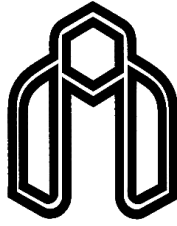


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک
پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی تبدیل انرژی

بررسی پدیده جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در
حلقه‌های غیرهم مرکز

نگارنده

محمدرضا محبوبی فولادی

استاد راهنما

دکتر پوریا اکبرزاده

تیرماه ۱۳۹۷

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

یه پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایشار و از خودگذشتگی

یه پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان که در سردترین روزگار ان بهترین پشتیبان است

یه پاس قلب های بزرگشان که فریادس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می گراید

و یه پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند.

بشکر و قدردانی...

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی‌کران خود، آدمی را به زیور عقل آراست.

از استاد صبور و خوش خلق جناب آقای دکتر پوریا اکبرزاده که از زحمات راهمبانی این پایان‌نامه را بر عهده گرفتند و در انجام مراحل این تحقیق صمیمانه وقت‌های خود را در اختیارم گذاشتند، کمال قدردانی و امتنان را داشته باشم. ایشان در کمال سعی و کمال فروتنی، از هیچ‌کلی در این عرصه بر من دریغ نمودند و قطعاً بدون راهمبانی‌های ارزنده ایشان، این مجموعه به انجام نمی‌رسید.

(محمدرضا محبوبی فولادی - تیرماه ۱۳۹۷)

اینجانب محمد رضا محبوبی فولادی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده بررسی پدیده جابجایی طبیعی ناپایای نانو سیال در حلقه های غیر هم مرکز پایان نامه تحت راهنمایی دکتر پوریا اکبرزاده متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام "دانشگاه صنعتی شاهرود" و یا "Shahrood University of Technology" به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

امروزه کاربرد پدیده جابجایی طبیعی در گستره وسیعی از علوم مهندسی و علمی مثل ذخیره‌سازی انرژی خورشیدی و خنک‌کننده‌های راکتورهای هسته‌ای، برج‌های خنک‌کن در نیروگاه‌ها، صنایع نفت و گاز، صنایع هوافضا بسیار حائز اهمیت شده است. نتایج نشان می‌دهد که اضافه شدن نانوذرات به سیال‌های پایه (نظیر آب، روغن و اتیلن گلیکول) و همچنین در نظر گرفتن محیط متخلخل به دلیل تأثیرشان بر کمیت‌های فیزیکی، مثل بالا بردن ضریب هدایت حرارتی و وجود حرکت بروانی سبب بالا بردن ضریب انتقال حرارت می‌شود. این پایان‌نامه به شبیه‌سازی عددی پدیده جابجایی طبیعی ناپایا در حلقه‌های غیر هم‌مرکز پرداخته است. معادلات حاکم بر جریان سیال شامل معادلات بقاء جرم، حرکت و انرژی به کمک روش عددی تفاضل محدود مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در حل معادلات حاکم از روش ضمنی با جهت متغییر (ADI) و روش فوق تخفیفی (SOR) استفاده شده است. در پژوهش حاضر به اثرات کمیت‌های مختلف نظیر عدد رایلی، کسر حجمی نانوسیال، عدد دارسی، ضریب تخلخل محیط متخلخل و نسبت خروج از مرکز بر عدد ناسلت متوسط، عدد ناسلت محلی، خطوط جریان و خطوط هم‌دما پرداخته شده است.

واژگان کلیدی: پدیده جابجایی طبیعی ناپایا، نانوذره، عدد دارسی، عدد رایلی، کسر حجمی، نسبت خروج از مرکز.

فهرست مطالب

فصل ۱ مقدمه.....	۱
۱-۱- مقدمه.....	۱
۲-۱- پیشینه پژوهش.....	۲
۳-۱- اهداف پایان نامه.....	۷
۱-۳-۱- مروری بر فصل‌های پایان‌نامه.....	۸
فصل ۲ مفاهیم.....	۹
۱-۲- مفهوم نانوسیالات.....	۹
۲-۲- مکانیزم‌های انتقال حرکت نانوذرات.....	۱۱
۱-۲-۲- حرکت براوانی.....	۱۱
۲-۲-۲- پدیده ترموفرتیک.....	۱۱
۳-۲- انواع مدل‌سازی‌های نانوسیال.....	۱۱
۱-۳-۲- مدل‌سازی تک‌فازی.....	۱۲
۱-۱-۳-۲- چگالی.....	۱۲
۲-۱-۳-۲- ظرفیت گرمایی ویژه.....	۱۳
۳-۱-۳-۲- لزجت دینامیکی.....	۱۳
۴-۱-۳-۲- ضریب هدایت حرارتی.....	۱۴
۵-۱-۳-۲- ضریب انبساط حجمی.....	۱۶
۴-۲- معرفی جدول کاربردی نانوسیالات:.....	۱۶
۵-۲- محیط متخلخل.....	۱۷
۱-۵-۲- تخلخل.....	۱۷
۲-۵-۲- نفوذپذیری.....	۱۷
۱-۲-۷-۲.....	۱۸
۳-۵-۲- کاربردهای محیط متخلخل.....	۱۸
فصل ۳ معرفی مسئله، معادلات حاکم.....	۱۹
۱-۳- تعریف هندسه مسئله.....	۱۹
۲-۳- فرضیات مسئله و معادلات حاکم.....	۲۰
۱-۲-۳- معادله پیوستگی.....	۲۰
۲-۲-۳- معادلات حرکت.....	۲۰

۲۱ ۳-۲-۳ معادلات تابع جریان و تاوایی
۲۳ ۴-۲-۳ معادله انرژی
۲۵ ۳-۳ تغییر مختصات معادلات دیفرانسیل حاکم
۲۶ ۱-۳-۳ روش جبری شبکه سازی
۳۰ ۲-۳-۳ روش شبکه سازی با معادلات دیفرانسیل
۳۳ ۴-۳ شرایط مرزی

فصل ۴ گسسته سازی معادلات حاکم..... ۳۷

۳۷ ۱-۴ مقدمه‌ای بر معادلات و روابط عمومی
۳۸ ۲-۴ الگوریتم حل مساله
۳۸ ۳-۴ معرفی الگوریتم های حل ماتریس
۳۸ ۱-۳-۴ الگوریتم توماس
۳۹ ۲-۳-۴ الگوریتم ژاکوبی
۴۰ ۴-۴ گسسته سازی معادلات و روابط حاکم
۴۰ ۱-۴-۴ معادله انرژی
۴۱ ۱-۱-۴-۴ گسسته سازی معادله در جهت η :
۴۳ ۱-۱-۴-۴ گسسته سازی معادله در جهت ξ :
۴۸ ۲-۴-۴ معادله سینماتیک
۵۰ ۳-۴-۴ معادله حرکت

فصل ۵ نتایج عددی..... ۵۳

۵۳ ۱-۵ مقدمه
۵۴ ۲-۵ شبکه محاسباتی
۵۴ ۳-۵ استقلال حل از شبکه
۵۴ ۴-۵ اعتبارسنجی حل عددی
۵۵ ۱-۴-۵ مقایسه با نتایج عددی توسط کوهن و گلدشتاین در حالت هم‌مرکز
۵۶ ۲-۴-۵ مقایسه با نتایج عددی توسط کوهن و گلدشتاین در حالت غیر هم‌مرکز
۵۷ ۳-۴-۵ مقایسه با نتایج عددی حبیبی متین و پاپ در حالت سیال خالص
۵۸ ۴-۴-۵ مقایسه با نتایج عددی حبیبی متین و پاپ در حالت نانو سیال
۵۹ ۵-۴-۵ مقایسه با نتایج عددی بیلابید و چدادی در حالت هم‌مرکز و محیط متخلخل
۵۹ ۶-۴-۵ مقایسه با نتایج عددی شو و وو
۶۰ ۵-۵ نتایج

۶۰.....	۱-۵-۵ - حالت پایا
۶۰.....	۱-۱-۵-۵ بررسی عدد رایلی
۶۲.....	۲-۱-۵-۵ بررسی کسر حجمی نانوسیال
۷۴.....	۳-۱-۵-۵ بررسی اعداد دارسی و رایلی
۷۹.....	۴-۱-۵-۵ بررسی تأثیر ضریب تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی
۸۹.....	۲-۵-۵ - حالت ناپایا
۹۹.....	۳-۵-۵ - دما متغیر
۱۰۷.....	فصل ۶ نتیجه گیری
۱۰۷.....	۱-۶ - بحث و نتیجه گیری
۱۰۹.....	۲-۶ - پیشنهادها
۱۱۱.....	مراجع

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۳: شماتیک مدل فیزیکی ۱۹
- شکل ۲-۳: قلمرو فیزیکی مسئله ۲۷
- شکل ۳-۳: یک قلمرو فیزیکی دو بعدی برای حلقه غیر هم مرکز ۲۷
- شکل ۴-۳: قلمرو محاسباتی ۲۸
- شکل ۵-۳: (الف) یک قلمرو فیزیکی دوبعدی برای حلقه غیرهم‌مرکز، (ب) فضای محاسباتی جدید. ۳۴
- شکل ۱-۵: مقایسه نتایج پژوهش حاضر و کار کوهن و گلدشتاین [۸] ترسیم پروفیل دما برای حلقه هم‌مرکز در شرایط $Ra = 4.7 \times 10^4, Pr = 0.706, RR = 2.6$ ۵۵
- شکل ۲-۵: مقایسه نتایج پژوهش حاضر و کار کوهن و گلدشتاین [۹] ترسیم پروفیل دما برای حلقه غیر هم‌مرکز در شرایط $Ra = 4.93 \times 10^4, Pr = 0.706, RR = 2.6, e = -0.623$ ۵۶
- شکل ۳-۵: مقایسه ناسلت متوسط در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز $Ra = 10^4, Pr =$ ۵۷
- شکل ۴-۵: مقایسه ناسلت متوسط در کسرهای حجمی $(0, 0.015, 0.03)$ در شرایط $Ra =$ ۵۸
- شکل ۵-۵: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در شرایط ۶۲
- شکل ۶-۵: بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ و $(e = 0, \sigma = 0^0)$ ۶۶
- شکل ۷-۵: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $Da = 0.01, \varepsilon =$ ۶۷
- ۰.۴ برای حالت هم مرکز () $\varphi = 3\%$ () $\varphi = 1.5\%$ () $\varphi = 0\%$ ۶۷
- شکل ۸-۵: بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ و $(e = 0.5, \sigma = 0^0)$ ۶۸
- شکل ۹-۵: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $Da = 0.01, \varepsilon =$ ۶۹
- ۰.۴

شکل ۵-۱۰: بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ و $(e = -0.5, \sigma = 0^0)$ ۷۰

شکل ۵-۱۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ ۷۱

شکل ۵-۱۲: بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ و $(e = -0.65, \sigma = -45^0)$ ۷۲

شکل ۵-۱۳: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ ۷۳

شکل ۵-۱۴: بررسی تأثیر عدد دارسی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در حالت غیر هم‌مرکز $\varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03, (e = 0, \sigma = 0^0)$ ۷۷

شکل ۵-۱۵: بررسی تأثیر عدد دارسی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در حالت غیر هم‌مرکز $\varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03, (e = -0.5, \sigma = 0^0)$ ۷۸

شکل ۵-۱۶: بررسی تأثیر عدد دارسی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در حالت غیر هم‌مرکز $\varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03, (e = -0.65, \sigma = -45^0)$ ۷۹

شکل ۵-۱۷: بررسی تأثیر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در شرایط $Da = 0.01, \varphi = 0.03, (e = 0, \sigma = 0^0)$ ۸۳

شکل ۵-۱۸: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $(e = 0, \sigma = 0^0)$ ۸۴
 (---) , $\varepsilon = 0.9$ (---) , $\varepsilon = 0.4, Da = 0.01, \varphi = 0.03$

شکل ۵-۱۹: بررسی تأثیر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در شرایط $Da = 0.01, \varphi = 0.03, (e = -0.5, \sigma = 0^0)$ ۸۵

شکل ۵-۲۰: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $(e = -0.5, \sigma = 0^0)$ ۸۶
 (---) , $\varepsilon = 0.9$ (---) , $\varepsilon = 0.4, Da = 0.01, \varphi = 0.03$

شکل ۵-۲۱: بررسی تأثیر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در شرایط $Da = 0.01, \varphi = 0.03, (e = -0.65, \sigma = -45^0)$ ۸۷

شکل ۵-۲۲: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) ($e = -0.65, \sigma = -$)
 ۸۸ $\varphi = 0.03, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ (—), $\varepsilon = 0.9$ (-----) 45^0

شکل ۵-۲۳: نمودار ناسلت متوسط بر حسب زمان در شرایط فیزیکی $Ra = 10^5, \varepsilon =$
 ۸۹ $e = 0.65, \sigma = -45^0$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($\varphi = 0.03, Da = 0.01, RR = 2.6$)

شکل ۵-۲۴: نمودار ناسلت لحظه‌ای در زوایای مختلف بر حسب زمان تحت شرایط $Ra = 10^5, \varepsilon =$
 ۹۰ $e = 0.65, \sigma = -45^0$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($\varphi = 0.03, Da = 0.01, RR = 2.6$)

شکل ۵-۲۵: نمودار تابع جریان بیشینه بر حسب زمان تحت شرایط $Ra = 10^5, \varepsilon = 0.4, RR =$
 ۹۱ $e = 0.65, \sigma = -45^0$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($\varphi = 0.03, Da = 0.01, RR = 2.6$)

شکل ۵-۲۶: نمودار تابع جریان در زوایای مختلف بر حسب زمان در شعاع r_m تحت شرایط $Ra =$
 ۹۱ $e = 0.65, \sigma = -45^0$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($\varphi = 0.03, Da = 0.01, RR = 2.6, \varepsilon = 0.4, Ra = 10^5$)

شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا
 ۹۳ $\tau = 1$

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$
 تا $\tau = 1$ در شرایط $\varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03, Da = 0.01, Ra = 10^5, \sigma = 0.65, e =$
 ۹۴ -45^0

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$
 تا $\tau = 1$ در شرایط $\varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03, Da = 0.01, Ra = 10^5, \sigma = 0.65, e =$
 ۹۵ -45^0

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$
 تا $\tau = 1$ در شرایط $\varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03, Da = 0.01, Ra = 10^5, \sigma = 0.65, e =$
 ۹۶ -45^0

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ در شرایط $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4, Da = 0.01, Ra = 10^5$ و $(\sigma, e = 0.65)$ $(-45^0 =)$ ۹۷

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ در شرایط $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4, Da = 0.01, Ra = 10^5$ و $(\sigma, e = 0.65)$ $(-45^0 =)$ ۹۸

شکل ۵-۲۸: تحت شرایط فیزیکی $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4, Da = 0.01, Ra = 10^5$ و $(\sigma = -45^0, e = 0.35, \Omega = 20\pi, A = 0.8)$ ۹۹

ادامه شکل ۵-۲۸: تحت شرایط فیزیکی $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4, Da = 0.01, Ra = 10^5$ و $(\sigma = -45^0, e = 0.35, \Omega = 20\pi, A = 0.8)$ ۱۰۰

شکل ۵-۲۹: نمودار ناسلت متوسط برای مقادیر مختلف دامنه (A) تحت شرایط $\varepsilon = 10^5, \varphi = 0.03, \Omega = 20\pi, Da = 0.01, RR = 2.6, A = 0.4$ ۱۰۱

شکل ۵-۳۰: نمودار ناسلت متوسط برای مقادیر مختلف فرکانس (Ω) تحت شرایط $\varepsilon = 10^5, \varphi = 0.03, \Omega = 20\pi, Da = 0.01, RR = 2.6, A = 0.4$ ۱۰۱

شکل ۵-۳۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در یک دوره تناوب در شرایط فیزیکی $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4, Da = 0.01, Ra = 10^5$, با زاویه و نسبت خروج از مرکز $(\sigma = -45^0, e = 0.35, \Omega = 20\pi, A = 0.8)$ ۱۰۲

ادامه شکل ۵-۳۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در یک دوره تناوب در شرایط فیزیکی $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4, Da = 0.01, Ra = 10^5$, زاویه و نسبت خروج از مرکز $(\sigma = -45^0, e = 0.35, \Omega = 20\pi, A = 0.8)$ ۱۰۳

ادامه شکل ۵-۳۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در یک دوره تناوب در شرایط فیزیکی $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4, Da = 0.01, Ra = 10^5$, زاویه و نسبت خروج از مرکز $(\sigma = -45^0, e = 0.35, \Omega = 20\pi, A = 0.8)$ ۱۰۴

ادامه شکل ۵-۳۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در یک دوره
تناوب در شرایط فیزیکی، $Ra = 10^5$, $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$, $\varphi = 0.03$, زاویه و نسبت
خروج از مرکز ($e = 0.35$, $\sigma = -45^0$) $A = 0.8$, $\Omega = 20\pi$, ۱۰۵

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۲: خواص ترموفیزیکی آب و نانوذره مس ۱۶
- جدول ۱-۵: مقایسه عدد ناسلت متوسط برای دقت شبکه مختلف در $Da = 0.01, RR =$ ۵۴
- $2.6, Ra = 10^4, \varepsilon = 0.4, \varphi = 1.5\%$
- جدول ۲-۵: مقایسه ناسلت متوسط در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز $Pr = 10^4, Ra =$ ۵۷
- $6.21, RR = 2.5$
- جدول ۳-۵: مقایسه ناسلت متوسط در کسرهای حجمی $(0, 0.015, 0.03)$ با عدد رایلی $Ra =$ ۵۸
- 10^4 و پرانتل 6.21 و نسبت شعاع $RR = 2.5$ و خروج از مرکز $+0.5$
- جدول ۴-۵: مقایسه عدد ناسلت و ψ_{max} برای مقادیر $RR = 2$ ۵۹
- جدول ۵-۵: مقایسه عدد ψ_{max} در پژوهش حاضر و شو و وو [۳۹] ۶۰
- جدول ۶-۵: تأثیر عدد رایلی، کسر حجمی نانوذرات بر عدد ناسلت میانگین تحت شرایط $Da =$ ۶۴
- $0.01, \varepsilon = 0.4$
- ادامه جدول ۶-۵: تأثیر عدد رایلی، نسبت خروج از مرکز و کسر حجمی نانوذرات بر عدد ناسلت میانگین تحت شرایط $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ ۶۵
- جدول ۷-۵: تأثیر عدد رایلی و دارسی بر عدد ناسلت میانگین در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز تحت شرایط $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4$ ۷۴
- ادامه جدول ۷-۵: تأثیر عدد رایلی و دارسی بر عدد ناسلت میانگین در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز تحت شرایط $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4$ ۷۵
- جدول ۸-۵: تأثیر عدد رایلی و ضریب تخلخل بر عدد ناسلت میانگین در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز تحت شرایط $\varphi = 0.03, Da = 0.01$ ۸۰
- ادامه جدول ۸-۵: تأثیر عدد رایلی و ضریب تخلخل بر عدد ناسلت میانگین در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز تحت شرایط $\varphi = 0.03, Da = 0.01$ ۸۱

فهرست نشانه‌ها

μ_{nf} (Pa. s) لزجت دینامیکی نانوسیال	r, θ مختصات قطبی
k_{nf} ($\frac{W}{mK}$) ضریب هدایت گرمایی نانوسیال	ξ, η مختصات انتقال یافته
β_f ($\frac{1}{K}$) ضریب انبساط حجمی سیال پایه	Pr عدد بی بعد پرانتل
β_{nf} ($\frac{1}{K}$) ضریب انبساط حجمی نانوسیال	φ درصد حجمی نانوسیال
θ (rad) زاویه	Nu عدد ناسلت بی بعد
r (m) شعاع بی بعد	Nu_{avg} عدد ناسلت متوسط بی بعد
ε تخلخل محیط متخلخل	T دمای بعددار
Ra عدد بی بعد رایلی	t (s) زمان بعددار
Da عدد بی بعد دارسی	θ دمای بی بعد
e نسبت خروج از مرکز	τ زمان بی بعد
σ زاویه خروج از مرکز	$\bar{v}_r, \bar{v}_\theta$ ($\frac{m}{s}$) مولفه‌های سرعت بعددار
L (m) فاصله بین دیواره داخلی و خارجی	v_r, v_θ مولفه‌های سرعت بی بعد
Ω فرکانس بی بعد	$\bar{\psi}$ تابع جریان بعددار
a (m) دامنه بعددار	ψ تابع جریان بی بعد
A دامنه بی بعد	$\bar{\omega}$ تاوایی بعددار
μ_f (Pa. s) لزجت دینامیکی سیال	ω تاوایی بی بعد
	\bar{r} (m) شعاع بعددار
	ρ_f ($\frac{Kg}{m^3}$) چگالی سیال
	ρ_{nf} ($\frac{Kg}{m^3}$) چگالی نانوسیال
	C_f ($\frac{J}{Kg K}$) ضریب اصطکاک
	C_p ($\frac{J}{Kg K}$) ضریب گرمایی ویژه
	K_f ($\frac{W}{m K}$) ضریب هدایتی گرمایی سیال

فصل ۱ مقدمه

۱-۱- مقدمه

امروزه کاربرد پدیده جابجایی طبیعی در گستره وسیعی از علوم مهندسی و علمی مثل ذخیره‌سازی انرژی خورشیدی، خنک‌کننده‌های راکتورهای هسته‌ای، برج‌های خنک‌کن در نیروگاه‌ها، صنایع نفت و گاز، صنایع هوافضا بسیار حائز اهمیت شده است. در گذشته آب، روغن و اتیلن گلیکول به‌عنوان سیال‌های رایج در موضوع انتقال حرارت مورد توجه صنایع و تحقیقات دانشگاهی قرار داشته است. با این حال این سیالات رایج، به دلیل پایین بودن ویژگی هدایت حرارتی خود، دارای محدودیت‌هایی در بهبود و افزایش انتقال حرارت می‌باشند. برای اولین بار چوی [۱] در سال ۱۹۹۵ سخن از ذرات جامد ریزی، بانام نانوذره^۱ به میان آورد. ذراتی که با اضافه شدن به سیال‌های پایه (نظیر آب، روغن و اتیلن گلیکول) به دلیل تأثیرشان بر کمیت‌های فیزیکی، مثل بالا بردن ضریب هدایت حرارتی^۲ و وجود حرکت بروانی^۳ سبب

¹ Nanoparticles

² Conductivity

³ Brownian motion

بالا بردن ضریب انتقال حرارت می‌شوند. با افزودن ذرات جامد نانو به سیال پایه نانوسیال به دست می‌آید. به بیان دیگر نانوسیال‌ها سوسپانسیون‌هایی^۱ هستند که به وسیله معلق ساختن نانو ذرات در سیال پایه به دست می‌آیند. در سال‌های اخیر افزودن ذرات جامد به سیال‌های انتقال‌دهنده حرارت به‌عنوان یک روش سودمند برای افزایش نرخ انتقال حرارت شناخته‌شده است [۲ و ۳]. اما مشکلات رسوب و سایش سوسپانسیون‌های جامد-مایع باعث شده است که اندازه ذرات را در حد میکرومتر و میلی‌متر در نظر بگیرند. ذرات نانو معمولاً فلزات، اکسیدهای فلزی و غیره هستند که در سیال‌های پایه‌ای از قبیل آب، روغن موتور و اتیلن گلیکول به‌صورت ترکیبی از آن‌ها معلق می‌باشند. سطح تماس بیشتر بین ذرات و سیال پایه، پایداری تعلیق بیشتر، ناخالصی کمتر و غیره از مزایای اصلی نانوسیال‌ها در مقایسه با سوسپانسیون‌های دیگر می‌باشد [۴]. نانوذرات رایج در تحقیقات علمی پژوهشی عبارت‌اند از: مس^۲، آلومینیوم اکسید^۳، تیتانیوم اکسید^۴، طلا^۵، نقره^۶، اکسید مس^۷. در این پژوهش برای اولین بار به مطالعه عددی پدیده جابجایی طبیعی ناپایا تحت محیط متخلخل بین دوایر غیر هم‌مرکز و هم‌مرکز پرداخته‌شده است.

۱-۲- پیشینه پژوهش

هیدا [۵] در سال ۱۹۵۹ به‌عنوان اولین فردی بود که به کمک تابع گرین به تحلیل عددی معادله ممنتوم در حالت جریان آرام سیال، بین حلقه‌های غیر هم‌مرکز پرداخت. سپس رینولدز و همکارانش [۶] در سال ۱۹۶۳ مسئله مربوط به انتقال حرارت را در حالت جریان آرام و آشفته سیال بین حلقه‌های غیر هم‌مرکز را بررسی کردند. آن‌ها در این تحلیل چهار شرایط مرزی نوین گرمایی را تعریف نمودند.

¹ Suspension

² Cu

³ Al₂O₃

⁴ TiO₂

⁵ Ag

⁶ Au

⁷ CuO

ترومبتا [۷] در سال ۱۹۷۱ به تحلیل انتقال حرارت پدیده جابجایی اجباری در ناحیه توسعه یافته هیدرودینامیکی و گرمایی در حالت جریان آرام سیال بین حلقه‌های غیر هم‌مرکز پرداخت. کوهن و گلدشتاین [۸] در سال ۱۹۷۶ به بررسی آزمایشگاهی پدیده جابجایی طبیعی بین حلقه‌های افقی هم‌مرکز با فرضیات این‌که نسبت شعاع $(RR = 2.6)$ و عدد رایلی^۱ $(3 \times 10^4 \leq Ra \leq 10^5)$ و عدد پرناتل^۲ $(Pr = 0.7)$ پرداختند. مواردی که مورد بررسی قرار دادند شامل توزیع دما، مقدار متوسط و محلی انتقال حرارت بود که تقریباً با نتایج عددی موجود هم‌خوانی داشت. کوهن و گلدشتاین [۹] در سال ۱۹۷۸ به بررسی آزمایشگاهی پدیده جابجایی طبیعی بین حلقه‌های افقی غیر هم‌مرکز با فرضیات این‌که نسبت شعاع $(RR = 2.6)$ و عدد رایلی بین $(3 \times 10^4 \leq Ra \leq 10^5)$ و عدد پرناتل $(Pr = 0.7)$ پرداختند. آن‌ها متوجه شدند که برای حالتی که حلقه داخلی به صورت غیر هم‌مرکز است انتقال حرارت به طور قابل توجهی در هر سیلندر تغییر می‌یابد اما ضریب انتقال حرارت به طور کلی با تغییرات نسبت خروج از مرکز کمتر از ۱۰ درصد تغییر یافت. باؤ [۱۰] در سال ۱۹۸۹ به بررسی جابجایی طبیعی بین دو لوله غیر هم‌مرکز نتایج نشان داد که گرمای انتقال یافته در یک لوله عایق شده با انتخاب مناسب‌ترین نسبت خروج از مرکز می‌تواند بهینه شود. هانگ و جانسن [۱۱] در سال ۱۹۹۱ به تحلیل حالت ساده‌ای از انتقال حرارت در حالت توسعه یافته گرمایی و هیدرودینامیکی جریان آرام سیال بین حلقه‌های غیر هم‌مرکز پرداختند و از روش جدایش متغیرها استفاده کردند. سو و یئو [۱۲] در سال ۲۰۰۰ به رویکردی کارآمد برای شبیه‌سازی پدیده جابجایی طبیعی با فرمول‌بندی جریان سرعت بین حلقه‌های غیر هم‌مرکز پرداختند. آن‌ها با توجه به ارزش و شرایط فشار واحد، آن را به یک فرمول‌بندی مناسب جهت به‌روزرسانی تابع جریان برای جداره سیلندر داخلی تبدیل کردند و برای حل مشتقات عددی حاصله از روش چهار بعدی دیفرانسیلی^۳ استفاده کردند. برای حالت هم‌مرکز

¹ Rayleigh number

² Prandtl number

³ Differential quadrature method

متوجه هیچ‌گونه چرخشی^۱ در سراسر کل هندسه نشدند ولی برای حالت غیر هم‌مرکز وجود چرخش را مشاهده کردند و نتیجه گرفتند که تابع جریان در جداره سیلندر داخلی غیر صفر است. ابوندا و همکارانش [۱۳] در سال ۲۰۰۹ به بررسی اثرات لزجت و هدایت حرارتی متغییر نانوسیال آب-آلومینا بر یک حلقه افقی با نسبت‌های مختلف RR بررسی کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که در اعداد رایلی ($10^4 \leq Ra$) با افزایش کسرحجمی نانوذرات، عدد ناسلت میانگین کاهش خواهد یافت ولی وقتی که عدد رایلی ($Ra = 10^3$) عدد ناسلت میانگین^۲ با افزایش کسرحجمی^۳، افزایش خواهد یافت. در سال ۲۰۰۹ ابوعلی و همکارانش [۱۴] به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آلومینا بر یک حلقه عمودی پرداختند، شرایط مرزی در این پژوهش به صورت زیر تعریف شد، دیواره‌های عمودی را دما ثابت و دیواره‌های افقی را آدیاباتیک^۴ در نظر گرفتند، نسبت ارتفاع به فاصله بین دو دیواره حلقه بین ۱ تا ۵ و عدد گراشف^۵ ($10^3 \leq Gr \leq 10^5$) و کسرحجمی ($0 \leq \varphi \leq 0.06$) در نظر گرفتند، متوجه شدند که هنگامی که نسبت ارتفاع به فاصله بین دو دیواره بزرگ‌تر از یک باشد کاهش نسبت $\frac{Nu_{nf}}{Nu_f}$ به عدد گراشف، نسبت ابعاد و نسبت شعاع بستگی نخواهد داشت. در سال ۲۰۱۲ یو و همکارانش [۱۵] به بررسی پدیده انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-مس با حرکت براوانی در یک حلقه افقی پرداختند. آن‌ها با در نظر گرفتن حرکت براوانی در عدد رایلی ثابت متوجه شدند که عدد ناسلت متوسط به تدریج کاهش خواهد یافت، درحالی‌که اگر اثرات حرکت براوانی صرف‌نظر شود عدد ناسلت متوسط افزایش خواهد یافت. حبیبی متین و پاپ [۱۶] در سال ۲۰۱۳ به بررسی جابجایی طبیعی به همراه نانو سیال مس بین دو دایره غیر هم‌مرکز پرداختند. آن‌ها متوجه شدند که نانوسیال‌ها قادر به تغییر الگوی جریان هستند و در نسبت خروج از مرکز منفی و در گستره اعداد رایلی ($10^2 \leq Ra \leq 10^4$) به

¹ Circulation

² Average Nusselt number

³ Volume fraction

⁴ Adiabatic

⁵ Grashof Number

اعداد ناسلت بالاتری دست یافتند. همچنین در حالت هم‌مرکز شاهد انتقال حرارت بهتری از سیلندر داخلی به سمت سیلندر خارجی بودند. ضمناً آن‌ها متوجه شدند که کمیت خروج از مرکز کمیت مناسبی برای کنترل کمیت‌ها و خواص برای حلقه‌های پرشده از نانو سیال است. آن‌ها مشاهده کردند که انتقال حرارت تقریباً به صورت خطی با افزایش در عدد رایلی افزایش می‌یابد. سیدی و همکارانش [۱۷] در سال ۲۰۱۴ به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-مس در محفظه حلقه‌ای تحت مدل‌سازی ماکسول و برینکمن پرداختند. شرایط مرزی به صورت زیر در نظر گرفته شد سیلندر بیرونی دما ثابت و سیلندر داخلی شار ثابت فرض شد و از روش المان محدود استفاده کردند و کمیت‌هایی مانند عدد رایلی، کسر حجمی نانوذرات و نسبت شعاع را مورد بررسی قرار دادند. نتایج به دست آمده نشان داد که با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی و نسبت شعاع عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و همچنین با افزایش زاویه چرخش مقدار عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. در سال ۲۰۱۴ بیلابید و چدادی [۱۸] به شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی با روش ضمنی جهت متغیر پرداختند. آن‌ها نشان دادند در صورتی که از گام زمانی مناسب استفاده شود روش ضمنی با جهت متغیر بسیار سریع‌تر از روش‌های عددی گذشته عمل کرده است.

بحرایی و همکارانش [۱۹] در سال ۲۰۱۴ به بررسی عددی و بهینه‌سازی انتقال حرارت با نانوسیال آب-آلومینا در یک حلقه هم‌مرکز پرداختند. اثرات کسر حجمی، اندازه ذرات و نسبت شار حرارتی بر ضریب انتقال حرارت جابجایی و ضریب اصطکاک دیواره‌های داخلی و خارجی بررسی شد نتایج حاصل از این پژوهش به شرح زیر است:

- اندازه ذرات بر نرخ انتقال حرارت تأثیر می‌گذارند هر چه اندازه ذرات کوچک‌تر باشد ضریب انتقال حرارت بیشتر خواهد شد.
- با افزایش کسر حجمی و تغییر اندازه ذرات تغییرات زیادی در ضریب انتقال حرارت جابجایی و ضریب اصطکاک حاصل خواهد گشت.
- ضریب انتقال حرارت در دیواره داخلی از ضریب انتقال حرارت دیواره خارجی بیشتر است.

علوی و همکارانش [۲۰] در سال ۲۰۱۴ به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک حلقه هم‌مرکز با نانوسیال اکسید سیلیکون پرداختند. شرایط مرزی در این هندسه به این شکل تعریف شد، برای دیواره داخلی شرایط شارحرارتی ثابت و دیواره خارجی به‌عنوان دیواره سرد در نظر گرفته شد نتایج نشان داد که عدد ناسلت متوسط با افزایش نسبت شعاع، زوایای جهت‌گیری سطح و عدد رایلی افزایش خواهد یافت. در سال ۲۰۱۵ ژانگ و همکارانش [۲۱] به بررسی انتقال حرارت جابجایی ناپایا نانوسیال، در یک حلقه هم‌مرکز با منبع سینوسی پرداختند. در این پژوهش اثرات حرکت براوانی^۱ و ترموفریز^۲ در نظر گرفته شد و نتیجه گرفتند که نرخ انتقال جرم و حرارت متأثر از نوسانات دمایی دیواره داخلی خواهد بود. چولی و همکارانش [۲۲] در سال ۲۰۱۵ به بررسی پدیده جابه‌جایی طبیعی ناپایا نانوذره در یک محفظه حلقوی با حلقه داخلی توسط یک منبع حرارتی متناوب (سینوسی) و از روش عددی المان محدود استفاده کردند، خلاصه فعالیت‌های آن‌ها بدین شرح می‌باشد: الف) تغییر دمای دیواره داخلی توانست به‌طور چشمگیری بر عواملی همچون جریان، دما و غلظت سیال اثرگذار باشد. ب) با توجه به افزایش تمرکز غلظت سیال در پایین‌دست جداره داخلی شاهد اثرات نوسانی دما با توجه به گرمای داده‌شده بودند. همچنین تغییرات در مقادیر نرخ انتقال حرارت و انتقال جرم بر عواملی همچون شعاع حلقه داخلی و فرکانس اثر گذاشت که این تغییرات را به‌صورت افزایش یا کاهش ناگهانی مقادیر عوامل یادشده ملاحظه کردند. ج) همچنین مشاهده کردند که با افزایش عدد لویس، زمان متوسط نرخ انتقال حرارت کاهش یافت. د) آن‌ها مشاهده کردند که افزایش حرکت براوانی و پدیده ترموفریز موجب کاهش زمان متوسط نرخ انتقال حرارت ولی تأثیرات افزایشی بر انتقال جرم خواهد داشت.

معقولانی و ابو الزام [۲۳] در سال ۲۰۱۶ به بررسی تأثیرات نانوذرات بین دو حلقه دایره‌ای غیر هم‌مرکز متحرک پرداختند. در حل معادلات حاکم از روش عددی حجم محدود استفاده کردند. در این پژوهش از نانوذرات مس، تیتانیوم اکسید و آلومینیوم اکسید استفاده کردند و سیال پایه را آب فرض کردند. دما

¹ Brownian movement

² Thermophoresis

در جداره‌های داخلی و خارجی متفاوت فرض شد. آن‌ها متوجه شدند که اضافه کردن نانوذرات الزاماً انتقال حرارت را افزایش نمی‌دهد بعلاوه انتقال حرارت توسط نانوذرات به شدت به عدد ریچاردسون وابسته است. در انتقال حرارت اجباری وقتی که عدد ریچاردسون $0/01$ باشد افزودن نانوذره بخصوص زمانی که نسبت خروج از مرکز $0/9$ باشد انتقال حرارت کاهش می‌یابد. یانگ هو و همکارانش [۲۴] در سال ۲۰۱۷ به بررسی پدیده جابجایی طبیعی بین دو حلقه غیر هم‌مرکز پرشده از نانوسیال مس پرداختند. و در حل معادلات حاکم از روش عددی لیتیس بولتزمن^۱ استفاده کردند. آن‌ها دریافتند که افزودن نانوذرات به سیال پایه می‌تواند به اندازه ۱۶ درصد وقتی که کسر حجمی $(0 \leq \varphi \leq 0.03)$ باشد عدد ناسلت متوسط را افزایش دهد. همچنین متوجه شدند که نسبت شعاعی هم بسیار بر عدد ناسلت میانگین حرارت مؤثر است. تیموری و همکارانش [۲۵] در سال ۲۰۱۷ به بررسی پدیده جابجایی طبیعی بین دو حلقه غیر هم‌مرکز پرشده از نانوسیال آلومینیوم اکسید با دیواره‌های چرخان پرداختند. نتایج نشان داد که در اعداد رینولدز پایین با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت در ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد ولی در اعداد رینولدز بالا با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت افزایش خواهد یافت. ضمناً وقتی که نسبت خروج از مرکز $(e = 0.6)$ باشد افزایش کسر حجمی تأثیر ناچیزی بر عدد ناسلت می‌گذارد. همچنین متوجه شدند که وقتی حلقه کوچک‌تر به جوانب مختلف حرکت نکند و فقط به سمت پایین قرار گیرد عدد ناسلت بیشترین مقدار است.

