{\Lambda}x) + \lambda J_\nu(\sqrt{\Lambda}x) \right)}{\sqrt{\Lambda}\xi^{\frac{1}{2}(1+\Phi)} \left(J_{\nu^*}(\sqrt{\Lambda}\xi) \frac{Y_\nu(\sqrt{\Lambda}\xi)}{J_\nu(\sqrt{\Lambda}\xi)} - Y_{\nu^*}(\sqrt{\Lambda}\xi) \right)} & \xi \leq x \leq l \end{cases} \quad (32-4)$$

با جایگذاری معادله (1-16-4)، (2-16-4) و (32-4) در معادله (13-4)، جوابی به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \Theta(x, n) &= \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l)} J_0(\sqrt{\Lambda}x) \\ &+ \int_0^x C \left(x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} \left(\frac{Y_\nu(\sqrt{\Lambda}x)}{+ \lambda J_\nu(\sqrt{\Lambda}x)} \right) \left(\chi \xi^\Phi - \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l)} \left(\frac{\Psi \xi^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda}\xi) + (1)}{-\Phi) \sqrt{\Lambda} \xi^{\Phi-1} J_1(\sqrt{\Lambda}\xi)} \right) \right) \right) d\xi \quad (33-4) \\ &+ \int_x^l B \left(\left(x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} J_\nu(\sqrt{\Lambda}x) \right) \left(\chi \xi^\Phi - \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l)} \left(\frac{\Psi \xi^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda}\xi) + (1)}{-\Phi) \sqrt{\Lambda} \xi^{\Phi-1} J_1(\sqrt{\Lambda}\xi)} \right) \right) \right) d\xi \end{aligned}$$

در معادله‌ی بالا ضرایب B و C قبلاً در معادله (1-30-4) و (2-30-4) تعریف شده‌اند. حال برای به دست آوردن جواب نهایی معادله انتقال حرارت ابتدا از معادله (33-4) تبدیل انتگرالی معکوس (2-8-4) می‌گیریم، پس از آن با به‌کارگیری معکوس تبدیل کیرشهف (3-4-4) پروفیل دما به شکل زیر به دست می‌آید:

$$T(x, \varphi) = T_{\infty} - \frac{1}{\beta}$$

$$+ \left[\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\beta\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{in\varphi} \left\{ \int_0^x C \left(\frac{x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} (Y_{\nu}(\sqrt{\Lambda}x) + \lambda J_{\nu}(\sqrt{\Lambda}x)) (\chi \xi^{\Phi})}{J_0(\sqrt{\Lambda}l) \left(\Psi \xi^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda}\xi) + (1) \right)} \right) d\xi \right. \right. \\ \left. \left. + \int_x^l B \left(\frac{x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} J_{\nu}(\sqrt{\Lambda}x)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l) \left(\Psi \xi^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda}\xi) + (1) \right)} \right) d\xi \right\} \right. \\ \left. + \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda}l)} J_0(\sqrt{\Lambda}x) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (36-4)$$

۴-۳- خواص حرارتی کامپوزیت کربن-کربن

در این بخش، سعی شده است که با ارائه نمونه‌های عملی توانایی حل ارائه شده در بررسی مسائل مربوط به پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن نشان داده شود. امروزه یافتن موادی با خواص حفاظت گرمایی بالا برای استفاده در صنایع مختلف بسیار ضروری است. مواد کامپوزیتی کربن-کربن برای کاربردهای با حفاظت گرمایی بالا پیشنهاد می‌شوند. زیرا این مواد علاوه بر اینکه دارای وزن سبکی هستند در دماهای بالا نیز استحکام خود را به خوبی حفظ می‌کنند و ضریب هدایت گرمایی بالا و مناسبی هم دارند، این ویژگی‌ها باعث می‌شوند که این مواد برای کاربردهای حفاظت‌های پیشرفته گرمایی کاندید شوند [۷].

مواد کامپوزیتی کربن-کربن شامل خانواده‌ای از مواد هستند، که دارای زمینه و الیافی از جنس کربن می‌باشند. برای ساخت این نوع کامپوزیت‌ها گستره وسیعی از الیاف و زمینه‌های کربنی مورد استفاده قرار می‌گیرد. انتخاب نوع پیش ماده (الیاف و زمینه) و همچنین نوع فرآیند ساخت کامپوزیت، خواص حرارتی این مواد را تعیین می‌کند [۷]. جدول ۴-۱ خواص حرارتی سه نوع از این

کامپوزیت‌ها که در حل حاضر بکار برده شده‌اند، را نشان می‌دهد.

جدول ۴-۱: خواص گرمایی کامپوزیت‌های صنعتی [۷]

ماده ۳	ماده ۲	ماده ۱	خواص کامپوزیت
LaRC P1	LaRC Panel 7A	LaRC F1	منشأ ماده
۲۹۵	۲۹۵	۲۹۵	دما (K)
۲۳۳/۵۳	۲۴/۶۶۷	۵۴/۸۵	k در جهت موازی الیاف (W/mK)
۲۰/۴۵۳	۴/۷۹۵	۵/۱۹۳	k در جهت عمود الیاف (W/mK)
۰/۶۸۷	۰/۶۹	۰/۶۸۷	ظرفیت گرمایی (J/gK)
۱/۸۸۴	۱/۵۴۷	۱/۷۷	چگالی (g/cm^3)
-۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	β ضریب دمایی (1/K)

۴-۴- مخزن تحت فشار

در این بخش مسئله انتقال حرارت پوسته‌ی مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن در حالت پایدار برای کاربرد مخزن تحت فشار مورد بررسی قرار گرفته است. شار حرارتی خارجی به صورت نامتقارن در نظر گرفته شده است. برای این منظور پوسته‌ی مخروطی کامپوزیتی در معرض تابش خورشید قرار گرفته است. علاوه بر این، به جهت مدل کردن انتقال حرارت جابجایی بین مخزن تحت فشار و جریان هوای محیط، ضریب انتقال حرارت جابجایی به صورت عددی ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین به منظور مدل کردن تشعشع خورشید، فرض شده شار خورشیدی به صورت تابعی سینوسی و متغیر در راستای زاویه‌ای (φ)، به مخزن تحت فشار اعمال می‌گردد. شرایط مرزی بکار برده شده در این تحقیق نیز به صورت کلی در نظر گرفته شده است، که شامل محدوده وسیعی از شرایط مرزی گرمایی می‌گردد. جدول ۴-۲ هندسه و شرایط مرزی حاکم بر مسئله برای کاربرد مخزن تحت فشار را نشان می‌دهد.

جدول ۴-۲: هندسه و شرایط مرزی پوسته مخروطی

۵	طول یال (m)
۰/۰۵	ضخامت پوسته (m)
۲۰	نصف زاویه نوک مخروط (°)
۲۹۵	دمای محیط (K)
۱۵	ضریب جابجایی (W/m ² K)
۱۳۵۷	\bar{q}_1'' شار حرارتی (W/m ²)
۰	\bar{q}_2'' شار حرارتی (W/m ²)
۰	چشمه حرارتی (W/m ³)
۲۹۵	شرط مرزی عمومی (f)
۱	شرط مرزی عمومی (σ)
۰	شرط مرزی عمومی (ω)

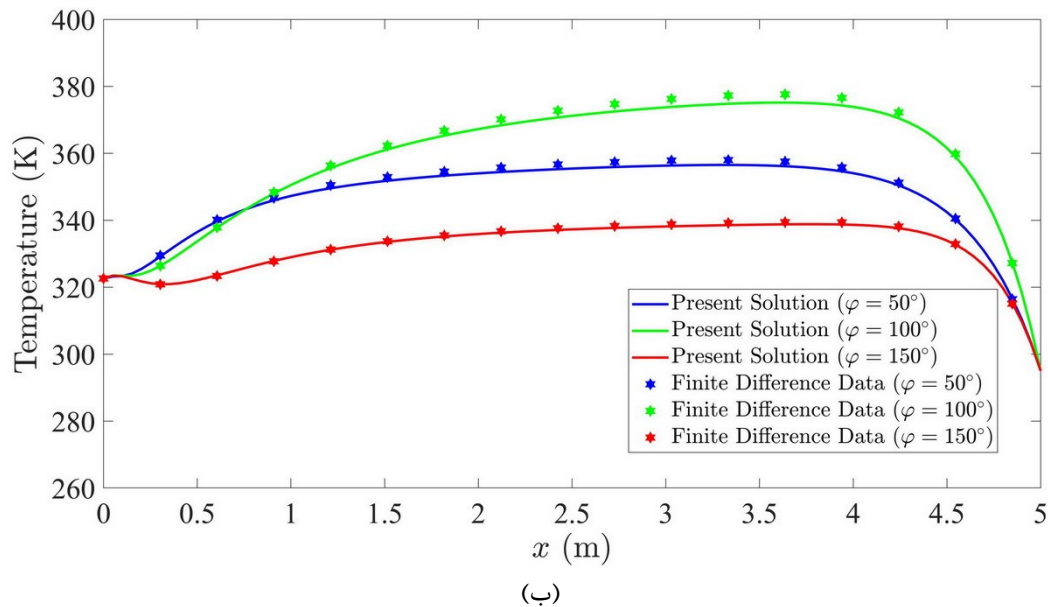
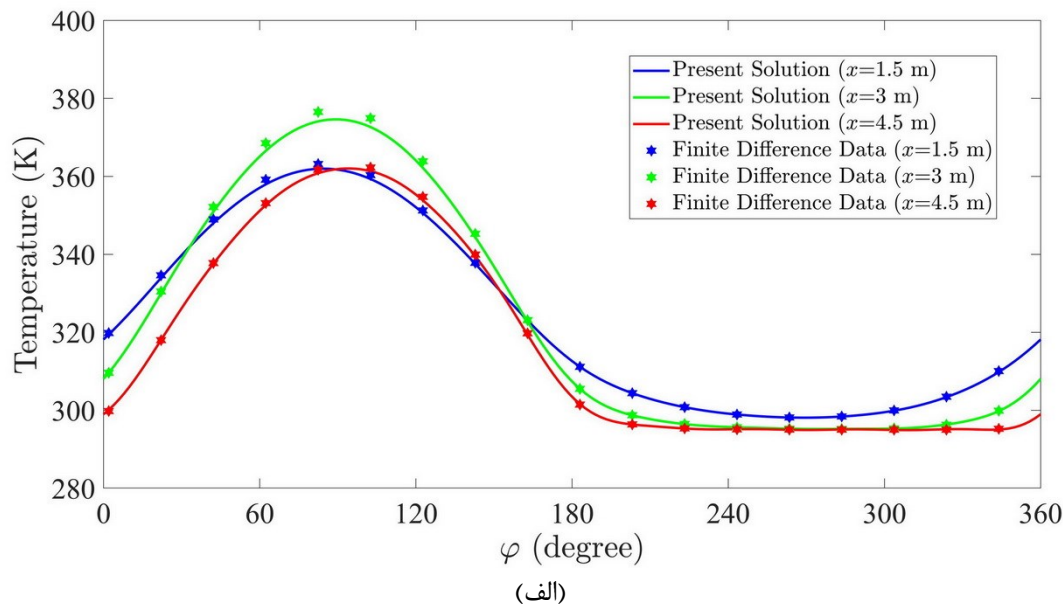
شار تابشی خورشید در مخازن تحت فشار، یکی از مهم‌ترین عوامل محیطی خارجی تأثیرگذار بر دمای مخزن تحت فشار و مواد ذخیره‌شده در آن است. افزایش دمای مواد ذخیره‌شده، سبب افزایش فشار داخلی مخزن تحت فشار می‌گردد. علاوه بر این، افزایش دمای مخزن تحت فشار ممکن است احتمال ایجاد ترک و شکاف در سطح آن را افزایش دهد. در مجموع، هر دو رویداد فعلی خطرناک و مهم هستند و در فرآیند طراحی باید در نظر گرفته شوند تا از تخریب چنین سازه‌های عظیمی جلوگیری شود [۴۴].

یک پوسته مخروطی کامپوزیتی که در معرض شار تشعشعی خورشید قرار گرفته است، شار حرارتی که از خورشید در نزدیکی سطح زمین به آن می‌رسد به‌طور متوسط برابر با $\bar{q}'' = 1357 \text{ W/m}^2$ در نظر گرفته می‌شود [۷۲]. توزیع این شار روی سطح خارجی پوسته مخروطی به‌صورت تابع $q''(\varphi) = 1357 \sin \varphi$ فرض شده است. که این شار به نیمه‌ای از پوسته مخروطی وارد می‌گردد که در معرض تابش مستقیم خورشید است [۵۴].

۴-۴-۱- راستی آزمایی

در این حل به‌منظور راستی آزمایی، درستی این جواب تحلیلی دقیق، با حل عددی به روش مرتبه دوم تفاضلات محدود مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل ۴-۱ مشخص است تغییرات دمایی در دو راستای x و φ موردبررسی قرار گرفته است. در بخش الف از شکل ۴-۱ سه قسمت مختلف با

مقدار φ ثابت انتخاب شده است و تغییرات دمایی برای این قسمت‌ها در راستای x مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش ب از شکل ۱-۴ نیز همان رویه بخش الف پیاده‌سازی شده است و تغییرات دمایی سه قسمت مختلف با مقدار x ثابت در راستای φ نشان داده شده است. برای شکل ۱-۴ ماده ۱ و زاویه الیاف ۴۵ درجه در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهند که حل دقیق تحلیلی فعلی، همخوانی خیلی خوبی با توزیع دمای حل عددی دارد. در این مورد، خطای ماکزیمم برابر با مقدار ۰٫۰۶۸ درصد می‌باشد.

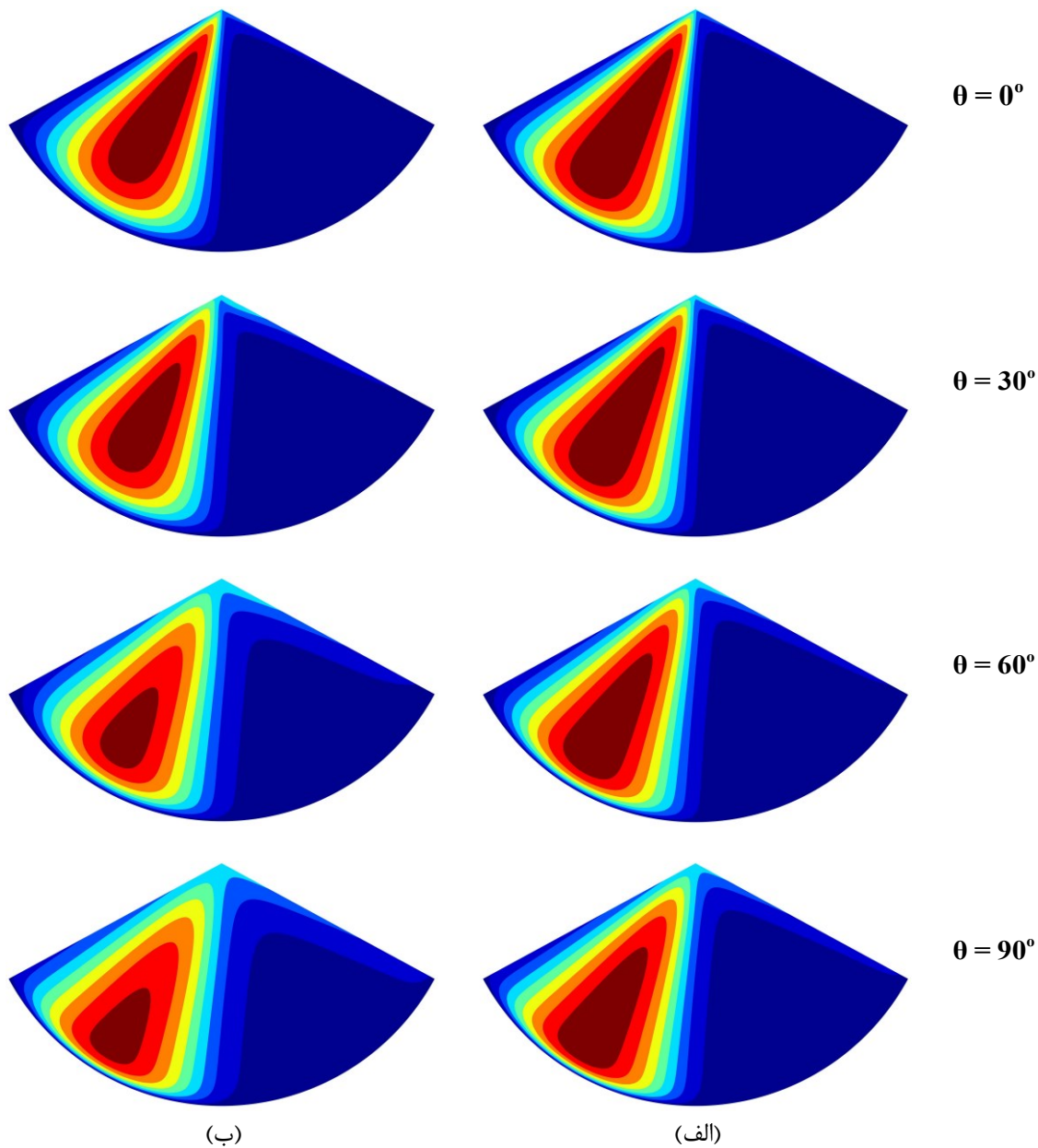


شکل ۱-۴: الف- توزیع دمای پوسته مخروطی در جهت x برای زاویه الیاف 45° و ماده ۱. ب- توزیع دمای پوسته مخروطی در جهت φ برای زاویه الیاف 45° و ماده ۱.

