

بِسْمِ اللَّهِ
الرَّحْمَنِ
الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی مکانیک
رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد

میرایی ترموالاستیک در ارتعاش‌کننده‌های نانو الکترومکانیکی ساخته شده از
گرافن چند لایه با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرموضعی

نگارنده: احسان صانعی

استاد راهنما
دکتر اردشیر کرمی محمدی

شهریور ۱۳۹۵

تقدیم به عزیزترین ما

پدر، مادر، همسر

به جبران قطره‌ای از دریای محبتشان

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی‌شائبه‌ی او، بازبان قاصرو
دست ناتوان، چیزی بخاریم.

اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تا این می‌کند و سلامت امانت‌هایی
را که به دستش سپرده‌اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب
"من لم یسکر المنعم من المخلوقین لم یسکر الله عزوجل":

از پدر و مادر عزیزم، این دو معلم بزرگوارم، که همواره بر کوتاهی و درستی من، قلم عفو کشیده و گریانه از کنار
غفلت‌هایم گذشته‌اند و در تمام عرصه‌های زندگی یار و یاور بی‌چشم داشت برای من بوده‌اند؛ همچنین، همسر دلسوز و
مهربانم که در تمامی مراحل، همواره در کنار من بود و به من آرامش می‌داد
و از استاد بجمند و شایسته؛ جناب آقای دکتر اردشیر کریمی محمدی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از بیچ‌گلی در
این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمات راهنمایی این پایان‌نامه را بر عهده گرفتند؛

کمال شکر و قدردانی را دارم

باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را پاس گوید.

چکیده

در این پایان نامه میرایی ترموالاستیک ارتعاش‌کننده‌های نانو الکترومکانیکی ساخته شده از گرافن چند لایه بررسی شده است. همچنین ولتاژ پولین و میرایی ترموالاستیک با حضور تحریک الکترواستاتیک نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق نانو تسمه ارتعاش‌کننده به عنوان ارتعاش‌کننده نانو الکترومکانیکی مورد بررسی قرار گرفته است که با تیر اولر-برنولی عریض مدل شده است. در ابتدا معادلات حاکم بر ارتعاشات نانو تسمه با در نظر گرفتن نیروی برشی بین لایه‌ای با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرموضعی استخراج شده است. سپس معادله ترموالاستیک با استفاده از قانون فوریه و شرایط مرزی و پیوستگی بین لایه‌ها حل و به معادله حرکت اضافه شد. حل معادله حرکت برای نانو تسمه گرافنی تک لایه به روش گلرکین و با در نظر گرفتن یک مد، هم پوشانی خوبی با نتایج تحلیلی به دست آمده در مقالات پیشین داشت. از این رو با حل معادله حرکت به دست آمده برای نانو تسمه چند لایه، به روش گلرکین با در نظر گرفتن یک مد برای شرایط مرزی متداول دوسرگیردار و دوسرمفصل فرکانس مختلط ارتعاشات محاسبه شد و با استفاده از آن میرایی ترموالاستیک به دست آمد. همچنین تاثیر پارامتر غیرموضعی و پارامترهای مختلف محیطی و فیزیکی موجود نیز بر روی میرایی ترموالاستیک مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه با اضافه کردن تحریک الکترواستاتیک به معادلات سیستم، ولتاژ پولین که از اعمال ولتاژ تحریک مستقیم حاصل می‌شود برای شرایط مرزی دوسرگیردار و دوسرمفصل محاسبه شد. سپس فرکانس مختلط ارتعاشات سیستم با اعمال ولتاژ تحریک متناوب به روش گلرکین محاسبه شد و بدین ترتیب میرایی ترموالاستیک با حضور تحریک الکترواستاتیک نیز محاسبه شده است.