۱-۳- اهداف پایان‌نامه

در این پایان‌نامه برای نخستین بار بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در فضای بین دوایر هم‌مرکز و غیر هم‌مرکز تحت محیط متخلخل مورد بررسی قرار گرفته است. ضمن بیان معادلات حاکم و انتقال آن‌ها در فضای محاسباتی جدید و نگاشت آن‌ها سپس گسسته‌سازی به روش

¹ lattice Boltzmann

ضمنی با جهت متغیر (ADI)^۱ و روش فوق تخفیفی (SOR)^۲ استفاده خواهد شد. سپس برنامه کامپیوتری به کمک الگوریتم توماس^۳ و ژاکوبی^۴ نوشته خواهد شد. همچنین به منظور صحت سنجی نتایج حاصله با نتایج موجود مقایسه خواهد شد. در نهایت اثرات کسر حجمی، عدد رایلی، عدد دارسی، ضریب تخلخل، نسبت خروج از مرکز، مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۱-۳-۱ مروری بر فصل‌های پایان‌نامه

این پایان‌نامه از یک فصل به‌عنوان مقدمه (فصل حاضر) و ۵ فصل اصلی و یک بخش جهت معرفی مراجع مورد استفاده، تشکیل شده است. در فصل‌های دوم و سوم و چهارم به ترتیب مفاهیم، معادلات حاکم، روش‌های مختلف عددی و گسسته‌سازی آن‌ها ارائه می‌گردد. در فصل پنجم نتایج عددی ارائه می‌شود. فصل ششم پایان‌نامه بیانگر نتایج این پایان‌نامه و ارائه پیشنهادها و توصیه‌هایی برای ارتقای سطح کیفی تحقیق حاضر و انجام مطالعه جامع‌تر در راستای موضوع این پایان‌نامه است.

¹ Alternating Direction Implicit method

² Successive Over_ Relaxation method

³ Thomas algorithm

⁴ Jacobi algorithm

فصل ۲ مفاهیم

۲-۱- مفهوم نانوسیالات

کاربرد گسترده انتقال حرارت در صنعت و بهینه‌سازی ابزارآلات صنعتی سبب گردیده که موضوع افزایش راندمان دستگاه‌ها و مبدل‌های حرارتی مورد توجه محققین و طراحان صنعتی قرار گیرد. افزایش راندمان و بهبود عملکرد دستگاه‌های حرارتی از یکسو سبب صرفه‌جویی در انرژی شده و از طرف دیگر می‌تواند کوچک شدن ابعاد دستگاه‌ها و در نتیجه کاهش هزینه مواد و ساخت دستگاه را به دنبال داشته باشد. در سال‌های اخیر پژوهش‌های فراوانی در این زمینه صورت گرفته است، متأسفانه برخی از این روش‌ها به صورت عملی امکان‌پذیر نیست و برخی دیگر هم سبب مشکلاتی نظیر افزایش افت فشار خواهد شد. برای حل مشکلات ناشی از افت فشار معمولاً نیاز به استفاده از پمپ قوی‌تر احساس می‌شود که بر این اساس هزینه لازم جهت انتقال سیال بیشتر می‌گردد که به لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه نیست. با پیشرفت در فناوری نانو در دهه‌های اخیر و استفاده از نانوسیال به عنوان محیط جدید و مناسبی برای انتقال حرارت افق جدیدی را فرا روی پژوهشگران ایجاد کرده است. با توجه به اینکه نانوذرات اغلب

از جنس فلزات یا اکسیدهای فلزی هستند و از آنجا که فلزات دارای ضریب هدایت حرارتی بالایی هستند، می‌توانند با اضافه شدن به سیالات پایه‌ای نظیر آب، روغن، اتیلن گلیکل عملکرد حرارتی سیالات فوق را بهبود بخشند. از مزایای مهم نانوسیالات افزایش شدید ضریب هدایت حرارتی و همچنین ضریب جابجایی انتقال حرارت بدون افزایش قابل توجه درافت فشار است. در این زمینه پژوهش‌های فراوانی صورت گرفته و بیشتر این پژوهش‌ها بیانگر بهبود گسترده انتقال حرارت نانوسیالات است. موارد مربوط به افزودن مواد جامد به سیالات پایه در گذشته مطرح شده بود، از آنجایی که سوسپانسون حاصل به سرعت ته‌نشین می‌شد، در نتیجه سبب گرفتگی، سایش لوله و آسیب رسیدن جدی به پمپ و سایر تأسیسات مکانیکی می‌شد. با پیشرفت در فناوری نانو دانشمندان بر این شدند که به نوعی با افزودن ذرات فلزی و یا اکسیدهای آنان به سیالات پایه مشکلات ناشی از ته‌نشینی، گرفتگی و سایش لوله‌ها را برطرف کنند. می‌توان از نانوسیالات در سیستم گرمایش ساختمان‌ها نیز بهره برد. در مناطق سردسیر معمولاً از مخلوط اتیلن گلیکول و آب با نسبت ۶۰ به ۴۰ به عنوان مایع در سیستم انتقال حرارت استفاده می‌شود (سیستم رادیاتورها، پکیج‌ها و سایر سیستم‌های گرمایشی مبتنی بر انتقال حرارت توسط مایعات). تحقیقات نشان می‌دهد که استفاده از نانوسیالات به جای این مخلوط در سیستم گرمایشی ساختمان‌ها در مناطق سردسیر، سبب کاهش مصرف انرژی در پمپاژ کردن سیال می‌گردد. این کاهش مصرف انرژی ناشی از استفاده از سیستمی کوچک‌تر با ظرفیت انتقال حرارت بیشتر است که علاوه بر کاهش هزینه‌ها سبب کاهش آلاینده‌گی ناشی از مصرف انرژی بیشتر نیز می‌شود. استفاده از نانوسیالات در صنایع مختلف مثل الکترونیک می‌تواند بسیار مفید باشد. تولید حرارت زیاد در وسایل الکترونیکی می‌تواند از مشکلات جدی تلقی شود که می‌توان از پتانسیل نانوسیال در جذب این حرارت بالا بهره برد. در عصر حاضر تحقیقات در زمینه نانوسیالات در ابعاد گسترده‌ای صورت گرفته است. از یکسو محققان به دنبال ساخت نانوذرات و نانولوله در ابعاد و سایزهای متفاوت هستند و از سوی دیگر برخی دیگر مسئله پایداری و عدم ته‌نشینی این ذرات را در طی فرآیندهای مختلف انتقال حرارت بررسی می‌کنند. محققین دیگری هم در حال ساخت نانوسیالات متفاوتی شامل هیبریدی نانوسیالات کاهنده اصطکاک می‌باشند [۲۶].

۲-۲- مکانیزم های انتقال حرکت نانوذرات

در این قسمت انواع مکانیزم های انتقال حرکت نانوذرات که شامل حرکت براوانی و پدیده ترموفرتیک است شرح داده خواهد شد.

۲-۲-۱ حرکت براوانی

حرکت اتفاقی نانوذرات در سیال پایه حرکت براوانی نامیده می شود و به خاطر برخورد مداوم بین نانوذرات و مولکول های سیال پایه ناشی می شود. حرکت براوانی در مقیاس میکروسکوپی به شار پخشی در مقیاس ماکروسکوپی می پردازد.

۲-۲-۲ پدیده ترموفرتیک

پدیده ای که در آن ذرات به واسطه گرادیان دما تحت تأثیر نیروی ترموفرتیک انتقال می یابند، ترموفرتیک نامیده می شود. ایتکن و همکارانش [۲۷] با انجام یک سری آزمایش ها ثابت کردند که ذرات باید از سطح گرم توسط اختلاف بمباران مولکول های گاز در اثر گرادیان دما دور شوند. سیال در حال حرکت نزدیک سطح داغ انرژی جنبشی بیشتری نسبت به سیال در حال حرکت نزدیک سطح سرد دارند، که منجر به یک نیروی خالص روی ذرات می شود. این نیروی خالص نیروی ترموفرتیک نامیده می شود.

۲-۳- انواع مدل سازی های نانوسیال

این بخش به معرفی انواع مدل سازی های نانو سیالات که شامل مدل سازی تک فازی و دوفازی است می پردازد. با توجه به اینکه در این مطالعه از روابط مربوط به روش تک فازی استفاده شده است لذا فقط مفاهیم، خواص و روابطی که وابسته به این روش هستند مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲-۳-۱ مدل سازی تک فازی

در روش تک فاز صورت کلی معادلات بقا شبیه به سیالات معمولی است، اما برای چگالی، ضریب هدایت حرارتی، لزجت و گرمای ویژه از خواص ظاهری نانوسیال که در ادامه توضیح داده می شود، استفاده می گردد. در این روش از لغزش بین سیال پایه و نانو ذرات صرف نظر می شود و اثر حضور ذرات در خواص ظاهری دیده می شود. با توجه به اینکه در این پایان نامه از مدل سازی تک فازی استفاده شده لذا تمامی روابطی که مربوط به خواص فیزیکی نانوسیال نظیر چگالی، ضریب هدایت حرارتی، لزجت و گرمای ویژه و ضریب انبساط از روش تک فازی محاسبه شده اند. که در ادامه به انواع روش هایی که در محاسبه آنها استفاده شده پرداخته خواهد شد [۲۷].

۲-۳-۱-۱ چگالی

استفاده از قانون مخلوطها برای محاسبه چگالی مسئله ای مرسوم میان تمامی محققان است. چگالی نانوسیال با افزایش دما کاهش می یابد، علت این مسئله را می توان طبق نظریه بوزینسک^۱ مورد تحلیل قرارداد. بوزینسک ثابت کرد که چگالی با دما رابطه ای خطی دارد و چگالی سیال پایه با افزایش دما کاهش پیدا خواهد کرد، بدین صورت تمامی مخلوطها تحت تأثیر این کاهش قرار خواهند گرفت و نتیجه خواهد شد که چگالی نانوسیال با افزایش دما کاهش می یابد. اثرات چگالی را می توان بر رسوب کردن و ته نشین شدن ذرات معلق، بخصوص ذرات معلق فلزی مورد بررسی قرارداد. گرادیان چگالی بین ذرات و اختلاف دمای سیال از مهم ترین عوامل اختلاط طبیعی مخلوطها هستند. نوسانات چگالی موضعی، حفره هایی بر سیال ایجاد می کند و از این طریق باعث حرکت مولکولها و ترکیب آنها خواهند گشت. برای چگالی نانوسیالات، مقادیر ثابت مستقل از دما بر اساس کسر حجمی نانوذرات به طریقه ی زیر پیشنهاد شده است [۲۸].

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (1-2)$$

¹ Boussinesq

که در اینجا زیرنویس‌های f و S نمایانگر سیال پایه و نانوذره و φ و ρ به ترتیب نشانگر کسر حجمی نانوذرات و چگالی می‌باشند. در پژوهش حاضر برای محاسبه چگالی نانوسیال از رابطه (۲-۱) استفاده شده است.

۲-۱-۳-۲ ظرفیت گرمایی ویژه

ظرفیت گرمایی ویژه معادل مقدار گرمایی است که لازم است مقدار مشخص از ماده‌ای دریافت کند تا دمای آن یک واحد افزایش یابد این مقدار مشخص معمولاً یک گرم است. گرمای ویژه نانوسیالات در مقایسه با سیال خالص مقدار کمتری دارد. برای گرمای ویژه‌ی نانوسیالات، مقادیر ثابت مستقل از دما بر اساس کسر حجمی نانوذرات توسط رابطه ژان و روتزل [۲۹] به صورت معادله (۲-۲) بیان شده است.

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s \quad (2-2)$$

معادله دیگری هم توسط پاک و چو [۳۰] بیان شده است که به صورت رابطه (۲-۱) است.

$$(c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(c_p)_f + \varphi(c_p)_s \quad (3-2)$$

در پژوهش حاضر از رابطه (۲-۲) برای محاسبه ظرفیت گرمایی ویژه استفاده شده است. در تمامی روابط ذکر شده c_p نمایانگر ظرفیت گرمایی ویژه است.

۲-۱-۳-۲ لزجت دینامیکی

گرانروی نانوسیال صاحب رابطه‌ای غیرخطی با غلظت نانوذره‌ها است. برای محاسبه گرانروی رابطه‌های زیادی وجود دارد که در ادامه به بعضی از آن‌ها اشاره شده است.

مدل انیشتین [۳۱] یکی از قدیمی‌ترین روابطی است که برای تعیین لزجت نانوسیال استفاده شده است. این رابطه برای غلظت‌های حجمی کمتر از ۲ درصد کارایی دارد که به شرح زیر است:

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 2.5\varphi) \quad (4-2)$$

مدل برینکمن^۱ که برای ذرات جامد کروی و غلظت ذرات در حد متوسط کارایی دارد که در پژوهش حاضر از آن استفاده شده است که به طریقه زیر پیشنهاد شده است [۲۸].

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (۵-۲)$$

بچلر [۳۲] از اثرات حرکت براوانی با در نظر گرفتن فرضیات محیط همسان گرد و ذره‌های کروی نانوذرات استفاده کرد و آن را به رابطه انیشتین افزود و رابطه (۶-۲) را پیشنهاد داد.

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 2.5\varphi + 6.5\varphi^2) \quad (۶-۲)$$

وانگ و همکارانش [۳۳] نیز مدل زیر را برای محاسبه گرانروی پیشنهاد دادند:

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 2.5\varphi + 6.5\varphi^2) \quad (۷-۲)$$

در تمامی روابط ذکر شده μ نمایانگر لزجت دینامیکی است.

۲-۳-۱-۴ ضریب هدایت حرارتی

از جمله موارد مؤثر بر ضریب هدایت حرارتی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- جنس نانوذرات
- جنس سیال پایه: درصد افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیالی که از سیال پایه ضعیف‌تر ساخته شده است بیشتر می‌باشد. این مسئله مطلوب است، زیرا افزایش ضریب هدایت حرارتی در سیالی با ضریب هدایت حرارتی پایین و کوچک مدنظر است.
- اندازه نانوذرات: طبق آزمایشات انجام شده اندازه نانوذرات، با توجه به نوع نانوسیال تأثیر متفاوتی بر ضریب هدایت حرارتی نانوسیال دارد. ضریب هدایت حرارتی نانوسیال با کاهش اندازه نانوذرات افزایش می‌یابد.

^۱ Brinkman

- شکل نانوذرات: نتایج تحقیقات صورت گرفته بیانگر آن است که نانوذرات به شکل استوانه‌ای و یا باریک نسبت به نانوذرات کروی، تأثیر بیشتری برافزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال دارند.
- دما: نتایج تمامی آزمایشات صورت گرفته حاکی از آن است که افزایش دما باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی است.
- کسر حجمی نانوذرات: با توجه به نتایج تجربی، ضریب هدایت حرارتی نانوسیال با افزایش درصد حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد.

مدل ماکسول [۳۴] برای مخلوط‌هایی کارایی دارد که ذرات جامد در آن‌ها تقریباً بزرگ و از غلظت‌های پایین جامد برخوردار هستند. با توجه به اثرات مؤثر بر ضریب هدایت حرارتی که در بالا ذکر شده است. این مدل‌سازی در کسرهای حجمی پایین و با در نظر گرفتن شکل کروی و اندازه یکسان برای ذرات بیان گردیده است، در این پژوهش از این مدل‌سازی استفاده شده است.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (۸-۲)$$

همچنین همیلتون و کرامر [۳۵] مدل ماکسول را با در نظر گرفتن شکل ذرات مطابق زیر تغییر دادند.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f + (n-1)\varphi(k_f - k_s)}{k_s + (n-1)k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (۹-۲)$$

که $n = \frac{3}{\psi}$ ضریب شکل تجربی است و ψ بیانگر کرویت ذره و برای ذرات کروی و استوانه‌ای به ترتیب برابر ۱ و ۰/۵ در نظر گرفته خواهد شد. در روابط k_f و k_s به ترتیب ضریب رسانش سیال پایه و نانوذره است.

۲-۳-۱-۵ ضریب انبساط حجمی

ضریب انبساط حجمی با میانگین‌گیری خطی به صورت زیر محاسبه خواهد شد [۲۹].

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \quad (10-2)$$

که در آن β_f و β_s به ترتیب ضریب انبساط حجمی نانوذرات و سیال پایه است.

۲-۴- معرفی جدول کاربردی نانوسیالات:

در این بخش جدول مربوط به خواص ترموفیزیکی نانوسیال و سیال پایه‌ای که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته شده است ارائه می‌شود. با توجه به اینکه نانوذره مورد استفاده در این پژوهش مس می‌باشد. جدول ۱-۲ بیانگر خواص ترموفیزیکی آب خالص و نانوذره مس است [۳۶].

جدول ۱-۲: خواص ترموفیزیکی آب و نانوذره مس

Cu	سیال پایه (آب)	خواص ترموفیزیکی
۸۹۳۳	۹۹۷/۱	$\rho \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$
۳۸۵	۴۱۷۹	$c_p \left(\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right)$
۴۰۰	۰/۶۱۳	$K \left(\frac{\text{W}}{\text{m K}} \right)$
۱/۶۷	۲۱	$\beta \times 10^{-5} (\text{K}^{-1})$

۲-۱- محیط متخلخل

محیط متخلخل^۱ یا ماده متخلخل^۲ ماده‌ای است که دارای منافذ^۳ است. منافذ معمولاً با سیال (مایع یا گاز) پر می‌شوند. کالبد محیط متخلخل معمولاً یک جامد است اما ساختارهایی مانند فوم‌ها نیز به‌عنوان ماده متخلخل استفاده می‌شوند. محیط متخلخل با تخلخل آن^۴ شناخته می‌شود. دیگر خواص مواد متخلخل برای مثال نفوذپذیری^۵، مقاومت کششی^۶ و رسانش الکتریکی^۷ گاهی می‌توانند از خواص مربوط به مواد تشکیل‌دهنده‌اش (شبکه جامد و سیال)، تخلخل ماده و ساختار منافذ ناشی شوند.

۲-۱-۱- تخلخل

این پارامتر معیاری برای تشخیص اندازه‌ی خلل و فرج موجود در محیط متخلخل می‌باشد و به‌صورت نسبت حجم منافذ و سوراخ‌های موجود در ماده به حجم کل آن می‌باشد. این کمیت با عنوان تخلخل کامل نیز شناخته می‌شود. عبارت دیگری در همین زمینه به نام تخلخل مؤثر نیز ارائه شده است که فقط محدود به فضایی از محیط متخلخل می‌شود که در آن جریان وجود دارد. روش‌های بسیار زیادی در مطالعات مربوط به این مبحث برای تعیین مقادیر تخلخل کامل و تخلخل مؤثر وجود دارد که در بخش تاریخچه به قسمتی از آن‌ها اشاره می‌شود [۲۶].

۲-۱-۲ نفوذپذیری

خاصیتی است که به سیال اجازه عبور و مرور از محیط متخلخل را می‌دهد. با افزایش این کمیت عبور سیال از این محیط آسان‌تر خواهد شد، ضمناً این کمیت مستقل از چگالی سیال است. نفوذپذیری را در مطالعات آزمایشگاهی به دو صورت در نظر می‌گیرند: الف) نفوذپذیری نسبی ب) نفوذپذیری مطلق

¹ Porous medium

² Porous material

³ Voids

⁵ Porosity

⁶ Permeability

⁷ Tensile Strength

⁸ Electrical Conductivity

۲-۷-۲-۱ نفوذپذیری نسبی

مطالعات آزمایشگاهی نشان داده‌اند که نفوذپذیری نسبی هر سیالی تابعی از درجه اشباع سیال و خصوصیات تر شوندگی است؛ بنابراین باید برای بیان نفوذپذیری مؤثر هر سیال خاص در یک محیط متخلخل معین، مقدار درجه اشباع هر سیال بیان می‌گردد. معمولاً داده‌های آزمایشگاهی خلاصه و به صورت نفوذپذیری نسبی گزارش می‌شوند [۳۷].

۲-۷-۲-۲ نفوذپذیری مطلق

نفوذپذیری مطلق خاصیتی از محیط متخلخل و برآوردی از ظرفیت محیط برای انتقال سیالات مختلف است. زمانی که دو یا چند جریان سیال در یک زمان در محیط وجود دارند، نفوذپذیری نسبی هر فاز در یک درجه اشباع مشخص نسبتی از نفوذپذیری مؤثر آن فاز سیال به نفوذپذیری مطلق است [۳۷].

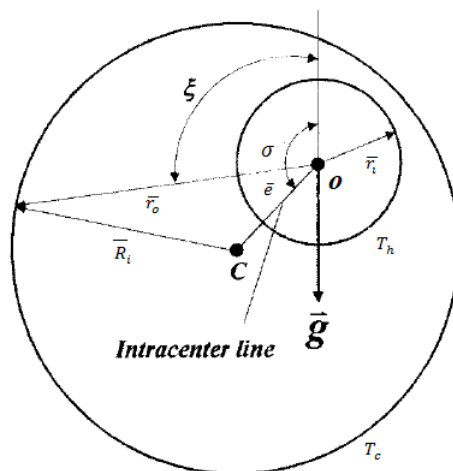
۲-۱-۳ کاربردهای محیط متخلخل

محیط متخلخل و بررسی پدیده انتقال در آن جایگاه ویژه‌ای در فناوری و صنعت دارد. این اهمیت باعث شده که در سال‌های اخیر محققان توجهی ویژه به بررسی کمیت‌های تأثیرگذار بر انتقال حرارت در محیط‌های متخلخل داشته باشند. به عنوان مثال کاربردی در زمینه استفاده از محیط متخلخل، می‌توان به مبدل‌های زیرزمینی برای ذخیره انرژی، بازیابی و کنترل دمای راکتورها، خنک کاری قطعات الکترونیکی، عایق‌های حرارتی، فرآیند فیلتراسیون، مبدل‌های حرارتی، خنک کاری تجهیزات الکترونیکی و کلکتورهای خورشیدی اشاره کرد. وجود مباحثی چون فیلتراسیون، آکوستیک، احتراق و عایق‌های حرارتی در محیط متخلخل سبب شده، بررسی و شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت در محیط متخلخل بیش از پیش مورد توجه محققان زمینه هوا فضا قرار گیرد [۳۷]. در پژوهش حاضر برای اعمال محیط متخلخل از مدل داری در معادله حرکت استفاده شده است که در فصل آینده چگونگی اعمال آن به تفصیل بیان خواهد گشت.

فصل ۳ معرفی مسئله، معادلات حاکم

۳-۱- تعریف هندسه مسئله

مطابق (شکل ۳-۱) یک حلقه دوعبده غیر هم‌مرکز با محیطی متخلخل که با نانوسیال تراکم ناپذیر پر شده در نظر گرفته می‌شود. حلقه داخلی دارای مرکز C و شعاع r_i و حلقه خارجی دارای مرکز O و شعاع r_o می‌باشد. دمای جداره داخلی با نماد T_h و دمای جداره خارجی با نماد T_c نمایش داده شده است.



شکل ۳-۱: شماتیک مدل فیزیکی

۳-۲- فرضیات مسئله و معادلات حاکم

معادلات پیوستگی، حرکت و انرژی برای حلقه دویعدی غیر هم‌مرکز با محیط متخلخل که با نانوسیال پر شده است در ادامه به دست خواهند آمد که برای به دست آوردن آن‌ها از فرضیات زیر استفاده شده است:

- نانوسیال تراکم ناپذیر است.
- از خواص مؤثر نانوسیال استفاده شده است.
- برای محاسبه چگالی از تقریب بوزینسک استفاده شده است.
- سرعت داری از رابطه $v_D = \varepsilon v$ تبعیت خواهد کرد.
- در محاسبه ضریب هدایت حرارتی و لزجت نانوسیال از مدلسازی‌های ماکسول و بریکمن بهره برده شده است.

۳-۲-۱ معادله پیوستگی

معادله پیوستگی در مختصات استوانه‌ای به صورت غیربقایی به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{\partial(\bar{r}\bar{v}_r)}{\partial\bar{r}} + \frac{\partial\bar{v}_\theta}{\partial\theta} = 0 \quad (1-3)$$

که در اینجا \bar{r} بیانگر شعاع بعددار، \bar{v}_r سرعت در جهت شعاعی بعددار و \bar{v}_θ سرعت در جهت زاویه‌ای بعددار است.

۳-۲-۲ معادلات حرکت

با استفاده از تعریف زیر معادلات حرکت در مختصات استوانه‌ای به شکل غیر بقایی به شکل زیر است:

$$\rho_f \left(\bar{v}_r \frac{\partial\bar{v}_r}{\partial\bar{r}} + \frac{\bar{v}_\theta}{\bar{r}} \frac{\partial\bar{v}_r}{\partial\theta} - \frac{\bar{v}_\theta^2}{\bar{r}} \right) = -\frac{\partial p}{\partial\bar{r}} + \mu \left(\frac{1}{\bar{r}} \bar{v}_r + \frac{\partial\bar{v}_r}{\partial\bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2\bar{v}_r}{\partial\theta^2} - \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial\bar{v}_\theta^2}{\partial\theta} \right) + F_r \quad (2-3)$$

$$\rho_f \left(\bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}_\theta}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} - \frac{\bar{v}_\theta^2}{\bar{r}} \right) \quad (3-3)$$

$$= -\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{1}{\bar{r}} \bar{v}_\theta + \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{v}_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} \right) + F_\theta$$

که در روابط فوق F_θ و F_r عبارتند از:

$$F_\theta = -\rho_f g \beta \Delta T \sin \theta \quad (4-3)$$

$$F_r = -\rho_f g \beta \Delta T \cos \theta$$

ΔT بیانگر اختلاف دمای بعددار دیواره داخلی و خارجی و β ضریب انبساط حجمی و p نماد فشار است.

۳-۲-۳ معادلات تابع جریان و تاوایی

در حالت کلی تابع جریان طبق رابطه (۵-۳) و تاوایی با رابطه (۶-۳) تعریف می‌شوند.

$$\bar{v}_r = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta}, \bar{v}_\theta = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{r}} \quad (5-3)$$

که در اینجا $\bar{\psi}$ نماد تابع جریان بعددار است.

$$\bar{\omega} = -\nabla^2 \bar{\psi} \quad (6-3)$$

که در اینجا $\bar{\omega}$ نماد ورتیسیتته بعددار است.

اگر معادله (۲-۳) را در $\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}}$ و معادله (۳-۳) را در $\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \theta}$ ضرب شوند معادلات (۷-۳) و (۸-۳) ایجاد خواهند گشت.

$$\rho_f \bar{v}_r \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial^2 \bar{v}_r}{\partial \bar{r} \partial \theta} \right)$$

$$+ \rho_f \bar{v}_\theta \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{v}_r}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial^2 \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r} \partial \theta} \right) \quad (7-3)$$

$$= \frac{2\mu}{\bar{r}} \frac{\partial^2 \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}^2} + \mu \frac{\partial^3 \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}^3} - \frac{\mu}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} + \frac{\mu}{\bar{r}^3} \bar{v}_\theta + \frac{\mu}{\bar{r}^3} \frac{\partial^2 \bar{v}_\theta}{\partial \theta^2}$$

$$+ \frac{\mu}{\bar{r}^2} \frac{\partial^3 \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r} \partial \theta^2} - \frac{\mu}{\bar{r}^3} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} + \frac{\mu}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{v}_r}{\partial \bar{r} \partial \theta}$$

$$\begin{aligned} \rho_f \left(\frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \theta} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} \right) \\ = -\frac{\mu}{\bar{r}} \frac{\partial^3 \bar{v}_r}{\partial \bar{r}^2 \partial \theta} - \frac{\mu}{\bar{r}^3} \frac{\partial^3 \bar{v}_r}{\partial \theta^3} - \rho g \beta \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (۸-۳)$$

سپس با در نظر گرفتن روابط (۳-۶)، (۳-۹) و (۳-۱۰) و استفاده از آن‌ها جهت ساده‌سازی و کم کردن روابط (۳-۷) و (۳-۸) معادله (۳-۱۱) با نام معادله پخشی - انتقالی تاوایی به دست می‌آید.

$$\bar{\omega} = \frac{1}{\bar{r}} \bar{v}_\theta + \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} \quad (۹-۳)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{\omega} &= \frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial \theta^2} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial \bar{r}^2} \left(\frac{1}{\bar{r}} \bar{v}_\theta + \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} \right) \\ &\quad + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\frac{1}{\bar{r}} \bar{v}_\theta + \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (۱۰-۳)$$

$$\rho_f \left[\bar{v}_r \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{v}_\theta}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \theta} \right] = \mu \nabla^2 \bar{\omega} - \rho g \beta \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \quad (۱۱-۳)$$

با استفاده از رابطه (۳-۵) معادله (۳-۱۱) را به صورت ناپایا با زمان می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \theta} = \nu \nabla^2 \bar{\omega} - g \beta \left[\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] \quad (۱۲-۳)$$

در این معادله t بیانگر زمان بعددار و T بیانگر دمای بعددار است.

صورت کلی معادله (۳-۱۲) با در نظر گرفتن مدل ماکسول و برینکمن جهت افزودن عبارت نانوسیال و استفاده از مدل داری برای افزودن محیط متخلخل به سیال خالص در مراجع به صورت زیر بیان گردیده است [۳۴].

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{nf}}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} + \frac{\rho_{nf}}{\varepsilon^2} \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \theta} \right) \\ = \bar{\mu} \nabla^2 \bar{\omega} - \rho_{nf} g \beta_{nf} \left[\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}} \cos \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right] - \frac{\mu_{nf}}{K_p} \bar{\omega} \end{aligned} \quad (۳-۱۳)$$

که در رابطه بالا، n_f بیانگر نانوسیال، ε بیانگر ضریب تخلخل، μ بیانگر لزجت، $\bar{\mu}$ بیانگر لزجت مؤثر (نسبت لزجت به ضریب تخلخل)، ρ بیانگر چگالی، β بیانگر ضریب انبساط حجمی، $\bar{\omega}$ تاوایی بعددار و K_p بیانگر نفوذپذیری محیط متخلخل می باشد.

۳-۲-۴ معادله انرژی

حالت کلی معادله انرژی در مختصات استوانه‌ای و به شکل غیر بقایی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{v}_r \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}} \bar{v}_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta} = \alpha \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (۳-۱۴)$$

با الهام گرفتن از رابطه (۳-۵) و قرار دادن آن در معادله (۳-۱۴) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \alpha \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (۳-۱۵)$$

صورت کلی معادله (۳-۱۴) با در نظر گرفتن مدل ماکسول و برینکمن جهت افزودن عبارت نانوسیال در مراجع به صورت زیر بیان گردیده است [۳۴].

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta} \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{r}} \frac{\partial T}{\partial \theta} = \alpha_{nf} \left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial T}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (۳-۱۶)$$

برای ساده‌تر شدن معادلات پیوستگی، حرکت و انرژی تعریف کمیت‌های بدون بعد و همچنین فرضیات ساده‌کننده ضروری می‌باشد. در این قسمت کمیت‌های بدون بعد مهم آورده شده است.

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{\bar{r}}{L} & v &= \frac{\bar{v}}{\alpha_f} l & \tau &= \frac{t\alpha_f}{l^2} & r_o &= \frac{\bar{r}_o}{L} \\
 u &= \frac{\bar{u}}{\alpha_f} l & \psi &= \frac{\bar{\psi}}{\alpha_f} & \omega &= \frac{\bar{\omega}}{\alpha_f} & r_i &= \frac{\bar{r}_i}{L} \\
 \theta &= \frac{T-T_c}{T_h-T_c} & Ra &= \frac{\rho g \beta_f l^3 (T_h-T_c)}{\alpha_f \mu_f} & Da &= \frac{k_p}{l^2} & Pr &= \frac{\nu_f}{\alpha_f} \\
 l &= \bar{r}_o - \bar{r}_i & e &= \frac{\bar{e}}{l}
 \end{aligned}
 \tag{۱۷-۳}$$

که در روابط فوق f ، τ ، ω ، ψ و T ترتیب بیانگر سیال پایه، زمان بدون بعد، تلاوایی بدون بعد، تابع جریان بدون بعد و دمای بدون بعد می‌باشند. همچنین در اینجا Ra بیانگر عدد بدون بعد رایلی، Da بیانگر عدد دارسی، Pr بیانگر عدد پرانتل و ν بیانگر لزجت سینماتیکی و e نماد نسبت خروج از مرکز بدون بعد می‌باشد. معادلات (۱-۳)، (۳-۶)، (۳-۱۳) و (۳-۱۶) پس از بی‌بعدسازی به صورت روابط زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0 \tag{۱۸-۳}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = -\omega \tag{۱۹-۳}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} \right) = \frac{Pr}{(1-\varphi)^{2.5} \left[(1-\varphi) + \frac{\varphi \rho_s}{\rho_f} \right]} \cdot \nabla^2 \omega \tag{۲۰-۳}$$

$$-\varepsilon \text{Pr Ra} \frac{(1-\varphi) + \varphi\beta_s/\beta_f}{\left[(1-\varphi) + \frac{\varphi\rho_s}{\rho_f}\right]} \left[\sin\theta \frac{\partial\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \cos\theta \frac{\partial\theta}{\partial\theta} \right]$$

$$= \frac{\varepsilon\omega}{\text{Da}(1-\varphi)^{2.5} \left[(1-\varphi) + \frac{\varphi\rho_s}{\rho_f}\right]}$$

در رابطه فوق، ε بیانگر ضریب تخلخل، φ نماد کسر حجمی نانوذرات، $\beta_f, \beta_s, \rho_f, \rho_s$ به ترتیب بیانگر چگالی نانوذره، چگالی سیال خالص، ضریب انبساط حجمی نانوذره و ضریب انبساط حجمی سیال خالص هستند.

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial\theta} \frac{\partial\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial r} \frac{\partial\theta}{\partial\theta}$$

$$= \frac{k_{nf}/k_f}{(1-\varphi) + \varphi(\rho c_p)_s/(\rho c_p)_f} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial\theta}{\partial r} + \frac{\partial^2\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\theta}{\partial\theta^2} \right) \quad (21-3)$$

در معادله فوق $k_f, k_{nf}, c_{pf}, c_{ps}$ به ترتیب بیانگر ضریب هدایت حرارتی نانوذره، ضریب هدایت حرارتی سیال خالص، ظرفیت گرمایی ویژه سیال خالص و ظرفیت گرمایی ویژه نانوذره است.

۳-۳- تغییر مختصات معادلات دیفرانسیل حاکم

ایجاد شبکه‌ای با فواصل یکنواخت در قلمرو فیزیکی مستطیلی، تمرینی ساده به شمار می‌رود. در این روش، شبکه بر مرزهای قلمرو فیزیکی منطبق خواهد شد که در نتیجه تعریف شرایط مرزی امری نسبتاً ساده است. متأسفانه، بیشتر قلمروهای فیزیکی غیر مستطیلی هستند؛ بنابراین، اعمال قلمرو محاسباتی مستطیلی شکل بر چنین قلمروهای فیزیکی به نوعی میانجی‌گری برای اعمال شرایط مرزی نیاز دارد. از آنجائی که شرایط مرزی نقشی کلیدی در حل معادلات دارند، چنین میانجی‌گرایی، خطاهایی را در نقاط با بیشترین حساسیت‌ها سبب می‌شود. برای غلبه بر این مشکلات، قلمرو فیزیکی را به قلمرو محاسباتی مستطیلی یکنواختی انتقال می‌یابد. باید دانست که قلمرو محاسباتی با تغییر شکل قلمرو فیزیکی به دست می‌آید، یعنی با پیچیدن، کشیدن و ... قلمرو محاسباتی جدید حاصل می‌شود. اصولاً روش‌های زیر برای تولید شبکه‌سازی معرفی می‌گردد؛ که عبارت‌اند از:

الف) شبکه‌سازی به روش جبری ب) شبکه‌سازی با استفاده از معادلات دیفرانسیل ج) شبکه‌سازی با استفاده از اعداد مختلط و نگاشت همدیس در پژوهش حاضر از روش جبری برای تولید شبکه استفاده شده است. بزرگ‌ترین حسن این روش، سرعت شبکه‌سازی است. در این روش از یک معادله جبری برای ایجاد ارتباط بین نقاط شبکه در قلمرو محاسباتی و نقاط نظیر در قلمرو فیزیکی استفاده می‌شود [۳۸].

۳-۳-۱ روش جبری شبکه‌سازی

ساده‌ترین روش تولید شبکه روش جبری است. بزرگ‌ترین حسن این روش سرعت بالای شبکه‌سازی است. در این روش از یک معادله جبری برای ایجاد ارتباط بین نقاط شبکه در قلمرو محاسباتی و نقاط نظیر در قلمرو فیزیکی استفاده می‌شود. این هدف با به‌کارگیری یک روش میانمایی برای ایجاد نقاط داخلی شبکه از نقاط مرزی معلوم حاصل می‌شود. بدیهی است که معادلات جبری مختلفی را می‌توان برای این منظور به‌کاربرد. با معرفی روابط جبری زیر، قلمرو غیر مستطیلی فیزیکی به یک قلمرو مستطیلی تبدیل می‌شود [۳۸].

