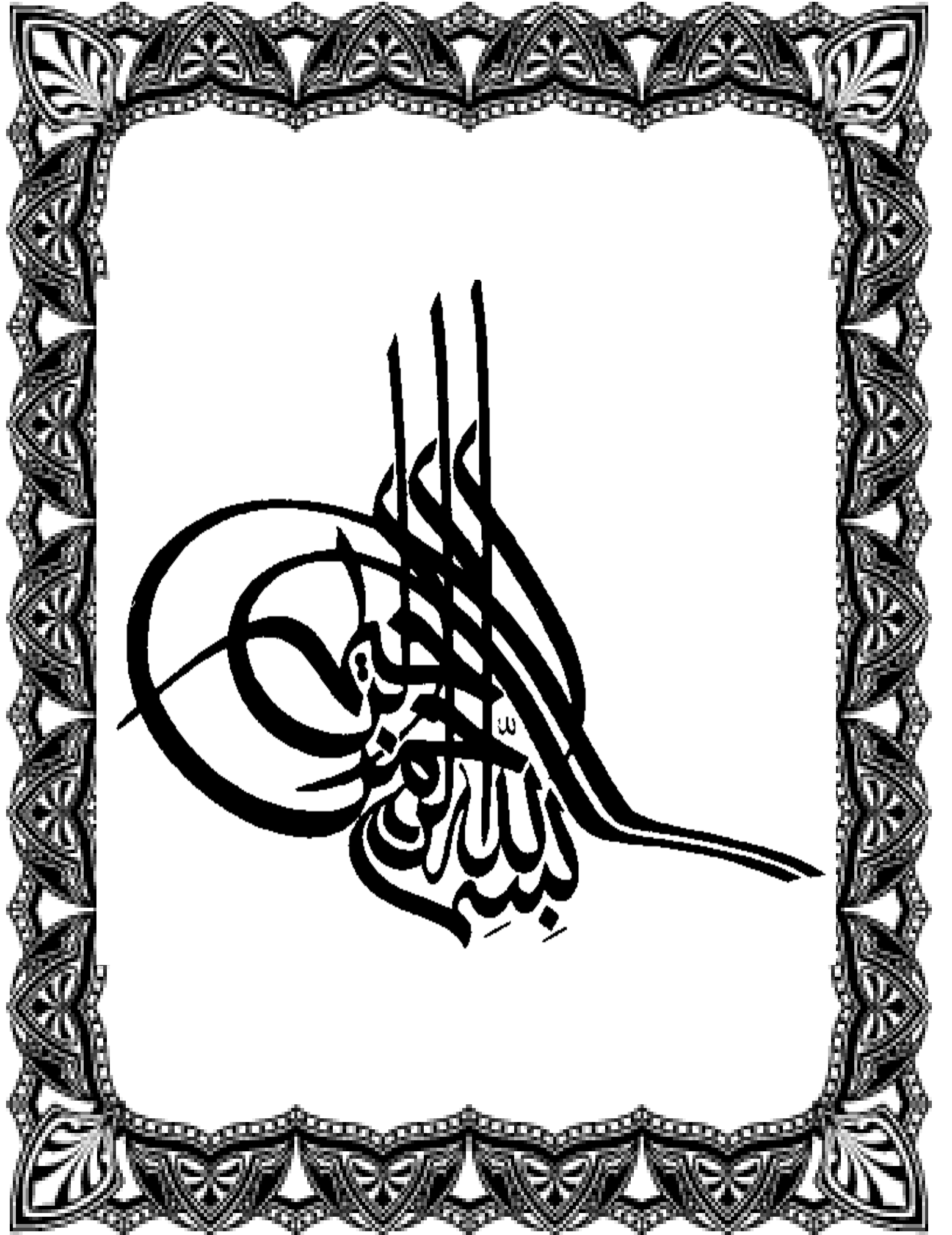


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ





دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی طراحی کاربردی

تحلیل کمانش ترمومکانیکی ورق قطاعی حلقوی سوراخ دار هدفمند به کمک روش اجزای

محدود سه بعدی

نگارنده: حامد بهزاد

اساتید راهنما

دکتر علیرضا شاطرزاده

دکتر محمد شرعیات

بهمن ۱۳۹۵



فرم شماره 7: صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای حامد بهزاد به شماره دانشجویی 9304124 رشته مکانیک گرایش طراحی کاربردی تحت عنوان تحلیل کماتش ترمودینامیکی ورق قطاعی حلقوی سوراخ دار به کمک روش اجزای محدود سه بعدی که در تاریخ 1395/11/19 با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

مردود
 دفاع مجدد
 قبول (با درجه : ۱۸٫۷۵ - امتیاز بیست و پنج)

2- بسیار خوب (18/99 - 18)

1- عالی (20 - 19)

4- قابل قبول (15/99 - 14)

3- خوب (17/99 - 16)

5- نمره کمتر از 14 غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	استادیار	دکتر علیرضا شاطرزاده	1- استاد راهنمای اول
	استاد	دکتر محمد شرعیات	2- استاد راهنمای دوم
—	—	—	3- استاد مشاور
	استادیار	دکتر سید مجتبی واردی کولایی	4- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	استادیار	دکتر محمد جعفری	5- استاد ممتحن اول
	استادیار	دکتر محمدباقر نظری	6- استاد ممتحن دوم

رئیس دانشکده:



تقدیم به:

پدر و مادر عزیزم

که با فداکاری‌های بی‌وقفه‌شان، در سایه‌ی درخت پر بار وجودشان رشد و در راه کسب علم و دانش گام برداشتم. والدینی که گرمای امیدبخش وجودشان در این سردترین روزگاران، بهترین پشتیبان من بوده.

آنان که در این راه پشتیبان و مشوقم بودند.

حال این برگ سبزی است تحفه‌ی درویش، تقدیم آنان...

تقدیر و تشکر

شکر شایان نثار ایزد مَنان که توفیق را رفیق راهم ساخت تا این پایان نامه را به فرجام برسانم. بر خود می -
دانم تا از عزیزان و بزرگواری که با کراماتی چون خورشید، سرزمین دل را روشنی بخشیدند و گلشن
سرای علم و دانش را با راهنمایی های خویش بارور ساختند، تقدیر و تشکر نمایم.

از اساتید فرهیخته و اندیشمندانم، جناب آقای دکتر علیرضا شاطرزاده و جناب آقای دکتر محمد شرعیات
به پاس محبت و لطف وافر، راهنمایی های راه گشا و انگیزه و امیدی که به بنده می دادند، نهایت تشکر و
قدردانی را دارم.

از مهندس حاجی پور به دلیل راهنمایی های مفید و مشوقانه تشکر می نمایم.

تعهدنامه

اینجانب **حامد بهزاد** دانشجوی دوره‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی **مهندسی مکانیک** دانشکده‌ی **مکانیک** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان‌نامه‌ی **تحلیل کماتش ترمومکانیکی ورق قطاعی حلقوی سوراخ‌دار هدفمند به کمک روش اجزای محدود سه بعدی تحت راهنمایی دکتر علیرضا شاطرزاده و دکتر محمد شرعیات** متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه‌ی اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ ۹۵/۱۲/۲۰

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه‌ی حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه‌های تکثیر شده پایان‌نامه وجود داشته باشد .

چکیده

در این پایان‌نامه به بررسی کمانش مکانیکی و حرارتی به‌صورت مجزا و هم‌چنین کمانش ترمومکانیکی ورق‌های سوراخ‌دار با هندسه‌ی قطاعی از جنس مواد هدفمند پرداخته شده است. شرایط بارگذاری مکانیکی به‌صورت فشاری یکنواخت در راستای شعاعی، محیطی و یا دوماحوره می‌باشد و بارگذاری حرارتی به‌صورت افزایش دمای یکنواخت بر کل قطاع اعمال می‌شود. دو سطح مبنای قطاع هدفمند، از جنس زیرکونیا و آلومینیم در نظر گرفته شده، که خواص به‌صورت نامتقارن و تدریجی از یک سطح به سطح دیگر تغییر پیدا کرده و از رابطه‌ی قانون توانی پیروی می‌کند. راستای تغییر خواص ماده‌ی هدفمند برخلاف اغلب تحقیقات انجام شده، در هر سه راستای اصلی در نظر گرفته شده تا اثر راستای تغییر خواص بر بار کمانش مشخص شود. وجود یک یا دو سوراخ دایروی شکل در قطاع، بر پیچیدگی تحلیل افزوده است. روش به‌کار رفته در تحلیل‌های این پایان‌نامه، اجزای محدود مبتنی بر انرژی، بر پایه‌ی روابط تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی می‌باشد، که از شرایط پایداری ترفز (برابر با صفر قرار دادن تغییرات اول و دوم انرژی پتانسیل کل قطاع)، معادله‌ی تعادل پیدا می‌شود. از روابط کرنش-جابجایی غیرخطی گرین برای به‌دست آوردن ماتریس سفتی هندسی استفاده شده است. برخلاف اغلب مطالعات دیگر، در مدل اجزای محدود به‌کار گرفته شده، یک المان مکعب مستطیلی ۸ نقطه گره‌ای در نظر می‌گیریم، که در راستای ضخامت نیز المان‌بندی شده است. در ادامه‌ی کار به اثر پارامترهای گوناگون از جمله ابعاد قطاع، وجود و ابعاد سوراخ، راستای بارگذاری مکانیکی، شرایط مرزی، راستا و توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند بر بار منجر به کمانش پرداخته شده است.

کلید واژگان

ورق قطاعی، مواد هدفمند، تحلیل کمانش، روش اجزای محدود، تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی، شرایط پایداری ترفز

فهرست عناوین

- فصل اول - پیش گفتار ۱
- ۱-۱- مقدمه ۲
- ۲-۱- تعریف اولیه‌ی مسأله ۲
- ۳-۱- کاربردهای ورق قطاعی ۳
- ۴-۱- تاریخچه‌ی تحقیقات پیشین ۵
- ۱-۴-۱- کمانش مکانیکی ۵
- ۲-۴-۱- کمانش حرارتی ۶
- ۳-۴-۱- کمانش ترمومکانیکی ۸
- ۵-۱- ویژگی‌های پایان‌نامه‌ی کنونی ۹
- ۱-۵-۱- اهداف پایان‌نامه ۹
- ۲-۵-۱- فرضیات ۱۰
- ۳-۵-۱- نوآوری ۱۰
- ۶-۱- معرفی کوتاه فصول پایان‌نامه ۱۱
- فصل دوم- شرایط حاکم بر مسأله ۱۳
- ۱-۲- مقدمه ۱۴
- ۲-۲- هندسه‌ی ورق قطاعی ۱۴
- ۱-۲-۲- قطاع با سوراخ دایروی ۱۵
- ۳-۲- نحوه‌ی بارگذاری ۱۵
- ۱-۳-۲- بارگذاری مکانیکی ۱۵

- ۲-۳-۲- بارگذاری حرارتی ۱۶
- ۲-۳-۳- بارگذاری ترمومکانیکی ۱۷
- ۲-۴- شرایط سینماتیکی ۱۷
- ۲-۵- جنس قطاع ۱۸
- ۲-۵-۱- موارد استفاده و مزایای مواد هدفمند ۱۸
- ۲-۵-۲- مدل کردن مواد هدفمند با رابطه‌ی ریاضی ۲۱
- فصل سوم- فرمول‌بندی مسأله‌ی کمانش و اعمال روش اجزای محدود ۲۵
- ۳-۱- مقدمه ۲۶
- ۳-۲- معادلات حاکم ۲۶
- ۳-۲-۱- رابطه‌ی تنش- کرنش ۲۶
- ۳-۲-۲- رابطه‌ی کرنش- جابجایی ۲۷
- ۳-۳- استخراج فرم اجزای محدود روابط حاکم ۲۸
- ۳-۴- معادله‌ی تعادل ۳۵
- فصل چهارم- نتایج تحلیل کمانش ۴۷
- ۴-۱- مقدمه ۴۸
- ۴-۲- کمانش مکانیکی ۴۸
- ۴-۲-۱- راستی‌آزمایی نتایج کمانش مکانیکی ۴۸
- ۴-۲-۲- نتایج کمانش مکانیکی ۵۰
- ۴-۲-۲-۱- نتایج کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ ۵۰
- ۴-۲-۲-۲- نتایج کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار ۶۰

- ۷۰ ۳-۲-۲-۴- نتایج کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار
- ۸۰ ۳-۴- کمانش حرارتی
- ۸۰ ۱-۳-۴- راستی‌آزمایی نتایج کمانش حرارتی
- ۸۱ ۲-۳-۴- نتایج کمانش حرارتی
- ۸۲ ۱-۲-۳-۴- نتایج کمانش حرارتی قطاع بدون سوراخ
- ۸۷ ۲-۲-۳-۴- نتایج کمانش حرارتی قطاع تک سوراخ‌دار
- ۹۳ ۳-۲-۳-۴- نتایج کمانش حرارتی قطاع دو سوراخ‌دار
- ۹۹ ۴-۴- کمانش ترمومکانیکی
- ۹۹ ۱-۴-۴- راستی‌آزمایی نتایج کمانش ترمومکانیکی
- ۹۹ ۲-۴-۴- نتایج کمانش ترمومکانیکی
- ۱۰۰ ۱-۲-۴-۴- نتایج کمانش ترمومکانیکی قطاع بدون سوراخ
- ۱۰۶ ۲-۲-۴-۴- نتایج کمانش ترمومکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار
- ۱۱۳ ۳-۲-۴-۴- نتایج کمانش ترمومکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار
- ۱۲۱ فصل پنجم- نتیجه‌گیری و پیشنهادات
- ۱۲۲ ۱-۵- مقدمه
- ۱۲۲ ۲-۵- نتیجه‌گیری
- ۱۲۲ ۱-۲-۵- تمایز روش اجزای محدود بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته با تئوری‌های ورق
- ۱۲۳ ۲-۲-۵- بحث در نتایج کمانش مکانیکی
- ۱۲۵ ۳-۲-۵- بحث در نتایج کمانش حرارتی
- ۱۲۶ ۴-۲-۵- بحث در نتایج کمانش ترمومکانیکی

۱۲۸ ۳-۵- پیشنهادها

۱۳۰ منابع

فهرست جدول‌ها

- جدول (۱-۲) جهت بار مکانیکی وارده بر وجوه ۱۶
- جدول (۲-۲) شرایط مرزی ۱۸
- جدول (۱-۳) مختصات و وزن نقاط گاوسی [۵۷] ۴۵
- جدول (۱-۴) خواص فلز و سرامیک خالص [۴۴] ۴۸
- جدول (۲-۴) صحه‌گذاری نتایج کمانش مکانیکی [GPa] ۴۹
- جدول (۳-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت $0.025[m]$ تحت بار شعاعی ۵۰
- جدول (۴-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت $0.05[m]$ تحت بار شعاعی ۵۱
- جدول (۵-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت $0.025[m]$ تحت بار محیطی (نوع ۲) ۵۳
- جدول (۶-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت $0.05[m]$ تحت بار محیطی (نوع ۲) ۵۳
- جدول (۷-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت $0.025[m]$ تحت بار دوماحوره ۵۵
- جدول (۸-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت $0.05[m]$ تحت بار دوماحوره ۵۵
- جدول (۹-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت $0.025[m]$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار شعاعی ۶۰

جدول (۴-۱۰) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.05 و قطر سوراخ

0.1[m] تحت بار شعاعی ۶۱

جدول (۴-۱۱) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.025 و قطر سوراخ

0.1[m] تحت بار محیطی (نوع ۲) ۶۳

جدول (۴-۱۲) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.05 و قطر سوراخ

0.1[m] تحت بار محیطی (نوع ۲) ۶۳

جدول (۴-۱۳) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.025 و قطر سوراخ

0.1[m] تحت بار دومحوره ۶۵

جدول (۴-۱۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.05 و قطر سوراخ

0.1[m] تحت بار دومحوره ۶۵

جدول (۴-۱۵) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.025 و قطر سوراخ-

های 0.1[m] تحت بار شعاعی ۷۰

جدول (۴-۱۶) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.05 و قطر سوراخ‌های

0.1[m] تحت بار شعاعی ۷۱

جدول (۴-۱۷) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.025 و قطر سوراخ-

های 0.1[m] تحت بار محیطی (نوع ۲) ۷۳

جدول (۴-۱۸) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.05 و قطر سوراخ‌های

0.1[m] تحت بار محیطی (نوع ۲) ۷۳

جدول (۴-۱۹) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.025 و قطر سوراخ-

های 0.1[m] تحت بار دومحوره ۷۵

جدول (۴-۲۰) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت $0.05[m]$ و قطر سوراخ‌های

$0.1[m]$ تحت بار دوماحوره ۷۵

جدول (۴-۲۱) صحه‌گذاری نتایج کمانش حرارتی ۸۱

جدول (۴-۲۲) افزایش دمای بحرانی قطاع بدون سوراخ با ضخامت $0.02[m]$ ۸۲

جدول (۴-۲۳) افزایش دمای بحرانی قطاع بدون سوراخ با ضخامت $0.05[m]$ ۸۲

جدول (۴-۲۴) افزایش دمای بحرانی قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت $0.02[m]$ و قطر سوراخ

$0.125[m]$ ۸۷

جدول (۴-۲۵) افزایش دمای بحرانی قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت $0.05[m]$ و قطر سوراخ

$0.125[m]$ ۸۸

جدول (۴-۲۶) افزایش دمای بحرانی قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت $0.02[m]$ و قطر سوراخ‌های

$0.125[m]$ ۹۳

جدول (۴-۲۷) افزایش دمای بحرانی قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت $0.05[m]$ و قطر سوراخ‌های

$0.125[m]$ ۹۴

فهرست اشکال

- شکل (۱-۱) کاربردهای صنعتی ورق قطاعی ۴
- شکل (۱-۲) هندسه‌ی ورق قطاعی ۱۵
- شکل (۲-۲) نحوه‌ی اعمال بار مکانیکی ۱۶
- شکل (۳-۲) شمای ساختاری ماده‌ی هدفمند ۲۴
- شکل (۱-۳) المان بندی ورق قطاعی ۲۸
- شکل (۲-۳) المان مکعب مستطیلی ۸ نقطه گره‌ای ۲۹
- شکل (۱-۴) همگرایی تنش کمانش مکانیکی بر حسب تعداد المان ۴۹
- شکل (۲-۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بار شعاعی ۵۲
- شکل (۳-۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بار محیطی (نوع ۲) ۵۴
- شکل (۴-۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بار دومحوره ۵۶
- شکل (۵-۴) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ۵۷
- شکل (۶-۴) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ تحت $\beta=60^\circ$ بار دومحوره ۵۸
- شکل (۷-۴) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ تحت $\beta=60^\circ$ بار دومحوره ۵۹
- شکل (۸-۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار شعاعی ۶۲
- شکل (۹-۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار محیطی (نوع ۲) ۶۴

شکل (۴-۱۰) تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار

دومحوره ۶۶

شکل (۴-۱۱) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$

$\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دومحوره ۶۷

شکل (۴-۱۲) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$

$\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دومحوره ۶۸

شکل (۴-۱۳) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$

$\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دومحوره ۶۹

شکل (۴-۱۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار

شعاعی ۷۲

شکل (۴-۱۵) تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار محیطی

(نوع ۲) ۷۴

شکل (۴-۱۶) تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار

دومحوره ۷۶

شکل (۴-۱۷) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$

$\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دومحوره ۷۷

شکل (۴-۱۸) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$

$\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دومحوره ۷۸

شکل (۴-۱۹) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$

$\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دومحوره ۷۹

- شکل (۴-۲۰) همگرایی افزایش دمای بحرانی بر حسب تعداد المان ۸۱
- شکل (۴-۲۱) افزایش دمای بحرانی قطاع بدون سوراخ ۸۳
- شکل (۴-۲۲) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ۸۴ $\beta=60^\circ$
- شکل (۴-۲۳) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ۸۵ $\beta=60^\circ$
- شکل (۴-۲۴) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ۸۶ $\beta=60^\circ$
- شکل (۴-۲۵) افزایش دمای بحرانی قطاع تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ $0.125[m]$ ۸۹
- شکل (۴-۲۶) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ و قطر سوراخ $0.125[m]$ ۹۰ $\beta=60^\circ$
- شکل (۴-۲۷) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ و قطر سوراخ $0.125[m]$ ۹۱ $\beta=60^\circ$
- شکل (۴-۲۸) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ و قطر سوراخ $0.125[m]$ ۹۲ $\beta=60^\circ$
- شکل (۴-۲۹) افزایش دمای بحرانی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های $0.125[m]$ ۹۵
- شکل (۴-۳۰) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$ ۹۶ $\beta=60^\circ$
- شکل (۴-۳۱) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$ ۹۷ $\beta=60^\circ$

شکل (۴-۳۲) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$

۹۸ $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$

شکل (۴-۳۳) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند بدون سوراخ تحت بار ترمومکانیکی شعاعی ۱۰۱

شکل (۴-۳۴) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند بدون سوراخ تحت بار ترمومکانیکی محیطی

(نوع ۱) ۱۰۲

شکل (۴-۳۵) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند بدون سوراخ تحت بار ترمومکانیکی دوماحوره ۱۰۳

شکل (۴-۳۶) مد کمانش قطاع هدفمند شعاعی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ تحت

بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره ۱۰۴

شکل (۴-۳۷) مد کمانش قطاع هدفمند محیطی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ تحت

بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره ۱۰۵

شکل (۴-۳۸) مد کمانش قطاع هدفمند عرضی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ تحت

بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره ۱۰۶

شکل (۴-۳۹) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار

ترمومکانیکی شعاعی ۱۰۸

شکل (۴-۴۰) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار

ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱) ۱۰۹

شکل (۴-۴۱) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار

ترمومکانیکی دوماحوره ۱۱۰

شکل (۴-۴۲) مد کمانش قطاع هدفمند شعاعی تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر

سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره ۱۱۱

شکل (۴-۴۳) مد کمانش قطاع هدفمند محیطی تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر

سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره ۱۱۲

شکل (۴-۴۴) مد کمانش قطاع هدفمند عرضی تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر

سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره ۱۱۲

شکل (۴-۴۵) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار

ترمومکانیکی شعاعی ۱۱۴

شکل (۴-۴۶) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار

ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱) ۱۱۵

شکل (۴-۴۷) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار

ترمومکانیکی دومحوره ۱۱۶

شکل (۴-۴۸) مد کمانش قطاع هدفمند شعاعی دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر

سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره ۱۱۷

شکل (۴-۴۹) مد کمانش قطاع هدفمند محیطی دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر

سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره ۱۱۸

شکل (۴-۵۰) مد کمانش قطاع هدفمند عرضی دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر

سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره ۱۱۹

فهرست علائم

علائم لاتین

a شعاع خارجی قطاع

A مساحت

b شعاع داخلی قطاع

$[B]$ ماتریس کرنش - جابجایی

d قطر سوراخ

$[d_L]$ بخش خطی ماتریس مشتق توابع شکل

$[D]$ ماتریس الاستیسیته

E مدول یانگ

$\{F\}$ بردار نیروی کل

G مدول برشی

h ضخامت قطاع

$[J]$ ماتریس ژاکوبین

$[K]$ ماتریس سفتی

$[K_G]$ ماتریس سفتی هندسی

l بُعد تغییر خواص ماده‌ی هدفمند

n توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند

N تعداد فازهای ماده‌ی هدفمند

$[N]$	ماتریس توابع شکل
$[N_s]$	ماتریس توابع شکل نقطه گره‌های واقع بر وجه تحت اثر بار
N_i	تابع شکل هر نقطه گره
$\{q\}$	بردار میدان جابجایی
Q	خاصیت ماده‌ی هدفمند
r	مختص شعاعی در مختصات استوانه‌ای
r_i	مختصه‌ی شعاعی هر نقطه گره در مختصات استوانه‌ای
sym.	تقارن ماتریسی
t	مختص تغییر خواص ماده‌ی هدفمند
u	جابجایی شعاعی
u_i	جابجایی شعاعی هر نقطه گره
u_n	جابجایی عمودی هر وجه
u_t	جابجایی مماسی هر وجه
U	انرژی کرنشی قطاع
v	جابجایی محیطی
v_i	جابجایی محیطی هر نقطه گره
V	حجم قطاع
w	جابجایی عرضی
w_i	جابجایی عرضی هر نقطه گره
W	کار نیروهای خارجی

W_b	کار نیروهای خارجی حجمی
W_i	وزن نقاط گاوسی
W_p	کار نیروهای خارجی متمرکز
W_s	کار نیروهای خارجی سطحی
z	مختص عرضی در مختصات استوانه‌ای
z_i	مختص عرضی هر نقطه گره در مختصات استوانه‌ای

علائم یونانی

$\{\alpha\}$	بردار ضریب انبساط حرارتی
β	زاویه‌ی قطاع
γ_{ij}	مؤلفه‌ی کرنش برشی
δ	تغییرات مرتبه‌ی اول
$\{\Delta\}$	بردار جابجایی گره‌ای
$\{\varepsilon\}$	بردار کرنش کل
ε_{ij}	مؤلفه‌ی کرنش عمودی
ζ	مختص عرضی در مختصات طبیعی
ζ_i	مختص عرضی هر نقطه گره در مختصات طبیعی
η	مختص محیطی در مختصات طبیعی
η_i	مختص محیطی هر نقطه گره در مختصات طبیعی
θ	مختص محیطی در مختصات استوانه‌ای
θ_i	مختص محیطی هر نقطه گره در مختصات استوانه‌ای

[θ] ماتریس تنش پیش‌کمانش

ρ نسبت پوآسون

ξ مختص شعاعی در مختصات طبیعی

ξ_i مختص شعاعی هر نقطه گره در مختصات طبیعی

Π انرژی پتانسیل کل

$\{\sigma\}$ بردار تنش

σ_{ij} مؤلفه‌ی تنش عمودی

τ_{ij} مؤلفه‌ی تنش برشی

χ_i حجم فاز i ام ماده‌ی هدفمند

بالانویس‌ها

0 پیش‌کمانش

(e) المان

زیرنویس‌ها

c مرکز المان

ceramic فاز سرامیکی ماده‌ی هدفمند

cr حد بحرانی

cylinder مختصات استوانه‌ای

L بخش خطی

metal فاز فلزی ماده‌ی هدفمند

natural مختصات طبیعی

NL بخش غیرخطی

M بارگذاری مکانیکی

T بارگذاری حرارتی

فصل اول

پیش‌گفتار

۱-۱- مقدمه

فصل اول شامل تعریف اولیه‌ی مسأله، کاربردهای ورق قطاعی، مرور تحقیقات پیشین در زمینه‌ی کمانش مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی ورق و در نهایت اهداف، فرضیات و نوآوری‌های این پایان‌نامه می‌باشد.

۱-۲- تعریف اولیه‌ی مسأله

به‌دلیل کاربرد ورق‌ها در صنایع، بررسی و تحلیل رفتار ورق‌ها دارای اهمیت است. ورق‌ها در هندسه‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند، که ورق‌های قطاعی شکل، از جمله‌ی آن‌ها می‌باشد. ورق‌ها در موارد کاربردشان عموماً به‌دلیل اعمال بارگذاری‌های مکانیکی یا قرار داشتن در یک محیط دمایی، تحت اثر بارهای فشاری درون صفحه‌ای قرار می‌گیرند، که موجب پدیده‌ی کمانش در ورق می‌شود. بنابراین یکی از پارامترهای مهم برای طراحی ورق، در نظر گرفتن رفتار کمانشی و تعیین بار بحرانی منجر به کمانش می‌باشد.

تعاریف مختلفی برای پدیده‌ی کمانش ارائه شده‌اند که می‌توان به تعریف، تغییرات ناگهانی سختی سازه در اثر تنش‌های فشاری (مستقیم یا غیرمستقیم) اشاره نمود [۱].

تحلیل کمانش سازه، معمولاً به دو گونه‌ی حل مسأله‌ی مقدار ویژه یا تحلیل خمش غیرخطی عمومی می‌باشد. در این پایان‌نامه از روند اول برای تحلیل کمانش استفاده شده، که به یافتن بار بحرانی منجر به کمانش در حالت بارگذاری مکانیکی یا حرارتی، ترسیم نمودار تنش کمانش مکانیکی به افزایش دمای بحرانی در حالت بارگذاری ترمومکانیکی و شکل مد کمانش می‌پردازد.

به‌دلیل مزایای فراوانی که مواد هدفمند دارند، جنس ورق را از نوع ماده‌ی هدفمند در نظر می‌گیریم. در مواد هدفمند خواص مکانیکی و حرارتی، حالت پیوسته‌ای پیدا می‌کنند، که موجب بالا رفتن استحکام سازه می‌شود. این مواد عموماً قادر به تحمل درجه‌ی حرارت بسیار بالا و اختلاف درجه‌ی حرارت شدید بوده و مقاوم در مقابل خوردگی و ساییدگی‌اند، هم‌چنین مقاومت بالایی در

مقابل شکست دارند. امکان بهینه‌کردن تغییرات تنش در مواد هدفمند با تغییر مناسب پروفیل مواد ساختاری، از ویژگی‌های برجسته این مواد است. با در نظر گرفتن قابلیت‌های این مواد، برخی از کاربردهای مواد هدفمند عبارت است از: صنایع هوافضا، خودروسازی، ساختمانی، کاربردهای دفاعی، پزشکی، سنسورها، در حوزه‌ی انرژی، کاربردهای الکترونی و غیره [۱].

استفاده از روش‌های حل دقیق علاوه بر پاسخ دقیق، دارای پیچیدگی در مدل‌کردن سازه بوده و دارای گستردگی مناسب برای سازه‌ها با شرایط مختلف نمی‌باشند. از همین‌رو استفاده از روش‌های عددی که دارای خطای قابل قبول در پاسخ نهایی و تنوع برای تحلیل سازه‌هایی با شرایط متفاوت هستند، رایج است. روش استفاده شده برای کار حاضر، روش عددی اجزای محدود بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی می‌باشد.

۱-۳- کاربردهای ورق قطاعی

ورق‌های قطاعی کاربردهای رایجی در صنعت دارند، به‌طوری‌که بسیاری از قطعاتی که در صنایع هوافضا، خودروسازی، ساختمانی، انرژی‌های تجدیدپذیر و تجهیزات پزشکی و غیره به‌کار می‌روند، در دسته‌بندی ورق‌های قطاعی قرار می‌گیرند.

از جمله‌ی کاربردهای فراوان ورق‌های قطاعی به‌طور اختصار می‌توان به: چرخ‌دنده، لنت ترمز، ترمز دیسکی، صفحه کلاچ و صفحات خورشیدی که به شکل قطاعی ساخته می‌شوند، اشاره کرد. در شکل (۱-۱) می‌توان تعدادی از کاربردهای ورق قطاعی در صنعت را مشاهده کرد.



ب- تجهیزات پزشکی



الف- چرخ دنده



د- صفحه کلاچ



ج- صفحات خورشیدی



ه- ترمز دیسکی



و- لنت ترمز

شکل (۱-۱) کاربردهای صنعتی ورق قطاعی

۱-۴- تاریخچه‌ی تحقیقات پیشین

بررسی‌های متعددی در زمینه‌ی کمانش ورق با شرایطی مشابه به تحلیل پیش‌رو، انجام گرفته است، که تحقیقات صورت گرفته در سه بخش: کمانش مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی ذکر شده است. از جمله‌ی کارهای مشابه پیشین، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

۱-۴-۱- کمانش مکانیکی

ژو و همکاران [۲] در سال ۱۹۹۵ یک روش نیمه تحلیلی- نیمه عددی برای کمانش ورق‌های قطاعی ارائه نمودند. فلدمن و عبودی [۳] در سال ۱۹۹۷ تحلیل کمانش ورق‌های هدفمند تحت بارگذاری تک محوری را با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها^۱، ارائه نمودند. نجفی‌زاده و اسلامی [۴] در سال ۲۰۰۲ تحلیل کمانشی ورق دایروی هدفمند تحت بارگذاری فشاری شعاعی را ارائه کردند. جواهری و اسلامی [۵] در سال ۲۰۰۹ کمانش ورق‌های هدفمند تحت بار فشاری درون صفحه‌ای را مورد بررسی قرار دادند. چن و لیو [۶] در سال ۲۰۰۴ تحلیل کمانش ورق‌های مستطیلی هدفمند تحت بار غیریکنواخت درون صفحه‌ای در لبه‌ها را انجام دادند. زنگور [۷] در سال ۲۰۰۵ تحلیل جامعی از کمانش و ارتعاش آزاد ورق‌های ساندویچی هدفمند با تئوری تغییر شکل برشی سینوسی^۲ را انجام داد. ما و همکاران [۸] در سال ۲۰۰۶ پس‌کمانش ورق حلقوی متقارن هدفمند، تحت بار فشاری شعاعی را با استفاده از تئوری کلاسیک غیرخطی ورق‌ها، ارائه کردند. نجفی‌زاده و حیدری [۹] در سال ۲۰۰۸ یک حل دقیق برای کمانش ورق دایروی هدفمند تحت بارگذاری فشاری را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی بالا^۳ ورق‌ها، ارائه کردند. مهدویان [۱۰] در سال ۲۰۰۹ کمانش ورق‌های مستطیلی هدفمند تحت بارگذاری فشاری غیریکنواخت درون صفحه‌ای، با شرایط مرزی ساده را با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها، مورد بررسی قرار دادند. فرهت‌نیا و گل‌شاه [۱۱] در سال ۲۰۱۰ تحلیل کمانش ورق-های دایروی و حلقوی ارتوتروپیک قطبی با ضخامت متغیر خطی، تحت شرایط مرزی متفاوت را با

¹ Classical Plates Theory (CPT)

² Sinusoidal Shear Deformation Theory

³ Higher Order Shear Deformation Theory (HSDT)

استفاده از روش ریتز بهینه شده^۱ انجام دادند. حسینی و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۱۰ تحلیل کمانش ورق‌های قطاعی و حلقوی هدفمند را با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها و روش مربعات دیفرانسیلی^۲، انجام دادند. جلالی و نایی [۱۳] در سال ۲۰۱۰ کمانش الاستیک ورق‌های دایروی همگن نسبتاً ضخیم با ضخامت متغیر را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول^۳ ورق‌ها، مورد بررسی قرار دادند. علیپور و شرعیات [۱۴] در سال ۲۰۱۱ یک حل نیمه تحلیلی برای کمانش ورق‌های دایروی ویسکوالاستیسیته‌ی ناهمگن با ضخامت متغیر بر بستر الاستیک را با استفاده از تئوری میندلین ورق^۴، ارائه نمودند. نادری و سعیدی [۱۵] در سال ۲۰۱۱ حل دقیقی با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول برای تحلیل کمانش ورق‌های حلقوی و قطاعی هدفمند با شرایط مرزی ساده در لبه‌ها، بر روی بستر الاستیک را ارائه کردند. اویماز و آیدوقو [۱۶-۱۷] در سال ۲۰۱۳ تحلیل کمانش مکانیکی سه بعدی ورق‌های هدفمند با شرایط مرزی کلی را با استفاده از روش ریتز، ارائه کردند. عاصمی و همکاران [۱۸-۲۲] با استفاده از روش اجزای محدود بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی، کمانش و پس‌کمانش ورق‌های مستطیلی و قطاعی را تحت بارگذاری دومحوره‌ی برشی و قائم، مورد تحلیل قرار دادند. ابوالقاسمی و همکاران [۲۳] در سال ۲۰۱۵ کمانش ورق مستطیلی هدفمند با سوراخ بیضوی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول، مورد تحلیل قرار دادند.

۱-۴-۲- کمانش حرارتی

تانگاراتنام و همکاران [۲۴] در سال ۱۹۸۹ کمانش حرارتی ورق‌های کامپوزیتی چندلایه را با استفاده از روش اجزای محدود، مورد تحلیل قرار دادند. جواهری و اسلامی [۲۵] در سال ۲۰۰۲ کمانش حرارتی ورق‌های هدفمند را با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها، بررسی کردند. نجفی‌زاده و حیدری [۲۶] در سال ۲۰۰۴ کمانش حرارتی ورق‌های دایروی هدفمند را با استفاده از تئوری تغییر شکل

¹ Optimized Ritz Method

² Differential Quadrature Method (DQM)

³ First Order Shear Deformation Theory (FSDT)

⁴ Mindlin's Plate Theory

برشی مرتبه‌ی بالا، ارائه کردند. پارک و کیم [۲۷] در سال ۲۰۰۶ با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول، به تحلیل پس‌کمانش حرارتی و ارتعاش ورق‌های هدفمند پرداختند. شرعیات [۲۸] در سال ۲۰۰۷ تحلیل کمانش حرارتی ورق‌های مستطیلی کامپوزیتی با خواص وابسته به دما را با استفاده از تئوری لایه‌ای^۱، انجام داد. پولادوند [۲۹] در سال ۲۰۰۹ پایداری ورق‌های مستطیلی نازک با ضخامت متغیر ساخته شده از مواد هدفمند، تحت بارگذاری حرارتی را با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها، مورد بررسی قرار داد. سعیدی و حسنی [۳۰] در سال ۲۰۱۰ تحلیل کمانش حرارتی ورق‌های قطاعی هدفمند نسبتاً ضخیم را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول انجام دادند. زنکور و صبحی [۳۱] در سال ۲۰۱۰ کمانش حرارتی انواع مختلف ورق‌های ساندویچی هدفمند را با استفاده از تئوری سینوسی ورق‌ها تحلیل کردند. سپاهی و همکاران [۳۲] در سال ۲۰۱۱ تحلیل کمانش و پس‌کمانش حرارتی ورق‌های حلقوی هدفمند با خواص وابسته به دما را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و روش مربعات دیفرانسیلی، مورد بررسی قرار دادند. جبارزاده و همکاران [۳۳-۳۴] در سال ۲۰۱۱ با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول، کمانش حرارتی ورق‌های دایروی و حلقوی هدفمند را ارائه نمودند. داک و چونگ [۳۵] در سال ۲۰۱۳ پس-کمانش غیرخطی ورق‌های هدفمند بر بستر الاستیک متقارن، در محیط دمایی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم^۲، مورد تحلیل قرار دادند. کیانی و اسلامی [۳۶] در سال ۲۰۱۳ با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها، یک حل دقیق برای کمانش حرارتی ورق‌های حلقوی بر بستر الاستیک را ارائه نمودند. قیاسیان و همکاران [۳۷] در سال ۲۰۱۴ بررسی کمانش حرارتی ورق‌های حلقوی و قطاعی هدفمند را با تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول، انجام دادند. شاطرزاده و همکاران [۳۸] در سال ۲۰۱۴ کمانش حرارتی ورق‌های کامپوزیتی چندلایه با سوراخ دایروی، را با استفاده از روش اجزای محدود و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول، تحلیل نمودند. رضایی و همکاران [۳۹] در سال ۲۰۱۵ کمانش ورق‌های مستطیلی هدفمند دارای سوراخ بیضوی تحت اثر بار

¹ Layerwise

² Third Order Shear Deformation Theory (TSDT)

حرارتی را با استفاده از روش اجزای محدود و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول، ارائه کردند. لی و همکاران [۴۰] در سال ۲۰۱۶ کماتش حرارتی ورق‌های هدفمند را بر پایه‌ی تحلیل صفحه‌ی خنثی^۱ و استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول، ارائه کردند.

۱-۴-۳- کماتش ترمومکانیکی

ما و وانگ [۴۱] در سال ۲۰۰۳ خمش و پس‌کمانش غیرخطی ورق‌های دایروی هدفمند، تحت بارگذاری ترمومکانیکی را با استفاده از تئوری کلاسیک غیرخطی فون کارمن ورق^۲، مورد بررسی قرار دادند. وو و همکاران [۴۲] در سال ۲۰۰۵ تحلیل پس‌کمانش ترمومکانیکی ورق‌های نسبتاً ضخیم و پوسته‌های کم عمق ساخته شده از مواد هدفمند را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی بالا انجام دادند. شریعت و اسلامی [۴۳] در سال ۲۰۰۷ کماتش ورق‌های هدفمند ضخیم تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی سوم، مورد بررسی قرار دادند. لی و همکاران [۴۴] در سال ۲۰۱۰ با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و روش ریتز، به تحلیل پس‌کمانش ورق‌های هدفمند، تحت بارگذاری فشاری مکانیکی و حرارتی پرداختند. تونگ و داک [۴۵-۴۶] پایداری غیرخطی و پس‌کمانش ورق‌های هدفمند، تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی را بررسی نمودند. گل‌مکانی و کدخدایان [۴۷] در سال ۲۰۱۱ رفتار ورق‌های دایروی و حلقوی هدفمند با خواص وابسته به دما، تحت بارگذاری ترمومکانیکی را با توجه به تغییر شکل‌های بزرگ^۳ و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول، مورد تحلیل قرار دادند. فلاح و نُشیر [۴۸] در سال ۲۰۱۲ رفتار غیرخطی خمش و پس‌کمانش ورق‌های دایروی هدفمند، تحت بارگذاری متقارن ترمومکانیکی با شرایط مرزی متفاوت را با استفاده از تئوری غیرخطی فون کارمن مرتبه‌ی اول، بررسی نمودند. لال و همکاران [۴۹] در سال ۲۰۱۳ با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی بالا، تحقیقی در مورد ورق‌های هدفمند تحت بارگذاری مکانیکی و دمایی، با تغییرات دمایی غیریکنواخت را انجام دادند.

¹ Neutral Surface

² Classical Nonlinear Von Karman Plate Theory

³ Large Deflection

ابوالقاسمی و همکاران [۵۰] در سال ۲۰۱۴ با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول به تحلیل کمانش ترمومکانیکی ورق‌های مستطیلی هدفمند با سوراخ بیضوی، پرداختند. منصوری و شرعیات [۵۱] در سال ۲۰۱۵ تحلیل کمانش ترمومکانیکی ورق‌های هدفمند با خواص وابسته به دما، بر بستر الاستیک را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و روش مربعات دیفرانسیلی، انجام دادند. شاطرزاده [۵۲] در سال ۲۰۱۵ بررسی کمانش ترمومکانیکی ورق‌های هدفمند با گشودگی دایروی در مرکز را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول انجام داد. ژانگ و ژو [۵۳] در سال ۲۰۱۵ تحلیل پس‌کمانش مکانیکی و حرارتی ورق‌های مستطیلی هدفمند با شرایط مرزی متفاوت، بر بستر الاستیک غیرخطی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی بالا، ارائه نمودند. یو و همکاران [۵۴] در سال ۲۰۱۷ با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول به تحلیل کمانش ورق‌های هدفمند تحت بارگذاری ترکیبی (حرارتی و مکانیکی) پرداختند.

۵-۱- ویژگی‌های پایان‌نامه‌ی کنونی

۵-۱-۱- اهداف پایان‌نامه

مرور تحقیقات پیشین مشخص می‌کند که بررسی کمانش قطاع سوراخ‌دار تحت بارگذاری مکانیکی یا حرارتی یا ترمومکانیکی صورت نگرفته، لذا در تحلیل‌های این پایان‌نامه به بررسی بار بحرانی کمانش در حالت بارگذاری مکانیکی، افزایش دمای بحرانی در حالت بارگذاری حرارتی و ترسیم منحنی کمانش در حالت بارگذاری ترمومکانیکی قطاع هدفمند پرداخته شده است. البته در هر حالت، شکل مدهای کمانش را برای مشاهده‌ی پدیده‌ی کمانش در ورق می‌توان یافت.

در به‌دست آوردن نتایج کمانش به بررسی پارامترهای گوناگون از جمله اثر ابعاد قطاع، وجود و تعداد سوراخ، راستا و شرایط مرزی بارگذاری مکانیکی، راستا و توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند بر بار منجر به کمانش پرداخته شده تا رفتار کمانشی ورق قطاعی بسته به شرایط متفاوت مشخص شود.

۱-۵-۲- فرضیات

بارگذاری مکانیکی به صورت بار فشاری یکنواخت سطحی در جهات شعاعی، محیطی و دوماحوره و بارگذاری حرارتی به صورت افزایش دمای یکنواخت بر کل قطاع اعمال می‌شود. راستای تغییر خواص در ماده‌ی هدفمند برخلاف اغلب تحقیقات انجام شده، در هر سه راستای شعاعی، محیطی و عرضی در نظر گرفته شده است. روش به کار رفته در این تحلیل، روش عددی اجزای محدود بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی می‌باشد، که از شرایط پایداری ترفز^۱ (برابر با صفر قرار دادن تغییرات اول و دوم انرژی پتانسیل کل قطاع) معادله‌ی تعادل مسأله‌ی پیش‌رو پیدا می‌شود. از روابط کرنش-جابجایی غیرخطی گرین برای به دست آوردن ماتریس سفتی هندسی استفاده شده است. برخلاف بسیاری از تحلیل‌های صورت گرفته، در مدل اجزای محدود به کار گرفته شده، از یک المان مکعب مستطیلی ۸ نقطه گره‌ای استفاده شده، که در راستای ضخامت نیز المان‌بندی شده است.

قطاع در محدوده‌ی بارگذاری‌های مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی در ناحیه‌ی الاستیک باقی می‌ماند. در این تحلیل از مدل توانی ردی^۲ و قانون اختلاط^۳ برای تعیین خواص ماده‌ی هدفمند، در هر سه راستای تغییر خواص استفاده شده است.

۱-۵-۳- نوآوری

نوآوری‌های این پایان نامه شامل موارد زیر می‌باشد.

- تحلیل کمانش مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی قطاع هدفمند سوراخ‌دار با خواص متغیر در یکی از جهات شعاعی، محیطی یا ضخامت
- استفاده از روش اجزای محدود بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی برای تحلیل مسأله‌ی کنونی به جای استفاده از تئوری‌های تقریبی ورق
- ارائه‌ی الگوریتم حل مناسب، برای یافتن بارهای کمانش مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی

¹ Trefftz

² Reddy

³ Rule of Mixtures

۱-۶- معرفی کوتاه فصول پایان نامه

پایان نامه‌ی پیش‌رو در پنج فصل گردآوری شده که فصل اول به تعریف اولیه‌ی مسأله، کاربردهای ورق قطاعی، تاریخچه‌ی تحقیقات مشابه، اهداف، فرضیات و نوآوری‌های این پایان نامه می‌پردازد. فصل دوم شامل توصیف هندسه‌ی ورق قطاعی، نحوه‌ی اعمال بارگذاری‌های مختلف، شرایط مرزی و تشریح جنس قطاع می‌باشد. در فصول سوم معادلات حاکم با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی بیان و با توجه به روش اجزای محدود، بازنویسی شده تا معادله‌ی تعادل مسأله‌ی کماتش پیدا شود. فصل چهارم شامل راستی‌آزمایی و ارائه‌ی نتایج کماتش مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی می‌باشد. در فصل پنجم به نتیجه‌گیری‌های مربوط به تحلیل‌های این پایان نامه پرداخته شده و پیشنهادهایی برای گسترده‌تری بیشتر نتایج ارائه می‌شود.

