

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده : مهندسی مکانیک و مکاترونیک

رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی

پایان نامه کارشناسی ارشد

اندرکنش سیال و سازه انعطاف پذیر در جریان آرام با روش

مرز غوطه‌ور شبکه بولتزمن - شبکه فنر

نگارنده : بهروز افرا

استاد راهنما :

دکتر محمد حسن کیهانی

شهریور ۱۳۹۵



فرم شماره ۷: صورتجلسه نهایی دفاع از پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای بهروز افرا به شماره دانشجویی ۹۲۰۲۲۹۴ رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان اندرکنش سیال و سازه انعطاف پذیر در جریان آرام با روش مرز غوطه ور - شبکه بولتزنمن - شبکه فتر که در تاریخ ۱۳۹۵/۰۶/۱۷ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می-گردد:

قبول (با درجه: عالی امتیاز: ۲۰) <input checked="" type="checkbox"/>	دفاع مجدد <input type="checkbox"/>	مردود <input type="checkbox"/>
نوع تحقیق: نظری <input type="checkbox"/> عملی <input type="checkbox"/>		

- ۱- عالی (۲۰ - ۱۹) (۱۶ - ۱۷/۹۹) خوب
 ۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹) قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)
 ۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)
 ۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)
 ۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	محمدحسن کیهانی	استاد	
۲- استاد راهنمای دوم			
۳- استاد مشاور	محسن نظری	دانشیار	
۴- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	احمد مددی	مربی	
۵- استاد ممتحن اول	محمود نوری	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	محمد محسن شاه مردان	دانشیار	

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: محمد محسن شاه مردان

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده: ۱۳۹۵/۰۶/۱۷

شکر و قدردانی

سپاس گذار کسانی، بنتم که سرآغاز تولد من هستند. از یکی زاده می شوم و از دیگری جاودانه. استاد می که سپیدی را برتخت سیاه
زندگی ام نکاشت و مادری که تار مویی از او به پای من سیاه نماند. تقدیم به مقدس ترین و اثره مادر لغت نامه دلم، مادر مهربانم که زندگی ام
را دیون مهر و عطف او می دانم. پدر مهربانی مشفق، بر دبار و حامی. به سرم که نشانه لطف الهی در زندگی من است.

تعهد نامه

اینجانب بهروز افرا دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه اندرکنش سیال و سازه انعطاف پذیر در جریان آرام با روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن - شبکه فنر

تحت راهنمایی دکتر محمدحسن کیهانی متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده فارسی

در این مطالعه، ترکیب روش شبکه بولتزمن با روش مرز غوطه‌ور (IB-LBM) جهت شبیه‌سازی جریان در مجاورت مرزهای جامد استفاده شده است. بر مبنای گزارش‌های محققان قبلی، در این مطالعه برای افزایش دقت محاسبات، روش اعمال نیروی چندمرحله‌ای به الگوریتم شبکه بولتزمن اضافه می‌شود (Split-forcing LBM). برای تحلیل رفتار جسم جامد الاستیک غوطه‌ور در سیال از روش شبکه فنر (LSM) استفاده شده است. در این روش عددی، یک جسم الاستیک به صورت مجموعه‌ای منظم از فنر بدون جرم در نظر گرفته که از قانون هوک تبعیت می‌کنند. در این مطالعه برای نخستین بار الگوریتم ترکیبی ضمنی جهت ارتباط روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با روش شبکه فنر (IB-LB-LSM) پیشنهاد شده است که محدودیت‌های موجود در روش‌های قبلی نظیر انتخاب گام زمانی و سبب شبکه فنر را کاهش می‌دهد. صحت سنجی روش‌های ترکیبی ارائه شده توسط چندین نتایج عددی و تجربی گذشته انجام شده است. بدین منظور ضریب درگ و طول گردابه برای جریان عبوری از روی یک مانع صلب و مقدار ضریب پواسون، مقدار کشیدگی و خمیدگی برای یک تیر یکسر گیردار با نتایج نظری مقایسه می‌شود. در بخش نتایج حاصل از روش‌های فوق‌الذکر، چندین مسئله مورد مطالعه قرار گرفت که مهم‌ترین آن‌ها شامل (۱) مطالعه بر روی ضریب درگ، لیفت و تغییر شکل در دو حالت پایا و ناپایا برای یک صفحه الاستیک و (۲) رفتار دو ذره در جریان برشی در دو حالت صلب و تغییر شکل‌پذیر می‌باشد. در پایان این تحقیق نیز روشی معتبر و قدرتمند تحت عنوان روش المان گسسته (DEM) جهت شبیه‌سازی برخورد دو ذره صلب گزارش شده است. در این مطالعه، برای نخستین بار الگوریتمی ترکیبی منطبق بر روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن (IB-LB-DEM) گزارش کرده‌ایم که توانایی تحلیل جریان‌های ذره‌ای در این تحقیق را ارتقا دهیم. به منظور ارزیابی صحت روش فوق، پدیده‌های درفتینگ، کیسینگ و تامبلینگ (DKT) برای سقوط دو ذره در کانال حاوی سیال نیوتونی با کارهای قبلی مقایسه شد. در قسمت نتایج این بخش، ابتدا جریان

حاوی ذرات عبور کننده از روی مانع الاستیک را مورد مطالعه قرار داده و سپس به شبیه‌سازی کانال-های دارای یک جفت گرفتگی متقارن خواهیم پرداخت. در این قسمت نشان خواهیم داد که وجود گرفتگی چه اثرات مخربی بر روی دریچه‌های انعطاف‌پذیر نزدیک به خود خواهد داشت. در واقع با افزایش میزان سرعت سیال در ناحیه گرفتگی، سرعت ذرات غوطه‌ور نیز بالا رفته و موجب افزایش فشار بیشتر به مانع الاستیک مقابل خود می‌شود. این افزایش فشار باعث افزایش مقدار خمیدگی در مانع و بازگشایی مسیر عبور سیال حامل خواهد شد.

کلمات کلیدی:

روش مرزغوطه‌ور - شبکه بولتزمان، مدل شبکه فشر، صفحه تغییرشکل‌پذیر، اندرکنش همسایه-

وار، روش المان گسسته، تهنشینی

لیست مقالات مستخرج شده از پایان نامه:

1. **B. Afra**, M.H. Kayhani, M. Nazari, A. Amiri Delouei, G. Ahmadi, "An Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method with a Robust Lattice Spring Model for Solving Flow-Structure-Interaction Problems", **Computers and Fluids**, (under revised).

۲. بهروز افرا، محسن نظری، محمد حسن کیهانی (۱۳۹۵)، "ارائه الگوریتم مرزغوطه‌ور-

شبکه بولتزمن- شبکه فنر جهت بررسی رفتار صفحه تغییر شکل پذیر دوبعدی تحت اثر جریان

سیال"، نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر مهندسی مکانیک (پذیرش)

۳. بهروز افرا، محسن نظری، امین امیری دلویی، محمدحسن کیهانی (۱۳۹۴)، "مرز غوطه

ور- شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چند مرحله ای برای شبیه سازی رفتار دو سیلندر دایروی

در جریان برشی" سومین کنفرانس ملی پژوهش های کاربردی در مهندسی برق،

مکانیک و مکاترونیک - دانشگاه مالک اشتر (پذیرش)

فهرست عناوین

فصل ۱ مقدمه	۱
۱-۱- کاربردها	۲
۲-۱- معرفی و پیشینه تحقیق	۲
۱-۲-۱- روش مرز غوطه‌ور	۳
۲-۲-۱- روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن	۹
۳-۲-۱- روش شبکه فئر	۱۱
۳-۱- انگیزه‌ها	۱۲
۴-۱- هدف از مطالعه حاضر	۱۳
فصل ۲ شبکه بولتزمن	۱۵
۱-۲- تبدیل معادلات کلاسیک بولتزمن به معادلات شبکه بولتزمن	۱۶
۱-۱-۲- معادله بولتزمن و تابع توزیع	۱۶
۲-۱-۲- فرمولبندی معادله شبکه بولتزمن	۱۶
۲-۲- معادله نویر استوکس در قالب معادله شبکه بولتزمن	۲۱
۳-۲- مدل BGK در شبکه بولتزمن	۲۳
۴-۲- حل عددی روش شبکه بولتزمن	۲۴
۵-۲- شرایط مرزی [۵۷]	۲۶
۱-۵-۲- شرط مرزی بازگشت به عقب	۲۶
۲-۵-۲- شرط مرزی سرعت و فشار	۲۸
فصل ۳ مرز غوطه‌ور	۳۱
۱-۳- مقدمه	۳۲
۲-۳- معادلات شبکه بولتزمن با ترم نیروی اضافی	۳۳
۳-۳- مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن مبتنی بر روش اعمال نیروی مستقیم	۳۶
۱-۳-۳- معادلات روش اعمال نیروی مستقیم	۳۷
۲-۳-۳- الگوریتم واسط	۳۸
فصل ۴ شبکه فئر	۴۳
۱-۴- ارتباط پارامترهای روش شبکه فئر و خواص فیزیکی	۴۴
۱-۱-۴- شبکه دوبعدی [۶۲]	۴۵

۴-۲- الگوریتم ترکیبی پیشنهادی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن - شبکه فنر جهت شبیه‌سازی اندرکنش سیال و سازه انعطاف‌پذیر دوبعدی..... ۴۹

فصل ۵ نتایج و بحث ۵۳

۵-۱- شبیه‌سازی اندرکنش سیال و صفحه انعطاف‌پذیر با استفاده از روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن- شبکه فنر ارتباط پارامترهای روش شبکه فنر و خواص فیزیکی ۵۴

۵-۱-۱- مقدمه ۵۴

۵-۱-۲- صحت سنجی ۵۴

۵-۱-۳- تعریف مسئله و شرایط مرزی ۶۱

۵-۲- شبیه‌سازی جریان برشی حاوی ذرات صلب و الاستیک در سیال نیوتونی ۷۴

۵-۲-۱- مقدمه ۷۴

۵-۲-۲- صحت سنجی ۷۴

۵-۲-۳- تعریف مسئله و شرایط مرزی ۷۷

فصل ۶ نظریه برخورد المان گسسته (DEM) ۹۵

۶-۱- مقدمه ۹۶

۶-۲- مدل عددی برخورد ۹۷

۶-۳- کنترل پارامترهای روش المان گسسته (DEM) ۱۰۲

۶-۴- روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- روش المان گسسته ۱۰۵

۶-۵- صحت سنجی ۱۰۶

۶-۵-۱- مقایسه حل تحلیلی و عددی رفتار دو ذره دایروی در هنگام برخورد و بعدازآن ۱۰۶

۶-۶- مسئله سقوط ذرات در کانال عمودی ۱۱۲

۶-۶-۱- مقایسه حل تحلیلی و عددی رفتار دو ذره دایروی در هنگام برخورد و بعدازآن ۱۱۲

۶-۶-۲- مطالعه سقوط دو ذره صلب در سیال نیوتونی ۱۱۴

۶-۷- روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن - شبکه فنر- المان گسسته (IB-LB-LS-DEM) جهت شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای صلب در حضور مانع الاستیک ثابت ۱۲۱

۶-۷-۱- تعریف مسئله و شرایط مرزی ۱۲۲

فصل ۷ نتیجه‌گیری و پیشنهادها ۱۳۵

۷-۱- نتیجه‌گیری ۱۳۶

۷-۲- پیشنهادها برای کارهای آینده ۱۳۷

مراجع ۱۳۹

فهرست اشکال

- شکل ۱-۲ بردارهای سرعت در مدل دوبعدی با (الف) ۹ جهت گسسته $D2Q9$ (ب) ۷ جهت گسسته $D2Q7$ ۲۰
- شکل ۲-۲ بردارهای سرعت در مدل سه بعدی با ۲۷ جهت گسسته $D2Q9$ ۲۱
- شکل ۳-۲ نمایش مرحله‌ی جاری شدن برای یک نقطه از شبکه بولتزمن در مدل $D2Q9$ ۲۵
- شکل ۴-۲ نمایش قاعده‌ی بازگشت به عقب کامل جهت اعمال شرط مرزی عدم لغزش روی دیوار سمت چپ ۲۷
- شکل ۵-۲ نمایش قاعده بازگشت به عقب میانی ۲۸
- شکل ۱-۳ شماتیک اندرکنش سیال و مرز جامد در روش مرز غوطه‌ور ۳۲
- شکل ۲-۳ مقایسه بین نحوه اعمال نیروی تک مرحله‌ای و چند مرحله‌ای ۳۵
- شکل ۳-۳ شماتیک مربوط به ناحیه اوپلری تحت تأثیر یک گره لاگرانژی در روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم ۴۰
- شکل ۴-۳ الگوریتم محاسباتی روش اعمال نیروی مستقیم با استفاده از تابع دیفیوز در روش مرز غوطه‌ور ۴۱
- شکل ۱-۴ جسم جامد الاستیک تشکیل شده از شبکه فنر ۴۴
- شکل ۲-۴ (الف) شبکه فنری مثلثی. در این مدل گره مرکزی توسط ۶ گره همسایه احاطه شده است. (ب) شبکه فنری مربعی. در این مدل گره مرکزی توسط ۴ همسایه نزدیک و ۴ همسایه نزدیک‌تر احاطه شده است. ۴۶
- شکل ۳-۴ نمایش نحوه‌ی محاسبه الگوریتم ضمنی روش شبکه فنر برای یافتن شکل و مکان جدید ذره ۵۰
- شکل ۱-۵ شماتیک ناحیه محاسباتی جریان عبوری از روی صفحه نازک دوبعدی ۵۵

- شکل ۵-۲- مقایسه (الف) درگ فشاری روی صفحه صلب و (ب) طول بی‌بعد گردابه‌های پشت صفحه باکارهای قبلی ۵۷
- شکل ۵-۳- شماتیک تیر یکسر گیردار تحت (الف) نیروی محوری و (ب) نیروی خمشی ۵۸
- شکل ۵-۴- مقایسه تغییر طول به‌دست‌آمده از روش شبکه فنر با نتایج تئوری ۶۰
- شکل ۵-۵- مقایسه میزان خیز تیر به‌دست‌آمده از شبکه فنر با نتایج تئوری و کارهای قبلی ۶۱
- شکل ۵-۶- شماتیک مسئله و شرایط مرزی برای جریان عبوری از روی صفحه الاستیک ۶۱
- شکل ۵-۷- تغییر مکان بی‌بعد وسط صفحه (نقطه B) برای نوع ۱ طی زمان تا رسیدن به نقطه تعادل در کپیلاری‌های مختلف ۶۴
- شکل ۵-۸- تغییر طول نهایی صفحه مقید برحسب عدد کپیلاری برای: (الف) نوع ۱ و (ب) نوع ۲ ۶۵
- شکل ۵-۹- خطوط جریان عبوری از روی صفحه تغییر شکل‌پذیر در عدد کپیلاری 10^4 و رینولدزهای متفاوت زمانی که (الف): صفحه صلب، (ب) دو سر صفحه ثابت، (ج) وسط صفحه ثابت باشد ۶۷
- شکل ۵-۱۰- تغییرات ضریب درگ برحسب عدد رینولدز برای اعداد کپیلاری متفاوت زمانی که وسط صفحه ثابت باشد ۷۰
- شکل ۵-۱۱- تغییرات زمانی هنگامی که دو سر صفحه ثابت باشد: (الف) مقدار بی‌بعد تغییر شکل در اعداد کپیلاری متفاوت (ب) ضریب درگ (ج) ضریب لیفت ۷۲
- شکل ۵-۱۲- تغییرات زمانی هنگامی که وسط صفحه ثابت باشد: (الف) مقدار بی‌بعد تغییر شکل در اعداد کپیلاری متفاوت (ب) ضریب درگ (ج) ضریب لیفت ۷۴
- شکل ۵-۱۳- شماتیک حرکت ذره صلب دایروی در بستر جریان برشی ۷۵
- شکل ۵-۱۴- حرکت عرضی ذره منفرد رهاشده از نقطه‌ای خارج از مرکز در جریان برشی و مقایسه باکارهای قبلی ۷۶
- شکل ۵-۱۵- سرعت افقی ذره برحسب زمان و مقایسه نتایج باکارهای قبلی ۷۷
- شکل ۵-۱۶- سرعت عرضی ذره برحسب زمان و مقایسه نتایج باکارهای قبلی ۷۷

- شکل ۵-۱۷- شماتیک مسئله اندرکنش همسایه وار دو ذره صلب در جریان برشی زمانی که دو ذره در دو موقعیت $(lx/2, ly1)$ و $(lx/2, -ly2)$ قرار دارند ۷۸
- شکل ۵-۱۸- شماتیک حرکت یک ذره صلب در حضور یک ذره ثابت مستقر در مرکز کانال ۷۹
- شکل ۵-۱۹- مسیر حرکت یک ذره صلب متحرک که از مرکز کانال رها شده در حضور ذره صلب ثابت مستقر در مرکز کانال و $Rep = 0.75$. در این نمودار ۴ موقعیت طولی اولیه برای ذره متحرک در نظر گرفته شده است. ۸۱
- شکل ۵-۲۰- طول ناحیه ناپایدار بر حسب عدد رینولدز برای ذره متحرکی که در همسایگی یک ذره ثابت قرار گرفته است ۸۱
- شکل ۵-۲۱- مسیر حرکت ذره صلب متحرک رها شده از ۴ موقعیت عرضی اولیه ۸۲
- شکل ۵-۲۲- حرکت دو ذره صلب متحرک رها شده از روی خط مرکزی کانال در $Rep = 0.75$. موقعیت های اولیه ذرات در ۴ حالت مختلف $(X0,0)$ در شکل قابل مشاهده است. ۸۳
- شکل ۵-۲۳- خطوط جریان ایجاد شده به واسطه رهایی دو ذره در همسایگی یکدیگر و روی خط مرکزی کانال برای سه حالت: (الف) $lx = 0.75W$ ، (ب) $lx = 1/5W$ ، (ج) $lx = 2W$ ۸۴
- شکل ۵-۲۴- مسیر حرکت دو ذره صلب در ۴ موقعیت عرضی اولیه به صورت $(\pm 0.75W, Y0)$ در $Rep = 0.75$ ۸۵
- شکل ۵-۲۵- مقایسه مسیر حرکت یک ذره صلب و الاستیک متحرک که از خط مرکزی کانال رها شده در حضور ذره صلب ثابت مستقر در مرکز کانال و $Rep = 0.75$. نقاط A, B و C نقاط رهایی ذرات هستند ۸۶
- شکل ۵-۲۶- طول ناحیه پایدار برای ذره در سه حالت صلب، $Ca = 1.5E3$ و $Ca = 2E3$ بر حسب عدد رینولدز ۸۷
- شکل ۵-۲۷- حرکت ذره رها شده از خط مرکزی کانال (سمت راست مرکز) در دو حالت صلب و

- الاستیک در $Rep = 0.75$ و در حضور ذره متحرک دیگر که در نقطه‌ای متقارن نسبت به مرکز کانال (سمت چپ مرکز) رها می‌شود ۸۸
- شکل ۵-۲۸- سرعت عرضی ذره متحرک رها شده از روی خط مرکزی در سمت چپ مرکز کانال بر حسب زمان در حضور ذره متحرک دیگر که در سمت راست مرکز کانال قرار دارد ۸۸
- شکل ۵-۲۹- حرکت دو ذره الاستیک دایروی در جریان برشی زمانی که از موقعیت اولیه روی خط مرکزی کانال به فاصله $lx/W = 0.4$ از هم رها میشوند. ۹۰
- شکل ۵-۳۰- نمایش تغییر مسیر حرکت دو ذره متحرک با کاهش صلبیت آن‌ها در ۳ حالت صلب، $Ca = 1.5E3$ و $Ca = 2E3$ و $Rep = 0.75$ ۹۱
- شکل ۵-۳۱- فاصله بین مراکز دو ذره متحرک بر حسب زمان در $Ca = 1.5E3$ و $Rep = 0.75$ در سه نقطه رهایی مختلف ۹۱
- شکل ۵-۳۲- مسیر حرکت دو ذره متحرک در دو حالت صلب و الاستیک در ۳ موقعیت عرضی اولیه به صورت $(\pm 0.9W, Y0)$ در $Rep = 0.75$. نقاط A, B و C نقاط رهایی ذرات هستند ۹۲
- شکل ۵-۳۳- حرکت عرضی دو ذره الاستیک دایروی در جریان برشی ۹۳
- شکل ۶-۱- شماتیک انواع نیروهای حاصل از برخورد ۹۸
- شکل ۶-۲- شماتیک (الف) نیروهای عمودی الاستیک و غیر الاستیک و (ب) نیروهای مماسی الاستیک و غیر الاستیک ۱۰۰
- شکل ۶-۳- شماتیک برخورد دینامیکی دو ذره با جرم یکسان و سرعت‌های برابر و مختلف علامت ۱۰۷ ۱۰۷
- شکل ۶-۴- زمان برخورد دو ذره صلب بر حسب ضریب بازگشت. بل از برخورد ذره سمت راست ساکن و ذره سمت چپ دارای سرعت $V1x = 0.5$ است. ۱۱۱
- شکل ۶-۵- نمودار میزان فرورفتگی دو ذره در یکدیگر بر حسب زمان به ازای ضرایب بازگشت متفاوت ۱۱۱
- شکل ۶-۶- مطالعه تأثیر گام زمانی بر سرعت نهایی ذره سمت راست به جهت یافتن گام زمانی بهینه

- ۱۱۲.....
- شکل ۶-۷- تغییرات زمانی موقعیت عمودی و سرعت عمودی ذره و مقایسه آن با کارهای قبلی ۱۱۳
- شکل ۶-۸- خطوط جریان حاصل از سقوط یک ذره صلب دایروی در کانال در زمانهای مختلف ۱۱۴
- شکل ۶-۹- تغییرات طولی و عرضی مرکز ذرات صلب دایروی و مقایسه آن با کارهای قبلی ۱۱۵
- شکل ۶-۱۰- خطوط جریان حاصل از سقوط دو ذره صلب دایروی در کانال عمودی طی زمانهای مختلف ۱۱۶
- شکل ۶-۱۱- مسیر سقوط ذره صلب بالایی در مسئله سقوط دو ذره، برحسب تغییرات پارامتر δ_{max}/R ۱۱۷
- شکل ۶-۱۲- بررسی اثر ضریب بازگشت بر (الف) مسیر سقوط ذره بالایی و (ب) زمان کیسینگ (مدت زمان برخورد) در مسئله سقوط دو ذره در کانال ۱۱۸
- شکل ۶-۱۳- بررسی اثر ضریب بازگشت بر (الف) مسیر سقوط ذره بالایی و (ب) زمان کیسینگ (مدت زمان برخورد) در مسئله سقوط دو ذره در کانال ۱۱۹
- شکل ۶-۱۴- نمایش تاثیر اصطکاک بر سقوط ذرات ۱۲۰
- شکل ۶-۱۵- توزیع سرعت افقی جریان حاوی ۳ ذره صلب در حضور مانع الاستیک در زمانهای مختلف به منظور نمایش مقاومت صفحه در برابر عبور ذرات ۱۲۴
- شکل ۶-۱۶- توزیع سرعت افقی جریان حاوی ۳۰ ذره صلب دایروی در حضور مانع الاستیک در زمانهای مختلف به منظور نمایش مقاومت صفحه در برابر عبور ذرات ۱۲۵
- شکل ۶-۱۷- نمودار نسبت تعداد ذرات عبور کننده از مانع به تعداد کل ذرات برحسب کل ذرات ورودی ۱۲۶
- شکل ۶-۱۸- هندسه کانال دوبعدی دارای گرفتگی ۱۲۷
- شکل ۶-۱۹- نمودار تغییرات زمانی (الف) مؤلفه افقی مکان و (ب) سرعت افقی ذره عبور کننده از

میان گرفتگی داخل کانال	۱۲۸
شکل ۶-۲۰- توزیع سرعت افقی جریان حاوی تک ذره صلب در حضور گلویی متقارن در زمانهای مختلف	۱۲۹
شکل ۶-۲۱- نمایش اثر اصطکاک بین مرز گرفتگی و ذرات شناور در جریان در زمانهای مختلف ..	۱۳۰
شکل ۶-۲۲- نمودار نسبت ذرات گذرنده از گرفتگی به تعداد کل ذرات برحسب ضریب اصطکاک	۱۳۱
شکل ۶-۲۳- مقایسه رفتار تغییر شکل صفحه در برابر جریان حاوی ذرات برای دو حالت (الف) کانال خالی از گرفتگی و (ب) کانال دارای یک جفت گرفتگی متقارن	۱۳۳

فهرست جداول

جدول ۲-۱- پارامترهای برخی شبکه‌های مدل $D2Q9$ طبق تعریف BGK	۲۴
جدول ۴-۱- الگوریتم حل عددی روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن - شبکه فتر	۵۲

جدول ۵-۱- ضریب پواسون تیر یکسر گیردار تحت بارمحوری.....	۵۸
جدول ۵-۲- نتایج استقلال از شبکه با استفاده از مقایسه ضریب درگ صفحه صلب در رینولدز ۳۰..۶۲	۶۲
جدول ۵-۳- تغییر طول صفحه الاستیک برحسب تعداد گره‌های شبکه فنر در رینولدز ۳۰ و کپیلاری ۲۰۰۰۰، زمانی که دو سر آن ثابت باشد.....	۶۲
جدول ۵-۴- مقایسه نتایج IB-LBM-LSM و نتایج کامسول در عدد رینولدز ۲۰.....	۶۶
جدول ۵-۵- رینولدز بحرانی برحسب عدد کپیلاری زمانی که وسط صفحه گیردار باشد.....	۶۸
جدول ۵-۶- تغییرات ضریب درگ در رینولدزهای ۱۰ ، ۲۰ و ۳۰ برحسب عدد کپیلاری زمانی که دو سر صفحه گیردار باشد.....	۶۹
جدول ۶-۱- مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج حاصل از تحلیل عددی روش المان گسسته برای برخورد الاستیک.....	۱۰۹
جدول ۶-۲- مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج حاصل از تحلیل عددی روش المان گسسته برای برخورد الاستیک.....	۱۱۰
جدول ۶-۳- الگوریتم روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزنمن - شبکه فنر - المان گسسته (IB-LB-LS-DEM).....	۱۲۲

فهرست علائم

• علائم انگلیسی

مساحت	A
طول آزاد فنر	a_0
سرعت شبکه بولتزمان	c
عدد بی بعد کپیلاری	Ca
ضریب درگ	C_D
عدد بی بعد کورانت	Cr
سرعت صوت در شبکه بولتزمان	C_s
قطر	D
سرعت گسسته بولتزمان	e_α
ضریب بازگشت	e_n
مدول الاستیسیته	E_Y
تابع توزیع	f
نیرو کلی خارجی	F
نیروی گسسته شده بر روی نقاط لویلری	F_i
تابع توزیع بعد از برخورد	f'
تابع توزیع بعد از اعمال نیروی ثانویه	f''
نیروی کلی حاصل از برخورد دو ذره	$F_{c,p-p}^i$
تابع توزیع ماکسول	g
مدول برشی	G_s
فاصله شبکه ای	h
عرض کانال	H
ممان دوم سطح	I
ضریب سختی فنر	k
مدول بالک	K_s
طول تیر	L
جرم ذره	M
جرم کاهش یافته	m_{ij}
گشتاور کلی حاصل از برخورد دو ذره	$M_{c,p-p}^i$
تعداد گره های همسایه در شبکه فنر	N
بردار یکه	n_{ij}
فشار	p
شعاع	R

بردار مکان	r	
مکان هر نقطه شبکه فنر	r_i	
عدد بی بعد رینولدز	Re	
سطح	s	
و گشتاور دما	T	
زمان	t	
زمان برخورد	T_c	
زمان صفر شدن سرعت ذرات بعد از برخورد	T_{max}	
سرعت نقاط اوپلری	u	
سرعت نقاط لاگرانژی	U	
سرعت دیواره	U_w	
سرعت قبل برخورد	U_0	
سرعت سیال ورودی به کانال	U_∞	
حجم		V
عرض کانال	W	
تابع وزنی	w_α	
مکان افقی	x	
مکان عمودی	y	

• علائم یونانی

ضریب ویسکوز	γ
نرخ برشی	$\dot{\gamma}$
حداکثر میزان نفوذ	δ_{max}
تغییر طول	δ
طول منحنی روی مرز	Δs_b
تانسور کرنش	ε
سرعت میکروسکوپیک	ξ
ضریب لامه	μ
ضریب لامه	λ
ویسکوزیته دینامیکی	μ

ویسکوزیته سینماتیکی و ضریب پواسون	ν
چگالی	ρ
تنش	σ
زمان آسایش منفرد	τ
چگالی انرژی جنبشی	ϕ
سرعت زاویه‌ای	Ω
فرکانس	ω_0

• زیرنویس‌ها

مرزی	b
مختصات اویلری و شبکه فنر	ij
جامد	s
بحرانی	cr
ذره	p
سیال	f
عمودی	n
چسباننده	st

• بالانویس‌ها

گام زمانی	n
مطلوب	d
بدون اعمال نیرو	nof
حالت تعادلی	eq
تعادلی	0
خارجی	ext
مماسی	t

۱ فصل اول

مقدمه

۱-۱ کاربردها

تحلیل جسم تغییرشکل پذیر که در معرض سیال ویسکوز قرار گرفته شده باشد در مسائل مختلفی خودنمایی می‌کند. برای مثال، حرکت گلبول‌های قرمز داخل خون [۱]، برخورد بین دریچه‌ی قلب و سیال عبور کننده از آن [۲، ۳]، حرکت رشته‌های تغییر شکل‌پذیر داخل کانال [۴]، پمپاژ سیال مخاطی داخل مجرای تنفسی به‌واسطه‌ی حرکت مژه‌های داخل نای [۵، ۶]، حرکت ماهی گونه و حرکت به‌واسطه‌ی تغییر فرم بدن حیوانات در سیال غوطه‌ور در آن [۷] و تغییر پیکربندی اجزای طبیعت جهت کاهش نیروی درگ واردشده به آن‌ها [۸].

۲-۱ معرفی و پیشینه تحقیق

دینامیک سیالات محاسباتی همواره به دنبال افزایش دقت محاسبات در تحلیل هندسه‌های پیچیده و مسائل باوجود مرزهای متحرک بوده است. این در حالی است که با تغییر شرایط از حالت تک فاز به حالت دو فاز (فاز جامد)، انتخاب یک روش ترکیبی به‌عنوان حلگر ناحیه سیال و جامد کاری بسیار دشوار و از طرفی دارای دامنه‌ی وسیع در حوزه توسعه برای محققان علاقه‌مند می‌باشد. محققان زیادی در سال‌های اخیر روش‌های عددی ترکیبی گوناگونی را جهت تحلیل اندرکنش سیال و جسم جامد تغییر شکل‌پذیر ارائه داده‌اند. برای مثال، باکستون و همکارانش [۹] رفتار تنفسی (نوسانی) یک پوسته نازک الاستیک را شبیه‌سازی کردند که این غشای نازک با سیال پر شده است. آن‌ها در این مسئله از ترکیب روش شبکه بولتزنم^۱ و شبکه فنر^۲ استفاده کردند. مک مکان و همکارانش [۱۰، ۱۱] روش اجزای محدود^۳ را با روش شبکه بولتزنم ترکیب کرد تا تغییر شکل خطی گلبول‌های قرمز را در جریان برشی تشریح کند. در این مطالعه روش ترکیبی مرز غوطه‌ور^۴، شبکه بولتزنم، شبکه فنر به‌کاررفته شده است که در ادامه به‌تفصیل به معرفی آن پرداخته خواهد شد.

¹ Lattice Boltzmann Method (LBM)

² Lattice Spring Model (LSM)

³ Finite Element Method (FEM)

⁴ Immersed Boundary Method (IBM)

۱-۲-۱ روش مرز غوطه‌ور

روش مرز غوطه‌ور می‌تواند به‌عنوان یک روش با شبکه محاسباتی غیر منطبق بر مرز معرفی گردد که ترم نیرویی (شتاب) را به‌صورت ضمنی یا صریح به معادلات جریان اضافه می‌کند تا شرط مرزی عدم لغزش را بر روی مرز جامد ارضا کند. اتخاذ این ساختار (عمدتاً شبکه کارتیزین) بار روند پیچیده‌ی تولید شبکه مخصوصاً در هندسه‌های پیچیده را تسکین می‌دهد. در نتیجه هزینه‌ی محاسباتی در مقایسه با ساختارهای شبکه منطبق بر مرز به طرز قابل توجهی کاهش می‌یابد و دقت محاسبات ترم نیرویی اضافه‌شده به معادلات مومنتوم به دلیل وجود جسم جامد نسبت به حل‌های تحلیلی موجود بالا باقی می‌ماند.

به‌طور کلی، در روش مرز غوطه‌ور دو راه برای محاسبه‌ی ترم نیروی مرزی وجود دارد: روش مرز غوطه‌ور بازگشتی^۱ و روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم^۲. در روش مرز غوطه‌ور بازگشتی [۱۲]- [۱۵]، نیروی مرزی در یک پروسه‌ی بازگشتی محاسبه می‌شود. در روش اعمال نیروی مستقیم [۱۶]- [۲۳] نیروی مرزی به‌طور مستقیم و با استفاده از معادلات جریان محاسبه می‌شود که شامل معادله نویر استوکس یا معادلات شبکه بولتزمن است.

روش مرز غوطه‌ور ذاتاً نیازمند الگوریتم‌های واسط است، زیرا به‌طور کلی، نقاط مرزی (لاگرانژی^۳) بر نقاط مربوط به ناحیه محاسباتی (نقاط اویلری^۴) منطبق نیست. الگوریتم‌های واسط می‌توانند به دو نوع دیفیوز^۵ و شارپ^۶ تقسیم بندی شوند. در الگوریتم واسط دیفیوز، نقاط نیرویی بر روی مرز جسم جامد قرار می‌گیرند، در حالی که در روش شارپ، نقاط نیرویی، نقاطی از ناحیه سیال هستند که کمترین فاصله را با مرز جسم جامد دارند. در الگوریتم واسط دیفیوز، تأثیر نیروی مرزی بر

¹ Feedback-forcing method

² Direct -forcing method

³ Lagrangian nodes

⁴ Eulerian nodes

⁵ Diffuse

⁶ Sharp

روی سیال اطراف، توسط پخش نیرو بر روی آن دسته از نقاط ناحیه محاسباتی انجام می‌شود که در همسایگی آن نقطه مرزی قرار دارند؛ زیرا در این روش نقاط نیرویی مانند حالت روش شارپ بر روی نقاط ناحیه محاسباتی قرار ندارند. به‌طور کلی، توابع توزیع گسسته^۱ برای توزیع نیرو بر روی نقاط همسایه استفاده می‌شوند، به همین دلیل این نوع توابع به‌عنوان الگوریتم‌های واسط دیفیوز شناخته شده‌اند؛ به عبارت دیگر، در روش شارپ سرعت بر روی نقاط نیرویی توسط میانمایی محاسبه می‌شود تا شاید شرط مرزی عدم لغزش بر روی نقطه مرزی نزدیک ارضا شود. به دلیل اینکه نوع الگوریتم واسط در دقت حل روش مرز غوطه‌ور مؤثر است، اتخاذ آگاهانه این دو نوع روش در کنار انتخاب نوع روش اعمال نیرو، مسئله‌ای حیاتی به شمار می‌رود.

۱-۲-۱-۱ روش مرز غوطه‌ور بازگشتی

روش مرز غوطه‌ور بازگشتی اولین بار توسط پسکین معرفی شد [۳، ۱۲] و او توسط آن جریان خون داخل مجراهای الاستیک قلب را شبیه‌سازی کرد. نیروی مرزی توسط قانون هوک^۲ محاسبه شد که این نیرو تابعی از تغییر شکل سطح مرزی با ضریب فنریت مشخص است. لای و پسکین [۱۳] این روش نیرویی را برای یک جسم جامد صلب به کار گرفتند؛ مانند عبور جریان از روی یک مانع دایروی. بدین منظور ضریب ثابت فنر مقدار بزرگی انتخاب شد تا جسم الاستیک به جسم صلب تبدیل شود. گلدستین و همکارانش [۱۴] و سایکی و بیرینج [۱۵] روش مرز غوطه‌ور بازگشتی را با تعریف دو پارامتر آزاد توسعه دادند (روش مرز مجازی) که این دو پارامتر به ترتیب مرتبط با روش‌های طیفی و اختلاف محدود^۳ هستند.

در این مدل [۱۴]، ترم چگالی نیرویی (یا ترم چگالی شتاب) توسط بازخورد مستقیم از اطلاعات سرعت اندازه‌گیری می‌شود. در واقع نیرو حاصل جمع انتگرال زمانی اختلاف سرعت بین

¹ Discrete delta function

² Hooke's law

³ Finite Difference method (FDM)

سرعت محاسبه شده و سرعت مطلوب و خود اختلاف سرعت است. ترم اول و دوم به ترتیب نشان دهنده نیروی فنری و دمپری وارده به یک نقطه مرزی می باشد که از طرف نقاط مجاور اعمال می شود. در نتیجه چگالی نیرویی به شکل زیر تعریف می شود:

$$F = \alpha \int_0^t (u - U^d) d\tau + \beta (u - U^d) \quad (1-1)$$

که U^d سرعت مطلوب و α و β دو پارامتر آزاد هستند که باید با توجه به شرایط میدان جریان مقدار گذاری شوند. ذکر این نکته با اهمیت است که روش پسکین [۱۳] تنها با یک پارامتر اختیاری، نیروی اندرکنشی محاسبه می شود که این از معایب آن به شمار می رود. برای مثال، در جریان های ناپایا کمبود یک پارامتر اختیاری در روش بازگشتی باعث کاهش دقت در کنار ایجاد محدودیت در گام های زمانی می شود.

۲-۱-۲-۱ روش مرز غوطه ور با اعمال نیروی مستقیم

- روش مرز غوطه ور با اعمال نیروی مستقیم با الگوریتم واسط شارپ^۱

روش اعمال نیروی مستقیم برای اولین بار توسط موحد یوسف [۱۶] با استفاده از الگوریتم واسط دیفیوز معرفی شد. فادلون و همکارانش [۱۷] این روش را برای حل مسائل گوناگون در قالب روش اختلاف محدود به کار بردند. در این روش نقاط نیرویی بر نقاط اویلری نزدیک مرز و بیرون جسم جامد منطبق است. کیم و همکارانش [۲۴] روش مرز غوطه ور با اعمال نیروی مستقیم را در قالب روش حجم محدود^۲ به کار گرفتند. آن ها علاوه بر اعمال ارضای شرایط مرزی عدم لغزش بر روی مرز، شرط پیوستگی جرمی را در یک سلول شامل مرز غوطه ور ارضا نمودند. نقاط نیرویی برای این روش بر روی نقاط اویلری داخل جسم جامد قرار می گیرد.

¹ Direct-forcing IBM with sharp interface scheme

² Finite Volume Method (FVM)

در روش اعمال نیروی مستقیم، ترم چگالی نیرویی (شتاب) طبق معادله زیر محاسبه می‌شود؛

به عبارت دیگر معادله نویر استوکس می‌تواند به شکل زیر نوشته شود [۲۵]:

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = RHS^n + F^n \quad (۲-۱)$$

که در این معادله Δt گام زمانی، n و $n+1$ گام زمانی جاری و گام زمانی بعدی، RHS^n شامل ترم جابه‌جایی، ویسکوز و فشار معادله نویر استوکس می‌شود. اگر سرعت دلخواه در گام زمانی بعدی برابر U^d فرض شود، معادله ۲-۱ بدین صورت نوشته می‌شود [۲۵]:

$$\frac{U^d - u^n}{\Delta t} = RHS^n + F^n \quad (۳-۱)$$

معادله ۳-۱ می‌تواند با سرعت مرحله‌ی بعد و بدون ترم نیرویی بازنویسی شود، در واقع منظور از این جمله این هست که با تعریف سرعتی که بدون نیرو محاسبه شده و در معادله ۴-۱ بیان شده است، معادله نویر استوکس را می‌توان به شکل معادله ۵-۱ ساده‌سازی کرد [۲۵]:

$$U^d = u^{nof} + F^n \Delta t \quad (۴-۱)$$

$$u^{nof} = RHS^n \Delta t + u^n \quad (۵-۱)$$

با ترکیب معادله ۵-۱ و ۵-۱۳-۱ چگالی نیرویی (شتاب) می‌تواند به‌طور مستقیم محاسبه شود [۲۵]:

$$F^n = \frac{U^d - u^{nof}}{\Delta t} \quad (۶-۱)$$

باید ذکر شود که در روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم و الگوریتم واسط شارپ، نیروی مرزی می‌تواند به صورت ضمنی^۱ و یا صریح^۲ به معادلات اضافه شود که اساساً وابسته به نوع روش اتخاذ شده در جاروب کردن زمان است که در ادامه در مورد آن بحث خواهد شد. در روش صریح [۱۶]، [۱۷]، چگالی نیرویی به‌طور صریح در معادلات ظاهر نمی‌شود. در عوض، سرعت در نقاط نیرویی به‌طور

^۱ Implicit
^۲ Explicit

مستقیم با سرعت دلخواه U^d جایگزین می‌شود. در مقابل، در جاروب کردن زمان به روش نیمه
ضمنی^۱ [۲۴، ۲۶]، چگالی نیرویی در گام بینابین گام حاضر و گام بعدی محاسبه می‌شود.

با در نظر گرفتن مکان نقاط نیرویی در روش اعمال نیروی مستقیم با الگوریتم واسط شارپ،
چه بر روی نقاط داخل جسم جامد و چه در نقاط سیال، تعداد زیادی مطالعات در این زمینه می‌توان
جستجو کرد که به چند نمونه از آن‌ها اشاره شده است، بالارز [۲۶]، گیلمانو و همکارانش [۲۷]، چوی
و همکارانش [۱۸]، ایکنو و کاجی شیما [۱۹]، ماجومدار و همکارانش [۲۰]، قیاس و همکارانش [۲۸]
و شن و همکارانش [۲۹].

در مقایسه با روش مرز غوطه‌ور بازگشتی، روش اعمال نیروی مستقیم با الگوریتم واسط شارپ،
هیچ‌گونه ناپایداری حل عددی ایجاد نمی‌کند و نیازمند روش‌های هموارسازی نیرویی نیست. همچنین
هیچ ترم اختیاری در معادلات و روش حل دیده نمی‌شود؛ بنابراین ناپایداری‌ها کاهش پیدا می‌کند.
تنها برای مسائل با مرز متحرک، روش مرز غوطه‌ور با الگوریتم شارپ ممکن است ایجاد نوسانات
کوچک کند که به واسطه‌ی ناپیوستگی نقاط نیرویی واقعی و نقاط اوپلری است.

• روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم با الگوریتم واسط دیفیوز^۲

در قالب روش اعمال نیروی مستقیم، الگوریتم واسط دیفیوز اولین بار توسط سیلوا و همکارانش
[۳۰] ارائه شد. آن‌ها از یک تقریب با دقت مرتبه دوم برای محاسبه فشار و سرعت استفاده کردند که
برای محاسبه نیروی مرز نیاز است. نیروی مرزی بر روی نقاط نیرویی با استفاده از تابع توزیع
گسسته پخش می‌شود. آلمن [۲۱]، روش اعمال نیروی مستقیم با الگوریتم واسط دیفیوز را برای
جریان ذره‌ای سه‌بعدی اعمال کرد. در این نوع روش مرز غوطه‌ور، توابع توزیع گسسته برای میانمایی
سرعت بر روی نقاط لاگرانژی استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، به جای میانمایی هر ترم از معادله نویر

¹ Semi-Implicit

² Direct-forcing IBM with diffuse interface scheme

استوکس بر روی نقاط لاگرانژی، آلمن از سرعتی استفاده کرد که بدون اعمال نیرو^۱ در نقاط اوپلری همسایه محاسبه شده است. در نتیجه به دست آوردن نیرو روندی ساده‌تر از حالت قبل [۳۰] را طی می‌کند. او همچنین نشان داد که مرز غوطه‌ور با الگوریتم واسط دیفیوز، در جریان‌های با مرز متحرک، نتایج عاری از اغتشاشات کمتری را پدید می‌آورد.

در مرز غوطه‌ور دیفیوز، همان سرعتی که جهت اندازه‌گیری نیروی مرزی استفاده می‌شد، توسط پخش همان نیروی محاسبه‌شده به‌روزرسانی می‌شود. سرعت نقاط لاگرانژی که توسط میانبایی سرعت‌های نقاط اوپلری همسایه محاسبه شده است، ممکن است شرط مرزی عدم لغزش را روی سطح جسم به‌طور کامل ارضا نکند. برای اطمینان از این موضوع، چندین الگوریتم حل در روش اعمال نیروی مستقیم پیشنهاد شده است که اصطلاحاً روش‌های مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم به‌صورت ضمنی^۲ نامیده می‌شوند. به همین دلیل روش‌های دیفیوز گذشته را که ضمنی نیستند، روش‌های دیفیوز صریح^۳ نام‌گذاری می‌کنند. شو و همکارانش [۳۱] و لی و همکارانش [۲۲] از روش‌های ضمنی استفاده کردند تا دستگاه معادلات نیرویی را به‌صورت ضمنی حل کنند. برای حل مشکل پیچیدگی روش‌های ضمنی، لو و همکارانش [۳۲] و وانگ و همکارانش [۳۳] یک روش تکراری تولید و پخش نیرو تا زمان دستیابی به شرط عدم لغزش پیشنهاد کردند و آن را برای حل مرزهای ثابت و متحرک به کار بردند.

به‌طور خلاصه، مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم شامل فرمول‌های اعمال نیرو و الگوریتم-های واسط است. روش‌های اعمال نیرو می‌توانند با توجه به نوع روش عددی اتخاذشده، مخصوصاً با توجه به نوع روش جاروب کردن زمان، تغییر پیدا کنند. الگوریتم‌های واسط به سه دسته شارپ، دیفیوز صریح و ضمنی تقسیم می‌شوند.

¹ Unforced velocity

² Implicit diffuse

³ Explicit diffuse

۱-۲-۲ روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن^۱

به منظور سادگی و بهره‌وری، روش شبکه بولتزمن به طور گسترده در شبیه‌سازی جریان‌های پیچیده‌ی تک فاز و دو فاز استفاده می‌شود. به همین دلیل در سال‌های اخیر به عنوان پرکاربردترین جایگزین معادله نویر استوکس شناخته شده است [۳۴، ۳۵]. معادلات شبکه بولتزمن^۲ یک معادله جنبشی (حرکتی) تابع توزیع ذرات^۳ است که در فضای منتظم کارتیزین گسسته شده است. در هر نقطه‌ی کارتیزین، تابع توزیع قادر به بیان پارامترهای هیدرودینامیکی جریان مانند چگالی و سرعت است. خصوصیت مشترک روش شبکه بولتزمن و روش مرز غوطه‌ور در استفاده از شبکه ساده‌ی کارتیزین، میل ترکیب این دو روش را تحت عنوان روش ترکیبی مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن برای محققان به وجود می‌آورد. با جایگزینی معادله نویر استوکس توسط معادلات شبکه بولتزمن، تقریباً تمامی موارد بحث شده در ترکیب معادله نویر استوکس و روش مرز غوطه‌ور، بر روی روش شبکه بولتزمن قابل استفاده و قابل نگاشت هست.

فنگ و میخاییلدز [۳۶] برای اولین بار روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن را مطرح کردند. روش آن‌ها بر مبنای روش مرز غوطه‌ور بازگشتی ارائه شده توسط لای و پسکین [۱۳] ارائه شد، با این تفاوت که آن‌ها به جای حل معادله نویر استوکس، معادلات بولتزمن را وارد حل میدان جریان کردند. مدت‌ها بعد آن‌ها رویکرد ترکیبی خود را با روش اعمال نیروی مستقیم و در قالب الگوریتم واسط دیفیوز صریح مطرح کردند [۳۷] و توانستند جریان حاوی ذرات را در فضای سه‌بعدی شبیه‌سازی کنند. با این وجود آن‌ها برای محاسبه نیروی مرزی از معادله نویر استوکس (۱-۶) استفاده کردند. نیو و همکارانش [۳۸] هم نوع دیگر از روش ترکیبی مطرح شده در بالا با الگوریتم دیفیوز صریح را توسعه

¹ Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method (IB-LBM)

² Lattice Boltzmann Equation (LBE)

³ Particles Distribution Function (PDF)

دادند که روش مبادله مومنتوم مبتنی بر روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن^۱ نامیده می‌شود. در این روش، به جای حل معادله نویر استوکس برای محاسبه نیروی مرزی، آن‌ها از قاعده بازگشت^۲ به عقب شبکه بولتزن استفاده کردند که برای دیواره‌های جامد جهت ارضای شرط مرزی عدم لغزش کاربرد دارد. باید توجه کرد که به کارگیری این روش اعمال نیرو، مانند مدل پیشنهاد شده در نوع اول [۳۷] از دقت مرتبه‌ی دوم برخوردار نیست. دوپیوس و همکارانش [۳۹] نوعی دیگر از روش ترکیبی بالا پیشنهاد کردند که نیاز به حل معادله نویر استوکس برای اندازه‌گیری چگالی نیروی مرزی ندارد. مدل آن‌ها به عنوان اولین مدل بی‌نیاز از معادله نویر استوکس و به طور کامل وابسته به معادلات بولتزن معرفی شد؛ زیرا برای محاسبه نیروی مرزی به گونه‌ای از معادلات بولتزن کمک گرفتند که دقت بالایی موجود در حل میدان جریان برای مقدار نیروی محاسبه شده نیز پدیدار می‌شد. آن‌ها الگوریتم-های واسط دیفیوز صریح و شارپ را برای تحلیل جریان عبوری از روی یک سیلندر نوسانی در رژیم آرام به کار بردند.