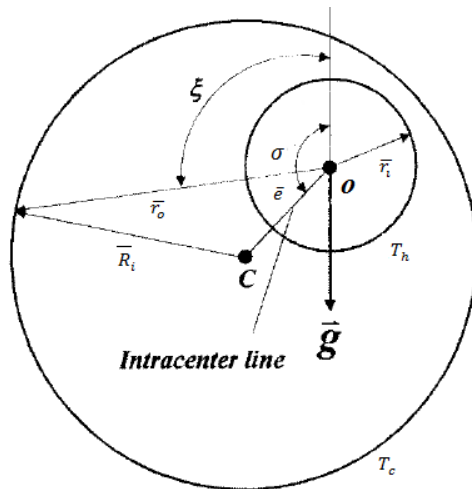
$$\xi = \theta \quad (22-3)$$

$$\eta = \frac{r - r_i}{-r_i + R_i} \quad (23-3)$$

R_i فاصله مرکز دایره کوچک‌تر تا دایره بزرگ‌تر است. که این فاصله از طریق رابطه (۳-۲۴) محاسبه خواهد شد.

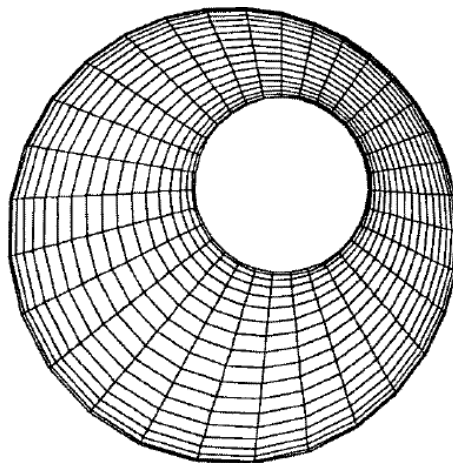
$$R_i = -e \cos(\xi - \sigma) + \sqrt{-(e \sin(\xi - \sigma))^2 + r_0^2} \quad (24-3)$$

قلمرو فیزیکی مسئله مطابق شکل ۲-۳ در نظر گرفته می شود.



شکل ۲-۳: قلمرو فیزیکی مسئله

شکل ۳-۳ قلمرو شبکه بندی و فیزیکی را نشان می دهد. در قلمرو فیزیکی و محاسباتی تعداد نقاط شبکه با IM (تعداد ماکزیمم نقاط در امتداد r و η) و JM (تعداد ماکزیمم نقاط در امتداد θ و ξ) مشخص می شود.



شکل ۳-۳: یک قلمرو فیزیکی دو بعدی برای حلقه غیر هم مرکز

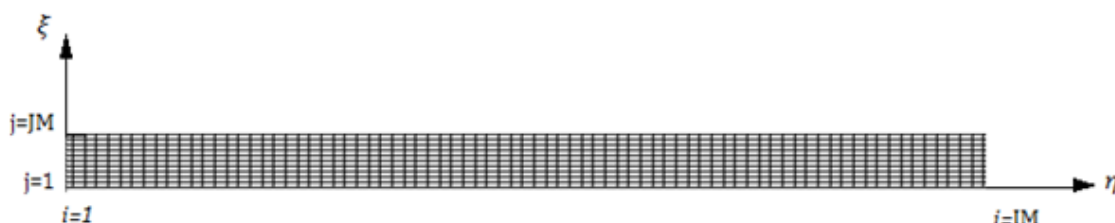
در قلمرو محاسباتی فواصل بین نقاط مساوی و به صورت روابط (۲۵-۳) و (۲۶-۳) تعریف می شود.

$$\Delta\xi = \frac{2\pi}{JM}$$

(۲۵-۳)

$$\Delta\eta = \frac{1}{IM - 1} \quad (26-3)$$

فواصل هندسی با طول مساوی که در معادلات (۲۵-۳) و (۲۶-۳) تعریف شده، قلمرو محاسباتی یکنواختی را می‌سازد. در شکل ۴-۳ قلمرو محاسباتی نشان داده شده است.



شکل ۴-۳: قلمرو محاسباتی

برای تبدیل قلمرو محاسباتی به قلمرو فیزیکی از نگاشت زیر استفاده خواهد شد:

$$X = r_{i,j} \sin\theta_{i,j} \quad (27-3)$$

$$Y = r_{i,j} \cos\theta_{i,j} \quad (28-3)$$

بنابراین معادلات (۱۹-۳)، (۲۰-۳) و (۲۱-۳) که در بالا بیان شد به مختصات ξ و η انتقال می‌یابد:

$$\left[\left(\frac{\partial\eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial\eta}{\partial \xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial\eta}{\partial \xi} \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta\partial\xi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial\eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2} \right) \frac{\partial\psi}{\partial\eta} = -\omega \quad (29-3)$$

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{1}{r} \frac{\partial\eta}{\partial r} \left(\frac{\partial\psi}{\partial\xi} \frac{\partial\omega}{\partial\eta} - \frac{\partial\psi}{\partial\eta} \frac{\partial\omega}{\partial\xi} \right) = \frac{\text{Pr}}{(1-\varphi)^{2.5} [(1-\varphi) + \varphi\rho_s/\rho_f]} \quad (30-3)$$

$$\times \left\{ \left[\left(\frac{\partial\eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial\eta}{\partial \xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2\omega}{\partial\eta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial\eta}{\partial \xi} \frac{\partial^2\omega}{\partial\eta\partial\xi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\omega}{\partial\xi^2} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right) \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \Big\} - \text{Pr. Ra. } \varepsilon \frac{(1 - \varphi) + \varphi \beta_s / \beta_f}{[(1 - \varphi) + \varphi \rho_s / \rho_f]} \\
& \times \left[\sin(\xi) \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{\cos(\xi)}{r} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \right] \\
& \quad \frac{\varepsilon \cdot \omega}{\text{Da. } (1 - \varphi)^{2.5} \left[(1 - \varphi) + \frac{\varphi \rho_s}{\rho_f} \right]}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = \frac{k_{nf}/k_f}{(1 - \varphi) + \varphi (\rho c_p)_s / (\rho c_p)_f}$$

$$\times \left\{ \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \xi} \right. \quad (31-3)$$

$$\left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right\}$$

در روابط بالا کمیت سرعت در دستگاه مختصات تبدیل یافته از روابط زیر به دست آمده که مستقیماً در معادلات قرار گرفته است:

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) \quad (32-3)$$

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = -\left(\frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) \quad (33-3)$$

قبل از حل معادله‌های تبدیل شده، ابتدا متریک‌ها^۱ محاسبه خواهند گشت. در بیشتر مدل‌های جبری

متریک‌ها را می‌توان به صورت تحلیلی محاسبه کرد که به صورت زیر محاسبه خواهند گشت:

^۱ Metrics

$$\eta_r = \frac{1}{-r_i + R_i}, \quad \eta_{rr} = 0 \quad (34-3)$$

$$\eta_\xi = -\frac{e \sin(\xi - \sigma)(r - r_i) \left(1 - \frac{e \cos(\xi - \sigma)}{\sqrt{-e^2 \sin^2(\xi - \sigma) + r_o^2}}\right)}{e \cos(\xi - \sigma) + r_i - \sqrt{-e^2 \sin^2(\xi - \sigma) + r_o^2}} \quad (35-3)$$

$$\eta_{\xi\xi} = \frac{(r - r_i)a - bc}{d} \quad (36-3)$$

که مقادیر a ، b ، c و d عبارتند از :

$$a = \left(2e \sin(\xi - \sigma) - \frac{e^2 \sin(2(\xi - \sigma))}{2\sqrt{-e^2 \sin^2(\xi - \sigma) + r_o^2}}\right)^2$$

$$b = e \left(\cos(\xi - \sigma) - \frac{e \sin(\xi - \sigma)^2 (e^2 - r_o^2)}{\sqrt{(-e^2 \sin^2(\xi - \sigma) + r_o^2)^3}} \right)$$

$$c = e \left(\cos(\xi - \sigma) - \frac{e \sin(\xi - \sigma)^2 (e^2 - r_o^2)}{\sqrt{(-e^2 \sin^2(\xi - \sigma) + r_o^2)^3}} \right)$$

$$d = \left(-e \cos(\xi - \sigma) - r_i + \sqrt{-e^2 \sin^2(\xi - \sigma) + r_o^2}\right)^3$$

۲-۳-۳ روش شبکه‌سازی با معادلات دیفرانسیل

روش شبکه‌سازی، روش مبتنی بر معادله‌ی دیفرانسیل پاره‌ای است. در این روش یک دستگاه معادله‌ی دیفرانسیل پاره‌ای حل می‌شود تا نقاط شبکه در فضایی فیزیکی به دست آید. درحالی‌که فضای محاسباتی یک شبکه‌ی مستطیلی با فواصل یکنواخت است. گفتنی است که شکل و نوع معادلات تبدیل یافته، مانند معادله دیفرانسیل پاره‌ای اولیه باقی می‌ماند؛ یعنی اگر معادله اولیه سهموی است، معادله

تبدیل یافته نیز سهموی است [۳۸]. روابط زیر بین فضای فیزیکی و فضای محاسباتی به شرح زیر بیان خواهند گشت:

$$\xi = \xi(\theta) \quad (۳۷-۳)$$

$$\eta = \eta(r, \theta) \quad (۳۸-۳)$$

قانون زنجیره‌ای برای مشتق‌های اول پاره‌ای به صورت رابطه (۳۹-۳) و (۴۰-۳) است:

$$\frac{\partial}{\partial r} = \xi_r \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (۳۹-۳)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \xi_\theta \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_\theta \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (۴۰-۳)$$

با توجه به روابط (۳۷-۳) و (۳۸-۳) روابط (۳۹-۳) و (۴۰-۳) به صورت زیر تغییر می‌کنند.

$$\frac{\partial}{\partial r} = \eta_r \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (۴۱-۳)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \xi_\theta \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_\theta \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (۴۲-۳)$$

تابعی همچون f را در نظر داشته باشید. برای به دست آوردن مشتق مرتبه‌ی دوم نسبت به r عملیات ریاضی زیر انجام می‌شود. دقت شود که f می‌تواند شامل ω, θ, ψ باشد.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial f}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} (\xi_r f_\xi + \eta_r f_\eta) = \left(\xi_r \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \\
&= \xi_r^2 f_{\xi\xi} + \xi_r f_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi_r) + \xi_r \eta_r f_{\xi\eta} + \xi_r f_\eta \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi_r) + \eta_r \xi_r f_{\xi\eta} \\
&+ \eta_r f_\xi \frac{\partial}{\partial \eta} (\xi_r) + \eta_r^2 f_{\eta\eta} + \eta_r f_\eta \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta_r)
\end{aligned} \tag{۴۳-۳}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} (\xi_\theta f_\xi + \eta_\theta f_\eta) = \left(\xi_r \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_r \frac{\partial}{\partial \eta} \right) (\xi_\theta f_\xi + \eta_\theta f_\eta) \\
&= \xi_\theta^2 f_{\xi\xi} + \xi_\theta f_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi_\theta) + \xi_\theta \eta_\theta f_{\xi\eta} + \xi_\theta f_\eta \frac{\partial}{\partial \xi} (\eta_\theta) \\
&+ \eta_\theta \xi_\theta f_{\xi\eta} + \eta_\theta f_\xi \frac{\partial}{\partial \eta} (\xi_\theta) + \eta_\theta^2 f_{\eta\eta} + \eta_\theta f_\eta \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta_\theta)
\end{aligned} \tag{۴۴-۳}$$

با توجه به روابط (۳۷-۳) و (۳۸-۳) روابط (۴۳-۳) و (۴۴-۳) به صورت زیر تغییر می کنند.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \left(\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \tag{۴۵-۳}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \tag{۴۶-۳}$$

۳-۱- شرایط مرزی

شرایط اولیه و شرایط مرزی برای یک حلقه دوبعدی غیر هم‌مرکز با محیطی متخلخل که با نانوسیال تراکم ناپذیر پر شده است در حالت بعد دار به صورت زیر خواهد بود:

$$\eta = 0, T = T_h, \bar{\psi} = 0, \bar{\omega} = \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial \bar{r}} \right)^2 + \frac{1}{\bar{r}^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta^2} + \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta \partial \xi} \quad (۴۷-۳)$$

$$\eta = 1, T = T_c, \bar{\psi} = 0, \bar{\omega} = \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial \bar{r}} \right)^2 + \frac{1}{\bar{r}^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta^2} + \frac{2}{\bar{r}^2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \eta \partial \xi}$$

با اعمال بی بعدسازی بر رابطه (۴۷-۳) رابطه (۴۸-۳) حاصل می‌آید که به شرح زیر است:

$$\eta = 0, \theta = 1, \psi = 0, \omega = \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta \partial \xi} \quad (۴۸-۳)$$

$$\eta = 1, \theta = 0, \psi = 0, \omega = \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta \partial \xi}$$

همچنین در نقاط $\xi = 0$ و $\xi = 2\pi$ برای محاسبه شرایط مرزی دمای بی بعد از روش زیر استفاده شده است:

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{i,j=1} \right) = \frac{\theta_{i,2} - \theta_{i,1}}{\Delta \xi} \quad (۴۹-۳)$$

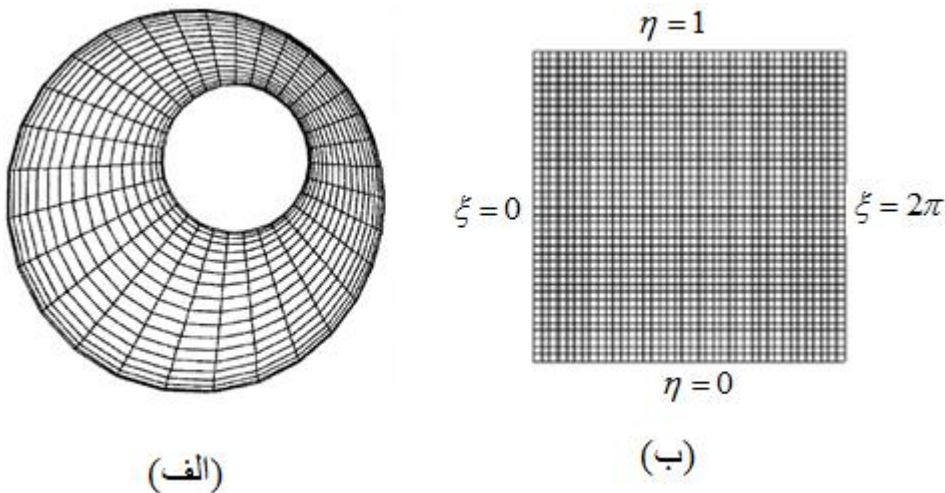
$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{i,j=JM} \right) = \frac{\theta_{i,1} - \theta_{i,JM-1}}{\Delta \xi} \quad (۵۰-۳)$$

در نهایت با برابر قرار دادن روابط (۴۹-۳) و (۵۰-۳) و انجام عملیات ساده‌سازی رابطه (۵۱-۳) بیان خواهد شد که به شرح زیر هست:

$$\xi = 0, \theta_{i,1} = \frac{\theta_{i,2} + \theta_{i,JM-1}}{2} \quad (51-3)$$

$$\xi = 2\pi, \theta_{i,JM} = 2\theta_{i,1} - \theta_{i,2}$$

راجع به شرایط مرزی ω, ψ و θ در نقاط $\xi = 0$ و $\xi = 2\pi$ در فصل آینده به طور مفصل شرح داده خواهد شد. لازم به ذکر است که مختصات زاویه‌ای از صفحه عمودی که از محور حلقه خواهد گذشت ساعت‌گرد است و به دلیل ماهیت متقارن شکل دامنه محاسبات را می‌توان $(0 < \xi < 2\pi)$ یا $(0 < \xi < \pi)$ در نظر گرفت. در این پایان‌نامه دامنه محاسبات $(0 < \xi < 2\pi)$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۵-۳: (الف) یک قلمرو فیزیکی دوبعدی برای حلقه غیر هم‌مرکز، (ب) فضای محاسباتی جدید

عدد ناسلت محلی و میانگین روی حلقه داخلی از روابط (۵۲-۳) و (۵۳-۳) محاسبه می‌شوند:

$$\text{Nu} = -\left(\frac{k_{nf}}{k_f}\right) \frac{\partial \theta}{\partial r} \xrightarrow{\text{تحت انتقال مختصات جدید}} \text{Nu} = -\left(\frac{k_{nf}}{k_f}\right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \quad (52-3)$$

$$\text{Nu}_{avg} = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \text{Nu}(\theta) d\theta \quad (53-3)$$

عدد ناسلت به‌عنوان شاخص مناسبی برای تعیین نرخ افزایش یا کاهش انتقال حرارت استفاده می‌شود. در فصل ۵ این عدد به‌عنوان شاخص مناسبی جهت بررسی و بهبود انتقال حرارت استفاده خواهد شد. و معیار مناسبی جهت تفسیر نتایج حاصله از شبیه سازی عددی خواهد بود.

فصل ۴ گسسته‌سازی معادلات حاکم

۴-۱- مقدمه‌ای بر معادلات و روابط عمومی

معادلات حرکت در مکانیک سیالات غالباً به صورت معادلات سهموی نوشته می‌شوند. معادلات لایه مرزی و معادلات سهموی ناویراستوکس نمونه‌هایی از چنین فرمول‌بندی می‌باشند. علاوه بر این معادله انتقال حرارت ناپایا نیز سهموی می‌باشند. در این فصل، فرمول‌بندی‌های مختلف اختلاف محدود از معادله دیفرانسیل سهموی و بیضوی مدل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. هر معادله تفاضل محدود به دست آمده، ویژگی‌های خاص خود را از نظر دقت، سازگاری و پایداری دارد. اگرچه برای معادلات مدل‌های ساده اغلب روش‌ها به یک صورت عمل می‌کنند. بدیهی است که همه روش‌های ممکن برای حل معادلات سهموی و بیضوی را نمی‌توان در اینجا مورد بررسی قرارداد و تنها روش‌هایی که در این پژوهش بکار رفته‌اند ارائه می‌شوند.

۴-۲- الگوریتم حل مساله

برای حل مسئله باید رابطه‌های (۳-۲۹)، (۳-۳۰) و (۳-۳۱) با توجه به شرایط مرزی ارائه شده، به صورت هم‌زمان حل شوند. همان‌طور که مشخص است مسئله دارای سه معادله با سه مجهول می‌باشد که برای حل عددی و هم‌زمان آن‌ها، در لحظه اول سرعت، تابع جریان و تاوایی برابر صفر و مقدار دما در تمام نقاط داخل دامنه حل عددی برابر یک در نظر گرفته می‌شوند، و با حل معادله (۳-۳۱) به روش ضمنی ADI و الگوریتم توماس و ژاکوبی دمای جدید به دست می‌آید. سپس با جایگذاری دمای به دست آمده در رابطه (۳-۳۰) مقدار تاوایی جریان جدید محاسبه خواهد شد. با به دست آوردن مقادیر تاوایی و جایگزینی آن‌ها در رابطه (۳-۲۹) با استفاده از روش تکرار فوق تخفیفی، مقدار تابع جریان جدید به دست خواهد آمد و فرآیند تکرار زمانی پایان می‌یابد که باقیمانده تابع جریان برای هر گره شبکه محاسباتی زیر 10^{-4} باشد. با استفاده از رابطه بین تابع جریان و سرعت، مقادیر اولیه در نظر گرفته شده برای سرعت اصلاح می‌گردد. با استفاده از مقادیر به دست آمده در لحظه جدید، این روند آن قدر ادامه خواهد یافت تا به حالت پایا برسیم که در این پژوهش برای رسیدن به حالت پایا از گام زمانی 10^{-5} استفاده شده است [۳۴].

۴-۳- معرفی الگوریتم‌های حل ماتریس

در این بخش به معرفی الگوریتم‌های توماس و ژاکوبی پرداخته خواهد شد.

۴-۳-۱ الگوریتم توماس

در جبر خطی عددی، الگوریتم توماس یک شکل ساده شده از روش حذفی گوس می‌باشد که برای حل دستگاه‌های سه قطری معادلات استفاده می‌شود یک سیستم سه قطری برای n متغیر می‌تواند به صورت زیر نوشته شود [۳۴].

$$a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1} = d_i \quad (1-4)$$

که $a_1 = 0$ و $c_n = 0$ در حالت ماتریسی، این سیستم به صورت زیر نوشته خواهد شد.

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & \cdots & & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & a_3 & b_3 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & c_{n-1} \\ 0 & & & a_n & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

اولین قدم شامل ساده کردن ضرایب به صورت زیر است:

$$c'_i = \begin{cases} \frac{c_i}{b_i} & ; i = 1 \\ \frac{c_i}{b_i - c'_{i-1}a_i} & ; i = 2, 3, \dots, n-1 \end{cases} \quad (3-4)$$

$$d'_i = \begin{cases} \frac{d_i}{b_i} & ; i = 1 \\ \frac{d_i - d'_{i-1}a_i}{b_i - c'_{i-1}a_i} & ; i = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (4-4)$$

ادامه حل به صورت بازگشتی انجام خواهد شد و مقادیر مجهول به صورت زیر به دست می آیند:

$$x_n = d'_n \quad (5-4)$$

$$x_i = d'_i - c'_i x_{i+1} \quad ; i = n-1, n-2, \dots, 1.$$

۲-۳-۴ الگوریتم ژاکوبی

در یک دستگاه مربعی با n معادله خطی:

$$Ax = b \quad (6-4)$$

که :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (7-4)$$

و در نهایت مقادیر مجهول به شیوه زیر به دست خواهند آید:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} x_j^{(k)} \right), i = 1, 2, \dots, n. \quad (8-4)$$

از مزایای الگوریتم ژاکوبی این است که برخلاف الگوریتم توماس که صرفاً جهت حل ماتریس‌های سه قطری کارایی دارد این الگوریتم قادر به حل ماتریس‌های غیر سه قطری هم هست. که در این پژوهش از آن برای حل قسمتی از مساله مورد نظر بهره برده شده است.

۴-۴- گسسته‌سازی معادلات و روابط حاکم

در این قسمت به گسسته‌سازی معادلات اثبات شده در فصل گذشته پرداخته خواهد شد.

۴-۴-۱ - معادله انرژی

صورت تبدیل یافته معادله انرژی در مختصات $\xi - \eta$ در فصل گذشته به صورت زیر بیان گردید:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = \frac{k_{nf}/k_f}{(1-\varphi) + \varphi(\rho c_p)_s / (\rho c_p)_f}$$

$$\times \left\{ \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \xi} \right. \quad (31-3)$$

$$\left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right\}$$

در پژوهش حاضر برای حل معادله (۳-۳۱) از روش عددی ADI بهره گرفته شده است. با توجه به اینکه معادله انرژی به صورت ناپایا با زمان شده است پس از نوع معادلات سهموی است. در ادامه مطالب شیوه گسسته‌سازی معادله فوق به طور کامل شرح داده خواهد شد.

قبل از گسسته‌سازی معادله (۳-۳۱) فرضیات زیر را جهت ساده‌سازی معادلات در نظر خواهد گرفته شد:

$$A = \frac{k_{nf}/k_f}{(1-\varphi) + \varphi(\rho c_p)_s/\varphi(\rho c_p)_f}, \quad C = \frac{\text{Pr}}{(1-\varphi)^{2.5} \left[(1-\varphi) + \frac{\varphi \rho_s}{\rho_f} \right]}$$

$$n_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial \xi}, \quad n_2 = \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial \eta}, \quad \alpha = \left(\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right)^2, \quad \beta = \frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right) \quad (9-4)$$

$$\lambda = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right), \quad \gamma = \frac{1}{r^2}, \quad D = \text{Pr. Ra} \frac{(1-\varphi) + \varphi \beta_s/\beta_f}{(1-\varphi) + \varphi \rho_s/\rho_f}$$

بدین ترتیب معادله (۳-۳۱) به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \left(n_1 \frac{\partial \theta}{\partial \eta} - n_2 \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = A \left\{ \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} + \beta \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta \partial \xi} + \gamma \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \lambda \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right\} \quad (10-4)$$

۱-۱-۴-۴ گسسته‌سازی معادله در جهت η :

در این قسمت به گسسته‌سازی معادله دما در جهت η یا شعاعی پرداخته خواهد شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در گسسته‌سازی فوق تنها مشتق نقطای که در جهت η است در نصف گام زمانی به‌روز خواهند شد و جزء ضرایب مجهولات در ماتریس سه قطری و مشتق نقطای که در جهت ξ هستند در گام زمانی قبل قرار خواهند گرفت و جزء ماتریس جواب‌ها هستند. گسسته‌سازی به شرح زیر می‌باشد:

$$\frac{\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i,j}^n}{\Delta\tau} + n_1 \frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta\eta} - n_2 \frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2\Delta\xi} =$$

$$A \left\{ \alpha \frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta\eta^2} + \gamma \frac{\theta_{i,j+1}^n - 2\theta_{i,j}^n + \theta_{i,j-1}^n}{\Delta\xi^2} \right. \quad (11-4)$$

$$\left. + \lambda \frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta\eta} + \beta \frac{\theta_{i+1,j+1}^n - \theta_{i+1,j-1}^n - \theta_{i-1,j+1}^n + \theta_{i-1,j-1}^n}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right\}$$

و در نهایت شکل ساده شده معادله (۱۱-۴) به صورت زیر خواهد شد:

$$\left(\frac{-1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,j}^n + \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,j+1}^n + \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,j-1}^n$$

$$- \beta A \left(\frac{\theta_{i+1,j+1}^n - \theta_{i+1,j-1}^n - \theta_{i-1,j+1}^n + \theta_{i-1,j-1}^n}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) = \quad (12-4)$$

$$\left(\frac{-1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2} \right) \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}$$

$$+ \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}}$$

با قرار دادن شرایط مرزی در جهت η در ماتریس ضرایب مجهولات که از معادله (۱۲-۴) حاصل می آید ماتریسی سه قطری حاصل خواهد شد که توسط الگوریتم توماس حل می شود. صورت کلی ماتریسی معادله (۱۲-۴) به شرح زیر است.

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & \cdots & & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & & \\ & a_3 & b_3 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & c_{n-1} \\ 0 & & & a_n & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{0,j} \\ \Theta_{1,j} \\ \Theta_{2,j} \\ \vdots \\ \Theta_{n,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \quad (13-4)$$

که در ماتریس (۱۳-۴) :

$$b_1 = 1, c_1 = 0, d_1 = 1, d_n = 0, a_n = 0, b_n = 1$$

$$if (2 \leq i \leq n-1)$$

$$\begin{cases} a_i = \frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \\ b_i = \left(\frac{-1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2} \right) \\ c_i = \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \end{cases}$$

$$if (2 \leq i \leq n-1)$$

$$d_i = \left(\frac{-1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \Theta_{i,j}^n + \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \Theta_{i,j+1}^n + \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \Theta_{i,j-1}^n - \beta A \left(\frac{\Theta_{i+1,j+1}^n - \Theta_{i+1,j-1}^n - \Theta_{i-1,j+1}^n + \Theta_{i-1,j-1}^n}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right)$$

۲-۱-۴-۴ گسسته‌سازی معادله در جهت ξ :

در این قسمت به گسسته‌سازی معادله دما در جهت ξ پرداخته خواهد شد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در گسسته‌سازی فوق تنها مشتق نفاطی که در جهت ξ است در نصف گام زمانی بعدی به‌روز خواهند شد. و جزء ضرایب مجهولات در ماتریس سه قطری و مشتق نفاطی که در جهت η هستند در

گام زمانی قبل قرار خواهند گرفت این نقاط دقیقاً همان نقاطی هستند که قبلاً در جهت η به روز شده‌اند و اکنون جزء ماتریس جواب‌ها قرار خواهند گرفت. گسسته‌سازی به شرح زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} & \frac{\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta\tau} + n_1 \frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta\eta} - n_2 \frac{\theta_{i,j+1}^{n+1} - \theta_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta\xi} \\ & = A \left\{ \alpha \frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta\eta^2} \right. \\ & \quad + \gamma \frac{\theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\theta_{i,j}^{n+1} + \theta_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta\xi^2} + \lambda \frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta\eta} \\ & \quad \left. + \beta \frac{\theta_{i+1,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i+1,j-1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right\} \end{aligned} \quad (۱۴-۴)$$

و در نهایت شکل ساده‌شده معادله (۱۴-۴) به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,j}^{n+1} + \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,j+1}^{n+1} + \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,j-1}^{n+1} \\ & = \left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2} \right) \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} \\ & \quad + \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \\ & \quad + \beta A \left(\frac{\theta_{i+1,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i+1,j-1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) \end{aligned} \quad (۱۵-۴)$$

با قرار دادن شرایط مرزی در جهت ξ در ماتریس ضرایب مجهولات که از معادله (۱۵-۴) حاصل می‌آید ماتریسی غیر سه قطری حاصل خواهد شد که توسط الگوریتم ژاکوبی حل می‌شود. برای محاسبه شرایط مرزی دما از رابطه (۵۱-۳) استفاده خواهد شد.

در نقطه $\xi = 0$:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,1}^{n+1} + \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,2}^{n+1} + \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \theta_{i,1}^{n+1} \\
 &= \left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2} \right) \theta_{i,1}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i+1,1}^{n+\frac{1}{2}} \\
 &+ \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i-1,1}^{n+\frac{1}{2}} \tag{۱۶-۴} \\
 &+ \beta A \left(\frac{\theta_{i+1,2}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i+1,0}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,2}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,0}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right)
 \end{aligned}$$

این نقاط خاص را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\theta_{i,1} = \frac{\theta_{i,2} + \theta_{i,JM}}{2}, \theta_{i+1,0}^{n+\frac{1}{2}} = \theta_{i+1,JM}^{n+\frac{1}{2}}, \theta_{i-1,0}^{n+\frac{1}{2}} = \theta_{i-1,JM}^{n+\frac{1}{2}} \tag{۱۷-۴}$$

پس معادله (۱۷-۴) به صورت زیر تغییر خواهد یافت:

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) + \left(\frac{n_2}{\Delta\xi} - \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \right] \theta_{i,1}^{n+1} \\
 &+ \left[\left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) - \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \right] \theta_{i,2}^{n+1} \\
 &= \left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2} \right) \theta_{i,1}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i+1,1}^{n+\frac{1}{2}} \\
 &+ \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i-1,1}^{n+\frac{1}{2}} \tag{۱۸-۴} \\
 &+ \beta A \left(\frac{\theta_{i+1,2}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i+1,JM}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,2}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,JM}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right)
 \end{aligned}$$

همچنین در $\xi = 2\pi$:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2}\right)\theta_{i,JM}^{n+1} + \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2}\right)\theta_{i,JM+1}^{n+1} + \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2}\right)\theta_{i,JM-1}^{n+1} \\
 &= \left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2}\right)\theta_{i,JM}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta}\right)\theta_{i+1,JM}^{n+\frac{1}{2}} \\
 &+ \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda A}{2\Delta\eta}\right)\theta_{i-1,JM}^{n+\frac{1}{2}} \tag{۱۹-۴} \\
 &+ \beta A \left(\frac{\theta_{i+1,JM+1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i+1,JM-1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,JM+1}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,JM-1}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right)
 \end{aligned}$$

این نقاط به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\theta_{i,1}^{n+1} = \frac{\theta_{i,2} + \theta_{i,JM}}{2}, \theta_{i+1,JM+1}^{n+\frac{1}{2}} = \theta_{i+1,1}^{n+\frac{1}{2}}, \theta_{i-1,JM+1}^{n+\frac{1}{2}} = \theta_{i-1,1}^{n+\frac{1}{2}} \tag{۲۰-۴}$$

پس معادله (۱۹-۴) به صورت زیر تغییر خواهد یافت:

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2}\right)\right]\theta_{i,JM}^{n+1} + \frac{1}{2}\left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2}\right)\theta_{i,2}^{n+1} \\
 &+ \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2}\right)\theta_{i,JM-1}^{n+1} \\
 &= \left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2}\right)\theta_{i,JM}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta}\right)\theta_{i+1,JM}^{n+\frac{1}{2}} \\
 &+ \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda A}{2\Delta\eta}\right)\theta_{i-1,JM}^{n+\frac{1}{2}} \\
 &+ \beta A \left(\frac{\theta_{i+1,JM+1}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i+1,1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,JM+1}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,1}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) \tag{۲۱-۴}
 \end{aligned}$$

صورت کلی ماتریسی معادله (۲۱-۴) به همراه شرایط مرزی به شکل زیر تعریف خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} b_1 & c_1 & \cdots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \\ & a_3 & b_3 & \ddots \\ & & \ddots & \ddots & c_{n-1} \\ 0 & h & & a_n & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{i,0} \\ \Theta_{i,1} \\ \Theta_{i,2} \\ \vdots \\ \Theta_{i,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix} \quad (۲۲-۴)$$

که در اینجا:

$$b_1 = \left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) + \left(\frac{n_2}{\Delta\xi} - \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right), \quad c_1 = \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) - \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right)$$

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right), \quad a_n = \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right)$$

$$b_n = \left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right)$$

$$\begin{aligned} d_1 = & \left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2} \right) \Theta_{i,0}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \Theta_{i+1,0}^{n+\frac{1}{2}} \\ & + \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \Theta_{i-1,0}^{n+\frac{1}{2}} \\ & + \beta A \left(\frac{\Theta_{i+1,1}^{n+\frac{1}{2}} - \Theta_{i+1,JM}^{n+\frac{1}{2}} - \Theta_{i-1,1}^{n+\frac{1}{2}} + \Theta_{i-1,JM}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_m = & \left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2} \right) \Theta_{i,JM}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \Theta_{i+1,JM}^{n+\frac{1}{2}} \\ & + \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \Theta_{i-1,JM}^{n+\frac{1}{2}} \\ & + \beta A \left(\frac{\Theta_{i+1,JM+1}^{n+\frac{1}{2}} + \Theta_{i+1,0}^{n+\frac{1}{2}} - \Theta_{i-1,JM+1}^{n+\frac{1}{2}} + \Theta_{i-1,0}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) \end{aligned}$$

if $(2 \leq i \leq n-1)$

$$\begin{cases} a_i = \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \\ b_i = \left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{2\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \\ c_i = \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} - \frac{\gamma A}{\Delta\xi^2} \right) \end{cases}$$

if $(2 \leq i \leq n-1)$

$$\begin{aligned} d_i = & \left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{2\alpha A}{\Delta\eta^2} \right) \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} \\ & + \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{\alpha A}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda A}{2\Delta\eta} \right) \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \\ & + \beta A \left(\frac{\theta_{i+1,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i+1,j-1}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) \end{aligned}$$

۲-۴-۴ - معادله سینماتیک

همان طور که می دانید شکل تبدیل یافته این معادله در مختصات $\eta - \xi$ در فصل گذشته به صورت بیان گردید:

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{\partial\eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial\eta}{\partial\xi} \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta\partial\xi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} \\ + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial\eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2} \right) \frac{\partial\psi}{\partial\eta} = -\omega \end{aligned} \quad (۲۹-۳)$$

در پژوهش حاضر برای حل معادله (۲۹-۳) از روش عددی SOR نقطه به نقطه بهره گرفته شده است. در ادامه مطالب شیوه گسسته سازی معادله فوق به طور کامل شرح داده خواهد شد. پس معادله (۲۹-۳) به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\alpha \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2} + \beta \frac{\partial^2\psi}{\partial\eta\partial\xi} + \gamma \frac{\partial^2\psi}{\partial\xi^2} + \lambda \frac{\partial\psi}{\partial\eta} = -\omega \quad (۲۳-۴)$$

صورت گسسته شده معادله (۲۳-۴) عبارتست از:

$$\begin{aligned} & \alpha \left(\frac{\psi_{i+1,j}^n - 2\psi_{i,j}^{n+1} + \psi_{i-1,j}^n}{\Delta\eta^2} \right) + \gamma \left(\frac{\psi_{i,j+1}^n - 2\psi_{i,j}^{n+1} + \psi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta\eta^2} \right) + \\ & \beta \left(\frac{\psi_{i+1,j+1}^n - \psi_{i+1,j-1}^n - \psi_{i-1,j+1}^n + \psi_{i-1,j-1}^n}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) + \lambda \left(\frac{\psi_{i+1,j}^n - \psi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta\eta} \right) \quad (24-4) \\ & = -\omega \end{aligned}$$

و در نهایت معادله (۲۵-۴) حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\alpha}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda}{2\Delta\eta} \right) \psi_{i+1,j}^n + \left(\frac{\alpha}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda}{2\Delta\eta} \right) \psi_{i-1,j}^n + \gamma \left(\frac{\psi_{i,j+1}^n + \psi_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta\xi^2} \right) + \right. \\ & \left. \beta \left(\frac{\psi_{i+1,j+1}^n - \psi_{i+1,j-1}^n - \psi_{i-1,j+1}^n + \psi_{i-1,j-1}^n}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) \right] \times \frac{1}{\left(\frac{2\alpha}{\Delta\eta^2} + \frac{2\gamma}{\Delta\xi^2} \right)} \quad (25-4) \\ & = \psi_{i,j}^{n+1} \end{aligned}$$

شرایط مرزی در نقاط $\xi = 0$ و $\xi = 2\pi$ عبارتست از:

اگر $\xi = 0$

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\alpha}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda}{2\Delta\eta} \right) \psi_{i+1,1}^n + \left(\frac{\alpha}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda}{2\Delta\eta} \right) \psi_{i-1,1}^n + \gamma \left(\frac{\psi_{i,2}^n + \psi_{i,JM}^{n+1}}{\Delta\xi^2} \right) + \right. \\ & \left. \beta \left(\frac{\psi_{i+1,2}^n - \psi_{i+1,JM}^n - \psi_{i-1,2}^n + \psi_{i-1,JM}^n}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) \right] \times \frac{1}{\left(\frac{2\alpha}{\Delta\eta^2} + \frac{2\gamma}{\Delta\xi^2} \right)} = \psi_{i,1}^{n+1} \quad (26-4) \end{aligned}$$

اگر $\xi = 2\pi$:

$$\left[\left(\frac{\alpha}{\Delta\eta^2} + \frac{\lambda}{2\Delta\eta} \right) \psi_{i+1, JM}^n + \left(\frac{\alpha}{\Delta\eta^2} - \frac{\lambda}{2\Delta\eta} \right) \psi_{i-1, JM}^n + \gamma \left(\frac{\psi_{i,1}^n + \psi_{i, JM-1}^{n+1}}{\Delta\xi^2} \right) + \beta \left(\frac{\psi_{i+1,0}^n - \psi_{i+1, JM-1}^n - \psi_{i-1,0}^n + \psi_{i-1, JM-1}^n}{4\Delta\eta\Delta\xi} \right) \times \frac{1}{\left(\frac{2\alpha}{\Delta\eta^2} + \frac{2\gamma}{\Delta\xi^2} \right)} \right] = \psi_{i, JM}^{n+1} \quad (27-4)$$

۳-۴-۴ - معادله حرکت

با توجه به اینکه معادله حرکت به صورت ناپایا با زمان شده است پس از نوع معادلات سهموی است. در حل این معادله از روش عددی صریح بهره گرفته شده است. در ادامه مطالب شیوه گسسته‌سازی معادله فوق به‌طور کامل شرح داده خواهد شد.