فصل دوم

شرایط حاکم بر مسأله

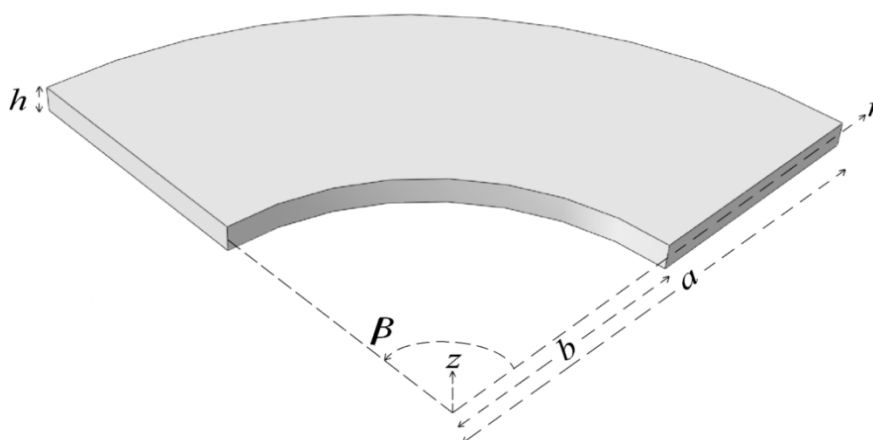
۲-۱- مقدمه

این فصل به بررسی شرایط حاکم می‌پردازد، که شامل چهار بخش اصلی می‌باشد. در بخش اول به تشریح هندسه‌ی ورق قطاعی سوراخ‌دار پرداخته می‌شود. بخش دوم شرایط بارگذاری و چگونگی اعمال بار را تشریح می‌کند. بخش سوم شرایط سینماتیکی ورق، برای هر حالت بارگذاری را ذکر می‌کند. در نهایت در بخش چهارم، به جنس قطاع و کاربردهای آن پرداخته خواهد شد.

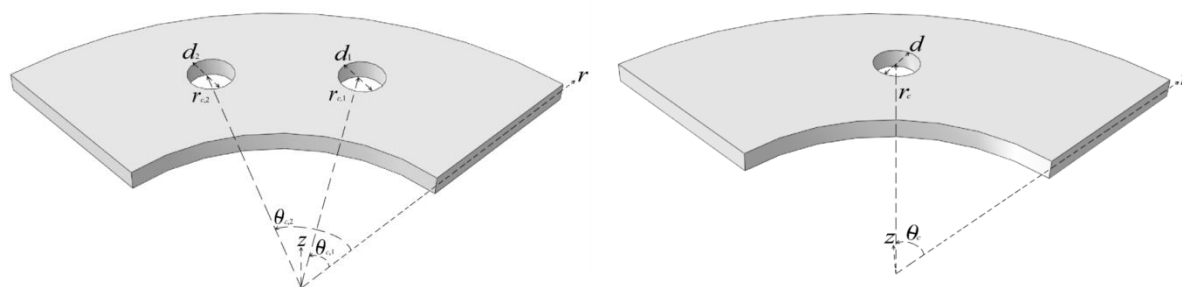
۲-۲- هندسه‌ی ورق قطاعی

با توجه به هندسه‌ی یک ورق قطاعی و سوراخ(های) دایروی موجود در آن، بهترین دستگاه مختصات برای توصیف هندسه‌ی آن، دستگاه مختصات استوانه‌ای می‌باشد، که در این صورت باید محدوده‌ی سه پارامتر: شعاع r ، زاویه θ و ضخامت z قطاع را تعیین کنیم. اگر فرض کنیم b و a به ترتیب شعاع داخلی و خارجی، h ضخامت و β زاویه‌ی قطاع باشد، دستگاه مختصات استوانه‌ای را مطابق شکل (۲-۱)، به گونه‌ای قرار می‌دهیم که:

$$b \leq r \leq a, 0 \leq \theta \leq \beta, -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}$$



الف- قطاع بدون سوراخ



ج- قطاع با دو سوراخ دایروی متقارن

ب- قطاع با تک سوراخ دایروی مرکزی

شکل (۱-۲) هندسه‌ی ورق قطاعی

۱-۲-۲-۱- قطاع با سوراخ دایروی

یک یا دو سوراخ دایروی در قطاع ایجاد کرده تا تغییر استحکام کمانشی را بررسی نماییم. سوراخ دایروی را می‌توان با بیان مختصات مرکز و شعاع سوراخ توصیف نمود. به‌دلیل این‌که در کاربردهای صنعتی سوراخ موجود در قطاع متقارن ایجاد می‌شود، در این پایان‌نامه سوراخ را طوری در نظر می‌گیریم که در راستای r و θ متقارن باشد، در حالت تک سوراخ دایروی، مرکز سوراخ در $r_c = (a+b)/2$ و $\theta_c = \beta/2$ و شعاع سوراخ کسری از اختلاف شعاع داخلی و خارجی $(a-b)$ خواهد بود. در حالت دو سوراخ دایروی، مختصه‌ی اول مرکز هر دو سوراخ در $r_c = (a+b)/2$ بوده، ولی مختصه‌ی دوم سوراخ اول و دوم به‌ترتیب $\theta_{c,1} = \beta/3$ و $\theta_{c,2} = 2\beta/3$ است، شعاع سوراخ‌ها را یکسان و کسری از اختلاف شعاع داخلی و خارجی $(a-b)$ در نظر می‌گیریم. در هر حالت، عمق سوراخ برابر با ضخامت قطاع می‌باشد (شکل (۱-۲) ب) و شکل (۱-۲) ج).

۳-۲- نحوه‌ی بارگذاری

در این پایان‌نامه کمانش قطاع تحت سه نوع بار مختلف؛ مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی بررسی می‌شود.

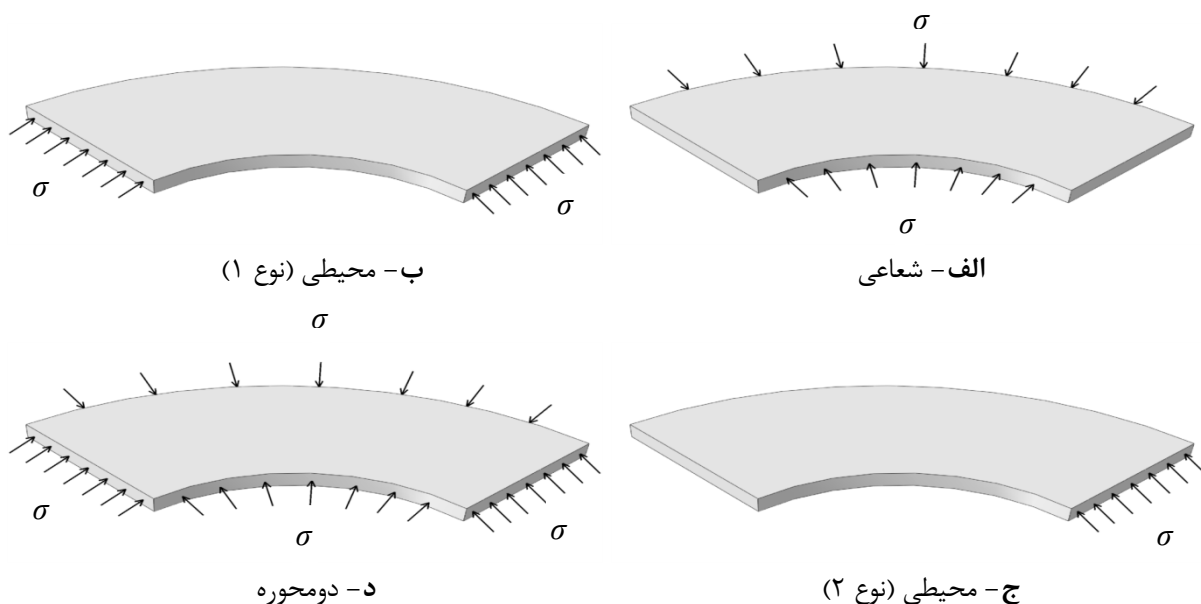
۱-۳-۲- بارگذاری مکانیکی

بارگذاری مکانیکی برای بررسی اثر تغییرات راستای بارگذاری بر بار کمانش، متنوع و به‌صورت بارگذاری فشاری یکنواخت در راستای شعاعی، محیطی و دومحوره در نظر گرفته شده است (جدول (۱-۲)).

جدول (۲-۱) جهت بار مکانیکی وارده بر وجوه

وجه خارجی ($r=a$)	وجه داخلی ($r=b$)	وجه چپ ($\theta=\beta$)	وجه راست ($\theta=0$)	راستای بارگذاری مکانیکی
فشاری شعاعی	فشاری شعاعی	بدون اعمال بار	بدون اعمال بار	شعاعی
بدون اعمال بار	بدون اعمال بار	فشاری محیطی	فشاری محیطی	نوع ۱
بدون اعمال بار	بدون اعمال بار	بدون اعمال بار	فشاری محیطی	نوع ۲
فشاری شعاعی	فشاری شعاعی	فشاری محیطی	فشاری محیطی	دومحوره

که نحوه‌ی اعمال بارگذاری‌های مختلف مکانیکی، در اشکال (۲-۲) نشان داده شده است.



شکل (۲-۲) نحوه‌ی اعمال بار مکانیکی

۲-۳-۲- بارگذاری حرارتی

بارگذاری حرارتی به صورت افزایش دمای یکنواخت (ΔT)، بر کل حجم قطاع اعمال می‌شود. که در ادامه اثر بارگذاری حرارتی در کرنش قطاع لحاظ خواهد شد.

۲-۳-۳- بارگذاری ترمومکانیکی

بارگذاری ترمومکانیکی را می‌توان ترکیب یکی از حالات بارگذاری مکانیکی با حرارتی در نظر گرفت. بنابراین شرایط بارگذاری در حالت ترمومکانیکی به سه حالت زیر فرض می‌شود.

۱- بار فشاری یکنواخت مکانیکی در جهت شعاعی هم‌زمان با افزایش دمای یکنواخت

۲- بار فشاری یکنواخت مکانیکی در جهت محیطی (نوع ۱) هم‌زمان با افزایش دمای یکنواخت

۳- بار فشاری یکنواخت مکانیکی دوماحوره هم‌زمان با افزایش دمای یکنواخت

شایان ذکر است که، در تمامی حالات بارگذاری، بارگذاری مکانیکی به‌صورت بار فشاری سطحی به وجوه اعمال می‌شود، در حالی که بارگذاری حرارتی به‌صورت حجمی بر کل قطاع اثرگذار است. برای تحلیل کماتش حرارتی و ترمومکانیکی، دمای اولیه‌ی قطاع برابر با دمای محیط فرض شده است.

۲-۴- شرایط سینماتیکی

شرایط مرزی طبیعی (مانند گشتاور، نیروی برشی، نیروی فشاری لبه) در فرم فانکشنال لحاظ می‌شوند، لذا تنها شرایط سینماتیکی باید تعریف شوند. شرایط سینماتیکی برای هر یک از حالات بارگذاری مذکور در بخش ۲-۳، به‌صورت جدول (۲-۲) در نظر گرفته شده است.

اگر u_i و u_n به‌ترتیب جابجایی مماس و عمود بر وجوه باشد، شرایط سینماتیکی هر وجه، تحت بارگذاری‌های مختلف در جدول (۲-۲) مشخص شده است. شایان ذکر است که، در تمامی وجوه برای هر حالت بارگذاری، در راستای ضخامت امکان جابجایی وجود ندارد.

شرایط سینماتیکی در بارگذاری ترمومکانیکی را با توجه به شرایط سینماتیکی راستای بار مکانیکی-

اش در نظر می‌گیریم.

جدول (۲-۲) شرایط مرزی

وجه خارجی ($r=a$)	وجه داخلی ($r=b$)	وجه چپ ($\theta=\beta$)	وجه راست ($\theta=0$)	بارگذاری
$u_t=0$ $u_r=0$	$u_t=0$ $u_r=0$	$u_t=0$ $u_t, u_n=0$	$u_t=0$ $u_t, u_n=0$	شعاعی
$u_t, u_n=0$ $u_t=0$	$u_t, u_n=0$ $u_t=0$	$u_t=0$ $u_t, u_n=0$	$u_t=0$ $u_t=0$	محیطی (نوع ۱) محیطی (نوع ۲)
$u_t=0$	$u_t=0$	$u_t=0$	$u_t=0$	دومحوره
$u_t, u_n=0$	$u_t, u_n=0$	$u_t, u_n=0$	$u_t, u_n=0$	حرارتی

برای بررسی اثر شرایط مرزی بر بار کمانش مکانیکی، شرایط سینماتیکی بارگذاری شعاعی به دو گونه‌ی متفاوت فرض شده است. نیاز به ذکر است که، شرایط سینماتیکی بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی، به صورت حالت دوم بارگذاری مکانیکی شعاعی خواهد بود.

شرایط سینماتیکی در حالت بارگذاری حرارتی در تمامی وجوه از نوع گیردار بوده ولی برای بارگذاری مکانیکی و ترمومکانیکی، به گونه‌ای است که در برخی وجوه شرایط مرزی ساده و در برخی دیگر شرایط گیردار برقرار است.

۲-۵- جنس قطاع

به دلیل مزایای فراوان و کاربردهای روزافزون مواد هدفمند، جنس قطاع از مواد هدفمند فرض شده است.

۲-۵-۱- موارد استفاده و مزایای مواد هدفمند

مواد هدفمند در ابتدا در سال ۱۹۸۴ توسط گروهی از دانشمندان در دانشگاه سندائی^۱ ژاپن مطرح گردید. از آن پس بر روی مواد هدفمند تحقیقات وسیعی انجام شد.

¹ Sendai

مواد هدفمند از جمله موادی هستند که، به واسطه‌ی تغییر تدریجی ترکیبات شیمیایی، توزیع و جهت‌گیری و یا کسر حجمی فاز تقویت‌کننده در یک یا چند بعد، خواص متفاوتی را در مناطق مختلف از خود بروز می‌دهند. این تغییر تدریجی ساختار و خواص منجر به گسترش کاربرد این گونه مواد شده است، به‌خصوص در مواردی که نیاز به خواص متفاوت در مناطق مختلف باشد.

به‌دلیل خاصیت تغییر پیوسته ویژگی‌های مواد در مقیاس ماکروسکوپیک، گاهی اوقات استفاده از مواد هدفمند از نظر رفتار مکانیکی نسبت به مواد با ساختار مرکب لایه‌ای، ترجیح داده می‌شود. در مواد هدفمند خواص مکانیکی، حرارتی و مغناطیسی، حالت پیوسته‌ای پیدا می‌کنند، که موجب بالا رفتن استحکام سازه می‌شود و همین تغییرات تدریجی خواص در ساختار مواد هدفمند موجب بهبود استحکام بین لایه‌های مختلف آن می‌شود. در صورتی که در مواد مرکب، تداخل بین ساختارهای زمینه‌های الیاف، نوعی جهش در خواص مکانیکی ایجاد می‌کند.

این مواد عموماً قادر به تحمل درجه‌ی حرارت بسیار بالا و اختلاف درجه‌ی حرارت شدید بوده و مقاوم در مقابل خوردگی و ساییدگی‌اند. همچنین مقاومت بالایی در مقابل شکست دارند. در حال حاضر از این مواد برای سازه‌هایی که باید در مقابل درجه‌ی حرارت بالا مقاوم باشد، استفاده می‌شود. امکان بهینه‌کردن تغییرات تنش در مواد هدفمند با تغییر مناسب پروفیل مواد ساختاری، از ویژگی‌های برجسته این مواد است. با در نظر گرفتن قابلیت‌های این مواد، برخی از کاربردهای مواد هدفمند عبارت است از: صنایع هوافضا، خودروسازی، ساختمانی، کاربردهای دفاعی در پوشش‌های زره‌ای، پزشکی، سنسورها، در حوزه‌ی انرژی، کاربردهای الکترونی و غیره [۱].

مواد هدفمند این‌گونه توصیف شدند که فاز تقویت‌کننده و مواد زمینه در حالت پیوسته (نه به‌صورت گسسته مانند مواد مرکب) به‌تدریج تغییر می‌کند. یکی از علل بروز تنش حرارتی، افزایش دما می‌باشد، وقتی یک ماده با تغییرات دما روبرو می‌شود، لایه‌های مختلف ماده، مقادیر مختلفی انبساط پیدا می‌کند،

که این موضوع برای مواد مرکب می‌تواند موجب پدیده‌ی تورق لایه‌ها^۱ شود ولی در مواد هدفمند به دلیل پیوستگی خواص، با این پدیده مواجه نخواهیم شد.

مواد هدفمند معمولاً از دو فاز سرامیک و فلز ساخته می‌شوند. سرامیک به علت ضریب انبساط حرارتی پایین و مقاومت بالای حرارتی، دمای کارکردی بسیار بالا را تحمل می‌کند و فلز انعطاف‌پذیری مورد نیاز را فراهم می‌نماید. فاز سرامیکی می‌تواند از زیرکونیا^۲، آلومینا^۳، کاربید زیرکونیم^۴، کاربید تیتانیم^۵، کاربید سیلیکون^۶، نیتريد سیلیکون^۷ و اکسید سیلیکون^۸ و فاز فلزی می‌تواند از موادی هم‌چون؛ آلومینیم، مس، نیکل و سرب انتخاب شود.

معمولاً تغییرات خواص ماده‌ی هدفمند در راستای ضخامت جسم در نظر گرفته می‌شود، ولی در این پایان‌نامه ویژگی‌های مکانیکی و حرارتی، در هر سه راستای شعاعی، محیطی و ضخامت ورق به‌صورت هدفمند مدل شده است، تا اثر راستای تغییر خواص بر بار کمانش مشخص شود.

بسته به راستای مورد نظر، خواص از خصوصیات فاز اول در یکی از جهات، به‌طور پیوسته متغیر بوده و با پیشروی در امتداد هر بعد، از صد در صد حجمی یک فاز، به صفر درصد آن و صد در صد فاز دوم می‌رسیم. در تحلیل‌های این پایان‌نامه، همواره فرض بر این است که سطح با مختص کوچک‌تر در هر راستایی از نوع فلز و سطح با مختص بزرگ‌تر، از نوع سرامیک می‌باشد. پس با توجه به هندسه‌ی ورق قطاعی برای ماده‌ی هدفمند شعاعی در $r=b$ (وجه داخلی) خواص فلزی و برای $r=a$ (وجه خارجی) خواص سرامیکی خواهیم داشت. به‌طور مشابه برای ماده‌ی هدفمند محیطی در $\theta=0$ (وجه راست) خواص فلزی و در $\theta=\beta$

¹ Delamination

² ZrO₂

³ Al₂O₃

⁴ ZrC

⁵ TiC

⁶ SiC

⁷ Si₃N₄

⁸ Si₂O₃

(وجه چپ) خواص سرامیکی برقرار است و در ماده‌ی هدفمند عرضی، در $z=-h/2$ (وجه پایینی) خواص فلزی و در $z=h/2$ (وجه بالایی) خواص سرامیکی حاکم است.

۲-۵-۲- مدل کردن مواد هدفمند با رابطه‌ی ریاضی

مهم‌ترین پارامتر در تعیین خصوصیات ماده‌ی هدفمند در یک موقعیت مشخص، کسر حجمی فازهای تشکیل دهنده در هر موقعیت است، که چگونگی مدل کردن کسر حجمی و به‌دست آوردن خواص ماده‌ی هدفمند در ادامه بررسی خواهد شد.

در بیشتر مواقع ماده‌ی هدفمند، از دو فاز مجزای سرامیک و فلز تشکیل می‌شود، که مدل‌ها و روابط ریاضی مختلفی برای تعیین خواص این مواد ارائه شده است، که بسته به تحلیل، خواص می‌توانند در یک یا دو یا هر سه جهت به‌طور مداوم و پیوسته، متغیر باشد.

اگر $V_{ceramic}$ و V_{metal} را به‌ترتیب معرف کسر حجمی فاز سرامیکی و فلزی ماده‌ی هدفمند در نظر بگیریم، کسر حجمی هر فاز، از روابط زیر به‌دست خواهند آمد.

$$V_{ceramic} = \frac{\chi_{ceramic}}{\chi_{ceramic} + \chi_{metal}}$$

$$V_{metal} = \frac{\chi_{metal}}{\chi_{ceramic} + \chi_{metal}} \quad (1-2)$$

که در آن $\chi_{ceramic}$ و χ_{metal} به‌ترتیب حجم فاز سرامیک و فلز ماده‌ی هدفمند فرض می‌شود. با

توجه به موارد گفته شده، می‌دانیم:

$$V_{ceramic} + V_{metal} = 1 \quad (2-2)$$

روش‌های متفاوتی برای مدل کردن ماده‌ی هدفمند ارائه شده، که یک روش عام برای تعیین خواص

مواد هدفمند استفاده از قانون مخلوط‌ها می‌باشد.

$$Q = \sum_{i=1}^N Q_i V_i \quad (3-2)$$

Q خاصیت مکانیکی یا حرارتی از قبیل مدول یانگ (E)، ضریب انبساط حرارتی (α) و نسبت پواسون

(۱) می‌باشد و V_i, Q_i به ترتیب خاصیت و کسر حجمی فاز i ام و N تعداد فازهای تشکیل دهنده می‌باشد.

ردی به جای کسر حجمی به کار رفته در رابطه‌ی (۲-۱)، از تابع توانی استفاده کرد [۱]. بدین گونه که

کسر حجمی یکی از فازهای فلزی یا سرامیکی به صورت رابطه‌ی توانی زیر فرض می‌شود.

$$V_{\text{ceramic}} = \left(\frac{t}{l}\right)^n \quad (2-4-الف)$$

که t مختصات موقعیت مورد نظر در راستای تغییر پیوسته‌ی خاصیت ماده‌ی هدفمند و l بُعد در

راستایی است که در آن تغییر خاصیت داریم. n را توان توزیع خواص خوانده و کمیتی نامنفی است، که

شدت تغییرات خواص را در ماده‌ی هدفمند مشخص می‌کند.

با جایگذاری رابطه‌ی (۲-۴-الف) در رابطه‌ی (۲-۲)، کسر حجمی فاز فلزی را به دست می‌آوریم.

$$V_{\text{metal}} = 1 - \left(\frac{t}{l}\right)^n \quad (2-4-ب)$$

به دلیل این که در هر سه راستای اصلی، خواص ماده‌ی هدفمند، متغیر در نظر گرفته شده، پس روابط

(۲-۴) را برای هر سه راستای مذکور با توجه به دستگاه مختصات، می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

راستای شعاعی:

$$V_{\text{ceramic}}(r) = \left(\frac{r-b}{a-b}\right)^n$$

$$V_{\text{metal}}(r) = 1 - \left(\frac{r-b}{a-b}\right)^n \quad (2-5)$$

راستای محیطی:

$$V_{\text{ceramic}}(\theta) = \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^n$$

$$V_{\text{metal}}(\theta) = 1 - \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^n \quad (2-6)$$

راستای ضخامت:

$$V_{\text{ceramic}}(z) = \left(\frac{z+\frac{h}{2}}{h}\right)^n$$

$$V_{\text{metal}}(z) = 1 - \left(\frac{z + \frac{h}{2}}{h} \right)^n \quad (7-2)$$

همان‌طور که ذکر شد، در هر راستایی سطح با مختص کوچک‌تر، بیان‌گر خواص فلزی و سطح با مختص بزرگ‌تر، بیان‌گر خواص سرامیکی است، پس در مدل مذکور، با توجه به هندسه‌ی ورق قطاعی و دستگاه مختصات، همواره دو شرط مرزی زیر در توزیع خواص مواد هدفمند صادق است.

راستای شعاعی:

$$\begin{aligned} V_{\text{ceramic}}(r = b) &= 0 \\ V_{\text{metal}}(r = a) &= 0 \end{aligned} \quad (8-2)$$

راستای محیطی:

$$\begin{aligned} V_{\text{ceramic}}(\theta = 0) &= 0 \\ V_{\text{metal}}(\theta = \beta) &= 0 \end{aligned} \quad (9-2)$$

راستای ضخامت:

$$\begin{aligned} V_{\text{ceramic}}\left(z = -\frac{h}{2}\right) &= 0 \\ V_{\text{metal}}\left(z = \frac{h}{2}\right) &= 0 \end{aligned} \quad (10-2)$$

در نهایت با توجه به موارد بیان شده‌ی فوق، می‌توان با جایگذاری روابط توانی معرف کسر حجمی،

(در هر راستای مورد نظر) در رابطه‌ی (۲-۳)، خواص مکانیکی یا حرارتی ماده‌ی هدفمند را به‌دست آورد.

راستای شعاعی:

$$Q(r) = Q_{\text{metal}} + (Q_{\text{ceramic}} - Q_{\text{metal}}) \left(\frac{r - b}{a - b} \right)^n \quad (11-2 \text{ الف})$$

راستای محیطی:

$$Q(\theta) = Q_{\text{metal}} + (Q_{\text{ceramic}} - Q_{\text{metal}}) \left(\frac{\theta}{\beta} \right)^n \quad (11-2 \text{ ب})$$

راستای ضخامت:

$$Q(z) = Q_{\text{metal}} + (Q_{\text{ceramic}} - Q_{\text{metal}}) \left(\frac{z + \frac{h}{2}}{h} \right)^n \quad (11-2 \text{ ج})$$

اگر در روابط (۲-۱۱)، حد پایین توان توزیع خواص (صفر) جایگذاری شود، خواص مختص کوچک‌تر (فاز سرامیکی) را می‌دهد و اگر حد بالا (بی‌نهایت) قرار داده شود، خواص مختص بزرگ‌تر (فاز فلزی) را بیان خواهد کرد. به این ترتیب با تابع در نظر گرفته شده، در هر موقعیت، خاصیت ماده‌ی هدفمند تعیین می‌شود.

در روابط (۲-۱۱)، خواص مکانیکی یا حرارتی ماده‌ی هدفمند به‌طور پیوسته، غیرخطی، نامتقارن و تابعی از توان توزیع خواص و مختصات موقعیت مورد نظر در راستایی است، که خواص را متغیر گرفته‌ایم. در شکل (۲-۳) به‌صورت شماتیک ساختار ماده‌ی هدفمند نشان شده است.



شکل (۲-۳) شمای ساختاری ماده‌ی هدفمند

فصل سوم

فرمول بندی مسأله‌ی کمانش و
اعمال روش اجزای محدود

۳-۱- مقدمه

در بخش اول این فصل به بیان معادلات حاکم با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی پرداخته، در بخش دوم با اعمال روش اجزای محدود روابط را بازنویسی کرده و در بخش آخر با استفاده از شرایط پایداری ترفز، معادله‌ی تعادل مسأله‌ی کمانش پیدا می‌شود.

۳-۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر سیستم با فرض دیدگاه لاگرانژی^۱ در دستگاه مختصات مرجع یا پیکربندی اولیه با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی تعریف شده‌اند [۱].

۳-۲-۱- رابطه‌ی تنش- کرنش

بر اساس تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی و فرض رفتار الاستیک و با توجه به قانون هوک، رابطه‌ی تنش-کرنش، قطاع تحت بارگذاری ترمومکانیکی به صورت زیر است.

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon\}_T) \quad (۱-۳)$$

که در آن $\{\sigma\}$ ، $\{\varepsilon\}$ و $\{\varepsilon\}_T$ به ترتیب بردار تنش، کرنش کل و کرنش حرارتی می‌باشد، که در دستگاه

مختصات استوانه‌ای مؤلفه‌های آن‌ها به قرار زیر می‌باشد [۵۵].

$$\{\sigma\} = [\sigma_{rr} \quad \sigma_{\theta\theta} \quad \sigma_{zz} \quad \tau_{r\theta} \quad \tau_{\theta z} \quad \tau_{rz}]^T \quad (۲-۳)$$

$$\{\varepsilon\} = [\varepsilon_{rr} \quad \varepsilon_{\theta\theta} \quad \varepsilon_{zz} \quad \gamma_{r\theta} \quad \gamma_{\theta z} \quad \gamma_{rz}]^T \quad (۳-۳)$$

$[D]$ ماتریس الاستیسیته بوده که برای ماده‌ی هدفمند به جنس در مختص کوچک‌تر و بزرگ‌تر و

موقعیت در هر راستای دلخواه t وابسته بوده که برای کل قطاع به صورت زیر بیان می‌شود.

^۱ Lagrangian description

$$[D] = \frac{E(t)(1 - \vartheta(t))}{(1 + \vartheta(t))(1 - 2\vartheta(t))} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\vartheta(t)}{1 - \vartheta(t)} & \frac{\vartheta(t)}{1 - \vartheta(t)} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \frac{\vartheta(t)}{1 - \vartheta(t)} & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1 - 2\vartheta(t)}{2(1 - \vartheta(t))} & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & \frac{1 - 2\vartheta(t)}{2(1 - \vartheta(t))} & 0 \\ & & & & & \frac{1 - 2\vartheta(t)}{2(1 - \vartheta(t))} \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

۲-۲-۳- رابطه‌ی کرنش - جابجایی

به علت این که در لحظات پس از وقوع کمانش، تغییر شکل به افزایش بار متناسب نمی‌باشد، بنابراین باید رابطه‌ی کرنش - جابجایی گرین را برای تحلیل در نظر گرفت، که شامل ارتباط خطی کرنش - جابجایی ماقبل لحظه‌ی کمانش و نیز ارتباط غیرخطی کرنش - جابجایی در لحظات پس از کمانش است. بنابراین رابطه‌ی کرنش - جابجایی را می‌توان به دو بخش خطی و غیرخطی تجزیه کرد.

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_L\} + \{\varepsilon_{NL}\} \quad (5-3)$$

اگر جابجایی در راستای سه محور دستگاه مختصات استوانه‌ای، به ترتیب u و v و w باشد، آن‌گاه می‌-

توان قسمت خطی و غیرخطی رابطه‌ی کرنش - جابجایی را به صورت زیر بیان کرد [۲۰].

$$\{\varepsilon_L\}_{\text{cylinder}} = \left[u_{,r} \quad \frac{u + v_{,\theta}}{r} \quad w_{,z} \quad \frac{u_{,\theta} - v}{r} + v_{,r} \quad v_{,z} + \frac{w_{,\theta}}{r} \quad u_{,z} + w_{,r} \right]^T \quad (6-3)$$

$$\{\varepsilon_{NL}\}_{\text{cylinder}} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}(u_{,r}^2 + v_{,r}^2 + w_{,r}^2) \\ \frac{1}{2}\left(\left(\frac{u_{,\theta} - v}{r}\right)^2 + \left(\frac{u + v_{,\theta}}{r}\right)^2 + \left(\frac{w_{,\theta}}{r}\right)^2\right) \\ \frac{1}{2}(u_{,z}^2 + v_{,z}^2 + w_{,z}^2) \\ u_{,r}\left(\frac{u_{,\theta} - v}{r}\right) + v_{,r}\left(\frac{u + v_{,\theta}}{r}\right) + w_{,r}\left(\frac{w_{,\theta}}{r}\right) \\ u_{,z}\left(\frac{u_{,\theta} - v}{r}\right) + v_{,z}\left(\frac{u + v_{,\theta}}{r}\right) + w_{,z}\left(\frac{w_{,\theta}}{r}\right) \\ u_{,r}u_{,z} + v_{,r}v_{,z} + w_{,r}w_{,z} \end{array} \right\} \quad (7-3)$$

همچنین کرنش حرارتی با رابطه‌ی زیر بیان می‌شود.

$$\{\varepsilon\}_T = [\alpha_{rr} \quad \alpha_{\theta\theta} \quad \alpha_{zz} \quad \alpha_{r\theta} \quad \alpha_{\theta z} \quad \alpha_{rz}]^T \Delta T \quad (۸-۳)$$

بردار ضریب انبساط حرارتی $\{\alpha\}$ همانند ماتریس الاستیسیته، به جنس دو سطح مبنا و موقعیت در

راستای تغییر خواص ماده‌ی هدفمند وابسته می‌باشد و برای کل قطاع به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\{\alpha\} = \alpha(t)[1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (۹-۳)$$

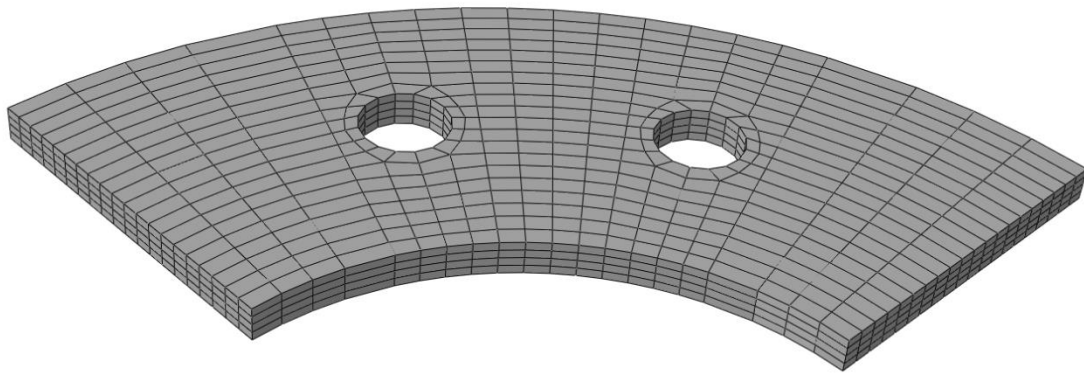
۳-۳- استخراج فرم اجزای محدود روابط حاکم

برای یافتن معادلات تعادل سازه، از روش اجزای محدود سه بعدی استفاده می‌کنیم. در این روش که یک

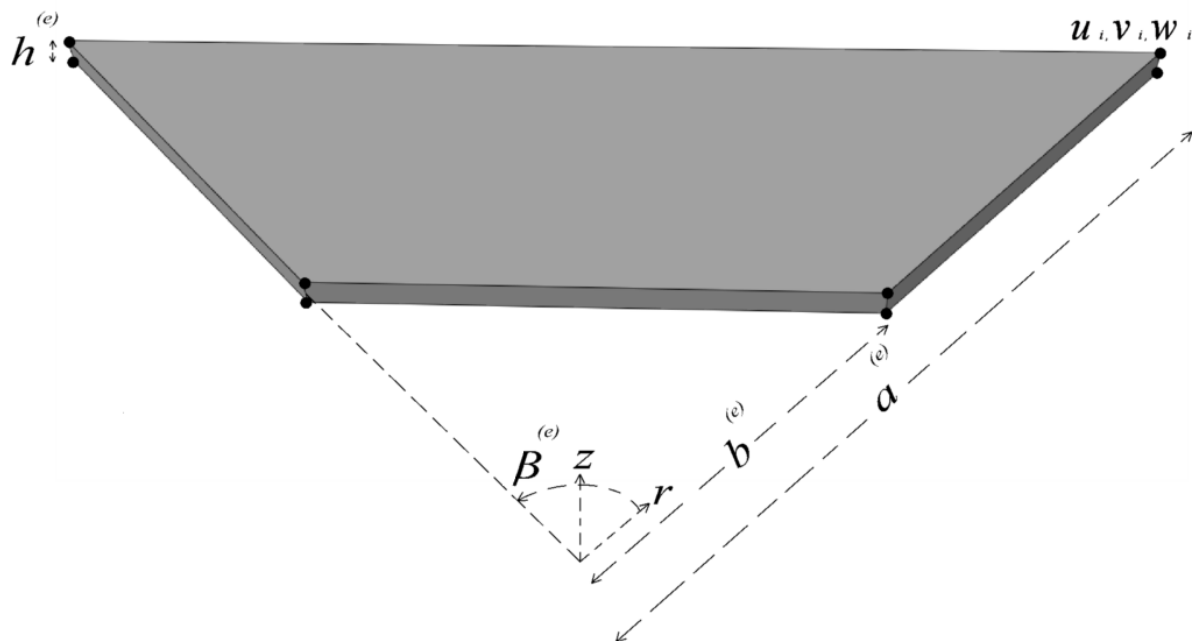
روش عددی است، قطاع را به تعدادی المان مکعب مستطیلی، تقسیم (المان بندی) می‌کنیم، که به دلیل

هندسه‌ی المان‌ها در فضای سه بعدی، ۸ گوشه (نقطه گره) خواهند داشت. شکل کل قطاع و یک المان را

بعد از المان بندی به ترتیب در اشکال (۱-۳) و (۲-۳) می‌توان مشاهده کرد.



شکل (۱-۳) المان بندی ورق قطاعی



شکل (۳-۲) المان مکعب مستطیلی ۸ نقطه گره‌ای

المان‌بندی به‌گونه‌ای است که در راستای ضخامت قطاع نیز المان‌بندی انجام شده، که در این صورت جابجایی عرضی ورق در طول المان متفاوت خواهد بود و این باعث تفاوت تحلیل پیش‌رو با تئوری‌های موجود ورق می‌باشد. در مرز المان‌ها به‌دلیل اشتراک نقطه گره‌ها بین المان‌های مجاور، جابجایی دارای پیوستگی می‌باشد، ولی شیب و در نهایت کرنش و تنش دارای پیوستگی در مرزها نیستند، چون برای هر المان، کرنش و تنش متفاوتی به‌دست خواهد آمد که با افزایش تعداد المان‌ها و همگرایی، این مقادیر یکسان به‌دست خواهند آمد. استفاده از المان‌های مکعب مستطیلی ۸ نقطه گره‌ای نسبت به المان‌های مرتبه‌ی بالاتر، در محاسبه‌ی نتایج حالات مختلف از لحاظ زمانی معقول‌تر و دارای دقت مناسبی می‌باشند. اگر $\{q\}$ و $\{\Delta\}$ را به‌ترتیب بردار جابجایی برای هر موقعیت و نقطه گره‌های المان دلخواه در نظر بگیریم، می‌توان ارتباط بین آن‌ها را به‌صورت زیر نوشت.

$$\{q\} = [N]\{\Delta\} \quad (۱۰-۳)$$

که در آن:

$$\{q\} = [u \quad v \quad w]^T \quad (۱۱-۳)$$

$$\{\Delta\} = [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \dots \quad u_8 \quad v_8 \quad w_8]^T \quad (۱۲-۳)$$

در رابطه‌ی (۱۰-۳)، $[N]$ ماتریس توابع شکل می‌باشد، که به صورت زیر است.

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & & 0 & 0 & N_8 \end{bmatrix} \quad (۱۳-۳)$$

مؤلفه‌های ماتریس توابع شکل در رابطه‌ی (۱۳-۳)، برای یک المان مکعب مستطیلی ۸ نقطه گره‌ای

ایزوپارامتریک، را می‌توان از رابطه‌ی زیر به دست آورد [۵۵].

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i) \quad (۱۴-۳)$$

که ξ ، η و ζ مؤلفه‌های دستگاه مختصات طبیعی بوده، که برای هر المان محدوده‌ی آن‌ها به صورت زیر

خواهد بود.

$$-1 \leq \xi, \eta, \zeta \leq 1$$

با توجه به هندسه‌ی قطاع (شکل (۱-۲)) و چگونگی المان‌بندی (شکل (۲-۳))، می‌توان بین مؤلفه-

های دستگاه مختصات استوانه‌ای و طبیعی ارتباط زیر را قائل شد [۲۰].

$$\xi = \frac{2r - a^{(e)} - b^{(e)}}{a^{(e)} - b^{(e)}}$$

$$\eta = \frac{2(\theta - \theta_c)}{\beta^{(e)}}$$

$$\zeta = \frac{2(z - z_c)}{h^{(e)}} \quad (۱۵-۳)$$

در رابطه‌ی (۱۵-۳) با توجه به شکل (۲-۳)، $a^{(e)}$ ، $b^{(e)}$ ، $\beta^{(e)}$ و $h^{(e)}$ به ترتیب شعاع داخلی، خارجی،

زاویه و ضخامت هر المان می‌باشند. همچنین θ_c و z_c مختصات مرکز هر المان در دستگاه مختصات

استوانه‌ای می‌باشد.

همان‌طور که بیان شد، رابطه‌ی گرین شامل دو بخش رابطه‌ی کرنش-جابجایی خطی و غیرخطی

است، که قسمت خطی را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\{\varepsilon_L\} = [d_L]\{q\} \quad (۱۶-۳)$$

در رابطه‌ی (۳-۱۶)، $[d_L]$ ماتریس مشتق توابع شکل می‌باشد، که در دستگاه مختصات استوانه‌ای و

طبیعی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$[d_L]_{\text{cylinder}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & \frac{\partial}{r\partial\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{r\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{r\partial\theta} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (۳-۱۷-الف)$$

که به دلیل بزرگی عبارت ماتریس مشتق توابع شکل در دستگاه مختصات طبیعی، درایه‌های آن به

صورت بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} d_L(1,:)_{\text{natural}} &= \left[\frac{2}{a^{(e)} - b^{(e)}} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \right) \quad 0 \quad 0 \right] \\ d_L(2,1)_{\text{natural}} &= \frac{2}{\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)}} \\ d_L(2,2)_{\text{natural}} &= \frac{4}{\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)}} \left(\frac{\partial}{\beta^{(e)} \partial \eta} \right) \\ d_L(2,3)_{\text{natural}} &= 0 \\ d_L(3,:)_{\text{natural}} &= \left[0 \quad 0 \quad \frac{2\partial}{h^{(e)} \partial \zeta} \right] \\ d_L(4,1)_{\text{natural}} &= \frac{4}{\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)}} \left(\frac{\partial}{\beta^{(e)} \partial \eta} \right) \\ d_L(4,2)_{\text{natural}} &= \frac{2}{a^{(e)} - b^{(e)}} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \right) - \frac{2}{\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)}} \\ d_L(4,3)_{\text{natural}} &= 0 \\ d_L(5,:)_{\text{natural}} &= \left[0 \quad \frac{2\partial}{h^{(e)} \partial \zeta} \quad \frac{4}{\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)}} \left(\frac{\partial}{\beta^{(e)} \partial \eta} \right) \right] \\ d_L(6,:)_{\text{natural}} &= \left[\frac{2\partial}{h^{(e)} \partial \zeta} \quad 0 \quad \frac{2}{a^{(e)} - b^{(e)}} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \right) \right] \end{aligned} \quad (۳-۱۷-ب)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۳-۱۰) در رابطه‌ی (۳-۱۶)، می‌توان قسمت خطی رابطه‌ی کرنش-جابجایی را

به‌صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\{\varepsilon_L\} = [B_L]\{\Delta\} \quad (۳-۱۸)$$

$[B_L]$ ماتریس کرنش-جابجایی خطی بوده، که در دستگاه استوانه‌ای و طبیعی برابر است با:

$$[B_L]_{\text{cylinder}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial r} & 0 & 0 \\ \frac{N_1}{r} & \frac{\partial N_1}{r\partial\theta} & 0 & \frac{N_8}{r} & \frac{\partial N_8}{r\partial\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{r\partial\theta} & \frac{\partial N_1}{\partial r} - \frac{N_1}{r} & 0 & \frac{\partial N_8}{r\partial\theta} & \frac{\partial N_8}{\partial r} - \frac{N_8}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{r\partial\theta} & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial z} & \frac{\partial N_8}{r\partial\theta} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial r} & \frac{\partial N_8}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (۳-۱۹-الف)$$

$$[B_L]_{\text{natural}} = [B_L^{(1)} \quad \dots \quad B_L^{(8)}] \quad (۳-۱۹-ب)$$

که درایه‌های ماتریس کرنش-جابجایی خطی، در رابطه‌ی (۳-۱۹-ب) به‌صورت زیر خواهد بود.

$$B_L^{(i)}(1,:)_{\text{natural}} = \left[\frac{\xi_i(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)} - b^{(e)})} \quad 0 \quad 0 \right]$$

$$B_L^{(i)}(2,1)_{\text{natural}} = \frac{(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{4(\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)})}$$

$$B_L^{(i)}(2,2)_{\text{natural}} = \frac{\eta_i(1 + \xi\xi_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)})}$$

$$B_L^{(i)}(2,3)_{\text{natural}} = 0$$

$$B_L^{(i)}(3,:)_{\text{natural}} = \left[0 \quad 0 \quad \frac{\zeta_i(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)}{4h^{(e)}} \right]$$

$$B_L^{(i)}(4,1)_{\text{natural}} = \frac{\eta_i(1 + \xi\xi_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)})}$$

$$B_L^{(i)}(4,2)_{\text{natural}} = \frac{\xi_i(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)} - b^{(e)})} - \frac{(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{4(\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)})}$$

$$B_L^{(i)}(4,3)_{\text{natural}} = 0$$

$$B_L^{(i)}(5,:)_{\text{natural}} = \left[0 \quad \frac{\zeta_i(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)}{4h^{(e)}} \quad \frac{\eta_i(1 + \xi\xi_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)})} \right]$$

$$B_L^{(i)}(6,:)_{\text{natural}} = \left[\frac{\zeta_i(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)}{4h^{(e)}} \quad 0 \quad \frac{\xi_i(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)} - b^{(e)})} \right]$$

(۳-۱۹-ج)

به طور مشابه می توان قسمت غیرخطی رابطه ی کرنش - جابجایی را به صورت زیر بیان کرد.

$$\{\varepsilon_{NL}\} = [B_{NL}]\{\Delta\} \quad (۲۰-۳)$$

$[B_{NL}]$ ماتریس کرنش - جابجایی غیرخطی می باشد، که برابر است با:

$$[B_{NL}] = [B_{NL}^{(1)} \quad \dots \quad B_{NL}^{(8)}] \quad (۲۱-۳)$$

که درایه های ماتریس کرنش - جابجایی غیرخطی، در رابطه ی (۲۰-۳) به صورت زیر خواهد بود.

$$B_{NL}^{(i)}(1, :)_{\text{cylinder}} = \frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial r} \left[\sum_{j=1}^8 \left(u_j \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(v_j \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(w_j \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) \right]$$

$$B_{NL}^{(i)}(2,1)_{\text{cylinder}} = \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{r \partial \theta} \left(u_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} - 2v_j \frac{N_j}{r} \right) + \frac{N_i}{r} u_j \frac{N_j}{r} \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(2,2)_{\text{cylinder}} = \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{r \partial \theta} \left(2u_j \frac{N_j}{r} + v_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} \right) + \frac{N_i}{r} v_j \frac{N_j}{r} \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(2,3)_{\text{cylinder}} = \frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{r \partial \theta} \left(\sum_{j=1}^8 \left(w_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(3, :)_{\text{cylinder}} = \frac{1}{2} \frac{\partial N_i}{\partial z} \left[\sum_{j=1}^8 \left(u_j \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(v_j \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(w_j \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) \right]$$

$$B_{NL}^{(i)}(4, :)_{\text{cylinder}} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \left[\sum_{j=1}^8 \left(u_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} - v_j \frac{N_j}{r} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(u_j \frac{N_j}{r} + v_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(w_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} \right) \right]$$

$$B_{NL}^{(i)}(5, :)_{\text{cylinder}} = \frac{\partial N_i}{\partial z} \left[\sum_{j=1}^8 \left(u_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} - v_j \frac{N_j}{r} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(u_j \frac{N_j}{r} + v_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(w_j \frac{\partial N_j}{r \partial \theta} \right) \right]$$

$$B_{NL}^{(i)}(6, :)_{\text{cylinder}} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \left[\sum_{j=1}^8 \left(u_j \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(v_j \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) \quad \sum_{j=1}^8 \left(w_j \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) \right] \quad (۲۲-۳ الف)$$

$$B_{NL}^{(i)}(1,1)_{\text{natural}} = \frac{\xi_i(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{2(a^{(e)} - b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\xi_j(1 + \eta\eta_j)(1 + \zeta\zeta_j)}{4(a^{(e)} - b^{(e)})} u_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(1,2)_{\text{natural}} = \frac{\xi_i(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i)}{2(a^{(e)} - b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\xi_j(1 + \eta\eta_j)(1 + \zeta\zeta_j)}{4(a^{(e)} - b^{(e)})} v_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(1,3)_{\text{natural}} = \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{2(a^{(e)}-b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\xi_j(1+\eta\eta_j)(1+\zeta\zeta_j)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} w_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(2,1)_{\text{natural}} = \frac{(1+\xi\xi_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\left(\frac{\eta_i}{\beta^{(e)}} \left(\frac{\eta_j(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} u_j \right) - \frac{(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} v_j \right) + \frac{1+\eta\eta_i}{2} \frac{(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)(1+\zeta\zeta_j)}{4(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} u_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(2,2)_{\text{natural}} = \frac{(1+\xi\xi_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\left(\frac{\eta_i}{\beta^{(e)}} \left(\frac{(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} u_j + \frac{\eta_j(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} v_j \right) + \frac{1+\eta\eta_i}{2} \frac{(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)(1+\zeta\zeta_j)}{4(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} v_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(2,3)_{\text{natural}} = \frac{\eta_i(1+\xi\xi_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\eta_j(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{4\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} w_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(3,1)_{\text{natural}} = \frac{\zeta_i(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)}{8h^{(e)}} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\zeta_j(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)}{4h^{(e)}} u_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(3,2)_{\text{natural}} = \frac{\zeta_i(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)}{8h^{(e)}} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\zeta_j(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)}{4h^{(e)}} v_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(3,3)_{\text{natural}} = \frac{\zeta_i(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)}{8h^{(e)}} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\zeta_j(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)}{4h^{(e)}} w_j \right) \right)$$

$$B_{NL}^{(i)}(4,1)_{\text{natural}} = \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} \left(\frac{\eta_j}{\beta^{(e)}} u_j - \frac{1+\eta\eta_j}{2} v_j \right) \right) \right)$$

$$\begin{aligned}
B_{NL}^{(i)}(4,2)_{\text{natural}} &= \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} \left(\frac{1+\eta\eta_j}{2}u_j + \frac{\eta_j}{\beta^{(e)}}v_j \right) \right) \right) \\
B_{NL}^{(i)}(4,3)_{\text{natural}} &= \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\eta_j(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} w_j \right) \right) \\
B_{NL}^{(i)}(5,1)_{\text{natural}} &= \frac{\zeta_i(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)}{4h^{(e)}} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} \left(\frac{\eta_j}{\beta^{(e)}}u_j - \frac{1+\eta\eta_j}{2}v_j \right) \right) \right) \\
B_{NL}^{(i)}(5,2)_{\text{natural}} &= \frac{\zeta_i(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)}{4h^{(e)}} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} \left(\frac{1+\eta\eta_j}{2}u_j + \frac{\eta_j}{\beta^{(e)}}v_j \right) \right) \right) \\
B_{NL}^{(i)}(5,3)_{\text{natural}} &= \frac{\zeta_i(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)}{4h^{(e)}} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\eta_j(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} w_j \right) \right) \\
B_{NL}^{(i)}(6,1)_{\text{natural}} &= \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\zeta_j(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)}{4h^{(e)}} u_j \right) \right) \\
B_{NL}^{(i)}(6,2)_{\text{natural}} &= \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\zeta_j(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)}{4h^{(e)}} v_j \right) \right) \\
B_{NL}^{(i)}(6,3)_{\text{natural}} &= \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} \left(\sum_{j=1}^8 \left(\frac{\zeta_j(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)}{4h^{(e)}} w_j \right) \right) \quad (\text{ب}-۲۲-۳)
\end{aligned}$$

۳-۴- معادله‌ی تعادل

در این قسمت معادلات تعادل حاکم بر مسأله‌ی کمانش با توجه به شرایط هندسی و بارگذاری ورق، با استفاده از روش اجزای محدود سه بعدی و شرایط پایداری ترفز (برابر صفر بودن تغییرات اول و دوم انرژی پتانسیل کل قطاع) استخراج می‌شود.

