

سورة الاحقاف



دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا - سازه‌های هوایی

طراحی بهینه صفحات همسانگرد محدود حاوی گشودگی‌های منتظم با

استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی

نگارنده: محمد حسین بیاتی چالستری

استاد راهنما

دکتر محمد جعفری

آذر ۱۳۹۵



دانشکده: مهندسی مکانیک

گروه: طراحی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای محمدحسین بیانی چالستری به شماره دانشجویی:

۹۳۰۴۱۹۴

تحت عنوان: طراحی بهینه صفحات همسانگرد محدود حاوی گشودگی‌های منتظم با

استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی

در تاریخ..... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و

با درجه..... مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	-		محمد جعفری
	-		-

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	محمد باقر نظری		حمید رضا ایپکچی
			سید وحید حسینی
			نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:

تقدیم به:

پیشگاه مبارک حضرت ولی عصر، مهدی موعود (عج)

و

پدر و مادر عزیزم که در تمام مراحل زندگی همگام و همیارم می‌باشند

تشکر و قدردانی

در دایره قسمت ما نقطه تسلیمیم لطف آن چه تو اندیشی حکم آن چه تو فرمایی

نخستین سپاس و ستایش از آن خداوندی است که بنده کوچکش را در دریای بیکران اندیشه، قطره‌ای ساخت تا وسعت آن را از دریچه‌ی اندیشه‌های ناب آموزگارانی بزرگ به تماشا نشیند. لذا اکنون که در سایه‌سار بنده‌نوازی‌هایش پایان‌نامه حاضر به انجام رسیده است، بر خود لازم می‌دانم تا مراتب سپاس را از بزرگوارانی به‌جا آورم که اگر دست یاریگرشان نبود، هرگز این پایان‌نامه به انجام نمی‌رسید.

ابتدا از استاد گران‌قدم جناب آقای دکتر محمد جعفری که زحمت راهنمایی این پایان‌نامه را بر عهده داشتند و در طول نگارش این مجموعه راهنمایی‌های عالمانه و به‌جایشان مرا یاری نمودند، کمال سپاس را دارم.

از استادان عزیزم جناب آقایان دکتر مسعود شریعت پناهی عضو هیئت علمی دانشگاه تهران و دکتر علی فلاح عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی امیرکبیر که همواره از راهنمایی‌هایشان بهره‌بردم کمال سپاس و تشکر را دارم.

از تمام دوستان ارجمندم که به نحوی مرا در انجام این تحقیق یاری نمودند، قدردانی و تشکر می‌نمایم.

سپاس آخر را به مهربان‌ترین همراهان زندگی‌ام، به پدر، مادر و خواهر عزیزم تقدیم می‌کنم که حضورشان در فضای زندگی‌ام مصداق بی‌ریای سخاوت بوده است.

تعهدنامه

اینجانب محمد حسین بیاتی چالستری دانشجوی دوره‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی هوافضا- گرایش سازه هوایی دانشکده‌ی مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده‌ی پایان‌نامه‌ی طراحی بهینه صفحات همسانگرد محدود حاوی گشودگی‌های منتظم با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی، تحت راهنمایی دکتر محمد جعفری متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه‌ی مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه‌ی اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه‌ی حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در این پایان‌نامه، طراحی بهینه ورق همسانگرد محدود حاوی گشودگی‌های مختلف منتظم تحت بارگذاری درون صفحه‌ای (بار کششی تک‌محوری، دوماحوری و برشی خالص) مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور از الگوریتم جدید بهینه‌سازی گرگ خاکستری استفاده شده است. الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری با الهام‌گیری از زندگی گرگ‌های خاکستری بر اساس سلسله مراتب رهبری و مکانیزم شکار این دسته از گرگ‌ها به دست می‌آید. انعطاف‌پذیری، سادگی، زمان حل مناسب و اجتناب از قرار گرفتن در نقطه بهینه محلی از ویژگی‌های مهم این الگوریتم می‌باشد. تابع هدف، دستیابی به کمترین مقدار ضریب تمرکز تنش در اطراف گشودگی‌های مختلف منتظم است. روش به‌کار گرفته‌شده برای محاسبه تمرکز تنش برپایه‌ی حل تحلیلی متغیر مختلط موشخیلشویلی و نگاشت همنا با فرض تنش صفحه‌ای می‌باشد. ورق، محدود، همسانگرد و الاستیک خطی در نظر گرفته‌شده است. روش حل به گونه‌ای است که با استفاده از تابع نگاشت همنا ناحیه‌ی محدود خارج گشودگی‌ها در صفحه‌ی z به ناحیه محدود خارج گشودگی دایروی به شعاع واحد در صفحه‌ی \bar{z} نگاشت می‌شود. برای محاسبه‌ی تابع تنش مربوط به ورق محدود حاوی گشودگی چندضلعی منتظم، از جمع تابع تنش یک ورق نامحدود حاوی همان گشودگی و تابع تنش یک ورق محدود بدون گشودگی استفاده‌شده است. ضرایب مجهول در تابع تنش، با استفاده از روش حداقل مربعات مرزی و اعمال شرایط مرزی مناسب به دست می‌آیند. تأثیر پارامترهایی از قبیل انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، نسبت اضلاع ورق، نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق و نوع بارگذاری به‌عنوان پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش بررسی شده است. از روش اجزای محدود، برای بررسی درستی جواب‌ها استفاده شده است. نتایج عددی، تطابق خوبی با نتایج حاصل از حل تحلیلی حاضر دارد. نتایج نشان می‌دهند با انتخاب مناسب پارامترهای بهینه می‌توان مقدار تنش اطراف گشودگی‌های مختلف منتظم را به میزان قابل توجهی کاهش داد.

واژگان کلیدی: ورق همسانگرد محدود، گشودگی منتظم، الگوریتم گرگ خاکستری، روش متغیر

مختلط، حل تحلیلی، ضریب تمرکز تنش.

مقالات

- ۱- مجله علمی پژوهشی تربیت مدرس: بهینه‌سازی صفحات فلزی محدود حاوی گشودگی مرتبی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای با استفاده از الگوریتم شیرمورچه (پذیرش)
- ۲- مجله علمی پژوهشی فناوری کامپوزیت: بررسی پارامترهای بهینه مؤثر بر صفحه ارتوتروپیک حاوی گشودگی پنج ضلعی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی رقابت استعماری (پذیرش)
- ۳- مجله علمی پژوهشی مکانیک تبریز: تعیین تنش بهینه در صفحات فلزی محدود حاوی گشودگی‌های چند ضلعی با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات (پذیرش)
- ۴- دومین کنفرانس بین المللی یافته‌های نوین پژوهشی در علوم، مهندسی و فناوری: بهینه‌سازی تمرکز تنش در صفحات همسانگرد محدود حاوی گشودگی شش ضلعی با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات (پذیرش)
- ۵- دومین کنفرانس بین المللی یافته‌های نوین پژوهشی در علوم، مهندسی و فناوری: ارزیابی پارامترهای بهینه مؤثر بر صفحات همسانگرد محدود حاوی گشودگی‌های فردضلعی (پذیرش)
- ۶- کنفرانس ملی مهندسی مکانیک و مکترونیک ایران: بهینه‌سازی نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق در صفحات همسانگرد محدود حاوی گشودگی مثلثی با استفاده از الگوریتم زنبورعسل (پذیرش)
- ۷- کنفرانس سراسری دانش فناوری مهندسی مکانیک و برق ایران: بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر بر تمرکز تنش صفحه همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی شبه‌مثلثی (پذیرش)
- 8- Determination of optimal parameters for perforated plates with quasi - triangular cutout by PSO, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol 60, No 5, 2016.

فهرست مطالب

شماره صفحه

عنوان

۱	فصل اول: مقدمه
۲	۱-۱ مقدمه
۳	۲-۱ تعریف مسأله
۴	۳-۱ مروری بر کارهای انجام شده
۱۲	۴-۱ اشاره به مطالب فصل‌های بعد
۱۳	فصل دوم: استخراج معادلات حاکم بر روش حل تحلیلی
۱۴	۱-۲ مقدمه
۱۴	۲-۲ فرضیات
۱۵	۳-۲ تابع نگاشت
۱۷	۴-۲ حل تحلیلی
۲۷	۵-۲ روند حل
۲۷	۱-۵-۲ تعیین نقاط منتخب
۲۸	۲-۵-۲ تعیین شرایط مرزی
۳۰	۳-۵-۲ محاسبه‌ی مجذور باقیمانده‌ی مرزی
۳۲	۴-۵-۲ حل معادلات
۳۳	۶-۲ جمع‌بندی
۳۵	فصل سوم: بهینه‌سازی و روش الگوریتم گرگ خاکستری
۳۶	۱-۳ مقدمه
۴۱	۲-۳ الهام گرفتن روش گرگ خاکستری
۴۳	۱-۲-۳ سلسله مراتب اجتماعی
۴۴	۲-۲-۳ محاصره شکار
۴۵	۳-۲-۳ شکار

۴۶	۴-۲-۳ حمله به شکار (بهره برداری)
۴۶	۵-۲-۳ جستجوی شکار(اکتشاف)
۴۹	۳-۳ نتایج و بحث
۴۹	۱-۳-۳ تحلیل بهره برداری
۵۰	۲-۳-۳ تحلیل اکتشاف
۵۰	۳-۳-۳ اجتناب از حداقل محلی
۵۱	۴-۳-۳ تحلیل رفتار همگرایی(نزدیک شدن)
۵۹	۴-۳ الگوریتم‌های فرا ابتکاری
۵۹	۱-۴-۳ الگوریتم تکامل تفاضلی
۶۰	۲-۴-۳ الگوریتم بیگ بنگ- بیگ کرانچ
۶۲	۳-۴-۳ الگوریتم شیرمورچه
۶۷	۴-۴-۳ الگوریتم سنجاقک
۷۱	۵-۳ همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری
۷۴	۶-۳ بررسی درستی حل
۷۵	۷-۳ جمع‌بندی
۷۷	فصل چهارم: فرآیند تحلیل نتایج بهینه سازی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی
۷۸	۱-۴ مقدمه
۸۰	۲-۴ گشودگی سه ضلعی
۸۰	۱-۲-۴ تاثیر نسبت ابعاد ورق
۸۳	۲-۲-۴ تاثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق
۸۵	۳-۴ گشودگی چهار ضلعی
۸۵	۱-۳-۴ تاثیر نسبت ابعاد ورق
۸۹	۲-۳-۴ تأثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق
۹۲	۴-۴ گشودگی پنج ضلعی
۹۲	۱-۴-۴ تاثیر نسبت ابعاد ورق

۹۴	۲-۴-۴ تأثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق
۹۶	۵-۴ گشودگی شش ضلعی
۹۶	۱-۵-۴ تأثیر نسبت ابعاد ورق
۱۰۰	۲-۵-۴ تأثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق
۱۰۲	۶-۴ جمع‌بندی
۱۰۹	فصل پنجم: نتیجه‌گیری و ارائه‌ی پیشنهادها
۱۱۰	۱-۵ نتیجه‌گیری
۱۱۲	۲-۵ پیشنهادها
۱۱۳	مراجع
۱۲۰	چکیده انگلیسی

فهرست شکل‌ها

شماره صفحه

عنوان

- شکل ۱-۱ ورق محدود حاوی گشودگی مرتبی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای ۴
- شکل ۱-۲ نداشت ورق حاوی گشودگی مثلی به ورق حاوی گشودگی دایروی ۱۵
- شکل ۲-۲ تأثیر پارامتر m بر گشودگی شش ضلعی ۱۶
- شکل ۳-۲ تأثیر پارامتر n در ایجاد گشودگی ۱۶
- شکل ۴-۲ شماتیک کانتور L ۱۸
- شکل ۵-۲ نمایی از روش حل ۲۳
- شکل ۶-۲ موقعیت نقاط منتخب بر روی مرز داخلی در صفحه β و مرز خارجی در صفحه z ۲۷
- شکل ۷-۲ نمایش چرخش گشودگی به مقدار 45° ۳۰
- شکل ۸-۲ نمایش چرخش ورق به مقدار 45° ۳۰
- شکل ۱-۳ سلسله مراتب گرگ‌های خاکستری ۴۳
- شکل ۲-۳ شکار گروهی گرگ‌های خاکستری ۴۳
- شکل ۳-۳ بردار موقعیت دو بعدی و سه بعدی و و برخی از همسایه‌های احتمالی آن ۴۵
- شکل ۴-۳ جستجوی راه‌های گوناگون جهت حمله به شکار ۴۷
- شکل ۵-۳ شبه کد الگوریتم گرگ خاکستری ۴۹
- شکل ۶-۳ تصاویر دو بعدی از توابع معیار تک مودی ۵۵
- شکل ۷-۳ تصاویر دو بعدی از توابع معیار چند مودی ۵۵
- شکل ۸-۳ تصاویر دو بعدی از توابع معیار چند مودی با ابعاد ثابت ۵۵
- شکل ۹-۳ تصاویر دو بعدی از توابع معیار ترکیبی ۵۶
- شکل ۱۰-۳ تاریخچه جستجو و مسیر اولین عامل جستجو در اولین بعد ۵۸
- شکل ۱۱-۳ رفتار شکار گونه شیرمورچه ۶۳
- شکل ۱۲-۳ گام‌های تصادفی از حرکت مورچه به دام افتاده ۶۵

- شکل ۳-۱۳ رفتارهای استاتیکی و دینامیکی سنجاقک‌ها ۶۸
- شکل ۳-۱۴ پنج الگوی اصلاحی بین سنجاقک‌ها در گروهی ۶۸
- شکل ۳-۱۵ نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای گشودگی مثلثی ۷۲
- شکل ۳-۱۶ نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای گشودگی مربعی ۷۲
- شکل ۳-۱۷ نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای گشودگی پنج ضلعی ۷۳
- شکل ۳-۱۸ نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای گشودگی شش ضلعی ۷۳
- شکل ۳-۱۹ نمایی از گشودگی چهارضلعی در محیط آباکوس تحت شبکه‌بندی و توزیع تنش اطراف آن ۷۵
- شکل ۳-۲۰ مقایسه‌ی حل آلمان محدود و حل تحلیلی حاضر در گشودگی مرتبی $b/a=1$ ۷۵
- شکل ۴-۱ ورق محدود حاوی گشودگی مثلثی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای ۷۸
- شکل ۴-۲ ورق محدود حاوی گشودگی شش ضلعی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای ۷۹
- شکل ۴-۳ تاثیر پارامتر m بر گوشه‌های گشودگی‌های مختلف ۸۰
- شکل ۴-۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در b/a ‌های مختلف تحت بارکشی تک‌محوری ۸۲
- شکل ۴-۵ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در b/a ‌های مختلف تحت بارکشی دو‌محوری ۸۲
- شکل ۴-۶ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در b/a ‌های مختلف تحت بار برشی ۸۲
- شکل ۴-۷ تنش بهینه حول گشودگی مثلثی بر حسب نسبت‌های مختلف اضلاع ورق در سه حالت بارگذاری ۸۲
- شکل ۴-۸ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در L/a ‌های مختلف تحت بار تک‌محوری ۸۴
- شکل ۴-۹ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در L/a ‌های مختلف تحت بار دو‌محوری ۸۴
- شکل ۴-۱۰ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در L/a ‌های مختلف تحت بار برشی ۸۴
- شکل ۴-۱۱ تنش بهینه حول گشودگی مثلثی بر حسب نسبت‌های مختلف اندازه‌ی گشودگی به ورق در سه حالت بارگذاری ۸۴
- شکل ۴-۱۲ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در b/a ‌های مختلف تحت بارکشی تک‌محوری ۸۸
- شکل ۴-۱۳ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در b/a ‌های مختلف تحت بارکشی دو‌محوری ۸۸
- شکل ۴-۱۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در b/a ‌های مختلف تحت بار برشی ۸۸
- شکل ۴-۱۵ تنش بهینه حول گشودگی چهارضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اضلاع ورق در سه حالت بارگذاری ۸۸
- شکل ۴-۱۶ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهار ضلعی در L/a ‌های مختلف تحت بارکشی تک‌محوری ۹۱

- شکل ۴-۱۷ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهار ضلعی در L/a های مختلف تحت بار کششی دومحوری..... ۹۱
- شکل ۴-۱۸ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهار ضلعی در L/a های مختلف تحت بار برشی..... ۹۱
- شکل ۴-۱۹ تنش بهینه حول گشودگی چهار ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اندازه‌ی گشودگی به ورق در سه حالت بارگذاری..... ۹۱
- شکل ۴-۲۰ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج ضلعی در b/a های مختلف تحت بار کششی تک محوری..... ۹۳
- شکل ۴-۲۱ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج ضلعی در b/a های مختلف تحت بار کششی دو محوری..... ۹۳
- شکل ۴-۲۲ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج ضلعی در b/a های مختلف تحت بار برشی..... ۹۳
- شکل ۴-۲۳ تنش بهینه حول گشودگی پنج ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اضلاع ورق در سه حالت بارگذاری..... ۹۳
- شکل ۴-۲۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج ضلعی در L/a های مختلف تحت بار کششی تک محوری..... ۹۵
- شکل ۴-۲۵ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج ضلعی در L/a های مختلف تحت بار کششی دو محوری..... ۹۵
- شکل ۴-۲۶ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج ضلعی در L/a های مختلف تحت بار برشی..... ۹۶
- شکل ۴-۲۷ تنش بهینه حول گشودگی پنج ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اندازه‌ی گشودگی به ورق در سه حالت بارگذاری..... ۹۶
- شکل ۴-۲۸ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در b/a های مختلف تحت بار کششی تک محوری..... ۹۹
- شکل ۴-۲۹ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در b/a های مختلف تحت بار کششی دو محوری..... ۹۹
- شکل ۴-۳۰ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در b/a های مختلف تحت بار برشی..... ۹۹
- شکل ۴-۳۱ تنش بهینه حول گشودگی شش ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اضلاع ورق در سه حالت بارگذاری..... ۹۹
- شکل ۴-۳۲ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در L/a های مختلف تحت بار کششی تک محوری..... ۱۰۲
- شکل ۴-۳۳ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در L/a های مختلف تحت بار کششی دو محوری..... ۱۰۲
- شکل ۴-۳۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در L/a های مختلف تحت بار برشی..... ۱۰۲
- شکل ۴-۳۵ تنش بهینه حول گشودگی شش ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اندازه‌ی گشودگی به ورق در سه حالت بارگذاری..... ۱۰۲

فهرست جدول‌ها

شماره صفحه

عنوان

۵۲	جدول ۱-۳ توابع معیار تک مودی
۵۲	جدول ۲-۳ توابع معیار چند مودی
۵۳	جدول ۳-۳ توابع معیار چند مودی با ابعاد ثابت
۵۴	جدول ۴-۳ توابع معیار ترکیبی
۵۶	جدول ۵-۳ نتایج توابع معیار تک مودی
۵۶	جدول ۶-۳ نتایج توابع معیار چند مودی
۵۷	جدول ۷-۳ نتایج توابع معیار چند مودی با ابعاد ثابت
۵۷	جدول ۸-۳ نتایج توابع معیار ترکیبی
۷۸	جدول ۱-۴ خواص مکانیکی ورق
۸۱	جدول ۲-۴ نتایج بهینه گشودگی مثلثی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($L/a = 0.4$)
۸۵	جدول ۳-۴ نتایج بهینه گشودگی مثلثی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)
۸۷	جدول ۴-۴ نتایج بهینه گشودگی چهار ضلعی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($L/a = 0.4$)
۹۰	جدول ۵-۴ نتایج بهینه گشودگی چهار ضلعی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)
۹۴	جدول ۶-۴ نتایج بهینه گشودگی پنج ضلعی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($L/a = 0.4$)
۹۵	جدول ۷-۴ نتایج بهینه گشودگی پنج ضلعی در نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)
۹۸	جدول ۸-۴ نتایج بهینه گشودگی شش ضلعی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($L/a = 0.4$)
۱۰۱	جدول ۹-۴ نتایج بهینه گشودگی شش ضلعی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)
۱۰۳	جدول ۱۰-۴ نتایج بهینه الگوریتم سنجاقک برای گشودگی مثلثی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($L/a = 0.4$)
۱۰۴	جدول ۱۱-۴ نتایج بهینه الگوریتم سنجاقک برای گشودگی مثلثی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)
۱۰۴	جدول ۱۲-۴ نتایج بهینه الگوریتم شیرمورچه برای گشودگی مربعی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($L/a=0.4$)
۱۰۵	جدول ۱۳-۴ نتایج بهینه الگوریتم شیرمورچه برای گشودگی مربعی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)

جدول ۴-۱۴ نتایج بهینه برای گشودگی شش ضلعی در نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($L/a = 0.4$) ۱۰۶

جدول ۴-۱۵ نتایج بهینه برای گشودگی شش ضلعی در نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a = 1$) ۱۰۷

فهرست علائم

ثابت مختلط مجهول در محاسبه‌ی $\psi(\zeta)$ و $\varphi(\zeta)$	A_n
ثابت‌های حقیقی مجهول در محاسبه‌ی $\psi(\zeta)$ و $\varphi(\zeta)$	a_{n1}, a_{n2}
طول ضلع افقی ورق	a
ثابت‌های حقیقی مجهول	a'_n, a_n
ثابت مختلط مجهول در محاسبه‌ی $\psi(\zeta)$ و $\varphi(\zeta)$	B_n
ثابت‌های حقیقی مجهول در محاسبه‌ی $\psi(\zeta)$ و $\varphi(\zeta)$	b_{n1}, b_{n2}
طول ضلع عمودی ورق	b
ثابت‌های حقیقی مجهول	$b_n, 'n$
ثابت مختلط مجهول در محاسبه‌ی $\psi(\zeta)$ و $\varphi(\zeta)$	C_n
ثابت‌های حقیقی مجهول در محاسبه‌ی $\psi(\zeta)$ و $\varphi(\zeta)$	c_{n1}, c_{n2}
ثابت‌های حقیقی دلخواه	c_2, c_1
ثابت مختلط مجهول در محاسبه‌ی $\psi(\zeta)$ و $\varphi(\zeta)$	D_n
ثابت‌های حقیقی مجهول در محاسبه‌ی $\psi(\zeta)$ و $\varphi(\zeta)$	d_{n1}, d_{n2}
مدول الاستیسیته	E
نیروی خارجی وارد بر مرز کانتور L' بر حسب متغیر z	$F(z)$
مؤلفه‌های نیروهای خارجی وارد بر مرز کانتور L'	f_1, f_2
مدول برشی	G
جابه‌جایی معلوم نقاط واقع بر کانتور L' بر حسب ناحیه‌ی s	$g_1(s), g_2(s)$
اندیس نشان‌دهنده‌ی تعداد نقاط منتخب	J
طول ضلع گشودگی مربعی و مثلثی و طول قطر دایره محیط بر n ضلعی‌ها	L

کانتور محدود کننده ناحیه S	L'
تعداد جملات مربوط به سری لورنت	M
پارامتر تعیین کننده انحنا گوشه گشودگی	m
تعداد نقاط منتخب بر روی مرز داخلی ورق	N_{in}
تعداد نقاط منتخب بر روی مرز خارجی ورق	N_{ot}
پارامتر تعیین کننده هندسه گشودگی	n
بردار یکه‌ی عمود بر سطح کانتور L'	q
پارامتر تعیین کننده اندازه گشودگی	R
اختلاف تنش حاصل از شرایط مرزی و تنش حاصل از حل تحلیلی بر روی مرز ورق و گشودگی	$r_1(\rho_j, \theta_j)$ $r_2(\rho_j, \theta_j)$
ناحیه محدود شده توسط کانتور L'	s
تابع تنش	$U(x, y)$
جابه‌جایی معلوم نقاط واقع بر کانتور L'	u, v
تابعی از نسبت پواسون	χ
نیروهای خارجی وارد بر مرز گشودگی	Y, X
نیروهای خارجی وارد بر مرز کانتور L'	Y_q, X_q
متغیر مختلط	z
زاویه بین افق و عمود بر مرز گشودگی	α
زاویه چرخش گشودگی	β
زاویه بین بردار عمود بر مرز خارجی ورق و محور x	γ
مرز خارجی و داخلی ورق	Γ
باقی مانده‌ی مرزی	Δ

متغیر مختلط	ζ
مختصات عمودی و افقی در صفحه‌ی ζ	η, ζ
زاویه‌ی حول گشودگی	θ
تابع تحلیلی از متغیر مختلط z	$\theta(z)$
ضریب بار دومحوری	λ
نسبت پواسون	ν
عدد پی ۳/۱۴۱۵	π
مختصات شعاعی	ρ
تنش عمودی در صفحه‌ی z	σ_x, σ_y
تنش عمودی در صفحه‌ی ζ	$\sigma_\rho, \sigma_\theta$
تنش نرمال در مرز خارجی ورق	σ_n
تنش برشی در صفحه‌ی z	τ_{xy}
تنش برشی در صفحه‌ی ζ	$\tau_{\rho\theta}$
تنش برشی نرمال در مرز خارجی ورق	τ_n
تابع تحلیلی از متغیر مختلط z	$\varphi(z)$
تابع تحلیلی از متغیر مختلط ζ	$\varphi(\zeta)$
تابع تحلیلی از متغیر مختلط z	$\psi(z)$
تابع تحلیلی از متغیر مختلط ζ	$\psi(\zeta)$
تابع نگاشت	$\omega(\zeta)$
گرگ فرمانده	α'
گرگ جانشین	β'

گرگ ننگهبان	δ'
گرگ سرباز	ω'
بردار ضرایب	A
بردار ضرایب	C
بردار موقعیت شکار	X_P
بردار موقعیت گرگ خاکستری	X
بردارهای تصادفی	r_1, r_2

فصل اول:

مقدمه

۱-۱ مقدمه

امروزه در طراحی، مدل‌سازی و ساخت هر سیستم مهندسی، مهندسان باید تصمیمات مدیریتی و فنی متعددی را در مراحل مختلف اتخاذ کنند. هدف نهایی چنین تصمیماتی، کمینه کردن انرژی لازم در عین به دست آوردن بیشترین سود ممکن خواهد بود. میزان تلاش لازم یا سود مورد نظر در هر وضعیت علمی را می‌توان به صورت تابعی از متغیرهای تصمیم‌گیری مشخص بیان نمود. بنابراین، می‌توان بهینه‌سازی را به عنوان فرآیند یافتن شرایطی که مقدار بیشینه یا کمینه‌ی یک تابع را به دست می‌آورد، تعریف نمود. اهمیت بهینه‌سازی اولین بار در طراحی سازه‌های هوایی با وزن کمینه مورد توجه قرار گرفت. در این سازه‌ها با توجه به حساسیت فوق العاده‌ی کاربرد آن‌ها، به جای این که مبنای طراحی هزینه آن باشد، وزن سازه هدف بهینه‌سازی خواهد بود. اما در دیگر صنایع مربوط به علوم مهندسی هم‌چون خودروسازی، کشتی‌سازی و ماشین‌آلات صنعتی و غیر صنعتی نیز هزینه در کنار وزن سیستم و عملکرد سازه از عوامل مهم طراحی به شمار می‌آیند. افزایش روزافزون کاربرد سازه‌های مهندسی و محدود نمودن مواد خام و کمبود منابع انرژی از جمله عواملی است که طراحان را به سوی طراحی سازه‌های سبک، ارزان قیمت و در عین حال کارا، سوق می‌دهد. با توجه به این موضوع، ضرورت آگاهی مهندسان از سیستم‌های بهینه‌سازی سازه‌ها و به کار بردن آن‌ها در هنگام طراحی و ساخت روشن خواهد بود. امروزه طراحی صفحه‌های فلزی محدود حاوی گشودگی در کاربردهای صنعتی بسیاری دیده می‌شود. به‌طورکلی کاهش وزن سیستم، ایجاد قابلیت اتصال تجهیزات به سیستم‌ها و ایجاد راه‌های خروجی و ورودی در سازه از عوامل ایجاد گشودگی در ورق‌ها می‌باشد. در همه‌ی این موارد وجود گشودگی‌ها در جسم، باعث به وجود آمدن تنش‌های موضعی شدیدی (تمرکز تنش) در اطراف گشودگی می‌شود. آنچه مهم است، بررسی تأثیر این گشودگی‌ها در تنش‌های ایجادشده در سازه می‌باشد. بنابراین در طراحی سازه‌ها دانستن مقدار تنش بهینه در اطراف گشودگی، همچنین نقطه‌ای که این تنش بهینه رخ می‌دهد؛ برای ارائه‌ی طرحی مناسب بسیار مؤثر است. بقای بسیاری از فرآورده‌ها به طرز تنظیم درست بار تنش توسط طراحی بستگی دارد که در محل

موردنظر از مقاومت سازه کمتر باشد. بنابراین، تعیین میزان دقیق مقدار تنش بهینه حول گشودگی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. نوع گشودگی، شعاع انحنای گشودگی، زاویه چرخش گشودگی و نوع بارگذاری پارامترهایی هستند که بر توزیع تنش در ورق‌ها مؤثر بوده و انتخاب صحیح آن‌ها در دستیابی به طرح موفق کاملاً مفید است. بنابراین همان‌طور که اشاره گردید، به‌منظور ارائه‌ی طرحی بهینه و دارای استانداردهای فوق بررسی این تأثیرات لازم به‌نظر می‌رسد. با عنایت به این موضوع در این پایان‌نامه سعی شده است تا پارامترهای اشاره شده؛ به‌طور کامل بررسی شده و تأثیرات آن‌ها بر مقدار و نحوه‌ی توزیع تنش مورد مطالعه قرار گیرد. ابتدا در مقدمه‌ی این پایان‌نامه بعد از تعریف مسأله، مروری بر کارهای انجام‌شده در زمینه‌ی تمرکز تنش و بهینه‌سازی آن، در ورق‌های محدود و نامحدود همسانگرد^۱ و غیرهمسانگرد^۲ صورت گرفته است. سپس در فصل‌های مختلف به بررسی روش بهینه‌ساز و تحلیل گشودگی‌های منتظم و تأثیر پارامترهای گوناگون بر نحوه‌ی توزیع تنش بهینه حول گشودگی‌ها پرداخته می‌شود.

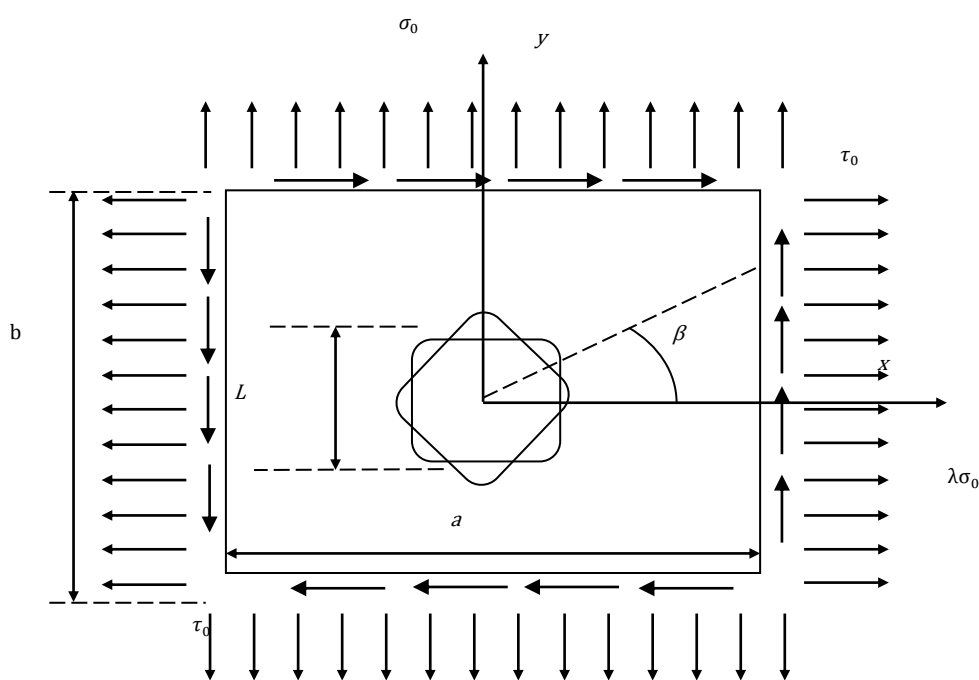
۲-۱ تعریف مسأله

هدف اصلی در این پایان‌نامه بهینه‌سازی تنش و پارامترهای مؤثر بر توزیع تنش ورق همسانگرد محدود حاوی گشودگی‌های منتظم می‌باشد. نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع ورق، بزرگتر از $0/2$ است، بنابراین با اطمینان می‌توان ورق را محدود در نظر گرفت. مسأله با فرض تنش صفحه‌ای و در غیاب نیروهای حجمی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین رفتار ورق در ناحیه‌ی الاستیک خطی بررسی می‌شود. فرض می‌شود گشودگی در مرکز ورق قرار گرفته و گشودگی عاری از هرگونه بار خارجی است. یعنی در مرکز گشودگی $\sigma_{\rho} = \sigma_{\rho\theta} = 0$ می‌باشد. در شکل ۱-۱ زاویه‌ی چرخش گشودگی که نحوه‌ی قرارگیری آن نسبت به محور افق می‌باشد، با β نمایش داده‌شده است.

¹ Isotropic

² Anisotropic

ورق تحت بار کششی تک‌محوری، دوماحوری و برش خالص قرار می‌گیرد. شکل گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، ابعاد ورق و گشودگی و نوع بارگذاری درون صفحه‌ای از پارامترهایی هستند که تأثیر مقدار بهینه آن‌ها بر توزیع تنش بهینه مورد بررسی قرار گرفته است. لازم به ذکر است که در این پایان‌نامه، در بارگذاری دو محوری $\lambda = 2$ و در تک محوری $\lambda = 0$ در نظر گرفته شده است.



شکل ۱-۱ ورق محدود حاوی گشودگی مربعی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای

۱-۳ مروری بر کارهای انجام شده

تعیین ضریب تمرکز تنش در سازه‌های گوناگون برای ناپیوستگی‌های مختلف هندسی، به طور گسترده توسط افرادی همچون هوولند [۱] و هیوود [۲] مورد بررسی قرار گرفته است. هوولند روابطی برای ورق‌های بلند با گشودگی دایروی و عرض محدود ارائه کرد. هیوود نیز روابطی برای تصحیح ضریب تمرکز تنش در عرض محدود با استفاده از مقادیر ضریب تمرکز تنش ورق‌های نامحدود استخراج کرد. هیوود این روابط را با استفاده از برآیند نیروهای تعادل برای ورق‌های دارای گشودگی

تحت بار کششی تک‌جهته ارائه کرد که در آن تاثیر عرض محدود، به تنهایی اعمال شد. استفاده از روش متغیر مختلط در حل مسائل مقدار مرزی در الاستیستیهی دوبعدی اولین بار توسط موشخیشویلی [۳] برای مواد الاستیک همسانگرد ارائه شد. لخنیتسکی [۴] روش متغیر مختلط موشخیشویلی را برای مواد الاستیک غیر همسانگرد بسط داد و حل عمومی برای محاسبه‌ی مؤلفه‌های تنش و جابه‌جایی در حالت تنش صفحه‌ای به‌دست آورد. او از روش سری‌ها برای به‌دست آوردن ضرایب تابع تنش استفاده کرد و راه حل بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌ها با شکل‌های مختلف را در ورق نامحدود غیرهمسانگرد ارائه نمود. ساوین [۵] با استفاده از روش متغیر مختلط، مطالعاتی در زمینه‌ی صفحه‌های همسانگرد نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف و صفحه‌های ناهمسانگرد فقط برای گشودگی بیضی‌شکل و دایره‌ای انجام داد. سپس حل ساوین برای بریدگی مثلثی توسط دائیوست و هووا [۶] بسط داده شد. به طوری که توسط آن‌ها، با تعریف نسبت اضلاع به عنوان یک پارامتر، علاوه بر مثلث متساوی‌الاضلاع، مثلث متساوی‌الساقین و مواد غیر همسانگرد با در نظر گرفتن انحنای گوشه بریدگی حل شد. ولی در این تحلیل نیز بحثی از اثرات پارامترهایی مانند زاویه چرخش بریدگی، زاویه بار و زاویه الیاف برای مواد غیرهمسانگرد صورت نگرفت. استرنبرگ [۷]، نیوبر [۸]، پیترسون [۹]، پیلکی [۱۰] برای محدوده‌ی وسیعی از گشودگی‌ها با اندازه‌های مختلف، ضرایب تمرکز تنش مناسبی برای مواد همسانگرد ارائه کردند و در بعضی از موارد معادلاتی نیز برای محاسبه آن‌ها به‌دست آوردند. تئوکاریس و پترو [۱۱] از روش متغیر مختلط موشخیشویلی و نگاشت هم‌نوا، توزیع تنش اطراف گشودگی مثلثی را در ورق همسانگرد نامحدود بررسی و نتایج به‌دست آمده را با نتایج تجربی مقایسه کردند. گائو [۱۲] به‌منظور اجتناب از به‌کارگیری دو نگاشت هم‌نوا، از دستگاه مختصات بیضوی- هذلولی برای به‌دست آوردن صریح مؤلفه‌های تنش و جابه‌جایی ورق نامحدود همسانگرد تحت بار دومحوری دلخواه استفاده کرد. موتوک [۱۳] به بررسی تأثیر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی‌های مختلف در ورق همسانگرد نامحدود تحت کشش پرداخت. سیمها و موهاپاترا [۱۴] از یک تابع نگاشت کلی برای یافتن توزیع تنش در اطراف انواع گشودگی‌ها در یک ورق همسانگرد

نامحدود استفاده کردند. تان [۱۵] بررسی‌های متعددی بر روی ضریب تمرکز تنش در مواد ناهمسانگرد انجام داد. تان با اطلاعات مربوط به تمرکز تنش ورق ناهمسانگرد نامحدود حاوی گشودگی دایروی و بیضوی و با معرفی ضرایب تصحیح مناسب، تمرکز تنش ورق حاوی این گشودگی‌ها را با عرض محدود به دست آورد. ابوالفتح [۱۶] رابطه‌ی واحدی را برای مؤلفه‌ی تنش مماس بر مرز گشودگی برای هندسه‌های دایروی، بیضوی، مثلثی و مربعی در ورق نامحدود از ماده‌ی ناهمسانگرد خاص، تحت بار کششی بیان نمود. رضایی پزند و جعفری [۱۷] از روش ساوین برای مطالعه‌ی تمرکز تنش حول گشودگی‌ها مختلف در ورق نامحدود فلزی استفاده کردند و تأثیر پارامترهایی مانند نوع شکل گشودگی، انحنای گوشه و زاویه‌ی چرخش گشودگی را بر روی ضریب تمرکز تنش مطالعه کردند. لی و همکارانش [۱۸] با اعمال ضرایب تصحیح در تابع نگاشت همنوا، توانستند توزیع تنش و جابه‌جایی حول گشودگی مستطیلی شکل با ابعاد دلخواه در ورق نامحدود همسانگرد و تحت بار تک محوری را به دست آورند. یوکاجونکر و راثو [۱۹] صفحه‌ی حاوی گشودگی مثلثی را که تحت بارگذاری کشش تک‌محوره، دو محوره با نسبت تنش‌های مختلف و تنش برشی قرار داشت مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها تحلیل خود را برای مواد همسانگرد، ارتوتروپیک و چندلایه‌های متقارن ارائه کردند. پارامترهای مورد بررسی توسط آن‌ها شامل انحنای گشودگی و زاویه‌ی الیاف بود. گلوب و همکارش [۲۰] به بررسی رشد بحرانی ترک ناشی از خستگی بالا در ورق همسانگرد محدود پرداخت. یانگ و همکاران [۲۱] به بررسی تمرکز تنش و کرنش در ورق محدود الاستیک حاوی یک گشودگی دایره‌ای پرداختند. آن‌ها اثر توأم نسبت پواسون و ضخامت ورق بر ضریب تمرکز تنش و روابط آن‌ها در ورق محدود که شامل یک گشودگی در معرض تنش تک محوره است را با استفاده از روش المان محدود بررسی کردند. میتال و جین [۲۲] به تجزیه و تحلیل روش المان محدود برای تمرکز تنش و شکست در ورق مستطیلی همسانگرد، ناهمسانگرد و چندلایه با سوراخ دایروی مرکزی تحت بارگذاری استاتیک عرضی پرداختند. وینلام و همکارانش [۲۳] به تجزیه و تحلیل استاتیکی از یک ورق مستطیلی همسانگرد با استفاده از روش اجزای محدود در شرایط مرزی مختلف

تحت بارگذاری گوناگون و به مقایسه نتایج خود با نتایج به دست آمده از تئوری ورق کیرشهف پرداختند. واتسار و همکارش [۲۴] به تحلیل تنش در ورق‌های نازک حاوی گشودگی پرداختند. آن‌ها در مقاله خود به ارائه کلی از تکنیک‌های مختلف توسعه یافته برای تجزیه و تحلیل تنش و ضریب تمرکز تنش در ورق‌های حاوی گشودگی می‌پردازند. آنان به این نتیجه دست یافتند که تنها تحلیل تنش بر روی ورق‌های نامحدود کافی نیست بلکه توجه به ورق‌های محدود از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اسمر و جتور [۲۵] توزیع تنش اطراف گشودگی مربعی در یک ورق ناهمسانگرد نامحدود تحت بار کششی را به دست آوردند. آن‌ها همچنین به بررسی تأثیر انحنای گشودگی و زاویه‌ی بار در این مقاله پرداختند. اگنوسکی [۲۶] با استفاده از متغیرهای مختلط و روش حداقل مربعات مرزی توزیع تنش حول گشودگی دایروی را در چندلایه‌های کامپوزیتی محدود به دست آورد. لین و کو [۲۷] با استفاده از تئوری مواد ناهمسانگرد لخنیتسکی به تحلیل چندلایه‌های کامپوزیتی محدود با گشودگی بیضوی پرداختند. برای این منظور آن‌ها از تابع تنش ایری و روش حداقل مربعات مرزی استفاده کردند. وو و چن [۲۸] به منظور حل مسأله‌ی ورق همسانگرد محدود با تعداد و موقعیت دلخواه از گشودگی‌های دایروی، تابع تنشی را بر اساس روش متغیر مختلط موشخیلشویلی و روش حداقل مربعات مرزی پیشنهاد کردند. زو و همکاران [۲۹] با استفاده از بسط سری فابر^۱ و روش حداقل مربعات مرزی، توزیع تنش اطراف گشودگی بیضوی در چندلایه‌ی کامپوزیتی محدود را به دست آوردند. بیشتر مطالعاتی که تاکنون بر روی ورق‌های محدود حاوی گشودگی انجام شده است، محدود به گشودگی دایروی و بیضی‌شکل می‌شود. شارما [۳۰] در مورد ورق همسانگرد بی‌نهایت نیز به بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های چندضلعی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای پرداخت و پارامترهای زاویه‌ی بار، جنس و انحنای گوشه‌ی گشودگی را نیز در نظر گرفت. پن و همکارانش [۳۱] با استفاده از روش متغیر مختلط و حداقل مربعات مرزی و با اصلاح تابع تنش ارائه شده توسط موشخیلشویلی، به بررسی توزیع تنش ورق محدود حاوی گشودگی مربعی تحت بار کششی

¹ Faber series

تک‌محوری پرداختند. آن‌ها از تابع نگاشتی که توسط شارما بر اساس نگاشت شوارتز-کریستوفر به دست آمده بود، استفاده کردند و یک گشودگی مربعی و دو گشودگی مستطیلی با نسبت ابعادی $3/2$ به 1 و 5 به 1 را بدون در نظر گرفتن پارامتر انحنا، تحت بار کششی تک‌محوری بررسی نمودند. آن‌ها همچنین پارامتر چرخش گشودگی را برای گشودگی مربعی در زوایای بسیار خاصی بررسی کردند. جعفری و همکارش [۳۲] به بررسی تمرکز تنش در ورق‌های محدود فلزی دارای گشودگی‌های منظم پرداختند. آن‌ها با استفاده از روش متغیر مختلط و حداقل مربعات مرزی، تنها اثر بار تک‌محوری بر روی گشودگی‌های مختلف ایجاد شده بر روی ورق محدود را بررسی نمودند.