در مقابل، برخی محققان [۴۰، ۴۱] روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن با روش اعمال نیروی مستقیم را مبتنی بر مدل اعمال نیروی چندمرحله‌ای^۳ پیشنهاد کردند. برای اولین بار، روش اعمال نیروی چندمرحله‌ای توسط جیو و همکارانش [۴۲] مطرح شد. اتخاذ این روش همراه با مدل‌های ترکیبی مطرح شده در قسمت‌های قبل نه تنها دقت مرتبه دوم در محاسبه نیرو را بازیابی می‌کند، بلکه موجب افزایش دقت بیشتری در استفاده از الگوریتم‌های واسط می‌شود. کنگ و حسن [۴۰] از الگوریتم صریح دیفیوز استفاده کردند تا جریان ذره‌ای ایستا و متحرک را شبیه‌سازی کنند. در حالی که وو و شو [۴۱]، شو و همکارانش [۳۱] و لی و همکارانش [۲۲] از روش دیفیوز ضمنی برای حل مرزهای پیچیده در جریان استفاده کردند.

¹ Momentum-exchange-based IB-LBM

² Bounce-back rule

³ Split-forcing method

۳-۲-۱ روش شبکه فنر

روش اختلاف محدود و روش شبکه فنر به عنوان دو روش اصلی در تحلیل عددی مکانیک محیط‌های پیوسته به شمار می‌روند. روش شبکه فنر نگاهی جبری از معادلات ساده‌شده‌ی روش المان محدود [۴۳] است که در آن فرض می‌شود المان‌های فنری منظم چیده شده در کنارهم، به‌طور خطی تغییر شکل می‌دهند [۴۴]. شبکه فنر اقتباس شده از شاخه‌ی فیزیک حالت جامد و به‌عنوان یک روش گسسته‌ی عددی برای حل معادلات پیوسته‌ی مکانیک محیط پیوسته‌ی مواد الاستیک است که این مدل جهت شبیه‌سازی تغییر شکل و شکست مواد جامد کاربرد وسیعی دارد. این روش که اولین بار توسط هرنیکوف [۴۵] پایه‌گذاری شد، نشان داد که یک شبکه منظم فنری قادر به حل مسائل الاستیسیته در اجسام با ضریب پواسون $1/3$ است. شبکه فنر شامل یک شبکه منظم دوبعدی و سه‌بعدی از فنرهای یک‌بعدی است که بین دو نقطه جرمی قرار گرفته‌است و فضای جسم جامد را اشغال کرده است. اگر فنرها تنها نیروی مرکزی و در راستای بردار اتصال دو نقطه جرمی اعمال کند، طبق قانون هوک، این مدل اجازه شبیه‌سازی اجسام به ضریب پواسون خاص $1/3$ در حالت دوبعدی و $1/4$ در حالت سه‌بعدی را دارد [۴۶، ۴۷]. ضریب پواسون می‌تواند با در نظر گرفتن نیروی پتانسیل خمشی یا چرخشی برای فنر اصلاح شود [۴۸، ۴۹].

به‌هر حال در دو دهه اخیر، محققان تلاش زیادی جهت اصلاح و انطباق این روش با حلگرهای جریان انجام دادند. به‌طور مثال، تحلیل شکست و تغییر شکل با ایجاد شبکه دوبعدی مربعی و شش‌ضلعی منظم فنری توسط مونت و اندرسون [۵۰]، به‌کارگیری فنرهای برشی در کنار فنرهای خطی توسط پارسی و کالداری [۵۱]، ترکیب روش شبکه بولتزنمن و شبکه فنر جهت شبیه‌سازی اندرکنش سیال داخل یک پوسته نازک تغییر شکل‌پذیر توسط باکستون و همکارانش [۹] و ارائه مدلی جدید در محاسبه تنش و کرنش در شبکه فنر به روش حداقل مربعات همراه با بحث در مورد مدل‌هایی با شبکه‌های غیر منظم منطبق بر مرز توسط ژاوو و همکارانش [۵۲].

در این روش به دلیل نگاشت حالت پیوسته به ساختار گسسته فنی، نیاز است که رابطه‌ی بین خواص الاستیک ماده و ضریب سختی فنرها، جرم نقاط و همچنین ضریب پواسون مشخص شود. به همین دلیل دقت روش‌های ارائه‌شده به نحوی تولید پارامترهای فیزیکی با توجه به خواص فنرها بستگی دارد [۵۳]. در مقایسه‌ی این روش با روش المان محدود، در کنار سادگی در کاربرد، شبکه فنر قدرت بالاتری در شبیه‌سازی تغییر شکل‌های زیاد و حتی شکست اجسام دارد. همچنین این روش به‌طور ذاتی پیچیدگی‌های محاسباتی و هزینه محاسباتی بسیار پایین‌تری نسبت به روش دیگر دارد.

۱-۳ انگیزه‌ها

بازبینی و جستجوی روش‌های ترکیبی جهت تحلیل اندرکنش سیال با اجسام تغییر شکل‌پذیر، کمبود یک روش با دقت بالا و سادگی در کاربرد مشاهده می‌شود. توسعه روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزن همراه با معادلات جبری روش شبکه فنر به‌جای گسسته سازی معادلات دیفرانسیل غیرخطی المان محدود می‌تواند گزینه‌ی صحیحی در انتخاب هوشمندانه یک روش هیبریدی باشد. همین‌طور ایجاد یک مدل ترکیبی از روش‌های با دقت بالا، نزدیک به واقعیت و برخورداری از سادگی در کاربرد جهت شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای می‌تواند انگیزه‌ای جهت رویآوری به مطالعه بر روی توسعه روش‌های عددی باشد. دلایل رویآوری به توسعه‌ی این روش به شرح ذیل است:

- برای تحلیل مسائل ذره‌ای با مرزهای پیچیده و حتی ساده بخصوص زمانی که جریان با مرزهای متحرک روبرو می‌شود، روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم همراه با الگوریتم‌های واسط بیشترین توانایی همراه با سادگی در کاربرد را دارا هست که اغتشاشات به وجود آمده جهت محاسبه‌ی نیروی مرزی را کاهش می‌دهد و هزینه محاسباتی جهت تولید دوباره شبکه حتی در هندسه‌های ساده را در هر گام زمانی کاهش می‌دهد [۲۱].
- روش‌های انتقال مومنتوم در معادلات بولتزن جهت اندازه‌گیری مقدار نیروی

اندرکنش سیال و مرز دقت حلگر را نسبت به حالتی که از معادله نویر استوکس استفاده می‌شود، کاهش می‌دهد. این در حالی است که با استفاده از الگوریتم‌های اعمال نیروی چندمرحله‌ای دقت مرتبه‌ی دوم در محاسبات در به‌کارگیری از معادلات جبری و ساده‌ی بولتزمن بازیابی می‌شود.

- معادلات جبری شبکه فنر همراه با سلب نیاز از حلگرها جهت ایجاد تکنیک‌های پیچیده در تولید شبکه فنری در هندسه‌های پیچیده، عدم وجود مدلی با فرمول‌بندی مشخص از روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندمرحله‌ای همراه با شبکه فنر (چه شبکه دوبعدی مربعی و شش ضلعی منتظم) و ارائه نقاط ضعف و قوت این روش ترکیبی، مهم‌ترین دلایل انتخاب شبکه فنر به‌عنوان حلگر میدان جسم جامد است.

- دلایل مختلفی برای استفاده از روش المان گسسته در مدل‌سازی برخورد وجود دارد، اما مهم‌ترین آنها ارایه مدلی واقعی از برخورد نسبت به روش‌های قبلی، انطباق پذیری بالا با حلگرهای میدان جریان و عدم محدودیت در هندسه ذرات برخورد کننده است.

۴-۱ هدف از مطالعه حاضر

به‌طور کلی در این تحقیق، مطالعات صورت گرفته را به دو بخش می‌توان تقسیم کرد: (الف) بسط روش‌های عددی ترکیبی جهت شبیه‌سازی اندرکنش سیال و جامد و (ب) نتایجی که برای نخستین بار توسط معادلات استخراج شده مورد مطالعه قرار گرفته شده است. قسمت (الف) و (ب) به ترتیب به شرح زیر هستند:

(الف)

- در مطالعه حاضر برای نخستین بار، روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن -

شبکه فنر برای شبیه‌سازی اندرکنش سیال و جسم جامد الاستیک در حالت دوبعدی گزارش شده است.

- در مطالعه حاضر روش ترکیبی مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزن با روش المان گسسته ترکیب شده تا جایگزین مدل‌های ساده قبلی در تحلیل عددی برخورد ذرات غوطه‌ور در جریان شود.
- در این مطالعه روشی قدرتمند و با انعطاف‌پذیری بالا به‌صورت ترکیب چهار روش مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزن – شبکه فنر – المان گسسته گزارش خواهد شد که امکان تحلیل هرگونه جریان‌های حاوی ذرات صلب را در حضور یک جسم تغییر شکل‌پذیر ثابت خواهد داد.

(ب)

- در این مطالعه، برای اولین بار، جریان عبوری از روی یک صفحه نازک تغییر شکل‌پذیر، در دو حالت پایا و ناپایا مورد مطالعه دقیق قرار می‌گیرد.
- در این مطالعه برای نخستین بار، رفتار همسایه‌وار دو ذره تغییر شکل‌پذیر در جریان برشی با حالت صلب به‌طور کامل مقایسه می‌شود.
- در این تحقیق برای نخستین بار اثرات پارامترهای فیزیکی ذرات بر رفتار دو ذره در هنگام سقوط با استفاده از روش المان گسسته مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.
- همین‌طور اثر اصطکاک بر سرعت ته‌نشینی ذرات در کانال عمودی مورد بررسی قرار می‌گیرد.
- در پایان این تحقیق، جریان حاوی ذرات صلب در کانال در دو حالت دارای گرفتگی و بدون گرفتگی مورد بحث و مطالعه قرار خواهد گرفت.

۲ فصل دوم

شبکه بولتزمان

۱-۲ تبدیل معادلات کلاسیک بولتزمن به معادلات شبکه بولتزمن

مدل معادلات شبکه بولتزمن تکامل یافته‌ی روش حساب بولین^۱ است، با این تفاوت که این مدل، یک فرم گسسته سازی شده از معادله پیوسته بولتزمن در زمان و فضا به شمار می‌رود. به عبارت دیگر، معادله شبکه بولتزمن فرم اختلاف محدود معادله کلاسیک بولتزمن تلقی می‌شود. ابتدا معادله بولتزمن با زمان آسودگی منفرد طبق تقریب بهاتنگر، گروس و کروک^۲ تحت عنوان مدل BGK ذکر می‌شود [۵۴].

۱-۱-۲ معادله بولتزمن و تابع توزیع

معادله بولتزمن همچنین تحت عنوان معادله انتقال بولتزمن شناخته شده است که توزیع آماری ذرات داخل سیال را شرح می‌دهد. این یک معادله برای تغییرات زمانی $f_i(\vec{x}, \vec{p}, t)$ ، تابع توزیع ذرات در فضا است. تابع توزیع f ، احتمال یافتن یک مولکول خاص در مکان مشخص با مومنوم تعیین شده است.

۲-۱-۲ فرمول بندی معادله شبکه بولتزمن

با فرض مدل BGK، معادله بولتزمن در قالب معادلات دیفرانسیل به شکل زیر تبدیل می‌شود [۵۴]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \cdot \nabla f = \frac{-1}{\lambda} (f - g) \quad (1-2)$$

که $f(\vec{x}, \xi, t)$ معرف تابع توزیع منفرد، ξ معرف سرعت میکروسکوپیک، λ برابر زمان آسایش برخورد و g نیز تابع توزیع ماکسول است که :

$$g = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{D/2}} \exp\left[-\frac{(\xi - u)^2}{2RT}\right] \quad (2-2)$$

¹ Boolean

² Bhatnagar-Gross-Krook

که در این معادله، R ضریب گاز ایده آل، D برابر بعد فضایی مسئله و u, ρ و T به ترتیب برابر چگالی جرمی، سرعت و دمای میکروسکوپی هستند. متغیرهای ماکروسکوپی از انتگرال تابع توزیع $f_i(\vec{x}, \xi, t)$ بر حسب تمام سرعت‌های احتمالی محاسبه می‌شود [۵۵]:

$$\rho = \int f d\xi = \int g d\xi \quad (۳-۲)$$

$$\rho u = \int \xi f d\xi = \int \xi g d\xi \quad (۴-۲)$$

$$\epsilon \rho = \frac{1}{2} \int (\xi - u)^2 f d\xi = \frac{1}{2} \int (\xi - u)^2 g d\xi \quad (۵-۲)$$

در معادلات ۳-۲، ۴-۲ و ۵-۲ از یک فرض بسط چاپمن-اینسکاک^۱ [۲۴] استفاده شده است که به این صورت است:

$$\int h(\xi) f(\vec{x}, \xi, t) d\xi = \int h(\xi) g(\vec{x}, \xi, t) d\xi \quad (۶-۲)$$

که $h(\xi)$ یک ترکیب خطی از متغیرهای برخورد است. متغیرهای برخورد یک خاصیت میکروسکوپی است که در اثر برخورد تغییر نمی‌کند. انرژی ذکر شده در معادله‌های ۳-۲، ۴-۲ و ۵-۲ می‌تواند بر حسب ترم‌های دما نوشته شود:

$$\epsilon = \frac{D_0}{2} RT = \frac{D_0}{2} N_A K_B T \quad (۷-۲)$$

که D_0, N_A و K_B به ترتیب تعداد درجه‌های آزادی، عدد آووگادرو و ثابت بولتزمن هستند.

۱-۲-۱-۲ گسسته سازی دما

معادله‌ی ۱-۲ می‌تواند به شکل زیر بازنویسی شود:

¹Chapmann-Enskog

$$D_t f + \frac{1}{\lambda} f = \frac{1}{\lambda} g \quad (۸-۲)$$

که D_t مشتق زمانی در راستای خط ξ است. معادله‌ی بالا می‌تواند در یک بازه‌ی زمانی با گام δt انتگرال‌گیری شود:

$$f(x + \xi \delta t, \xi, t + \delta t) = e^{(-\frac{\delta t}{\lambda})} f(x, \xi, t) + \frac{1}{\lambda} e^{(-\frac{\delta t}{\lambda})} \int_0^{\delta t} e^{-\frac{t'}{\lambda}} g(x + \xi t', \xi, t + t') dt' \quad (۹-۲)$$

با فرض اینکه δt به اندازه کافی کوچک و به اندازه‌ی کافی صاف و بدون ناپیوستگی و نوسانات محلی باشد و با فرض صرف‌نظر از ترم‌های با بزرگی و کوچک‌تر از آن در بسط تیلور سمت راست معادله‌ی ۹-۲، می‌توان نوشت:

$$f(x + \xi \delta t, \xi, t + \delta t) - f(x, \xi, t) = \frac{-1}{\tau} [f(x, \xi, t) - g(x, \xi, t)] \quad (۱۰-۲)$$

که $\tau = \frac{\lambda}{\delta t}$ برابر فرم بی‌بعد زمان آسایش است.

۲-۲-۱-۲ تابع تعادلی g

در معادلات بولتزمن ذکرشده، تابع توزیع از یک بسط کوتاه سرعت ایجاد می‌شود که معمولاً تقریب اعداد ماخ کوچک نامیده می‌شود [۵۶] که از ذکر آن در این قسمت صرف‌نظر می‌کنیم. در نهایت تابع تعادلی به شکل g زیر تبدیل می‌شود:

$$g = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{D/2}} \exp\left[\frac{-\xi^2}{2RT}\right] \times \left[1 + \frac{\xi \cdot u}{RT} + \frac{(\xi \cdot u)^2}{2(RT)^2} - \frac{u^2}{2RT}\right] + \theta(u^3) \quad (۱۱-۲)$$

برای راحتی، در ادامه تابع توزیع تعادلی g با $f^{(eq)}$ جایگزین می‌شود:

$$f^{(eq)} = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{D/2}} \exp\left[\frac{-\xi^2}{2RT}\right] \times \left[1 + \frac{\xi \cdot u}{RT} + \frac{(\xi \cdot u)^2}{2(RT)^2} - \frac{u^2}{2RT}\right] + \theta(u^3) \quad (۱۲-۲)$$

۳-۲-۱-۲ گسسته سازی مکانی (فضایی)

برای ایجاد معادله نویر استوکس از معادله بولتزمن محاسبه‌شده از بسط چاپمن-اینسکاگ، در

ابتدا باید یک تقریب مرتبه‌ی دوم از تابع توزیع تعادلی در نظر گرفته شود. در نتیجه، متغیرهای هیدرودینامیکی معادلات ۲-۳، ۲-۴ و ۲-۵ با انتگرال زیر قابل محاسبه می‌شوند [۵۵]:

$$I = \int \psi(\xi) f^{(eq)} d\xi \quad (13-2)$$

$$= \frac{\rho}{(2\pi RT)^{D/2}} \int \psi(\xi) \exp\left[\frac{-\xi^2}{2RT}\right] \times \left[1 + \frac{\xi \cdot u}{RT} + \frac{(\xi \cdot u)^2}{2(RT)^2} - \frac{u^2}{2RT}\right] + O(u^3)$$

که $\psi(\xi)$ یک تابع چندجمله‌ای از ξ است. تابع بالا ساختار معادله $\int e^{-x^2} \psi(x) dx$ را داراست که به صورت عددی قابل حل است. در نهایت، هدف محاسبه‌ی ρ ، u و T است. برای ایجاد مدل دوبعدی با ۹ سرعت احتمالی در هر نقطه‌ی شبکه بولتزمن، اگر از فرض زیر برای $\psi(\xi)$ استفاده کنیم، داریم:

$$\psi_{m,n}(\xi) = \xi_x^m \xi_y^n \quad (14-2)$$

انتگرال معادله‌ی ۲-۱۳ با فرض معادله‌ی اخیر، یک فرم از تابع توزیع تعادلی در دو بعد و در ساختار مدل ۹ جهتی برای سرعت، D_2Q_9 را ایجاد می‌کند:

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \rho \left\{ 1 + \frac{3(e_\alpha \cdot u)}{c^2} + \frac{(e_\alpha \cdot u)^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right\} \quad (15-2)$$

که توابع وزنی w در ۹ جهت فرضی مقادیر زیر را دریافت می‌کنند:

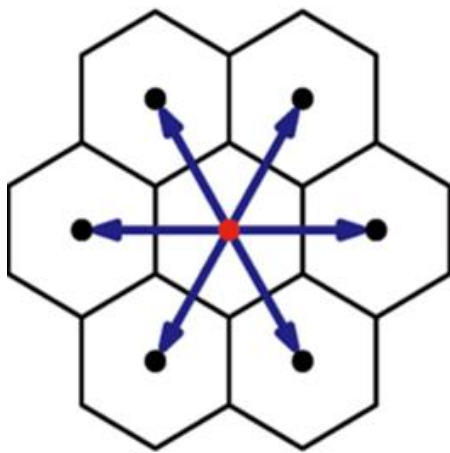
$$w_\alpha = \frac{4}{9} \quad \alpha = 0 \quad (16-2)$$

$$w_\alpha = \frac{1}{9} \quad \alpha = 1, 2, 3, 4$$

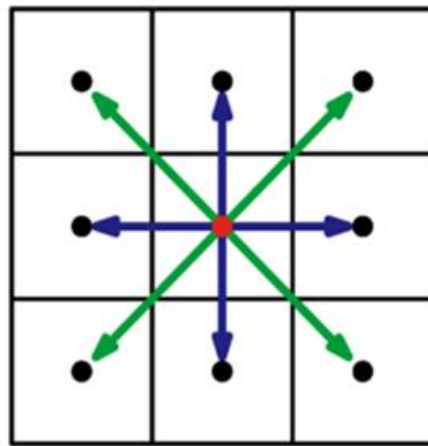
$$w_\alpha = \frac{1}{36} \quad \alpha = 5, 6, 7, 8$$

که سرعت‌های میکروسکوپی مطابق شکل ۲-۱-الف برابر:

$$\begin{aligned}
 e_\alpha &= (0,0) & \alpha &= 0 & (17-2) \\
 e_\alpha &= (\cos \theta_\alpha, \sin \theta_\alpha)c & \theta_\alpha &= \frac{(\alpha - 1)\pi}{2} & \alpha &= 1, 2, 3, 4 \\
 e_\alpha &= \sqrt{2}(\cos \theta_\alpha, \sin \theta_\alpha)c & \theta_\alpha &= (\alpha - 1)\pi/2 + \pi/4 & \alpha &= 5, 6, 7, 8
 \end{aligned}$$



(ب)



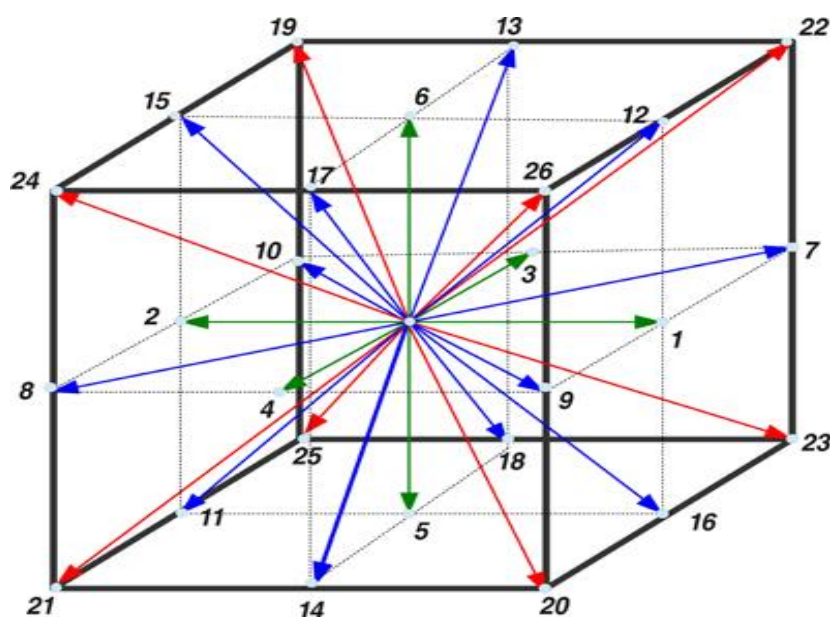
(الف)

شکل ۲-۱ بردارهای سرعت در مدل دوبعدی با (الف) ۹ جهت گسسته D_2Q_9 (ب) ۷ جهت گسسته D_2Q_7

که در اینجا $c = \frac{\delta x}{\delta t} = \sqrt{3RT}$ یا $c = \frac{\delta x}{\delta t} = \sqrt{3RT}$ یا $c = \frac{\delta x}{\delta t} = \sqrt{3RT}$ که c_s برابر سرعت صوت در این مدل است. در اینجا فضای محاسباتی به یک شبکه مربعی گسسته می‌شود که اندازه‌ی هر واحد شبکه برابر $\delta x = \sqrt{3RT}\delta t$ است. ذکر این نکته مهم است که دما تأثیری فیزیکی جدی ندارد زیرا ما مدل دما ثابت را مورد بررسی قرار داده‌ایم.

همچنین با انواع مختلفی از گسسته سازی مکانی (فضایی) می‌توان معادلات دیفرانسیل شبکه بولتزمن را تحلیل کرد. به طور مثال مدل دوبعدی ۶ جهتی D_2Q_6 و ۷ جهتی D_2Q_7 ، مطابق شکل ۲-۱ در قالب شبکه‌بندی مثلثی می‌توان ایجاد کرد. به طور مشابه می‌توان فضای سه‌بعدی را با شبکه مربعی

با ۲۷ جهت سرعت مطابق شکل ۲-۲ پوشش داد.



شکل ۲-۲- بردارهای سرعت در مدل سه بعدی با ۲۷ جهت گسسته و D_2Q_0

۲-۲ معادله نویر استوکس در قالب معادله شبکه بولتزمن

معادله شبکه بولتزمن قابل تطبیق با معادلات حاکم فیزیکی است. با انتخاب مناسب سرعت صوت و فرم متناسب تابع توزیع تعادلی، می توان معادله شبکه ی بولتزمن ایجاد شده را با معادله دلخواه مسئله به طور مثال معادله اوپلری یا نویر استوکس تطبیق داد. بسط چاپمن-اینسکاگ رفتار اوپلری را به طور صحیح تشریح می کند ولی معادلات نویر استوکس فقط در محدوده ی تراکم ناپذیر با این تئوری تطبیق دارد. خطای ایجاد با کوچک تر شدن مربع عدد ماخ کاهش پیدا می کند. قابل ذکر است که در این مدل ها فقط بقای جرم و مومنتوم ارضا می شود؛ بنابراین ما درباره ی مسائل هم دما و تراکم ناپذیر صحبت می کنیم. مدلی که معادله ی انرژی را ابقا کند، مدل کامل تری هست که می تواند شرط پیوستگی و مومنتوم را در حالت تراکم پذیر ارضا کند. ما بحث خود را حول شرایط هم دما و تراکم

پذیر با عدد ماخ کوچک و عدد نادسن^۱ پایین محدود می‌کنیم [۵۵].

این بخش توضیحی مختصر در مورد بسط چاپمن-اینسکاگ از معادله گسسته شده بولتزمن و کاربرد شبکه بولتزمن گسسته ارائه خواهد شد. ما در اینجا از عملگر برخورد مدل BGK استفاده می‌کنیم که τ پارامتر زمان آسایش آن باشد. این پارامتر متناسب با چگالی است. بنابراین با شرایط ذکر شده فرم گسسته‌ی معادله‌ی بولتزمن در جهات گسسته شده به شکل زیر قابل بیان است:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + e_i \cdot \nabla f_i = \frac{-1}{\tau} (f_i - f_i^{eq}) \quad (18-2)$$

متغیرهای ماکروسکوپیک جریان با جمع توابع توزیع حاصل می‌شوند:

جرم:

$$\rho = \sum_i f_i \quad (19-2)$$

مومنتوم:

$$\rho u = \sum_i f_i \cdot e_i \quad (20-2)$$

با تراکم ناپذیر بودن شرایط و کوچک بودن عدد نادسن ϵ ، بسط چاپمن-اینسکاگ به شکل زیر

خلاصه می‌شود:

$$f_i = f_i^0 + \epsilon f_i^1 + \epsilon^2 f_i^2 + \dots \quad (21-2)$$

که $f_i^0 = f_i^{eq}$ برابر تابع توزیع تعادلی محلی و اندیس i میزان انحراف از حالت تعادلی را نشان

می‌دهد. با قرار دادن چگالی و سرعت طبق تعریف معادلات ۱۹-۲، ۲۰-۲ و ۲۰-۲ در معادله نویر

استوکس و پیوستگی با فرض تراکم ناپذیری، ضریب زمان آسایش منفرد به دست می‌آید:

¹ Knudsen number

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot u = 0 \quad (22-2)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \Pi = 0 \quad (23-2)$$

که $\Pi = \Pi^0 + \Pi^1$ است که ترم اول و دوم سمت راست معادله، ترم خطی و غیرخطی تانسور شار مومنتوم (تانسور تنش) است.

۳-۲ مدل BGK در شبکه بولتزمن

در این بخش شامل تمام ساختارهای موجود در شبکه بولتزمن به همراه ثوابت آن‌ها است. معادله شبکه بولتزمن با زمان آسایش منفرد و با فرض BGK می‌تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$f_i(x + e_i, t + 1) - f_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)] \quad (24-2)$$

که تابع تعادلی برابر است با:

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left\{ 1 + \frac{3(e_i \cdot u)}{c^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2c^4} - \frac{3u^2}{2c^2} \right\} \quad (25-2)$$

این نکته باید ذکر شود که معادله ۲۴-۲ به دلیل گسسته شدن در فضا و زمان دارای خطا در

ترم ویسکوزیته است. بنابراین، با در نظر گرفتن $\nu = \frac{(\tau - \frac{1}{2})}{c_s^2 \delta t}$ دقت رتبه دو را تحلیل محاسبات خواهیم داشت.

به‌طور کلی انواع مختلفی از ساختارهای شبکه بولتزمن وجود دارد. با جایگزینی پارامترهای

مناسب در سه رابطه‌ی بالا، ساختارهای مختلف شبکه بولتزمن ایجاد می‌شود. این پارامترها در جدول نشان داده شده است.

جدول ۱-۲- پارامترهای برخی شبکه‌های مدل D_2Q_9 طبق تعریف BGK

نوع شبکه	C_s^2	تابع وزنی w_i
D_1Q_3	1/3	4/6 1/6
D_1Q_5	1	6/12 2/12 1/12
D_2Q_9	1/3	16/36 4/36 1/36
D_3Q_{15}	1/3	16/72 8/72 1/72

۲-۴ حل عددی روش شبکه بولتزمن

در این بخش تمرکز ما روی استفاده از روش شبکه بولتزمن در دینامیک سیالات محاسباتی است. در بخش‌های قبل روی تئوری روابط و اثبات آن بحث کردیم ولی در اینجا نحوه‌ی به‌کارگیری این روش‌ها در حل عددی را شرح خواهیم داد. شبکه‌ی بولتزمن با زمان آسایش منفرد در مدل BGK طبق معادله زیر است:

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) - f_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)] \quad (۲-۲۶)$$

الگوریتم کلی برای حل عددی این معادله، تقسیم این معادله به دو گام برخورد^۱ و جاری شدن^۲ است.

برخورد:

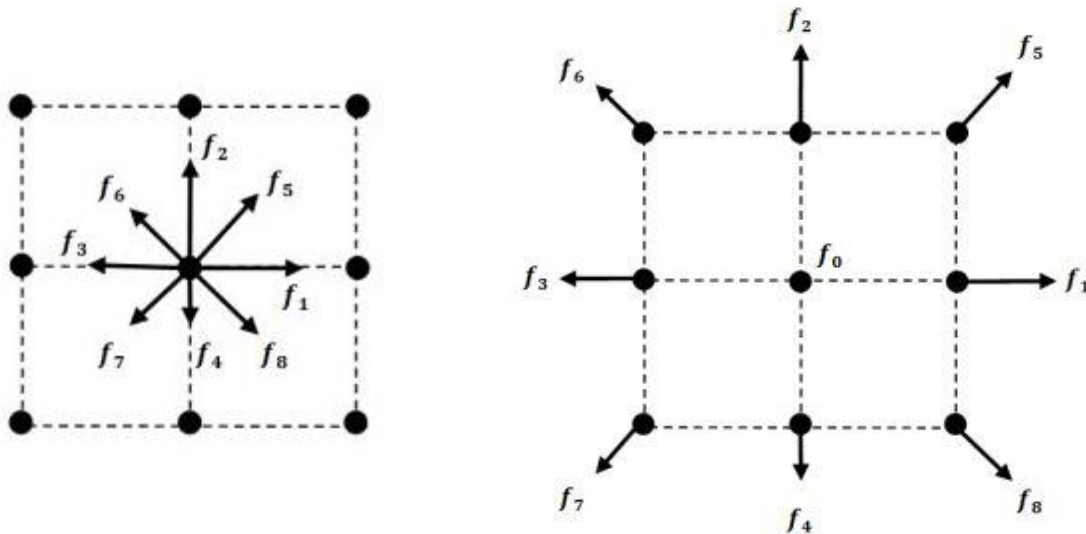
¹ Collision
² Streaming

$$f_i'(x, t + \delta t) - f_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{eq}(x, t)] \quad (27-2)$$

جاری شدن:

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) = f_i'(x, t + \delta t) \quad (28-2)$$

که $f_i'(x, t + \delta t)$ تابع توزیع بعد از برخورد است. این نکته باید ذکر شود که با این نوع جداسازی تابع توزیع بعد و قبل از برخورد، نیاز به ذخیره‌ی هر دو ترم $f_i(x, t)$ و $f_i'(x, t + \delta t)$ نیست. در مرحله‌ی جاری توابع توزیع در هر نقطه و در تمام جهات توسط معادله‌ی ۲۷-۲ به‌روزرسانی شده و در مرحله‌ی جاری شدن، هریک از توابع توزیع در یک نقطه به نقطه‌ی همسایه‌ی خود متناسب با جهت حرکت e_i منتقل می‌شود. شکل ۲-۳ چگونگی مرحله‌ی جاری شدن برای نقاط داخلی را شرح می‌دهد.



شکل ۲-۳- نمایش مرحله‌ی جاری شدن برای یک نقطه از شبکه بولتزمن در مدل D_2Q_9

به‌طور خلاصه الگوریتم روش شبکه‌ی بولتزمن به شرح زیر است:

۱. تعیین حدس اولیه برای متغیرهای ρ ، \vec{u} و f_i^{eq}
۲. مرحله‌ی جاری شدن: حرکت f_i' به نقاط همسایه و محاسبه f_i در معادله ۲۸-۲

جهت e_i مطابق شکل ۲-۳

۳. محاسبه‌ی متغیرهای ماکروسکوپی ρ ، \bar{u} طبق معادلات ۲-۱۹ و ۲-۲۰ و مقدار f_i

۴. محاسبه‌ی f_i^{eq} در معادله ۲-۲۵

۵. مرحله‌ی برخورد: محاسبه‌ی توابع توزیع f_i' با استفاده از مقدار به‌روزرسانی شده‌ی f_i

مطابق معادله ۲-۲۷

۶. تکرار مراحل ۲ تا ۵

۲-۵ شرایط مرزی [۵۷]

بی توجهی به اعمال صحیح شرایط مرزی، علت تمام ناپایداری‌های حل عددی با روش بولتزمن است. در شبکه‌ی بولتزمن، شرایط مرزی ماکروسکوپیک توسط تابع توزیع گسسته روی مرز بازتاب می‌شود. در اینجا ۴ تا از پرکاربردترین شرایط مرزی شرح داده می‌شود.

۲-۵-۱ شرط مرزی بازگشت به عقب^۱

شرط مرزی بازگشت به عقب (BB) اغلب برای اعمال شرایط عدم لغزش روی مرز به کار می‌رود. قاعده‌ی بازگشت به عقب به این معنا است که وقتی یک ذره از جریان (تابع توزیع گسسته) به یک نقطه‌ی مرزی می‌رسد، ذره در همان جهتی که قبل از برخورد حرکت می‌کرد، در همان جهت به سمت سیال بازگردانده می‌شود. قاعده‌ی بازگشت به شکل‌های مختلفی اعمال می‌شود که در اینجا بر روی دو نمونه‌ی پرکاربرد تمرکز می‌کنیم: ۱- طرح بازگشت به عقب کامل^۲، ۲- طرح بازگشت به عقب میانی^۳. طرح بازگشت به عقب کامل یک ایده‌ی ساده درعین حال معقول و منطقی با دقت تقریباً بالا می‌باشد. در این حالت، مرز جامد و سیال با شبکه‌ای از نقاط ایجاد می‌شود (شکل ۲-۴). برای نقاط روی مرز، در مرحله‌ی جاری شدن، توابع توزیع در جهات دیواره به سمت سیال، به دلیل نبودن نقطه-

¹ Bounce-back (BB)

² Complete bounce-back

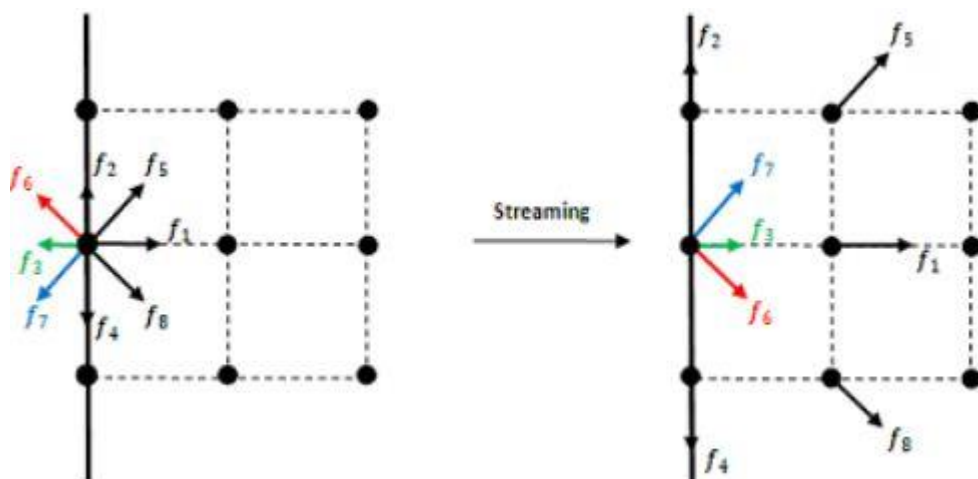
³ Half-way bounce-back

ی همسایه دچار کمبود مقدار هستند. نحوه‌ی اعمال شرایط مرزی یا به عبارتی یافتن مقادیر مجهول از توابع توزیع، توابع توزیع نامعلوم روی مرز برابر توابع توزیع در جهت عکس آن بر روی همان نقطه مرزی هستند؛ به عبارت دیگر، توابع توزیعی که به سمت دیواره در حرکت بودند، در جهت خلاف ولی در همان راستا برمی‌گردند. به عنوان مثال در شکل ۴-۲ توابع توزیع مجهول روی دیواره‌ی سمت چپ به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$f_5 = f_7 \quad (29-2)$$

$$f_8 = f_6$$

$$f_1 = f_3$$



شکل ۴-۲- نمایش قاعده‌ی بازگشت به عقب کامل جهت اعمال شرط مرزی عدم لغزش روی دیوار سمت چپ

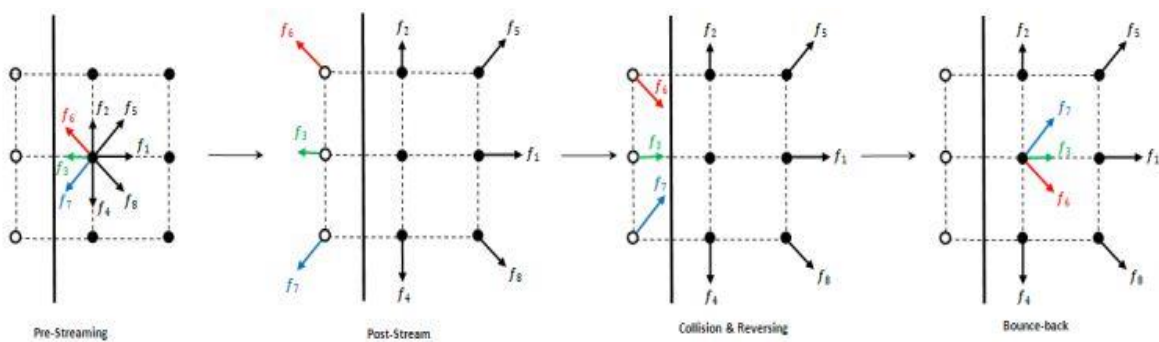
این قاعده تنها به یک جهت خاص و یا مسائل با مرزهای صاف خلاصه نمی‌شود و قابل کاربرد در شبیه‌سازی جریان در هندسه‌هایی با مرزهای منحنی مانند محیط متخلخل هم است. برای شرط مرزی لغزش نیز داریم:

$$f_5 = f_6 \quad (30-2)$$

$$f_8 = f_7$$

$$f_1 = f_3$$

قاعده‌ی بازگشت به عقل میانی یک نقطه‌ی مجازی در طرف دیگر مرز ایجاد می‌کند که در این حالت مرز در وسط نقطه‌ی مجازی و نقطه‌ی سیال نزدیک مرز قرار می‌گیرد (شکل ۲-۵). در یک گام زمانی مشخص، توابع توزیعی که در جهت ورود به دیواره هستند از مرز عبور و ناحیه سیال را ترک می‌کنند. سپس مرحله‌ی برخورد بر روی این توابع توزیع اعمال می‌شود و در نهایت در خلاف جهت ورودی بازگشت داده می‌شوند. ذکر این نکته مهم است که در توابع توزیع در پایان مرحله‌ی بازگشت به مرز اصطلاحاً توابع توزیع بعد از برخورد^۱ نامیده می‌شوند.



شکل ۲-۵-نمایش قاعده بازگشت به عقب میانی

اگرچه قاعده‌ی بازگشت به عقب کامل دارای کاربرد راحت‌تری است، اما دارای دقت مرتبه‌ی اول است؛ اما در قاعده‌ی بازگشت به عقب میانی به دلیل اعمال برخورد در طول یک گام زمانی دارای دقت مرتبه دوم است.

۲-۵-۲ شرط مرزی سرعت و فشار

در این قسمت بر مبنای قاعده بازگشت به عقب، یک ایده جهت اعمال شرایط مرزی سرعت و فشار پیشنهاد می‌شود. به‌طور مثال یک نقطه نمونه بر روی دیواره پایینی یک کانال را در نظر بگیرید، که سرعت سیال ورودی به دیواره برابر u_x و u_y است. توابع توزیع در این دیواره مجهول و برابر است با:

¹ Post-collision distribution functions

$$f_2 = f_4 + \frac{2}{3}\rho u_y \quad (31-2)$$

$$f_5 = f_7 - \frac{1}{2}(f_1 - f_3) + \frac{1}{2}\rho u_x + \frac{1}{6}\rho u_y \quad (32-2)$$

$$f_6 = f_8 - \frac{1}{2}(f_1 - f_3) - \frac{1}{2}\rho u_x + \frac{1}{6}\rho u_y \quad (33-2)$$

حال به سراغ شرط مرزی فشار (چگالی) می‌رویم. فرض کنید فشار (چگالی) بر روی دیواره سمت چپ مشخص و برابر ρ_{in} و سرعت u_y صفر باشد. همان‌طور که می‌دانیم بعد از مرحله جاری شدن توابع مجهول f_1 ، f_5 و f_8 برابر است با:

$$u_x = 1 - \frac{[f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7)]}{\rho_{in}} \quad (29-2)$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3}\rho_{in}u_x \quad (35-2)$$

$$f_5 = f_7 - \frac{1}{2}(f_2 - f_4) + \frac{1}{6}\rho_{in}u_x \quad (36-2)$$

$$f_8 = f_6 + \frac{1}{2}(f_2 - f_4) + \frac{1}{6}\rho_{in}u_x \quad (37-2)$$

همین‌طور با استفاده از قاعده بازگشت به عقب، برای تمامی کنج‌ها می‌توان توابع توزیع مجهول را یافت.

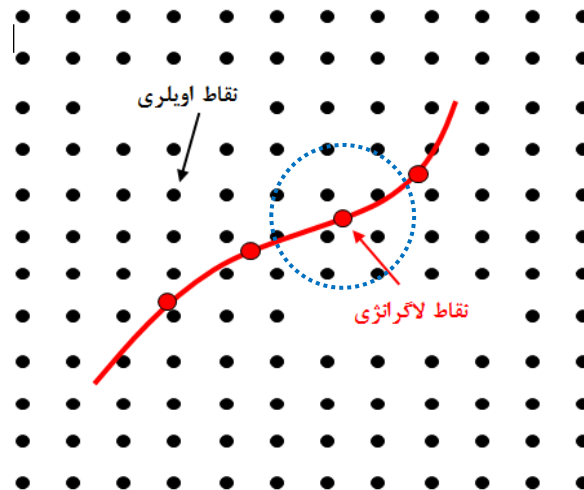
۳ فصل سوم

مرز غوطه‌ور

۳-۱ مقدمه

در این بخش، ما معادلات مربوط به روش اعمال نیروی مستقیم مبتنی بر روش اعمال نیروی چندمرحله‌ای را در قالب روش شبکه بولترمن ارائه خواهیم کرد. همین‌طور در این بخش الگوریتم‌های

واسط صریح دیفیوز و شارپ معرفی خواهد شد و در انتها الگوریتم کلی روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن معرفی می‌شود. اساساً در ادامه به دنبال نحوه یافتن نیروی مرزی اعمالی از طرف سیال هستیم به طوری که این نیرو وابسته به پارامترهای جریان بر روی نقاط سیال همسایه باشد.



شکل ۱-۳- شماتیک اندرکنش سیال و مرز جامد در روش مرز غوطه‌ور

روش مرز غوطه‌ور جهت اعمال شرط مرزی عدم لغزش بر روی مرز جامد و سیال بدون نیاز به هیچ‌گونه عملیات ایجاد شبکه محاسباتی به کار برده می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱-۳ به صورت شماتیک نشان داده شده است، برای محاسبه نیرو بر روی نقاط لاگرانژی (نقاط گسسته بر روی مرز جسم) با استفاده از این روش، میدان سرعت نقاط اویلری (نقاط گسسته سیال) در همسایه این نقطه لاگرانژی بر روی این نقطه میانجیابی شده و با استفاده از این سرعت، نیرو محاسبه می‌شود. سپس این نیرو بر روی نقاط اویلری اطراف پخش شده و به معادلات جریان اضافه و تحلیل می‌شود. بدین ترتیب حضور مرز جسم جامد به سیال اطلاع داده می‌شود.

۲-۳ معادلات شبکه بولتزمن با ترم نیروی اضافی

به منظور اتخاذ روش مرز غوطه‌ور در قالب شبکه بولتزمن نیاز به اصلاح معادلات بولتزمن اصلاح شده با استفاده از ترم اضافی نیرو است. در مطالعات پیشین، اکثراً نیروهای حاصل از روش مرز

غوطه‌ور به صورت تک‌مرحله‌ای^۱ به معادلات بولتزمن اضافه می‌شد [۳۶, ۳۷, ۳۹]. این نوع اعمال نیرو در معادلات بولتزمن ما را قادر به استفاده از ساده‌ترین روش‌های اعمال نیروی مستقیم خواهد کرد. به‌رحال نشان داده‌شده است که با روش اعمال نیروی تک‌مرحله‌ای قادر به تحلیل عددی معادلات نویر- استوکس با دقت مرتبه دوم در حالت پایا و ناپایا خواهیم بود [۴۲].

در کنار این روش، در روش اعمال نیروی چندمرحله‌ای، مومنتوم در ابتدا توسط نیمی از نیرو افزایش یافته و سپس یک پارامتر صریح نیرویی به معادلات بولتزمن اضافه می‌شود که کمبودهای موجود در اعمال نیرو تک‌مرحله‌ای را جبران می‌کند. در ادامه ما در مورد تفاوت بین اعمال تک‌مرحله‌ای و چندمرحله‌ای نیرو بحث خواهیم کرد و به‌صراحت دقت اعمال چندمرحله‌ای را در روش مرز غوطه‌ور نشان خواهیم داد. سپس ما معادلات مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم را بر مبنای روش‌های اعمال نیروی چندمرحله‌ای بسط داده و انواع الگوریتم‌های واسط را معرفی خواهیم کرد.

روش اعمال نیرو تک‌مرحله‌ای به فرم صریح زیر قابل بیان است [۵۸]:

$$f_i(x + e_i \delta t + \delta t) = f_i(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{(eq)}(x, t)] + F_i(x, t) \delta t \quad (۱-۳)$$

که تابع توزیع گسسته به این صورت معرفی می‌شود:

$$F_i(x, t) = \frac{w_i}{c_s^2} e_i \cdot F(x, t) \quad (۲-۳)$$

یا به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$F_i(x, t) = w_i \left[3 \frac{e_i - u(x, t)}{c^2} + 9 \frac{e_i \cdot u(x, t)}{c^4} \right] e_i \cdot F(x, t) \quad (۳-۳)$$

^۱ Lumped-forcing

که هردوی این معادلات شرط پیوستگی و مومنتوم را ارضا می‌کند:

$$\sum_i F_i(x, t) = 0 \quad (4-3)$$

$$\sum_i e_i F_i(x, t) = F(x, t) \quad (5-3)$$

گو و همکارانش [۴۲] اثر نیروی خارجی را در مومنتوم با معرفی رابطه جدید زیر اعمال کردند:

$$\rho u = \sum_i e_i f_i + \frac{\delta t}{2} F \quad (6-3)$$

در نتیجه آن‌ها تابع توزیع گسسته نیرو در معادله ۳-۳ را به شکل زیر تغییر دادند:

$$F_i(x, t) = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) w_i \left[3 \frac{e_i - u(x, t)}{c^2} + 9 \frac{e_i \cdot u(x, t)}{c^4} e_i \right] \cdot F(x, t) \quad (7-3)$$

که معادلات زیر را ارضا می‌کند:

$$\sum_i F_i(x, t) = 0 \quad (8-3)$$

$$\sum_i e_i F_i(x, t) = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) F(x, t) \quad (9-3)$$

بنابراین، فرم صریح رابطه شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندمرحله‌ای به شکل زیر درمی‌آید:

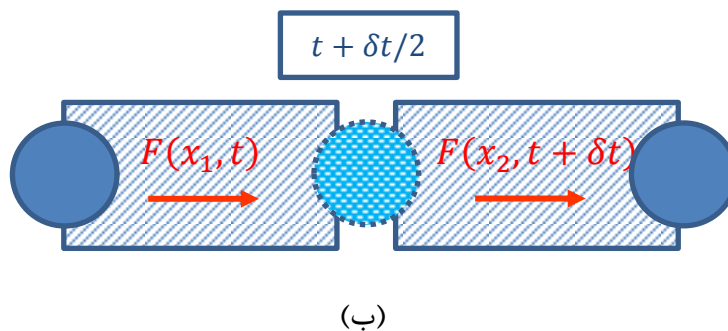
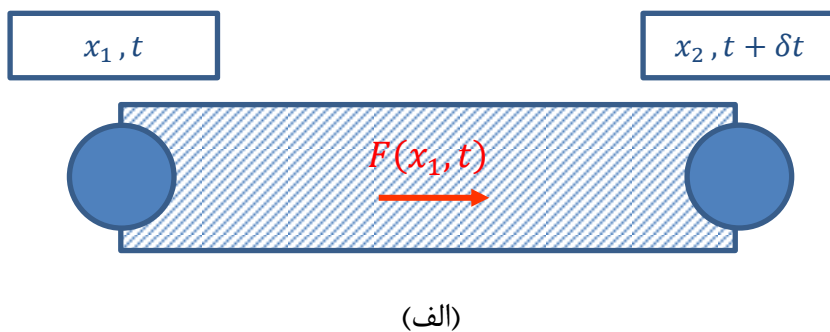
$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) = f_i(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{(eq)}(x, t)] + \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) F_i(x, t) \delta t \quad (10-3)$$

لازم به ذکر است این معادله همراه با معادله ۷-۳ به کار برده می‌شود.