صورت تبدیل یافته معادله حرکت در مختصات $\eta - \xi$ در فصل گذشته به صورت زیر بیان گردید:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\omega}{\partial\tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial\eta}{\partial r} \left(\frac{\partial\psi}{\partial\xi} \frac{\partial\omega}{\partial\eta} - \frac{\partial\psi}{\partial\eta} \frac{\partial\omega}{\partial\xi} \right) &= \frac{Pr}{(1-\varphi)^{2.5} [(1-\varphi) + \varphi\rho_s/\rho_f]} \\ &\times \left\{ \left[\left(\frac{\partial\eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial\eta}{\partial\xi} \right)^2 \right] \frac{\partial^2\omega}{\partial\eta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial\eta}{\partial\xi} \frac{\partial^2\omega}{\partial\eta\partial\xi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\omega}{\partial\xi^2} \right. \\ &+ \left. \left(\frac{1}{r} \frac{\partial\eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2} \right) \frac{\partial\omega}{\partial\eta} \right\} - Pr. Ra \frac{(1-\varphi) + \varphi\beta_s/\beta_f}{[(1-\varphi) + \varphi\rho_s/\rho_f]} \\ &\times \left[\sin(\xi) \frac{\partial\eta}{\partial r} \frac{\partial\theta}{\partial\eta} + \frac{\cos(\xi)}{r} \left(\frac{\partial\theta}{\partial\xi} + \frac{\partial\eta}{\partial\xi} \frac{\partial\theta}{\partial\eta} \right) \right] \end{aligned} \quad (30-3)$$

شکل خلاصه‌شده معادله (۳۰-۳) به شرح زیر است:

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + n_1 \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - n_2 \frac{\partial \omega}{\partial \xi} = C \left\{ \alpha \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \beta \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta \partial \xi} + \gamma \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \lambda \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right\} \quad (28-4)$$

$$-D \left[\sin(\xi) \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{\cos(\xi)}{r} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \right]$$

شکل گسسته شده معادله (28-4) عبارتست از:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^n}{\Delta \tau} = & -n_1 \frac{\omega_{i+1,j}^n - \omega_{i-1,j}^n}{2\Delta \eta} + n_2 \frac{\omega_{i,j+1}^n - \omega_{i,j-1}^n}{2\Delta \xi} \\ & + C \left\{ \alpha \frac{\omega_{i+1,j}^n - 2\omega_{i,j}^n + \omega_{i-1,j}^n}{\Delta \eta^2} \right. \\ & \left. + \beta \left(\frac{\omega_{i+1,j+1}^n - \omega_{i+1,j-1}^n - \omega_{i-1,j+1}^n + \omega_{i-1,j-1}^n}{4\Delta \eta \Delta \xi} \right) \right. \end{aligned} \quad (29-4)$$

$$\begin{aligned} & \left. + \gamma \left(\frac{\omega_{i,j+1}^n - 2\omega_{i,j}^n + \omega_{i,j-1}^n}{\Delta \xi^2} \right) + \lambda \left(\frac{\omega_{i+1,j}^n - \omega_{i-1,j}^n}{2\Delta \eta} \right) \right\} \\ & - D \left[\sin(\xi) \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2\Delta \eta} + \frac{\cos \xi}{r} \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2\Delta \xi} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \left(\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2\Delta \xi} \right) \right] \end{aligned}$$

و در نهایت معادله (30-4) حاصل خواهد گشت که به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} \omega_{i,j}^{n+1} = & \left[\left(\frac{1}{\Delta \tau} - \frac{2C\alpha_1}{\Delta \eta^2} - \frac{2C\gamma_1}{\Delta \xi^2} \right) \omega_{i,j}^n + \left(\frac{-n_1}{2\Delta \eta} + \frac{C\alpha_1}{\Delta \eta^2} + \frac{C\lambda_1}{2\Delta \eta} \right) \omega_{i+1,j}^n + \right. \\ & \left(\frac{n_1}{2\Delta \eta} + \frac{C\alpha_1}{\Delta \eta^2} - \frac{C\lambda_1}{2\Delta \eta} \right) \omega_{i-1,j}^n + \frac{\beta_1 C}{4\Delta \eta \Delta \xi} (\omega_{i+1,j+1}^n - \omega_{i+1,j-1}^n - \omega_{i-1,j+1}^n + \omega_{i-1,j-1}^n) \\ & + \left(\frac{n_2}{2\Delta \xi} + \frac{\gamma_1 C}{\Delta \xi^2} \right) \omega_{i,j+1}^n + \left(\frac{-n_2}{2\Delta \xi} + \frac{\gamma_1 C}{\Delta \xi^2} \right) \omega_{i,j-1}^n - D \left\{ \frac{\sin \xi}{r_o - R_i} \frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2\Delta \eta} \right. \\ & \left. \left. + \frac{\cos \xi}{r} \left(\frac{\theta_{i,j+1}^n - \theta_{i,j-1}^n}{2\Delta \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2\Delta \eta} \right) \right\} \right] \Delta \tau \end{aligned} \quad (30-4)$$

شرایط مرزی در نقاط $\xi = 0$ و $\xi = 2\pi$ عبارتست از:

اگر $\xi = 0$:

$$\begin{aligned} \omega_{i,1}^{n+1} = & \left[\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{2C\alpha_1}{\Delta\eta^2} - \frac{2C\gamma_1}{\Delta\xi^2} \right) \omega_{i,1}^n + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{C\alpha_1}{\Delta\eta^2} + \frac{C\lambda_1}{2\Delta\eta} \right) \omega_{i+1,1}^n + \right. \\ & \left. \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{C\alpha_1}{\Delta\eta^2} - \frac{C\lambda_1}{2\Delta\eta} \right) \omega_{i-1,1}^n + \frac{\beta_1 C}{4\Delta\eta\Delta\xi} (\omega_{i+1,1}^n - \omega_{i+1,JM}^n - \omega_{i-1,1}^n + \omega_{i-1,JM}^n) \right. \\ & \left. + \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} + \frac{\gamma_1 C}{\Delta\xi^2} \right) \omega_{i,2}^n + \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} + \frac{\gamma_1 C}{\Delta\xi^2} \right) \omega_{i,JM}^n - D \left\{ \frac{\sin\xi}{r_o - R_i} \frac{\theta_{i+1,1}^n - \theta_{i-1,1}^n}{2\Delta\eta} \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\cos\xi}{r} \left(\frac{\theta_{i,1}^n - \theta_{i,JM}^n}{2\Delta\xi} + \frac{\partial\eta}{\partial\xi} \frac{\theta_{i+1,0}^n - \theta_{i-1,0}^n}{2\Delta\eta} \right) \right\} \right] \Delta\tau \end{aligned} \quad (31-4)$$

اگر $\xi = 2\pi$:

$$\begin{aligned} \omega_{i,JM}^{n+1} = & \left[\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{2C\alpha_1}{\Delta\eta^2} - \frac{2C\gamma_1}{\Delta\xi^2} \right) \omega_{i,JM}^n + \left(\frac{-n_1}{2\Delta\eta} + \frac{C\alpha_1}{\Delta\eta^2} + \frac{C\lambda_1}{2\Delta\eta} \right) \omega_{i+1,JM}^n + \right. \\ & \left. \left(\frac{n_1}{2\Delta\eta} + \frac{C\alpha_1}{\Delta\eta^2} - \frac{C\lambda_1}{2\Delta\eta} \right) \omega_{i-1,JM}^n + \frac{\beta_1 C}{4\Delta\eta\Delta\xi} (\omega_{i+1,1}^n - \omega_{i+1,JM-1}^n - \omega_{i-1,1}^n + \omega_{i-1,JM-1}^n) \right. \\ & \left. + \left(\frac{n_2}{2\Delta\xi} + \frac{\gamma_1 C}{\Delta\xi^2} \right) \omega_{i,1}^n + \left(\frac{-n_2}{2\Delta\xi} + \frac{\gamma_1 C}{\Delta\xi^2} \right) \omega_{i,JM-1}^n - D \left\{ \frac{\sin\xi}{r_o - R_i} \frac{\theta_{i+1,JM}^n - \theta_{i-1,JM}^n}{2\Delta\eta} \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\cos\xi}{r} \left(\frac{\theta_{i,1}^n - \theta_{i,JM-1}^n}{2\Delta\xi} + \frac{\partial\eta}{\partial\xi} \frac{\theta_{i+1,JM}^n - \theta_{i-1,JM}^n}{2\Delta\eta} \right) \right\} \right] \Delta\tau \end{aligned} \quad (32-4)$$

فصل ۵ نتایج عددی

۵-۱- مقدمه

در این فصل نتایج به دست آمده از شبیه سازی عددی توسط برنامه ای با زبان برنامه نویسی ++ C ارائه خواهد شد. همان طور که در بخش های پیشین به طور خلاصه بیان گردید، تمامی ماهیت حل معادلات صورت گرفته بر مبنای روش تفاضل محدود مرکزی است. در این برنامه عددی سه معادله انرژی، حرکت و سینماتیک به صورت هم زمان با هم حل می شوند، در حل معادله انرژی از روش عددی (ADI)، معادله حرکت به صورت صریح و با زمان حل می شود و در معادله سینماتیک از روش عددی (SOR) بهره گرفته شده است. در ابتدا به منظور اعتبار سنجی مطالعه انجام شده در حالت های هم مرکز و غیر هم مرکز با نتایج عددی موجود مقایسه شده است. پس از بررسی صحت نتایج، تأثیر عدد رایلی، عدد دارسی، تخلخل محیط و کسر حجمی نانوسیال بر انتقال حرارت مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۵-۲- شبکه محاسباتی

در پایان نامه حاضر دامنه محاسباتی با اندازه شبکه‌های محاسباتی ۸۵×۸۵ در نظر گرفته شده است.

۵-۳- استقلال حل از شبکه

جهت استقلال حل از شبکه محاسباتی چهار شبکه با ابعاد ۳۱×۶۱، ۶۱×۶۱، ۸۵×۸۵، ۱۰۱×۱۰۱ برای حالت هم‌مرکز تحت شرایط ($Da = 0.01, RR = 2.6, Ra = 10^4, \varepsilon = 0.4, \varphi = 1.5\%$) در نظر گرفته شده است. نتایج مربوط به عدد ناسلت میانگین در جدول (۴-۱) بیان شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج شبکه با ابعاد ۸۵×۸۵، ۱۰۱×۱۰۱ همپوشانی خوبی دارند. لذا با توجه به نیاز به کاهش زمان محاسباتی، در پژوهش حاضر از شبکه با ابعاد ۸۵×۸۵ استفاده شده است.

جدول ۵-۱: مقایسه عدد ناسلت متوسط برای دقت شبکه مختلف در $Da = 0.01, RR = 2.6, Ra = 10^4, \varepsilon = 0.4, \varphi = 1.5\%$

ابعاد شبکه	۳۱×۶۱	۶۱×۶۱	۸۵×۸۵	۱۰۱×۱۰۱
عدد ناسلت متوسط	۲/۲۹۴۴	۲/۲۸۵۱	۲/۲۸۴۹	۲/۲۸۳۹

۵-۴- اعتبارسنجی حل عددی

برای مقایسه الگوریتم محاسباتی حلقه‌های هم‌مرکز و غیر هم‌مرکز از نتایج عددی آقای کوهن و گلدشتاین^۱ [۸ و ۹]، پاپ و حبیبی متین^۲ [۱۶]، شو و وو^۳ [۳۹]، بیلابید و چدادی^۴ [۱۸] استفاده شده است.

^۱ Kuehn and Goldstein

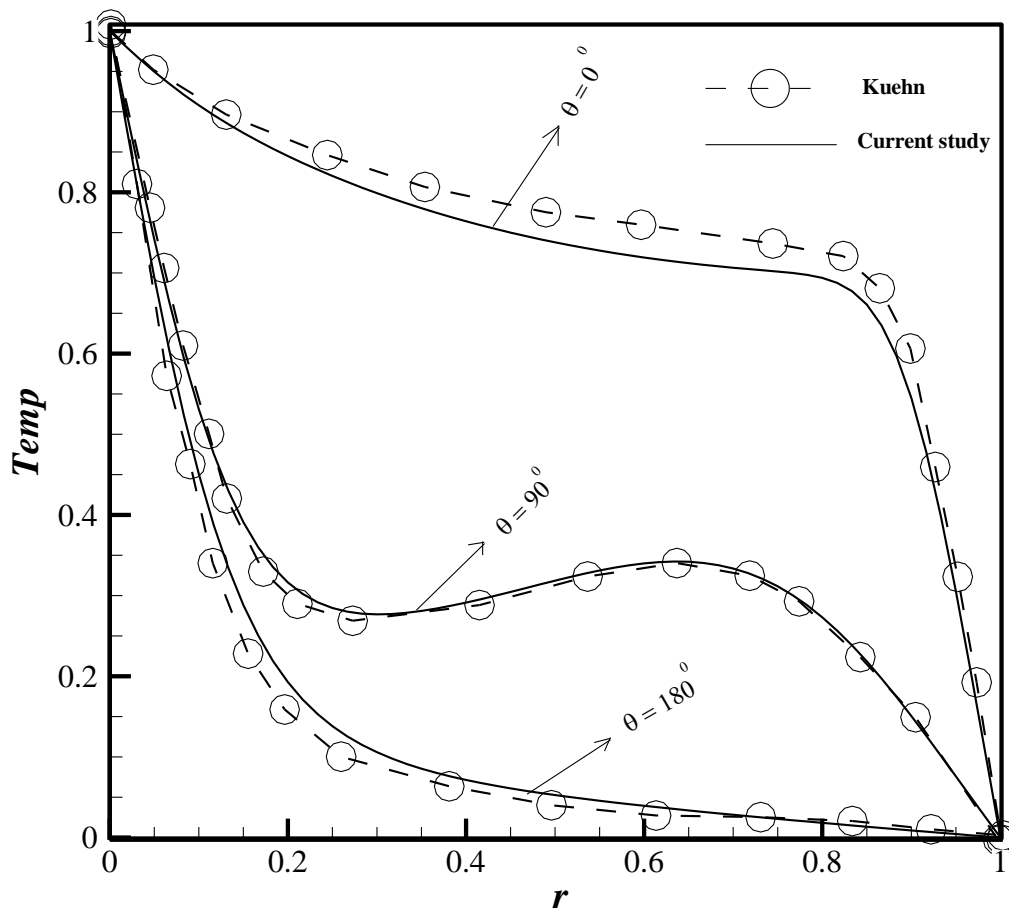
^۲ Pop and Habibi Matin

^۳ C. Shu and Y. L. Wu

^۴ J. Belabid and A. Cheddadi

۵-۴-۱ - مقایسه با نتایج عددی توسط کوهن و گلدشتاین در حالت هم‌مرکز

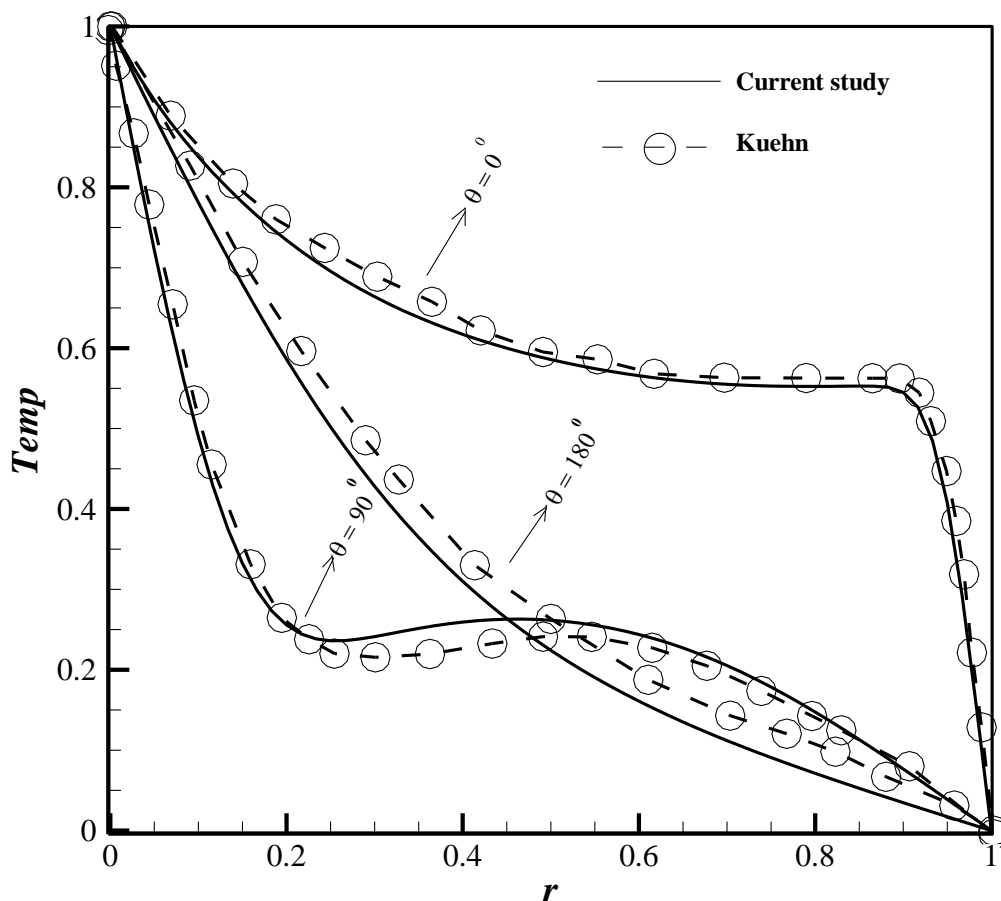
به منظور صحت بررسی الگوریتم فوق، در شکل ۵-۱ پروفیل دمای خروجی با جریان سیال خالص برای سه زاویه $\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = 180^\circ$ برای حلقه‌های هم‌مرکز تحت شرایط فیزیکی به صورت $Ra = 4.7 \times 10^4, Pr = 0.706, RR = 2.6$ بررسی شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج به دست آمده تطابق مناسبی را بین نتایج عددی موجود و مرجع ذکر شده نشان می‌دهد.



شکل ۵-۱: مقایسه نتایج پژوهش حاضر و کار کوهن و گلدشتاین [۸] ترسیم پروفیل دما برای حلقه هم‌مرکز در شرایط $Ra = 4.7 \times 10^4, Pr = 0.706, RR = 2.6$

۲-۴-۵ - مقایسه با نتایج عددی توسط کوهن و گلدشتاین در حالت غیر هم‌مرکز

به‌منظور صحت بررسی الگوریتم نوشته‌شده، در شکل ۲-۵ پروفیل دمایی خروجی با جریان سیال خالص در $\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = 180^\circ$ برای حالتی که حلقه غیر هم‌مرکز باشد تحت شرایط فیزیکی به صورت $Ra = 4.93 \times 10^4, Pr = 0.706, RR = 2.6, e = -0.623$ با پروفیل دمایی خروجی از نتایج عددی آقای کوهن و گلدشتاین [۹] مقایسه شد. نتایج به‌دست‌آمده تطابق مناسبی را بین نتایج عددی موجود و مرجع ذکرشده نشان می‌دهد.



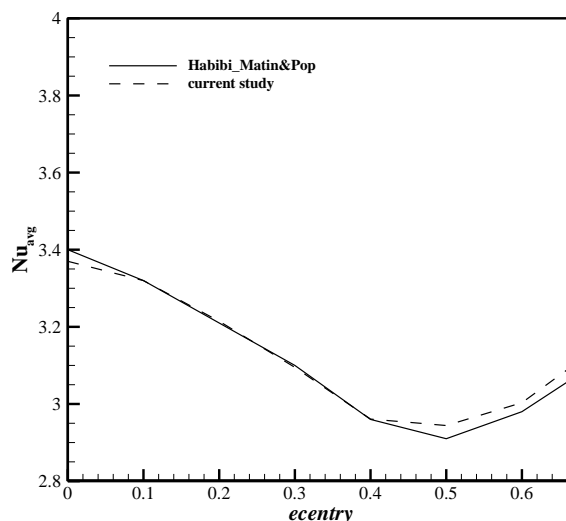
شکل ۲-۵: مقایسه نتایج پژوهش حاضر و کار کوهن و گلدشتاین [۹] ترسیم پروفیل دما برای حلقه غیر هم‌مرکز در شرایط $Ra = 4.93 \times 10^4, Pr = 0.706, RR = 2.6, e = -0.623$

۳-۴-۵ - مقایسه با نتایج عددی حبیبی متین و پاپ در حالت سیال خالص

جدول ۲-۵ و شکل ۳-۵ مقایسه مقادیر و نمودار ناسلت متوسط برای سیال خالص در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز (0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.67) با مقادیر و نمودار حاصله از نتایج عددی حبیبی متین و پاپ [۱۶] تحت شرایط فیزیکی به صورت $Ra = 10^4$, $Pr = 6.21$, $RR = 2.5$, $\sigma = 0^0$ را نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده تطابق مناسبی را بین نتایج عددی موجود و مرجع ذکر شده نشان می‌دهد.

جدول ۲-۵: مقایسه ناسلت متوسط در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز $Ra = 10^4$, $Pr = 6.21$, $RR = 2.5$

Current study	[۱۸] Habibi_Matin&Pop	e
۳/۳۷	۳/۴	۰
۳/۳۲	۳/۳۲	۰/۱
۳/۲۱۴۵۶	۳/۲۱	۰/۲
۳/۰۹۵	۳/۱	۰/۳
۲/۹۶۰۹۳	۲/۹۶	۰/۴
۲/۹۴۴۱۹	۲/۹۱	۰/۵
۳/۰۰۳۴۱	۲/۹۸	۰/۶
۳/۱۰۳۱۸	۳/۰۷	۰/۶۷



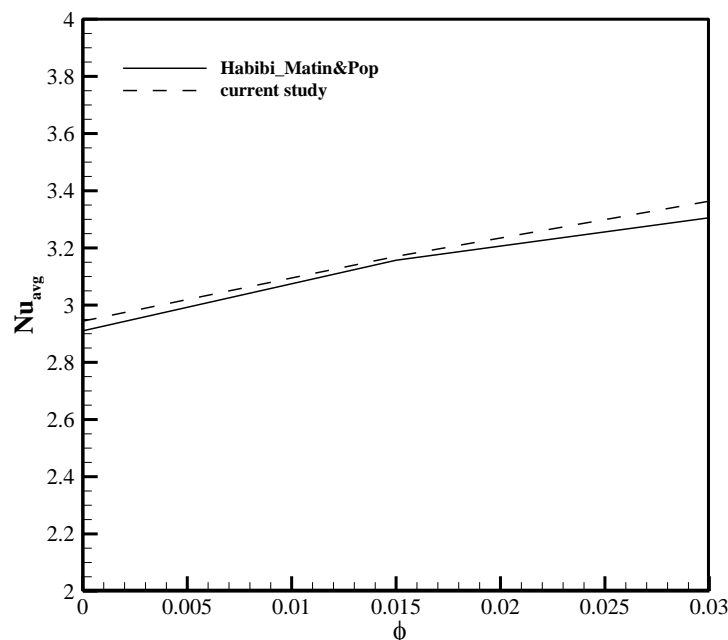
شکل ۳-۵: مقایسه ناسلت متوسط در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز $Ra = 10^4$, $Pr = 6.21$, $RR = 2.5$

۴-۴-۵ - مقایسه با نتایج عددی حبیبی متین و پاپ در حالت نانوسیال

جدول ۳-۵ و شکل ۴-۵ مقایسه مقادیر و نمودار ناسلت متوسط برای حالتی که نانوسیال اضافه شود در سه کسر حجمی متفاوت (0, 0.015, 0.03) با مقادیر و نمودار حاصله از نتایج عددی حبیبی متین و پاپ [۱۸] تحت شرایط فیزیکی $Ra = 4.0 \times 10^4, Pr = 6.21, RR = 2.5, e = 0.5, \sigma = 0^0$ را نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده تطابق مناسبی را بین نتایج عددی موجود و مرجع ذکر شده نشان می‌دهد.

جدول ۳-۵: مقایسه ناسلت متوسط در کسرهای حجمی (0, 0.015, 0.03) در شرایط $Ra = 4.0 \times 10^4, Pr = 6.21, RR = 2.5, e = 0.5$

Current study	[۱۸] Habibi_Matin&Pop	کسر حجمی	e
۲/۹۴۴۱۹	۲/۹۱	۰	۰/۵
۳/۱۷۰۲۳	۳/۱۵۷	۰/۰۱۵	۰/۵
۳/۳۶۳۵	۳/۳۰۵۵	۰/۰۳۰	۰/۵



شکل ۴-۵: مقایسه ناسلت متوسط در کسرهای حجمی (0, 0.015, 0.03) در شرایط $Ra = 4.0 \times 10^4, Pr = 6.21, RR = 2.5, e = 0.5$

۵-۴-۵ - مقایسه با نتایج عددی بیلابید و چدادی در حالت هم‌مرکز و محیط متخلخل

یک حلقه هم‌مرکز دویعدی تحت محیط متخلخل که با یک سیال نیوتنی تراکم ناپذیر اشباع شده است در نظر گرفته خواهد شد. در این تحقیق از تقریب بوزینسک و مدل دارسی در محیط متخلخل برای حرکت جریان استفاده شده است. برای اعتبارسنجی، عدد ناسلت و ψ_{max} در صورتی که عدد رایلی $(Ra = 30,100,200), RR = 2$ باشد مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده توسط الگوریتم برنامه‌نویسی نوشته شده در پژوهش حاضر تطابق خوبی با نتایج حاصله از کار بیلابید و چدادی دارد.

جدول ۴-۵: مقایسه عدد ناسلت و ψ_{max} برای مقادیر $RR = 2$

[۱۸] Belabid & Cheddadi		Current study			
Nu	ψ_{max}	Nu	ψ_{max}	RR	Ra
۱/۸۶۸۶	۹/۹۷۱۳	۱/۸۶۷۹۴	۹/۹۷۰۰۲	۲	۳۰
۲/۶۹۱۰	۱۶/۳۱۴۵	۲/۶۹۴۹۲	۱۶/۲۹۶۸	۲	۱۰۰
۱/۱۴۳۰	۳/۴۶۱۸	۱/۱۴۲۵۴	۳/۴۵۸۵۳	۲	۲۰۰

۵-۴-۶ - مقایسه با نتایج عددی شو و وو

یک حلقه دویعدی غیر هم‌مرکز که با یک سیال نیوتنی تراکم ناپذیر اشباع شده است. در نظر گرفته می‌شود. در این حالت حلقه داخلی می‌تواند با زاویه‌ای خاص به جوانب مختلف حرکت کند. برای اعتبارسنجی، عدد ψ_{max} را برای حالتی که $Ra = 10^4, Pr = 0.7, RR = 2.6, e = 0$ باشد با نتایج حاصله از شو و وو [۳۹] مقایسه گردید، نتایج به دست آمده تطابق مناسبی را بین نتایج عددی موجود و مرجع ذکر شده نشان می‌دهد.

جدول ۵-۵: مقایسه عدد ψ_{max} در پژوهش حاضر و شو و وو [۳۹]

Current study	[۳۹] Shu & Wu	$\Delta \tau = 10^{-5}$			
		σ	e	RR	Ra
ψ_{max}	ψ_{max}	45°	۰/۲۵	۲/۶	10^4
۱۶/۷۱۲۹	۱۶/۵۹۳	45°	۰/۵	۲/۶	10^4
۱۹/۷۴۴۲	۱۹/۵۰۵	45°	۰/۷۵	۲/۶	10^4
۲۲/۱۳۷۸	۲۱/۸۸۰	45°			

۵-۵- نتایج

پس از حصول اطمینان از کد کامپیوتری نوشته شده، در این بخش نتایج مربوط به شبیه‌سازی ارائه خواهد شد. هدف از این تحقیق، بررسی تأثیر کمیت‌هایی از قبیل عدد رایلی، ضریب تخلخل محیط متخلخل، عدد دارسی و کسر حجمی نانوسیال بر ماهیت جریان و عملکرد انتقال حرارت در هندسه مورد بررسی می‌باشد. قابل ذکر است که ابتدا نتایج حاصله در حالت پایا و سپس در حالت ناپایا بیان خواهد گشت.

۵-۵-۱- حالت پایا

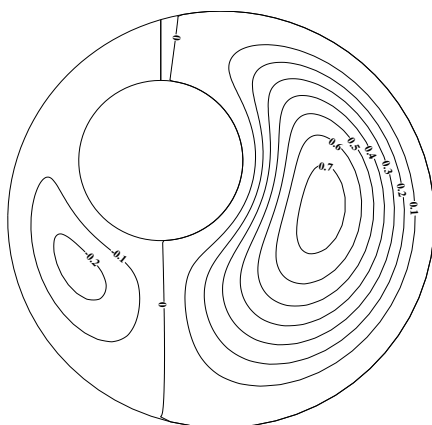
در این بخش به نتایج حاصل از شبیه‌سازی و تأثیر کمیت‌های مختلف بر ماهیت جریان و عملکرد انتقال حرارت در حالت پایا برای سطح گرم با دمای ثابت در یک حلقه هم‌مرکز و غیر هم‌مرکز پرداخته خواهد شد.

۵-۵-۱-۱- بررسی عدد رایلی

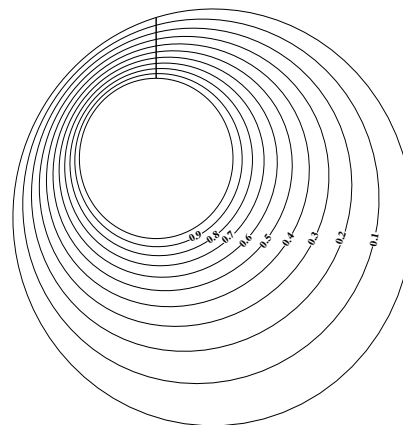
در این بخش اثر عدد رایلی بر انتقال حرارت بررسی خواهد شد. شکل ۵-۵ بیانگر کانتور خطوط جریان (سمت چپ) و خطوط هم‌دما (سمت راست) برای جریان جابجایی طبیعی نانوسیال آب - مس (Cu) در شرایط فیزیکی $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$ و

نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = -0.65, \sigma = -45^\circ$) به نمایش گذاشته شده است. نتایج نشان می‌دهد که :

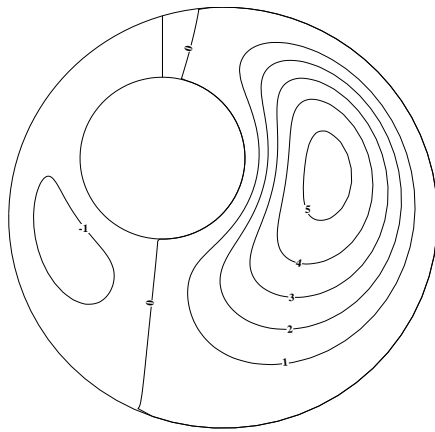
- عدد رایلی بر ماهیت الگوی خطوط جریان سیال بسیار مؤثر است. با افزایش آن جریان چرخش سیال تحت تأثیر قرار خواهد گرفت به طوری که گردابه تشکیل شده به بالای حلقه متمایل خواهد شد. این قضیه هم در حالت حلقه هم‌مرکز و هم حالت غیر هم‌مرکز مشاهده گردید.
- با افزایش عدد رایلی، خطوط هم‌دما فضای بیشتری را در بالای حلقه نزدیک به جدار خارجی اشغال می‌کنند. هم‌چنین در قسمت پایینی حلقه، فضایی تشکیل خواهد شد که بدون اختلاف دما بین دیواره داخلی و خارجی است که با افزایش در عدد رایلی این فضا وسعت می‌یابد.
- با توجه به جدول (۵-۶) با افزایش عدد رایلی، در عدد دارسی، ضریب تخلخل، کسر حجمی و نسبت خروج از مرکز ثابت عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد. همان‌طور که می‌دانید عدد رایلی با نیروی شناوری رابطه مستقیمی دارد، در واقع با افزایش این عدد نیروی شناوری افزایش یافته که به همراه آن حرکت جریان سیال درون حلقه افزایش می‌یابد که سبب افزایش اختلاف دما روی دیواره خواهد شد. این افزایش اختلاف دما تأثیرات مطلوبی را در عدد ناسلت میانگین خواهد داشت و در نهایت سبب افزایش این عدد خواهد شد.



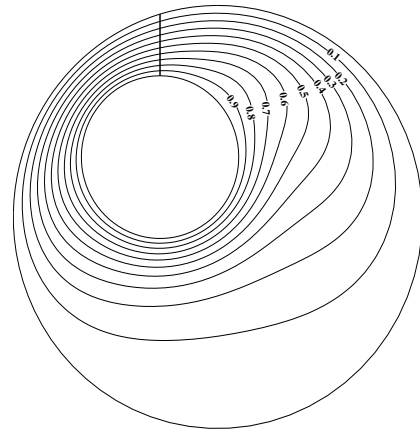
Ra = 10^3 (الف-۲)



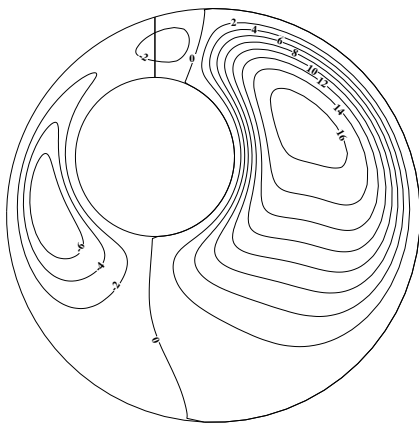
Ra = 10^3 (الف-۱)



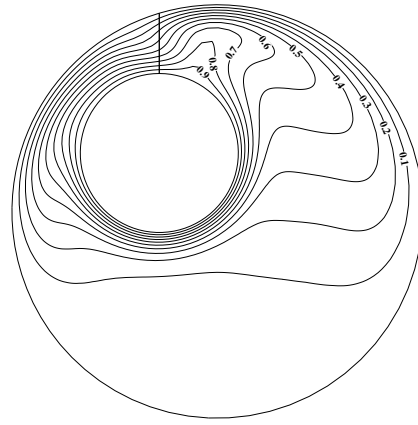
$$Ra = 10^4 (\text{ب-۲})$$



$$Ra = 10^4 (\text{ب-۱})$$



$$Ra = 10^5 (\text{پ-۲})$$



$$Ra = 10^5 (\text{پ-۱})$$

شکل ۵-۵: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در شرایط

$$(e = -0.65, \sigma = -45^\circ) \text{ و } Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$$

۵-۱-۲ بررسی کسر حجمی نانوسیال

در این بخش اثر کسر حجمی نانوسیال بر انتقال حرارت بررسی خواهد شد. جدول ۵-۶ بیانگر عدد ناسلت متوسط، شکل‌های (۵-۶)، (۵-۷)، (۵-۸)، (۵-۹)، (۵-۱۰)، (۵-۱۱)، (۵-۱۲) و (۵-۱۳) برای جریان جابجایی طبیعی نانوسیال آب - مس (Cu) با کسرهای حجمی متفاوت، در شرایط فیزیکی

می دهد که : $10^3 \leq Ra \leq 10^5, \varepsilon = 0.4, RR = 2.6, Da = 0.01$ به نمایش گذاشته شده است. نتایج نشان

- افزودن نانو ذرات سبب افزایش ضریب انتقال حرارت خواهد شد. برای حالتی که یک حلقه دوبعدی با سیال نیوتنی پر شده باشد افزایش عدد رایلی سبب افزایش انتقال حرارت خواهد شد. اما اثر غلظت نانو ذرات بر عدد ناسلت متوسط در اعداد رایلی پایین به نسبت بیشتر از اعداد رایلی بالاتر است. همچنین افزایش کسر حجمی نانوذرات انتقال حرارت را افزایش می دهد.
- نانوسیال ها قادر به تغییر در الگوی جریان هستند. وقتی که حلقه داخلی به سمت پایین باشد و به جوانب مختلف حرکت نکند، مقادیر عدد ناسلت متوسط نسبت به تمامی حالاتی که زاویه خروج از مرکز صفر باشد و فقط خروج از مرکز تغییر کند بیشترین مقدار خواهد بود. وقتی که سیلندرها هم مرکز هستند انتقال حرارت به مراتب بهتری از سمت حلقه داخلی به سمت حلقه خارجی وجود خواهد داشت.
- همچنین نسبت خروج از مرکز یک پارامتر مؤثر برای کنترل انتقال حرارت برای هر دو حلقه پر شده با نانوسیال و سیال خالص خواهد بود.
- با افزایش کسر حجمی نانو ذرات اندازه گرادیان دما در نزدیکی حلقه داخلی کاهش می یابد کاهش در اندازه گرادیان دما سبب افزایش هدایت حرارتی نانوسیال خواهد گشت که با افزایش نفوذپذیری حرارتی همراه است. از آنجایی که عدد ناسلت متأثر از دو پارامتر اندازه گرادیان دما و نسبت هدایت حرارتی است، با افزودن نانوذرات پارامتر هدایت حرارتی افزایش یافته و پارامتر اندازه گرادیان دما در نزدیکی حلقه داخلی کاهش می یابد. اما در معادله عدد ناسلت پارامتر نسبت هدایت حرارتی بر پارامتر اندازه گرادیان دما غالب خواهد بود، پس عدد ناسلت افزایش خواهد یافت.