شاخه‌ی دیگری از تحقیق‌های صورت گرفته در زمینه‌ی سازه‌های مهندسی، مسائل مربوط به بهینه‌سازی و انتخاب مقادیر بهینه‌ی متغیرهای طراحی حاکم بر مسأله است. با توجه به این که انواع مختلفی از روش‌های بهینه‌سازی برای حل یک مسأله وجود دارد، لازم است در انتخاب روش مناسب به نوع و شرایط مسأله توجه شود. امروزه استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری هوشمند در بهینه‌سازی، به دلیل عملکرد مطلوب و مناسب مورد توجه و استفاده‌ی بسیاری از محققین و پژوهشگران قرار گرفته است. این گونه از الگوریتم‌ها نیاز به مشتق‌گیری از تابع هدف ندارند، در واقع این روش‌ها نقاط جدیدی را در فضای جستجو با به‌کارگیری عملگرهایی بر روی نقاط فعلی و حرکت به سمت فضا‌های بهینه ایجاد می‌کنند. به عبارتی آن‌ها نمادی از فرآیندهایی هستند که در طبیعت برای بهینه‌سازی پدیده‌های طبیعی صورت می‌گیرند. در این زمینه می‌توان به کار آقای سیواکومار و همکارانش [۳۳] اشاره داشت که به بهینه‌سازی صفحه‌های کامپوزیتی چندلایه حاوی گشودگی بیضوی با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند. لیو و همکاران [۳۴] به کمک المان محدود، به بهینه‌سازی صفحات کامپوزیتی دارای چند گشودگی پرداختند. کواردی نو و همکاران [۳۵] کاربرد الگوریتم ژنتیک را در طراحی بهینه‌ی صفحات کامپوزیتی پیچ شده نشان دادند. جعفری و روحانی [۳۶] به بهینه‌سازی صفحه‌های نامحدود تحت تنش کششی با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند. سورش و همکاران [۳۷] به مقایسه الگوریتم ژنتیک و اجتماع ذرات در یک مسأله‌ی بهینه‌سازی چندهدفه پرداختند و به

این نتیجه رسیدند که الگوریتم اجتماع ذرات از الگوریتم ژنتیک پاسخ بهینه بهتری را حاصل می‌کند. چو و رونالدز [۳۸] توانایی الگوریتم ژنتیک را در کمینه‌سازی تمرکز تنش در چندلایه‌های کامپوزیتی حاوی گشودگی نشان دادند. در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ی المان محدود توسعه یافته‌ی ویژه‌ای استفاده شد. روش المان محدود برای تعیین تابع هزینه به منظور کمینه‌سازی تمرکز تنش اطراف گشودگی استفاده شد. هدف اصلی مقاله‌ی فوق دستیابی به مقادیر بهینه پارامترهای طراحی برای رسیدن به کمترین تنش ممکن بود. شارما و همکارانش [۳۹] به طراحی بهینه‌ی چندلایه‌های متقارن دارای گشودگی بیضوی با کمک روش الگوریتم ژنتیک پرداختند. هدف آن‌ها بدست آوردن بهترین زاویه الیاف در چندلایه‌های متقارن کامپوزیتی دارای گشودگی بیضوی تحت شرایط مختلف بارگذاری درون صفحه‌ای بود. آن‌ها معیار تسای-هیل و معیار شکست مرتبه دوم را به عنوان تابع هدف به ترتیب برای تک لایه‌ها و چندلایه‌های متقارن در نظر گرفتند. متغیر طراحی آن‌ها نیز زاویه‌ی الیاف و نحوه چیدمان بود. کلاهان و همکارش [۴۰] از اصول الگوریتم ژنتیک برای طراحی چند لایه‌های کامپوزیتی استفاده کردند، آن‌ها با در نظر گرفتن جهت چرخش الیاف و چیدمان لایه‌ها به عنوان متغیرهای طراحی سعی در افزایش مقاومت چندلایه با کمترین وزن ممکن را داشتند. نارایانا نیک و همکاران [۴۱] با استفاده از الگوریتم ژنتیک و مکانیزم شکست، به طراحی بهینه‌ی کامپوزیت‌ها، بر اساس معیار شکست پرداختند. آلمیدا و آوراچ [۴۲] با استفاده از الگوریتم ژنتیک و تحلیل اجزای محدود به طراحی بهینه‌ی صفحه‌های چندلایه کامپوزیتی پرداختند، ایشان متغیرهای زاویه‌ی الیاف و ضخامت را به عنوان پارامترهای طراحی در نظر گرفتند و اقدام به بهینه‌سازی خیز و وزن سازه به طور مجزا و در کنار هم کردند. چو [۴۳] یک پانل ساندویچی با پوسته‌های چندلایه کامپوزیتی و با هسته‌ی شش گوشه را با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات^۱ بهینه کرد. چیدمان لایه‌ها از سه ماده‌ی مختلف و زاویه‌ی الیاف در هر لایه^۲ به عنوان متغیرهای طراحی در این مسأله‌ی بهینه‌سازی در نظر گرفته

^۱ Particle Swarm Algorithm

^۲ Individual Ply Angles

شده‌اند. همچنین رهیافت حلّ مسأله با آنالیز عددی روش^۱ FEA انجام شده تا پاسخ سازه را در یک شرایط زاویه و چیدمان مطمئن به دست آورد. روش اجتماع ذرات تابع هدف را برای رسیدن به مقدار حداکثر کلی با استفاده از روش جستجوی تصادفی هدایت می‌کند. استفاده از روش الگوریتم اجتماع ذرات اصلاح شده در بهینه‌سازی نحوه‌ی قرار گرفتن کامپوزیت‌های چندلایه توسط آقای چانگ و همکاران [۴۴] مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها در تحقیقات‌شان به بهینه‌سازی با این الگوریتم در فضای گسسته پرداختند، که نتایج از بهبود بازده محاسبات نشان می‌دهد. الگوریتم کلونی مورچه‌ها^۲ در بهینه‌سازی چند هدفه پانل‌های ساندویچی کامپوزیتی کف وسایل نقلیه ریلی توسط هادسون و همکارانش [۴۵] استفاده شده است. لیمان و همکارش [۴۶] روشی برای دستیابی به چیدمانی بهینه برای چندلایه‌های کامپوزیتی تحت بارگذاری عرضی و بار فشاری، با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک و تحلیل ایزوژئومتریکی^۳ اجزای محدود ارائه کردند. تابع هدف در این تحقیق دستیابی به استحکام و ظرفیت تحمل بار بیشینه در نظر گرفته شد و تئوری کرنش فون کارمن برای در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ و رفتار غیرخطی ورق‌های ناشی از خمش و کمانش و پس‌کمانش مورد استفاده قرار گرفت. آلانسو و همکارش [۴۷] به بررسی استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات برپایه‌ی حرکت دسته‌ی پرندگان در قالب روشی مناسب برای بهینه‌سازی سازه‌های کامپوزیتی پرداختند. جیانکیاو و همکارانش [۴۸] توسعه یک روش برای طراحی بهینه‌ی بر پایه قابلیت اعتماد سازه‌های کامپوزیتی بر مبنای ترکیب روش PSO و FEA ارائه دادند. امکار و همکارانش [۴۹] با در نظر گرفتن یک تابع چندهدفه، صفحات کامپوزیتی را به کمک الگوریتم اجتماع ذرات بهینه کردند. از دیگر تحقیق‌های صورت گرفته در این زمینه می‌توان به تحقیق کاتیراوان و همکارش [۵۰] اشاره کرد. آن‌ها با استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات به طراحی بهینه‌ی یک تیر کامپوزیتی قیددار که به عنوان عضو اصلی در حمل بار در یک تیغه‌ی روتور بالگرد مورد استفاده قرار گرفته است؛ پرداختند. همچنین نتایج این

¹ Finite Element Analysis

² Ant Colony Algorithm

³ Isogeometric Analysis

روش با روش الگوریتم گرادیانی مقایسه شد. نتایج آن‌ها نشان داد که استفاده از الگوریتم اجتماع ذرات منجر به دستیابی به طراحی بهتر نسبت به روش گرادیانی می‌شود. باریوسا و همکارانش [۵۱] به طراحی بهینه یک سازه‌ی مشبک کامپوزیتی تحت پیچش برای مواد مختلف با بررسی پارامترهای هندسی بر روی رفتار مکانیکی سازه پرداختند. الگوریتم گرگ خاکستری^۱ توسط میرجلیلی و همکارانش [۵۲] پیشنهاد شده و از رفتار اجتماعی دسته گرگ‌های خاکستری الهام گرفته است. این روش از رفتار شکار و سلسله مراتب اجتماعی گرگ‌های خاکستری تقلید می‌کند. ایشان ۲۹ تابع آزمون برای الگو برداری از عملکرد الگوریتم پیشنهادی از حیث اکتشاف، بهره برداری، اجتناب از نقاط بهینه محلی و همگرایی استفاده کردند. گوپتا و همکارش [۵۳] از الگوریتم گرگ خاکستری برای بهینه سازی در طراحی رگلاتور به منظور کنترل تولید خودکار از سیستم قدرت استفاده نمودند. صارمی و همکارانش [۵۴] پیشنهاد استفاده از دینامیک جمعیت تکاملی برای افزایش عملکرد الگوریتم گرگ خاکستری را ارائه کردند. سانگ و همکارانش [۵۵] از الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری برای تخمین بهینه امواج سطح استفاده نمودند.

در این پایان‌نامه، با تکیه بر حل تحلیلی متغیر مختلط موشخیلشویلی و نگاشت همنوا و بسط حل پین و همکارانش به گشودگی‌های چندضلعی منتظم واقع در مرکز ورق محدود فلزی سعی شده است تا برای بارگذاری درون صفحه‌ای (بار کششی تک‌محوری، دو محوری و برشی خالص)، مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مورد استفاده جهت دستیابی به کمترین تنش بی‌بعد معرفی گردد. هدف اصلی این پایان‌نامه، معرفی تابع نگاشت مناسب، هندسه گشودگی، توانایی تحلیل ورق‌های محدود با گشودگی‌های مختلف، اعمال بارهای کششی تک محوره، دو محوره و برشی در اطراف گشودگی‌های چندضلعی منتظم و در نهایت بهینه‌سازی پارامترهای مؤثر هم‌چون انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، نسبت اضلاع ورق و نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق می‌باشد که از نوآوری‌های این پایان‌نامه محسوب می‌گردد. لازم به ذکر است، که مقدار تنش بی‌بعد در اطراف گشودگی‌های چندضلعی

¹ Grey Wolf Algorithm

منتظم به عنوان تابع هزینه^۱ (C.F.) برای الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری در نظر گرفته شده است. تنش بی‌بعد به صورت بیشترین تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی به تنش اعمالی تعریف می‌شود.

۱-۴ اشاره به مطالب فصل‌های بعد

در فصل دوم به استخراج معادلات حاکم، روش تحلیلی حاضر و نحوه‌ی پیاده‌سازی آن‌ها توضیح داده می‌شود. در فصل سوم به معرفی روش‌های بهینه‌سازی و همچنین مقایسه‌ی حل تحلیلی حاضر با نتایج به‌دست‌آمده از روش اجزای محدود (نرم‌افزار آباکوس) می‌پردازیم. در فصل چهارم به تحلیل نتایج بهینه حاصل شده از روش بهینه‌سازی گرگ خاکستری برای تنش ایجاد شده حول گشودگی مثلثی، مربعی و n ضلعی‌های منتظم پرداخته‌شده است. در این فصل، به بررسی تأثیر پارامترهای گوناگون هم‌چون انحنای گوشه‌های گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، نسبت اضلاع ورق و نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق پرداخته‌شده است. نهایتاً در فصل پنجم به جمع‌بندی فعالیت‌های انجام‌شده در این مطالعه و بیان کلی نتایج به‌دست‌آمده پرداخته خواهد شد.

^۱ Cost Function

فصل دوم:

استخراج معادلات حاکم بر روش حل

تخلیسی

۱-۲ مقدمه

در بخش اول این فصل، پس از بیان فرضیات مسأله‌ی پیش‌رو تابع نگاشت مورد استفاده در روند حلّ تحلیلی معرفی می‌شود. پس از آن معادلات حاکم بر ورق محدود همسانگرد، با استفاده از تئوری متغیّر مختلط موشخیلیشویلی [۳] استخراج می‌شود. سپس با توجه به شرایط مرزی ورق و با کمک روش حداقل مربعات مرزی، معادلات مربوط به شرایط مرزی ورق مشخص و روند حل با استفاده از این روش بیان می‌گردد.

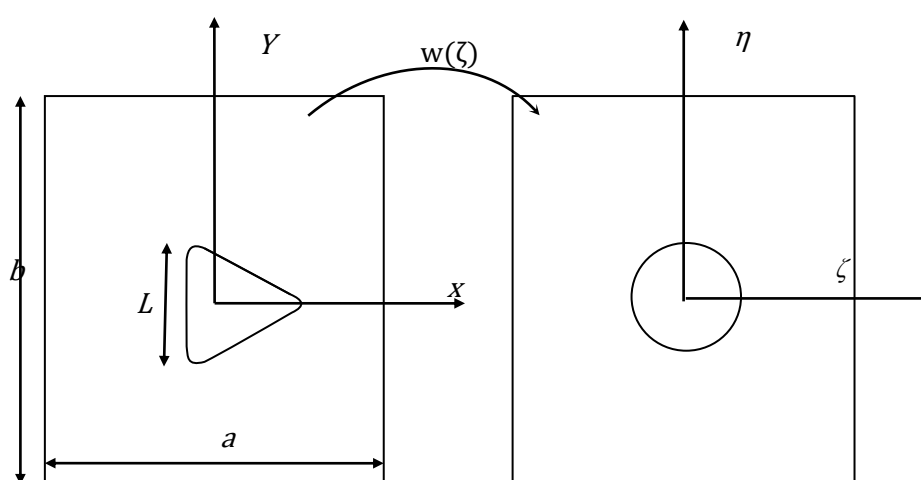
۲-۲ فرضیات

فرضیات استفاده شده در این پایان‌نامه به صورت زیر می‌باشند:

- ۱- اندازه‌ی گشودگی درمقابل ابعاد ورق بزرگ می‌باشد، بنابراین ورق محدود است. این معیار در گشودگی مربعی و مثلثی، نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع ورق بزرگتر از $0/۲$ [۳۱] و در چندضلعی‌ها نسبت قطر دایره‌ی محیط بر گشودگی به طول بزرگترین ضلع ورق بزرگتر از $0/۲$ تعریف شده است.
- ۲- ورق همگن و همسانگرد است و ماده دارای رفتار الاستیک خطی می‌باشد.
- ۳- مسأله، تنش صفحه‌ای فرض شده است.
- ۴- ورق تحت بارگذاری کششی دومحوری، تک‌محوری و برش خالص قرار می‌گیرد.
- ۵- مرز گشودگی آزاد از بار است. بنابراین با اعمال شرایط مرزی $\sigma_{\rho} = \tau_{\rho\theta} = 0$ تنها تنش ایجاد شده در اطراف گشودگی σ_{θ} است.
- ۶- رفتار ماده در کشش و فشار یکسان است.

۳-۲ تابع نگاشت

روش تحلیلی ارائه شده در این پایان نامه برگرفته از روش متغیر مختلط موشخیلشویلی [۳] و نگاشت همنا می باشد. به منظور تحلیل تنش گشودگی های غیر دایروی، ابتدا می بایست ورق حاوی گشودگی مختلف در صفحه ی مختلط z به ورق حاوی گشودگی دایروی به شعاع واحد در صفحه ی نگاشت ζ تبدیل شود. شکل ۱-۲ این تبدیل را برای گشودگی مثلثی نشان می دهد.



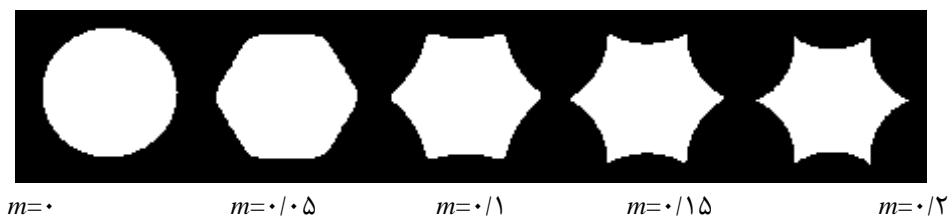
شکل ۱-۲ نگاشت ورق حاوی گشودگی مثلثی به ورق حاوی گشودگی دایروی

این عمل با استفاده از معادله ی (۱-۲) صورت می پذیرد، که در آن، R اندازه ی گشودگی، n نوع گشودگی و m مقدار انحنای گوشه ی گشودگی را مشخص می کند. در این پایان نامه، $R=1$ در نظر گرفته شده است.

$$z = x + iy = W(\zeta) = R\left(\zeta + \frac{m}{\zeta^n}\right) \quad (1-2)$$

در گشودگی های لبه دار m معیار تیزی یا نرمی و انحنای گشودگی است ($m \geq 0$). با تغییر این پارامتر (m) می توان برای هر گشودگی خاص، شعاع انحنای متفاوتی ایجاد کرد و در هر مورد تنش در جهت های مختلف را مورد بررسی قرار داد. برای هر گشودگی وقتی m کاهش می یابد گشودگی ملایم تر می شود تا این که m به کمترین مقدار خود، یعنی $m=0$ می رسد. در این حالت گشودگی به

دایره تبدیل می‌شود. مثلاً برای گشودگی شش ضلعی تغییرات m در شکل ۲-۲ ارائه شده روند میل کردن گشودگی شش ضلعی به دایره نشان داده شده است.



شکل ۲-۲ تأثیر پارامتر m بر گشودگی شش ضلعی

تأثیر پارامتر n در ایجاد گشودگی‌های مختلف در شکل ۳-۲ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد تعداد اضلاع گشودگی برابر با $n+1$ می‌باشد.



شکل ۳-۲ تأثیر پارامتر n در ایجاد گشودگی

متغیر مختلط ζ بر حسب مختصات ρ و θ به صورت زیر می‌باشد:

$$\zeta = \rho e^{i\theta} = \rho(\cos \theta + i \sin \theta) \quad (2-2)$$

رابطه‌ی اویلر:

$$e^{in\theta} = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta) \quad (3-2)$$

$$e^{-in\theta} = \cos(n\theta) - i \sin(n\theta) \quad (4-2)$$

بنابراین با جای‌گذاری روابط فوق در معادله‌ی (۱-۲) و جداسازی قسمت حقیقی و موهومی تابع نگاشت، x و y نقاط را در صفحه‌ی ζ بر حسب ρ و θ نقاط در صفحه‌ی ζ به صورت معادلات زیر خواهد بود:

$$x = \operatorname{Re}[w(\zeta)] = R \left(\rho \cos(\theta) + \frac{m \cos(n\theta)}{\rho^n} \right) \quad (5-2)$$

$$y = \operatorname{Im}[w(\zeta)] = R \left(\rho \sin(\theta) + \frac{m \sin(n\theta)}{\rho^n} \right) \quad (6-2)$$

۴-۲ حل تحلیلی

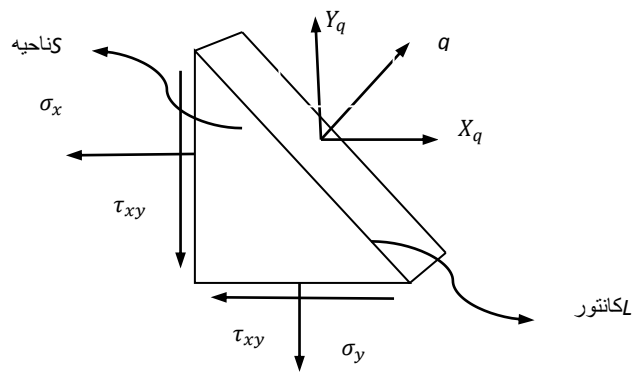
مسأله‌ی حاضر بر پایه‌ی تئوری الاستیسیته صفحه‌ای تحلیل و بررسی خواهد شد. در مسائل دوبعدی تحت بار درون صفحه‌ای، ماتریس تنش در هر نقطه از ماده‌ی الاستیک، دارای سه تنش σ_x ، σ_y و τ_{xy} می‌باشد. این تنش‌ها، در غیاب نیروهای خارجی معادلات تعادل را به صورت زیر ارضا می‌کنند:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} = 0 \quad (7-2)$$

همچنین معادله‌ی سازگاری برحسب مؤلفه‌های تنش به صورت زیر است:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (8-2)$$

ساده‌سازی مسأله، با ادغام این معادلات، از طریق روابط حاکم بین آن‌ها صورت می‌گیرد. مطابق شکل ۴-۲ ناحیه S که توسط کانتور L از جسم محدود شده است، به صورت دو مسأله‌ی اساسی و تفکیک شده از هم تجزیه می‌شود. این دو مسأله‌ی اساسی به ترتیب ارضای شرط مرزی نیرویی و جابه‌جایی در مرز می‌باشند.



شکل ۲-۴ شماتیک کانتور \bar{L}

برای مسأله‌ی اساسی نوع اول، هنگامی که نیروهای خارجی X_q و Y_q به مرزهای خارجی ناحیه‌ی S از جسم وارد می‌شوند، شرایط مرزی به صورت زیر می‌باشند:

$$\sigma_x \cos(q, x) + \tau_{xy} \cos(q, y) = X_q \quad (۹-۲)$$

$$\tau_{xy} \cos(q, x) + \sigma_y \cos(q, y) = Y_q \quad (۱۰-۲)$$

که در این جا q بردار یکه‌ی عمود بر سطح کانتور \bar{L} است. برای مسأله‌ی اساسی نوع دوم، در حالی که جابه‌جایی برای کانتور \bar{L} از ناحیه S در نظر گرفته شده باشد، شرایط مرزی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$u = g_1(s), v = g_2(s) \quad (۱۱-۲)$$

که در آن توابع $g_1(s)$ و $g_2(s)$ جابه‌جایی معلوم نقاط واقع بر کانتور \bar{L} می‌باشند.

با معرفی تابع تنش $U(x, y)$ ، رابطه‌ی مؤلفه‌های تنش با تابع تنش به صورت زیر خواهند بود:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (۱۲-۲)$$

با ترکیب معادلات (۲-۷)، (۲-۸) و (۲-۱۲)، معادله‌ی سازگاری، بر حسب تابع تنش U به شکل زیر

به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} = 0 \quad (۱۳-۲)$$

می‌توان نشان داد که تابع $U(x, y)$ در مرز کانتور برای مسأله‌ی اساسی نوع اول از معادله‌ی (۲-۲)

(۱۴) به دست می آید:

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \int_0^s X_q ds + C_1, \quad \frac{\partial U}{\partial x} = - \int_0^s Y_q ds + C_2 \quad (14-2)$$

که در آن C_1 و C_2 دو ثابت حقیقی دلخواه هستند، که برای یک جسم یکپارچه می توان صفر فرض شوند. بنابراین حل مسائل صفحه ای تئوری الاستیسیته، به تعیین تابع بای هارمونیک^۱ $U(x, y)$ که شرایط مرزی معادلات (۱۱-۲) و (۱۴-۲) را ارضا می کند، خلاصه می شود. به این منظور موشخیلیشویلی حل زیر را برای معادله ی (۱۳-۲) پیشنهاد نمود:

$$U(x, y) = Re[\bar{z}\varphi(z) + \theta(z)] \quad (15-2)$$

در معادله ی فوق Re نشان دهنده ی قسمت حقیقی یک عبارت مختلط و $\varphi(z)$ و $\theta(z)$ توابعی تحلیلی از متغیر مختلط z می باشند. بنابراین حل مسائل تنش صفحه ای به تعیین دو تابع تحلیلی هولومورفیک $\varphi(z)$ و $\psi(z) = \theta'(z)$ که بر روی کانتور L شرایط مرزی تعیین شده را ارضا می کنند، محدود می شود. با ارائه ی حل معادله ی (۱۳-۲) به شکل معادله ی (۱۵-۲)، بسط شرایط مرزی بر حسب دو تابع $\varphi(z)$ و $\psi(z)$ امکان پذیر است. برای مسأله ی اساسی نوع دوم، شرایط مرزی را به شکل زیر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial U}{\partial y} &= \varphi(z) + z\overline{\varphi'(z)} + \overline{\psi(z)} = \int_0^s (X_q + iY_q) ds \\ &= f_1 + if_2 + const \end{aligned} \quad (16-2)$$

اگر مقادیر جابه جایی ها معلوم باشد، می توان به همین روش شرایط مرزی جابه جایی را تعیین نمود:

$$2G(u + iv) = \chi\varphi(z) - \overline{z\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} = 2G(g_1 + ig_2) \text{ on } L \quad (17-2)$$

در معادله ی فوق $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ مدول برشی، ν نسبت پواسون و χ تابعی از نسبت پواسون می باشد

و مقدار آن در شرایط تنش صفحه ای و کرنش صفحه ای برابر است با:

¹ Biharmonic

$$\chi = 3 - 4\nu \text{ حالت تنش صفحه‌ای } \chi = \frac{3-\nu}{1+\nu} \text{ حالت کرنش صفحه‌ای} \quad (18-2)$$

همچنین E مدول الاستیسیته می‌باشد.

با ترکیب معادلات (2-17) و (2-18) شکل کامل و یکپارچه‌ای برای شرایط مرزی به دست می‌آید:

$$\chi\varphi(z) + z\overline{\varphi'(z)} + \overline{\psi(z)} = F(z) \text{ on } \dot{L} \quad (19-2)$$

که در آن برای مسأله‌ی اساسی نوع اول

$$\chi_1 = 1, F = i \int_0^s (X_q + iY_q) ds + const \quad (20-2)$$

و برای مسأله‌ی اساسی نوع دوم

$$\chi_1 = -\chi, F = -2G(g_1 + ig_2) \quad (21-2)$$

در نظر گرفته می‌شود.

با مشخص شدن تابع تنش $U(x, y)$ بر حسب توابع $\varphi(z)$ و $\psi(z) = \theta'(z)$ مؤلفه‌های تنش در

حالت دوبعدی و برای ناحیه‌ی همبند ساده به صورت زیر محاسبه می‌شوند [3]:

$$\sigma_x + \sigma_y = 4Re[\varphi'(z)] \quad (22-2)$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2(\bar{z}\varphi''(z) + \psi'(z)) \quad (23-2)$$

که در آن $\varphi(z)$ و $\psi(z)$ توابع مختلط بر حسب متغیر z می‌باشند.

مؤلفه‌های تنش در سیستم مختصات قطبی و با استفاده از نگاشت هم‌نوا، بر حسب متغیر ζ به-

صورت زیر تعریف می‌گردند [3]:

$$\sigma_\rho + \sigma_\theta = \sigma_x + \sigma_y = 4Re \left[\frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \right] \quad (24-2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta - \sigma_\rho + 2i\tau_{\rho\theta} &= (\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy})e^{2i\alpha} \\ &= \frac{2\zeta^2}{\rho^2\omega'(\zeta)} \left(\overline{\omega(\zeta)}\Phi'(\zeta) + \omega'(\zeta)\Psi(\zeta) \right) \end{aligned} \quad (25-2)$$

که در آن،

$$e^{2i\alpha} = \frac{\zeta^2 \omega'(\zeta)}{\rho^2 \omega'(\zeta)}, \quad \Phi(\zeta) = \frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \quad (26-2)$$

$$\Psi(\zeta) = \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}, \quad \Phi'(\zeta) = \varphi''(\zeta) \omega'(\zeta)$$

از حل دستگاه معادلات (24-2) و (25-2) مؤلفه‌های تنش را برحسب توابع تنش و تابع نگاشت

همینا به صورت زیر خواهد بود:

$$\sigma_x = Re \left[\frac{2\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} - (\overline{\omega(\zeta)} \varphi''(\zeta) + \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}) \right] \quad (27-2)$$

$$\sigma_y = Re \left[\frac{2\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} + (\overline{\omega(\zeta)} \varphi''(\zeta) + \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}) \right] \quad (28-2)$$

$$\tau_{xy} = Img \left[\overline{\omega(\zeta)} \varphi''(\zeta) + \frac{\psi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \right] \quad (29-2)$$

$$\sigma_\rho = Re \left[\frac{2\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} - \frac{\zeta^2}{\rho^2 \omega'(\zeta)} (\overline{\omega(\zeta)} \varphi''(\zeta) \omega'(\zeta) + \psi'(\zeta)) \right] \quad (30-2)$$

$$\sigma_\theta = Re \left[\frac{2\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)} + \frac{\zeta^2}{\rho^2 \omega'(\zeta)} (\overline{\omega(\zeta)} \varphi''(\zeta) \omega'(\zeta) + \psi'(\zeta)) \right] \quad (31-2)$$

$$\tau_{\rho\theta} = Img \left[\frac{\zeta^2}{\rho^2 \omega'(\zeta)} (\overline{\omega(\zeta)} \varphi''(\zeta) \omega'(\zeta) + \psi'(\zeta)) \right] \quad (32-2)$$

بنابراین حل مسأله‌ی تنش صفحه‌ای به تعیین دو تابع تحلیلی هولومورفیک $\varphi(\zeta)$ و $\psi(\zeta)$ که

شرایط مرزی مسأله را ارضا می‌کنند، محدود می‌شود. با مشخص شدن $\varphi(\zeta)$ و $\psi(\zeta)$ و با جای‌گذاری

آن‌ها در معادلات فوق، مؤلفه‌های تنش محاسبه و مسأله‌ی تنش صفحه‌ای حل می‌گردد. ساوین [5]

در حالت کلی توابع پتانسیل مذکور را برای مسأله‌ی محاسبه‌ی تنش در ورق نامحدود همسانگرد

دارای گشودگی، در حالت دوبعدی به صورت زیر معرفی کرد:

$$\varphi(z) = -\frac{X + iY}{2\pi(1 + \chi)} \ln z + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n z^n \quad (33-2)$$

$$\psi(z) = \frac{\chi(X - iY)}{2\pi(1 + \chi)} \ln z + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n z^n \quad (34-2)$$

که در آن Y و X نیروهای خارجی وارد بر مرز گشودگی در جهت x و y می‌باشند. در غیاب این نیروها، جمله‌ی لگاریتمی معادلات فوق حذف می‌گردد. χ پیشتر مطابق رابطه‌ی (۲-۱۸) برحسب تابعی از نسبت پواسون معرفی شد. a_n و b_n در معادلات فوق ثابت‌های مجهول می‌باشند. با توجه به اینکه مقادیر تنش در ورق نامحدود باید دارای مقادیر متناهی باشد، ساوین [۵] توابع $\varphi(z)$ و $\psi(z)$ را برای ورق نامحدود به صورت زیر اصلاح نمود:

$$\varphi(z) = -\frac{X + iY}{2\pi(1 + \chi)} \ln z + a_1 z + \varphi_0(z) \quad (35-2)$$

$$\psi(z) = \frac{\chi(X - iY)}{2\pi(1 + \chi)} \ln z + b_1 z + \psi_0(z) \quad (36-2)$$

که در آن،

$$\varphi_0(z) = \sum_{n=-\infty}^0 a_n z^n, \psi_0(z) = \sum_{n=-\infty}^0 b_n z^n \quad (37-2)$$

معادلات (۲-۳۸) و (۲-۳۹) برای ورق‌های محدود و نامحدود حاوی گشودگی دایروی و یا بیضوی مناسب می‌باشند. ساوین [۵] به منظور حل مسأله‌ی توزیع تنش اطراف گشودگی‌های مختلف در ورق نامحدود تحت بارگذاری درون صفحه‌ای، از تابع نگاشت هم‌نوا استفاده کرد. او توابع $\varphi(\zeta)$ و $\psi(\zeta)$ را برحسب متغیر ζ به شکل زیر معرفی کرد:

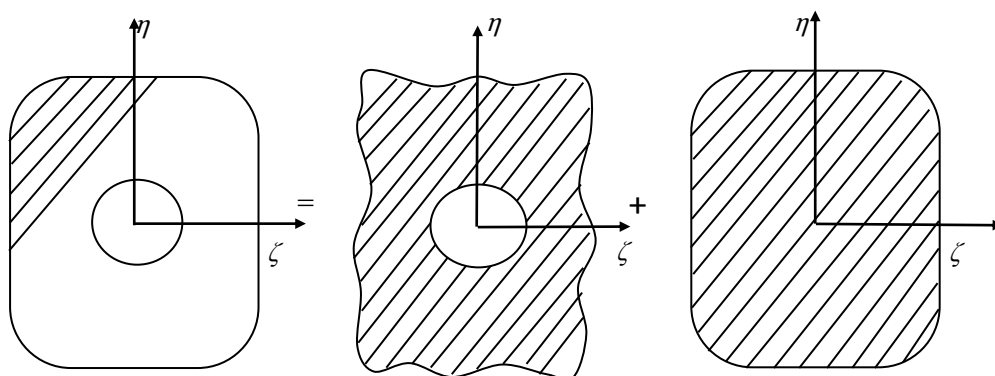
$$\varphi(\zeta) = -\frac{X + iY}{2\pi(1 + \chi)} \ln \zeta + a_1 \omega(\zeta) + \varphi_0(\zeta) \quad (38-2)$$

$$\psi(\zeta) = \frac{\chi(X - iY)}{2\pi(1 + \chi)} \ln \zeta + b_1 \omega(\zeta) + \psi_0(\zeta) \quad (39-2)$$

که در آن:

$$\varphi_0(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} a'_n \zeta^{-n}, \psi_0(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} b'_n \zeta^{-n} \quad (40-2)$$

a'_n و b'_n ثوابت مجهول می‌باشند. X و Y مؤلفه‌های تنش در مرز گشودگی هستند که به دلیل آزاد بودن مرز گشودگی از تنش صفر می‌باشند. از معادلات (۳۸-۲) و (۳۹-۲) می‌توان در تحلیل تنش ورق‌های نامحدود حاوی گشودگی‌های مختلف استفاده کرد. اما در ورق‌های محدود علاوه بر هندسه‌ی گشودگی، شرایط مرز خارجی تأثیر بسزایی در توزیع تنش ورق دارد. بنابراین از معادلات (۳۸-۲) و (۳۹-۲) به شکلی که در بالا ارائه شده است، نمی‌توان استفاده کرد. همان‌طور که در شکل ۵-۲ مشاهده می‌شود، تابع تنش ورق محدود حاوی گشودگی دایروی در صفحه ζ ، از جمع تابع تنش ورق نامحدود حاوی گشودگی دایروی در صفحه ζ با تابع تنش ورق محدود بدون گشودگی در صفحه ζ به دست می‌آید [۳۱].



شکل ۵-۲ نمایی از روش حل [۳۱]

لذا با استفاده از سری لورنت در یک ناحیه غیر ساده، تابع تنش شامل جملاتی با توان‌های منفی ζ که بر روی مرز گشودگی دایروی و ناحیه‌ی خارج آن تحلیلی می‌باشد، تابع تنش ورق نامحدود حاوی گشودگی دایروی را تشکیل می‌دهد. همچنین سری لورنت شامل جملاتی با توان‌های مثبت ζ ، که بر روی مرز خارجی ورق تحلیلی می‌باشد، تابع تنش ورق محدود بدون گشودگی را تشکیل می‌دهد. بنابراین با جمع جمله‌هایی با توان مثبت و منفی ζ سری لورنت، توابع تنش $\varphi(\zeta)$ و $\psi(\zeta)$ مطابق

رابطه‌ی زیر خواهند بود [۳۱]:

$$\varphi(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \zeta^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n \zeta^n \quad (41-2)$$

$$\psi(\zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n \zeta^{-n}}{\omega'(\zeta)} + \sum_{n=0}^{\infty} D_n \zeta^n \quad (42-2)$$

که در آن ضرایب A_n, B_n, C_n, D_n اعدادی مختلط هستند که به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$A_n = a_{n1} + ia_{n2}, B_n = b_{n1} + ib_{n2} \quad (43-2)$$

$$C_n = c_{n1} + ic_{n2}, D_n = d_{n1} + id_{n2}$$

$a_{n2}, a_{n1}, b_{n2}, b_{n1}, c_{n2}, c_{n1}, d_{n2}, d_{n1}$ ثابت‌های حقیقی مجهول می‌باشند. با تبدیل توابع

تنش به سری‌هایی با جملات محدود، توابع تنش را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\varphi(\zeta) = \sum_{n=1}^M A_n \zeta^{-n} + \sum_{n=0}^M B_n \zeta^n \quad (44-2)$$

$$\psi(\zeta) = \sum_{n=1}^M \frac{C_n \zeta^{-n}}{\omega'(\zeta)} + \sum_{n=0}^M D_n \zeta^n \quad (45-2)$$

که در آن تعداد جملات مربوط به بخش‌های مختلف سری لورنت می‌باشد.

با محاسبه‌ی مشتقات توابع تنش به صورت زیر:

$$\varphi'(\zeta) = \sum_{n=1}^M -nA_n \zeta^{-n-1} + \sum_{n=0}^M nB_n \zeta^{n-1} \quad (46-2)$$

$$\varphi''(\zeta) = \sum_{n=1}^M n(n+1)A_n \zeta^{-n-2} + \sum_{n=0}^M n(n-1)B_n \zeta^{n-2} \quad (47-2)$$

$$\psi'(\zeta) = \sum_{n=1}^M \frac{C_n(-n\zeta^{-n-1}\omega'(\zeta) - \omega''(\zeta)\zeta^{-n})}{(\omega'(\zeta))^2} + \sum_{n=0}^M nD_n \zeta^{n-1} \quad (48-2)$$

و با جای‌گذاری معادلات (۴۴-۲)، (۴۵-۲) و معادلات فوق در معادلات (۲۷-۲) تا (۳۲-۲) مؤلفه-

های تنش به شکل نهایی زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \sigma_x = Re & \left[\left[\frac{\sum_{n=1}^M -2n \zeta^{-n-1}}{\omega'(\zeta)} - \left(\overline{\omega(\zeta)} \sum_{n=1}^M n(n+1) \zeta^{-n-2} \right) \right] A_n \right. \\ & + \left[\frac{\sum_{n=0}^M 2n \zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)} - \sum_{n=0}^M \overline{\omega(\zeta)} n(n-1) \zeta^{n-2} \right] B_n \\ & \left. - \left[\sum_{n=1}^M \frac{(-n \zeta^{-n-1})}{(\omega'(\zeta))^2} - \frac{\omega''(\zeta) \zeta^{-n}}{(\omega'(\zeta))^3} \right] C_n - \left[\frac{\sum_{n=0}^M n \zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)} \right] D_n \right] \end{aligned} \quad (49-2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = Re & \left[\left[\frac{\sum_{n=1}^M -2n \zeta^{-n-1}}{\omega'(\zeta)} + \left(\overline{\omega(\zeta)} \sum_{n=1}^M n(n+1) \zeta^{-n-2} \right) \right] A_n \right. \\ & + \left[\frac{\sum_{n=0}^M 2n \zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)} + \sum_{n=0}^M \overline{\omega(\zeta)} n(n-1) \zeta^{n-2} \right] B_n \\ & \left. + \left[\sum_{n=1}^M \frac{(-n \zeta^{-n-1})}{(\omega'(\zeta))^2} - \frac{\omega''(\zeta) \zeta^{-n}}{(\omega'(\zeta))^3} \right] C_n + \left[\frac{\sum_{n=0}^M n \zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)} \right] D_n \right] \end{aligned} \quad (50-2)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = Re & \left[\left[\overline{\omega(\zeta)} \sum_{n=1}^M n(n+1) \zeta^{-n-2} \right] A_n + \left[\sum_{n=0}^M \overline{\omega(\zeta)} n(n-1) \zeta^{n-2} \right] B_n \right. \\ & \left. + \left[\sum_{n=1}^M \frac{(-n \zeta^{-n-1})}{(\omega'(\zeta))^2} - \frac{\omega''(\zeta) \zeta^{-n}}{(\omega'(\zeta))^3} \right] C_n + \left[\frac{\sum_{n=0}^M n \zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)} \right] D_n \right] \end{aligned} \quad (51-2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\rho = Re & \left[\left[\frac{\sum_{n=1}^M -2n \zeta^{-n-1}}{\omega'(\zeta)} - \left(\frac{\overline{\omega(\zeta)} \omega'(\zeta)}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \sum_{n=1}^M n(n+1) \zeta^{-n} \right) \right] A_n \right. \\ & + \left[\frac{\sum_{n=0}^M 2n \zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)} - \frac{\overline{\omega(\zeta)} \omega'(\zeta)}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \sum_{n=0}^M n(n-1) \zeta^n \right] B_n \\ & - \left[\sum_{n=1}^M \frac{-\omega'(\zeta) n \zeta^{-n+1} - \omega''(\zeta) \zeta^{-n+2}}{\rho^2 (\omega'(\zeta))^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \right] C_n \\ & \left. - \left[\frac{\sum_{n=0}^M n \zeta^{n+1}}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \right] D_n \right] \end{aligned} \quad (52-2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} = Re \left[\left[\frac{\sum_{n=1}^M -2n \zeta^{-n-1}}{\omega'(\zeta)} + \left(\frac{\overline{\omega(\zeta)} \omega'(\zeta)}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \sum_{n=1}^M n(n+1) \zeta^{-n} \right) \right] A_n \right. \\ \left. + \left[\frac{\sum_{n=0}^M 2n \zeta^{n-1}}{\omega'(\zeta)} + \frac{\overline{\omega(\zeta)} \omega'(\zeta)}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \sum_{n=0}^M n(n-1) \zeta^n \right] B_n \right. \\ \left. + \left[\sum_{n=1}^M \frac{-\omega'(\zeta) n \zeta^{-n+1} - \omega''(\zeta) \zeta^{-n+2}}{\rho^2 (\omega'(\zeta))^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \right] C_n \right. \\ \left. + \left[\frac{\sum_{n=0}^M n \zeta^{n+1}}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \right] D_n \right] \end{aligned} \quad (53-2)$$

$$\begin{aligned} \tau_{\rho\theta} = Re \left[\left[\left(\frac{\overline{\omega(\zeta)} \omega'(\zeta)}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \sum_{n=1}^M n(n+1) \zeta^{-n} \right) \right] A_n \right. \\ \left. + \left[\frac{\overline{\omega(\zeta)} \omega'(\zeta)}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \sum_{n=0}^M n(n-1) \zeta^n \right] B_n \right. \\ \left. + \left[\sum_{n=1}^M \frac{-\omega'(\zeta) n \zeta^{-n+1} - \omega''(\zeta) \zeta^{-n+2}}{\rho^2 (\omega'(\zeta))^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \right] C_n \right. \\ \left. + \left[\frac{\sum_{n=0}^M n \zeta^{n+1}}{\rho^2 \overline{\omega'(\zeta)}} \right] D_n \right] \end{aligned} \quad (54-2)$$

که در آن:

$$\omega'(\zeta) = R \left(1 - \frac{nm}{\zeta^{n+1}} \right) \quad (55-2)$$

$$\omega''(\zeta) = R \left(\frac{n(n+1)m}{\zeta^{n+2}} \right) \quad (56-2)$$

$$\overline{\omega'(\zeta)} = R \left(1 - \frac{nm}{\zeta^{n+1}} \right) \quad (57-2)$$

$$\overline{\omega''(\zeta)} = R \left(\frac{n(n+1)m}{\zeta^{n+2}} \right) \quad (58-2)$$

با توجه به روابط ذکر شده برای بررسی توزیع تنش اطراف گشودگی، نیاز به محاسبه‌ی ضرایب

مجهول A_n, B_n, C_n و D_n در معادلات (2-49) تا (2-54) می‌باشد. به این منظور از روش حداقل

مربعات مرزی استفاده شده است که روند حل در ادامه تشریح می‌گردد.

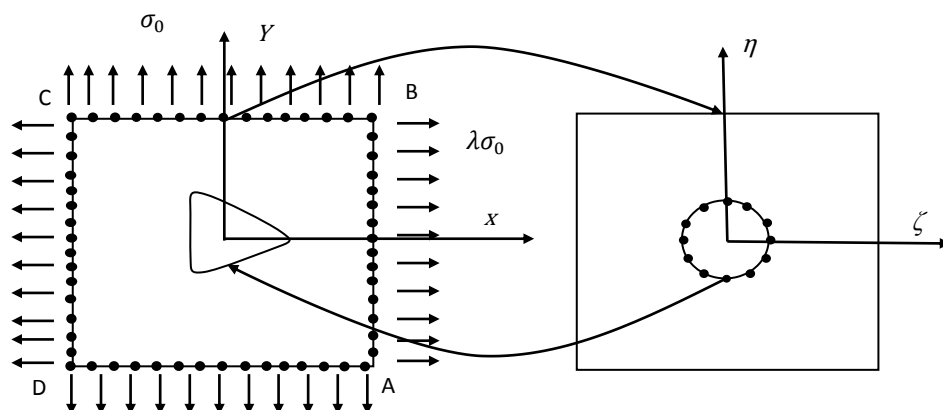
۲-۵ روند حل

۲-۵-۱ تعیین نقاط منتخب

مطابق شکل ۲-۶ نقاطی با فاصله‌ی برابر بر روی مرز داخلی (مرز گشودگی) در صفحه‌ی ζ و بر روی مرز خارجی (مرز ورق) در صفحه‌ی z انتخاب می‌شوند. با انتخاب این نقاط و با استفاده از معادله-ی (۲-۱) در بخش تابع نگاشت می‌توان نقاط متناظر بر روی مرز داخلی گشودگی (در این‌جا گشودگی مثلی) در صفحه‌ی z و نقاط متناظر بر روی مرز خارجی ورق در صفحه‌ی ζ را به‌دست آورد. برای استفاده از روش حداقل مربعات مرزی، به نقاط منتخب بر روی مرز داخلی و خارجی در صفحه ζ نیاز می‌باشد مختصات نقاط در صفحه‌ی ζ به صورت (ρ, θ) و در صفحه‌ی z به صورت (x, y) می‌باشند. نقاط منتخب بر روی مرز داخلی دایره‌ی واحد در صفحه‌ی ζ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\rho = 1, \theta = \frac{2\pi}{N_{in}}(j-1) \quad (j = 1, \dots, N_{in}) \quad (۲-۵۹)$$

در معادله‌ی (۲-۵۹)، N_{in} تعداد نقاط منتخب بر روی مرز داخلی دایره‌ی واحد می‌باشد. با جای گذاری مؤلفه‌های x و y نقاط منتخب در صفحه‌ی z در سمت چپ معادلات (۲-۵) و (۲-۶)، با استفاده از حل عددی، مؤلفه‌های ρ و θ نقاط متناظر در صفحه‌ی ζ محاسبه می‌شوند.