بنابراین تفاوت بین روش اعمال نیروی تک‌مرحله‌ای و چندمرحله‌ای به راحتی بر اساس جنبش

ذرات قابل توضیح است. همان‌طور که در شکل ۲-۳ مشاهده می‌کنید، ذره تحت اثر نیروی $F(x_1, t)$

و $F(x_2, t + \delta t)$ از نقطه ۱ به نقطه ۲ حرکت می‌کند. تغییرات مومنتوم ذره برابر است با ضرب نیرو در گام زمانی. در روش اعمال نیروی تک‌مرحله‌ای (شکل ۳-۲-الف)، تنها نیروی $F(x_1, t)$ در یک گام زمانی جهت تغییر در مومنتوم ذره اعمال می‌شود. در مقابل، در روش اعمال نیروی چندمرحله‌ای (شکل ۳-۲-ب) $F(x_1, t)$ و $F(x_2, t + \delta t)$ به ترتیب در دو نیم‌گام زمانی به ذره اعمال می‌شود.



شکل ۳-۲-۰۰- مقایسه بین نحوه اعمال نیروی تک‌مرحله‌ای و چندمرحله‌ای

در نهایت تحلیل عددی معادلات شبکه بولتزمن با ترم نیروی اضافی را می‌توان در ۴ مرحله بیان

کرد:

- اعمال نیروی اولیه^۱

^۱ First-forcing

$$\rho(x, t)u(x, t) = \sum_i e_i \cdot f_i(x, t) + \frac{\delta t}{2} F(x, t) \quad (11-3)$$

- برخورد

$$f'_i(x, t) = f_i(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f^{(eq)}_i(x, t)] \quad (12-3)$$

- اعمال نیروی ثانویه^۱

$$f''_i(x, t) = f'_i(x, t) + \delta t F_i(x, t) \quad (13-3)$$

- جاری شدن

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) = f''_i(x, t) \quad (14-3)$$

که در این معادلات $f'_i(x, t)$ و $f''_i(x, t)$ به ترتیب تابع توزیع بعد از برخورد^۲ و بعد از اعمال نیرو^۳ هستند. بدین ترتیب نحوه اعمال نیرو در معادلات بولتزمن مشخص شد. در بخش بعدی در مورد طریقه یافتن این نیروی مرزی به روش مرز غوطه‌ور بحث خواهیم کرد.

۳-۳ مرز غوطه‌ور – شبکه بولتزمن مبتنی بر روش اعمال نیروی مستقیم

در این بخش ما معادلات مربوط به روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم را مبنی بر روش اعمال نیروی چندمرحله‌ای در معادلات شبکه بولتزمن بیان می‌کنیم که این قالب توسط کنگ و همکارانش گزارش شده است [۵۹].

¹ Second-forcing

² Post-collision

³ Post-forcing

۱-۳-۳ معادلات روش اعمال نیروی مستقیم

در اینجا ما فرمولاسیون مربوط به روش اعمال نیروی مستقیم را ارائه کرده تا چگالی نیروی مرزی در روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمان محاسبه شود. در کارهای قبلی این روش ترکیبی، نویسندگان از معادله زیر جهت یافتن نیروی مرزی استفاده می‌کردند:

$$F(x_b, t) = \rho \frac{U^d - u^{noF}(x_b, t + \delta t)}{\delta t} \quad (۱۵-۳)$$

که U^d و u^{noF} به ترتیب برابر سرعت مطلوب و سرعت بدون نیرو در نقطه لاگرانژی به موقعیت x_b و زمان $t + \delta t$ هستند. در اینجا سرعت u^{noF} با استفاده از معادلات نویر استوکس یا با استفاده از معادلات بولتزمان بدون ترم نیرو محاسبه می‌شود که در ادامه به آن اشاره می‌کنیم. معادله اعمال نیروی مستقیم در روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمان قابل کاربرد است، اگر معادله بولتزمان برابر باشد با:

$$f_i(x, t + \delta t) = f_i(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{(eq)}(x, t)] + F_i(x, t)\delta t \quad (۱۶-۳)$$

در نقطه مقابل، مبتنی بر روش اعمال نیروی چندمرحله‌ای، می‌توان معادله اعمال نیروی مستقیم را به شکل زیر نوشت [۵۹]:

$$F(x_b, t + \delta t) = 2\rho(x, t + \delta t) \frac{U^d - u^{noF}(x_b, t + \delta t)}{\delta t} \quad (۱۷-۳)$$

سرعت $u^{noF}(x_b, t + \delta t)$ با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$u^{noF}(x_b, t + \delta t) = \sum_{ij} u_{ij}^{nof} D(x_{ij} - x_b) h^2 \quad (۱۸-۳)$$

که D و u_{ij}^{nof} به ترتیب برابر سرعت بدون نیرو بر روی گره اوپلری x_{ij} و تابع میانیاب است. مقدار h برابر ۱ در نظر گرفته می‌شود. همین‌طور نیروی محاسبه‌شده توسط معادله ۱۷-۳ بر روی نقاط

اویلری همسایه پخش می‌شود:

$$F(x_{ij}, t + \delta t) = \sum_{ij} F(x_b, t + \delta t) D(x_{ij} - x_b) \Delta s_b \quad (19-3)$$

که Δs_b فاصله بین نقاط لاگرانژی بر روی مرز جسم جامد است.

۲-۳-۳ الگوریتم واسط

با توجه به اینکه گره‌های اعمال نیرو روی گره‌های اویلری قرار دارند و لزوماً منطبق با نقاط لاگرانژی روی مرز جسم جامد نیستند، یک الگوریتم واسط برای ارتباط و تبادل سرعت بین گره‌های اویلری و لاگرانژی موردنیاز است. انواع الگوریتم‌های واسط مورد استفاده برای روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن را می‌توان در دو گروه دیفیوز و شارپ تقسیم کرد. تفاوت این دو در نحوه جایگذاری نقاط نیرویی می‌توان دانست. در الگوریتم واسط دیفیوز نقاط نیرویی به دلخواه بر روی محیط مرز انتخاب می‌شوند. در حالی که در روش شارپ نقاط نیرویی از بین نزدیک‌ترین نقاط اویلری به مرز گزینش می‌شوند. در این مطالعه، به دلیل راحتی و انعطاف‌پذیری بیشتر روش دیفیوز استفاده شده است. الگوریتم واسط دیفیوز با استفاده از توابع دلتای گسسته دیراک^۱ d_h به شکل زیر بیان می‌شود که در حالت دوبعدی به صورت حاصل ضرب دو تابع یک متغیره تعریف می‌شوند:

$$D(x_{ij} - x_b) = \frac{1}{h^2} d_h \left(\frac{x_i - x_b}{h} \right) d_h \left(\frac{y_j - y_b}{h} \right) \quad (20-3)$$

که x_i و y_j موقعیت طولی و عرضی نقاط اویلری را نشان می‌دهند. x_b و y_b نیز موقعیت طولی و عرضی نقاط لاگرانژی را نشان می‌دهند که توسط مقدار h بی‌بعد شده‌اند. پسکین [۶۰] مطالعات جامعی در مورد انواع توابع توزیع گسسته انجام داد. این توابع وابسته به اینکه چه تعداد نقاط اویلری همسایه هر نقطه لاگرانژی درگیر میانبایی می‌شوند، به انواع مختلف دونقطه‌ای، سه‌نقطه‌ای، چهار نقطه‌ای، پنج و شش نقطه‌ای تقسیم می‌شوند.

¹ Dirac-delta function

در اینجا به دو نمونه از پرکاربردترین آن‌ها اشاره می‌کنیم.

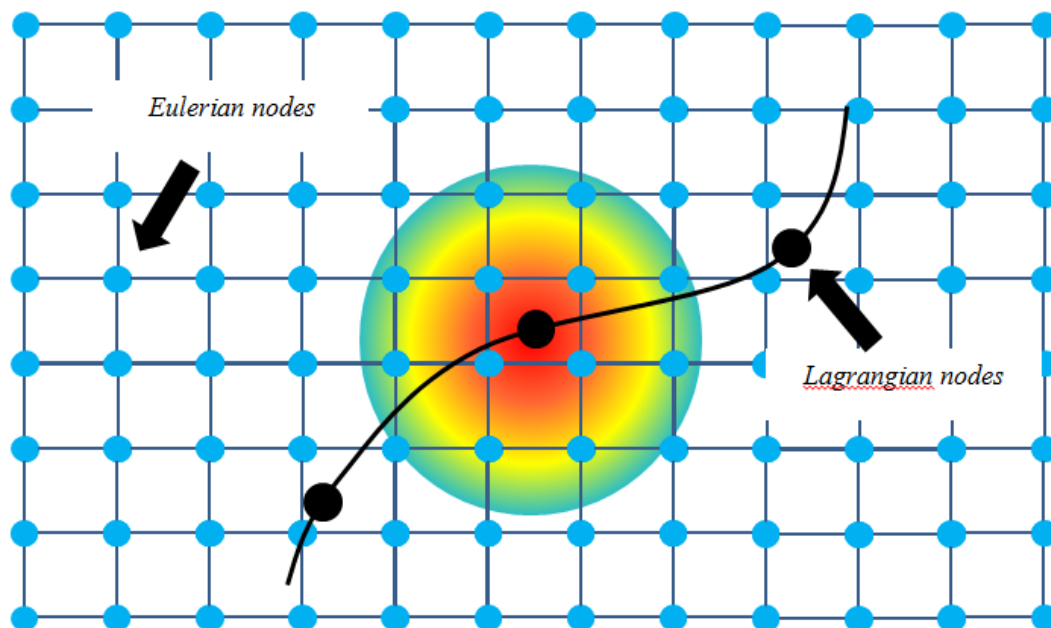
• دیفیوز دونقطه‌ای [۵۹]

$$d_h(r) = \begin{cases} 1 - |r| & |r| \leq 1 \\ 0, & |r| > 1 \end{cases} \quad (۲۱-۳)$$

• دیفیوز چهار نقطه‌ای [۶۰]

$$d_h(r) = \begin{cases} \frac{1}{8}(3 - 2|r| + \sqrt{1 + 4|r| - 4r^2}), & 0 \leq |r| < 1 \\ \frac{1}{8}(5 - 2|r| - \sqrt{-7 + 12|r| - 4r^3}) & 1 \leq |r| < 2 \\ 0 & |r| \geq 2 \end{cases} \quad (۲۲-۳)$$

همان‌گونه که در شکل ۳-۳ مشاهده می‌کنید، تنها تعداد محدودی از نقاط اویلری (نقاط سیال) تحت اثر نیروی هریک از نقاط لاگرانژی قرار می‌گیرد. در واقع برای محاسبه نیروی مرزی بر روی نقطه لاگرانژی مورد نظر، تنها نیروی بخشی از سیال که در حوالی آن نقطه لاگرانژی قرار دارد، بر روی آن نقطه مرزی میانایی خواهد شد. شعاع این ناحیه به تناسب هر مساله انتخاب خواهد شد.



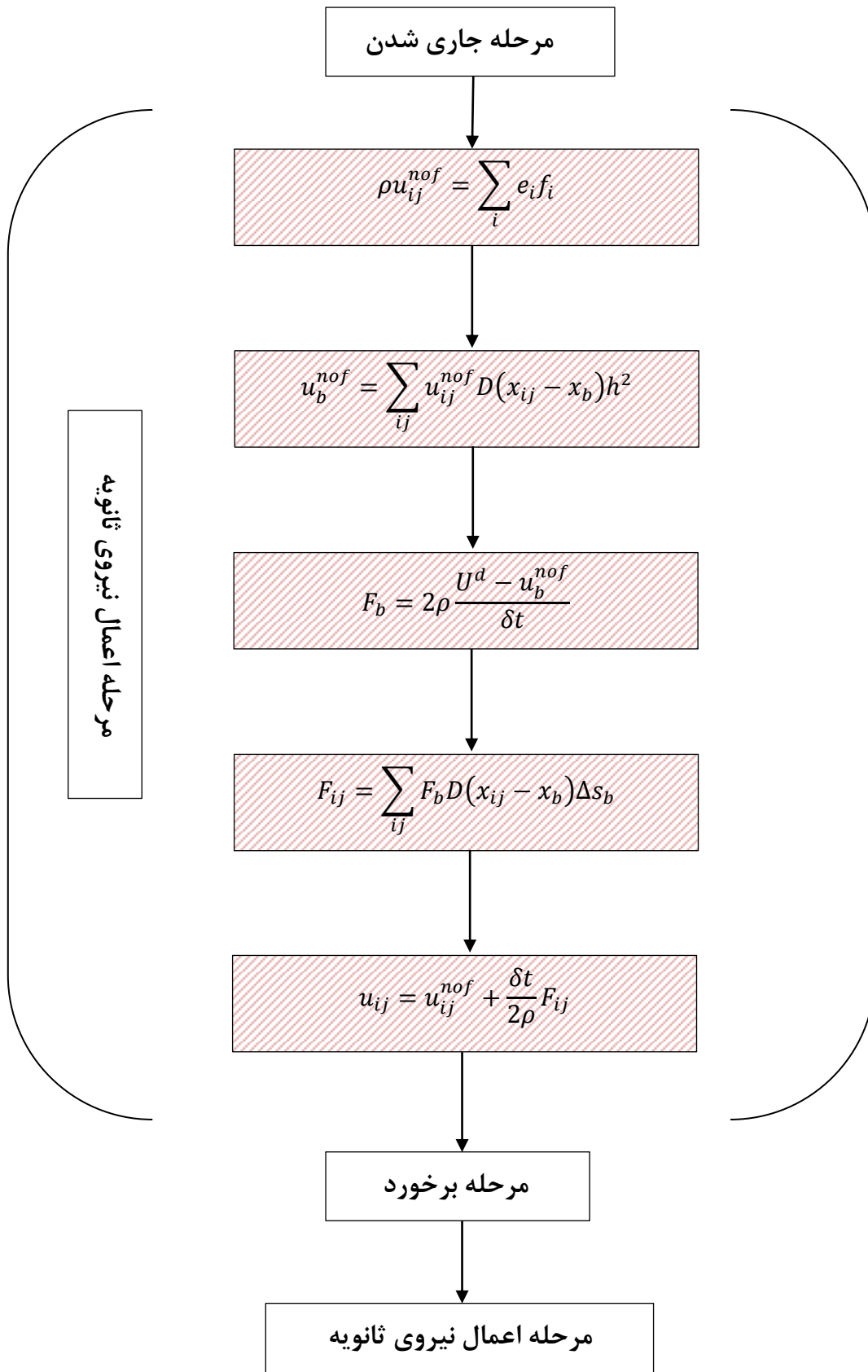
شکل ۳-۳- شماتیک مربوط به ناحیه اویلری تحت تأثیر یک گره لاگرانژی در روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم

شایان ذکر است که نیروی کلی و گشتاور کلی مرزی وارد از طرف سیال به جسم از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F_s = - \sum_b F(x_b) \Delta s_b = - \sum_{i,j} F(x_{ij}) h^2 \quad (۲۲-۳)$$

$$T_s = - \sum_b r_b \times F(x_b) \Delta s_b = - \sum_{i,j} F(x_{ij}) h^2 \quad (۲۳-۳)$$

در نهایت مراحل لازم جهت اعمال نیروی مستقیم در روش مرز غوطه‌ور با استفاده از الگوریتم واسط دیفیوز در شکل ۳-۴ جمع‌بندی می‌شود. تمامی این مراحل بین مرحله جاری شدن و برخورد صورت می‌گیرد. در واقع روش مرز غوطه‌ور در محدوده اعمال نیروی ثانویه در الگوریتم ۴ مرحله‌ای ذکر شده در بخش قبلی کاربرد دارد.

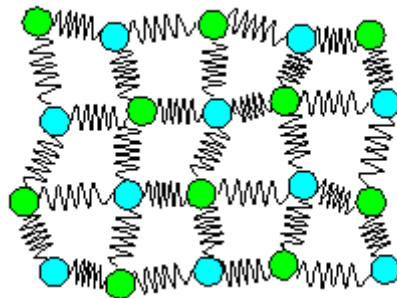


شکل ۴-۰۰- الگوریتم محاسباتی روش اعمال نیروی مستقیم با استفاده از تابع دیفیوز در روش مرز غوطه‌ور

۴ فصل چهارم

شبکه فنر

رفتار جسم جامد در این مطالعه توسط مدل شبکه فنر (LSM) شبیه‌سازی می‌شود. در این مدل یک شبکه از فنرهای خطی که به‌طور منظم در کنار یکدیگر چیده شده‌اند، دامنه جسم جامد را تشکیل می‌دهند (شکل ۴-۱). در مقایسه با روش المان محدود (FEM)، روش شبکه فنر این مزایا را دارد که قادر به حل تغییر شکل‌های بزرگ و غیرخطی است، از روابط ساده و جبری استفاده می‌کند و کلاً نسبت به روش‌های دیگر پیچیدگی‌های محاسباتی کمتری دارد [۶۱]. به‌منظور نگاشت خواص ماکروسکوپیک جسم جامد بر جسم مشبک فنری، برخی خواص مانند نوع شبکه‌بندی، ثابت فنر و جرم نقاط شبکه فنر باید به‌طور مناسب با خواص فیزیکی ارتباط داده شود.



شکل ۴-۱- جسم جامد الاستیک تشکیل شده از شبکه فنر

۴-۱ ارتباط پارامترهای روش شبکه فنر و خواص فیزیکی

در روش شبکه فنر، جسم جامد به‌صورت دسته‌ای از نقاط جرمی (گره) مدل می‌شوند. این نقاط به فنرهای الاستیک سبک‌وزن متصل هستند و از قانون هوک پیروی می‌کنند. مجموعه‌ای از شبکه فنر که به‌طور منظم در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند، یک سطح الاستیک دوبعدی یا سه‌بعدی را به وجود می‌آورند. بعلاوه برای به دست آوردن خواص مکانیکی مختلف مورد نیاز، می‌توان فنرهایی بین گره‌ها اضافه کرد تا در صورت نیاز نیروهای خمشی فنرها در نظر گرفته شود. این نیروها معمولاً در مواقعی که سطح الاستیک بسیار نازک است و جسم توخالی است، به کار می‌رود [۶۲]؛ بنابراین قانون دوم نیوتن در هر نقطه جرمی با در نظر گرفتن مجموع نیروهای فنر و نیروهای خارجی (گرانش، نیروهای

هیدرودینامیکی و غیره)، معادلات دیفرانسیل برای حرکت هر گره جرمی به وجود می‌آید.

رفتار مکانیکی مواد الاستیک خطی همسانگرد^۱، توسط دو پارامتر مشخص می‌شود: مدول یانگ^۲ (E_Y) و ضریب پواسون^۳ (ν)؛ بنابراین با ایجاد پیکربندی جسم جامد توسط مجموعه‌ای از فنرها لازم است که ارتباطی بین پارامترهای شبکه فنر (LSM) و خواص ماده برقرار شود [۶۲].

ثابت شده است زنجیره‌ای از هردو شبکه‌ی مثلثی و مربعی می‌تواند نماینده‌ی یک جسم جامد پیوسته الاستیک باشد. در واقع با افزایش میزان تراکم فنرها به اندازه کافی می‌توان ادعا کرد که انرژی ذخیره‌شده در اثر تغییر شکل در واحد سطح جسم جامد با مقدار فیزیکی برابر است. پس می‌توان گفت شبکه فنر نگاشتی از مقیاس فیزیکی به مقیاسی با بزرگی طول فنرهاست [۵۰]. ما نیز در اینجا به صورت خلاصه روند استخراج و روابط بین ثوابت فنر و پارامترهای ارتجاعی (الاستیسیسته) را بیان می‌کنیم.

۴-۱-۱) شبکه دوبعدی [۶۲]

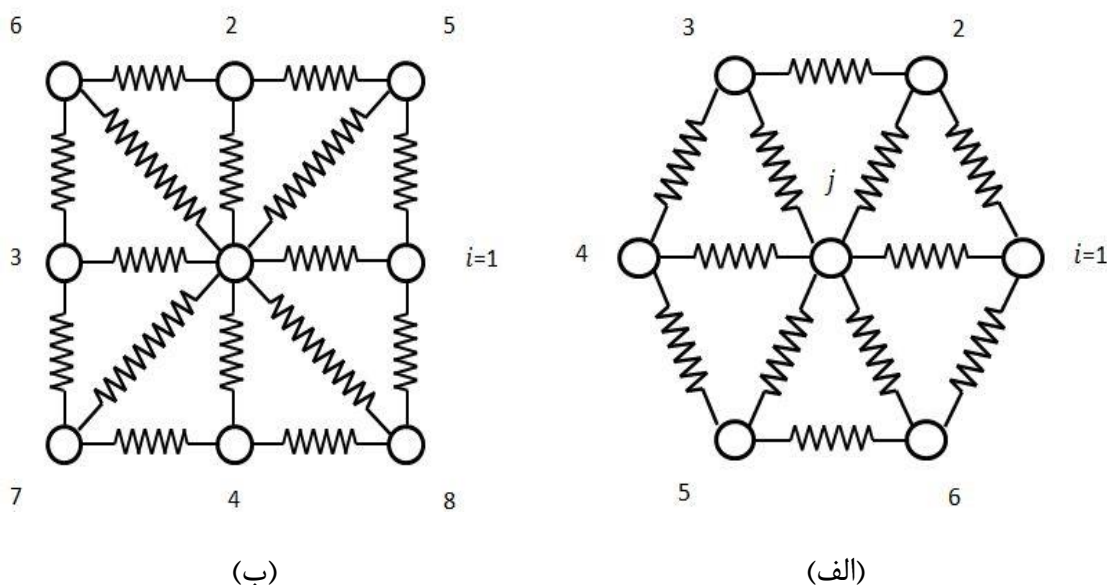
برای شبکه مثلثی دوبعدی، یک گره به شش گره از نزدیک‌ترین گره‌های همسایه توسط فنرهایی با ثابت k متصل شده که در شکل ۴-۲-الف نشان داده شده است.

انرژی کشسانی گره i ام، باید از الزامات تغییرناپذیری انتقالی و چرخشی تبعیت کند. تغییرناپذیری انتقالی بر این موضوع دلالت دارد که انرژی فقط به فاصله‌ی بین موقعیت گره‌ها بستگی دارد یعنی $r_{ij} = r_i - r_j$. در تغییرناپذیری چرخشی، انرژی فقط به محصولات اسکالر این بردارها یعنی $r_{ij}r_{ij}$ وابسته است.

¹ Isotropic

² Youngs modulus

³ Poissons ratio



شکل ۴-۲- (الف) شبکه فنری مثلثی. در این مدل گره مرکزی توسط ۶ گره همسایه احاطه شده است. (ب) شبکه فنری مربعی. در این مدل گره مرکزی توسط ۴ همسایه نزدیک و ۴ همسایه نزدیک‌تر احاطه شده است.

انرژی کشسانی که در گره i ام ذخیره می‌شود U_i است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$U_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^6 k (|r_{ij}| - |r_{ij}^0|)^2 \quad (۱-۴)$$

که ij نزدیک‌ترین جفت گره همسایه و r_{ij}^0 بردار موقعیت تعادل بین گره‌ها بوده و طول آن $|r_{ij}^0| = a_0$ برابر با فاصله‌ی شبکه (lattice) است. نیروهای کشسان که بر روی گره‌ها اعمال می‌شود را می‌توان از مشتق‌گیری انرژی کشسان به دست آورد. نیرویی که در گره i ام به علت تغییر شکل فنر بین گره i ام و j ام ایجاد می‌شود از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$F_{ij} = -\frac{\partial U_i}{\partial r_{ij}} = -k \left(\frac{|r_{ij}| - |r_{ij}^0|}{|r_{ij}|} \right) r_{ij} \quad (۲-۴)$$

چگالی انرژی کشسان شبکه از حاصل تقسیم مجموع انرژی‌های ذخیره شده در هر گره بر مساحت کل فضا یعنی $A = \frac{N\sqrt{3}a_0^2}{2}$ به دست می‌آید. N نیز تعداد کل گره‌ها است. چگالی انرژی در

عبارت زیر نشان داده می‌شود:

$$\phi = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^N U_i = \frac{k}{\sqrt{3}a_0^2} \sum_{j=1}^3 (|r_{ij}| - |r_{ij}^0|)^2 \quad (3-4)$$

خط تیره‌ی شش ضلعی در شکل ۴-۲- الف یک سلول مرکزی در اطراف گره i را نشان می‌دهد. جابه‌جایی که به شبکه تحمیل می‌شود کوچک فرض می‌شود. در این مورد فاصله‌ی جابه‌جایی را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{|r_{ij}| - |r_{ij}^0|}{r_{ij}^0} = \hat{r}_{ij} \cdot \varepsilon \cdot \hat{r}_{ij}^T \quad (4-4)$$

که ε تانسور کرنش کوشی^۱ و \hat{r}_{ij} بردار یکه جهت جفت ij است. به عنوان مثال برای جفت $ij = 1$ بردار یکه جهت $\hat{r}_i = [1, 0]$ بنابراین $|r_{ij}| - |r_{ij}^0| = a_0 \varepsilon_{11}$. به طور مشابه برای جفت $ij = 2$ و جفت $ij = 3$ به ترتیب $|r_{ij}| - |r_{ij}^0| = a_0 \left(\frac{\varepsilon_{11}}{4} + \frac{3\varepsilon_{22}}{4} + \frac{\sqrt{3}(\varepsilon_{12} + \varepsilon_{21})}{4} \right)$ و $|r_{ij}| - |r_{ij}^0| = a_0 \left(\frac{\varepsilon_{11}}{4} + \frac{3\varepsilon_{22}}{4} - \frac{\sqrt{3}(\varepsilon_{12} + \varepsilon_{21})}{4} \right)$

چگالی انرژی کشسان را در نهایت می‌توان به عنوان تابعی از کرنش به صورت زیر نوشت:

$$\phi = \frac{k}{\sqrt{3}} \left[\frac{9}{8} (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) + \frac{3}{4} \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + \frac{3}{4} (\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{21}^2) \right] \quad (5-4)$$

این فرم از چگالی انرژی کشسان را می‌توان به راحتی با چگالی انرژی کشسان شبکه الاستیک

ایزوتروپیک دوبعدی در رابطه‌ی زیر مقایسه کرد [۶۳]:

$$\phi = \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})^2 + \mu (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{21}^2 + \varepsilon_{22}^2) \quad (6-4)$$

با مقایسه رابطه ۳-۴ و رابطه ۴-۵، λ به صورت $\lambda = \mu = \frac{\sqrt{3}k}{4}$ به دست می‌آید. بنابراین ثابت

الاستیک را می‌توان برحسب ثوابت λ و μ بیان کرد. برحسب ثابت فنر، مدول یانگ برای مواد دوبعدی

¹ Cauchy's strain tensor

مدول فشردده سازی فضا $K_s = \lambda\mu = \frac{\sqrt{3}k}{2}$ و $E_Y = 4\mu \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} = \frac{2}{\sqrt{3}}k$ ضریب پواسون $\nu = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} = \frac{1}{3}$ ، مدول فشردده سازی فضا $K_s = \lambda\mu = \frac{\sqrt{3}k}{2}$ و $E_Y = 4\mu \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} = \frac{2}{\sqrt{3}}k$ ضریب پواسون $\nu = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} = \frac{1}{3}$ ، مدول برشی به صورت $G_s = \mu = \frac{E_s}{2(1+\nu_s)} = \frac{\sqrt{3}}{4}k$ تعریف می شود.

برای این شبکه ساده، ضریب پواسون دارای مقدار ثابت ۰.۳۳ می باشد. هر چند با معرفی اثر متقابل خمشی فنرها^۱ که چرخش هر شش زاویه تشکیل شده توسط گره i و دو همسایه اش را کنترل می کند، می توان ضریب پواسون را اصلاح کرد [۵۰]. با توجه به همسان بودن شبکه، جرم تمام گره ها یکسان است و به صورت $M = \frac{\rho_s \sqrt{3} a_0^2}{2}$ بیان می شود. چگالی جسم جامد است.

در شبکه مربعی، فنرها به چهار همسایه نزدیک (واقع در کنجها)^۲ و چهار همسایه ی نزدیک تر (واقع بر روی ضلع مربع)^۳ متصل می شوند [۶۲]. همان طور که در شکل ۴-۲-ب نشان داده شده است، مشابه شبکه مثلثی، چگالی انرژی کشسان را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\phi = \left(\frac{k_1}{2} + \frac{k_2}{2} \right) (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) + k_2 \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + k_2 (\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{21}^2) \quad (7-4)$$

از مقایسه با معادله ۴-۶، $\lambda = k_2$ و $\mu = \frac{k_1}{2} = k_2$ حاصل می شود. بنابراین ثوابت فنر برابر $k_2 = \frac{k_1}{2} \equiv k$ بوده و پارامترهای مکانیکی به صورت $E_Y = \frac{8k}{3}$ و $\nu = \frac{1}{3}$ بیان می شود. جرم هر گره نیز به صورت $M = \rho_s a_0^2$ به دست می آید. در این مطالعه از شبکه فنر دوبعدی مربعی به کار گرفته شده است زیرا به راحتی با مرزهای ذرات به کاررفته تطبیق داده می شود و همچنین تولید شبکه آن به مراتب راحت تر از مدل دیگر است. بنابراین نیروی کلی اعمالی به نقطه i شبکه فنر از طرف همسایه های آن وارد می شود برابر است با:

¹ Bond-bending

² Next-nearest

³ nearest

$$F_{ij}^{spring} = \sum_{i=1}^4 -k_1 \Delta r_{ij} + \sum_{i=5}^8 -k_2 \Delta r_{ij} \quad (۸-۴)$$

که $\Delta r_{ij} = (1 - \frac{a_0}{|r_{ij}|}) r_{ij}$ برای همسایه‌های نزدیک (۱ تا ۴) و $\Delta r_{ij} = (1 - \frac{\sqrt{2}a_0}{|r_{ij}|}) r_{ij}$ برای همسایه‌های دور (۵ تا ۸) است.

۲-۴ الگوریتم ترکیبی پیشنهادی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن - شبکه

فنر جهت شبیه‌سازی اندرکنش سیال و سازه انعطاف پذیر دوبعدی

برای محاسبه اندرکنش سیال و سازه الاستیک با استفاده از روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن ترکیب شده با روش شبکه فنر دو دیدگاه صریح و ضمنی می‌توان در نظر گرفت. روش صریح تغییر شکل جسم انعطاف پذیر را در قالب یک فریم دینامیکی اعمال می‌کند؛ به عبارت دیگر، در هر گام زمانی، پس از محاسبه نیرو مرزی وارده از طرف سیال با روش مرز غوطه‌ور، به منظور محاسبه مکان جدید ذره، نقاط جرمی تشکیل دهنده‌ی شبکه فنر با استفاده از قانون دوم نیوتون جابجا می‌شوند. در نتیجه مجموعه جدید نقاط شبکه فنر، مکان جدید ذره و شکل جدید آن را ایجاد می‌کنند. روش صریح زمانی که با روش شبکه بولتزمن به عنوان حلگر سیال ترکیب می‌شود، در شرایطی دچار ناپایداری‌هایی می‌شود. بدین گونه که در روش شبکه فنر صریح گام زمانی dt باید مقداری انتخاب شود که عدد بی بعد کورانت^۱ (Cr) کوچک‌تر از ۱ شود [۶۴]. عدد کورانت به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Cr = \frac{c_s dt}{\Delta x^{lsm}} \quad (۹-۴)$$

که c_s سرعت پخش صوت درون جسم جامد را نشان می‌دهد. برای شبکه دوبعدی مربعی داریم:

$$c_s = \sqrt{\frac{K_s + 4G_s/3}{\rho_s}} \quad (۱۰-۴)$$

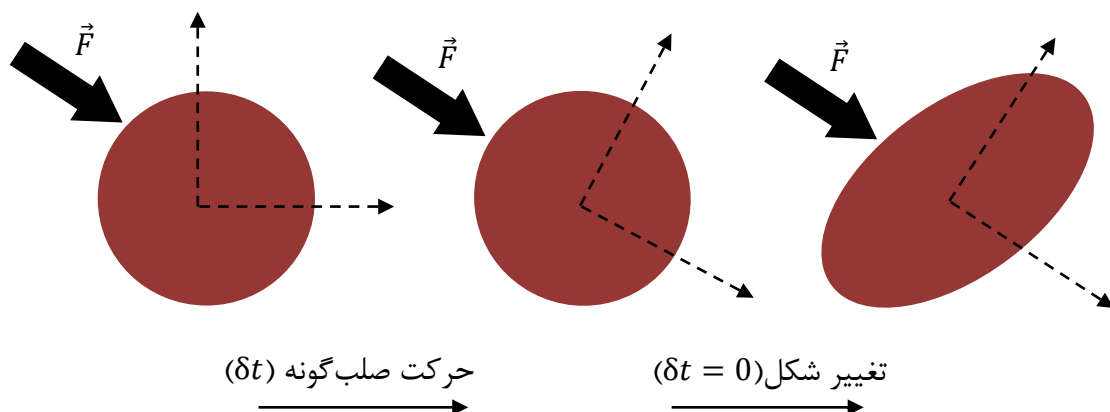
که K_s ، G_s و ρ_s به ترتیب برابر مدول بالک، مدول برشی و چگالی جسم جامد هستند. این شرط

^۱ Courant number

نیز توسط مرجع [۵۲] نیز معرفی گردید. به جهت کاهش هزینه محاسباتی، اعمال این شرط و کاهش ناپایداری‌ها اغلب توصیه می‌شود که $\Delta x^{lm} > \Delta x^{lbm}$ [۶۵].

• بسط روش ضمنی محاسبه تغییر شکل

در روش ضمنی که برای اولین بار در این مطالعه گزارش شده است، جهت به‌روزرسانی مکان و شکل جسم انعطاف‌پذیر در هر گام زمانی در حضور سیال عبور کننده از روی آن، رفتار فیزیکی جسم با دو گام مجازی جایگزین می‌شود. در ابتدا جسم به‌صورت جسم صلب تحت اثر برآیند نیروهای خارجی حرکت می‌کند و مکان مرکز سطح و سرعت‌های نقاط مرزی و نقاط شبکه فنر درون جسم به‌روزرسانی می‌شود. سپس تغییر شکل جسم جامد اعمال شده و دوباره مکان نقاط شبکه فنر در حالت نزدیک به شرایط تعادلی (گرادیان سرعت صفر) به‌روزرسانی می‌شود (شکل ۴-۳)؛ به‌عبارت‌دیگر به دلیل کوچک بودن تغییر مکان نقاط شبکه فنر در مرحله دوم (تغییر شکل) نسبت به مرحله اول (حرکت صلب گونه) در یک گام زمانی، می‌توان از تغییرات سرعت در مرحله دوم صرف‌نظر کرد. توجه شود که پس از اتمام مرحله تغییر شکل، تمام نقاط مرزی و نقاط درون جسم جامد دارای سرعت قبلی خود در مرحله حرکت صلب گونه هستند و تنها مکان آن‌ها تغییر پیدا می‌کند.



شکل ۳-۰۰- نمایش نحوه ی محاسبه الگوریتم ضمنی روش شبکه فنر برای یافتن شکل و مکان جدید ذره

بنابراین در هر گام زمانی برای تمام نقاط شبکه فنر مغروق در سیال داریم:

$$F_i^{spring} = -(F_i^{ext} + F_i^{boundary}) \quad (11-4)$$

که \vec{F}_i^{ext} و $\vec{F}_i^{boundary}$ به ترتیب برابر نیروهای حجمی (مثل جاذبه، نیروی مغناطیسی و ...) و نیروهای مرزی هستند. با مقایسه معادلات ۴-۸ و ۴-۱۱ یک معادله کلی برای تغییر شکل (تغییر مکان نقاط شبکه فنر) می‌توان نوشت. بنابراین مکان نقطه i ام از شبکه فنر مربعی طبق رابطه زیر تغییر پیدا می‌کند:

$$\sum_{j=1}^4 -k_1 \Delta r_{ij} + \sum_{j=5}^8 -k_2 \Delta r_{ij} = -(F_i^{ext} + F_i^{boundary}) \quad (12-4)$$

$$r_i = \frac{1}{4} \left[\frac{F_i^{ext} + F_i^{boundary}}{k_1 + k_2} + \frac{k_1}{k_1 + k_2} \sum_{j=1}^4 \frac{a_0}{|r_{ij}|} r_{ij} + \frac{k_2}{k_1 + k_2} \sum_{j=5}^8 \frac{\sqrt{2}a_0}{|r_{ij}|} r_{ij} \right] \quad (13-4)$$

که r_i در این معادله برابر است با مکان جدید نقاط شبکه فنر در هر گام زمانی. واضح است که نقاط مرزی هم تحت تأثیر نیروی سیال و هم نیروی فنریت اعمال شده از طرف نقاط شبکه فنر داخل جسم هست. برای نقاط شبکه فنر داخل جسم (در فقدان نیروی جاذبه)، اولین ترم سمت راست معادله ۴-۱۳ برابر صفر می‌شود. در این شرایط، حالت تعادلی نیرویی توسط بالانس نیروهای فنری همسایه هر نقطه مرکزی ایجاد می‌شود. این نیرو از نحوه جایگیری نقاط فنری نسبت به یکدیگر شکل می‌گیرد.

در نهایت ذکر این نکته اهمیت دارد که به واسطه طبیعت روش ضمنی، هزینه محاسباتی بالاتر می‌رود، اما از طرف دیگر هیچ‌گونه محدودیتی در انتخاب سائز شبکه وجود ندارد. این در حالی است که در روش صریح، زمانی که $\Delta x^{lsm} < c_s dt$ به خصوص زمانی که $\Delta x^{lsm} < 1$ ، نوسان‌های بزرگی در اندازه نیروهای مرزی ایجاد می‌شود. در نهایت جهت شفاف شدن روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه

بولتزمن - شبکه فنر ضمنی، الگوریتم حل عددی را به صورت جدول ۴-۱ می توان نوشت:

جدول ۴-۱- الگوریتم حل عددی روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن - شبکه فنر

(۱) به کارگیری روش شبکه بولتزمن با داشتن چگالی نیرو روی نقاط اوپلری جهت محاسبه سرعت‌های اوپلری با استفاده از معادلات ۳-۱۱ تا ۳-۱۴.

(۲) محاسبه سرعت بدون نیروی u_b^{nof} و چگالی نیرویی وارد شده به نقاط لاگرانژی روی مرز با استفاده از معادلات ۳-۱۷ و ۳-۱۸ در روش مرز غوطه‌ور.

(۳) به روزرسانی سرعت و مکان ذره با توجه به قانون دوم نیوتون با توجه به نیرو و گشتاور کلی وارد شده به جسم (معادلات ۳-۲۲ و ۳-۲۳). در این مرحله جسم در یک گام زمانی به صورت صلب و بدون هیچ تغییر شکل جابه‌جا می‌شود.

(۴) به کارگیری روش شبکه فنر ضمنی در معادله ۴-۱۳ جهت اعمال تغییر شکل. این مرحله به صورت شبه تعادلی انجام شده به طوری که تغییرات سرعت هر نقطه جرمی برابر صفر است؛ بنابراین در این مرحله فقط مکان ذرات به روزرسانی شده و سرعت جسم تغییری نمی‌کند.

(۵) پخش نیروی مرزی محاسبه شده در مرحله دوم بر روی گره‌های اوپلری اطراف مرز.

(۶) تکرار مراحل قبلی تا دستیابی به دقت مطلوب

۵ فصل پنجم

نتایج و بحث

۵-۱ شبیه‌سازی اندرکنش سیال و صفحه انعطاف‌پذیر با استفاده از روش

ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن - شبکه فنر

۵-۱-۱ مقدمه

تحلیل اندرکنش سیال و جسم تغییر شکل‌پذیر در مطالعه بسیاری از مسائل ریشه دوانده است؛ مانند حرکت ماهی گونه‌ی اجسام [۶۶]، حرکت گلبول‌های قرمز داخل خون و حرکت مایع مخاطی داخل نای به‌واسطه‌ی تغییر شکل مژه‌های چسبیده به دیواره‌ی آن [۱، ۵]. تحلیل این‌گونه از مسائل به دلیل وجود دو فاز مختلف سیال و جامد نسبت به نوع تک فاز آن (سیال) دارای هزینه محاسباتی بالا است. از همین رو، یافتن یک روشی کم‌هزینه و درعین‌حال ساده و دقیق همواره مورد توجه اکثر محققان در شاخه‌ی دینامیک سیالات محاسباتی بوده است. یکی از مسائل پرطرفدار و معیار در شاخه‌ی سیالات، جریان عبوری از روی صفحات یا فیبرهای انعطاف‌پذیر در رژیم آرام است. تاکنون روش‌های ترکیبی مختلفی جهت شبیه‌سازی این مسئله خاص ارائه شده است که از جدیدترین آن‌ها می‌توان به روش مرز غوطه‌ور بازگشتی - اختلاف محدود [۶۷]، مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم - اختلاف محدود [۶۸] اشاره کرد. در این مطالعه از روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن به‌عنوان حلگر جریان و از روش شبکه فنر به‌عنوان حلگر جسم جامد استفاده شده است تا تأثیر جریان یکنواخت داخل کانال بر روی مانع انعطاف‌پذیر و همین‌طور تغییر ضرایب درگ، لیفت به‌واسطه‌ی تغییر شکل جسم جامد بررسی شود.

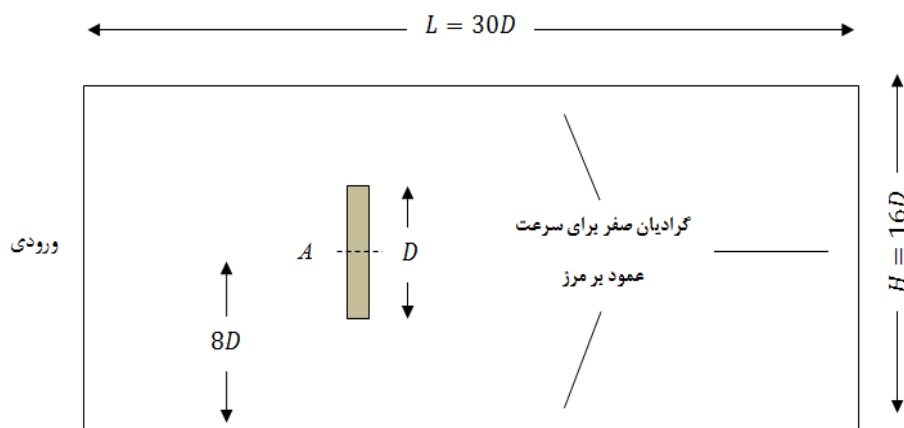
۵-۱-۲ صحت سنجی

در این قسمت از مقایسه نتایج در دو مسئله‌ی (الف) جریان سیال عبور کننده از روی یک صفحه صلب و (ب) بارگذاری محوری و خمشی در تیر یک سرگیردار به ترتیب جهت سنجی روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن و روش شبکه فنر استفاده کرده‌ایم.

۱-۲-۱-۵ جریان سیال عبور کننده از روی صفحه صلب در جریان یکنواخت

داخل کانال

در این قسمت ما از نتایج تجربی دنیس و همکارانش [۶۹] و نتایج عددی این و همکارانش [۷۰] جهت نمایش توانایی روش ترکیبی ذکر شده در این مطالعه استفاده کرده‌ایم. به این منظور، سیال نیوتونی عبور کننده از روی یک صفحه‌ی صلب به ارتفاع D و عرض $0.2D$ در کانال در نظر می‌گیریم. شکل ۱-۵ شماتیک این مسئله را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۵- شماتیک ناحیه محاسباتی جریان عبوری از روی صفحه نازک دوبعدی

شرط مرزی در ورودی کانال سرعت یکنواخت U_∞ و در خروجی گرادیان سرعت صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین برای دیواره‌های بالایی و پایینی کانال شرط لغزش اعمال شده است. جهت کاهش اثرات دیواره عرض و طول کانال به ترتیب برابر $16D$ و $30D$ انتخاب می‌شود. عدد رینولدز در این مسئله به شکل $Re = U_\infty D / \nu$ تعریف می‌شود، که د این رابطه ν ویسکوزیته دینامیکی سیال است. شبکه محاسباتی نیز شامل 601×321 گره شبکه بولتزمن است. طول گردابه‌ها و ضریب درگ در محدوده رینولدزهای 10 تا 40 با کارهای قبلی مقایسه می‌شود.

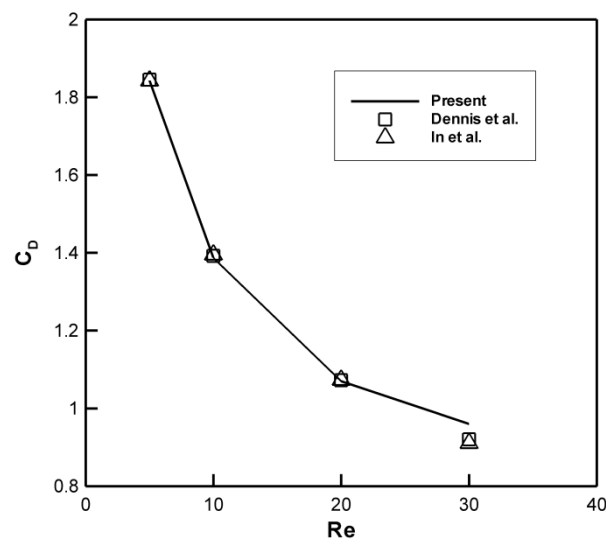
در این مسئله خاص، ضریب درگ بر اساس نیروی فشاری به دو طرف صفحه صلب به صورت

$C_D = \frac{\int_0^D \Delta P dL}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D}$ محاسبه می‌شود که ΔP اختلاف فشار دو طرف جسم صلب است. ذکر این نکته مهم

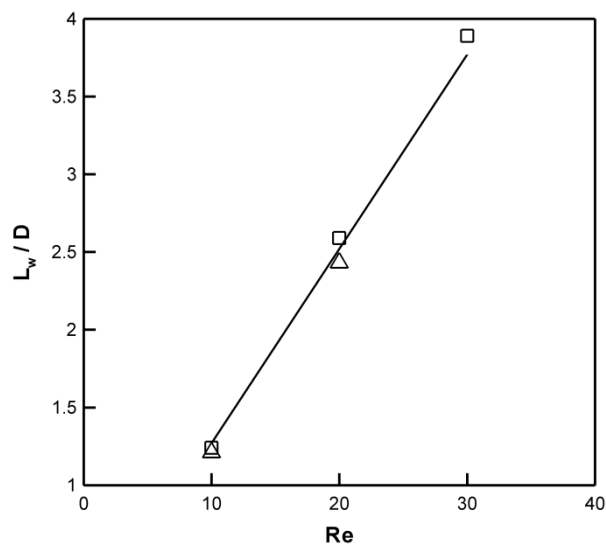
است که در روش مرز غوطه‌ور، به دلیل هم‌پوشانی نداشتن شبکه بولتزمان و نقاط لاگرانژی فشار به‌طور مستقیم قابل محاسبه نیست. بنابراین فشار بر روی نقاط لاگرانژی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{p_i}{l_i}}{\sum_{i=1}^4 l_i} & i = \text{neighbor nodes} \\ 0 & i \neq \text{neighbor nodes} \end{cases} \quad (1-5)$$

که در این رابطه، فشار نقاط لاگرانژی از میانمایی فشار چهار نقطه‌ی اوپلری همسایه آن نقطه محاسبه می‌شود. l_i نیز فاصله هر یک از نقاط اوپلری تا نقطه لاگرانژی موردنظر است. لازم است اشاره شود که در این مسئله درگ ناشی از نیروهای ویسکوز تقریباً نقشی در اندازه درگ کلی ندارند. شکل ۲-۵ ضریب درگ و طول گردابه‌های پشت صفحه صلب حاصل از روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمان حاضر را با کارهای قبلی مقایسه می‌کند.