ابتدا با استفاده از اصل کار مجازی (برابر صفر بودن تغییرات اول انرژی پتانسیل کل)، رابطه‌ی تعادل

استاتیکی را می‌یابیم.

انرژی پتانسیل کل قطاع به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\Pi = U - W \quad (۲۳-۳)$$

قبل از پدیده‌ی کمانش رابطه‌ی کرنش-جابجایی خطی است، پس انرژی کرنشی قطاع برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \left(\{\varepsilon_L\}^T - \{\varepsilon\}_T^T \right) \{\sigma\} dV \quad (۲۴-۳)$$

با جایگذاری روابط (۱-۳)، (۸-۳) و (۱۸-۳) در رابطه‌ی (۲۴-۳)، آن را به صورت زیر می‌نویسیم.

$$U = \frac{1}{2} \int_V \left(\{\Delta\}^T [B_L]^T - \{\alpha\}^T \Delta T \right) [D] \left([B_L] \{\Delta\} - \{\alpha\} \Delta T \right) dV \quad (۲۵-۳ الف)$$

$$U = \frac{1}{2} \{\Delta\}^T \int_V \left([B_L]^T [D] [B_L] \right) dV \{\Delta\} - \{\Delta\}^T \int_V \left([B_L]^T [D] \{\alpha\} \Delta T \right) dV \\ + \frac{1}{2} \int_V \left(\{\alpha\}^T [D] \{\alpha\} (\Delta T)^2 \right) dV \quad (۲۵-۳ ب)$$

در رابطه‌ی (۲۳-۳)، W شامل کار نیروهای خارجی زیر می‌باشد.

$$W = W_b + W_s + W_p \quad (۲۶-۳)$$

W_b و W_s و W_p به ترتیب کار نیروهای خارجی حجمی، سطحی و متمرکز اعمالی بر قطاع است. با

توجه به این که از وزن قطاع در قیاس با بارگذاری‌های دیگر صرف نظر کرده‌ایم، فقط نیروهای سطحی

(ناشی از بارگذاری مکانیکی به وجوه) خواهیم داشت و بارگذاری حجمی و متمرکز در این تحلیل صفر

می‌باشد (چون اثر بارگذاری حرارتی در بخش انرژی کرنشی لحاظ شده است). بنابراین می‌توان کل کار

نیروهای خارجی (که در این تحلیل برابر نیروهای سطحی است) را برای هر سه حالت بارگذاری

ترمو مکانیکی، (مباحث گفته شده در بخش ۲-۳-۳) به دست آورد.

$$W = W_s \quad (۲۷-۳)$$

بارگذاری ترمو مکانیکی شعاعی:

$$W = \left(\int_A \{\Delta\}^T [N_s]^T \{\sigma\} dA \right)_{r=b,a} \quad (۲۸-۳ الف)$$

بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱):

$$W = \left(\int_A (\{\Delta\}^T [N_s]^T \{\sigma\}) dA \right)_{\theta=0,\beta} \quad (ب-۲۸-۳)$$

بارگذاری ترمومکانیکی دومی: محور:

$$W = \left(\int_A (\{\Delta\}^T [N_s]^T \{\sigma\}) dA \right)_{r=b,a} + \left(\int_A (\{\Delta\}^T [N_s]^T \{\sigma\}) dA \right)_{\theta=0,\beta} \quad (ج-۲۸-۳)$$

در رابطه‌ی (۲۸-۳)، $[N_s]$ ماتریس توابع شکل نقطه گره‌های واقع بر وجوه تحت اثر بار مکانیکی می-

باشد.

طبق اصل کار مجازی داریم:

$$\delta \Pi = 0 \quad (الف-۲۹-۳)$$

$$\delta U - \delta W = 0 \quad (ب-۲۹-۳)$$

حال باید تغییرات اول کار نیروهای خارجی و انرژی کرنشی را در رابطه‌ی (۲۹-۳) به دست آورد.

$$\delta U = \delta \{\Delta\}^T \int_V ([B_L]^T [D] [B_L]) dV \{\Delta\} - \delta \{\Delta\}^T \int_V ([B_L]^T [D] \{\alpha\} \Delta T) dV \quad (۳۰-۳)$$

تغییرات اول کار نیروهای خارجی می‌بایست برای هر سه حالت بارگذاری ترمومکانیکی یافت شود.

بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی:

$$\delta W = \delta \{\Delta\}^T \left(\int_A ([N_s]^T \{\sigma\}) dA \right)_{r=b,a} \quad (الف-۳۱-۳)$$

بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱):

$$\delta W = \delta \{\Delta\}^T \left(\int_A ([N_s]^T \{\sigma\}) dA \right)_{\theta=0,\beta} \quad (ب-۳۱-۳)$$

بارگذاری ترمومکانیکی دومی: محور:

$$\delta W = \delta \{\Delta\}^T \left(\int_A ([N_s]^T \{\sigma\}) dA \right)_{r=b,a} + \delta \{\Delta\}^T \left(\int_A ([N_s]^T \{\sigma\}) dA \right)_{\theta=0,\beta} \quad (ج-۳۱-۳)$$

با جایگذاری روابط (۳۰-۳) و (۳۱-۳) در رابطه‌ی (۲۹-۳) و انتخاب:

$$\{F\}_M = \int_A ([N_s]^T \{\sigma\}) dA \quad (الف-۳۲-۳)$$

$$\{F\}_T = \int_V ([B_L]^T [D] \{\alpha\} \Delta T) dV \quad (32-3 \text{ ب})$$

$$[K] = \int_V ([B_L]^T [D] [B_L]) dV \quad (33-3)$$

می توان به رابطه‌ی تعادل استاتیکی زیر دست یافت.

$$\{F\} = [K] \{\Delta\} \quad (34-3)$$

که در رابطه‌ی (34-3)، بردار نیرو مجموع نیروهای مکانیکی و حرارتی می‌باشد.

$$\{F\} = \{F\}_M + \{F\}_T \quad (35-3)$$

بعد از تشکیل ماتریس سفتی و بردار نیرو برای هر المان، می‌توان بردار جابجایی‌ها را از رابطه (3-3)

(34) و متعاقب آن بردار تنش‌های هر المان را یافت (به تنش‌های به‌دست آمده در این مرحله $\{\sigma\}^0$)، تنش

پیش‌کمانش می‌گویند). با جایگذاری روابط (3-8) و (3-18) در رابطه‌ی (3-1):

$$\{\sigma\}^0 = [D]([B_L]\{\Delta\} - \{\alpha\}\Delta T) \quad (36-3)$$

در ادامه‌ی بحث، برای یافتن معادله‌ی تعادل مسأله‌ی کمانش، تغییرات مرتبه‌ی دوم انرژی پتانسیل

کل قطاع را (با در نظر گرفتن بخش خطی و غیرخطی رابطه‌ی کرنش - جابجایی) برابر صفر قرار می‌دهیم

(چون در لحظات پس از وقوع کمانش می‌بایست رابطه‌ی کرنش - جابجایی غیرخطی را نیز لحاظ نمود).

بنابراین با در نظر گرفتن رابطه‌ی (3-5)، انرژی کرنشی قطاع به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$U = \frac{1}{2} \int_V ((\{\varepsilon_L\}^T + \{\varepsilon_{NL}\}^T - \{\varepsilon\}_T^T) \{\sigma\}) dV = \frac{1}{2} \int_V ((\{\varepsilon_L\}^T - \{\varepsilon\}_T^T) \{\sigma\}) dV + \frac{1}{2} \int_V (\{\varepsilon_{NL}\}^T \{\sigma\}^0) dV \quad (37-3)$$

با انتخاب:

$$U_{NL} = \frac{1}{2} \int_V (\{\varepsilon_{NL}\}^T \{\sigma\}^0) dV \quad (38-3)$$

می‌توان رابطه‌ی (37-3) را به‌صورت زیر بازنویسی کرد.

$$U = U_L + U_{NL} \quad (39-3)$$

که U_L و U_{NL} به‌ترتیب انرژی کرنشی ناشی از ترم خطی و غیرخطی رابطه‌ی کرنش - جابجایی می‌-

باشد. که رابطه‌ی (34-2)، بیان‌کننده‌ی U_L می‌باشد.

تغییرات دوم انرژی پتانسیل قطاع به صورت زیر بیان می شود.

$$\delta^2 \Pi = 0 \quad (الف-۴۰-۳)$$

$$\delta^2 U - \delta^2 W = \delta(\delta U_L + \delta U_{NL}) - \delta(\delta W) = 0 \quad (ب-۴۰-۳)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۳۰-۳) در رابطه‌ی (۴۰-۳) ب، می توان تغییرات دوم انرژی کرنشی مربوط به

بخش خطی را به دست آورد.

$$\delta^2 U_L = \delta\{\Delta\}^T \int_V ([B_L]^T [D] [B_L]) dV \delta\{\Delta\} \quad (۴۱-۳)$$

حال باید تغییرات دوم انرژی کرنشی ناشی از ترم غیرخطی رابطه‌ی کرنش-جابجایی به دست آید. با

جایگذاری روابط (۲-۳) و (۷-۳)، در رابطه‌ی (۳۸-۳) و بازکردن آن، رابطه‌ی (۳۸-۳) را به فرم ماتریسی

زیر بازنویسی کرد.

$$U_{NL} = \frac{1}{4} \int_V (\{\psi\}^T [S] \{\psi\}) dV \quad (۴۲-۳)$$

که در آن $\{\psi\}$ و $[S]$ به صورت زیر خواهند بود.

$$\{\psi\} = \left[u_{,r} \quad \frac{u_{,\theta} - v}{r} \quad u_{,z} \quad v_{,r} \quad \frac{u + v_{,\theta}}{r} \quad v_{,z} \quad w_{,r} \quad \frac{w_{,\theta}}{r} \quad w_{,z} \right]^T \quad (۴۳-۳)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} [\theta] & [0] & [0] \\ & [\theta] & [0] \\ \text{sym.} & & [\theta] \end{bmatrix} \quad (۴۴-۳)$$

در رابطه‌ی (۴۴-۳)، $[\theta]$ ماتریس تنش پیش‌کمانش است (که پس از تشکیل رابطه‌ی تعادل

استاتیکی قطاع (رابطه‌ی (۳۴-۳)) به دست آورده ایم) و به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$[\theta] = \begin{bmatrix} \sigma_{rr}^0 & \tau_{r\theta}^0 & \tau_{rz}^0 \\ & \sigma_{\theta\theta}^0 & \tau_{\theta z}^0 \\ \text{sym.} & & \sigma_{zz}^0 \end{bmatrix} \quad (۴۵-۳)$$

در ادامه باید U_{NL} را بر حسب جابجایی‌های گره‌ای نوشت، تا تغییرات دوم را محاسبه کرد. با انتخاب:

$$[G]_{\text{cylinder}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial r} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial r} & 0 & 0 \\ \frac{\partial N_1}{r\partial\theta} & -\frac{N_1}{r} & 0 & \frac{\partial N_8}{r\partial\theta} & -\frac{N_8}{r} & 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial r} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial r} & 0 \\ \frac{N_1}{r} & \frac{\partial N_1}{r\partial\theta} & 0 & \dots & \frac{N_8}{r} & \frac{\partial N_8}{r\partial\theta} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial r} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial r} \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{r\partial\theta} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{r\partial\theta} \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3-46-الف)$$

[G] در دستگاه مختصات طبیعی به دلیل بزرگی درایه‌ها به صورت زیر بیان می‌شود.

$$[G]_{\text{natural}} = [G^{(1)} \quad \dots \quad G^{(8)}] \quad (3-46-ب)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} G^{(i)}(1,:)_{\text{natural}} &= \begin{bmatrix} \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ G^{(i)}(2,:)_{\text{natural}} &= \begin{bmatrix} \frac{\eta_j(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} & \frac{-(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)(1+\zeta\zeta_j)}{4(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} & 0 \end{bmatrix} \\ G^{(i)}(3,:)_{\text{natural}} &= \begin{bmatrix} \frac{\zeta_i(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)}{4h^{(e)}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ G^{(i)}(4,:)_{\text{natural}} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} & 0 \end{bmatrix} \\ G^{(i)}(5,:)_{\text{natural}} &= \begin{bmatrix} \frac{(1+\xi\xi_j)(1+\eta\eta_j)(1+\zeta\zeta_j)}{4(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} & \frac{\eta_j(1+\xi\xi_j)(1+\zeta\zeta_j)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)}-b^{(e)})+a^{(e)}+b^{(e)})} & 0 \end{bmatrix} \\ G^{(i)}(6,:)_{\text{natural}} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{\zeta_i(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)}{4h^{(e)}} & 0 \end{bmatrix} \\ G^{(i)}(7,:)_{\text{natural}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\xi_i(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)}{4(a^{(e)}-b^{(e)})} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$G^{(i)}(8, :)_{\text{natural}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\eta_j(1 + \xi\xi_j)(1 + \zeta\zeta_j)}{2\beta^{(e)}(\xi(a^{(e)} - b^{(e)}) + a^{(e)} + b^{(e)})} \end{bmatrix}$$

$$G^{(i)}(9, :)_{\text{natural}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\zeta_i(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)}{4h^{(e)}} \end{bmatrix} \quad (ج-۴۶-۳)$$

می‌توان $\{\psi\}$ را به فرم دیگری بر حسب جابجایی‌های گره‌ای نوشت.

$$\{\psi\} = [G]\{\Delta\} \quad (۴۷-۳)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۴۷-۳)، در رابطه‌ی (۴۲-۳):

$$U_{NL} = \frac{1}{4} \int_V (\{\Delta\}^T [G]^T [S] [G] \{\Delta\}) dV \quad (۴۸-۳)$$

سپس با جایگذاری رابطه‌ی (۴۸-۳) در رابطه‌ی (۴۰-۳) ب، تغییرات دوم انرژی کرنشی بخش

غیرخطی به دست می‌آید.

$$\delta^2 U_{NL} = \frac{1}{2} \delta\{\Delta\}^T \int_V ([G]^T [S] [G]) dV \delta\{\Delta\} \quad (۴۹-۳)$$

تغییرات دوم کار نیروهای خارجی برای هر حالت از بارگذاری‌های ترمومکانیکی با جایگذاری روابط

(۳۱-۳) در رابطه‌ی (۴۰-۳) ب، برابر با صفر به دست خواهد آمد.

$$\delta^2 W = 0 \quad (۵۰-۳)$$

در نهایت با قرار دادن روابط (۴۱-۳)، (۴۹-۳) و (۵۰-۳) در رابطه‌ی (۴۰-۳) ب و انتخاب:

$$[K_G]_M = \int_V ([G]^T [S_M] [G]) dV \quad (الف-۵۱-۳)$$

$$[K_G]_T = \int_V ([G]^T [S_T] [G]) dV \quad (ب-۵۱-۳)$$

که با فرض این‌که $[S]$ شامل دو بخش، تنش ناشی از بار مکانیکی و حرارتی می‌باشد، می‌توان

معادله‌ی تعادل مسأله‌ی کمانش را به صورت زیر نوشت.

$$([K] + [K_G]_M + [K_G]_T) \delta\{\Delta\} = 0 \quad (۵۲-۳)$$

از رابطه‌ی (۵۲-۳) مشخص است، برای داشتن جواب‌های غیرصفر در معادله‌ی تعادل، می‌بایست:

$$|[K] + [K_G]_M + [K_G]_T| = 0 \quad (الف-۵۳-۳)$$

برای حل رابطه‌ی (۳-۵۳-الف) ابتدا فرض می‌شود، ورق فقط تحت بارگذاری مکانیکی بوده $(\Delta T=0)$ ، در این صورت تنش و ماتریس سفتی هندسی ناشی از بارگذاری حرارتی صفر خواهد بود و رابطه‌ی (۳-۵۳-الف) به صورت زیر درمی‌آید.

$$|[K] + [K_G]_M| = 0 \quad (۳-۵۳-ب)$$

سپس با حل رابطه‌ی (۳-۵۳-ب) می‌توان تنش بحرانی کمانش مکانیکی را یافت. در ادامه تنش بحرانی مکانیکی به دست آمده را به k قسمت تقسیم کرده و هر قسمت را در رابطه‌ی (۳-۵۳-الف) قرار داده و معادله‌ی جدید (رابطه‌ی (۳-۵۳-ج)) را حل کرده، که در این صورت افزایش دمای بحرانی نظیر تنش بحرانی مکانیکی k ام به دست خواهد آمد.

$$|[KK] + [K_G]_T| = 0 \quad (۳-۵۳-ج)$$

که در آن:

$$[KK] = [K] + \frac{i}{k} \sigma_{cr} [K_G]_M \quad (۳-۵۴)$$

در رابطه‌ی (۳-۵۴)، i از صفر تا k متغیر می‌باشد. سرانجام با در نظر گرفتن تنش‌های بحرانی مکانیکی و افزایش دماهای بحرانی متناظر، می‌توان نموداری را ترسیم کرد که ارتباط توزیع تنش کمانش مکانیکی و افزایش دمای بحرانی را بیان کند. بدیهی است اگر تنش بحرانی مکانیکی صفر باشد $(\sigma=0)$ ، کمانش خالص حرارتی داشته و بیش‌ترین ΔT_{cr} که ورق می‌تواند بدون کمانش کردن تحمل کند، به دست می‌آید و اگر افزایش دما صفر باشد $(\Delta T=0)$ ، کمانش خالص مکانیکی اتفاق می‌افتد و بزرگ‌ترین σ_{cr} که ورق بدون کمانش کردن می‌تواند تحمل کند، به دست می‌آید. البته رسم منحنی کمانش ترمومکانیکی (توزیع تنش بحرانی مکانیکی به افزایش دمای بحرانی) را به روش معکوس نیز می‌توان رسم نمود، طوری که ابتدا فرض کرد، قطاع تحت اثر بارگذاری حرارتی بوده، سپس افزایش دمای منجر به کمانش حرارتی را یافت و در ادامه افزایش دمای بحرانی را به k قسمت تقسیم کرده و تنش بحرانی مکانیکی نظیر افزایش دمای بحرانی k ام را از معادله‌ی تعادل به دست آورد.

لازم به ذکر است که این روش هیچ اطلاعاتی از رفتار سازه بعد از وقوع کمانش ارائه نمی‌کند، ولی می‌توان با در نظر گرفتن بردار ویژه‌ی نظیر مقدار ویژه‌ی بحرانی کمانش، شکل مد کمانش را به ازای بار بحرانی، ترسیم نمود. که البته این شکل مد کمانش، مقیاسی از شکل مد کمانش واقعی می‌باشد. هم‌چنین در ادامه می‌توان با در نظر گرفتن بردار ویژه‌های متناظر با مقادیر ویژه‌ی بعدی، شکل مدهای بعدی کمانش را نیز ترسیم کرد. الزام ترسیم شکل مد این است که، ممکن است مقدار ویژه‌ای که به‌عنوان بار بحرانی کمانش در نظر گرفته شده، فقط ماهیت ریاضی داشته باشد و از لحاظ فیزیکی بار منجر به کمانش قطاع نباشد، بدین معنا که، امکان دارد بردار ویژه‌ی متناظر با مقدار ویژه، دارای شکل مد هموار نباشد، که این یعنی از لحاظ فیزیکی پدیده‌ی کمانش رخ نداده است.

انتگرال‌گیری از روابط (۳-۳۲)، (۳-۳۳) و (۳-۵۱)، در محدوده‌ی المان‌ها در مختصات استوانه‌ای دشوار می‌باشد، بنابراین با استفاده از مبحث ایزوپارامتریک می‌توان با انتقال دستگاه مختصات استوانه‌ای به دستگاه مختصات طبیعی محدوده‌ی انتگرال‌گیری را به‌صورت منظم فرض کرد.

$$\{F\}_T = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (([B_L]^T)_{\text{natural}} [D] (\{\alpha\})_{\text{natural}} \Delta T |J|) d\xi d\eta d\zeta \quad (۵۵-۳)$$

$$[K] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (([B_L]^T)_{\text{natural}} [D] ([B_L])_{\text{natural}} |J|) d\xi d\eta d\zeta \quad (۵۶-۳)$$

$$[K_G] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (([G]^T)_{\text{natural}} [S] ([G])_{\text{natural}} |J|) d\xi d\eta d\zeta \quad (۵۷-۳)$$

برای محاسبه‌ی بردار نیروی مکانیکی (رابطه‌ی (۳-۳۲ الف))، با توجه به نقطه گره‌های واقع بر هر وجه تحت اثر اعمال بار، بارگذاری سطحی با بارگذاری متمرکز معادل‌سازی می‌شود.

در استفاده از مبحث ایزوپارامتریک، $[J]$ از دستگاه مختصات استوانه‌ای به طبیعی در نظر گرفته شده

است.

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial \theta}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial \theta}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial r}{\partial \zeta} & \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (58-3)$$

برای محاسبه‌ی درایه‌های ماتریس ژاکوبین در رابطه‌ی (58-3)، می‌توان درایه‌ها را بر حسب توابع

شکل و مؤلفه‌های دستگاه مختصات استوانه‌ای برای هر نقطه گره نوشت [56].

می‌دانیم:

$$\begin{Bmatrix} r \\ \theta \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^8 (N_i r_i) \\ \sum_{i=1}^8 (N_i \theta_i) \\ \sum_{i=1}^8 (N_i z_i) \end{Bmatrix} \quad (59-3)$$

که با جایگذاری رابطه‌ی (59-3) در رابطه‌ی (58-3):

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \xi} r_i \right) & \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \xi} \theta_i \right) & \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \right) \\ \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \eta} r_i \right) & \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \eta} \theta_i \right) & \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \right) \\ \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \zeta} r_i \right) & \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \theta_i \right) & \sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \right) \end{bmatrix} \quad (60-3)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (3-14) در رابطه‌ی (3-60) ماتریس ژاکوبین به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$J(1,1) = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\xi_j (1 + \eta \eta_j) (1 + \zeta \zeta_j) r_i)$$

$$J(1,2) = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\xi_j (1 + \eta \eta_j) (1 + \zeta \zeta_j) \theta_i)$$

$$J(1,3) = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\xi_j (1 + \eta \eta_j) (1 + \zeta \zeta_j) z_i)$$

$$\begin{aligned}
J(2,1) &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\eta_j(1 + \xi\xi_j)(1 + \zeta\zeta_j)r_i) \\
J(2,2) &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\eta_j(1 + \xi\xi_j)(1 + \zeta\zeta_j)\theta_i) \\
J(2,3) &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\eta_j(1 + \xi\xi_j)(1 + \zeta\zeta_j)z_i) \\
J(3,1) &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\zeta_i(1 + \xi\xi_j)(1 + \eta\eta_j)r_i) \\
J(3,2) &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\zeta_i(1 + \xi\xi_j)(1 + \eta\eta_j)\theta_i) \\
J(3,3) &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (\zeta_i(1 + \xi\xi_j)(1 + \eta\eta_j)z_i)
\end{aligned} \tag{۶۱-۳}$$

با استفاده از مفهوم انتگرال گاوس می‌توان بردار نیرو، ماتریس سفتی و سفتی هندسی را به‌طور ساده‌تر محاسبه کرد. برای استفاده از انتگرال گاوس، تعداد نقاط در هر جهت را ۳ نقطه در نظر گرفته، که مختصات و وزن سه نقطه‌ی گاوسی در جدول (۱-۳) آورده شده است [۵۷].

جدول (۱-۳) مختصات و وزن نقاط گاوسی [۵۷]

وزن نقاط گاوسی (W_i)	مختصات نقاط گاوسی (x_i)	تعداد نقاط گاوسی در هر جهت
5/9	-0.77459666924148	3
8/9	0	
5/9	0.77459666924148	

بنابراین می‌توان روابط (۳-۵۵)، (۳-۵۶) و (۳-۵۷) را بازنویسی نمود.

$$\{F\}_T \cong \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 W_i W_j W_k [B_L(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)]^T [D] \{\alpha(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)\} \Delta T |J(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)| \tag{۶۲-۳}$$

$$[K] \cong \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 W_i W_j W_k [B_L(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)]^T [D] [B_L(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)] |J(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)| \tag{۶۳-۳}$$

$$[K_G] \cong \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 W_i W_j W_k [G_L(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)]^T [S] [G_L(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)] |J(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)| \tag{۶۴-۳}$$

یعنی در این صورت به جای انتگرال گیری در محدوده‌ی المان، انتگرال به صورت مجموع ۲۷ جمله در نقاط گاوسی محاسبه می شود.

الگوریتم حل مسأله‌ی کمانش با روش اجزای محدود را می توان به صورت زیر بیان کرد:

- ۱- المان بندی متناسب با هندسه‌ی قطاع
- ۲- محاسبه‌ی ماتریس سفتی با حل انتگرال رابطه‌ی (۳-۶۳) و متعاقب آن یافتن ماتریس سفتی کل
- ۳- محاسبه‌ی بردار نیرو با معادل سازی بار سطحی به متمرکز برای نقطه گره‌های تحت بار مکانیکی یا حل رابطه‌ی (۳-۶۲) برای بارگذاری حرارتی و استفاده از رابطه‌ی (۳-۳۵) برای یافتن بردار نیروی کل
- ۴- اعمال شرایط سینماتیکی حاکم بر مسأله برای یافتن ماتریس سفتی و بردار نیروی کاهش یافته
- ۵- حل معادله‌ی تعادل استاتیکی (رابطه‌ی (۳-۳۴)) برای یافتن بردار جابجایی نقطه گره‌ای با توجه به ماتریس سفتی و بردار نیروی کاهش یافته‌ی به دست آمده در گام چهارم
- ۶- یافتن بردار تنش پیش کمانش هر المان با استفاده از رابطه‌ی (۳-۳۶)
- ۷- محاسبه‌ی ماتریس سفتی هندسی با حل انتگرال رابطه‌ی (۳-۶۴) و متعاقب آن یافتن ماتریس سفتی هندسی کل

- ۸- اعمال شرایط سینماتیکی حاکم بر مسأله برای یافتن ماتریس سفتی هندسی کاهش یافته
- ۹- حل معادله‌ی تعادل برای ترسیم منحنی کمانش ترمومکانیکی و هم چنین رسم شکل مد کمانش

فصل چهارم

نتایج تحلیل کمانش

۴-۱- مقدمه

در این فصل به ارائه‌ی نتایج کمانش ورق قطاعی در حالات مختلف پرداخته شده است. نتایج شامل بررسی اثر ابعاد هندسی قطاع (مانند ضخامت و زاویه)، ایجاد یک یا دو سوراخ دایروی، راستای بارگذاری و شرایط مرزی در حالت بارگذاری مکانیکی، اعمال بارگذاری ترمومکانیکی، راستا و توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند می‌باشد.

در تمام حالات شعاع داخلی و خارجی به ترتیب $0.5[m]$ و $1[m]$ و زوایای مورد بررسی نیز $\beta=60^\circ$ و $\beta=90^\circ$ فرض شده است. با توجه به این که ضخامت قطاع از بین ابعاد $0.02[m]$ یا $0.025[m]$ و $0.05[m]$ انتخاب شده، بنابراین برای ضخامت $0.05[m]$ و سایر ابعاد مذکور قطاع، ورق در محدوده‌ی ورق‌های نسبتاً ضخیم قرار می‌گیرد.

در تحلیل‌های این پایان‌نامه، فاز سرامیکی انتخاب شده؛ زیرکونیا و فاز فلزی، آلومینیم می‌باشد، که خواص دو ماده‌ی مذکور در جدول (۴-۱) بیان شده است [۴۴].

جدول (۴-۱) خواص فلز و سرامیک خالص [۴۴]

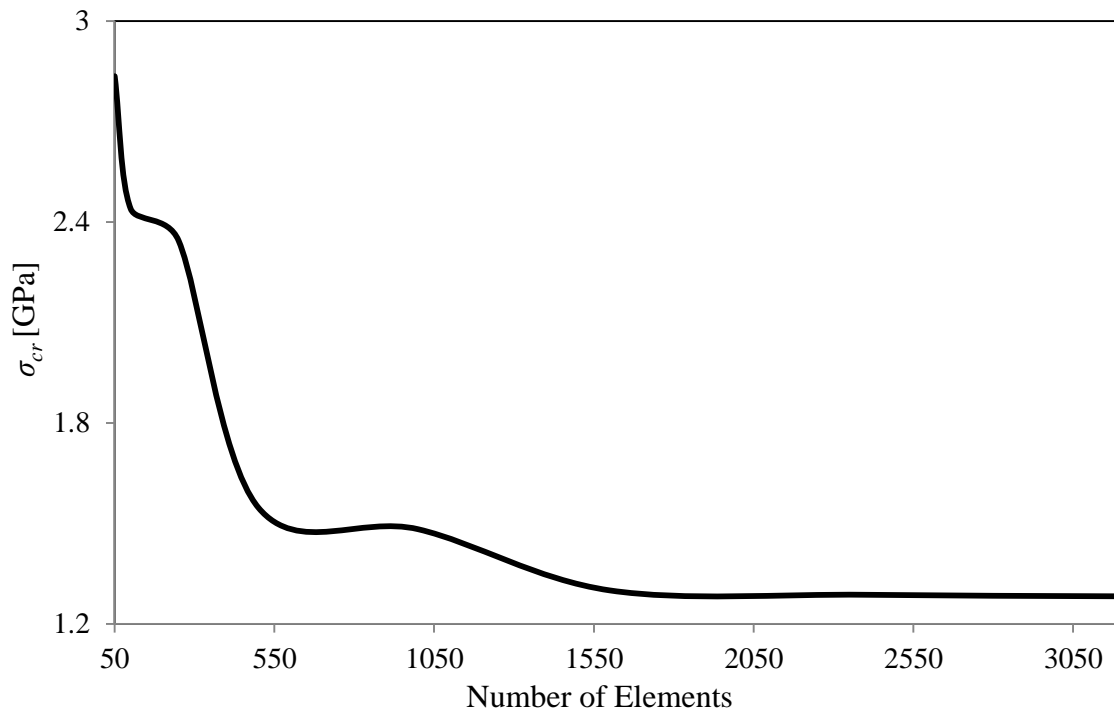
جنس		خواص
زیرکونیا (ZrO_2)	آلومینیم (Al)	مدول یانگ [N/m^2]
151×10^9	70×10^9	ضریب انبساط حرارتی [$1/^\circ C$]
10×10^{-6}	23×10^{-6}	نسبت پواسون
0.3	0.3	

۴-۲- کمانش مکانیکی

۴-۲-۱- راستی آزمایی نتایج کمانش مکانیکی

برای بررسی درستی نتایج مستخرج از کد نوشته شده در متلب، در قدم اول به همگرایی نتایج کمانش مکانیکی پرداخته شده است. شکل (۴-۱)، به‌طور نمونه همگرایی تنش مکانیکی منجر به کمانش برای

قطاع هدفمند عرضی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.05[m]$ و $\beta=90^\circ$ و $n=1$ تحت بارگذاری دومحوره را مشخص کرده، که با زیاد شدن تعداد المان‌ها جواب به سمت همگرایی پیش می‌رود.



شکل (۱-۴) همگرایی تنش کمانش مکانیکی بر حسب تعداد المان

در قدم بعدی نتایج نهایی را صحه‌گذاری کرده، جدول (۲-۴) نتایج کمانش مکانیکی کار حاضر و مرجع [۲۰] را برای قطاع همگن سرامیکی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.05[m]$ و $\beta=60^\circ$ بیان می‌نماید. مرجع [۲۰] نیز از روش اجزای محدود بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته‌ی سه بعدی استفاده کرده ولی به‌جای استفاده از توابع پیوسته برای خواص ماده‌ی هدفمند، تغییرات درونی المانی آن‌ها را با توابع شکل دنبال کرده است (استفاده از Graded Element که خطای محاسباتی به‌همراه دارد).

جدول (۲-۴) صحه‌گذاری نتایج کمانش مکانیکی [GPa]

مرجع [۲۰]	کار حاضر	راستای بارگذاری
2.3400	2.4912	شعاعی
9.2000	9.8950	محیطی (نوع ۲)
2.2200	2.3957	دومحوره

۴-۲-۲- نتایج کمانش مکانیکی

تحلیل کمانش مکانیکی برای سه حالت، قطاع بدون سوراخ؛ قطاع تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ: ۲۰٪ اختلاف شعاع داخلی و خارجی و قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های: ۲۰٪ اختلاف شعاع داخلی و خارجی انجام می‌شود، که در هر حالت اثر پارامترهای مختلف بر بار منجر به کمانش مکانیکی نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در تمام تحلیل‌های کمانش مکانیکی تحت بارگذاری شعاعی، شرایط سینماتیکی از نوع اول مربوط به بارگذاری شعاعی می‌باشد (جدول (۲-۲)).

۴-۲-۲-۱- نتایج کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ

الف- بار کمانش شعاعی

جدول‌های (۳-۴) و (۴-۴)، مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری شعاعی را در اختیار قرار می‌دهند. برای قطاع بدون سوراخ به‌ازای ابعاد یکسان، هر چه ضخامت قطاع بزرگ‌تر باشد، استحکام کمانش مکانیکی قطاع بیش‌تر خواهد بود. هم‌چنین هر چه زاویه‌ی قطاع کوچک‌تر باشد، می‌توان انتظار داشت که استحکام کمانش مکانیکی قطاع، مطلوب‌تر باشد.

جدول (۳-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت 0.025[m] تحت بار شعاعی

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
0.5509	0.7566	0.5509	0.7566	0.5509	0.7566	0
0.4404	0.6040	0.4523	0.6184	0.4590	0.6446	0.5
0.3914	0.5365	0.3938	0.5420	0.4025	0.5704	1
0.3331	0.4577	0.3065	0.4297	0.3148	0.4438	3
0.2554	0.3508	0.2554	0.3348	0.2554	0.3508	∞

جدول (۴-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت 0.05[m] تحت بار شعاعی

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	خواص
1.7490	2.4912	1.7490	2.4912	1.7490	2.4912	0
1.3908	1.9794	1.4322	2.0313	1.4486	2.1100	0.5
1.2344	1.7563	1.2460	1.7811	1.2681	1.8673	1
1.0599	1.5082	0.9731	1.4183	0.9925	1.4606	3
0.8108	1.1549	0.8108	1.1549	0.8108	1.1549	∞

برای ملموس بودن بیش تر مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری شعاعی

گزارش شده در جدول‌های (۳-۴) و (۴-۴)، می‌توان آن را به صورت شکل (۲-۴) بیان کرد.

در نمودارها برخی نقاط وجود دارند که نقاط برخورد دو یا سه منحنی هدفمندی می‌باشند. در این

نقاط برخورد، نتایج استحکام کمانشی مربوط به دو یا سه منحنی هدفمندی مربوطه، یکسان بوده و تفاوتی

بین راستاهای هدفمندی متناظرشان وجود ندارد. نقاط شروع ($n=0$) و پایان ($n=\infty$) نمودارهای تنش

کمانش مکانیکی به توان توزیع خواص، چون برای هر سه راستای هدفمندی یک نتیجه را در اختیار قرار

می‌دهد، در این دسته بندی قرار می‌گیرند.

با افزایش توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند، خواص از سرامیک به فلز میل می‌کند و چون فلز در

برابر بار مکانیکی استحکام کمانشی کم‌تری دارد، جابجایی‌های عرضی ورق افزایش پیدا کرده و متعاقب آن

بار بحرانی کمانش کاهش می‌یابد.

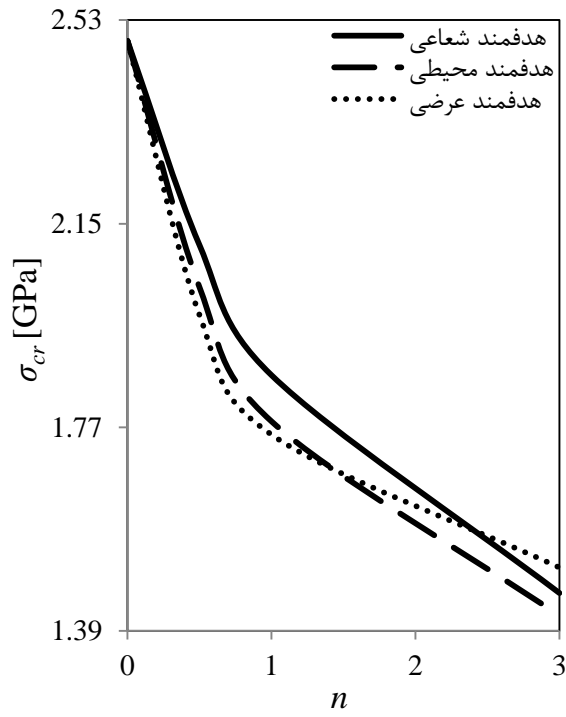
با تغییر ضخامت از 0.025[m] به 0.05[m]، تغییری در میزان بار کمانش مکانیکی راستاهای

مختلف هدفمندی نسبت به یکدیگر در بازه‌ی مورد بررسی توان توزیع خواص، ایجاد نمی‌شود.

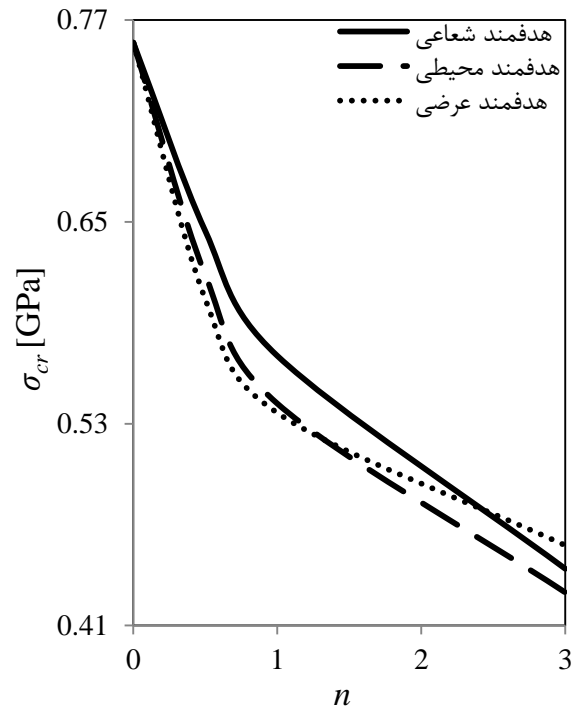
تغییر زاویه‌ی قطاع از $\beta=60^\circ$ به $\beta=90^\circ$ ، باعث می‌شود که استحکام کمانش مکانیکی راستای

هدفمند عرضی به‌جای بازه‌ی $n>2.5$ در $n>2$ ، مطلوب‌ترین نتایج کمانش را در قیاس با قطاع هدفمند

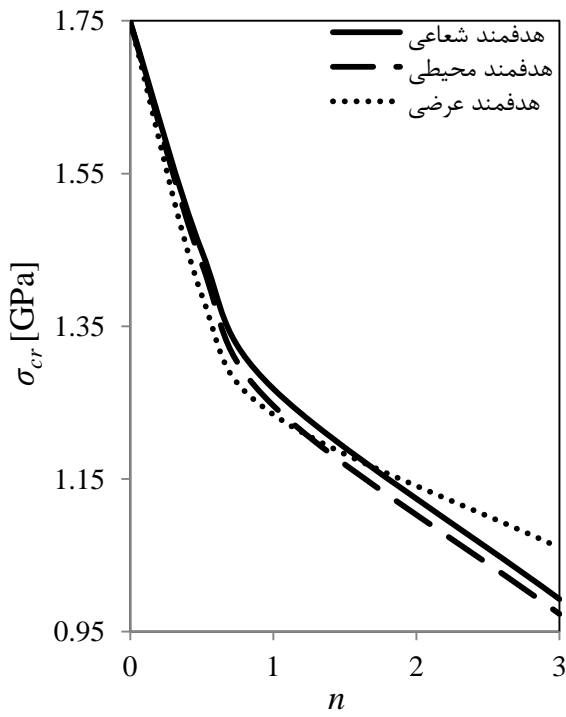
شعاعی و محیطی نتیجه دهد.



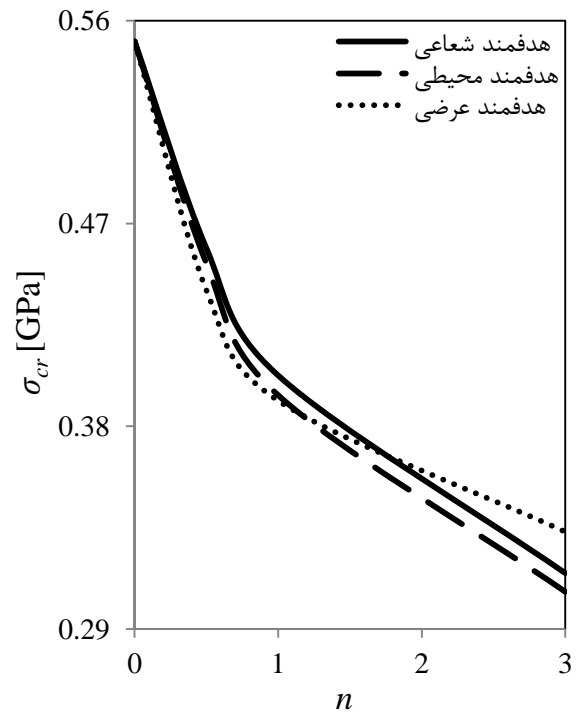
ب) $\beta=60^\circ$ $h=0.05$ [m]



ف) $\beta=60^\circ$ $h=0.025$ [m]



د) $\beta=90^\circ$ $h=0.05$ [m]



ج) $\beta=90^\circ$ $h=0.025$ [m]

شکل (۴-۲) تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بار شعاعی

ب- بار کمانش محیطی (نوع ۲)

جدول‌های (۴-۵) و (۴-۶)، مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری‌های محیطی (نوع ۲) می‌باشد. برای قطاع تحت بارگذاری محیطی (نوع ۲)، افزایش ضخامت قطاع، بار بیش‌تری برای کمانش را می‌طلبد. در بارگذاری محیطی (نوع ۲) برخلاف بارگذاری‌های دیگر، کاهش زاویه‌ی قطاع، استحکام کمانش مکانیکی را کاهش می‌دهد.