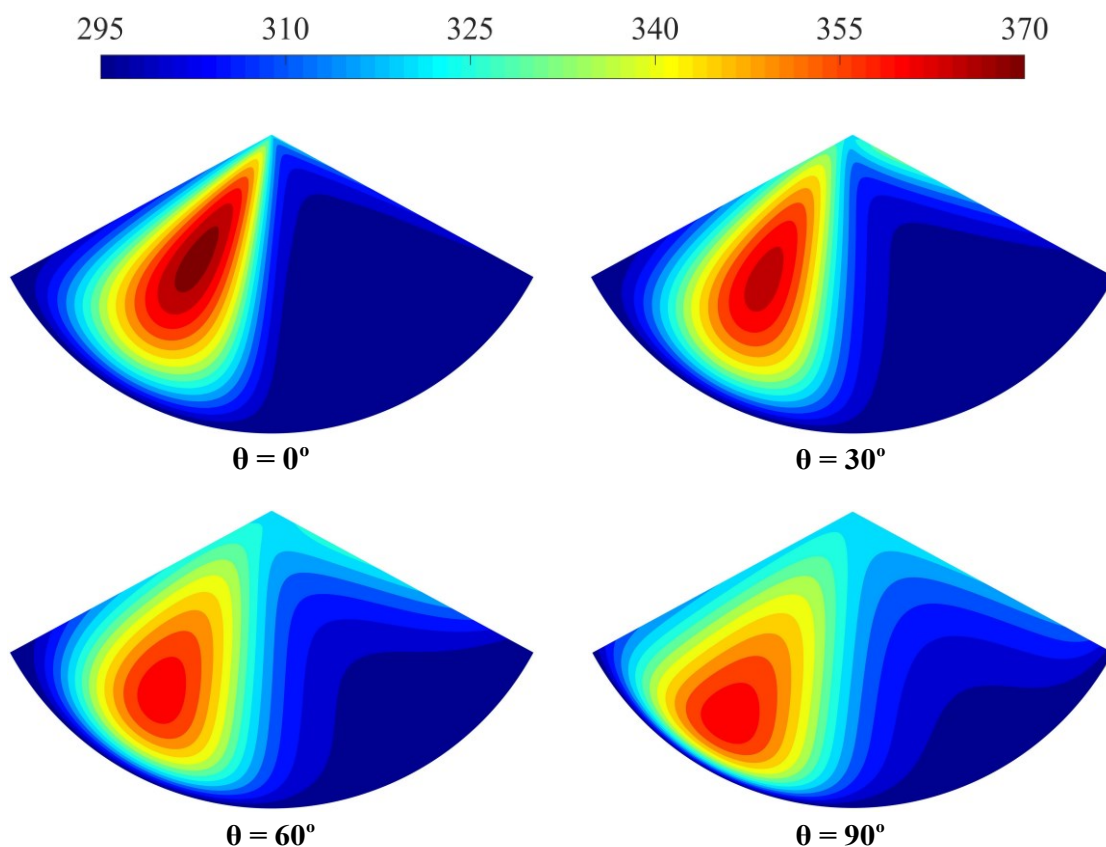
۴-۴-۲- سایر نتایج

به منظور بررسی الگوهای مختلف توزیع دما، کانتورهای توزیع دمای پوسته مخروطی کامپوزیتی گسترش یافته در سطح جانبی، در راستاهای x و φ به ازای ضرایب انتقال حرارت هدایتی مختلف و در چهار زاویه الیاف مختلف ارائه شده است. چنانچه از شکل ۲-۴ و شکل ۳-۴ برمی آید، توزیع دما همواره بین دو حالت حدی، یعنی زاویه الیاف صفر درجه (آرایش اورتوتروپیک) و زاویه الیاف ۹۰ درجه (آرایش ایزوتروپیک) قرار دارد و همچنین تغییر جنس می تواند به طور قابل ملاحظه ای الگوهای توزیع درجه حرارت را تغییر دهد. کانتورهای شکل ۲-۴ و شکل ۳-۴ برای نمونه های صنعتی نظیر ماده ۱، ۲ و ۳ در نظر گرفته شده است. بر اساس این شکل ها میزان نفوذ شار حرارتی خورشید به سمت دیگر پوسته مخروطی کامپوزیتی (سمتی که شار نمی تابد)، با افزایش زاویه الیاف و افزایش ضرایب انتقال حرارت هدایتی گسترش می یابد. یک نتیجه مهم که از این کانتورها می توان استخراج کرد این است که با افزایش زاویه الیاف، دمای ماکزیمم در پوسته مخروطی کامپوزیتی کاهش می یابد و از نواحی دارای دماهای بالا کاسته می شود. دلیل این امر این است که با افزایش زاویه الیاف، ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای x کاهش می یابد، این در حالی است که ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای φ افزایش می یابد و همین امر سبب افزایش نرخ انتقال حرارت هدایتی به سمت دیگر پوسته مخروطی می گردد و همچنین کاهش دمای ماکزیمم را نتیجه می دهد (این پدیده در شکل ۳-۴ واضح تر است). این شکل ها همچنین نشان می دهند که دمای ماکزیمم پوسته مخروطی با افزایش ضریب انتقال حرارت هدایتی، کاهش می یابد. بنابراین ماده ۳ که دارای بالاترین ضرایب انتقال حرارت هدایتی است کمترین میزان گرادیان دمایی را نسبت به ماده ۱ و ۲ دارد. این شکل ها همچنین بیان می کنند که با افزایش زاویه الیاف، دما به طور میانگین در بیشتر نقاط پوسته افزایش می یابد. نتیجه دیگری که از بررسی این کانتورها به دست می آید این است که با افزایش زاویه الیاف تأثیرات شرایط مرزی در پایه ی پوسته مخروطی کاهش می یابد. دلیل این امر به صورت عمده به خاطر مقدار بالای ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت الیاف نسبت به جهت عمودی دیگر است. علاوه بر این اندازه و مکان نواحی دمایی مختلف نشان

می‌دهد که مقادیر بالای دمایی، در هر زاویه الیاف متفاوت است. در زاویه الیاف صفر درجه، مکان‌هایی که در آن رژیم‌های با دمای بالا حضور دارند نزدیک‌تر به مرزهای بالایی (نوک مخروط) هستند، باین‌حال با افزایش زاویه الیاف، این رژیم دمایی به سمت مرزهای پایینی (پایه‌ی مخروط) حرکت می‌کند. در شکل ۲-۴ مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه الیاف تغییرات در توزیع دما برای ماده ۱ نسبت به ماده ۲ به میزان بسیار بیشتری پدیدار می‌گردد. برای ماده ۱، میزان اختلاف بین ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای الیاف (k_{011}) و ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای عمود بر الیاف (k_{022}) بیشتر از ماده ۲ می‌باشد. بنابراین، انتظار می‌رود با تغییر در زاویه الیاف تأثیرات بیشتری در توزیع دما برای ماده ۱ نسبت به ماده ۲ پدیدار گردد. بنابراین اگر تغییرات دمایی یکنواخت‌تر روی سطح مخزن تحت فشار موردنیاز باشد شکل ۲-۴ ماده ۱ را به‌عنوان انتخاب بهتری نسبت به ماده ۲ پیشنهاد می‌کند. همچنین با مقایسه شکل ۲-۴ و شکل ۳-۴ می‌توان نتیجه گرفت ماده ۳ نسبت به ماده ۱ و ۲ یکنواخت‌ترین توزیع دمای را دارا است و در نتیجه به‌عنوان بهترین انتخاب پیشنهاد می‌شود.

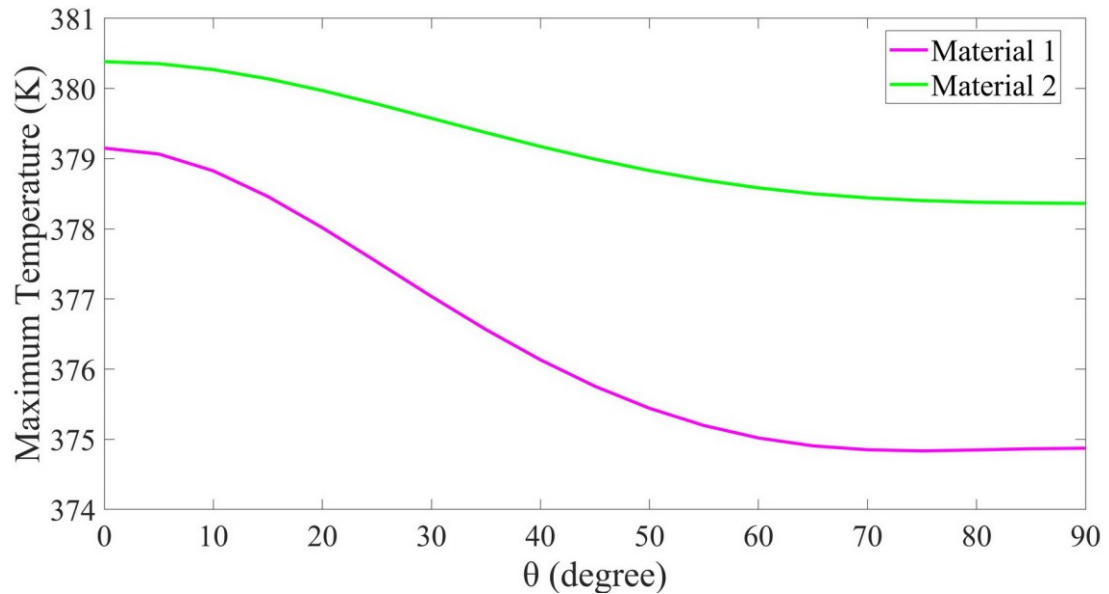


شکل ۴-۲: الف- کانتورهای توزیع دما برای ماده ۲. ب- کانتورهای توزیع دما برای ماده ۱.



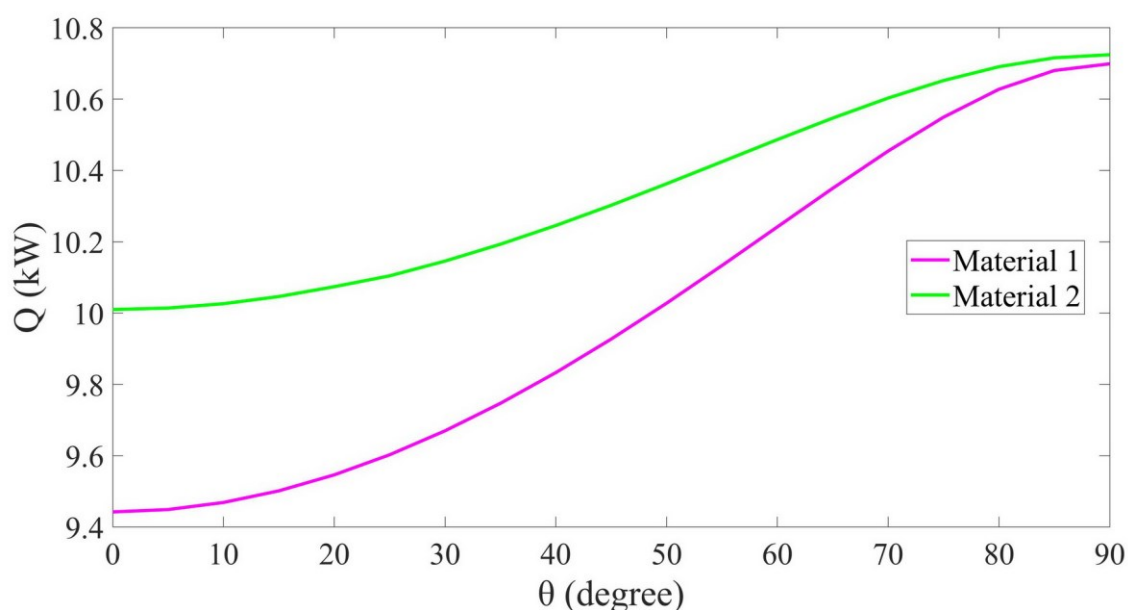
شکل ۴-۳: کانتورهای توزیع دما برای ماده ۳

به منظور تحقیق در زمینه تأثیرات زاویه الیاف بر ماکزیمم دمای پوسته مخروطی، شکل ۴-۴ ارائه شده است. این نمودار بیانگر نفوذ پارامتر زاویه الیاف در گستره وسیعی بین صفر درجه تا ۹۰ درجه بر ماکزیمم دما، برای ماده ۱ و ۲ به میزان شار حرارتی $\bar{q}'' = 1357 \text{ W/m}^2$ می باشد. دمای ماکزیمم در حالت $\theta = 0^\circ$ بیشتر از حالت $\theta = 90^\circ$ می باشد. بنابراین با افزایش ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای φ ، شار گرمایی به دیگر سمت پوسته مخروطی نفوذ می کند و در نتیجه با افزایش زاویه الیاف، ماکزیمم دما در پوسته مخروطی کاهش می یابد. علاوه بر این شکل ۴-۴ نشان می دهد که میزان تغییرات در دمای ماکزیمم، در زاویه الیافی که در میانه بازه صفر درجه تا ۹۰ درجه هستند، بیشینه می باشد.

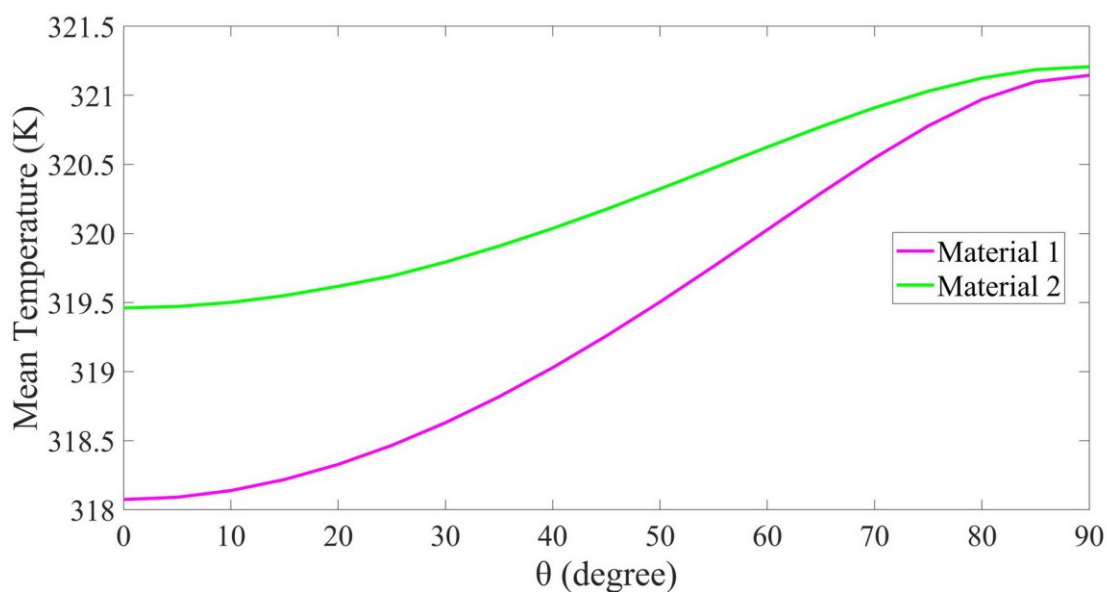


شکل ۴-۴: تغییرات دمای ماکزیمم برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲

یکی دیگر از پارامترهای مهم، نرخ انتقال حرارت جابجایی بین مخزن تحت فشار و جریان سیال محیط است. اگرچه فاکتورهای مختلفی نظیر هندسه در نرخ انتقال حرارت جابجایی تأثیرگذار است، اما در این تحقیق تأثیر فاکتور زاویه الیاف و نوع ماده مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور در شکل ۴-۵ به بررسی تأثیر زاویه الیاف بر نرخ انتقال حرارت جابجایی بین پوسته مخروطی کامپوزیتی و هوا برای ماده ۱ و ۲ پرداخته شده است. با افزایش زاویه الیاف نرخ انتقال حرارت جابجایی افزایش می‌یابد و این بدان معناست که با افزایش زاویه الیاف، دمای متوسط در پوسته مخروطی افزایش خواهد یافت. شکل ۴-۶ نیز نشان‌دهنده تأثیر زاویه الیاف بر متوسط دمای پوسته مخروطی کامپوزیتی می‌باشد و مطالب ذکر شده را تصدیق می‌کند. دمای متوسط در حالت $\theta = 90^\circ$ بیشتر از حالت $\theta = 0^\circ$ می‌باشد و با افزایش زاویه الیاف دمای متوسط در پوسته مخروطی افزایش خواهد یافت. همچنین شکل ۴-۶ نشان می‌دهد که میزان تغییرات در دمای متوسط، در زاویه الیافی که در میانه‌ی بازه‌ی صفر درجه تا ۹۰ درجه هستند، بیشینه می‌باشد.

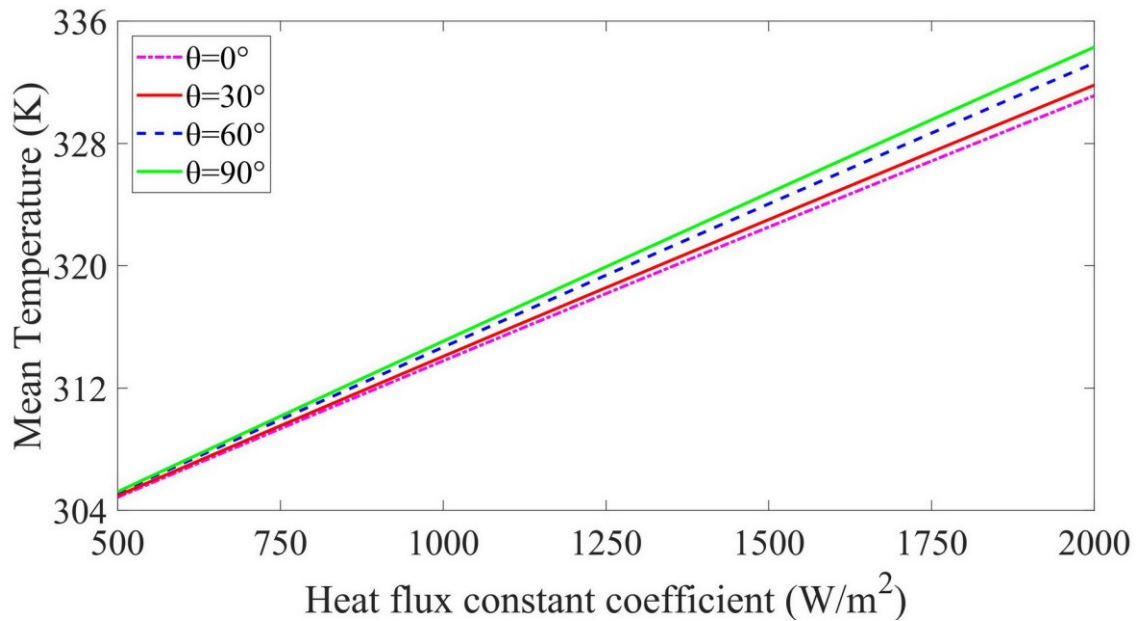


شکل ۴-۵: نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲



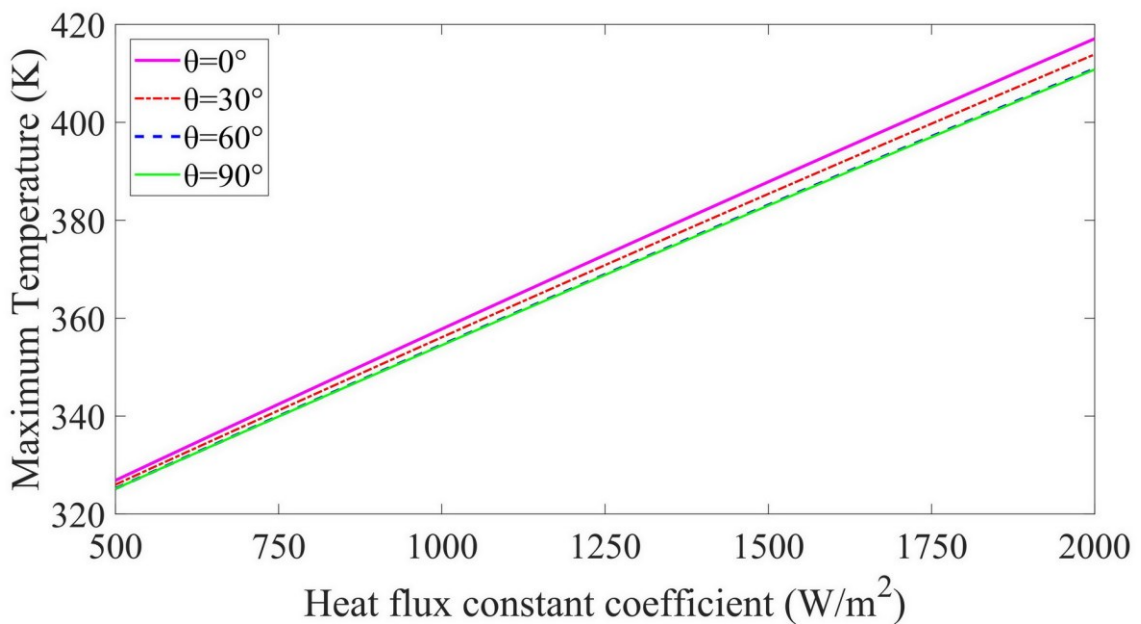
شکل ۴-۶: تغییرات دمای میانگین برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲

به منظور ارزیابی تأثیرات مقادیر مختلف زاویه الیاف بر دمای ماکزیمم و دمای متوسط مخزن تحت فشار ساخته شده از ماده ۱، شکل ۴-۷ و شکل ۴-۸ نمایش داده شده اند. شکل ۴-۷، نشان دهنده نمودار متوسط دما برحسب محدوده وسیعی از شار گرمایی (\bar{q}_1'') در چهار زاویه الیاف مختلف می باشد. از این نمودار می توان رابطه خطی بین متوسط دمای پوسته مخروطی کامپوزیتی و ضریب شار گرمایی را نتیجه گرفت. با افزایش ضریب شار حرارتی دمای متوسط به صورت خطی افزایش می یابد. علاوه بر این شکل ۴-۷ نشان می دهد که با افزایش زاویه الیاف، دمای متوسط افزایش می یابد.