(الف)



(ب)

شکل ۵-۲- مقایسه (الف) درگ فشاری روی صفحه صلب و (ب) طول بی‌بعد گردابه‌های پشت صفحه باکارهای قبلی

همان‌طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج کار حاضر و کارهای

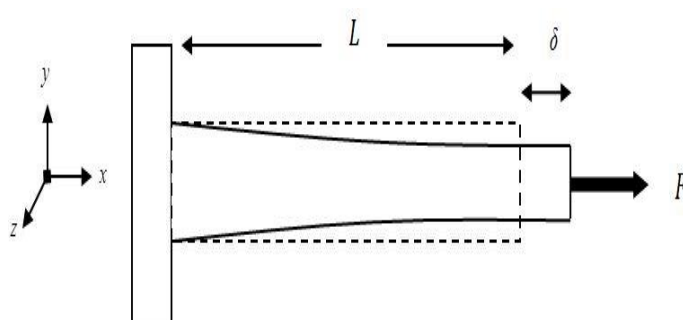
دیگران وجود دارد.

۲-۲-۱-۵ بارگذاری محوری و خمشی در میله‌ی انعطاف‌پذیر و بلند

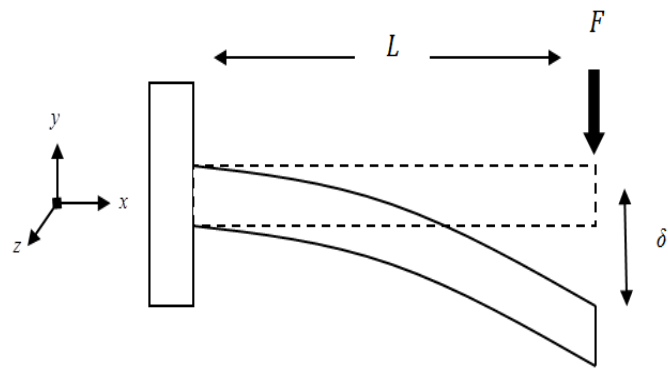
در این قسمت به‌منظور اطمینان از روش شبکه فنر، از مقایسه نتایج عددی تغییر شکل یک تیر

یک سرگیردار و نتایج تئوری استفاده کرده‌ایم که (الف) نیروی کششی یا فشاری عمود بر سطح مقطع

میله و (ب) نیروی عمود بر راستای میله به انتهای میله وارد می‌شود.



(الف)



(ب)

شکل ۳-۵- شماتیک تیر یکسر گیردار تحت (الف) نیروی محوری و (ب) نیروی خمشی

در حالت (الف) همانطور که در شکل ۳-۵- الف نشان داده شده است، تیری به طول L و سطح مقطع A تحت تأثیر نیروی فشاری و کششی F قرار گرفته است. این نکته قابل ذکر است که در این قسمت برای مقایسه‌ی مقدار کشیدگی و خمیدگی با نتایج واقعی، تیر سه‌بعدی فرض شده که این فرض صرفاً جهت نمایش دقت محاسبات روش شبکه فنر است. جدول ۱-۵ ضریب پواسون تیر یک سر گیردار ν را بر حسب مقادیر بی‌بعد F/EA نشان می‌دهد.

جدول ۱-۵- ضریب پواسون تیر یکسر گیردار تحت بار محوری

ضریب پواسون		$\frac{F}{EA}$
کشش	فشار	
۰/۲۴۹	۰/۲۵۱	۰/۰۵
۰/۲۴۷	۰/۲۴۸	۰/۱
۰/۲۴۶	۰/۲۴۸	۰/۱۵
۰/۲۴۳	۰/۲۴۵	۰/۲

همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌کنید، در دو حالت کشش و فشار ضریب پواسون حدوداً ۰/۲۵ است. این مقدار توسط آیدون و همکارانش [۶۵] برای یک شبکه فنر مربعی سه‌بعدی گزارش شده است. همچنین از آنجایی که روش شبکه فنر در مطالعه حاضر برای هندسه‌های دوبعدی به

کار گرفته خواهد شد، لذا با انجام آزمون قبلی بر روی یک تیر دوبعدی با ضخامت ۱ واحد طول و صرفاً جهت محاسبه ضریب پواسون، از صحت روش شبکه فنر در این حالت نیز اطمینان حاصل می‌شود. از لحاظ تئوری، ضریب پواسون برای یک شبکه فنر مربعی صرف‌نظر از نیروی‌های غیر مرکزی برابر $0/333$ است [۵۰]. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌کنید ضریب پواسون در دو حالت کشش و فشار برای یک‌جهت حدوداً $0/33$ محاسبه شده است که تطابق روش عددی حاضر بر نتایج تئوری را نشان می‌دهد.

ضریب پواسون		$\frac{F}{EA}$
کشش	فشار	
$0/331$	$0/335$	$0/05$
$0/328$	$0/341$	$0/2$

علاوه بر این، مقدار بی‌بعد کشیدگی انتهای تیر δ/L در تیر سه‌بعدی برحسب پارامتر بی‌بعد F/EA مورد بررسی قرار گرفته است. از لحاظ تئوری و طبق قانون هوک، طبق معادله ۲-۵، برای یک تیر که تحت نیروی محوری قرار گرفته شده است، می‌توان نوشت:

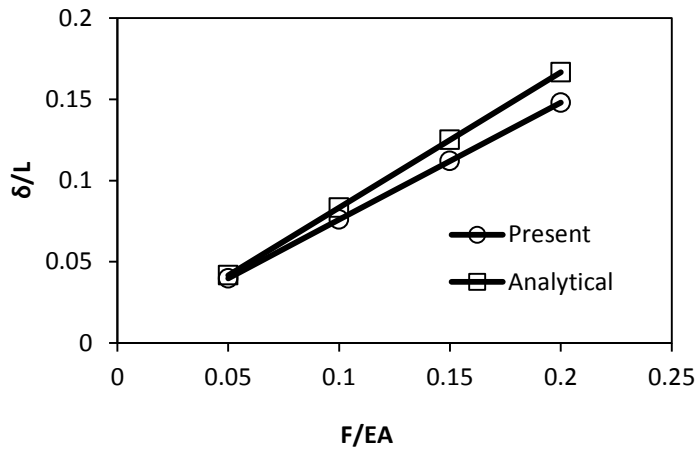
$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z) \quad (2-5)$$

که σ_x ، ε_x و ε_y به ترتیب تنش در راستای بار محوری و کرنش‌ها در راستای سه محور اصلی را نشان می‌دهد. معادله بالا را با فرض $\nu = 0/25$ و $\varepsilon_y = \varepsilon_z = \nu\varepsilon_x$ می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\delta}{L} = \left(\frac{15}{18}\right) \frac{F}{EA} \quad (3-5)$$

همان‌طور که در شکل ۴-۵ مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از کشیدگی تیر مطابقت خوبی با

مقادیر تئوری دارد.

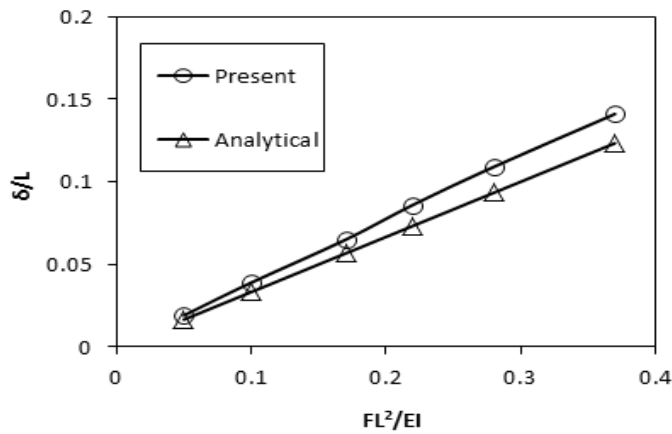


شکل ۴-۵ - مقایسه تغییر طول به‌دست‌آمده از روش شبکه فنر با نتایج تئوری

در حالت (ب) تیر یک سر گیردار حالت قبل تحت بارگذاری تک نیروی F قرار گرفته که در انتهای آن اعمال می‌شود. شکل ۳-۵-ب شماتیک این مسئله را نشان می‌دهد. علت انجام این شبیه‌سازی، اطمینان از نتایج روش شبکه فنر در حالتی که تیر تحت خمش قرار می‌گیرد. از لحاظ تئوری و طبق قانون اویلر-برنولی، خیز تیر در انتهای تیر تحت اثر تک نیروی اعمالی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{\delta}{L} = \frac{FL^2}{EI} \quad (4-5)$$

که I نشانگر ممان دوم سطح است.

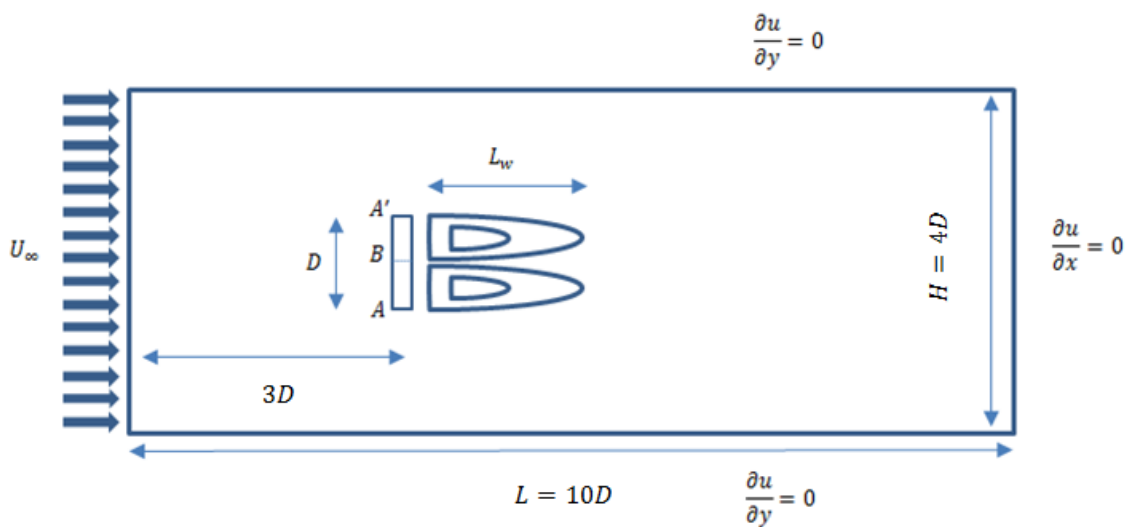


شکل ۵-۵- مقایسه میزان خیز تیر به دست آمده از شبکه فنر با نتایج تئوری و کارهای قبلی

شکل ۵-۵ نشان می‌دهد نتایج عددی حاصل از روش شبکه فنر ذکر شده در این مطالعه تطابق خوبی با مقادیر تئوری دارد. علت اختلاف مقادیر تئوری با نتایج حاصل از روش مطالعه حاضر صرف نظر کردن از نیروهای خمشی اتصالات فنری است.

۳-۱-۵ تعریف مسئله و شرایط مرزی

در این قسمت، تغییر شکل یک صفحه تغییر شکل پذیر در حضور جریان و در دو شرط مرزی مختلف و مقیدکننده برای جسم جامد مطالعه می‌شود.



شکل ۵-۶- شماتیک مسئله و شرایط مرزی برای جریان عبوری از روی صفحه الاستیک

همان طور که در شکل ۵-۶ واضح است، این دو شرط مرزی عبارت‌اند از:

الف) نوع ۱: دو طرف صفحه گیردار باشند (نقطه A و A').

ب) نوع ۲: وسط صفحه گیردار باشد (نقطه B).

در این دو حالت جریان نیوتونی عبوری از روی موانع آرام فرض می‌شود. در ناحیه محاسباتی این مسئله همان طور در شکل ۵-۶ نشان داده شده است، عرض صفحه $\varepsilon = 0.08D$ و ارتفاع کانال $H = 4D$ می‌باشد. تعداد نقاط ناحیه محاسباتی جسم جامد و ناحیه سیال به ترتیب برابر 5×51 نقطه شبکه فنر و 501×201 نقطه بولترمن است. این تعداد شبکه محاسباتی برای شبکه بولترمن و شبکه فنر با توجه به نتایج حاصل از استقلال از شبکه جدول ۵-۲ و جدول ۵-۳ انتخاب شده است.

جدول ۵-۲- نتایج استقلال از شبکه با استفاده از مقایسه ضریب درگ صفحه صلب در رینولدز ۳۰

ضریب درگ	سایز شبکه اوپلری
۳/۸۸۱	۲۰۱×۸۱
۳/۸۰۸	۲۵۱×۱۰۱
۳/۶۷۲	۴۵۱×۱۸۱
۳/۶۵۵	۵۰۱×۲۰۱
۳/۶۴۹	۵۵۱×۲۲۱

جدول ۵-۳- تغییر طول صفحه الاستیک برحسب تعداد گره‌های شبکه فنر در رینولدز ۳۰ و کپیلاری ۲۰۰۰۰، زمانی که دو سر آن ثابت باشد.

ضریب درگ	تعداد گره شبکه فنر
۰/۰۹۹۹	۳×۲۶
۰/۰۹۶۴	۵×۵۱
۰/۰۹۵۴	۱۱×۱۰۱

به این منظور، ضریب درگ برای صفحه صلب با شرایط هندسی بالا و در رینولدز ۳۰ برحسب تعداد

نقاط اویلری محاسبه و در نتیجه اندازه شبکه انتخاب می‌شود. در این قسمت اندازه هر واحد در شبکه بولتزن و شبکه فنر یکسان و برابر ۱ در نظر گرفته شده است. در ورودی کانال، یک جریان یکنواخت فرض شده است. برای جلوگیری از ناپایداری‌های حلگر جسم جامد در زمان‌های اولیه، سرعت جریان یکنواخت ورودی به‌طور پیوسته و با شیب ملایم از صفر تا مقدار ثابت U_∞ طبق معادله ۵-۵ افزایش می‌یابد.

$$U(t) = \begin{cases} U_\infty \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) & t < T \\ U_\infty & t \geq T \end{cases} \quad (5-5)$$

که t و T به ترتیب زمان در واحد شبکه بولتزن و مدت زمان رسیدن سرعت به مقدار ثابت U_∞ هستند. مقدار T با کاهش صلبیت جسم جامد در رنج 10^4 تا 5×10^4 تغییر می‌کند تا از ناپایداری و اثرات مخرب سیال در زمان‌های اولیه جلوگیری کند.

با تعریف یک عدد بی‌بعد مناسب مانند عدد کپیلاری^۱ (معادله ۶-۵)، نیاز تبدیل واحدهای شبکه بولتزن به واحدهای فیزیکی و برعکس کاهش می‌یابد؛ به عبارت دیگر ناحیه فیزیکی و ناحیه محاسباتی (شبکه بولتزن) یکسان می‌شوند، اگر عدد بی‌بعد رینولدز و کپیلاری ثابت باشند.

$$Ca = \frac{EH}{\mu U_\infty} \quad (6-5)$$

در این مسئله، عدد بی‌بعد کپیلاری نسبت نیروهای مقاوم الاستیک و نیروهای ویسکوز ناشی از سیال را نشان می‌دهد. عدد رینولدز، ضریب درگ و لیفت به ترتیب توسط معادلات (۷-۵)، (۸-۵) و (۸-۵) محاسبه می‌شود.

$$Re = \frac{U_\infty D}{\nu} \quad (7-5)$$

¹ Capillary number (Ca)

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D} \quad (۸-۵)$$

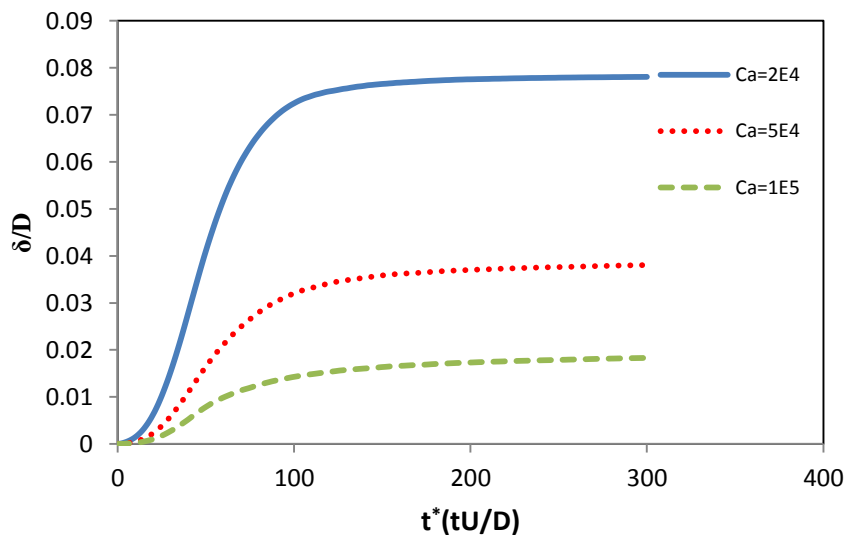
$$C_L = \frac{F_y}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D} \quad (۸-۵)$$

که F_x و F_x به ترتیب نیروی وارده به صفحه در دو راستای x و y هستند.

۱-۳-۱-۵ شبیه‌سازی در حالات پایای جریان

برای نوع ۱، زمانی که دو طرف صفحه گیردار باشد، شکل ۷-۵ تغییر مکان وسط صفحه (نقطه

B) را طی زمان تا رسیدن به نقطه تعادل نشان می‌دهد.



شکل ۷-۵ - تغییر مکان بی‌بعد وسط صفحه (نقطه B) برای نوع ۱ طی زمان تا رسیدن به نقطه تعادل در کپیلاری‌های مختلف

در این قسمت میزان انحراف نقطه وسط صفحه انعطاف‌پذیر برحسب زمان بی‌بعد $t^*(\frac{tU}{D})$ ، در

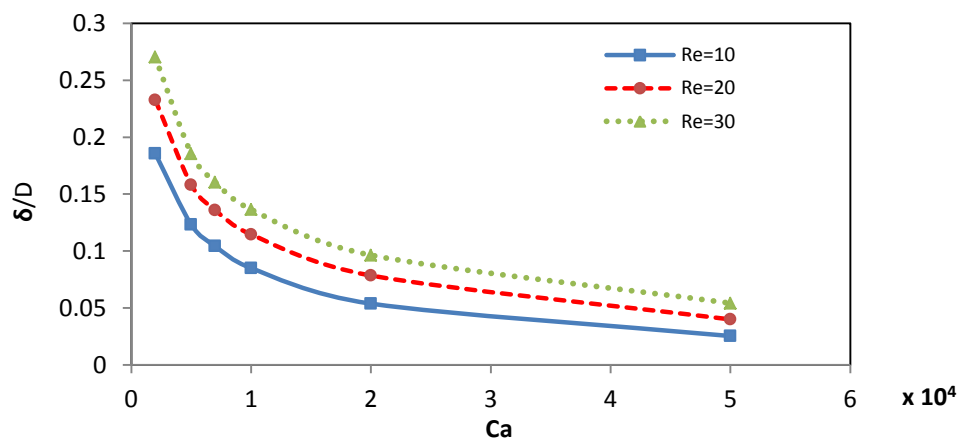
کپیلاری‌های مختلف و در رینولدز ۲۰ نمایش داده شده است. شکل ۷-۵ نشان می‌دهد که با کاهش

عدد کپیلاری از 10^5 تا 2×10^4 ، تغییر طول بی‌بعد وسط صفحه $\frac{\delta}{D}$ از 0.18 تا 0.78 افزایش پیدا

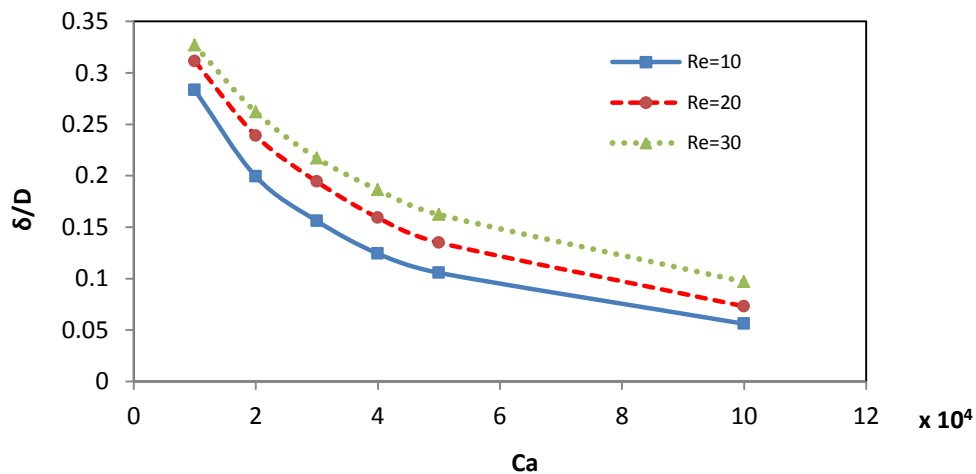
می‌کند. بنابراین برای افزایش میزان پایداری حل در معادله (۱-۵)، با کاهش عدد کپیلاری، مقدار T

افزایش پیدا می‌کند. در این مطالعه مقدار $T = 3 \times 10^4$ شرایط پایدار در محاسبات عددی در شبکه فنر را فراهم می‌کند.

شکل ۵-۸- الف تغییر طول نهایی صفحه مقید را از حالت اولیه برای نوع ۱ برحسب عدد کپیلاری و در رینولدزهای مختلف نشان می‌دهد. همین‌طور میزان انحراف صفحه زمانی که وسط آن ثابت است (نوع ۲) در کپیلاری و رینولدزهای مختلف در شکل ۵-۸- ب نمایش داده شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۵-۸- تغییر طول نهایی صفحه مقید برحسب عدد کپیلاری برای: (الف) نوع ۱ و (ب) نوع ۲

برای مقادیر کوچک کپیلاری واضح است که با کاهش عدد کپیلاری، تغییر شکل صفحه در دو حالت افزایش پیدا می‌کند که علت آن کاهش میزان صلبیت صفحات است. همچنین با افزایش عدد رینولدز، به دلیل افزایش مقدار مومنتوم و در نتیجه افزایش نیروی عمود بر صفحه، تغییرات شکل صفحه در هر دو حالت افزایش می‌یابد. با مقایسه شکل‌های ۵-۸ دیده می‌شود که در کپیلاری 5×10^4 و تمام رینولدزهای ۱۰، ۲۰ و ۳۰ تغییرات طول در نوع ۲ حدود دو برابر نسبت به نوع ۱ است.

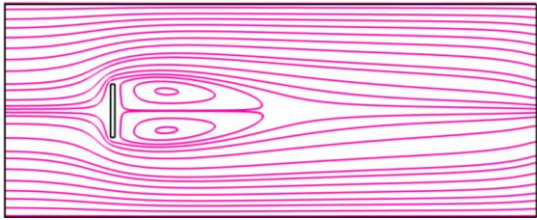
در این قسمت، علاوه بر شبیه‌سازی مسئله با استفاده از روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزمن - شبکه فنر، تغییر شکل صفحه تحت انعطاف‌پذیر با نرم‌افزار کامسول محاسبه شده است. جدول ۴-۵ مقایسه بین نتایج از حل عددی حاضر و شبیه‌سازی با کامسول را نشان می‌دهد. همین‌طور که مشاهده می‌کنید تطابق خوبی بین نتایج دو روش وجود دارد.

جدول ۴-۵ - مقایسه نتایج IB-LBM-LSM و نتایج کامسول در عدد رینولدز ۲۰

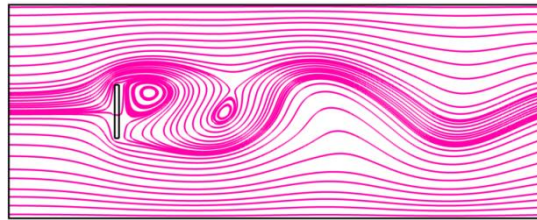
δ/D		Ca (کپیلاری)
نتایج کامسول	مطالعه حاضر	
۰/۰۷۱	۰/۰۷۳	1×10^5
۰/۱۲۷	۰/۱۳۵	5×10^4
۰/۱۸۲	۰/۱۹۴	3×10^4

شکل ۵-۹ خطوط جریان عبوری از روی صفحه تغییر شکل‌پذیر را در اعداد رینولدز مختلف و عدد کپیلاری 10^4 نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، با کاهش عدد کپیلاری و تغییر شکل صفحه از حالت صلب به جسم متورم، گردابه‌های ایجادشده در نوع ۱ (شکل ۵-۹ ب) نسبت به حالت صلب تغییر شکل داده و شکل صفحه را به خود می‌گیرند.

(الف)

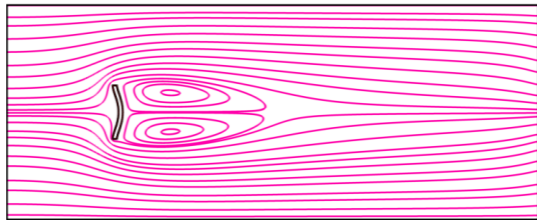


Re = 30

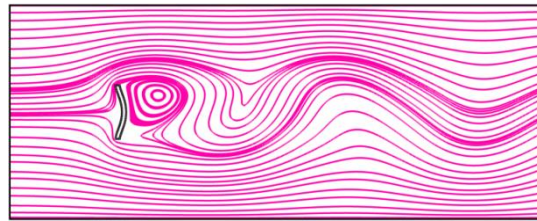


Re = 35

(ب)

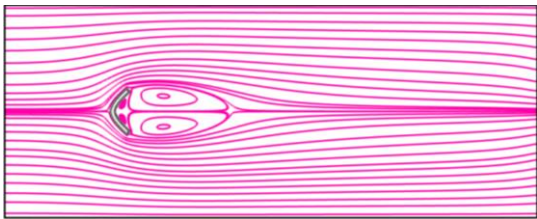


Re = 30

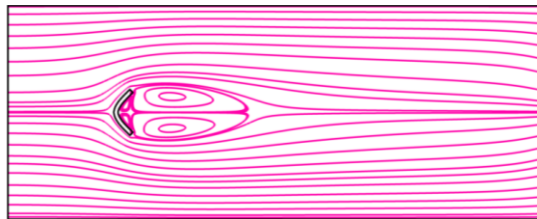


Re = 35

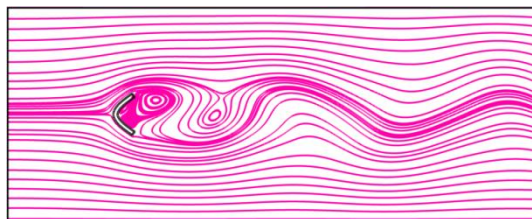
(ج)



Re = 30



Re = 35



Re = 50

شکل ۹-۵- خطوط جریان عبوری از روی صفحه تغییر شکل پذیر در عدد کپیلاری 10^4 و رینولدزهای متفاوت زمانی که (الف): صفحه صلب. (ب) دو سر صفحه ثابت. (ج) وسط صفحه ثابت باشد

همین طور در نوع ۲ (شکل ۹-۵ ج) با کاهش عدد کپیلاری و افزایش خمش در صفحه ی یکسر گیردار، دو گردابه ایجاد شده در پشت صفحه به چهار گردابه تقسیم می شوند. در این حالت دو گردابه

سمت چپ در خلاف جهات گردابه متناظر خود در سمت راست می‌چرخند. علاوه بر این، مشاهده می‌شود با کاهش کپیلاری در مانع طول گردابه‌های پشت مانع کاهش می‌یابد که علت آن کاهش طول عمود بر جریان در صفحه است. کاهش عدد کپیلاری در صفحات که همان افزایش انعطاف‌پذیری صفحه است می‌تواند در شکل‌گیری گردابه‌ها و شرایط ناپایا تأثیرگذار باشد. شکل ۵-۹ الف بیان می‌کند در حالتی که صفحه صلب است، رینولدز بحرانی یا همان رینولدز لازم برای شروع نوسانات، برابر ۳۵ است. برای نوع ۱، طبق شکل ۵-۹ ب، کاهش صلیبیت صفحه نسبت به حالت صلب در شروع نوسانات تأثیری ندارد و بازهم رینولدز بحرانی برابر ۳۵ می‌شود. الگوی جریان در حوالی مانع از شکل صفحه تبعیت کرده و نسبت به حالت صلب عوض می‌شود؛ اما برای نوع ۲، همان‌طور که در شکل ۵-۹ ج مشاهده می‌شود، افزایش انعطاف‌پذیری صفحه که موجب افزایش میزان خمش می‌شود، رینولدز بحرانی را تا مقدار ۵۰ به تعویق می‌اندازد. زیرا رینولدز بحرانی در جریان داخل کانال که از روی یک مانع عبور می‌کند، رابطه عکس با طولی عمود بر جریان مانع دارد که در این حالت با افزایش خمش، طول مؤثر (طول عمود بر جریان صفحه) کاهش می‌یابد. جدول ۵-۵ نیز تأثیر عدد کپیلاری را بر رینولدز بحرانی نشان می‌دهد. واضح است که با افزایش عدد کپیلاری، رینولدز بحرانی به مقدار رینولدز بحرانی برای صفحه صلب میل می‌کند.

جدول ۵-۵- رینولدز بحرانی برحسب عدد کپیلاری زمانی که وسط صفحه گیردار باشد

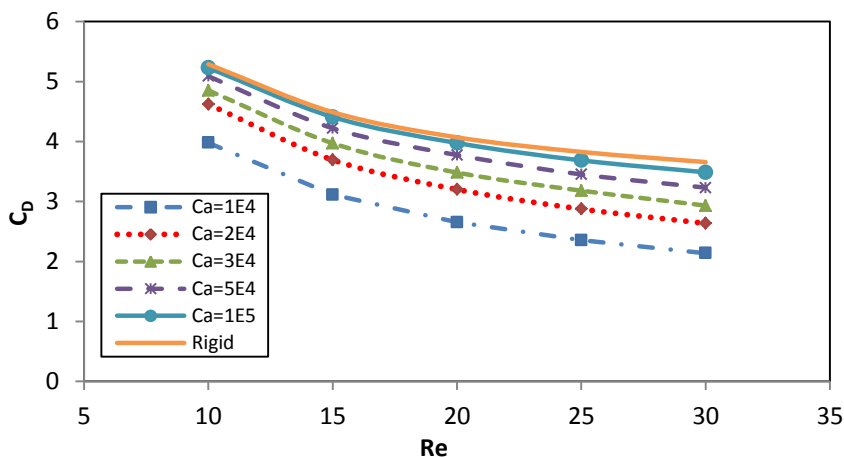
Re_{cr}	Ca
۳۵	۱e۸ (صفحه صلب)
۳۹	۲e۴
۴۳	۱/۵e۴
۵۰	۱e۴

ضریب درگ نیز از جمله پارامترهایی است که به میزان تغییر شکل صفحه بستگی دارد. به این منظور در دو حالت نوع ۱ و نوع ۲ تأثیر عدد کپیلاری را بر ضریب درگ بررسی می‌کنیم. برای حالت نوع ۱، همان‌طور که در جدول ۵-۶ مشاهده می‌کنید، کاهش عدد کپیلاری یا به عبارت دیگر افزایش تورم صفحه تأثیری بر اندازه ضریب درگ ندارد. زیرا در این حالت تغییر شکل صفحه بر اندازه‌ی طول مؤثر بر صفحه تأثیری نداشته و بنابراین ضریب درگ کلی تغییر چشمگیری نخواهد داشت.

جدول ۵-۶- تغییرات ضریب درگ در رینولدزهای ۱۰، ۲۰ و ۳۰ برحسب عدد کپیلاری زمانی که دو سر صفحه گیردار باشد

C_D			Ca
$Re=10$	$Re=20$	$Re=30$	
۵/۳۱۷	۴/۱۱۷	۳/۸۸۱	۲e۴
۵/۳۰۶	۴/۱۲	۳/۸۸۷	۵e۴
۵/۳۱۴	۴/۱۱۳	۳/۸۸	۲e۵

تغییرات ضریب درگ برای نوع ۲ در شکل ۵-۱۰ نمایش داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌کنید، برای یک جسم صلب ضریب درگ برحسب عدد رینولدز روند کاهش دارد. با کاهش عدد کپیلاری منحنی ضریب درگ- عدد رینولدز به سمت پایین حرکت می‌کند که به معنی کاهش ضریب درگ در تمامی اعداد رینولدز است.



شکل ۵-۱- تغییرات ضریب درگ برحسب عدد رینولدز برای اعداد کپیلاری متفاوت زمانی که وسط صفحه ثابت باشد

علت این رویداد را می‌توان به کاهش طول مؤثر صفحه صلب ارتباط داد. زیرا زمانی که خمش در صفحه زیاد شده و طول مؤثر کاهش می‌یابد، شکل صفحه نسبت به حالت صلب اصطلاحاً آیرودینامیک‌تر می‌شود بنابراین نیروی درگ کلی روی صفحه کاهش می‌یابد. نکته دیگر که در این شکل واضح است این است که نرخ کاهش درگ در تمامی رینولدزها با کاهش بیشتر عدد کپیلاری افزایش می‌یابد. ضریب لیفت در این شرایط برای هر دو نوع ۱ و ۲ تغییر نداشته و به علت تقارن صفر می‌شود.

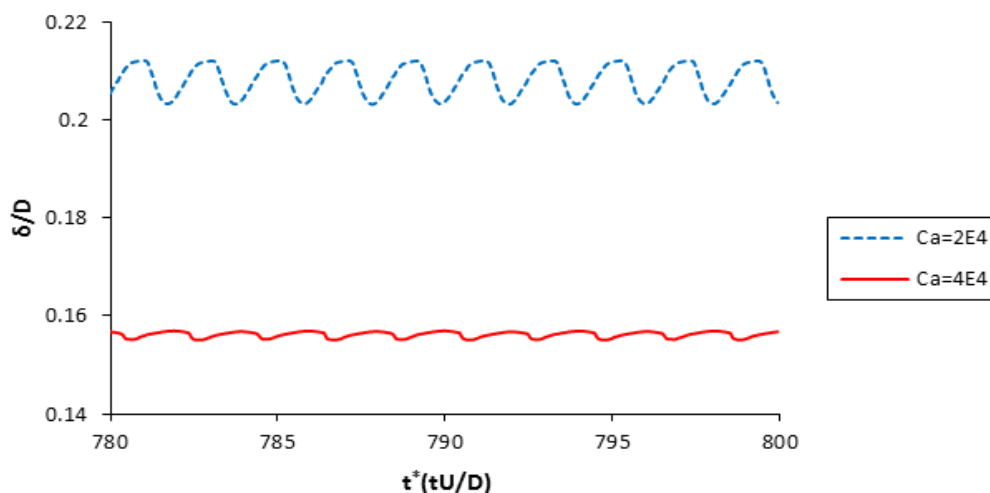
۵-۳-۲- شبیه‌سازی در حالت ناپایای جریان

در این قسمت، جریان عبوری از روی صفحه صلب را تحت شرایط ناپایا بررسی می‌کنیم. طبق نتایج بالا اگر $Re > 50$ بنابراین برای هر دو نوع ۱ و ۲ می‌توانیم شرایط ناپایا را تضمین کنیم. برای نمونه ما در این بخش $Re > 100$ در نظر می‌گیریم تا اثر نوسانات سرعت و گردابه‌های ایجادشده را بر صفحه الاستیک بررسی کنیم.

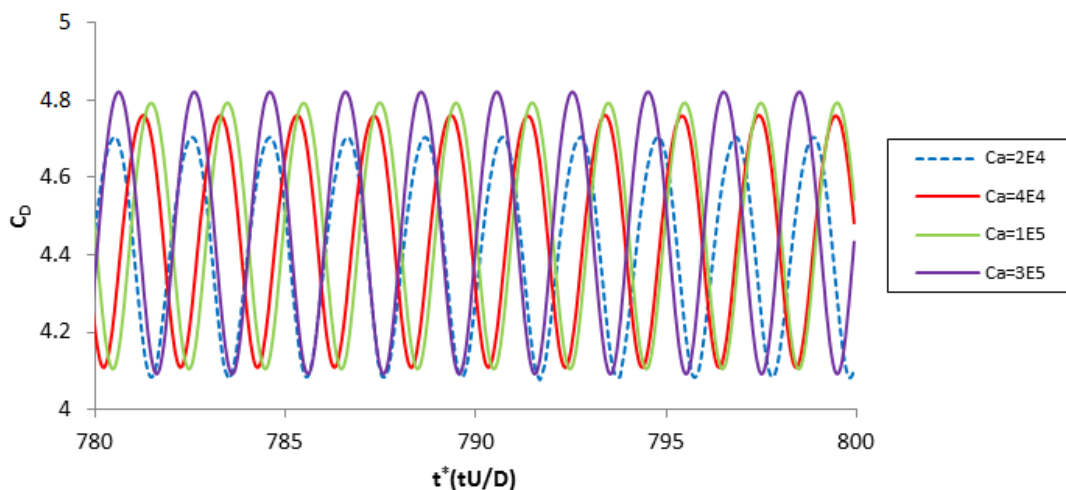
• تحلیل اثر نوسانات جریان بر صفحه در شرایط نوع ۱

جریان نوسانی عبوری از روی مانع انعطاف‌پذیر می‌تواند باعث ایجاد ارتعاشات در جسم شود.

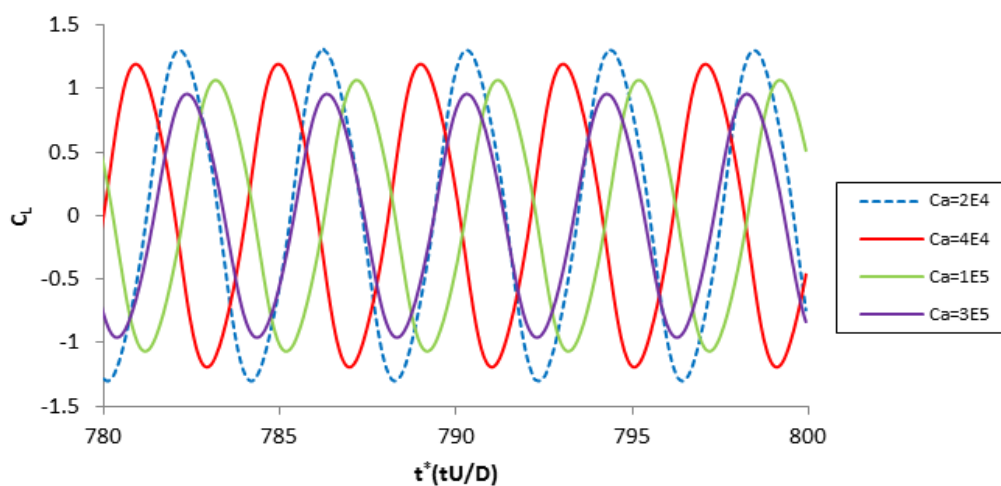
حال با توجه به میزان انعطاف پذیری ماده این نوسانات می تواند تغییر کند. برای اثبات این نکته ما در یک رینولدز ثابت ۱۲۰ اثر تغییر کپیلاری را بر میزان ارتعاشات صفحه بررسی کردیم. در واقع ارتعاشات برابر تغییرات زمانی فاصله بی بعد وسط صفحه از حالت اولیه δ/D تعریف می شود. شکل ۵-۱۱ الف نشان می دهد که با کاهش عدد کپیلاری، علاوه بر افزایش متوسط میزان ارتعاشات، دامنه ی ارتعاشات صفحه افزایش پیدا می کند. علت افزایش میزان متوسط نوسانات و همچنین دامنه نوسانات این است که با کاهش صلیبیت جسم جامد، مقاومت جسم جامد در برابر سیال کاهش یافته و بنابراین متوسط و دامنه نوسانات افزایش پیدا می کند. همین طور فرکانس ارتعاشات صفحه از جمله پارامترهایی است که می توان تحت عنوان مقادیر مؤثر از تغییر کپیلاری به آن اشاره کرد. تغییرات ضریب درگ برحسب کپیلاری در شکل ۵-۱۱ ب گزارش شده است. همان طور که در این نشان داده می شود، مانند حالت جریان پایا ضریب درگ تغییرات چندانی با کاهش کپیلاری ندارد. همین طور دامنه ی نوسانات نیز تغییر چشمگیری با کاهش عدد کپیلاری ندارد. ضریب لیفت (شکل ۵-۱۱ ج) نیز با کاهش عدد کپیلاری و افزایش تغییر شکل در جسم با شیب کمی افزایش می یابد که علت آن را می توان افزایش شکم ایجاد شده در وسط مانع دانست.



(الف)



(ب)



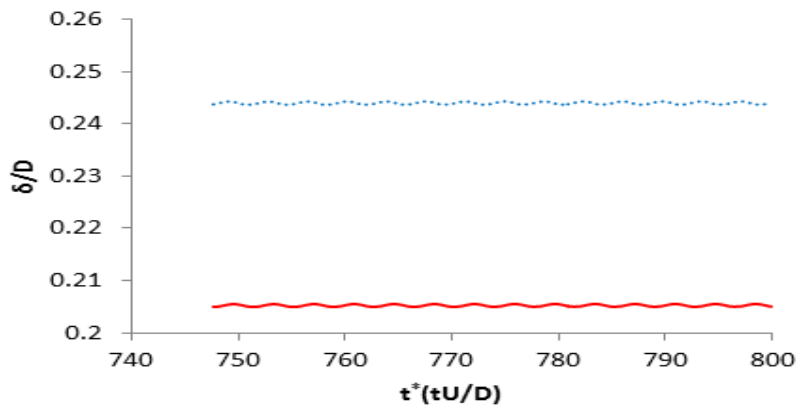
(ج)

شکل ۵-۱۱- تغییرات زمانی هنگامی که دو سر صفحه ثابت باشد: (الف) مقدار بی بعد تغییر شکل در اعداد کپیلاری متفاوت (ب) ضریب درگ (ج) ضریب لیفت

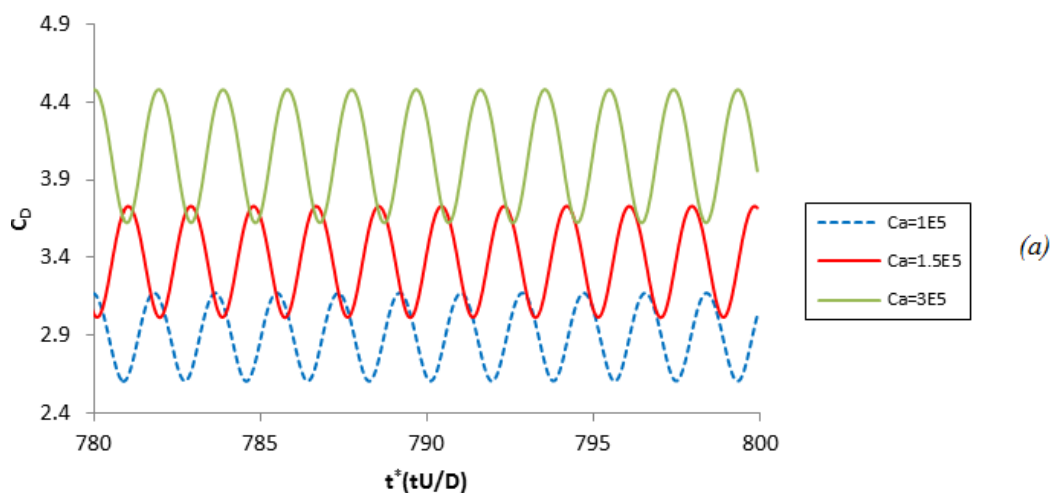
• تحلیل اثر نوسانات جریان بر صفحه در شرایط نوع ۲

همان طور که در شکل ۵-۱۲ الف مشاهده می کنید، زمانی که وسط مانع ثابت شده است، باینکه دو سر صفحه فاصله بیشتری نسبت به تغییر مکان نوع ۱ از حالت اولیه خود می گیرند، اما دامنه نوسانات بسیار کمتر از نوع دیگر است. علت ارتعاشات پایین جسم در این حالت این است که در نوع ۲ اختلافات فشار در دو سر صفحه کم است بنابراین مقدار این گرادیان در واحد زمان نیز کوچک

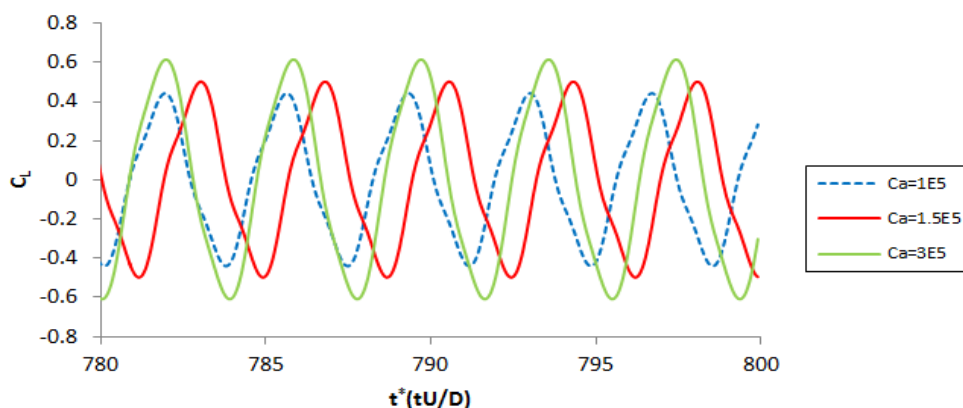
می‌شود که باعث ایجاد نوسانات ناچیزی در صفحه می‌شود. به‌طور کلی می‌توان گفت با ایجاد خمش بیشتر در دو سر صفحه صلب، شکل صفحات در جهت کاهش گرادینان هریک از پارامترهای جریان در دو طرف صفحه می‌شود که در نتیجه کاهش نوسانات و ارتعاشات را سبب می‌شود. ضریب درگ نیز در حالت ناپایا دارای رفتار نوسانی نسبت به زمان است. همان‌طور که در شکل ۵-۱۲-ب دیده می‌شود، مانند حالت پایا، متوسط ضریب درگ با کاهش کپیلاری کاهش می‌یابد. ضریب لیفت نیز برحسب زمان در کپیلاری‌های مختلف در شکل ۵-۱۲-ج نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که دامنه نوسانات ضریب لیفت با کاهش عدد کپیلاری کاهش می‌یابد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵-۱۲- تغییرات زمانی هنگامی که وسط صفحه ثابت باشد: (الف) مقدار بی بعد تغییر شکل در اعداد کپیلاری متفاوت (ب) ضریب درگ (ج) ضریب لیفت

۵-۲ شبیه سازی جریان برشی حاوی ذرات صلب و الاستیک در سیال

نیوتونی

۵-۲-۱ مقدمه

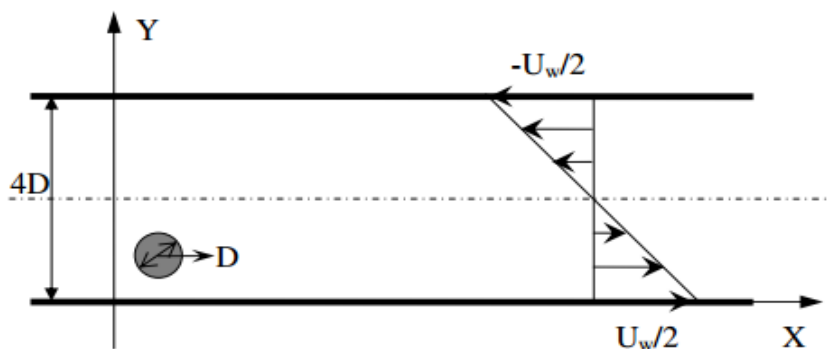
اندرکنش دو یا چند ذره الاستیک در سیال نیوتونی کاربردهای وسیعی در حوزه تحقیقات مشترک میان علوم پزشکی و علوم مهندسی دارد. از جمله آن‌ها می‌توان به تحلیل تغییر شکل و حرکت گلبول‌های قرمز در رگ‌ها اشاره کرد [۵۸]. همین‌طور حرکت کروموزوم‌ها و بیوفیلیم‌ها و تأثیر آن‌ها بر رژیم جریان [۵۹] نمونه‌های پرکاربردی هستند که لزوم توسعه و تسهیل در روش‌های تحلیل مسائل دوفازی را نشان می‌دهند.