جدول ۵-۶: تأثیر عدد رایلی، کسر حجمی نانوذرات بر عدد ناسلت میانگین تحت شرایط $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$

Nu_{avg}	e	σ	φ	Ra
۱/۶۸۰۶۲	۰	۰°	۰	۱۰۳
۱/۸۶۸۱۱	۰	۰°	+۰/۱۵	۱۰۳
۲/۰۵۰۲۱	۰	۰°	+۰/۳۰	۱۰۳
۲/۱۴۳۰۶	۰	۰°	۰	۱۰۴
۲/۲۴۸۸۸	۰	۰°	+۰/۱۵	۱۰۴
۲/۳۷۹۰۹	۰	۰°	+۰/۳۰	۱۰۴
۴/۴۰۱۷۶	۰	۰°	۰	۱۰۵
۴/۶۵۲۷۳	۰	۰°	+۰/۱۵	۱۰۵
۴/۸۹۷۰۳	۰	۰°	+۰/۳۰	۱۰۵
۱/۹۳۶۰۲	-۰/۵	۰°	۰	۱۰۳
۲/۱۴۴۳۸	-۰/۵	۰°	+۰/۱۵	۱۰۳
۲/۳۵۲۳۸	-۰/۵	۰°	+۰/۳۰	۱۰۳
۲/۵۵۹۸۵	-۰/۵	۰°	۰	۱۰۴
۲/۷۲۶۳۱	-۰/۵	۰°	+۰/۱۵	۱۰۴
۲/۸۹۹۵۳	-۰/۵	۰°	+۰/۳۰	۱۰۴
۴/۶۰۹۶۹	-۰/۵	۰°	۰	۱۰۵
۴/۹۰۳۱۲	-۰/۵	۰°	+۰/۱۵	۱۰۵
۵/۱۶۴۵۹	-۰/۵	۰°	+۰/۳۰	۱۰۵
۱/۹۳۵۹۸	+۰/۵	۴۵°	۰	۱۰۳

ادامه جدول ۵-۶: تأثیر عدد رایلی، نسبت خروج از مرکز و کسر حجمی نانوذرات بر عدد ناسلت میانگین تحت

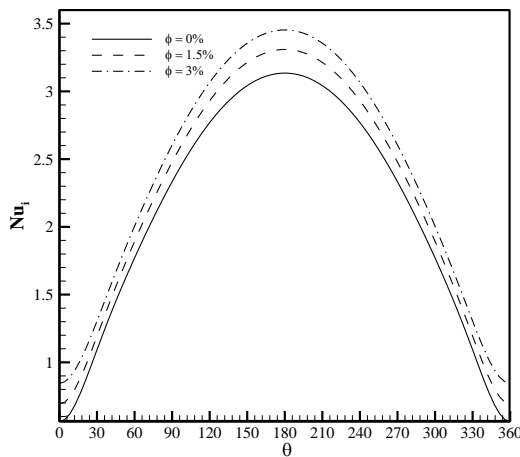
شرایط $Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$

Nu_{avg}	e	σ	φ	Ra
۲/۱۶۴۳۵	۰/۵	۴۵°	۰/۰۱۵	۱۰ ^۳
۲/۳۷۴۲۳	۰/۵	۴۵°	۰/۰۳۰	۱۰ ^۳
۲/۵۱۰۲۱	۰/۵	۴۵°	۰	۱۰ ^۴
۲/۷۰۹۶۷	۰/۵	۴۵°	۰/۰۱۵	۱۰ ^۴
۲/۸۸۳۶۳	۰/۵	۴۵°	۰/۰۳۰	۱۰ ^۴
۴/۴۷۸۳۲	۰/۵	۴۵°	۰	۱۰ ^۵
۴/۷۹۳۵۰	۰/۵	۴۵°	۰/۰۱۵	۱۰ ^۵
۵/۰۵۶۹۴	۰/۵	۴۵°	۰/۰۳۰	۱۰ ^۵
۲/۱۹۳۹۷	-۰/۶۵	-۴۵°	۰	۱۰ ^۳
۲/۴۵۴۰۲	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۱۵	۱۰ ^۳
۲/۶۹۲۶۶	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۳۰	۱۰ ^۳
۲/۵۲۶۲۹	-۰/۶۵	-۴۵°	۰	۱۰ ^۴
۲/۷۶۹۰۰	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۱۵	۱۰ ^۴
۲/۹۸۴۳۹	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۳۰	۱۰ ^۴
۴/۱۴۳۳۱	-۰/۶۵	-۴۵°	۰	۱۰ ^۵
۴/۴۰۱۳۶	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۱۵	۱۰ ^۵
۴/۶۵۳۴۶	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۳۰	۱۰ ^۵

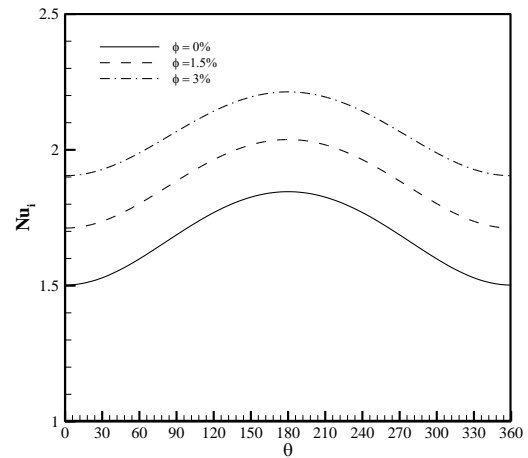
شکل ۵-۶ نشان‌دهنده نمودار عدد ناسلت برحسب زاویه برای حالت هم‌مرکز با کسرهای حجمی

متفاوت در شرایط $10^3 \leq Ra \leq 10^5, \varepsilon = 0.4, RR = 2.6, Da = 0.01$ به نمایش گذاشته شده است.

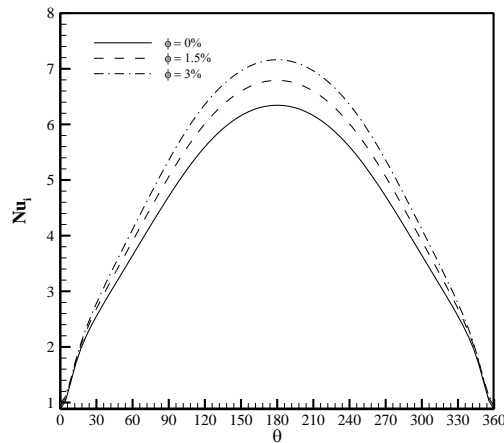
با افزایش عدد رایلی ماهیت جریان سیال دستخوش تغییر خواهد شد. با افزایش عدد رایلی در بالای حلقه (زاویه صفر درجه) به دلیل کم شدن اختلاف دمایی، افزایش ناسلت محلی ناچیز خواهد بود و با نزدیک شدن به پایین حلقه (زاویه ۱۸۰ درجه) روندی صعودی و از زاویه ۱۸۰ درجه به بعد سیر نزولی به خود خواهد گرفت تا اینکه در بالای حلقه (زاویه ۳۶۰ درجه) مقدار عددی ناسلت با زاویه صفر درجه یکسان خواهد شد و اختلاف دمایی کم خواهد شد.



Ra=10⁴ (ب)



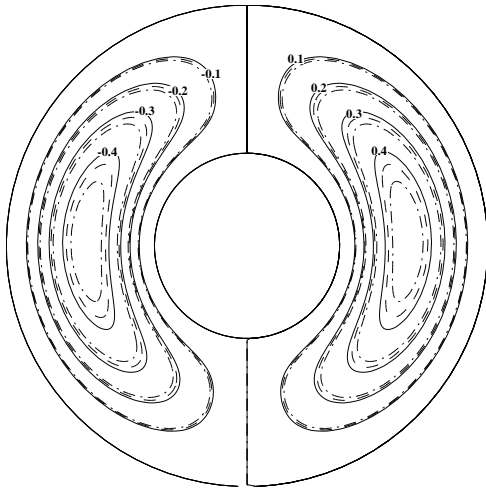
Ra=10³ (الف)



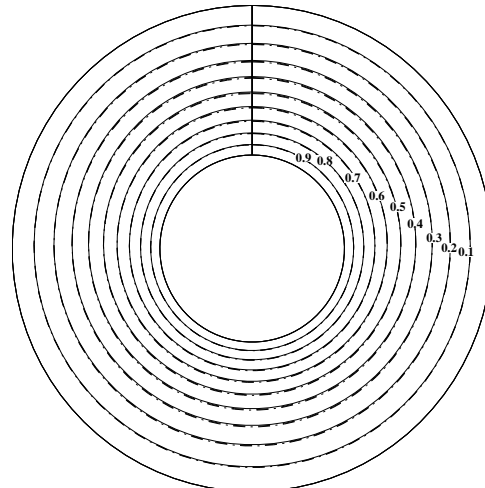
Ra=10⁵ (پ)

شکل ۵-۶: بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $\varepsilon = 0.4$, $Da = 0.01$ و $(e = 0, \sigma = 0^0)$

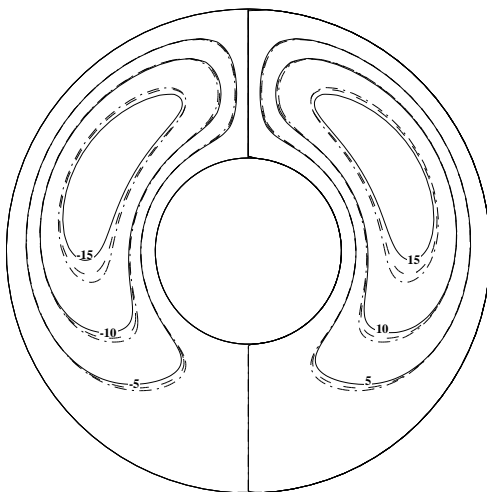
شکل ۵-۷ بیانگر کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) برای حالت هم‌مرکز در کسر حجمی متفاوت در شرایط $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$ ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در اعداد رایلی بالا لایه مرزی حرارتی روی کل سطح داخلی بزرگ‌تر خواهد شد.



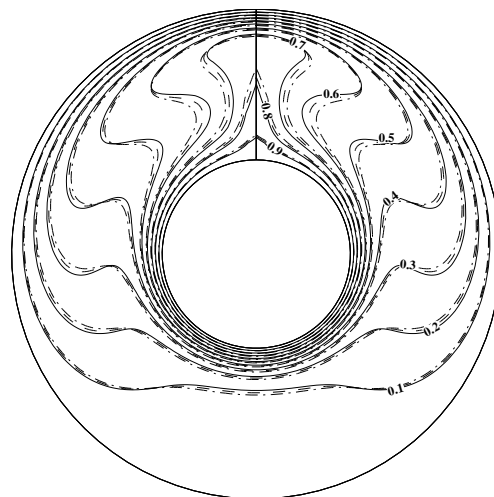
$Ra = 10^3$ (الف-۲)



$Ra = 10^3$ (الف-۱)



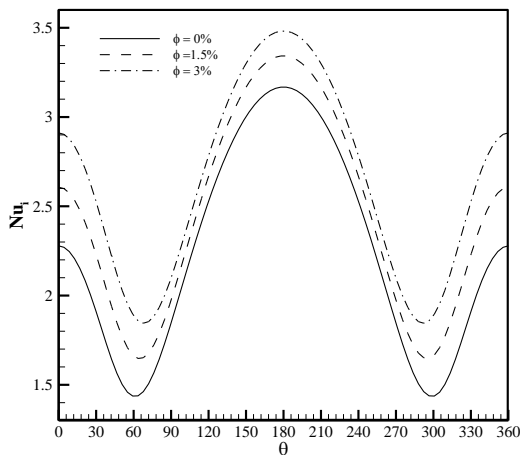
$Ra = 10^5$ (ب-۲)



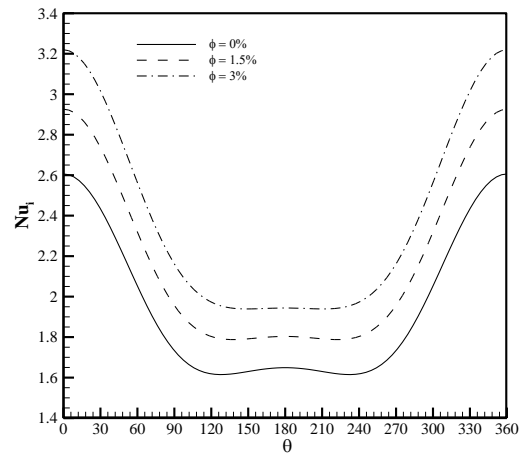
$Ra = 10^4$ (ب-۱)

شکل ۵-۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$ برای حالت هم‌مرکز (—), $\varphi = 1.5\%$ (- - -), $\varphi = 3\%$ (· · · ·)

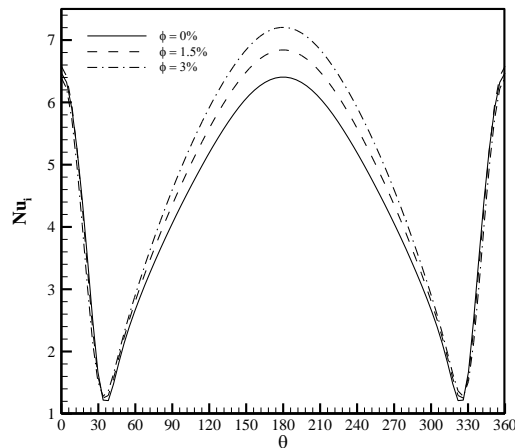
با توجه به اینکه حلقه‌ها غیر هم‌مرکز هستند پس انتقال حرارت یکنواخت‌تری نسبت به حالت هم‌مرکز وجود نخواهد داشت. با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوسیال به علت خروج رفتار جسم از حالت صلب گونه تغییرات عدد ناسلت محلی در زاویه ۱۸۰ درجه در اعداد رایلی بالاتر در نهایت حداکثر خواهد شد و در زوایای صفر درجه و ۳۶۰ درجه مقادیر ناسلت محلی یکسان است. شکل ۵-۸ نشان‌دهنده نمودار عدد ناسلت بر حسب زاویه با کسرهای حجمی متفاوت، در $(e = 0.5, \sigma = 0^0)$ است.



Ra=10⁴ (ب)



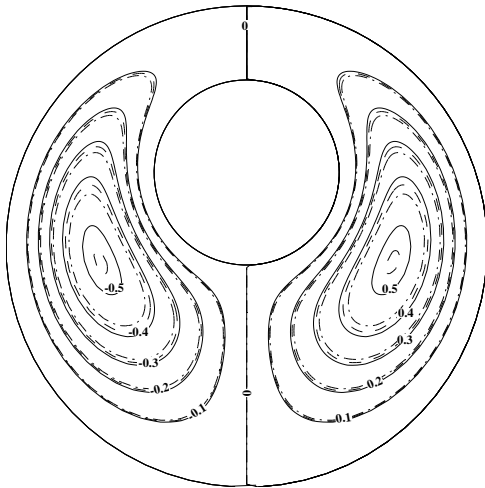
الف) Ra=10³



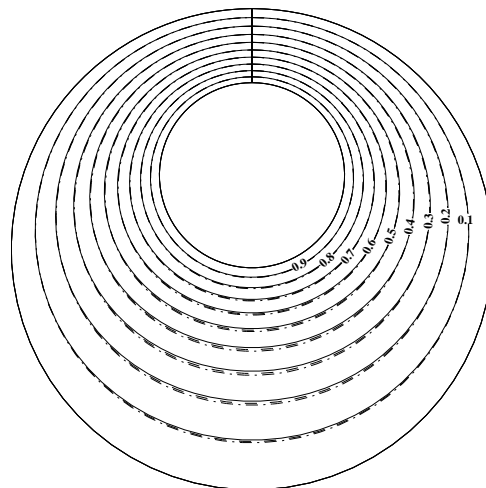
پ) Ra=10⁵

شکل ۵-۸: بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $\epsilon = 0.4$, $Da = 0.01$ و $(e = 0.5, \sigma = 0^0)$

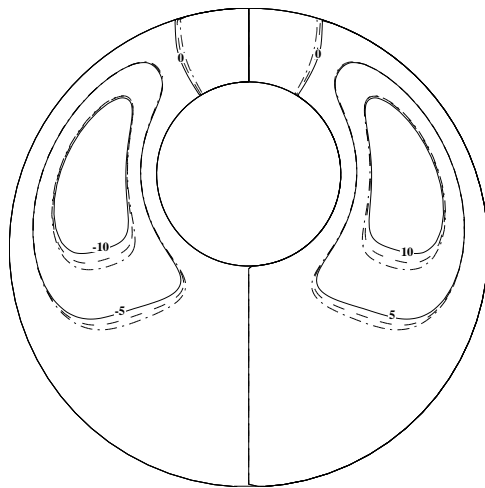
شکل ۵-۹ بیانگر کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) با کسرهای حجمی متفاوت، در شرایط $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز $(e = 0.5, \sigma = 0^\circ)$ ترسیم شده است. نتایج نشان می‌دهد که در تمامی حالات خروج از مرکز در اعداد رایلی بالا لایه مرزی حرارتی روی کل سطح داخلی بزرگ‌تر خواهد شد.



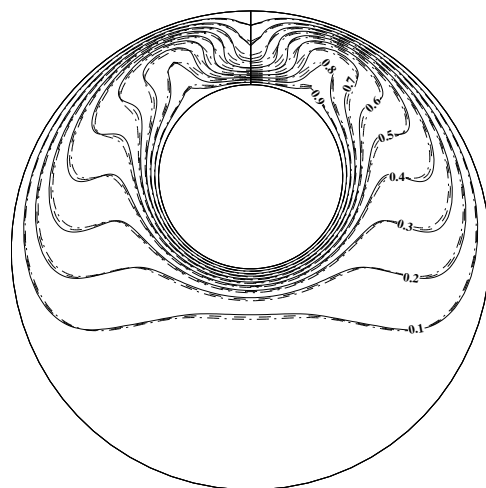
$Ra = 10^3$ (الف-۲)



$Ra = 10^3$ (الف-۱)



$Ra = 10^5$ (ب-۲)

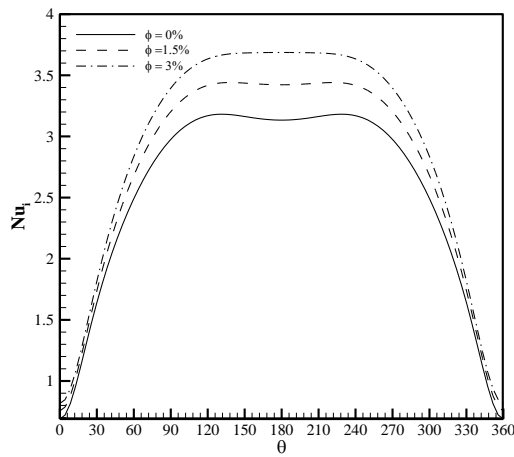


$Ra = 10^5$ (ب-۱)

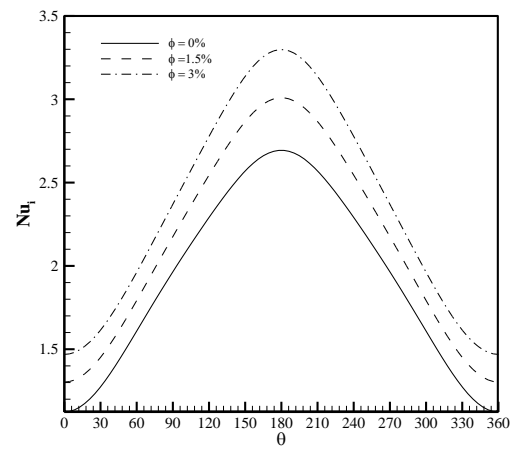
شکل ۵-۹: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$

$\varphi = 0\%$ (—), $\varphi = 1.5\%$ (- - -), $\varphi = 3\%$ (- . - .)

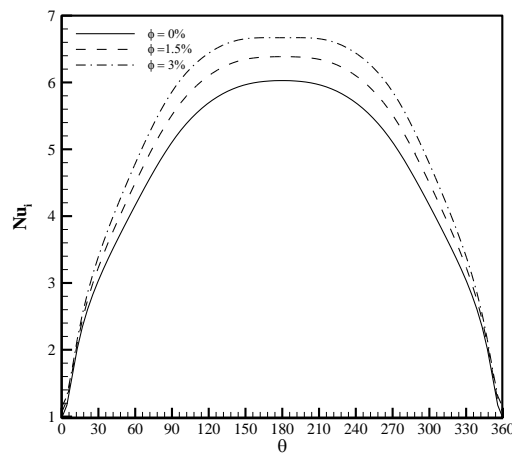
شکل ۵-۱۰ در شرایط فیزیکی $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = -0.5, \sigma = 0^0$) می باشد.



Ra=10⁴ (ب)



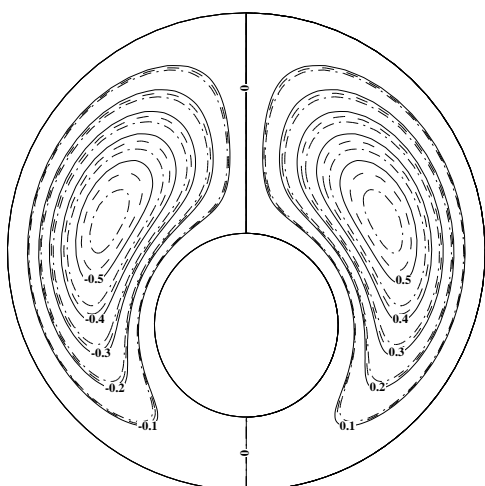
Ra=10³ (الف)



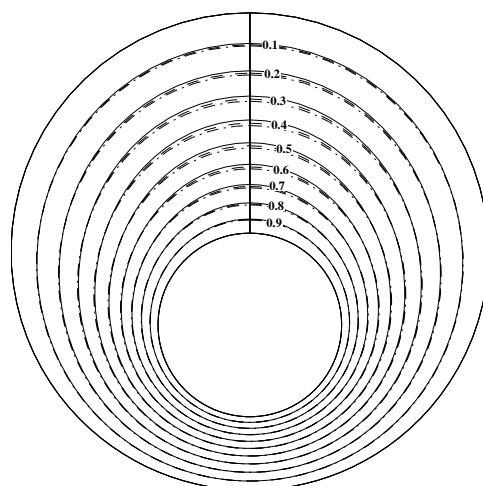
Ra=10⁵ (پ)

شکل ۵-۱۰: بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$ و ($e = -0.5, \sigma = 0^0$)

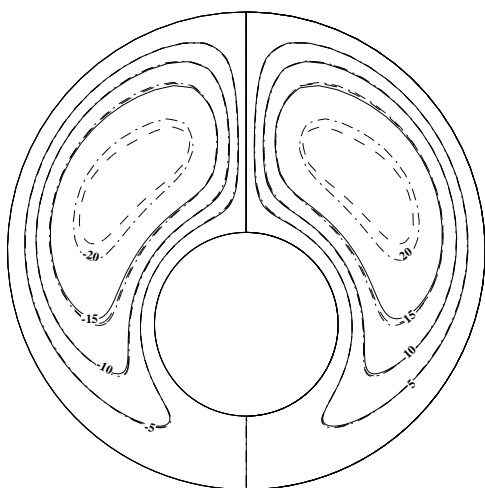
شکل ۵-۱۱ بیانگر کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) با کسرهای حجمی متفاوت در شرایط فیزیکی $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = -0.5, \sigma = 0^0$) ترسیم شده است.



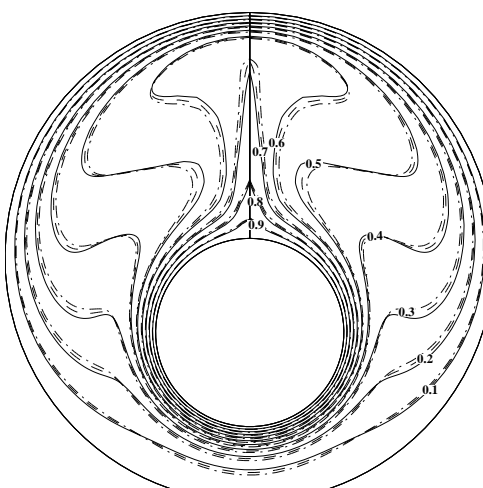
$Ra = 10^3$ (الف-۲)



$Ra = 10^3$ (الف-۱)



$Ra = 10^5$ (ب-۲)



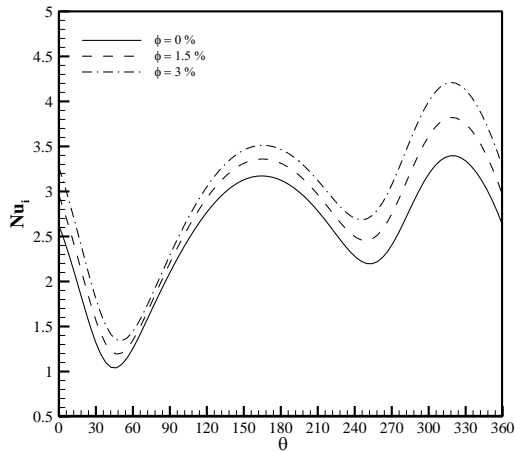
$Ra = 10^5$ (ب-۱)

شکل ۵-۱۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ)، $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$

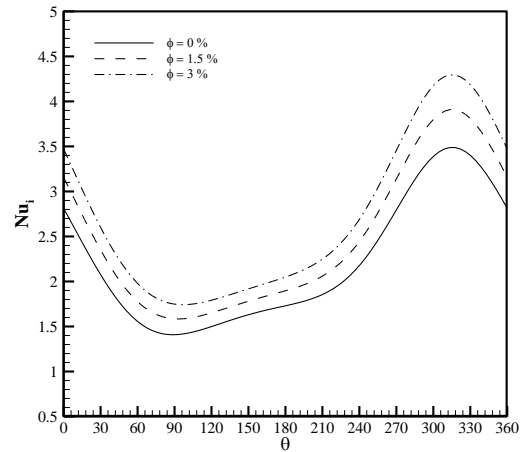
$$\varphi = 0\% \text{ (————)}, \varphi = 1.5\% \text{ (— · —)}, \varphi = 3\% \text{ (- · - ·)}$$

شکل ۵-۱۲ نشان‌دهنده نمودار عدد ناسلت برحسب زاویه با کسرهای حجمی متفاوت در شرایط فیزیکی $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$ در حالتی که نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = -0.65$, $\sigma = -45^\circ$) است. همان‌طور که مشهود است با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوسیال به علت خروج رفتار جسم از حالت صلب گونه تغییرات عدد ناسلت محلی در زاویه 180° درجه

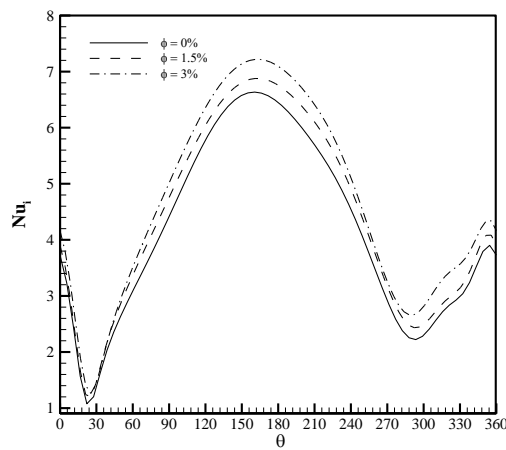
در اعداد رایلی بالاتر ($Ra=10^5$) در نهایت حداکثر خواهد شد و در زوایای صفر درجه و 360° درجه مقادیر ناسلت محلی یکسان است.



ب) $Ra=10^4$



الف) $Ra=10^3$

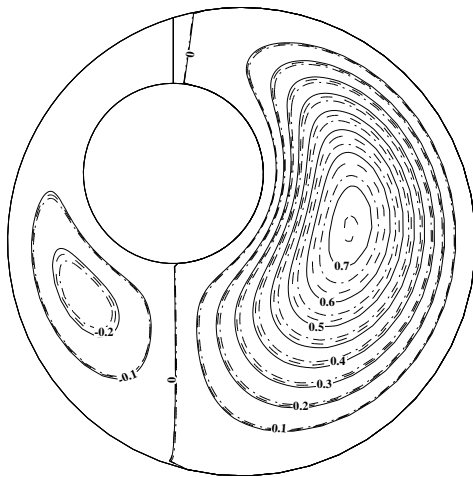


پ) $Ra=10^5$

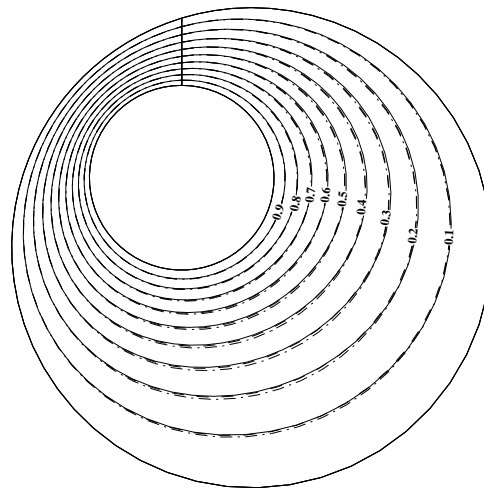
شکل ۵-۱۲: بررسی تأثیر کسر حجمی نانوذرات و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $\varepsilon = 0.4$, $Da = 0.01$ و $(\sigma = -45^\circ, e = -0.65)$

شکل ۵-۱۳ بیانگر کانتور خطوط هم‌دما و خطوط با کسرهای حجمی متفاوت در شرایط فیزیکی به صورت $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$ در حالت $(\sigma = -45^\circ, e = -0.65)$

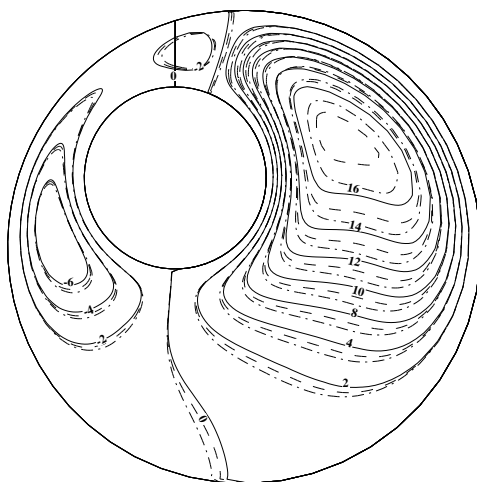
ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در این حالت خاص هم در اعداد رایلی بالا لایه مرزی حرارتی روی کل سطح داخلی بزرگ‌تر خواهد شد.



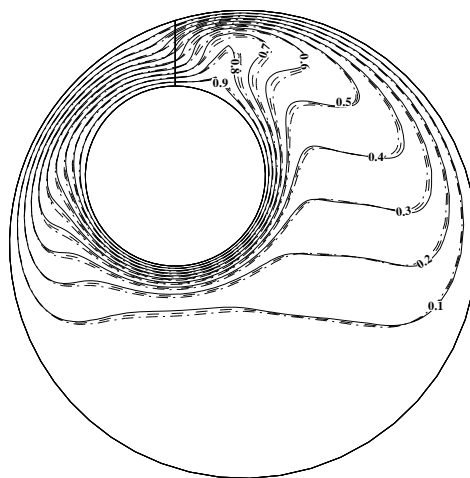
Ra = 10^3 (الف-۲)



Ra = 10^3 (الف-۱)



Ra = 10^5 (ب-۲)



Ra = 10^5 (ب-۱)

شکل ۵-۱۳: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $\text{Da} = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$

$\varphi = 0\%$ (—), $\varphi = 1.5\%$ (- - -), $\varphi = 3\%$ (· · ·)

۵-۱-۳ بررسی اعداد دارسی و رایلی

جدول ۷-۵ نشان‌دهنده تأثیر اعداد دارسی و رایلی در شرایط $\varepsilon = 0.4, RR = 2.6, Da = 0.01$ بر عدد ناسلت میانگین سطح داخلی حلقه در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز می‌باشد. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود:

- در ضریب تخلخل، کسر حجمی، و نسبت خروج از مرکز ثابت با افزایش عدد رایلی مقدار عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد.
- بین عدد ناسلت میانگین و عدد دارسی تناسب مستقیمی وجود دارد، به طوری که با کاهش عدد دارسی عدد ناسلت میانگین کاهش خواهد یافت. علت این امر را می‌توان این‌طور توجیه کرد که با کاهش عدد دارسی نفوذپذیری محیط متخلخل کاهش خواهد یافت با کاهش این کمیت عبور سیال از این محیط سخت‌تر خواهد شد و این عاملی خواهد بود که عملکرد حرارتی جریان جابجایی طبیعی کاهش یابد.
- با کاهش عدد دارسی رفتار سیال به علت کاهش نفوذپذیری محیط به جسم صلب نزدیک خواهد شد.