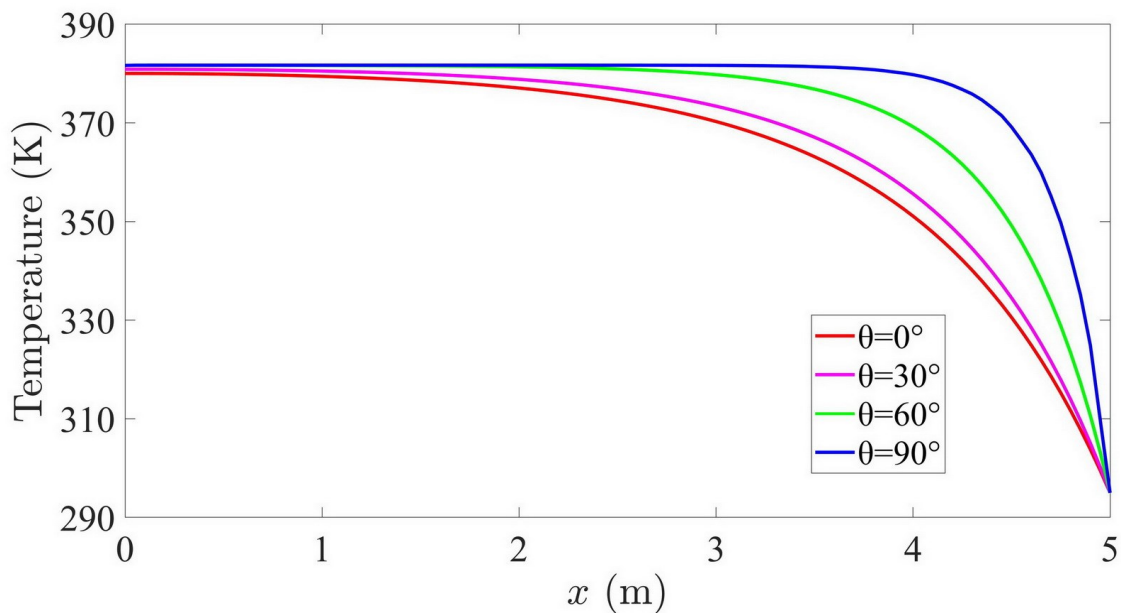
شکل ۷-۴: تغییرات دمای میانگین برحسب شار گرمایی برای ماده ۱ در زاویه ایف مختلف

شکل ۸-۴ نشان دهنده نمودار ماکزیمم دما برحسب شار گرمایی (\bar{q}_1) برای ماده ۱ در چهار زاویه ایف مختلف می باشد. از این نمودار می توان نتیجه گرفت که با افزایش ضریب شار حرارتی، دمای ماکزیمم به صورت خطی افزایش می یابد. همچنین این شکل نشان می دهد که با افزایش زاویه ایف، دمای ماکزیمم کاهش می یابد. با این حال، تغییرات در دمای ماکزیمم برای مقادیر بزرگ زاویه ایف کمتر است. اما به طور عکس، شکل ۷-۴ نشان داد که دمای متوسط با افزایش زاویه ایف افزایش می یابد.



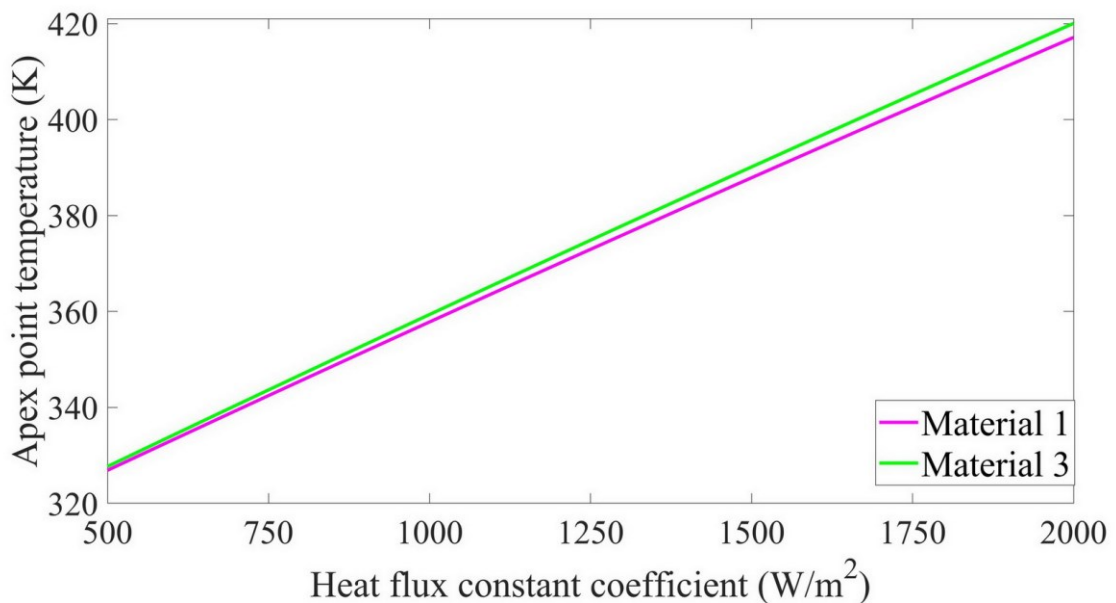
شکل ۸-۴: تغییرات دمای ماکزیمم برحسب شار گرمایی برای ماده ۱ در زاویه ایف مختلف

در موارد و کاربردهایی که شار ثابت گرمایی بر سطح پوسته مخروطی کامپوزیتی اعمال می‌گردد ($a_1 = 1$ & $a_2 = 0$)، تغییرات دمایی فقط در راستای x اتفاق می‌افتد. شکل ۴-۹ به بررسی توزیع دمای پوسته‌ی مخروطی کامپوزیتی برای ماده ۳ تحت شار ثابت گرمایی ($\bar{q}_1'' = 1357 \text{ W/mK}$)، در چهار زاویه الیاف مختلف می‌پردازد. نتیجه‌ی مهم عرضه‌شده توسط این نمودار، افزایش دما با افزایش زاویه الیاف می‌باشد. این نتیجه در اثر کاهش ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای x با افزایش زاویه الیاف است. همچنین طبق این نمودار نقطه سکون مخروط (واقع در نقطه $x = 0$) بیشترین دما را نسبت به سایر نقاط دارا می‌باشد.



شکل ۴-۹: تغییرات دمایی در حالت شار ثابت گرمایی برای ماده ۳

از آنجا که نقطه سکون مخروط دارای بالاترین دما نسبت به سایر نقاط می‌باشد، بنابراین دمای نقطه سکون پارامتر بسیار مهمی در فرآیند تولید مخازن تحت فشار می‌باشد. در نتیجه پژوهش در مورد تغییرات دمای نقطه سکون بر حسب شارهای ثابت گرمایی مختلف، نقش مهمی در فرآیند طراحی مخازن تحت فشار ایفا می‌کند. شکل ۴-۱۰ نمایانگر تغییرات دمای نقطه سکون مخروط برای ماده ۱ و ۳ بر حسب تغییرات شار ثابت گرمایی در زاویه الیاف ۴۵ درجه می‌باشد. این شکل نشان‌دهنده رابطه‌ی خطی بین دمای نقطه سکون و شار ثابت گرمایی است. همچنین این نمودار بیان می‌دارد که دمای نقطه سکون ماده ۳ همواره از ماده ۱ بیشتر است.



شکل ۴-۱۰: تغییرات دمای نقطه سکون برحسب شار ثابت گرمایی برای ماده ۱ و ۳ در زاویه الیاف ۴۵°

۴-۵- پین فین

در این بخش به عنوان دومین کاربرد برای پوسته‌ی مخروطی، مسئله انتقال حرارت برای پین فین ساخته شده با الیاف کامپوزیتی، در حالت پایدار بررسی شده است. در این کاربرد، مجموع شار تشعشی خارجی شامل ترکیب یک شار تشعشی ثابت به همراه یک ترم شار تشعشی متغیر در راستای زاویه‌ای (φ) می‌گردد. به منظور تصدیق کاربرد شار تشعشی متغیر (q_2'')، فرض شده که یک سمت پین فین (سمت جلویی) بیشتر از سمت دیگر (سمت پشتی) تحت تأثیر منبع حرارتی گرمایی قرار گرفته است. علاوه بر این، مقدار متوسط شار ثابت تشعشی (q_1'')، به هر دو سمت پین فین اعمال می‌گردد. همچنین ضریب انتقال حرارت جابجایی برای این کاربرد، به صورت عددی ثابت در نظر گرفته شده است.

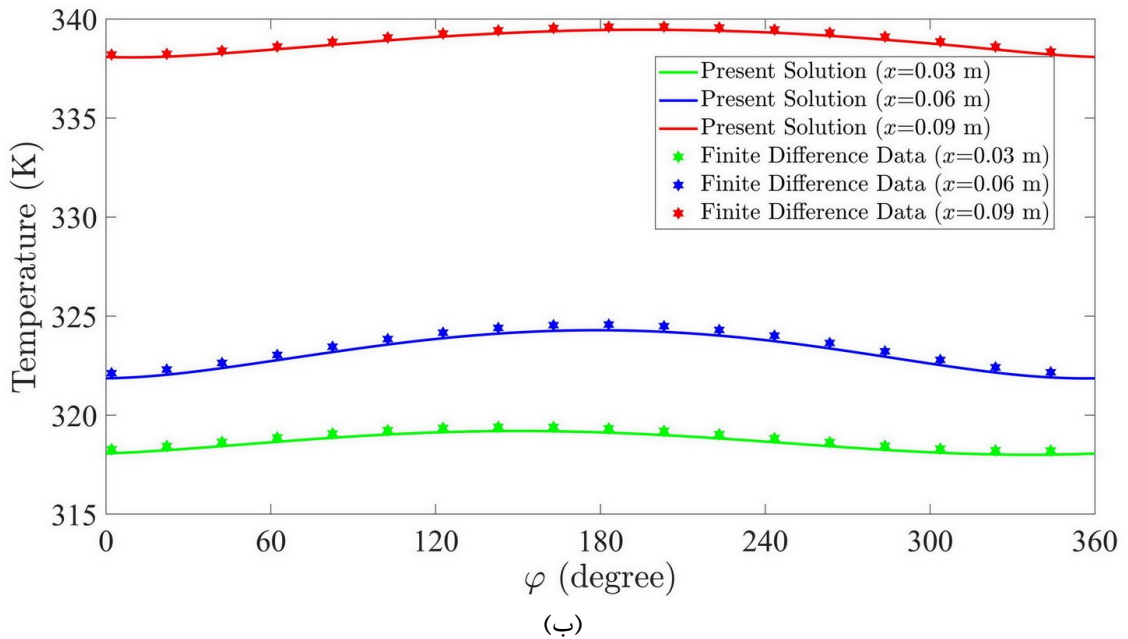
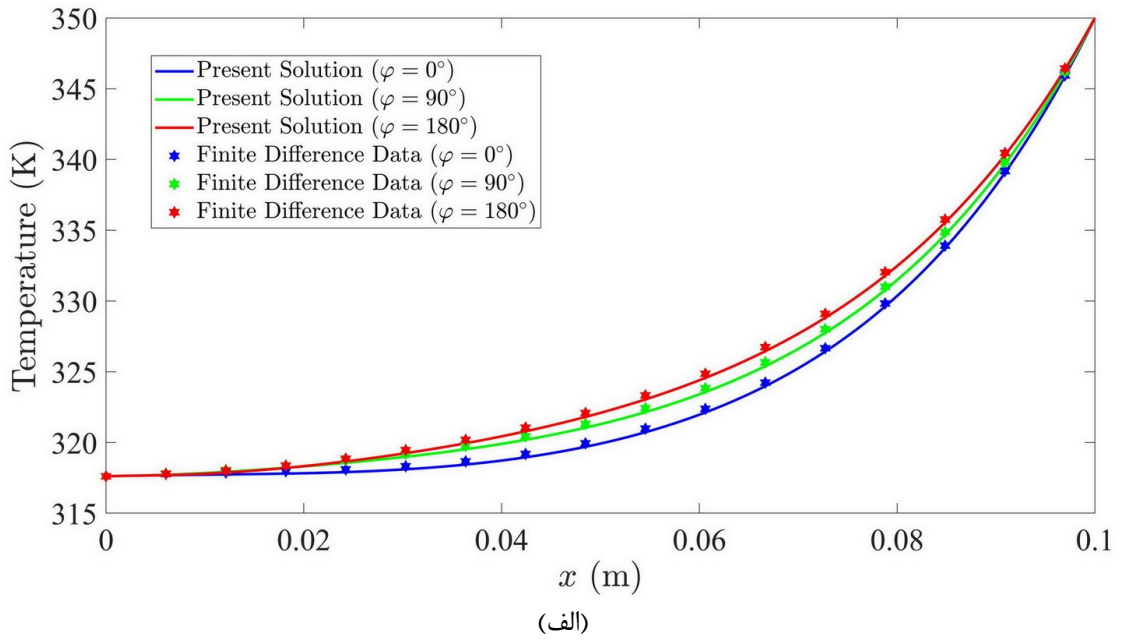
پین فین‌ها معمولاً برای خنک کاری در بخش‌های مختلف صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. کارایی پین فین می‌تواند به صورت توانایی تسریع در نرخ انتقال حرارت بین منبع گرمایی و سیال محیطی تفسیر گردد. در این پژوهش شرایط مرزی بکار برده شده برای کاربرد فین، به صورت کلی در نظر گرفته می‌شود، که شامل محدوده وسیعی از شرایط مرزی گرمایی می‌گردد. همچنین مشخصات فیزیکی و محیطی برای پین فین مخروطی شکل، در جدول ۴-۳ نشان داده شده است.

جدول ۳-۴: هندسه و شرایط مرزی پوسته مخروطی

۰/۱	طول یال (m)
۰/۰۰۱	ضخامت پوسته (m)
۲۰	نصف زاویه نوک مخروط (°)
۲۹۵	دمای محیط (K)
۳۰	ضریب جابجایی (W/m^2K)
۵۰۰	شار حرارتی \bar{q}_1'' (W/m^2)
۲۰۰	شار حرارتی \bar{q}_2'' (W/m^2)
۰	چشمه حرارتی (W/m^3)
۳۵۰	شرط مرزی عمومی (f)
۱	شرط مرزی عمومی (σ)
۰	شرط مرزی عمومی (ω)

۴-۵-۱- راستی آزمایی

به منظور اعتبارسنجی، توزیع دمای حل دقیق تحلیلی برای کاربرد پین فین با حل عددی به روش مرتبه دوم تفاضلات محدود مقایسه شده است. در شکل ۴-۱۱ همان رویه‌ی شکل ۴-۱ پیاده‌سازی شده است. همچنین برای این کاربرد، ماده ۲ و زاویه الیاف ۴۵ درجه انتخاب شده است. همان‌طور که در شکل ۴-۱۱ نیز مشخص است، نتایج حل دقیق تحلیلی فعلی با حل عددی مرتبه دوم تفاضلات محدود انطباق بسیار خوبی دارد. در این مورد، خطای ماکزیمم برابر با ۰٫۰۸۵ درصد می‌باشد.



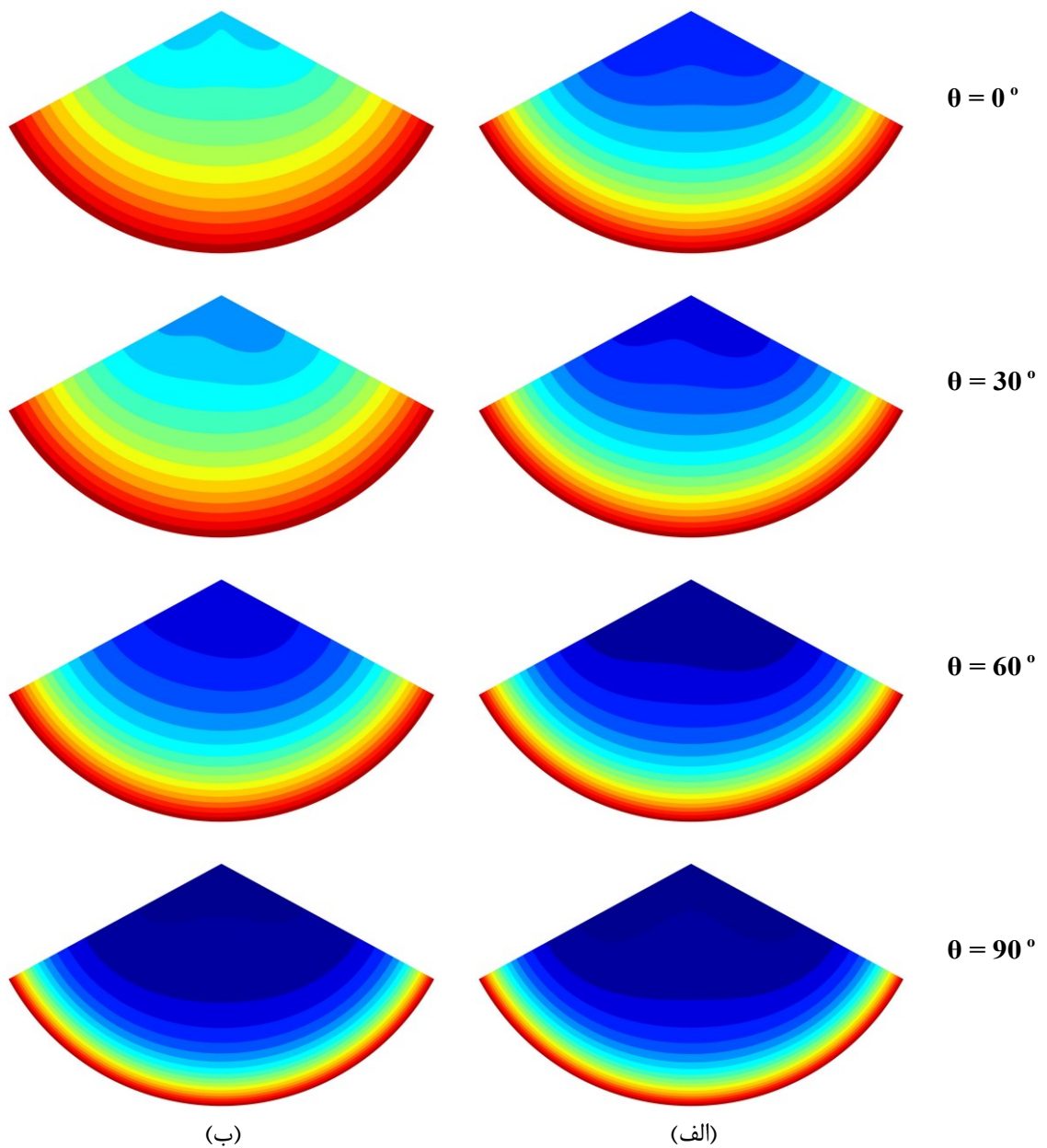
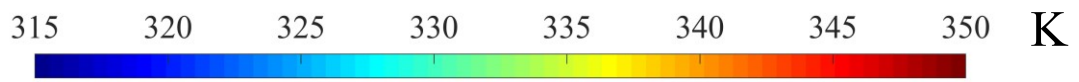
شکل ۴-۱۱: الف- توزیع دمای پوسته مخروطی در جهت x برای زاویه الیاف 45° و ماده ۲. ب- توزیع دمای پوسته مخروطی در جهت φ برای زاویه الیاف 45° و ماده ۲.