۵-۲-۲ صحت سنجی

• حرکت جسم صلب دایروی منفرد در جریان برشی

روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن قادر به محاسبه‌ی نیروی اندرکنش مرزی برای یک جسم

غوطه‌ور در سیال است به طوری که شرط عدم لغزش بر روی مرز جامد را به خوبی ارضا می‌کند. جهت اثبات میزان دقت و تأثیرگذاری این روش بر نتایج، حرکت یک ذره منفرد دایروی خنثی^۱ در جریان برشی ساده مورد بررسی قرار گرفته است. این مسئله توسط افراد مختلفی نظیر فنگ و همکارانش [۳۷] و وو و همکارانش [۶۰] مورد مطالعه قرار گرفته است. آن‌ها دریافتند که ذره مستقل از موقعیت و سرعت در لحظه‌ی اول، به سمت مرکز کانال حرکت کرده و در آن مکان با سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد. شکل ۵-۱۳ شماتیک این مسئله را نشان می‌دهد. پارامترهای مورد استفاده در این مسئله به شرح زیر است: فاصله‌ی بین دو صفحه بالایی و پایینی برابر است با $H = 4D$ که D قطر ذره است. طول صفحات برابر است با $L = 100D$ ، صفات بالایی و پایینی با سرعت ثابت $U_w/2$ در جهت خلاف یکدیگر حرکت می‌کنند. چگالی ذره با چگالی سیال برابر است. عدد بی بعد رینولدز برابر $Re = \frac{U_w H}{\nu} = 40$ است. یک شبکه یکنواخت $20 \times 1 \times 81$ نقطه بولتزمن جهت نمایش دامنه سیال ایجاد شده است. شرط مرز پرئودیک در ورودی و خروجی (سمت راست و چپ) کانال استفاده شده است. موقعیت اولیه ذره در $y_0 = H/4$ بالای صفحه پایینی و در حالت سرعت صفر است.



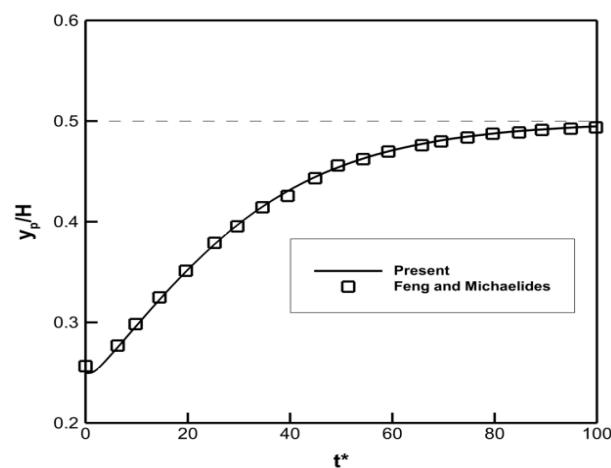
شکل ۵-۱۳- شماتیک حرکت ذره صلب دایروی در بستر جریان برشی

شکل ۵-۱۴ حرکت عرضی ذره صلب را تحت اثر جریان برشی در شرایط بالا نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ذره به موقعیت پایای خود در مرکز کانال منتقل می‌شود. همین‌طور

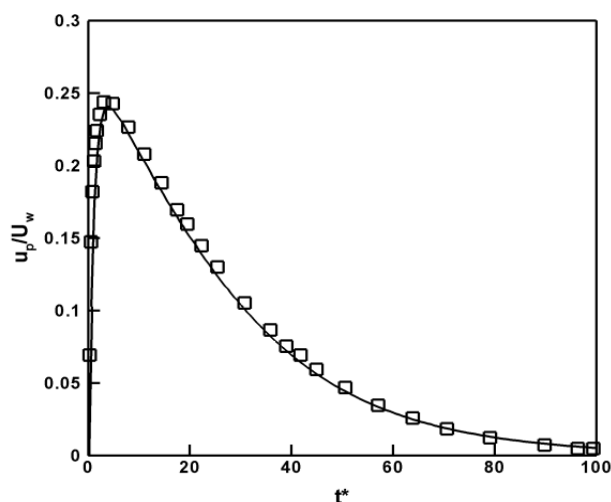
¹ Neutrally buoyant

این شکل نشان می‌دهد نتایج حاصل از روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن با اعمال نیروی چندمرحله‌ای تطابق خوبی با کارهای قبلی دارد. لازم به ذکر است موقعیت ذره برحسب عرض کانال y_p/H و زمان برحسب سرعت صفحات و قطر ذره $t^* = tU_w/D$ بی‌بعد شده‌اند. همین‌طور سرعت بی‌بعد ذره در راستای x و y با نتایج قبلی مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل‌های ۵-۱۵ و ۵-۱۶ واضح است نتایج مطابقت خوبی با کار قبلی دارد.

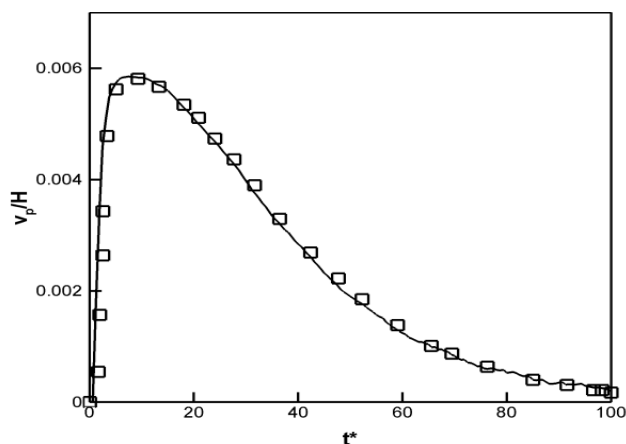
نکته دیگر در این شکل‌ها این هست که با حرکت ذره از موقعیت اولیه به سمت مرکز کانال، هر دو سرعت در دو جهت کاهش می‌یابد که علت آن را این‌طور می‌توان توجیه کرد که در ابتدا نرخ برشی در موقعیت اولیه زیاد بوده و با بالا رفتن ذره کاهش می‌یابد، بنابراین نیروی وارده به ذره کاهش می‌یابد.



شکل ۵-۱۴- حرکت عرضی ذره منفرد رهاشده از نقطه‌ای خارج از مرکز در جریان برشی و مقایسه با کارهای قبلی



شکل ۵-۱۵- سرعت افقی ذره برحسب زمان و مقایسه نتایج با کارهای قبلی



شکل ۵-۱۶- سرعت عرضی ذره برحسب زمان و مقایسه نتایج با کارهای قبلی.

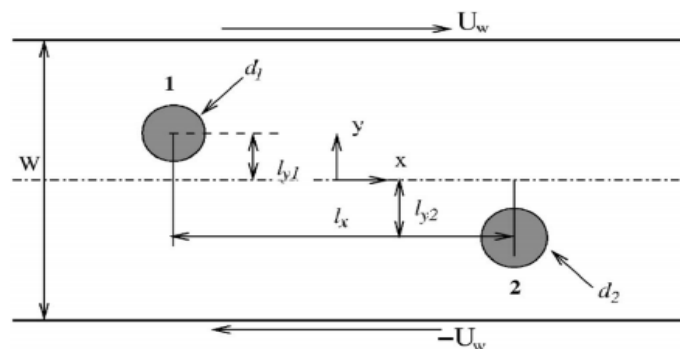
۳-۲-۵ تعریف مسئله و شرایط مرزی

این قسمت شامل دو بخش می‌باشد: ۱- شبیه‌سازی اندرکنش همسایه‌وار (بدون برخورد) دو ذره صلب در جریان برشی ۲- شبیه‌سازی جریان حاوی ذرات الاستیک در جریان برشی و مقایسه آن‌ها با حالت صلب.

۱-۳-۲-۵ شبیه‌سازی حرکت همسایه‌وار دو ذره صلب در جریان برشی

مسئله اندرکنش سیال و ذرات در جریان برشی در رینولدزهای محدود، به‌عنوان یک مسئله

پایه و معیار در تحلیل مسائل ذره‌ای تلقی می‌شود. در مطالعه هیدرودینامیکی سیستم‌های دوفازی معمولاً بر جریان‌های با رینولدز پایین تمرکز شده است که به صورت $Re_p = \dot{\gamma} R^2 / \nu$ تعریف می‌شود که R ، $\dot{\gamma}$ و ν به ترتیب شعاع ذره، نرخ برشی دیواره‌های لغزنده و ویسکوزیته سینماتیکی سیال هستند. بررسی این مسئله توسط افراد مختلفی انجام شده است که یکی از شاخص‌ترین اهداف کارهای این نویسندگان تعیین پارامترهای غیرنیوتونی این سیستم حاوی ذرات می‌باشد [۶۱-۶۳]. در این قسمت ما سعی داریم اندرکنش همسایه‌وار دو ذره صلب و تغییر شکل‌پذیر را در رینولدزهای پایین مورد مطالعه قرار دهیم. اندرکنش همسایه‌وار را این‌گونه می‌توان توضیح داد که با قرار گرفتن دو ذره در دو جهت مخالف یکدیگر در جریان برشی (مانند شکل ۵-۱۷)، دو ذره بدون برخورد به یکدیگر بر روی هم نیروی دافعه ایجاد می‌کنند. علت ایجاد این نیرو، وجود ناحیه چرخشی ایجادشده در بین دو ذره می‌باشد که با نزدیک‌تر شدن دو ذره به هم شدیدتر می‌شود. عدم برخورد دو ذره به یکدیگر وابسته به موقعیت اولیه دو ذره و رینولدز هست. این شرایط توسط یان و همکارانش به تفصیل ذکر شده است [۶۴].



شکل ۵-۱۷- شماتیک مسئله اندرکنش همسایه‌وار دو ذره صلب در جریان برشی زمانی که دو ذره در دو موقعیت $(-l_x/2, l_{y1})$ و $(l_x/2, -l_{y2})$ قرار دارند

محاسبات انجام‌شده در این مطالعه بر روی دو ذره هم‌اندازه دایروی (دوبعدی) در جریان برشی بین دو دیواره موازی طویل با دو سرعت مخالف العلامت و با اندازه $U_w/2$ انجام شده است. همانند (شکل ۵-۱۷) دیواره بالایی رو به سمت راست و دیواره پایینی به سمت چپ حرکت می‌کند. چگالی

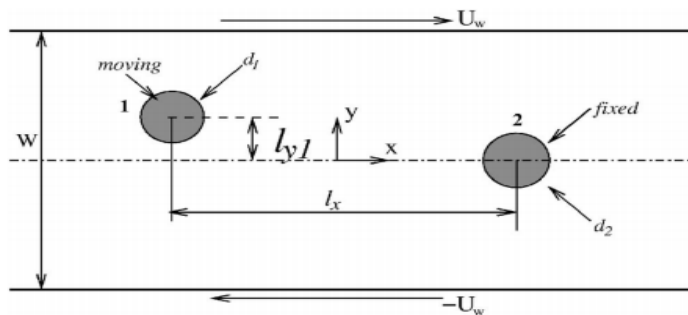
سیال و جسم جامد باهم برابر است ($\rho_s = \rho_f$). با انتگرال گیری عددی از قانون دوم نیوتون معادلات حرکتی خطی و چرخشی جسم جامد حاصل می شود که معادلات زیر شکل گسسته شده این معادلات است که در مقاله ی دلویی و همکارانش [۶۵] گزارش شده است:

$$\vec{U}_c^{n+1} = \vec{U}_c^n + \frac{1}{M_s} \left[-\sum_b \vec{F}_b^n \Delta V_b \right] \delta t + \frac{M_f}{M_s} (\vec{U}_c^n - \vec{U}_c^{n-1}) \quad (10-5)$$

$$\vec{\Omega}_c^{n+1} = \vec{\Omega}_c^n + \frac{1}{I_s} \left[-\sum_b (\vec{r}_b - \vec{r}_c) \times \vec{F}_b^n \Delta V_b \right] \delta t + \frac{I_f}{I_s} (\vec{\Omega}_c^n - \vec{\Omega}_c^{n-1}) \quad (11-5)$$

که در این معادلات \vec{U}_c ، $\vec{\Omega}_c$ و n و ΔV_b به ترتیب سرعت مرکز جسم، سرعت زاویه ای، گام زمانی و حجم محصور شده توسط نقاط لاگرانژی هستند که در حالت دوبعدی برابر $\Delta V_b = \Delta s_b$ است. همین طور M_s ، M_f ، I_s و I_f به ترتیب برابر جرم جسم جامد، جرم سیال مجازی محصور شده داخل جسم جامد، ممان اینرسی جسم جامد و ممان اینرسی سیال محصور است. \vec{r}_c نیز مرکز جرم جسم جامد است.

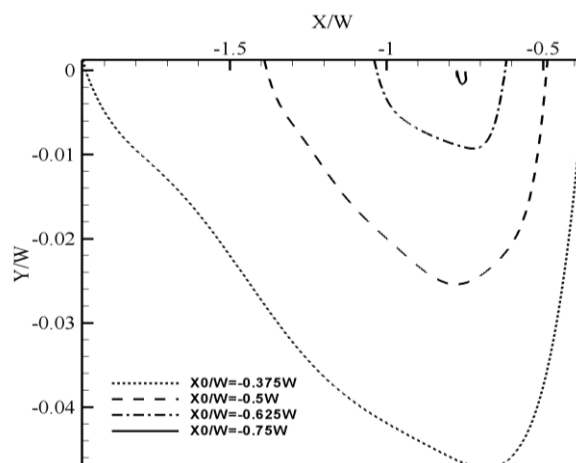
- یک ذره ثابت و یک ذره متحرک



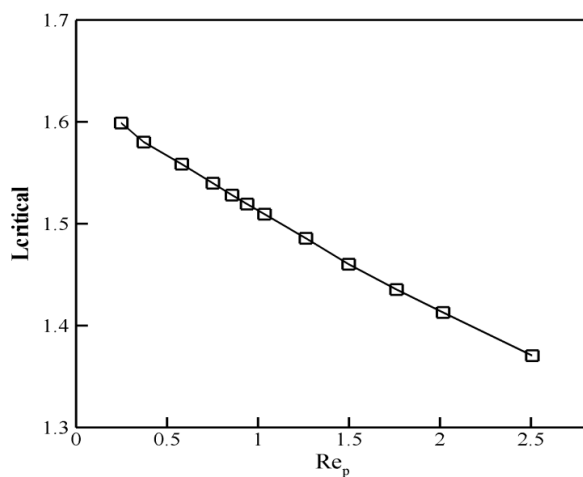
شکل ۵-۱۸- شماتیک حرکت یک ذره صلب در حضور یک ذره ثابت مستقر در مرکز کانال

تمام محاسبات انجام شده در این قسمت بر مبنای وجود مرز پرئودیک در ابتدای و انتهای کانال

می‌باشد. ما در ابتدا حرکت یک ذره متحرک را در حضور ذره ثابت دوم مورد مطالعه قرار می‌دهیم. ذره ثابت در مرکز کانال قرار گرفته است و ذره دوم در موقعیت‌های مختلف در حالت تعادلی رها می‌شود. هر دو ذره دارای قطر برابر $D = 2R$ هستند و عرض کانال و طول کانال به ترتیب برابر $W = 4D$ و $L = 5W$ می‌باشد که تغییر در این پارامترها باعث تغییر در رفتار کلی ذرات در کانال نخواهد شد. ناحیه محاسباتی شامل 400×80 واحد شبکه بولتزمن می‌باشد. به‌طور کلی ذره دوم می‌تواند در موقعیت‌های مختلفی نسبت به ذره اول قرار گیرد اما ما در اینجا بر روی دو حالت تمرکز می‌کنیم: در حالت اول هر دو ذره بر روی خط مرکزی کانال قرار گرفته‌اند ($ly1 = ly1 = 0$) اما در حالات مختلف دارای فواصل متفاوت (lx) از یکدیگر هستند و در حالت بعدی، ذره دوم در موقعیت اولیه دارای فواصل متفاوتی نسبت به محور افقی (ly) هستند اما فاصله افقی آن‌ها از یکدیگر (lx) ثابت است. برای حالتی که دایره ثابت در مرکز کانال قرار گرفته است، شماتیک این ذره در شکل ۵-۱۸ نشان داده شده است. در حالت اول مراکز ذرات ثابت و متحرک در فواصل $\pm lx/2$ از مرکز کانال و $ly1 = ly1 = 0$ قرار گرفته‌اند. نتایج برای یک حالت $Rep = 0.75$ در شکل نمایش داده شده است. همان‌طور که شکل ۵-۱۹ مشاهده می‌کنید، اگرچه مرکز کانال یک نقطه پایدار برای ذره منفرد می‌باشد، حضور یک ذره در همسایه این ذره متحرک باعث ناپایداری مرکز کانال می‌شود. وقتی که ذره متحرک در فاصله‌ای نزدیک به ذره ثابت رها می‌شود، ابتدا در راستای جریان نیمه پایینی کانال به سمت پایین کشیده شده و به نقطه‌ی پایداری در فاصله‌ای دور از مکان اولیه خود هدایت می‌شود. همان‌طور که در شکل ۵-۱۹ مشاهده می‌کنید، با افزایش فاصله اولیه دو ذره از هم، موقعیت تعادلی نهایی ذره متحرک به مکان اولیه آن نزدیک می‌شود.



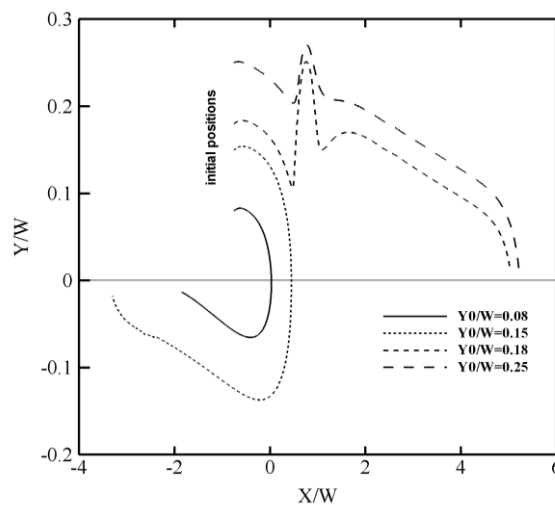
شکل ۱۹-۵- مسیر حرکت یک ذره صلب متحرک که از مرکز کانال رها شده در حضور ذره صلب ثابت مستقر در مرکز کانال و $Re_p = 0.75$. در این نمودار ۴ موقعیت طولی اولیه برای ذره متحرک در نظر گرفته شده است.



شکل ۲۰-۵- طول ناحیه ناپایدار بر حسب عدد رینولدز برای ذره متحرکی که در همسایگی یک ذره ثابت قرار گرفته است

بنابراین، زمانی که دو جسم در مرکز کانال قرار داده شده‌اند، ناحیه‌ای ناپایدار وجود دارد که باعث انتقال ذره به ناحیه پایدار دیگری می‌شود. اگر اثر عدد رینولدز را بر طول این ناحیه ناپایدار ($l_{critical}$) مورد مطالعه قرار دهیم، دیده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز طول این ناحیه کاهش پیدا می‌کند (شکل ۲۰-۵).

در حالت دوم، ما ذره متحرک را در فواصل عرضی l_y مختلف و فاصله طولی ثابت $l_x = 1/5W$ (که این مقدار کمتر از حد بحرانی ذکر شده در شکل ۵-۲۰ است) نسبت به ذره ثابت مستقر در مرکز کانال در رینولدز $Re_p = 1/5$ رها می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۵-۲۱ مشاهده می‌کنید، اگر فاصله عرضی اولیه ذره متحرک از مرکز کانال از کم باشد، ابتدا ذره به سمت ذره ثابت جذب شده و سپس در اثر نیروی دافعه توده سیال اطراف جسم ثابت تغییر مسیر داده و درحالی‌که به سمت پایین کشیده شده به سمت چپ نیز منحرف می‌شود. در این حالت همراه با جهت جریان نیمه پایینی به نقطه‌ی تعادلی دورتر از ذره متحرک منتقل می‌شود. اگر فاصله عرضی زیاد باشد، پس از نزدیک شدن ذره متحرک به ذره ثابت نیروی دافعه در جهتی اعمال می‌شود که جسم را به سمت بالا برگشت داده و در نهایت به نقطه‌ای روی مرکز کانال در سمت راست ذره ثابت منتقل می‌شود.

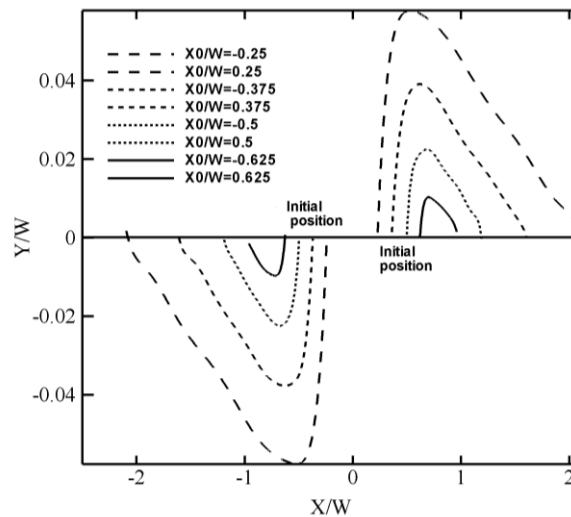


شکل ۵-۲۱- مسیر حرکت ذره صلب متحرک رها شده از ۴ موقعیت عرضی اولیه $(Y_0/W, X_0)$ در $Re_p = 1/5$ در حضور ذره صلب ثابت شده در مرکز کانال

• دو ذره متحرک

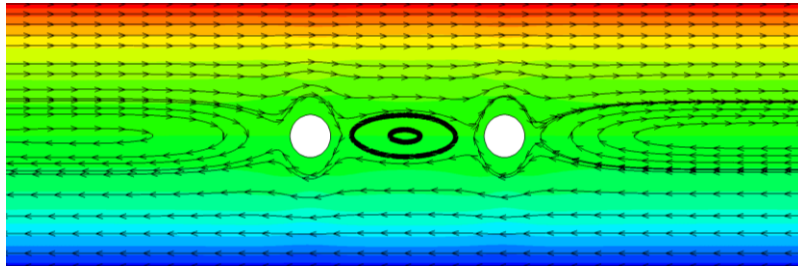
در این قسمت ما قید ذره ثابت در مرکز کانال را برداشته تا ذره به صورت آزاد منتقل شده و بچرخد. شماتیک هندسه این مسئله در شکل ۵-۱۷ نمایش داده شده است و ما دوباره بر روی دو

حالت تمرکز می‌کنیم. ابتدا ما ذرات را روی مرکز کانال را ا فواصل مختلف l_x قرار می‌دهیم و مسیر حرکت ذرات در حالات مختلف مورد مطالعه قرار می‌دهیم. مانند حالت قبل هرچه فاصله بین دو ذره کمتر باشد نیروی دافعه بیشتر بوده و ذرات به نقاط دورتر از مکان اولیه منتقل می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۵-۲۲ مشاهده می‌کنید، ذره سمت چپ ابتدا به سمت پایین کشیده شده و سپس همراه در جهت جریان به سمت چپ منتقل می‌شود. همین‌طور ذره سمت راست رفتار آینه‌ای نسبت به ذره سمت چپ دارد.

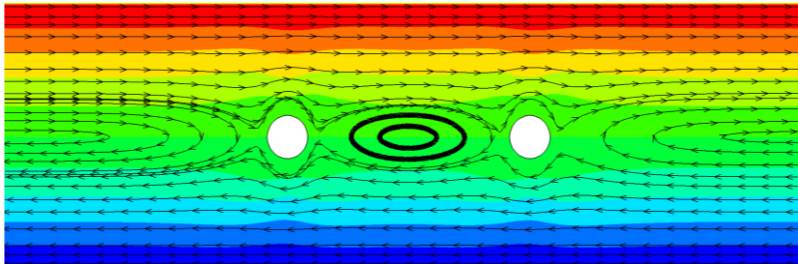


شکل ۵-۲۲- حرکت دو ذره صلب متحرک رها شده از روی خط مرکزی کانال در $Re_p = 0.75$. موقعیت‌های اولیه ذرات در ۴ حالت مختلف $(X_0, 0)$ در شکل قابل مشاهده است.

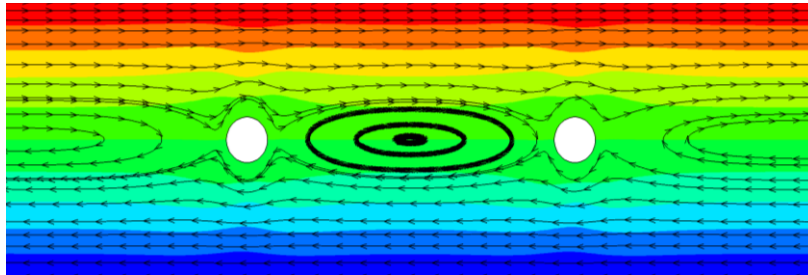
شکل ۵-۲۳ خطوط جریان ایجاد شده به واسطه حرکت دو جسم در جریان برشی را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، زمانی که دو جسم بر روی خط مرکزی کانال قرار گرفته‌اند، ناحیه‌ی چرخشی بین دو جسم ایجاد شده که باعث ایجاد نیروی دافعه می‌شود. این نیروی دافعه با افزایش فاصله دو جسم کاهش پیدا می‌کند. نکته‌ی دیگر که در این شکل قابل‌نمایش هست، وجود ادامه خطوط جریان سمت چپ کانال در سمت راست کانال است که بر صحت ایجاد مرز پریودیک دلالت دارد.



(الف)



(ب)



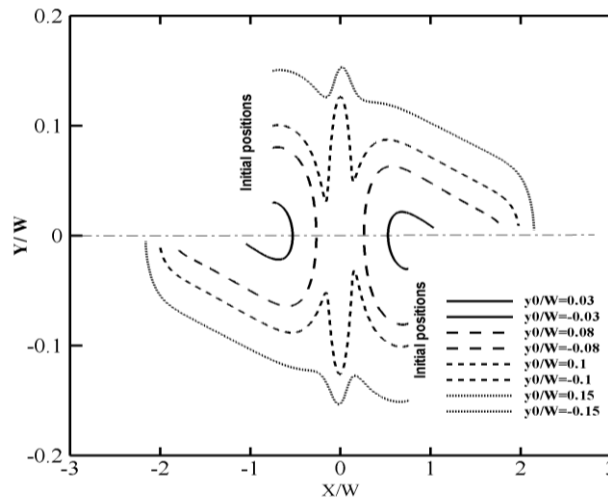
(ج)

شکل ۵-۲۳- خطوط جریان ایجاد شده به واسطه رهایی دو ذره در همسایگی یکدیگر و روی خط مرکزی کانال برای سه

حالت: (الف) $l_x = 0.75W$ ، (ب) $l_x = 1.5W$ ، (ج) $l_x = 2W$

در حالت بعدی، دو ذره در حالت $l_x = 1.5W$ ثابت و l_y متغیر قرار می‌گیرند. همان‌طور که در شکل ۵-۲۴ مشاهده می‌کنید، اگر l_y کوچک باشد، ذرات در حرکت آینه‌وار تحت اثر جریان برشی به سمت یکدیگر جذب شده سپس با نزدیک شدن دو ذره به یکدیگر نیروی دافعه افزایش یافته و ذره‌ها را در خلاف مسیر قبلی هدایت می‌کند. اگر l_y بزرگ‌تر شود، ذرات باز هم در یک حرکت آینه‌وار همراه با جریان برشی به سمت مرکز کانال هدایت شده تا اینکه با نزدیک شدن ذرات به یکدیگر تحت اثر نیروی دافعه از هم فاصله گرفته و در نهایت دوباره همراه با جهت جریان برشی به سمت مرکز کانال

حرکت می کنند.



شکل ۵-۲۴- مسیر حرکت دو ذره صلب در ۴ موقعیت عرضی اولیه به صورت $(\pm 0.75W, Y0)$ در $Re_p = 0.75$

۵-۲-۳-۲ شبیه سازی حرکت همسایه وار دو ذره الاستیک در جریان برشی و

مقایسه آن با حالت صلب

در این قسمت اندرکنش همسایه ای دو ذره الاستیک در جریان برشی را مورد مطالعه قرار می دهیم. هدف از این بخش مقایسه رفتار ذره الاستیک در یک جریان ذره ای با حالت صلب است. در اینجا با معرفی عدد بی بعد کپیلاری به صورت نسبت نیروی ویسکوز به نیروی الاستیک، لزوم تبدیل واحد از مقیاس بولتزمن به مقیاس فیزیکی را از بین برده و امکان مقایسه ای منطقی و منصفانه از رفتار جسم الاستیک در برابر سیال را ایجاد می کنیم. عدد بی بعد کپیلاری Ca به شکل زیر تعریف می شود:

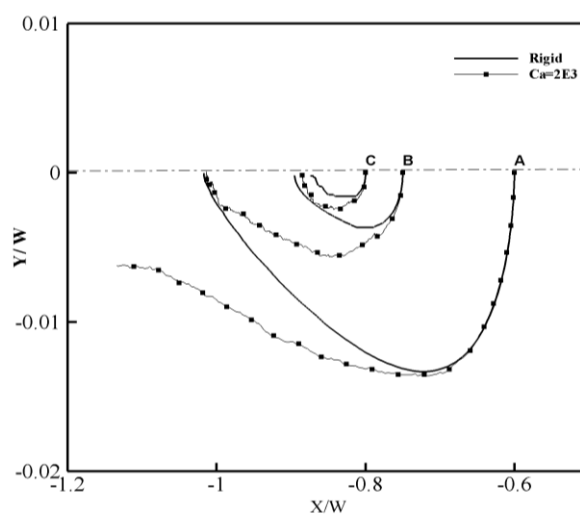
$$Ca = \frac{G_s}{\mu_f \dot{\gamma}} \quad (۱۲-۵)$$

که G_s و μ_f به ترتیب ویسکوزیته دینامیکی و مدول برشی را نشان می دهند. ذکر این نکته

مهم است که در این قسمت تعریف عدد کپیلاری اندکی با قسمت مربوط به جریان عبوری از روی یک صفحه تغییر شکل پذیر تفاوت دارد. در این قسمت به جای مدول یانگ از مدول برشی جسم جامد استفاده شده است.

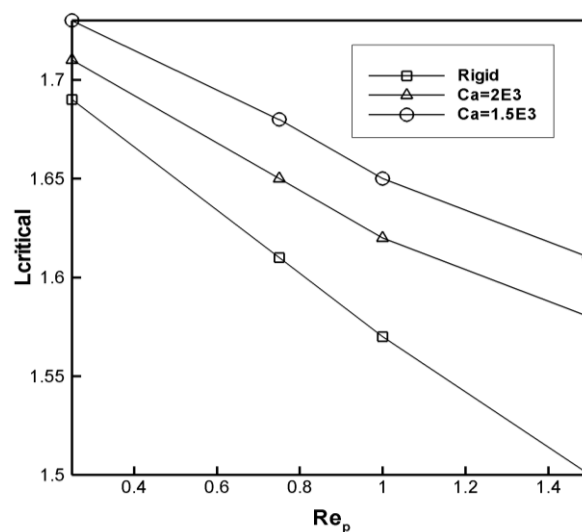
در این بخش به منظور افزایش تأثیر کاهش صلبیت ذرات در جریان برشی به جای دو ذره توپری دایروی از دو حلقه یا دایره توخالی با شعاع داخلی $r_i = 0.7R$ استفاده شده است. همانند حالت صلب، دو ذره دارای قطر برابر $D = 2R$ و عرض و طول کانال به ترتیب برابر $W = 4D$ و $L = 5W$ می باشد. طول شبکه فنر برابر $\Delta x_{ISM} = 0.5$ است که این مقدار با توجه به آزمون رزولوشن شبکه فنر برای یک ذره دایروی توپر مستقر در مرکز کانال انتخاب شده است. در این بخش در همه نتایج با معرفی پارامتر کپیلاری به طور مقایسه ای نتایج با حالت صلب مقایسه می شود.

در قسمت اول دو جسم بر روی مرکز کانال قرار گرفته و در فواصل افقی مختلف l_x مسیر حرکت آن ها با حالت صلب مقایسه می شود. همان طور که در شکل ۵-۲۵ مشاهده می کنید، زمانی که جسم تغییر شکل پذیر می شود ($Ca = 2E3$)، جسم تغییر شکل پذیر به نقاطی دورتر نسبت به حالت صلب منتقل می شود.



شکل ۵-۲۵- مقایسه مسیر حرکت یک ذره صلب و الاستیک متحرک که از خط مرکزی کانال رها شده در حضور ذره صلب ثابت مستقر در مرکز کانال و $Re_p = 0.75$. نقاط A، B و C نقاط رهایی ذرات هستند

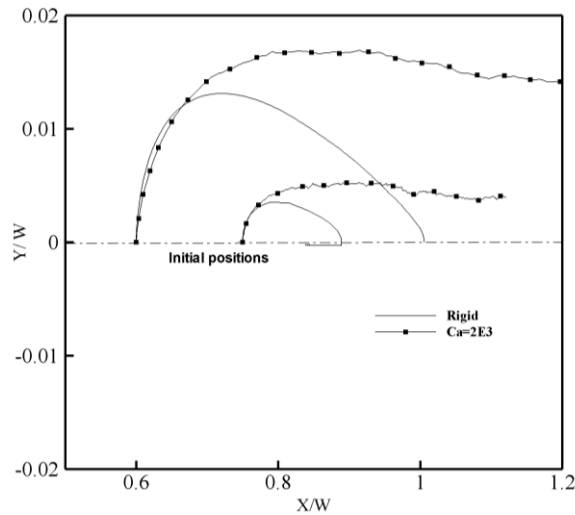
بنابراین با توجه به نتایج شکل بالا می‌توان گفت که در موقعیت برابر برای دو جسم صلب و الاستیک، طول ناحیه ناپایدار ($l_{critical}$) برای جسم الاستیک بزرگ‌تر از این طول برای حالت صلب است. در شکل ۵-۲۶ طول ناحیه ناپایدار برحسب رینولدز در $Ca = 1.5E3$ و $Ca = 2E3$ با حالت صلب مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، اختلاف بین طول ناحیه پایدار در دو حالت صلب و الاستیک با افزایش عدد رینولدز بیشتر می‌شود.



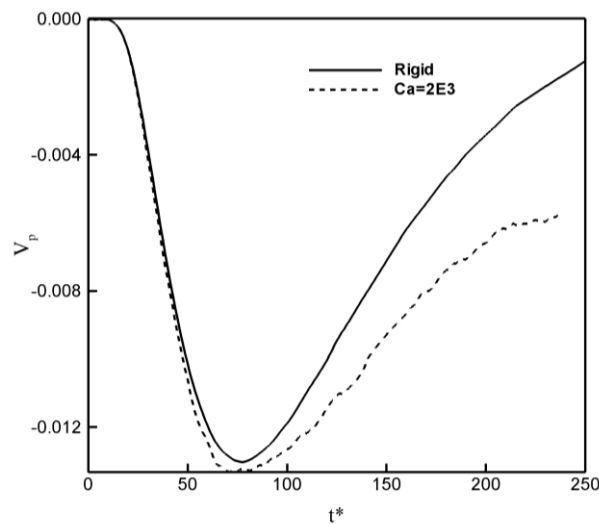
شکل ۵-۲۶- طول ناحیه پایدار برای ذره در سه حالت صلب، $Ca = 1.5E3$ و $Ca = 2E3$ برحسب عدد رینولدز

در قسمت بعدی تأثیر کاهش صلبیت جسم را بر مسیر حرکت ذرات برای حالتی که دو جسم متحرک و در مرکز کانال قرار گرفته‌اند، مورد مطالعه قرار خواهیم داد. در این حالت دو جسم در فواصل مختلف l_x نسبت به یکدیگر قرار می‌گیرند و مسیر حرکت آن‌ها هم در حالت صلب و هم در حالت تغییر شکل پذیر نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل ۵-۲۷ مشاهده می‌کنید، در حالت تغییر شکل پذیر، نقطه تعادلی دوم به نقطه‌ای دورتر از حالت صلب نسبت به مکان اولیه منتقل می‌شود. مسیر حرکت برای ذره سمت راست نمایش داده شده است. وقت دو جسم در جریان برشی بر روی خط مرکزی در مجاورت یکدیگر قرار گرفته‌اند، نیروی دافعه‌ای بین آن‌ها ایجاد می‌شود. بخشی از این

نیروی دافعه در جسم تغییر شکل پذیر صرف تغییر شکل ذره شده و بخشی از آن جهت تغییر سرعت خطی و زاویه‌ای ذره می‌شود. به دلیل تغییر شکل و در نتیجه تغییر ممان دوم جسم مسیر حرکت ذره تغییر خواهد کرد که در این مورد باعث کاهش نیروی وارد شده به جسم در راستای Y می‌شود. بنابراین مدت زمان برگشت به مرکز کانال نیز افزایش پیدا خواهد کرد.



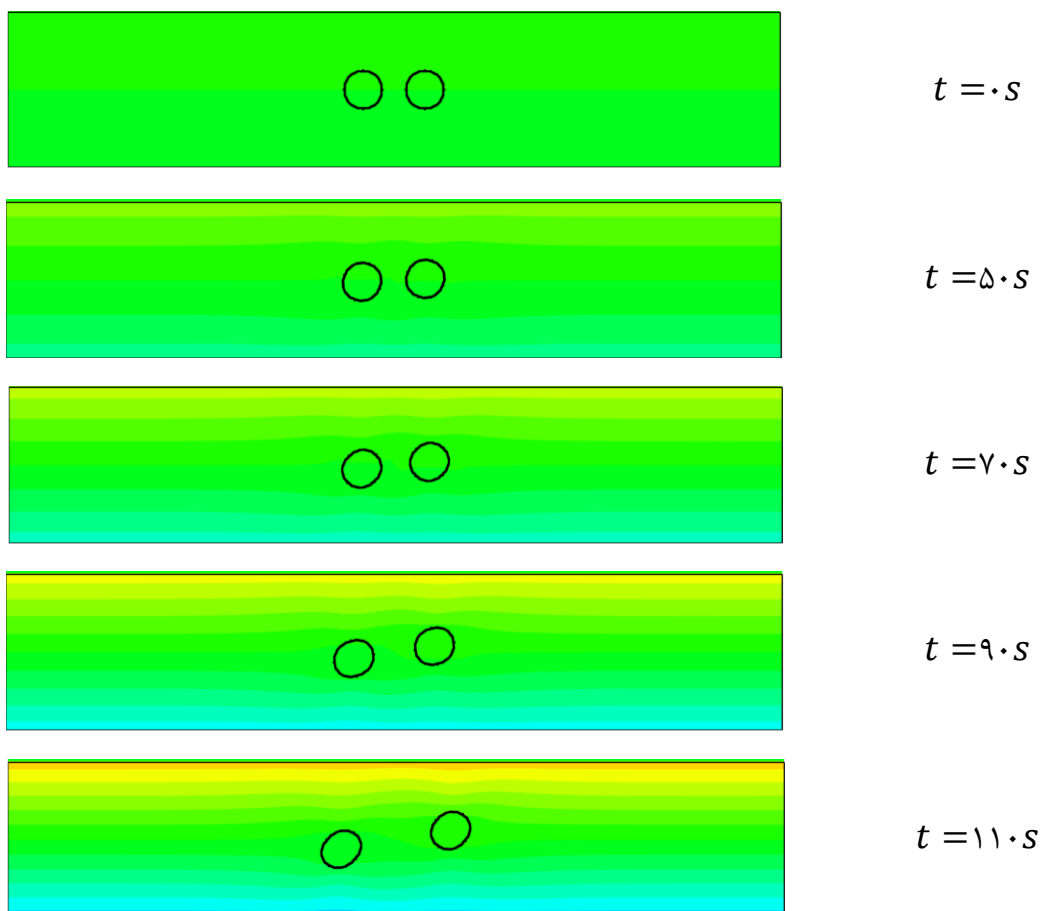
شکل ۵-۲۷- حرکت ذره رهاشده از خط مرکزی کانال (سمت راست مرکز) در دو حالت صلب و الاستیک در $Re_p = 0.175$ و در حضور ذره متحرک دیگر که در نقطه‌ای متقارن نسبت به مرکز کانال (سمت چپ مرکز) رها می‌شود

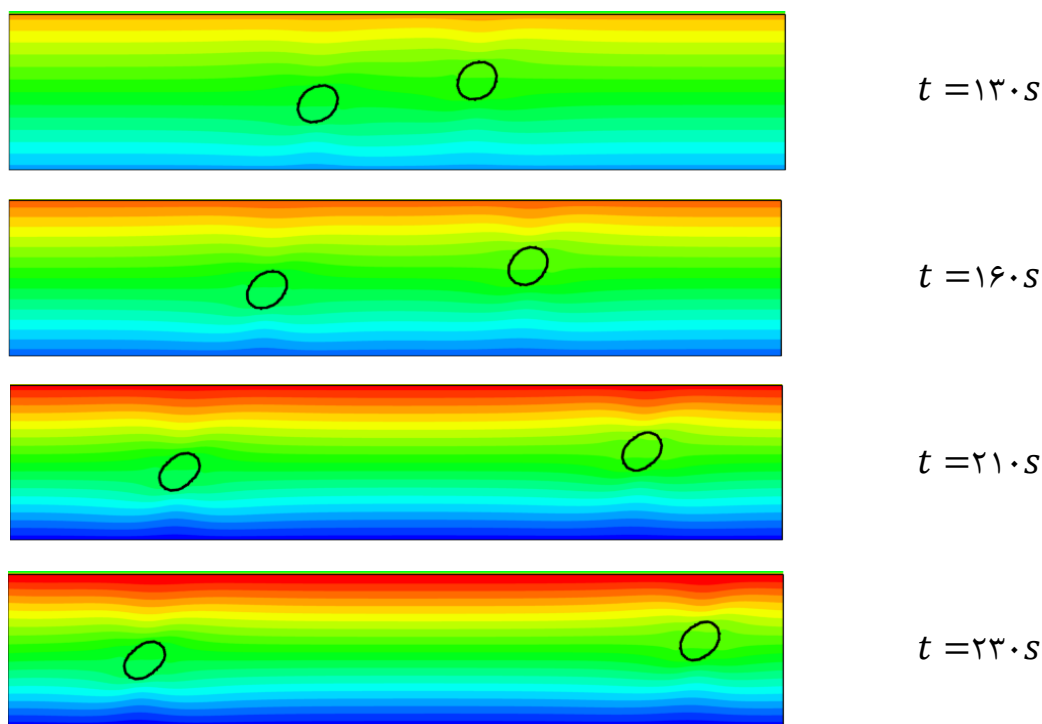


شکل ۵-۲۸- سرعت عرضی ذره متحرک رهاشده از روی خط مرکزی در سمت چپ مرکز کانال برحسب زمان در حضور ذره متحرک دیگر که در سمت راست مرکز کانال قرار دارد

شکل ۵-۲۸ سرعت بی‌بعد عرضی V_p برای ذره سمت چپ را برحسب زمان بی‌بعد $t^* = tW/U_w$ در موقعیت $l_x = 1/2W$ و در دو حالت صلب و تغییر شکل پذیر با هم مقایسه می‌کنند. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، با در نظر گرفتن شکل ۵-۲۷، در ابتدا سرعت‌ها با هم برابر بوده و سپس در زمان $t^* = 59$ نمودار سرعت‌ها در دو حالت صلب و تغییر شکل پذیر از هم فاصله می‌گیرند. در واقع علت تغییر مسیر حرکت ذره در دو حالت بالا بودن مقدار منفی سرعت V_p در نقطه جدایش است.

شکل ۵-۲۹ نیز حرکت دو ذره تغییر شکل پذیر در $l_x/W = 0.4$ را در بستر جریان برشی در طی زمان نمایش می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، دو جسم الاستیک رفتار متفاوتی بعد از گذشت زمان نسبت به جسم صلب از خود نشان می‌دهند.

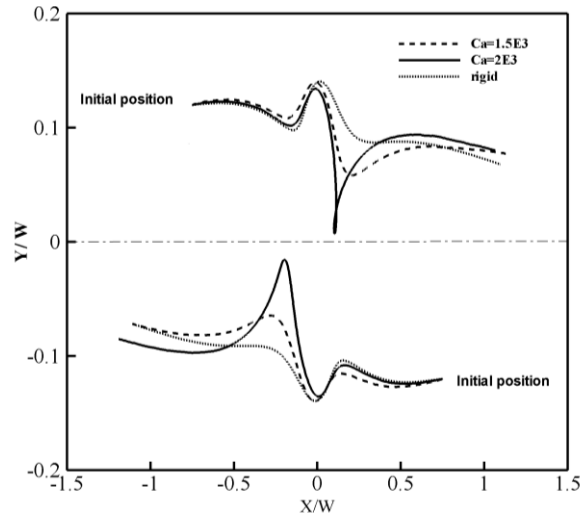




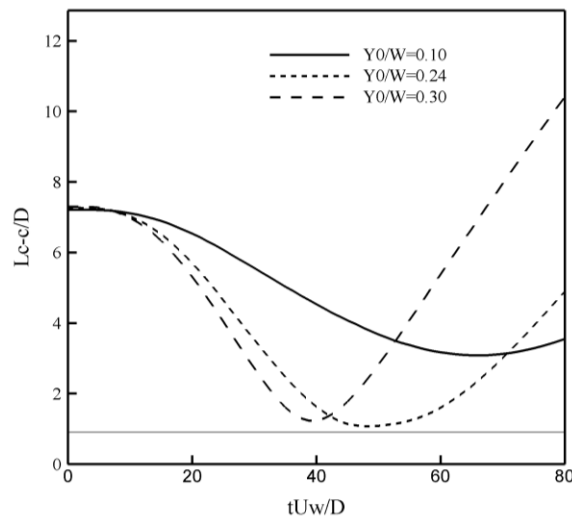
شکل ۵-۲۹- حرکت دو ذره الاستیک دایروی در جریان برشی زمانی که از موقعیت اولیه روی خط مرکزی کانال به فاصله $l_x/W = 0.4$ از هم رها می‌شوند.

در قسمت بعدی، همانند حالت صلب حرکت عرضی دو جسم تغییر شکل‌پذیر را در کپیلاری‌های مختلف مورد مطالعه قرار می‌دهیم. هندسه مساله همانند موارد قبل می‌باشد. در ابتدا نقش عدد کپیلاری در تغییر مسیر حرکت ذرات را نشان می‌دهیم. به این منظور، زمانی که ذرات در موقعیت‌های اولیه $l_x/W = 1/5$ و $l_y/W = \pm 0.12$ قرار گرفته‌اند، در سه حالت صلب، $Ca = 2E3$ و $Ca = 1.5E3$ مورد مطالعه قرار می‌گیرند. شکل ۵-۳۰ مسیر حرکت را در این سه حالت نشان می‌دهد. در ابتدا، ذرات در حالت صلب پیرو حرکت جریان برشی به سمت یکدیگر (مرکز کانال) جذب شده و با نزدیک شدن به یکدیگر نیروی دافعه بر نیروی جاذبه غلبه کرده و دو ذره از مرکز کانال فاصله می‌گیرند. در نهایت و بار دیگر دو ذره در مسیر جریان برشی به سمت مرکز جذب می‌شوند. نکته قابل ذکر این است که با کاهش صلبیت و کاهش عدد کپیلاری، دو ذره الاستیک نسبت به حالت صلب، نفوذ بیشتری به سمت مرکز کانال کرده و بیشتر به هم نزدیک می‌شوند. علت این مسئله این است که با کاهش صلبیت ذرات، بخشی از انرژی نیروی دافعه صرف تغییر پیکربندی جسم شده و با کاهش بیشتر کپیلاری، این سهم از انرژی افزایش پیدا می‌کند. تا حدی که برای حالت

دو ذره بسیار به یکدیگر نزدیک می‌شوند. در شکل ۳۱-۵ فاصله بین مراکز این دو ذره $Ca = 1.5E3$ ، برحسب زمان برای سه نقطه رهایی نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید ذرات به هیچ‌وجه به یکدیگر برخورد نمی‌کنند.