شکل ۲-۶ موقعیت نقاط منتخب بر روی مرز داخلی در صفحه ζ و مرز خارجی در صفحه z

۲-۵-۲ تعیین شرایط مرزی

در استفاده از روش حداقل مربعات مرزی، برای شرایط مرزی داخلی از شرایط مرزی دایره‌ی واحد در صفحه‌ی ζ و در مختصات قطبی استفاده شده است. شرایط مرزی بر روی مرز گشودگی (مرز داخلی ورق محدود)، به صورت زیر است:

$$\sigma_\rho = \tau_{\rho\theta} = 0, |\zeta| = 1 \quad (۶۰-۲)$$

این در حالی است که برای شرایط مرزی خارجی ورق (لبه‌های ورق) از شرایط مرزی ورق در صفحه‌ی z و مختصات کارتزین استفاده می‌شود. شرایط مرزی خارجی ورق محدود حاوی گشودگی به صورت زیر است:

$$\sigma_x \cos^2 \gamma + \sigma_y \sin^2 \gamma + 2\tau_{xy} \sin \gamma \cos \gamma = \sigma_n \quad (۶۱-۲)$$

$$(\sigma_y - \sigma_x) \sin \gamma \cos \gamma + \tau_{xy} (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma) = \tau_n \quad (۶۲-۲)$$

در معادلات فوق γ زاویه‌ی بین بردار عمود بر مرز خارجی ورق و محور x می‌باشد. همچنین σ_n و τ_n به ترتیب تنش نرمال و تنش برشی در مرز خارجی می‌باشند. با استفاده از معادلات فوق شرایط مرزی را برای هر سه نوع بارگذاری مورد بحث در پایان‌نامه به شرح زیر خواهد بود:

بارگذاری کششی تک‌محوری

$$\sigma_\rho = 0, \tau_{\rho\theta} = 0 \text{ بر روی مرز داخلی}$$

$$\sigma_x = \sigma_n = 0, \tau_{\rho\theta} = \tau_n = 0 \text{ بر روی ضلع } AB \text{ و } CD \quad (۶۳-۲)$$

$$\sigma_y = \sigma_n = \sigma_0, \tau_{\rho\theta} = \tau_n = 0 \text{ بر روی ضلع } BC \text{ و } DA$$

بارگذاری کششی دو محوری

$$\sigma_\rho = 0, \tau_{\rho\theta} = 0 \text{ بر روی مرز داخلی}$$

$$\sigma_x = \sigma_n = \lambda\sigma_0, \tau_{\rho\theta} = \tau_n = 0 \text{ بر روی ضلع } AB \text{ و } CD \quad (۶۴-۲)$$

بر روی ضلع DA و BC $\sigma_y = \sigma_n = \sigma_0, \tau_{\rho\theta} = \tau_n = 0$

بارگذاری برشی

بر روی مرز داخلی $\sigma_\rho = 0, \tau_{\rho\theta} = 0$

بر روی ضلع CD و AB $\sigma_x = \sigma_n = 0, \tau_{\rho\theta} = \tau_n = \tau_0$ (۶۵-۲)

بر روی ضلع DA و BC $\sigma_y = \sigma_n = 0, \tau_{\rho\theta} = \tau_n = \tau_0$

σ_0 تنش کششی وارد شده بر مرز خارجی ورق می باشد و در این پایان نامه 1MPa در نظر

گرفته شده است. همچنین در بارگذاری کششی دومحوری $\lambda = 2$ و در بارگذاری برشی تنش τ_0 برابر

1MPa می باشد. به منظور چرخش گشودگی های گوناگون دو دستگاه مختصات کارتیزین در مرکز ورق،

یکی ثابت بر گشودگی و دیگری ثابت بر ورق تعریف می گردد. با چرخش گشودگی زاویه ی بین این دو

دستگاه مختصات، زاویه ی چرخش گشودگی را به وجود می آورد. همان طور که در شکل ۲-۷ و شکل

۲-۸ مشاهده می گردد، با چرخش ورق و یا گشودگی با زاویه ی چرخش برابر شرایط ورق از لحاظ

هندسی و فیزیکی یکسان خواهد بود و زاویه ی ایجاد شده بین این دو دستگاه مختصات ناشی از

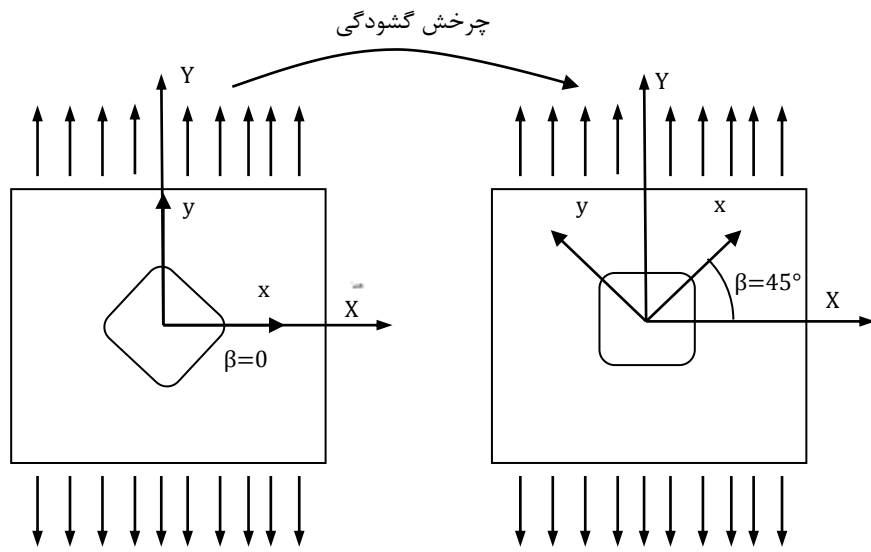
چرخش گشودگی برابر با زاویه ی ایجاد شده بین این دو دستگاه مختصات ناشی از چرخش ورق می -

گردد. بنابراین برای به دست آوردن توزیع تنش ورق در زوایای گوناگون چرخش، می توان از این ایده

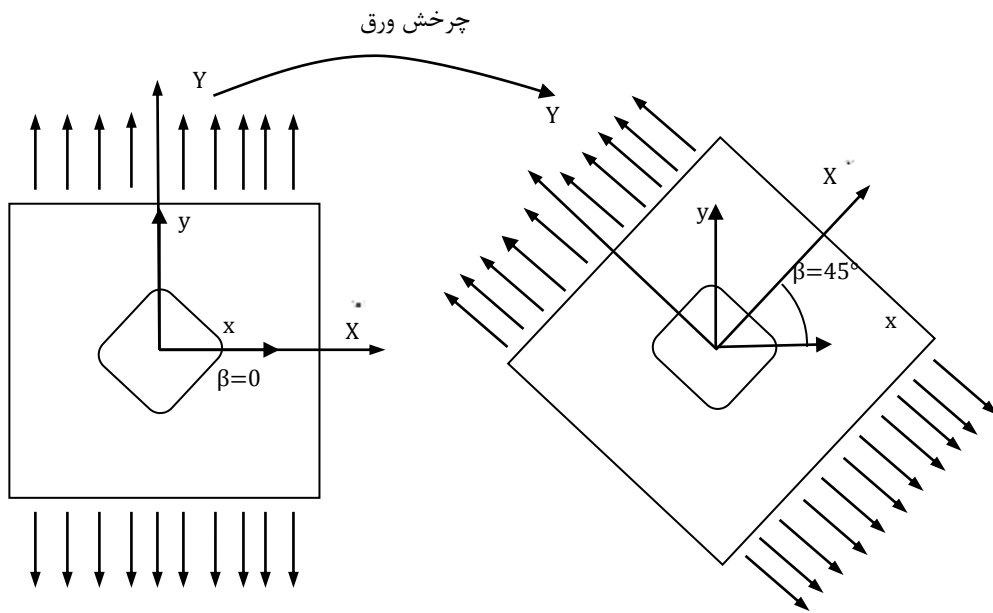
استفاده نمود که ورق حاوی گشودگی را به اندازه ی زاویه ی چرخش مورد نظر چرخاند و توزیع تنش را

در این حالت محاسبه نمود. در این صورت برای هر زاویه ی چرخش لازم است از معادلات (۲-۶۱) و

(۲-۶۲) شرایط مرزی مربوط به ورق چرخیده را به دست آورد.



شکل ۷-۲ نمایش چرخش گشودگی به مقدار 45°



شکل ۸-۲ نمایش چرخش ورق به مقدار 45°

۲-۵-۳ محاسبه‌ی مجذور باقی مانده‌ی مرزی

بر اساس روش حداقل مربعات مرزی، مجذور باقی مانده‌ی مرزی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Delta^2 = \int_{\Gamma} r^2 d\Gamma \quad (۶۶-۲)$$

که در آن Γ مرز خارجی و داخلی کانتور می‌باشد. شکل گسسته‌ی مجذور باقی مانده‌ی مرزی

به صورت زیر بیان می شود:

$$\Delta^2 = \sum_{j=1}^{N_{in}+N_{ot}} r^2(\rho_j, \theta_j) \quad (67-2)$$

که در آن N_{in} ، تعداد نقاط منتخب بر روی مرز داخلی دایره‌ی واحد، N_{ot} تعداد نقاط منتخب بر روی مرز خارجی ورق در محل اعمال بار، اندیس j نشان دهنده‌ی تعداد نقاط منتخب می باشد.

$$r^2(\rho_j, \theta_j) = r_1^2(\rho_j, \theta_j) + r_2^2(\rho_j, \theta_j) \quad (68-2)$$

تعداد نقاط منتخب بر روی مرز داخلی در این پایان نامه پس از همگرا شدن جوابها ۸۰ عدد و بر روی مرز خارجی ۱۲۰ عدد می باشد. در رابطه‌ی فوق، $r_1(\rho_j, \theta_j)$ و $r_2(\rho_j, \theta_j)$ اختلاف دو تنش، یکی تنش حاصل از شرایط مرزی و دیگری تنش حاصل از حل تحلیلی ارائه شده در نقاط منتخب بر روی مرزها هستند، بنابراین $r_1(\rho_j, \theta_j)$ و $r_2(\rho_j, \theta_j)$ را به صورت زیر داریم:

بر روی مرز داخلی ورق برای هر سه نوع بارگذاری

$$r_1(\rho_j, \theta_j) = \sigma_\rho(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (69-2)$$

$$r_2(\rho_j, \theta_j) = \tau_{\rho\theta}(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (70-2)$$

بارگذاری کششی تک محوری

بر روی ضلع AB و CD

$$r_1(\rho_j, \theta_j) = \sigma_x(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (71-2)$$

$$r_2(\rho_j, \theta_j) = \tau_{xy}(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (72-2)$$

بر روی ضلع BC و DA

$$r_1(\rho_j, \theta_j) = \sigma_y(\rho_j, \theta_j) - \sigma_0 \quad (73-2)$$

$$r_2(\rho_j, \theta_j) = \tau_{xy}(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (74-2)$$

بارگذاری کششی دوماحوری:

بر روی ضلع AB و CD

$$r_1(\rho_j, \theta_j) = \sigma_x(\rho_j, \theta_j) - \lambda\sigma_0 \quad (۷۵-۲)$$

$$r_2(\rho_j, \theta_j) = \tau_{xy}(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (۷۶-۲)$$

بر روی ضلع BC و DA

$$r_1(\rho_j, \theta_j) = \sigma_y(\rho_j, \theta_j) - \sigma_0 \quad (۷۷-۲)$$

$$r_2(\rho_j, \theta_j) = \tau_{xy}(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (۷۸-۲)$$

بارگذاری برشی:

بر روی ضلع AB و CD

$$r_1(\rho_j, \theta_j) = \sigma_x(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (۷۹-۲)$$

$$r_2(\rho_j, \theta_j) = \tau_{xy}(\rho_j, \theta_j) - \tau_0 \quad (۸۰-۲)$$

بر روی ضلع BC و DA

$$r_1(\rho_j, \theta_j) = \sigma_y(\rho_j, \theta_j) - 0 \quad (۸۱-۲)$$

$$r_2(\rho_j, \theta_j) = \tau_{xy}(\rho_j, \theta_j) - \tau_0 \quad (۸۲-۲)$$

۲-۵-۴ حلّ معادلات

پس از به دست آوردن Δ^2 برای هر نوع بارگذاری، به منظور کمینه کردن تابع اختلاف به دست آمده،

از روابط زیر استفاده می شود:

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial a_{n1}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial a_{n2}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial b_{n1}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial b_{n2}} = 0 \quad (۸۳-۲)$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial c_{n1}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial c_{n2}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial d_{n1}} = 0, \frac{\partial \Delta^2}{\partial d_{n2}} = 0 \quad (۸۴-۲)$$

در نتیجه از روابط فوق، دستگاه معادلاتی خطی تشکیل می‌شود که از حلّ آن ثوابت مجهول به- دست می‌آیند. با جای‌گذاری این ثوابت در معادلات (۲-۴۹) تا (۲-۵۴) مؤلفه‌های تنش به دست آمده و مسأله‌ی مورد نظر حل می‌گردد.

۲-۶ جمع‌بندی

در این فصل با به‌کارگیری روش متغیّر مختلط موشخیلشویلی، نگاشت همنوا و روش حدّ اقل مربّعات مرزی روابط حاکم بر ورق محدودِ همسانگرد حاوی گشودگی استخراج گردید. شرایط مرزی، روند حلّ تحلیلی و نحوه‌ی بررسی پارامترها بیان شد.

فصل سوم:

همین‌سازی و روش الگوریتم گرک

خانگیری

۳-۱ مقدمه

روش‌های بهینه‌سازی فرا ابتکاری در طی دو دهه اخیر مورد توجه بسیاری دانشمندان قرار گرفته است. در عین شگفتی، برخی از آن‌ها نظیر الگوریتم ژنتیک^۱ [۵۶]، بهینه‌سازی کلنی مورچه^۲ [۵۷] و بهینه‌سازی ازدحام ذرات^۳ نه تنها در میان دانشمندان علوم کامپیوتر، بلکه دانشمندان رشته‌های مختلف نسبتاً شناخته شده می‌باشند. علاوه بر طیف وسیعی از کارهای نظری، این روش‌های بهینه‌سازی در زمینه‌های مطالعاتی مختلف به کار گرفته شده‌اند. سوال مطرح شده این است که چرا الگوریتم‌های فرا ابتکاری گسترش چشمگیری داشته‌اند. پاسخ به این سوال را می‌توان در قالب چهار دلیل خلاصه‌سازی کرد: سادگی، انعطاف پذیری، مکانیزم عاری از مشتق‌گیری و اجتناب از نقطه بهینه محلی.

(۱) الگوریتم‌های فرا ابتکاری نسبتاً ساده می‌باشند. آن‌ها عمدتاً الهام گرفته از مفاهیم بسیار ساده می‌باشند. الهامات معمولاً مربوط به پدیده‌های فیزیکی، رفتارهای حیوانات یا مفاهیم تکاملی هستند. سادگی این الگوریتم‌ها، به دانشمندان رشته کامپیوتر امکان شبیه‌سازی مفاهیم طبیعی مختلف، پیشنهاد الگوریتم‌های فرا ابتکاری جدید، ترکیب دو یا چند الگوریتم فرا ابتکاری یا بهبود الگوریتم‌های فرا ابتکاری فعلی را می‌دهد. به علاوه، سادگی به دانشمندان دیگر امکان یادگیری سریع الگوریتم‌های فرا ابتکاری و به کارگیری آن‌ها در حل مسائل خود را فراهم می‌سازد.

(۲) انعطاف‌پذیری اشاره به قابلیت کاربرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری در مسائل مختلف بدون هر گونه تغییرات در ساختار الگوریتم دارد. الگوریتم‌های فرا ابتکاری، به راحتی قابل کاربرد برای مسائل مختلف می‌باشند. زیرا آن‌ها اغلب مسائل را به صورت جعبه سیاه فرض می‌کنند. به عبارت دیگر، تنها ورودی‌ها و خروجی‌های یک سیستم، برای یک الگوریتم فرا ابتکاری مهم می‌باشند. بنابراین، تنها چیزی که یک طراح نیاز دارد این است که بداند چگونه مسأله خود را برای الگوریتم‌های فرا ابتکاری ارائه کند.

¹ Genetic Algorithm (GA)

² Ant Colony Optimization Algorithm (ACO)

³ Particle Swarm Optimization (PSO)

۳) بیشتر الگوریتم‌های فرا ابتکاری، دارای مکانیزم‌های عاری از مشتق‌گیری می‌باشند. بر عکس رویکردهای بهینه‌سازی مبتنی بر گرادیان، الگوریتم‌های فرا ابتکاری، مسائل را به طور تصادفی بهینه‌سازی می‌کنند. فرآیند بهینه‌سازی با راه حل‌های تصادفی شروع می‌شوند و نیازی به محاسبه مشتق فضای جستجو برای یافتن نقطه بهینه نیست. این ویژگی موجب شده است تا الگوریتم‌های فرا ابتکاری برای مسائل واقعی با اطلاعات ناکافی یا پرهزینه بسیار مناسب باشند.

۴) الگوریتم‌های فرا ابتکاری دارای قابلیت‌های بهتری برای اجتناب از نقاط بهینه محلی در مقایسه با فنون بهینه‌سازی متعارف و سنتی می‌باشند. این ویژگی ناشی از ماهیت تصادفی الگوریتم‌های فرا ابتکاری است که به آن‌ها امکان اجتناب از رکود در راه حل‌های محلی و همچنین جستجوی گسترده فضای کامل جستجو را می‌دهد. فضای جستجوی مسائل واقعی معمولاً مجهول و بسیار پیچیده با تعداد زیادی نقطه بهینه محلی است. از این روی الگوریتم‌های فرا ابتکاری، گزینه‌های خوبی برای بهینه‌سازی این مسائل واقعی چالش بر انگیز می‌باشند.

الگوریتم‌های فرا ابتکاری را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:

۱) الگوریتم‌های تکاملی^۱ (EA)

۲) الگوریتم‌های مبتنی بر فیزیک

۳) الگوریتم‌های هوش ازدحامی^۲ (SI)

الگوریتم‌های تکاملی، معمولاً از مفاهیم تکامل در طبیعت الهام گرفته‌اند. متداول‌ترین الگوریتم در این شاخه، GA است. این الگوریتم توسط هولند [۵۸] پیشنهاد شده که مفاهیم تکامل داروین را شبیه‌سازی می‌کند. کاربردهای GA در علوم مهندسی به طور گسترده‌ای توسط گولدرگ [۵۹] بررسی شده است. به طور کلی، بهینه‌سازی با تکامل یک راه حل تصادفی اولیه در نسل EA انجام می‌شود. هر جمعیت جدید توسط ترکیب و جهش افراد در نسل قبلی ایجاد می‌شود. چون بهترین افراد، دارای احتمال مشارکت بالایی در تولید جمعیت جدید می‌باشند، احتمالاً جمعیت جدید، بهتر از نسل-

^۱ Evolutionary Algorithms (EA)

^۲ Swarm intelligence (SI)

های قبلی است. این می‌تواند تضمین نماید که جمعیت تصادفی اولیه در طول چندین و چندین تکرار، بهینه‌سازی می‌شود. برخی از الگوریتم‌های تکاملی شامل تکامل تفاضلی^۱ [۶۰]، برنامه نویسی تکاملی^۲ [۶۱-۶۲]، راهبرد تکاملی^۳ [۶۳-۶۴] و بهینه‌ساز مبتنی بر بیوژئوگرافی^۴ [۶۵] می‌باشند. به عنوان مثال، الگوریتم بیوژئوگرافی اولین بار توسط سیمون [۶۵] پیشنهاد شد. ایده اصلی این الگوریتم الهام گرفته از بیوژئوگرافی (جغرافیای زیستی) است که اشاره به مطالعه موجودات زنده از حیث توزیع جغرافیایی دارد. این مطالعات موردی می‌توانند در مقیاس مکانی جزایر، خشکی‌ها یا حتی قاره‌های مختلف و در مقیاس‌های زمانی چندین دهه، قرن یا هزاره باشند. در این زمینه مطالعاتی، اکوسیستم‌های مختلف برای یافتن روابط بین گونه‌های مختلف از حیث مهاجرت به داخل، مهاجرت به خارج و جهش مورد مطالعه قرار می‌گیرند. تکامل اکوسیستم‌ها (با در نظر گرفتن انواع مختلف گونه‌ها نظیر شکارچی و شکار) در خصوص مهاجرت، الهام بخش اصلی الگوریتم بیوژئوگرافی بود.

دومین شاخه اصلی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری، روش‌های مبتنی بر فیزیک می‌باشند. این الگوریتم‌های بهینه‌سازی معمولاً از قوانین فیزیکی تبعیت می‌کنند. برخی از محبوب‌ترین الگوریتم‌ها این دسته عبارتند از: بیگ بنگ- بیگ کرانچ^۵ [۶۶]، الگوریتم جستجوی گرانشی^۶ [۶۷] و الگوریتم جستجوی مبتنی بر کَشکان^۷ [۶۸] می‌باشند. تفاوت مکانیزم این الگوریتم‌ها از الگوریتم‌های تکاملی در این است که مجموعه‌ای تصادفی از عوامل جستجو در سرتاسر فضای جستجو بر اساس قوانین فیزیکی با هم ارتباط برقرار کرده و حرکت می‌کنند. برای مثال الگوریتم BBBC از تئوری‌های بیگ بنگ و بیگ کرانچ الهام گرفته است. عوامل جستجوی BBBC از یک نقطه در جهات تصادفی در یک فضای جستجو بر اساس اصول تئوری بیگ بنگ پراکنده می‌شوند. آن‌ها به طور تصادفی جستجو کرده و سپس در یک نقطه نهایی (بهترین نقطه حاصل شده تاکنون) بر اساس اصول تئوری بیگ بنگ گرد

¹ Differential Evolution Algorithm (DE)

² Evolutionary programming Algorithm (EP)

³ Evolution strategy Algorithm (ES)

⁴ Biogeography-based optimization (BBO)

⁵ Big Bang-Big Crunch Algorithm (BBBC)

⁶ Gravitational Search Algorithm (GSA)

⁷ Galaxy-Based Search Algorithm (GBSA)

هم می‌آیند.

سومین زیر دسته از الگوریتم‌های فرا ابتکاری، روش‌های هوش ازدحامی (SI) است. این الگوریتم‌ها عمدتاً از رفتار اجتماعی دسته‌های حشرات، گله‌های حیوانات، دسته‌های پرندگان یا گله‌هایی از مخلوقات در طبیعت، پیروی می‌کنند. این مکانیزم تقریباً مشابه با الگوریتم مبتنی بر فیزیک است با این حال عوامل جستجو با استفاده از هوش اجتماعی و جمعی شبیه سازی شده مخلوقات حرکت می‌کنند. محبوب ترین روش هوش ازدحامی، PSO می‌باشد. الگوریتم PSO توسط کندی و ابرهارت [۶۹] پیشنهاد شده و از رفتار اجتماعی دسته‌های پرندگان الهام گرفته است. الگوریتم PSO از ذرات مختلفی که به دنبال موقعیت بهترین ذره و بهترین موقعیت به دست آمده تاکنون می‌باشند، استفاده می‌کند. به عبارت دیگر، یک ذره با در نظر گرفتن بهترین راه حل خود علاوه بر بهترین راه حل بدست آمده توسط دسته، حرکت می‌کند. دیگر الگوریتم محبوب SI، الگوریتم زنبور عسل^۱ است، که از رفتار جمعی زنبورها در یافتن منابع غذایی پیروی می‌کند. سه نوع زنبور در الگوریتم ABC وجود دارد: زنبورهای پیشرو، جستجوگر و مستخدم. زنبورهای پیشرو مسؤوول کشف فضای جستجو می‌باشند در حالی که زنبورهای جستجوگر و مستخدم از راه حل‌های مفید پیدا شده توسط زنبورهای پیشرو استفاده می‌کنند. در نهایت، الگوریتم الهام گرفته از خفاش^۲، که الهام گرفته از رفتار انعکاس صدای خفاش‌ها است، اخیراً ارایه شده است [۷۰]. در طبیعت انواع بسیاری از خفاش‌ها وجود دارند. این خفاش‌ها از نظر اندازه و وزن متفاوت هستند، با این حال همگی رفتار حرکتی و شکار کاملاً مشابهی دارند. خفاش‌ها برای انجام این کار از امواج صوتی طبیعی استفاده می‌کنند. دو خصوصیت اصلی خفاش هنگام یافتن شکار در طراحی الگوریتم BA به کار گرفته شده است. خفاش‌ها هنگام تعقیب شکار خود بلندی صدا را کاهش داده و سرعت صدای فراصوت ساطع شده را افزایش می‌دهند. این رفتار از نظر ریاضی برای الگوریتم BA مدل‌سازی شده است.

¹ Artificial Bee Colony (ABC)

² Bat Algorithm (BA)

برخی از مزیت‌های الگوریتم‌های هوش ازدحامی را به ترتیب زیر اشاره می‌نماییم:

- الگوریتم‌های هوش ازدحامی اطلاعاتی را در مورد فضای جستجو در روند تکرار حفظ می‌کنند در حالی که الگوریتم‌های تکاملی (EA)، اطلاعات نسل‌های قبلی را دور می‌اندازند.
- الگوریتم‌های هوش ازدحامی اغلب از حافظه برای ذخیره بهترین راه حلّ کنونی بدست آمده استفاده می‌کنند.
- الگوریتم‌های هوش ازدحامی معمولاً دارای پارامترهای کم‌تری برای تعدیل می‌باشند
- الگوریتم‌های هوش ازدحامی دارای عملگرها یا اپراتورهای کمتری در مقایسه با رویکردهای تکاملی (فرآیند قطع، جهش، نخبه‌گرایی) است.
- پیاده‌سازی الگوریتم‌های هوش ازدحامی آسان است.

صرف نظر از تفاوت‌های بین الگوریتم‌های فرا ابتکاری، وجود یک خصوصیت مشترک یعنی تقسیم فرآیند جستجو به دو مرحله، اکتشاف و بهره‌برداری است [۷۱-۷۵]. مرحله اکتشاف، اشاره به فرآیند تحقیق و بررسی مناطق مفید فضای جستجو، در مقیاس گسترده تا حد امکان دارد. یک الگوریتم باید اپراتورهای تصادفی برای جستجوی تصادفی و کلی فضای جستجو به منظور پشتیبانی از این مرحله داشته باشد. با این حال بهره‌برداری، اشاره به قابلیت جستجوی محلی اطراف مناطق مناسب و مفید به دست آمده در مرحله اکتشاف دارد. یافتن یک تعادل مناسب بین این دو مرحله به دلیل ماهیت تصادفی الگوریتم‌های فرا ابتکاری یک وظیفه چالش بر انگیز محسوب می‌شود. الگوریتم به کار گرفته شده در این پایان‌نامه، یک روش SI جدید با الهام‌گیری از رفتار شکار و سلسله مراتب اجتماعی گله-های گرگ خاکستری ارائه می‌کند. بر اساس میزان اطلاعات ما، هیچ روش SI در منابع و مطالعات بررسی شده، از سلسله مراتب رهبری گرگ‌های خاکستری که به خاطر رفتار شکار جمعی خود معروف هستند، تبعیت نمی‌کند. این مسأله موجب شد تا ما به مدل‌سازی ریاضی رفتار اجتماعی گرگ‌های خاکستری پرداخته، یک الگوریتم SI جدید الهام گرفته شده از گرگ‌های خاکستری به

عنوان الگوریتم گرگ خاکستری^۱ را ارائه کرده و قابلیت‌های آن را در حل مسائل ورق همسانگرد محدود بررسی کنیم.

۲-۳ الهام گرفتن روش گرگ خاکستری

گرگ خاکستری^۲ متعلق به خانواده کندی^۳ است. گرگ‌های خاکستری، شکارچینی هستند که در راس هرم غذایی قرار دارند. به این معنی که آن‌ها در راس زنجیره غذایی می‌باشند. گرگ‌های خاکستری عمدتاً ترجیح می‌دهند تا به طور گروهی زندگی کنند. اندازه گروه به طور متوسط ۵-۱۲ قلاده است. یک نکته جالب این که آن‌ها دارای یک سلسله مراتب اجتماعی بسیار دقیق و منظمی می‌باشند که در شکل ۱-۳ نشان داده می‌شوند. رهبران شامل یک ماده و یک نر می‌باشند که به آن‌ها آلفاپریم (α') می‌گویند. آلفاپریم مسؤول اصلی تصمیم‌گیری‌ها در مورد شکار، محل خواب، زمان بیدار شدن و از این قبیل موارد است. تصمیمات آلفاپریم به گروه دیکته می‌شود. با این حال برخی از رفتارهای دموکراتیک نیز مشاهده شده است که در آن یک آلفاپریم از سایر گرگ‌ها در گروه تبعیت می‌کند. گرگ آلفاپریم موسوم به گرگ برتر نیز است زیرا دستورات او باید توسط گروه اجرا شود [۷۶]. همچنین گرگ‌های آلفاپریم تنها مجاز به جفت‌گیری در گله می‌باشند. نکته جالب این است که آلفاپریم لزوماً قوی‌ترین عضو گله نیست بلکه بهترین عضو از نظر مدیریت گله است. این نشان می‌دهد که سازمان و نظم گله مهم‌تر از قدرت آن است.

دومین سطح در سلسله مراتب گرگ‌های خاکستری بتاپریم (β') است. بتاپریم‌ها، گرگ‌های زیر دستی هستند که به آلفاپریم در تصمیم‌گیری یا سایر فعالیت‌های گله کمک می‌کنند. گرگ بتاپریم می‌تواند نر یا ماده باشد و او بهترین جایگزین آلفاپریم در صورت مرگ آلفاپریم یا پیر شدن او می‌باشد. گرگ بتاپریم نقش یک مشاور را برای گرگ آلفاپریم و ناظم را برای گله دارد. بتاپریم دستورات و فرمان‌های آلفاپریم را در سرتاسر گله اجرا کرده و بازخوردها را به آلفاپریم گزارش می‌دهد [۵۲].

¹ Grey Wolf Optimizer (GWO)

² Canis Lupus

³ Canidae

گرگ امگاپریم (ω')، پایین‌ترین طبقه در سلسله مراتب گرگ خاکستری را دارا می‌باشد. گرگ امگاپریم نقش قربانی را ایفا می‌کند. معمولاً، گرگ‌های امگاپریم باید از همه گرگ‌های سطح بالا و غالب پیروی کنند. آن‌ها آخرین گرگ‌هایی هستند که اجازه غذا خوردن دارند. به نظر می‌رسد که امگاپریم یک فرد مهم در گله نباشد، با این حال مشاهده شده است که در صورت از دست دادن امگاپریم، تمام گله درگیر جنگ داخلی و مشکلات می‌شوند. در برخی از موارد نیز گرگ امگاپریم در گله به عنوان پرستار بچه عمل می‌کند.

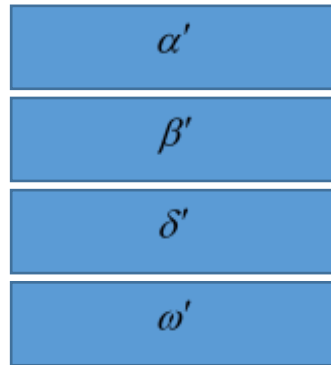
آخرین عضو تاثیر گذار بر دسته گرگ‌ها، گرگ دلتاپریم (δ') می‌باشد. گرگ‌های دلتاپریم باید تابع فرمان‌های آلفاپریم و بتاپریم باشند با این حال آن‌ها بر امگاپریم غالب هستند. گرگ‌های پیشرو، نگهبان، گرگ‌های پیر، شکارچیان و سرپرستان متعلق به این گروه می‌باشند. گرگ‌های پیشرو مسؤول نظارت بر مرزهای قلمرو و هشدار به گله در صورت احساس خطر می‌باشند. نگهبان‌ها حافظ و تضمین کننده ایمنی گله می‌باشند. گرگ‌های پیر، گرگ‌های با تجربه‌ای می‌باشند که پیش‌تر از این آلفاپریم یا بتاپریم بوده‌اند. گرگ‌های دلتاپریم به گرگ‌های آلفاپریم و بتاپریم هنگام شکار کمک کرده و برای گله غذا فراهم می‌کنند. در نهایت، مسؤول نگهداری از گرگ‌های ضعیف، بیمار و زخمی نیز می‌باشند. علاوه بر سلسله مراتب اجتماعی گرگ‌ها، شکار گروهی، دیگر رفتار اجتماعی جالب گرگ‌های خاکستری است. بر اساس گفته مایرو و همکاران [۷۷]، مراحل اصلی شکار گرگ خاکستری به شکل زیر می‌باشد:

• رد یابی، تعقیب و نزدیک شدن به شکار (حالت A)

• دنبال کردن، محاصره و خسته کردن شکار تا زمان توقف آن (حالت B,C,D)

• حمله به شکار (حالت E)

این مراحل در شکل ۳-۲ نشان داده شده اند.



شکل ۱-۳ سلسله مراتب گرگ‌های خاکستری

در این مطالعه، این روش شکار و سلسله مراتب اجتماعی گرگ‌های خاکستری از نظر ریاضی به منظور طراحی الگوریتم گرگ خاکستری و انجام بهینه‌سازی مدل‌سازی می‌شود. در ادامه، مدل‌های ریاضی سلسله مراتب اجتماعی، ردیابی شکار، محاصره و حمله به آن بررسی می‌شود.



شکل ۲-۳ شکار گروهی گرگ‌های خاکستری [۵۲]

۱-۲-۳ سلسله مراتب اجتماعی

هنگام طراحی الگوریتم گرگ خاکستری، به منظور مدل‌سازی ریاضی سلسله مراتب اجتماعی گرگ‌ها، ما مناسب‌ترین راه حل را به صورت آلفا پیریم (α') در نظر می‌گیریم. متعاقباً، دومین و سومین راه مناسب به ترتیب بتا پیریم (β') و دلتا پیریم (δ') نامیده می‌شوند. بقیه راه حل‌های کاندید به صورت امگا پیریم (ω') فرض می‌شوند. در الگوریتم GWO، شکار با کمک α' ، β' ، δ' صورت

می‌گیرد. گرگ‌های w' از این سه گرگ تبعیت می‌کنند [۵۲].

۲-۲-۳ محاصره شکار

همان‌طور که در بالا گفته شد، گرگ‌های خاکستری در هنگام شکار، دور شکار حلقه زده و او را محاصره می‌کنند. به منظور مدل‌سازی ریاضی رفتار محاصره، معادلات زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\bar{D} = |\bar{C} \cdot \bar{X}_p(t) - \bar{X}(t)| \quad (۱-۳)$$

$$\bar{X}(t+1) = \bar{X}_p(t) - \bar{A} \cdot \bar{D} \quad (۲-۳)$$

که t نشان دهنده تکرار فعلی، A و C بردارهای ضرایب می‌باشند. X_p بردار موقعیت شکار و X بردار موقعیت گرگ خاکستری است. بردار A و C به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

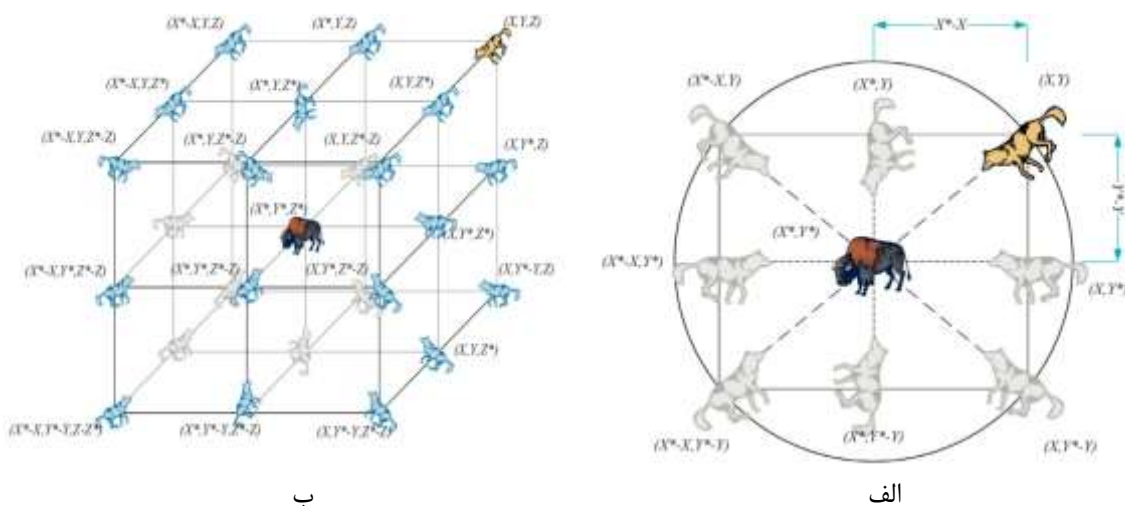
$$\bar{A} = 2\bar{a} \cdot \bar{r}_1 - \bar{a} \quad (۳-۳)$$

$$\bar{C} = 2 \cdot \bar{r}_2 \quad (۴-۳)$$

موفه‌های a از ۲ تا ۰ در طول تکرارها به طور خطی کاهش می‌یابند و r_1 ، r_2 بردارهای تصادفی در [۰، ۱] می‌باشند. برای مشاهده اثرهای معادلات (۱-۳) و (۲-۳)، یک بردار موقعیت دو بعدی و برخی از همسایه‌های احتمالی در شکل ۳-۳ الف نشان داده شده‌اند. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، گرگ خاکستری در موقعیت (X, Y) قادر به روز رسانی موقعیت خود بر اساس موقعیت شکار (X^*, Y^*) می‌باشد. نقاط مختلف حول بهترین عامل با توجه به موقعیت فعلی با تعدیل مقدار بردارهای A و C حاصل می‌شوند [۵۲].

برای مثال، $(X^* - X, Y^*)$ را می‌توان با تنظیم موقعیت احتمالی به روز رسانی شده گرگ خاکستری، در فضای سه بعدی بدست آورد که در شکل ۳-۳ ب نشان داده شده است. توجه داشته باشید که بردارهای r_1 و r_2 به گرگ‌ها امکان رسیدن به موقعیت بین نقاط نشان داده شده در شکل ۳-۳ را می‌دهد. از این روی، گرگ خاکستری قادر است که موقعیت خود را درون فضای حول شکار در هر موقعیت تصادفی با استفاده از معادلات (۱-۳) و (۲-۳) به روز رسانی کند. همین مفهوم را می‌توان به

یک فضای جستجو با n بعد گسترش داد، که در آن گرگ‌های خاکستری در نرده مکعب‌ها حول بهترین راه حل بدست آمده تاکنون حرکت می‌کنند.



شکل ۳-۳ بردار موقعیت دو بعدی و سه بعدی و و برخی از همسایه‌های احتمالی آن [۵۲]

۳-۲-۳ شکار

گرگ‌های خاکستری توانایی تشخیص موقعیت شکار و محاصره آن‌ها را دارند. شکار معمولاً تحت رهبری و راهنمایی گرگ آلفا پریم صورت می‌گیرد. بتا پریم و دلتا پریم، گاهی در شکار مشارکت می‌کنند. با این حال، در یک فضای جستجو انتزاعی، ما ایده‌ای در مورد موقعیت بهینه نداریم. به منظور شبیه‌سازی ریاضی رفتار شکار گرگ‌های خاکستری، فرض ما بر این است که آلفا پریم (بهترین راه حل کاندید) بتا پریم و دلتا پریم در مورد موقعیت بالقوه شکار دانش بهتری دارند. از این روی، ما سه راه حل اول (بهترین راه حل‌ها) بدست آمده تا کنون را ذخیره کرده و سایر عوامل جستجو (از جمله امگا پریم) را مجبور به، به روز رسانی موقعیت‌شان بر اساس موقعیت بهترین عوامل جستجو می‌کنیم. روابط زیر در این رابطه پیشنهاد می‌شوند [۵۲].

$$\bar{D}_{\alpha'} = |\bar{C}_1 \cdot \bar{X}_{\alpha'} - \bar{X}|, \bar{D}_{\beta'} = |\bar{C}_2 \cdot \bar{X}_{\beta'} - \bar{X}|, \bar{D}_{\delta'} = |\bar{C}_3 \cdot \bar{X}_{\delta'} - \bar{X}| \quad (5-3)$$

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_{\alpha'} - \bar{A}_1 \cdot (\bar{D}_{\alpha'}), \bar{X}_2 = \bar{X}_{\beta'} - \bar{A}_2 \cdot (\bar{D}_{\beta'}), \bar{X}_3 = \bar{X}_{\delta'} - \bar{A}_3 \cdot (\bar{D}_{\delta'}) \quad (6-3)$$

$$\bar{X}(t+1) = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3}{3} \quad (7-3)$$

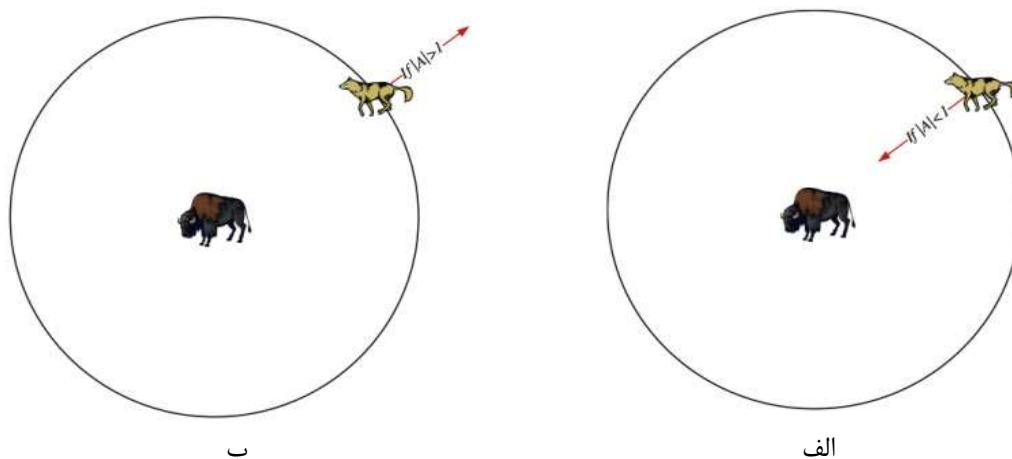
۳-۲-۴ حمله به شکار (بهره برداری)

همان طور که در بالا گفته شد، گرگ‌های خاکستری، هنگام از حرکت افتادن و توقف شکار، به آن حمله کرده و فرآیند شکار را به پایان می‌رسانند. به منظور مدل‌سازی ریاضی نزدیک شدن به شکار، مقدار a را کاهش می‌دهیم. توجه کنید که دامنه نوسانی A توسط a کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر A مقدار تصادفی در بازه $[-2a, 2a]$ است که در آن a در طول چندین تکرار از ۲ تا ۰ کاهش می‌یابد. وقتی مقادیر تصادفی A در بازه $[-2, 2]$ قرار دارد، موقعیت بعدی عامل جستجو را می‌توان در هر نقطه بین موقعیت فعلی و موقعیت شکار مشاهده کرد. شکل ۳-۴ الف نشان می‌دهد که $|A| < 1$ گرگ‌ها را ملزم به حمله به شکار می‌کند. با اپراتورهای پیشنهادی تا کنون، الگوریتم گرگ خاکستری به عوامل جستجوی خود امکان به روز رسانی موقعیت خود را بر اساس موقعیت آلفا پیریم، بتا پیریم، دلتا پیریم و حمله به شکار می‌دهد. با این حال، الگوریتم گرگ خاکستری مستعد رکود در راه حل‌های محلی با این اپراتورها می‌باشد. این مسأله درست است که مکانیزم محاصره پیشنهادی تا حدودی نشان دهنده اکتشاف است با این حال، الگوریتم گرگ خاکستری برای تاکید بر اکتشاف بر اپراتورها یا عملگرهای بیشتری نیاز دارد [۵۲].