۴-۵-۲- سایر نتایج

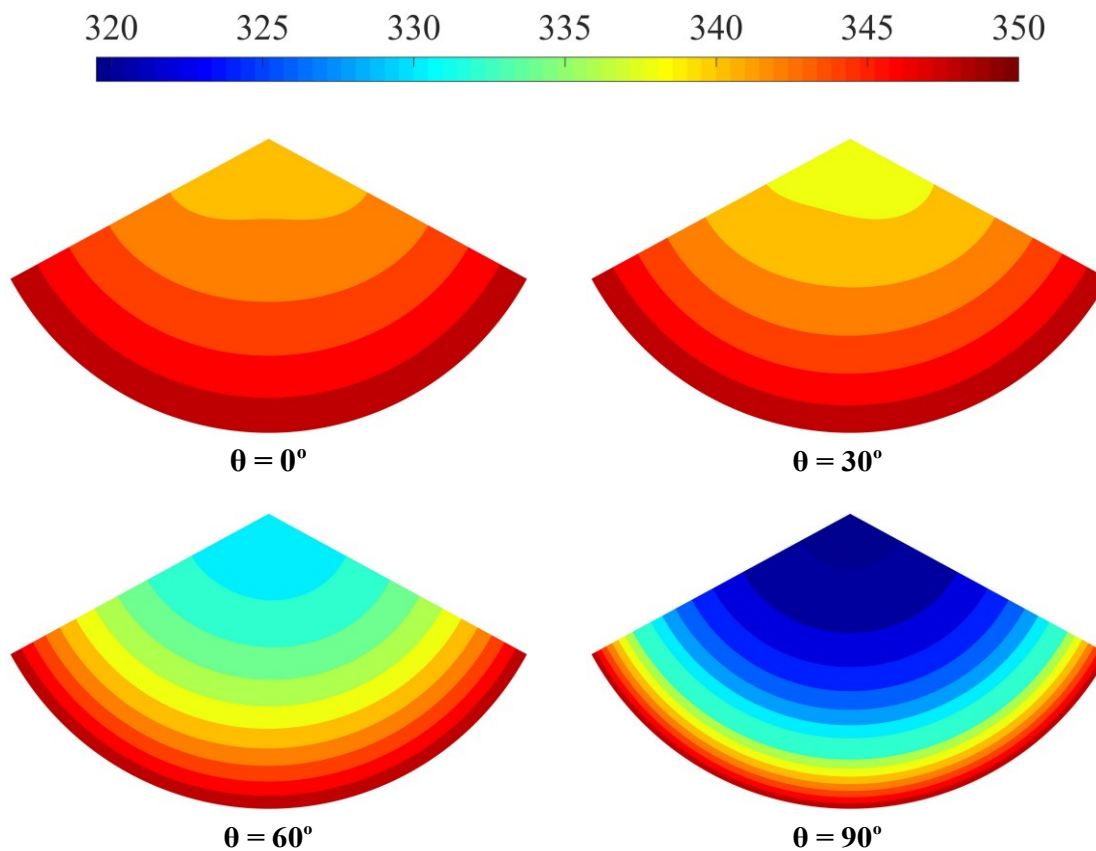
به منظور بررسی الگوهای مختلف توزیع دما در زوایای مختلف الیاف، کانتورهای توزیع دمای پوسته مخروطی کامپوزیتی، در راستای x و φ برای کاربرد پین فین و به ازای ضرایب هدایتی مختلف در شکل ۴-۱۲ و شکل ۴-۱۳ برای ماده ۱، ۲ و ۳ قابل ملاحظه می‌باشند. همان‌طور که در قبل نیز بیان شد،

توزیع دما همواره بین دو حالت حدی ایزوتروپیک (زاویه الیاف ۹۰ درجه) و اورتوتروپیک (زاویه الیاف صفر درجه) قرار دارد. نتایجی که برای کانتورهای شکل ۲-۴ و شکل ۳-۴ در قسمت قبلی بیان شد برای این بخش نیز صادق می‌باشد. همان‌طور که به‌وضوح در شکل ۱۳-۴ نیز قابل‌رؤیت است با افزایش زاویه الیاف، تأثیرات شرایط مرزی پایه‌ی پوسته مخروطی کاهش می‌یابد و نیز همچنین با افزایش زاویه الیاف، نواحی دمابالا به سمت پایه مخروط کامپوزیتی حرکت می‌کنند. شکل ۱۲-۴ بیان می‌کند برای هر دو ماده‌ی ۱ و ۲، با افزایش زاویه الیاف، دما در پین فین کاهش می‌یابد. به‌عبارت‌دیگر، با افزایش زاویه الیاف میزان انتقال حرارت هدایتی در راستای x کاهش می‌یابد. در نتیجه، شار حرارتی نمی‌تواند به‌صورت مؤثرتری از پایه‌ی مخروط به سمت نوک مخروط^۱ انتقال یابد. همچنین شکل ۱۲-۴ نشان می‌دهد که تغییرات در توزیع دما، با افزایش زاویه الیاف در ماده ۱ نسبت به ماده ۲ به میزان بیشتری قابل‌رؤیت می‌باشد. این پدیده به دلیل بزرگ‌تر بودن ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای الیاف برای ماده ۱، نسبت به ماده ۲ می‌باشد. پین فین کامپوزیتی ساخته‌شده با ماده ۱ نسبت به ماده ۲ دارای کارایی بالاتری می‌باشد.

^۱ Apex Point

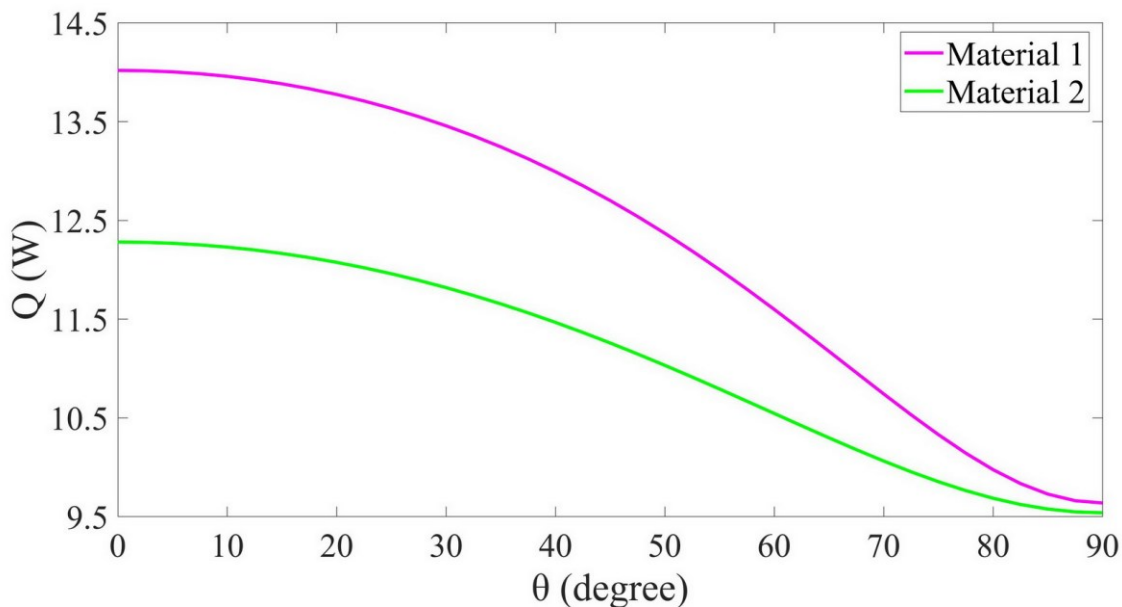


شکل ۴-۱۲: الف- کانتورهای توزیع دما برای ماده ۲. ب- کانتورهای توزیع دما برای ماده ۱.

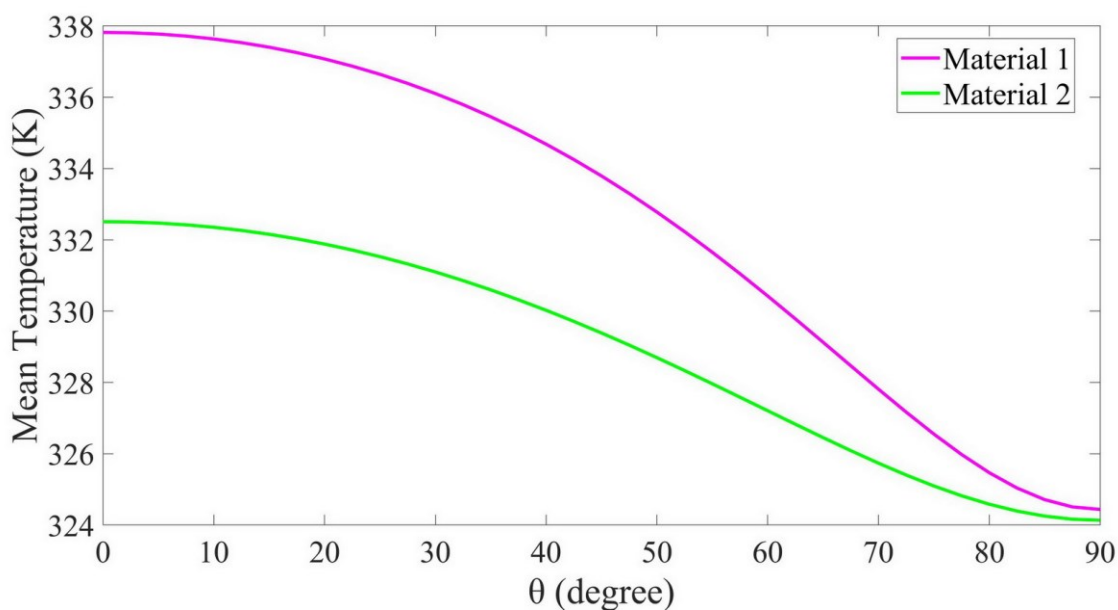


شکل ۴-۱۳: کانتورهای توزیع دما برای ماده ۳

شکل ۴-۱۴ نشان‌دهنده تأثیر زاویه الیاف بر نرخ انتقال حرارت جابجایی در پوسته مخروطی کامپوزیتی کاربرد پین فین، برای ماده ۱ و ۲ می‌باشد. با افزایش زاویه الیاف، نرخ انتقال حرارت جابجایی بین پین فین و جریان سیال محیطی کاهش می‌یابد. در نتیجه با افزایش زاویه الیاف، از میزان کارایی پین فین کاسته می‌شود. شکل ۴-۱۵ نیز بیانگر این است که با افزایش زاویه الیاف، دمای متوسط در پوسته مخروطی کاهش خواهد یافت. و میزان کارایی در پین فین کاهش می‌یابد و این نمودار نتایج قبلی را تصدیق می‌کند. همچنین این دو نمودار بیان می‌کنند که در زاویه الیاف مختلف، ماده ۱ به‌طور کلی دارای کارایی بهتری نسبت به ماده ۲ می‌باشد.



شکل ۴-۱۴: نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲

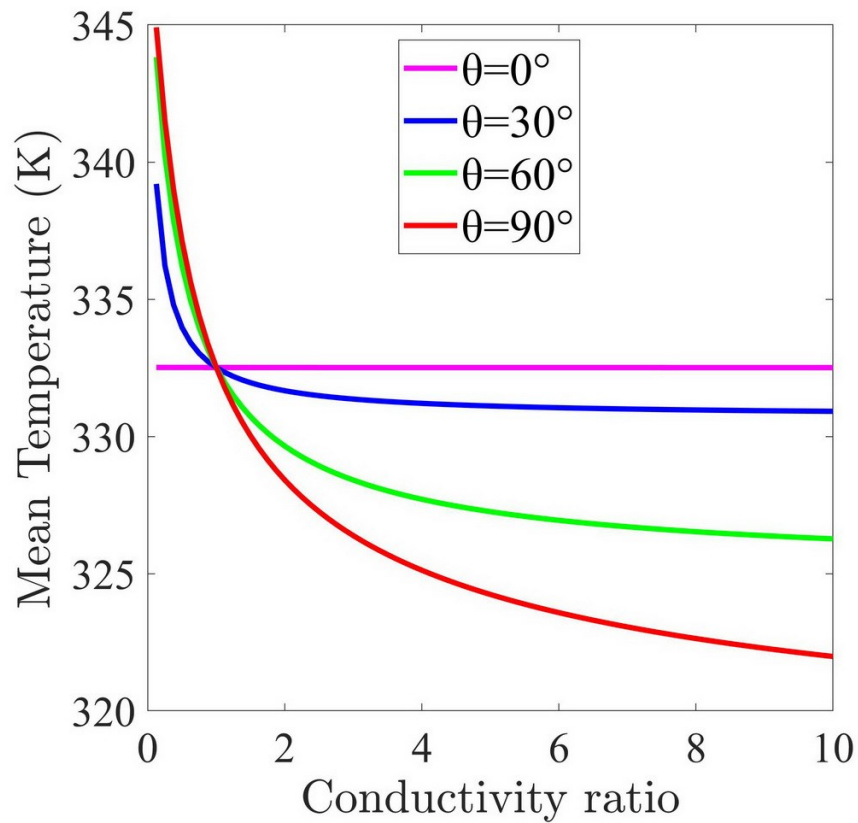


شکل ۴-۱۵: دمای متوسط برای پوسته مخروطی برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ و ۲

یکی دیگر از موارد مهم مورد بررسی در پژوهش حاضر، تحقیق در مورد تأثیر ویژگی‌های مواد کامپوزیتی، شامل زاویه الیاف و نیز نسبت ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت الیاف، بر ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت عمود بر الیاف (k_{011}/k_{022})، روی دمای میانگین و نیز نرخ انتقال حرارت جابجایی در پین فین می‌باشد. فهم و درک این پدیده می‌تواند نگرش جدیدی در راستای تولید مواد کامپوزیتی و نیز بهره‌برداری بهینه از این مواد برای خنک کاری پین فین‌ها ایجاد کند. در پژوهش حاضر فرض شده است که نسبت k_{011}/k_{022} برای کامپوزیت کربن-کربن می‌تواند مقادیر مختلفی داشته

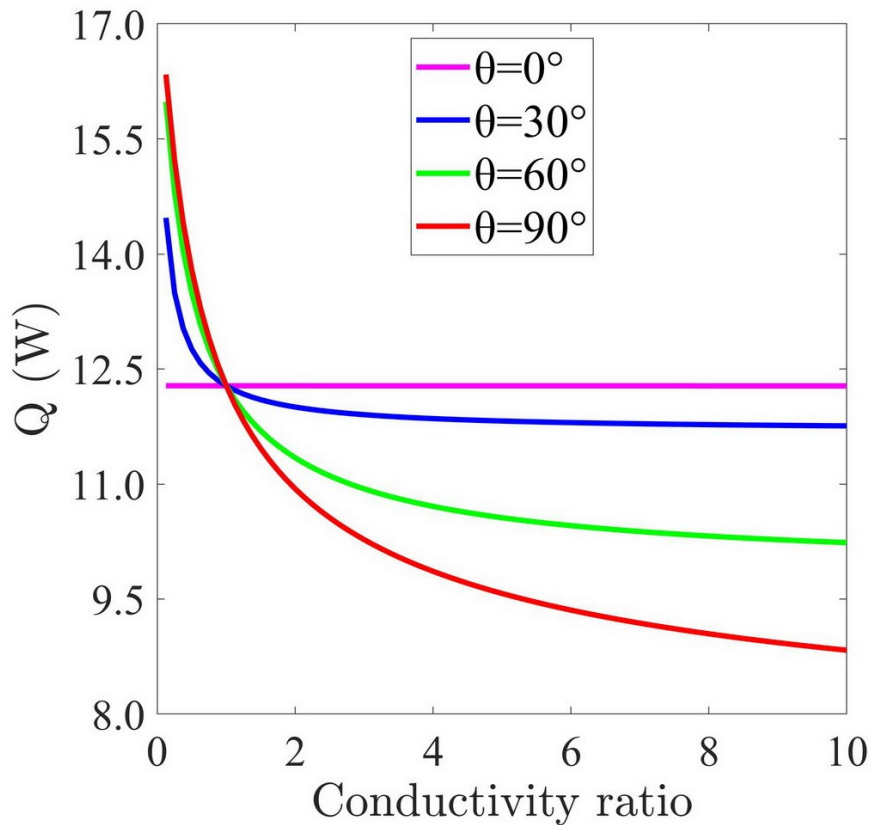
باشد، این فرض برای این در نظر گرفته شده است که با استفاده از آن بتوان تأثیرات ویژگی‌های ماده کامپوزیتی اعم از زاویه الیاف و نسبت k_{011}/k_{022} را مورد بررسی قرارداد.

در شکل ۴-۱۶ و شکل ۴-۱۷ ضریب انتقال حرارت هدایتی برای ماده ۲ در جهت الیاف (k_{011}) ثابت، و ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت عمود بر الیاف (k_{022}) متغیر فرض شده است. در شکل ۴-۱۶ به بررسی تغییرات دمای متوسط برحسب نسبت‌های مختلف ضرایب انتقال حرارت هدایتی پرداخته شده است. می‌توان نتیجه گرفت به ازای نسبت ضرایب هدایتی بزرگ‌تر از یک، با افزایش زاویه الیاف دمای متوسط در بین فین کاهش می‌یابد. این در حالی است که برای نسبت ضرایب هدایتی کوچک‌تر از یک، با افزایش زاویه الیاف دمای متوسط در بین فین افزایش می‌یابد. همچنین برای نسبت ضرایب هدایتی برابر با یک، تغییر در زاویه الیاف تأثیری بر دمای متوسط ندارد. در این نمودار همچنین می‌توان نتیجه گرفت که در زاویه الیاف صفر درجه، تغییرات نسبت ضرایب هدایتی تأثیری بر دمای متوسط نمی‌گذارد و این بدان معناست که در زاویه الیاف صفر درجه فقط ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت الیاف (k_{011})، بر تغییرات دمایی تأثیرگذار می‌باشد.