جدول (۴-۵) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت 0.025[m] تحت بار محیطی (نوع ۲)

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
4.4928	3.5104	4.4928	3.5104	4.4928	3.5104	0
3.6197	2.8187	2.7198	2.2222	3.5861	2.7928	0.5
3.2176	2.5072	2.2624	1.8317	3.1321	2.4397	1
2.7046	2.1265	2.0717	1.6143	2.5411	1.9803	3
2.0827	1.6273	2.0827	1.6273	2.0827	1.6273	∞

جدول (۴-۶) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت 0.05[m] تحت بار محیطی (نوع ۲)

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
10.8165	9.895	10.8165	9.895	10.8165	9.895	0
8.6569	7.8934	6.5318	6.2599	8.6433	7.8877	0.5
7.6813	7.0002	5.4482	5.1712	7.5424	6.8846	1
6.5081	5.9594	4.9956	4.5652	6.1072	5.5831	3
5.0143	4.5871	5.0143	4.5871	5.0143	4.5871	∞

برای ملموس بودن بیش‌تر مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری محیطی

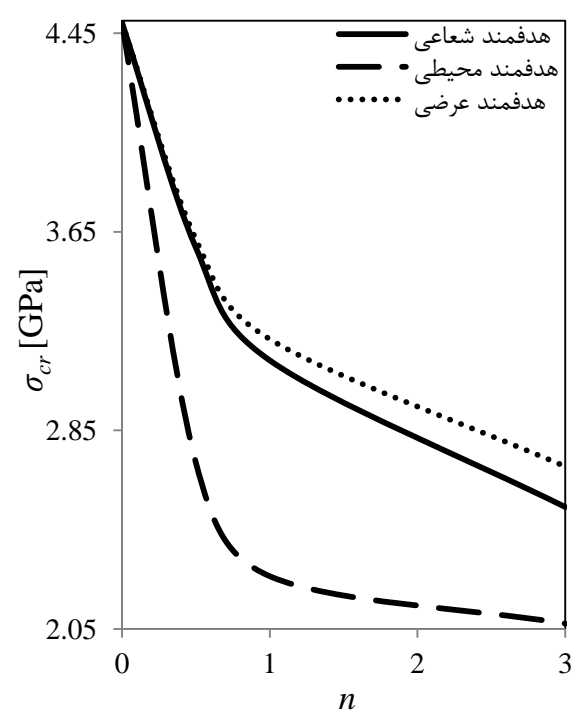
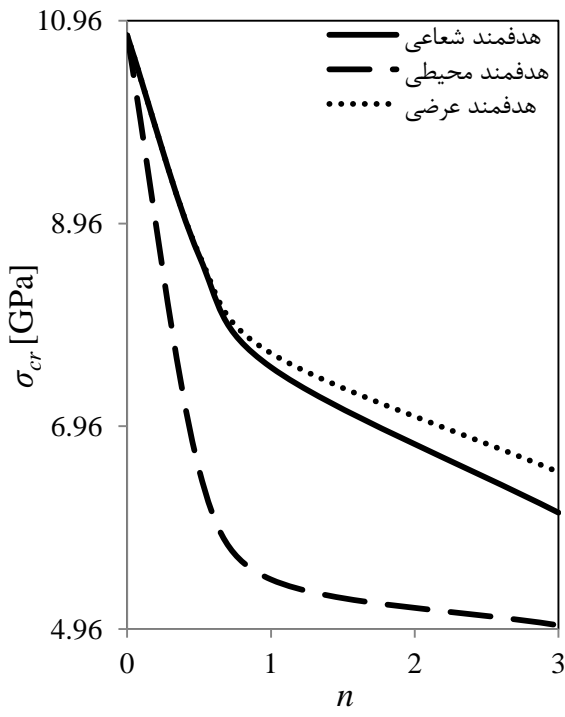
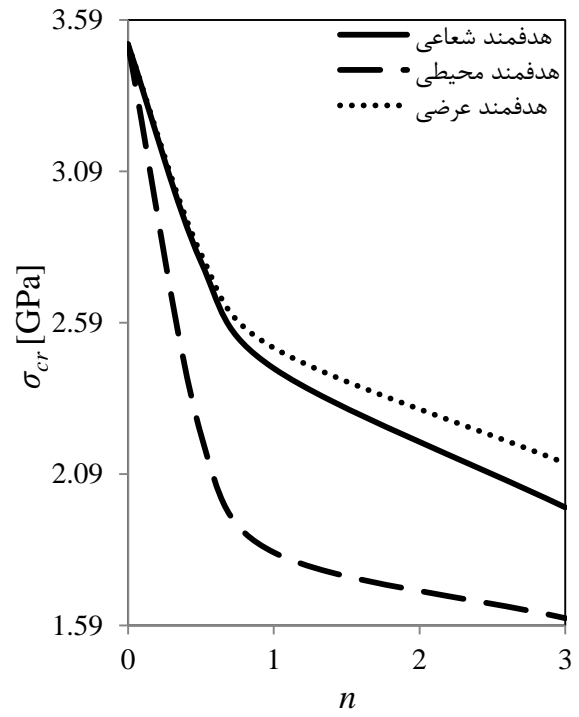
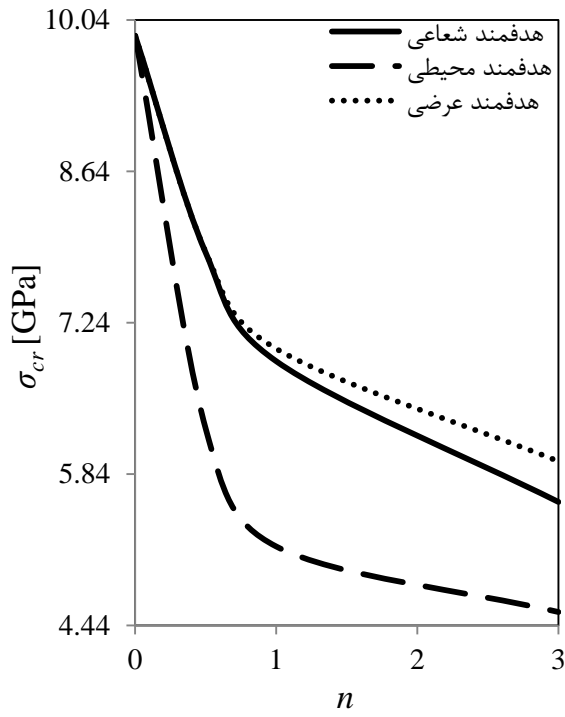
(نوع ۲) گزارش شده در جدول‌های (۴-۵) و (۴-۶)، می‌توان آن را به‌صورت شکل (۴-۳) نشان داد.

از نمودارها مشخص است که، برای بارگذاری مکانیکی محیطی (نوع ۲) قطاع هدفمند استحکام

کمانشی بسیار کمی در مقایسه با قطاع هدفمند شعاعی و محیطی از خود بروز می‌دهد. تحت بار مکانیکی

محیطی (نوع ۲)، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به‌ترتیب مربوط به قطاع هدفمند عرضی و

محیطی می‌باشد.



شکل (۳-۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بار محیطی (نوع ۲)

ج- بار کمانش دومحوره

جدول‌های (۷-۴) و (۸-۴) مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری دومحوره را بیان می‌کند. با افزایش و کاهش زاویه‌ی قطاع تحت بارگذاری دومحوره، استحکام کمانشی افزایش می‌یابد. برای کمانش قطاع تحت بارگذاری دومحوره، بار کم‌تری در قیاس با بارگذاری شعاعی نیاز است.

جدول (۷-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت 0.025[m] تحت بار دومحوره

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	خواص
0.5797	0.7223	0.5797	0.7223	0.5797	0.7223	0
0.4634	0.5765	0.4725	0.5834	0.4857	0.6075	0.5
0.4118	0.5120	0.4091	0.5085	0.4279	0.5401	1
0.3505	0.4369	0.3200	0.4078	0.3360	0.4311	3
0.2688	0.3348	0.2688	0.3348	0.2688	0.3348	∞

جدول (۸-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع بدون سوراخ با ضخامت 0.05[m] تحت بار دومحوره

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	خواص
1.8448	2.3957	1.8448	2.3957	1.8448	2.3957	0
1.4651	1.9025	1.4957	1.9268	1.5373	2.0075	0.5
1.3002	1.6882	1.2929	1.6788	1.3520	1.7856	1
1.1167	1.4511	1.0163	1.3534	1.0624	1.4316	3
0.8552	1.1106	0.8552	1.1106	0.8552	1.1106	∞

برای بررسی بهتر مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری دومحوره گزارش

شده در جدول‌های (۷-۴) و (۸-۴)، می‌توان آن را به صورت شکل (۴-۴) نشان داد.

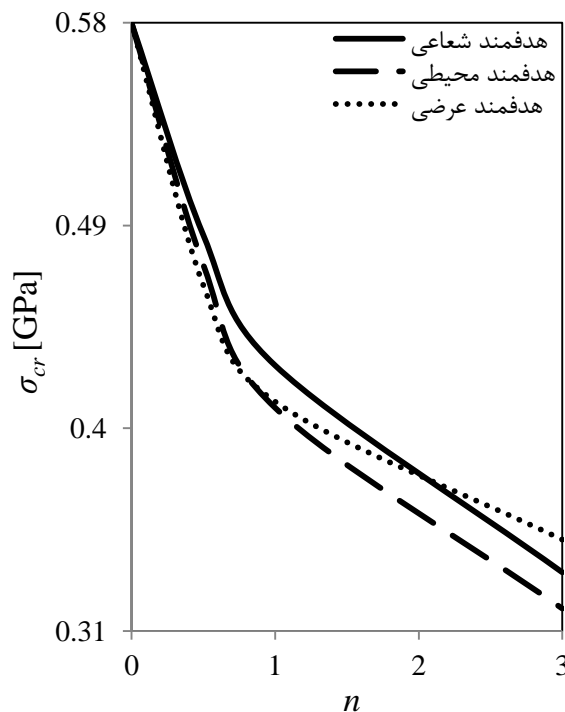
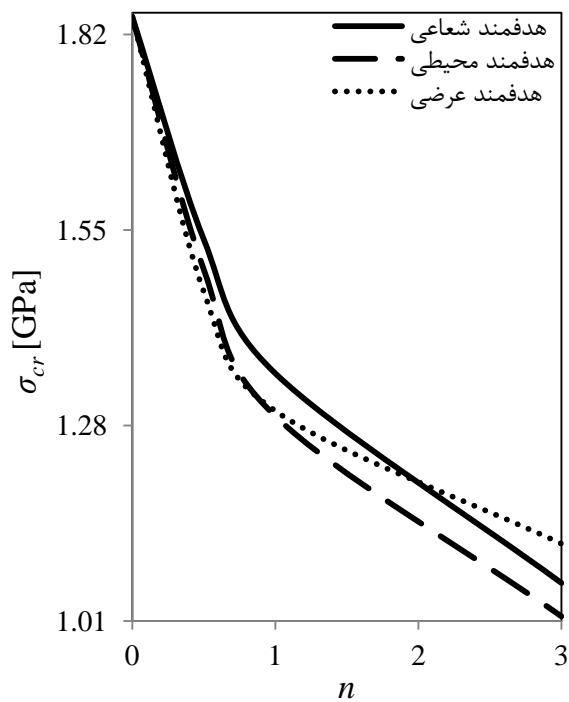
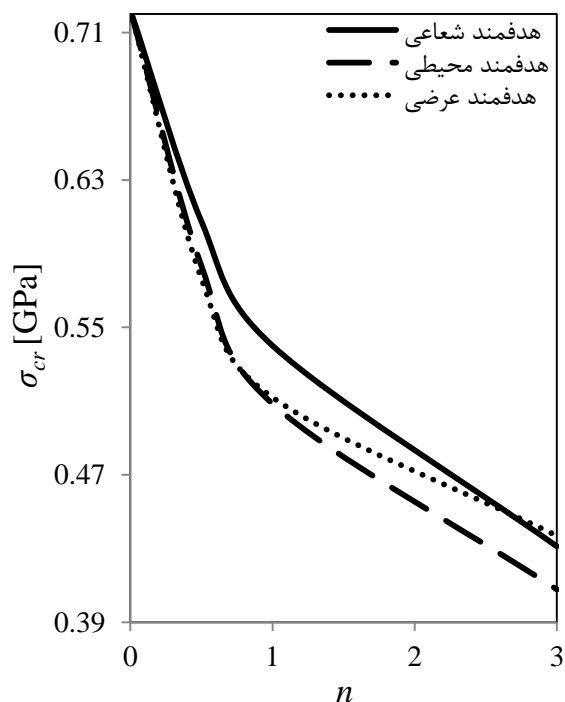
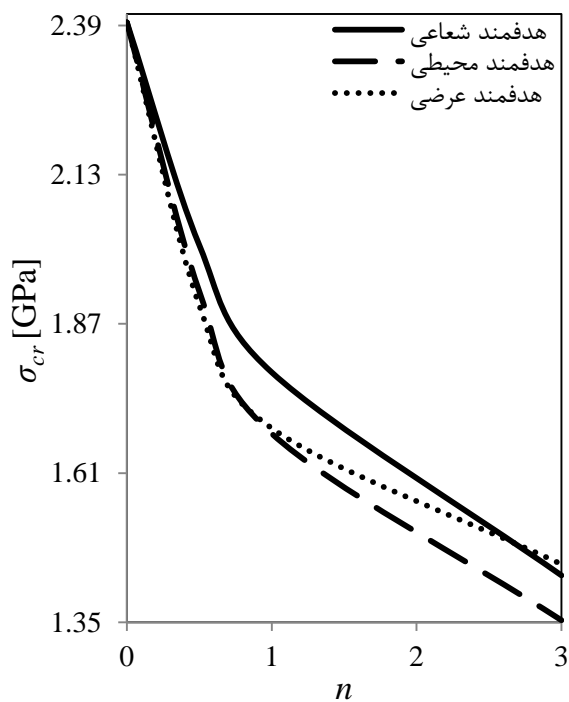
مشابه به بارگذاری مکانیکی شعاعی، تحت بارگذاری دومحوره برای $\beta=60^\circ$ در بازه‌ی $0 < n < 1$

بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و عرضی می‌باشد. در

بازه‌ی $1 < n < 2.5$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و

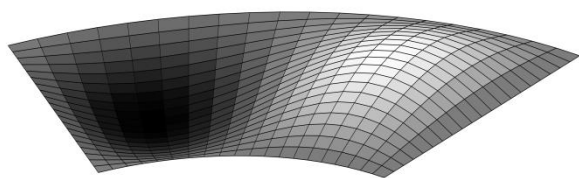
محیطی است. در بازه‌ی $n > 2.5$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند

عرضی و محیطی می‌باشد. که برای $\beta=90^\circ$ بازه‌های مذکور تغییر می‌کنند.

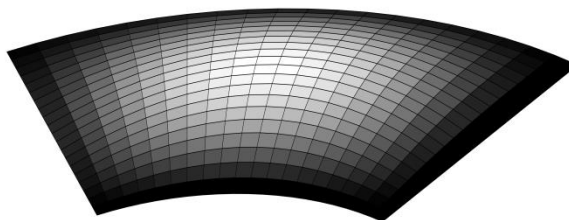


شکل (۴-۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع بدون سوراخ تحت بار دومحوره

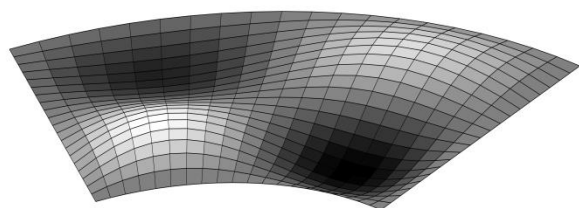
شکل (۴-۵) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ تحت بار دومحوره را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار دومحوره‌ی $0.5401[GPa]$ دچار کمانش با شکل مد (۱،۱) شده، با افزایش بار تا $1.2747[GPa]$ ، $1.6130[GPa]$ و $2.2518[GPa]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱،۲)، (۲،۱) و (۲،۲) را مشاهده نمود.



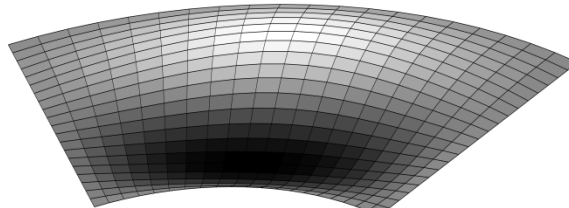
ب) مد (۱،۲)



الف) مد (۱،۱)



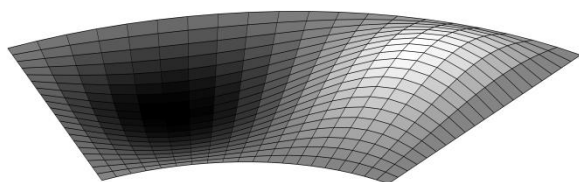
د) مد (۲،۲)



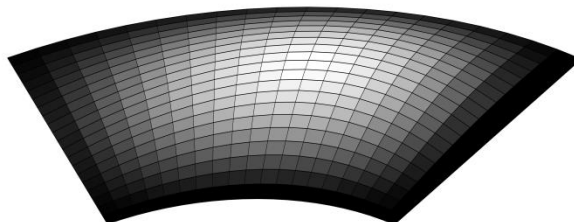
ج) مد (۲،۱)

شکل (۴-۵) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ تحت بار دومحوره

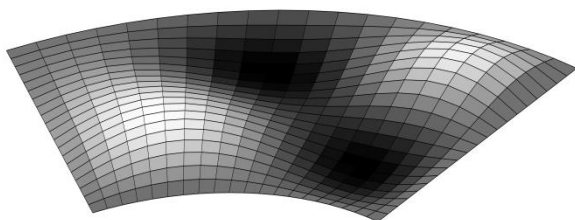
شکل (۴-۶) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$, $\beta=60^\circ$ تحت بار دومحوره را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار دومحوره‌ی $0.5085[\text{GPa}]$ دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش بار تا $1.1499[\text{GPa}]$, $1.5364[\text{GPa}]$ و $2.1714[\text{GPa}]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) را مشاهده نمود.



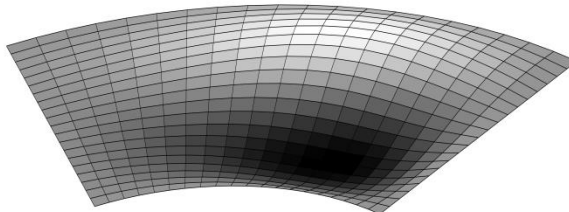
(ب) مد (۱,۲)



(الف) مد (۱,۱)



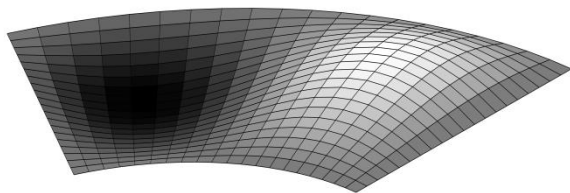
(د) مد (۲,۲)



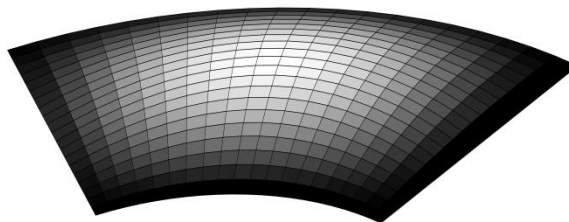
(ج) مد (۲,۱)

شکل (۴-۶) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$, $\beta=60^\circ$ تحت بار دومحوره

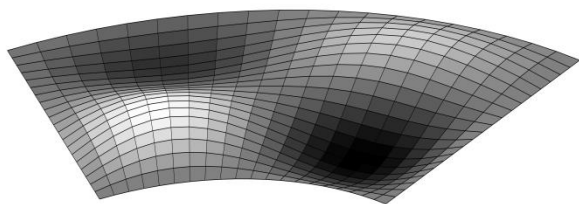
شکل (۷-۴) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع عرضی شعاعی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ تحت بار دوماحوره را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار دوماحوره‌ی $0.5120[\text{GPa}]$ دچار کمانش با شکل مد (۱،۱) شده، با افزایش بار تا $1.1661[\text{GPa}]$ ، $1.5826[\text{GPa}]$ و $2.2208[\text{GPa}]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱،۲)، (۲،۱) و (۲،۲) را مشاهده نمود.



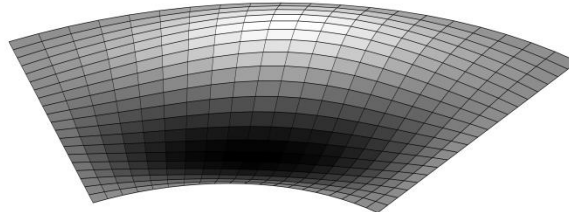
ب) مد (۱،۲)



الف) مد (۱،۱)



د) مد (۲،۲)



ج) مد (۲،۱)

شکل (۷-۴) مد کمانش مکانیکی قطاع هدمند عرضی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ تحت بار دوماحوره

با توجه به شکل مدهای ارائه شده، برای قطاع بدون سوراخ، تحت بارگذاری دوماحوره با ابعاد $h=0.025[m]$ و $\beta=60^\circ$ می توان انتظار داشت که چهار شکل اول مد کمانش به ترتیب برابر با: (۱,۱)، (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) باشد.

شکل مد کمانش مکانیکی برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی، موج به وجه فلزی متمایل است، که دلیل آن استحکام کم تر وجه فلزی نسبت به وجه سرامیکی است.

۴-۲-۲-۲- نتایج کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ دار

در حالت تحلیل کمانش قطاع تک سوراخ دار، قطر سوراخ برابر با $(a-b)/5=0.1[m]$ فرض شده است.

الف- بار کمانش شعاعی

جدول های (۹-۴) و (۱۰-۴)، مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ دار به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری شعاعی را در اختیار قرار می دهند. نتایج مشخص می کند که، همانند قطاع بدون سوراخ به- ازای ابعاد معین قطاع، افزایش ضخامت و کاهش زاویه ی قطاع، بار شعاعی بیش تری را برای کمانش طلب می کند. وجود سوراخ باعث شده که استحکام کمانش مکانیکی تحت بار شعاعی کاهش یابد.

جدول (۹-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ دار با ضخامت $0.025[m]$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار شعاعی

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
0.5099	0.6808	0.5099	0.6808	0.5099	0.6808	0
0.4075	0.5433	0.4193	0.5567	0.4248	0.5780	0.5
0.3621	0.4824	0.3657	0.4885	0.3730	0.5122	1
0.3081	0.4112	0.2847	0.3880	0.2920	0.3999	3
0.2364	0.3156	0.2364	0.3156	0.2364	0.3156	∞

جدول (۴-۱۰) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت 0.05[m] و قطر سوراخ 0.1[m] تحت بار شعاعی

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
1.6275	2.2895	1.6275	2.2895	1.6275	2.2895	0
1.2963	1.8211	1.3340	1.8694	1.3483	1.9309	0.5
1.1467	1.6160	1.1633	1.6432	1.1810	1.7072	1
0.9876	1.3856	0.9071	1.3092	0.9238	1.3395	3
0.7545	1.0614	0.7545	1.0614	0.7545	1.0614	∞

برای بررسی بیش‌تر مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار تحت بارگذاری شعاعی گزارش

شده در جدول‌های (۴-۹) و (۴-۱۰)، می‌توان آن را به صورت شکل (۴-۸) نشان داد.

برای بارگذاری شعاعی با توجه به نمودارها در بازه‌ی $0 < n < 1.5$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام

کمانشی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و عرضی می‌باشد. با افزایش توان توزیع خواص، برای

قطاع $\beta=60^\circ$ ، در بازه‌ی $1.5 < n < 2.5$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به ترتیب مربوط به قطاع

هدفمند شعاعی و محیطی بوده که با افزایش بیش‌تر توان توزیع خواص، در $n > 2.5$ بیش‌ترین و کم‌ترین

استحکام کمانشی را به ترتیب قطاع هدفمند عرضی و محیطی از خود بروز خواهند داد.

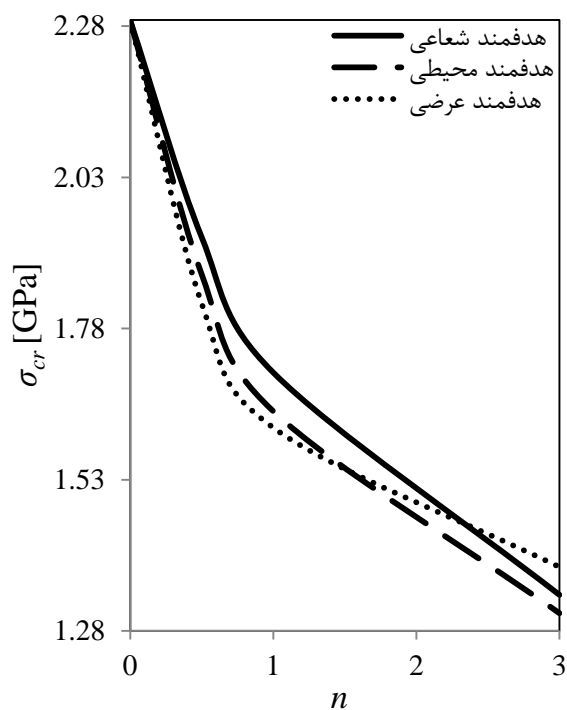
مشابه به بارگذاری مکانیکی شعاعی قطاع بدون سوراخ، با تغییر ضخامت از 0.025[m] به 0.05[m]

تغییری در مقایسه‌ی استحکام کمانش مکانیکی راستاهای مختلف هدفمندی نسبت به یکدیگر در بازه‌ی

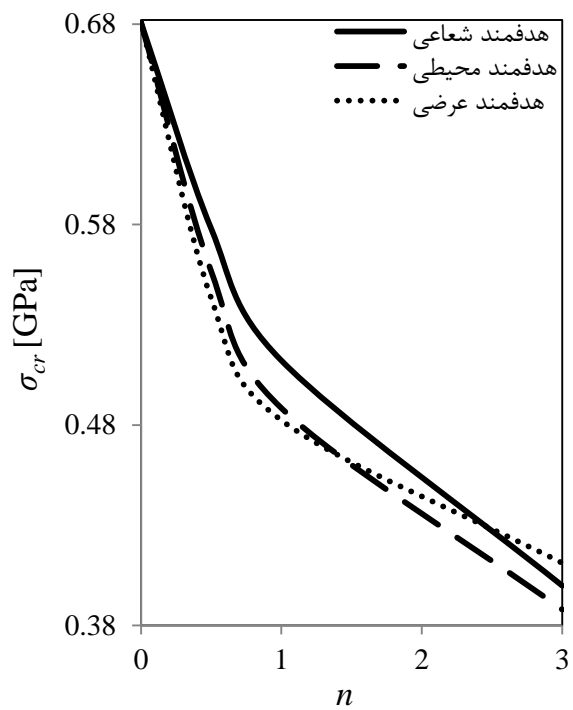
مورد بررسی توان توزیع خواص، ایجاد نمی‌کند ولی تغییر زاویه‌ی قطاع از $\beta=60^\circ$ به $\beta=90^\circ$ باعث می-

شود که قطاع هدفمند عرضی به جای $n > 2.5$ در بازه‌ی $n > 2$ ، بهترین استحکام کمانش مکانیکی را داشته

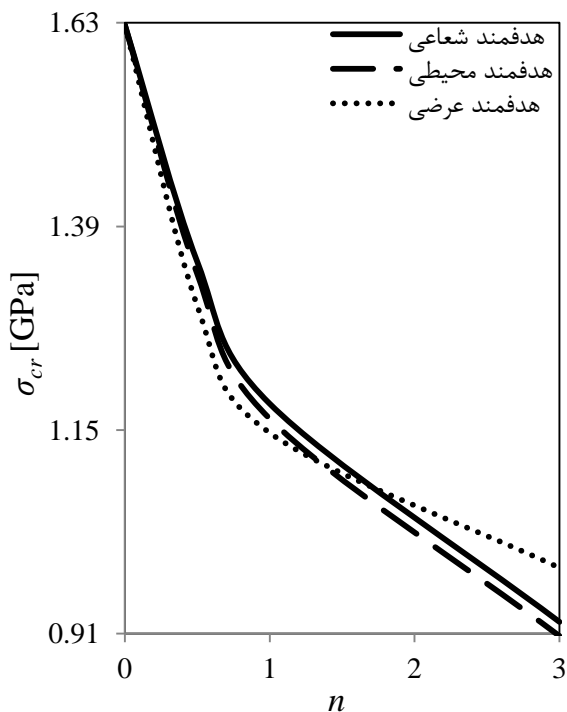
باشد.



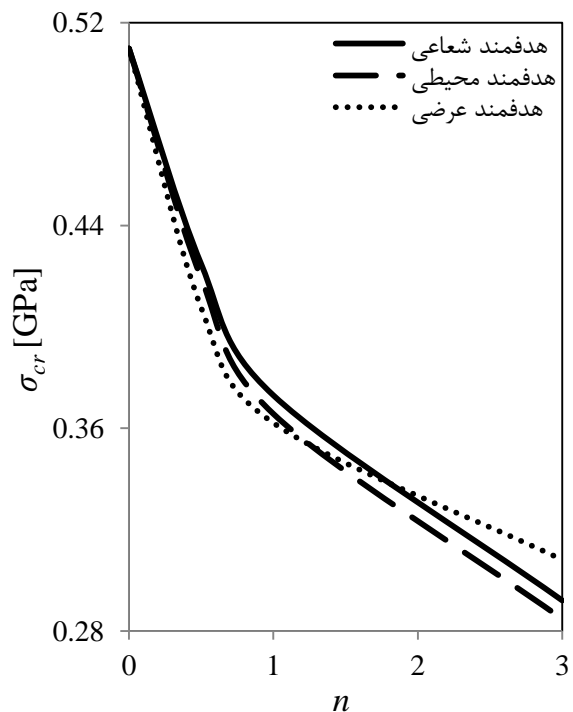
ب) $\beta=60^\circ$ $h=0.05$ [m]



الف) $\beta=60^\circ$ $h=0.025$ [m]



د) $\beta=90^\circ$ $h=0.05$ [m]



ج) $\beta=90^\circ$ $h=0.025$ [m]

شکل (۴-۸) تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ 0.1 [m] تحت بار شعاعی

ب- بار کمانش محیطی (نوع ۲)

جدول‌های (۱۱-۴) و (۱۲-۴)، مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری محیطی (نوع ۲) را بیان می‌کند. نتایج مشخص می‌کند که، همانند قطاع بدون سوراخ، بار منجر به کمانش در اثر بارگذاری محیطی (نوع ۲) بسیار بیش‌تر از بارگذاری‌های دیگر است. در ضمن بر خلاف بارگذاری‌های دیگر، وجود سوراخ باعث بهبود استحکام کمانش مکانیکی قطاع می‌شود. با افزایش ضخامت و زاویه‌ی قطاع نیز نتایج کمانش مطلوب‌تری به‌دست می‌آید.

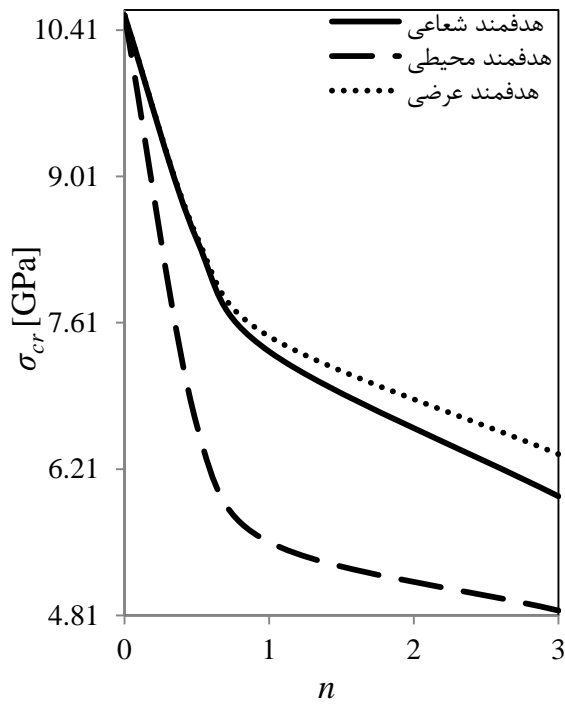
جدول (۱۱-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت $0.025[m]$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار محیطی (نوع ۲)

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	خواص
4.5081	3.8913	4.5081	3.8913	4.5081	3.8913	0
3.6320	3.1256	2.7080	2.4532	3.6018	3.0850	0.5
3.2284	2.7770	2.2636	2.0273	3.1494	2.6971	1
2.7138	2.3465	2.0782	1.7841	2.5563	2.2020	3
2.0899	1.8039	2.0899	1.8039	2.0899	1.8039	∞

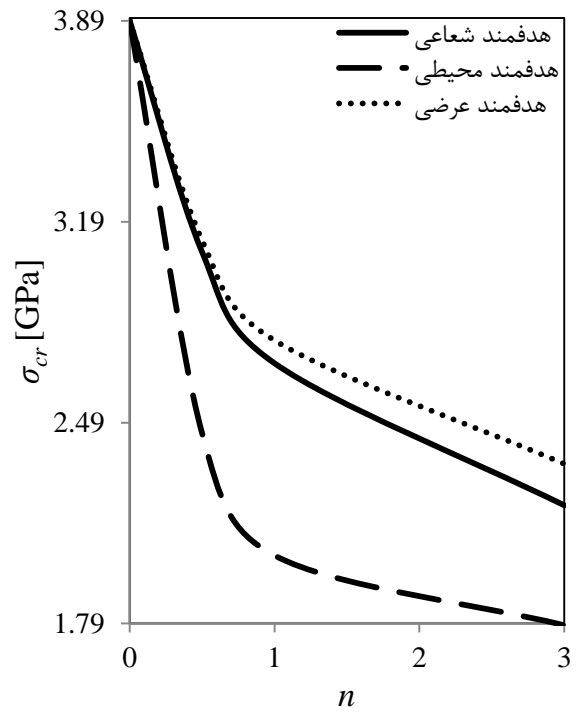
جدول (۱۲-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت $0.05[m]$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار محیطی (نوع ۲)

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	خواص
11.7453	10.5505	11.7453	10.5505	11.7453	10.5505	0
9.4227	8.4354	7.0626	6.6288	9.3875	8.4054	0.5
8.3677	7.4794	5.9418	5.5122	8.1968	7.3349	1
7.0629	6.3530	5.4231	4.8575	6.6386	5.9503	3
5.4448	4.8910	5.4448	4.8910	5.4448	4.8910	∞

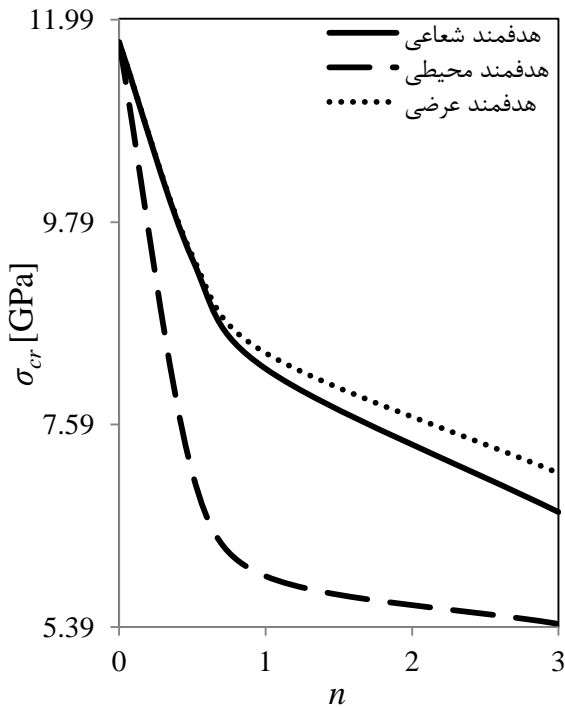
شکل (۹-۴) مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار تحت بارگذاری محیطی (نوع ۲) گزارش شده در جدول‌های (۱۱-۴) و (۱۲-۴)، را به‌صورت شماتیک بیان می‌کند. برخلاف بارگذاری شعاعی، ایجاد سوراخ در قطاع، باعث افزایش استحکام کمانشی در برابر بار محیطی (نوع ۲) می‌شود.



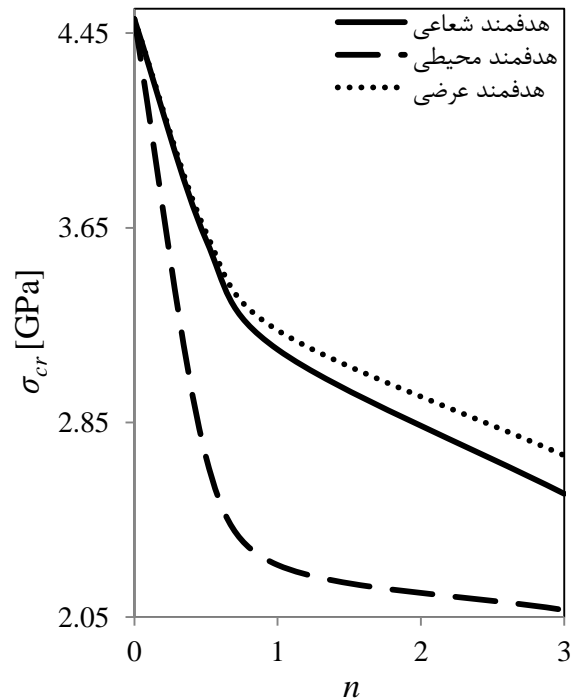
$\beta=60^\circ$ $h=0.05$ [m] (ب)



$\beta=60^\circ$ $h=0.025$ [m] (ف)



$\beta=90^\circ$ $h=0.05$ [m] (د)



$\beta=90^\circ$ $h=0.025$ [m] (ج)

شکل (۴-۹) تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ دار به قطر سوراخ 0.1 [m] تحت بار محیطی (نوع ۲)

ج- بار کمانش دوماحوره

جدول‌های (۴-۱۳) و (۴-۱۴)، مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ [m] 0.1 تحت بارگذاری دوماحوره را بیان می‌کند. از نتایج برمی‌آید که، افزایش ضخامت و کاهش زاویه‌ی قطاع، تحت بار دوماحوره، کمانش مکانیکی را افزایش می‌دهد. وجود سوراخ باعث شده که استحکام کمانش مکانیکی قطاع تحت بار دوماحوره، کاهش یابد.

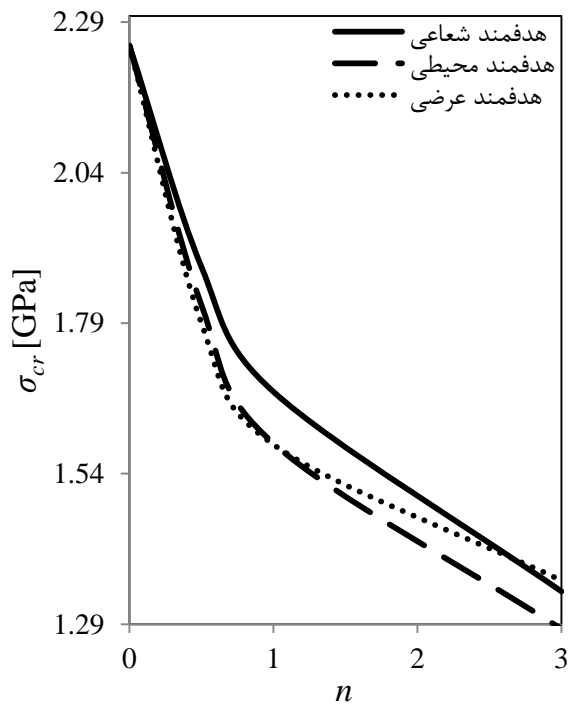
جدول (۴-۱۳) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.025 و قطر سوراخ [m] 0.1 تحت بار دوماحوره

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	خواص
0.5407	0.6643	0.5407	0.6643	0.5407	0.6643	0
0.4321	0.5301	0.4422	0.5378	0.4531	0.5581	0.5
0.3840	0.4707	0.3840	0.4700	0.3996	0.4971	1
0.3267	0.4013	0.2999	0.3770	0.3140	0.3976	3
0.2507	0.3080	0.2507	0.3080	0.2507	0.3080	∞

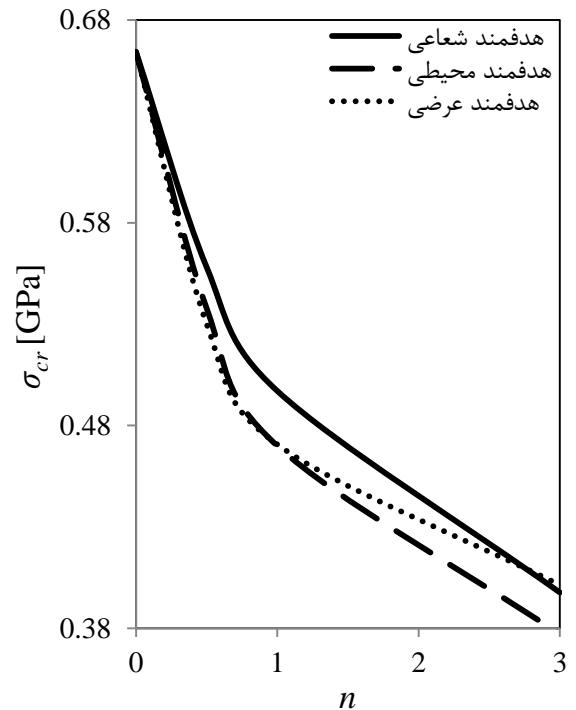
جدول (۴-۱۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت [m] 0.05 و قطر سوراخ [m] 0.1 تحت بار دوماحوره

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	خواص
1.7301	2.2509	1.7301	2.2509	1.7301	2.2509	0
1.3777	1.7897	1.4086	1.8198	1.4430	1.8832	0.5
1.2231	1.5883	1.2205	1.5903	1.2701	1.6760	1
1.0497	1.3627	0.9563	1.2821	0.9961	1.3444	3
0.8021	1.0434	0.8021	1.0434	0.8021	1.0434	∞

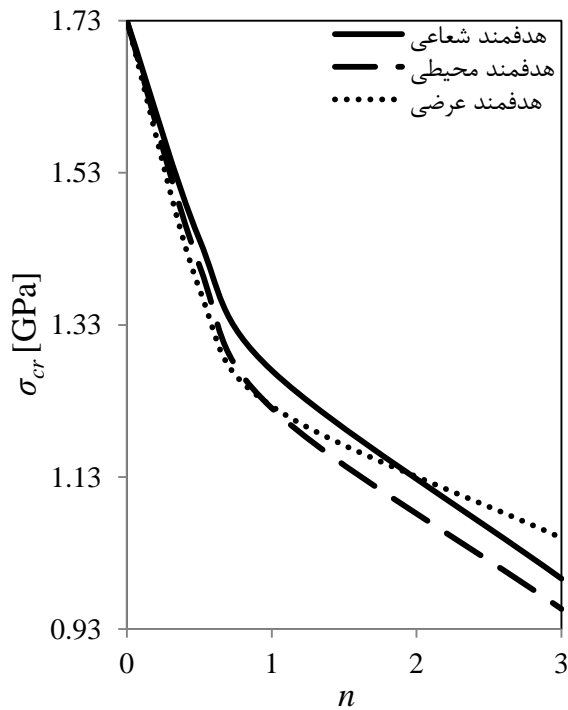
شکل (۴-۱۰) مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ‌دار تحت بارگذاری دوماحوره‌ی گزارش شده در جدول‌های (۴-۱۳) و (۴-۱۴)، را به‌صورت شماتیک بیان می‌کند. بر خلاف قطاع بدون سوراخ، ایجاد سوراخ باعث شده که استحکام کمانش مکانیکی در اثر بارگذاری دوماحوره نسبت به بارگذاری شعاعی بیش‌تر شود.



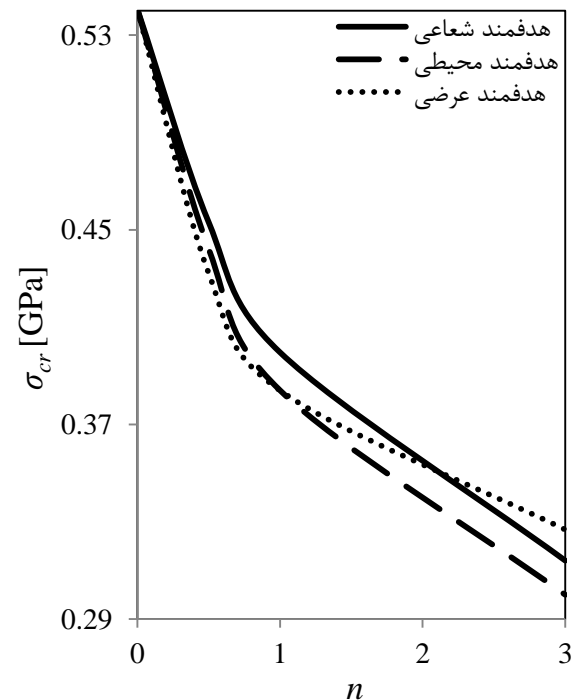
ب) $\beta=60^\circ$ $h=0.05$ [m]



الف) $\beta=60^\circ$ $h=0.025$ [m]



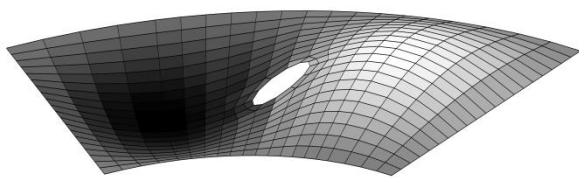
د) $\beta=90^\circ$ $h=0.05$ [m]



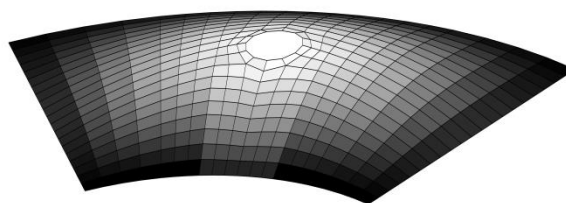
ج) $\beta=90^\circ$ $h=0.025$ [m]

شکل (۴-۱۰) تنش کمانش مکانیکی قطاع تک سوراخ دار به قطر سوراخ 0.1[m] تحت بار دومحوره

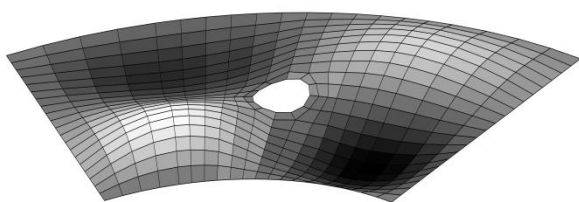
شکل (۱۱-۴) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دومحوره را نشان می‌دهد. ورق، به‌ازای اعمال بار $0.4970[GPa]$ دچار کمانش با شکل مد (۱،۱) شده، با افزایش بار تا $1.2804[GPa]$ ، $1.6011[GPa]$ و $2.1946[GPa]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱،۲)، (۲،۱) و (۲،۲) را مشاهده نمود.



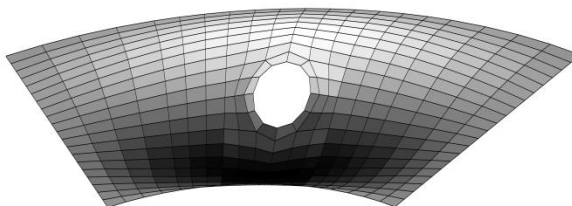
(ب) مد (۱،۲)



(الف) مد (۱،۱)



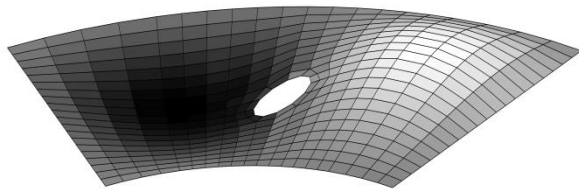
(د) مد (۲،۲)



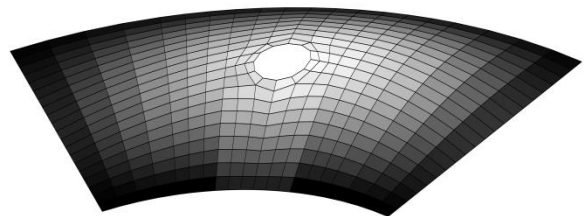
(ج) مد (۲،۱)

شکل (۱۱-۴) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دومحوره

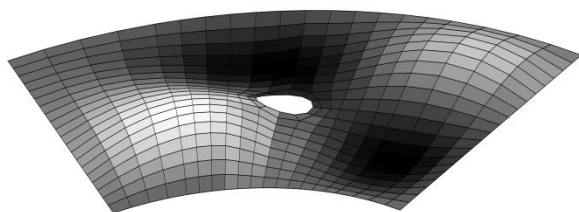
شکل (۴-۱۲) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دوماحوره را نشان می‌دهد. ورق، به‌ازای اعمال بار $0.4500[GPa]$ دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش بار تا $1.1504[GPa]$ ، $1.5269[GPa]$ و $2.1748[GPa]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) را مشاهده نمود.