۳-۲-۵ جستجوی شکار (اکتشاف)

گرگ‌های خاکستری عمدتاً بر اساس موقعیت آلفا پیریم، بتا پیریم و دلتا پیریم جستجو می‌کنند. آن‌ها برای جستجوی شکار از هم جدا شده و برای حمله به شکار به هم نزدیک می‌شوند. به منظور مدل‌سازی ریاضی واگرایی و جدایش آن‌ها، ما از \bar{A} با مقادیر تصادفی بزرگ‌تر از ۱ یا کم‌تر از -۱ برای ملزم کردن جدا شدن عامل جستجو از شکار استفاده می‌کنیم. این بر اکتشاف تاکید داشته و به الگوریتم GWO امکان جستجوی گسترده را می‌دهد. شکل ۳-۴ ب هم چنین نشان می‌دهد که $|A| > 1$ گرگ‌های خاکستری را ملزم به جدا

شدن از شکار به امید یافتن شکار بهتر می‌کند. دیگر مولفه GWO که نشان دهنده اکتشاف است، \vec{C} می‌باشد. همان طور که در معادله (۳-۴) می‌توان دید، بردار \vec{C} حاوی مقادیر تصادفی در بازه $[0, 2]$ است. این مؤلفه، اوزان تصادفی را برای شکار به منظور تاکید آماری ($C > 1$) یا عدم تاکید ($C < 1$) بر اثر شکار در تعریف فاصله در معادله (۳-۱) در اختیار می‌گذارد. این فرآیند به الگوریتم گرگ خاکستری برای نشان دادن یک رفتار تصادفی‌تر در سرتاسر بهینه‌سازی، اکتشاف و اجتناب از نقطه بهینه محلی کمک می‌کند. لازم به ذکر است که بردار C بر خلاف A به طور خطی کاهش نمی‌یابد. ما تعمداً C را ملزم به ارایه مقادیر تصادفی در همه زمان‌ها برای تاکید بر اکتشاف نه تنها در طی تکرارهای اولیه، بلکه در طول چندین تکرار، نهایی می‌کنیم. این مولفه در رابطه با رکود نقاط بهینه محلی به خصوص در تکرارهای نهایی بسیار مفید است. بردار C را می‌توان به صورت اثر موانع برای رسیدن به شکار در طبیعت در نظر گرفت. به طور کلی، موانع در طبیعت در مسیرهای شکار گرگ‌ها ظاهر می‌شوند و در حقیقت از نزدیک شدن سریع و راحت به شکار جلوگیری می‌کنند. این دقیقاً همان کاری است که بردار C انجام می‌دهد. بسته به موقعیت گرگ، بردار C یک وزن را به شکار داده و دسترسی گرگ‌ها را به شکار دشوارتر می‌کند [۵۲].



شکل ۳-۴ جستجوی راه‌های گوناگون جهت حمله به شکار [۵۲]

به طور خلاصه فرآیندهای جستجو با ایجاد یک جمعیت تصادفی از گرگ‌های خاکستری در الگوریتم گرگ خاکستری آغاز می‌شود. در طول چندین تکرار، گرگ‌های آلفا پریم، بتا پریم و دلتا پریم موقعیت احتمالی شکار را برآورد می‌کنند. هر راه حل کاندید، فاصله خود را از شکار به روز رسانی می‌-

کند. پارامتر a از ۲ به ۰ به ترتیب برای تاکید بر اکتشاف و بهره برداری کاهش می‌یابد. وقتی که $1 >$ $|\bar{A}|$ است راه حل‌های کاندید تمایل به دور شدن از شکار و وقتی که $1 < |\bar{A}|$ راه حل‌های کاندید تمایل به نزدیک شدن به شکار را دارند. در نهایت، الگوریتم GWO با برآورده شدن یک معیار نهایی خاتمه می‌یابد. شبه کد الگوریتم گرگ خاکستری در شکل ۳-۵ نشان داده شده است. برای مشاهده چگونگی حل مسائل بهینه‌سازی توسط GWO به شکل نظری، برخی از نکات را می‌توان مطرح کرد:

- سلسله مراتب اجتماعی پیشنهادی به GWO در ذخیره بهترین راه حل‌های بدست آمده تا کنون در طول روند تکرار کمک می‌کند.

- مکانیزم محاصره پیشنهادی، یک حدود دایره‌ای شکل را حول راه حل‌هایی موجود تعریف می‌کند.

- پارامترهای تصادفی A و C به راه حل‌های کاندید برای داشتن فضاهای گوناگون با شعاع‌های تصادفی مختلف کمک می‌کند.

- روش شکار پیشنهادی به راه حل‌های کاندید امکان تعیین موقعیت احتمالی شکار را می‌دهد.

- اکتشاف و بهره برداری با مقادیر تطبیقی a و A تضمین می‌شود.

- مقادیر تطبیقی A و a به GWO امکان تغییر در بین اکتشاف و بهره برداری را فراهم می‌سازد.

- با کاهش A ، نیمی از تکرارها به اکتشاف ($1 \geq |A|$) و نیمی دیگر به بهره برداری ($1 < |A|$) تخصیص داده

می‌شوند.

- GWO تنها دارای دو پارامتر اصلی است که باید تعدیل شوند (a و C).

Initialize the grey wolf population $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$

Initialize a , A and C

Calculate the fitness of each search agent

X_α = the best search agent

X_β = the second best search agent

X_δ = the third best search agent

while ($t <$ Max number of iterations)

for each search agent

Update the position of the current search agent by equation

```

end for
Update a, A and C
Calculate the fitness of all search agents
Update  $X_\alpha$ ,  $X_\beta$  and  $X_\delta$ 
t = t + 1
end while
return  $X_\alpha$ 
    
```

شکل ۳-۵- شبه کد الگوریتم گرگ خاکستری [۵۲]

۳-۳ نتایج و بحث

در این بخش، الگوریتم GWO بر روی ۲۹ تابع آزمون، الگوبرداری می‌شود. ۲۳ تابع آزمون اولیه، توابع کلاسیک مورد استفاده توسط بسیاری از محققان می‌باشند [۷۷-۸۸]. علی‌رغم سادگی و سهولت، این توابع آزمون را برای مقایسه نتایج خود با نتایج حاصل از الگوریتم‌های فرا ابتکاری فعلی انتخاب شده‌اند. این توابع آزمون در جداول ۳-۱ تا ۳-۳ نشان داده شده‌اند که در آن‌ها Dim نشان-دهنده بعد تابع، $Rang$ نشان‌دهنده مرز فضای جستجوی تابع و f_{min} نقطه بهینه است. دیگر بسترهای آزمون انتخاب شده، شامل شش تابع معیار ترکیبی از قسمت CEC 2005 [۸۰] است. این توابع معیار، انواع توابع کلاسیک تغییر یافته، چرخش یافته، توسعه یافته و ترکیب شده می‌باشند که در میان توابع الگوی فعلی دارای بیشترین پیچیدگی می‌باشند [۸۱]. جدول ۳-۴ فهرستی از توابع آزمون CEC 2005 را نشان می‌دهد که در آن Dim نشان‌دهنده ابعاد تابع، $Range$ مرز فضای جستجوی تابع و f_{min} نقطه بهینه است. شکل ۳-۶ تا ۳-۹ نسخه‌های دو بعدی از توابع آزمون مورد استفاده را نشان می‌دهد. به طور کلی، توابع معیار مورد استفاده توابع کمینه‌سازی بوده و می‌توانند به چهار گروه تقسیم بندی شوند: توابع تک مودی، چند مودی، چند مودی با ابعاد ثابت و ترکیبی [۵۲].

۳-۳-۱ تحلیل بهره برداری

بر اساس نتایج جدول ۳-۵، GWO قادر به ارایه نتایج بسیار رقابتی است. این الگوریتم در F1, F2, F7 از همه الگوریتم‌های دیگر برتر است. از این روی، این نتایج نشان‌دهنده عملکرد برتر GWO از حیث بهره برداری از نقطه بهینه است. این ناشی از اپراتورهای بهره برداری پیشنهادی که قبلاً بحث شدند می‌باشد [۵۲].

۳-۳-۲ تحلیل اکتشاف

بر عکس توابع تک مودی، توابع چند مودی دارای نقاط بهینه بسیاری می‌باشد که تعداد آن‌ها به طور نمایی با افزایش بعد، افزایش می‌یابد. این موجب شده است تا آن‌ها برای الگوبرداری توانایی اکتشاف یک الگوریتم مناسب باشند. بر اساس نتایج جدول‌های ۳-۶ و ۳-۷، الگوریتم گرگ خاکستری قادر به ارائه نتایج رقابتی در خصوص توابع معیار چند مودی می‌باشد. این الگوریتم نسبت به PSO و GSA در خصوص اکثریت توابع چند مودی عملکرد بهتری دارد. به علاوه، GWO نتایج بسیار رقابتی و مشابه با DE نشان می‌دهد و گاهی عملکرد برتری از آن‌ها دارد. این نتایج بیانگر آن هستند که الگوریتم GWO از حیث اکتشاف شایستگی دارند [۵۲].

۳-۳-۳ اجتناب از حداقل محلی

چهارمین دسته از توابع آزمون به کار گرفته شده شامل توابع ترکیبی می‌باشند که به طور کلی بسترهای آزمون بسیار چالش برانگیز برای الگوریتم‌های فرا ابتکاری محسوب می‌شوند. از این روی، اکتشاف و بهره برداری را می‌توان به طور هم زمان با توابع ترکیبی الگوبرداری کرد. به علاوه، اجتناب از بهینه محلی یک الگوریتم را می‌توان به دلیل تعداد زیاد نقاط بهینه محلی در این توابع آزمون مورد بررسی قرار داد. بر اساس جدول ۳-۸، GWO عملکرد بهتری نسبت به همه الگوریتم‌ها توابع آزمون ترکیبی دارد. این نشان می‌دهد که GWO بیانگر یک تعادل خوب بین اکتشاف و بهره برداری است که منجر به اجتناب قابل توجهی از نقاط بهینه محلی می‌شود. این قابلیت برتر ناشی از ارزش تطبیقی A است. همان طور که در بالا گفته شد، نیمی از تکرارها به اکتشاف $(|A| \geq 1)$ و بقیه به بهره برداری $(|A| < 1)$ تخصیص داده شده‌اند. این مکانیزم به GWO در ارائه یک اکتشاف بسیار خوب، اجتناب از حداقل‌های محلی و بهره برداری به طور هم زمان کمک می‌کند [۵۲].

۳-۳-۴ تحلیل رفتار همگرایی (نزدیک شدن)

در این زیر بخش، رفتار همگرایی و نزدیک شدن گرگ خاکستری بررسی می‌شود. بر اساس گفته برگ و همکاران [۸۲]، تغییرات ناگهانی در جابه‌جایی و حرکت عوامل جستجو در مراحل اولیه بهینه‌سازی وجود دارد. این به الگوریتم فرا ابتکاری در کشف گسترده فضای جستجو کمک زیادی می‌کند. سپس، این تغییرات باید برای تاکید بر بهره‌برداری در انتهای بهینه‌سازی کاهش یابند. به منظور مشاهده رفتار هم‌گرایی و نزدیکی الگوریتم GWO، تاریخچه جستجو و مسیر اولین عامل جستجو در اولین بعد خود در شکل ۳-۱۰ نشان داده شده است. توجه داشته باشید که توابع معیار در این بخش تغییر می‌یابند و ما از شش عامل جستجو برای یافتن نقاط بهینه استفاده می‌نماییم. دومین ستون شکل ۳-۱۰، تاریخچه جستجوی و عوامل جستجو را نشان می‌دهد. می‌توان مشاهده کرد که عوامل جستجو GWO تمایل به جستجو وسیع مناطق مناسب فضاهای جستجو و بهره‌برداری از بهترین این مناطق دارند. به علاوه، چهارمین ستون شکل ۳-۱۰، مسیر نخستین ذره را نشان می‌دهد که در آن تغییرات نخستین عامل جستجو در نخستین بعد خود به تدریج در طول چندین تکرار، کاهش می‌یابد. بر اساس گزارش برگ و همکاران [۸۲]، رفتار فوق می‌تواند تضمین کننده این باشد که الگوریتم SI در نهایت به یک نقطه در فضای جستجو منتهی شود. به طور کلی، نتایج مؤید عملکرد الگوریتم GWO در حل توابع معیار مختلف در مقایسه با الگوریتم‌های فرا ابتکاری شناخته شده می‌باشند.

جدول ۳-۱ توابع معیار تک مودی [۵۲]

Function	Dimension	Range	f_{\min}
$F_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	۳۰	$[-100, 100]$.
$F_2(x) = \sum_{i=1}^n x_i + \prod_{i=1}^n x_i $	۳۰	$[-10, 10]$.
$F_3(x) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^i x_j \right)^2$	۳۰	$[-100, 100]$.
$F_4(x) = \max_i \{ x_i , 1 \leq i \leq n \}$	۳۰	$[-100, 100]$.
$F_5(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i - 1)^2 \right]$	۳۰	$[-30, 30]$.
$F_6(x) = \sum_{i=1}^n (x_i + 0.5)^2$	۳۰	$[-100, 100]$.
$F_7(x) = \sum_{i=1}^n i x_i^4 + \text{random}(0,1)$	۳۰	$[-1/25, 1/25]$.

جدول ۳-۲ توابع معیار چند مودی [۵۲]

Function	Dimension	Range	f_{\min}
$F_8(x) = \sum -x_i \cdot \sin(\sqrt{ x_i })$	۳۰	$[-500, 500]$.
$F_9(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cdot \cos(2\pi x_i) + 10]$	۳۰	$[-5/12, 5/12]$.
$F_{10}(x) = -20 \exp(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}) - \exp(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)) + 20 + e$	۳۰	$[-32, 32]$.
$F_{11}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	۳۰	$[-600, 600]$.
$F_{12}(x) = \frac{\pi}{n} \left\{ 10 \sin(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_n - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 100, 4)$	۳۰	$[-50, 50]$.
$y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4}$			
$u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m & x_i > a \\ 0 & -a < x_i < a \\ k(-x_i - a)^m & x_i < -a \end{cases}$			

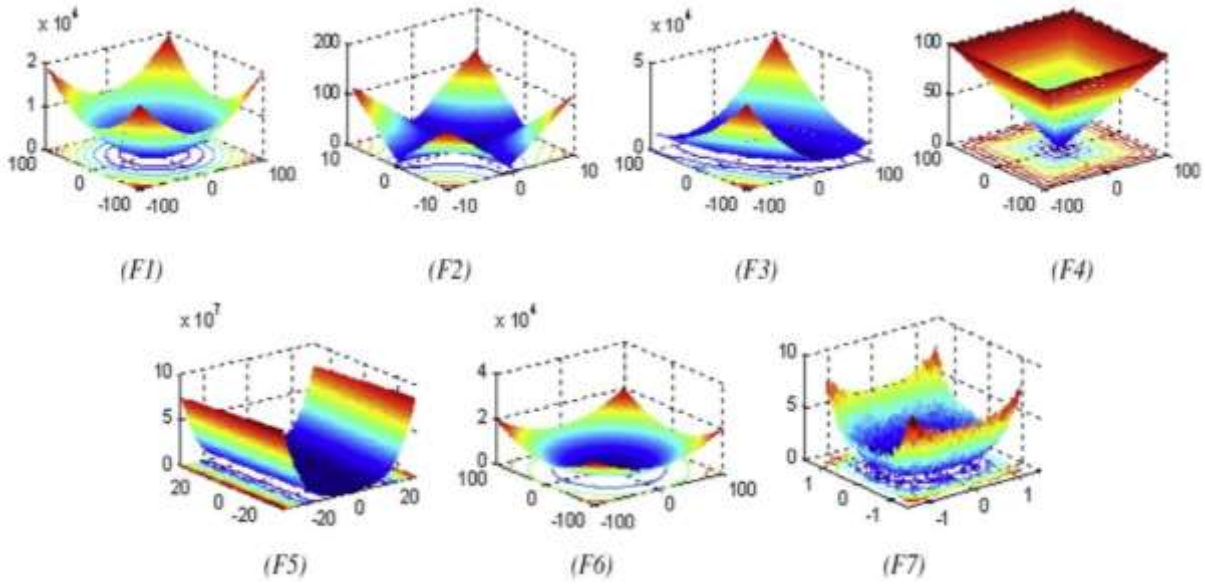
$F_{13}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_i + 1)] + (x_n - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_n)] \right\} \dots$ $+ \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4)$	۳۰	$[-.50, .50]$	۰
$F_{14}(x) = - \sum_{i=1}^n \sin(x_i) \cdot (\sin(\frac{i \cdot x_i^2}{\pi}))^{2m}, m = 10$	۳۰	$[0, \pi]$	$-4/687$
$F_{15}(x) = \left[e^{-\sum_{i=1}^n (\frac{x_i}{\beta})^{2m}} - 2e^{-\sum_{i=1}^n x_i^2} \right] \cdot \prod_{i=1}^n \cos^2 x_i, m = 5$	۳۰	$[-20, 20]$	-۱
$F_{16}(x) = \left\{ \left[\sum_{i=1}^n \sin^2(x_i) \right] - \exp(-\sum_{i=1}^n x_i^2) \right\} \cdot \exp \left[- \sum_{i=1}^n \sin^2 \sqrt{ x_i } \right]$	۳۰	$[-10, 10]$	-۱

جدول ۳-۳ توابع معیار چند مودی با ابعاد ثابت [۵۲]

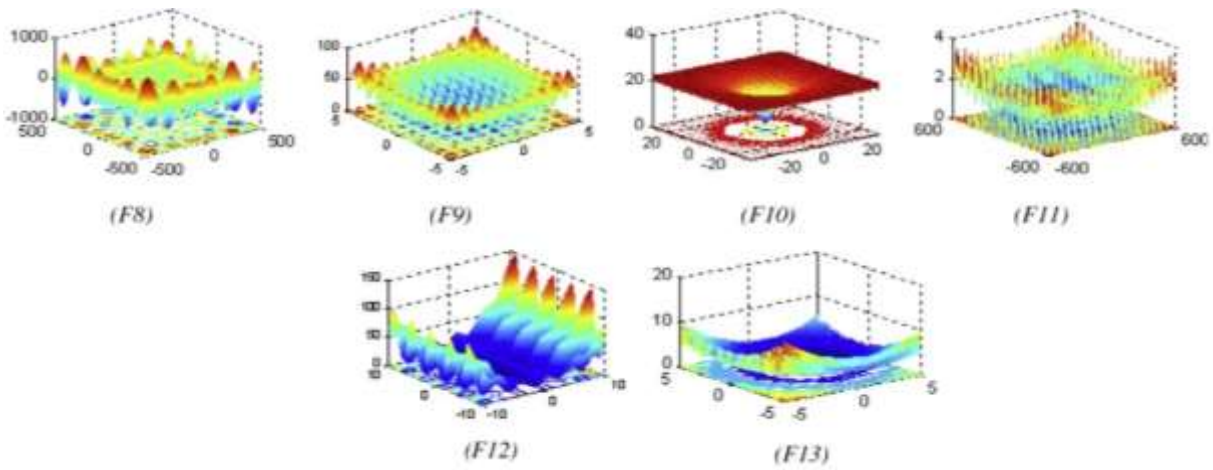
Function	Dimension	Range	f_{\min}
$F_{14}(x) = \left(\frac{1}{500} + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6} \right)^{-1}$	۲	$[-65, 65]$	۱
$F_{15}(x) = \sum_{i=1}^{11} \left[a_i - \frac{x_1(b_i^2 + b_i x_2)}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4} \right]^2$	۴	$[-5, 5]$	$0/0030$
$F_{16}(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	۲	$[-5, 5]$	$-1/0316$
$F_{17}(x) = (x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6)^2 + 10(1 - \frac{1}{8\pi})\cos x_1 + 10$	۲	$[-5, 5]$	$0/3998$
$F_{18}(x) = \left[1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2) \right] \dots$ $\times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2 \times (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)]$	۲	$[-2, 2]$	۳
$F_{19}(x) = - \sum_{i=1}^4 c_i \exp(-\sum_{j=1}^3 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2)$	۳	$[1, 3]$	$-3/86$
$F_{20}(x) = - \sum_{i=1}^4 c_i \exp(-\sum_{j=1}^6 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2)$	۶	$[0, 1]$	$-3/32$
$F_{21}(x) = - \sum_{i=1}^5 \left[(X - a_i)(X - a_i)^T + c_i \right]^{-1}$	۴	$[0, 10]$	$-10/1532$
$F_{22}(x) = - \sum_{i=1}^7 \left[(X - a_i)(X - a_i)^T + c_i \right]^{-1}$	۴	$[0, 10]$	$-10/4028$
$F_{23}(x) = - \sum_{i=1}^{10} \left[(X - a_i)(X - a_i)^T + c_i \right]^{-1}$	۴	$[0, 10]$	$-10/5363$

جدول ۳-۴ توابع معیار ترکیبی [۵۲]

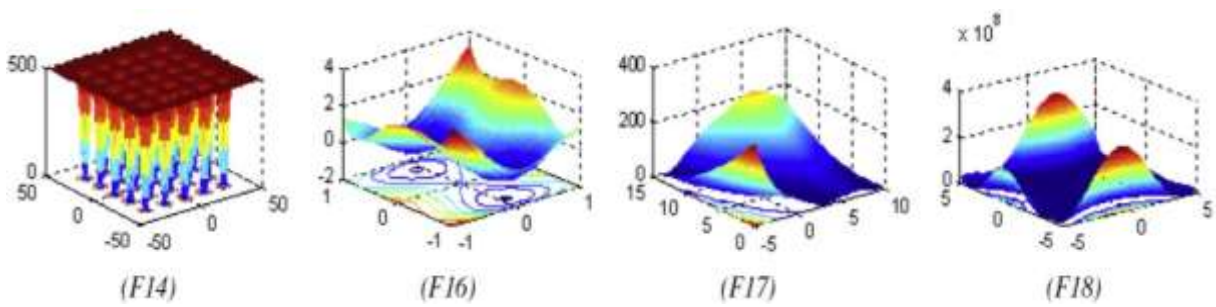
Function	Dimension	Range	f_{\min}
<p>$F_{24}(CF1)$: $f_1, f_2, f_3, \dots, f_{10} = SphereFunction$ $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_{10}] = [1, 1, 1, \dots, 1]$ $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{10}] = \left[\frac{5}{100}, \frac{5}{100}, \frac{5}{100}, \dots, \frac{5}{100} \right]$</p>	۱۰	$[-۵, ۵]$	•
<p>$F_{25}(CF2)$: $f_1, f_2, f_3, \dots, f_{10} = Griewank'sFunction$ $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_{10}] = [1, 1, 1, \dots, 1]$ $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{10}] = \left[\frac{5}{100}, \frac{5}{100}, \frac{5}{100}, \dots, \frac{5}{100} \right]$</p>	۱۰	$[-۵, ۵]$	•
<p>$F_{26}(CF3)$: $f_1, f_2, f_3, \dots, f_{10} = Griewank'sFunction$ $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_{10}] = [1, 1, 1, \dots, 1]$ $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{10}] = \left[\frac{5}{100}, \frac{5}{100}, \frac{5}{100}, \dots, \frac{5}{100} \right]$</p>	۱۰	$[-۵, ۵]$	•
<p>$F_{27}(CF4)$: $f_1, f_2 = Ackley'sFunction$ $f_3, f_4 = Rastrigin'sFunction$ $f_5, f_6 = WeierstrassFunction$ $f_7, f_8 = Griewank'sFunction$ $f_9, f_{10} = SphereFunction$ $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_{10}] = [1, 1, 1, \dots, 1]$ $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{10}] = [5/32, 5/32, 1, 1, 5/05, 5/05, 5/100, 5/100, 5/100, 5/100]$</p>	۱۰	$[-۵, ۵]$	•
<p>$F_{28}(CF5)$: $f_1, f_2 = Rastrigin'sFunction$ $f_3, f_4 = WeierstrassFunction$ $f_5, f_6 = Griewank'sFunction$ $f_7, f_8 = Ackley'sFunction$ $f_9, f_{10} = SphereFunction$ $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_{10}] = [1, 1, 1, \dots, 1]$ $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{10}] = [1/5, 1/5, 5/05, 5/05, 5/100, 5/100, 5/32, 5/32, 5/100, 5/100]$</p>	۱۰	$[-۵, ۵]$	•
<p>$F_{29}(CF6)$: $f_1, f_2 = Rastrigin'sFunction$ $f_3, f_4 = WeierstrassFunction$ $f_5, f_6 = Griewank'sFunction$ $f_7, f_8 = Ackley'sFunction$ $f_9, f_{10} = SphereFunction$ $[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_{10}] = [0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1]$ $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_{10}] = \left[\frac{0.1 * 1/5, 0.2 * 1/5, 0.3 * 5/05, 0.4 * 5/05, 0.5 * 5/100, \dots}{0.6 * 5/100, 0.7 * 5/32, 0.8 * 5/32, 0.9 * 5/100, 1 * 5/100} \right]$</p>	۱۰	$[-۵, ۵]$	•



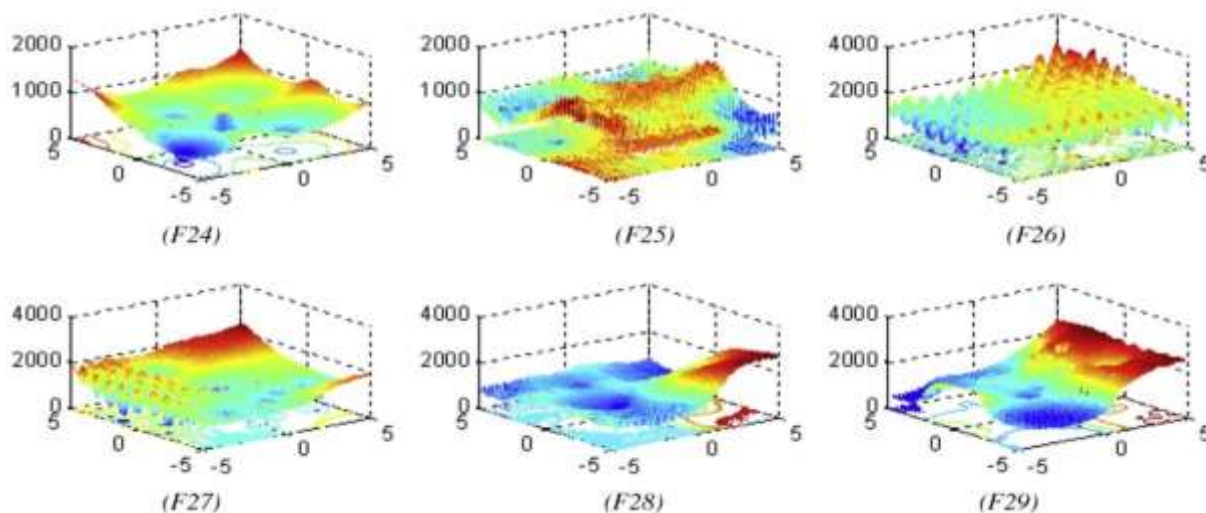
شکل ۳-۶ تصاویر دو بعدی از توابع معیار تک مودی [۵۲]



شکل ۳-۷ تصاویر دو بعدی از توابع معیار چند مودی [۵۲]



شکل ۳-۸ تصاویر دو بعدی از توابع معیار چند مودی با ابعاد ثابت [۵۲]



شکل ۳-۹ تصاویر دو بعدی از توابع معیار ترکیبی [۵۲]

جدول ۳-۵ نتایج توابع معیار تک مودی [۵۲]

F	GWO		PSO		GSA		DE	
	AVE STD		AVE STD		AVE STD		AVE STD	
F1	۶/۵E-۲۸	۶/۳E-۵	۰/۰۰۰۱۳	۰/۰۰۰۰۲	۲/۵E-۱۶	۹/۶E-۱۷	۸/۲E-۱۴	۵/۹E-۱۴
F2	۷/۱E-۱۷	۰/۰۲۹	۰/۰۴۲۱	۰/۰۴۵	۰/۰۵۵	۰/۱۹۴	۱/۵E-۰۹	۹/۹E-۱۰
F3	۳/۲E-۰۶	۷۹/۱۴	۷۰/۱۲	۲۲/۱۱	۸۹۶/۵۳	۳۱۸/۹	۶/۸E-۱۱	۷/۴E-۱۱
F4	۵/۶E-۰۷	۱/۳۱۵	۱/۰۸۶	۰/۳۱۷	۷/۳۵	۱/۷۴۱	.	.
F5	۲۶/۸۱	۶۹/۹۰	۹۶/۷۱	۶۰/۱۱	۶۷/۵۴	۶۲/۲۲	.	.
F6	۰/۸۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۸/۲E-۰۵	۲/۵E-۱۶	۱/۷E-۱۶	.	.
F7	۰/۰۰۲۲	۰/۱۰۰۲	۰/۱۲۲	۰/۰۴۴	۰/۰۸۹۴	۰/۰۴۳۳	۰/۰۰۴	۰/۰۰۱

جدول ۳-۶ نتایج توابع معیار چند مودی [۵۲]

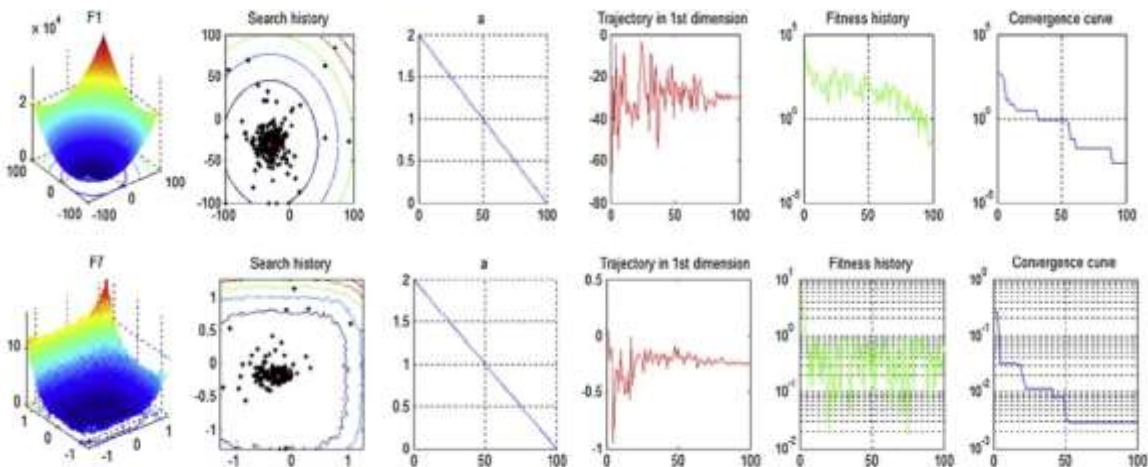
F	GWO		PSO		GSA		DE	
	AVE STD		AVE STD		AVE STD		AVE STD	
F8	-۶۱۲/۱	-۴۰۸۷/۴	-۴۸۴۱/۲	۱۱۵۲/۸	-۲۸۲۱/۰۷	۴۹۳/۰۳	-۱۱۰۸/۱	۵۷۴/۷
F9	۰/۳۱	۴۷/۳۵	۴۶/۷۰	۱۱/۶۲۹	۲۵/۹۶	۷/۴۷	۶۹/۲	۳۸/۸
F10	۱/۰۶E-۰۵	۰/۰۷۷	۰/۲۷۶	۰/۵۰۹	۰/۰۶۲	۰/۲۳۶۲	۹/۷E-۰۸	۴/۲E-۰۸
F11	۰/۰۰۴۴	۰/۰۰۶۶	۰/۰۰۹۲	۰/۰۰۷۷	۲۷/۷۰۱	۵/۰۴	.	.
F12	۰/۰۵۳۴	۰/۰۲۰۷	۰/۰۰۶۹	۰/۰۲۶۳	۱/۷۹۹	۰/۹۵۱۱	۷/۹E-۱۵	۸E-۱۵
F13	۰/۶۵۴۴	۰/۰۰۴۴	۰/۰۰۶۶	۰/۰۰۸۹	۸/۸۹۹	۷/۱۲۶	۵/۱E-۱۴	۴/۸E-۱۴

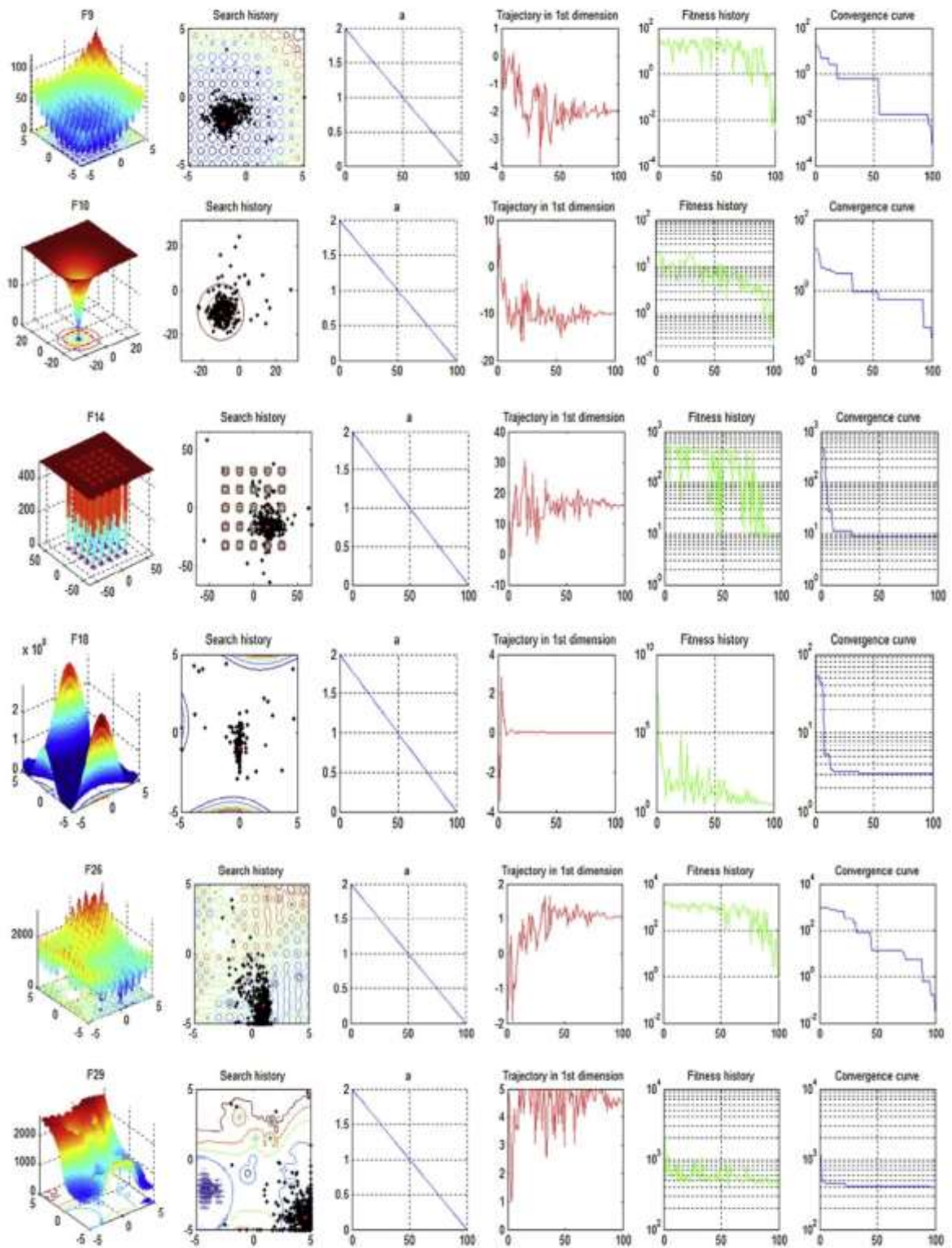
جدول ۳-۷ نتایج توابع معیار چند مودی با ابعاد ثابت [۵۲]

F	GWO		PSO		GSA		DE	
	AVE STD		AVE STD		AVE STD		AVE STD	
F14	۴/۰۴۲	۴/۲۵۲	۳/۶۲۷	۲/۵۶۰	۵/۸۵۹	۳/۸۳۱	۰/۹۹۸	۳/۳E-۱۶
F15	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۰۱	۴/۵E-۱۴	۰/۰۰۰۳
F16	-۱/۰۳۱۶	-۱/۰۳۱۶	-۱/۰۳۱۶	۶/۲E-۱۶	-۱/۰۳۱	۴/۸E-۱۶	-۱/۰۳۱	۳/۱E-۱۳
F17	۰/۳۹۷	۰/۳۹۷	۰/۳۹۷	۰	۰/۳۷۹	۰	۰/۳۹۷	۹/۹E-۰۹
F18	۳/۰۰۰۰۲	۳	۳	۱/۳E-۱۵	۳	۴/۱E-۱۵	۳	۲E-۱۵
F19	-۳/۸۶۲	-۳/۸۶۲	-۳/۸۶۲	۲/۵E-۱۵	-۳/۸۶۲	۲/۲E-۱۵	N/A	N/A
F20	-۳/۲۸۶	-۳/۲۵۰	-۳/۲۶۶	۰/۰۶۰	-۳/۳۱۷	۰/۰۲۳	N/A	N/A
F21	-۱۰/۱۵۱	-۹/۱۴۰	-۶/۸۶۵	۳/۰۱۹	-۵/۹۵۵	۳/۷۳۷	-۱۰/۱۵	۰/۰۰۰۰۲
F22	-۱۰/۴۰۱	-۸/۵۸۴	-۸/۲۶۶	۳/۰۸۷	-۹/۶۸۴	۲/۰۱۴	-۱۰/۴۰	۳/۹E-۰۷
F23	-۱۰/۵۳۴	-۸/۵۵۸	-۹/۹۵۲	۱/۷۸۲	-۱۰/۵۳	۲/۶E-۱۵	-۱۰/۵۳	۱/۹E-۰۷

جدول ۳-۸ نتایج توابع معیار ترکیبی [۵۲]

F	GWO		PSO		GSA		DE	
	AVE STD		AVE STD		AVE STD		AVE STD	
F24	۴۳/۸۳	۶۹/۸۶	۱۰۰	۸۱/۶۵	۶/۶E-۱۷	۲/۷E-۱۷	۶/۷E-۰۲	۱/۱E-۰۱
F25	۹۱/۸۰	۹۵/۵۵	۱۵۵/۹۱	۱۳/۱۷	۲۰۰/۶۲	۶۷/۷۲	۲۸/۷۵	۸/۶۲۷
F26	۶۱/۴۳	۶۸/۶۸	۱۷۲/۰۳	۳۲/۷۶	۱۸۰	۹۱/۸۹	۱۴۴/۴	۹۱/۴۰
F27	۱۲۳/۱۲	۱۶۳/۹۹	۳۱۴/۳	۲۰/۰۶	۱۷۰	۸۲/۳۲	۳۲۴/۸	۱۴/۷۸
F28	۱۰۲/۱۴	۸۱/۲۵	۸۳/۴۵	۱۰۱/۱۱	۲۰۰	۴۷/۱۴	۱۰/۷۸	۲/۶۰۴
F29	۴۳/۱۴	۸۴/۴۸	۸۶۱/۴۲	۱۲۵/۸	۱۴۲/۰۹	۸۸/۸۷	۴۹۰/۹	۳۹/۴۶





شکل ۳-۱۰ تاریخچه جستجو و مسیر اولین عامل جستجو در اولین بعد [۵۲]

۳-۴ الگوریتم‌های فرا ابتکاری

۳-۴-۱ الگوریتم تکامل تفاضلی

الگوریتم تکامل تفاضلی^۱ یکی از روش‌های اکتشافی می‌باشد که توسط استورن و پرایس^۲ در سال ۱۹۹۶ میلادی ارائه گردید. همگرایی سریع، استفاده از تعداد پارامترهای کنترلی محدود و یافتن نقطه بهینه سراسری بدون تأثیرپذیری از مقادیر اولیه پارامترها از ویژگی‌های مهم این الگوریتم می‌باشد. این الگوریتم تا حدودی مشابه الگوریتم ژنتیک می‌باشد ولی تفاوت آن در نحوه تولید نسل جدید و استفاده از عملگر جهش می‌باشد. روند ایجاد و تشکیل نسل جدید در الگوریتم ژنتیک کاملاً تصادفی می‌باشد ولی در الگوریتم تکامل تفاضلی این فرآیند با استفاده از یک رابطه مشخص انجام می‌گیرد. در اجرای این الگوریتم ابتدا جمعیتی متشکل از یک سری ذرات تشکیل می‌شود. در این مجموعه هر ذره معرف یک جواب مسأله در فضای جستجو است و سپس با به روز کردن موقعیت ذرات با توجه به میزان شایستگی، جمعیت به سمت جواب بهینه هدایت می‌شود. موقعیت هر یک از اعضای جمعیت از طریق جهش^۳، باز ترکیب^۴ و انتخاب^۵ به روز می‌شود. در مرحله جهش بعد از تشکیل اعضای جمعیت به صورت تصادفی، برای هر یک از اعضای عضو جهش به صورت رابطه (۳-۸) محاسبه می‌گردد [۸۹].

$$V_i = P_i + K(P_{r1} - P_i) + F(P_{r2} - P_{r3}) \quad (۳-۸)$$

در رابطه (۳-۸)، P_i عضو نام جمعیت می‌باشد و P_{r1} ، P_{r2} و P_{r3} عضو دیگر از اعضای جمعیت می‌باشند که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند و با یکدیگر و عضو P_i برابر نمی‌باشند. در رابطه (۳-۸)، F ضریب مقیاس گذاری و K ضریب ترکیب می‌باشد. در مرحله باز ترکیب عضوی که به عنوان والد^۶ در نظر گرفته شده با عضو جهش یافته ترکیب می‌شود تا یک عضو آزمایشی ایجاد گردد [۸۹].

¹ Differential Evolution (DE)

² Storn and Price

³ Mutation

⁴ Crossover

⁵ Selection

⁶ Parent

$$u_{ij} = v_{ji} \quad \text{if} \quad \text{rand}() < \text{crossover} \quad (9-3)$$

$$u_{ij} = p_{ji} \quad \text{otherwise}, (j = 1, 2, \dots, N_{\text{var}})$$

در رابطه (۹-۳)، $\text{rand}()$ یک عدد تصادفی در فاصله (۰،۱) ایجاد می‌کند. همچنین crossover نیز عددی ثابت در فاصله (۰،۱) می‌باشد که توسط کاربر تعیین می‌شود. سپس در مرحله انتخاب تمام اعضای جمعیت بدون توجه به میزان برازندگی آنها از شانس یکسانی برای انتخاب شدن به عنوان والد برخوردار هستند. فرزندی که بعد از عملیات جهش و قطع به دست می‌آید توسط تابع هزینه ارزش گذاری می‌شود و سپس میزان برازندگی والد و فرزند بررسی می‌شود و هریک که دارای شایستگی بیشتری باشند، انتخاب می‌گردند. لازم به ذکر است، در صورتی که والد هنوز از فرزند شایسته تر باشد، دوباره به جمعیت برگردانده می‌شود.

۳-۴-۲ الگوریتم بیگ بنگ - بیگ کرانچ

این الگوریتم اولین بار توسط اکسین و ارول^۱ در سال ۲۰۰۶ میلادی معرفی شد و از دو تئوری مشهور درباره چگونگی آغاز و پایان کائنات به نام تئوری انفجار بزرگ^۲ که مربوط است به چگونگی پیدایش کائنات و تئوری انقباض بزرگ یا انهدام بزرگ^۳ که مربوط است به درهم فرو رفتن عالم و پایان عمر آن، الهام گرفته شده است. این الگوریتم از لحاظ تولید جمعیت اولیه شبیه الگوریتم ژنتیک می‌باشد و در کل شامل دو فاز است. فاز بیگ بنگ^۴ و فاز بیگ کرانچ^۵. مرحله تولید جمعیت اولیه را فاز بیگ بنگ گویند که در آن جمعیت به صورت تصادفی و یکنواخت بر روی کل فضای جستجو پخش می‌شود. پس از آن که جمعیت اولیه تولید شد، با توجه به تابع هدف میزان برازندگی^۶ و

¹ Erol and Eksin

² Big Bang

³ Big Crunch

⁴ Big Bang Phase

⁵ Big Crunch Phase

⁶ Fitness

موقعیت فعلی هر متغیر به دست می‌آید که آن را مرکز جرم^۱ گویند. مرکز جرم در واقع متوسط موقعیت متغیرها در فضای جستجو می‌باشد و می‌توان آن را با رابطه (۱۰-۳) بدست آورد [۹۰].

$$x_j^c = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{f^i} x_j^i}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{f^i}}, \quad j = 1, 2, \dots, 3, NT \quad (10-3)$$

که در آن x_j^c عضو j ام مرکز جرم، x_j^i عضو j ام جواب مولفه i ام، f^i میزان برازندگی عضو i ام، N تعداد اعضا و NT تعداد ابعاد مسئله می‌باشد. پس از محاسبه مرکز جرم، موقعیت متغیر جدید در تکرارهای بعد را می‌توان با استفاده از رابطه (۱۱-۳) به دست آورد [۹۰].

$$x_j^{i,new} = x_j^c + r \times \frac{(x_j^{\max} - x_j^{\min})}{k}, \quad j = 1, 2, \dots, 3, NT \quad (11-3)$$

که در آن $x_j^{i,new}$ مقدار جدید عضو j ام از مولفه i ام، r عددی تصادفی با توزیع نرمال، x_j^{\max} و x_j^{\min} به ترتیب حداکثر و حداقل مجاز متغیر x و k شمارنده تکرار می‌باشد. پس از این که موقعیت بعدی هر یک از جواب‌ها به دست آمد، مرکز جرم دوباره محاسبه می‌شود و سپس موقعیت هر یک از متغیرها دوباره به روز سازی می‌شود. این روند آن قدر تکرار می‌شود تا شرط توقف ارضا شود. نکته حائز اهمیت دیگر این است که در رابطه (۱۱-۳) به جای استفاده از x_j^c به دست آمده از رابطه (۳-۱۰)، می‌توان از بهترین متغیر در هر تکرار به عنوان مرکز جرم استفاده کرد. با در نظر گرفتن بهترین جواب در هر تکرار به عنوان مرکز جرم، رابطه (۱۱-۳) به صورت زیر قابل بیان است [۹۰].

$$x_j^{i,new} = x_j^{best} + r \times \frac{(x_j^{\max} - x_j^{\min})}{k}, \quad j = 1, 2, \dots, 3, NT \quad (12-3)$$

که در آن x_j^{best} عضو j ام بهترین جواب در تکرار $(k-1)$ ام می‌باشد. سایر متغیرها نیز همان متغیرهای تعریف شده در رابطه (۱۱-۳) می‌باشند. لازم به ذکر است برای به روز سازی هریک از متغیرها در هر تکرار از رابطه (۱۲-۳) استفاده می‌گردد.