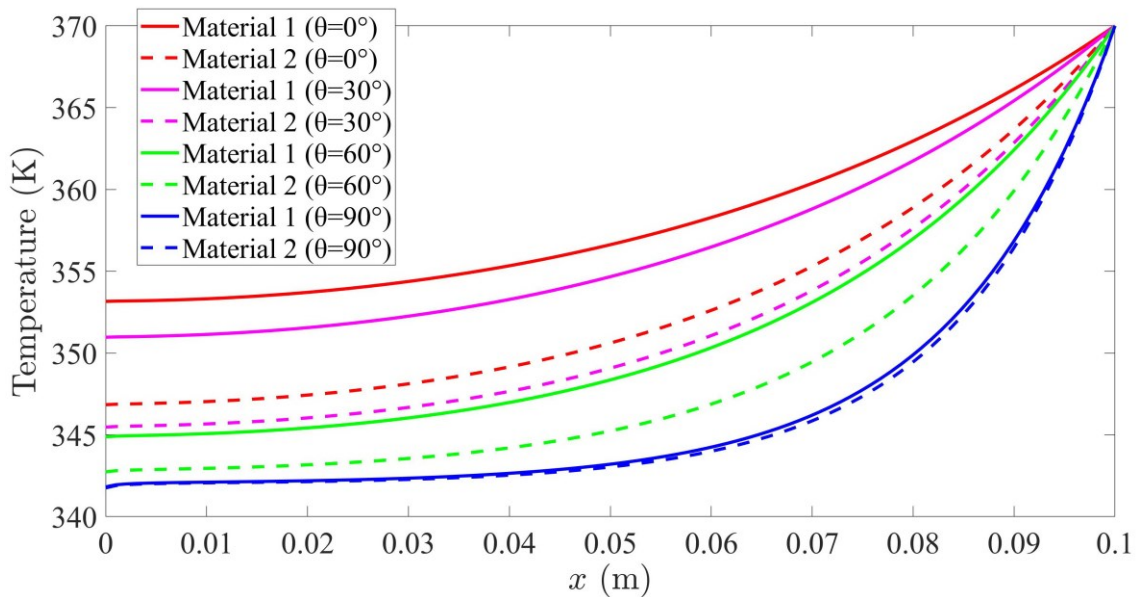
شکل ۴-۱۶: دمای متوسط برحسب نسبت ضرایب هدایتی در چهار زاویه الیاف مختلف برای ماده ۲

شکل ۴-۱۷ نشان دهنده تأثیر نسبت ضرایب هدایتی بر نرخ انتقال حرارت جابجایی می باشد. به ازای نسبت ضرایب هدایتی بزرگتر از یک می توان نتیجه گرفت با افزایش زاویه الیاف، نرخ انتقال حرارت جابجایی در پین فین کاهش می یابد. این در حالی است که برای نسبت ضرایب هدایتی کوچکتر از یک این پدیده به صورت عکس اتفاق می افتد و زاویه الیاف ۹۰ درجه بهترین کارایی را برای پین فین ایجاد می کند. در این گراف به طور کلی می توان گفت در زاویه الیاف صفر درجه تغییر نسبت ضرایب هدایتی تقریباً تأثیری بر نرخ انتقال حرارت جابجایی ندارد. این بدان معناست که در زاویه الیاف صفر درجه، فقط ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت الیاف (k_{011}) بر خنک کاری پین فین تأثیرگذار است.



شکل ۴-۱۷: نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب نسبت ضرایب هدایتی در چهار زاویه الیاف مختلف برای ماده ۲

در شکل ۴-۱۸ توزیع دمای پوسته‌ی مخروطی کامپوزیتی برای کاربرد پین فین به ازای حالت شار تشعشی ثابت ($\bar{q}_1'' = 500 \text{ W/m K}$) و با صرف نظر از ترم شار تشعشی متغیر، برای ماده ۱ و ۲ در چهار زاویه الیاف مختلف ارائه شده است. در حالت شار ثابت تغییرات دمایی فقط در راستای x می‌باشد. این نمودار اشاره دارد که با افزایش زاویه الیاف، دما در پین فین برای هر دو ماده‌ی ۱ و ۲ کاهش می‌یابد. همچنین این شکل بیان می‌دارد که دمای پین فین ساخته شده با ماده ۱ همیشه از ماده ۲ بالاتر است. با این حال، با افزایش زاویه الیاف، توزیع دمای فین برای ماده ۱ و ۲ به میزان بیشتری با یکدیگر شباهت پیدا می‌کنند. علاوه بر این، بر اساس نتایج شکل ۴-۱۸ زاویه الیاف صفر درجه به عنوان کاراترین حالت ممکن به منظور هدف خنک کاری پیشنهاد می‌شود.



شکل ۴-۱۸: توزیع دما در حالت شار ثابت برای ماده ۱ و ۲

جهت تحقیق در مورد تأثیر زاویه الیاف بر دمای میانگین بین فین در نسبت‌های مختلف K_r ، جدول ۴-۴ و جدول ۵-۴ ارائه شده است. در جدول ۴-۴ ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت الیاف (k_{011}) متغیر، و ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت عمود بر الیاف (k_{022}) ثابت فرض شده است. در جدول ۵-۴ نیز ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت الیاف (k_{011}) ثابت، و ضریب انتقال حرارت هدایتی در جهت عمود بر الیاف (k_{022})، متغیر در نظر گرفته شده است.

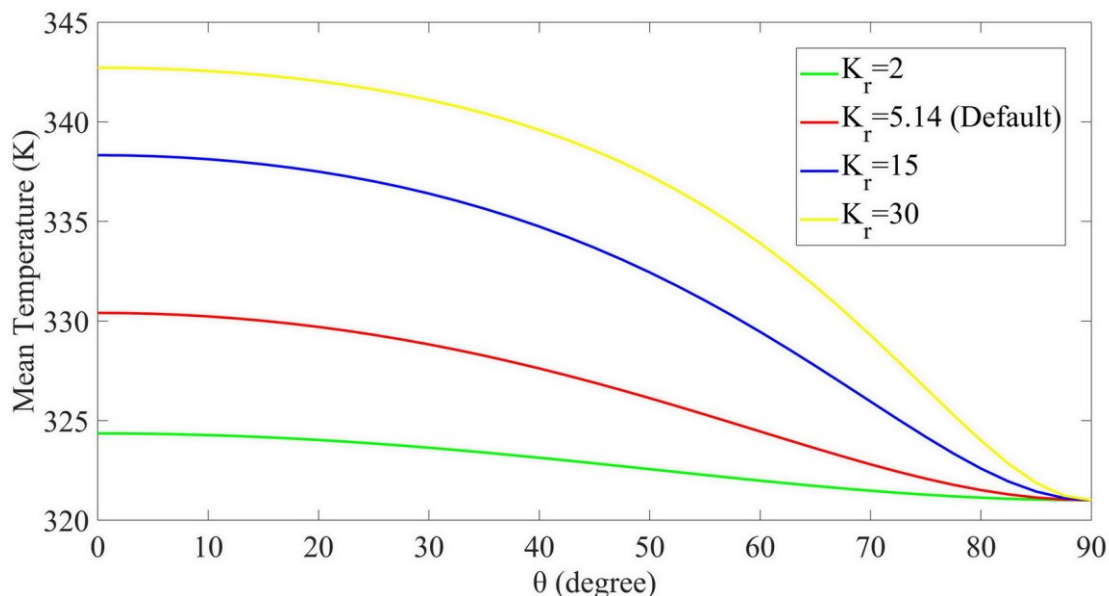
جدول ۴-۴: بررسی نسبت k_{011}/k_{022} ، به ازای k_{022} ثابت

$k_{011} (W/m K)$	$k_{022} (W/m K)$	$K_r = k_{011}/k_{022}$
۹/۵۹	۴/۷۹۵	۲
۲۴/۶۶۷	۴/۷۹۵	۵/۱۴
۷۱/۹۲۵	۴/۷۹۵	۱۵
۱۴۳/۸۵	۴/۷۹۵	۳۰

جدول ۵-۴: بررسی نسبت k_{011}/k_{022} ، به ازای k_{011} ثابت

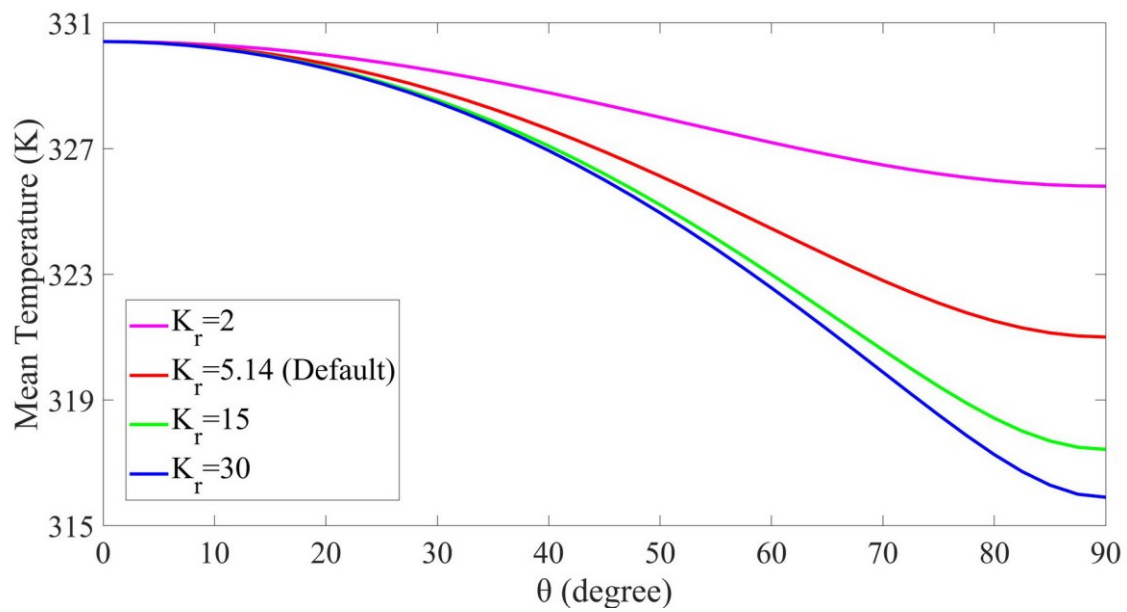
$k_{011} (W/m K)$	$k_{022} (W/m K)$	$K_r = k_{011}/k_{022}$
۲۴/۶۶۷	۱۲/۳۳۳	۲
۲۴/۶۶۷	۴/۷۹۵	۵/۱۴
۲۴/۶۶۷	۱/۶۴۴	۱۵
۲۴/۶۶۷	۰/۸۲۲	۳۰

شکل ۴-۱۹ که با استفاده از ضرایب موجود در جدول ۴-۴ برای انواع مختلف ضریب K_r رسم شده است به جهت بررسی تغییرات دمای میانگین بین فین بر حسب زاویه الیاف برای نسبت‌های مختلف k_{011}/k_{022} در حالت شار ثابت و برای ماده ۲ ارائه شده است. این نمودار بیان می‌کند که به ازای یک زاویه الیاف مشخص، هرچه نسبت k_{011}/k_{022} بزرگ‌تر باشد دمای میانگین بالاتر است و کارایی بین فین افزایش می‌یابد. علاوه بر این در نسبت k_{011}/k_{022} مشخص، اختلاف بین مقادیر دمای میانگین با افزایش زاویه الیاف کمتر هم می‌شود. یک نتیجه مهم استخراج شده از شکل ۴-۱۹ این است که به ازای مقادیر کوچک زاویه الیاف، گراف مقادیر مختلف نسبت k_{011}/k_{022} ، نشان می‌دهد که دمای میانگین تحت بالاترین تأثیر از نسبت k_{011}/k_{022} قرار می‌گیرد. با این حال در زاویه الیاف نزدیک به ۹۰ درجه تقریباً هیچ اختلافی در دمای میانگین فین ایجاد نمی‌شود. این بدان معناست که ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای الیاف بیشترین تأثیر را بر فرآیند خنک کاری بین فین دارد. از طرف دیگر، برای ایجاد خنک کاری به ازای زاویه الیاف بزرگ (نزدیک به ۹۰ درجه)، استفاده از یک مقدار ضریب خاص برای نسبت k_{011}/k_{022} ضروری نیست. اما برای مقادیر کوچک زاویه الیاف، در نظر گرفتن نسبت‌های بالای k_{011}/k_{022} ضروری است. به‌طور خلاصه پیشنهاد می‌شود که زاویه الیاف صفر درجه برای کاربرد بین فین حاضر مورد استفاده قرار گیرد زیرا با کاهش زاویه الیاف، میزان دمای متوسط در بین فین افزایش می‌یابد و در نتیجه از کارایی آن بیشینه می‌گردد. همچنین پیشنهاد می‌شود به‌منظور افزایش کارایی بین فین، بزرگ‌ترین نسبت برای k_{011}/k_{022} (بیشترین مقدار برای \bar{k}_{11}) در نظر گرفته شود.



شکل ۴-۱۹: تغییرات دمای میانگین برحسب زاویه الیاف در k_{022} ثابت، برای ماده ۲

شکل ۴-۲۰ که با استفاده از ضرایب موجود در جدول ۴-۵ برای ماده ۲ و شار تشعشی ثابت ارائه شده است بیانگر این است که به ازای یک زاویه الیاف مشخص، هرچه نسبت k_{011}/k_{022} بزرگتر باشد دمای میانگین پایین تر است و کارایی پین فین در این شرایط کاهش می یابد. یک نتیجه مهم استخراج شده از شکل ۴-۲۰ این است که به ازای مقادیر کوچک زاویه الیاف (تقریباً کمتر از ۱۰ درجه)، گراف مقادیر مختلف نسبت k_{011}/k_{022} ، نشان می دهد که تقریباً هیچ اختلافی در دمای میانگین فین ایجاد نمی شود. با این حال برای زاویه الیاف ۹۰ درجه، بیشتر از هر زاویه الیاف دیگر، دمای میانگین تحت بالاترین تأثیر از نسبت k_{011}/k_{022} قرار می گیرد. بدین ترتیب برای ایجاد خنک کاری بهتر در زاویه الیاف بزرگ، در نظر گرفتن کمترین نسبت برای k_{011}/k_{022} ضروری است، با این حال به ازای زاویه الیاف کوچک (کمتر از ۱۰ درجه)، استفاده از یک ضریب خاص برای نسبت k_{011}/k_{022} ضروری نیست. به طور خلاصه در این گراف پیشنهاد می شود که به جهت خنک کاری بهتر زاویه الیاف صفر درجه انتخاب شود و نتایج شکل ۴-۱۹ در اینجا تصدیق می شود.



شکل ۴-۲۰: تغییرات دمای میانگین برحسب زاویه الیاف در k_{011} ثابت، برای ماده ۲

فصل پنجم

بررسی انتقال حرارت نامایا در

مخروط کامپوزیتی غیر ممکن

۵-۱- مقدمه

در این فصل، پاسخی برای انتقال حرارت دوبعدی در جهت‌های (x, φ) برای پوسته مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن در شرایط غیردائمی ارائه گردیده و تأثیر پارامتر زمان بررسی شده است. این حل دقیق، برای شرایط مرزی کلی ارائه گردیده است. در ادامه روند، با استفاده از مثال‌های صنعتی کاربرد و نتایج این حل نشان داده شده است.

۵-۲- حل تحلیلی برای شرایط مرزی کلی

معادله انتقال حرارت برای حالت ناپایا در پوسته مخروطی کامپوزیتی ناهمگن، به شکل زیر تعریف

خواهد شد:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \bar{k}_{11}(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{22}(T)}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{12}(T)}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{11}(T)}{x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h}{\delta} (T - T_\infty) + \frac{u''' \delta + q''_{rad}}{\delta} \quad (1-5)$$

با استفاده از تغییر متغیر $\psi(x, \varphi, t) = T(x, \varphi, t) - T_\infty$ معادله‌ی انتقال حرارت ناپایا (۱-۵) به شکل زیر ساده می‌شود.

$$\rho C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \bar{k}_{11}(\psi) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{22}(\psi)}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{12}(\psi)}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{11}(\psi)}{x} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{h}{\delta} \psi + \frac{u''' \delta + q''_{rad}}{\delta} \quad (2-5)$$

با اعمال تبدیل کیرشهف معادله‌ی (۲-۴-۴) بر معادله (۲-۵)، معادله‌ای به شکل زیر ساخته خواهد شد:

$$\frac{\rho C}{(1 + \beta \psi)} \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial t} = \bar{k}_{011} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{022}}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{012}}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{011}}{x} \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial x} - \frac{h}{\delta} \frac{1}{\beta} \left(-1 + \sqrt{1 + 2\beta \hat{\Theta}(x, \varphi)} \right) + \frac{u''' \delta + q''_{rad}}{\delta} \quad (3-5)$$

در معادله‌ی (۳-۵) دو ترم غیرخطی وجود دارد. که برای ادامه روند حل به خطی سازی این دو ترم نیاز هست. ترم غیرخطی $\left(-1 + \sqrt{1 + 2\beta \hat{\Theta}(x, \varphi)} \right) / \beta$ ، با استفاده از رابطه (۴-۶) قبلاً در فصل چهارم خطی

سازی شده است. با توجه به اینکه مقدار ضریب β در عمل عددی بسیار کوچک است ($\beta = 10^{-3}$)، لذا می‌توان با دقت خوبی عبارت غیرخطی $1/(1+\beta\psi)$ را نیز به صورت زیر خطی سازی کرد:

$$\frac{1}{(1+\beta\psi)} \approx 1 \quad (4-5)$$

با اعمال معادلات (4-4) و (4-5) بر معادله (3-5)، معادله‌ای خطی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho C \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial t} = \bar{k}_{011} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial x^2} + \frac{\bar{k}_{022}}{x^2 \sin^2 \gamma} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial \varphi^2} + \frac{2\bar{k}_{012}}{x \sin \gamma} \frac{\partial^2 \hat{\Theta}}{\partial x \partial \varphi} + \frac{\bar{k}_{011}}{x} \frac{\partial \hat{\Theta}}{\partial x} - \frac{h}{\delta} \hat{\Theta} + \frac{u''' \delta + q''_{rad}}{\delta} \quad (5-5)$$

با اعمال تبدیل انتگرالی محدود (4-8-1) روی معادله (5-5) رابطه‌ای به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$-\Omega \left(x^\Phi \frac{\partial \Theta}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(x^\Phi \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) + (\Psi x^{\Phi-2} + \Lambda x^\Phi) \Theta - \chi x^\Phi \quad (6-5)$$

در معادله‌ی (6-5)، ضرایب مجهول به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\Omega = -\frac{\rho C}{\bar{k}_{011}} \quad (1-7-5)$$

$$\Phi = \frac{2in\bar{k}_{012}}{\sin \gamma \bar{k}_{011}} + 1 \quad (2-7-5)$$

$$\Psi = -\frac{n^2 \bar{k}_{022}}{\sin^2 \gamma \bar{k}_{011}} \quad (3-7-5)$$

$$\Lambda = -\frac{h}{\delta \bar{k}_{011}} \quad (4-7-5)$$

$$\chi = \begin{cases} \frac{a_2 \bar{q}_2''}{\delta \bar{k}_{011}} \left(\frac{in\pi}{2} \right) & n = -1, 1 \\ -\frac{2\pi \delta u''' + 2\pi a_1 \bar{q}_1'' + 2a_2 \bar{q}_2''}{\delta \bar{k}_{011}} & n = 0 \\ \frac{a_2 \bar{q}_2''}{\delta \bar{k}_{011}} \left(\frac{e^{-in\pi} + 1}{n^2 - 1} \right) & n \neq -1, 0, 1 \end{cases} \quad (5-7-5)$$

با توجه به اینکه معادله دیفرانسیل (6-5)، یک معادله ناهمگن با شرایط مرزی ناهمگن می‌باشد، روش

جداسازی متغیرها را نمی‌توان به صورت مستقیم روی آن اعمال کرد. بنابراین جواب نهایی را می‌توان