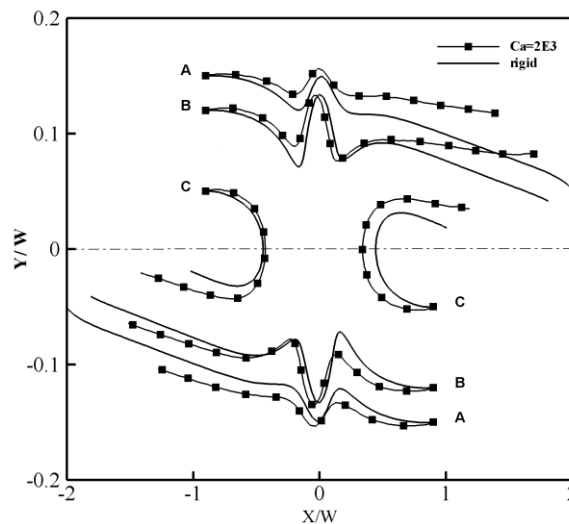


شکل ۳۰-۵- نمایش تغییر مسیر حرکت دو ذره متحرک با کاهش صلبیت آن‌ها در ۳ حالت صلب، $Ca = 1.5E3$ و $Re_p = 0.75$ و $Ca = 2E3$



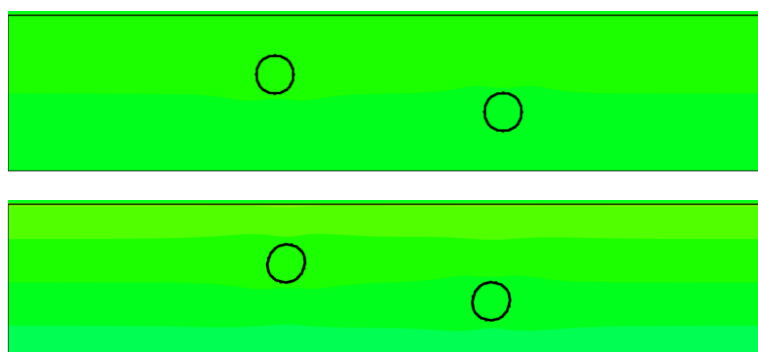
شکل ۳۱-۵- فاصله بین مراکز دو ذره متحرک برحسب زمان در $Ca = 1.5E3$ و $Re_p = 0.75$ در سه نقطه رهایی مختلف

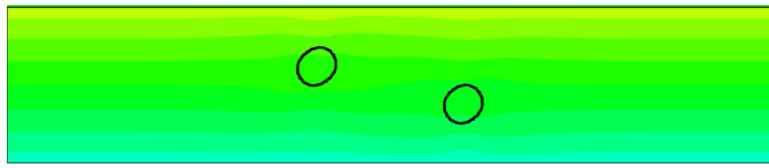
شکل ۵-۳۲ نیز مسیر حرکت ذرات را با تغییر فاصله اولیه ذرات از محور افقی در دو حالت صلب و تغییر شکل پذیر نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با الاستیک شدن ذرات، در مسیر حرکت آن‌ها تغییر محسوسی ایجاد می‌شود. بازهم همانند حالت صلب نمایان است که با کاهش فاصله اولیه از مرکز کانال، ذرات به جهتی خلاف جهت راستای سرعت اولیه آن‌ها هدایت می‌شوند.



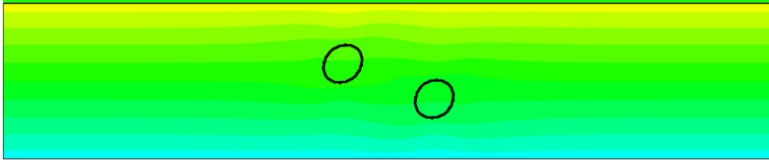
شکل ۵-۳۲- مسیر حرکت دو ذره متحرک در دو حالت صلب و الاستیک در ۳ موقعیت عرضی اولیه به صورت $(\pm 0.9W, Y_0)$ در $Re_p = 0.75$. نقاط A، B و C نقاط رهایی ذرات هستند

جهت درک بیشتر، برای $Ca = 1.5E3$ ، نحوه حرکت ذرات در زمان‌های مختلف و در کانال حاوی جریان برشی در شکل ۵-۳۳ نمایش داده شده است. دو ذره در حالت اولیه از نقاط رها می‌شوند. همانطور که مشاهده می‌کنید، دو ذره زمانی که به یکدیگر نزدیک می‌شوند دارای بیشترین تغییر شکل است که علت آن افزایش نیروی دافعه بین ذرات است.

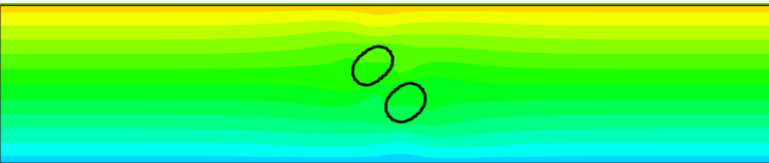




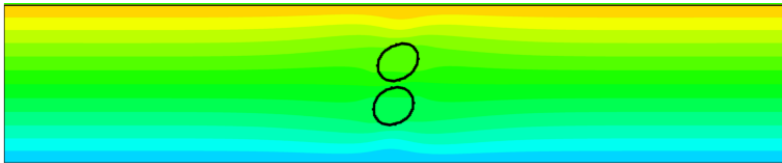
$t = 7.0s$



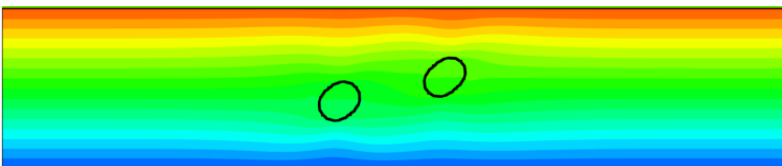
$t = 9.0s$



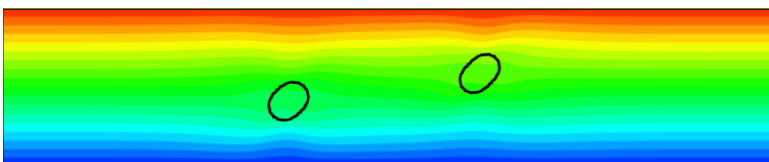
$t = 11.0s$



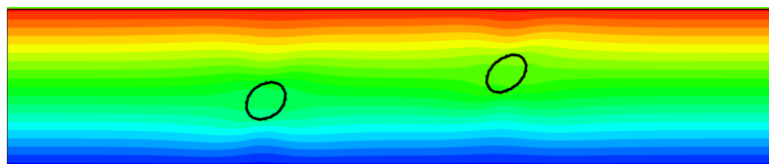
$t = 13.0s$



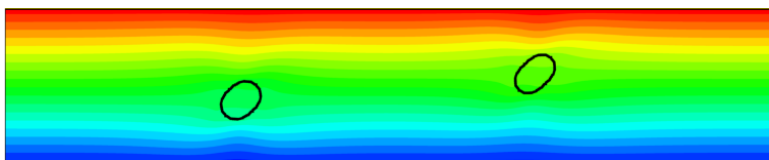
$t = 16.0s$



$t = 19.0s$



$t = 20.0s$



$t = 21.0s$

شکل ۵-۳۳- حرکت عرضی دو ذره الاستیک دایروی در جریان برشی

۶ فصل ششم

نظریه برخورد المان گسسته^۱ (DEM)

^۱ Discrete element method

۶-۱ مقدمه

به منظور پیش‌بینی دقیق رفتار ذرات غوطه‌ور در جریان، باید یک پیش‌زمینه اساسی در مورد انواع روش‌های برخورد ذرات و نقاط ضعف و قوت آن‌ها داشته باشیم. تئوری کلاسیک و قدیمی لوبریکاسیون^۱ نیرویی متناسب با عکس فاصله بین دو ذره تعریف می‌کند؛ بنابراین با کاهش فاصله ذرات، این نیرو به سمت بی‌نهایت میل کرده که مانع لمس کردن ذرات می‌شود. به‌طور کلی، هیچ نوع فرمول و روش عددی برای تحلیل فاصله بسیار باریک‌بین ذرات وجود ندارد [۶۶]؛ بنابراین به مدل‌های دیگری جهت شبیه‌سازی برخورد نیاز است.

داویس [۶۹] یک مدل غلتشی - لغزشی^۲ و غلتشی - چرخشی^۳ برای حرکت کره‌های چسبان به یکدیگر ارائه کرد و نشان داد که مدل غلتشی - لغزشی دارای تطابق بیشتری با نتایج تجربی هست. اوایل و همکارانش [۶۷، ۷۰] از مدل غلتش - لغزشی برای مطالعه برخورد دو کره مغروق در سیال استفاده کردند. ژانر و همکارانش [۶۸] برخورد یک کره به کره ثابت دیگر را در جریان آرام بررسی کردند. این و همکارانش [۷۱] با استفاده از روش شبکه بولتزنم برخورد الاستیک بین دو سیلندر دایروی را در جریان ویسکوز مورد مطالعه قرار دادند. مطالعات قبلی نشان می‌دهد ذرات هیچ‌گونه برخوردی با یکدیگر نخواهند داشت و محاسبه نیروی برخورد زمانی آغاز می‌شود که فاصله بین دو ذره از یک مقدار بحرانی کمتر شود. به‌منظور شبیه‌سازی صحیح برخورد دو ذره صلب این مقدار بحرانی برابر اندازه یک واحد المان شبکه باشد که توسط گلووینسکی و همکاران [۷۲] گزارش شده است. اردکانی و همکاران [۷۳] مدلی پیشنهاد کردند که در آن سرعت ذرات در حین برخورد تغییری پیدا نکرده و نیروی برخورد یکجا و بدون در نظر گرفتن میزان نفوذ ذرات به هم حساب می‌شود. آن‌ها با این روش توانستند ناپایداری‌های عددی موجود در روش‌های قبلی را کاهش دهند. گلووینسکی و همکارانش [۷۴] با ارائه مدلی تحت عنوان روش المان گسسته (DEM) اجازه دادند تا دو ذره در

¹ Lubrication theorem

² Roll/slip model

³ Roll/rotate model

یکدیگر نفوذ کنند و نیروی محاسبه شده به صورت تابعی از میزان فرورفتگی ذرات در یکدیگر محاسبه می‌شد. همچنین در روش آن‌ها هیچ‌گونه محدودیتی برای شکل ذره وجود ندارد. بحث‌های اولیه این روش توسط کوندال و استراک در سال ۱۹۷۹ [۷۵] مطرح شد. ما در این مطالعه جهت شبیه‌سازی برخورد ذرات از این روش استفاده خواهیم کرد. بخش اعظم استراتژی ذکر شده در ادامه این قسمت مربوط به کار واچس و همکارانش است [۷۶, ۷۷]. در این مطالعه برای نخستین بار روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن با روش المان گسسته ترکیب و برای شبیه‌سازی جریان‌های حاوی ذرات به کار می‌رود.

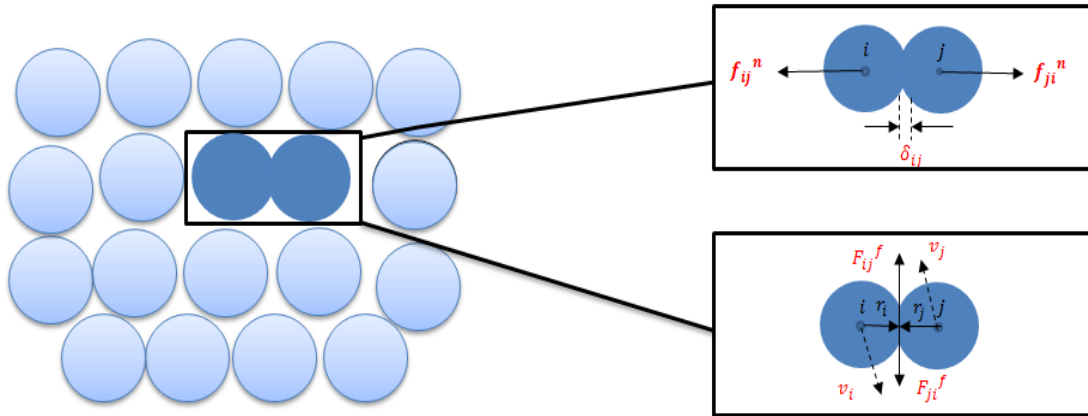
۶-۲ مدل عددی برخورد

به‌طور کلی دو نوع مدل کره سخت^۱ و کره نرم^۲ برخورد در تحلیل جریان‌های ذره‌ای وجود دارد [۷۸]. در مدل کره سخت نیروی برخورد دقیقاً در لحظه سایش دو ذره اعمال شده و هیچ‌گونه فرورفتگی در نظر گرفته نمی‌شود؛ اما در مدل کره نرم به دو جسم اجازه داده می‌شود تا حدی در یکدیگر رسوخ کرده و نیروی برخورد به صورت تابعی از این فرورفتگی محاسبه می‌شود. در این قسمت از روش دوم برای محاسبه نیروی اندرکنش بهره گرفته شده است. مدل‌های مختلفی از برخورد روش المان گسسته‌ی کره نرم در مقالات گوناگون ارائه شده است که ما در اینجا از پرکاربردترین آن‌ها که مربوط به کار پیترز و همکارش هست [۷۹] استفاده خواهیم کرد. در این قسمت، هدف ما ارائه یک روش پیشنهادی جهت اعمال نیروی برخورد برای اشکال دایروی و غیر دایروی هست، بنابراین مدل ساده و قدیمی هوکین^۳ را جهت محاسبه نیروی برخورد اتخاذ کرده‌ایم. طبق این مدل که در شکل ۶-۱ مشاهده می‌کنید، نیروی برخورد کلی که ذره j به ذره i وارد می‌کند $(F_C^{j \rightarrow i})$ ، به چند نیروی مختلف تقسیم می‌شود [۷۷]:

¹ Hard-sphere model

² Soft sphere model

³ Hookean



شکل ۶-۱- شماتیک انواع نیروهای حاصل از برخورد

- نیروی عمودی بازگرداننده^۱ هوکین (شکل ۶-۲- الف):

این نیرو تابعی خطی از میزان فرورفتگی دو جسم درهم است و انرژی دو جسم را حین برخورد تلف نمی‌کند.

$$F_{res,n}^{j \rightarrow i} = -k_n \delta_{ij} n_{ij} \quad (۱-۶)$$

که k_n ضریب سختی عمودی، δ_{ij} میزان نفوذ ذرات و n_{ij} بیانگر بردار یکه عمودی در محل فصل مشترک دو جسم که در اینجا به‌عنوان نقطه برخورد شناخته می‌شود، می‌باشد. بردار یکه نرمال برابر است با برداری عمود بر بردار مماس در نقطه برخورد. منظور از بردار مماس، برداری است که بر فصل مشترک ایجادشده بر اثر نفوذ دو ذره در هم مماس است. نحوه یافتن فصل مشترک و نقطه برخورد در اشکال مختلف (نظیر دایره- دایره، مربع- دایره، مربع- مربع و...) به شیوه‌های گوناگون در مقالات مختلف بیان شده است [۷۷، ۸۰-۸۲]. در این مطالعه که هدف برخورد ذرات دایروی است، نقطه برخورد r_c^{ij} و بردار عمود n_{ij} به شکل زیر تعریف می‌شود:

^۱ Restoring force

$$r_c^{ij} = \frac{r_i + r_j}{2} \quad (۲-۶)$$

$$n_{ij} = \frac{r_j - r_i}{|r_j - r_i|} \quad (۳-۶)$$

که r_i و r_j به ترتیب مرکز ذرات i و j را نشان می دهد.

• نیروی عمودی مستهلک کننده (شکل ۲-۶-الف)

این نیرو تابعی خطی از سرعت نسبی عمودی بین دو ذره برخوردکننده بوده که انرژی ذرات را در حین برخورد تلف می کند. در واقع انرژی جنبشی قبل از برخورد کمتر از انرژی جنبشی بعد از برخورد می شود.

$$F_{damp,n}^{j \rightarrow i} = -2\gamma_n m_{ij} U_{ij}^n \quad (۴-۶)$$

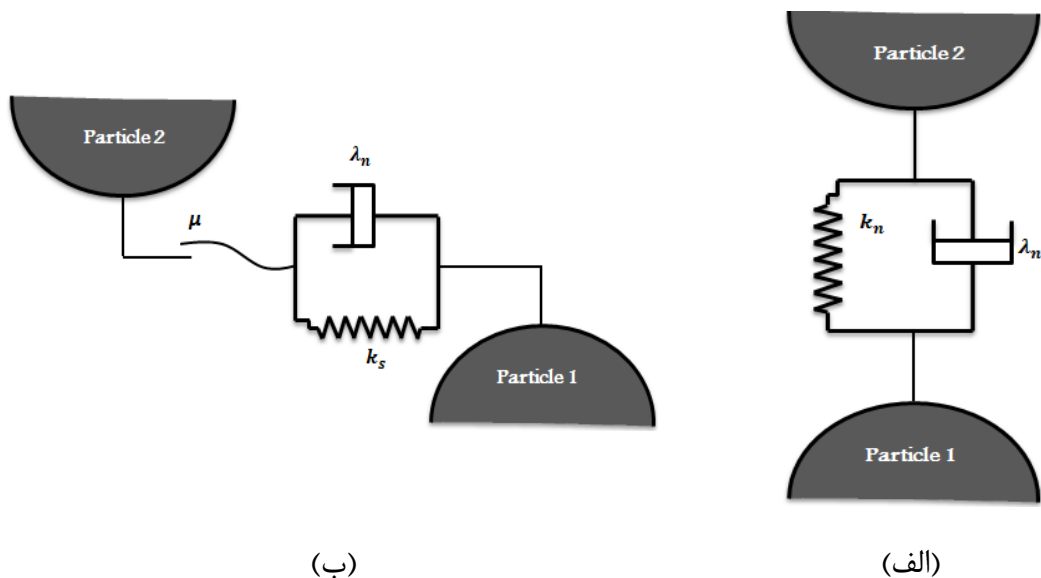
که γ_n ضریب استهلاک دینامیکی نرمال تعریف می شود. $m_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$ برابر جرم کاهش یافته

ذرات i و j و U_{ij}^n که سرعت نسبی نرمال بین دو ذره بوده به شکل زیر قابل محاسبه است:

$$U_{ij}^n = [(U_i - U_j) \cdot n_{ij}] n_{ij} \quad (۵-۶)$$

که U_i و U_j به ترتیب سرعت مرکز ذرات i و j را نشان می دهد.

بنابراین نیروی عمودی کلی حاصل از برخورد برابر است با:



شکل ۲-۶- شماییک (الف) نیروهای عمودی الاستیک و غیر الاستیک و (ب) نیروهای مماسی الاستیک و غیرالاستیک

• نیروی مماسی (شکل ۲-۶- ب)

نیروی مماسی برخورد بین دو ذره می تواند به دو رژیم مختلف دسته بندی شود: (۱) نیروی چسبندگی که در آن هیچ گونه جابجایی نسبی بین دو ذره در محل نقطه برخورد وجود ندارد و دو ذره در جهت خلاف یکدیگر به صورت قفل شده در نقطه برخورد به یکدیگر نیروی مماسی وارد می کنند. (۲) نیروی لغزشی که در آن دو جسم بر روی یکدیگر می لغزند. ذکر این نکته در مورد نیروی برخورد چسبنده مهم است که این نیرو به دلیل نیروی مقاوم حاصل از فرورفتگی عرضی دو جسم در یکدیگر ایجاد شده و مانند نیروی عمودی از مجموع دو نیروی مماسی بازگرداننده و مستهلک کننده به وجود می آید. در واقع می توان نوشت:

$$F_{st}^{j \rightarrow i} = -k_t \varepsilon t_{ij} - 2\gamma_t m_{ij} U_{ij}^t \quad (7-6)$$

که به k_t و γ_t ترتیب برابر ضریب سختی مماسی و ضریب استهلاک دینامیکی مماسی هستند. میزان جابجایی نسبی بین مرکز دو ذره را نشان می دهد که طبق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\varepsilon = \int_0^{T_c} U_{ij}^t dt \quad (۸-۶)$$

که مدت زمان برخورد را نشان می‌دهد. در واقع این انتگرال از زمان شروع برخورد ($t = 0$) تا پایان برخورد ($t = T_c$) را شامل می‌شود. U_{ij}^t نیز به شکل زیر قابل بیان می‌باشد:

$$U_{ij}^t = U_{ij} - U_{ij}^n \quad (۹-۶)$$

t_{ij} برابر بردار یک مماسی است که می‌توان به صورت $\frac{U_{ij}^t}{|U_{ij}|}$ تعریف کرد. برای نیروی لغزشی که همان نیروی اصطکاک دو ذره بر روی یکدیگر است، می‌توان این‌گونه نوشت:

$$F_{sl}^{j \rightarrow i} = -\mu |F_{res,n}^{j \rightarrow i}| t_{ij} \quad (۱۰-۶)$$

باید بدانیم که نیروی مماسی حاصل از برخورد یا برابر نیروی چسبندگی است یا برابر نیروی لغزشی و نه هر دو. در واقع می‌توان نوشت:

$$F_t^{j \rightarrow i} = \min(|F_{st}^{j \rightarrow i}|, |F_{sl}^{j \rightarrow i}|) \quad (۱۱-۶)$$

معمولاً در ابتدای برخورد نیروی چسبنده دارای مقدار کمتر از نیروی لغزشی است، بنابراین نیروی مماسی به صورت نیروی چسبندگی اعمال می‌شود. سپس با افزایش پیشروی و افزایش نیروی چسبندگی، نیروی اصطکاک دارای مقداری کمتر شده و بنابراین نیروی مماسی به صورت نیروی اصطکاک پیدا می‌کند.

بنابراین نیروی کلی وارده به جسم i که از برخورد با ذرات مجاور خود در یک گام زمانی ایجاد

می شود برابر است با:

$$F_{c,p-p}^i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n F_{res,n}^{j \rightarrow i} + F_{damp,n}^{j \rightarrow i} + \min(|F_{st}^{j \rightarrow i}|, |F_{sl}^{j \rightarrow i}|) \quad (۱۲-۶)$$

لازم به ذکر است در برخورد دو کره با یکدیگر، یک گشتاور بر اثر وجود نیروی مماسی به جسم وارد می شود که مقدار آن برابر است با:

$$M_{c,p-p}^i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n r_c^{ij} \times F_t^{j \rightarrow i} \quad (۱۳-۶)$$

۳-۶ کنترل پارامترهای روش المان گسسته (DEM)

تاکنون روابط مربوط به نیروهای وارده به ذرات ارائه گردید که هرکدام شامل پارامترهایی هست که تنها هویت آن ها شناخته شده است و بنابراین لازم است که رابطه ای بین خواص فیزیکی ماده و این پارامترها بیان شود. طبق قانون هوک و نظریه هرتز [۷۹] و با در نظر گرفتن برخورد دو کره هم جنس با شعاع R به یکدیگر، خواهیم داشت:

$$k_n = \frac{E_Y R}{3(1 - \nu^2)} \quad (۱۴-۶)$$

که E_Y و ν برابر مدول یانگ و ضریب پواسون ذره می باشد. اگر معادله دیفرانسیل تغییرات میزان فرورفتگی دو ذره به جرم M را با صرف نظر کردن از جاذبه برحسب زمان بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + 2\gamma_n \frac{d\delta}{dt} + \omega_0^2 \delta = 0 \quad (۱۵-۶)$$

که در این معادله $\omega_0^2 = \frac{k_n}{m_{ij}}$ تعریف می شود و فرض $(t = 0, \frac{d\delta}{dt} = U_0)$ و $(t = 0, \delta = 0)$

بر مسئله حاکم می‌باشد. U_0 نیز سرعت نسبی نرمال دو ذره می‌باشد. همین‌طور ذکر این نکته مهم است که در این معادله فرض شده است که در مرحله بعد از برخورد نیز ترم ویسکوز نیرو بر ذرات اعمال می‌شود. چون اساساً برخورد یک ذره دارای مرحله رفت و برگشت می‌باشد یا به عبارت دیگر فرض شده است که ذرات در مرحله رفت به‌طور کامل مستهلک نمی‌شوند، بنابراین شرط $\omega_0 > \gamma_n$ حاکم است. بنابراین ما در اینجا با نوعی ارتعاشات میرا روبرو هستیم که حل تحلیلی آن به‌صورت زیر است:

$$\delta(t) = \frac{U_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma_n^2}} e^{-\gamma_n t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \gamma_n^2} t) \quad (16-6)$$

با استفاده از این رابطه می‌توان مدت‌زمان برخورد T_c را با فرض $(t = T_c, \delta = 0)$ محاسبه کرد:

$$T_c = \frac{\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma_n^2}} \quad (17-6)$$

همین‌طور مدت‌زمان لازم تا صفر شدن سرعت ذرات با فرض $t = T_{max}, \frac{d\delta}{dt} = 0$

قابل اندازه‌گیری می‌باشد:

$$T_{max} = \frac{1}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma_n^2}} \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma_n^2}}{\gamma_n}\right) \quad (18-6)$$

حداکثر میزان فرورفتگی دو جسم در یکدیگر با قرار دادن $t = T_{max}$ در معادله ۱۶-۶ حاصل

می‌شود:

$$\delta_{max} = \frac{U_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma_n^2}} e^{-\gamma_n T_{max}} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \gamma_n^2} T_{max}) \quad (19-6)$$

یکی از خواص مهم مواد ضریب بازگشت نرمال (e_n) است که به‌واسطه ترم مستهلک کننده نیرو ایجاد می‌شود. در واقع e_n برابر است با نسبت سرعت نسبی نرمال ذرات بعد از برخورد به سرعت نسبی ذرات قبل از برخورد که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$e_n = \left| \frac{U'_{i,n} - U'_{j,n}}{U_{i,n} - U_{j,n}} \right| \quad (۲۰-۶)$$

اگر بخواهیم معادله ۲۰-۶ را در خصوص مسئله رفت و برگشتی ذکر شده در قسمت بالا به کار ببریم، خواهیم داشت:

$$e_n = \left| \frac{\frac{d\delta}{dt}(t=T_c)}{U_0} \right| = e^{-\gamma_n T_c} = e^{-\gamma_n \frac{\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma_n^2}}} \quad (۲۱-۶)$$

همان‌طور که واضح است، زمانی که ضریب بازگشت برابر ۱ می‌شود. در واقع برخورد در راستای عمود الاستیک شده و سرعت نسبی قبل و بعد از برخورد یکی می‌شود؛ به عبارت دیگر انرژی جنبشی ثابت می‌ماند.

برای پایداری حل و دقت روش المان گسسته، گام‌های زمانی در طی برخورد باید به اندازه کافی کوچک‌تر از مدت‌زمان برخورد باشد [۷۷]. در مقالات مختلف توصیه شده است که مدت‌زمان برخورد بین ۱۰ تا ۵۰ برابر گام زمانی باشد. این بدان معنی است که بین ۱۰ تا ۵۰ گام زمانی نیاز هست تا برخورد واقعی و با دقت بالا رخ دهد [۸۳، ۸۴]. بنابراین با فرض $\gamma_n = 0$ می‌توان نوشت:

$$\Delta t = \frac{T_c}{25} = \frac{\pi}{25} \sqrt{\frac{2\pi R^2 \rho (1-v^2)}{E\gamma}} \quad (۲۲-۶)$$

بدیهی است با اضافه شدن ترم γ_n و کاهش e_n ، مدت‌زمان برخورد افزایش یافته و بنابراین گام‌های زمانی نیز افزایش پیدا می‌کنند. بنابراین با توجه به معادله ۲۱-۶ می‌توان نوشت:

$$\gamma_n = -\frac{\omega_0 \ln e_n}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e_n)^2}} \quad (۲۳-۶)$$

همان‌طور که می‌دانیم در برخورد ذرات مختلف صلب با یکدیگر، مدول یانگ و ضریب پواسون که خواص فیزیکی ذرات هستند، نباید تأثیری چشمگیری در نتایج محاسبات داشته باشند. از طرفی تعیین ضریب سختی نرمال k_n با استفاده از معادله نیازمند داشتن اطلاعاتی از جنس ماده صلب می‌باشد. واضح هست که در مطالعه شبیه‌سازی جریان‌های حاوی ذرات صلب بحثی از جنس ذرات نمی‌شود و بنابراین باید به گونه‌ای دیگر ضریب k_n را استخراج کرد.

راه حل مفیدتری و غیر وابسته به خواص فیزیکی ذرات پیشنهاد می شود که قبلاً هم به گونه ای توسط نویسندگان مختلف نظیر کلری و همکاران [۸۵، ۸۶] و واچس و همکارانش [۷۷] پیشنهاد شده است:

۱- ابتدا نسبت δ_{max}/R را تعیین می کنیم که برابر مقدار بی بعد بیشینه میزان نفوذ ذرات در یکدیگر است. مقدار R در هندسه های غیر دایروی برابر شعاع معادل است.

۲- پارامترهای فیزیکی e_n و μ را مقداردهی می کنیم. توجه شود که محدوده این پارامترها برابر $0 < e_n < 1$ و $0 < \mu < 1$ لحاظ می شود.

۳- با استفاده از پارامترهای بالا و معادلات ۶-۱۸، ۶-۱۹ و ۶-۲۳ مقادیر k_n و γ_n محاسبه می شود.

۴- $k_t = \alpha k_n$ و $\gamma_t = -\sqrt{\frac{k_t}{m_{ij}}} \ln e_n / \sqrt{\pi^2 + (\ln e_n)^2}$ که در مورد مسئله برخورد رو سیلندر با یکدیگر α برابر ۱ در نظر گرفته می شود [۸۷].

در مورد تعیین مقدار δ_{max}/R این نکته اهمیت دارد که باید مقدار نفوذ بیشینه تا حدی انتخاب شود که نتایج برخورد مستقل از مقدار k_n شوند. به طور تقریبی این نسبت باید بین ۰/۱ تا ۰/۱ باشد.

۶-۴ روش ترکیبی مرز غوطه ور - روش المان گسسته

جهت استفاده از روش المان گسسته در شبیه سازی برخورد دو ذره صلب در بستر سیال، الگوریتم ترکیبی مرز غوطه ور - المان گسسته به ترتیب زیر نوشته می شود:

۱. محاسبه نیروی اندرکنش سیال و جامد در نقطه های لاگرانژی با استفاده از روش مرز غوطه ور. توجه شود که آن نقاط لاگرانژی که در فصل مشترک دو ذره هستند، در محاسبه نیروی مرزی استفاده نمی شوند.

۲. تعیین مقدار $\frac{\delta_{max}}{R} < 0.1$ و e_n و μ و بنابراین یافتن پارامترهای برخورد با استفاده از معادلات ۶-۱۹ و ۶-۲۳. مقدار U_0 نیز که برای یافتن این پارامترها نیاز است، در مسائل مختلف مقادیر متفاوتی فرض می‌شود. به‌طور مثال در مسئله سقوط این سرعت برای سرعت حدی دو ذره و در مسئله حرکت ذرات داخل کانال برابر سرعت سیال ورودی به کانال می‌باشد.

۳. محاسبه نیرو و گشتاور حاصل از برخورد با اطلاع از میزان فرورفتگی، سرعت و مکان ذرات با استفاده از معادلات (۶-۱۲ و ۶-۱۳)

۴. به‌روزرسانی مکان و سرعت ذرات با استفاده از معادلات ۶-۲۴ و ۶-۲۵. این معادلات با اضافه شدن ترم نیروی برخورد به معادلات ۵-۱۰ و ۵-۱۱ زیر اصلاح می‌شود:

$$\vec{U}_c^{n+1} = \vec{U}_c^n + \frac{1}{M_s} \left[-\sum_b \vec{F}_b^n \Delta V_b + \vec{F}_{c,p-p} + \vec{F}_{c,p-w} \right] \delta t + \frac{M_f}{M_s} (\vec{U}_c^n - \vec{U}_c^{n-1}) \quad (۶-۲۴)$$

$$\vec{\Omega}_c^{n+1} = \vec{\Omega}_c^n + \frac{1}{I_s} \left[-\sum_b (\vec{r}_b - \vec{r}_c) \times \vec{F}_b^n \Delta V_b + \vec{M}_{c,p-p} + \vec{M}_{c,p-w} \right] \delta t + \frac{I_f}{I_s} (\vec{\Omega}_c^n - \vec{\Omega}_c^{n-1}) \quad (۶-۲۵)$$

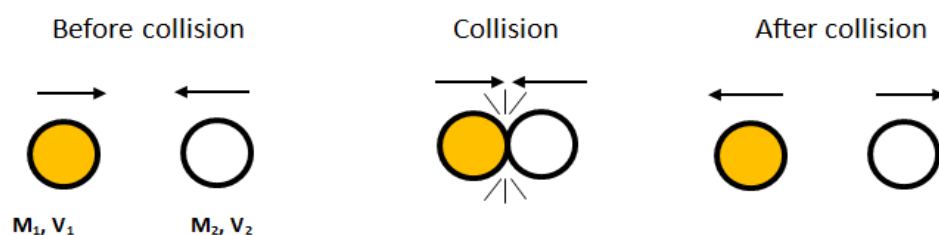
که $\vec{F}_{c,p-w}$ و $\vec{M}_{c,p-w}$ به ترتیب نیرو و گشتاور حاصل از برخورد ذره با دیوار می‌باشد.

۶-۵ صحت سنجی

۶-۵-۱ مقایسه حل تحلیلی و عددی رفتار دو ذره دایروی در هنگام

برخورد و بعداز آن

در این بخش جهت معتبر سازی الگوریتم برخورد روش المان گسسته، برخورد دو ذره صلب



شکل ۳-۶- شماتیک برخورد دینامیکی دو ذره با جرم یکسان و سرعت‌های برابر و مختلف علامت

دایروی را مورد مطالعه قرار خواهیم داد. بدین منظور همانند شکل ۳-۶، دو ذره به جرم‌های $M_1 = M_2$ را در نظر بگیرید. V_1 و V_2 به ترتیب سرعت اولیه ذرات ۱ و ۲ هستند. اگر فرض کنیم مسیر حرکت ذرات بر روی سطح افقی صورت گرفته و اصطکاک ناچیز باشد، با استفاده حل تحلیلی می‌توان دو حالت برای سرعت‌های بعد از برخورد یافت:

۱- برخورد الاستیک باشد

در این حالت اگر مجموع دو ذره را یک سیستم بگیریم، تکانه قبل و بعد از برخورد و همچنین انرژی جنبشی ذرات ثابت می‌ماند. بنابراین داریم:

$$M_1 V_1 + M_2 V_2 = M_1 V_1' + M_2 V_2' \quad (۲۶-۶)$$

برای انرژی جنبشی نیز داریم:

$$\frac{1}{2} M_1 V_1^2 + \frac{1}{2} M_2 V_2^2 = \frac{1}{2} M_1 V_1'^2 + \frac{1}{2} M_2 V_2'^2 \quad (۲۷-۶)$$

در این حالت ذرات بعد از برخورد متناسب با جرم خود و سرعت قبل از برخورد پراکنده می‌شوند. در این حالت هیچ‌گونه نیروی تلف‌کننده یا غیر پایستاری وجود ندارد.

۲- برخورد غیر الاستیک باشد

اگر یکی از نیروهای متقابل بین ذرات برخوردکننده، غیر پایستار باشد، در این صورت انرژی جنبشی قبل از برخورد و بعد از برخورد یکسان نخواهد بود و با توجه به علامت تفاضل انرژی جنبشی قبل از برخورد و بعد از برخورد، برخورد انرژی گیر یا انرژی زا خواهد بود. در این حالت فقط اندازه حرکت بقا خواهد داشت. در این حالت ضریب بازگشت e_n به صورت زیر تعریف می شود:

$$e_n = \left| \frac{V_2' - V_1'}{V_2 - V_1} \right| \quad (۲۸-۶)$$

همان طور که مشخص است $0 < e_n \leq 1$ و مقدار صفر به معنای برخورد کاملاً الاستیک و مقدار ۱ به معنای برخورد کاملاً پلاستیک بوده که در این برخورد $V_2' = V_1'$ و دو ذره باهم حرکت خواهند کرد.

در این قسمت با استفاده از اعمال الگوریتم المان گسسته این دو نوع حرکت را مدل کرده و با داده های تحلیلی مقایسه خواهیم کرد. در این موارد $\frac{\delta_{max}}{R} = 0.05$ و $\Delta t = \frac{\pi}{f} \sqrt{\frac{2MR}{3k_n}}$ که f در اینجا برابر ۱۰۰ در نظر گرفته می شود.

بدین منظور دو دایره صلب به جرم های ۲۰ و شعاع ۱۰ واحد بولتزن را در نظر می گیریم. مقدار سرعت های اولیه آن ها را متفاوت در نظر گرفته و بنابراین نتایج به صورت زیر خواهد بود:

- ذره سمت چپ دارای سرعت اولیه V_{1x} ، ذره سمت راست ساکن و برخورد الاستیک ($e = 1$) می باشد. بنابراین در جدول ۶-۱ نتایج حاصل از تحلیل المان گسسته با معادله ۶-۲۶ و ۶-۲۷ مقایسه می شود. K_{E1} ، K_{E2} به ترتیب مجموع انرژی جنبشی قبل و بعد از برخورد هستند و $\left| \frac{K_{E1} - K_{E2}}{K_{E1}} \right|$ خطای نسبی روش المان گسسته را نشان

می‌دهد. از لحاظ تئوری سرعت ذره سمت راست بعد از برخورد برابر است با

$$V'_{2x} = \frac{2M_1}{M_1+M_2} V_{1x}$$

جدول ۱-۶- مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج حاصل از تحلیل عددی روش المان گسسته برای برخورد الاستیک

$\left \frac{K_{E1}-K_{E2}}{K_{E1}} \right $ (DEM)	$\left \frac{V_{2x}'-V_{1x}'}{V_{2x}-V_{x1}} \right $ (DEM)	V'_{2x} (DEM)	V'_{2x} (Analytical)	V_{1x} (DEM)
$2e-3$	$1/0.054$	$0/1005$	$0/1$	$0/1$
$1e-3$	$1/0.071$	$0/5005$	$0/5$	$0/5$
$4e-3$	$1/0.027$	$1/001$	1	1
$3e-3$	$1/0006$	$9/9884$	10	10

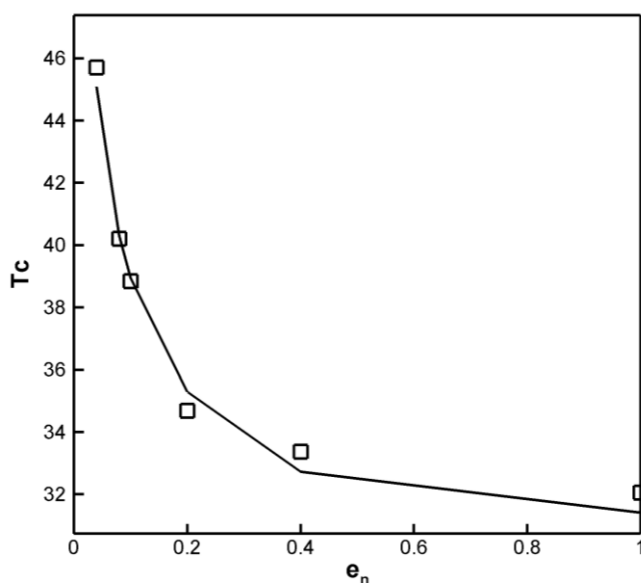
همان‌طور که مشاهده می‌کنید، ضریب بازگشت و درصد اختلاف انرژی جنبشی که در دو ستون آخر نمایش داده شده‌اند، به مقادیر پیش‌بینی شده که به ترتیب برابر ۱ و صفر هست، نزدیک می‌باشد.

- ذره سمت چپ دارای سرعت اولیه V_{1x} ، ذره سمت راست ساکن و برخورد غیرالاستیک $e_n = 0.75$ می‌باشد، بنابراین انرژی جنبشی اولیه تلف خواهد شد. از لحاظ تئوری سرعت ذره سمت راست بعد از برخورد و همچنین اختلاف انرژی جنبشی نسبی به ترتیب برابر است با رابطه $V'_{2x} = \frac{(1+e_n)M_1}{M_1+M_2} V_{1x} = 0.875V_{1x}$ و مقدار 0.218 . بنابراین در جدول ۶-۲ نتایج حاصل از تحلیل المان گسسته با نتایج تحلیلی مقایسه می‌شود.

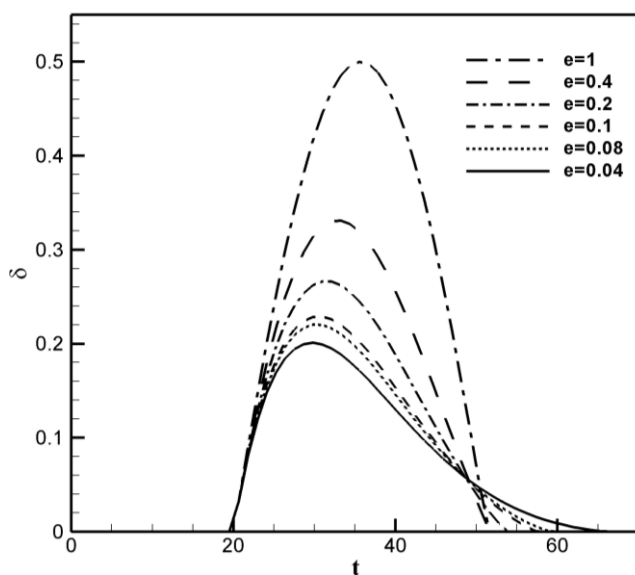
جدول ۶-۲- مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج حاصل از تحلیل عددی روش المان گسسته برای برخورد الاستیک

$\left \frac{K_{E1} - K_{E2}}{K_{E1}} \right $ (DEM)	$\left \frac{V_{2x'} - V_{1x'}}{V_{2x} - V_{x1}} \right $ (DEM)	V'_{2x} (DEM)	V'_{2x} (Analytical)	V_{1x} (DEM)
۰/۲۱۲	۰/۷۵۸	۰/۰۸۷۹	۰/۰۸۷۵	۰/۱
۰/۲۳۵	۰/۷۲۹	۰/۴۳۱۷	۰/۴۳۷۵	۰/۵
۰/۲۳۴	۰/۷۳۶	۰/۸۶۴۳	۰/۸۷۵۰	۱
۰/۲۱۳	۰/۷۵۶	۸/۷۸۳۲	۸/۷۵	۱۰

با توجه به ستون دوم و سوم واضح است که سرعت ذره سمت راست بعد از برخورد بسیار به مقادیر تحلیلی نزدیک است. همین‌طور ستون چهارم e_n و اختلاف نسبی قبل و بعد از برخورد را نشان می‌دهد که در هر دو حالت نتایج قابل قبولی را در مقایسه با مقادیر تحلیلی ۰/۷۵ و ۰/۲۱۸ ارائه می‌دهد. همان‌طور که واضح است، ضریب بازگشت e_n باعث افزایش مدت‌زمان برخورد T_c شده که رابطه آن در معادله ۶-۱۷ قابل مشاهده است. شکل ۶-۴ زمان برخورد حاصل از روش المان گسسته را با مقادیر تحلیلی در ضرایب بازگشت مختلف مقایسه می‌کند. جرم‌های دو ذره برابر ۲۰ و $V_{1x} = ۰/۰۵$ و بقیه شرایط اولیه ذرات همانند شرایط بالا است. شکل ۶-۵ نیز میزان فرورفتگی δ را برحسب زمان نشان می‌دهد که مدت‌زمان برخورد هم از همین نمودار محاسبه می‌شود. در این شکل واضح است که با کاهش e_n ، مقدار فرورفتگی نیز کاهش می‌یابد.



شکل ۴-۶- زمان برخورد دو ذره صلب برحسب ضرایب بازگشت. بل از برخورد ذره سمت راست ساکن و ذره سمت چپ دارای سرعت $V_{1x} = +0.5$ است.



شکل ۵-۶- نمودار میزان فرورفتگی دو ذره در یکدیگر برحسب زمان به ازای ضرایب بازگشت متفاوت

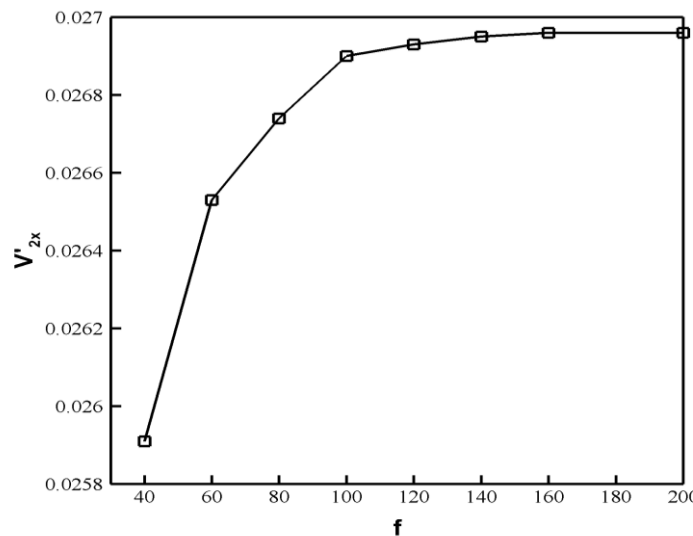
در قسمت نهایی، با تغییر مقدار گام زمانی مسئله، تغییرات حاصل شده در سرعت نهایی ذره سمت راست در یک برخورد غیر الاستیک بررسی می‌کنیم. هندسه و پارامترهای فیزیکی همانند

حالت قبل و ضریب بازگشت ۰/۱ در نظر گرفته می‌شود. از قبل گفته شد زمان برخورد به صورت

$$\Delta t = \frac{\pi}{f} \sqrt{\frac{2MR}{3kn}}$$

۶-۶ شکل در همان طور که در شکل ۶-۶

واضح است از ۱۰۰ به بعد سرعت V'_{2x} تغییر چندانی نخواهد داشت.



شکل ۶-۶- مطالعه تأثیر گام زمانی بر سرعت نهایی ذره سمت راست به جهت یافتن گام زمانی بهینه

۶-۶ مسئله سقوط ذرات در کانال عمودی

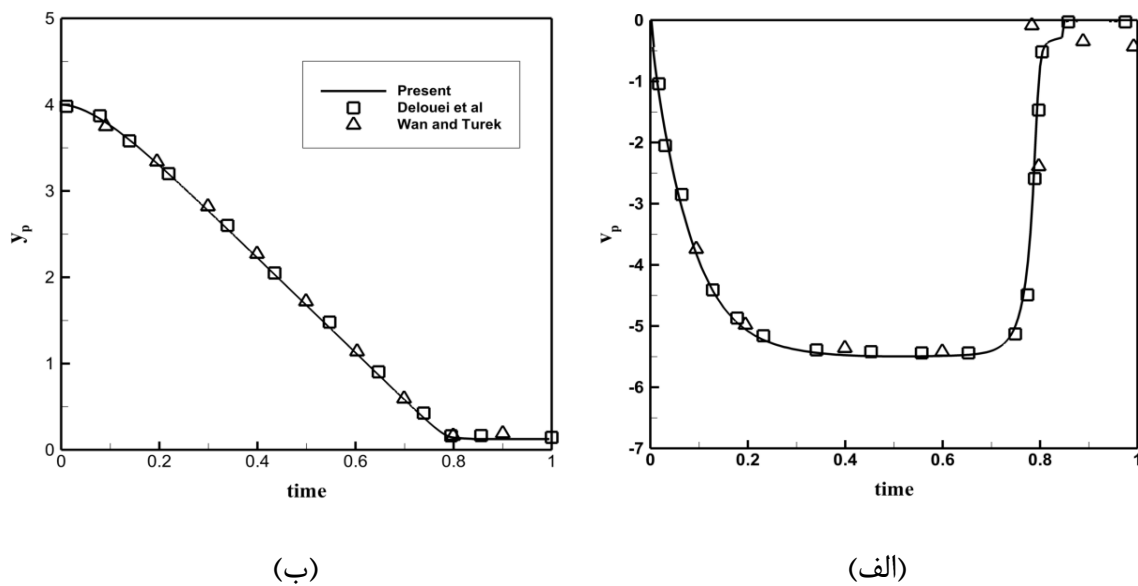
در این قسمت، در ابتدا روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن - المان گسسته با شبیه‌سازی سقوط تک ذره دایروی در سیال نیوتونی از لحاظ دقت در محاسبات اعتبارسنجی می‌شود. سپس مسئله سقوط دو ذره و چند ذره در کانال عمودی مورد مطالعه و بحث قرار می‌گیرد.