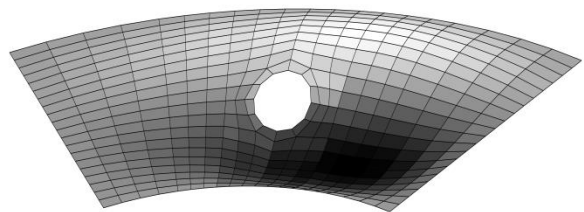
(ب) مد (۱,۲)



(الف) مد (۱,۱)



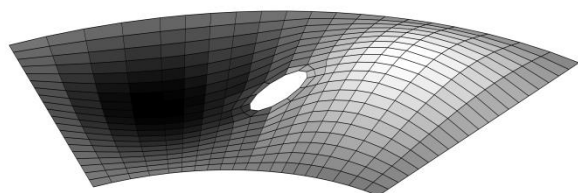
(د) مد (۲,۲)



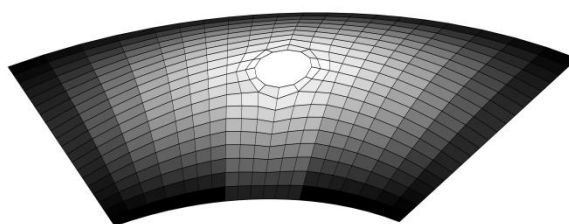
(ج) مد (۲,۱)

شکل (۴-۱۲) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دوماحوره

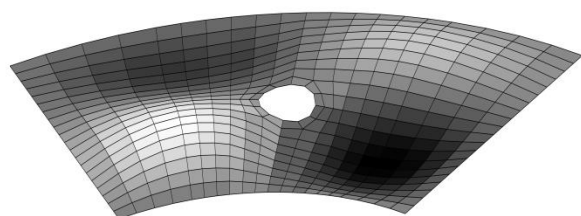
شکل (۴-۱۳) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دوماحوره را نشان می‌دهد. ورق، به‌ازای اعمال بار $0.4707[GPa]$ دچار کمانش با شکل مد (۱،۱) شده، با افزایش بار تا $1.1657[GPa]$ ، $1.5799[GPa]$ و $2.1678[GPa]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱،۲)، (۲،۱) و (۲،۲) را مشاهده نمود.



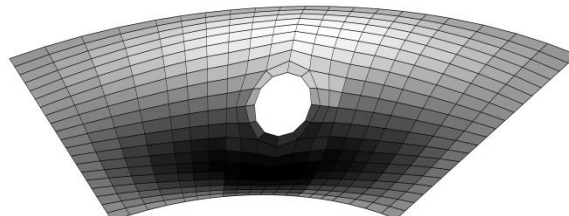
ب) مد (۱،۲)



الف) مد (۱،۱)



د) مد (۲،۲)



ج) مد (۲،۱)

شکل (۴-۱۳) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بار دوماحوره

با توجه به شکل مدهای ارائه شده برای قطاع تک سوراخ‌دار، تحت بارگذاری دوماحوره با ابعاد $h=0.025[m]$ و $\beta=60^\circ$ ، مشابه قطاع بدون سوراخ، می‌توان انتظار داشت که چهار شکل اول مد کمانش به ترتیب برابر با: $(1,1)$ ، $(1,2)$ ، $(2,1)$ و $(2,2)$ باشد.

شکل مد کمانش مکانیکی برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی، موج به وجه فلزی متمایل است، که دلیل آن سفتی کمتر وجه فلزی نسبت به وجه سرامیکی است.

وجود سوراخ ورق اصلی را به دو زیر ورق تجزیه کرده که هر یک شکل مد مختص به خود را دارد.

۴-۲-۳- نتایج کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار

در تحلیل کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار، قطر سوراخ‌ها برابر با $(a-b)/5=0.1[m]$ فرض شده است.

الف- بار کمانش شعاعی

جدول‌های (۴-۱۵) و (۴-۱۶)، مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری دوماحوره را بیان می‌کند. برای قطاع همگن از جنس سرامیک و فلز تعویض راستای هدفمندی تأثیری نداشته و نتایج یکسانی برای هر سه راستا به دست خواهند آمد. ایجاد دو سوراخ همانند تک سوراخ، موجب کاهش استحکام کمانش مکانیکی قطاع در برابر بارگذاری شعاعی شده است.

جدول (۴-۱۵) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت $0.025[m]$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$

تحت بار شعاعی

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
0.4844	0.6304	0.4844	0.6304	0.4844	0.6304	0
0.3877	0.5036	0.3971	0.5151	0.4038	0.5340	0.5
0.3444	0.4471	0.3458	0.4522	0.3548	0.4730	1
0.2930	0.3809	0.2700	0.3603	0.2775	0.3691	3
0.2245	0.2923	0.2245	0.2923	0.2245	0.2923	∞

جدول (۴-۱۶) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت 0.05[m] و قطر سوراخ‌های 0.1[m] تحت بار شعاعی

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
1.5391	2.0696	1.5391	2.0696	1.5391	2.0696	0
1.2249	1.6451	1.2587	1.6859	1.2777	1.7455	0.5
1.0869	1.4594	1.0959	1.4812	1.1212	1.5460	1
0.9322	1.2520	0.8588	1.1870	0.8771	1.2112	3
0.7135	0.9594	0.7135	0.9594	0.7135	0.9594	∞

شکل (۴-۱۴) مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار تحت بارگذاری شعاعی گزارش شده

در جدول‌های (۴-۱۵) و (۴-۱۶)، را به صورت شماتیک بیان می‌کند.

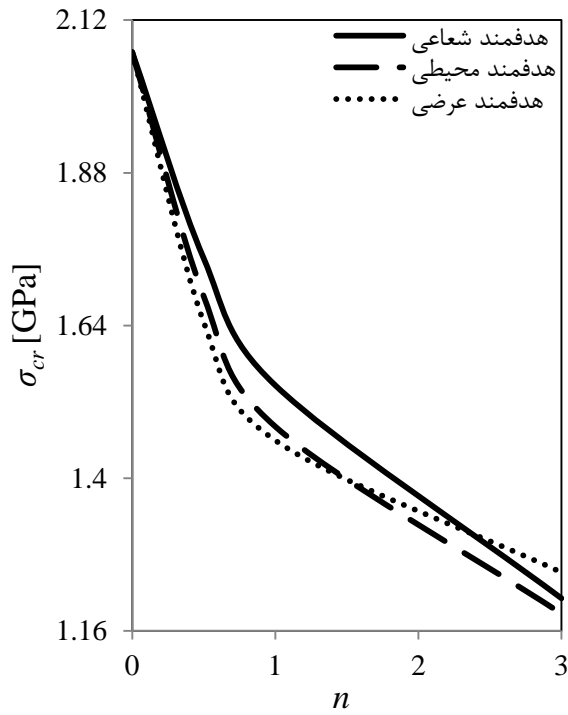
برای قطاع دو سوراخ‌دار مشابه به قطاع بدون سوراخ و تک سوراخ‌دار، با تغییر ضخامت از 0.025[m]

به 0.05[m] تغییری در مقایسه‌ی استحکام کمانش مکانیکی راستاهای مختلف هدفمندی نسبت به

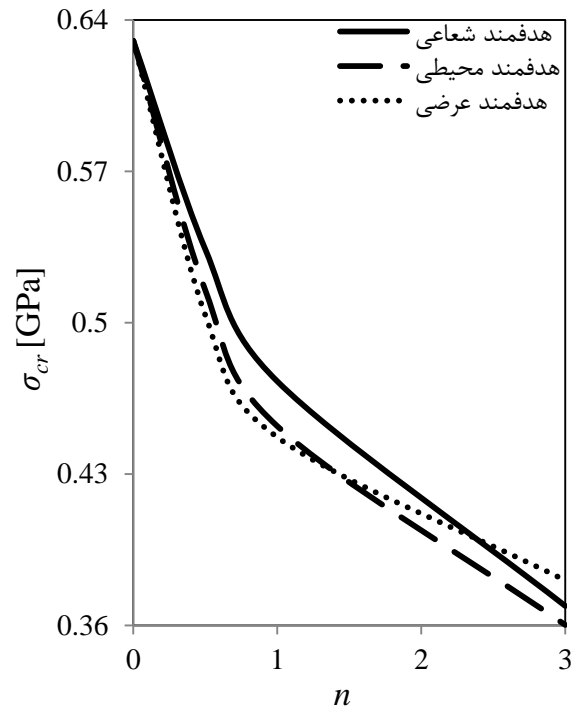
یکدیگر در بازه‌ی مورد بررسی توان توزیع خواص، ایجاد نمی‌کند ولی تغییر زاویه‌ی قطاع از $\beta=60^\circ$ به

$\beta=90^\circ$ باعث می‌شود که قطاع هدفمند عرضی به جای $n>2.5$ در بازه‌ی $n>2$ بهترین استحکام کمانش

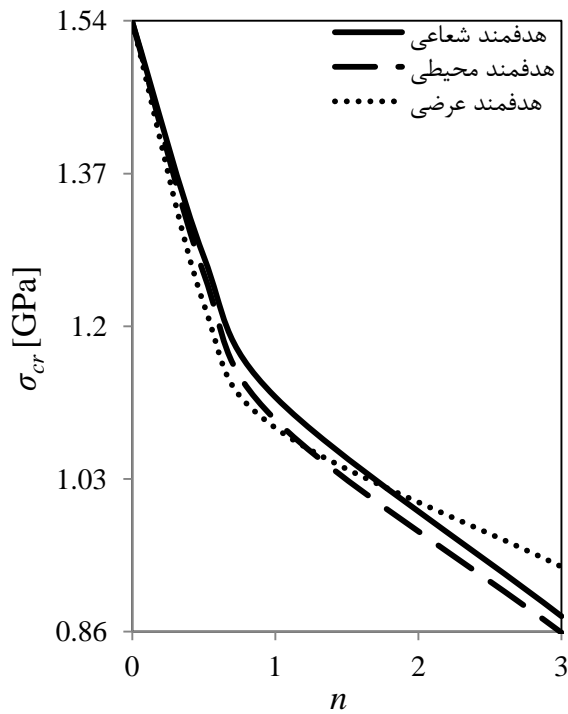
مکانیکی را نتیجه دهد.



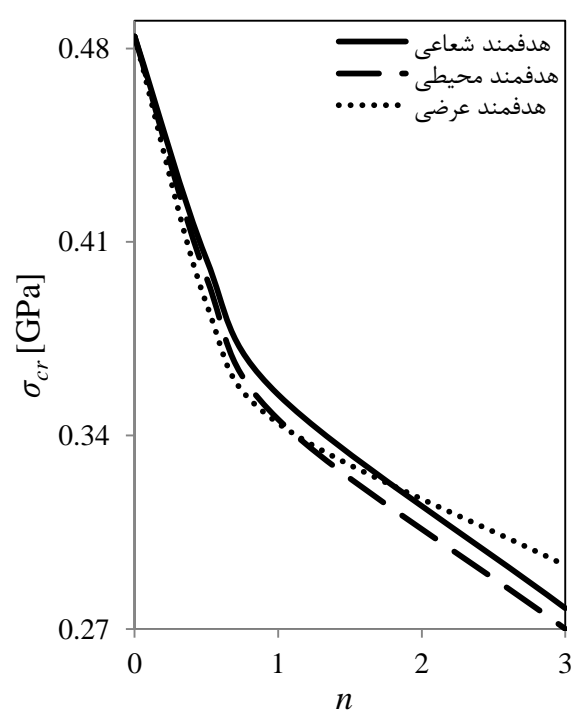
ب) $\beta=60^\circ$ $h=0.05$ [m]



ف) $\beta=60^\circ$ $h=0.025$ [m]



د) $\beta=90^\circ$ $h=0.05$ [m]



ج) $\beta=90^\circ$ $h=0.025$ [m]

شکل (۴-۱۴) تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ دار به قطر سوراخ های 0.1 [m] تحت بار شعاعی

ب- بار کمانش محیطی (نوع ۲)

جدول‌های (۱۷-۴) و (۱۸-۴)، مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های 0.1[m] تحت بارگذاری محیطی (نوع ۲) را بیان می‌کند. به‌علت هندسه‌ی ورق قطاعی، بار مورد نیاز برای کمانش در حالت بارگذاری محیطی (نوع ۲) بسیار بزرگ‌تر از بارگذاری‌های دیگر خواهد بود. ایجاد دو سوراخ نسبت به تک سوراخ در بارگذاری مکانیکی محیطی (نوع ۲)، برای $\beta=60^\circ$ موجب کاهش استحکام کمانشی و برای $\beta=90^\circ$ ایجاد دو سوراخ موجب بهبود رفتار کمانشی قطاع خواهد شد.

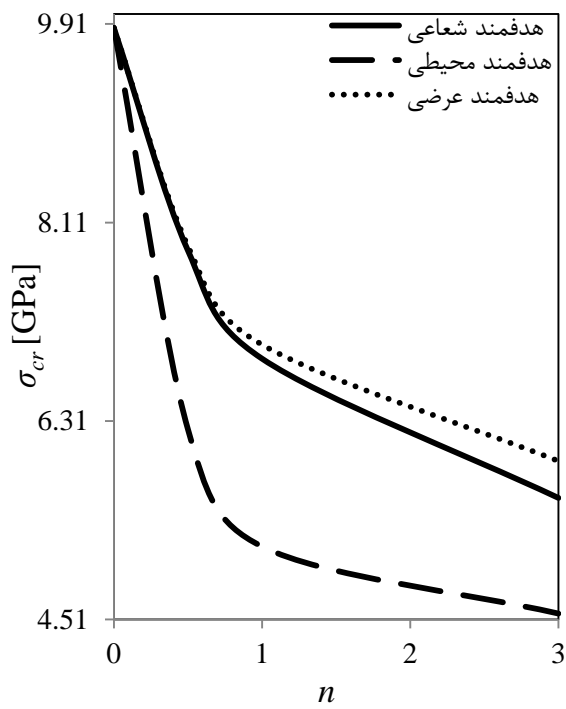
جدول (۱۷-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت 0.025[m] و قطر سوراخ‌های 0.1[m] تحت بار محیطی (نوع ۲)

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
5.1320	3.6554	5.1320	3.6554	5.1320	3.6554	0
4.1454	2.9351	3.0635	2.3101	4.1036	2.9010	0.5
3.6857	2.6072	2.5665	1.9134	3.5873	2.5420	1
3.0880	2.2038	2.3673	1.6830	2.9075	2.0827	3
2.3791	1.6946	2.3791	1.6946	2.3791	1.6946	∞

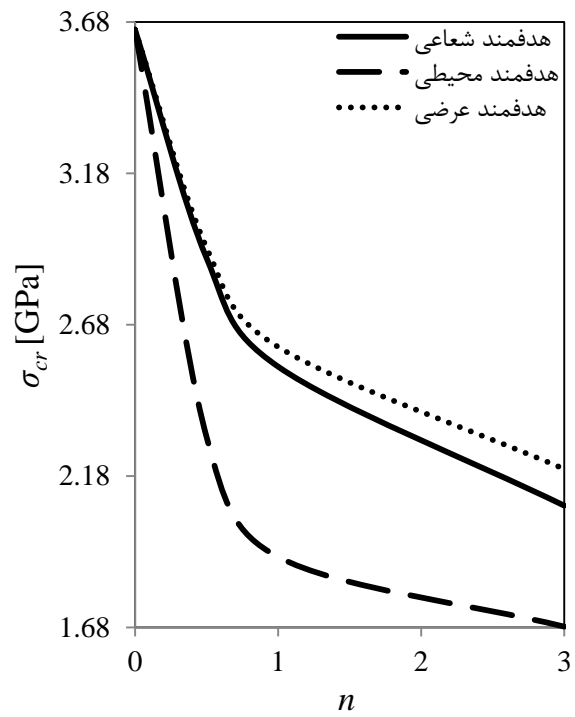
جدول (۱۸-۴) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت 0.05[m] و قطر سوراخ‌های 0.1[m] تحت بار محیطی (نوع ۲)

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
11.5061	9.8758	11.5061	9.8758	11.5061	9.8758	0
9.2283	7.8957	6.8764	6.2347	9.2088	7.8557	0.5
8.1896	7.0026	5.7691	5.1721	8.0413	6.8756	1
6.9195	5.9471	5.3159	4.5641	6.5026	5.6128	3
5.3340	4.5782	5.3340	4.5782	5.3340	4.5782	∞

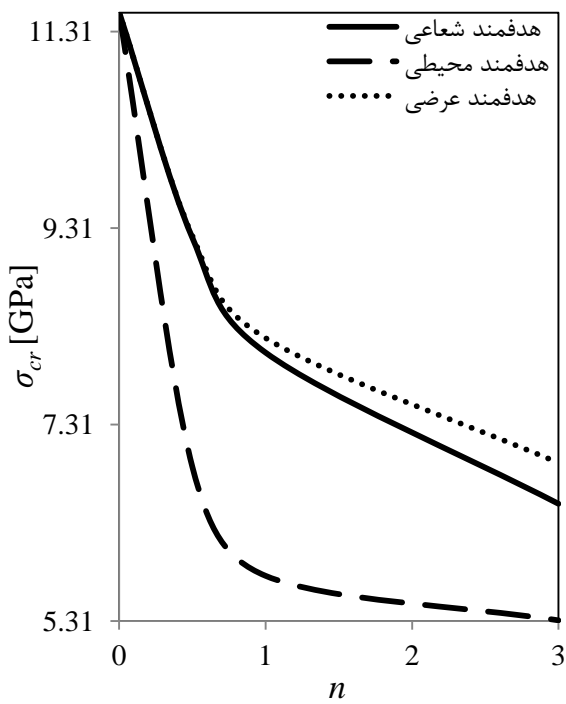
برای بررسی بیش‌تر مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار تحت بارگذاری محیطی (نوع ۲) موجود در جدول‌های (۱۷-۴) و (۱۸-۴)، می‌توان آن را به‌صورت شکل (۱۵-۴) نشان داد. برای بارگذاری محیطی (نوع ۲) نرخ کاهش استحکام کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی بسیار بیش‌تر از قطاع هدفمند شعاعی و محیطی است، که وجود یک یا دو سوراخ، این اختلاف را بیش از پیش می‌نماید.



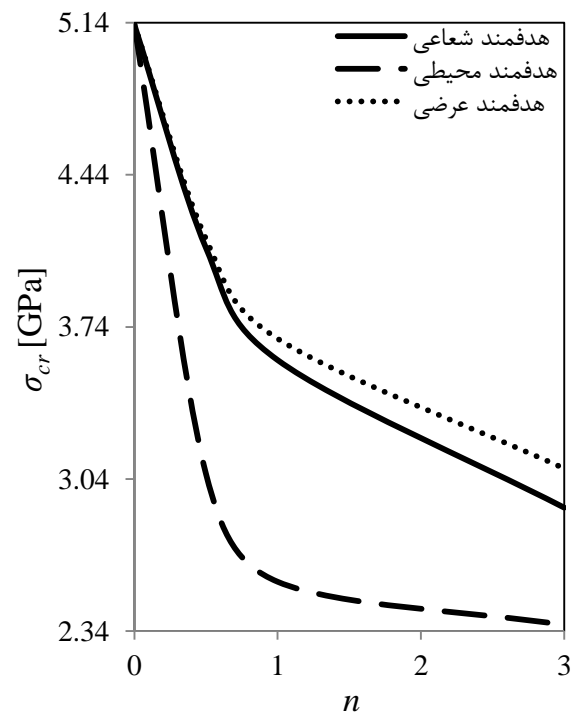
ب) $\beta=60^\circ$ $h=0.05$ [m]



الف) $\beta=60^\circ$ $h=0.025$ [m]



د) $\beta=90^\circ$ $h=0.05$ [m]



ج) $\beta=90^\circ$ $h=0.025$ [m]

شکل (۴-۱۵) تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های 0.1 [m] تحت بار محیطی (نوع ۲)

ج- بار کمانش دوماحوره

جدول‌های (۴-۱۹) و (۴-۲۰)، مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های 0.1[m] تحت بارگذاری دوماحوره را بیان می‌کند. با توجه به نتایج، استحکام کمانش مکانیکی قطاع هدفمند با دو سوراخ نسبت به تک سوراخ دایروی در اثر بارگذاری شعاعی و دوماحوره کاهش یافته ولی استحکام کمانش مکانیکی برای بارگذاری محیطی (نوع ۲) در زوایای قطاع کوچک، کم‌تر و با افزایش زاویه‌ی قطاع، استحکام کمانش مکانیکی قطاع با دو سوراخ بیش‌تر از تک سوراخ دایروی خواهد بود.

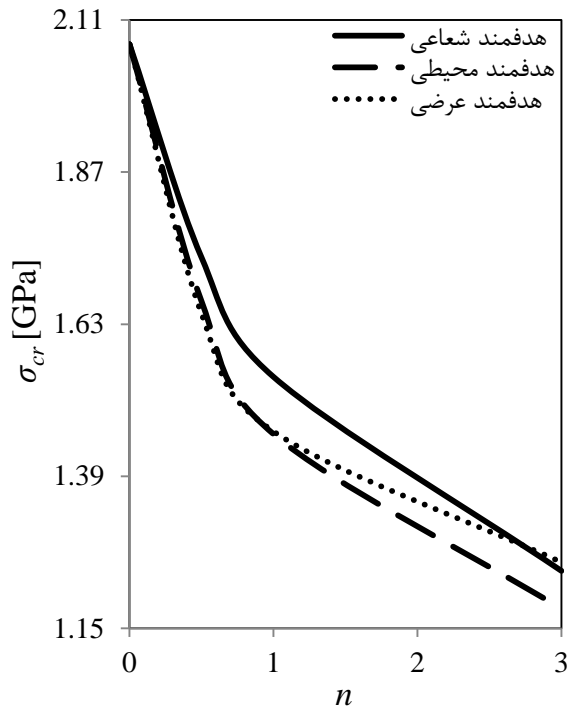
جدول (۴-۱۹) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت 0.025[m] و قطر سوراخ‌های 0.1[m] تحت بار دوماحوره

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
0.5126	0.6288	0.5126	0.6288	0.5126	0.6288	0
0.4103	0.5022	0.4179	0.5083	0.4295	0.5282	0.5
0.3645	0.4459	0.3623	0.4445	0.3788	0.4706	1
0.3101	0.3800	0.2836	0.3576	0.2975	0.3762	3
0.2377	0.2915	0.2377	0.2915	0.2377	0.2915	∞

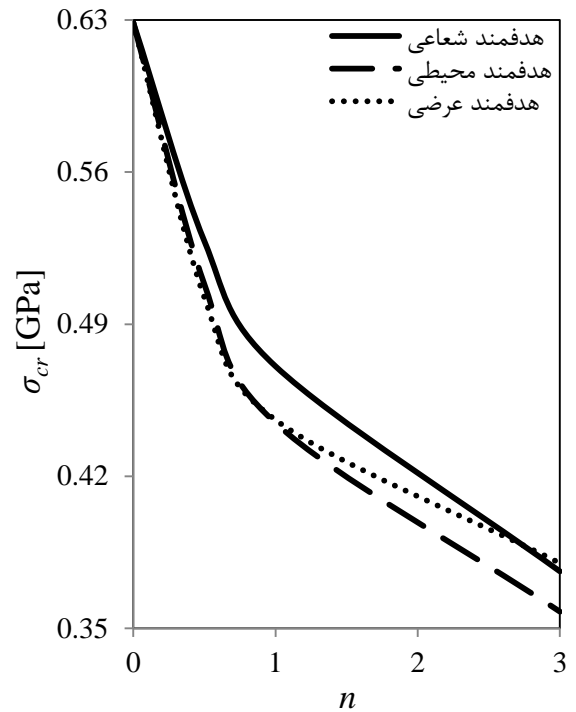
جدول (۴-۲۰) تنش کمانش مکانیکی [GPa] قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت 0.05[m] و قطر سوراخ‌های 0.1[m] تحت بار دوماحوره

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
1.6325	2.0719	1.6325	2.0719	1.6325	2.0719	0
1.2989	1.6465	1.3248	1.6662	1.3626	1.7354	0.5
1.1525	1.4606	1.1477	1.4565	1.2007	1.5468	1
0.9888	1.2541	0.9032	1.1806	0.9426	1.2405	3
0.7568	0.9605	0.7568	0.9605	0.7568	0.9605	∞

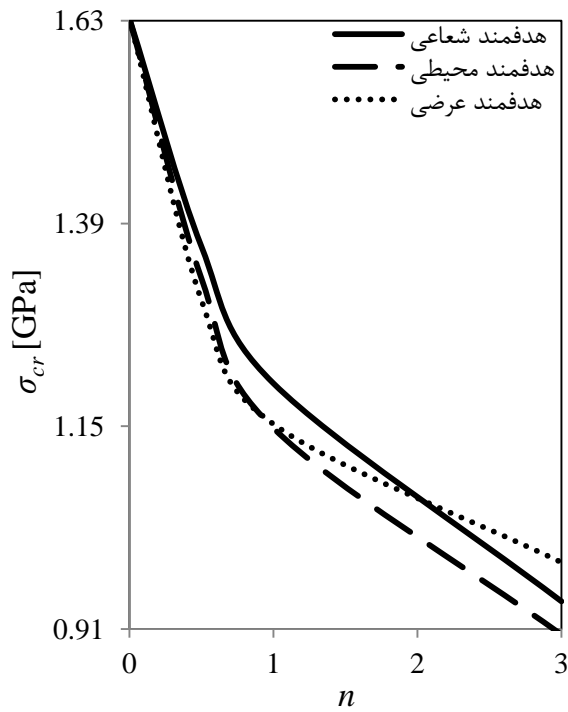
برای ملموس بودن بیش‌تر مقادیر تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار تحت بارگذاری دوماحوره موجود در جدول‌های (۴-۱۹) و (۴-۲۰)، می‌توان آن را به صورت شکل (۴-۱۶) نشان داد. افزایش ضخامت تغییری در مقایسه‌ی استحکام کمانشی راستاهای مختلف هدفمندی نسبت به یکدیگر در بازه‌ی مورد بررسی ایجاد نمی‌کند.



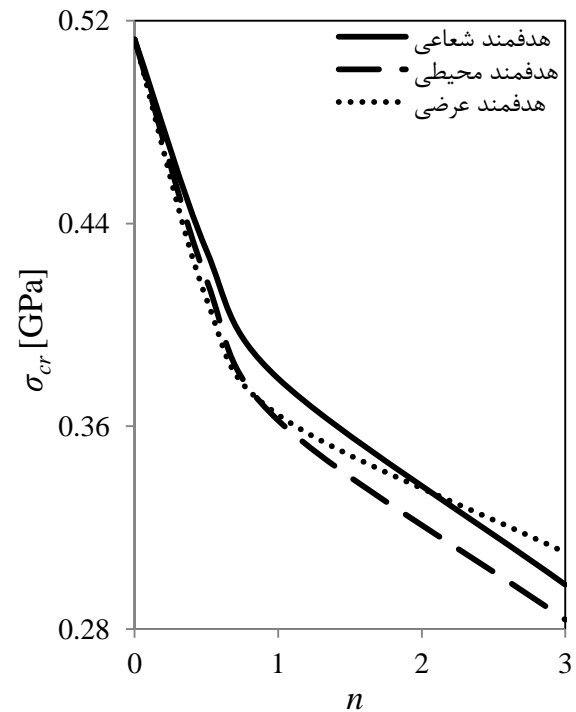
ب) $\beta=60^\circ$ $h=0.05$ [m]



الف) $\beta=60^\circ$ $h=0.025$ [m]



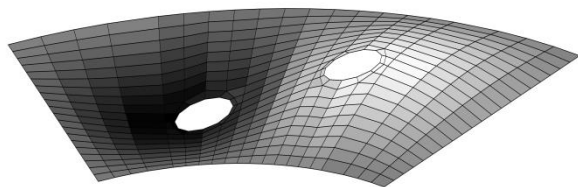
د) $\beta=90^\circ$ $h=0.05$ [m]



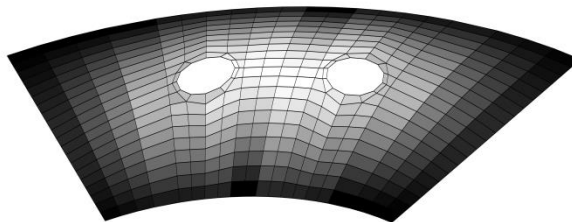
ج) $\beta=90^\circ$ $h=0.025$ [m]

شکل (۴-۱۶) تنش کمانش مکانیکی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های 0.1 [m] تحت بار دوماحوره

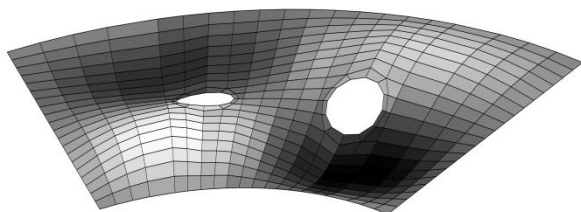
شکل (۴-۱۷) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دوماحوره را نشان می‌دهد. ورق، به‌ازای اعمال بار $0.4706[Pa]$ دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش بار تا $1.2018[Pa]$ ، $1.5701[Pa]$ و $2.2920[Pa]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) را مشاهده نمود.



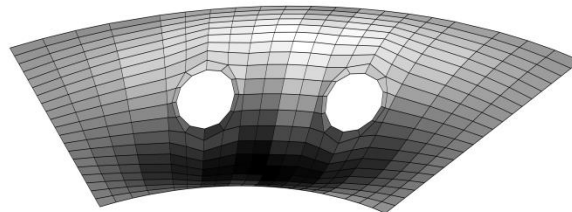
ب) مد (۱,۲)



الف) مد (۱,۱)



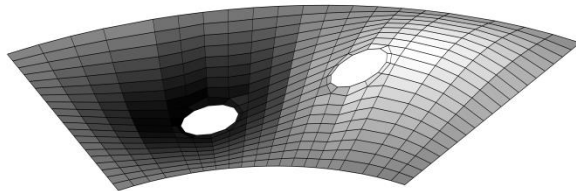
د) مد (۲,۲)



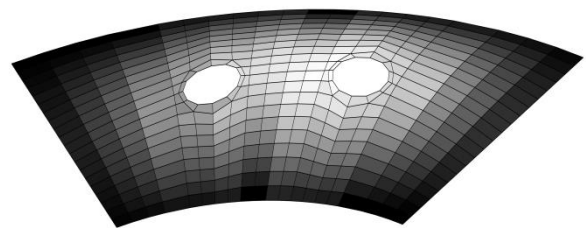
ج) مد (۲,۱)

شکل (۴-۱۷) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دوماحوره

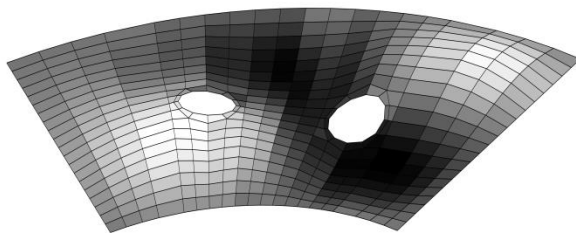
شکل (۴-۱۷) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دومحوره را نشان می‌دهد. ورق، به‌ازای اعمال بار $0.4445[GPa]$ دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش بار تا $1.0875[GPa]$ ، $1.5105[GPa]$ و $2.1537[GPa]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) را مشاهده نمود.



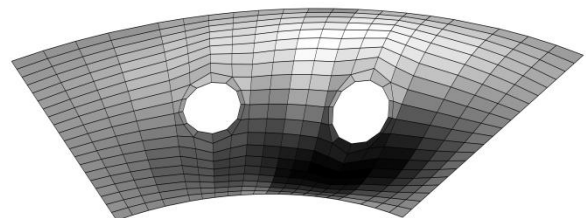
(ب) مد (۱,۲)



(الف) مد (۱,۱)



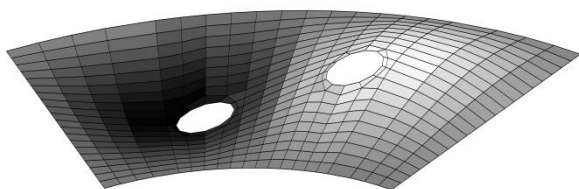
(د) مد (۲,۲)



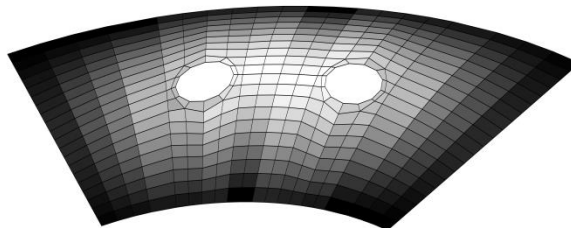
(ج) مد (۲,۱)

شکل (۴-۱۸) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دومحوره

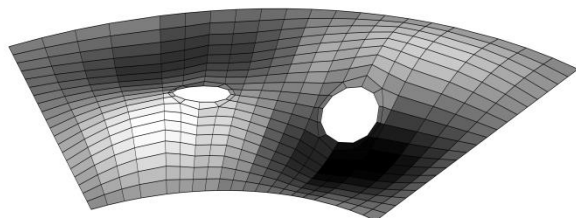
شکل (۴-۱۸) چهار شکل اول مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دوماحوره را نشان می‌دهد. ورق، به‌ازای اعمال بار $0.4459[GPa]$ دچار کمانش با شکل مد (۱،۱) شده، با افزایش بار تا $1.0993[GPa]$ ، $1.5438[GPa]$ و $2.2513[GPa]$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱،۲)، (۲،۱) و (۲،۲) را مشاهده نمود.



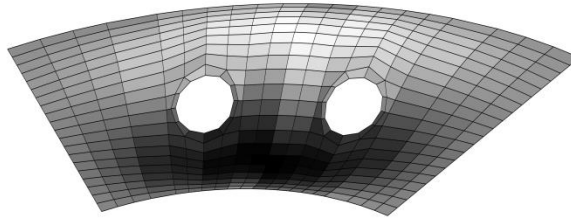
ب) مد (۱،۲)



الف) مد (۱،۱)



د) مد (۲،۲)



ج) مد (۲،۱)

شکل (۴-۱۹) مد کمانش مکانیکی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بار دوماحوره

با توجه به شکل مدهای ارائه شده برای قطاع بدون سوراخ، یک یا دو سوراخ دار تحت بارگذاری دومحوره با ابعاد $h=0.025[m]$ و $\beta=60^\circ$ می توان انتظار داشت که چهار شکل اول مد کمانش به ترتیب برابر با: $(1,1)$ ، $(1,2)$ ، $(2,1)$ و $(2,2)$ باشد. همچنین شکل مد کمانش مکانیکی برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی، موج به وجه فلزی متمایل است، که دلیل آن استحکام کم تر وجه فلزی نسبت به وجه سرامیکی است.

وجود دو سوراخ ورق اصلی را به سه زیر ورق تجزیه کرده که هر یک شکل مد مختص به خود را دارد.

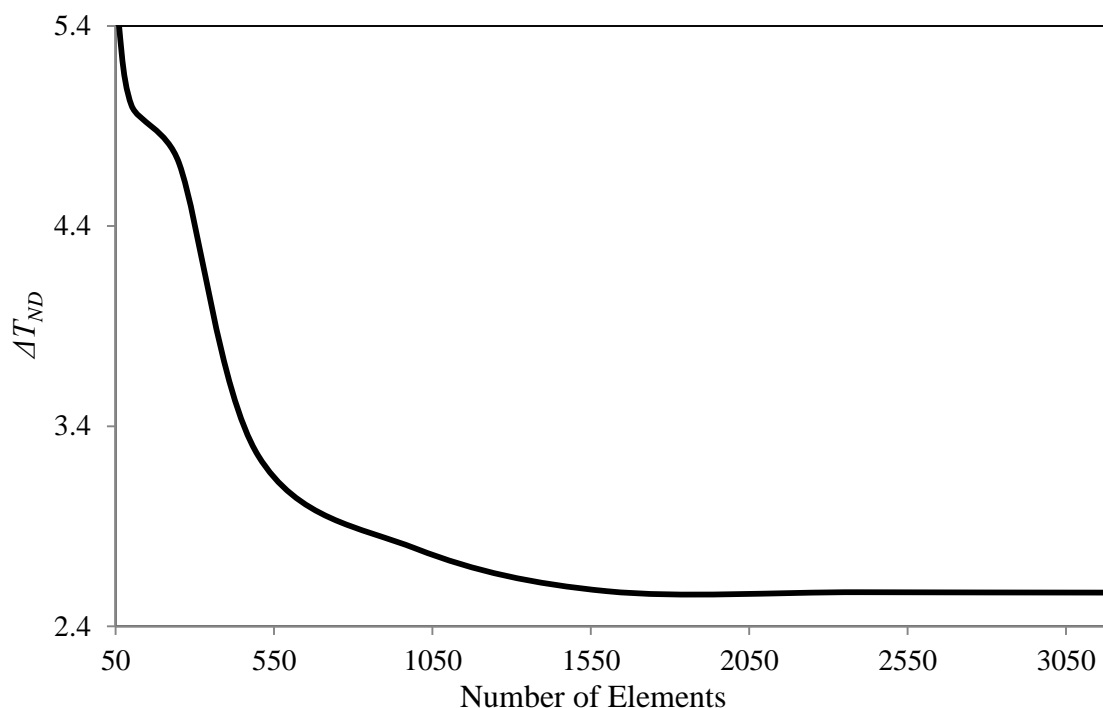
۴-۳- کمانش حرارتی

نتایج کمانش حرارتی به صورت افزایش دمای بحرانی بی بعد با در نظر گرفتن $\alpha_0=10^{-6}[1/^\circ C]$ ارائه شده است [۲۴]. در تمامی حالات، افزایش دمای بحرانی ارائه شده، بیان گر $\Delta T_{ND}=\alpha_0 \Delta T_{cr} \times 10^3$ خواهد بود.

۴-۳-۱- راستی آزمایی نتایج کمانش حرارتی

برای اطمینان درستی نتایج به دست آمده از کد نوشته شده، ابتدا همگرایی نتایج کمانش حرارتی مورد بررسی قرار می گیرد. شکل (۴-۲۰) همگرایی افزایش دمای بحرانی برای قطاع سرامیکی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.05[m]$ ، $\beta=90^\circ$ می باشد. با افزایش تعداد المان ها جواب نهایی همگرا خواهد شد.

در گام بعدی صحت گذاری نتایج کمانش حرارتی را به دلیل عدم وجود کار مشابه، در نرم افزار آباکوس با استفاده از المان های (3D stress) انجام می شود. جدول (۴-۲۱) صحت گذاری نتایج کمانش حرارتی برای قطاع هدفمند عرضی بدون سوراخ با ابعاد $\beta=90^\circ$ می باشد.



شکل (۴-۲۰) همگرایی افزایش دمای بحرانی بر حسب تعداد المان

جدول (۴-۲۱) صحه‌گذاری نتایج کمانش حرارتی

$h=0.05[m]$		$h=0.02[m]$		توان توزیع خواص
آباکوس	کار حاضر	آباکوس	کار حاضر	
2.6114	2.5753	0.6332	0.6239	0
1.6009	1.5794	0.3917	0.3866	1
1.3978	1.3853	0.3383	0.3346	3

۴-۳-۲- نتایج کمانش حرارتی

کمانش حرارتی قطاع برای سه حالت، قطاع بدون سوراخ؛ قطاع با تک سوراخ دایروی مرکزی به قطر سوراخ: ۲۵٪ اختلاف شعاع داخلی و خارجی و قطاع با دو سوراخ دایروی متقارن به قطر سوراخ‌های: ۲۵٪ اختلاف شعاع داخلی و خارجی، تحلیل می‌شود. که در هر حالت اثر پارامترهای مختلف بر نتیجه‌ی نهایی بررسی خواهند شد.

۴-۳-۲-۱- نتایج کمانش حرارتی قطاع بدون سوراخ

جدول‌های (۴-۲۲) و (۴-۲۳) نتایج افزایش دمای بحرانی منجر به کمانش قطاع بدون سوراخ می‌باشد. همان‌طور که از نتایج مشخص است، همانند تحلیل کمانش مکانیکی، برای ابعاد معین هر چه ضخامت قطاع کمتر شود، به علت کاهش سفتی، کمانش به‌ازای افزایش دمای کم‌تری رخ می‌دهد و بالعکس. از نتایج موجود برای دو زاویه‌ی قطاع 60° و 90° می‌توان پی برد که، برای شرایط مرزی ذکر شده، هر چه زاویه‌ی قطاع کم‌تر باشد، کمانش ورق دیر هنگام‌تر خواهد بود، ولی با زیاد شدن زاویه‌ی قطاع، به‌دلیل نزدیک شدن دو سطح کناری (وجوه راست و چپ)، افزایش دمای کم‌تری برای کمانش نیاز می‌باشد.

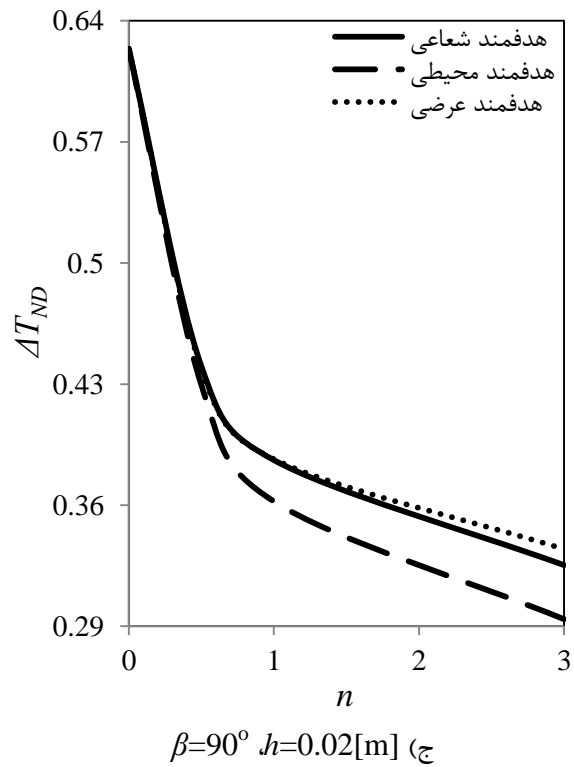
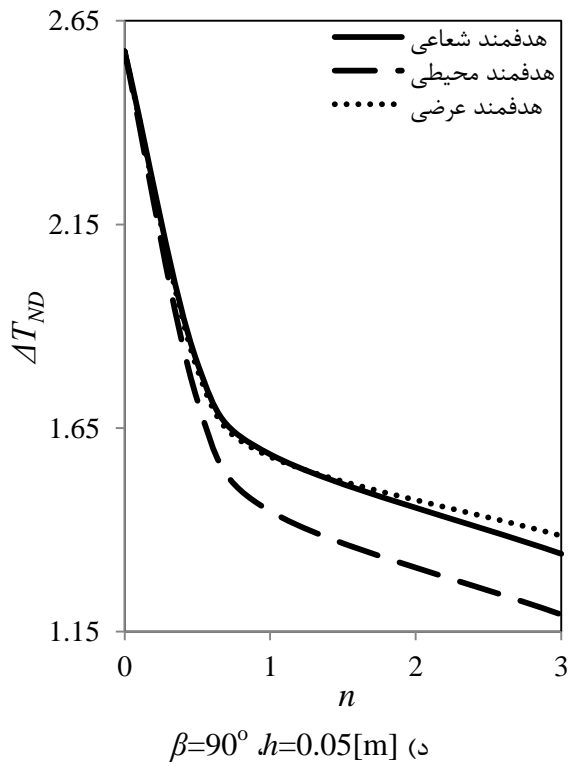
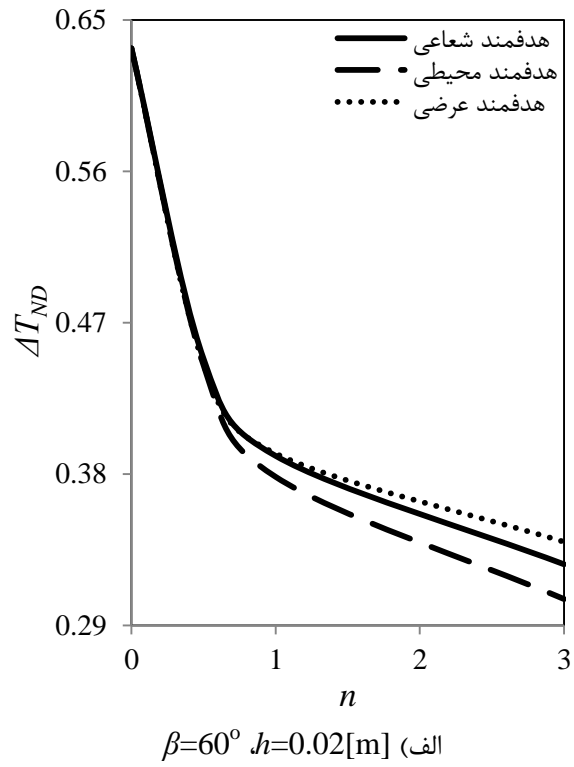
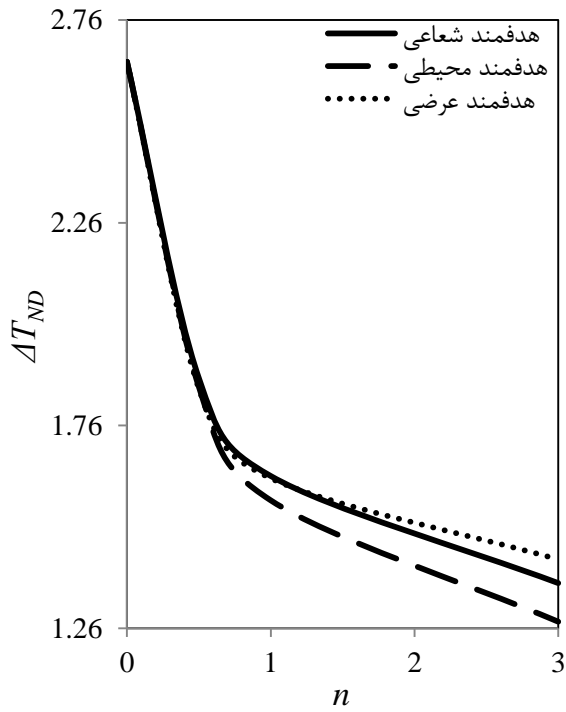
جدول (۴-۲۲) افزایش دمای بحرانی قطاع بدون سوراخ با ضخامت 0.02[m]

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^{\circ}$	$\beta=60^{\circ}$	$\beta=90^{\circ}$	$\beta=60^{\circ}$	$\beta=90^{\circ}$	$\beta=60^{\circ}$	
0.6239	0.6332	0.6239	0.6332	0.6239	0.6332	0
0.4387	0.4453	0.4296	0.4448	0.4403	0.4486	0.5
0.3866	0.3923	0.3622	0.3784	0.3861	0.3909	1
0.3346	0.3397	0.2941	0.3057	0.3253	0.3264	3
0.2712	0.2753	0.2712	0.2753	0.2712	0.2753	∞

جدول (۴-۲۳) افزایش دمای بحرانی قطاع بدون سوراخ با ضخامت 0.05[m]

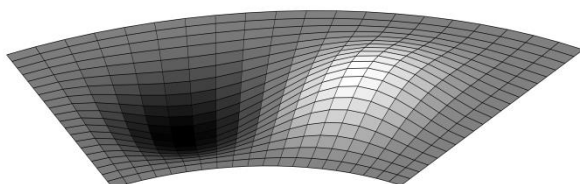
هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^{\circ}$	$\beta=60^{\circ}$	$\beta=90^{\circ}$	$\beta=60^{\circ}$	$\beta=90^{\circ}$	$\beta=60^{\circ}$	
2.5753	2.6573	2.5753	2.6573	2.5753	2.6573	0
1.7936	1.8508	1.7175	1.8555	1.8092	1.8768	0.5
1.5794	1.6298	1.4456	1.5755	1.5853	1.6355	1
1.3853	1.4296	1.1918	1.2761	1.3411	1.3712	3
1.1197	1.1553	1.1197	1.1553	1.1197	1.1553	∞

شکل (۴-۲۱) نتایج کمانش حرارتی قطاع بدون سوراخ را به صورت شماتیک نشان می‌دهد. با توجه به شکل برای $n > 0.75$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانش حرارتی، به‌ترتیب مربوط به قطاع هدفمند عرضی و محیطی است. که افزایش ضخامت قطاع، تغییری در مقایسه‌ی راستاهای هدفمندی نسبت به یکدیگر در بازه‌ی مذکور، ایجاد نمی‌کند.