به صورت زیر فرض نمود [۷۳]:

$$\Theta(x, t) = \Theta_t(x, t) + \Theta_s(x) \quad (۸-۵)$$

که در معادله (۸-۵)، عبارت $\Theta_s(x)$ به این دلیل معرفی شده است که به کمک آن قسمت ناهمگن معادله (۶-۵) و نیز شرایط مرزی آن ارضاء گردد و در نهایت برای عبارت $\Theta_t(x, t)$ ، یک معادله‌ی همگن با شرایط مرزی همگن به دست بیاید. با اعمال معادله (۸-۵) بر معادله (۶-۵)، عبارتی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$-\Omega \left(x^\Phi \frac{\partial \Theta_t}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(x^\Phi \frac{\partial \Theta_t}{\partial x} + x^\Phi \frac{\partial \Theta_s}{\partial x} \right) + (\Psi x^{\Phi-2} + \Lambda x^\Phi) (\Theta_t + \Theta_s) - \chi x^\Phi \quad (۹-۵)$$

معادله‌ی (۹-۵) به دو بخش تفکیک می‌گردد، یک بخش برای $\Theta_t(x, t)$ و بخش دیگر برای $\Theta_s(x)$ ، در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه معادلات زیر به دست خواهد آمد:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(x^\Phi \frac{\partial \Theta_t}{\partial x} \right) + (\Psi x^{\Phi-2} + \Lambda x^\Phi) \Theta_t + \Omega \left(x^\Phi \frac{\partial \Theta_t}{\partial t} \right) = 0 \quad (۱-۱۰-۵)$$

$$\frac{d}{dx} \left(x^\Phi \frac{d \Theta_s}{dx} \right) + (\Psi x^{\Phi-2} + \Lambda x^\Phi) \Theta_s - \chi x^\Phi = 0 \quad (۲-۱۰-۵)$$

معادله (۲-۱۰-۵) همان جواب پایای مسئله می‌باشد که در فصل چهارم مورد بررسی قرار گرفت. معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی (۱-۱۰-۵) نیز دارای شرایط مرزی همگن و شرط اولیه‌ای به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \Theta_t(x, t)}{\partial x} = 0, \quad \text{at } x = 0 \quad (۱-۱۱-۵)$$

$$\Theta_t(x, t) = 0, \quad \text{at } x = l \quad (۲-۱۱-۵)$$

$$\Theta_t(x, t_0) = F(\Theta_0) - \Theta_s(x) \quad (۳-۱۱-۵)$$

که در معادله بالا، $F(\Theta_0)$ همان تبدیل یافته‌ی شرط اولیه است. حال معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی (۱-۱۰-۵) با به کارگیری روش جداسازی متغیرها قابل حل می‌باشد. جواب نهایی برای این معادله به صورت زیر فرض می‌گردد:

$$\Theta_t(x, n, t) = F(x, n)G(t, n) \quad (۱۲-۵)$$

در نتیجه پس از جایگذاری رابطه‌ی (۱۲-۵) در معادله‌ی (۱-۱۰-۵)، معادله‌ی جداسازی شده به صورت

زیر به دست خواهد آمد:

$$\frac{F'' + \frac{\Phi}{x}F' + \left(\frac{\Psi}{x^2} + \Lambda\right)F}{\Omega F} = -\frac{G'}{G} = \lambda_n \quad (13-5)$$

که در رابطه‌ی بالا، همان مقادیر ویژه می‌باشند و در ادامه روند حل محاسبه می‌گردد. حال با استفاده از رابطه‌ی (۱۳-۵)، معادلاتی به صورت زیر حاصل می‌گردند:

$$\frac{d}{dx}(x^\Phi F') + (\Psi x^{\Phi-2} + (\Lambda - \Omega \lambda_n)x^\Phi)F = 0 \quad (1-14-5)$$

$$G' + \lambda_n G = 0 \quad (2-14-5)$$

جواب معادلات (۱-۱۴-۵) و (۲-۱۴-۵) به صورت زیر می‌باشد:

$$F = x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} [C_{1,n} Y_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega x}) + C_{2,n} J_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega x})] \quad \& \quad \nu = \frac{1}{2} \sqrt{(1-\Phi)^2 - 4\Psi} \quad (1-15-5)$$

$$G = e^{-\lambda_n t} \quad (2-15-5)$$

حال با استفاده از روابط (۱۲-۵)، (۱-۱۵-۵) و (۲-۱۵-۵)، جواب معادله (۱-۱۰-۵) به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\Theta_t(x, n, t) = [C_{1,n} Y_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega x}) + C_{2,n} J_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega x})] x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} e^{-\lambda_n t} \quad (16-5)$$

در نهایت با اعمال تبدیل انتگرالی معکوس (۲-۸-۴)، بر روی معادله (۱۶-۵)، جواب معادله (۱-۱۰-۵) به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\hat{\Theta}_t(x, \varphi, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{ e^{(i n \varphi - \lambda_n t)} x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} \left[C_{1,n} Y_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega x}) + C_{2,n} J_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega x}) \right] \right\} \quad (17-5)$$

در رابطه بالا $C_{1,n}$ ، $C_{2,n}$ و λ_n ضرایب نامعینی هستند که تابع ضریب n می‌باشند و در ادامه روند حل با اعمال شرایط مرزی همگن و نیز همچنین شرط اولیه ضرایب نامعین و مقادیر ویژه محاسبه می‌گردند. با اعمال شرط مرزی دما محدود در نوک مخروط یعنی نقطه‌ی $x = 0$ ، نتیجه‌ای به صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$C_{1,n} = 0 \quad (18-5)$$

با اعمال شرط مرزی همگن در پایه‌ی مخروط یعنی نقطه‌ی $x = l$ ، نتیجه‌ای به صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$J_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega} l) = 0 \quad (19-5)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۱۹-۵) مقادیر ویژه λ_n به دست خواهند آمد.

در ادامه تنها ضریب $C_{2,n}$ به صورت مجهول باقی مانده است، این ضریب نیز با به کارگیری شرط اولیه و با استفاده از تئوری اشتروم-لیوویل به دست می‌آید [۷۱].

$$C_{2,n} = \frac{\int_a^b w(x) f(x) \phi_n(x) dx}{\int_a^b w(x) \phi_n^2(x) dx} \quad (20-5)$$

با استفاده از خاصیت تعامد و نیز با توجه به اینکه تابع وزن معادله‌ی (۵-۱۴-۱)، به صورت $w(x) = x^\Phi$ می‌باشد. فرم اشتروم-لیوویل برای معادله‌ی (۵-۱۶)، با استفاده از معادله‌ی (۵-۲۰) به صورت زیر است:

$$C_{2,n} = \frac{\int_0^l x^{\frac{1}{2}(1+\Phi)} J_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega} x) (F(\Theta_0) - \Theta_s(x, n)) dx}{\int_0^l x^\Phi \left(x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} J_\nu(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega} x) \right)^2 dx} \quad (21-5)$$

ضریب $C_{2,n}$ به ازای مقادیر مختلف n قابل محاسبه می‌باشد.

در نهایت جواب کامل برای مسئله‌ی انتقال حرارت ناپایا در مخروط کامپوزیتی غیرهمگن با استفاده از معادله (۵-۸) و نیز معادله (۴-۳۳) و همچنین با اعمال معکوس تبدیل کیرشهف معادله (۴-۴-۳) به صورت زیر می‌باشد:

$$T(x, \varphi, t) = T_{\infty} - \frac{1}{\beta} \left[\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\beta\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \begin{aligned} & e^{(in\varphi - \lambda_n t)} \left(x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} \left[C_{2,n} J_{\nu}(\sqrt{\Lambda - \lambda_n \Omega x}) \right] \right) \\ & + e^{in\varphi} \int_0^x C \left(x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} \left(Y_{\nu}(\sqrt{\Lambda x}) + \lambda J_{\nu}(\sqrt{\Lambda x}) \right) (\chi \xi^{\Phi}) \right. \\ & \quad \left. - \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda l})} \left(\Psi \xi^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda \xi}) + (1) \right) \right) d\xi \\ & + e^{in\varphi} \int_x^l B \left(x^{\frac{1}{2}(1-\Phi)} J_{\nu}(\sqrt{\Lambda x}) (\chi \xi^{\Phi}) \right. \\ & \quad \left. - \frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda l})} \left(\Psi \xi^{\Phi-2} J_0(\sqrt{\Lambda \xi}) + (1) \right) \right) d\xi \\ & + e^{in\varphi} \left(\frac{F(n)}{J_0(\sqrt{\Lambda l})} J_0(\sqrt{\Lambda x}) \right) \end{aligned} \right. \left. \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22-5)$$

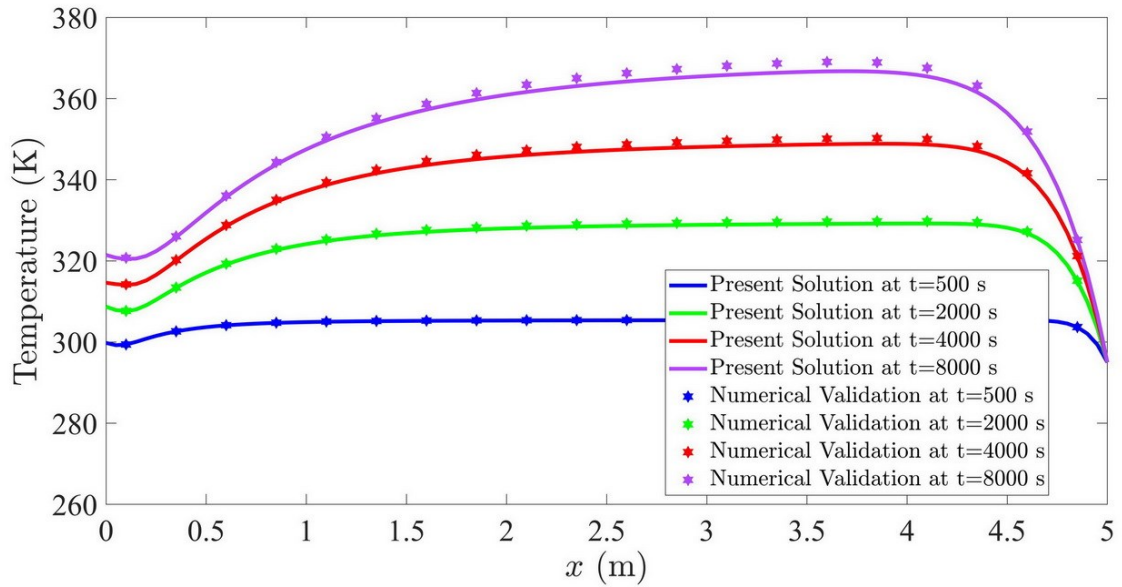
۳-۵- مخزن تحت فشار

در این قسمت مسئله انتقال حرارت در مخزن تحت فشار که در فصل چهارم حل پایدار آن ارائه گردید در حالت ناپایا حل شده است. هندسه و شرایط مرزی همانند حل پایدار است، همچنین دمای اولیه ۲۹۵ کلوین در نظر گرفته شده است.

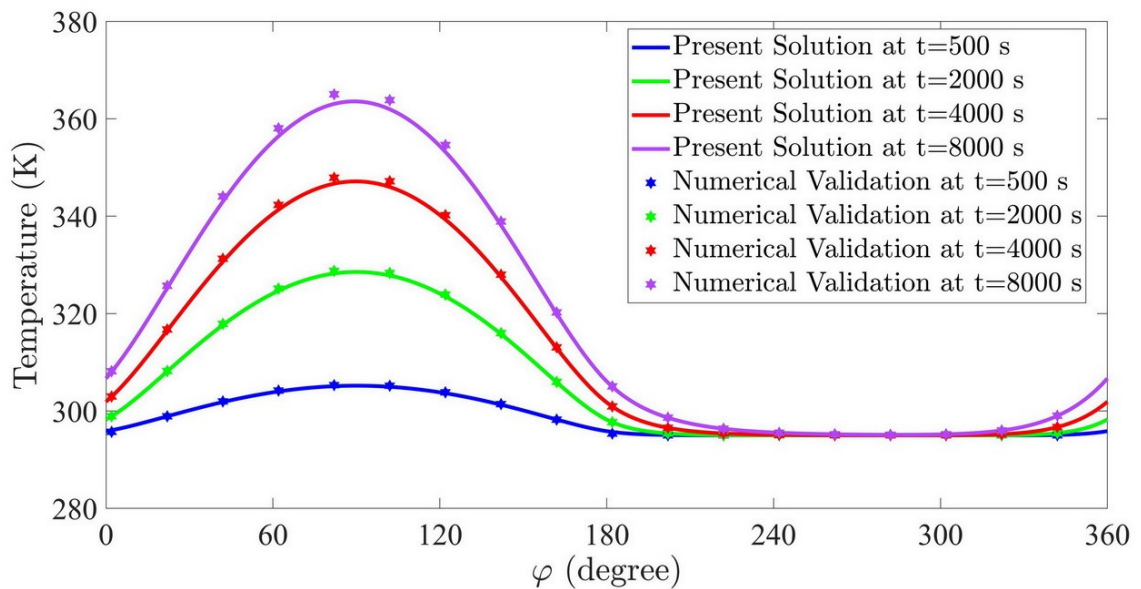
۳-۵-۱- راستی آزمایی

به منظور راستی آزمایی حل تحلیلی حاضر، توزیع دمای حل عددی به روش مرتبه دوم تفاضلات محدود با توزیع دمای حل تحلیلی مقایسه شده است. در شکل ۵-۱ نتایج اعتبارسنجی نمایش داده شده است و گراف‌های دوبعدی از دمای پوسته مخروطی ارائه گردیده است. یک گراف نمایانگر تغییرات دمایی ناپایا در راستای x (در یک مقدار φ ثابت) می‌باشد و گراف دیگر اشاره به تغییرات دمایی ناپایا در راستای φ (در یک x ثابت) می‌نماید. در این شکل، زاویه الیاف برای ماده ۱ برابر با ۴۵ درجه در نظر گرفته شده است. نتایج نشان‌دهنده توافق خوبی بین حل‌های تحلیلی و داده‌های عددی می‌باشد. نکته‌ی

دیگری که از شکل ۵-۱ می‌توان استخراج نمود، این است که حل تحلیلی حاضر به درستی شرایط مرزی مسئله را ارضاء می‌نماید. شکل ۵-۱ که تغییرات دمایی در دو راستای x و φ را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد، صحت و دقت حل تحلیلی حاضر را اثبات می‌نماید. در این مورد، خطای ماکزیمم برابر با مقدار ۰٫۶۳ درصد می‌باشد.



(الف)

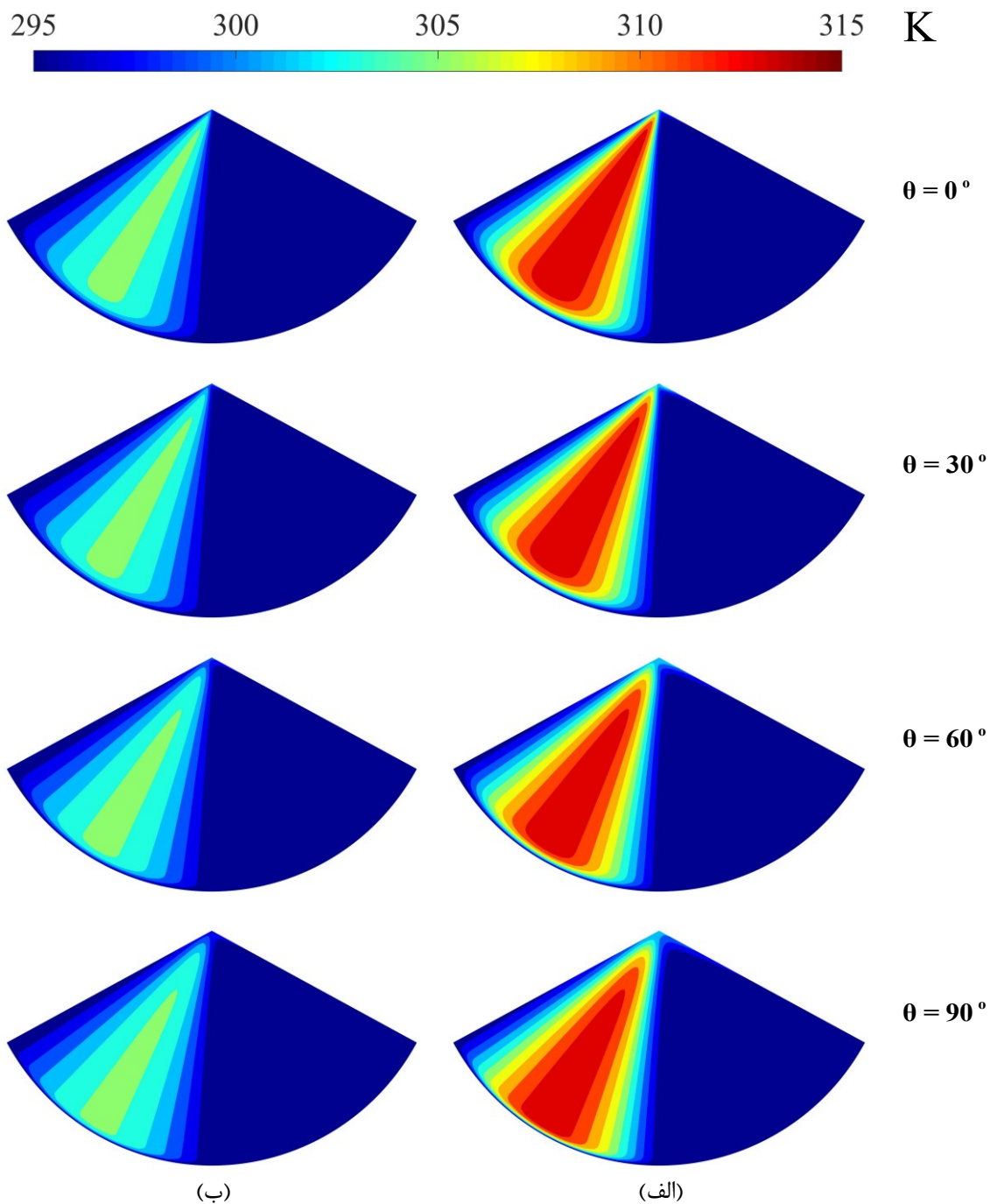


(ب)

شکل ۵-۱: الف- تغییرات دمایی ناپایا در پوسته مخروطی در راستای x (برای زاویه الیاف 45° و ماده ۱).
 ب- تغییرات دمایی ناپایا در پوسته مخروطی در راستای φ ، (برای زاویه الیاف 45° و ماده ۱).