¹ Center of Mass

۳-۴-۳ الگوریتم شیرمورچه

بهینه‌سازی شیرمورچه^۱ (ALO) الگوریتم جدید الهام گرفته از طبیعت است که در سال ۲۰۱۵ توسط میرجلیلی معرفی گردید. الگوریتم شیرمورچه تقلید از مکانیزم شکار شیرمورها در طبیعت است که براساس پنج مرحله اصلی شکار کردن یعنی راه رفتن تصادفی مورچه‌ها، ساختن تله، به دام افتادن مورچه‌ها در تله، جذب طعمه و بازسازی تله پیاده‌سازی می‌شوند. در سراسر دنیا چندین گونه مختلف از مورچه‌ها در طبیعت وجود دارند. شیرمورچه‌ها نیز متعلق به گونه‌ای از خانواده مورچه‌ها که معروف به شیرموریان از دسته حشرات بال دار است، می‌باشند. چرخه زندگی شیرمورچه‌ها شامل دو مرحله‌ی نابالغی و بزرگسالی است. طول عمر این گونه حشرات در طبیعت تقریباً ۳ سال می‌باشد که بیشتر عمر خود را در دوره نابالغی و دگردیسی برای تبدیل شدن به مور بزرگسال می‌گذرانند. مرحله‌ی نابالغی شیرمورچه اغلب در مسیرهای پیاده روی بر روی شن، ماسه و برگ‌ها در حالی که به دنبال یک محل خوب برای ایجاد تله است، می‌گذرد. در طی فرآیند شکار، شیرمورچه گودال مخروطی شکل در شن و ماسه‌های نرم می‌سازد. مطابق شکل ۳-۱۱، شیرمورچه پس از حفر تله، در پایین گودال صبورانه منتظر طعمه (مورچه‌ها و سایر حشرات) می‌ماند و در صورت لغزش طعمه به پایین گودال، به سرعت توسط شیرمورچه شکار می‌گردد. همچنین، اگر طعمه تلاش به فرار از تله کند، شیرمورچه با پرتاب شن و ماسه به سمت لبه گودال منجر به لغزش سطح و در نهایت پایین افتادن طعمه به پایین گودال و شکار آن می‌گردد. مدل‌سازی ریاضی رفتار شیرمورچه‌ها و مورچه‌ها در ادامه ارائه شده است [۹۱].



شکل ۳-۱۱ رفتار شکار گونه شیرمورچه [۹۱]

¹ Ant Lion Optimizer

مدل ریاضی از راه رفتن تصادفی مورچه‌ها در هنگام جستجو غذا در طبیعت را می‌توان بر اساس معادله (۱۳-۳) بیان نمود [۹۱].

$$X(t) = [0, \text{cumsum}(2r(t_1) - 1), \text{cumsum}(2r(t_2) - 1), \dots, \text{cumsum}(2r(t_n) - 1)] \quad (13-3)$$

که در آن مجموع محاسبه شده (*cumsum*) مجموع تجمعی است و N حداکثر تعداد تکرار است، t نشان دهنده مرحله گام تصادفی و $r(t)$ تعریف تابع تصادفی با توجه به معادله (۱۴-۳) است.

$$r(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } rand > 0.5 \\ 0 & \text{if } rand \leq 0.5 \end{cases} \quad (14-3)$$

که در آن t مرحله از گام تصادفی نشان می‌دهد و $rand$ عدد تصادفی در بازه $[0, 1]$ ایجاد می‌کند. موقعیت مورچه‌ها در ماتریس (۱۵-۳) ارائه شده است.

$$M_{Ant} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & A_{1,n} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & A_{2,d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \dots & A_{n,d} \end{bmatrix} \quad (15-3)$$

که M_{Ant} ماتریسی برای موقعیت هر مورچه، $A_{i,j}$ مقدار متغیر j ام از مورچه i ام، n تعداد مورچه‌ها و d تعداد متغیر را نشان می‌دهند. تابع برازش هر مورچه در ماتریس M_{OA} ذخیره می‌گردد.

$$M_{OA} = \begin{bmatrix} f([A_{1,1}, A_{1,2}, \dots, A_{1,d}]) \\ f([A_{2,1}, A_{2,2}, \dots, A_{2,d}]) \\ \vdots \\ f([A_{n,1}, A_{n,2}, \dots, A_{n,d}]) \end{bmatrix} \quad (16-3)$$

که در آن f تابع هدف است.

$$M_{Antlion} = \begin{bmatrix} AL_{1,1} & AL_{1,2} & \dots & AL_{1,n} \\ AL_{2,1} & AL_{2,2} & \dots & AL_{2,d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ AL_{n,1} & AL_{n,2} & \dots & AL_{n,d} \end{bmatrix} \quad (17-3)$$

که $M_{Antlion}$ ماتریسی برای موقعیت هر شیرمورچه، $AL_{i,j}$ مقدار متغیر j ام از شیر مورچه i ام، n تعداد شیر مورچه‌ها و d تعداد متغیر را نشان می‌دهند. تابع برازش هر مورچه در ماتریس M_{OA} ذخیره می‌گردد. به طور مشابه، تابع برازش هر شیر مورچه در ماتریس M_{OAL} ذخیره می‌گردد.

$$M_{OAL} = \begin{bmatrix} f([AL_{1,1}, AL_{1,2}, \dots, AL_{1,d}]) \\ f([AL_{2,1}, AL_{2,2}, \dots, AL_{2,d}]) \\ \vdots \\ f([AL_{n,1}, AL_{n,2}, \dots, AL_{n,d}]) \end{bmatrix} \quad (18-3)$$

به منظور حفظ پیاده روی تصادفی در داخل فضای جستجو، از معادله نرمال شده (۱۹-۳) استفاده می‌شود.

$$X_i^t = \frac{(X_i^t - a_i) \times (b_i - c_i^t)}{(d_i^t - a_i)} + c_i \quad (19-3)$$

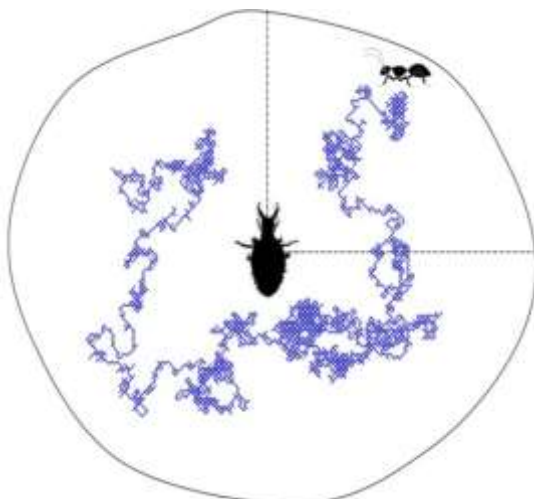
که در آن a_i حداقل پیاده روی تصادفی از متغیر i ام، b_i حداکثر پیاده روی تصادفی از متغیر i ام، c_i^t حداقل متغیر i ام در تکرار t ام و d_i^t حداکثر متغیر i ام در تکرار t ام می‌باشد. مدل ریاضی از مورچه‌های به دام افتاده شده در تله شیر مورچه، به وسیله معادلات (۲۰-۳) و (۲۱-۳) ارائه می‌گردد.

$$c_i^t = Antlion_j^t + c^t \quad (20-3)$$

$$d_i^t = Antlion_j^t + d^t \quad (21-3)$$

که در آن c^t کمترین مقدار در بین تمامی متغیرهای در تکرار t ام است. d^t نشان‌دهنده برداری است که بیشترین مقدار در بین تمامی متغیرهای در تکرار t ام را دارا است. c_i^t کمترین متغیر برای مورچه i ام، d_i^t بیشترین متغیر برای مورچه i ام و $Antlion_j^t$ نشان‌دهنده موقعیت انتخاب شیر مورچه j ام در تکرار t ام است. در مدل‌سازی از ظرفیت شکار شیرمورچه در طول فرآیند بهینه‌سازی، به منظور افزایش شانس شیر مورچه به جهت شکار مورچه‌های دیگر (طعمه) از مکانیزم چرخ گردان تصادفی^۱ استفاده می‌شود. این مکانیزم شانس بیشتری را به شیر مورچه‌ها به جهت شکار طعمه خود می‌دهد. شکل ۳-۱۲ حرکت‌های تصادفی از مورچه به دام افتاده در تله شیر مورچه را نشان می‌دهد. [۹۱].

¹ roulette wheel



شکل ۳-۱۲ گام‌های تصادفی از حرکت مورچه به دام افتاده [۹۱]

با مکانیزم‌های پیشنهادی فعلی، شیر مورچه قادر به ساخت تله متناسب با اندام خود و طعمه است که می‌تواند در آن حرکتی تصادفی نیز انجام دهد. همچنین شیر مورچه با پرتاب ماسه به سمت مرکز گودال منجر به لغزش دیواره و درنهایت سقوط طعمه به داخل تله و شکار مورچه در دام افتاده می‌شود. معادلات (۳-۲۲) و (۳-۲۳)، مدل ریاضی از چگونگی لغزش طعمه (مورچه) و به دام افتاده در تله شیرمورچه را بیان می‌کند.

$$c^t = \frac{c^t}{I} \quad (۳-۲۲)$$

$$d^t = \frac{d^t}{I} \quad (۳-۲۳)$$

که در آن I نسبت محاسبه شده می‌باشد که طبق رابطه (۳-۲۴) به دست می‌آید.

$$I = 10^w \cdot \frac{t}{T} \quad (۳-۲۴)$$

که در آن t تکرار فعلی و T حداکثر تعداد تکرار است. w نیز مقدار ثابت می‌باشد که بستگی به تکرار فعلی دارد و براساس معادله (۳-۲۵) به دست می‌آید.

$$w = \begin{cases} 2 & \text{if } t > 0.1T \\ 3 & \text{if } t > 0.5T \\ 4 & \text{if } t > 0.75T \\ 5 & \text{if } t > 0.9T \\ 6 & \text{if } t > 0.95T \end{cases} \quad (۳-۲۵)$$

مرحله نهایی از شکار وقتی است که یک مورچه (طعمه) به پایین گودال می‌رسد و در تله

شیرمورچه گرفتار می‌شود. پس از این مرحله، شیرمورچه طعمه را در داخل شن و ماسه می‌کشد و سپس شروع به خوردن بدن طعمه می‌کند. برای تقلید از این فرآیند، فرض می‌شود که جذب طعمه هنگامی اتفاق می‌افتد که مورچه به داخل گودال کشیده شده و از آن لحظه شیر مورچه آماده حمله و شکار طعمه‌اش می‌شود. شیرمورچه نیاز به روز رسانی موقعیت خود نسبت به آخرین موقعیت طعمه شکار شده دارد، زیرا این عمل شانس به شکار انداختن طعمه‌های جدید را افزایش می‌دهد. معادله (۲۶-۳) در این زمینه ارائه شده است.

$$Antlion_j^t = Ant_i^t \quad \text{if} \quad f(Ant_i^t) > f \quad (26-3)$$

که t نشان دهند تکرار فعلی، $Antlion_j^t$ نشان دهنده موقعیت انتخاب j امین شیرمورچه در تکرار t ام و Ant_i^t نشان دهنده موقعیت مورچه i ام در تکرار t ام می‌باشد.

نخبه گرایی یکی از مهمترین ویژگی‌های الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌باشد که به الگوریتم بهینه‌ساز این اجازه را می‌دهد که در هر مرحله از فرآیند بهینه‌سازی بهترین راه حل به دست آمده را انتخاب نماید و از آن استفاده کند. از آنجایی که در فرآیند بهینه‌سازی، شیر مورچه نقش نخبه را ایفا می‌کند پس لازم است توانایی تأثیرگذاری بر روی حرکت تمامی مورچه‌ها (طعمه‌ها) در طول تکرار فرآیند را دارا باشد. بنابراین، فرض بر این است که همزمان به وسیله چرخ گردان تصادفی و فرآیند نخبه گرایی شیر مورچه، طعمه خود را انتخاب و شکار می‌نماید. مدل ریاضی این عمل به صورت رابطه (۲۷-۳) می‌باشد.

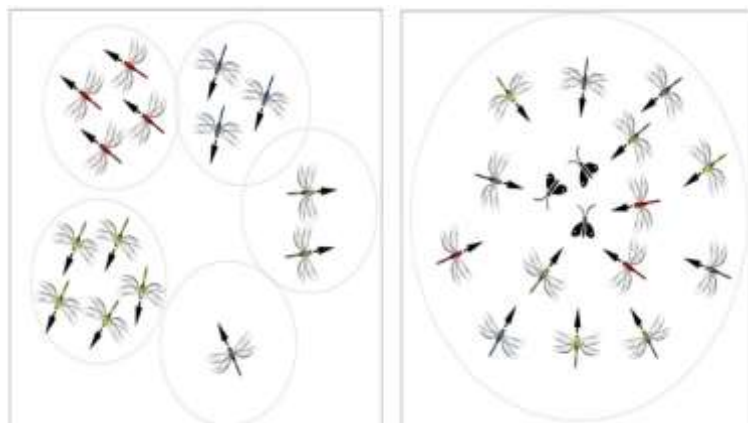
$$Ant_i^t = \frac{R_A^t + R_E^t}{2} \quad (27-3)$$

که R_A^t طعمه انتخاب شده توسط چرخ گردان تصادفی برای شیر مورچه در تکرار t ام، R_E^t طعمه انتخاب شده به وسیله فرآیند نخبه گرایی برای شیر مورچه در تکرار t ام و Ant_i^t نشان دهنده موقعیت مورچه i ام در تکرار t ام می‌باشند. [۹۱]

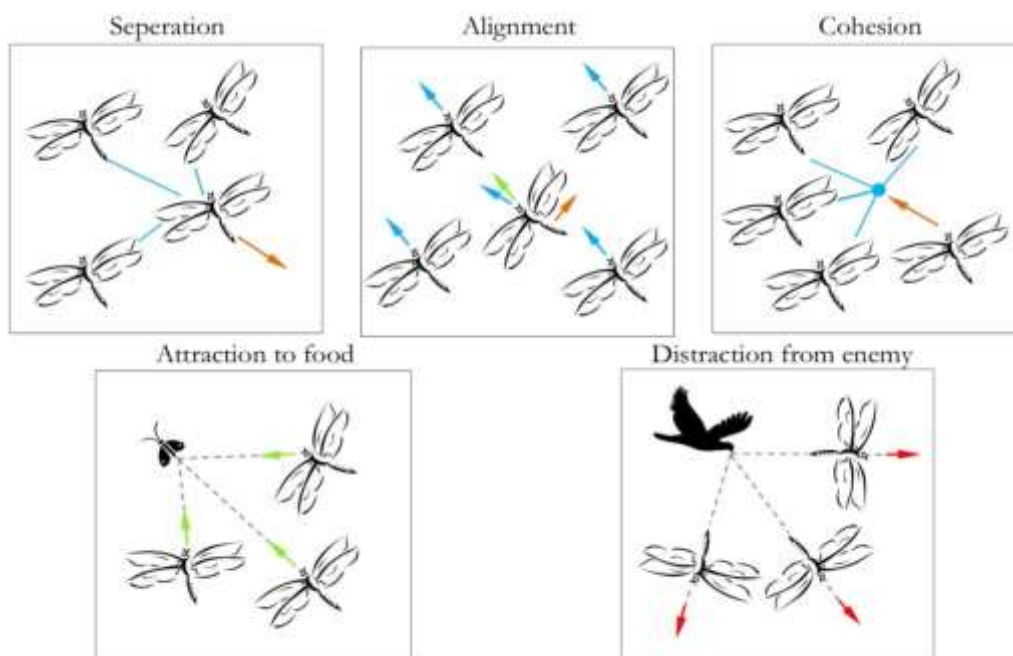
۳-۴-۴ الگوریتم سنجاقک

در سراسر دنیا تقریباً سه هزار گونه مختلف از سنجاقک‌ها در طبیعت وجود دارند. چرخه زندگی سنجاقک‌ها شامل دو مرحله‌ی نابالغی (که بیشتر عمر خود را در آن سپری می‌کنند) و بزرگسالی است. الگوریتم سنجاقک^۱ برای اولین بار توسط میرجلیلی در سال ۲۰۱۶ مطرح شد. میرجلیلی با ۱۹ تابع آزمون، عملکرد و کارایی مناسب این الگوریتم را اثبات نمود. الهام‌گیری اصلی از الگوریتم سنجاقک سرچشمه از رفتارهای استاتیکی و دینامیکی سنجاقک‌ها در طبیعت دارد. (شکل ۳-۱۳) می‌توان گفت این دو رفتار بسیار مشابه دو مرحله مهم در بهینه‌سازی یعنی جستجوی شکار (اکتشاف) و حمله به شکار (بهره برداری) است. در رفتار استاتیکی، سنجاقک‌ها گروه‌های کوچک ایجاد می‌کنند و به منظور شکار حشرات بر فراز نواحی مختلف پرواز می‌کنند. هدف اصلی در این مرحله، جستجوی شکار (اکتشاف) است. در رفتار دینامیکی، سنجاقک‌ها در دسته‌های بزرگ و در یک مسیر پرواز می‌کنند. هدف اصلی در این مرحله حمله به شکار (بهره برداری) است. هدف نهایی موجودات در طبیعت، بقا است. بدین منظور برای دستیابی به منبع غذا و فرار از دشمن تلاش می‌کنند. با توجه به این دو رفتار می‌توان نتیجه گرفت که پنج عامل اصلی در به روز رسانی موقعیت نمونه در رفتار ازدحامی وجود دارد. این پنج عامل عبارتند از: استقلال (مجزا بودن)، حرکت اصولی (همترازی)، انسجام، دستیابی به منبع غذایی و دوری از دشمن که مدل ریاضی هریک از رفتارها ارائه شده است و در شکل ۳-۱۴ این مراحل نشان داده شده است [۹۲].

¹ Dragonfly Algorithm



شکل ۳-۱۳ رفتارهای استاتیکی و دینامیکی سنجاقک‌ها [۹۲]



شکل ۳-۱۴ پنج الگوی اصلاحی بین سنجاقک‌ها در گروهی [۹۲]

مرحله استقلال به صورت معادله (۳-۲۸) می‌باشد.

$$S_i = -\sum_{j=1}^N X_i - X_j \quad (۳-۲۸)$$

که X موقعیت فعلی سنجاقک و X_j موقعیت j زمین همسایه سنجاقک و N تعداد سنجاقک‌های

همسایه را نشان می‌دهد. مدل ریاضی حرکت اصولی نیز به صورت رابطه (۳-۲۹) می‌باشد.

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^N V_j}{N} \quad (29-3)$$

V_j نشان دهنده سرعت z امین همسایه سنجاکک است. مرحله انسجام به صورت معادله (30-3) می‌باشد.

$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^N X_j}{N} - X \quad (30-3)$$

که در رابطه فوق X موقعیت فعلی سنجاکک و X_j موقعیت z امین همسایه سنجاکک و N تعداد سنجاکک‌های همسایه را نشان می‌دهد. مرحله چهارم حرکت به سوی یک منبع غذایی است که رابطه آن به صورت زیر ارائه می‌گردد [92].

$$F_i = X^+ - X \quad (31-3)$$

در رابطه (31-3)، X موقعیت فعلی سنجاکک و X^+ موقعیت منبع غذا را نشان می‌دهد و در نهایت مدل ریاضی دوری از دشمن به صورت معادله (32-3) می‌باشد.

$$E_i = X^- + X \quad (32-3)$$

که X موقعیت فعلی سنجاکک و X^- موقعیت دشمن را نشان می‌دهد. رفتار سنجاکک‌ها ترکیبی از این پنج گروه می‌باشد که در این پژوهش به آن‌ها پرداخته شده است. برای به روز رسانی موقعیت سنجاکک‌ها در یک فضای جستجو و شبیه‌سازی حرکت‌های آن‌ها، بردار گام (ΔX) و بردار موقعیت مکانی (X) مد نظر است. بردار گام مشابه بردار سرعت در الگوریتم اجتماع ذرات (PSO) است که جهت حرکت سنجاکک‌ها را نشان می‌دهد و به صورت رابطه (33-3) تعریف می‌شود.

$$\Delta X_{i+1} = (sS_i + aA_i + cC_i + fF_i + eE_i) + w'\Delta X_i \quad (33-3)$$

s نشان دهنده ضریب مجزا بودن، d_i نشان دهنده‌ی مجزا بودن i امین سنجاکک، a نشان دهنده

ضریب حرکت اصولی (هم‌ترازی)، A_i نشان دهنده‌ی حرکت اصولی i امین سنجاچک، c نشان دهنده ضریب انسجام، C_i نشان دهنده‌ی انسجام i امین سنجاچک، f نشان دهنده ضریب منبع غذا، F_i نشان دهنده‌ی منبع غذای i امین سنجاچک، e نشان دهنده ضریب دشمن، E_i نشان دهنده‌ی موقعیت دشمن از i امین سنجاچک، w' نشان دهنده ضریب اینرسی و t شماره تکرار است. با توجه به ضرایب معادله (۳-۳۳) می‌توان در طول بهینه‌سازی رفتارهای مختلف اکتشافی و بهره برداری را به دست آورد. پس از محاسبه بردار گام، بردار موقعیت نیز به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$X_{t+1} = X_t + \Delta X_{t+1} \quad (۳-۳۴)$$

که t نشان دهنده شماره تکرار است. نکته مهم دیگر در این پژوهش این است که در زمان جستجو برای شکار، ضرایب هم‌ترازی افزایش و انسجام کاهش و در زمان حمله به شکار، ضرایب هم‌ترازی کاهش و انسجام افزایش داده می‌شود. برای بهبود بیشتر رفتار تصادفی و اکتشافی سنجاچک‌ها، فرض می‌شود همسایه‌ای وجود ندارد. پس لازم است پرواز آن‌ها در اطراف فضای جستجو با استفاده از یک گردش تصادفی انجام گیرد. با توجه به این فرض روابط (۳-۳۵) تا (۳-۳۷) حاصل می‌گردند.

$$X_{t+1} = X_t + Levy(d) \times X_t \quad (۳-۳۵)$$

$$Levy(x) = 0.01 \times \frac{r_1 \times \sigma'}{|r_2|^{\frac{1}{\beta'}}} \quad (۳-۳۶)$$

$$\sigma' = \left(\frac{\Gamma(1 + \beta') \times \sin\left(\frac{\pi\beta'}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1 + \beta'}{2}\right) \times \beta' \times 2^{\left(\frac{\beta'-1}{2}\right)}} \right)^{\frac{1}{\beta'}} \quad (۳-۳۷)$$

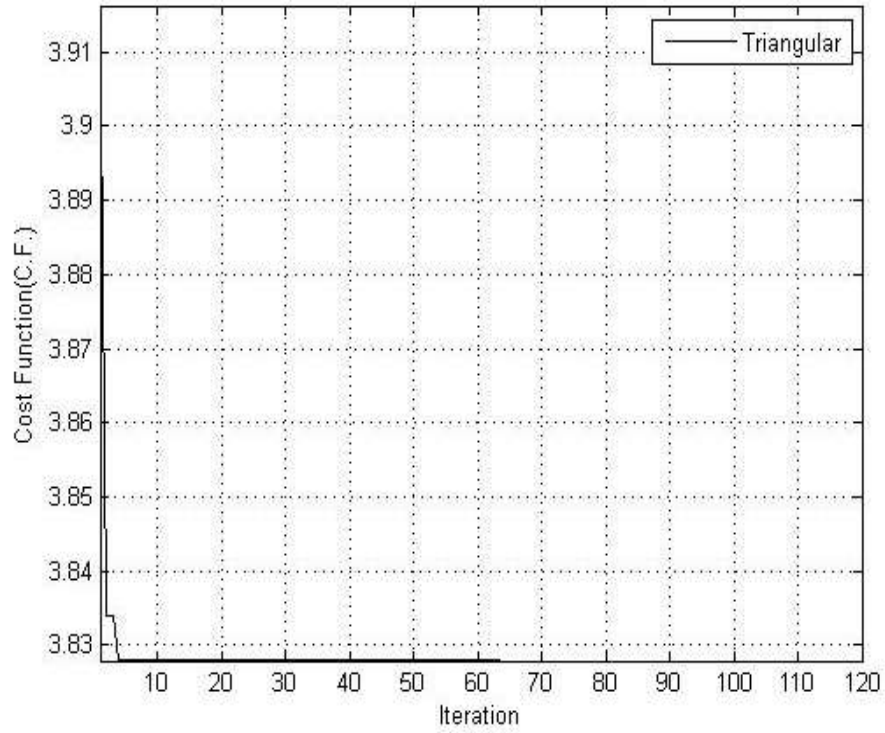
$$\Gamma(x) = (x-1)!$$

با توجه به روابط (۳-۳۵) تا (۳-۳۷)، t تکرار فعلی، d بعد بردار مکانی جسم، r_1, r_2 دو عدد تصادفی در بازه $[0, 1]$ و β' مقدار ثابت (که در این پژوهش برابر $1/5$) می‌باشد. در هر تکرار، موقعیت

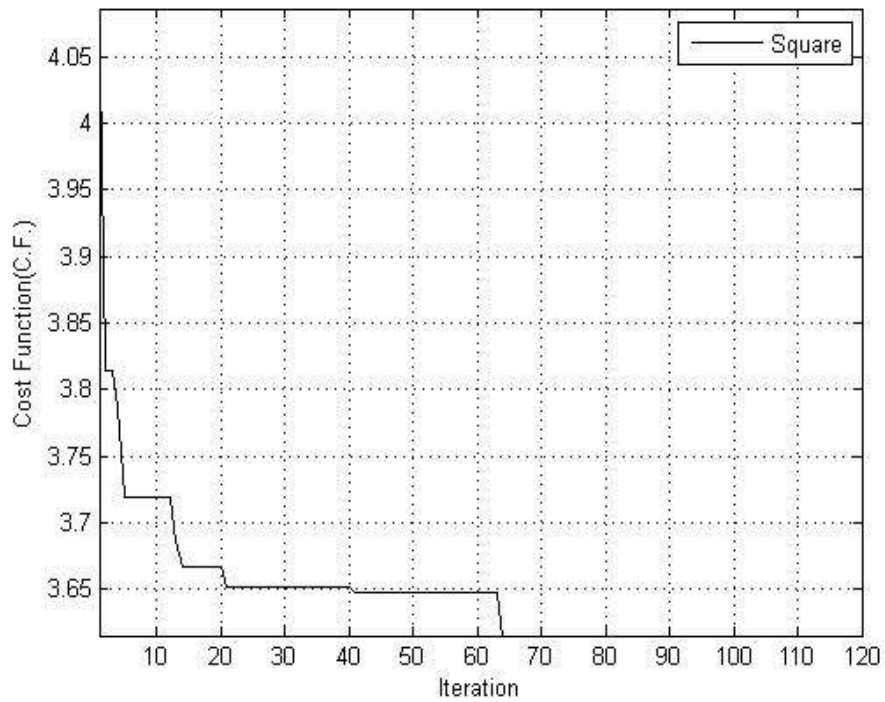
و گام هر سنجاکک با استفاده از معادلات (۳-۳۳)، (۳-۳۴) و (۳-۳۵) به روز می‌شوند. برای به روز رسانی موقعیت X و ΔX در همسایگی هر سنجاکک، با استفاده از روش فاصله اقلیدسی، که فاصله بین دو نقطه را بر اساس قضیه فیثاغورس بین تمام سنجاکک‌ها محاسبه و N تا از آن‌ها را انتخاب می‌نماید، روند موقعیت به روز رسانی پیوسته تا معیار نهایی ادامه می‌یابد. شایان ذکر است، که تفاوت‌های اصلی بین الگوریتم DA و PSO وجود عامل استقلال، حرکت اصولی، انسجام، دستیابی به منبع غذایی، دوری از دشمن و گردش تصادفی می‌باشد. اگر چه در برخی از روش‌ها، که در آن‌ها تلاش به ادغام جدایی، هم‌ترازی و انسجام در PSO وجود دارد ولی مدل ارائه شده در این پژوهش، رفتار ازدحامی سنجاکک‌ها را با در نظر گرفتن تمام عواملی که ممکن است در گروهی به افراد اعمال شود، دارا است. مفاهیم از ازدحام استاتیکی و دینامیکی کاملاً جدید هستند و همچنین مدل پیشنهادی از این کار نیز کاملاً متفاوت از جریان بهبود PSO است که تا به حال به کار گرفته شده است [۹۲].

۳-۵ همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری

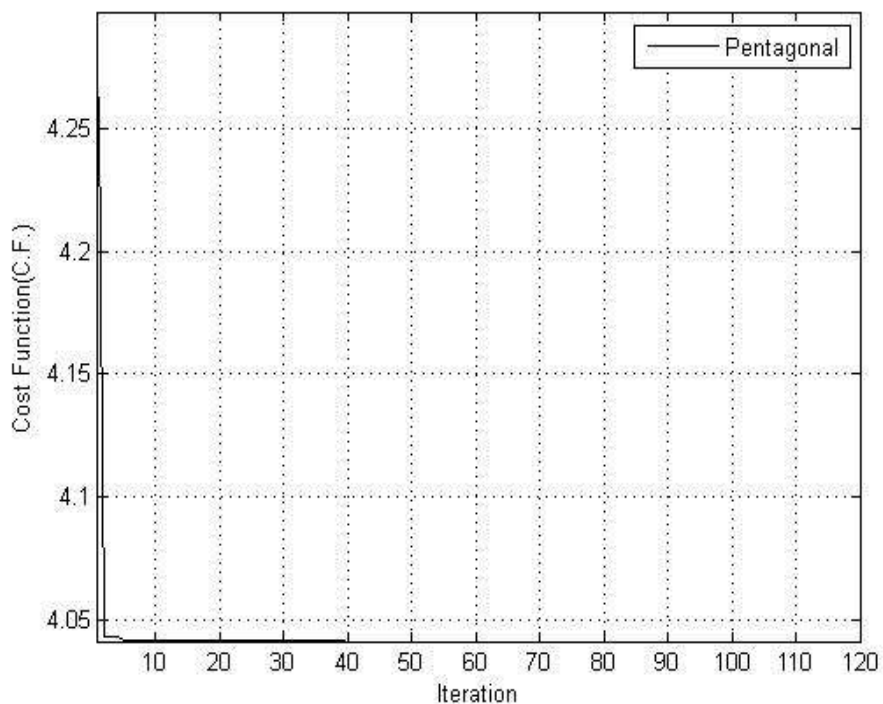
قیدها دارای حد پایین و حد بالا می‌باشند، که براساس شکل گشودگی قابل تغییر هستند. در شکل-های ۳-۱۵ تا ۳-۱۸، نمودارهای همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای ورق همسانگرد محدود در حالت‌های بهینه از انواع گشودگی‌ها تحت بار تک محوری ($\frac{L}{a} = 0.4$ ، $\frac{b}{a} = 1/25$) نشان می‌دهد. دیده می‌شود که به ازای حالت‌های در نظر گرفته شده، الگوریتم گرگ خاکستری مدام در حال بررسی نقاط بهینه محلی برای بدست آوردن دقیق‌ترین مقدار (بهینه‌ی مطلق) است.



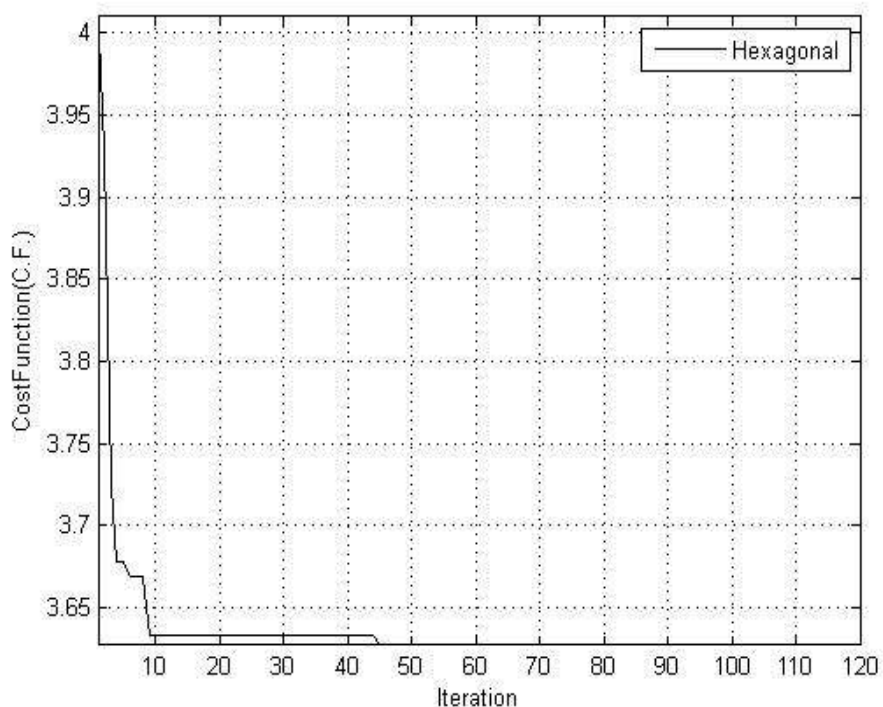
شکل ۳-۱۵ نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای گشودگی مثلثی



شکل ۳-۱۶ نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای گشودگی مربعی



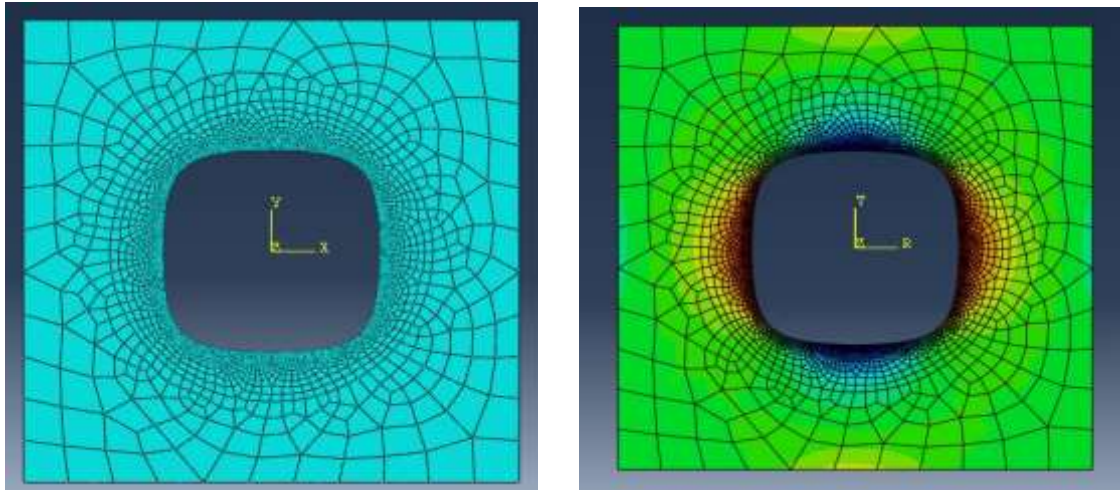
شکل ۳-۱۷ نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای گشودگی پنج‌ضلعی



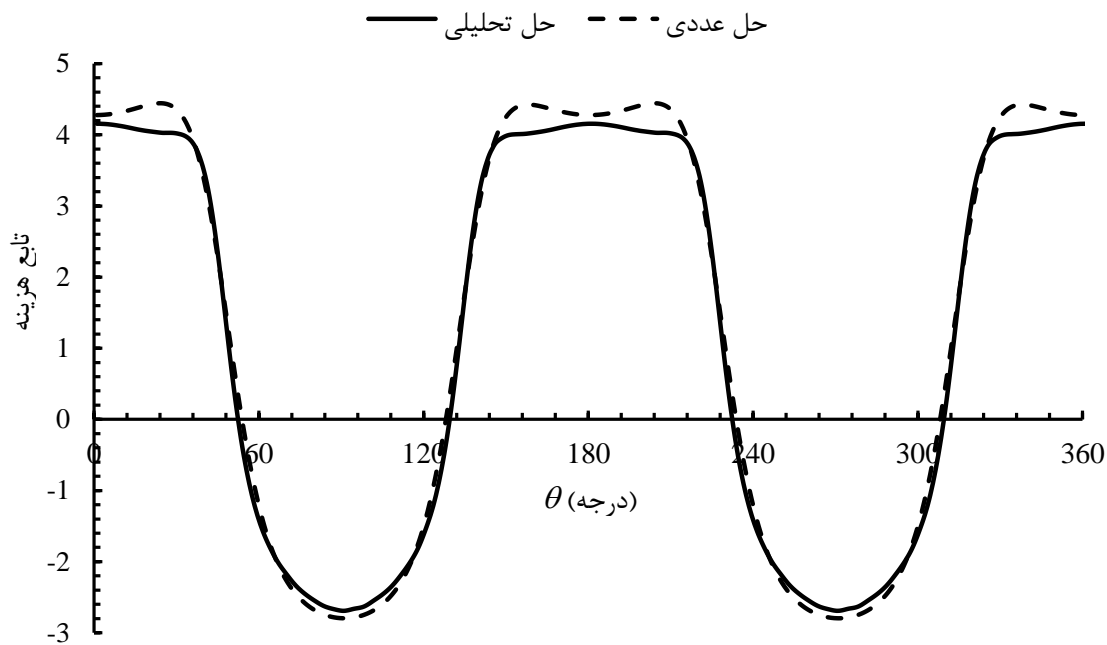
شکل ۳-۱۸ نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری برای گشودگی شش‌ضلعی

۳-۶ بررسی درستی حل

برای بررسی نتایج حل تحلیلی حاضر، از روش اجزای محدود با کمک از نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. بدین منظور ابتدا یک خروجی از برنامه‌ی بهینه‌سازی، نوشته شده در متلب برای تعیین مقادیر بهینه‌ی یک گشودگی خاص گرفته شده است، سپس پارامترها و مختصات بهینه شده‌ی به دست آمده عیناً وارد نرم‌افزار آباکوس گردید تا هندسه‌ی گشودگی کاملاً مطابق با مسأله‌ی حاضر باشد. مطابق شکل ۳-۱۹ به منظور اطمینان از صحت حل نرم‌افزار و تعیین تعداد شبکه‌ی بهینه، ناحیه‌ی دور گشودگی با اندازه‌های مختلف شبکه بندی مطالعه شد. با توجه به هندسه‌ی مسأله برای مش بندی مدل از المان CPS8R استفاده شد. این المان یک المان تنش صفحه‌ای مربعی هشت نقطه‌ای (تغییرات هندسی غیرخطی) می‌باشد. در این ناحیه تعداد المان‌ها از ۴۰ عدد تا ۳۶۰ عدد افزایش داده شد و مشاهده گردید از این عدد به بعد با افزایش تعداد المان‌ها نتایج ثابت می‌ماند. بنابراین این تعداد المان‌ها به عنوان تعداد المان شبکه‌ی بهینه در نظر گرفته شد و نتایج در این حالت به دست آمد. براین اساس شکل ۳-۲۰ نتایج تابع هزینه حول گشودگی چهارضلعی با در نظر گرفتن همزمان سه متغیر طراحی انحنای گشودگی، ابعاد ورق و زاویه‌ی چرخش در یکی از حالت‌های بهینه ($m = 0.0702236$, $\beta = 72/250.5$, $\frac{b}{a} = 1$) برای ورق همسانگرد محدود در حالت گشودگی مربعی و مقایسه‌ی آن با حل عددی را نشان می‌دهد. زاویه‌ی θ ، موقعیت نقاط روی مرز گشودگی را نسبت به محور افقی مشخص می‌کند. نزدیکی نتایج دو روش در شکل ۳-۲۰ تأکیدی بر صحت نتایج ارائه شده می‌باشد.



شکل ۳-۱۹ نمایی از گشودگی چهارضلعی در محیط آباکوس تحت شبکه‌بندی و توزیع تنش اطراف آن



شکل ۳-۲۰ مقایسه‌ی حل المان محدود و حل تحلیلی حاضر در گشودگی مربعی $\frac{b}{a}=1$

۷-۳ جمع‌بندی

مطالعه حاضر، یک الگوریتم بهینه‌سازی جدید SI با الهام‌گیری از گرگ‌های خاکستری را ارائه می‌نماید. روش پیشنهادی از رفتار شکار و سلسله مراتب اجتماعی گرگ‌های خاکستری تقلید می‌کند. ۲۹ تابع آزمون برای الگو برداری از عملکرد الگوریتم پیشنهادی از حیث اکتشاف، بهره‌برداری، اجتناب از نقاط بهینه محلی و همگرایی استفاده شد. نتایج نشان داد که GWO قادر به ارائه نتایج بسیار رقابتی در مقایسه با روش‌های اکتشافی شناخته شده نظیر PSO, GSA, DE بود. نتایج مربوط به توابع

تک مودی، بهره‌برداری بهتری از الگوریتم GWO را نشان داد. همچنین، توانایی اکتشاف GWO توسط نتایج مربوط به توابع چند مودی تایید شد. نتایج توابع ترکیبی، حاکی از اجتناب نقاط بهینه محلی بالا بود. در نهایت، تحلیل همگرایی GWO مؤید همگرایی این الگوریتم بود. به علاوه، نتایج نشان داد که الگوریتم GWO دارای عملکرد بالایی در فضای جستجوی چالش انگیز و ناشناخته می‌باشد. سپس به معرفی چند الگوریتم بهینه‌سازی پرداخته شد. در انتها با بررسی نتایج همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری و نتایج حاصل از این روش با نتایج حاصل از شبیه‌سازی ورق محدود در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس صحت و دقت حل حاضر نشان داده شد.

فصل چهارم:

فرآیند تحلیل نتایج بهینه‌سازی

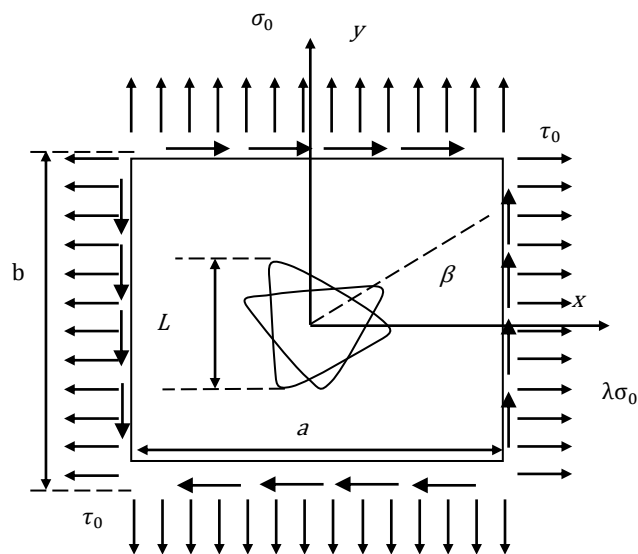
صفحه‌های محدود حاوی گشودگی

۱-۴ مقدمه

در این فصل سعی می‌شود، تأثیر پارامترهایی همچون نوع بارگذاری، انحنای گوشه‌های گشودگی، چرخش گشودگی، نسبت اضلاع ورق و نسبت ضلع گشودگی به بزرگترین ضلع ورق، بر توزیع تنش بهینه اطراف گشودگی‌های سه‌ضلعی، چهارضلعی، پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی مورد بررسی قرار گیرد. همچنین از آن جایی که تمرکز تنش در ورق‌های همسانگرد حاوی گشودگی مستقل از جنس و خواص مکانیکی ماده است، بنابراین نتایج ارائه شده در این بخش را می‌توان برای ورق‌های همسانگرد از سایر جنس‌ها نیز استفاده کرد. براین اساس، مشخصات ماده‌ی همسانگرد به کار رفته در این پایان‌نامه مطابق جدول ۱-۴ می‌باشد. ورق همسانگرد محدود مطابق شکل ۱-۴ تحت بارگذاری درون صفحه‌ای و زاویه چرخش گشودگی با β که بیانگر نحوه‌ی قرارگیری آن نسبت به افق است، نمایش داده شده است.