جدول ۷-۵: تأثیر عدد رایلی و دارسی بر عدد ناسلت میانگین در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز تحت شرایط $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4$

Nu_{avg}	e	σ	Da	Ra
۲/۰۵۰۲۱	۰/۰	۰°	۰/۰۱	۱۰۳
۲/۰۴۶۴۱	۰/۰	۰°	۰/۰۰۱	۱۰۳
۲/۳۷۹۰۹	۰/۰	۰°	۰/۰۱	۱۰۴
۲/۰۶۲۹۲	۰/۰	۰°	۰/۰۰۱	۱۰۴
۴/۸۹۷۰۳	۰/۰	۰°	۰/۰۱	۱۰۵

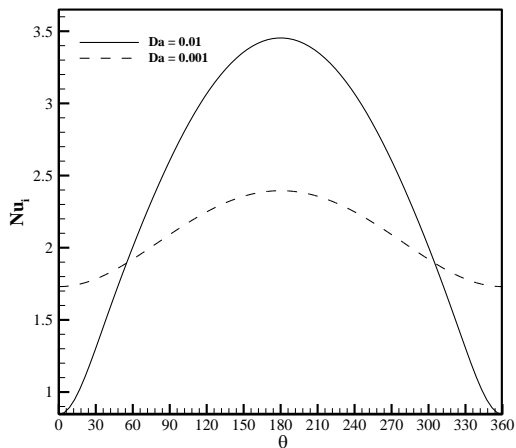
ادامه جدول ۵-۷: تأثیر عدد رایلی و دارسی بر عدد ناسلت میانگین در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز

تحت شرایط $\varphi = 0.03, \varepsilon = 0.4$

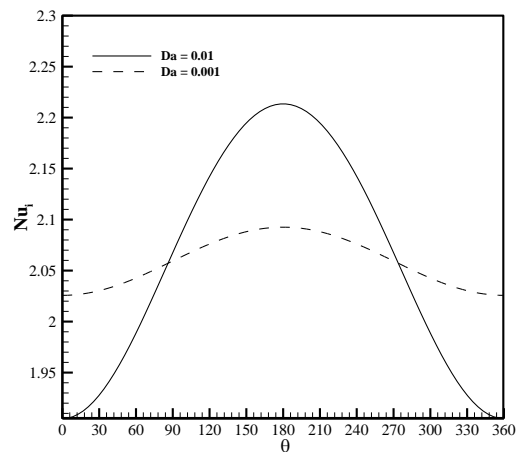
Nu_{avg}	e	σ	Da	Ra
۳/۰۷۲۶۹	۰/۰	۰°	۰/۰۰۱	۱۰۵
۲/۳۵۲۳۱	۰/۵	۰°	۰/۰۱	۱۰۳
۲/۳۴۵۹۹	۰/۵	۰°	۰/۰۰۱	۱۰۳
۲/۶۱۵۹۵	۰/۵	۰°	۰/۰۱	۱۰۴
۲/۳۶۴۲۵	۰/۵	۰°	۰/۰۰۱	۱۰۴
۴/۷۴۶۷۱	۰/۵	۰°	۰/۰۱	۱۰۵
۳/۰۳۵۷۱	۰/۵	۰°	۰/۰۰۱	۱۰۵
۲/۳۷۴۲۳	۰/۵	۴۵°	۰/۰۱	۱۰۳
۲/۳۶۶۷۸	۰/۵	۴۵°	۰/۰۰۱	۱۰۳
۲/۸۸۳۶۳	۰/۵	۴۵°	۰/۰۱	۱۰۴
۲/۳۸۹۰۵	۰/۵	۴۵°	۰/۰۰۱	۱۰۴
۵/۰۵۶۹۴	۰/۵	۴۵°	۰/۰۱	۱۰۵
۳/۴۹۲۲۷	۰/۵	۴۵°	۰/۰۰۱	۱۰۵
۲/۶۹۲۶۶	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۱	۱۰۳
۲/۶۸۵۵۷	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۰۱	۱۰۳
۲/۹۸۴۳۹	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۱	۱۰۴
۲/۷۰۴۵۵	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۰۱	۱۰۴
۴/۶۵۳۴۶	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۱	۱۰۵
۳/۳۸۲۵۹	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۰۰۱	۱۰۵

شکل‌های ۵-۱۴، ۵-۱۵ و ۵-۱۶ به نحوه تأثیر عدد دارسی روی نمودار ناسلت محلی بر سطح داخلی حلقه در شرایط فیزیکی $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$ پرداختند. همان‌طور که ملاحظه خواهد شد با کاهش عدد دارسی شیب نمودار تغییرات ناسلت محلی برحسب زاویه کاهش می‌یابد، افزایش در عدد رایلی تأثیرات مطلوبی بر این شیب می‌گذارد و سبب افزایش این شیب خواهد شد ولی در اعداد دارسی پایین‌تر به علت کاهش شدید کمیت نفوذپذیری سیال، افزایش در عدد رایلی تأثیرات چندانی بر شیب نمودار نخواهد داشت. در تمامی اشکال برای دو نمونه از عدد دارسی مختلف به نمایش گذاشته شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در شکل‌های ۵-۱۴، ۵-۱۵ در صورتی که جسم متقارن باشد (برای حالت هم‌مرکز و غیر هم‌مرکز) مشاهده خواهد شد که نمودار تغییرات ناسلت محلی برحسب زاویه شکلی متقارن به خود خواهد گرفت و در زاویه ۱۸۰ درجه به دلیل اختلاف دمایی زیاد مقدار عددی ناسلت محلی به حداکثر مقدار خود خواهد گرفت. شیب نمودار تا زاویه ۱۸۰ درجه به صورت صعودی خواهد بود و پس از آن به دلیل کاهش مجدد اختلاف دمایی و برگشت مجدد سیال به بالای جسم شیب نمودار روندی نزولی خواهد داشت تا اینکه در زاویه ۳۶۰ درجه مقدار عددی ناسلت محلی با مقدار آن در زاویه صفر درجه برابر خواهد شد. همچنین در صورتی حلقه کوچک‌تر به جوانب مختلف حرکت کند و تحت زاویه‌ای خاص قرار گیرد در این صورت جسم متقارن نخواهد بود شکل ۵-۱۶ پس نمودار تغییرات ناسلت محلی برحسب زاویه شکلی متقارن به خود نخواهد داشت. و نوسانات زیادی در نمودار ناسلت محلی وجود خواهد داشت در واقع این عامل را می‌توان این‌طور توجیه کرد که در برخی نقاط به دلیل نزدیک بودن حلقه داخلی به حلقه خارجی اختلاف دمایی کمتر و در برخی دیگر اختلاف دمایی بیشتر خواهد بود پس مقادیر عددی ناسلت محلی در برخی زاویه‌ها کمتر و در برخی دیگر بیشتر خواهد بود، آنچه در این حالت مشخص است در اعداد رایلی پایین ($Ra = 10^3$) رفتار سیال همانند جسم صلب است با افزایش عدد رایلی ($Ra = 10^5$) و تبادل حرارتی بیشتر بین ناحیه گرم و سرد تقریباً در زاویه ۱۸۰ درجه عدد ناسلت محلی حداکثر مقدار خود را دارد و این به

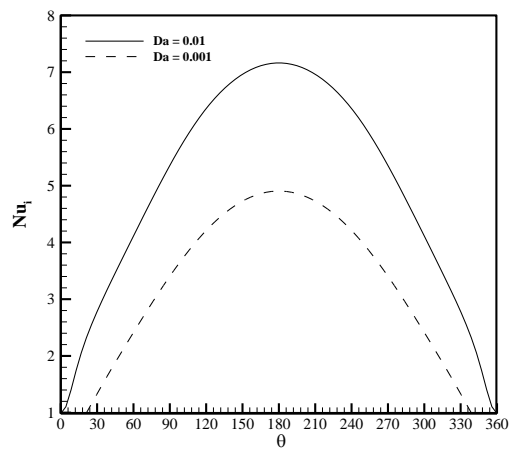
خاطر اختلاف دمایی شدیدی است که در سیال ایجاد شده است. و در زوایای صفر و ۳۶۰ درجه مقدار عددی ناسلت محلی با یکدیگر برابر خواهد بود.



$Ra = 10^4$ (ب)

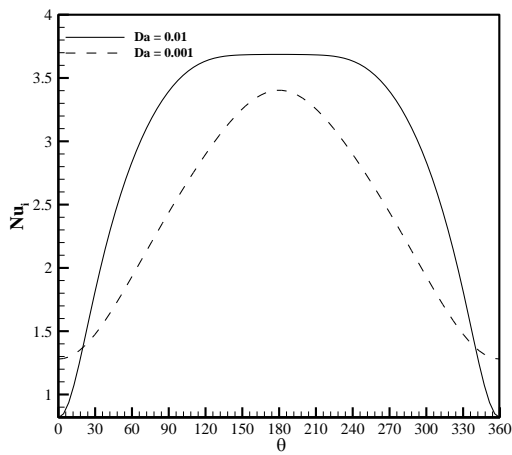


$Ra = 10^3$ (الف)

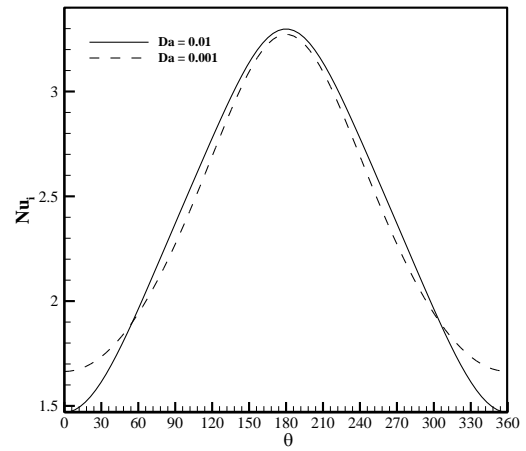


$Ra = 10^5$ (پ)

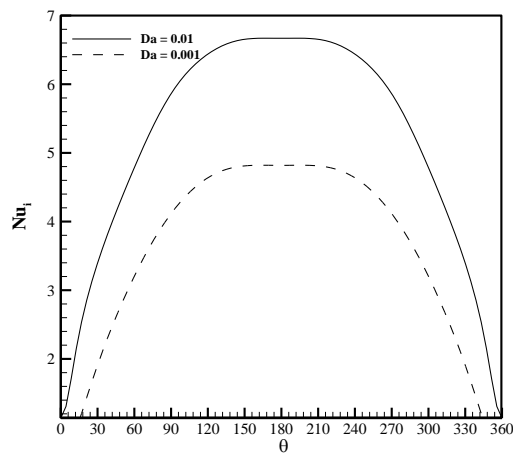
شکل ۵-۱۴: بررسی تأثیر عدد دارسی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در حالت غیر هم‌مرکز: $\varepsilon = 0.4$, $\varphi = 0.03$, $(e = 0, \sigma = 0^0)$



$Ra = 10^4$ (ب)

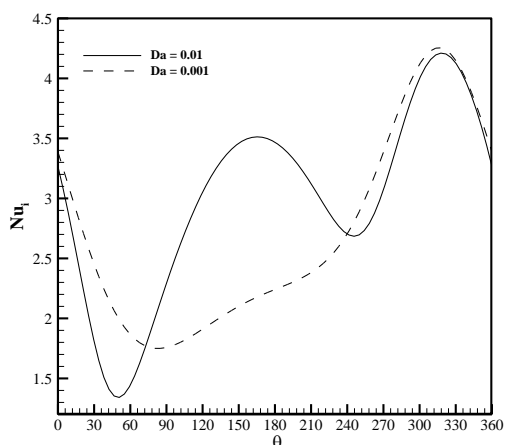


$Ra = 10^3$ (الف)

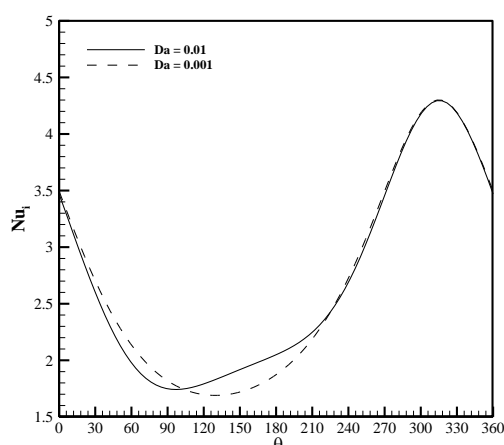


$Ra = 10^5$ (پ)

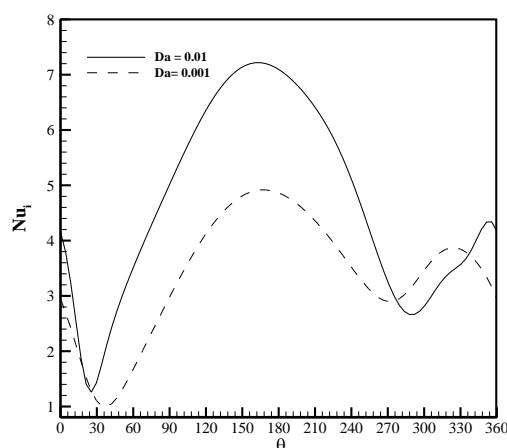
شکل ۵-۱۵: بررسی تأثیر عدد دارسی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در حالت غیر هم‌مرکز ($e = -0.5, \sigma = 0^0$), $\varphi = 0.03$, $\varepsilon = 0.4$



ب) $Ra = 10^4$



الف) $Ra = 10^3$



پ) $Ra = 10^5$

شکل ۵-۱۶: بررسی تأثیر عدد دارسی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در حالت غیر

$$\text{هم مرکز } \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03, \sigma = -45^\circ, e = -0.65$$

۵-۱-۴-۵ بررسی تأثیر ضریب تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی

جدول ۵-۸ به بررسی تأثیر ضریب تخلخل در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز در شرایط فیزیکی

$10^3 \leq Ra \leq 10^5, RR = 2.6, Da = 0.01, \varphi = 0.03$ پرداخته است. همان‌طور که پیشتر بیان شد

با افزایش ضریب تخلخل به علت افزایش امر خلل و فرج محیط متخلخل و عبور و مرور راحت‌تر سیال

از محیط عدد ناسلت متوسط افزایش خواهد یافت.

جدول ۵-۸: تأثیر عدد رایلی و ضریب تخلخل بر عدد ناسلت میانگین در نسبت‌های مختلف خروج از مرکز تحت شرایط $\varphi = 0.03, Da = 0.01$

Nu_{avg}	e	σ	ε	Ra
۲/۰۵۰۲۱	۰	۰°	۰/۴	۱۰۳
۲/۰۵۲۱۱	۰	۰°	۰/۶	۱۰۳
۲/۰۵۴۳۳	۰	۰°	۰/۹	۱۰۳
۲/۳۷۹۰۹	۰	۰°	۰/۴	۱۰۴
۲/۵۰۶۹۱	۰	۰°	۰/۶	۱۰۴
۲/۶۳۹۳۴	۰	۰°	۰/۹	۱۰۴
۴/۸۹۷۰۳	۰	۰°	۰/۴	۱۰۵
۵/۳۱۱۱۶	۰	۰°	۰/۶	۱۰۵
۵/۷۴۶۲۸	۰	۰°	۰/۹	۱۰۵
۲/۳۵۲۳۹	-۰/۵	۰°	۰/۴	۱۰۳
۲/۳۵۵۰۰	-۰/۵	۰°	۰/۶	۱۰۳
۲/۳۵۷۸۳	-۰/۵	۰°	۰/۹	۱۰۳
۲/۸۹۹۵۳	-۰/۵	۰°	۰/۴	۱۰۴
۳/۰۱۴۱۴	-۰/۵	۰°	۰/۶	۱۰۴
۳/۱۲۷۹۳	-۰/۵	۰°	۰/۹	۱۰۴
۵/۱۶۴۵۹	-۰/۵	۰°	۰/۴	۱۰۵
۵/۶۱۰۸۵	-۰/۵	۰°	۰/۶	۱۰۵
۶/۰۹۰۸۰	-۰/۵	۰°	۰/۹	۱۰۵
۲/۱۶۴۳۵	۰/۵	۴۵°	۰/۴	۱۰۳

ادامه جدول ۵-۸: تأثیر عدد رایلی و ضریب تخلخل بر عدد ناسلت میانگین در نسبت‌های مختلف خروج از

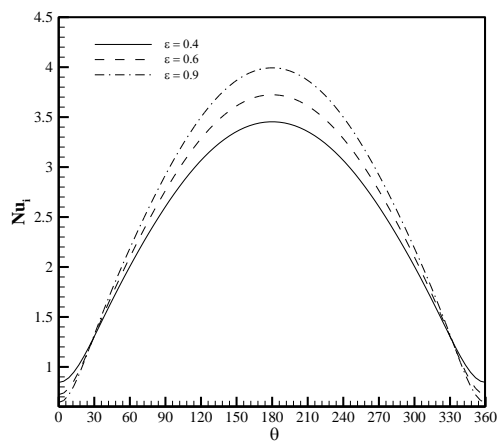
مرکز تحت شرایط $\varphi = 0.03, Da = 0.01$

Nu_{avg}	e	σ	ε	Ra
۲/۱۶۷۵۶	۰/۵	۴۵°	۰/۶	۱۰ ^۳
۲/۱۷۰۹۷	۰/۵	۴۵°	۰/۹	۱۰ ^۳
۲/۷۰۹۶۷	۰/۵	۴۵°	۰/۴	۱۰ ^۴
۲/۸۲۴۰۲	۰/۵	۴۵°	۰/۶	۱۰ ^۴
۲/۹۹۴۶۴	۰/۵	۴۵°	۰/۹	۱۰ ^۴
۴/۷۹۳۵	۰/۵	۴۵°	۰/۴	۱۰ ^۵
۵/۲۳۰۶	۰/۵	۴۵°	۰/۶	۱۰ ^۵
۵/۶۹۹۴۸	۰/۵	۴۵°	۰/۹	۱۰ ^۵
۲/۶۹۲۶۶	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۴	۱۰ ^۳
۲/۶۹۴۸۳	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۶	۱۰ ^۳
۲/۶۹۷۰۷	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۹	۱۰ ^۳
۲/۹۸۴۳۹	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۴	۱۰ ^۴
۳/۰۲۵۱	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۶	۱۰ ^۴
۳/۱۲۲۹۲	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۹	۱۰ ^۴
۴/۶۵۳۴۶	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۴	۱۰ ^۵
۵/۰۲۱۷۱	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۶	۱۰ ^۵
۵/۴۰۴۸۵	-۰/۶۵	-۴۵°	۰/۹	۱۰ ^۵

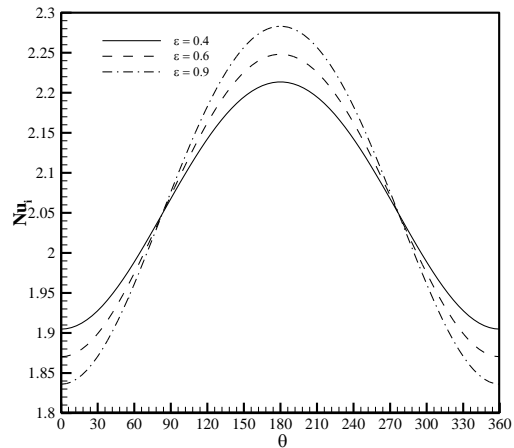
شکل‌های ۵-۱۷، ۵-۱۹ و ۵-۲۱ بیانگر اثر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه و شکل‌های ۵-۱۸، ۵-۲۰، ۵-۲۲ بیانگر کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\phi = 0.03$ با نسبت‌ها و زاویه‌های خروج از مرکز متفاوت هستند.

همان‌طور که پیشتر بیان گردید افزایش ضریب تخلخل موجب سریع شدن حرکت سیال در هندسه موردنظر خواهد شد. در صورتی که جسم متقارن باشد نمودار تغییرات ناسلت محلی برحسب زاویه شکلی متقارن به خود خواهد گرفت در اعداد رایلی پایین ($Ra = 10^3$) برای زوایای کمتر از ۹۰ درجه به علت کم بودن اختلاف دمایی در برخی نقاط لایه مرزی حرارتی بزرگ‌تر خواهد شد و در زوایای ۹۰ تا ۱۸۰ درجه به علت افزایش اختلاف دمایی لایه مرزی حرارتی کوچک‌تر خواهد شد. همان‌طور که قبلاً هم بیان گردید شیب نمودار تا زاویه ۱۸۰ درجه به صورت صعودی خواهد بود و پس از آن به دلیل کاهش مجدد اختلاف دمایی و برگشت مجدد سیال به بالای جسم شیب نمودار روندی نزولی خواهد داشت تا اینکه در زاویه ۳۶۰ درجه مقدار عددی ناسلت محلی با مقدار آن در زاویه صفر درجه برابر خواهد شد. در اعداد رایلی زیاد برای تمامی زوایا لایه مرزی حرارتی کوچک‌تر شده که سبب ایجاد اختلاف دمایی شدیدتری خواهد شد. بنابراین انتظار خواهد رفت که عدد ناسلت محلی در تمامی زوایا افزایش یابد. برای حالتی که جسم متقارن نباشد نمودار ناسلت محلی شکلی متقارن به خود نخواهد داشت. قبلاً هم بیان گردید که به دلیل نزدیک شدن قسمتی از ناحیه گرم به ناحیه سرد اندازه اختلاف دمایی در نقاط مختلف متفاوت خواهد بود و نمودار دارای نوساناتی خواهد بود. اما با افزایش در عدد رایلی وقتی که ($Ra = 10^5$) اختلاف دمایی در زاویه‌های ۳۰ تا ۱۸۰ درجه زیاد و پس از آن به دلیل عواملی که در بالا ذکر شده از زاویه ۱۸۰ تا ۳۰۰ درجه روندی نزولی را طی خواهد کرد. برای زوایای صفر تا ۳۰ درجه به علت کم بودن اختلاف دمایی عدد ناسلت محلی کاهش و از زاویه ۳۰۰ تا ۳۶۰ درجه با توجه به اختلاف دمایی زیاد عدد ناسلت محلی افزایش می‌یابد که این نوسانات در نمودار متأثر از نسبت خروج از مرکز و زاویه خروج از مرکز می‌باشد.

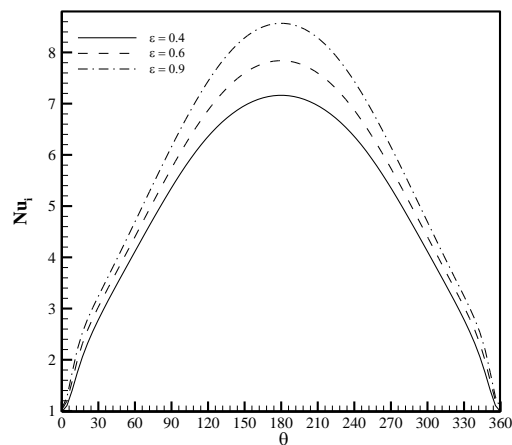
شکل ۵-۱۷ بیانگر اثر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در شرایط $10^3 \leq Ra \leq 10^5, RR = 2.6, Da = 0.01, \varphi = 0.03$ برای حالت هم‌مرکز است.



ب) $Ra = 10^4$



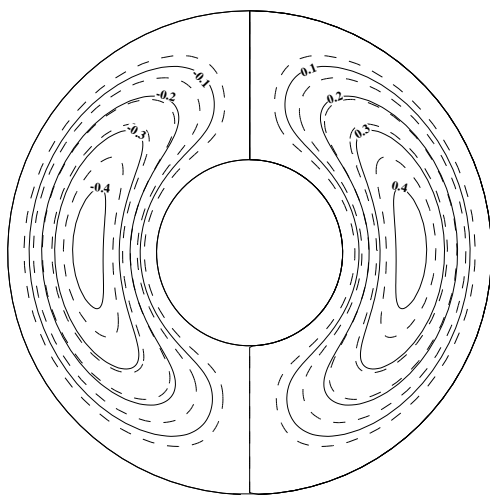
الف) $Ra = 10^3$



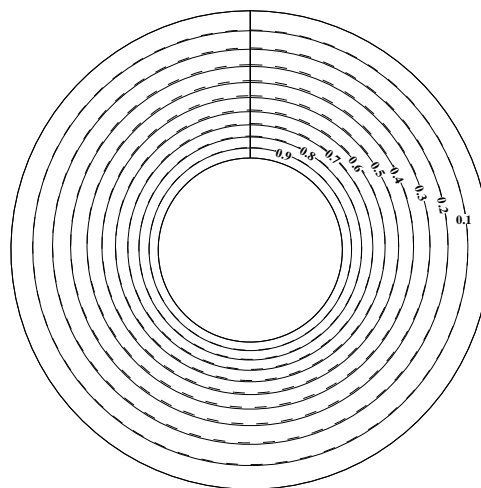
پ) $Ra = 10^5$

شکل ۵-۱۷: بررسی تاثیر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در شرایط $\varphi = 0.03, Da = 0.01$ و $(e = 0, \sigma = 0^0)$

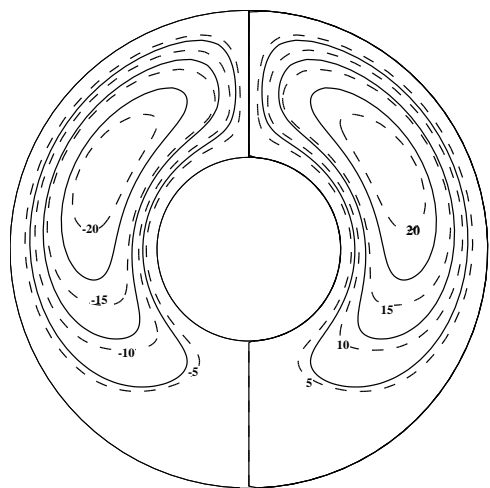
شکل‌های ۵-۱۸ بیانگر کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در شرایط $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$ برای حالت هم مرکز در نسبت‌های تخلخل ۰/۴ و ۰/۹ است.



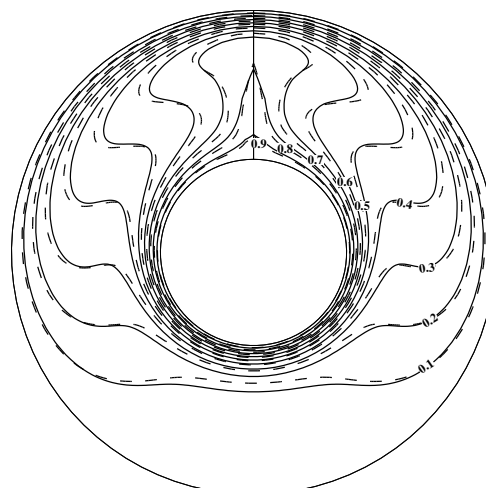
$Ra = 10^3$ (الف-۲)



$Ra = 10^3$ (الف-۱)



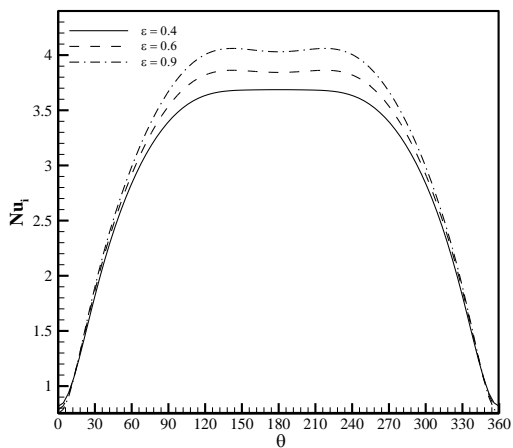
$Ra = 10^5$ (ب-۲)



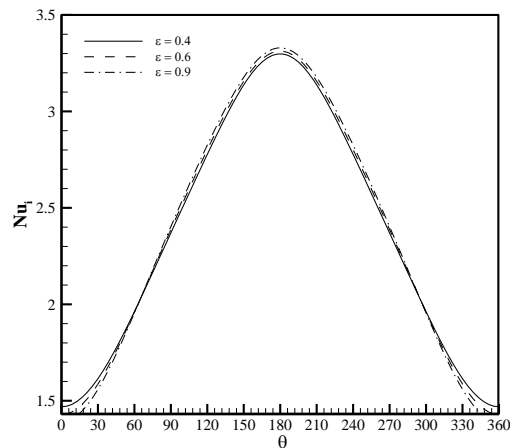
$Ra = 10^5$ (ب-۱)

شکل ۵-۱۸: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $\varphi = 0.03$, $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$ (—), $\varepsilon = 0.9$ (---)

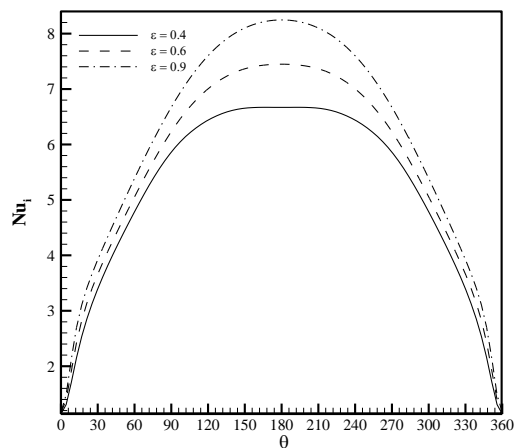
شکل ۵-۱۹ بیانگر اثر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در $(e = -0.5, \sigma = 0^0)$ برای $10^3 \leq Ra \leq 10^5, RR = 2.6, Da = 0.01, \varphi = 0.03$ است.



ب) $Ra = 10^4$



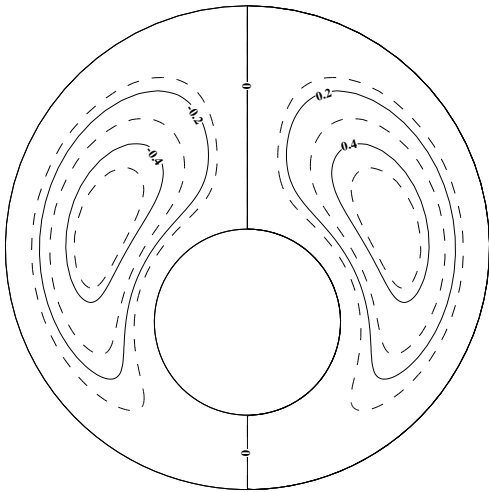
الف) $Ra = 10^3$



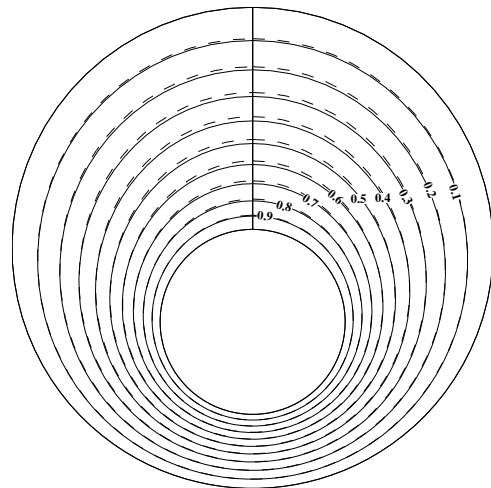
پ) $Ra = 10^5$

شکل ۵-۱۹: بررسی تاثیر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در شرایط $Da = 0.01, \varphi = 0.03$ و $(e = -0.5, \sigma = 0^0)$

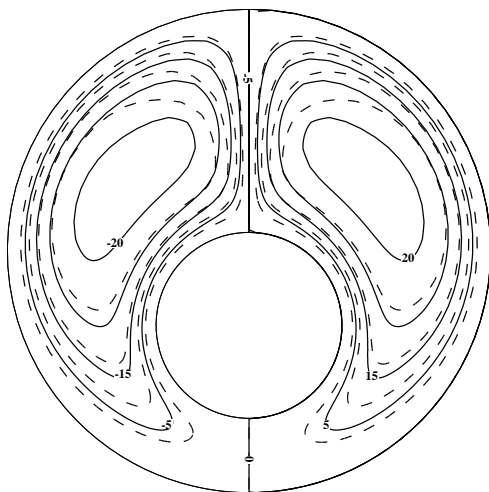
شکل‌های ۵-۲۰ بیانگر کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) تحت شرایط $10^3 \leq Ra \leq 10^5, RR = 2.6, Da = 0.01, \varphi = 0.03$ در نسبت‌های تخلخل ۰/۴ و ۰/۹ برای حالتی که زاویه و نسبت خروج از مرکز $(e = -0.5, \sigma = 0^0)$ است.



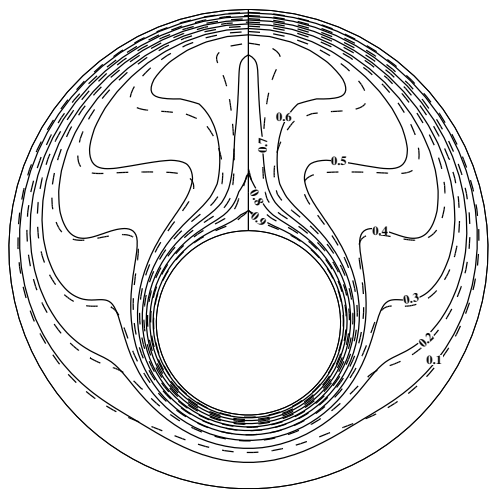
$Ra = 10^3$ (الف-۲)



$Ra = 10^3$ (الف-۱)



$Ra = 10^5$ (ب-۲)

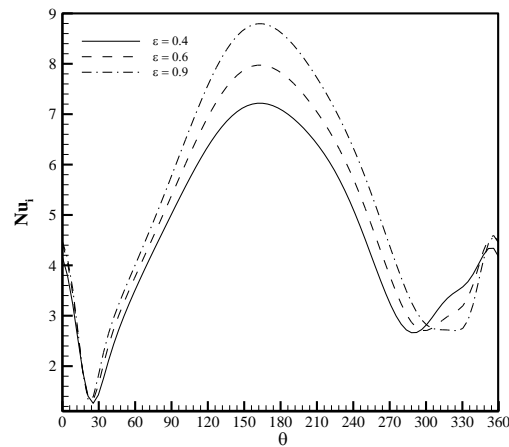
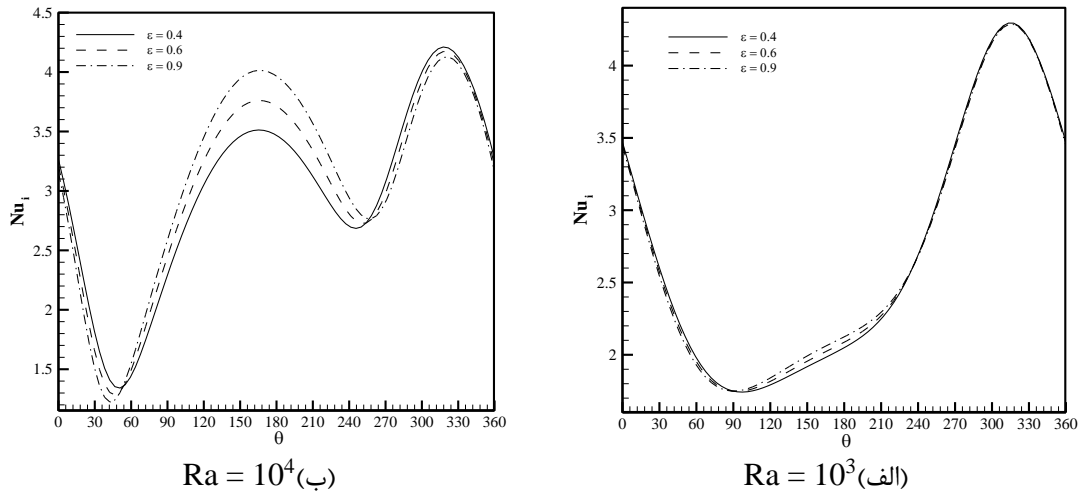


$Ra = 10^5$ (ب-۱)

شکل ۵-۲۰: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ)

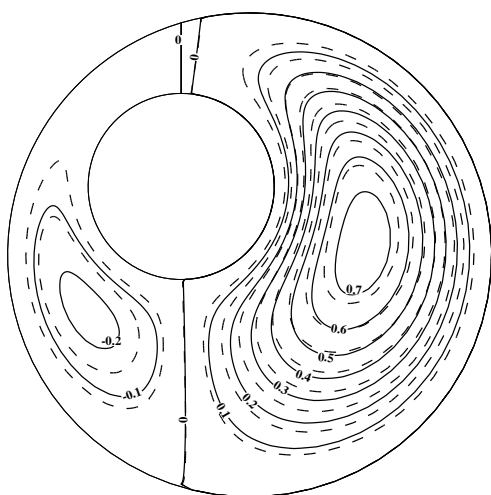
$\varphi = 0.03, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4$ (—), $\varepsilon = 0.9$ (-----), $(e = -0.5, \sigma = 0^0)$

شکل ۵-۲۱ بیانگر اثر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی در شرایط $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$ در $(e = -0.65, \sigma = -45^\circ)$ است.

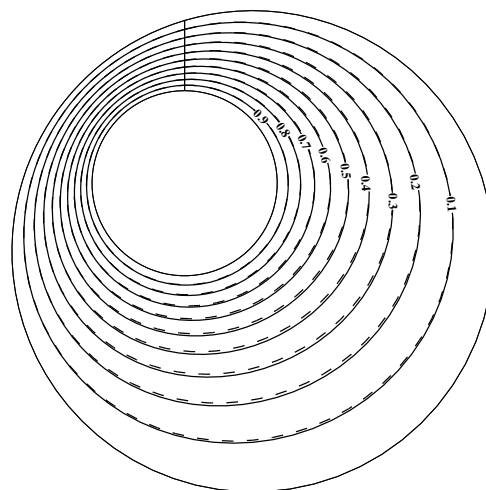


شکل ۵-۲۱: بررسی تاثیر تخلخل محیط متخلخل و عدد رایلی بر توزیع عدد ناسلت محلی سطح داخلی حلقه در شرایط $\varphi = 0.03$, $Da = 0.01$ و $(e = -0.65, \sigma = -45^\circ)$

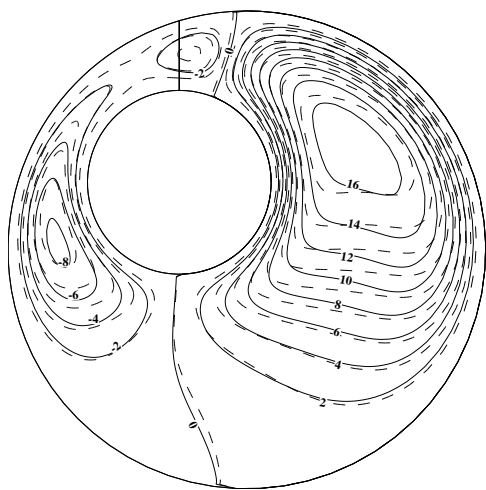
شکل ۵-۲۲ بیانگر کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در شرایط فیزیکی $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$ در نسبت تخلخل‌های 0.4 و 0.9 برای حالت $(e = -0.65, \sigma = -45^\circ)$ است.