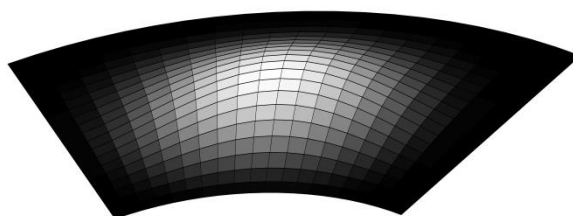


شکل (۴-۲۱) افزایش دمای بحرانی قطاع بدون سوراخ

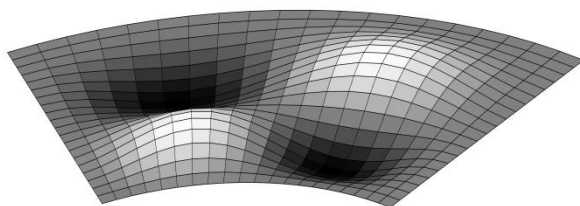
شکل (۴-۲۲) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دمای یکنواخت 0.3909 دجار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا 0.5473 ، 0.7915 و 0.8716 به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) را مشاهده نمود.



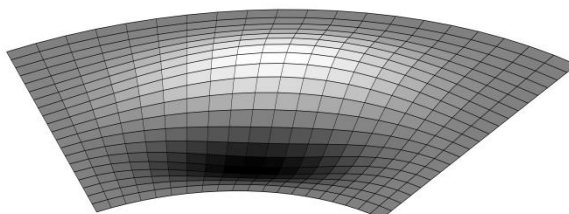
ب) مد (۱,۲)



الف) مد (۱,۱)



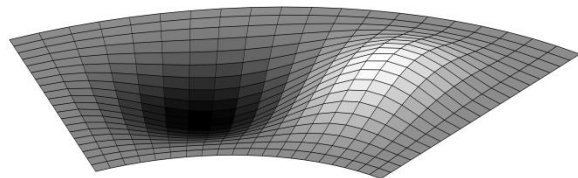
د) مد (۲,۲)



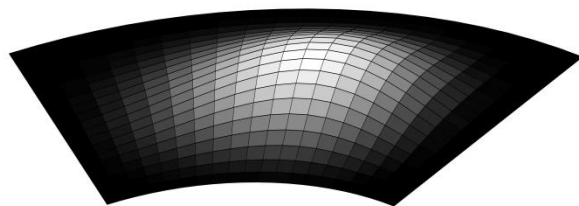
ج) مد (۲,۱)

شکل (۴-۲۲) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$

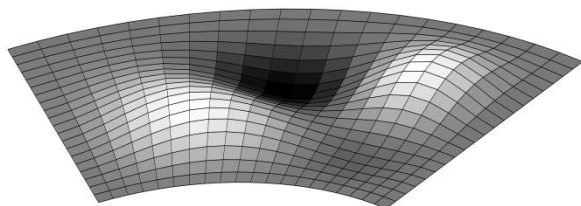
شکل (۴-۲۳) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دمای یکنواخت 0.3784 دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا 0.5442 ، 0.7295 و 0.8705 به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) را مشاهده نمود.



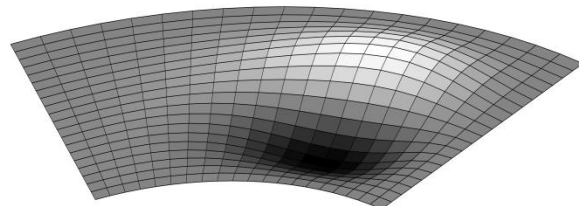
(ب) مد (۱,۲)



(الف) مد (۱,۱)



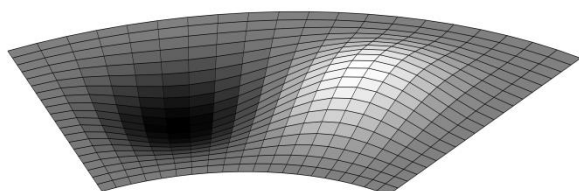
(د) مد (۲,۲)



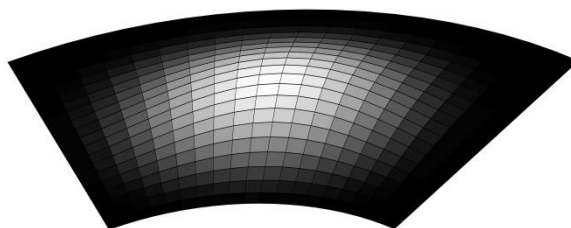
(ج) مد (۲,۱)

شکل (۴-۲۳) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$

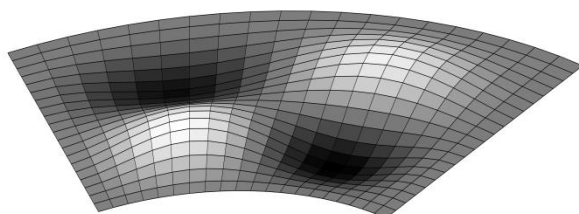
شکل (۴-۲۴) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دمای یکنواخت 0.3923 دجار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا 0.5493 ، 0.7948 و 0.8788 به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) را مشاهده نمود.



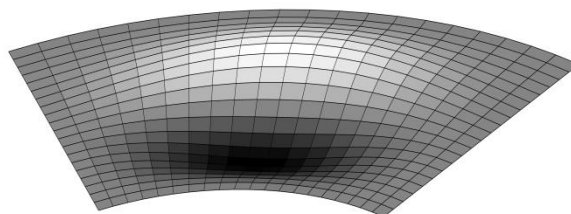
(ب) مد (۱,۲)



(الف) مد (۱,۱)



(د) مد (۲,۲)



(ج) مد (۲,۱)

شکل (۴-۲۴) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$

همانند بارگذاری مکانیکی، برای قطاع بدون سوراخ تحت افزایش دمای یکنواخت با ابعاد $h=0.02[m]$ و $\beta=60^\circ$ می‌توان گفت که چهار شکل اول مد کمانش حرارتی به ترتیب برابر با: (۱,۱)، (۲,۱)، (۱,۲) و (۲,۲) خواهد بود. همچنین شکل مد کمانش مکانیکی برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی، موج به وجه فلزی متمایل است، که دلیل آن استحکام کمتر وجه فلزی نسبت به وجه سرامیکی است.

۴-۳-۲- نتایج کمانش حرارتی قطاع تک سوراخ‌دار

در حالت تحلیل کمانش حرارتی قطاع تک سوراخ‌دار، قطر سوراخ برابر با $(a-b)/4=0.125[m]$ فرض شده است.

جدول‌های (۴-۲۴) و (۴-۲۵) نتایج افزایش دمای بحرانی منجر به کمانش برای قطاع تک سوراخ‌دار می‌باشد. با افزایش توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند، چون خواص از سرامیک به فلز میل می‌کند و قطاع فلزی در برابر حرارت استحکام کم‌تری دارد، استحکام کمانش حرارتی کاهش می‌یابد. ایجاد سوراخ با شرایط مرزی گیردار، حتماً موجب بهبود رفتار کمانش حرارتی نخواهد شد. ولی به دلیل شرایط مرزی گیردار، هر چه ابعاد سوراخ بزرگ‌تر شود، افزایش دمای بیش‌تری برای کمانش نیاز است.

جدول (۴-۲۴) افزایش دمای بحرانی قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت $0.02[m]$ و قطر سوراخ $0.125[m]$

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	$\beta=90^\circ$	$\beta=60^\circ$	
0.6217	0.6552	0.6217	0.6552	0.6217	0.6552	0
0.4383	0.4617	0.4334	0.4560	0.4377	0.4654	0.5
0.3863	0.4069	0.3662	0.3884	0.3853	0.4077	1
0.3344	0.3523	0.2957	0.3184	0.3297	0.3458	3
0.2703	0.2849	0.2703	0.2849	0.2703	0.2849	∞

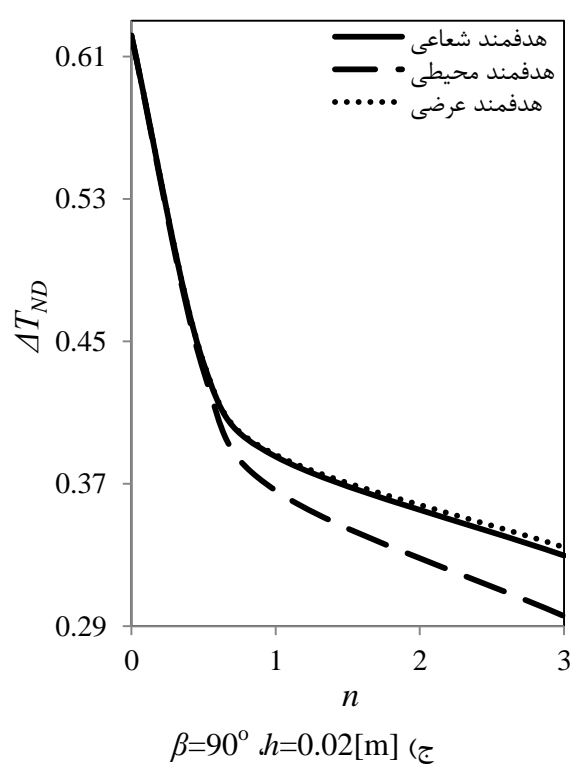
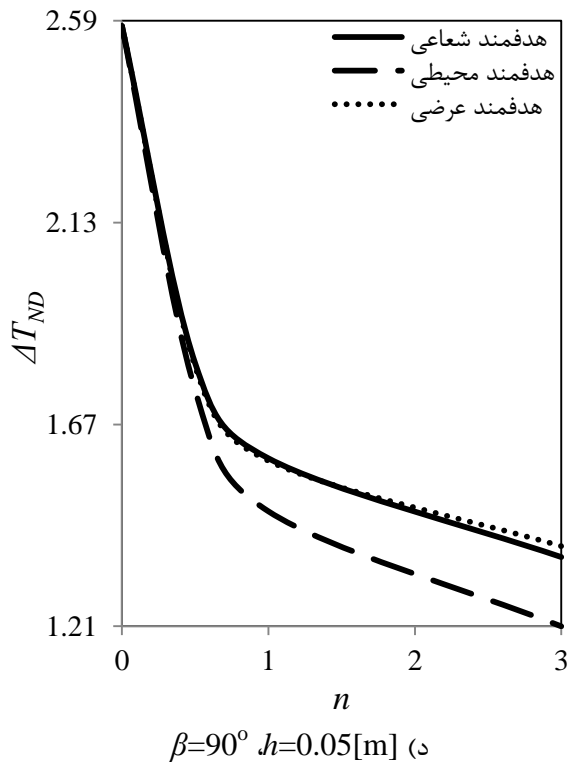
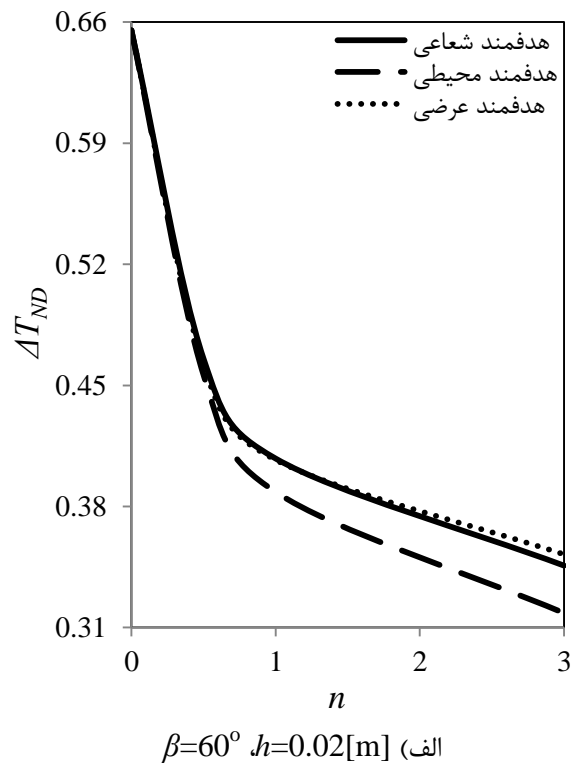
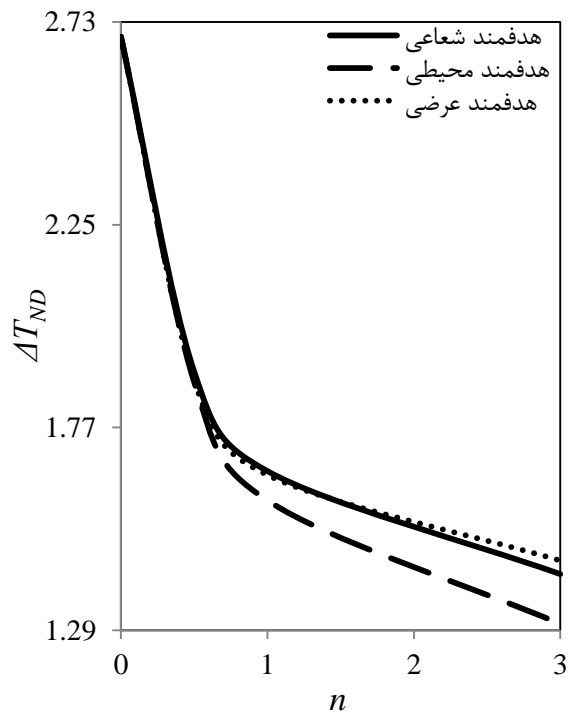
جدول (۴-۲۵) افزایش دمای بحرانی قطاع تک سوراخ‌دار با ضخامت 0.05[m] و قطر سوراخ 0.125[m]

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	
2.5782	2.6953	2.5782	2.6953	2.5782	2.6953	0
1.8016	1.8813	1.7476	1.8774	1.8092	1.9023	0.5
1.5872	1.6576	1.4720	1.5973	1.5928	1.6668	1
1.3925	1.4549	1.2098	1.3050	1.3677	1.4229	3
1.1209	1.1719	1.1209	1.1719	1.1209	1.1719	∞

شکل (۴-۲۵) نتایج کمانش حرارتی قطاع تک سوراخ‌دار به صورت شماتیک می‌باشد. می‌توان گفت که برای قطاع با $\beta=60^0$ در بازه‌ی $0 < n < 0.75$ ، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانش حرارتی مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و محیطی می‌باشد که با افزایش توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند، در بازه‌ی $n > 0.75$ ، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی مربوط قطاع هدفمند عرضی و محیطی خواهد بود.

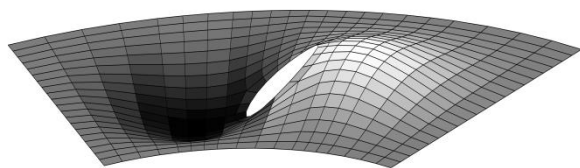
با افزایش ضخامت قطاع از $h=0.02[m]$ به $h=0.05[m]$ مقایسه‌ی انجام شده برای راستاهای مختلف هدفمندی در بازه‌های مذکور، تغییری نخواهد کرد ولی با افزایش زاویه‌ی قطاع از $\beta=60^0$ به $\beta=90^0$ ، این قیاس دچار تغییر شده، طوری‌که در بازه‌ی $0 < n < 1$ ، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانش حرارتی مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و محیطی می‌باشد که با افزایش توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند، در بازه‌ی $n > 1$ ، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی مربوط قطاع هدفمند عرضی و محیطی خواهد بود.

در کل برای بارگذاری حرارتی، قطاع هدفمند شعاعی و عرضی نتایج تقریباً یکسانی از خود بروز می‌دهند. بنابراین اگر قطاع تحت افزایش دما قرار گیرد، بهتر است که از راستای هدفمند محیطی استفاده نشود.

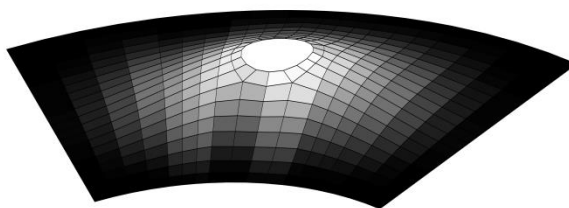


شکل (۴-۲۵) افزایش دمای بحرانی قطاع تک سوراخ دار به قطر سوراخ $0.125[m]$

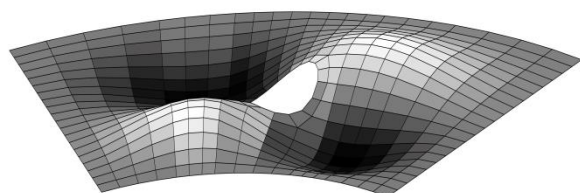
شکل (۴-۲۶) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.125[m]$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دمای یکنواخت 0.4077 دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا 0.5530 ، 0.8023 و 0.8589 به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۲,۲) را مشاهده نمود.



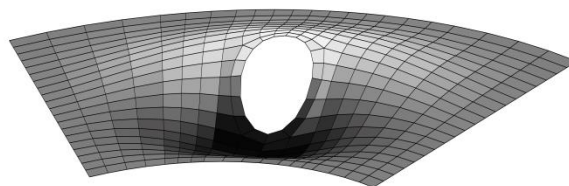
(ب) مد (۱,۲)



(الف) مد (۱,۱)



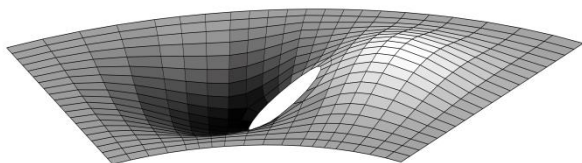
(د) مد (۲,۲)



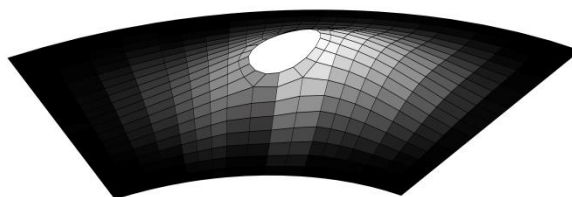
(ج) مد (۲,۱)

شکل (۴-۲۶) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.125[m]$

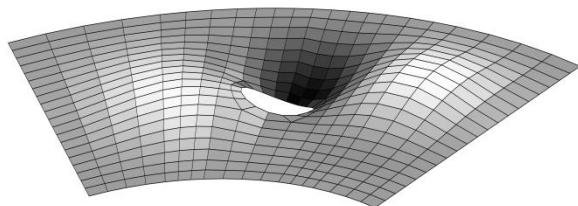
شکل (۴-۲۷) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.125[m]$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دمای یکنواخت $0/3884$ دچار کمانش با شکل مد (۱،۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا $0/5551$ ، $0/7369$ و $0/8493$ به ترتیب می‌توان شکل مد (۱،۲)، (۲،۱) و (۱،۳) را مشاهده نمود.



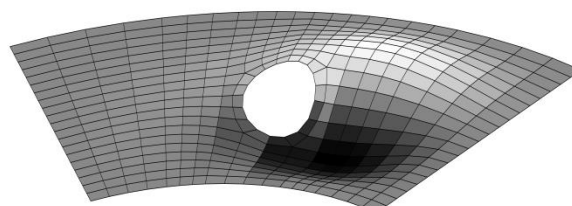
ب) مد (۱،۲)



الف) مد (۱،۱)



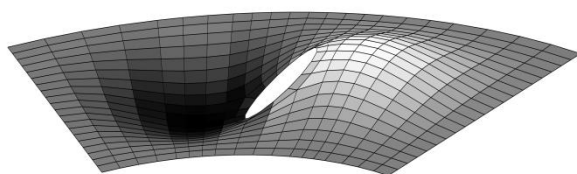
د) مد (۱،۳)



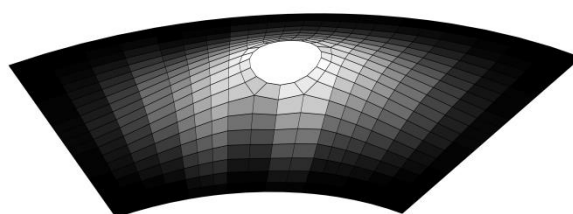
ج) مد (۲،۱)

شکل (۴-۲۷) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.125[m]$

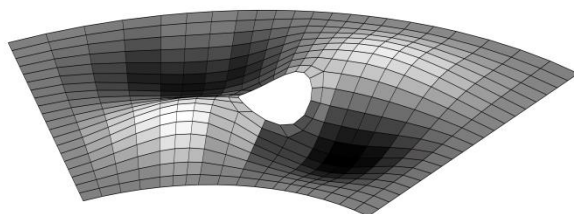
شکل (۴-۲۸) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.125[m]$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دمای یکنواخت 0.4069 قطاع دچار کمانش با شکل مد (۱،۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا 0.5225 ، 0.1120 و 0.1645 به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱،۲)، (۲،۱) و (۲،۲) را مشاهده نمود.



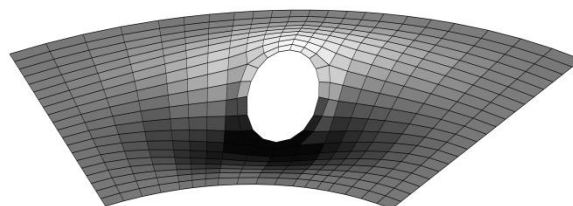
(ب) مد (۱،۲)



(الف) مد (۱،۱)



(د) مد (۲،۲)



(ج) مد (۲،۱)

شکل (۴-۲۸) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.125[m]$

برای قطاع تک سوراخ‌دار تحت افزایش دمای یکنواخت با ابعاد $h=0.02[m]$ و $\beta=60^0$ سه شکل اول مد کمانش حرارتی به ترتیب برابر با: (۱,۱)، (۲,۱) و (۱,۲) خواهد بود ولی شکل مد چهارم به راستای هدفمندی بستگی دارد، طوری که ممکن است (۱,۳) یا (۲,۲) باشد. همانند حالات قبل، شکل مد کمانش مکانیکی برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی، موج به وجه فلزی متمایل است، که دلیل آن استحکام کمتر وجه فلزی نسبت به وجه سرامیکی است.

ایجاد یک سوراخ در قطاع باعث شده تا ورق قطاعی به دو زیر ورق تجزیه شود که هر زیر ورق شکل مد مخصوص خود را دارد.

۴-۳-۲-۳- نتایج کمانش حرارتی قطاع دو سوراخ‌دار

در تحلیل کمانش حرارتی قطاع دو سوراخ‌دار، قطر سوراخ‌ها برابر با $(a-b)/4=0.125[m]$ فرض شده است.

جدول‌های (۴-۲۶) و (۴-۲۷) نتایج افزایش دمای بحرانی قطاع سوراخ‌دار با دو سوراخ متقارن می‌باشد. مشابه قطاع تک سوراخ، با افزایش ضخامت یا کاهش زاویه، استحکام کمانش حرارتی قطاع را بالا می‌برد. از مقایسه‌ی نتایج می‌توان پی برد که، ایجاد دو سوراخ در ورق قطاعی، باعث افزایش بار حرارتی منجر به کمانش می‌شود.

جدول (۴-۲۶) افزایش دمای بحرانی قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت $0.02[m]$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	
0.6483	0.6713	0.6483	0.6713	0.6483	0.6713	0
0.4610	0.4741	0.4499	0.4673	0.4571	0.4745	0.5
0.4052	0.4172	0.3790	0.3970	0.4020	0.4164	1
0.3472	0.3600	0.3059	0.3237	0.3419	0.3545	3
0.2819	0.2919	0.2819	0.2919	0.2819	0.2919	∞

جدول (۴-۲۷) افزایش دمای بحرانی قطاع دو سوراخ‌دار با ضخامت 0.05[m] و قطر سوراخ‌های 0.125[m]

هدفمند عرضی		هدفمند محیطی		هدفمند شعاعی		توان توزیع خواص
$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	$\beta=90^0$	$\beta=60^0$	
2.6314	2.7966	2.6314	2.7966	2.6314	2.7966	0
1.8542	1.9522	1.7374	1.9426	1.8449	1.9636	0.5
1.6288	1.7212	1.4637	1.6493	1.6251	1.7227	1
1.4127	1.5134	1.2119	1.3461	1.3938	1.4728	3
1.1441	1.2159	1.1441	1.2159	1.1441	1.2159	∞

شکل (۴-۲۹) نتایج کمانش حرارتی قطاع دو سوراخ‌دار را صورت شماتیک نشان می‌دهد. افزایش

توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند، استحکام کمانش حرارتی را کاهش می‌دهد.

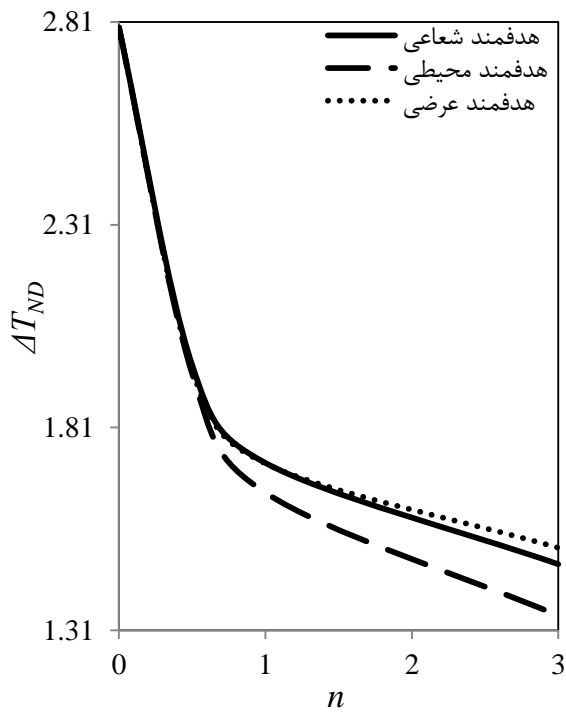
ایجاد دو سوراخ برخلاف حالت تک سوراخ، باعث بهبود رفتار کمانش حرارتی قطاع می‌شود که علت

آن شرایط مرزی گیردار می‌باشد. که هر چه ابعاد سوراخ بزرگ‌تر شود، افزایش دمای زیادی برای کمانش

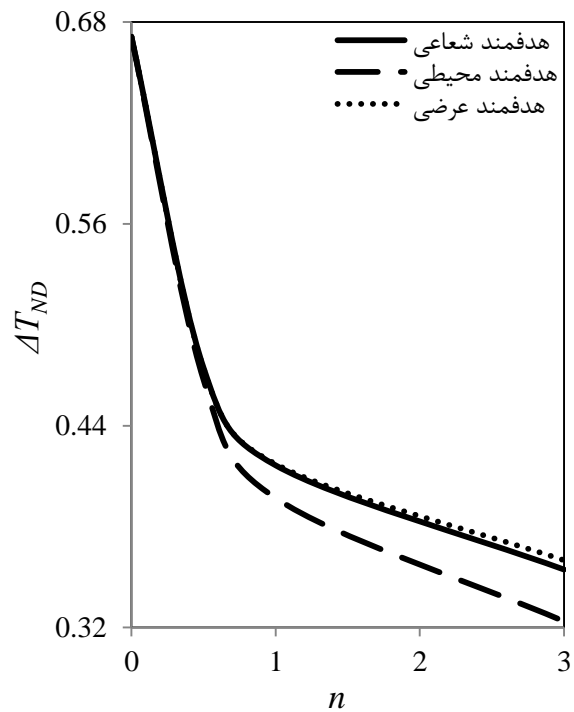
قطاع نیاز است.

دو برابر کردن ضخامت قطاع، باعث می‌شود تا افزایش دمای مورد نیاز برای کمانش، بیش از دو برابر

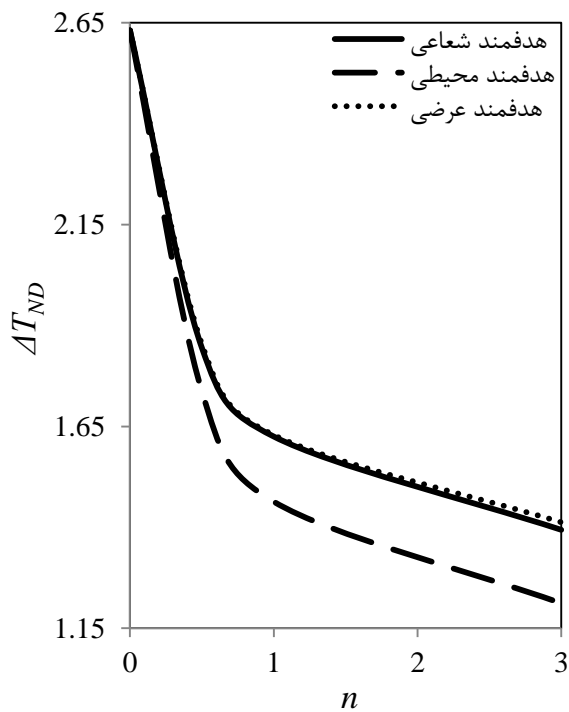
شود.



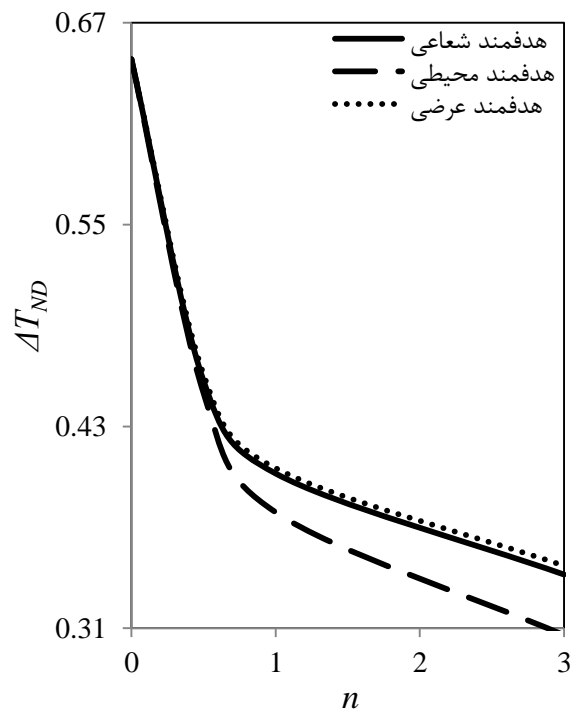
β=60° h=0.05[m] (ب)



β=60° h=0.02[m] (الف)



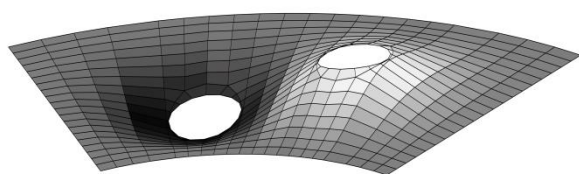
β=90° h=0.05[m] (د)



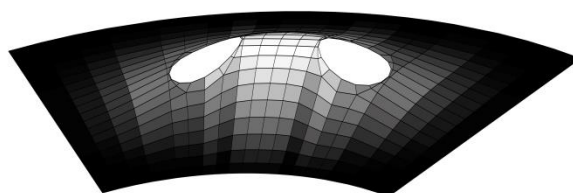
β=90° h=0.02[m] (ج)

شکل (۴-۲۹) افزایش دمای بحرانی قطاع دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های 0.125[m]

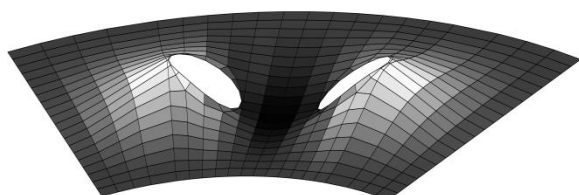
شکل (۳۰-۴) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دماییکنواخت 0.4164 دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا 0.5479 ، 0.8255 و 0.8975 به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۱,۳) را مشاهده نمود.



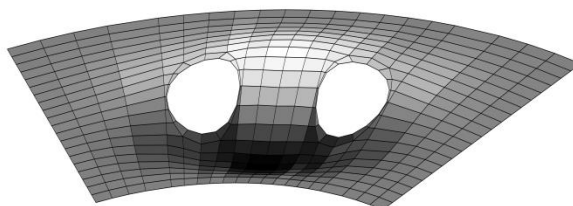
الف) مد (۱,۱)



ب) مد (۱,۲)



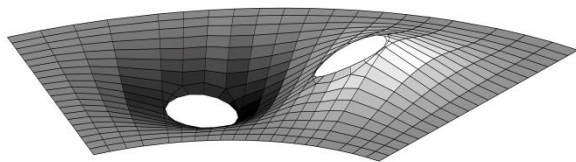
ج) مد (۲,۱)



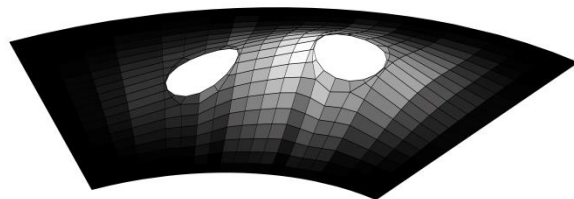
د) مد (۱,۳)

شکل (۳۰-۴) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$

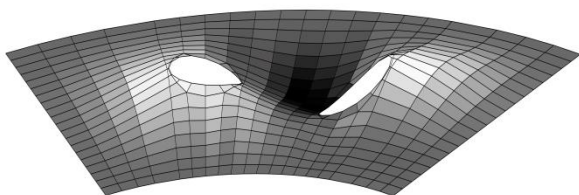
شکل (۳۱-۴) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دمای یکنواخت $0/3970$ دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا $0/5491$ ، $0/7817$ و $0/8642$ به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۱,۳) را مشاهده نمود.



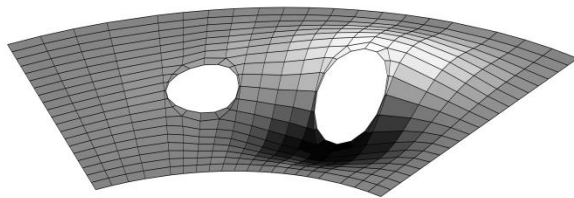
ب) مد (۱,۲)



الف) مد (۱,۱)



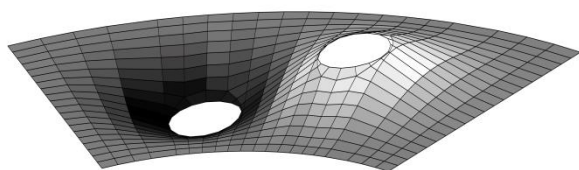
د) مد (۱,۳)



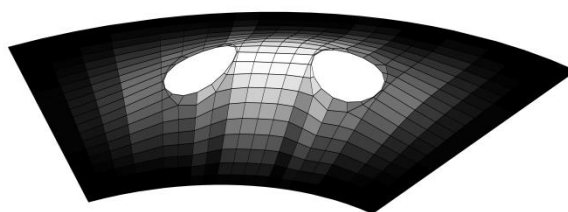
ج) مد (۲,۱)

شکل (۳۱-۴) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$

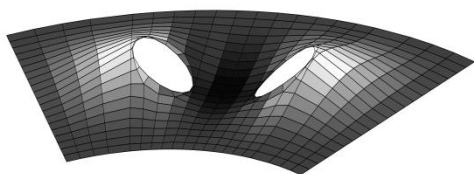
شکل (۳۲-۴) چهار شکل اول مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.02[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$ را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای افزایش دمای یکنواخت 0.4172 دچار کمانش با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش یکنواخت دما تا 0.5523 ، 0.8426 و 0.8924 به‌ترتیب می‌توان شکل مد (۱,۲)، (۲,۱) و (۱,۳) را مشاهده نمود.



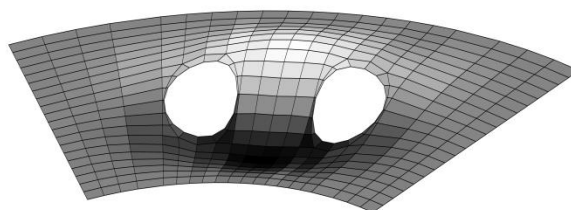
(ب) مد (۱,۲)



(الف) مد (۱,۱)



(د) مد (۱,۳)



(ج) مد (۲,۱)

شکل (۳۲-۴) مد کمانش حرارتی قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.125[m]$

با توجه به شکل مدهای ارائه شده، برای قطاع بدون سوراخ، تک سوراخ یا دو سوراخ دار، تحت افزایش دمای یکنواخت با ابعاد $h=0.02[m]$ و $\beta=60^\circ$ سه شکل اول مد کمانش حرارتی به ترتیب برابر با: (۱,۱)، (۲,۱) و (۱,۲) خواهد بود ولی شکل مد چهارم به راستای هدفمندی بستگی دارد، طوری که ممکن است (۳,۲) یا (۲,۲) باشد. همچنین شکل مد کمانش مکانیکی برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی، موج به وجه فلزی متمایل است، که دلیل آن استحکام کمتر وجه فلزی نسبت به وجه سرامیکی است. ایجاد دو سوراخ در قطاع باعث شده تا ورق قطاعی به سه زیر ورق تجزیه شود که هر زیر ورق شکل مد مخصوص خود را دارد.

۴-۴- کمانش ترمومکانیکی

۴-۴-۱- راستی آزمایی نتایج کمانش ترمومکانیکی

به دلیل این که حد بالا و پایین تحلیل کمانش ترمومکانیکی، به ترتیب مربوط به کمانش مکانیکی و حرارتی می شود، بنابراین بررسی راستی آزمایی نتایج کمانش مکانیکی و حرارتی (بخش ۴-۲-۱ و ۴-۳-۱)، درستی نتایج کمانش ترمومکانیکی را منتج خواهد شد.

۴-۴-۲- نتایج کمانش ترمومکانیکی

تحلیل کمانش ترمومکانیکی قطاع برای سه حالت، قطاع بدون سوراخ؛ قطاع تک سوراخ دار به قطر سوراخ: ۲۰٪ اختلاف شعاع داخلی و خارجی و قطاع دو سوراخ دار به قطر سوراخ‌های: ۲۰٪ اختلاف شعاع داخلی و خارجی، انجام خواهد شد. همچنین در هر حالت اثر پارامترهای گوناگون در منحنی کمانش ترمومکانیکی بررسی خواهند شد.

بحث‌های انجام شده در تحلیل کمانش مکانیکی و حرارتی قطاع، برای تحلیل ترمومکانیکی نیز صادق

است، چون حد بالا و پایین کمانش ترمومکانیکی به ترتیب مربوط به کمانش مکانیکی و حرارتی می باشد.

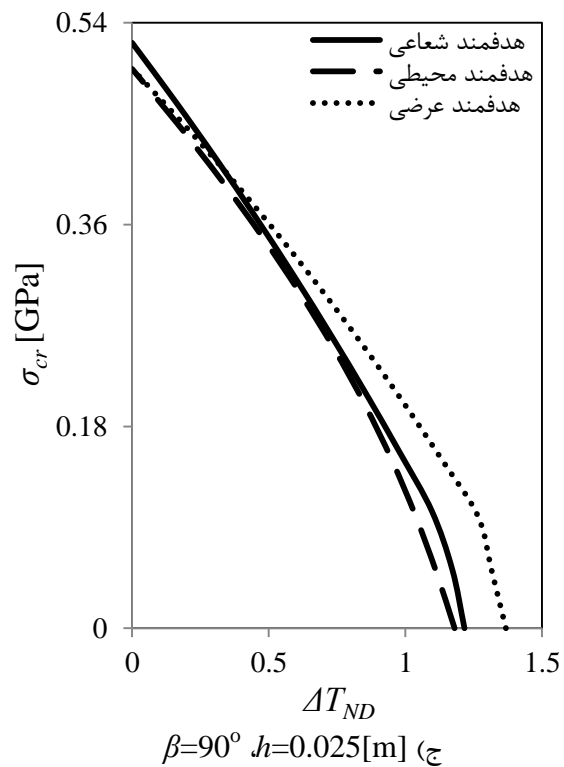
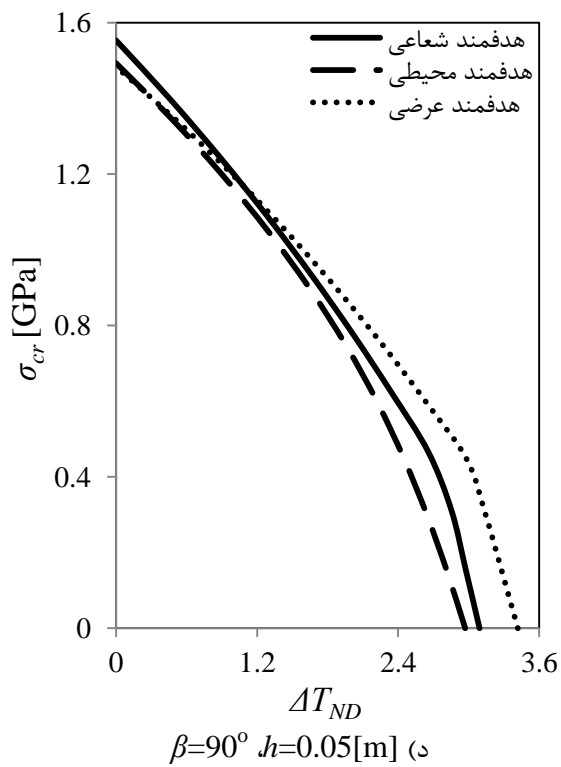
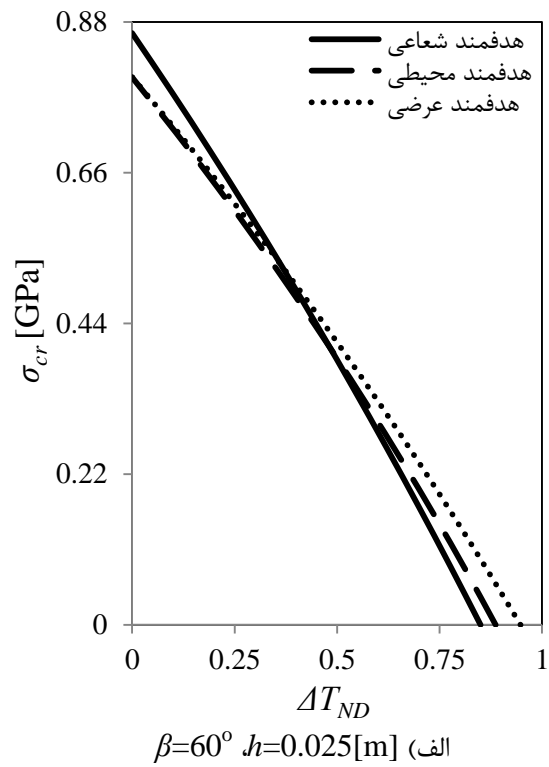
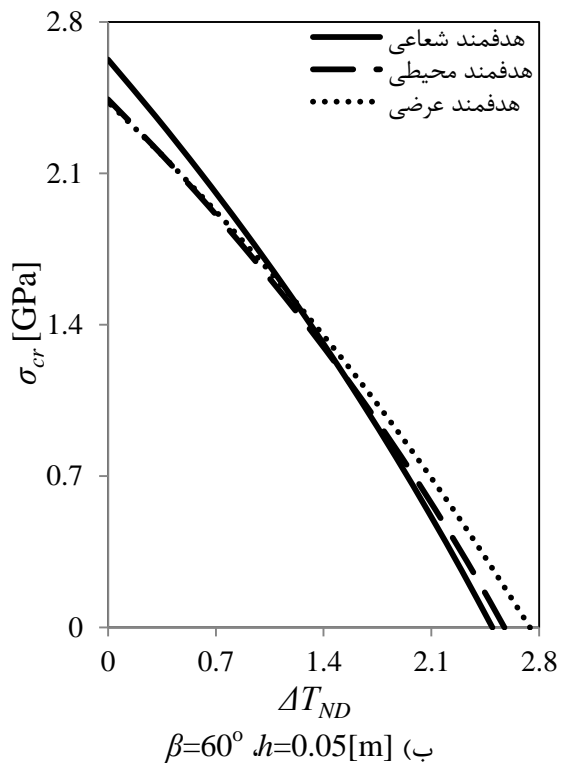
در تمامی حالات کمانش ترمومکانیکی توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند $n=1$ فرض شده است.