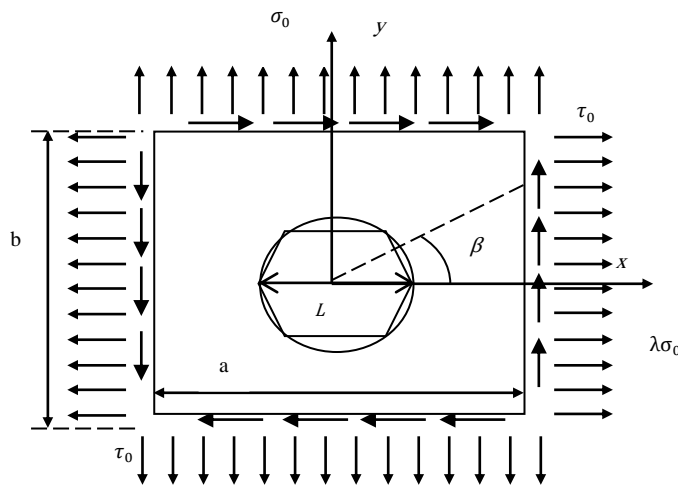
جدول ۱-۴ خواص مکانیکی ورق

ماده	E (MPa)	ν
فولاد	۲۰۷	۰/۳



شکل ۱-۴ ورق محدود حاوی گشودگی مثلی تحت بارگذاری درون صفحه‌ای

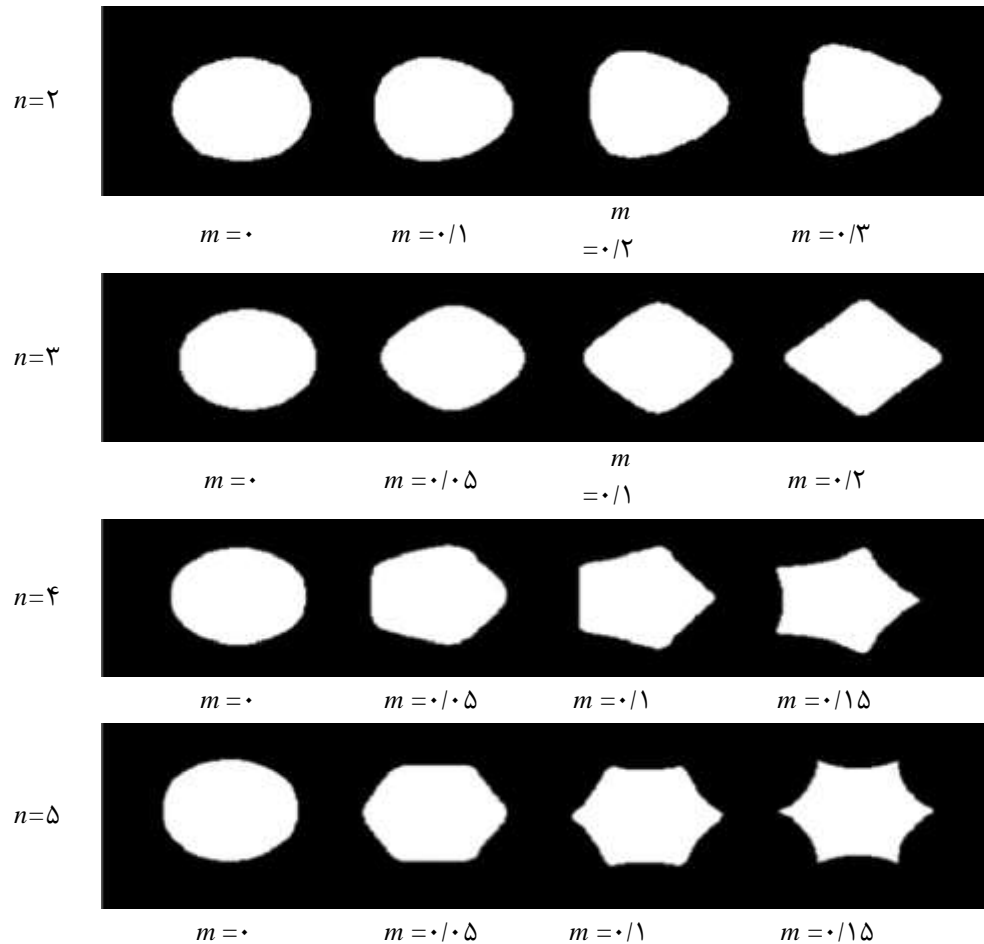
در گشودگی‌های پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی، با افزایش تعداد اضلاع گشودگی طول ضلع گشودگی کاهش یافته و به همین خاطر نسبت طول ضلع گشودگی به طول ضلع ورق معیاری مناسب برای تعیین محدود و یا نامحدود بودن ورق نخواهد بود. بنابراین در این شکل‌ها همانند شکل ۴-۲ طول قطر دایره محیط بر چند ضلعی L در نظر گرفته شده و بر اساس آن محدود بودن و یا نامحدود بودن ورق تعیین شده است. لازم به ذکر است، برای گشودگی‌هایی با تعداد اضلاع بیشتر از شش رفتار گشودگی به گشودگی دایره‌ای نزدیک می‌شود که از آوردن نتایج برای آن‌ها صرف نظر شده است.



شکل ۴-۲ ورق محدود حاوی گشودگی شش‌ضلعی تحت بارگذاری دورن صفحه‌ای

شکل ۴-۳ تاثیر پارامتر m بر شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی‌های مختلف را نشان می‌دهد. با کاهش m شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی مطابق شکل، افزایش می‌یابد تا در نهایت در $m = 0$ شکل گشودگی به دایره تبدیل شود. از آنجایی که اندازه گشودگی به ورق مقداری ثابت و برابر، $0/4$ $= \frac{L}{a}$ در نظر گرفته شده، کمترین نسبت $\frac{b}{a}$ می‌تواند برابر با عدد $0/4$ باشد که در این صورت دو ضلع ورق مماس بر گشودگی می‌شوند که این امر در کاربردهای عملی معقول به نظر نمی‌رسد. بنابراین، در این تحقیق نسبت $\frac{b}{a}$ ‌های بزرگتر از $0/7$ بررسی شده است. در این پژوهش سعی می‌شود، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری برای یک ورق همسانگرد محدود حاوی گشودگی‌های غیر دایروی، در هر نسبت اضلاع ورق $(\frac{b}{a})$ و هر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق $(\frac{L}{a})$ مقادیر بهینه‌ی دیگر متغیرهای طراحی و کمترین مقدار توزیع تنش اطراف گشودگی مورد بررسی قرار گیرد. لازم به ذکر

است به علت تقارن موجود در توزیع تنش حول این گشودگی، در همه‌ی بارگذاری‌های مورد بحث، نتایج تا $\theta = 180^\circ$ ارائه شده است.



شکل ۳-۴ تاثیر پارامتر m بر گوشه‌های گشودگی‌های مختلف

۲-۴ گشودگی سه ضلعی

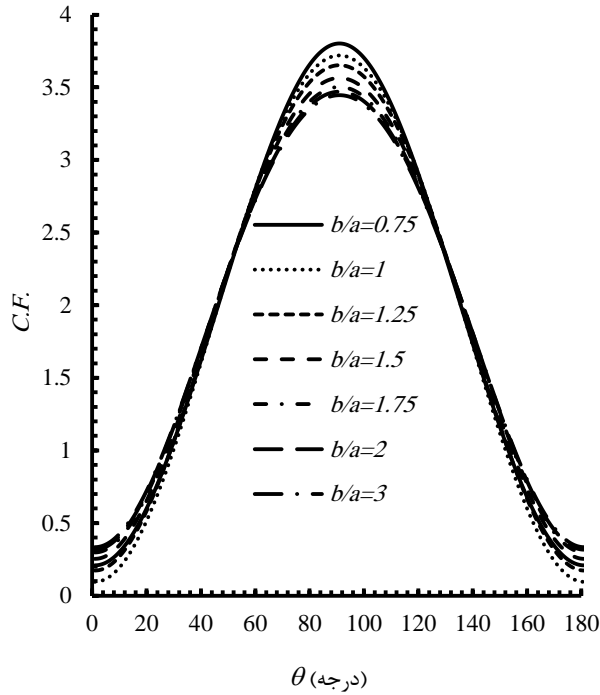
۱-۲-۴ تاثیر نسبت ابعاد ورق

تأثیر نسبت ابعاد ورق بر مقدار تابع هزینه با در نظر گرفتن هم‌زمان زاویه چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی به عنوان متغیرهای طراحی برای ماده‌ی همسانگرد فولاد تحت بارگذاری‌های درون صفحه‌ای در شکل‌های ۴-۴ تا ۶-۴ نشان داده شده است. مقادیر بهینه‌ی چرخش گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و تنش بی‌بعد کمینه، مقادیر بهینه‌ی حاصل از الگوریتم گرگ خاکستری هستند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار تنش بی‌بعد حول

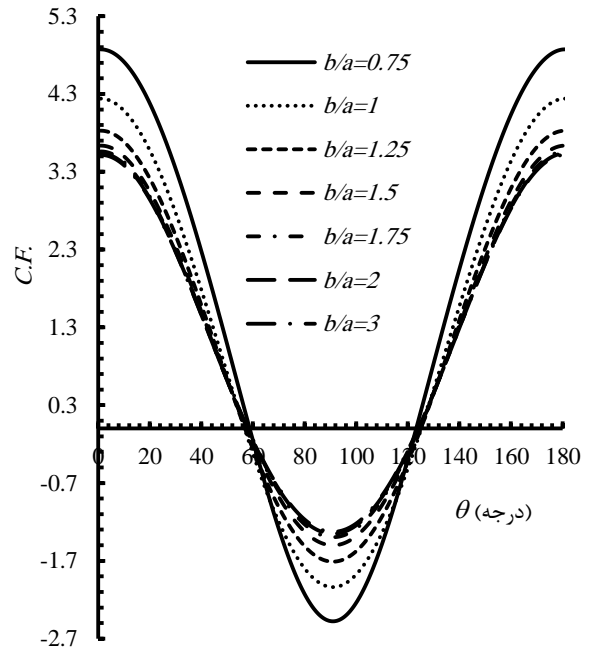
گشودگی در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و اختلاف توزیع تنش، با افزایش این نسبت، کاهش پیدا می‌کند. علت این امر این است که، ورق در صورتی محدود می‌باشد که نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع ورق بزرگتر از $0/2$ باشد. برای نسبت $\frac{b}{a}$ های کوچکتر از 1 شرایط $\frac{L}{a} = 0/4$ (نسبت طول ضلع گشودگی به بزرگترین طول ورق بزرگتر از $0/2$) برقرار است و با کوچک شدن ابعاد، مقدار تنش افزایش می‌یابد. برای نسبت‌های $\frac{b}{a}$ بزرگتر از یک، b ضلع بزرگتر ورق می‌شود و در صورتی که، شرایط ورق محدود برای آن صدق نکند تغییر چندانی در مقدار تنش، همانند ورق‌های نامحدود به وجود نمی‌آید. به همین خاطر مشاهده می‌شود که در نسبت $\frac{b}{a}$ برابر با $1/75$ و بیشتر از آن تغییر چندانی در مقدار تنش ایجاد نمی‌شود. همچنین در جدول ۴-۲ برای حالت $m=0$ که بیان کننده‌ی گشودگی دایروی می‌باشد کمترین مقدار تابع هزینه به ازای تمامی حالت‌های بارگذاری آورده شده است. شکل ۴-۷ ماکزیمم تنش بهینه را برحسب نسبت $\frac{b}{a}$ در سه نوع بارگذاری مورد بحث نشان می‌دهد. در این جا نیز مشاهده می‌گردد با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار ماکزیمم تنش بی‌بعد در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و در نسبت‌های بزرگتر از $1/75 = \frac{b}{a}$ مقدار تنش به حالت پایدار رسیده و با افزایش این نسبت تغییر چندانی در مقدار تنش ماکزیمم بی‌بعد ایجاد نمی‌شود. همچنین تأثیر نسبت ابعاد ورق برای دو بارگذاری برشی و تک‌محوری بیشتر از بارگذاری دومحوری می‌باشد و این کاهش مقدار تنش در این دو بارگذاری با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد.

جدول ۴-۲ نتایج بهینه‌سازی گشودگی مثلثی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($\frac{L}{a} = 0/4$)

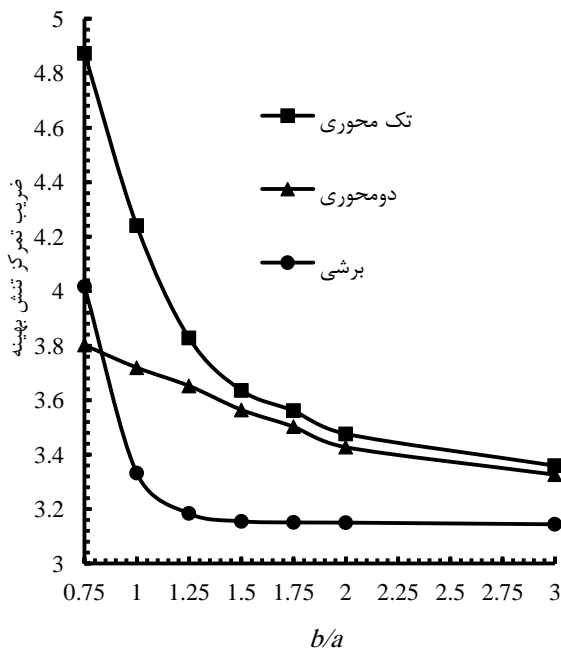
بارگذاری برشی		بارگذاری دو محوری		بارگذاری تک محوری		b/a
<i>Optimum SCF</i>	<i>m</i>	<i>Optimum SCF</i>	<i>m</i>	<i>Optimum SCF</i>	<i>m</i>	
۴/۰۱۷۶	.	۳/۸۰۱۸	.	۴/۸۷۳۲	.	۰/۷۵
۳/۳۳۲۲	.	۳/۷۱۹۳	.	۴/۲۴	.	۱
۳/۱۸۳۹	.	۳/۶۵۲۲	.	۳/۸۲۷۹	.	۱/۲۵
۳/۱۵۵۴	.	۳/۵۶۴۴	.	۳/۶۳۶	.	۱/۵
۳/۱۵۱۱	.	۳/۵۰۲۴	.	۳/۵۶۱	.	۱/۷۵
۳/۱۵۰۴	.	۳/۴۲۷۱	.	۳/۴۷۶۲	.	۲
۳/۱۴۴۳	.	۳/۳۳۶۴	.	۳/۳۵۹۵	.	۳



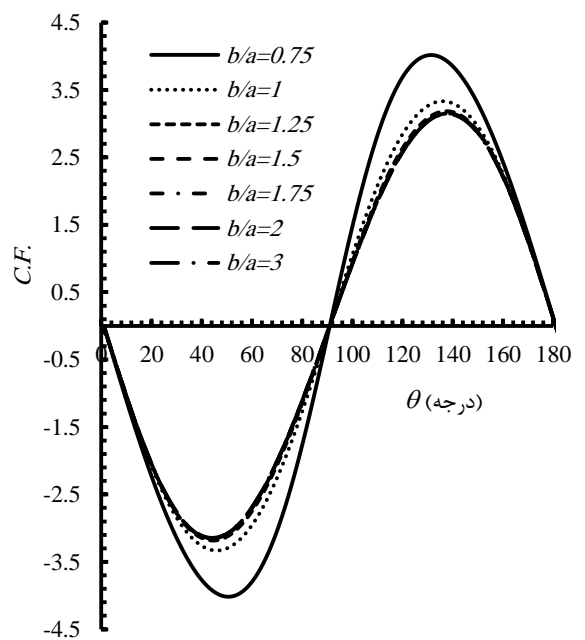
شکل ۴-۵ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بارکششی دومحوری



شکل ۴-۶ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بارکششی تک‌محوری



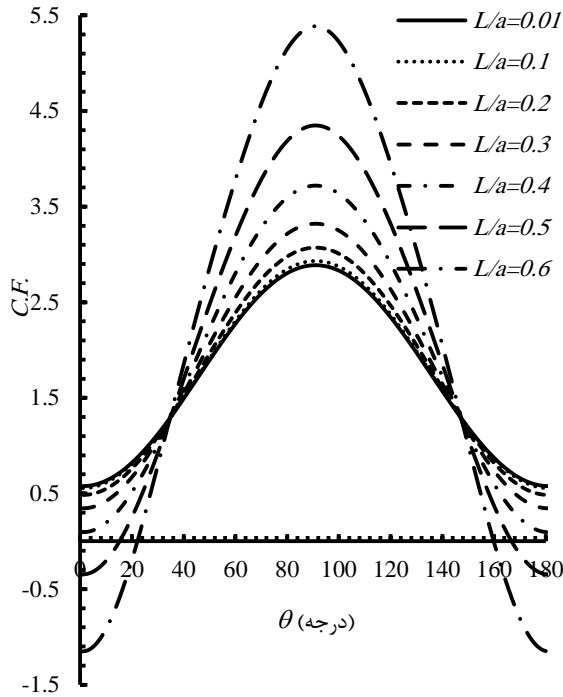
شکل ۴-۷ تنش بهینه حول گشودگی مثلی بر حسب نسبت‌های مختلف اضلاع ورق در سه حالت بارگذاری



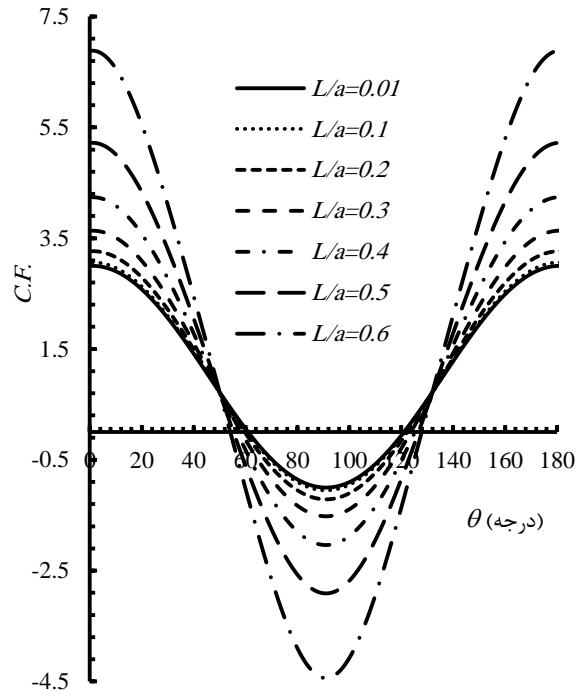
شکل ۴-۶ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بار برشی

۲-۲-۴ تاثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق

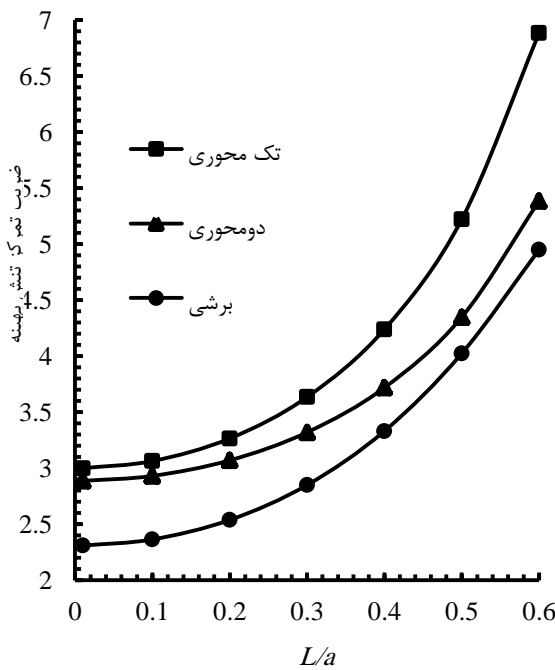
به منظور مطالعه‌ی تاثیر نسبت اندازه گشودگی به ورق بر مقدار تنش بهینه، برای نسبت‌های مختلف $\frac{L}{a}$ برای سه حالت بارگذاری در شکل‌های ۴-۸ تا ۴-۱۰ آورده شده است. ملاحظه می‌شود، با افزایش نسبت اندازه گشودگی به ورق تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد. در محدوده‌ی اندازه گشودگی به ورق بزرگتر از ۰/۲، این افزایش به میزان بیشتری می‌باشد درحالی‌که در محدوده‌ی کوچکتر از ۰/۲ افزایش مقدار تنش بهینه ناچیز و تقریباً مقدار تنش بهینه حول گشودگی ثابت می‌باشد. این امر نشان‌دهنده‌ی تاثیر بسیار زیاد اندازه‌ی گشودگی به ورق در ورق‌های محدود می‌باشد. جدول ۳-۴ مقادیر بهینه پارامترهای اثرگذار، تنش بهینه و مقایسه مقادیر به دست آمده با حل ورق نامحدود ($\frac{L}{a} = 0/01$) را در سه حالت بارگذاری ($\frac{b}{a} = 1$) نشان می‌دهد. در این حالت ابتدا فرآیند بهینه‌سازی به ازای سه متغیر طراحی یعنی نسبت اندازه گشودگی به ورق، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و زاویه‌ی چرخش صورت می‌گیرد تا مقدار تنش بهینه‌ی بی‌بعد در انحنای گشودگی و زاویه چرخش بهینه مشخص شود. ملاحظه می‌گردد، در نسبت‌های $\frac{L}{a}$ کوچکتر از ۰/۲، اختلاف ماکزیمم تنش از دو روش کمتر از ۱۰٪ می‌باشد، بنابراین در کاربردهای عملی مهندسی، ورق‌های محدود با نسبت $\frac{L}{a}$ کوچکتر از ۰/۲ را می‌توان نامحدود در نظر گرفت. این در حالی است که در نسبت‌های بزرگتر از ۰/۲ اختلاف توزیع تنش با حالت نامحدود تا ۱۲۹/۴۳٪ هم می‌رسد و این نشان می‌دهد که در این نسبت‌ها نمی‌توان از حل نامحدود ورق استفاده کرد. شکل ۴-۱۱ ماکزیمم تنش بهینه حول گشودگی مثلثی برحسب نسبت‌های مختلف $\frac{L}{a}$ را در سه حالت بارگذاری نشان می‌دهد. با افزایش نسبت اندازه گشودگی به ورق، در محدوده‌ی اندازه گشودگی به ورق کمتر از ۰/۲ مقدار تنش تقریباً ثابت و در محدوده‌ی بزرگتر از ۰/۲، با افزایش این نسبت مقدار تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد و در بارگذاری تک‌محوری بیشتر از دو بارگذاری دیگر می‌باشد و این افزایش مقدار تنش بهینه در بارگذاری اشاره شده با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد.



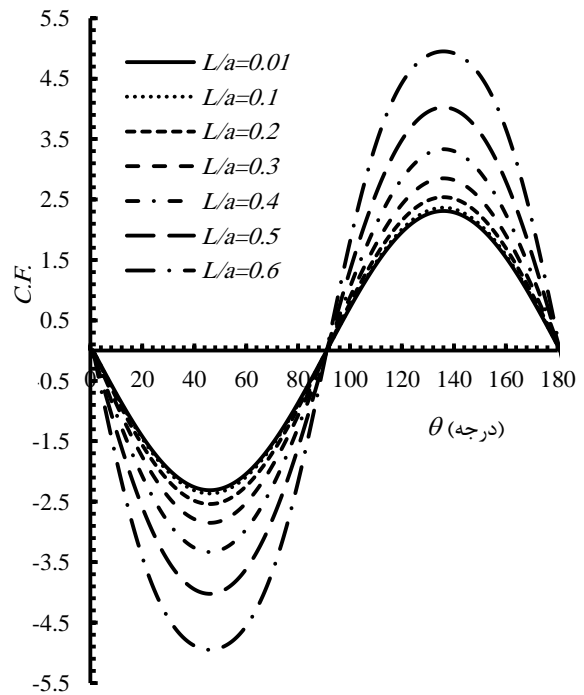
شکل ۴-۹ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در $\frac{L}{a}$ های مختلف تحت بار دومحوری



شکل ۴-۸ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در $\frac{L}{a}$ های مختلف تحت بار تک‌محوری



شکل ۴-۱۱ تنش بهینه حول گشودگی مثلثی بر حسب نسبت‌های مختلف اندازه‌ی گشودگی به ورق در سه حالت بارگذاری



شکل ۴-۱۰ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی مثلثی در $\frac{L}{a}$ های مختلف تحت بار برشی

جدول ۳-۴ نتایج بهینه‌سازی گشودگی مثلی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)

بارگذاری تک محوری			بارگذاری دو محوری			بارگذاری برشی			L/a
درصد اختلاف	<i>Optimum SCF</i>	<i>m</i>	درصد اختلاف	<i>Optimum SCF</i>	<i>m</i>	درصد اختلاف	<i>Optimum SCF</i>	<i>m</i>	
۰	۲/۳۰۹۹	۰	۰	۲/۸۸۷۱	۰	۰	۳/۰۰۰۶	۰	۰/۰۱
۲/۳۸	۲/۳۶۵	۰	۱/۵۴	۲/۹۳۱۶	۰	۲/۱۲	۳/۰۶۴۳	۰	۰/۱
۹/۹	۲/۵۳۸۶	۰	۶/۳۶	۳/۰۷۰۸	۰	۸/۸۴	۳/۲۶۶	۰	۰/۲
۲۳/۴	۲/۸۵۰۲	۰	۱۵/۰۲	۳/۳۲۰۷	۰	۲۱/۱۵	۳/۶۳۵۴	۰	۰/۳
۴۴/۲۵	۳/۳۳۲۲	۰	۲۸/۸۲	۳/۷۱۹۳	۰	۴۱/۳۰	۴/۲۴	۰	۰/۴
۷۴/۲۲	۴/۰۲۴۴	۰	۵۰/۶۱	۴/۳۴۸۵	۰	۷۴/۰۱	۵/۲۲۱۴	۰	۰/۵
۱۱۴/۳۱	۴/۹۵۰۴	۰	۸۶/۵۵	۵/۳۸۵۹	۰	۱۲۹/۴۳	۶/۸۸۴۳	۰	۰/۶

۳-۴ گشودگی چهارضلعی

۱-۳-۴ تاثیر نسبت ابعاد ورق

تأثیر نسبت ابعاد ورق بر مقدار تابع هزینه با در نظر گرفتن هم‌زمان زاویه‌ی چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی به عنوان متغیرهای طراحی برای ورق فولادی تحت بارگذاری‌های درون صفحه‌ای در جدول ۴-۴ نشان داده شده است. مقادیر بهینه‌ی چرخش گشودگی، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و تنش بی‌بعد کمینه، مقادیر بهینه‌ی حاصل از الگوریتم گرگ خاکستری هستند.

نتایج جدول ۴-۴ بیان می‌کند که با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار تنش بهینه بی‌بعد حول گشودگی چهارضلعی در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و اختلاف توزیع تنش، با افزایش این نسبت، کاهش پیدا می‌کند. علت این امر این است که، ورق در صورتی محدود می‌باشد که نسبت طول ضلع گشودگی به طول بزرگترین ضلع ورق بزرگتر از ۰/۲ باشد. با افزایش این نسبت شرایط به سمت ورق نامحدود سوق پیدا می‌کند و تأثیر تقابل بار خارجی بر مرز گشودگی کمتر می‌شود. به همین خاطر در شکل‌ها ۱۲-۴ تا ۱۴-۴ مشاهده می‌شود که در نسبت $\frac{b}{a}$ برابر با ۱/۵ و بیشتر از آن تغییر چندانی در مقدار تنش بهینه ایجاد نمی‌شود.

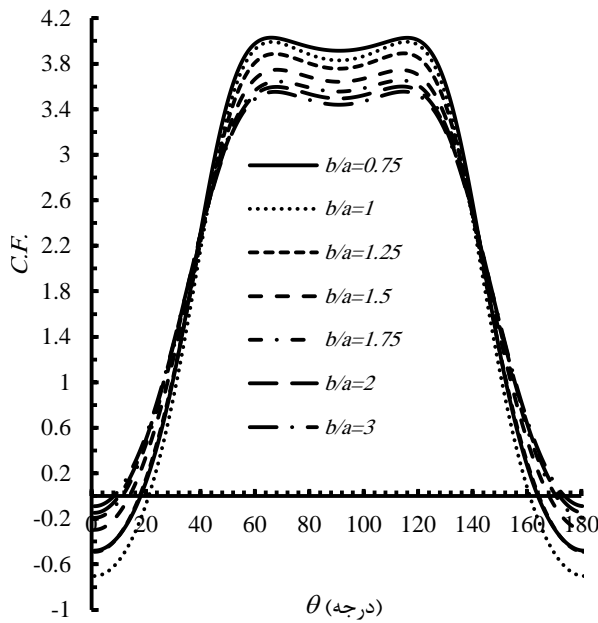
شکل‌های ۱۲-۴ تا ۱۴-۴ توزیع تنش حول گشودگی با اعمال مقادیر بهینه برای پارامترهای مؤثر

مورد بحث در سه حالت بارگذاری را برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق نشان می‌دهند. همچنین، با توجه به نتایج جدول ۴-۴ می‌توان به این نکته دست پیدا کرد که تنها دایره ($m=0$) بهترین حالت گشودگی نیست، بلکه می‌توان با بهبود پارامترهای طراحی هم‌چون زاویه چرخش به شکل بهتری که دارای مقدار تنش کمتر است دست یافت. به طور نمونه، در نیروی برشی اعمالی بر گشودگی چهارضلعی با انتخاب پارامترهای بهینه مناسب ($\beta = 12/8771$, $m = 0.095392$, $b/a = 1/75$) می‌توان به تنش بهینه $2/9887$ دست پیدا کرد. برای هر نسبت مشخص b/a ، اگر مقادیر ماکزیمم حاصل از شکل‌های ۴-۱۲ تا ۴-۱۴ مورد بررسی قرار گیرند نتیجه حاصل آن چیزی است که در شکل ۴-۱۵ نشان داده شده است. این مقادیر ماکزیمم با توجه به این‌که به ازای مقادیر بهینه پارامترها حاصل شده‌اند ضریب تمرکز تنش بهینه نام‌گذاری می‌شوند. در واقع شکل ۴-۱۵ تمرکز تنش بهینه را برحسب نسبت‌های مختلف b/a در سه حالت بارگذاری مورد بحث نشان می‌دهد. در این‌جا نیز مشاهده می‌گردد با افزایش نسبت b/a مقدار ماکزیمم تنش بهینه بی‌بعد در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و در نسبت‌های بزرگتر از $b/a = 1/5$ مقدار تنش بهینه به حالت پایدار رسیده و با افزایش این نسبت تغییر چندانی در مقدار تنش ماکزیمم بی‌بعد ایجاد نمی‌شود. علت این امر همان‌طور که در مطالب فوق بیان شد افزایش طول b و کاهش نسبت طول ضلع گشودگی به بزرگترین طول ورق و در نتیجه تبدیل ورق به شرایط برابر با ورق نامحدود می‌باشد. همچنین تأثیر نسبت اضلاع ورق برای بارگذاری تک‌محوری بیشتر از دو بارگذاری دیگر می‌باشد و این کاهش مقدار تنش در بارگذاری تک‌محوری با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد.

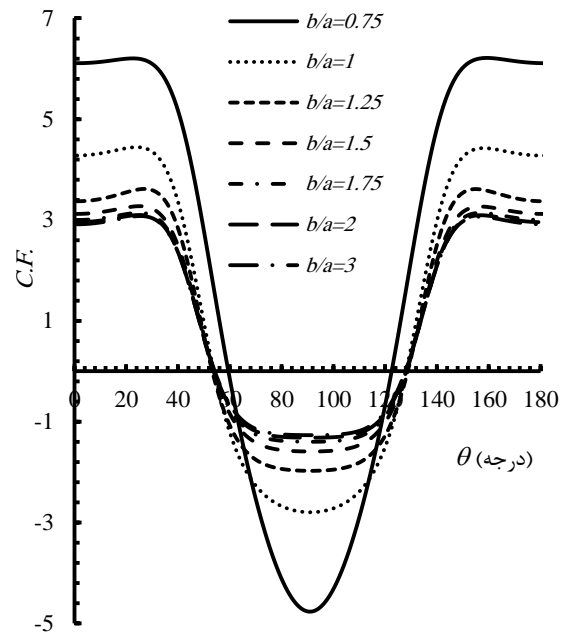
فرآیند تحلیل نتایج بهینه‌سازی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی

جدول ۴-۴ نتایج بهینه‌سازی چهارضلعی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($\frac{L}{a} = 0.4$)

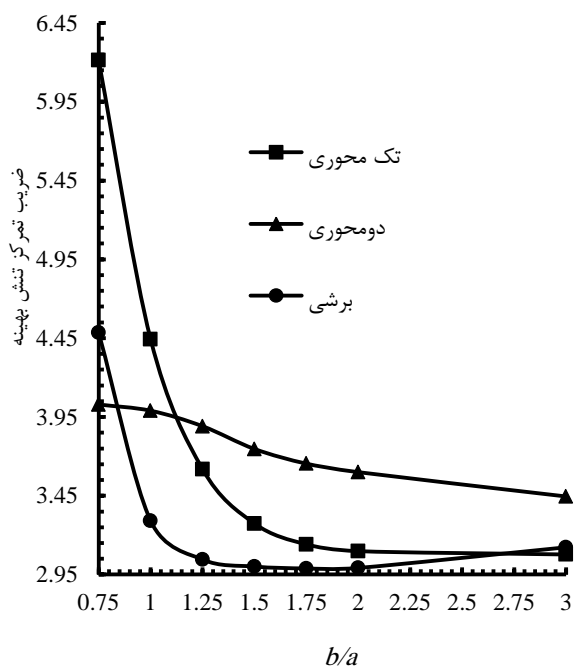
$Optimum SCF$	β	m	b/a	نوع بارگذاری
۶/۲۱۳	۵۳/۴۰۹۷	۰/۰۵۶۳۱۳۴	۰/۷۵	تک محوری
۴/۴۴۳۶	۷۲/۲۵۰۵	۰/۰۷۰۲۲۳۶	۱	
۳/۶۱۹۱	۳۴/۵۵۶۶	۰/۰۸۰۵۲۲۴	۱/۲۵	
۳/۲۷۳۸	۴۰/۸۳۷۹	۰/۰۷۶۶۴۲۹۴	۱/۵	
۳/۱۴۱۳	۵۳/۴۰۹۶	۰/۰۷۷۲۰۹۶	۱/۷۵	
۳/۰۹۸۵	۲۱/۹۸۹۳	۰/۰۷۷۵۳۸	۲	
۳/۰۷۷۴	۵۳/۴۰۱۵	۰/۰۷۷۵۹۶۷	۳	
۴/۰۲۹	۹/۴۲۵۳	۰/۰۴۵۵۰۸	۰/۷۵	دومحوری
۳/۹۸۹۶	۵۹/۶۸۹۷	۰/۰۴۱۵۲۷۵	۱	
۳/۸۹۱۲	۷۲/۲۵۳۲	۰/۰۳۵۴۸۰۲	۱/۲۵	
۳/۷۴۶۸	۴۰/۸۴۲۸	۰/۰۲۹۷۶۵	۱/۵	
۳/۶۵۳۷	۵۳/۳۹۶۹	۰/۰۲۶۱۶۵۸	۱/۷۵	
۳/۵۹۹۷	۲۸/۲۷۰۷	۰/۰۲۵۱۰۵۱	۲	
۳/۴۴۵۵	۱۵/۷۰۶۲	۰/۰۲۴۵۲۹۶	۳	
۴/۴۸۴۷	۲۴/۳۲۸۵	۰/۰۹۸۷۹۷۷	۰/۷۵	برشی
۳/۲۹۱۴	.	۰/۰۹۸۶۶۷	۱	
۳/۰۴۵۵	۶/۵۰۳۶	۰/۰۹۸۰۶۳	۱/۲۵	
۳/۰۰۰۶	۳۱/۷۰۹۶	۰/۰۹۶۰۶۶۸	۱/۵	
۲/۹۸۸۷	۱۲/۸۷۱۱	۰/۰۹۵۳۹۲	۱/۷۵	
۲/۹۹۲۱	۱۹/۱۴۹	۰/۰۹۸۶۱۱۹	۲	
۳/۰۲۲۸	۴۴/۲۴۰۵	۰/۰۹۸۱۵۶۴	۳	



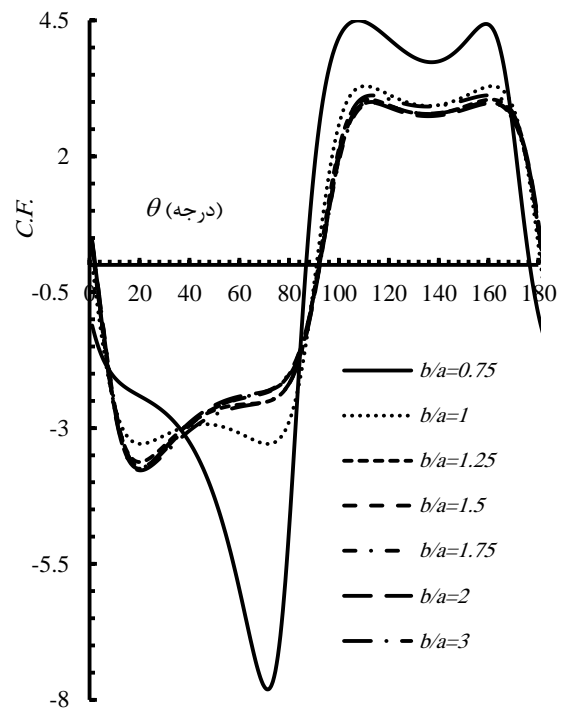
شکل ۴-۱۳ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بارکششی دو محوری



شکل ۴-۱۲ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بارکششی تک محوری



شکل ۴-۱۵ تنش بهینه حول گشودگی چهارضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اضلاع ورق در سه حالت بارگذاری



شکل ۴-۱۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بار برشی

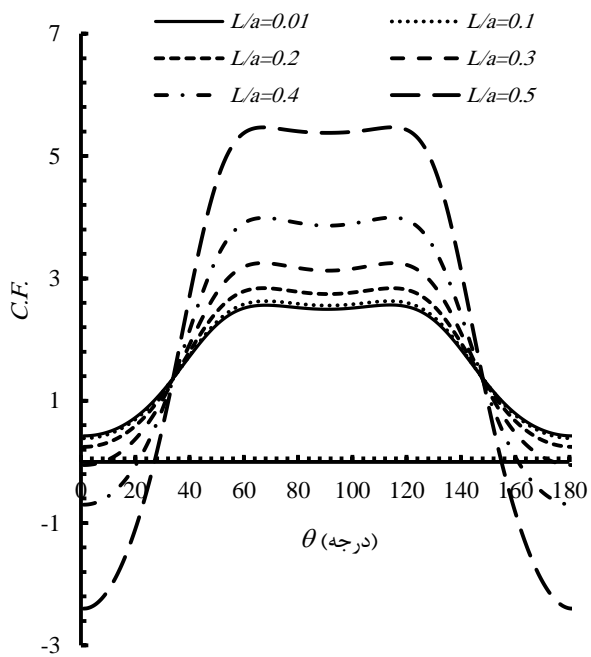
۴-۳-۲ تأثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق

در این بخش تأثیر اندازه گشودگی به ورق بر مقدار تنش بهینه بررسی شده است. جدول ۴-۵ مقادیر بهینه پارامترهای مؤثر، تنش بهینه و مقایسه‌ی مقادیر به دست آمده با حل ورق نامحدود ($\frac{L}{a} = 0.1$) را در سه حالت بارگذاری ($\frac{b}{a} = 1$) نشان می‌دهد. در این حالت ابتدا فرآیند بهینه‌سازی به ازای سه متغیر طراحی یعنی نسبت اندازه گشودگی به ورق، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و زاویه‌ی چرخش صورت می‌گیرد تا مقدار تنش بهینه‌ی بی‌بعد در انحنای گشودگی و زاویه‌ی چرخش بهینه مشخص شود. با توجه به نتایج به دست آمده از جدول ۴-۵ مشاهده می‌شود، با افزایش نسبت $\frac{L}{a}$ تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد به نحوی که بیشترین تنش بهینه در بارگذاری دومحوری برابر با ۱۰/۳۶۶۳ خواهد بود. نکته حائز اهمیت دیگر مقایسه مقادیر تنش بهینه در ورق محدود با حل ورق نامحدود ($\frac{L}{a} = 0.1$) می‌باشد. مشاهده می‌شود که در نسبت‌های $\frac{L}{a}$ کوچکتر از ۰/۲، اختلاف ماکزیمم تنش از دو روش کمتر از ۲۰٪ می‌باشد، بنابراین در کاربردهای عملی مهندسی، ورق‌های محدود با نسبت $\frac{L}{a}$ کوچکتر از ۰/۲ را می‌توان نامحدود در نظر گرفت. این در حالی است که در نسبت‌های بزرگتر از ۰/۲ اختلاف توزیع تنش با حالت نامحدود تا ۳۰۴٪ هم می‌رسد و این نشان دهنده‌ی این امر می‌باشد که در این نسبت‌ها نمی‌توان از حل نامحدود ورق استفاده کرد. شکل‌های ۴-۱۶ تا ۴-۱۸ توزیع تنش حول گشودگی چهارضلعی بادر نظر گرفتن مقادیر بهینه پارامترهای فوق را در سه حالت بارگذاری، برای نسبت‌های مختلف $\frac{L}{a}$ نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در محدوده‌ی $\frac{L}{a}$ بزرگتر از ۰/۲، تنش بهینه به میزان زیادی افزایش می‌یابد و با بزرگتر شدن این نسبت، مقدار افزایش تنش بهینه بیشتر می‌گردد. این در حالی است که در محدوده‌ی $\frac{L}{a}$ کوچکتر از ۰/۲ اختلاف مقدار تنش بهینه حول گشودگی ناچیز است. این امر نشان‌دهنده‌ی تأثیر بسیار زیاد اندازه‌ی گشودگی به ورق، در ورق‌های محدود می‌باشد. شکل ۴-۱۹ ضریب تمرکز تنش بهینه را بر حسب نسبت‌های مختلف $\frac{L}{a}$ در سه حالت بارگذاری مورد بحث نشان می‌دهد.

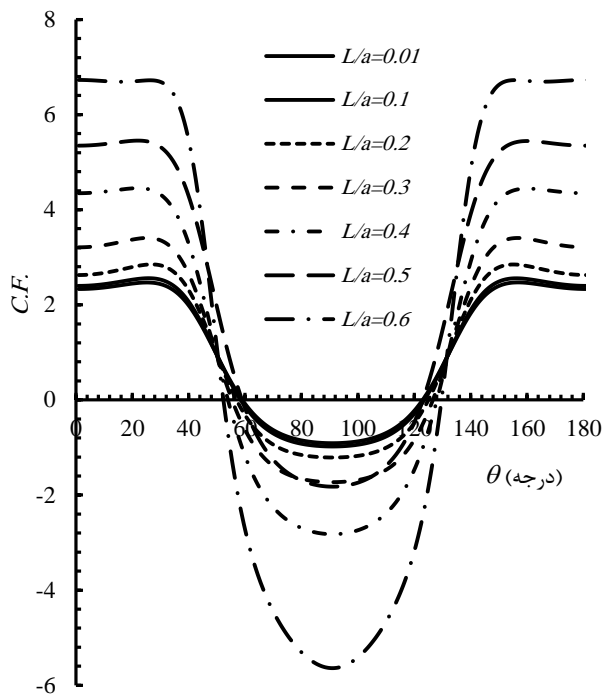
در واقع در این شکل مقادیر بیشینه حاصل از شکل‌های ۴-۱۶ تا ۴-۱۸ برحسب $\frac{L}{a}$ ترسیم شده است. همان‌گونه که اشاره شد، با افزایش نسبت $\frac{L}{a}$ تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد و در بارگذاری دو محوری بیشتر از دو بارگذاری دیگر می‌باشد و این افزایش مقدار تنش بهینه در بارگذاری دو محوری با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد.