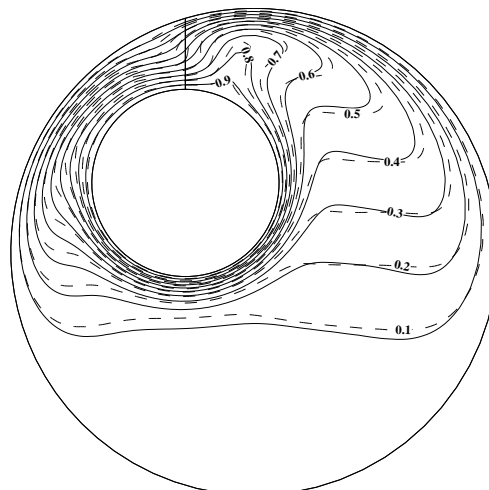
$Ra = 10^3$ (الف-۲)



$Ra = 10^3$ (الف-۱)



$Ra = 10^5$ (ب-۲)



$Ra = 10^5$ (ب-۱)

شکل ۵-۲۲: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) $(e = -0.65, \sigma = -45^\circ)$
 $\varphi = 0.03$, $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$ (---), $\varepsilon = 0.9$ (—)

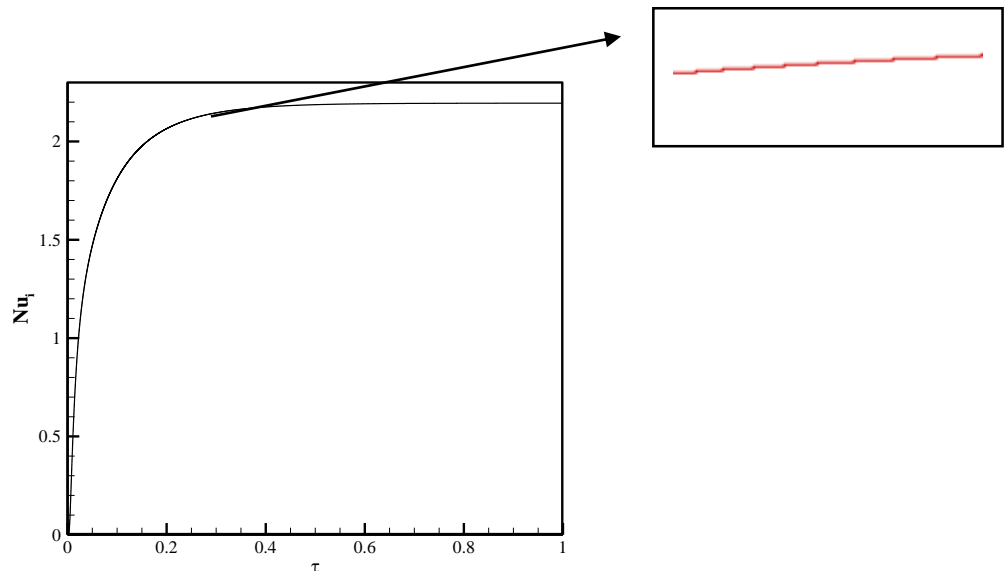
۵-۵-۲ - حالت ناپایا

در این قسمت به بررسی تغییرات کمیت‌هایی نظیر ناسلت متوسط، ناسلت محلی، تابع جریان بیشینه، تابع جریان، دما با زمان پرداخته شده است. همچنین کانتورهای دما و تابع جریان در زمان‌های مختلف از $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ ثانیه به نمایش گذاشته شده‌اند.

نمودارها و کانتورها تحت شرایط $Ra = 10^5, \varepsilon = 0.4, RR = 2.6, Da = 0.01, \varphi = 0.03$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز $(e = 0.65, \sigma = -45^0)$ به نمایش گذاشته شده‌اند.

الف) نمودار ناسلت متوسط بر حسب زمان

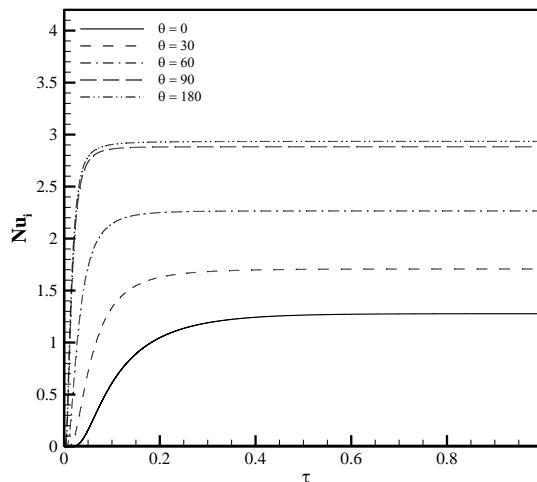
شکل ۵-۲۳ تغییرات کمیت ناسلت متوسط بر حسب زمان را نشان می‌دهد همان‌طور که مشاهده می‌شود در لحظات ابتدایی نمودار ناسلت متوسط دارای نوسانات بسیار کوچکی است و پس از گذشت مدت زمانی این نوسانات برطرف گردیده و به حالت پایا خواهد رسید. این قضیه در تمامی حالات اعم از حالت هم‌مرکز و غیر هم‌مرکز مشاهده شده است.



شکل ۵-۲۳: نمودار ناسلت متوسط بر حسب زمان در شرایط فیزیکی $Ra = 10^5, \varepsilon = 0.4, RR = 2.6, Da = 0.01, \varphi = 0.03$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز $(e = 0.65, \sigma = -45^0)$

ب) نمودار ناسلت لحظه‌ای بر حسب زمان

شکل ۵-۲۴ بیانگر نمودار تغییرات ناسلت محلی در زوایای ۰، ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۸۰ درجه بر حسب زمان می‌باشد، همان‌طور که پیشتر از این هم بحث شده به دلیل وجود اختلاف دمایی بیشتر در قسمت فوقانی حلقه بیشترین مقدار ناسلت محلی در زاویه ۱۸۰ درجه اتفاق خواهد افتاد. شایان ذکر است که تمامی نمودارها در $\tau = 1$ ثانیه ترسیم شده‌اند و همگی به حالت پایا رسیده‌اند.

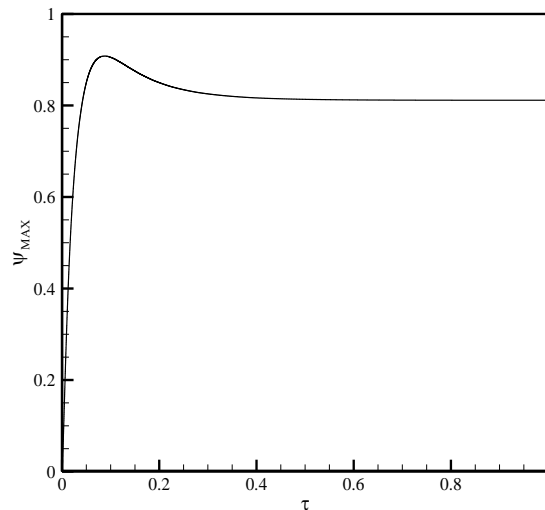


شکل ۵-۲۴: نمودار ناسلت لحظه‌ای در زوایای مختلف بر حسب زمان تحت شرایط $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0.65$, $\sigma = -45^\circ$ و $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$

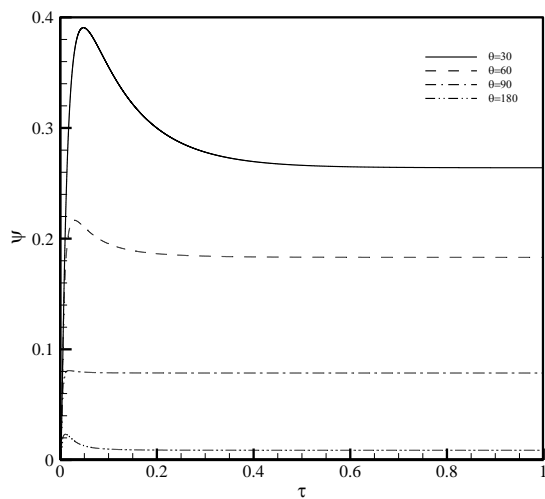
ج) نمودار تابع جریان و تابع جریان بیشینه بر حسب زمان

شکل‌های ۵-۲۵ و ۵-۲۶ به ترتیب بیانگر نمودار تابع جریان بیشینه و تابع جریان نقاط شبکه محاسباتی در شعاع r_m (میانگین شعاع داخلی و خارجی حلقه) در زوایای ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۸۰ درجه بر حسب زمان هستند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در لحظات ابتدایی نمودارهای فوق دارای نوسان شدید بوده و باگذشت زمان از شدت این نوسانات کاسته کوچک‌تر شده تا زمانی که تابع جریان بیشینه و تابع جریان به حالت پایا برسند، دلیل این نوسانات را می‌توان این‌طور توجیه کرد که در لحظات اولیه به دلیل اختلاف دمایی شدید درون سیال تابع جریان بالا می‌رود و باگذشت زمان اختلاف دمایی درون سیال به‌مرور کاهش یافته (عامل کاهش نوسانات نمودار) ضمناً در لحظات اولیه چرخش سیال تحت تأثیر قرار

خواهد گرفت و حرکت آن باگذشت زمان به سمت بالای حلقه خواهد بود. شایان ذکر است که همگی نمودارهای فوق‌الذکر در $\tau = 1$ ثانیه ترسیم شده‌اند و به حالت پایا رسیده‌اند.



شکل ۵-۲۵: نمودار تابع جریان بیشینه برحسب زمان تحت شرایط $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = 0.65$, $\sigma = -45^\circ$)



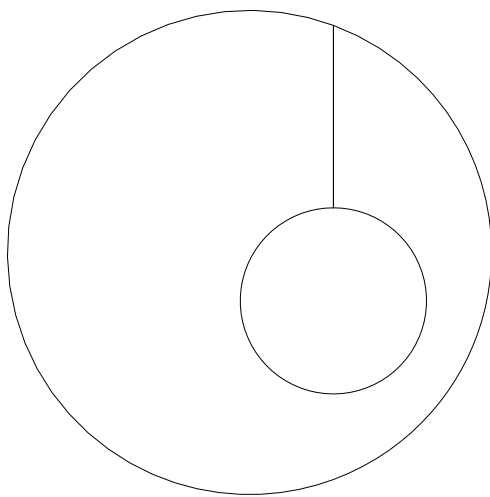
شکل ۵-۲۶: نمودار تابع جریان در زوایای مختلف برحسب زمان در شعاع r_m تحت شرایط $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = 0.65$, $\sigma = -45^\circ$)

شکل ۵-۲۷ بیانگر نمایش شماتیکی از کانتورهای خطوط هم‌دما و خطوط جریان برای یک حلقه غیر هم‌مرکز تحت شرایطی که $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\varphi = 0.03$ و نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = 0.65$, $\sigma = -45^0$) می‌باشد.

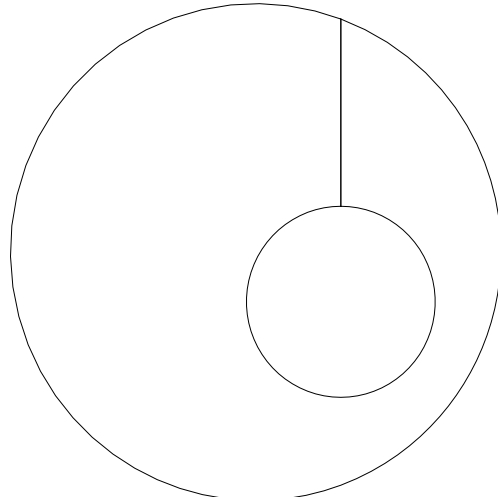
بخش الف-۱ و الف-۲ شکل ۵-۲۸ بیانگر زمان صفر بی بعد است. پس از گذشت زمان ($\tau > 0$) و با حل هم‌زمان سه معادله انرژی، حرکت، تاوایی در ابتدای امر به خاطر اینکه دمای دیواره خارجی صفر در نظر گرفته شده اختلاف دمایی شدیدی در این ناحیه اتفاق خواهد افتاد و همان‌طور که ملاحظه می‌شود کانتور خطوط هم‌دما به سمت جداره داخلی حرکت خواهد کرد. هدف اصلی در این پژوهش بررسی پدیده جابجایی طبیعی بوده است. به خاطر وجود نیروی شناوری در معادله حرکت مشاهده خواهد شد که باگذشت زمان نیروی شناوری بسیار مؤثر عمل کرده و سبب ایجاد یک ناحیه گرم تقریباً پایدار و البته با اختلاف دمایی کمتر در نواحی بالایی حلقه داخلی و همچنین یک ناحیه سرد پایدار با اختلاف دمایی کم در نواحی پایینی حلقه داخلی خواهد شد.

همچنین در زمان صفر بی بعد به علت عدم وجود حرکت سیال هیچ‌گونه چرخشی وجود نخواهد داشت، پس از گذشت زمان و مؤثر واقع شدن نیروی شناوری چرخش ایجاد خواهد شد. این چرخش سبب حرکت سیال از پایین به سمت بالای حلقه خواهد شد. و باعث خواهد شد که تا زاویه‌ای خاص که حالت پایدار جریان اتفاق می‌افتد قرار گیرد و ثابت بماند.

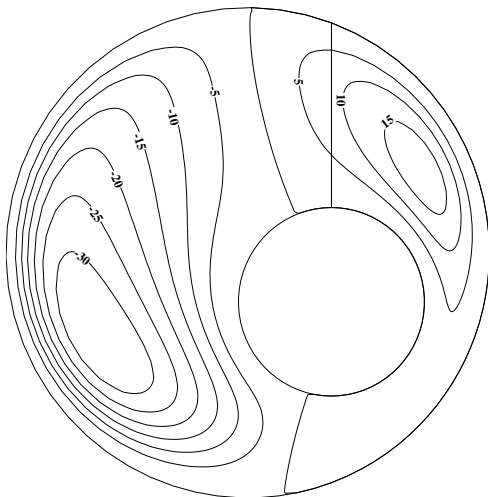
شکل‌های (الف-۱) ، (الف-۲) ، (ب-۱) و (ب-۲) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در زمان صفر بی‌بعد و $\tau = 0.01$ تحت شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ و با نسبت و زاویه خروج از مرکز $(e = 0.65, \sigma = -45^\circ)$ هستند.



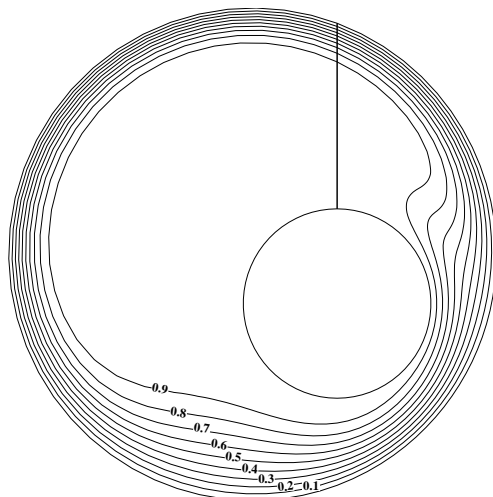
$\tau = 0$ (الف-۲)



$\tau = 0$ (الف-۱)



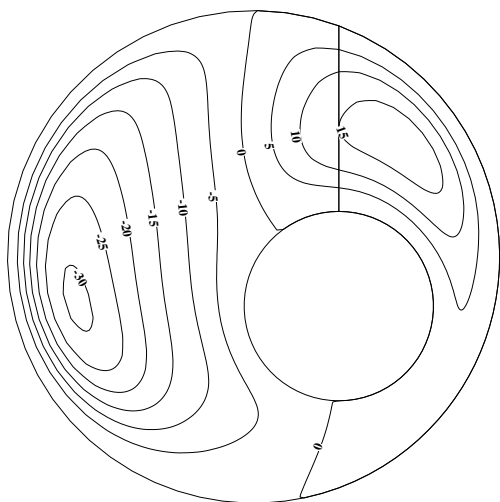
$\tau = 0.01$ (ب-۱)



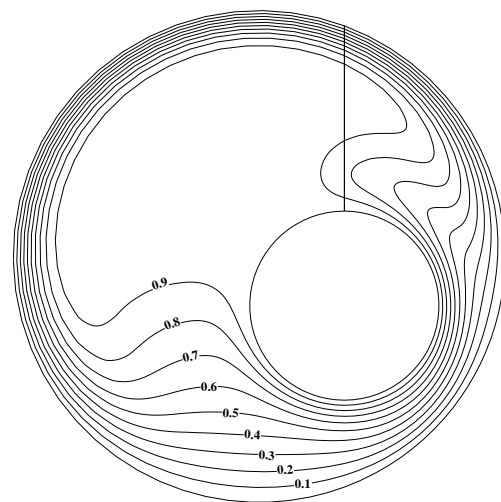
$\tau = 0.01$ (ب-۲)

شکل ۵-۲۷: کانتور خط دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ در شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ و $(e = 0.65, \sigma = -45^\circ)$

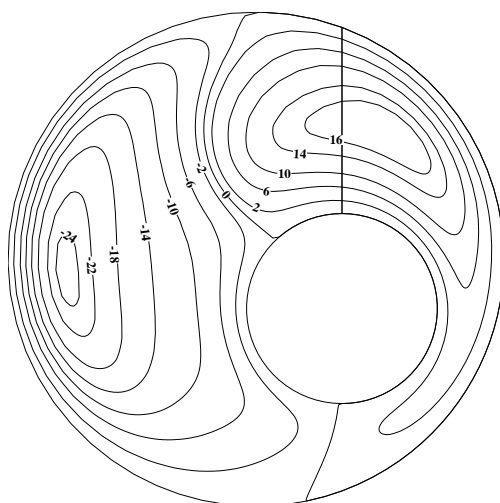
شکل‌های (پ-۱)، (پ-۲)، (ت-۱) و (ت-۲) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در زمان $\tau = 0.02$ و $\tau = 0.03$ تحت شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ با نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = 0.65, \sigma = -45^0$) هستند.



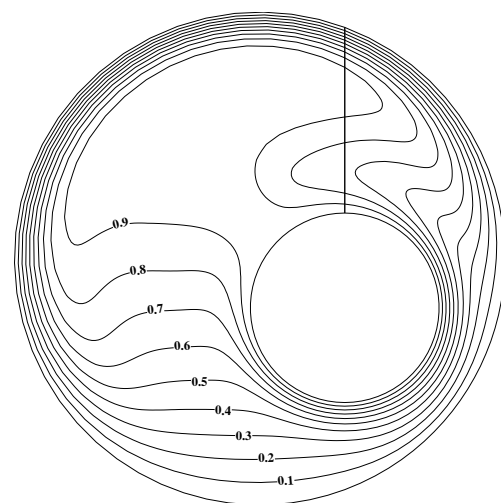
$\tau = 0.02$ (پ-۲) T



$\tau = 0.02$ (پ-۱) T



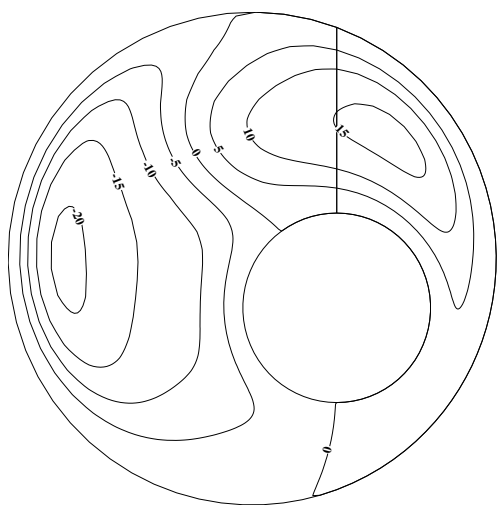
$\tau = 0.03$ (ت-۲) T



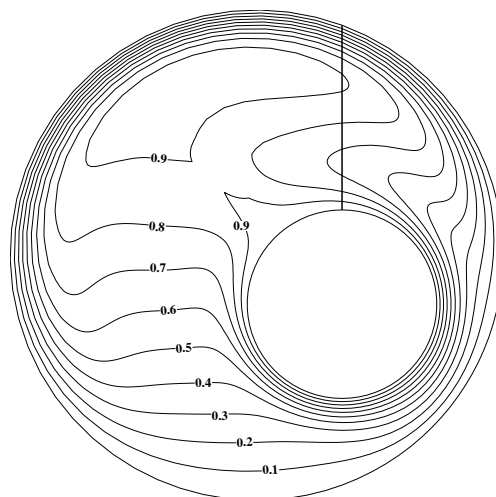
$\tau = 0.03$ (ت-۱) T

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ در شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ و ($e = 0.65, \sigma = -45^0$)

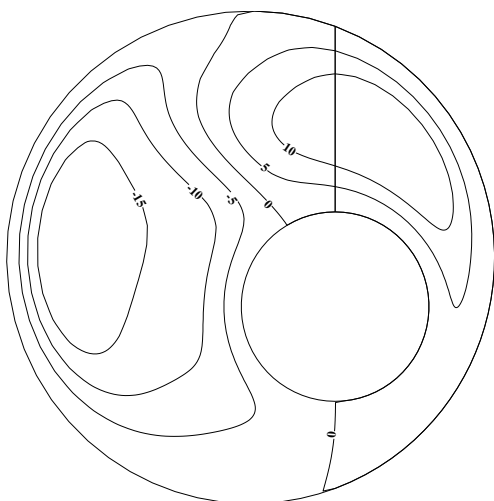
شکل‌های (ث-۱)، (ث-۲)، (ج-۱) و (ج-۲) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در زمان $\tau = 0.04$ و $\tau = 0.05$ تحت شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ با نسبت و زاویه خروج از مرکز $(e = 0.65, \sigma = -45^\circ)$ هستند.



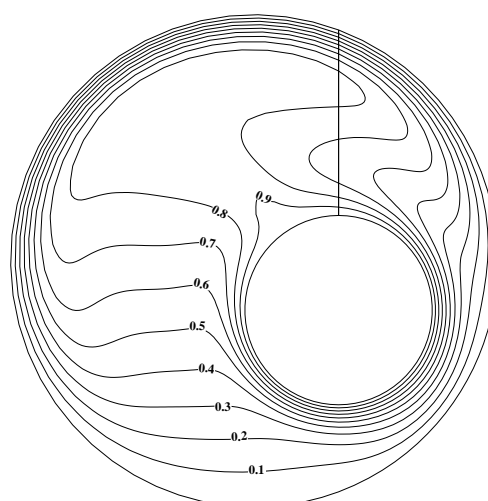
$\tau = 0.04$ (ث-۲)



$\tau = 0.04$ (ث-۱)



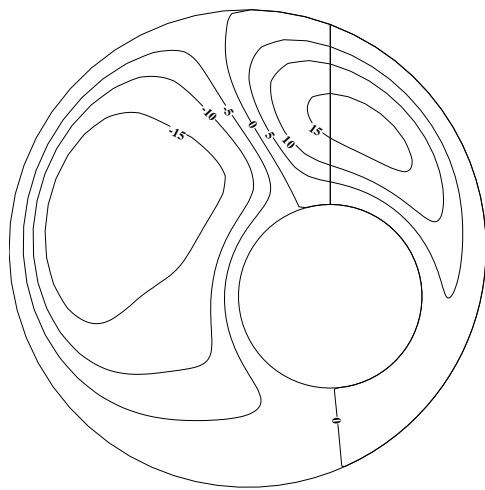
$\tau = 0.05$ (ج-۲)



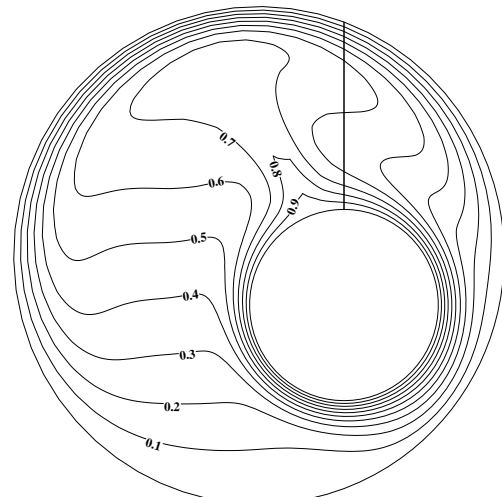
$\tau = 0.05$ (ج-۱)

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ در شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ و $(e = 0.65, \sigma = -45^\circ)$

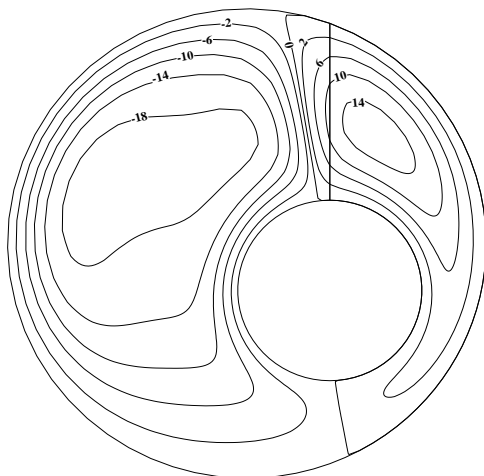
شکل‌های (چ-۱)، (چ-۲)، (ح-۱) و (ح-۲) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در زمان $\tau = 0.1$ و $\tau = 0.15$ تحت شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ با نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = 0.65, \sigma = -45^0$) هستند.



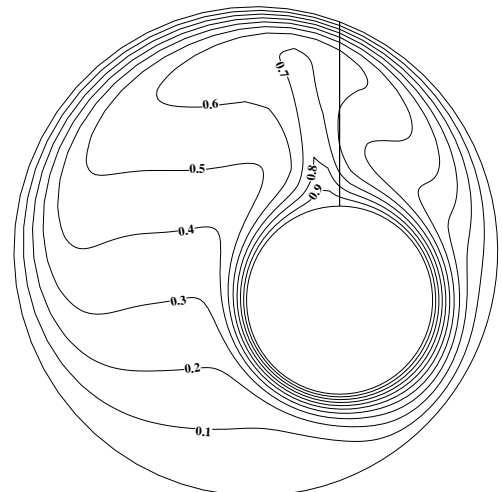
$\tau = 0.1$ (ح-۲)



$\tau = 0.1$ (چ-۱)



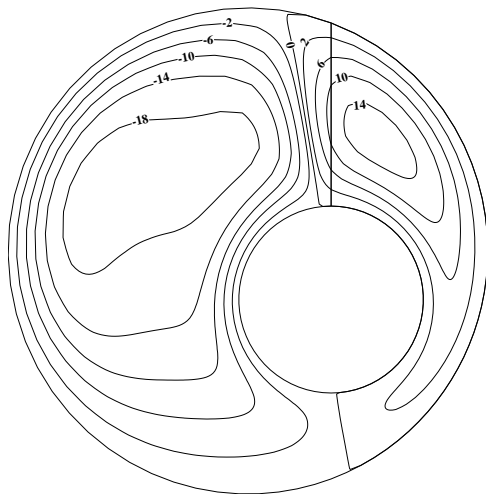
$\tau = 0.15$ (ح-۱)



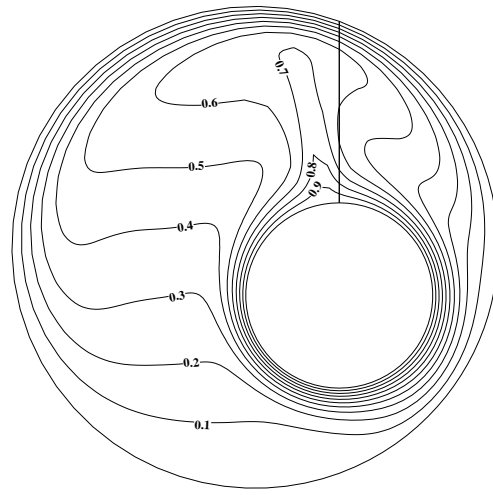
$\tau = 0.15$ (چ-۲)

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ در شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ و ($e = 0.65, \sigma = -45^0$)

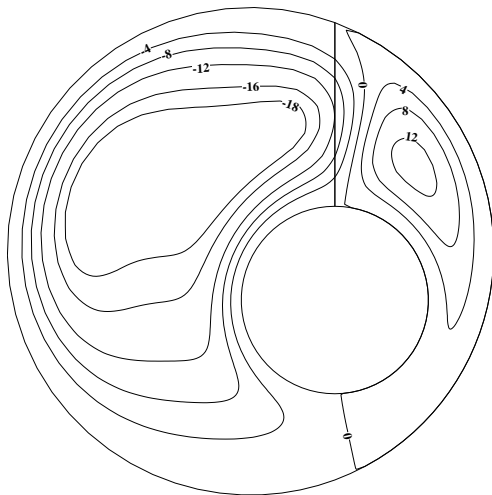
شکل‌های (۱-خ)، (۲-خ)، (۱-ص) و (۲-ص) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در زمان $\tau = 0.2$ و $\tau = 0.5$ تحت شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ با نسبت و زاویه خروج از مرکز $(e = 0.65, \sigma = -45^0)$ هستند.



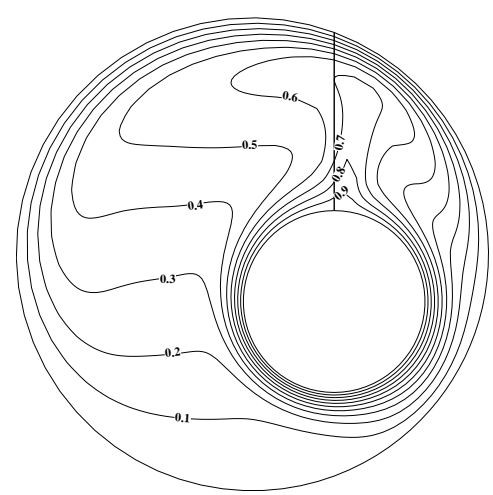
$\tau = 0.2$ (۲-خ)



$\tau = 0.2$ (۱-خ)



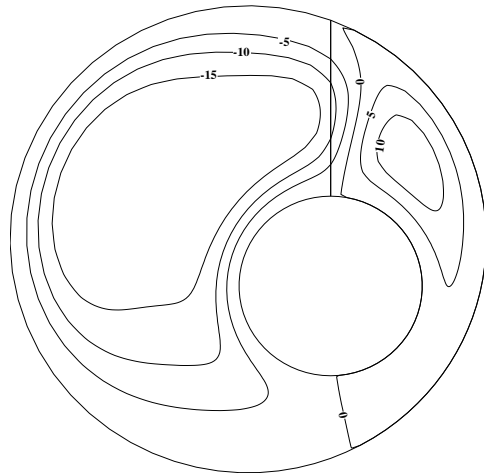
$\tau = 0.5$ (۲-ص)



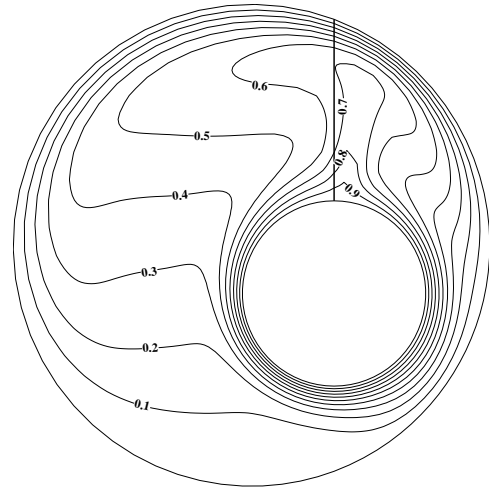
$\tau = 0.5$ (۱-ص)

ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ در شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ و $(e = 0.65, \sigma = -45^0)$

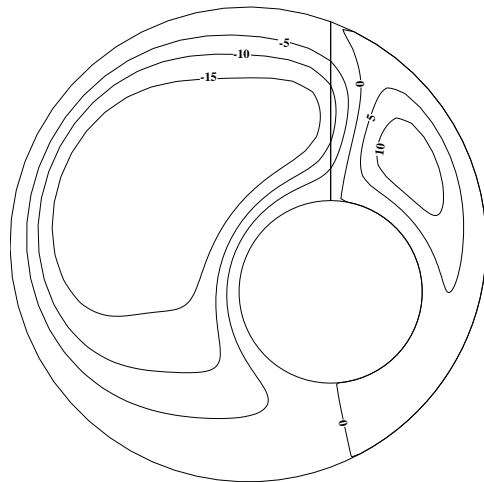
شکل‌های (ض-۱)، (ض-۲)، (ع-۱) و (ع-۲) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در زمان $\tau = 0.1$ و $\tau = 0.6$ تحت شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ با نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = 0.65, \sigma = -45^0$) هستند.



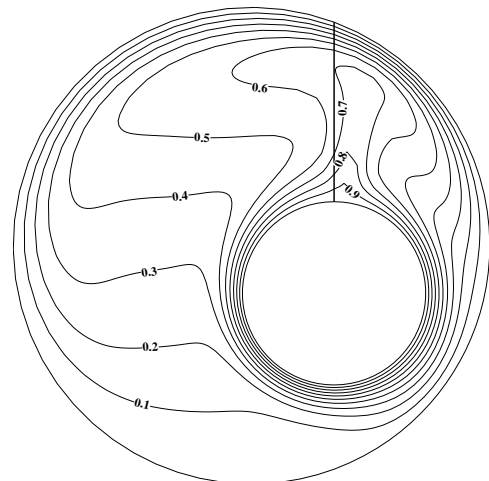
$\tau = 0.6$ (ض-۲)



$\tau = 0.6$ (ض-۱)



$\tau = 1$ (ع-۲)



$\tau = 1$ (ع-۱)

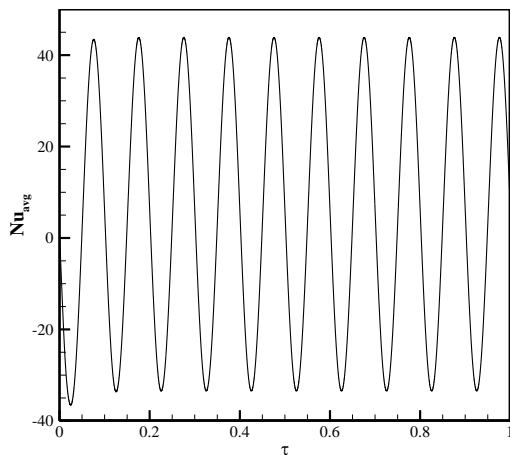
ادامه شکل ۵-۲۷: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) از زمان $\tau = 0$ تا $\tau = 1$ در شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ و ($e = 0.65, \sigma = -45^0$)

۵-۳-۵- دما متغیر

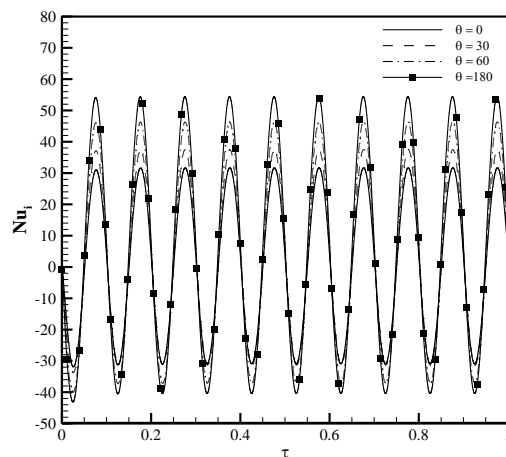
رابطه (۱-۵) مربوط به زمانی است که دما در جداره سیلندر داخلی متغیر باشد که این طور بیان گردیده است:

$$\theta_h(\tau) = \theta_h + A \sin(\Omega\tau) \quad (1-5)$$

که در رابطه بالا A دامنه نوسان بی بعد، Ω فرکانس بی بعد و θ_h دمای بی بعد در سیلندر داخلی می باشد. شکل ۲۸-۵ بیانگر اثر نوسانی سطح گرم دارای دمای متغیر بر کمیت های نظیر ناسلت متوسط، ناسلت محلی، تابع جریان و تابع جریان بیشینه بر حسب زمان است. همان طور که از نمودارها مشهود است همگی آن ها پس از گذشت زمان بی بعد 0.2 ثانیه به حالت نوسانی یکنواخت رسیده اند، همان طور که بیشتر بیان گردیده اثرات اختلاف دمایی روی دیواره گرم در جهت شعاعی، هرچه از سمت بالای حلقه به سمت پایین حلقه حرکت شود افزایش خواهد یافت که در حالت دیواره دارای دمای متغیر هم این اتفاق قابل ملاحظه است. همانطور که مشاهده می کنید نوسانات ناسلت محلی در زاویه صفر درجه کمتر از نوسانات ناسلت محلی در زاویه 180 درجه است. همچنین به علت نوسانی بودن دما بر جداره داخلی باعث نوسانی شدن اختلاف دمایی روی دیواره داخلی خواهد شد و در نتیجه نمودار ناسلت میانگین هم مطابق شکل ۲۸-۵ (ب) نوسانی خواهد بود.