۴-۲-۱- نتایج کمانش ترمومکانیکی قطاع بدون سوراخ

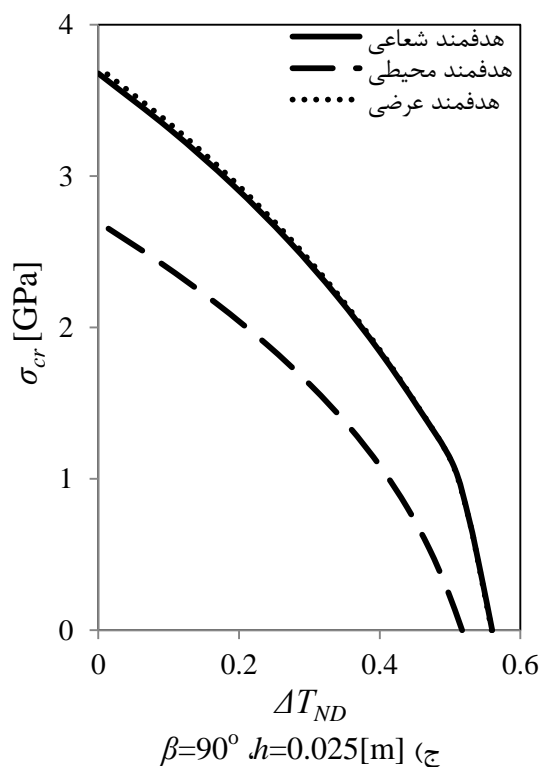
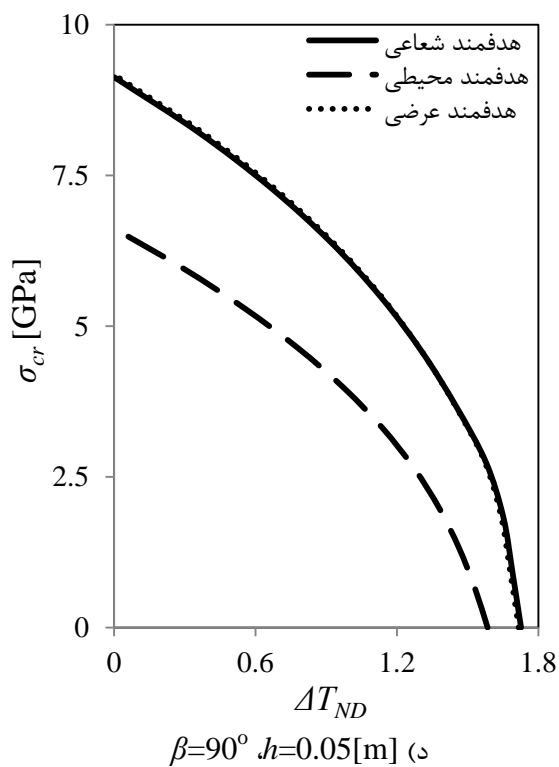
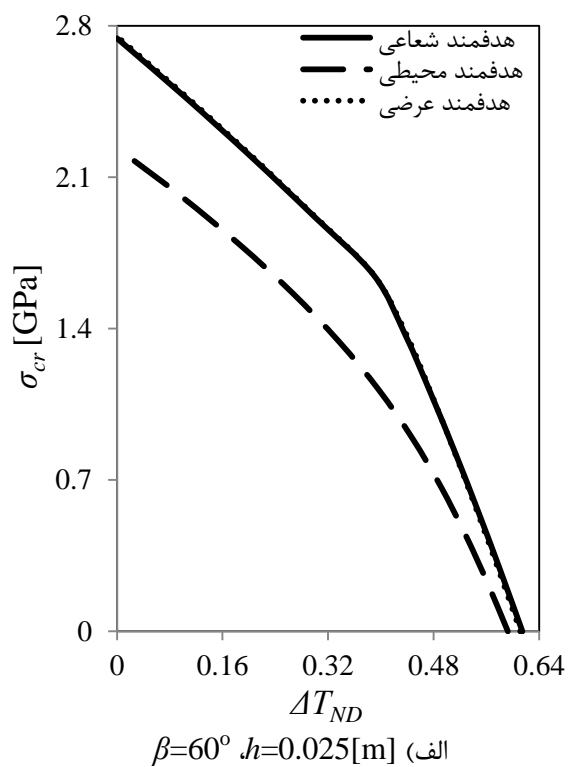
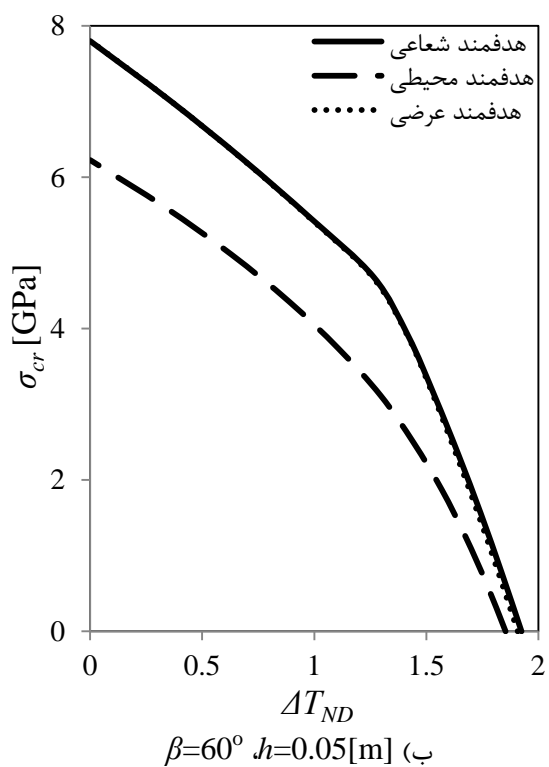
شکل (۴-۳۳) منحنی ناپایداری قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی را نشان می‌دهد. می‌توان گفت که به‌ازای ابعاد یکسان، هر چه ضخامت قطاع بزرگ‌تر باشد، حد بالا و پایین منحنی کمانش افزایش می‌یابد. هم‌چنین با دو برابر کردن ضخامت قطاع، می‌توان افزایش بیش از دو برابری حد بالا و پایین منحنی کمانش را انتظار داشت. منحنی قطاع تحت بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی را می‌توان به دو بخش تقسیم نمود. برای بخش اول منحنی کمانش (نزدیک به حد بالا)، استحکام کمانشی قطاع هدفمند شعاعی بیش‌تر از دو راستای دیگر می‌باشد. هم‌چنین استحکام قطاع هدفمند محیطی و عرضی تقریباً یکسان خواهد بود. برای بخش دوم منحنی کمانش (نزدیک به حد پایین)، بیشترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به‌ترتیب مربوط به قطاع هدفمند عرضی و محیطی است.

شکل (۴-۳۴) منحنی ناپایداری قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱) را نشان می‌دهد. در تمام منحنی کمانش قطاع هدفمند محیطی کم‌ترین و قطاع هدفمند عرضی نیز بیش‌ترین استحکام کمانشی را از خود بروز می‌دهند. حد بالای منحنی کمانش قطاع هدفمند تحت بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱) بسیار بزرگ‌تر از سایر بارگذاری‌ها است. با کاهش زاویه‌ی قطاع، حد بالای منحنی کمانش برای بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی و دومحوره افزایش یافته ولی این موضوع برای بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱) موجب کاهش حد بالای منحنی کمانش می‌شود.

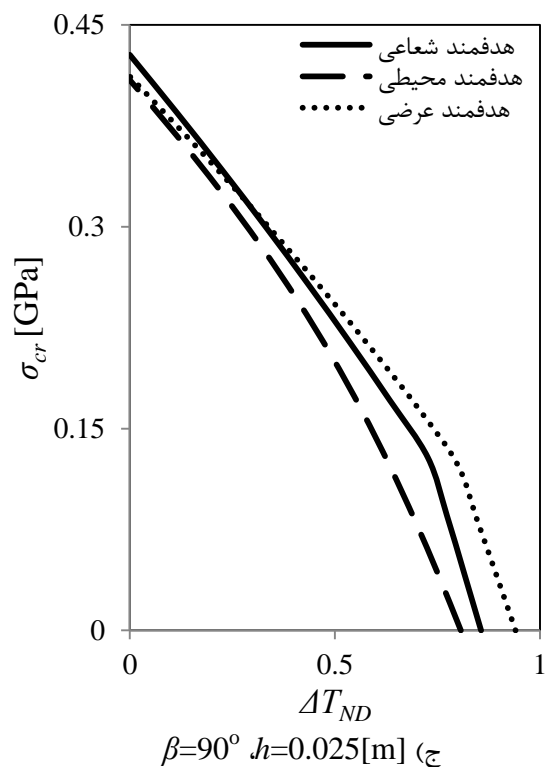
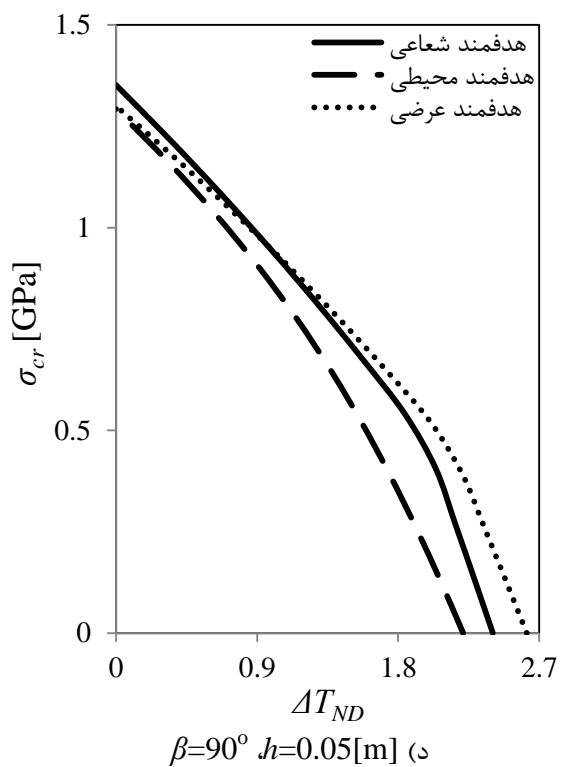
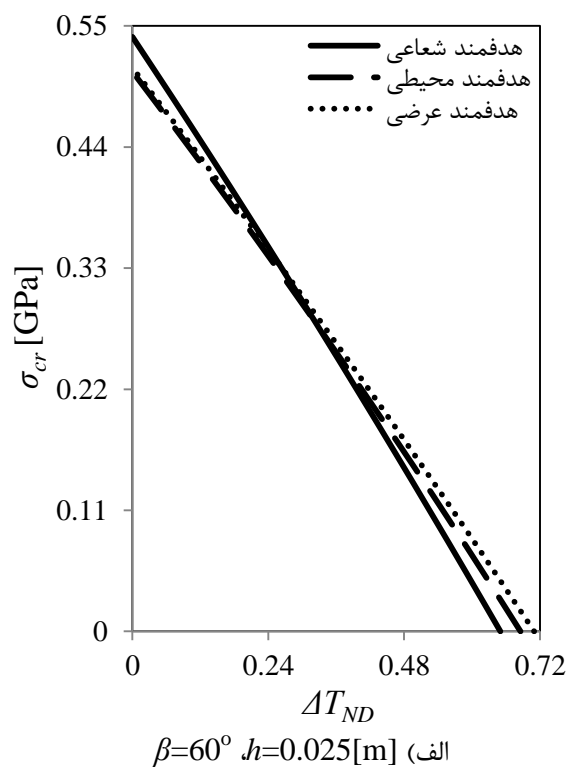
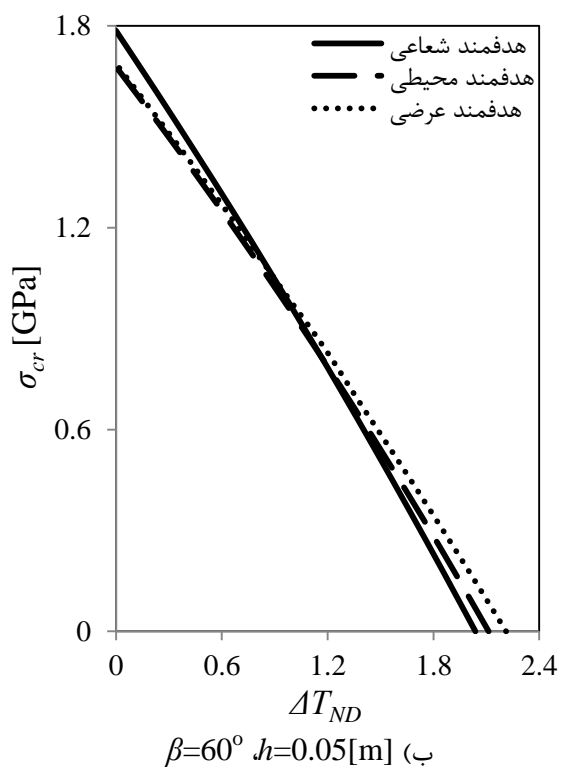
شکل (۴-۳۵) منحنی کمانش قطاع بدون سوراخ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را نشان می‌دهد. نتایج بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی برای بارگذاری دومحوره نیز صادق بوده، طوری‌که در نزدیکی حد بالا منحنی کمانش ترمومکانیکی استحکام قطاع هدفمند شعاعی مطلوب‌تر بوده، ولی در نزدیکی حد پایین استحکام قطاع هدفمند عرضی بیش‌تر خواهد بود.



شکل (۴-۳۳) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند بدون سوراخ تحت بار ترمومکانیکی شعاعی

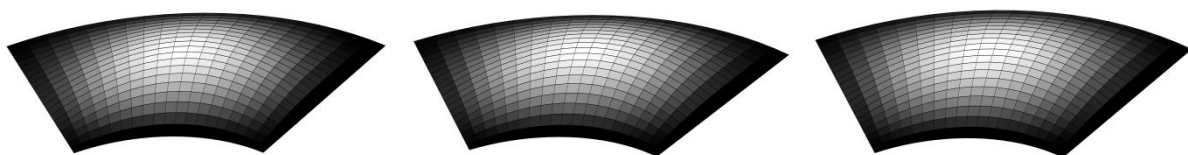


شکل (۴-۳۴) منحنی ناپایداری قطاع هدمند بدون سوراخ تحت بار ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱)



شکل (۴-۳۵) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند بدون سوراخ تحت بار ترمومکانیکی دوماحوره

شکل (۴-۳۶) شکل مد اول کمانش قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$, $\beta=60^\circ$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را برای سه نقطه از منحنی ناپایداری (حد بالا: کمانش خالص مکانیکی، حد پایین: کمانش خالص حرارتی و نقطه‌ی میانی) را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار ترمومکانیکی دومحوره‌ی $(0,0.5401[\text{GPa}])$ دچار کمانش خالص مکانیکی با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.3364,0.2700[\text{GPa}])$ می‌توان شکل مد (۱,۱) را مشاهده نمود، به‌طور مشابه با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.6501,0[\text{GPa}])$ ورق دچار کمانش خالص حرارتی با شکل مد (۱,۱) می‌شود.



ج - حد پایین
(کمانش حرارتی)

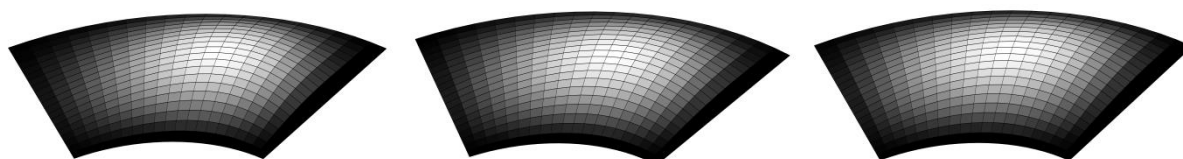
ب - نقطه‌ی میانی
(کمانش ترمومکانیکی)

الف - حد بالا
(کمانش مکانیکی)

شکل (۴-۳۶) مد کمانش قطاع هدفمند شعاعی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$, $\beta=60^\circ$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره

شکل (۴-۳۷) شکل مد اول کمانش قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$, $\beta=60^\circ$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را برای سه نقطه از منحنی ناپایداری (حد بالا: کمانش خالص مکانیکی، حد پایین: کمانش خالص حرارتی و نقطه‌ی میانی) را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار ترمومکانیکی دومحوره‌ی $(0,0.5085[\text{GPa}])$ دچار کمانش خالص مکانیکی با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.3590,0.2543[\text{GPa}])$ می‌توان

توان شکل مد (۱,۱) را مشاهده نمود، به‌طور مشابه با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا (۰.۶۸۵۷,۰[GPa]) ورق دچار کمناش خالص حرارتی با شکل مد (۱,۱) می‌شود.



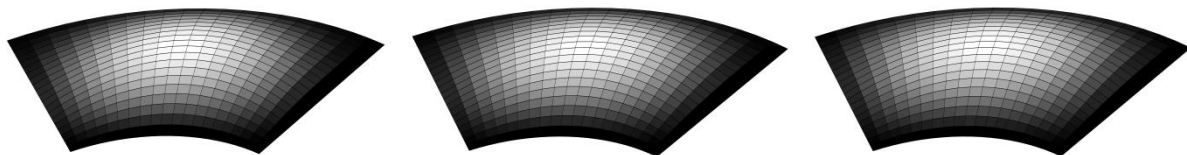
ج - حد پایین
(کمناش حرارتی)

ب - نقطه‌ی میانی
(کمناش ترمومکانیکی)

الف - حد بالا
(کمناش مکانیکی)

شکل (۳۷-۴) مد کمناش قطاع هدفمند محیطی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$, $\beta=60^\circ$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره

شکل (۳۸-۴) شکل مد اول کمناش قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$, $\beta=60^\circ$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را برای سه نقطه از منحنی ناپایداری (حد بالا: کمناش خالص مکانیکی، حد پایین: کمناش خالص حرارتی و نقطه‌ی میانی) را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار ترمومکانیکی دومحوره‌ی (۰,۰.۵۱۲۰[GPa]) دچار کمناش خالص مکانیکی با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا (۰.۳۶۷۹,۰.۲۵۶۰[GPa]) می‌-توان شکل مد (۱,۱) را مشاهده نمود، به‌طور مشابه با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا (۰.۷۰۹۸,۰[GPa]) ورق دچار کمناش خالص حرارتی با شکل مد (۱,۱) می‌شود.



ج- حد پایین
(کمانش حرارتی)

ب- نقطه‌ی میانی
(کمانش ترمومکانیکی)

الف- حد بالا
(کمانش مکانیکی)

شکل (۴-۳۸) مد کمانش قطاع هدفمند عرضی بدون سوراخ با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومیحوره

۴-۲-۲-۴- نتایج کمانش ترمومکانیکی قطاع تک سوراخ دار

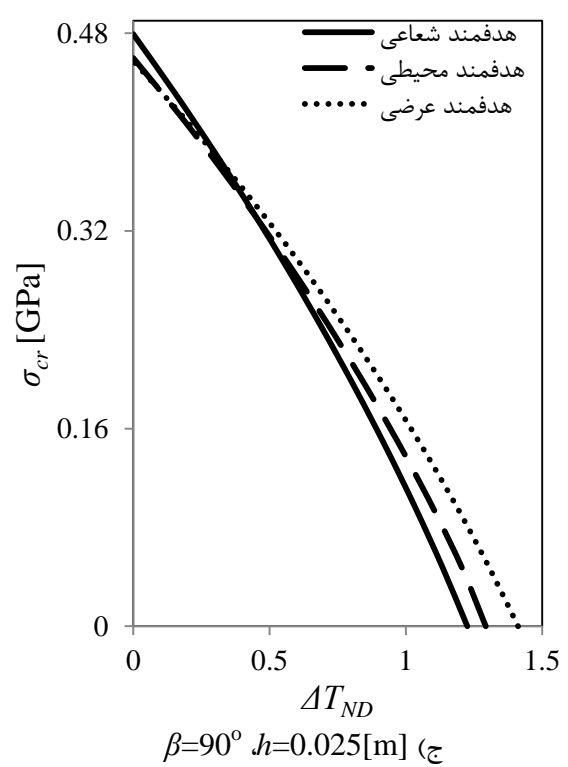
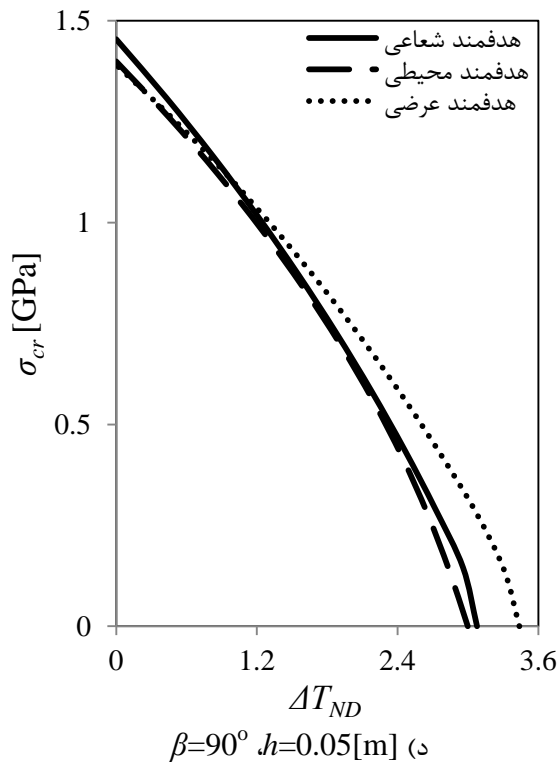
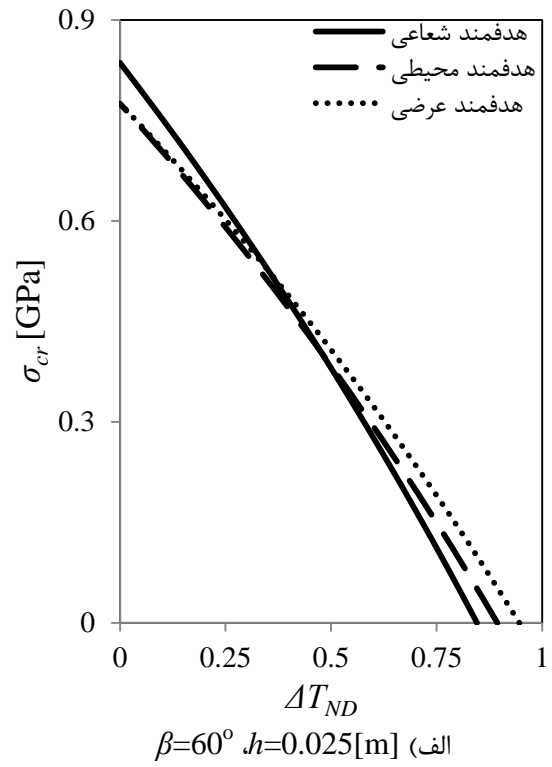
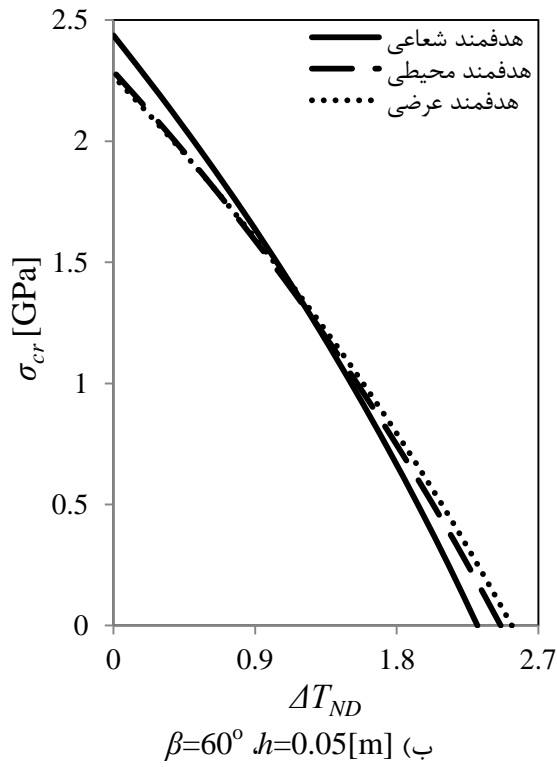
در حالت تحلیل کمانش ترمومکانیکی قطاع تک سوراخ دار، قطر سوراخ برابر با $(a-b)/5=0.1[m]$ فرض شده است.

شکل (۴-۳۹) منحنی ناپایداری قطاع با تک سوراخ دایروی مرکزی به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی را نشان می‌دهد. مشابه قطاع بدون سوراخ، می‌توان گفت که به‌ازای ابعاد یکسان، هر چه ضخامت قطاع بزرگ‌تر باشد، حد بالا و پایین منحنی کمانش افزایش می‌یابد. هر چه زاویه-ی قطاع کاهش یابد، تحت بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی، حد بالای منحنی کمانش افزایش و حد پایین کاهش می‌یابد.

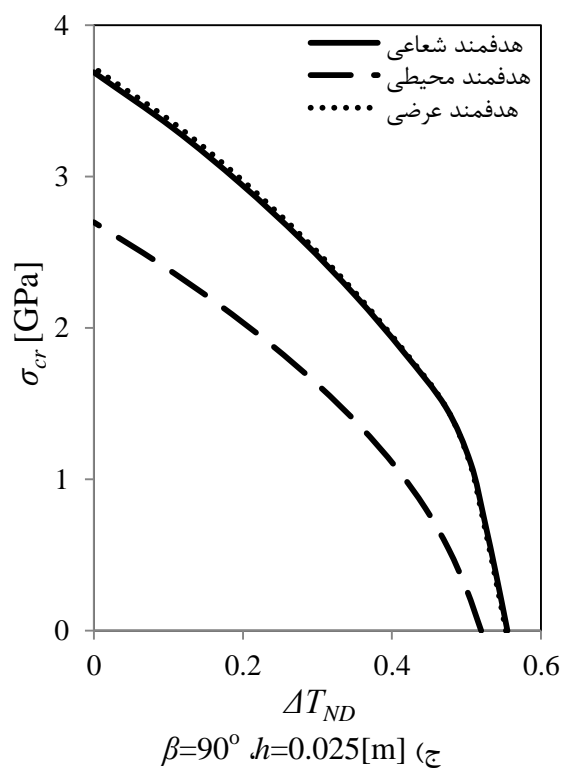
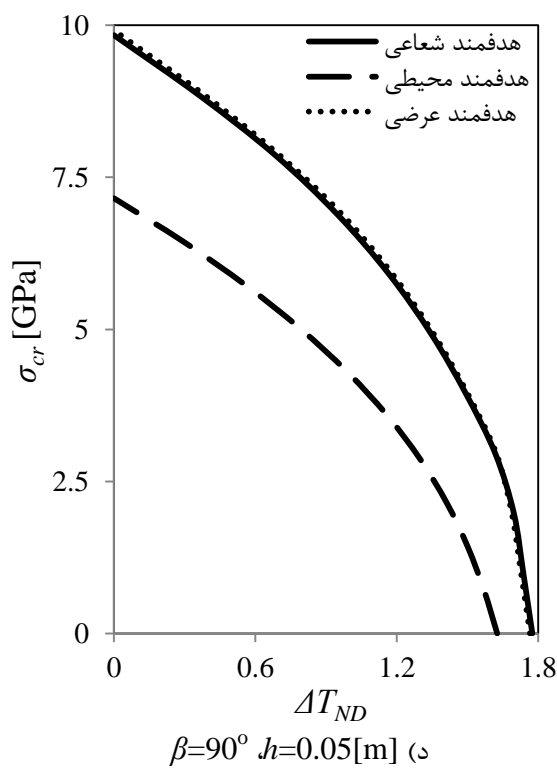
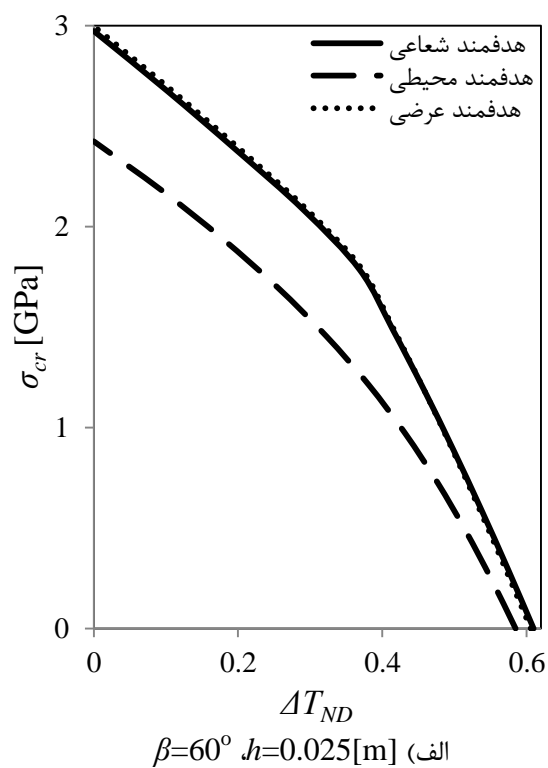
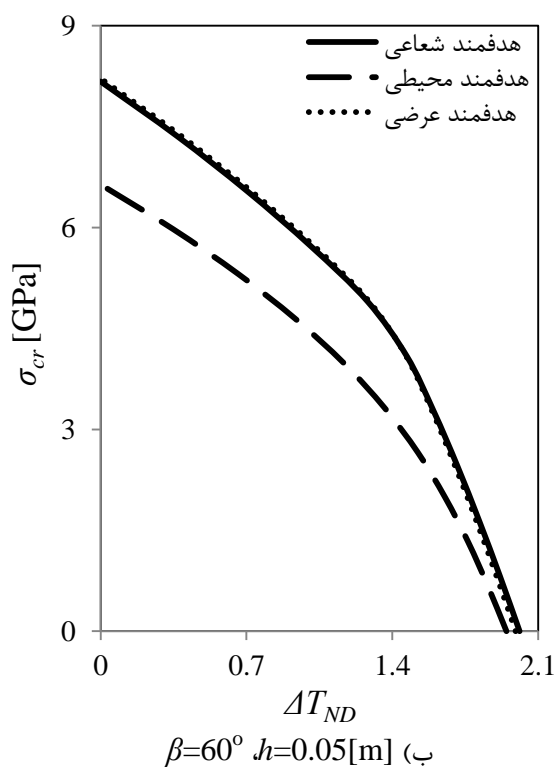
شکل (۴-۴۰) منحنی ناپایداری قطاع با تک سوراخ دایروی مرکزی به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱) را نشان می‌دهد. برای قطاع تحت بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱)، کاهش زاویه‌ی قطاع بر خلاف راستاهای بارگذاری دیگر، موجب کاهش حد بالای منحنی کمانش شده و حد پایین افزایش خواهد یافت.

شکل (۴-۴۱) منحنی ناپایداری قطاع با تک سوراخ دایروی مرکزی به قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را نشان می‌دهد. مشابه به بحث‌های گفته شده در مورد بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی، برای بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره نیز کاهش زاویه‌ی قطاع، حد بالای منحنی کمانش را افزایش ولی حد پایین کاهش می‌یابد.

وجود سوراخ باعث شده تا حد بالای منحنی کمانش قطاع تحت بارگذاری ترمومکانیکی دو محوری افزایش یابد ولی در کل ایجاد سوراخ در قطاع، باعث کاهش حد بالای منحنی کمانش در اثر بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی و دومحوره می‌شود. با افزایش زاویه‌ی قطاع شیب نمودار در نزدیکی حد پایین منحنی کمانش ترمومکانیکی بیش‌تر خواهد بود.

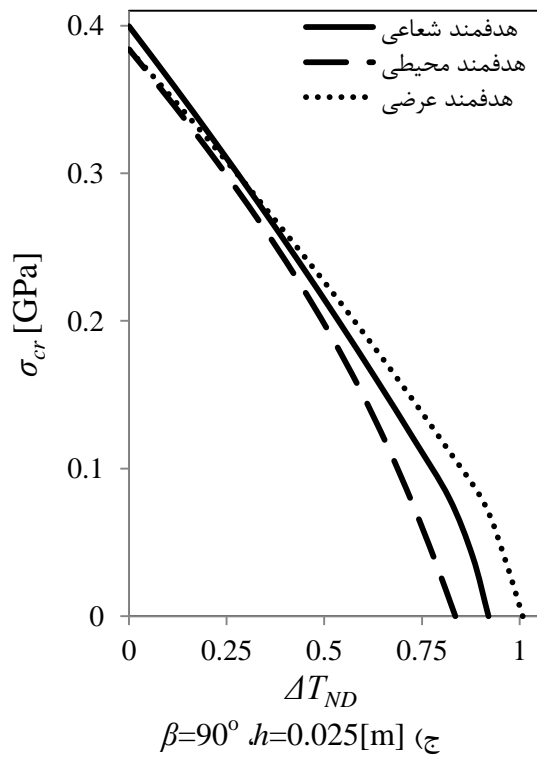
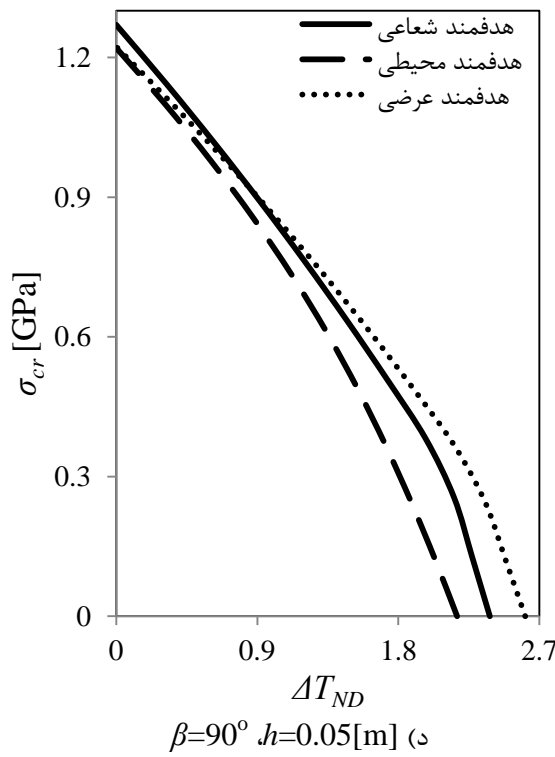
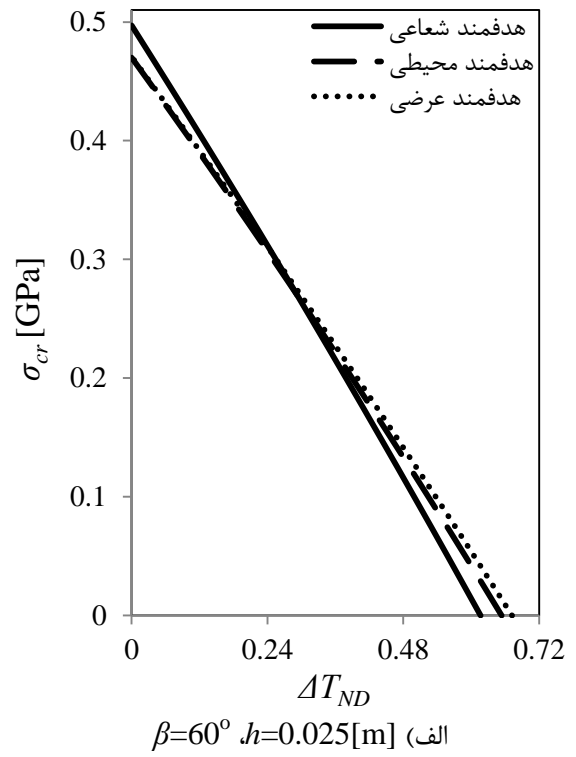
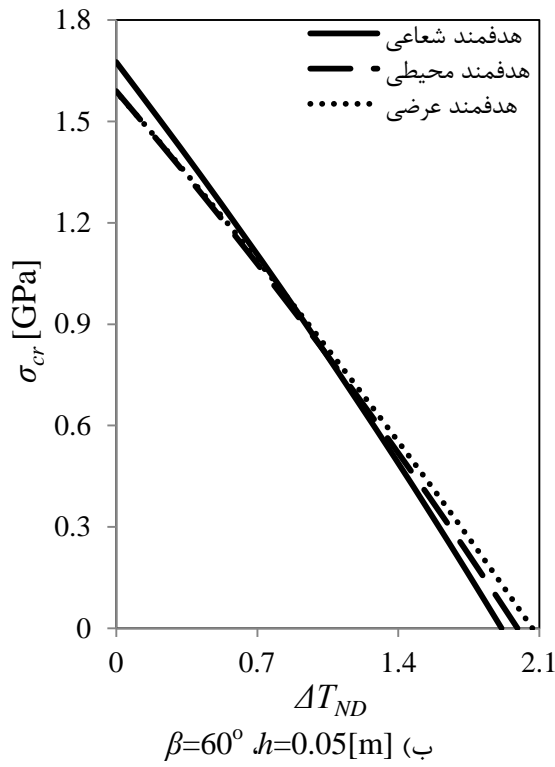


شکل (۴-۳۹) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند تک سوراخ‌دار به قطر سوراخ 0.1[m] تحت بار ترمومکانیکی شعاعی



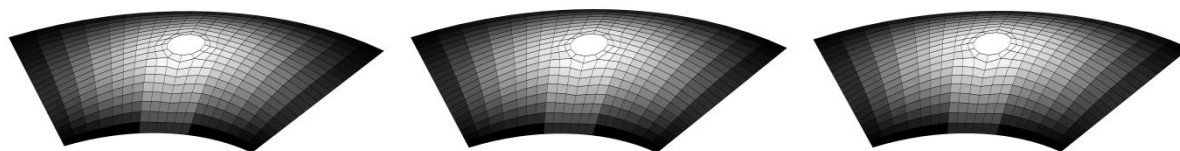
شکل (۴-۴) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند تک سوراخ دار به قطر سوراخ 0.1[m] تحت بار ترمومکانیکی محیطی

(نوع ۱)



شکل (۴-۴۱) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند تک سوراخ دار به قطر سوراخ 0.1[m] تحت بار ترمومکانیکی دوماحوره

شکل (۴-۴۲) شکل مد اول کمانش قطاع هدمند شعاعی ($n=1$) تک سوراخ دار مرکزی با ابعاد $h=0.025[m]$ و $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره را برای سه نقطه از منحنی ناپایداری را نشان می دهد. ورق مذکور، به ازای اعمال بار ترمومکانیکی دوماحوره ی $(0,0.4970[GPa])$ دچار کمانش مکانیکی با شکل مد $(1,1)$ شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.3191,0.2485[GPa])$ می توان شکل مد $(1,1)$ را مشاهده نمود، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.6166,0[GPa])$ ورق دچار کمانش حرارتی با شکل مد $(1,1)$ می شود.



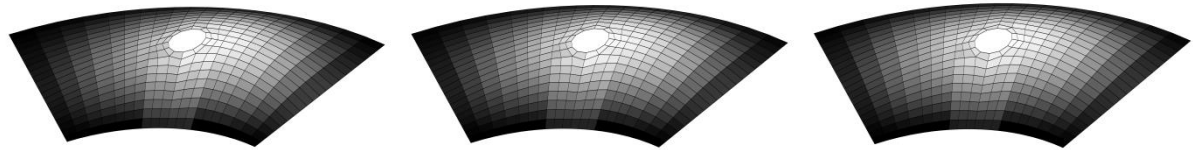
ج- حد پایین
(کمانش حرارتی)

ب- نقطه ی میانی
(کمانش ترمومکانیکی)

الف- حد بالا
(کمانش مکانیکی)

شکل (۴-۴۲) مد کمانش قطاع هدمند شعاعی تک سوراخ دار با ابعاد $h=0.025[m]$ و $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره

شکل (۴-۴۳) شکل مد اول کمانش قطاع هدمند محیطی ($n=1$) تک سوراخ دار مرکزی با ابعاد $h=0.025[m]$ و $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره را برای سه نقطه از منحنی ناپایداری را نشان می دهد. ورق به ازای اعمال بار ترمومکانیکی دوماحوره ی $(0,0.4500[GPa])$ دچار کمانش مکانیکی با شکل مد $(1,1)$ شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.3413,0.2350[GPa])$ می توان شکل مد $(1,1)$ را مشاهده نمود، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.6538,0[GPa])$ ورق دچار کمانش حرارتی با شکل مد $(1,1)$ می شود.



الف - حد بالا
(کمانش مکانیکی)

ب - نقطه‌ی میانی
(کمانش ترمومکانیکی)

ج - حد پایین
(کمانش حرارتی)

شکل (۴۳-۴) مد کمانش قطاع هدفمند محیطی تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره

شکل (۴۴-۴) مد اول کمانش قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) تک سوراخ‌دار مرکزی با ابعاد

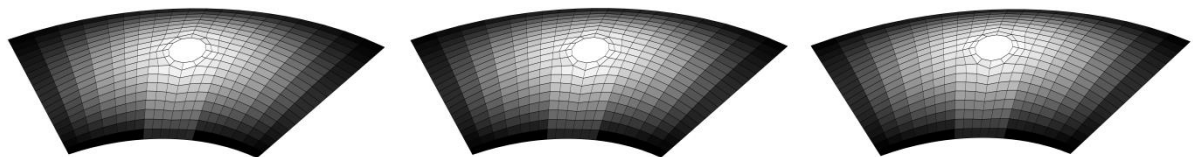
$h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را برای سه نقطه از

منحنی ناپایداری را نشان می‌دهد. ورق به‌ازای اعمال بار ترمومکانیکی دومحوره‌ی $(0,0.4707[GPa])$

دچار کمانش مکانیکی با شکل مد (۱,۱) شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا

$(0.2809,0.2353[GPa])$ می‌توان شکل مد (۱,۱) را مشاهده نمود، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار

مکانیکی تا $(0.6722,0[GPa])$ ورق دچار کمانش حرارتی با شکل مد (۱,۱) می‌شود.



الف - حد بالا
(کمانش مکانیکی)

ب - نقطه‌ی میانی
(کمانش ترمومکانیکی)

ج - حد پایین
(کمانش حرارتی)

شکل (۴۴-۴) مد کمانش قطاع هدفمند عرضی تک سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره

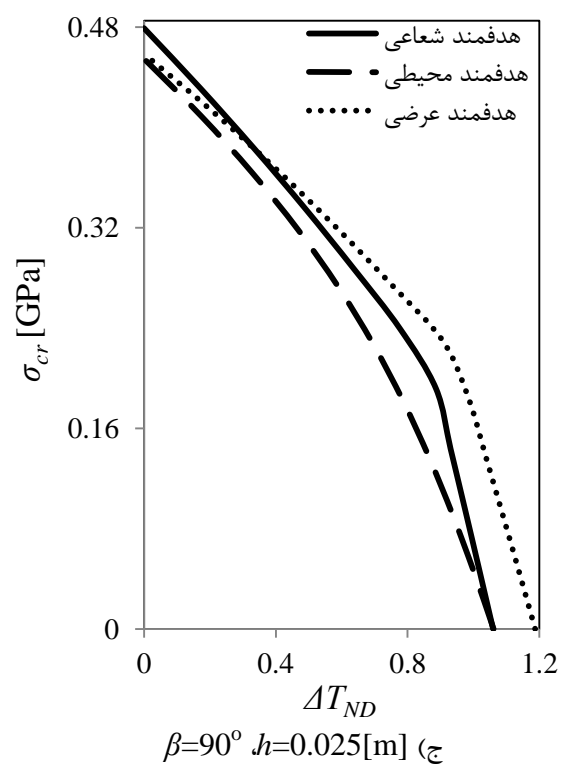
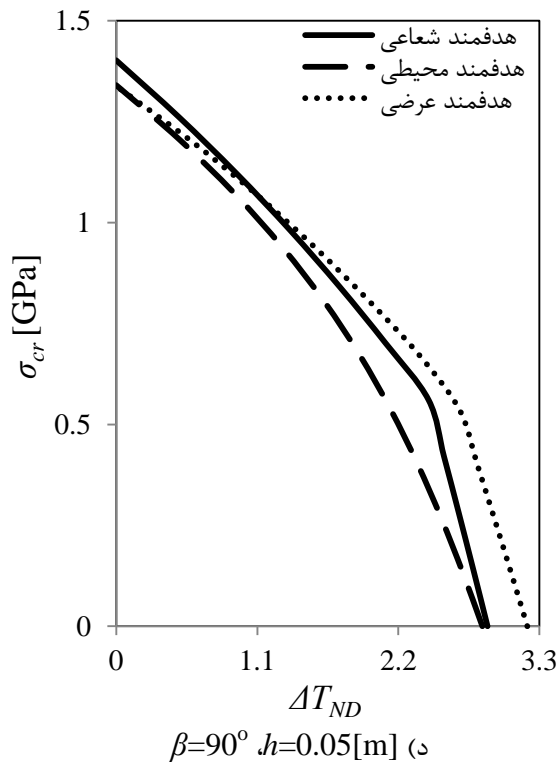
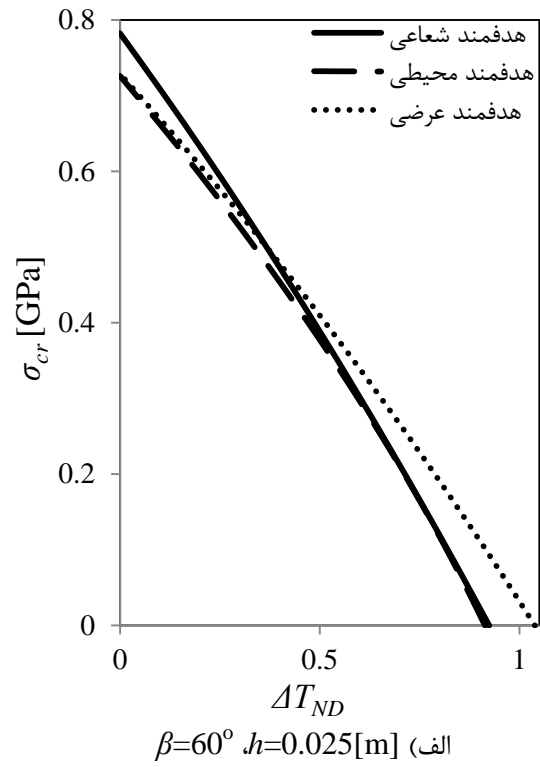
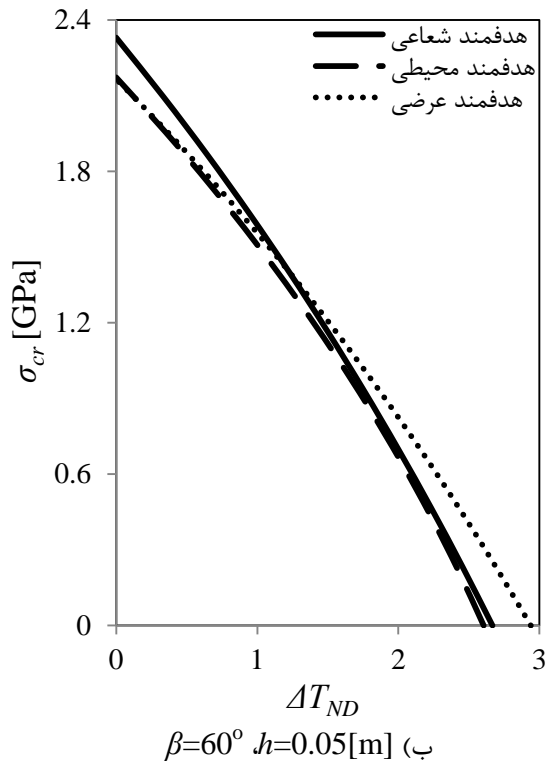
۴-۲-۳- نتایج کمانش ترمومکانیکی قطاع دو سوراخ دار

در حالت تحلیل کمانش ترمومکانیکی قطاع دو سوراخ دار، قطر سوراخ‌ها برابر با $(a-b)/5=0.1[m]$ فرض شده است.