جدول ۴-۵ نتایج بهینه گشودگی چهارضلعی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)

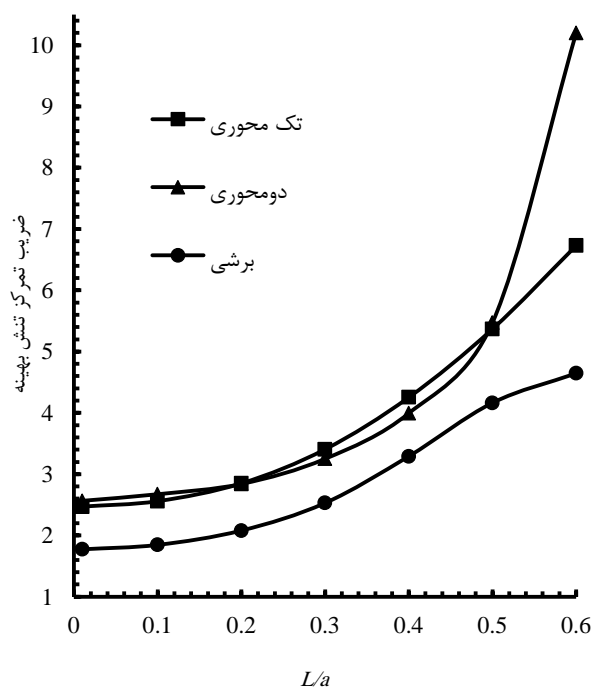
درصد اختلاف	<i>Optimum SCF</i>	β	m	L/a	نوع بارگذاری
۰	۲/۴۷۰۹	۴۷/۱۲۵۲	۰/۰۵۶۲۵	۰/۰۱	تک محوری
۳/۵۸	۲/۵۵۹۴	۲۱/۹۸۹۹	۰/۰۵۸۵۸	۰/۱	
۱۵/۳۳	۲/۸۴۹۷	۲۲/۹۹۰۲	۰/۰۶۴۳۱	۰/۲	
۳۷/۸۳	۳/۴۰۵۷	۲۸/۲۷۴	۰/۰۶۴۴۶	۰/۳	
۷۲/۱۱	۴/۲۵۲۹	۲۸/۲۷۱۲	۰/۰۶۶۳۰	۰/۴	
۱۱۷/۲۶	۵/۳۶۸۴	۹/۴۲۵۲	۰/۰۸۸۴۷	۰/۵	
۱۷۲/۳۰	۶/۷۲۸۵	۵۳/۴۱۰۳	۰/۰۹۳۳۲	۰/۶	
۰	۲/۵۶۵۲	۹/۴۱۹۶	۰/۰۲۸۴۶	۰/۰۱	دو محوری
۴/۱۹	۲/۶۷۲۸	۵۳/۴۰۶۶	۰/۰۲۹۲۱	۰/۱	
۱۰/۷۲	۲/۸۴۰۲	۹/۴۲۵۷	۰/۰۳۲۱۸	۰/۲	
۲۶/۶۹	۳/۲۵	۲۱/۹۹۱۸	۰/۰۳۵۶۵	۰/۳	
۵۵/۶۹	۳/۹۹۴	۴۷/۱۲۰۸	۰/۰۳۹۸۵	۰/۴	
۱۱۳/۲۶	۵/۴۷۰۷	۲۱/۹۹۰۵	۰/۰۵۱۱۷	۰/۵	
۳۰۴/۱۱	۱۰/۳۶۶۳	۲۱/۹۹۱	۰/۰۷۰۸۶	۰/۶	
۰	۱/۷۷۳۹	۳/۵۵۴۹	۰/۰۸۹۵۳	۰/۰۱	برشی
۴/۰۶	۱/۸۴۶۰	۴۱/۷۲۶۷	۰/۰۸۹۳۸	۰/۱	
۱۷/۲۳	۲/۰۷۹۷	۴/۶۲۳۸	۰/۰۹۳۲۵	۰/۲	
۴۲/۵۸	۲/۵۲۹۴	۱/۱۸۴۷	۰/۰۹۲۷۸	۰/۳	
۸۵/۵۴	۳/۲۹۱۴	۳۸/۷۷۱۳	۰/۰۹۵۶۶	۰/۴	
۱۳۴/۷۰	۴/۱۶۳۴	۱۱/۴۸۶۱	۰/۰۹۵۳۸	۰/۵	
۱۶۱/۸۳	۴/۶۴۴۷	۵۳/۲۶۸	۰/۰۹۷۰۲	۰/۶	



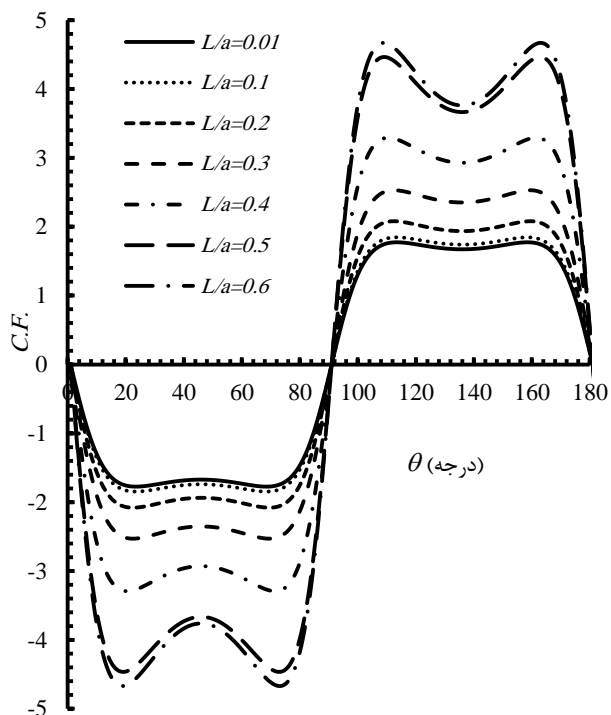
شکل ۴-۱۷ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در L/a های مختلف تحت بار کششی دوجوری



شکل ۴-۱۶ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در L/a های مختلف تحت بار کششی تک‌محوری



شکل ۴-۱۹ تنش بهینه حول گشودگی چهارضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اندازه‌ی گشودگی به ورق در سه حالت بارگذاری

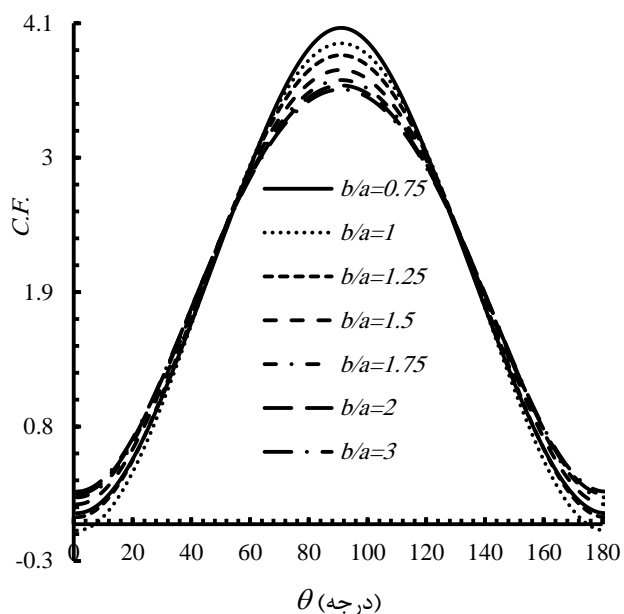


شکل ۴-۱۸ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی چهارضلعی در L/a های مختلف تحت بار برشی

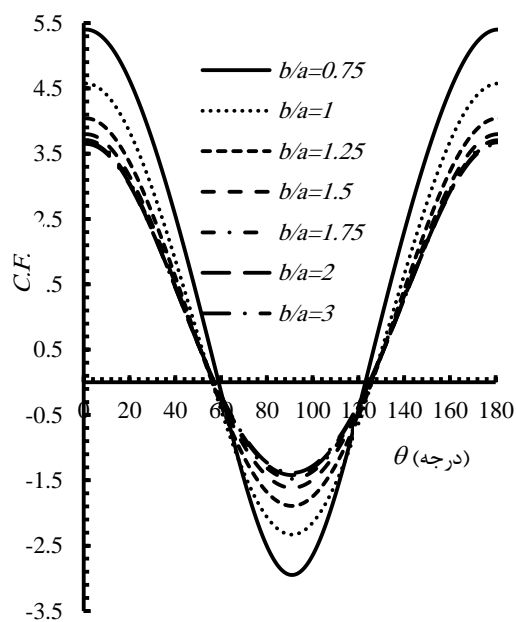
۴-۴ گشودگی پنج ضلعی

۴-۴-۱ تاثیر نسبت ابعاد ورق

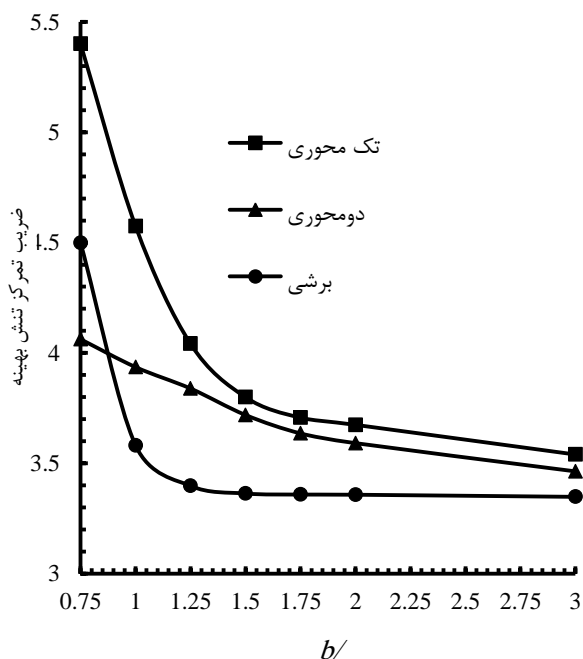
جدول ۴-۶ تأثیر نسبت ابعاد ورق بر مقدار تابع هزینه تحت سه نوع بارگذاری با در نظر گرفتن هم‌زمان زاویه چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی به عنوان متغیرهای طراحی برای ماده فولاد به کاربرده شده در ورق همسانگرد محدود را نشان می‌دهد. مقادیر زاویه چرخش و شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی در این حالت، مقادیر بهینه‌ی حاصل از الگوریتم گرگ خاکستری هستند. مطابق نتایج این جداول، بیشترین مقدار تنش بهینه در گشودگی پنج ضلعی در بارگذاری تک محوری ($\frac{b}{a} = 0.75$) برابر $5/4004$ و کمترین مقدار تنش بهینه در بارگذاری برشی ($\frac{b}{a} = 3$) برابر $3/3476$ می‌باشد. در گشودگی پنج ضلعی نیز در $m=0$ که بیان‌کننده‌ی گشودگی دایروی می‌باشد کمترین مقدار تابع هزینه را به ازای تمامی حالت‌های بارگذاری به دست می‌آید. شکل‌های ۴-۲۰ تا ۴-۲۲ توزیع تنش حول گشودگی با اعمال مقادیر بهینه برای پارامترهای مؤثر مورد بحث در سه حالت بارگذاری را برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار تنش بی‌بعد حول گشودگی در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و اختلاف توزیع تنش، با افزایش این نسبت، کاهش پیدا می‌کند. شکل ۴-۲۳ ماکزیمم تنش بهینه بی‌بعد را برحسب نسبت $\frac{b}{a}$ در سه نوع بارگذاری تک‌محوری، دو محوری و برشی را نشان می‌دهد. در این‌جا نیز مشاهده می‌گردد با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار ماکزیمم تنش بهینه بی‌بعد در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و از نسبت مشخصی به بعد ($\frac{b}{a} = 1/5$) که منجر به تبدیل ورق به شرایط برابر با ورق نامحدود می‌گردد، مقدار تنش بهینه به حالت پایدار برسد. همچنین تأثیر نسبت اضلاع ورق برای دو بارگذاری تک‌محوری و برشی بیشتر از بارگذاری دو محوری می‌باشد و این کاهش مقدار تنش در این دو بارگذاری با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد.



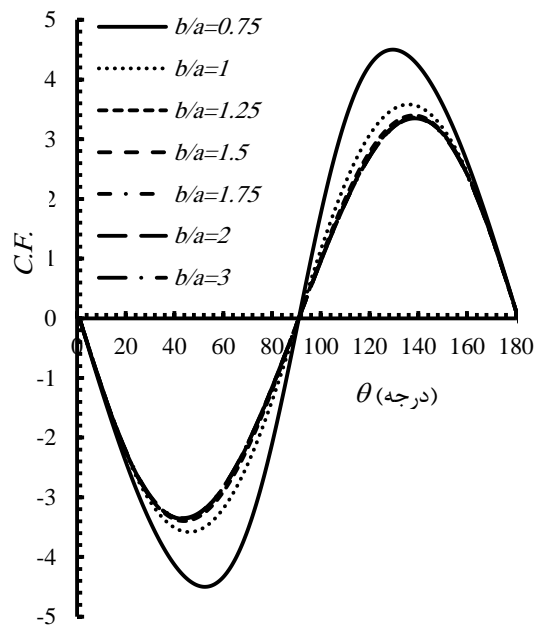
شکل ۲۱-۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج‌ضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بارکشی دو محوری



شکل ۲۰-۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج‌ضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بارکشی تک محوری



شکل ۲۳-۴ تنش بهینه حول گشودگی پنج‌ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اضلاع ورق در سه حالت بارگذاری



شکل ۲۲-۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج‌ضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بار برشی

جدول ۴-۶ نتایج بهینه‌سازی گشودگی پنج‌ضلعی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($\frac{L}{a} = 0.4$)

بارگذاری برشی		بارگذاری دو محوری		بارگذاری تک محوری		b/a
<i>Optimum SCF</i>	m	<i>Optimum SCF</i>	m	<i>Optimum SCF</i>	m	
۴/۴۹۹۰	.	۴/۰۶۱۹	.	۵/۴۰۰۵	.	۰/۷۵
۳/۵۸۱۰	.	۳/۹۳۵۷	.	۴/۵۷۴۴	.	۱
۳/۳۹۷۴	.	۳/۸۳۸۶	.	۴/۰۴۱۱	.	۱/۲۵
۳/۳۶۲۷	.	۳/۷۱۸۵	.	۳/۷۹۹۲	.	۱/۵
۳/۳۵۷۹	.	۳/۶۳۵۰	.	۳/۷۰۶۱	.	۱/۷۵
۳/۳۵۷۲	.	۳/۵۹۱۰	.	۳/۶۷۳۹	.	۲
۳/۳۴۷۶	.	۳/۴۶۳۱	.	۳/۵۳۹۵	.	۳

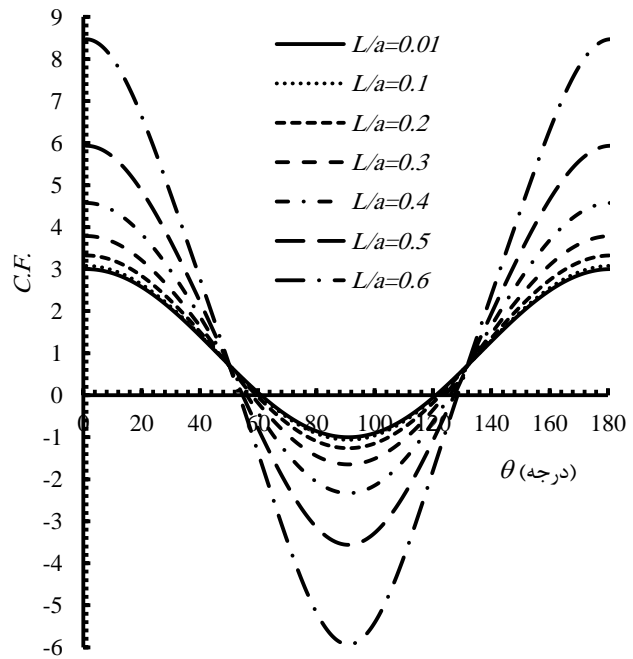
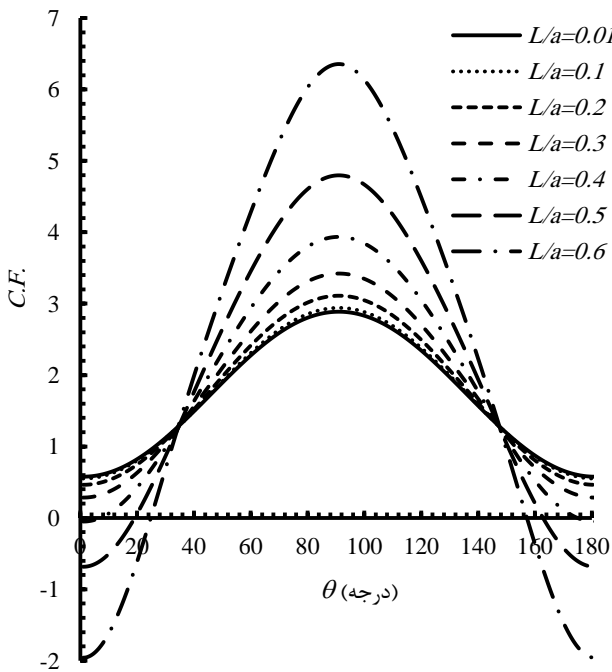
۴-۴-۲ تأثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق

به‌منظور مطالعه‌ی تأثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق بر مقدار تنش بهینه، برای نسبت‌های مختلف $\frac{L}{a}$ برای سه حالت بارگذاری در شکل‌های ۴-۲۴ تا ۴-۲۶ آورده شده است. ملاحظه می‌شود، با افزایش نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد. در محدوده‌ی اندازه‌ی گشودگی به ورق بزرگتر از 0.2 ، این افزایش به میزان بیشتری می‌باشد درحالی‌که در محدوده‌ی کوچکتر از 0.2 افزایش مقدار تنش بهینه ناچیز و تقریباً مقدار تنش بهینه حول گشودگی ثابت می‌باشد. این امر نشان‌دهنده‌ی تأثیر بسیار زیاد اندازه‌ی گشودگی به ورق در ورق‌های محدود می‌باشد. جدول ۴-۷ مقادیر بهینه پارامترهای اثرگذار، تنش بهینه و مقایسه مقادیر به دست آمده با حل ورق نامحدود ($\frac{L}{a} = 0.1$) را در سه حالت بارگذاری ($\frac{b}{a} = 1$) نشان می‌دهد. در این حالت ابتدا فرآیند بهینه‌سازی به ازای سه متغیر طراحی یعنی نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق، شعاع انحنای گوشه‌ی گشودگی و زاویه‌ی چرخش صورت می‌گیرد تا مقدار تنش بهینه‌ی بی‌بعد در انحنای گشودگی و زاویه‌ی چرخش بهینه مشخص شود. ملاحظه می‌گردد، در نسبت‌های $\frac{L}{a}$ کوچکتر از 0.2 ، اختلاف ماکزیمم تنش از دو روش کمتر از 10% می‌باشد، بنابراین در کاربردهای عملی مهندسی، ورق‌های محدود با نسبت $\frac{L}{a}$ کوچکتر از 0.2 را می‌توان نامحدود در نظر گرفت. این در حالی است که در نسبت‌های بزرگتر از 0.2 اختلاف توزیع تنش با حالت نامحدود تا $182/26\%$ هم می‌رسد و این نشان می‌دهد که در این نسبت‌ها نمی‌توان از حل نامحدود ورق استفاده کرد.

شکل ۴-۲۷ ماکزیمم تنش بهینه حول گشودگی پنج‌ضلعی برحسب نسبت‌های مختلف $\frac{L}{a}$ را در سه حالت بارگذاری نشان می‌دهد. با افزایش نسبت اندازه گشودگی به ورق، در محدوده‌ی اندازه گشودگی به ورق کمتر از $0/2$ مقدار تنش تقریباً ثابت و در محدوده‌ی بزرگتر از $0/2$ ، با افزایش این نسبت مقدار تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد و در بارگذاری تک‌محوری بیشتر از دو بارگذاری دیگر می‌باشد و این افزایش مقدار تنش بهینه در بارگذاری اشاره شده با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد.

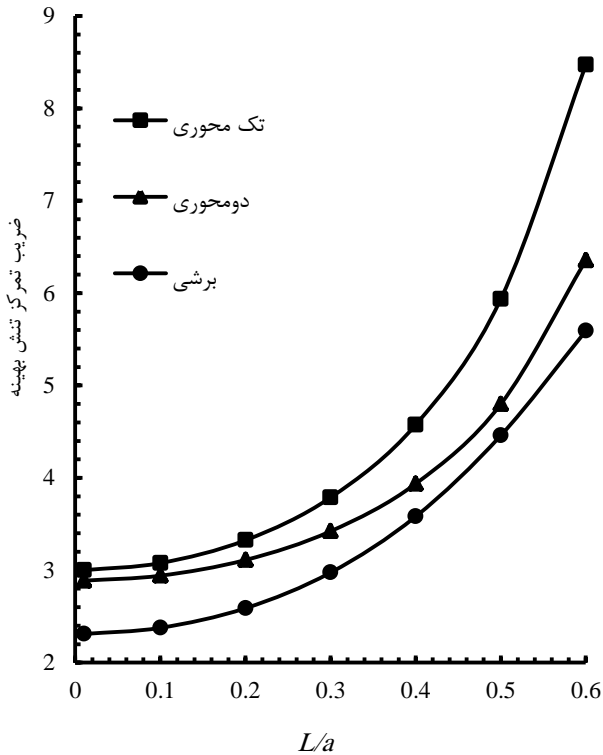
جدول ۴-۷ نتایج بهینه‌سازی گشودگی پنج‌ضلعی در نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)

بارگذاری برشی		بارگذاری دو محوری			بارگذاری تک محوری			L/a
درصد اختلاف	Optimum SCF	m	درصد اختلاف	Optimum SCF	m	درصد اختلاف	Optimum SCF	
۰	۲/۳۱	۰	۰	۲/۸۸۷۲	۰	۰	۳/۰۰۰۸	۰/۰۱
۲/۸۸	۲/۳۷۶۷	۰	۱/۸۶	۲/۹۴۱۱	۰	۲/۵۷	۳/۰۷۸	۰/۱
۱۲/۰۶	۲/۵۸۸۸	۰	۷/۷۴	۳/۱۱۰۹	۰	۱۰/۷۹	۳/۳۲۴۸	۰/۲
۲۸/۷۷	۲/۹۷۴۷	۰	۱۸/۵۱	۳/۴۲۱۷	۰	۲۶/۲۰	۳/۷۸۷۱	۰/۳
۵۵/۰۲	۳/۵۸۱۰	۰	۳۶/۳۱	۳/۹۳۵۷	۰	۵۲/۴۳	۴/۵۷۴۴	۰/۴
۹۲/۹۷	۴/۴۵۷۷	۰	۶۶/۱۵	۴/۷۹۷۲	۰	۹۷/۷۸	۵/۹۳۵۱	۰/۵
۱۴۲/۰۲	۴/۵۹۰۸	۰	۱۲۰/۱۳	۶/۳۵۵۷	۰	۱۸۲/۲۶	۸/۴۷۰۲	۰/۶

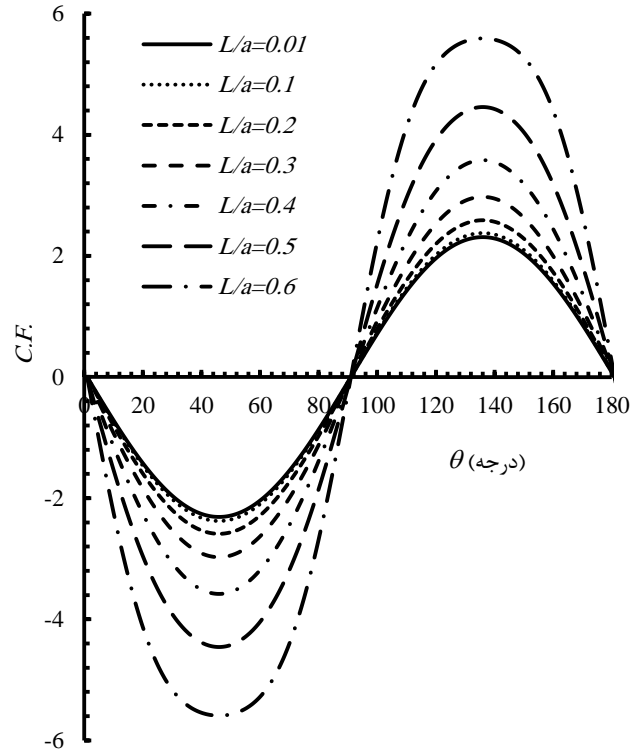


شکل ۴-۲۵ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج‌ضلعی در $\frac{L}{a}$ ‌های مختلف تحت بارکشی دو محوری

شکل ۴-۲۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج‌ضلعی در $\frac{L}{a}$ ‌های مختلف تحت بارکشی تک محوری



شکل ۲۷-۴ تنش بهینه حول گشودگی پنج ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اندازه‌ی گشودگی به ورق در سه حالت بارگذاری



شکل ۲۶-۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی پنج ضلعی در $\frac{L}{a}$ های مختلف تحت بار برشی

۴-۵ گشودگی شش ضلعی

۴-۵-۱ تاثیر نسبت ابعاد ورق

در این بخش تاثیر نسبت ابعاد ورق بر مقدار تنش بهینه حاصل از الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) حول گشودگی شش ضلعی در سه حالت بارگذاری درون صفحه‌ای ($\frac{L}{a}=0/4$) بررسی شده است. نتایج حاصل شده از الگوریتم فوق با در نظر گرفتن هم‌زمان شعاع انحنا گوشه گشودگی و زاویه چرخش گشودگی به عنوان متغیرهای طراحی برای ماده همسانگرد فولاد تحت بارگذاری تک محوری، دو محوری و برشی در جدول ۴-۸ ارائه گردید. مشاهده می‌گردد، مقدار تنش‌های بهینه حاصل شده از الگوریتم گرگ خاکستری در بارگذاری تک محوری، دو محوری و برشی به ترتیب برابر $3/2644$ ، $3/3848$ و $2/9249$ می‌باشد. همچنین، نتایج جدول ۴-۸ بیان می‌کند که همواره گشودگی دایروی

($m = 0$) بهترین حالت گشودگی نیست بلکه با بهینه کردن پارامترهای طراحی می‌توان به شکل بهتری که دارای مقدار تنش کمتری است، دست یافت.

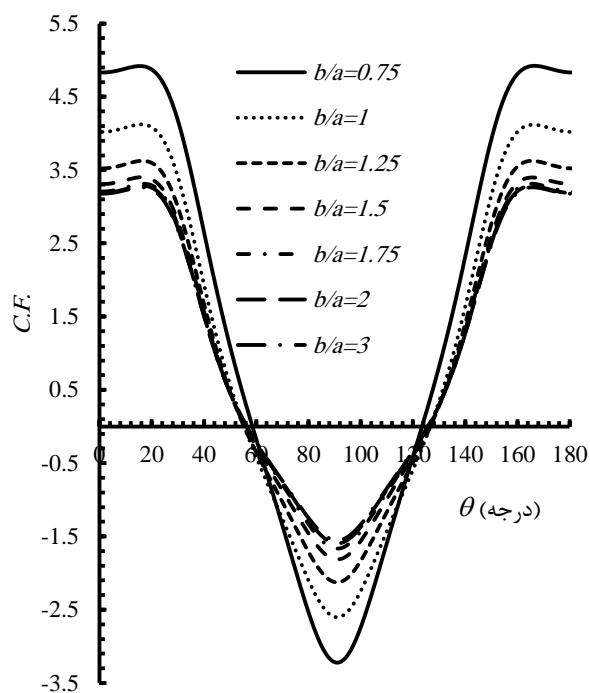
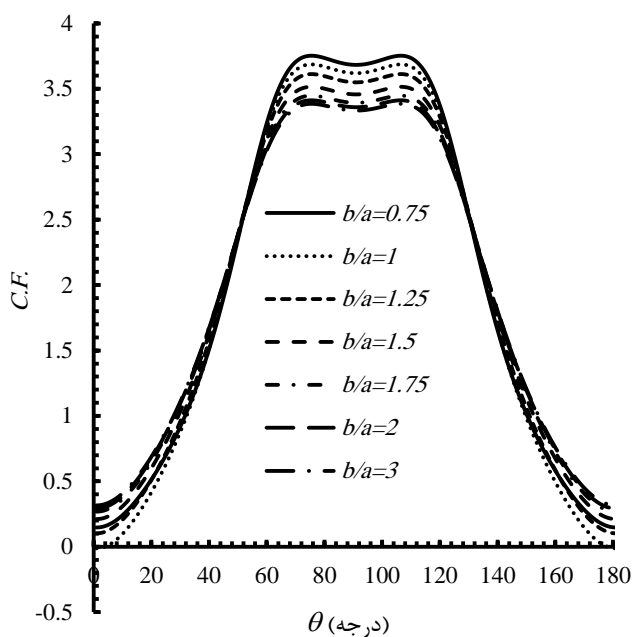
شکل‌های ۴-۲۸ تا ۴-۳۰ توزیع تنش بهینه حول گشودگی شش ضلعی با اعمال مقادیر پارامترهای بهینه حاصل شده از الگوریتم گرگ خاکستری در سه حالت بارگذاری برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد که با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار ماکزیمم تنش بهینه بی‌بعد در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و در نسبت‌های بزرگتر از $\frac{b}{a} = 1/5$ مقدار تنش بهینه به حالت پایدار رسیده و با افزایش این نسبت تغییر چندانی در مقدار تنش ماکزیمم بی‌بعد ایجاد نمی‌شود. علت این امر این است که، ورق در صورتی محدود می‌باشد که نسبت قطر دایره محیط به طول بزرگترین ضلع ورق بزرگتر از $0/2$ باشد. با افزایش این نسبت شرایط به سمت ورق نامحدود سوق پیدا می‌کند و تأثیر تقابل بار خارجی بر مرز گشودگی کمتر می‌شود. به همین خاطر در شکل‌های ۴-۲۸ تا ۴-۳۰ مشاهده می‌شود که در نسبت‌های بزرگتر از $\frac{b}{a} = 1/5$ ، تغییر چندانی در مقدار تنش بهینه ایجاد نمی‌شود.

شکل ۴-۳۱ ماکزیمم تنش بهینه را برحسب نسبت $\frac{b}{a}$ در سه نوع بارگذاری مورد بحث نشان می‌دهد. در این‌جا نیز مشاهده می‌گردد که با افزایش نسبت $\frac{b}{a}$ مقدار ماکزیمم تنش بی‌بعد در سه حالت بارگذاری کاهش می‌یابد و در نسبت‌های بزرگتر از $\frac{b}{a} = 1/5$ مقدار تنش به حالت پایدار رسیده و با افزایش این نسبت تغییر چندانی در مقدار تنش ماکزیمم بی‌بعد ایجاد نمی‌شود. همچنین تأثیر نسبت اضلاع ورق برای بارگذاری تک‌محوری بیشتر از دو بارگذاری دیگر می‌باشد و این کاهش مقدار تنش در بارگذاری تک‌محوری با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد.

فرآیند تحلیل نتایج بهینه‌سازی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی

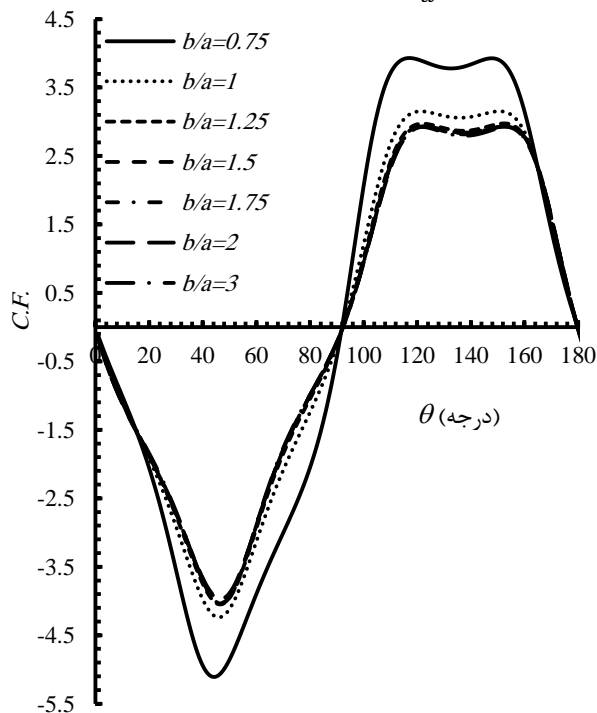
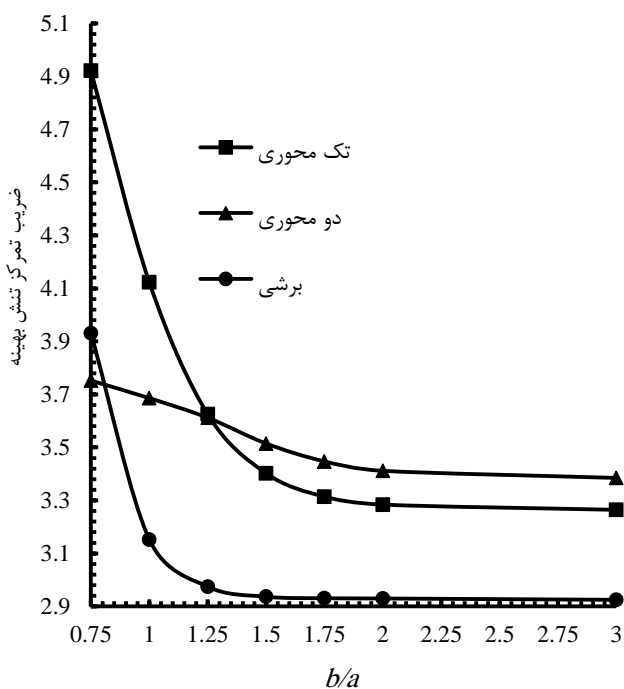
جدول ۴-۸ نتایج بهینه‌سازی گشودگی شش‌ضلعی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($\frac{L}{a} = 0.4$)

<i>Optimum SCF</i>	β	<i>m</i>	<i>b/a</i>	نوع بارگذاری
۴/۹۲۱۲	۴۷/۱۲۶۷	۰/۰۱۳۴۲۱	۰/۷۵	تک محوری
۴/۱۲۳۱	۲۱/۹۸۶۴	۰/۰۱۵۶۷۳۶	۱	
۳/۶۲۵۲	۱۵/۷۰۷۵	۰/۰۱۶۵۷۳۵	۱/۲۵	
۳/۴۰۲۳	۶۵/۹۶۹	۰/۰۱۶۵۷۳۵	۱/۵	
۳/۳۱۳۹	۴۷/۱۲۵۹	۰/۰۱۷۲۹۴۳	۱/۷۵	
۳/۲۸۴۱	۷۲/۲۵۲۷	۰/۰۱۷۰۰۸۷	۲	
۳/۲۶۴۴	۲۸/۲۷۵۵	۰/۰۱۶۵۳۰۸	۳	
۳/۷۵۲۲	.	۰/۰۱۰۸۵۶	۰/۷۵	دومحوری
۳/۶۸۵۸	.	۰/۰۰۹۴۲۲۵	۱	
۳/۶۱۱۹	.	۰/۰۰۸۷۵۳۶	۱/۲۵	
۳/۵۱۴۷	.	۰/۰۰۸۰۸۶۷	۱/۵	
۳/۴۴۷۱	.	۰/۰۰۷۶۱۶۹	۱/۷۵	
۳/۴۱۱۶	.	۰/۰۰۷۳۶۱۱	۲	
۳/۳۸۴۸	.	۰/۰۰۷۱۸۹۲	۳	
۳/۹۳۰۶	۲۹/۲۶۰۵	۰/۰۲۲۳۵۲۴	۰/۷۵	برشی
۳/۱۵۲۶	۲۹/۸۴۴۶	۰/۰۲۰۴۸۴۲	۱	
۲/۹۷۴۷	۴۸/۸۸۴۵	۰/۰۲۱۹۸۵۷	۱/۲۵	
۲/۹۳۶۶	۴/۹۵	۰/۰۲۲۹۹۹	۱/۵	
۲/۹۳۰۸	۱۷/۵۳۱۷	۰/۰۲۱۹۳۶۵	۱/۷۵	
۲/۹۲۹۹	۲۳/۸۱۵۵	۰/۰۲۱۵۷۴۵	۲	
۲/۹۲۴۹	۱۱/۲۳۵۴	۰/۰۲۳۶۵۰۵	۳	



شکل ۴-۲۹، روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بارکشی دو محوری

شکل ۴-۲۸، روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بارکشی تک محوری



شکل ۴-۳۱، تنش بهینه حول گشودگی شش ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اضلاع ورق در سه حالت بارگذاری

شکل ۴-۳۰، روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در $\frac{b}{a}$ های مختلف تحت بار برشی

۴-۵-۲ تأثیر نسبت اندازه‌ی گشودگی به ورق

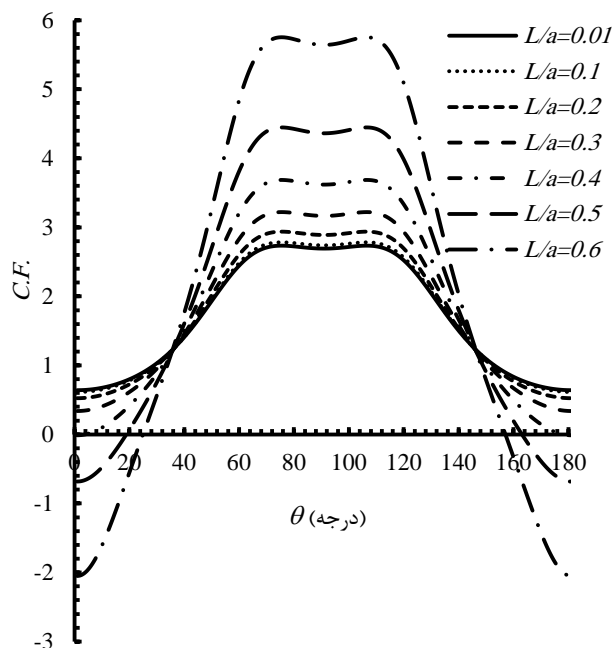
به منظور مطالعه نسبت اندازه گشودگی به ورق ($\frac{L}{a}$) بر مقدار تنش بهینه حول گشودگی شش-ضلعی از الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری (GWO) از دسته الگوریتم‌های مبتنی بر هوش ازدحامی استفاده شد. جدول ۴-۹، نتایج مقادیر بهینه شعاع انحنای گوشه گشودگی و زاویه چرخش گشودگی به عنوان متغیرهای طراحی و تنش بهینه حاصل شده از الگوریتم بهینه‌سازی را در سه حالت بارگذاری درون صفحه‌ای ($\frac{b}{a}=1$) نشان می‌دهد. با توجه به نتایج این جدول، با افزایش نسبت $\frac{L}{a}$ تنش در هر سه حالت بارگذاری تک محوری، دو محوری و برشی افزایش می‌یابد. همچنین، مقدار تنش بهینه در $\frac{L}{a}=0.6$ برابر $5/2311$ می‌باشد که در بارگذاری برشی حاصل شده است.

شکل‌های ۴-۳۲ تا ۴-۳۴، توزیع تنش بهینه حول گشودگی شش‌ضلعی با اعمال مقادیر بهینه زاویه چرخش گشودگی و شعاع انحنای گوشه گشودگی به دست آمده از الگوریتم گرگ خاکستری در سه حالت بارگذاری تک محوری، دو محوری و برشی برای نسبت‌های مختلف $\frac{L}{a}$ نشان می‌دهند. با توجه به شکل‌های ۴-۳۲ تا ۴-۳۴ مشاهده می‌شود، در محدوده‌ی اندازه گشودگی به ورق کوچکتر از 0.2 افزایش مقدار تنش بهینه ناچیز و تقریباً مقدار تنش بهینه حول گشودگی ثابت می‌باشد بنابراین در کاربردهای عملی مهندسی، ورق‌های محدود با نسبت $\frac{L}{a}$ کوچکتر 0.2 را می‌توان نامحدود در نظر گرفت. این در حالی است که در نسبت‌های بزرگتر از 0.2 اختلاف توزیع تنش با حالت نامحدود تا $165/93\%$ هم می‌رسد و این نشان دهنده‌ی این نکته می‌باشد که در این نسبت‌ها نمی‌توان از حل نامحدود ورق استفاده کرد. شکل ۴-۳۵ ضریب تمرکز تنش بهینه را برحسب نسبت‌های مختلف $\frac{L}{a}$ در سه حالت بارگذاری مورد بحث نشان می‌دهد. همان‌گونه که اشاره شد، با افزایش نسبت $\frac{L}{a}$ تنش در هر سه حالت بارگذاری افزایش می‌یابد و در بارگذاری تک محوری بیشتر از دو بارگذاری دیگر می‌باشد و این افزایش مقدار تنش بهینه در بارگذاری تک محوری با شیب بیشتری اتفاق می‌افتد.

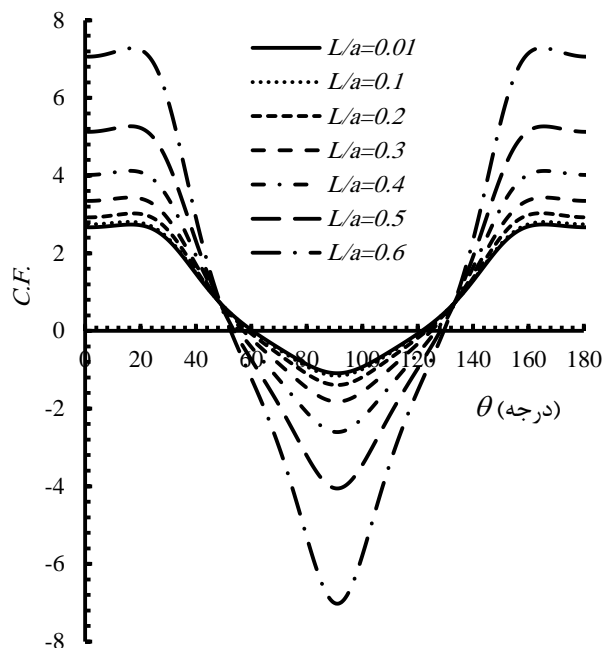
فرآیند تحلیل نتایج بهینه‌سازی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی

جدول ۹-۴ نتایج بهینه‌سازی گشودگی شش ضلعی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($\frac{b}{a}=1$)

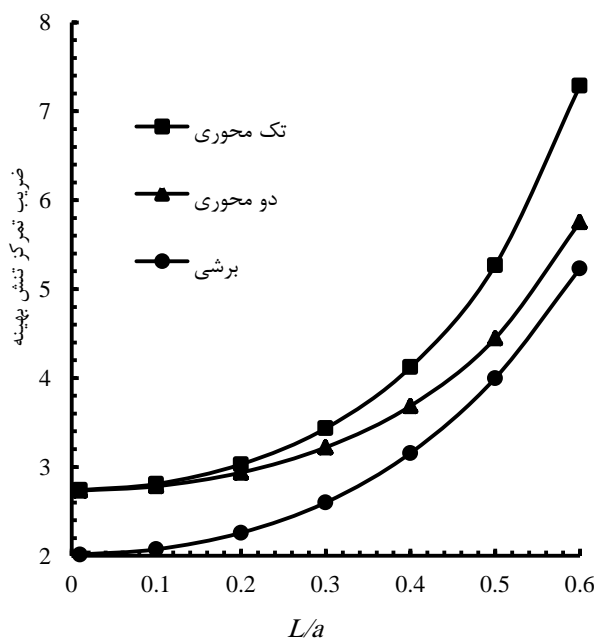
درصد اختلاف	<i>Optimum SCF</i>	β	<i>m</i>	<i>L/a</i>	نوع بارگذاری
۰	۲/۷۳۹۸	۲۶/۶۹۳۵	۰/۰۱۳۷۴	۰/۰۱	تک محوری
۲/۵	۲/۸۰۸۳	۲۱/۹۸۸۷	۰/۰۱۳۴۰	۰/۱	
۱۰/۵۸	۳/۰۲۹۹	۶۵/۹۸۰۹	۰/۰۱۵۱۳	۰/۲	
۲۵/۳۵	۳/۴۳۴۴	۱۵/۷۰۷۶	۰/۰۱۴۷۰	۰/۳	
۵۰/۴۳	۴/۱۲۱۷	۱۵/۷۰۶۳	۰/۰۱۵۸۱	۰/۴	
۹۲/۳۰	۵/۲۶۸۸	۲۱/۹۸۹۰	۰/۰۱۸۳۸	۰/۵	
۱۶۵/۹۳	۷/۲۸۶۲	۵۳/۴۰۹۳	۰/۰۲۳۸۱	۰/۶	
۰	۲/۷۳۴۱	۰	۰/۰۰۷۶۴	۰/۰۱	دومحوری
۱/۷۸	۲/۷۸۲۸	۰	۰/۰۰۷۷۶	۰/۱	
۷/۴۲	۲/۹۳۷۰	۰	۰/۰۰۸۱۱	۰/۲	
۱۷/۷۸	۳/۲۲۰۴	۰	۰/۰۰۸۶۲	۰/۳	
۳۴/۸۰	۳/۶۸۵۸	۰	۰/۰۰۹۴۲	۰/۴	
۶۲/۶۳	۴/۴۴۶۵	۰	۰/۰۱۰۸۷	۰/۵	
۱۱۰/۴۰	۵/۷۵۲۶	۰	۰/۰۱۳۷۶	۰/۶	
۰	۲/۰۱۵۴	۲۹/۸۴۰۷	۰/۰۲۳۱۴	۰/۰۱	برشی
۲/۸۹	۲/۰۷۳۷	۱۰/۹۹۵۶	۰/۰۲۳۵۶	۰/۱	
۱۲/۱۰	۲/۲۵۹۴	۷۳/۸۲۶۲	۰/۰۲۲۹۳	۰/۲	
۲۹/۰۱	۲/۶۰۰۲	۱۰/۹۹۶۵	۰/۰۲۲۵۷	۰/۳	
۵۶/۶۰	۳/۱۵۶۲	۲۳/۵۷۰۳	۰/۰۲۰۸۲	۰/۴	
۹۸/۳۹	۳/۹۹۸۵	۵۴/۹۷۹۵	۰/۰۱۸۶۳	۰/۵	
۱۵۹/۵۵	۵/۲۳۱۱	۱۷/۲۸۰۵	۰/۰۱۴۱۶	۰/۶	



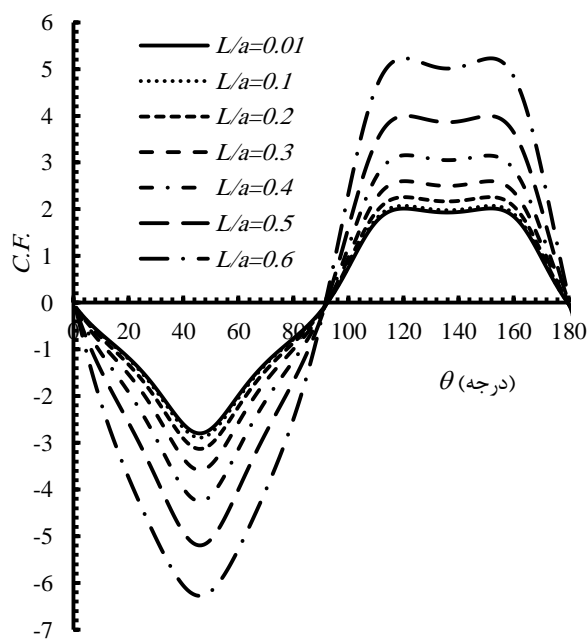
شکل ۳۳-۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در L/a های مختلف تحت بارکشی دو محوری



شکل ۳۲-۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در L/a های مختلف تحت بارکشی تک محوری



شکل ۳۵-۴ تنش بهینه حول گشودگی شش ضلعی بر حسب نسبت‌های مختلف اندازه‌ی گشودگی به ورق در سه حالت بارگذاری



شکل ۳۴-۴ روند تغییرات تابع هزینه در ورق محدود با گشودگی شش ضلعی در L/a های مختلف تحت بار برشی

۴-۶ جمع‌بندی

در این فصل توزیع تنش بهینه حول گشودگی‌های غیردایروی در ورق محدود همسانگرد، تحت

بارگذاری درون صفحه‌ای بررسی گردید. تأثیر پارامترهای گوناگون بر روی توزیع تنش اطراف این گشودگی‌ها مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان داد، تاثیر پارامتر انحنای گوشه گشودگی و زاویه‌ی چرخش گشودگی برای گشودگی‌های مختلف به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند. برای گشودگی‌هایی که تعداد اضلاع آن‌ها فرد است، گشودگی دایروی بهترین هندسه برای کاهش تابع هزینه می‌باشد. این در حالی است که در گشودگی‌هایی با تعداد اضلاع زوج لزوماً چنین رفتاری وجود ندارد، به گونه‌ای که برای هر یک از این گشودگی‌ها با انتخاب انحنا و زاویه چرخش مناسب می‌توان به تنش بی‌بعد کمتری نسبت به گشودگی دایروی رسید و برخلاف انتظار در این گشودگی‌ها مشاهده می‌شود که دایره دارای کمترین تنش بی‌بعد نیست. همچنین، با افزایش اندازه‌ی گشودگی‌ها در هر سه حالت بارگذاری، مقدار تنش بهینه افزایش یافت. با مقایسه‌ی مقدار تنش بی‌بعد در چند نسبت $\frac{L}{a}$ با مقدار تنش بی‌بعد در ورق نامحدود، نشان داده شد که از حل ورق نامحدود نمی‌توان برای حل ورق‌هایی با نسبت $\frac{L}{a}$ بزرگتر از $0/2$ (ورق محدود) استفاده نمود. نتایج نشان داد که با انتخاب صحیح پارامترهای یاد شده برای هر گشودگی می‌توان از مقدار تنش حول گشودگی کاست. همچنین، نتایج تنش بهینه ورق همسانگرد محدود حاوی گشودگی مثلثی توسط الگوریتم سنجاک، گشودگی مربعی توسط الگوریتم شیرمورچه و گشودگی شش‌ضلعی توسط الگوریتم‌های گرگ خاکستری، بیگ بنگ- بیگ کرانچ و تکامل تفاضلی تحت بارگذاری تک‌محوری، دومحوری و برشی ارائه می‌گردد.