۱-۶-۶ سقوط یک‌ذره صلب دایروی در کانال عمودی

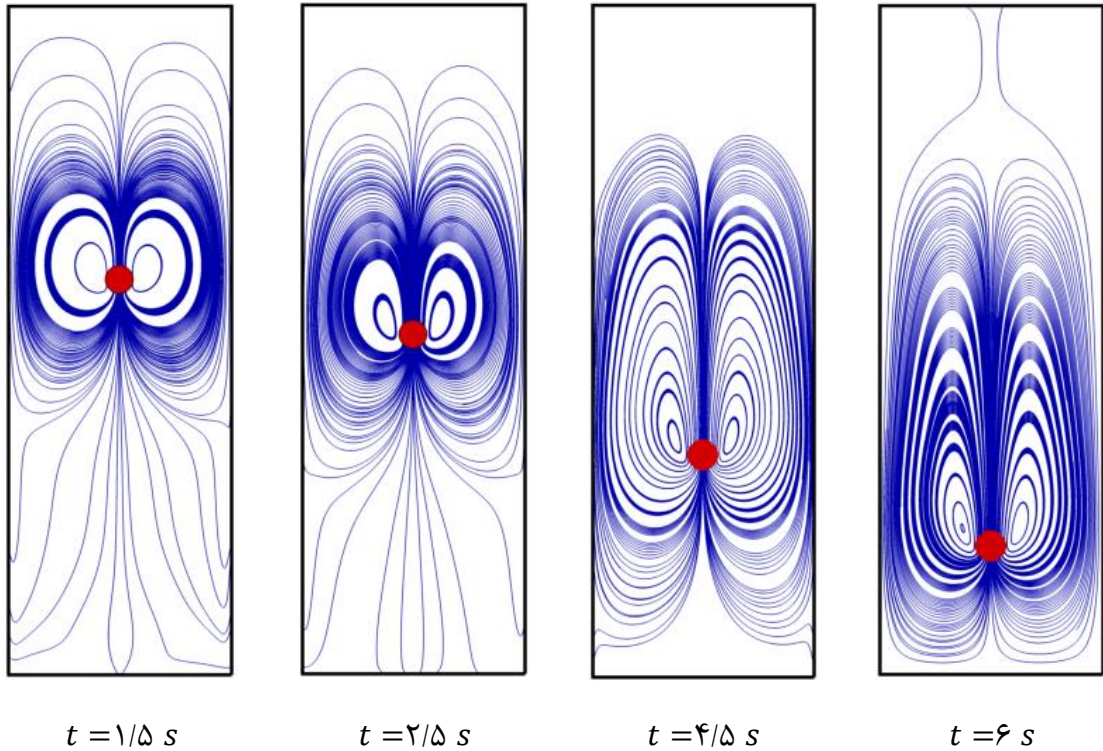
مسئله سقوط ذره صلب درون کانال توسط افراد مختلفی مورد مطالعه و قسمتی از صحت سنجی کارهای بسیاری از نویسندگان است. در این قسمت ما از نتایج دلویی و همکاران [۶۵] و ون و تورک [۸۸] جهت صحت سنجی کد نوشته شده مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن استفاده می‌کنیم. ناحیه محاسباتی شامل یک کانال محدود به عرض $W = 2 \text{ cm}$ و ارتفاع $L = 6 \text{ cm}$ است. قطر ذره صلب برابر

$g = -981 \text{ cm/s}^2$ حالت سکون تحت شتاب جاذبه $(1 \text{ cm}, 2 \text{ cm})$ که از نقطه از $D_p = 0.25 \text{ cm}$ رها می‌شود. چگالی ذره و سیال به ترتیب برابر $\rho_p = 1.25 \text{ gr/cm}^3$ و $\rho_f = 1 \text{ gr/cm}^3$ بوده و ویسکوزیته دینامیکی سیال $\mu_f = 0.1 \text{ gr/cm}^3$ در نظر گرفته می‌شود. شبکه منظم 201×601 برای ایجاد ناحیه محاسباتی شبکه بولتزمن ایجاد می‌شود. زمان آسایش $\tau = 0.65$ برای این شبیه‌سازی در نظر گرفته شده که متناسب با گام زمانی $\Delta t = 5 \times 10^{-5}$ در مقیاس فیزیکی است. محیط دایره نیز شامل 60 نقطه لاگرانژی می‌باشد.

شکل‌های ۶-۷ الف و ۶-۷ ب به ترتیب تغییرات زمانی برخی کمیت‌ها نظیر موقعیت عمودی (y_p) ، سرعت عمودی (v_p) را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، نتایج حاضر دقت قابل قبولی را نسبت کارهای قبلی نشان می‌دهد. شکل ۶-۸ نیز خطوط جریان حاصل از سقوط تک ذره دایروی را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد.



شکل ۶-۷- تغییرات زمانی موقعیت عمودی و سرعت عمودی ذره و مقایسه آن با کارهای قبلی

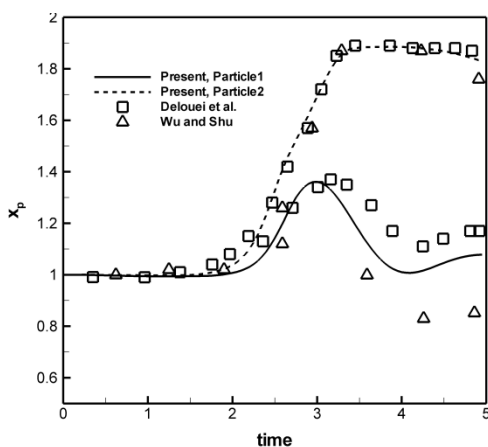


شکل ۶-۸- خطوط جریان حاصل از سقوط یک ذره صلب دایروی در کانال در زمان‌های مختلف

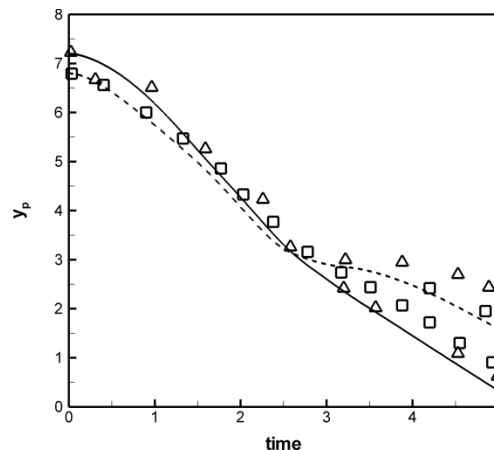
۶-۶-۲ مطالعه سقوط دو ذره صلب در سیال نیوتونی

مسئله دوم شامل سقوط دو ذره صلب در سیال نیوتونی در کانال عمودی و مطالعه اثر پارامترهای فیزیکی بر آن می‌باشد. این مسئله با روش‌های مختلفی توسط نویسندگان مختلفی انجام گرفته است که شرایط هندسی ذکر شده در این قسمت همانند کار ون و تورک [۸۸] و دلویی و همکاران [۶۵] است. ناحیه محاسباتی برابر عرض $W = 2 \text{ cm}$ و ارتفاع $L = 6 \text{ cm}$ بوده که شامل 801×201 گره محاسباتی است. چگالی و ویسکوزیته سیال به ترتیب برابر $\rho_f = 1 \text{ gr/cm}^3$ و $\mu_f = 0.01 \text{ gr/cm}^3$ است. چگالی و قطر ذره نیز به ترتیب برابر $\rho_p = 1.01 \text{ gr/cm}^3$ و $D_p = 0.2 \text{ cm}$ است. دو ذره با شتاب اولیه $g = -981 \text{ cm/s}^2$ از حالت سکون رها شده و در لحظه اولیه، روی خط مرکزی کانال و در ارتفاع $7/2 \text{ cm}$ و $6/8 \text{ cm}$ قرار دارند و شرط مرزی عدم لغزش بر روی دیواره‌های کانال حاکم می‌باشد. زمان آسایش برابر $\tau = 0.65$ تنظیم شده که معادل $\Delta t = 5 \times 10^{-4}$ در هر گام زمانی است.

جهت شبیه‌سازی برخورد، نیاز به تعیین پارامترهای برخورد است. پارامترهای فیزیکی برخورد که شامل $\frac{\delta_{max}}{R}$ ، e_n و μ است باید تعیین شود. ضرایب $\frac{\delta_{max}}{R}$ و μ به ترتیب برابر 0.4 و 0.3 در نظر گرفته می‌شود که این ضرایب با سعی و خطا جهت تطبیق با نتایج قبلی انتخاب شده است. ضریب بازگشت e_n در این مسئله تأثیری در نتایج ندارد که در ادامه در مورد آن بحث خواهیم کرد. همچنین $\gamma_t = 0$ و $k_t = k_n$ در نظر گرفته می‌شود. شکل ۶-۹ تغییرات طولی و عرضی مرکز ذرات صلب دایروی را با کار دلویی و همکاران [۶۵] و شو و وو [۶۰] مقایسه می‌کند. در کارهای قبلی جهت اعمال نیروی برخورد بین دو ذره از تابع پتانسیل لنارد-جونز [۳۸] استفاده شده است که در این روش، دو ذره یکدیگر را لمس نخواهند کرد. این مدل ساده گرچه پایداری خوبی دارد، اما از اثرات اصطکاک، ضریب بازگشت صرف‌نظر می‌شود و همچنین تنها برای برخورد ذرات دایروی کاربرد دارد. همان‌طور که در شکل‌های زیر مشاهده می‌کنید، با تنظیم پارامترهای المان گسسته، نتایج کارهای قبلی حاصل می‌شود.



(ب)



(الف)

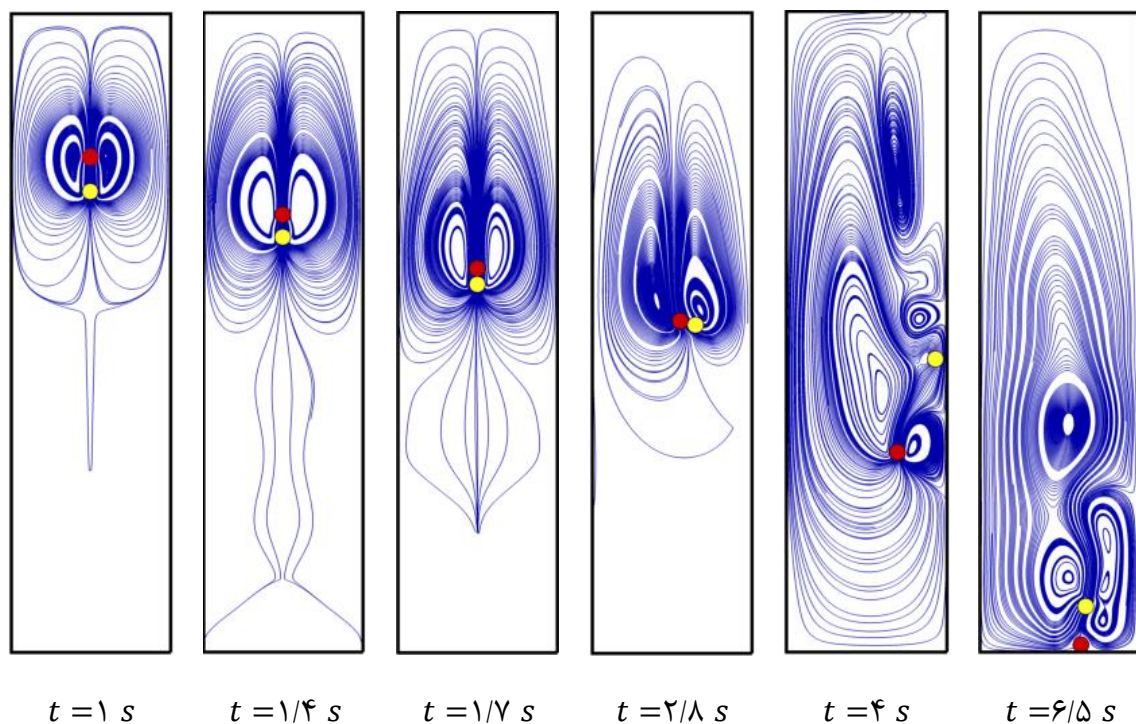
شکل ۶-۹- تغییرات طولی و عرضی مرکز ذرات صلب دایروی و مقایسه آن با کارهای قبلی

پدیده‌های درفتینگ، کیسینگ و تامبلینگ (DKT) نیز در این نتایج قابل مشاهده است.

همان‌طور که در شکل ۶-۹- الف مشاهده می‌کنید، ذره ۱ که در موقعیت بالاتری نسبت به ذره ۲ قرار

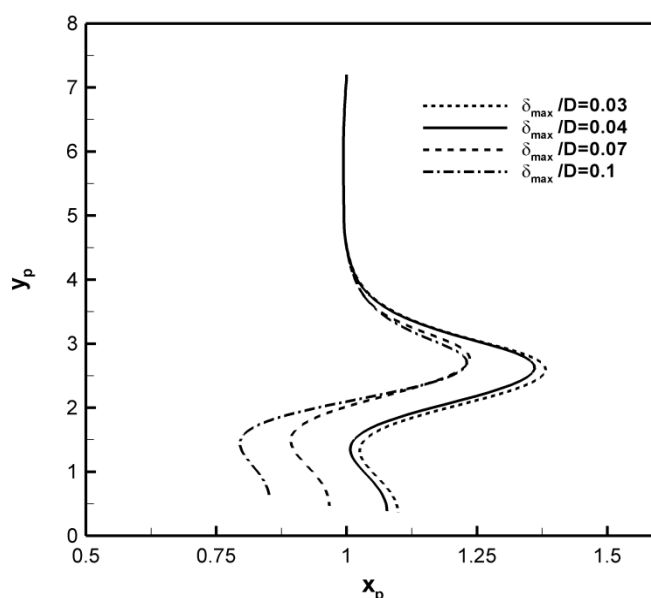
دارد، با حرکت خود به سمت پایین در پشت خود ناحیه چرخشی و کم فشار ایجاد می کند. بنابراین ذره ۲ در این ناحیه به دام افتاده و سرعت آن نسبت به ذره پایین تر افزایش می یابد (درفتینگ). به دلیل افزایش سرعت ذره بالایی، فاصله بین دو ذره کاهش پیدا کرده و دو ذره یکدیگر را لمس می کنند (کیسینگ). دو ذره مدتی به یکدیگر چسبیده و در پایان از یکدیگر جدا شده و به طور آرام به انتهای کانال سقوط می کنند. در شکل ۶-۱۰ نیز خطوط جریان ایجاد شده به واسطه حرکت دو ذره در کانال در زمان های مختلف رسم شده است.

همان طور که در بالا ذکر شد، برای شبیه سازی برخورد دو ذره صلب به یکدیگر با استفاده از مدل المان گسسته، ضرایب متفاوتی تأثیر دارد. همان طور که می دانیم با فرض آگاهی از مقدار e_n ، با تغییر



شکل ۶-۱۰- خطوط جریان حاصل از سقوط دو ذره صلب دایروی در کانال عمودی طی زمان های مختلف

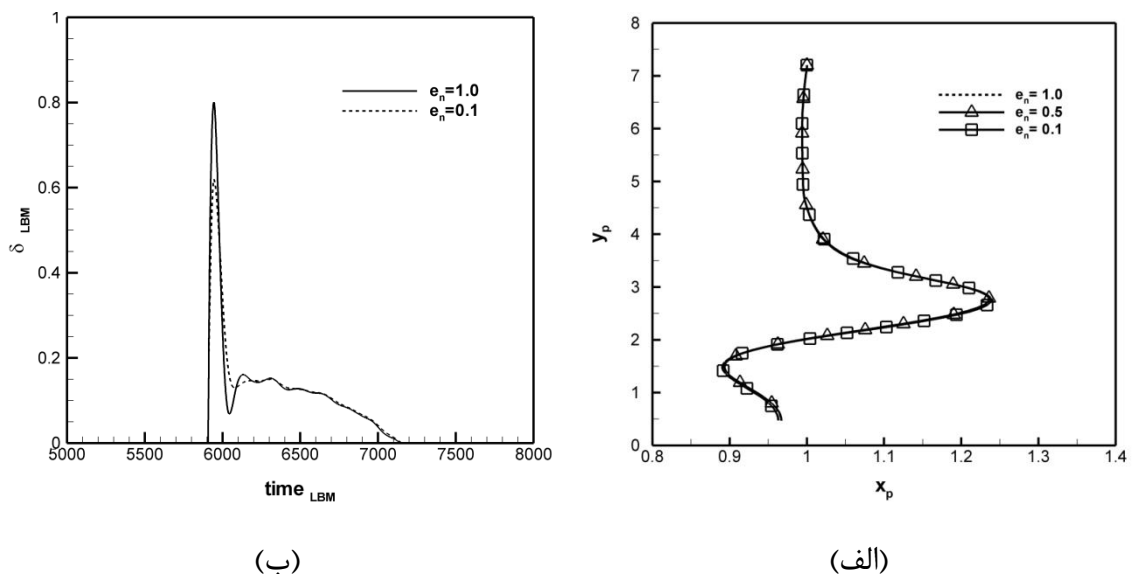
مقدار $\frac{\delta_{max}}{R}$ ، ضرایب k_n متفاوت ایجاد می‌شود. در واقع با افزایش مقدار $\frac{\delta_{max}}{R}$ ، ضریب k_n کاهش و با کاهش آن، ضریب k_n افزایش می‌یابد. تغییر در این ضریب، نتایج مختلفی را ایجاد می‌کند و بنابراین برای یافتن محدوده مناسب‌تر (در هر نوع مسئله‌ای) نسبت به محدوده ذکر شده در بالا ($0/1 < \frac{\delta_{max}}{R} < 0/01$) می‌توان بر روی این پارامتر به شکل زیر مطالعه کرد. نکته قابل ذکر این هست که حد پایینی این پارامتر همان $0/01$ مناسب بوده و کمتر از این مقدار باعث کاهش گام زمانی و ایجاد مقادیر زیاد در نیروی برخورد می‌شود [۷۷]. بنابراین در این قسمت، هدف یافتن حد بالایی پارامتر $\frac{\delta_{max}}{R}$ است. همان‌طور که در شکل ۶-۱۱ مشاهده می‌کنید، مسیر حرکت ذره بالایی برای مقادیر مختلف رسم شده است، بنابراین مقدار $\frac{\delta_{max}}{R} = 0/04$ برای شبیه‌سازی مسئله بالا گزینش می‌شود، زیرا افزایش این مقدار تغییری در نتایج اتفاق نمی‌افتد.



شکل ۶-۱۱- مسیر سقوط ذره صلب بالایی در مسئله سقوط دو ذره، بر حسب تغییرات پارامتر $\frac{\delta_{max}}{R}$

در ادامه ضریب بازگشت و ضریب اصطکاک را بر تغییر مسیر ذرات مورد مطالعه قرار می‌دهیم. بدین منظور، مسئله بالا را در سه مقدار مختلف ۱، ۰/۵ و ۰/۱ برای ضریب بازگشت شبیه‌سازی می‌کنیم. همان‌طور که در شکل ۶-۱۲ الف مشاهده می‌کنید، در این مسئله، افزایش ضریب بازگشت یا

به عبارت دیگر افزایش الاستیک بودن برخورد، تأثیری در مسیر حرکت ذره اول ایجاد نخواهد کرد. این جمله بدین معنی است که سهم نیروی غیر الاستیک ناچیز است. علت این موضوع را این طور می توان بیان کرد که زمانی که دو ذره از حالت اولیه رها شده و در مرحله درفتینگ به یکدیگر نزدیک می-شوند، سرعت نسبی بین دو ذره از مقدار بیشینه به مقدار کمینه کاهش پیدا می کند. این روند کاهش تا زمان برخورد دو ذره به یکدیگر ادامه دارد. علت کاهش شدید سرعت نسبی بین دو ذره، وجود نیروی لوبریکاسیون بین ذرات است که قبل از برخورد باعث ایجاد نیروی دافعه شدیدی خواهد شد. بنابراین به خاطر پایین بودن مقدار سرعت نسبی، نیروی غیر الاستیک سهم بسیار کمتری در نیروی برخورد کلی خواهد داشت. از طرفی انتظار ما این هست که تغییر ضریب بازگشت در این مسئله تأثیری در مدت زمان کیسینگ نخواهد داشت. همان طور که در شکل ۶-۱۲- ب واضح است، با کاهش بسیار زیاد ضریب بازگشت، مدت زمانی که دو ذره با یکدیگر در تماس هستند، تفاوتی نخواهد کرد. اگرچه مطابق با انتظار ما با کاهش ضریب بازگشت، میزان فرورفتگی دو ذره درهم اندکی کاهش می یابد، اما این مسئله تغییری در نتایج ایجاد نخواهد کرد.

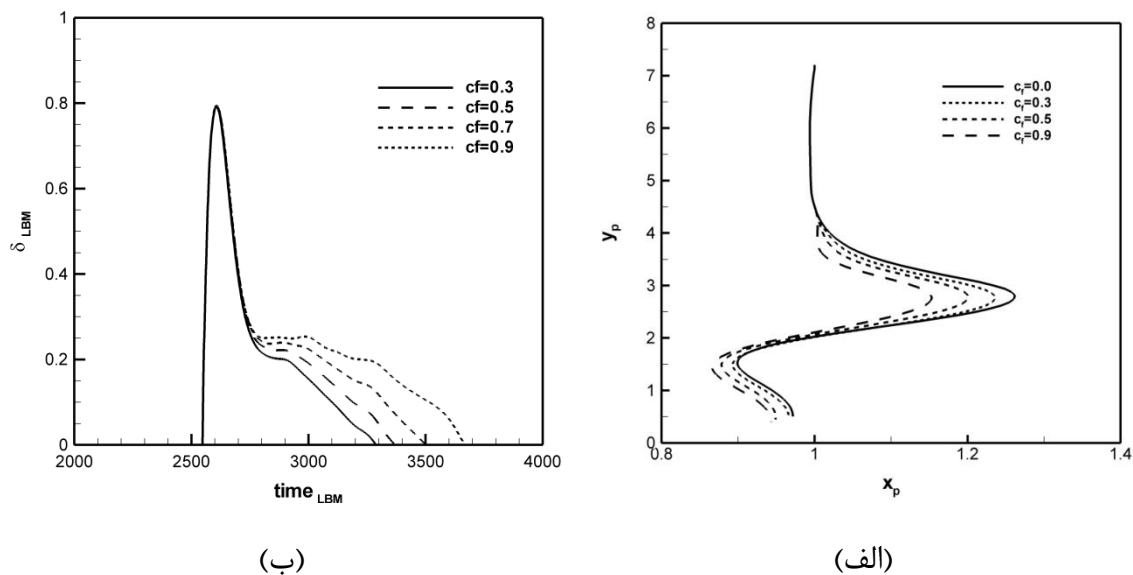


شکل ۶-۱۲- بررسی اثر ضریب بازگشت بر (الف) مسیر سقوط ذره بالایی و (ب) زمان کیسینگ (مدت زمان برخورد) در مسئله سقوط دو ذره در کانال

در قسمت بعد، تأثیر ضریب اصطکاک بر نتایج مورد مطالعه قرار خواهیم داد. بدین منظور مسیر

حرکت ذره اول با تغییر ضریب اصطکاک در شکل ۶-۱۳-الف نمایش داده شده است. علاوه بر این، در شکل ۶-۱۳-ب میزان فرورفتگی بر حسب زمان رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که با افزایش ضریب اصطکاک مدت زمان کیسینگ نیز افزایش پیدا می‌کند. علت این موضوع واضح است، زیرا ضریب اصطکاک باعث چسبندگی بیشتر دو ذره به هم خواهد شد.

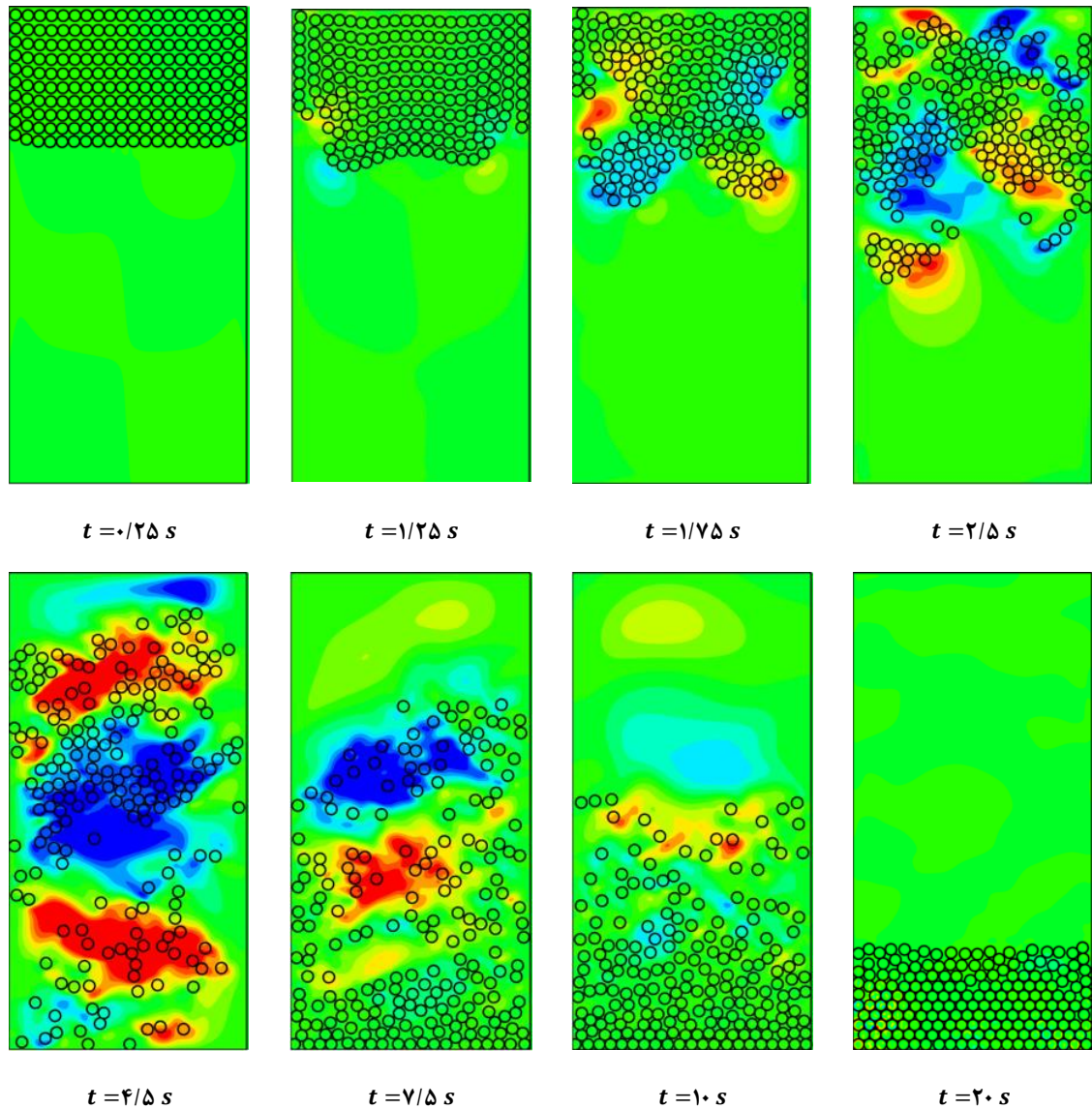
نکته دیگری که در شکل دیده می‌شود، ثابت بودن مقدار بیشینه میزان فرورفتگی با تغییر ضریب اصطکاک است. زیرا نیروی اصطکاک مماسی بوده و تأثیری بر مقدار نفوذ عمودی دو ذره در هم نخواهد داشت.



شکل ۶-۱۳- بررسی اثر ضریب بازگشت بر (الف) مسیر سقوط ذره بالایی و (ب) زمان کیسینگ (مدت زمان برخورد) در مسئله سقوط دو ذره در کانال

در قسمت نهایی این بخش، سقوط ۲۰۰ ذره صلب دایروی به قطر 0.1 cm را در کانال عمودی شبیه‌سازی کرده‌ایم. بدین منظور کانالی به عرض $W = 2 \text{ cm}$ و ارتفاع $L = 6 \text{ cm}$ حاوی سیالی با ویژگی‌های ذکر شده در قسمت قبل در نظر گرفته‌ایم. مقدار $\frac{\delta_{max}}{R}$ و ضریب اصطکاک به ترتیب برابر

۰/۰۴ و ۰/۳ فرض شده است. نحوه‌ی حرکت ذرات در طی زمان در شکل ۱۴-۶ نمایش داده شده-
 است.



شکل ۱۴-۶-نمایش سقوط ۲۰۰ ذره صلب دایروی در کانال عمودی در طی زمان

۶-۷ روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن - شبکه فنر - المان گسسته

(IB-LB-LS-DEM) جهت شبیه‌سازی جریان‌های ذره‌ای صلب در

حضور مانع الاستیک ثابت

این قسمت کامل‌ترین بخش از نظر ارائه روش‌های ترکیبی در شبیه‌سازی اندرکنش سیال و جامد است. هدف از این بخش ارائه توانایی روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن - شبکه فنر - المان گسسته در تحلیل مسائل ذره‌ای^۱ است. این قسمت مهم‌ترین دستاورد تحقیق حاضر به شمار می‌رود و صرفاً جهت نمایش قدرت این الگوریتم می‌باشد. به این منظور ما در این بخش با ارائه چند مسئله پیچیده فیزیکی و تحلیل آن، ادعای خود را اثبات خواهیم کرد.

جهت مرور روش‌های حاضر، در ادامه سهم هر روش را در تحلیل عددی مسائل ذکر خواهیم

کرد:

- شبکه بولتزن: حلگر میدان جریان و شرایط مرزی و محاسبه سرعت و فشار
- مرز غوطه‌ور: محاسبه نیروی اندرکنش سیال بر روی مرز جسم جامد
- شبکه فنر: بررسی رفتار تغییر شکل جسم جامد الاستیک بر اثر نیروی سیال، نیروهای جمعی و نیروی برخورد
- روش المان گسسته: ارائه مدلی واقعی نسبت به مدل‌های قبلی ارائه شده جهت شبیه‌سازی برخورد و محاسبه نیروی‌های حاصل از آن.

در نهایت می‌توان الگوریتم روش ترکیبی فوق‌الذکر را به صورت جدول ۶-۳ خلاصه کرد:

¹ Particulate flow

(۱) محاسبه نیروی اندرکنش سیال و جامد در نقطه‌های لاگرانژی با استفاده از روش مرز غوطه‌ور.

(۲) تعیین مقدار $\frac{\delta_{max}}{R}$ ، e_n و μ و بنابراین یافتن پارامترهای برخورد.

(۳) محاسبه نیرو و گشتاور حاصل از برخورد با اطلاع از میزان فرورفتگی، سرعت و مکان ذرات .

(۴) به‌روزرسانی مکان و سرعت ذرات با استفاده از معادلات ۲۴-۶ و ۲۵-۶

(۵) محاسبه تغییر شکل جسم الاستیک با اضافه شدن نیروی برخورد $F_i^{collision}$ به‌صورت معادلات

۲۹-۶ و ۳۰-۶:

(۶) به‌روزرسانی سرعت میدان جریان با استفاده از نیروی مرزی محاسبه شده در گام اول با الگوریتم

اعمال نیروی چندمرحله‌ای شبکه بولتزمن

(۷) میانبایی سرعت نقاط اوپلری بر روی نقاط لاگرانژی برای یافتن سرعت بدون نیروی بر روی نقاط

لاگرانژی

(۸) تکرار مراحل ۱ تا ۷ تا رسیدن به‌دقت مطلوب

$$\sum_{j=1}^4 -k_1 \Delta r_{ij} + \sum_{j=5}^8 -k_2 \Delta r_{ij} = -(F_i^{ext} + F_i^{boundary} + F_i^{collision}) \quad (29-6)$$

$$r_i = \frac{1}{4} \left[\frac{F_i^{ext} + F_i^{boundary}}{k_1 + k_2} + \frac{k_1}{k_1 + k_2} \sum_{j=1}^4 \frac{a_0}{|r_{ij}|} r_{ij} + \frac{k_2}{k_1 + k_2} \sum_{j=5}^8 \frac{\sqrt{2}a_0}{|r_{ij}|} r_{ij} \right] \quad (30-6)$$

۱-۷-۶ تعریف مسئله و شرایط مرزی

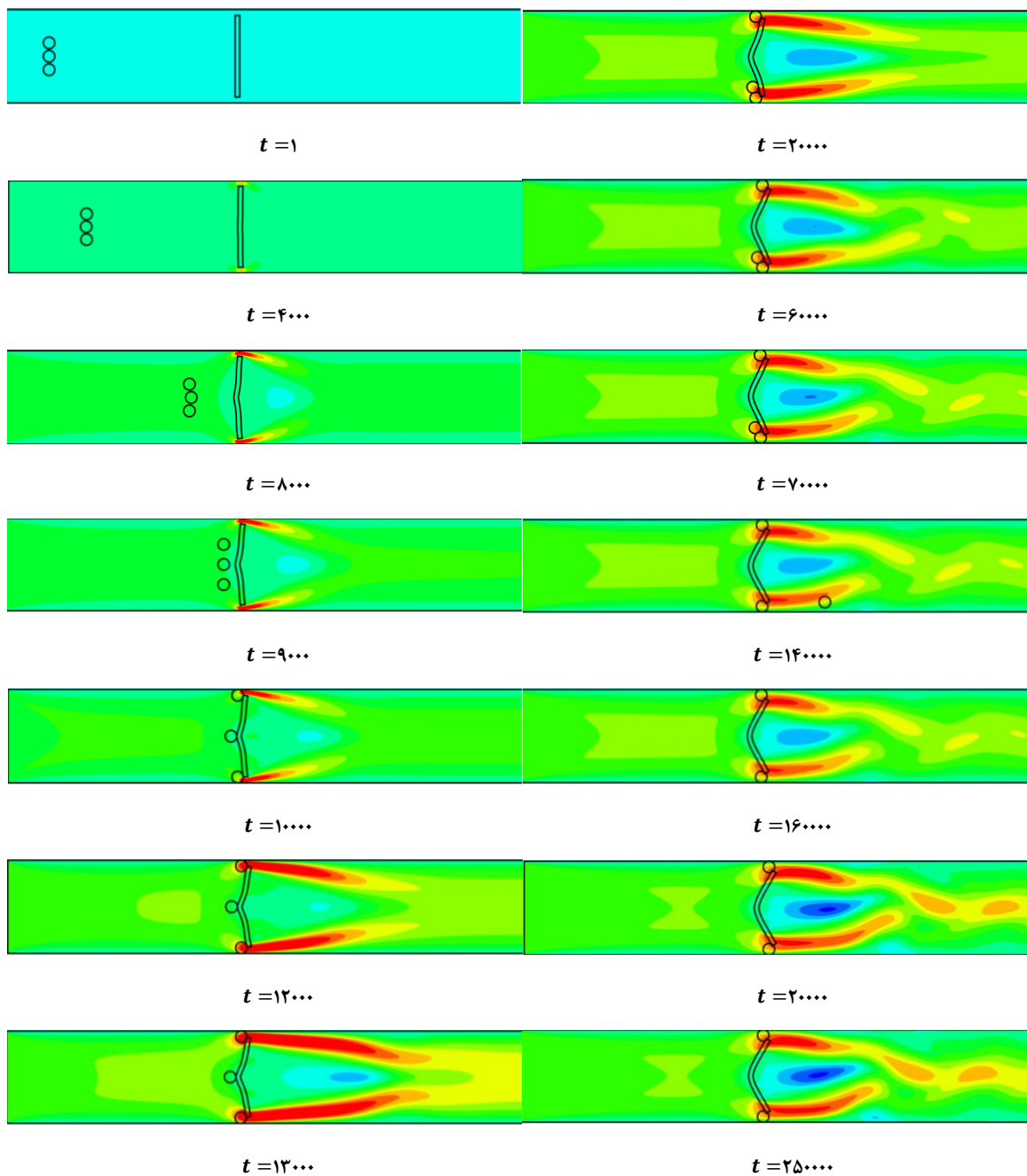
- این بخش شامل دو قسمت است: (الف) جریان حاوی ذرات عبور کننده از روی یک مانع تغییر شکل‌پذیر و (ب) شبیه‌سازی حرکت تک ذره و چند ذره از میان یک گلویی باریک در دو حالت (الف) بدون حضور مانع و (ب) در حضور مانع تغییر شکل‌پذیر

هدف ما در این قسمت پایانی نمایش میزان انعطاف‌پذیری روش عددی گزارش شده برای تحلیل مسائل ذره‌ای هست، بنابراین تحلیل و بررسی فیزیکی مسائل را به مطالعات آینده موکول کرده و نتایج اکثراً به صورت کیفی نمایش داده خواهند شد.

• جریان حاوی ذرات عبور کننده از روی یک مانع تغییر شکل‌پذیر

برای این منظور، تعدادی ذرات با قطر ۶ و چگالی ۱/۰۱ در یک کانال با عرض و طول ۱۰۰ و ۵۰۰ در بستر سیالی با چگالی ۱ جریان دارند. شرط مرزی عدم لغزش بر روی دیواره‌های بالایی و پایینی برقرار است. ورودی کانال دارای سرعت یکنواخت U و در انتهای کانال نیز شرط مرزی خروجی یا مرز باز اعمال شده است. یک مانع تغییر شکل‌پذیر نازک در فاصله ۲۰۰ از ابتدای کانال بر سر راه جریان قرار داده شده است. عدد رینولدز به صورت $Re = \frac{UH}{\nu}$ تعریف می‌شود. موقعیت اولیه ذرات، ارتفاع مانع، تعداد ذرات و عدد رینولدز در این مسئله متغیر است. بنابراین در هر مورد مقادیر آن‌ها ذکر خواهد شد. همین‌طور میزان صلبیت مانع با عدد کپیلاری ذکر شده در فصل قبلی و در بخش عبور جریان از روی صفحه بیان می‌شود. نکته قابل ذکر این هست که زمان برحسب مقیاس بولتزمن است.

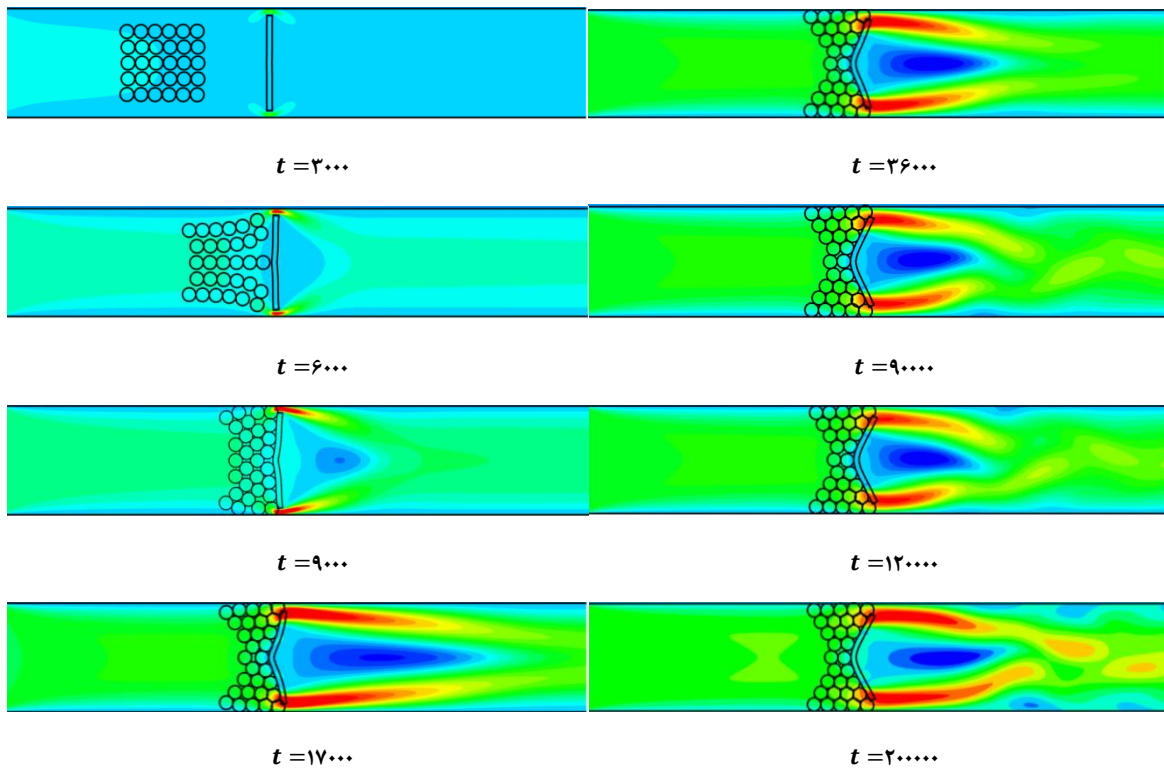
شکل ۶-۱۵ برخورد ۳ ذره صلب را به صفحه نازک با کپیلاری ۳۰۰۰۰ و رینولدز ۱۰۰ برخورد می‌کند. در این برخورد مقدار $\frac{\delta_{max}}{R}$ برابر ۰.۰۵ در نظر گرفته شده است. طول صفحه برابر ۰/۹H در نظر گرفته شده است. همین‌طور که واضح است، با افزایش زمان، میزان خمیدگی صفحه افزایش یافته که باعث بازگشایی مسیر ذرات می‌شود. در این شرایط تنها یک ذره فرصت رهایی پیدا می‌کند و دو ذره باقی‌مانده حتی در شرایط ناپایی جریان اجازه عبور نخواهند داشت.



شکل ۶-۱۵- توزیع سرعت افقی جریان حاوی ۳ ذره صلب در حضور مانع الاستیک در زمان‌های مختلف به‌منظور نمایش مقاومت صفحه در برابر عبور ذرات

در قسمت بعدی نشان خواهیم داد مسیر عبور جریان که به‌واسطه‌ی خم شدن صفحه انعطاف‌پذیر باز می‌شود، با افزایش تعداد ذرات مسدود شده خواهد شد. در این مسئله تعداد ۳۰ ذره صلب تحت اثر نیروی جریان با رینولدز ۱۰۰ به انتهای کانال هدایت شده و به یک مانع الاستیک با کپیلاری ۳۰۰۰۰ برخورد می‌کنند. برخورد ذرات همراه با نیروی مومنتوم سیال موجب خم‌شدگی

بیشتر صفحه می‌شود. تجمع بیشتر ذرات در پشت مانع باعث جلوگیری از خم شدن بیشتر صفحه صلب توسط نیروی سیال می‌شود. علت این مسئله را می‌توان این‌گونه بیان کرد که در حالتی که ذره-ای در سیال وجود ندارد سیال مستقیماً به صفحه نیرو وارد کرده و موجب خمیدگی صفحه می‌شود. اما در حالتی که تجمع ذرات داریم، نیروی فشارآورنده به صفحه از طریق ذرات منتقل خواهد شد که این نیرو نسبت به حالت خالی از ذرات، کمتر خواهد بود. زیرا بخشی از نیروی ضربه زننده سیال صرف جابجایی و اصطکاک ذرات خواهد شد. بنابراین همان‌طور که در شکل ۶-۱۶ واضح است، خمیدگی صفحه به یک مقدار ثابت رسیده و اجازه عبور باقی ذرات را نخواهد داد.



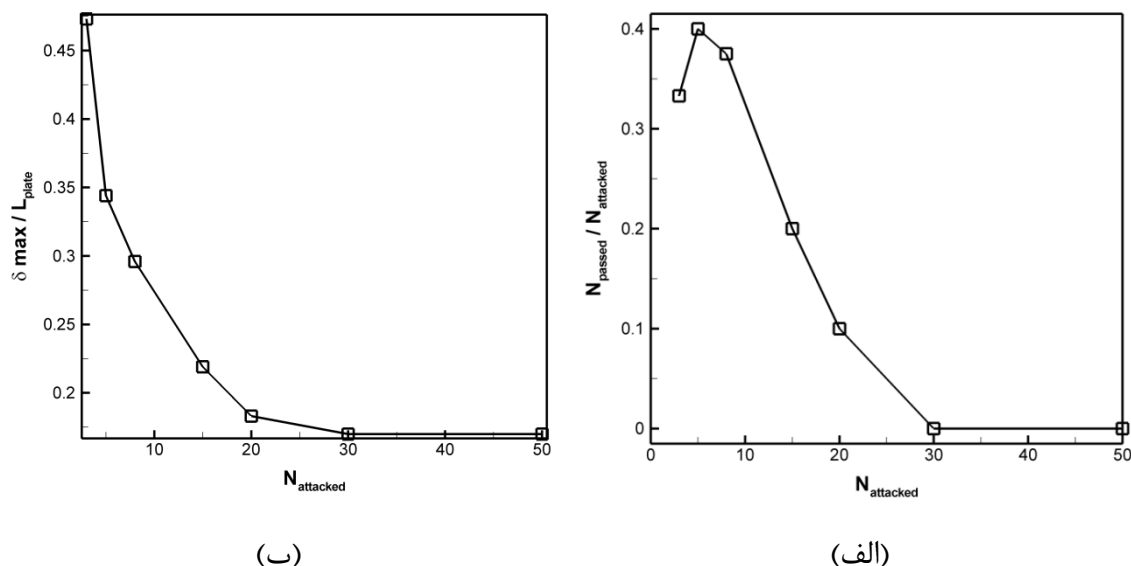
شکل ۶-۱۶- توزیع سرعت افقی جریان حاوی ۳۰ ذره صلب دایروی در حضور مانع الاستیک در زمان‌های مختلف به منظور نمایش مقاومت صفحه در برابر عبور ذرات.

با توجه به شکل‌های بالا، نتیجه خواهیم گرفت، زمانی که کپیلاری صفحه ثابت باشد، نسبت

تعداد ذرات عبور کننده از مانع به تعداد کل ذرات $\frac{N_{passed}}{N_{attacked}}$ و همچنین میزان خمیدگی صفحه

الف و ۱۷-۶- ب اثر تعداد ذرات بر موارد ذکر شده مورد مطالعه قرار گرفته شده است.

در یک رینولدز ثابت ۱۰۰ به تعداد کل ذرات بستگی دارد. بدین منظور در نمودارهای ۱۷-۶-۶-۱۷-



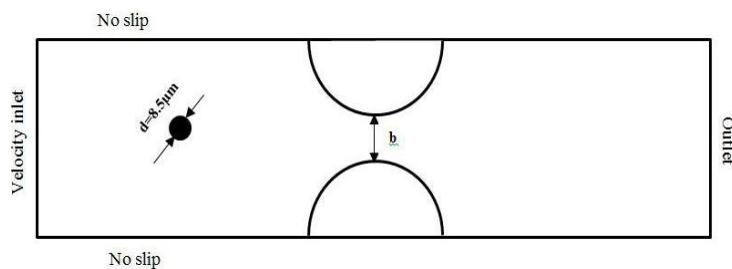
شکل ۱۷-۶- نمودار نسبت تعداد ذرات عبور کننده از مانع به تعداد کل ذرات برحسب کل ذرات ورودی

• حرکت تک ذره و چند ذره از میان یک گلوله باریک در دو حالت (الف) بدون

حضور مانع و (ب) در حضور مانع تغییر شکل پذیر

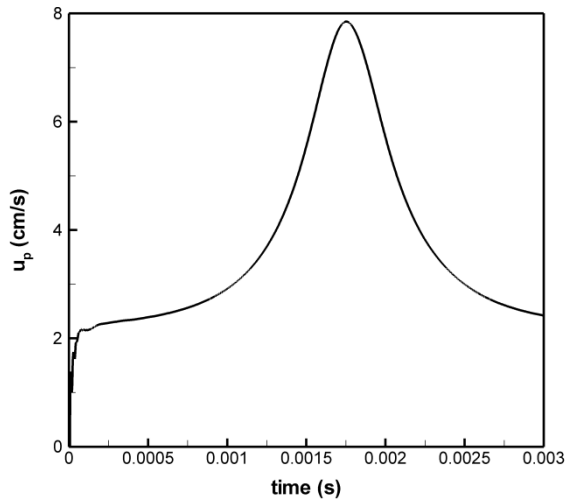
مطالعه بر روی جریان عبوری از میان رگ‌های گرفته شده، یکی از بزرگ‌ترین علایق پژوهشگران پزشکی است [۸۹، ۹۰]. باریک شدن رگ‌ها و گرفتگی‌ها باعث کاهش عبور جریان خون و انتقال گلبول‌های قرمز می‌شود. این کاهش عامل اصلی بیشتر مرگ‌ومیرها و ناخوشی‌ها در انسان‌ها در عصر صنعتی حاضر است. شبیه‌سازی این نوع جریان‌های حاوی ذرات در این نوع گرفتگی‌ها پیچیدگی‌های زیادی را به حل‌های تحلیلی و عددی اضافه می‌کند [۹۱]. زیرا در این گونه مسائل نیاز به شبیه‌سازی هم‌زمان فاز سیال، جامد و همچنین برخورد بین این‌ها می‌باشد. در اینجا ما با استفاده از روش ترکیبی ذکر شده در این مطالعه، جریان حاوی ذرات عبور کننده از میان یک گرفتگی دایروی

را در یک کانال متقارن مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در این پایان‌نامه به دلیل محدودیت در تعداد صفحات، تنها با کاهش قطر گلویی یا افزایش قطر گرفتگی، تغییر در سرعت، توقف ذرات در بین گلویی و همچنین تأثیر تعداد ذرات را گزارش خواهیم کرد.

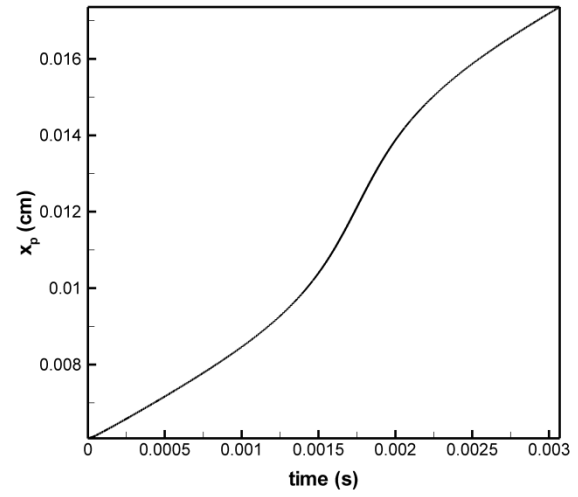


شکل ۶-۱۸- هندسه کانال دوبعدی دارای گرفتگی

در ابتدا، حرکت تک ذره دایره‌ای به قطر $D = 65 \mu\text{m}$ عبور کننده از میان یک گرفتگی نیم‌دایره‌ای داخل کانالی به عرض $W = 8D$ و طول $L = 32D$ را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. فاصله خالی بین گرفتگی را برابر $b = 2D$ فرض می‌کنیم. چگالی و ویسکوزیته سیال به ترتیب برابر $\rho_f = 1 \text{ gr/cm}^3$ و $\mu_f = 0.01 \text{ gr/cm}^3$ است. همانند شکل ۶-۱۸ شرایط مرزی بر روی دیواره‌های بالا و پایین عدم لغزش و در ورودی سرعت سیال برابر $U = 1/5 \text{ cm/s}$ است. زمان آسایش برابر 0.75 در نظر گرفته می‌شود که گام زمانی در مقیاس فیزیکی برابر 3×10^{-8} حاصل خواهد شد. در ادامه مؤلفه افقی حرکت و سرعت تک ذره را برحسب زمان در شکل‌های ۶-۱۹ الف و ۶-۱۹ ب نمایش داده شده است. همین‌طور که واضح است سرعت ذره محل گلویی دارای مقدار بیشینه می‌باشد. همین‌طور مقدار شیب نمودار مکان برحسب زمان نیز گویای این مسئله می‌باشد.