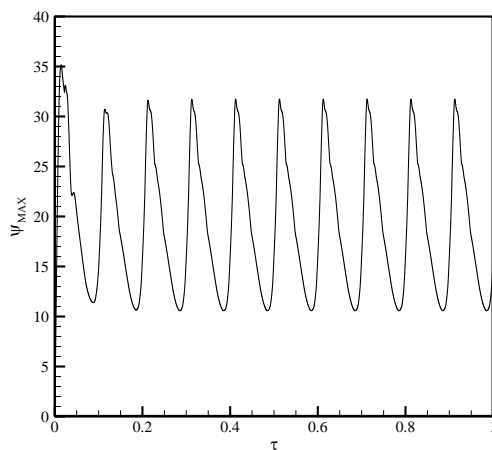


(ب)

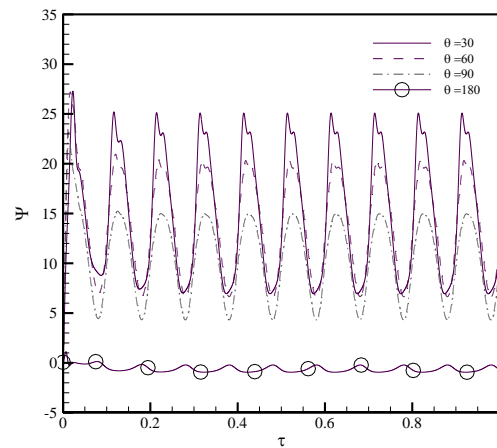


(الف)

شکل ۲۸-۵: تحت شرایط فیزیکی، $Ra = 10^5$, $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$, $\varphi = 0.03$ و
 $(e = 0.35, \sigma = -45^\circ), \Omega = 20\pi, A = 0.8$



(ت)

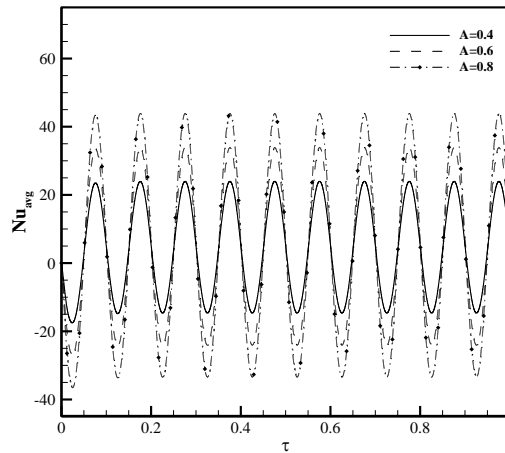


(پ)

ادامه شکل ۲۸-۵: تحت شرایط فیزیکی $Ra = 10^5$, $Da = 0.01$, $\varepsilon = 0.4$, $\varphi = 0.03$, $(e = 0.35, \sigma = -45^\circ)$, $\Omega = 20\pi$, $A = 0.8$

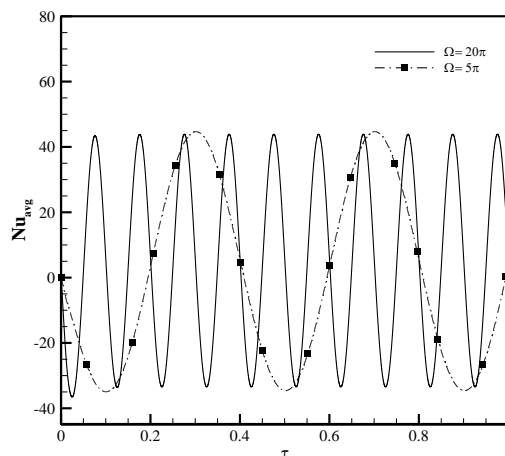
شکل ۲۸-۵ (پ) بیانگر تابع جریان نقاط شبکه محاسباتی در شعاع r_m (میانگین شعاع داخلی و خارجی حلقه) در زوایای $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ درجه برحسب زمان است. به علت افزایش دمای جداره گرم و اثرات چرخش سیال و حرکت آن به سمت قسمت‌های میانی حلقه در لحظات اولیه مشاهده خواهیم کرد که تابع جریان در زاویه 60° درجه بیشترین مقدار را داراست. پس از گذشت زمان و سرد شدن جداره گرم قدرت چرخش سیال آهسته کاهش یافته و با گذشت زمان بی‌بعد تقریباً 0.1 نوسانات شروع به یکنواخت شدن می‌شوند و کم‌کم از بین می‌روند. با افزایش دمای جداره گرم مجدداً قدرت چرخش سیال افزایش یافته و تمایل به حرکت به سمت بالای حلقه می‌کند و همان‌طور که ملاحظه خواهد شد در زاویه 30° درجه بیشترین مقدار تابع جریان مشاهده خواهد شد. تابع جریان بیشینه در لحظات اولیه به دلیل اختلاف دمایی شدید درون سیال به شدت دچار نوسان خواهد شد و هنگامی که اختلاف دمایی درون سیال کم شد مقدار آن به طور آهسته کاهش خواهد یافت، همان‌طور که در شکل ۲۸-۵ (پ) مشاهده خواهد شد با نوسانات جداره گرم قدرت چرخش سیال هم دستخوش تغییرات خواهد شد که سبب ایجاد رفتار موجی شکل در تابع جریان بیشینه خواهد گردید. شکل ۲۹-۵ بیانگر اثرات ناسلت میانگین برای مقادیر مختلف دامنه (A) در شرایط $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\Omega = 20\pi$, $\varphi = 0.03$ است. نتایج بیانگر وابستگی مقادیر بیان شده به تغییرات دامنه است. نوسان

دمای سطح داخلی با دامنه بزرگ منجر به تقویت جریان خواهد شد. وقتی که دامنه نوسان افزایش یابد موجب اثرات گسترده‌تر بر ناسلت میانگین خواهد شد.



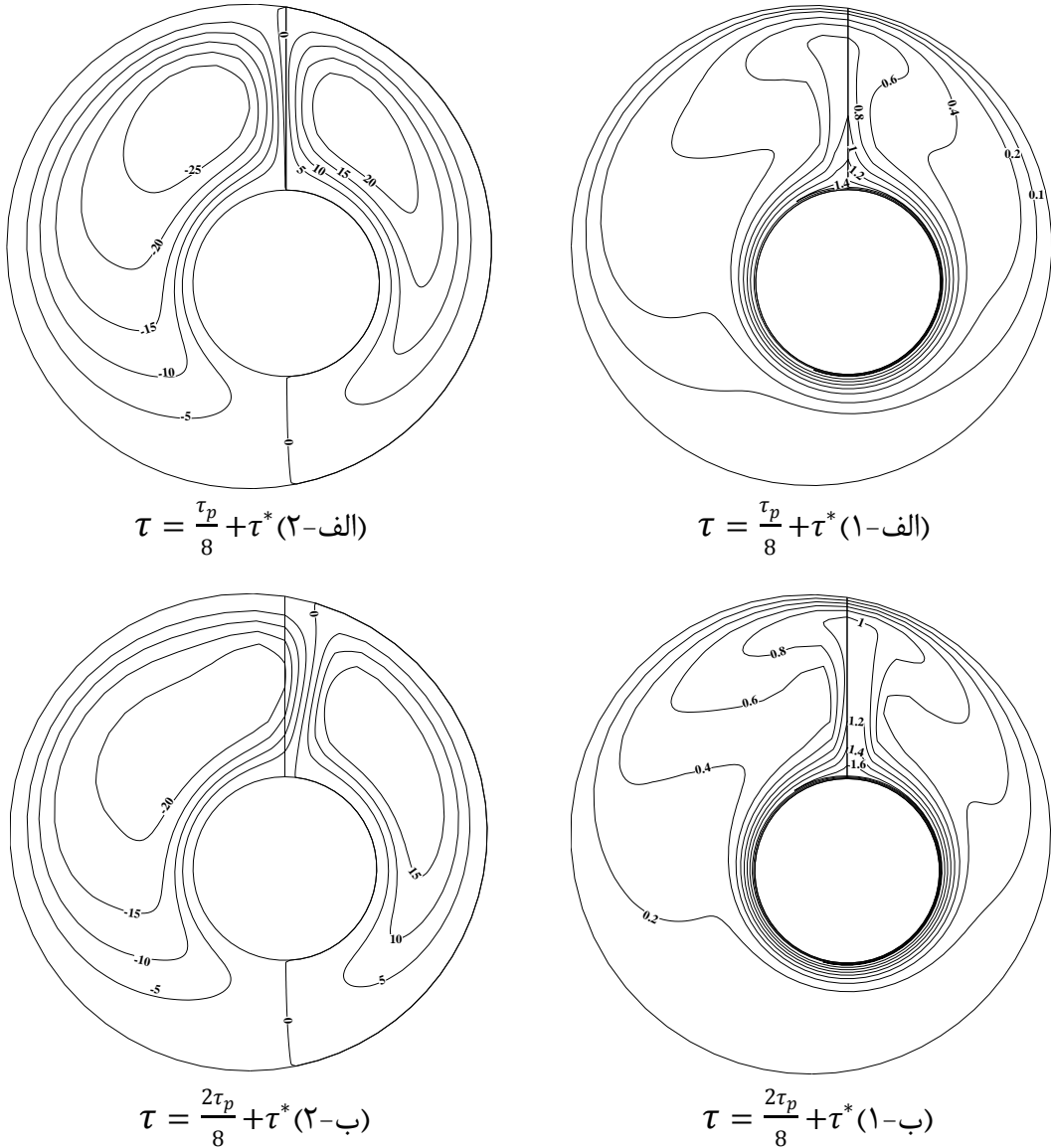
شکل ۵-۲۹: نمودار ناسلت متوسط برای مقادیر مختلف دامنه (A) تحت شرایط $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\Omega = 20\pi$, $\varphi = 0.03$

شکل ۵-۳۰ بیانگر اثرات ناسلت میانگین برای مقادیر مختلف فرکانس در شرایط فیزیکی $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\Omega = 20\pi$, $\varphi = 0.03$, $A = 0.8$ است در تمامی فرکانس‌های نوسان، توزیع عدد ناسلت میانگین به صورت یک منحنی موج وار متناوب خواهد بود. با افزایش فرکانس به علت افزایش دامنه نوسان زمان توزیع دمای گرم در جداره داخلی کوتاه‌تر خواهد شد.



شکل ۵-۳۰: نمودار ناسلت متوسط برای مقادیر مختلف فرکانس (Ω) تحت شرایط $Ra = 10^5$, $\varepsilon = 0.4$, $RR = 2.6$, $Da = 0.01$, $\Omega = 20\pi$, $\varphi = 0.03$, $A = 0.8$

شکل ۳۱-۵ اثرات نوسانات دما را بر سیر تکاملی خط جریان و دما در یک دوره تناوب در شرایط فیزیکی $Ra = 10^5, \varepsilon = 0.4, RR = 2.6, Da = 0.01, \Omega = 20\pi, \varphi = 0.03, A = 0.8$ می‌باشد. (τ^*) زمان پایدار نام دارد و برای به دست آوردن آن پنج سیکل محاسبه شده است. هشت مرحله از زمان $\tau = \tau^* + \tau_p$ تا $\frac{\tau_p}{8} + \tau^*$ (دوره تناوب) به نمایش گذاشته شده است.

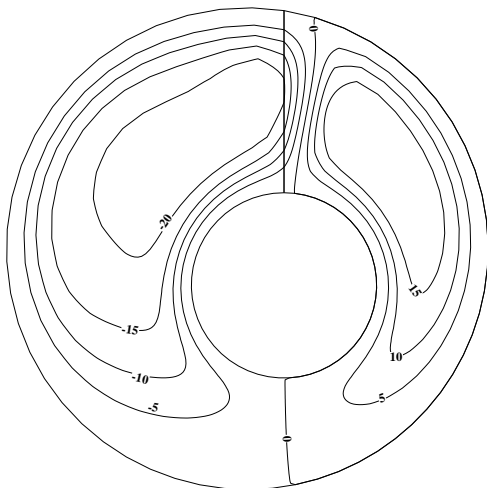


شکل ۳۱-۵: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در یک دوره تناوب در شرایط فیزیکی، $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ ، با زاویه و نسبت خروج از مرکز $(\sigma = -45^\circ, e = 0.35, \Omega = 20\pi, A = 0.8)$

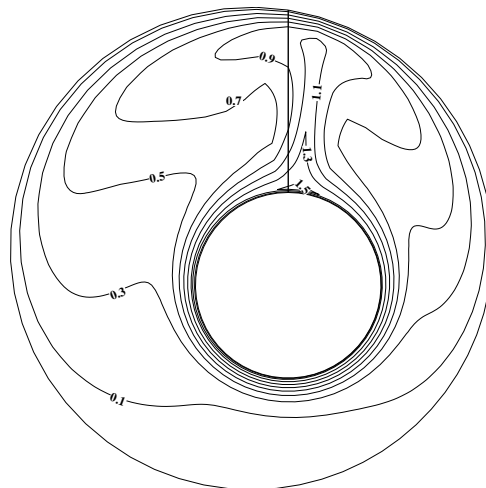
شکل‌های (پ-۱)، (پ-۲)، (ت-۱) و (ت-۲) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در زمان

$Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ تحت شرایط $\tau = \frac{4\tau_p}{8} + \tau^*$ و $\tau = \frac{3\tau_p}{8} + \tau^*$

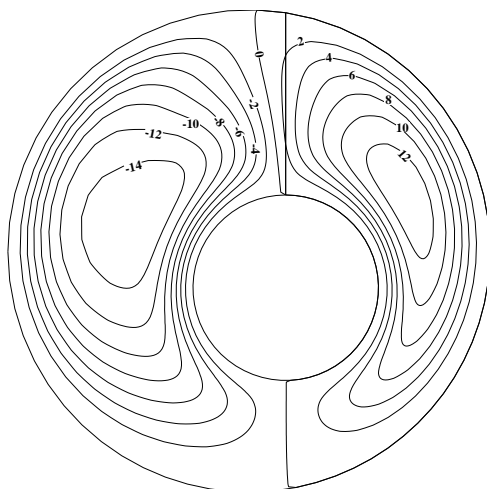
و $A = 0.8, \Omega = 20\pi$ با نسبت و زاویه خروج از مرکز $(e = 0.35, \sigma = -45^0)$ هستند.



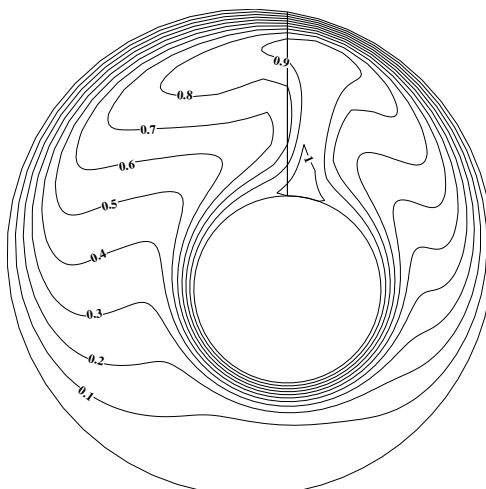
$$\tau = \frac{3\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (پ-۲)}$$



$$\tau = \frac{3\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (پ-۱)}$$



$$\tau = \frac{4\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (ت-۲)}$$



$$\tau = \frac{4\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (ت-۱)}$$

ادامه شکل ۵-۳۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در یک دوره تناوب

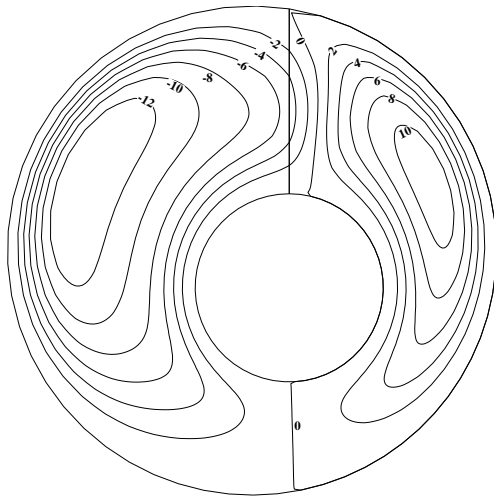
در شرایط فیزیکی $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$, زاویه و نسبت خروج از

مرکز $(e = 0.35, \sigma = -45^0), A = 0.8, \Omega = 20\pi$

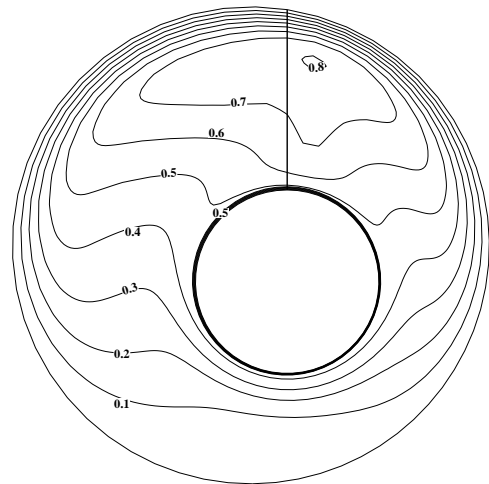
شکل‌های (ص-۱)، (ص-۲)، (ض-۱) و (ض-۲) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در

زمان $\tau = \frac{5\tau_p}{8} + \tau^*$ و $\tau = \frac{6\tau_p}{8} + \tau^*$ تحت شرایط $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$

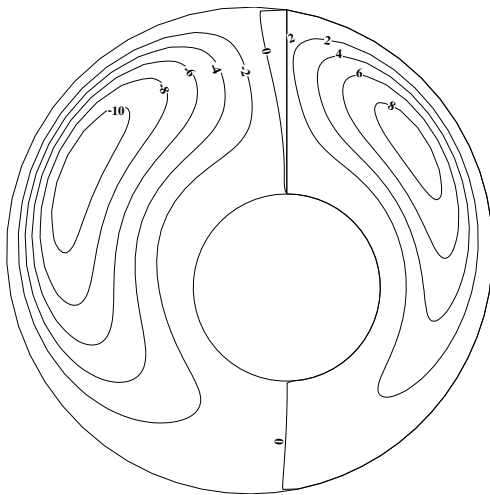
و $A = 0.8, \Omega = 20\pi$ با نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = 0.35, \sigma = -45^0$) هستند.



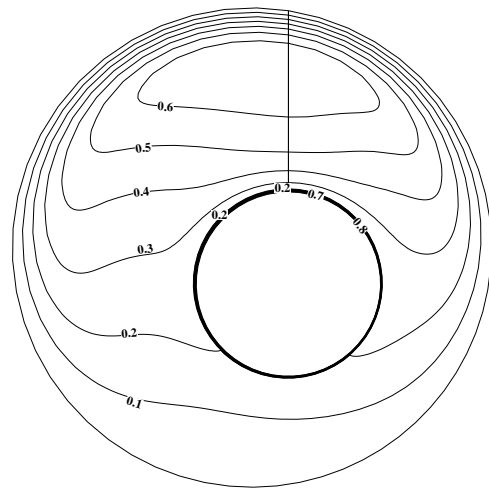
$$\tau = \frac{5\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (ض-۲)}$$



$$\tau = \frac{5\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (ص-۱)}$$



$$\tau = \frac{6\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (ض-۱)}$$



$$\tau = \frac{6\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (ص-۲)}$$

ادامه شکل ۵-۳۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در یک دوره تناوب

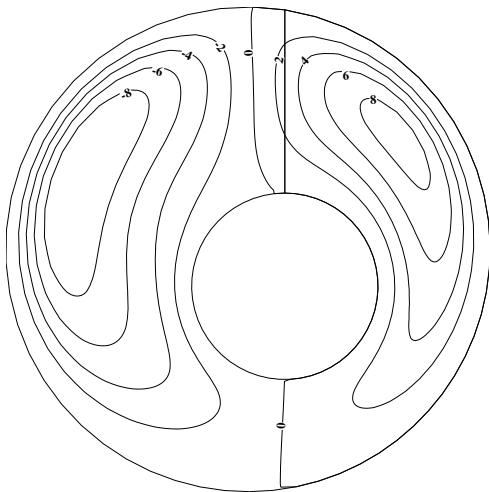
در شرایط فیزیکی $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$, زاویه و نسبت خروج از

مرکز ($e = 0.35, \sigma = -45^0$) و $A = 0.8, \Omega = 20\pi$

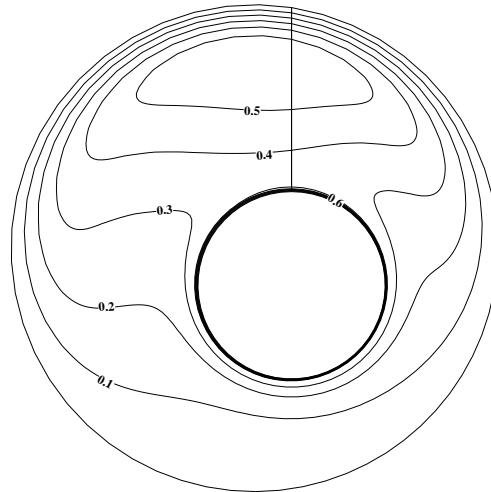
شکل‌های (۱-ع)، (۲-ع)، (۱-د) و (۲-د) به ترتیب بیانگر کانتور دما و کانتور خط جریان در زمان

$$Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03, \text{ تحت شرایط } \tau = \frac{8\tau_p}{8} + \tau^* \text{ و } \tau = \frac{7\tau_p}{8} + \tau^*$$

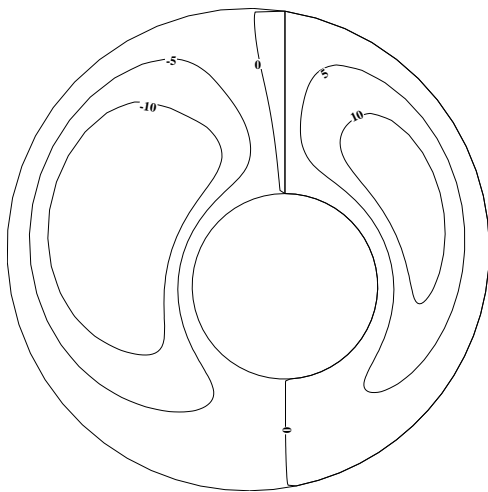
، $A = 0.8, \Omega = 20\pi$ و با نسبت و زاویه خروج از مرکز ($e = 0.35, \sigma = -45^0$) هستند.



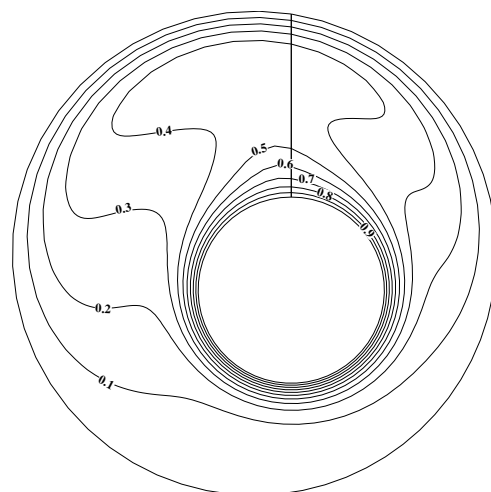
$$\tau = \frac{7\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (۲-ع)}$$



$$\tau = \frac{7\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (۱-ع)}$$



$$\tau = \frac{8\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (۲-د)}$$



$$\tau = \frac{8\tau_p}{8} + \tau^* \text{ (۱-د)}$$

ادامه شکل ۵-۳۱: کانتور خطوط هم‌دما (سمت راست) و خطوط جریان (سمت چپ) در یک دوره تناوب

در شرایط فیزیکی، $Ra = 10^5, Da = 0.01, \varepsilon = 0.4, \varphi = 0.03$ ، زاویه و نسبت خروج از

مرکز ($e = 0.35, \sigma = -45^0$)، $A = 0.8, \Omega = 20\pi$

همان‌طور که مشاهده خواهد شد در طی یک دوره زمانی در برخی موارد مقدار تابع جریان افزایش یافته و سپس باگذشت زمان کاهش خواهد یافت این علت را می‌توان این‌طور توجیه کرد که به دلیل نوسانات دمایی بر سطح گرم، وقتی دمای جداره گرم روندی افزایشی به خود می‌گیرد مقدار خطوط تابع جریان افزایش یافته و شاهد اثرات کشیده شدن و حرکت به بالاترین نقطه سیلندر خواهیم بود. وقتی دمای جداره گرم به کمترین مقدار خود برسد مقدار خطوط تابع جریان روندی نزولی به خود خواهد گرفت و به ناحیه وسط و پایین سیلندر نزدیک می‌شوند.

فصل ۶ نتیجه‌گیری

در این فصل خلاصه‌ای از نتایج به دست آمده در این پایان‌نامه ارائه می‌گردد و در نهایت موضوعاتی جدید و مکمل در راستای موضوع پایان‌نامه، پیشنهاد می‌گردد.

۶-۱- بحث و نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه به بررسی عددی پدیده جابجایی طبیعی ناپایا نانوسیال در فضای دوایر غیر هم‌مرکز متخلخل پرداخته شد. معادلات حاکم ابتدا گسسته‌سازی شده و سپس برنامه‌ای با زبان برنامه‌نویسی ++C نوشته شد. سپس اثر کمیت‌های مختلف نظیر عدد رایلی، عدد دارسی، تخلخل محیط متخلخل و کسر حجمی نانوسیال مورد بررسی قرار گرفت.

از مهم‌ترین نتایج و دستاوردهای این پایان‌نامه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- با افزایش عدد رایلی، در عدد دارسی، ضریب تخلخل، کسر حجمی و نسبت خروج از مرکز ثابت عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد.

- نسبت خروج از مرکز یک پارامتر مؤثر برای کنترل انتقال حرارت برای هر دو حلقه پرشده با نانوسیال و سیال خالص خواهد بود.
- در عدد رایلی، داری و ضریب تخلخل ثابت افزایش کسرحجمی نانوذرات در جریان جابجایی طبیعی باعث افزایش ضریب انتقال حرارت خواهد شد.
- بین عدد ناسلت میانگین و عدد داری تناسب مستقیمی وجود دارد، به طوری که با کاهش عدد داری عدد ناسلت میانگین به علت کاهش نفوذپذیری محیط متخلخل کاهش خواهد یافت و این عاملی خواهد بود که عملکرد حرارتی جریان جابجایی طبیعی کاهش یابد.
- با کاهش عدد داری رفتار سیال به علت کاهش نفوذپذیری محیط به جسم صلب نزدیک خواهد شد.
- در صورتی که جسم متقارن باشد (برای حالت هم‌مرکز و غیر هم‌مرکز) مشاهده خواهد شد که نمودار تغییرات ناسلت محلی برحسب زاویه شکلی متقارن به خود خواهد گرفت و در زاویه ۱۸۰ درجه به دلیل اختلاف دمایی زیاد مقدار عددی ناسلت محلی به حداکثر مقدار خود خواهد گرفت همچنین در صورتی حلقه کوچک‌تر به جوانب مختلف حرکت کند و تحت زاویه‌ای خاص قرار گیرد در این صورت جسم متقارن نخواهد بود پس نمودار تغییرات ناسلت محلی برحسب زاویه شکلی متقارن به خود نخواهد داشت. و نوسانات زیادی در نمودار ناسلت محلی وجود خواهد داشت که این نوسانات در نمودار متأثر از نسبت خروج از مرکز و زاویه خروج از مرکز و همچنین تفاوت شدید اختلاف دمایی در نقاط مختلف هندسه موردنظر می‌باشد.
- در اعداد داری و رایلی ثابت با افزایش ضریب تخلخل به علت افزایش امر خلل و فرج محیط متخلخل و عبور و مرور راحت‌تر سیال از محیط عدد ناسلت متوسط افزایش خواهد یافت. خواه

ذکر است که در اعداد رایلی پایین تر افزایش نفوذپذیری تأثیر چندانی بر عدد ناسلت میانگین نخواهد داشت. اما در اعداد رایلی بالاتر ($Ra = 10^5$) تأثیر قابل توجهی خواهد داشت.

۶-۲- پیشنهادها

به منظور ارتقای سطح کیفی تحقیق حاضر و انجام مطالعه‌ی جامع تر در راستای موضوع این پایان نامه، پیشنهادها و توصیه‌هایی به شرح زیر مطرح می‌گردد:

- بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در فضای بین دوایر غیر هم‌مرکز به همراه میدان مغناطیسی ثابت
- بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در فضای بین دوایر غیر هم‌مرکز به همراه میدان مغناطیسی متغیر در راستاهای شعاعی و زاویه‌ای
- بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در فضای بین دوایر غیر هم‌مرکز به همراه میدان مغناطیسی متغیر در راستاهای شعاعی و زاویه‌ای تحت محیط متخلخل به همراه چشمه حرارتی
- بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در فضای بین دوایر غیر هم‌مرکز به همراه میدان مغناطیسی ثابت تحت محیط متخلخل با دیواره گرم سینوسی بر حسب مکان
- بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در فضای بین دوایر غیر هم‌مرکز تحت محیط متخلخل با دیواره گرم سینوسی بر حسب زمان
- بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در فضای بین دوایر غیر هم‌مرکز به همراه میدان مغناطیسی متغیر در راستاهای شعاعی و زاویه‌ای تحت محیط متخلخل با دیواره‌های چرخان

- بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی ناپایای نانوسیال در فضای بین دوایر غیر هم‌مرکز به همراه میدان مغناطیسی متغیر در راستاهای شعاعی و زاویه‌ای تحت محیط متخلخل به همراه چشمه حرارتی با در نظر گرفتن ویژگی‌های یک سیال غیرنیوتنی
- بهینه‌سازی جریان یک نانوسیال در فضای بین دوایر غیر هم‌مرکز با الگوریتم‌های ازدحام ذرات و انتخاب توابع هدف و متغیرهای طراحی دیگر

مراجع

[١] Choi.U.S, "Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles", in: Developments and application of Non Newtonian Flows, *ASME, FED-231/MD-66*, pp. 99-105, 1995.

[٢] Burgles.A. E. "Recent development in convective heat transfer augmentation." *Appl. Mech. Rev*, Vol.26, pp. 675-682, 1973.

[٣] Ahuja, Avatar.S, "Augmentation of heat transport in laminar flow of polystyrene suspensions. I. Experiments and results", *Journal of Applied Physics*, Vol.46, pp.3408-3416, 1975.

[٤] Saidur, R. Leong K. Y, and Mohammadi. H. A, "A review on applications and challenges of nanofluids", *Renewable and sustainable energy reviews*, Vol.15, pp.1646-1668, 2011.

[٥] Heyda.J.F, "A green function solution for the laminar incompressible flow between non concentric cylinders", *Journal of Franklin*, Vol.267, pp. 25–34, 1959.

[٦] Reynolds. W. C. Lundberg R. E. and Mcuen. P.A, "Heat transfer in annular passages," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.6, pp. 483–529, 1963.

[٧] Trombetta.M.L,"Laminar forced convection in eccentric annuli", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.14, pp. 1161–1173, 1971.

[٨] Kuehn.T.H and Goldstein.R.J,"An experimental study of natural convection heat transfer in concentric horizontal cylindrical annul", *Journal of Heat Transfer*, Vol.74, pp. 695-719, 1976.

[٩] Kuehn.T.H and Goldstein.R.J, "An experimental study of natural convection heat transfer in eccentric horizontal cylindrical annul", *Journal of Heat Transfer*, Vol.100, pp. 635-640, 1978.

[١٠] Bau.H.H,"Thermal convection in a horizontal, eccentric annulus containing a saturated porous medium-an extended perturbation expansion", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 27, pp. 2277–2287,1989.

- [١١] Hwang.T.H and Jensen M.K, "An analysis of convective heat transfer to laminar dispersed flow in eccentric annuli", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.18, pp. 27–38, 1991.
- [١٢] Shu.C and Yeo. K.S,"An efficient approach to simulate natural convection in arbitrarily eccentric annuli by vorticity-stream function formulation", *Numerical Heat Transfer*, Vol.38, pp. 739–756, 2000.
- [١٣] E. Abu-Nada, "Effects of variable viscosity and thermal conductivity of Al₂O₃–water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 30, pp. 679-690, 2009.
- [١٤] O. Abouali and A. Falahatpisheh, "Numerical investigation of natural convection of Al₂O₃ nanofluid in vertical annuli," *Heat and Mass transfer*, vol. 46, p. 15, 2009.
- [١٥] Z.-T. Yu, X. Xu, Y.-C. Hu, L.-W. Fan, and K.-F. Cen, "A numerical investigation of transient natural convection heat transfer of aqueous nanofluids in a horizontal concentric annulus," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 1141-1148, 2012.
- [١٦] M. H. Matin and I. Pop, "Natural convection flow and heat transfer in an eccentric annulus filled by Copper nanofluid," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 61, pp. 353-364, 2013.
- [١٧] S .Seyyedi, M. Dayyan, S. Soleimani, and E. Ghasemi, "Natural convection heat transfer under constant heat flux wall in a nanofluid filled annulus enclosure," *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 6, pp. 267-280, 2015.
- [١٨] J. Belabid and A. Cheddadi, "Comparative numerical simulation of natural convection in a porous horizontal cylindrical annulus," in *Applied Mechanics and Materials*, 2014, pp. 613-616.
- [١٩] M. Bahiraei, S. M. Hosseinalipour, and M. Hangi, "Heat transfer and flow characteristics of nanofluid in a narrow annulus: Numerical study, modelling and optimisation," *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 92, pp. 747-757, 2014.
- [٢٠] O. A. Alawi, N. A. C. Sidik, and H. Dawood, "Natural convection heat transfer in horizontal concentric annulus between outer cylinder and inner flat tube using nanofluid," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 57, pp. 65-71, 2014.

- [۲۱] C. Zhang, L. Zheng, Y. Jiang, and X. Zhang, "Unsteady natural convection heat transfer of nanofluid in an annulus with a sinusoidally heated source," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 69, pp. 97-108, 2016.
- [۲۲] Chaoli.Z, Liancun.Z, Yongyue.J, Xinxin.Z,"Unsteady natural convection heat transfer of nanofluid in an annulus with a sinusoid ally heated source", *Numerical Heat Transfer*, Vol.8, pp.1-12, 2015.
- [۲۳] Maghlany, Mohamed.M,Abo Elazm,"Influence of nanoparticles on mixed convection heat transfer in an eccentric horizontal annulus with rotating inner cylinder", *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*,vol.0,pp.1-12,2016.
- [۲۴] Y. Hu, D. Li, S. Shu, and X. Niu, "Natural convection in a nano fl uid- fi lled eccentric annulus with constant heat fl ux wall : A lattice Boltzmann study with immersed boundary method," vol. 86, pp. 262–273, 2017.
- [۲۵] H. Teimouri, G. Ali, M. Afrand, and M. Mahdi, "Mixed convection in a rotating eccentric annulus containing nano fl uid using bi-orthogonal grid types : A fi nite volume simulation," *J. Mol. Liq.*, vol. 227, pp. 114–126, 2017.
- [۲۶] ح.پ. دوست، " جریان مگنتو هیدرودینامیک یک نانوسیال در کانال منحنی با دیواره موج دار به همراه چشمه حرارتی،" پایان نامه کارشناسی ارشد، ۱۳۹۵
- [۲۷] Aitken, J. "On the formation of small clear spaces in dusty air". *Royal Society of Edinburgh*, Vol. 32, pp. 239-272, 1884.
- [۲۸] Brinkman.H.C, "The viscosity of concentrated suspension and solution", *International journal of chemical physics*, Vol.20, pp.571-581, 1952.
- [۲۹] Y. Xuan and W. Roetzel, "Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids," *International Journal of heat and Mass transfer*, vol. 43, pp. 3701-3707, 2000.
- [۳۰] B. C. Pak and Y. I. Cho, "Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles," *Experimental Heat Transfer an International Journal*, vol. 11, pp. 151-170, 1998.
- [۳۱] A. Einstein, "A new determination of molecular dimensions," *Ann. Phys*, vol. 19, pp. 289-306, 1906.

- [۳۲] G. Batchelor, "The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles," *Journal of fluid mechanics*, vol. 83, pp. 97-117, 1977.
- [۳۳] X. Wang, X. Xu, and S. U. Choi, "Thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture," *Journal of thermophysics and heat transfer*, vol. 13, pp. 474-480, 1999.
- [۳۴] صمد طاهری، " بررسی پدیده جابجایی طبیعی ناپایا بین دوایر متحدالمركز، " پایان نامه کارشناسی ارشد، ۱۳۹۶.
- [۳۵] R. Hamilton and O. Crosser, "Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems," *Industrial & Engineering chemistry fundamentals*, vol. 1, pp. 187-191, 1962.
- [۳۶] R. Hamilton and O. Crosser, "Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems," *Industrial & Engineering chemistry fundamentals*, vol. 1, pp. 187-191, 1962.
- [۳۷] طارق، مهندسی مخازن هیدروکربوی، چاپ اول، تهران، روابط عمومی شرکت ملی نفت ایران، انتشارات تهران (۱۳۸۹).
- [۳۸] Hoffmann, G.H.K.-H., *Numerical Mathematics*. 1991: Springer-Verlag New York. p. XII, 425.
- [۳۹] C. Shu and Y. L. Wu, "Domain-free discretization method for doubly connected domain and its application to simulate natural convection in eccentric annuli," *Comput. Methods Appl. Mech Eng*, vol. 191, no. 17-18, pp. 1827-1841, 2002.

Abstract

Nowadays, using natural convection phenomena in many types of science and engineering and scientific, such as solar energy storage and cooling nuclear reactors, cooling towers, power plants, oil and gas, Aerospace industry and so on is very important. The results show that the addition of nanoparticles to base fluids (such as water, oil and ethylene glycol) because of their impact on physical quantities, such as raising the thermal conductivity and heat transfer coefficient is raising the Brown motion. This thesis is devoted to simulation of Numerical investigation of unsteady natural convection heat transfer of nanofluids in an eccentric annulus. Alternating Direction Implicit method (ADI) and the Successive Over-Relaxation (SOR) are used for discretizing equations. In addition to the effect of different quantities such as Rayleigh number, nanofluid volume fraction, Darcy number, porosity coefficient of the porous medium and eccentricity ratio have been investigated in average Nusselt number, local Nusselt number, stream lines and isothermal lines.

Keywords: Unsteady natural convection phenomena, Nanoparticles, Darcy number, Rayleigh number, volume fraction, eccentricity ratio.



Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

M.Sc. Thesis in Energy Conversion Engineering

Unsteady natural convection flow and heat transfer in an eccentric annulus filled by nanofluid

by

Mohammad reza mahboubi fooladi

Supervisor

Dr. Pooria Akbarzadeh

May 2018