۵-۳-۲- سایر نتایج

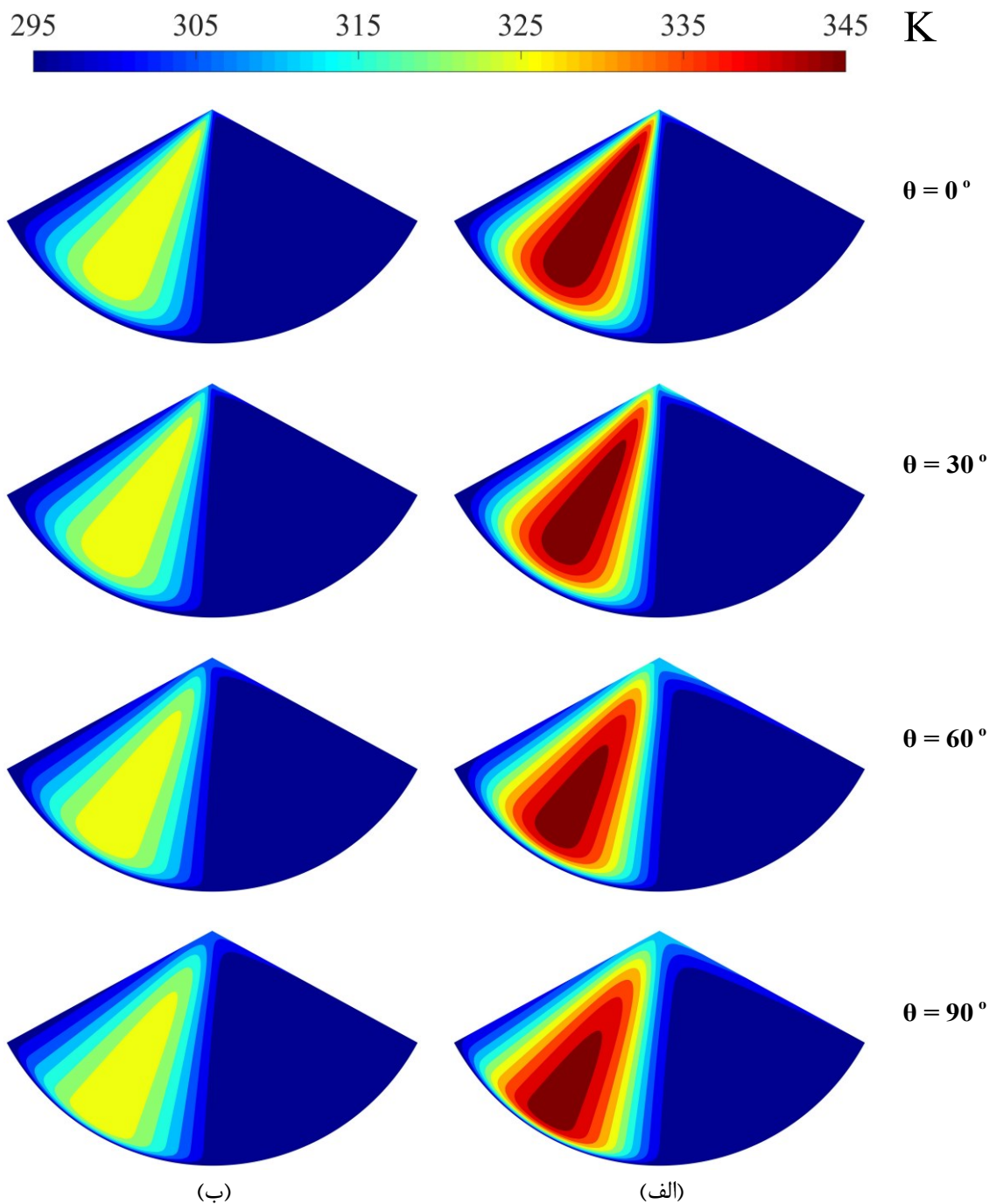
شکل ۲-۵ به منظور نشان دادن تغییرات دمایی پوسته مخروطی کامپوزیتی در زمان‌های مختلف ارائه شده است. در این شکل، کانتورهای دمایی پوسته مخروطی کامپوزیتی گسترش یافته برای ماده ۱ در چهار زاویه الیاف مختلف برای زمان‌های ۵۰۰ و ۱۰۰۰ ثانیه نشان داده شده است.



شکل ۲-۵: کانتورهای توزیع دما در زمان ۱۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱. ب- کانتورهای توزیع دما در زمان ۵۰۰ ثانیه برای ماده ۱.

شکل ۳-۵ کانتورهای توزیع دما را برای پوسته مخروطی کامپوزیتی در چهار زاویه الیاف مختلف

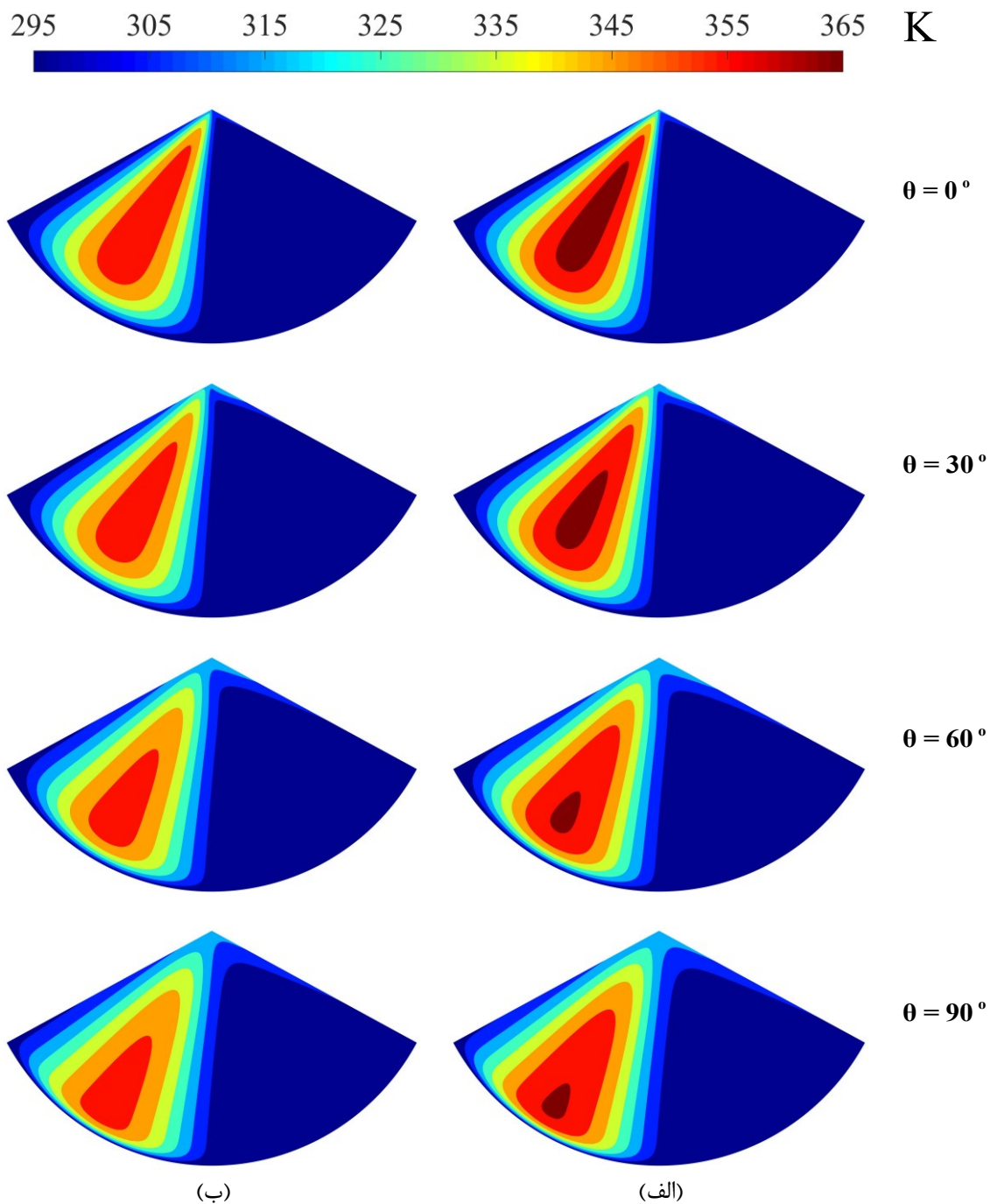
برای ماده ۱ در زمان‌های ۲۰۰۰ و ۴۰۰۰ ثانیه نشان می‌دهد. با توجه به اعمال شار گرمایی خورشید انتظار می‌رود که با گذر زمان دمای پوسته‌ی مخروطی افزایش یابد که این مسئله در این شکل واضح می‌باشد.



شکل ۵-۳: الف- کانتورهای توزیع دما در زمان ۴۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱. ب- کانتورهای توزیع دما در زمان ۲۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱.

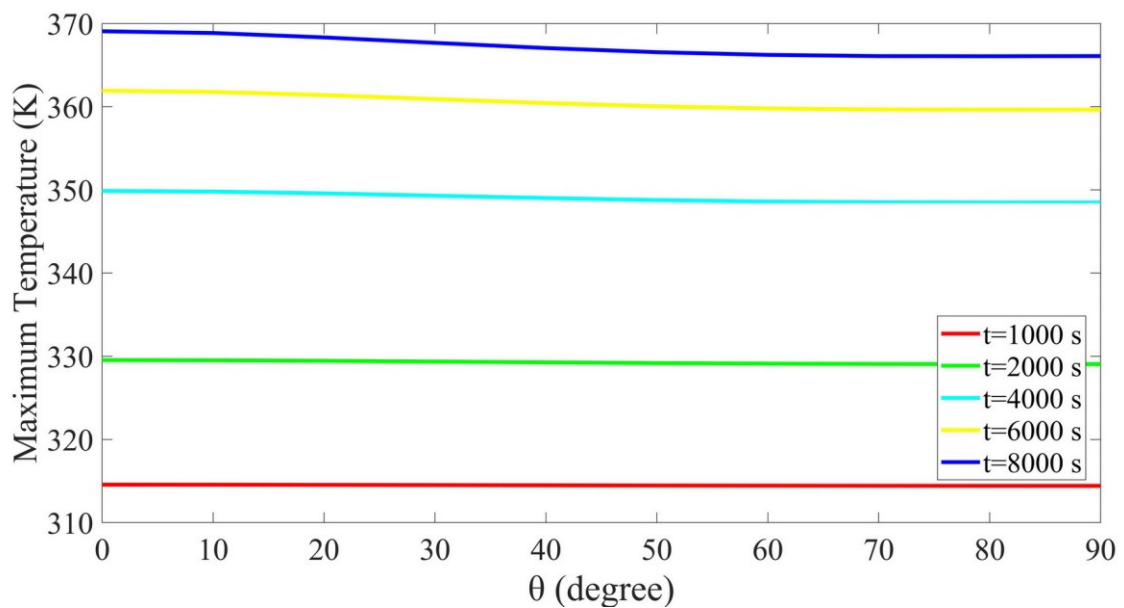
شکل ۴-۵ کانتورهای توزیع دما را برای پوسته مخروطی کامپوزیتی در چهار زاویه ایف مختلف

برای ماده ۱ در زمان‌های ۶۰۰۰ و ۸۰۰۰ ثانیه نشان می‌دهد.



شکل ۴-۵: الف- کانتورهای توزیع دما در زمان ۸۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱. ب- کانتورهای توزیع دما در زمان ۶۰۰۰ ثانیه برای ماده ۱.

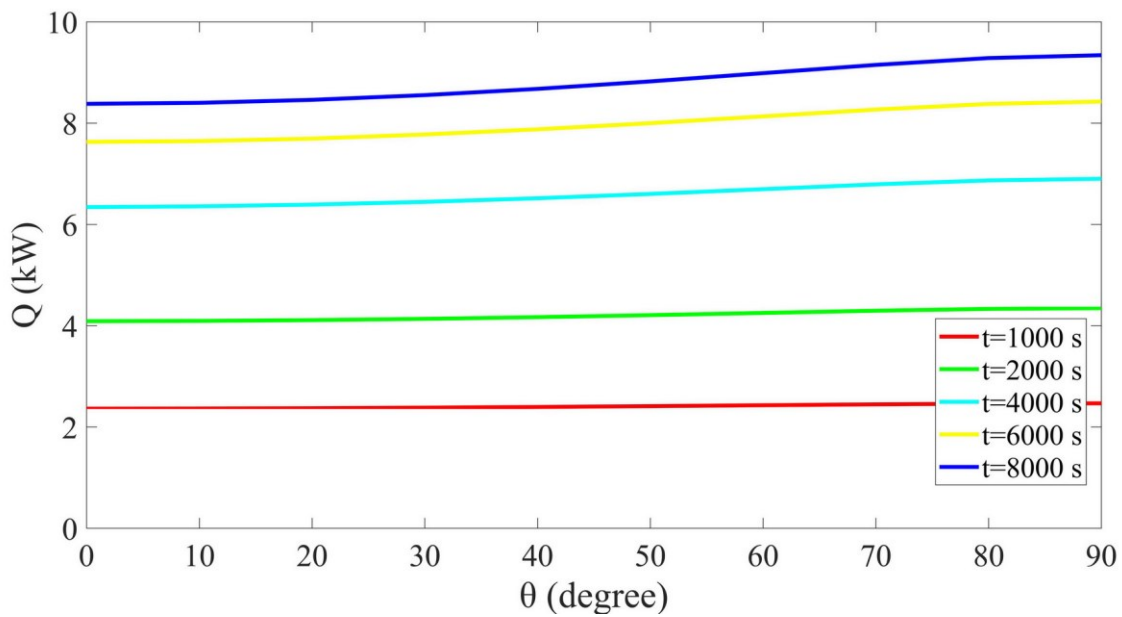
یکی از فاکتورهای مهم در بررسی تنش‌های حرارتی، دمای ماکزیمم در مخازن تحت فشار می‌باشد. شکل ۵-۵ به منظور بررسی تغییرات دمای ماکزیمم پوسته مخروطی کامپوزیتی برحسب زاویه الیاف در زمان‌های مختلف ارائه شده است. این شکل نشان می‌دهد که دمای ماکزیمم در پوسته مخروطی کامپوزیتی به‌طور کلی با گذر زمان در حال افزایش است این در حالی است که در یک‌زمان خاص، با افزایش زاویه الیاف دمای ماکزیمم در پوسته مخروطی کامپوزیتی کاهش می‌یابد.



شکل ۵-۵: تغییرات دمای ماکزیمم برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ در پنج زمان مختلف

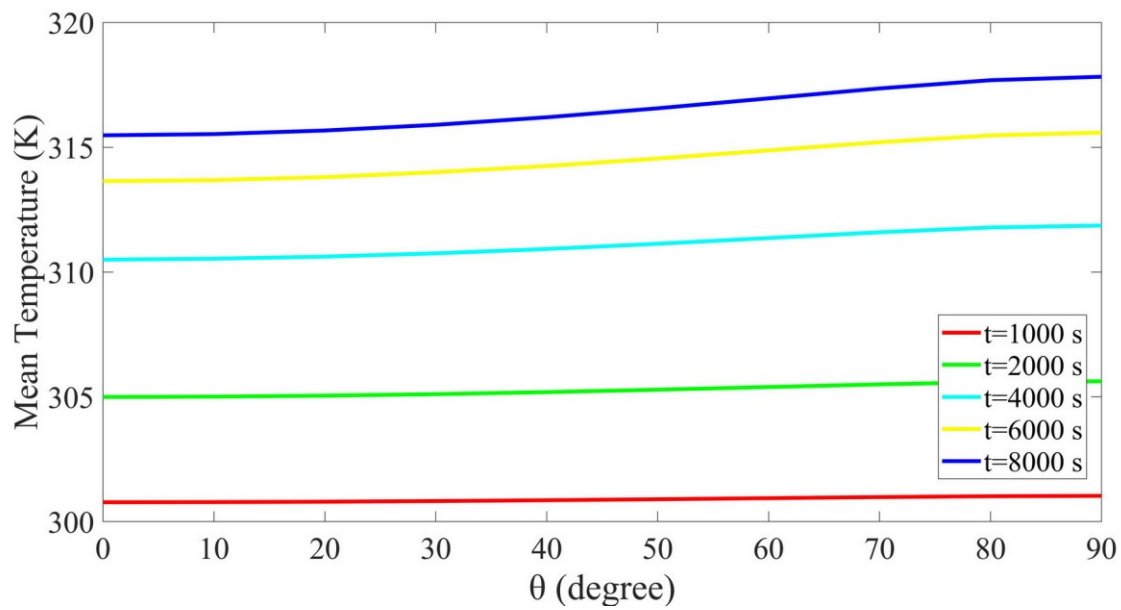
یکی از پارامترهای مهم نرخ انتقال حرارت جابجایی بین مخزن تحت فشار و جریان سیال محیط اطراف است. اگرچه فاکتورهای مهم دیگری از جمله هندسه و نوع ماده بر نرخ انتقال حرارت جابجایی تأثیرگذار است اما در این پژوهش تأثیر سایر پارامترها از جمله زاویه الیاف مورد بررسی قرار گرفته است. به‌منظور بررسی تأثیر زاویه الیاف بر نرخ انتقال حرارت جابجایی بین مخزن تحت فشار با جریان سیال محیط اطراف، شکل ۶-۵ ارائه شده است. در این شکل، نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب زاویه الیاف برای پنج زمان مختلف عرضه شده است. شکل ۶-۵ نشان می‌دهد که نرخ انتقال حرارت جابجایی با گذر زمان با توجه به افزایش دمای مخزن تحت فشار، در حال افزایش است. نتیجه بسیار مهمی که می‌توان از این شکل استخراج کرد تأثیر زاویه الیاف بر نرخ انتقال حرارت جابجایی در زمان‌های مختلف می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۶-۵ مشخص است، در زمان‌های اولیه و کم، میزان زاویه الیاف تقریباً تأثیر

ناچیزی بر نرخ انتقال حرارت جابجایی می‌گذارد، اما به تدریج و با گذر زمان، میزان تأثیر زاویه الیاف نمایان تر می‌گردد. شکل ۶-۵ نشان می‌دهد که نرخ انتقال حرارت جابجایی در زاویه الیاف بزرگ‌تر، مقدار بیشتری دارد. این بدان معناست که با افزایش زاویه الیاف، دمای متوسط در مخزن تحت فشار افزایش می‌یابد. بنابراین، در یک‌زمان خاص، دمای متوسط مخزن تحت فشار مقدار بالاتری برای زاویه الیاف بزرگ‌تر دارد.



شکل ۶-۵: نرخ انتقال حرارت جابجایی برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ در پنج زمان مختلف

شکل ۷-۵ نشان‌دهنده تغییرات دمای متوسط برحسب زاویه الیاف برای پنج زمان مختلف می‌باشد. شکل ۷-۵ رفتار فیزیکی شکل ۶-۵ را تأیید می‌نماید. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، با افزایش میزان زاویه الیاف، ضریب انتقال حرارت هدایتی در راستای x کاهش می‌یابد. در نتیجه، دمای مخزن تحت فشار به میزان کمتری نسبت به قبل تحت تأثیر شرط مرزی دمایی پایه‌ی مخروط قرار می‌گیرد. این عامل سبب تولید میزان دمای متوسط بالاتری در زاویه الیاف بزرگ‌تر برای یک‌زمان خاص می‌گردد.



شکل ۷-۵: تغییرات دمای میانگین برحسب زاویه الیاف برای ماده ۱ در پنج زمان مختلف

نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، برای اولین بار یک حل دقیق تحلیلی برای انتقال حرارت هدایتی ناهمسانگرد در پوسته‌ی مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن ارائه شده است. در این پژوهش، غیرهمگن بودن، نتیجه‌ی وابستگی مستقیم ضرایب انتقال حرارت هدایتی به دما می‌باشد. اعتبار حل حاضر با بررسی دو نمونه صنعتی یعنی مخزن تحت فشار کامپوزیتی و پین فین کامپوزیتی مورد آزمودن قرار گرفته است. در محاسبه توزیع دما، اثرات تغییر زاویه الیاف و همچنین نوع مواد کامپوزیتی مورد استفاده، تحقیق شده است.