جدول ۴-۱۰ نتایج بهینه الگوریتم سنجاک برای گشودگی مثلثی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($\frac{L}{a} = 0/4$)

بارگذاری برشی		بارگذاری دو محوری		بارگذاری تک محوری		b/a
<i>C.F.</i>	<i>m</i>	<i>C.F.</i>	<i>m</i>	<i>C.F.</i>	<i>m</i>	
۴/۱۱۴۲	۰	۳/۸۲۸۲	۰	۴/۸۸۲۱	۰	۰/۷۵
۳/۳۵۴۱	۰	۳/۷۶۳۲	۰	۴/۳۳۱	۰	۱
۳/۱۸۳۹	۰	۳/۶۶۳۸	۰	۳/۸۲۸۲	۰	۱/۲۵
۳/۱۶۸۹	۰	۳/۵۵۵۵	۰	۳/۶۶۶	۰	۱/۵
۳/۱۵۶۶	۰	۳/۵۲۱۹	۰	۳/۶۲۱	۰	۱/۷۵
۳/۱۵۱۰	۰	۳/۴۷۵۲	۰	۳/۵۷۱۱	۰	۲
۳/۱۴۷۳	۰	۳/۳۵۷۹	۰	۳/۴۱۲۳	۰	۳

فرآیند تحلیل نتایج بهینه‌سازی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی

جدول ۴-۱۱ نتایج بهینه الگوریتم سنجاقک برای گشودگی مثلی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($b/a=1$)

بارگذاری برشی			بارگذاری دو محوری			بارگذاری تک محوری			L/a
درصد اختلاف	$C.F.$	m	درصد اختلاف	$C.F.$	m	درصد اختلاف	$C.F.$	m	
.	۲/۳۰۹۹	.	.	۲/۸۸۷۱	.	.	۳/۰۰۰۶	.	۰/۰۱
۲/۴۲	۲/۳۶۶	.	۲/۹۹۶	۲/۹۷۳۶	.	۲/۴۶	۳/۰۷۴۳	.	۰/۱
۵۰/۲۰	۲/۶۷۸۶	.	۹/۸۲۶	۳/۱۷۰۸	.	۹/۵۱	۳/۲۸۶	.	۰/۲
۵۳/۸۳	۲/۸۷۱۲	.	۱۵/۰۱	۳/۳۲۰۷	.	۲۴/۴۸	۳/۷۳۵۴	.	۰/۳
۶۲/۴۵	۳/۳۳۲۲	.	۲۹/۹۵	۳/۷۳۹۳	.	۴۳/۰۰	۴/۲۹۱	.	۰/۴
۷۷/۴۱	۴/۱۳۰۵	.	۵۱/۲۴	۴/۳۶۶۵	.	۷۴/۰۱	۵/۲۲۱۴	.	۰/۵
۹۲/۹۹	۴/۹۶۱۷	.	۸۶/۶۱	۵/۳۸۷۷	.	۱۲۹/۸۵	۶/۸۹۷۱	.	۰/۶

جدول ۴-۱۲ نتایج بهینه الگوریتم شیرمورچه برای گشودگی مربعی برای نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($L/a = 0.4$)

$Optimum SCF$	β	m	b/a	نوع بارگذاری
۶/۳۱۱	۴۳/۷۶۱۲	۰/۰۶۶۳۱۳۴	۰/۷۵	تک محوری
۴/۴۴۳۶	۴۲/۴۵۱۱	۰/۰۶۰۲۲۳۶	۱	
۳/۶۲۲۱	۵۴/۲۵۰۹	۰/۰۸۰۵۲۲۴	۱/۲۵	
۳/۲۵۳۱	۵۰/۷۷۲۹	۰/۰۷۶۶۴۲۹۴	۱/۵	
۳/۲۲۱۳	۳۳/۸۱۳۲	۰/۰۶۷۲۰۹۶	۱/۷۵	
۳/۱۱۰۴	۲۱/۶۰۴۳	۰/۰۷۷۵۳۸	۲	
۳/۰۶۷۱	۷۳/۴۰۱۵	۰/۰۶۷۵۹۶۷	۳	
۴/۰۳	۹/۴۶۳۵	۰/۰۴۷۵۰۸	۰/۷۵	دومحوری
۳/۸۸۹۶	۵۹/۶۷۷۸	۰/۰۴۱۵۲۷۵	۱	
۳/۸۸۱۲	۷۲/۲۷۳۲	۰/۰۲۵۴۸۰۲	۱/۲۵	
۳/۷۸۸۸	۴۰/۸۴۳۱	۰/۰۲۹۷۶۵	۱/۵	
۳/۶۸۳۷	۵۳/۴۵۶۱	۰/۰۲۶۱۶۵۸	۱/۷۵	
۳/۶۱۹۷	۲۸/۲۸۷۱	۰/۰۲۶۱۰۵۱	۲	
۳/۵۳۵۵	۱۵/۳۳۶۱	۰/۰۲۵۵۲۹۶	۳	
۴/۵۱۸۷	۲۴/۴۷۲۵	۰/۰۹۹۷۹۷۷	۰/۷۵	برشی
۳/۳۹۵۲	.	۰/۰۹۸۶۶۷	۱	
۳/۱۴۵۵	۶/۷۷۳۲	۰/۰۹۸۰۶۳	۱/۲۵	
۳/۰۱۱۶	۳۱/۵۸۲۱	۰/۰۹۷۰۶۶۸	۱/۵	
۲/۹۹۸۷	۱۲/۸۷۱۹	۰/۰۹۵۳۹۲	۱/۷۵	
۳/۰۰۲۹	۱۹/۱۹۷۲	۰/۰۹۶۶۱۱۹	۲	
۳/۰۸۹۳	۴۴/۲۰۰۸	۰/۰۹۸۱۵۶۴	۳	

فرآیند تحلیل نتایج بهینه‌سازی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی

جدول ۴-۱۳ نتایج بهینه الگوریتم شیرمورچه برای گشودگی مربعی برای نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به

$$\text{ورق} \left(\frac{b}{a} = 1 \right)$$

درصد اختلاف	<i>Optimum SCF</i>	β	<i>m</i>	<i>L/a</i>	نوع بارگذاری
۰	۲/۵۱۳۳	۲۲/۴۳۵۱	۰/۰۵۶۲۵	۰/۰۱	تک محوری
۲/۵۹	۲/۵۷۸۴	۴۷/۴۵۶۲	۰/۰۵۴۳۸	۰/۱	
۱۹/۱۳	۲/۹۹۴۲	۲۲/۸۷۵۲	۰/۰۵۹۵۳	۰/۲	
۳۶/۵۸	۳/۴۳۲۸	۲۷/۳۲۷۶	۰/۰۶۴۴۶	۰/۳	
۶۹/۲۲	۴/۲۵۳۱	۲۸/۲۵۹۳	۰/۰۷۶۳۰	۰/۴	
۱۲۴/۷۴	۵/۶۴۸۴	۴۷/۴۱۲۷	۰/۰۷۸۷۷	۰/۵	
۱۷۲/۴۹	۶/۸۴۸۵	۵۳/۲۳۸	۰/۰۹۳۹۳	۰/۶	
۰	۲/۵۶۵۲	۹/۴۱۹۶	۰/۰۲۸۶۶	۰/۰۱	دومحوری
۳/۹۸	۲/۶۶۷۳	۵۳/۴۰۶۶	۰/۰۳۱۲۱	۰/۱	
۶/۸۲	۲/۷۴۰۲	۹/۴۲۵۷	۰/۰۳۲۱۸	۰/۲	
۲۹/۹۱	۳/۳۳۲۷	۲۱/۹۹۱۸	۰/۰۳۷۸۵	۰/۳	
۵۵/۶۹	۳/۹۹۴	۴۷/۱۲۰۸	۰/۰۴۱۸۵	۰/۴	
۱۲۱/۱۴	۵/۶۷۲۸	۲۱/۹۹۰۵	۰/۰۶۴۱۹	۰/۵	
۳۴۵/۰۴	۱۱/۴۱۶۳	۲۱/۹۹۱	۰/۰۶۹۸۶	۰/۶	
۰	۱/۷۸۳۹	۳/۵۵۴۹	۰/۰۸۹۷۳	۰/۰۱	برشی
۵/۷۲	۱/۸۸۶۰	۴۱/۷۲۶۷	۰/۰۸۹۲۸	۰/۱	
۳۳/۳۹	۲/۳۷۹۷	۴/۶۲۳۸	۰/۰۹۲۸۶	۰/۲	
۴۷/۴۰	۲/۶۲۹۴	۱/۱۸۴۷	۰/۰۹۳۹۱	۰/۳	
۸۶/۷۶	۳/۳۳۱۷	۳۸/۷۷۱۳	۰/۰۹۶۰۵	۰/۴	
۱۶۱/۹۳	۴/۶۷۲۶	۱۱/۴۸۶۱	۰/۰۹۵۳۸	۰/۵	
۱۶۷/۰۲	۴/۷۶۳۴	۵۳/۲۶۸	۰/۰۹۷۷۵	۰/۶	

فرآیند تحلیل نتایج بهینه‌سازی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی

جدول ۴-۱۴ نتایج بهینه برای گشودگی شش ضلعی در نسبت‌های مختلف ابعاد ورق ($\frac{L}{a} = 0.4$)

GWO	BB-BC	DE	β	m	b/a	نوع بارگذاری
۴/۹۲۱۲	۴/۹۲۱۲	۵/۰۰۱۱	۴۷/۱۲۶۷	۰/۰۱۳۴۲۱۱	۰/۷۵	تک محوری
۴/۱۲۳۱	۴/۲۱۶۹	۴/۲۷۳۹	۲۱/۹۸۶۴	۰/۰۱۵۶۷۳۶	۱	
۳/۶۲۵۲	۳/۶۴۷۱	۳/۶۲۲۲	۱۵/۷۰۷۵	۰/۰۱۶۵۷۳۵	۱/۲۵	
۳/۴۰۲۳	۳/۴۱۸۱	۳/۴۴۹۱	۶۵/۹۶۹	۰/۰۱۶۵۷۳۵	۱/۵	
۳/۳۱۳۹	۳/۳۱۸۷	۳/۳۴۰۶	۴۷/۱۲۵۹	۰/۰۱۷۲۹۴۳	۱/۷۵	
۳/۲۸۴۱	۳/۲۸۸۸	۳/۲۸۴۴	۷۲/۲۵۲۷	۰/۰۱۷۰۰۸۷	۲	
۳/۲۶۴۴	۳/۲۷۱۱	۳/۲۷۳۵	۲۸/۲۷۵۵	۰/۰۱۶۵۳۰۸	۳	
۳/۷۵۲۲	۳/۷۶۱۷	۳/۷۵۵۹	.	۰/۰۱۰۸۵۶۱	۰/۷۵	دومحوری
۳/۶۸۵۸	۳/۶۹۱۳	۳/۷۴۰۴	.	۰/۰۰۹۴۲۲۵	۱	
۳/۶۱۱۹	۳/۶۱۲۶	۳/۶۵۸۰	.	۰/۰۰۸۷۵۳۶	۱/۲۵	
۳/۵۱۴۷	۳/۵۱۴۷	۳/۵۴۷۷	.	۰/۰۰۸۰۸۶۷	۱/۵	
۳/۴۴۷۱	۳/۴۶۰۲	۳/۴۶۶۸	.	۰/۰۰۷۶۱۶۹	۱/۷۵	
۳/۴۱۱۶	۳/۴۱۳۷	۳/۴۳۵۱	.	۰/۰۰۷۳۶۱۱	۲	
۳/۳۸۴۸	۳/۳۸۸۸	۳/۳۹۶۶	.	۰/۰۰۷۱۸۹۲	۳	
۳/۹۳۰۶	۳/۹۳۰۶	۳/۹۳۷۵	۲۹/۲۶۰۵	۰/۰۲۲۳۵۲۴	۰/۷۵	برشی
۳/۱۵۲۶	۳/۳۳۶۶	۳/۱۹۴۷	۲۹/۸۴۴۶	۰/۰۲۰۴۸۴۲	۱	
۲/۹۷۴۷	۲/۹۸۲۱	۲/۹۸۲۱	۴۸/۸۸۴۵	۰/۰۲۱۹۸۵۷	۱/۲۵	
۲/۹۳۶۶	۲/۹۵۰۳	۲/۹۴۴۲	۴/۹۵	۰/۰۲۲۹۹۹	۱/۵	
۲/۹۳۰۸	۲/۹۳۳۱	۲/۹۳۷۷	۱۷/۵۳۱۷	۰/۰۲۱۹۳۶۵	۱/۷۵	
۲/۹۲۹۹	۲/۹۳۰۷	۲/۹۳۱۷	۲۳/۸۱۵۵	۰/۰۲۱۵۷۴۵	۲	
۲/۹۲۴۹	۲/۹۲۸۸	۲/۹۳۰۱	۱۱/۲۳۵۴	۰/۰۲۳۶۵۰۵	۳	

فرآیند تحلیل نتایج بهینه‌سازی صفحه‌های محدود حاوی گشودگی

جدول ۴-۱۵ نتایج بهینه برای گشودگی شش ضلعی در نسبت‌های مختلف اندازه گشودگی به ورق ($\frac{b}{a} = 1$)

GWO	BB-BC	DE	β	m	L/a	نوع بارگذاری
۲/۷۳۹۸	۲/۷۴۱۴	۲/۷۴۱۱	۲۶/۶۹۳۵	۰/۰۱۳۷۴	۰/۰۱	تک محوری
۲/۸۰۸۳	۲/۸۶۷۱	۲/۹۲۶۱	۲۱/۹۸۸۷	۰/۰۱۳۴۰	۰/۱	
۳/۰۲۹۹	۳/۲۱۱۹	۳/۴۴۳۲	۶۵/۹۸۰۹	۰/۰۱۵۱۳	۰/۲	
۳/۴۳۴۴	۳/۴۵۳۱	۴/۴۵۷۹	۱۵/۷۰۷۶	۰/۰۱۴۷۰	۰/۳	
۴/۱۲۱۷	۴/۹۸۱۱	۵/۴۸۸۱	۱۵/۷۰۶۳	۰/۰۱۵۸۱	۰/۴	
۵/۲۶۸۸	۵/۲۶۸۹	۶/۳۰۰۱	۲۱/۹۸۹۰	۰/۰۱۸۳۸	۰/۵	
۷/۲۸۶۲	۷/۲۹	۷/۳۱۵۴	۵۳/۴۰۹۳	۰/۰۲۳۸۱	۰/۶	
۲/۷۳۴۱	۲/۷۳۴۱	۲/۷۳۷۳	.	۰/۰۰۷۶۴	۰/۰۱	دومحوری
۲/۷۸۲۸	۲/۸۱۰۱	۲/۷۸۱۶	.	۰/۰۰۷۷۶	۰/۱	
۲/۹۳۷۰	۳/۱۱۹۶	۲/۹۷۳۴	.	۰/۰۰۸۱۱	۰/۲	
۳/۲۲۰۴	۳/۲۲۱۰	۳/۲۵۵۱	.	۰/۰۰۸۶۲	۰/۳	
۳/۶۸۵۸	۳/۷۲۳۳	۴/۱۹۱۷	.	۰/۰۰۹۴۲	۰/۴	
۴/۴۴۶۵	۴/۴۴۶۵	۴/۸۲۱۱	.	۰/۰۱۰۸۷	۰/۵	
۵/۷۵۲۶	۵/۸۰۷۷	۵/۷۶۴۴	.	۰/۰۱۳۷۶	۰/۶	
۲/۰۱۵۴	۲/۰۷۷۴	۲/۱۱۳۲	۲۹/۸۴۰۷	۰/۰۲۳۱۴	۰/۰۱	برشی
۲/۰۷۳۷	۲/۲۲۶۱	۲/۳۲۷۱	۱۰/۹۹۵۶	۰/۰۲۳۵۶	۰/۱	
۲/۲۵۹۴	۲/۵۶۶۵	۲/۵۷۱۳	۷۳/۸۲۶۲	۰/۰۲۲۹۳	۰/۲	
۲/۶۰۰۲	۲/۶۳۳۴	۲/۶۱۴۵	۱۰/۹۹۶۵	۰/۰۲۲۵۷	۰/۳	
۳/۱۵۶۲	۳/۲۵۲۶	۳/۲۶۳۸	۲۳/۵۷۰۳	۰/۰۲۰۸۲	۰/۴	
۳/۹۹۸۵	۴/۱۴۶۴	۴/۵۹۴۴	۵۴/۹۷۹۵	۰/۰۱۸۶۳	۰/۵	
۵/۲۳۱۱	۵/۲۳۵۷	۵/۲۴۰۱	۱۷/۲۸۰۵	۰/۰۱۴۱۶	۰/۶	

فصل پنجم:

نتیجہ گیری و ارادہ می پسندادہ

۵-۱ نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه با استفاده از روش متغیر مختلط و تابع نگاشت هم‌نوا به بهینه‌سازی توزیع تنش در ورق همسانگرد محدود دارای گشودگی‌های گوناگون تحت بارگذاری درون صفحه‌ای با استفاده از الگوریتم نوین بهینه‌سازی گرگ خاکستری (GWO) پرداخته شد. در این پژوهش به خوبی نشان داده شد که پارامترهای متعددی بر توزیع تنش اطراف گشودگی تأثیرگذار هستند. انحنای گوشه‌ی گشودگی، زاویه‌ی چرخش گشودگی، نسبت ابعاد ورق، نسبت اندازه‌ی گشودگی به بزرگترین طول ورق و نوع بارگذاری به‌عنوان پارامترهای مهم در توزیع تنش بهینه اطراف گشودگی‌ها، مورد مطالعه قرار گرفت. با انتخاب صحیح این پارامترها می‌توان به مقدار تنش بهینه در اطراف گشودگی دست یافت.

نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد برای گشودگی‌هایی با تعداد اضلاع فرد افزایش انحنای افزایش مقدار تنش بهینه را در هر سه حالت بارگذاری در پی دارد، بنابراین در این‌گونه شکل‌ها تنش بهینه حول گشودگی در حالت $m=0$ (گشودگی دایروی) ایجاد می‌گردد. برای گشودگی‌هایی با تعداد اضلاع زوج همواره با افزایش انحنای گوشه‌های گشودگی، تنش حول گشودگی لزوماً افزایش نمی‌یابد بلکه در مواردی بسته به زاویه‌ی چرخش انتخاب شده این مقدار کاهش می‌یابد. بنابراین در این نوع گشودگی‌ها با انتخاب زاویه‌ی چرخش و انحنای مناسب می‌توان تنش بهینه کمتر از حالت دایروی حول گشودگی داشت. همچنین نتایج نشان داد که شعاع انحنای گوشه‌های گشودگی تنها پارامتر مؤثر بر کاهش تابع هزینه نیست، بلکه چرخش گشودگی هم در این کاهش تنش، تأثیر بسزایی دارد که با انتخاب مقادیر بهینه دو پارامتر اشاره شده، می‌توان تمرکز تنش را به مقدار قابل توجهی کاهش داد. تأثیر نسبت ابعاد گشودگی به ابعاد ورق بر توزیع تنش بهینه اطراف گشودگی مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده گردید که با افزایش اندازه‌ی گشودگی در تمام شکل‌ها و بارگذاری‌ها، مقدار تنش بهینه افزایش می‌یابد. با مقایسه‌ی مقدار تنش بی‌بعد در نسبت‌های مختلف با مقدار تنش بی‌بعد در ورق نامحدود در شکل‌های گوناگون، نشان داده شد که از حل ورق نامحدود نمی‌توان برای حل ورق‌هایی با

نسبت $\frac{L}{a}$ بزرگتر از $0/2$ (ورق محدود) استفاده نمود. همچنین با تغییر نسبت ابعاد ورق، ابتدا کاهش مقدار تنش و سپس ثابت ماندن این مقدار برای نسبت‌های بزرگتر از $\frac{b}{a} = 1/5$ در اکثر شکل‌های و بارگذاری‌ها مشاهده گردید، که علت این امر نزدیک شدن شرایط ورق به شرایط ورق نامحدود بود. همچنین در تمام قسمت‌ها مشاهده شد که در ورق محدود به علت کوچک شدن ابعاد ورق، مقدار تنش بهینه حول گشودگی به مقدار زیادی بیشتر از حالت نامحدود آن است به همین جهت ضروری است تا حتماً از حل ورق محدود برای به دست آوردن مقادیر صحیح تنش بهینه حول گشودگی‌ها استفاده شود.

الگوریتم بهینه‌سازی به کار رفته شده در این پایان‌نامه، الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) می‌باشد. این الگوریتم بهینه‌سازی جدید از دسته الگوریتم‌های هوش ازدحامی (SI) با الهام‌گیری از زندگی گرگ-های خاکستری ارائه شده است. روش پیشنهادی از رفتار شکار و سلسله مراتب اجتماعی گرگ‌های خاکستری تقلید می‌کند. از ویژگی‌های مهم الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) می‌توان به عملکرد بالا در فضای جستجو، انعطاف‌پذیری و رقابتی بودن این الگوریتم جهت اجتناب از نقطه بهینه محلی اشاره کرد. در این روش بر خلاف روش‌های تک مسیری، فضای جواب به طور همه جانبه جستجو می‌شود، به همین خاطر امکان کمتری برای گرفتار شدن در یک نقطه بهینه محلی وجود خواهد داشت. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم گرگ خاکستری در بهینه‌سازی صفحات همسانگرد محدود، الگوریتمی مناسب و قابل اطمینان است.

۲-۵ پیشنهادها

- ۱- تحلیل و بهینه‌سازی تنش حول چند گشودگی دایروی و یا غیر دایروی در ورق محدود همسانگرد تحت بارگذاری درون صفحه‌ای
- ۲- تحلیل و بهینه‌سازی تنش حول گشودگی دایروی و یا غیر دایروی در ورق محدود ناهمسانگرد تحت بارگذاری درون صفحه‌ای
- ۳- تحلیل و بهینه‌سازی تنش حول چند گشودگی دایروی و یا غیر دایروی در ورق محدود ناهمسانگرد تحت بارگذاری درون صفحه‌ای
- ۴- تحلیل و بهینه‌سازی تنش حول گشودگی دایروی و یا غیر دایروی در ورق محدود همسانگرد و یا ناهمسانگرد تحت بارگذاری حرارتی و محوری به صورت هم‌زمان
- ۵- تحلیل و بهینه‌سازی تنش حول گشودگی دایروی و یا غیر دایروی در ورق محدود همسانگرد و یا ناهمسانگرد تحت بارگذاری داخل گشودگی (پین‌لود)

مراجع

- [1] Howland R. C. J. (1929), "On the stresses in the neighborhood of circular hole in a strip under tension", **Phil Trans Roy Soc.**, **229**, pp. 49-86.
- [2] Heywood R. B. (1952), "**Designing by Photoelasticity**", Chapman and Hall, London.
- [3] Muskhelishvili N. I. (1953), "**Some basic problems of mathematical theory of elasticity**", Netherlands: Noordhoff, Groningen, Holland, pp. 56-104.
- [4] Lekhnitskii S. G. (1968), "**Anisotropic plates**", Second Edition, New York.
- [5] Savin G. N. (1961), "**Stress concentration around holes**", Pergamon Press, New York.
- [6] Daoust J. and Hoa S. V. (1991), "An analytical solution for anisotropic plates containing triangular holes", **Compos Struct.**, **2**, 19, pp. 107-130.
- [7] Sternberg, E. (1958), "**Couple-stresses and singular stress concentrations in elastic solids**", Springer, verlag Berlin.
- [8] Neuber H. (1968), "**On the effect of stress concentration in cosserat continua**", Springer, verlag Berlin Heidelberg.
- [9] Peterson R.E. (1974), "**Stress concentration factors**", John Wiley & Sons Inc, New York.
- [10] Pilkey W. D. (1997), "**Peterson's stress concentration factors**", John Wiley & Sons Inc, Second Edition, New York.
- [11] Theocaris P. S. and Petrou L. (1986), "Stress distributions and intensities at corners of equilateral triangular holes", **Int J Fract**, **31**, pp. 271-289.
- [12] Gao X. L. (1996), "A general solution of an infinite elastic plate with an elliptic hole under biaxial loading", **Int J Pressure Vessels Piping.**, **67**, pp. 95-104.
- [13] Motok M. D. (1997), "Stress concentration on the contour of a plate opening of an arbitrary cornerradius of curvature", **Mar Struct.**, **10**, pp. 1-12.
- [14] Simha K. R. Y. and Mohapatra S. S. (1998), "Stress concentration around irregular holes. using complex variable method", **Sadhna (India)**, **23**, pp. 394-412.
- [15] Tan S. C. (1988), "Finite-Width Correction Factors for Anisotropic Plate

- Containing a Central Opening”, **J Compos Mat.**, **11**, 22, pp. 1080.
- [16] Abuelfoutouh N. M. (1993), “Preliminary design of unstiffend composite shells”, **Symposium of 7th technical Conference of ASC** , pp. 693-786, NewYork.
- [17] Rezaeepazhand J. and Jafari M. (2010), “Stress concentration in metallic plates with special shaped cutout”, **Int J Mech Sci.**, **52**, pp. 96-102.
- [18] Lei G. H., Ng C. W. W., Rigby D. B.(2001), “Stress and displacement around an elastic artificial rectangular hole”, **J Eng Mech.**, **127**, pp. 880-890.
- [19] Ukadgaonker V. G. and Rao D. K. N. (1999), “Stress distribution around triangular holes in anisotropic plates”, **Compos Struct.**, **45**, pp.171-183.
- [20] Golub V.P. and Panteleev E.A. (2000), “Subcritical growth of high-cycle fatigue cracks in finite thin isotropic plates”, **Int App Mech.**, **36**, pp.938–947.
- [21] Yang Z., Kim C.B., Cho C., Beom H.G. (2008), “The concentration of stress and strain in finite thickness elastic plate containing a circular hole ”, **Int J Solids Struct.**, **45**,pp. 713–731.
- [22] Jain N.K. and Mittal N.D. (2008), “Finite element analysis for stress concentration and deflection in isotropic, orthotropic and laminated composite plates with central circular hole under transverse static loading”, **Mater Sci Eng A.**, **498**, pp.115–124.
- [23] Vanam B. C. L. (2012), “Static analysis of an isotropic rectangular plate using finite element analysis (FEA) ”, **J Mech Eng Res.**, **4**, pp.148–162.
- [24] Watsar S.D. and Bharule A. (2015), “Stress analysis of thin plate with special shaped cutout”, **A Review.**, **3**, pp.16–20.
- [25] Asmar G. H., Jabbour T. G. (2007), “Stress analysis of anisotropic plates containing rectangular holes”, **Int J Mech & Solid.**, **1**, 2, pp. 59-84.
- [26] Ogonowski I. M., (1980), “Analytical study of finite geometry plate with stress concentration”, **AfAA/ASME/ AHS 21s SDM Conference.**, pp. 694-698.
- [27] Lin C. C. and Ko C. C. (1988), “Stress and strength analysis of finite composite laminates with elliptical holes”, **J Compos Mater.**, **4**, 22, pp. 373-385.
- [28] Woo C. W. and Chan L. W. (1992), “Boundary collocation method for analyzing perforated plate problems”, **Eng Fract Mech.**, **5**, 43, pp. 757-768.
- [29] Xu X., Sun L., Fan X. (1995), “Stress concentration of finite composite laminates with elliptical hole”, **Comput Struct.**, **1**, 57, pp. 29-34.
- [30] Sharma D. S. (2012), “Stress distribution around polygonal holes”, **Int J Mech Sci.**, **65**, pp. 115-124.

- [31] Pan Z., Cheng Y., Liu J. (2013), “Stress analysis of a finite plate with a rectangular hole subjected to uniaxial tension using modified stress functions”, **Int J Mech Sci.**, **75**, pp. 265-277.
- [32] Jafari M. and Ardalani E. (2016), “Stress concentration in finite metallic plates with regular holes”, **Int J Mech Sci.**, **106**, pp.220–230.
- [33] Sivakumara K., Iyengar N.G.R., Deb K. (1998), “Optimum design of laminated composite plates with cutouts using a genetic algorithm”, **Compos Struct.**, **42**, pp.265–279.
- [34] Liu Y., Jin F., Li Q. (2006), “A strength-based multiple cutout optimization in composite plates using fixed grid finite element method”, **Compos Struct.**, **73**, pp.403–412.
- [35] Kradinov V., Madenci E., Ambur D.R. (2007), “Application of genetic algorithm for optimum design of bolted composite lap joints”, **Compos Struct.**, **77**, pp.148–159.
- [36] Jafari M. and Rohani A. (2016), “Optimization of perforated composite plates under tensile stress using genetic algorithm”, **J Compos Mater.**, **50**, pp. 773-781.
- [37] Suresh S., Sujit P.B., Rao A.K. (2007), “Particle swarm optimization approach for multi-objective composite box-beam design”, **Compos Struct.**, **81**, pp.598–605.
- [38] Cho H.K. and Rowlands R.E. (2007), “Reducing tensile stress concentration in perforated hybrid laminate by genetic algorithm”, **Compos Sci Technol.**, **67**, pp.2877–2883.
- [39] Sharma D.S., Patel N.P., Trivedi R.R. (2014), “Optimum design of laminates containing an elliptical hole”, **Int J Mech Sci.**, **85**, pp.76–87.
- [40] Callahan J.K. and Weeks E.G. (1992), “Optimum design of composite laminates using genetic algorithms”, **Compos Eng.**, **2**, pp. 149-160.
- [41] Narayana N.G., Gopalakrishnan S., Ganguli R. (2008), “Design Optimization of composites using genetic algorithms and failure mechanism based failure criterion”, **Compos Struct.**, **83**, pp. 354-367.
- [42] Almeida F.S. and Awruch A.M. (2009), “Design Optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis”, **Compos Struct.**, **88**, pp. 443-454.
- [43] Cho H. K. (2009), “Maximizing structure performances of a sandwich panel with hybrid composite skins using particle swarm optimization algorithm”, **J Mech Sci**

- Technol.**, **23**, pp. 3143-3152.
- [44] Chang N., Wang W., Yang W., Wang J. (2010), “Ply stacking sequence optimization of composite laminate by permutation discrete particle swarm optimization”, **Struct Multidiscip Optim.**, **41**, pp. 179-187.
- [45] Hudson C. and Carruthers J. (2010), “Robinson M., Multiple objective optimization of composite sandwich structures for rail vehicle floor panels”, **Compos Struct.**, **92**, pp. 2077-2082.
- [46] Lemanh T. and Lee J. (2014), “Stacking sequence optimization for maximum strengths of laminated composite plates using genetic algorithm and isogeometric analysis”, **Compos Struct.**, **116**, pp. 357–363.
- [47] Alonso M.G. (2013), “Particle Swarm Optimization (Pso): an Alternative method for composite optimizati”, **10th World Congr Struct Multidiscip Optim.** , pp.1–10.
- [48] Chen J., Tang Y., Gerel R., Anpel Q., Guo X. (2013), “ Reliability design optimization of composite structures based on PSO together with FEA”, **Chinese J Aeronaut.**, **26**, pp.343–349.
- [49] Omkar S.N., Khandelwal R., Ananth T.V.S., Narayana N.G., Gopalakrishnan S. (2009), “Quantum behaved Particle Swarm Optimization (QPSO) for multi-objective design optimization of composite structures”, **Expert Syst Appl.**, **36**, pp.312–322.
- [50] Kathiravan R. and Ganguli R. (2007), “Strength design of composite beam using gradient and particle swarm optimization”, **Compos Struct.**, **81**, pp.471–479.
- [51] Barbosa I.C.J. and Loja M.A.R. (2014), “ Design of a laminated composite multi-cell structure subjected to torsion”, **29th Congr Int Counc Aeronaut Sci ICAS**, pp.1–8.
- [52] Mirjalili S., Mirjalili S.M., Lewis A. (2014), “Grey wolf optimizer”, **Adv Eng Softw.**, **69**, pp.46–61.
- [53] Gupta E., Saxena A., Tan S.C. (2016), “Grey wolf optimizer based regulator design for automatic generation control of interconnected power system”, **Cogent Eng.**, **3**, pp.115-126.
- [54] Saremi S., Mirjalili S.Z., Mirjalili S.M. (2015), “Evolutionary population dynamics and grey wolf optimizer”, **Neural Comput Appl.**, **26**, pp.1257–1263.
- [55] Song X., Tang L., Zhao S., Zhang X., Li L., Huang J. (2015), “Grey wolf optimizer

- for parameter estimation in surface waves”, **Soil Dyn Earthq Eng.**,**75**, pp.147–157.
- [56] Bonabeau E., Dorigo M., Theraulaz G. (1999), “**Swarm intelligence: from natural to artificial systems**”, Oxford University Press, New York, NY, USA.
- [57] Dorigo M., Birattari M., Stutzle T. (2006), “Ant colony optimization”, **Comput Intell Magaz.**,**1**, pp.28–39.
- [58] Holland J.H. (1992), “Genetic algorithms”, **Sci Am.**, **267**, pp.66–72.
- [59] Goldberg D. (1989), “Genetic Algorithms in optimization search and machine learning”, **J Global Optim.**, **95**, pp. 205–211.
- [60] Storn R. and Price K. (1997), “Differential evolution a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces”, **J Global Optim.**, **11**, pp.341–359.
- [61] Yao X., Liu Y., Lin G. (1999), “Evolutionary programming made faster”, **Evolut Comput.**, **3**, pp.82–102.
- [62] Fogel D. (2009), “**Artificial intelligence through simulated evolution**”, Wiley-IEEE Press.
- [63] Hansen N., Muller S.D., Koumoutsakos P. (2003), “Reducing the time complexity of the derandomized evolution strategy with covariance matrix adaptation (CMAES)”, **Evolut Comput.**, **11**, pp.1–18.
- [64] Rechenberg I.(1994), “Evolution strategy”, **Adv Eng Softw.**,**3**, pp. 82-97.
- [65] Simon D.(2008), “Biogeography-based optimization”, **Evolut Comput IEEE Trans.**, **12**, pp.702–713.
- [66] Erol O.K. and Eksin I. (2006), “A new optimization method: big bang–big crunch”, **Adv EngSoftw.**, **37**, pp.106–11.
- [67] Formato R.A. (2007), “Central force optimization: a new metaheuristic with applications in applied electromagnetics”, **Prog Electromag Res.**, **77**, pp.425–491.
- [68] Shahhosseini H. (2011), “Principal components analysis by the galaxy-based search algorithm: a novel metaheuristic for continuous optimisation”, **Int J Comput Sci Eng.**, **6**, pp.132–140.
- [69] Kennedy J. and Eberhart R. (1995), “ **Particle swarm optimization, in Neural Networks, In: Proceedings, IEEE international conference**”, pp. 1942–1948.
- [70] Yang X.S. (2010), “**A new metaheuristic bat-inspired algorithm. In: Nature inspired cooperative strategies for optimization (NICSO 2010)**”, Springer,

- Studies in Computational Intelligence , pp. 65–74.
- [71] Olorunda O. and Engelbrecht A.P. (2008), “Measuring exploration/exploitation in particle swarms using swarm diversity. In: Evolutionary computation”, **CEC 2008 IEEE World Congress on Computational Intelligence**. IEEE Congress on”, pp. 1128–1134.
- [72] Alba E. and Dorronsoro B.(2005), “The exploration/exploitation tradeoff in dynamic cellular genetic algorithms”, **Evolut Comput.**, **9**, pp.126–142.
- [73] Lin L. and Gen M.(2009), “Auto-tuning strategy for evolutionary algorithms: balancing between exploration and exploitation”, **Soft Comput.**,**13**,pp.157–168.
- [74] Mirjalili S. and Hashim S.Z.M. (2010),“A new hybrid PSO-GSA algorithm for function optimization”, **International conference on computer and information application (ICCIA)**, pp. 374–377.
- [75] Mirjalili S, Hashim S.Z., Moradian H. (2012), “Training feedforward neural networks using hybrid particle swarm optimization and gravitational search algorithm”, **Appl Math Comput.**, **218**,pp.1125–1137.
- [76] Mech L.D.(1999), “Alpha status dominance and division of labor in wolf packs”, **Can J Zool.**, **77**, pp.1196–203.
- [77] Muro C., Escobedo R., Spector L., Coppinger R. (2011), “Wolf-pack (Canis lupus) hunting strategies emerge from simple rules in computational simulations”, **Behav Process.**, **88**, pp.192–197.
- [78] Digalakis J. and Margaritis K. (2001), “On benchmarking functions for genetic algorithms”, **Int J Comput Math.**, **77**, pp.481–506.
- [79] Mirjalili S. and Lewis A. (2013), “S-shaped versus V-shaped transfer functions for binary Particle Swarm Optimization”, **Swarm Evolut Comput.**, **9**, pp.1–14.
- [80] Liang J., Suganthan P., Deb K. (2005), “Novel composition test functions for numerical global optimization”, **Proceedings 2005 IEEE swarm intelligence symposium**, pp. 68–75.
- [81] Suganthan P.N., Hansen N., Liang J.J., Deb K., Chen Y.P., Auger A. (2005), “Problem definitions and evaluation criteria for realparameter optimization”, **J Appl Math.**, **6**, pp.21-29.
- [82] Van B. F. and Engelbrecht A.(2006), “A study of particle swarm optimization particle trajectories”, **Inf Sci.**,**176**, pp. 937–971.

- [83] Arora J.S.(2004), “ **Introduction to optimum design**”, Academic Press, New York.
- [84] Belegundu A.D. and Arora J.S. (1985), “ A Study of mathematical programming methods for structural optimization”, **Int J Numer Meth Eng.**, **5**, pp.583–599.
- [85] Coello C.A and Mezura M.E. (2002), “ Constraint handling in genetic algorithms through the use of dominance based tournament selection”, **Adv Eng Inform.**,**16**, pp.193–203.
- [86] He Q. and Wang L. (2007), “An effective coevolutionary particle swarm optimization for constrained engineering design problems”, **Eng Appl Artif Intell.**, **20**, pp.89–99.
- [87] Mezura M. E. and Coello C.A.C. (2008), “An empirical study about the usefulness of evolution strategies to solve constrained optimization problems”, **Int J Gen Syst.**, **37**, pp.443–473.
- [88] Coello C.A. (2000), “Use of a self-adaptive penalty approach for engineering optimization problems”, **Comput Ind.**, **41**, pp.113–127.
- [89] Storn, R., Price, K. (1997), “Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces”, **J Glob Optim.**, **11**, pp. 341–359.
- [90] Erol, O.K., Eksin, I. (2006), “A new optimization method: Big Bang-Big crunch”, **Adv Eng Soft.**, **37**, pp. 106–111.
- [91] Mirjalili, S. (2015), “The ant lion optimizer”, **Adv Eng Soft.**, **83**, pp. 80- 98.
- [92] Mirjalili, S. (2006), “Dragonfly algorithm: a new meta-heuristic optimization technique for solving single objective, discrete, and multi-objectiv problems”, **Neural Comput Appl.**, **27**, pp. 1053- 1073.

Abstract

In this thesis, investigates the optimum design of isotropic finite plates with different non-circular cut-outs subjected to in-plane loading (uniaxial tensile, biaxial, and pure shear load). This objective is pursued by a gray wolf optimization algorithm. The important features of this algorithm include flexibility, simplicity, short solution time, and the ability to avoid local optimums. The objective function used for in this algorithm seeks to minimize the value of stress concentration factor around different cut-outs. The method used for the calculation of stress concentration is based on analytical solution of Muskhelishvili complex variable and conformal mapping with plane stress assumption. The plate is assumed to be isotropic, linear elastic, and finite. To calculate the stress function of a finite plate with a square cutout, the stress functions in finite plate are determined by superposition of the stress function in infinite plate containing a square cutout with stress function in finite plate without any cutout. Using least square boundary collocation method and applying appropriate boundary conditions, unknown coefficients of stress function are obtained. Moreover, finite element numerical solution is employed to examine the results of present analytical solution. Numerical results are in good agreement with the results of the present analytical solution. Results show that by selecting the aforementioned parameters properly, less amounts of stress could be achieved around the non-circular hole leading to an increase in load-bearing capacity of the structure.

Keywords: Isotropic Finite Plate, Non-Circular Cutout, Grey Wolf Optimization, Complex Variable Method, Analytical Solution, Stress Concentration Factor.



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical and Mechatronic Engineering

M.Sc. Thesis in Aerospace - Space Structures Engineering

Optimized Design for Finite Isotropic Plates with Regular Cutout by Optimization Algorithms

By: Mohammad Hossein Bayati Chaleshtari

Supervisor:

Dr. Mohammad Jafari

December 2016