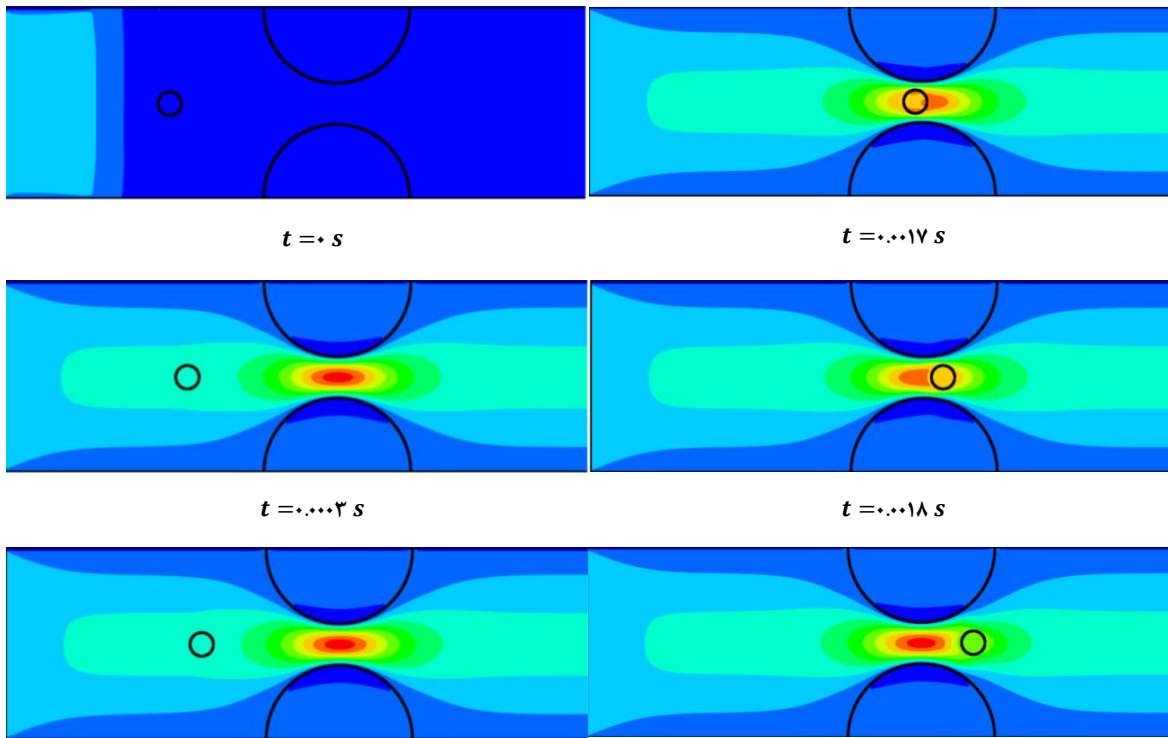
(ب)

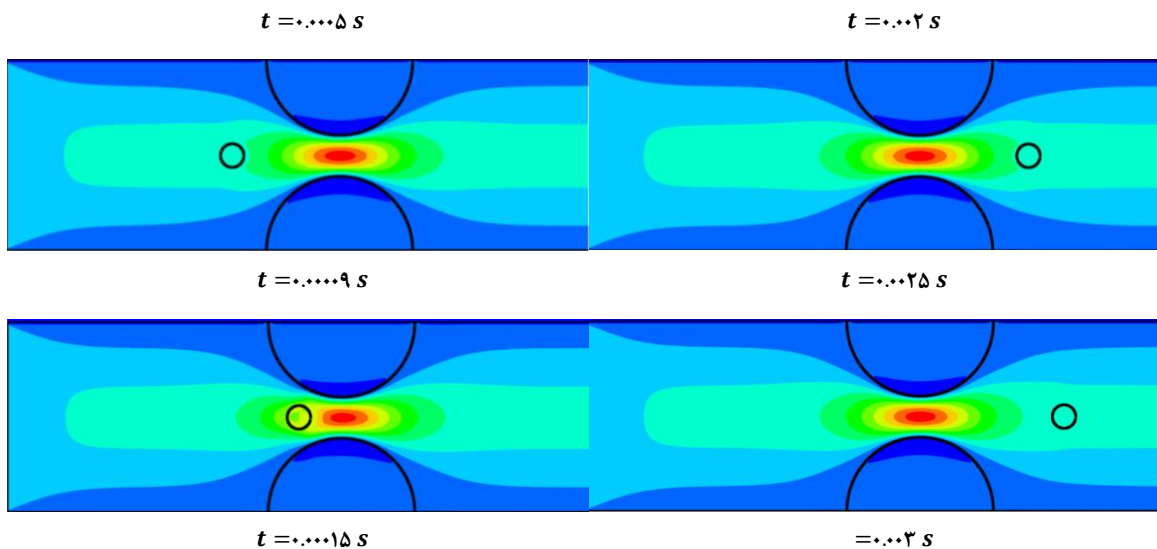


(الف)

شکل ۶-۱۹- نمودار تغییرات زمانی (الف) مؤلفه افقی مکان و (ب) سرعت افقی ذره عبور کننده از میان گرفتگی داخل کانال

همین‌طور توزیع سرعت افقی جریان هدایت‌کننده‌ی این ذره در زمان‌های مختلف در شکل ۶-۲۰ نمایش داده شده است. در شکل‌های سمت راست مشاهده می‌شود که با رسیدن ذره به گلویی، افزایش سرعت حاصل خواهد شد.



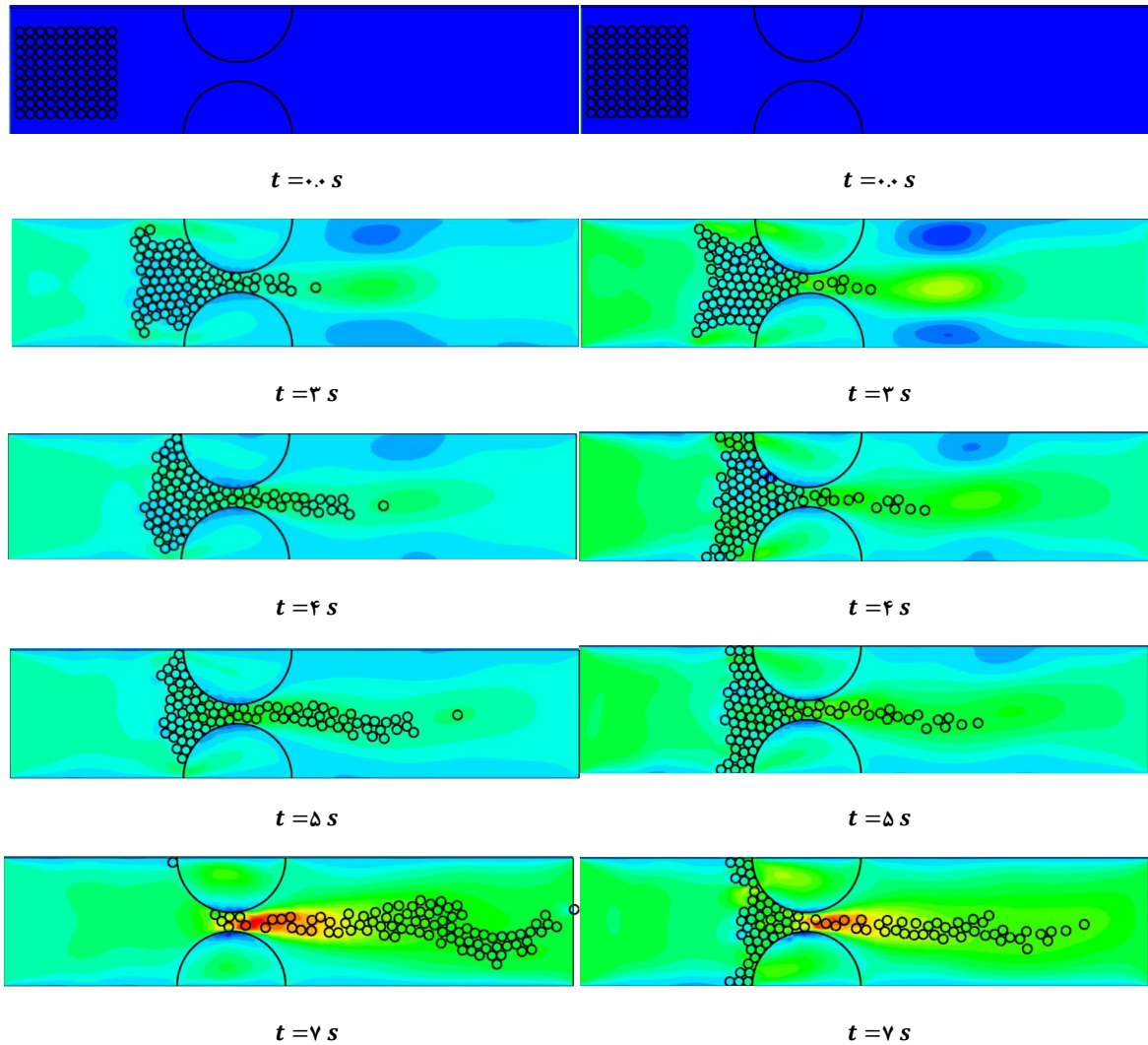


شکل ۶-۲- توزیع سرعت افقی جریان حاوی تک ذره صلب در حضور گلوبی متقارن در زمان‌های مختلف

در مرحله بعدی اثر اصطکاک را بر این مسئله با قرار دادن ۹۰ ذره صلب به قطر ۸ درون کانال بررسی می‌کنیم. جهت افزایش سرعت محاسبات، سرعت ورودی را ۱۰ برابر کرده و ضریب اصطکاک بین ذرات و مرز گرفتگی را در دو حالت $\mu = 0$ و $\mu = 0.8$ قرار می‌دهیم. همان‌طور که در شکل ۶-۲۱ مشاهده می‌کنید، شکل‌های سمت چپ نحوه حرکت ذرات را در حالت صیقلی بودن مرز و شکل‌های سمت راست در حضور اصطکاک مرز نمایش می‌دهد. واضح است که اصطکاک مرز گرفتگی باعث ایجاد نیروی بازدارنده خواهد شد. نتیجه این اصطکاک کاهش دبی عبوری ذرات نسبت به حالت صیقلی می‌باشد.

(ب) بدون اصطکاک

(الف) در حضور اصطکاک

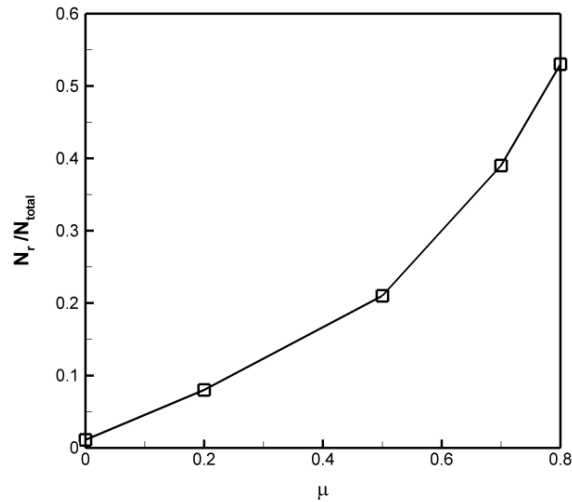


شکل ۶-۲۱- نمایش اثر اصطکاک بین مرز گرفتگی و ذرات شناور در جریان در زمان‌های مختلف

در شکل ۶-۲۲ نیز اثر ضریب اصطکاک μ را در شرایط بالا بر نسبت تعداد ذرات باقی‌مانده در

پشت مانع به تعداد کل ذرات $\frac{N_r}{N_{total}}$ بررسی کرده‌ایم. بدیهی است که با افزایش اصطکاک این تعداد

نیز کاهش پیدا می‌کند.



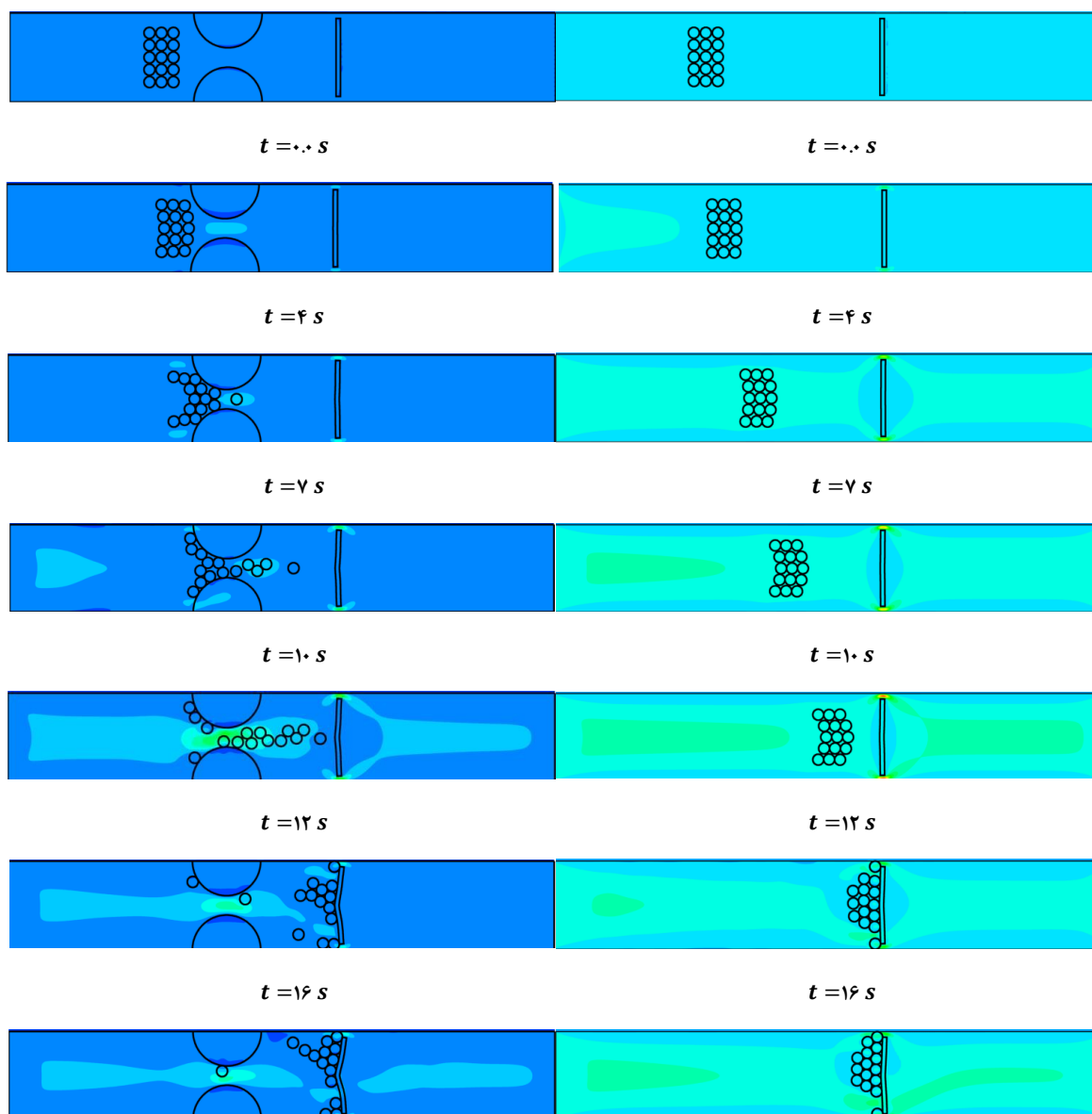
شکل ۶-۲۲- نمودار نسبت ذرات گذرنده از گرفتگی به تعداد کل ذرات برحسب ضریب اصطکاک

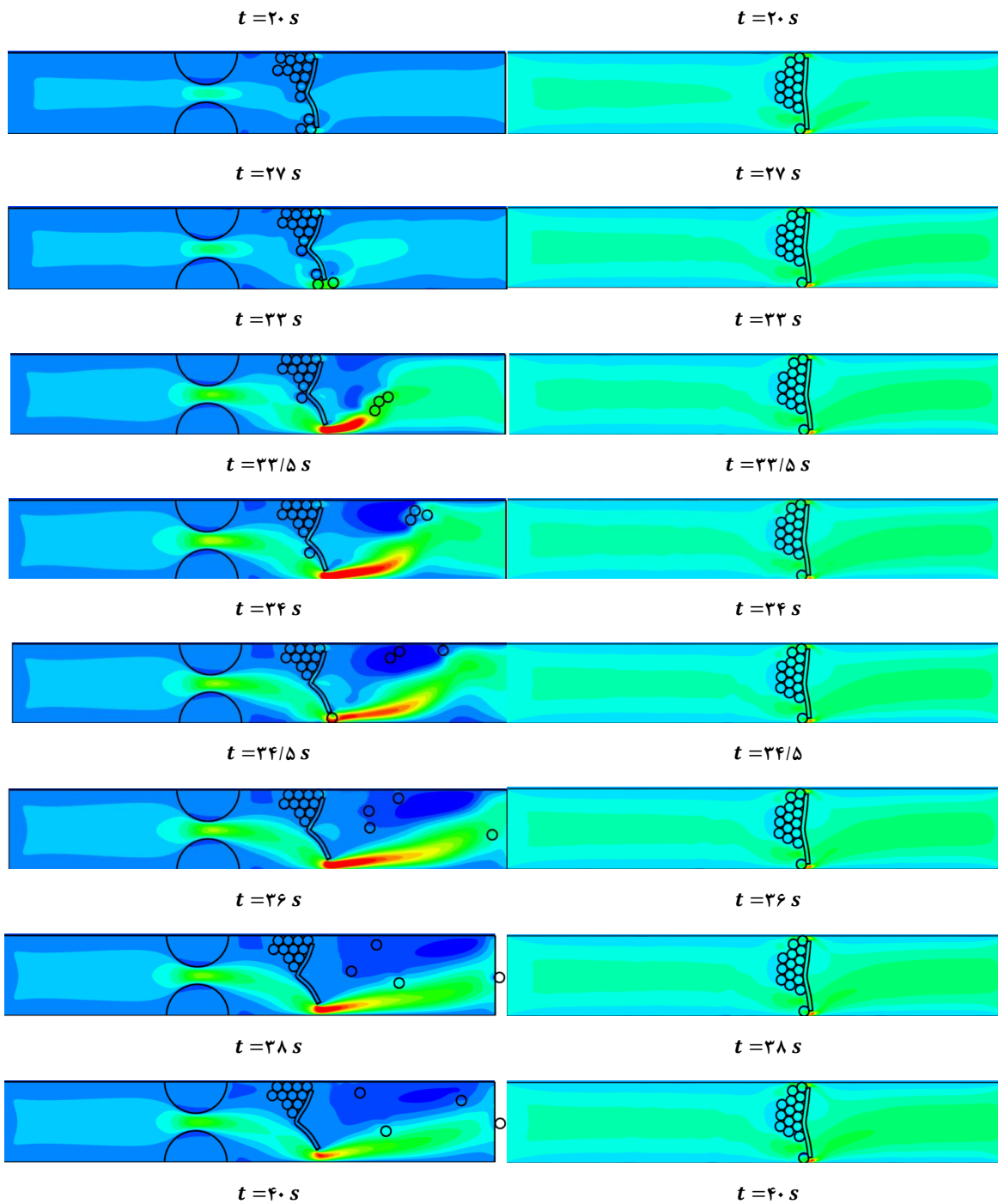
در قسمت دوم این بخش بعد از مکان گرفتگی ایجادشده در سر راه جریان، مانعی تغییر شکل پذیر قرار می‌دهیم و وسط آن را ثابت می‌کنیم. در اینجا به بررسی اثر افزایش سرعت ذرات بر روی میزان فرورفتگی صفحه خواهیم پرداخت. این مسئله می‌تواند در شبیه‌سازی رگ‌های واریسی مفید باشد. وریدهای ساق پا کار دشوارتر دارند، چراکه باید خون را در مسیری طولانی، در خلاف جهت جاذبه زمین و فشار وزن بدن به جلو برانند. در وریدها دریچه‌های یک‌طرفه‌ای قرار دارند که کار آن‌ها پیشگیری از بازگشت خون به عقب است. اگر این دریچه‌ها کار خود را به‌خوبی انجام ندهند، خون به عقب باز می‌گردد و در وریدها تجمع می‌یابد و سبب تورم آن‌ها می‌شود. زمانی که دریچه‌ها در مسیر این ورید و یا اتصالات آن با سایر وریدها خراب می‌شوند، خون، تجمع یافته و یا در شاخه‌های وریدی به عقب بازمی‌گردد و واریس را ایجاد می‌کند. در رگ‌هایی که دچار گرفتگی هستند، اثر خون بازگشت داده‌شده بیشتر شده و باعث تورم افزایش فشار به دیواره‌های رگ خواهد شد. بدین منظور ما یک مانع الاستیک گیردار شده را در کپیلاری 10^6 در برابر جریان حاوی ذرات عبور کننده از یک گرفتگی متقارن نیم‌دایره‌ای قرار می‌دهیم. فاصله خالی بین گرفتگی را برابر $b = 2D$ در نظر می‌گیریم. تمامی پارامترهای سیال مانند حالت قبل است. تعداد ذرات نیز ۱۵ می‌-

باشد که در دو حالت در موقعیت برابر نسبت به صفحه قرار گرفته‌اند. در این قسمت اثر گرفتگی و افزایش سرعت ذرات را به دلیل حضور گرفتگی بر تغییر شکل صفحه الاستیک نمایش خواهیم داد. بدین منظور در دو حالت کانال بدون گرفتگی و در حضور گرفتگی، میزان تغییر شکل و ذرات عبوری را در زمان‌های مختلف با هم مقایسه خواهیم کرد. شکل‌های سمت راست برای کانال بدون گرفتگی و سمت راست برای کانال دارای یک جفت گرفتگی متقارن می‌باشد.

(ب) کانال دارای یک جفت گرفتگی

(الف) کانال بدون گرفتگی





شکل ۶-۲۳- مقایسه رفتار تغییر شکل صفحه در برابر جریان حاوی ذرات برای دو حالت (الف) کانال خالی از گرفتگی و (ب) کانال دارای یک جفت گرفتگی متقارن

همان طور که در شکل های ۶-۲۳- الف و ۶-۲۳- ب واضح است، در حالتی که کانال خالی از گرفتگی است (شکل های سمت راست)، جریان حاوی ذرات نیروی لازم جهت بازگشایی مسیر ذرات

صلب را نخواهد داشت که در این مورد، صفحه الاستیک باعث ایجاد گرفتگی و رسوب ذرات خواهد شد. اما در شکل‌های سمت چپ که مخلوط سیال و ذرات مجبور به عبور از میان یک جفت گرفتگی خواهند شد، سرعتشان افزایش یافته به طوری که باعث ایجاد تغییر شکل بزرگی در صفحه نازک الاستیک شده و در نتیجه مسیر عبور ذرات بازگشایی خواهد شد. در واقع به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت، ایجاد گرفتگی در شریان‌ها به خصوص در نواحی نزدیک دریچه‌ها باعث ایجاد تورم و آسیب به آن‌ها خواهد شد. در این مسئله سرعت ذرات برخوردکننده به صفحه الاستیک در حالت دارای گرفتگی حدود ۴ برابر سرعت بدون گرفتگی است.

۷ فصل هفتم

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۷-۱ نتیجه‌گیری

در این مطالعه، روش‌های ترکیبی مختلفی جهت شبیه‌سازی جریان‌های حاوی ذرات صلب و الاستیک ارائه شده است. این روش‌ها به سه دسته‌اند: (۱) روش ترکیبی مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن - شبکه فنر ضمنی جهت شبیه‌سازی اندرکنش سیال و سازه الاستیک، (۲) روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن - المان گسسته برای مدل‌سازی برخورد ذرات صلب غوطه‌ور در سیال نیوتونی و (۳) روش مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن - شبکه فنر - المان گسسته جهت مدل‌سازی جریان‌های ذره‌ای صلب در حضور موانع الاستیک و صلب. دقت مدل‌های عددی گزارش شده به صورت گام‌به‌گام و توسط چندین نمونه از کارهای محققان قبلی مورد ارزیابی و صحت‌سنجی قرار گرفته است که عبارت‌اند از:

- جریان عبوری از روی یک صفحه صلب در کانال (مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن)
- مدل‌سازی تیر یکسر گیردار بارگذاری شده به صورت محوری و خمشی (شبکه فنر)
- شبیه‌سازی جریان عبوری از روی یک مانع تغییر شکل‌پذیر در حضور سیال و مقایسه آن با نتایج نرم افزار کامسول (COMSOL Multiphysics) برای تغییر طول صفحه (مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن - شبکه فنر)
- مدل‌سازی برخورد دینامیکی دو ذره صلب دایروی بدون حضور سیال (المان گسسته)
- سقوط تک ذره و دو ذره دایروی در کانال حاوی سیال نیوتونی (مرز غوطه‌ور - شبکه بولتزن - المان گسسته)

روش‌های ذکر شده در بالا برای شبیه‌سازی انواع جریان‌های ذره‌ای در فصول ۵ و ۶ مورد استفاده قرار گرفته است که شامل موارد زیر است:

- مدل‌سازی جریان عبوری از روی صفحه صلب نازک در دو حالت پایا و ناپایا. که اهم نتایج آن شامل بررسی تأثیر تغییر شکل صفحه بر پارامترهای جریان نظیر ضریب درگ، لیفت، رینولدز بحرانی و عدد استروهال است.

- مطالعه بر روی حرکت همسایه‌وار دو ذره دایروی در دو حالت صلب و الاستیک در جریان برشی داخل کانال. مهم‌ترین دستاوردهای این مدل‌سازی تغییر مسیر حرکت ذرات، افزایش طول ناحیه‌ی ناپایا در حالت الاستیک نسبت به حالت صلب است.
- بررسی مسیر حرکت ذرات هنگام ته‌نشینی با توجه به تغییر پارامترهای فیزیکی ذرات نظیر اصطکاک و ضریب بازگشت.
- شبیه‌سازی ته‌نشینی ۵۰۴ ذره صلب دایروی در یک کویتی بسته به جهت نمایش میزان قدرت و انعطاف‌پذیری روش ترکیبی گزارش شده.
- شبیه‌سازی جریان حاوی ذرات عبور کننده از روی یک مانع تغییر شکل‌پذیر به‌منظور بررسی تأثیر تعداد ذرات صلب دایروی غوطه‌ور در سیال بر میزان خمیدگی و تعداد ذرات عبور کننده از آن.
- مدل‌سازی جریان حاوی ذرات در کانال دارای گرفتگی با هندسه نیم‌دایره در دو طرف کانال برای بررسی اثر میزان گرفتگی بر افزایش سرعت، مسیر حرکت و میزان تغییر شکل مانع الاستیک.

شایان ذکر است، تمامی نتایج ذکرشده در بالا به تفصیل در بخش‌های مربوط مورد مطالعه و بحث قرار گرفته است و در قسمت بالا اهم نتایج ذکر شده است.

۷-۲ پیشنهادها برای کارهای آینده

پیشنهادها برای کارهای آینده را نیز می‌توان به دو بخش (الف) گسترش الگوریتم‌های عددی و (ب) مطالعه بر روی فیزیک‌های نو به شرح زیر تقسیم کرد:

(الف)

- توسعه روش شبکه فتر برای شبکه‌های غیر منتظم مثلثی جهت بهبود مشکلات

موجود در تحلیل هندسه‌های پیچیده‌تر.

- توسعه روش ترکیبی مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن حرارتی با روش شبکه فنر
- مطالعه بر روی تأثیر نیروهای خمشی و چرخشی فنرها در دقت محاسبه تغییر شکل توسط روش شبکه فنر
- مطالعه بر روی کاهش خطاهای عددی روش ترکیبی روش مرز غوطه‌ور – المان گسسته با اضافه نمودن ترم نیروی لوبریکاسیون برای تحلیل نقاطی از دامنه سیال که بین دو ذره قرار می‌گیرند. در واقع زمانی که دو جسم خیلی به هم نزدیک می‌شوند، مرز غوطه‌ور قادر به تحلیل دقیق نیرویی آن ناحیه نمی‌باشد.

(ب)

- شبیه‌سازی غشاهای نازک غوطه‌ور در سیال با مدل دوبعدی شبکه فنر.
- تحلیل جریان‌های برشی حاوی ذرات شکل‌پذیر و سیال نیوتونی و مطالعه بر روی خواص ریولوژیکی این مخلوط دوفازی.
- مطالعه بر روی میکروارگانیسم‌های بدن انسان نظیر حرکت گلبول‌های قرمز، حرکت اسپرم و رفتار سیال خون در مکان‌های دارای گرفتگی‌های موضعی در رگ‌ها
- بررسی حرکت جریان خون حاوی گلبول‌های قرمز از روی گرفتگی‌های تغییرشکل‌پذیر
- شبیه‌سازی کویتی‌های دارای دیواره‌های الاستیک

مراجع

- [١] K.-i. Tsubota, S. Wada, and T. Yamaguchi, "Particle method for computer simulation of red blood cell motion in blood flow," *Computer methods and programs in biomedicine*, vol. 83, pp. 139-146, 2006.
- [٢] K. Perktold and G. Rappitsch, "Computer simulation of local blood flow and vessel mechanics in a compliant carotid artery bifurcation model," *Journal of biomechanics*, vol. 28, pp. 845-856, 1995.
- [٣] C. S. Peskin, "Numerical analysis of blood flow in the heart," *Journal of computational physics*, vol. 25, pp. 220-252, 1977.
- [٤] J. Lee, J. Shin, and S. Lee, "Fluid–structure interaction of a flapping flexible plate in quiescent fluid," *Computers & Fluids*, vol. 57, pp. 124-137, 2012.
- [٥] P. Jayathilake, Z. Tan, D. Le, H. Lee, and B. Khoo, "Three-dimensional numerical simulations of human pulmonary cilia in the periciliary liquid layer by the immersed boundary method," *Computers & Fluids*, vol. 67, pp. 130-137, 2012.
- [٦] W. Lee, P. Jayathilake, Z. Tan, D. Le, H. Lee, and B. Khoo, "Muco-ciliary transport: effect of mucus viscosity, cilia beat frequency and cilia density," *Computers & Fluids*, vol. 49, pp. 214-221, 2011.
- [٧] E. Lauga and T. R. Powers, "The hydrodynamics of swimming microorganisms," *Reports on Progress in Physics*, vol. 72, p. 096601, 2009.
- [٨] P. Whittaker, C. Wilson, J. Aberle, H. P. Rauch, and P. Xavier, "A drag force model to incorporate the reconfiguration of full-scale riparian trees under hydrodynamic loading," *Journal of Hydraulic Research*, vol. 51, pp. 569-580, 2013.
- [٩] G. A. Buxton, R. Verberg, D. Jasnow, and A. C. Balazs, "Newtonian fluid meets an elastic solid: coupling lattice Boltzmann and lattice-spring models," *Physical Review E*, vol. 71, p. 056707, 2005.
- [١٠] C. AIDUN, "Simulating deformable particle suspensions using a coupled lattice-Boltzmann and finite-element method," 2009.
- [١١] R. M. MacMECCAN, J. R. CLAUSEN, G. P. NEITZEL, and C. K. AIDUN, "Simulating deformable particle suspensions using a coupled lattice-Boltzmann and finite-element method," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 618, pp. 13-39, 2009.
- [١٢] C. S. Peskin, "Flow patterns around heart valves: a numerical method," *Journal of computational physics*, vol. 10, pp. 252-271, 1972.
- [١٣] M.-C. Lai and C. S. Peskin, "An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity," *Journal of computational physics*, vol. 160, pp. 705-719, 2000.
- [١٤] D. Goldstein, R. Handler, and L. Sirovich, "Modeling a no-slip flow boundary with an external force field," *Journal of computational physics*, vol. 10, pp. 354-366, 1993.
- [١٥] E. Saiki and S. Biringen, "Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: application of a virtual boundary method," *Journal of computational physics*, vol. 123, pp. 450-465, 1996.
- [١٦] J. Mohd-Yusof, "Combined immersed-boundary/B-spline methods for simulations of flow in complex geometries," *Annual Research Briefs. NASA Ames*

Research Center= Stanford University Center of Turbulence Research: Stanford, pp. 317-327, 1997.

- [17] E. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, and J. Mohd-Yusof, "Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations," *Journal of computational physics*, vol. 161, pp. 35-60, 2000.
- [18] J.-I. Choi, R. C. Oberoi, J. R. Edwards, and J. A. Rosati, "An immersed boundary method for complex incompressible flows," *Journal of computational physics*, vol. 224, pp. 757-784, 2007.
- [19] T. Ikeno and T. Kajishima, "Finite-difference immersed boundary method consistent with wall conditions for incompressible turbulent flow simulations," *Journal of computational physics*, vol. 226, pp. 1485-1508, 2007.
- [20] S. Majumdar, G. Iaccarino, and P. Durbin, "RANS solvers with adaptive structured boundary non-conforming grids," *Annual Research Briefs, Center for Turbulence Research, Stanford University*, pp. 353-466, 2001.
- [21] M. Uhlmann, "An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows," *Journal of computational physics*, vol. 209, pp. 448-476, 2005.
- [22] D. Le, B. Khoo, and K. Lim, "An implicit-forcing immersed boundary method for simulating viscous flows in irregular domains," *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 197, pp. 2119-2130, 2008.
- [23] A. A. Delouei, M. Nazari, M. Kayhani, and S. Succi, "Non-Newtonian unconfined flow and heat transfer over a heated cylinder using the direct-forcing immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method," *Physical Review E*, vol. 89, p. 053312, 2014.
- [24] J. Kim, D. Kim, and H. Choi, "An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries," *Journal of computational physics*, vol. 171, pp. 132-150, 2001.
- [25] S. K. Kang, "Immersed boundary methods in the lattice Boltzmann equation for flow simulation," Texas A&M University, 2010.
- [26] E. Balaras, "Modeling complex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations," *Computers & Fluids*, vol. 33, pp. 375-404, 2004.
- [27] A. Gilmanov, F. Sotiropoulos, and E. Balaras, "A general reconstruction algorithm for simulating flows with complex 3D immersed boundaries on Cartesian grids," *Journal of computational physics*, vol. 191, pp. 660-669, 2003.
- [28] R. Ghias, R. Mittal, and H. Dong, "A sharp interface immersed boundary method for compressible viscous flows," *Journal of computational physics*, vol. 225, pp. 528-553, 2007.
- [29] T. W. Sheu, H. Ting, and R. Lin, "An immersed boundary method for the incompressible Navier-Stokes equations in complex geometry," *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 56, pp. 877-898, 2007.
- [30] A. L. E. Silva, A. Silveira-Neto, and J. Damasceno, "Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method," *Journal of computational physics*, vol. 189, pp. 351-370, 2003.
- [31] S.-W. Su, M.-C. Lai, and C.-A. Lin, "An immersed boundary technique for simulating complex flows with rigid boundary," *Computers & Fluids*, vol. 36, pp. 313-324, 2007.
- [32] K. Luo, Z. Wang, J. Fan, and K. Cen, "Full-scale solutions to particle-laden flows: Multidirect forcing and immersed boundary method," *Physical Review E*,

- vol. 76, p. 066709, 2007.
- [33] Z. Wang, J. Fan, and K. Luo, "Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 34, pp. 283-302, 2008.
 - [34] S. Chen and G. D. Doolen, "Lattice Boltzmann method for fluid flows," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 30, pp. 329-364, 1998.
 - [35] D. Yu, R. Mei, L.-S. Luo, and W. Shyy, "Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 39, pp. 329-367, 2003.
 - [36] Z.-G. Feng and E. E. Michaelides, "The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems," *Journal of computational physics*, vol. 195, pp. 602-628, 2004.
 - [37] Z.-G. Feng and E. E. Michaelides, "Proteus: a direct forcing method in the simulations of particulate flows," *Journal of computational physics*, vol. 202, pp. 20-51, 2005.
 - [38] X. Niu, C. Shu, Y. Chew, and Y. Peng, "A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows," *Physics Letters A*, vol. 354, pp. 173-182, 2006.
 - [39] A. Dupuis, P. Chatelain, and P. Koumoutsakos, "An immersed boundary-lattice-Boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder," *Journal of computational physics*, vol. 227, pp. 4486-4498, 2008.
 - [40] S. Kang and Y. Hassan, "An immersed boundary-lattice Boltzmann method for large particle sedimentation", in *The Seventh International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics, Operations and Safety (Nuthos7)*, 2008.
 - [41] J. Wu and C. Shu, "Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications," *Journal of computational physics*, vol. 228, pp. 1963-1979, 2009.
 - [42] Z. Guo, C. Zheng, and B. Shi, "Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method," *Physical Review E*, vol. 65, p. 046308, 2002.
 - [43] W. T. Ashurst and W. G. Hoover, "Microscopic fracture studies in the two-dimensional triangular lattice," *Physical Review B*, vol. 14, p. 1465, 1976.
 - [44] M. Ostoja-Starzewski, "Lattice models in micromechanics," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 55, pp. 35-60, 2002.
 - [45] A. Hrennikoff, "Solution of problems of elasticity by the framework method," *Journal of applied mechanics*, vol. 8, pp. 169-175, 1941.
 - [46] P. D. Beale and D. J. Srolovitz, "Elastic fracture in random materials," *Physical Review B*, vol. 37, p. 5500, 1988.
 - [47] D. J. Srolovitz, "On the stability of surfaces of stressed solids," *Acta metallurgica*, vol. 37, pp. 621-625, 1989.
 - [48] G. Hassold and D. Srolovitz, "Brittle fracture in materials with random defects," *Physical Review B*, vol. 39, p. 9273, 1989.
 - [49] T.-H. Wu, R.-S. Guo, G.-W. He, Y.-M. Liu, and D. Qi, "Simulation of swimming of a flexible filament using the generalized lattice-spring lattice-Boltzmann method," *Journal of theoretical biology*, vol. 349, pp. 1-11, 2014.
 - [50] L. Monette and M. Anderson, "Elastic and fracture properties of the two-dimensional triangular and square lattices," *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, vol. 2, p. 53, 1994.
 - [51] A. Parisi and G. Caldarelli, "Self-affine properties of fractures in brittle

- materials," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 280, pp. 161-165, 2000.
- [52] G. F. Zhao, J. Fang, and J. Zhao, "A 3D distinct lattice spring model for elasticity and dynamic failure," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 35, pp. 859-885, 2011.
- [53] T. Omori, T. Ishikawa, D. Barthès-Biesel, A.-V. Salsac, J. Walter, Y. Imai, and T. Yamaguchi, "Comparison between spring network models and continuum constitutive laws: Application to the large deformation of a capsule in shear flow," *Physical Review E*, vol. 83, p. 041918, 2011.
- [54] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook, "A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems," *Physical review*, vol. 94, p. 511, 1954.
- [55] C. H. Adhvaryu, "The lattice boltzmann method for computational fluid dynamics applications," Citeseer, 2008.
- [56] U. Frisch, D. d'Humieres, B. Hasslacher, P. Lallemand, Y. Pomeau, and J.-P. Rivet, "Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions," *Complex systems*, vol. 1, pp. 649-707, 1987.
- [57] Q. Zou and X. He, "On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 9, pp. 1591-1598, 1997.
- [58] G. Agresar, J. Linderman, G. Tryggvason, and K. Powell, "An adaptive, Cartesian, front-tracking method for the motion, deformation and adhesion of circulating cells," *Journal of computational physics*, vol. 143, pp. 346-380, 1998.
- [59] C. D. Eggleton and A. S. Popel, "Large deformation of red blood cell ghosts in a simple shear flow," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 10, pp. 1834-1845, 1998.
- [60] J. Wu and C. Shu, "Particulate flow simulation via a boundary condition-enforced immersed boundary-lattice Boltzmann scheme," *Communications in Computational Physics*, vol. 7, p. 793, 2010.
- [61] N. A. Patankar and H. H. Hu, "Finite Reynolds number effect on the rheology of a dilute suspension of neutrally buoyant circular particles in a Newtonian fluid," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 28, pp. 409-425, 2002.
- [62] D. R. Mikulencak and J. F. Morris, "Stationary shear flow around fixed and free bodies at finite Reynolds number," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 520, pp. 215-242, 2004.
- [63] C. A. Kossack and A. Acrivos, "Steady simple shear flow past a circular cylinder at moderate Reynolds numbers- A numerical solution," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 66, pp. 353-376, 1974.
- [64] Y. Yan, J. F. Morris, and J. Koplik, "Hydrodynamic interaction of two particles in confined linear shear flow at finite Reynolds number," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 19, p. 113305, 2007.
- [65] A. A. Delouei, M. Nazari, M. Kayhani, S. Kang, and S. Succi, "Non-Newtonian particulate flow simulation: A direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann approach," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 447, pp. 1-20, 2016.
- [66] A. M. Ardekani, S. Dabiri, and R. H. Rangel, "Collision of multi-particle and general shape objects in a viscous fluid," *Journal of computational physics*, vol. 227, pp. 10094-10107, 2008.

- [٢٧] M. Ekiel-Jeżewska, N. Lecoq, R. Anthore, F. Bostel, and F. Feuillebois, "Rotation due to hydrodynamic interactions between two spheres in contact," *Physical Review E*, vol. 66, p. 051504, 2002.
- [٢٨] J. Zhang, L.-S. Fan, C. Zhu, R. Pfeffer, and D. Qi, "Dynamic behavior of collision of elastic spheres in viscous fluids," *Powder technology*, vol. 106, pp. 98-109, 1999.
- [٢٩] R. H. Davis, "Effects of surface roughness on a sphere sedimenting through a dilute suspension of neutrally buoyant spheres," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, vol. 4, pp. 2607-2619, 1992.
- [٣٠] M. Ekiel-Jeżewska, F. Feuillebois, N. Lecoq, K. Masmoudi, R. Anthore, F. Bostel, and E. Wajnryb, "Hydrodynamic interactions between two spheres at contact," *Physical Review E*, vol. 59, p. 3182, 1999.
- [٣١] L. Jian-Zhong, W. Ye-Long, and J. A. Olsen, "Sedimentation of rigid cylindrical particles with mechanical contacts," *Chinese Physics Letters*, vol. 22, p. 628, 2005.
- [٣٢] R. Glowinski, T.-W. Pan, T. I. Hesla, and D. D. Joseph, "A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 25, pp. 755-794, 1999.
- [٣٣] A. Ardekani and R. Rangel, "Numerical investigation of particle-particle and particle-wall collisions in a viscous fluid," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 596, pp. 437-466, 2008.
- [٣٤] R. Glowinski, "Finite element methods for incompressible viscous flow," *Handbook of numerical analysis*, vol. 9, pp. 3-1176, 2003.
- [٣٥] P. A. Cundall and O. D. Strack, "A discrete numerical model for granular assemblies," *Geotechnique*, vol. 29, pp. 47-65, 1979.
- [٣٦] A. Wachs, "A DEM-DLM/FD method for direct numerical simulation of particulate flows: Sedimentation of polygonal isometric particles in a Newtonian fluid with collisions," *Computers & Fluids*, vol. 38, pp. 1608-1628, 2009.
- [٣٧] A. Wachs, L. Girolami, G. Vinay, and G. Ferrer, "Grains3D, a flexible DEM approach for particles of arbitrary convex shape—Part I: Numerical model and validations," *Powder technology*, vol. 224, pp. 374-389, 2012.
- [٣٨] C. T. Crowe, J. D. Schwarzkopf, M. Sommerfeld, and Y. Tsuji, *Multiphase flows with droplets and particles*: CRC press, 2011.
- [٣٩] A. Dżiugys and B. Peters, "An approach to simulate the motion of spherical and non-spherical fuel particles in combustion chambers," *Granular matter*, vol. 3, pp. 231-266, 2001.
- [٤٠] M. Kodam, R. Bharadwaj, J. Curtis, B. Hancock, and C. Wassgren, "Cylindrical object contact detection for use in discrete element method simulations. Part I—Contact detection algorithms," *Chemical Engineering Science*, vol. 65, pp. 5852-5862, 2010.
- [٤١] F. Y. Fraige, P. A. Langston, and G. Z. Chen, "Distinct element modelling of cubic particle packing and flow," *Powder technology*, vol. 186, pp. 224-240, 2008.
- [٤٢] R. Hart, P. Cundall, and J. Lemos, "Formulation of a three-dimensional distinct element model—Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks," in *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1988, pp. 117-125.
- [٤٣] P. A. Thompson and G. S. Grest, "Granular flow: friction and the dilatancy

- transition," *Physical Review Letters*, vol. 67, p. 1751, 1991.
- [⁸⁴] G. Ristow, "Dynamics of granular materials in a rotating drum," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 34, p. 263, 1996.
- [⁸⁵] P. W. Cleary, "DEM prediction of industrial and geophysical particle flows," *Particuology*, vol. 8, pp. 106-118, 2010.
- [⁸⁶] P. W. Cleary, "Large scale industrial DEM modelling," *Engineering Computations*, vol. 21, pp. 169-204, 2004.
- [⁸⁷] C.-Y. Wu and A. C. Cocks, "Numerical and experimental investigations of the flow of powder into a confined space," *Mechanics of Materials*, vol. 38, pp. 2006, 324-304.
- [⁸⁸] D. Wan and S. Turek, "Direct numerical simulation of particulate flow via multigrid FEM techniques and the fictitious boundary method," *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 51, pp. 531-566, 2006.
- [⁸⁹] K. Vahidkhah, D. Cordasco, M. Abbasi, L. Ge, E. Tseng, P. Bagchi, and A. N. Azadani, "Flow-Induced Damage to Blood Cells in Aortic Valve Stenosis," *Annals of biomedical engineering*, pp. 1-13, 2016.
- [⁹⁰] S. Fu, W. Leung, and R. So, "A lattice Boltzmann and immersed boundary scheme for model blood flow in constricted pipes: part 1-steady flow," *Communications in Computational Physics*, vol. 14, pp. 126-152, 2013.
- [⁹¹] H. Li, H. Fang, Z. Lin, S. Xu, and S. Chen, "Lattice Boltzmann simulation on particle suspensions in a two-dimensional symmetric stenotic artery," *Physical Review E*, vol. 69, p. 031919, 2004.

Abstract

In this study, an incorporation of Lattice Boltzmann with Immersed Boundary Method (IB-LBM) is used to simulate flow in vicinity of solid boundaries. Based on earlier authors reports, in this study, for ascending of the solutions accuracy, the split-forcing method is taken into account in LB algorithm (split-forcing LBM). To analyze elastic body behavior which is immersed in fluid, a Lattice Spring Model (LSM) is used. In this numerical method, an elastic body is considered as a network of massless Hookean springs that connect regularly spaced mass points. In this study, for the first time, the hybrid implicit algorithm is proposed for combination of IB-LBM with LSM to reduce existing limitation in selection of time step and lattice spring length. Verification of the combined method is applied by some experimental and numerical works. For this purpose, the drag coefficient and vortex length for flow over a flat plate and Poisson's ratio, stretch length and bending length for cantilever are compared with earlier results. In the results section, several problems are studied which the most imperative of them including (1) examination of drag and lift coefficients and deformation behavior at steady and unsteady conditions for an elastic flat plate in presence of the flow and (2) two particles behavior in shear flow at two types of rigid and deformable body. In the latest session of this study, a valid and powerful method is reported which is entitled Discrete Element Method (DEM) to simulate collision of two rigid particles. In addition, in this method, friction and restitution coefficient in collision are considered. In this study, for the first time, we represent the hybrid IB-LB-DE method to growth analysis of particulate flow ability. To check above method, drafting-Kissing- Tumbling (DKT) phenomena in sedimentation of two particles are compared with other works. In the results session, at first, particulate flow across the deformable plate is studied and then, we simulate stenosis channel. In this section, we will show what stenosis has devastating effects on neighbor deformable leaflets. In fact, with increasing the fluid velocity in guttural region, submerged particles velocity is also increased and it causes more pressure force to elastic obstacle. The ascending the pressure in obstacle wall increases value of bending and reopens the flow path.

Keywords: Immersed boundary -lattice Boltzmann method, lattice spring model, deformable plate, nearby- interaction, discrete element method, sedimentatio



Shahrood University of technology

Faculty of Mechanical and Mechatronics Engineering

Fluid – Deformable structure interaction in laminar regime using Immersed
Boundary- Lattice Boltzmann- Lattice spring Model

By: Behrooz Afra

Supervisor:

Mohammad Hasan Kayhani

September 2016