برای نمونه صنعتی مخزن تحت فشار، مقادیر کوچک زاویه الیاف سبب ایجاد دمای متوسط کمتر می‌شود، باین حال، این سناریو برای دمای ماکزیمم به صورت معکوس می‌باشد. بنابراین، توصیه می‌شود در طراحی این نوع مخازن تحت فشار کامپوزیتی به هر دو پارامتر دمای متوسط و دمای ماکزیمم جهت یافتن بهینه‌ترین حالت ممکن برای زاویه الیاف، به‌طور ویژه دقت شود. از نتایج این پژوهش می‌توان در فرآیند طراحی مخازن تحت فشار کامپوزیتی که شامل آنالیز شکست حرارتی، آنالیز جایگذاری الیاف، عایق‌بندی مخازن کامپوزیتی، تحلیل تنش‌های حرارتی و کنترل دمای مواد درون آن، بهره برد.

برای نمونه صنعتی پین فین، با کاهش زاویه الیاف دمای متوسط افزایش می‌یابد که این پدیده برای کاربرد پین فین بسیار مناسب و کارآمد می‌باشد. به عبارت دیگر، با افزایش دمای متوسط در پین فین، نرخ انتقال حرارت جابجایی بین پین فین و جریان سیال محیط اطراف افزایش می‌یابد که این عامل، هدف اصلی کاربرد پین فین است. علاوه بر این، ماده ۲، که دارای ضریب انتقال حرارت هدایتی بزرگ‌تری در راستای الیاف، نسبت به ماده‌ی ۱ می‌باشد برای کاربرد پین فین مناسب‌تر است. بنابراین، برای پین فین، مقادیر کوچک زاویه الیاف و ضرایب بزرگ‌تر انتقال حرارت هدایتی در راستای الیاف مطلوب می‌باشد.

پیشنهادات

در تحقیق حاضر، یک حل تحلیلی برای انتقال حرارت ناهمسانگرد در پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن ارائه شده و تأثیر پارامترهای فیزیکی مختلف و زاویه الیاف مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور ادامه و توسعه این تحقیق در آینده، می‌توان پیشنهادهای و جهت‌گیری‌های پژوهشی زیر را ارائه نمود که فراهم‌کننده زمینه‌های پژوهشی جدید می‌باشند.

- بررسی انتقال حرارت هدایتی پایا و ناپایا در جداره‌های استوانه‌ای کامپوزیتی غیرهمگن و ناهمسانگرد
- بررسی انتقال حرارت هدایتی پایا و ناپایا در جداره‌های کروی کامپوزیتی غیرهمگن و ناهمسانگرد
- بررسی انتقال حرارت هدایتی پایا و ناپایا در پوسته‌های ناقص کروی کامپوزیتی غیرهمگن و ناهمسانگرد
- بررسی انتقال حرارت غیر فوریه‌ای برای پوسته‌های مخروطی کامپوزیتی غیرهمگن و ناهمسانگرد
- ادامه تحقیق حاضر در راستای محاسبه انتقال حرارت هدایتی غیرهمگن و ناهمسانگرد در دماغه‌ی هواپیما و راکت
- بررسی انتقال حرارت غیرهمگن و ناهمسانگرد در جداره موشک‌ها و راکت‌ها

مراجع و منابع

- [1] C. T. Herakovich, "Mechanics of composites: a historical review," *Mechanics Research Communications*, vol. 41, pp. 1-20, 2012.
- [2] D. Gay and S. V. Hoa, *Composite materials: design and applications*. CRC press, 2007.
- [3] C. Bouvet, *Mechanics of Aeronautical Composite Materials*. John Wiley & Sons, 2017.
- [4] S. V. Hoa, *Principles of the manufacturing of composite materials*, Second ed. DEStech Publications, Inc, 2017.
- [5] K. K. Chawla, *Composite materials: science and engineering*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [6] C. T. Herakovich, *A Concise Introduction to Elastic Solids*. Springer, 2017.
- [7] C. W. Ohlhorst, W. L. Vaughn, P. O. Ransone, and H.-T. Tsou, "Thermal conductivity database of various structural carbon-carbon composite materials," *NASA Technical Memorandum*, 1997.
- [8] J. Xiao, D. Gilhooley, R. Batra, J. Gillespie Jr, and M. McCarthy, "Analysis of thick composite laminates using a higher-order shear and normal deformable plate theory (HOSNDPT) and a meshless method," *Composites Part B: Engineering*, vol. 39, no. 2, pp. 414-427, 2008.
- [9] U. Topal and Ü. Uzman, "Thermal buckling load optimization of laminated composite plates," *Thin-Walled Structures*, vol. 46, no. 6, pp. 667-675, 2008.
- [10] V. Pradeep and N. Ganesan, "Thermal buckling and vibration behavior of multi-layer rectangular viscoelastic sandwich plates," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 310, no. 1-2, pp. 169-183, 2008.
- [11] D. Papargyris, R. Day, A. Nesbitt, and D. Bakavos, "Comparison of the mechanical and physical properties of a carbon fibre epoxy composite manufactured by resin transfer moulding using conventional and microwave heating," *Composites Science and Technology*, vol. 68, no. 7-8, pp. 1854-1861, 2008.
- [12] R. I. Mair, "Advanced composite structures research in Australia," *Composite Structures*, vol. 57, no. 1-4, pp. 3-10, 2002.
- [13] C. Chao, F. Chen, and M. Shen, "An exact solution for thermal stresses in a three-phase composite cylinder under uniform heat flow," *International journal of solids and structures*, vol. 44, no. 3-4, pp. 926-940, 2007.
- [14] D. J. Barrett, "The mechanics of z-fiber reinforcement," *Composite Structures*, vol. 36, no. 1-2, pp. 23-32, 1996.
- [15] F. Wang, Q. Hua, and C.-S. Liu, "Boundary function method for inverse geometry problem in two-dimensional anisotropic heat conduction equation," *Applied Mathematics Letters*, vol. 84, pp. 130-136, 2018.
- [16] F. Wang, W. Chen, W. Qu, and Y. Gu, "A BEM formulation in conjunction with parametric equation approach for three-dimensional Cauchy problems of steady heat conduction," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 63, pp. 1-14, 2016.
- [17] Y. Gu, X. He, W. Chen, and C. Zhang, "Analysis of three-dimensional anisotropic heat conduction problems on thin domains using an advanced boundary element method," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 75, no. 1, pp. 33-44, 2018.

- [18] C. Corlay and S. Advani, "Temperature distribution in a thin composite plate exposed to a concentrated heat source," *International journal of heat and mass transfer*, vol. 50, no. 15-16, pp. 2883-2894, 2007.
- [19] R. Vinayak and N. Iyengar, "Transient thermal conduction in rectangular fiber reinforced composite laminates," *Advanced Composite Materials*, vol. 4, no. 4, pp. 327-342, 1995.
- [20] S. Sugimoto and T. Ishikawa, "Numerical analysis of heat conduction effect corresponding to infrared stress measurements in multi-lamina CFRP plates," *Advanced Composite Materials*, vol. 8, no. 3, pp. 269-279, 1999.
- [21] Z.-S. Guo, S. Du, and B. Zhang, "Temperature distribution of thick thermoset composites," *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, vol. 12, no. 3, p. 443, 2004.
- [22] J. Chatterjee, D. Henry, F. Ma, and P. Banerjee, "An efficient BEM formulation for three-dimensional steady-state heat conduction analysis of composites," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, no. 5-6, pp. 1439-1452, 2008.
- [23] M. Wang, Q. Kang, and N. Pan, "Thermal conductivity enhancement of carbon fiber composites," *Applied Thermal Engineering*, vol. 29, no. 2-3, pp. 418-421, 2009.
- [24] J. Yvonnet, Q.-C. He, and C. Toulemonde, "Numerical modelling of the effective conductivities of composites with arbitrarily shaped inclusions and highly conducting interface," *Composites Science and Technology*, vol. 68, no. 13, pp. 2818-2825, 2008.
- [25] I. Dülk and T. Kováčsházy, "Steady-state heat conduction in multilayer bodies: An analytical solution and simplification of the eigenvalue problem," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 67, pp. 784-797, 2013.
- [26] Y. Sun and I. S. Wichman, "On transient heat conduction in a one-dimensional composite slab," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, no. 6-7, pp. 1555-1559, 2004.
- [27] C.-C. Ma and S.-W. Chang, "Analytical exact solutions of heat conduction problems for anisotropic multi-layered media," *International journal of heat and mass transfer*, vol. 47, no. 8-9, pp. 1643-1655, 2004.
- [28] M.-H. Hsieh and C.-C. Ma, "Analytical investigations for heat conduction problems in anisotropic thin-layer media with embedded heat sources," *International journal of heat and mass transfer*, vol. 45, no. 20, pp. 4117-4132, 2002.
- [29] A. Haji-Sheikh, J. Beck, and D. Agonafer, "Steady-state heat conduction in multi-layer bodies," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, no. 13, pp. 2363-2379, 2003.
- [30] O. O. Onyejekwe, "Heat conduction in composite media: a boundary integral approach," *Computers & chemical engineering*, vol. 26, no. 11, pp. 1621-1632, 2002.
- [31] J. Miller and P. Weaver, "Temperature profiles in composite plates subject to time-dependent complex boundary conditions," *Composite Structures*, vol. 59, no. 2, pp. 267-278, 2003.
- [32] S. Huang and Y. Chang, "Heat conduction in unsteady, periodic, and steady states in laminated composites," *Journal of Heat Transfer*, vol. 102, no. 4, pp. 742-748, 1980.
- [33] S. Singh and P. K. Jain, "Analytical solution to transient heat conduction in polar

- coordinates with multiple layers in radial direction," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 47, no. 3, pp. 261-273, 2008.
- [34] R. Bahadur and A. Bar-Cohen, "Orthotropic thermal conductivity effect on cylindrical pin fin heat transfer," in *ASME 2005 Pacific Rim Technical Conference and Exhibition on Integration and Packaging of MEMS, NEMS, and Electronic Systems collocated with the ASME 2005 Heat Transfer Summer Conference*, 2005, pp. 245-252: American Society of Mechanical Engineers.
- [35] X. Lu, P. Tervola, and M. Viljanen, "Transient analytical solution to heat conduction in composite circular cylinder," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, no. 1-2, pp. 341-348, 2006.
- [36] X. Lu, P. Tervola, and M. Viljanen, "Transient analytical solution to heat conduction in multi-dimensional composite cylinder slab," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, no. 5-6, pp. 1107-1114, 2006.
- [37] M. Kayhani, M. Shariati, M. Nourozi, and M. K. Demneh, "Exact solution of conductive heat transfer in cylindrical composite laminate," *Heat and mass transfer*, vol. 46, no. 1, p. 83, 2009.
- [38] M. Kayhani, M. Norouzi, and A. A. Delouei, "A general analytical solution for heat conduction in cylindrical multilayer composite laminates," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 52, pp. 73-82, 2012.
- [39] A. A. Delouei, M. Kayhani, and M. Norouzi, "Exact analytical solution of unsteady axi-symmetric conductive heat transfer in cylindrical orthotropic composite laminates," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, no. 15-16, pp. 4427-4436, 2012.
- [40] A. A. Delouei and M. Norouzi, "Exact analytical solution for unsteady heat conduction in fiber-reinforced spherical composites under the general boundary conditions," *Journal of Heat Transfer*, vol. 137, no. 10, p. 101701, 2015.
- [41] M. Norouzi, S. R. Niya, M. Kayhani, M. Shariati, M. K. Demneh, and M. Naghavi, "Exact solution of unsteady conductive heat transfer in cylindrical composite laminates," *Journal of Heat Transfer*, vol. 134, no. 10, p. 101301, 2012.
- [42] P. K. Jain and S. Singh, "An exact analytical solution for two-dimensional, unsteady, multilayer heat conduction in spherical coordinates," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, no. 9-10, pp. 2133-2142, 2010.
- [43] M. Norouzi, A. A. Delouei, and M. Seilsepour, "A general exact solution for heat conduction in multilayer spherical composite laminates," *Composite Structures*, vol. 106, pp. 288-295, 2013.
- [44] M. Norouzi, H. Rahmani, and A. K. Birjandi, "A new exact analysis for anisotropic conductive heat transfer in truncated composite spherical shells," *Journal of Mechanics*, 2018.
- [45] J. Mahishi, R. Chandra, and M. Murthy, "Transient heat conduction analysis of laminated composite nose cone," *Journal of Aeronautical Society of India*, vol. 32, pp. 77-84, 1980.
- [46] M. Rubin, "Heat conduction in plates and shells with emphasis on a conical shell," *International journal of solids and structures*, vol. 22, no. 5, pp. 527-551, 1986.
- [47] S. Ray, A. Loukou, and D. Trimis, "Evaluation of heat conduction through truncated conical shells," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 57, pp. 183-191, 2012.
- [48] M. Norouzi and H. Rahmani, "On exact solutions for anisotropic heat conduction in composite conical shells," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 94, pp. 110-125, 2015.

- [49] M. Norouzi and H. Rahmani, "An exact analysis for transient anisotropic heat conduction in truncated composite conical shells," *Applied Thermal Engineering*, vol. 124, pp. 422-431, 2017.
- [50] S. A. Al-Sanea, "Two-dimensional Heat Conduction in a Composite Slab with Temperature-Dependent Conductivity," *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, vol. 7, no. 2, pp. 219-245, 1995.
- [51] A. Karageorghis and D. Lesnic, "Steady-state nonlinear heat conduction in composite materials using the method of fundamental solutions," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 197, no. 33-40, pp. 3122-3137, 2008.
- [52] J. A. Kołodziej and A. Uściłowska, "Application of MFS for determination of effective thermal conductivity of unidirectional composites with linearly temperature dependent conductivity of constituents," *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 36, no. 3, pp. 293-302, 2012.
- [53] K. Chang and U. Payne, "Analytical and numerical approaches for heat conduction in composite materials," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 14, pp. 899-904, 1990.
- [54] V. S. Arpaci, *Conduction heat transfer*. Addison-Wesley, 1966.
- [55] Z.-S. Guo, S. Du, and B. Zhang, "Temperature field of thick thermoset composite laminates during cure process," *Composites science and technology*, vol. 65, no. 3-4, pp. 517-523, 2005.
- [56] T. Behzad and M. Sain, "Finite element modeling of polymer curing in natural fiber reinforced composites," *Composites Science and Technology*, vol. 67, no. 7-8, pp. 1666-1673, 2007.
- [57] V. Antonucci, M. Giordano, K.-T. Hsiao, and S. G. Advani, "A methodology to reduce thermal gradients due to the exothermic reactions in composites processing," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, no. 8, pp. 1675-1684, 2002.
- [58] A. Gilbert, K. Kokini, and S. Sankarasubramanian, "Thermal fracture of zirconia–mullite composite thermal barrier coatings under thermal shock: A numerical study," *Surface and Coatings Technology*, vol. 203, no. 1-2, pp. 91-98, 2008.
- [59] A. Gilbert, K. Kokini, and S. Sankarasubramanian, "Thermal fracture of zirconia–mullite composite thermal barrier coatings under thermal shock: An experimental study," *Surface and Coatings Technology*, vol. 202, no. 10, pp. 2152-2161, 2008.
- [60] I. Dlouhy, Z. Chlup, D. Boccaccini, S. Atiq, and A. Boccaccini, "Fracture behaviour of hybrid glass matrix composites: thermal ageing effects," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 34, no. 12, pp. 1177-1185, 2003.
- [61] R. F. Gibson, *Principles of composite material mechanics*, Fourth ed. CRC press, 2015.
- [62] M. W. Hyer, *Stress analysis of fiber-reinforced composite materials*. DEStech Publications, Inc, 2009.
- [63] M. N. Özışık, M. N. Özışık, and M. N. Özışık, *Heat conduction*. John Wiley & Sons, 1993.
- [64] J. M. Powers, "On the necessity of positive semi-definite conductivity and Onsager reciprocity in modeling heat conduction in anisotropic media," *Journal of heat transfer*, vol. 126, no. 5, pp. 670-675, 2004.
- [65] J. C. Halpin, *Primer on Composite Materials Analysis*. Routledge, 2017.
- [66] R. J. Conti, "Approximate temperature distributions and stream-wise heat conduction effects in the transient aerodynamic heating of thin-skinned bodies,"

- National Aeronautics and Space Administration Washington DC1961.
- [67] Z. H. Khan, R. Gul, and W. A. Khan, "Effect of variable thermal conductivity on heat transfer from a hollow sphere with heat generation using homotopy perturbation method," in *ASME 2008 Heat Transfer Summer Conference collocated with the Fluids Engineering, Energy Sustainability, and 3rd Energy Nanotechnology Conferences*, 2008, pp. 301-309: American Society of Mechanical Engineers.
- [68] L. Riviere, N. Causse, A. Lonjon, E. Dantras, and C. Lacabanne, "Specific heat capacity and thermal conductivity of PEEK/Ag nanoparticles composites determined by Modulated-Temperature Differential Scanning Calorimetry," *Polymer Degradation and Stability*, vol. 127, pp. 98-104, 2016.
- [69] D. L. Ellis and D. L. McDanel, "Thermal conductivity and thermal expansion of graphite fiber/copper matrix composites," National Aeronautics and Space Administration, Cleveland, OH (United States ...1994.
- [70] M. Özişik and S. Shouman, "Transient heat conduction in an anisotropic medium in cylindrical coordinates," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 309, no. 6, pp. 457-472, 1980.
- [71] T. Myint-U and L. Debnath, *Linear partial differential equations for scientists and engineers*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [72] J. R. Howell, M. P. Menguc, and R. Siegel, *Thermal radiation heat transfer*. CRC press, 2015.
- [73] L. M. Jiji, *Heat Conduction*, Third ed. Springer, 2009.

Abstract

In present study, an analytical solution is presented for the problem of anisotropic heat conduction in heterogeneous composite conical shells. The shell is considered to have a full conical shape and fibers are wound in an arbitrary angle leading to anisotropic nature of heat conduction in the conical shell. Therefore, the fiber angle could be considered from zero to 90 degrees. In order to obtain the most general solution, the general boundary condition is considered at the basis of shell. Heat convection between conical shell and ambient flow, and an external source of radiative heat transfer were also modeled in the heat transfer partial differential equation.

Herein, the heterogeneity of heat transfer is the direct result of dependence of the conductivity coefficient on temperature. For solving the steady state heterogeneous heat conduction problem, the Kirchhoff transformation followed by an integral transform method are applied. The Green's functions are used to solve the final ordinary differential equations.

In order to solve the heterogeneous heat conduction problem in unsteady state, the Kirchhoff transformation followed by an integral transform method are applied. By means of an integral transform in angular direction, the heat conduction equation is transformed and after that the transformed heat equation is solved using separation of variables method. Eventually, an inverse transformation is used in order to achieve the final exact solution of heterogeneous anisotropic conductive heat transfer equation.

To verify the accuracy of present analytical solution, second order finite difference solution was obtained. The analytical results show a good agreement with numerical data. The applicability of our analytical method is tested with solving real industrial examples. Herein, the temperature distributions in a typical pressure vessel and a pin fin are calculated analytically.

Keywords: Exact analytical solution, Composite conical shell, Heterogeneous heat transfer, Integral transformation, Green functions, Separation of variables method.



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering
M.Sc. Thesis in Energy Conversion Engineering

**An exact analysis of heat transfer in heterogeneous composite
conical shells**

By:

Babak Erfan Manesh

Supervisor:

Dr. Mohammad Mohsen Shahmardan

Advisor:

Dr. Mahmood Norouzi

January 2019