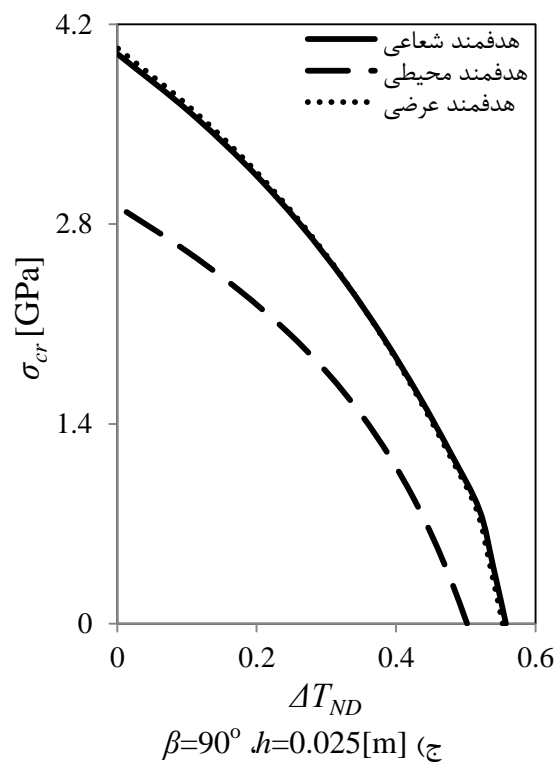
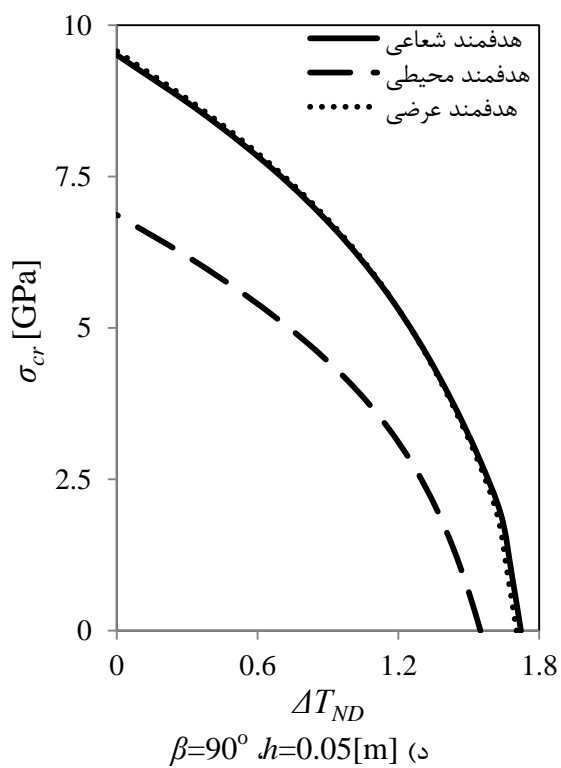
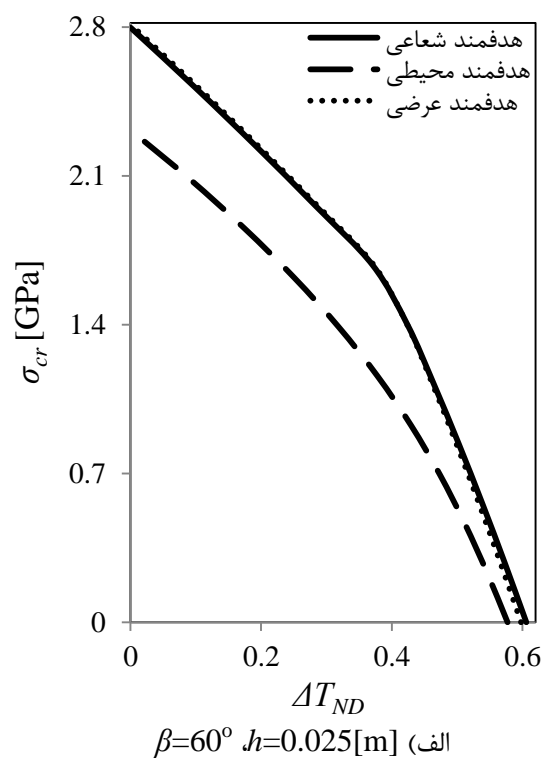
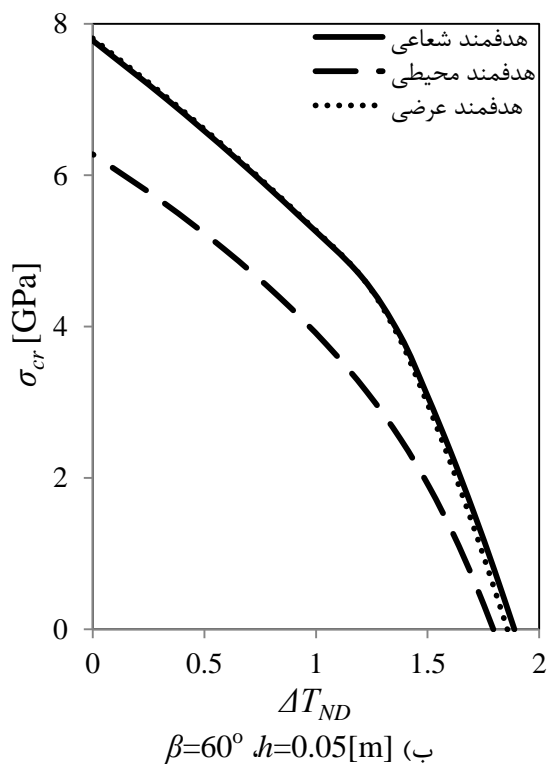
شکل (۴-۴۵) منحنی ناپایداری قطاع با دو سوراخ دایروی متقارن به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی را نشان می‌دهد. ایجاد دو سوراخ در قیاس با تک سوراخ دایروی، تحت بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی موجب کاهش حد بالای منحنی کمانش شده هم‌چنین حد پایین برای قطاع با زوایای کوچک نیز افزایش می‌یابد ولی برای قطاع با زوایای بزرگ، حد پایین در حالت دو سوراخ، کوچک‌تر از تک سوراخ دایروی می‌باشد.

شکل (۴-۴۶) منحنی ناپایداری قطاع با دو سوراخ دایروی متقارن به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱) را نشان می‌دهد. از نمودارها مشابه نمودارهای قبل برمی‌آید که، تحت بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱) در تمام منحنی کمانش قطاع هدفمند محیطی کم‌ترین و قطاع هدفمند عرضی نیز بیش‌ترین استحکام کمانشی را از خود بروز می‌دهند. ایجاد دو سوراخ در قیاس با تک سوراخ دایروی باعث شده که حد بالا و پایین منحنی کمانش تحت بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱)، کاهش یابد.

شکل (۴-۴۷) منحنی ناپایداری قطاع با دو سوراخ دایروی به قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را نشان می‌دهد. برای بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره، بحث انجام شده در مورد بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی صادق است.

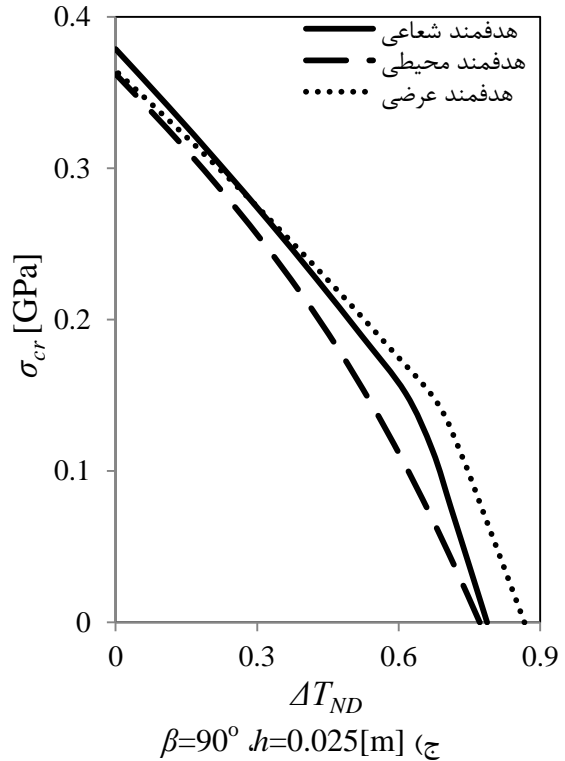
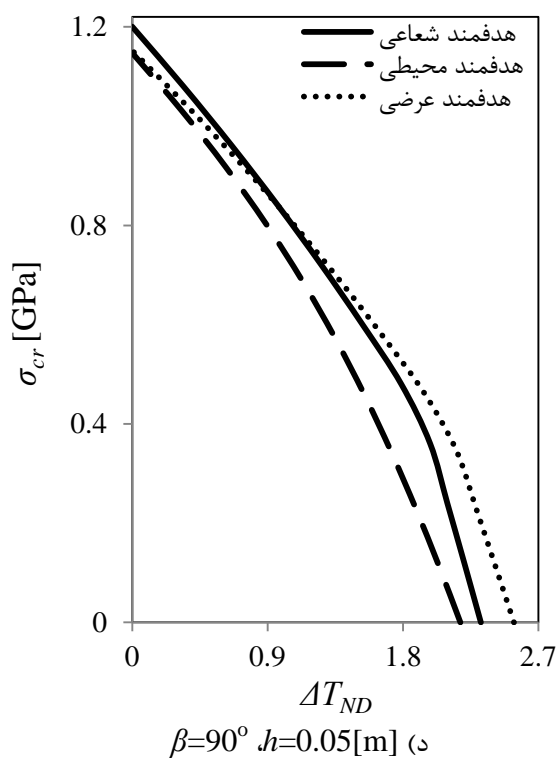
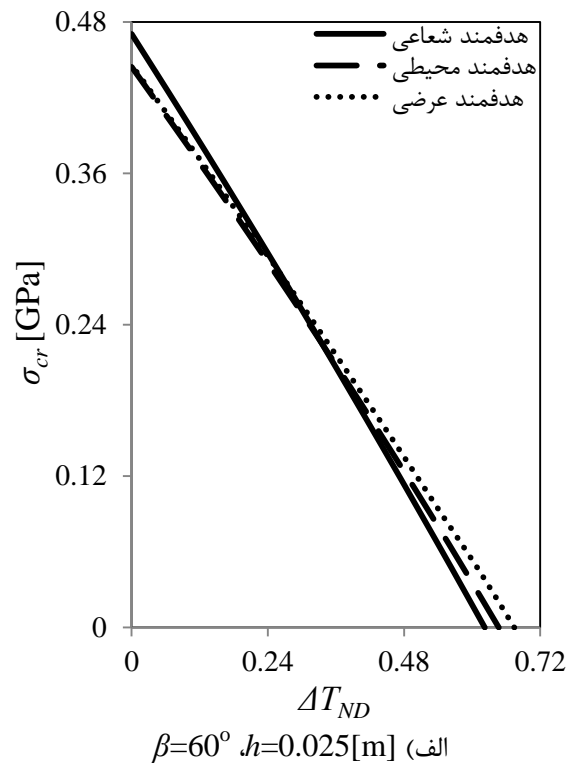
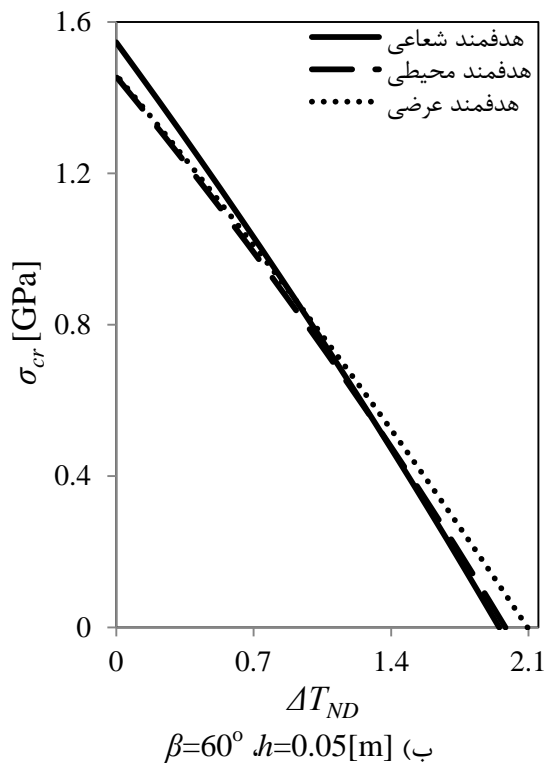


شکل (۴-۴۵) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های 0.1 [m] تحت بار ترمومکانیکی شعاعی



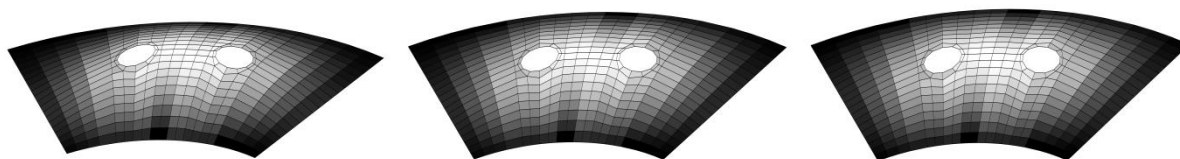
شکل (۴-۴۶) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های 0.1 [m] تحت بار ترمومکانیکی محیطی

(نوع ۱)



شکل (۴-۴۷) منحنی ناپایداری قطاع هدفمند دو سوراخ‌دار به قطر سوراخ‌های 0.1 [m] تحت بار ترمومکانیکی دوماحوره

شکل (۴-۴۸) شکل مد اول کمانش قطاع هدفمند شعاعی ($n=1$) دو سوراخدار متقارن با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را برای سه نقطه از منحنی ناپایداری را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار ترمومکانیکی دومحوره‌ی $(0,0.4706[GPa])$ دچار کمانش خالص مکانیکی با شکل مد $(1,1)$ شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.3219,0.2353[GPa])$ می‌توان شکل مد $(1,1)$ را مشاهده نمود، به‌طور مشابه با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.6223,0[GPa])$ ورق دچار کمانش خالص حرارتی با شکل مد $(1,1)$ می‌شود.



ج - حد پایین
(کمانش حرارتی)

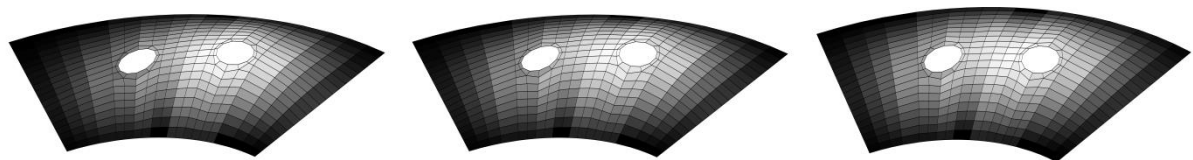
ب - نقطه‌ی میانی
(کمانش ترمومکانیکی)

الف - حد بالا
(کمانش مکانیکی)

شکل (۴-۴۸) مد کمانش قطاع هدفمند شعاعی دو سوراخدار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره

شکل (۴-۴۹) شکل مد اول کمانش قطاع هدفمند محیطی ($n=1$) دو سوراخدار متقارن با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره را برای سه نقطه از منحنی ناپایداری را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار ترمومکانیکی دومحوره‌ی $(0,0.4500[GPa])$ دچار کمانش خالص مکانیکی با شکل مد $(1,1)$ شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.3413,0.2350[GPa])$ می‌توان شکل مد $(1,1)$ را مشاهده نمود، به‌طور مشابه

با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.6538,0[\text{GPa}])$ ورق دچار کمانش خالص حرارتی با شکل مد $(1,1)$ می شود.



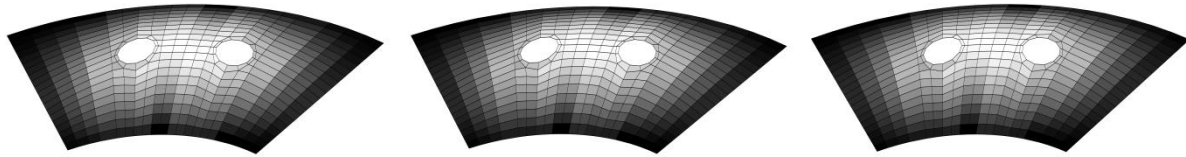
ج- حد پایین
(کمانش حرارتی)

ب- نقطه‌ی میانی
(کمانش ترمومکانیکی)

الف- حد بالا
(کمانش مکانیکی)

شکل (۴-۴۹) مد کمانش قطاع هدفمند محیطی دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[\text{m}]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[\text{m}]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره

شکل (۴-۵۰) شکل مد اول کمانش قطاع هدفمند عرضی ($n=1$) دو سوراخ‌دار متقارن با ابعاد $h=0.025[\text{m}]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[\text{m}]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دوماحوره را برای سه نقطه از منحنی ناپایداری را نشان می‌دهد. ورق مذکور، به‌ازای اعمال بار ترمومکانیکی دوماحوره‌ی $(0,0.4707[\text{GPa}])$ دچار کمانش خالص مکانیکی با شکل مد $(1,1)$ شده، با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.2809,0.2353[\text{GPa}])$ می‌توان شکل مد $(1,1)$ را مشاهده نمود، به‌طور مشابه با افزایش دمای اعمالی و کاهش بار مکانیکی تا $(0.6722,0[\text{GPa}])$ ورق دچار کمانش خالص حرارتی با شکل مد $(1,1)$ می‌شود.



الف - حد بالا
(کمانش مکانیکی)

ب - نقطه‌ی میانی
(کمانش ترمومکانیکی)

ج - حد پایین
(کمانش حرارتی)

شکل (۴-۵) مد کمانش قطاع هدفمند عرضی دو سوراخ‌دار با ابعاد $h=0.025[m]$ ، $\beta=60^\circ$ و قطر سوراخ‌های $0.1[m]$ تحت بارگذاری ترمومکانیکی دومحوره

بنابراین با توجه به شکل مدهای ارائه شده برای بارگذاری ترمومکانیکی، مشابه به کمانش خالص مکانیکی و حرارتی، شکل مد کمانش برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی موج به وجه فلزی متمایل است، که برای هر راستای هدفمندی، شکل مد اول کمانش در هر نقطه‌ای از منحنی ناپایداری برای قطاع با $\beta=60^\circ$ ، (۱,۱) خواهد بود.

فصل پنجم

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۵-۱- مقدمه

این فصل شامل دو بخش، نتیجه‌گیری و پیشنهادات می‌باشد. در بخش اول به بررسی نتایج مربوط به کمانش مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی می‌پردازیم و به‌طور اجمالی اثرات پارامترهای گوناگون از قبیل ابعاد قطاع، وجود و ابعاد سوراخ، راستا و شرایط مرزی در بارگذاری مکانیکی، راستا و توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند بر بار بحرانی کمانش را بررسی می‌نماییم. در بخش دوم، پیشنهادهایی در راستای این پایان‌نامه ارائه می‌کنیم، که انجام آن می‌تواند بر گستردگی بیش‌تر نتایج تحقیق حاضر بیافزاید.

۵-۲- نتیجه‌گیری

بعد از انجام پروژه و استخراج نتایج می‌توان نتیجه‌گیری‌ها را در چهار بخش کلی زیر بیان نمود.

۵-۲-۱- تمایز روش اجزای محدود بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته با تئوری‌های

ورق

- به‌دلیل استفاده از المان‌های سه بعدی، تغییرات عرضی در راستای ضخامت قطاع لحاظ شده است. نتایج مشخص می‌کند که جابجایی عرضی وجه بالا و پایین متفاوت بوده، در حالی که در تئوری‌های ورق چنین نیست.
- در استفاده از تئوری‌های ورق، شرایط مرزی به سطح میانی اعمال شده در حالی که در این پایان‌نامه، به‌دلیل المان بندی در راستای ضخامت، شرایط مرزی به‌طور دقیق اعمال می‌شوند.
- در استفاده از تئوری‌های ورق، محدودیت ضخامت نسبت به سایر ابعاد وجود دارد، در حالی که در کار حاضر، به‌دلیل استفاده از تئوری الاستیسیته سه بعدی، محدودیتی برای ضخامت نخواهیم داشت.

- روند ارائه شده قادر به تحلیل کمانش مکانیکی و حرارتی یا ترمومکانیکی هر سازه‌ای در دستگاه مختصات استوانه‌ای می‌باشد.

۵-۲-۲- بحث در نتایج کمانش مکانیکی

- با افزایش ضخامت قطاع بار بیش‌تری برای کمانش مکانیکی نیاز است. دو برابر کردن ضخامت قطاع، افزایش بیش از دو برابری در بار کمانش مکانیکی را در پی خواهد داشت.
- هر چه زاویه‌ی قطاع کوچک‌تر باشد، قطاع تحت بارگذاری شعاعی و دوماحوره از خود استحکام بیش‌تری نشان می‌دهد، که این موضوع برای بارگذاری محیطی بالعکس بوده و کاهش زاویه‌ی قطاع، استحکام کمانش مکانیکی را کاهش خواهد داد.
- برای قطاع تحت بارگذاری محیطی، به‌علت هندسه‌ی ورق قطاعی، بار مکانیکی منجر به کمانش، بسیار بزرگ‌تر از بارگذاری شعاعی و دوماحوره می‌باشد.
- برای قطاع بدون سوراخ، استحکام کمانش مکانیکی در برابر بارگذاری شعاعی بیش‌تر از بارگذاری دوماحوره می‌باشد.
- با افزایش توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند، خواص از سرامیک به فلز میل می‌کند و چون فلز در برابر بار مکانیکی استحکام کم‌تری دارد، جابجایی‌های عرضی ورق افزایش پیدا کرده و متعاقب آن بار بحرانی کمانش کاهش می‌یابد.
- تقریباً می‌توان گفت، تحت بارگذاری شعاعی و دوماحوره، در بازه‌ی $0 < n < 1$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به‌ترتیب مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و عرضی می‌باشد. در بازه‌ی $1 < n < 2.5$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به‌ترتیب مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و محیطی است. در بازه‌ی $n > 2.5$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به‌ترتیب مربوط به قطاع هدفمند عرضی و

محیطی می‌باشد. برای قطاع هدفمند تحت بارگذاری محیطی (نوع ۲) در تمام بازه‌ی توان توزیع خواص، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به‌ترتیب مربوط به قطاع هدفمند عرضی و محیطی می‌باشد.

- با تغییر ضخامت از $0.025[m]$ به $0.05[m]$ ، تغییری در مقایسه‌ی استحکام کمانش مکانیکی راستاهای مختلف هدفمندی نسبت به یکدیگر در بازه‌های مذکور، ایجاد نمی‌شود.
- تغییر زاویه‌ی قطاع از $\beta=60^\circ$ به $\beta=90^\circ$ ، باعث می‌شود که استحکام کمانش مکانیکی راستای هدفمند عرضی به‌جای بازه‌ی $n>2.5$ در $n>2$ ، مطلوب‌ترین نتایج کمانش را در قیاس با قطاع هدفمند شعاعی و محیطی نتیجه دهد.
- تحت بارگذاری محیطی (نوع ۲)، نرخ کاهش تنش کمانش مکانیکی به افزایش توان توزیع خواص قطاع هدفمند محیطی، بسیار بیش‌تر از قطاع هدفمند شعاعی و عرضی می‌باشد، که وجود سوراخ این موضوع را تشدید می‌نماید.
- وجود سوراخ باعث می‌شود که استحکام کمانش مکانیکی قطاع در برابر بارگذاری دوماحوره به نسبت بارگذاری شعاعی بیش‌تر شود.
- وجود سوراخ در قطاع موجب کاهش استحکام کمانش مکانیکی قطاع در برابر بارگذاری شعاعی و دوماحوره شده، ولی استحکام کمانش مکانیکی تحت بارگذاری محیطی افزایش خواهد یافت.
- ایجاد دو سوراخ نسبت به تک سوراخ، استحکام کمانش مکانیکی تحت بار شعاعی و دوماحوره را کم می‌کند ولی در بارگذاری محیطی، برای $\beta=60^\circ$ ، موجب کاهش استحکام کمانش مکانیکی و برای $\beta=90^\circ$ ، ایجاد دو سوراخ موجب بهبود رفتار کمانش مکانیکی خواهد شد.
- وجود یک یا دو سوراخ ورق اصلی را به‌ترتیب به دو یا سه زیر ورق تجزیه کرده که هر یک شکل مد مختص به خود را دارد.

- برای قطاع بدون سوراخ، یک یا دو سوراخ‌دار تحت بارگذاری دوماحوره با ابعاد $h=0.025[m]$ و $\beta=60^\circ$ می‌توان انتظار داشت که چهار شکل اول مد کمانش به ترتیب برابر با: $(1,1)$ ، $(1,2)$ ، $(2,1)$ و $(2,2)$ باشد.
- شکل مد کمانش مکانیکی برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی موج به وجه فلزی متمایل است، که دلیل آن استحکام کمتر وجه فلزی نسبت به وجه سرامیکی است.

۵-۲-۳- بحث در نتایج کمانش حرارتی

- با افزایش ضخامت قطاع افزایش دمای بیش‌تری برای کمانش نیاز است. دو برابر کردن ضخامت قطاع، افزایش بیش از دو برابری را در بار کمانش حرارتی در پی خواهد داشت.
- هر چه زاویه کوچک‌تر باشد، قطاع استحکام کمانش حرارتی مطلوب‌تری خواهد داشت.
- با افزایش توان توزیع خواص در ماده‌ی هدفمند، خواص از سرامیک به فلز میل می‌کند و چون فلز در برابر حرارت استحکام کم‌تری دارد، جابجایی‌های عرضی ورق افزایش پیدا کرده و متعاقب آن بار بحرانی کمانش کاهش می‌یابد.
- برای قطاع بدون سوراخ با زاوای $\beta=60^\circ$ و $\beta=90^\circ$ و همچنین برای قطاع یک یا دو سوراخ‌دار با زاویه‌ی $\beta=60^\circ$ در بازه‌ی $0 < n < 0.75$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانش حرارتی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و محیطی بوده و در $n > 0.75$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانش حرارتی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند عرضی و محیطی می‌باشد. ولی برای قطاع یک یا دو سوراخ‌دار با زاویه‌ی $\beta=90^\circ$ در $n > 1$ بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانش حرارتی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند عرضی و محیطی خواهد بود.

- با تغییر ضخامت از $0.02[m]$ به $0.05[m]$ ، تغییری در مقایسه‌ی استحکام کمانش حرارتی راستاهای مختلف هدفمندی نسبت به یکدیگر در بازه‌های مذکور، ایجاد نمی‌شود.
- برای قطاع با $\beta=90^\circ$ نسبت به $\beta=60^\circ$ ، اختلاف استحکام کمانش حرارتی قطاع هدفمند محیطی نسبت به قطاع هدفمند شعاعی و عرضی، بیش‌تر می‌شود و نتایج نامناسب‌تری را بروز خواهد داد.
- ایجاد یک سوراخ با شرایط مرزی گیردار، صرفاً موجب بهبود رفتار کمانش حرارتی نخواهد شد ولی ایجاد دو سوراخ استحکام کمانش حرارتی را افزایش می‌دهد.
- هر چه ابعاد سوراخ یا سوراخ‌ها در قطاع بزرگ‌تر شود به‌دلیل شرایط مرزی گیردار، افزایش استحکام کمانش حرارتی را در پی خواهد داشت.
- برای قطاع بدون سوراخ، یک یا دو سوراخ‌دار تحت افزایش دمای یکنواخت و $\beta=60^\circ$ ، سه شکل اول مد کمانش به‌ترتیب برابر با: $(1,1)$ ، $(1,2)$ و $(2,1)$ می‌باشد. برای قطاع بدون سوراخ، شکل مد چهارم $(2,2)$ خواهد بود در حالی که برای قطاع سوراخ‌دار، شکل مد چهارم $(2,2)$ یا $(3,1)$ می‌باشد که به راستای هدفمندی بستگی دارد.
- شکل مد کمانش حرارتی برای قطاع هدفمند عرضی دارای تقارن بوده ولی در قطاع هدفمند شعاعی و محیطی موج به وجه فلزی متمایل است، که دلیل آن استحکام کم‌تر وجه فلزی نسبت به وجه سرامیکی است.

۵-۲-۴- بحث در نتایج کمانش ترمومکانیکی

در صورت یکسان بودن شرایط در بارگذاری‌های مکانیکی یا حرارتی با بارگذاری ترمومکانیکی، نتیجه-گیری‌های انجام شده برای کمانش مکانیکی و حرارتی، در مورد تحلیل ترمومکانیکی نیز صادق است، چون

حد بالای منحنی کمانش ترمومکانیکی همان کمانش مکانیکی و حد پایین نیز مربوط به نتایج تحلیل کمانش حرارتی می‌باشد.

- برای بارگذاری ترمومکانیکی شعاعی و دوماحوره، اگر منحنی کمانش را به دو بخش تقسیم کنیم، در بخش اول (نزدیک به حد بالا)، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و محیطی است ولی برای بخش دوم (نزدیک به حد پایین)، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند عرضی و محیطی خواهد بود. در حالی که برای بارگذاری ترمومکانیکی محیطی (نوع ۱)، در تمام منحنی کمانش، کم‌ترین استحکام کمانشی به ترتیب مربوط به قطاع هدفمند محیطی است در حالی که قطاع هدفمند شعاعی و عرضی، رفتار تقریباً مشابه را خواهند داشت.

- با تغییر ضخامت از $0.025[m]$ به $0.05[m]$ ، تغییری در مقایسه‌ی استحکام کمانشی منحنی‌های مختلف هدفمندی نسبت به یکدیگر در بازه‌های مذکور، ایجاد نمی‌شود.

- ولی با افزایش زاویه‌ی قطاع از $\beta=60^\circ$ به $\beta=90^\circ$ ، این قیاس دچار تغییر شده، طوری که در بازه‌ی $0 < n < 1$ ، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانش حرارتی مربوط به قطاع هدفمند شعاعی و محیطی می‌باشد، که با افزایش توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند، در بازه‌ی $n > 1$ ، بیش‌ترین و کم‌ترین استحکام کمانشی مربوط به قطاع هدفمند عرضی و محیطی خواهد بود.

- در نمودارهای نتایج، برخی نقاط وجود دارند که نقاط برخورد دو یا سه منحنی هدفمندی می‌باشند. در این نقاط برخورد، نتایج استحکام کمانشی مربوط به دو یا سه منحنی هدفمندی مربوطه، یکسان بوده و تفاوتی بین راستاهای هدفمندی متناظرشان وجود ندارد. نقاط شروع ($n=0$) و پایان ($n=\infty$) نمودارهای تنش کمانش مکانیکی و افزایش دمای بحرانی به توان توزیع خواص، چون برای هر سه راستای هدفمندی یک نتیجه را در اختیار قرار می‌دهد، در این دسته بندی قرار می‌گیرند.

- با توجه به نتایج استخراج شده، می‌توان پی برد که بهترین رفتار کمانشی را قطاع هدفمند عرضی و شعاعی خواهند داشت و قطاع هدفمند محیطی در اکثر موارد رفتار نامطلوبی از خود بروز می‌دهد، که این علت عدم استفاده از خواص هدفمند محیطی در تحقیقات پیشین می‌باشد.
 - برای قطاع تحت بارگذاری ترمومکانیکی با $\beta=60^\circ$ و هر راستای هدفمندی، شکل مد اول کمانش برای هر نقطه‌ای از منحنی ناپایداری، (۱,۱) خواهد بود.
- در انتها می‌توان گفت که در صورت نیاز به استفاده از ورق قطاعی با توجه به نوع بارگذاری می‌توان با انتخاب صحیح ابعاد قطاع، ابعاد و تعداد سوراخ، راستا و توان توزیع خواص ماده‌ی هدفمند، مقدار بار بحرانی منجر به کمانش را کنترل نمود.

۵-۳- پیشنهادها

در راستای این پایان‌نامه می‌توان تحقیقات دیگری نیز انجام داد، که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

- تحلیل پس‌کمانش ترمومکانیکی قطاع هدفمند یا مرکب سوراخ‌دار
- تحلیل کمانش ترمومکانیکی قطاع هدفمند یا مرکب سوراخ‌دار بر روی بستر الاستیک خطی یا غیرخطی
- تحلیل کمانش قطاع هدفمند یا مرکب سوراخ‌دار تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی غیریکنواخت
- تحلیل کمانش قطاع هدفمند یا مرکب سوراخ‌دار تحت بارگذاری همزمان مکانیکی، حرارتی و رطوبتی
- تحلیل کمانش ترمومکانیکی قطاع سوراخ‌دار از جنس مواد پیزوالکتریک یا مواد وابسته به دما
- تحلیل کمانش ترمومکانیکی ورق‌های قطاعی، پوسته‌های استوانه‌ای، مخروطی و کروی هدفمند یا مرکب با ضخامت متغیر

- [۱] عاصمی آ. ک، (۱۳۹۳)، رساله‌ی دکتری: "تحلیل پس از کمانش ورق‌های قطاعی شکل ساخته شده از مواد هدفمند روی بستر الاستیک"، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
- [2] Zhou Y. H. and Zheng X. and Harik I. E. (1995) "A Seminumerical method for buckling of sector plates" **J. of Computers & Structures**, **57**, **5**, pp 847-854.
- [3] Feldman E. and Aboudi J. (1997) "Buckling analysis of functionally graded plates subjected to uniaxial loading" **J. of Composite Structures**, **38**, **4**, pp 29-36.
- [4] Najafizadeh M. M. and Eslami M. R. (2002) "Buckling analysis of circular plates of functionally graded materials under uniform radial compression" **J. of Mechanical Sciences**, **44**, pp 2479-2493.
- [5] Javaheri R. and Eslami M. R. (2002) "Buckling of functionally graded plates under in-plane compressive loadings" **J. of Applied Mathematics and Mechanics**, **82**, pp 277-283.
- [6] Chen X. L. and Liew K. M. (2004) "Buckling of rectangular functionally graded material plates subjected to nonlinearly distributed in-plane edge loads" **J. of Smart Materials and Structures**, **13**, pp 1430-1437.
- [7] Zenkour A. M. (2005) "A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part 2-Buckling and free vibration" **J. of Solids and Structures**, **42**, pp 5243-5258.
- [8] Ma L. S. and Zhao Y. G. and Yang J. N. (2006) "Post-buckling of a functionally graded circular plate subjected to radial compression" **J. of Lanzhou University of Technology**, **32**, pp 158-161.
- [9] Najafizadeh M. M. and Heydari H. R. (2008) "An exact solution for buckling of functionally graded circular plates based on higher order shear deformation plate theory under uniform radial compression" **J. of Mechanical Sciences**, **50**, pp 603-612.
- [10] Mahdavian M. (2009) "Buckling analysis of simply-supported functionally Graded rectangular plates under non-uniform in-plane compressive loading" **J. of Solid Mechanics**, **1**, **3**, pp 213-225.
- [11] Farhatnia F. and Golshah A. (2010) "Buckling analysis of polar orthotropic circular and annular plates of uniform and linearly varying thickness with different edge conditions" **J. of Solid Mechanics**, **2**, **2**, pp 156-167.
- [12] Hosseini S. H. and Akhavan H. and Rokni H. D. T. and Daemi N. and Alibeigloo A. (2010) "Differential quadrature analysis of functionally graded circular and annular sector plates on elastic foundation" **J. of Materials and Design**, **31**, pp 1871-1880.
- [13] Jalali S. K. and Naei M. H. (2010) "Elastic buckling of moderately thick homogeneous circular plates of variable thickness" **J. of Solid Mechanics**, **2**, **1**, pp 19-27.
- [14] Alipour M. M. and Shariyat M. (2011) "Semi-analytical buckling analysis of heterogeneous variable thickness viscoelastic circular plates on elastic foundations" **J. of Mechanics Research Communications**, **38**, pp 594-601.
- [15] Naderi A. and Saidi A. R. (2011) "Exact solution for stability analysis of moderately thick functionally graded sector plates on elastic foundation" **J. of Composite Structures**, **93**, pp 629-638.

- [16] Uymaz B. and Aydogdu M. (2013) "Three dimensional mechanical buckling of FG plates with general boundary conditions" **J. of Composite Structures**, **96**, pp 174-193.
- [17] Uymaz B. and Aydogdu M. (2013) "Three dimensional shear buckling of FG plates with various boundary conditions" **J. of Composite Structures**, **96**, pp 670-682.
- [18] Asemi K. and Shariyat M. (2013) "Highly accurate nonlinear three-dimensional finite element elasticity approach for biaxial buckling of rectangular anisotropic FGM plates with general orthotropy directions" **J. of Composite Structures**, **106**, pp 235-249.
- [19] Asemi K. and Shariyat M. and Salehi M. and Ashrafi H. (2013) "A full compatible three-dimensional elasticity element for buckling analysis of FGM rectangular plates subjected to various combinations of biaxial normal and shear loads" **J. of Finite Elements in Analysis and Design**, **74**, pp 9-21.
- [20] Asemi K. and Salehi M. and Akhlaghi M. (2014) "Post-buckling analysis of FGM annular sector plates based on three dimensional elasticity graded finite elements" **J. of Non-Linear Mechanics**, **67**, pp 164-177.
- [21] Asemi K. and Salehi M. and Akhlaghi M. (2014) "Three dimensional biaxial buckling analysis of functionally graded annular sector plate fully or partially supported on Winkler elastic foundation" **J. of Aerospace Science and Technology**, **39**, pp 426-441.
- [22] Asemi K. and Salehi M. and Akhlaghi M. (2015) "Three dimensional graded finite element elasticity shear buckling analysis of FGM annular sector plates" **J. of Aerospace Science and Technology**, **43**, pp 1-13.
- [۲۳] ابوالقاسمی س. و ایپکچی ح. ر. و شریعتی م.، (۱۳۹۳) "حل تحلیلی کماتش ورق‌های مستطیلی تحت بار صفحه‌ای غیر یکنواخت به کمک تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول" **مجله‌ی مهندسی مکانیک مدرس**، شماره‌ی ۱۳، دوره‌ی ۱۴: ص ۳۷-۴۶.
- [24] Thangaratnam K. R. and Palaninathan and Ramachandran J. (1989) "Thermal buckling of composite laminated plates" **J. of Computers & Structures**, **32**, **5**, pp 1117-1124.
- [25] Javaheri R. and Eslami M. R. (2002) "Thermal buckling of functionally Ggraded plates" **J. of American Institute of Aeronautics and Astronautics**, **40**, **1**, pp 162-169.
- [26] Najafizadeh M. M. and Heydari H. R. (2004) "Thermal buckling of functionally graded circular plates based on higher order shear deformation plate theory" **J. of Mechanics A/Solids**, **23**, pp 1085-1100.
- [27] Park J. S. Kim J. H. (2006) "Thermal postbuckling and vibration analyses of functionally graded plates" **J. of Sound and Vibration**, **289**, pp 77-93.
- [28] Shariyat M. (2007) "Thermal buckling analysis of rectangular composite plates with temperature-dependent properties based on a layerwise theory" **J. of Thin-Walled Structures**, **45**, pp 439-452.
- [29] Pouladvand M. (2009) "Thermal stability of thin rectangular plates with variable thickness made of functionally graded materials" **J. of Solid Mechanics**, **1**, **3**, pp 171-189.
- [30] Saidi A. R. and Hasani A. B. (2010) "Thermal buckling analysis of moderately thick functionally graded annular sector plates" **J. of Composite Structures**, **92**, pp 1744-1752.
- [31] Zenkour A. M. and Sobhy M. (2010) "Thermal buckling of various types of FGM sandwich plates" **J. of Composite Structures**, **93**, pp 93-102.

- [32] Sepahi O. and Forouzan M. R. and Malekzadeh P. (2011) "Thermal buckling and postbuckling analysis of functionally graded annular plates with temperature-dependent material properties" **J. of Materials and Design**, **32**, pp 4030-4041.
- [33] جبارزاده م. و اسکندری جم ج. و خسروی م. (۱۳۹۱) "تحلیل کمانش حرارتی صفحات دایره‌ای ضخامت متغیر از جنس مواد تابعی" **مجله‌ی مهندسی مکانیک مدرس**، شماره‌ی ۵، دوره‌ی ۱۲: ص ۷۳-۵۹.
- [34] جبارزاده م. و باغدار م. ک. د. (۱۳۹۲) "تحلیل کمانش حرارتی ورق‌های قطاعی ساخته شده از مواد هدفمند با روش مربعات دیفرانسیلی" **مجله‌ی مهندسی مکانیک مدرس**، شماره‌ی ۲، دوره‌ی ۱۳: ص ۴۵-۳۳.
- [35] Duc N. D. and Cong P. H. (2013) "Nonlinear postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on elastic foundations using higher order shear deformation plate theory in thermal environments" **J. of Composite Structures**, **100**, pp 566-574.
- [36] Kiani Y. and Eslami M. R. (2013) "An exact solution for thermal buckling of annular FGM plates on an elastic medium" **J. of Composites Part B**, **45**, pp 101-110.
- [37] Ghiasian S. E. and Kiani Y. and Sadighi M. and Eslami M. R. (2014) "Thermal buckling of shear deformable temperature dependent circular/annular FGM plates" **J. of Mechanical Sciences**, **81**, pp 137-148.
- [38] Shaterzadeh A. R. and Abolghasemi S. and Rezaei R. (2014) "Finite element analysis of thermal buckling of rectangular laminated composite plates with circular cut-out" **J. of Thermal Stresses**, **37**, pp 604-623.
- [39] Rezaei R. and Shaterzadeh A. R. and Abolghasemi S. (2015) "Buckling analysis of rectangular functionally graded plates with an elliptic hole under thermal loads" **J. of Solid Mechanics**, **7**, **1**, pp 41-57.
- [40] Lee Y. H. and Bae S. I. and Kim J. W. (2016) "Thermal buckling behavior of functionally graded plates based on neutral surface" **J. of Composite Structures**, **137**, pp 208-214.
- [41] Ma L. S. and Wang T. J. (2003) "Nonlinear bending and post-buckling of a functionally graded circular plate under mechanical and thermal loadings" **J. of Solids and Structures**, **40**, pp 3311-3330.
- [42] Woo J. and Meguid S. A. and Stranart J. C. and Liew K. M. (2005) "Thermomechanical postbuckling analysis of moderately thick functionally graded plates and shallow shells" **J. of Mechanical Sciences**, **47**, pp 1147-1171.
- [43] Shariat B. A. S. and Eslami M. R. (2007) "Buckling of thick functionally graded plates under mechanical and thermal loads" **J. of Composite Structures**, **78**, pp 433-439.
- [44] Lee Y. Y. and Zhao X. and Reddy J. N. (2010) "Postbuckling analysis of functionally graded plates subject to compressive and thermal loads" **J. of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, **199**, pp 1645-1653.
- [45] Tung H. V. and Duc N. D. (2010) "Nonlinear analysis of stability for functionally graded plates under mechanical and thermal loads" **J. of Composite Structures**, **92**, pp 1184-1191.

- [46] Duc N. D. and Tung H. V. (2011) "Mechanical and thermal postbuckling of higher order shear deformable functionally graded plates on elastic foundations" **J. of Composite Structures**, **93**, pp 2874-2881.
- [47] Golmakani M. E. and Kadkhodayan M. (2011) "Large deflection analysis of circular and annular FGM plates under thermo-mechanical loadings with temperature-dependent properties" **J. of Composites Part B**, **42**, pp 614-625.
- [48] Fallah F. and Nosier A. (2012) "Nonlinear behavior of functionally graded circular plates with various boundary supports under asymmetric thermo-mechanical loading" **J. of Composite Structures**, **94**, pp 2834-2850.
- [49] Lal A. and Jagtap K. R. and Singh B. N. (2013) "Post buckling response of functionally graded materials plate subjected to mechanical and thermal loadings with random material properties" **J. of Applied Mathematical Modelling**, **73**, pp 2900-2920.
- [50] Abolghasemi S. and Shaterzadeh A. R. and Rezaei R. (2014) "Thermo-mechanical buckling analysis of functionally graded plates with an elliptic cutout" **J. of Aerospace Science and Technology**, **39**, pp 250-259.
- [51] Mansouri M. H. and Shariyat M. (2015) "Biaxial thermo-mechanical buckling of orthotropic auxetic FGM plates with temperature and moisture dependent material properties on elastic foundations" **J. of Composites Part B**, **83**, pp 88-104.
- [۵۲] شاطرزاده ع. ر.، (۱۳۹۴) "تحلیل کمانش ترمومکانیکی ورق‌های ساخته شده از مواد تابعی با گشودگی دایروی در مرکز" **مجله‌ی مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها**، شماره‌ی ۲، دوره ۵: ص ۹۷-۱۰۷.
- [53] Zhang D. G. and Zhou H. M. (2015) "Mechanical and thermal post-buckling analysis of FGM rectangular plates with various supported boundaries resting on nonlinear elastic foundations" **J. of Thin-Walled Structures**, **89**, pp 142-151.
- [54] Yu T. and Yin S. and Bui T. Q. and Liu C. and Wattanasakulpong N. (2017) "Buckling isogeometric analysis of functionally graded plates under combined thermal and mechanical loads" **J. of Composite Structures**, **162**, pp 54-69.
- [55] Zienkiewicz O. C. and Taylor R. L. (2000), "The Finite Element Method: it's The Basis", Vol. 1, Eds. 5th Cooperation of CIMNE, Spain, pp.185.
- [56] Rao S. S. (2011), "The Finite Element Method in Engineering", Eds. 5th, Butterworth-Heinemann, USA, pp.410.
- [57] Logan D. L. (2012), "A First Course in the Finite Element Method", Eds. 5th, Global Engineering: Christopher M. Shortt, USA, pp.504.

Abstract

In this thesis, mechanical and thermal buckling have been studied separately and in the form of thermomechanical buckling of perforated plates with sector geometry made of functionally graded material (FGM). Mechanical loading conditions are of uniform compressive type in radial, circumferential and/or biaxial direction and thermal loading is affecting the whole sector by uniform temperature increase. FGM sector is considered to be from basic surfaces of zirconia and aluminum which properties changes non-symmetrically and gradually from one surface to another and it follows power law relation. The direction of properties change is considered in all three main directions, unlike most conducted researches, so that the effect direction of properties changes on the buckling load will be clarified. Existence of one or two circular hole in sector(s), has added to the complexity of the analysis. Methodology of the analysis in this thesis is finite element method based on energy and 3D elasticity theory which using Trefftz stability conditions (resetting first and second potential energy to zero). Unlike most researches, a rectangular cube 3D 8-noded element is considered in finite element method which has elements in the direction of thickness. From relations of green non-linear strain-displacement for geometric stiffness matrix is used. Next, the effect of various parameters such as sector dimensions, cut-out presence and dimensions, mechanical loading direction, boundary condition, direction and power law index of graded material on the load leading to buckling is investigated.

Key Words

Sector Plate, Functionally Graded Materials, Buckling Analysis, Finite element method, 3D Elasticity Theory, Stability Conditions of Trefftz



Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

M.Sc. Thesis in Applied Mechanics Engineering

**Thermomechanical Buckling Analysis of Functionally Graded
Perforated Annular Sector Plates Using a 3D Finite Element Method**

By: Hamed Behzad

Supervisors:

Dr Alireza Shaterzadeh

Dr Mohammad Shariyat

February 2016