کلمات کلیدی

میرایی ترموالاستیک، الاستیسیته غیرموضعی، نانو تسمه گرافنی چند لایه، الکترواستاتیک

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱.....	۱ کلیات و مفاهیم
۲.....	۱-۱ مقدمه
۵.....	۲-۱ میرایی ترموالاستیک
۶.....	۳-۱ گرافن
۸.....	۱-۳-۱ ساخت گرافن.....
۹.....	۲-۳-۱ کاربردهای گرافن
۱۱.....	۳-۳-۱ کاربردهای پزشکی
۱۲.....	۴-۳-۱ ذخیره انرژی
۱۳.....	۴-۱ تئوری‌های الاستیسیته
۱۳.....	۱-۴-۱ الاستیسیته کلاسیک
۱۴.....	۲-۴-۱ تئوری‌های مرتبه بالاتر
۱۵.....	۳-۴-۱ الاستیسیته غیرکلاسیک کسرات، میکروپلار و تنش کوپل
۱۶.....	۴-۴-۱ الاستیسیته تنش کوپل اصلاح شده
۱۸.....	۵-۴-۱ الاستیسیته گرادیان کرنش
۱۹.....	۶-۴-۱ الاستیسیته غیرموضعی
۲۲.....	۵-۱ تحریک الکترواستاتیک
۲۳.....	۶-۱ مروری بر پژوهش‌های گذشته
۲۷.....	۷-۱ اهداف پژوهش
۲۹.....	۲ نانو تسمه گرافنی تک‌لایه

۱-۲	مقدمه	۳۰
۲-۲	مفاهیم اولیه	۳۰
۳-۲	تعریف مسئله	۳۱
۴-۲	معادلات حاکم	۳۲
۵-۲	حل معادلات حاکم	۳۴
۱-۵-۲	تسمه تک لایه دوسر مفصل	۳۵
۲-۵-۲	تسمه تک لایه دوسر گیردار	۳۶
۶-۲	ضریب کیفیت	۳۷
۷-۲	اعتبار سنجی	۳۷
۳	نانو تسمه گرافنی دولایه	۳۹
۱-۳	تعریف مسئله و فرضیات	۴۰
۲-۳	معادلات حاکم	۴۱
۳-۳	حل معادلات حاکم	۴۸
۴-۳	روش گالرکین	۵۰
۵-۳	شرط مرزی تکیه گاه ساده	۵۱
۶-۳	شرط مرزی دوسر گیردار	۵۲
۷-۳	ضریب کیفیت	۵۲
۸-۳	تحریک الکترواستاتیک	۵۳
۱-۸-۳	حل استاتیکی تحریک الکترواستاتیک	۵۳
۲-۸-۳	ولتاژ پولین	۵۵
۳-۸-۳	ارتعاشات عرضی حول جابجایی استاتیکی	۵۵
۴-۸-۳	ضریب کیفیت	۵۶

۵۷	نتایج	۴
۵۸	مقدمه	۱-۴
۵۸	نانوتسمه گرافنی تک لایه	۲-۴
۶۰	نانوتسمه گرافنی دولایه	۳-۴
۷۴	مقایسه نانوتسمه گرافنی تک لایه و دولایه	۴-۴
۷۷	نتیجه گیری	۵
۷۸	مقدمه	۱-۵
۷۸	بحث و نتیجه گیری	۲-۵
۸۰	پژوهش های پیشنهادی	۳-۵
۸۱	منابع	۶

فهرست شکل‌ها

- شکل ۲-۱: نانو تسمه ارتعاش کننده گرافنی..... ۳۲
- شکل ۳-۱: نانوتسمه گرافنی دو لایه ۴۰
- شکل ۴-۱: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول به روشهای مختلف برای نانو تسمه تک لایه دوسر گیردار ۵۹
- شکل ۴-۲: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول به روشهای مختلف برای نانو تسمه تک لایه دوسر مفصل ۵۹
- شکل ۴-۳: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول نانو تسمه دوسرگیردار ۶۱
- شکل ۴-۴: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول نانو تسمه دوسر مفصل ۶۱
- شکل ۴-۵: نمودار معکوس ضریب کیفیت نانو تسمه دوسرگیردار برحسب تغییرات نسبت طول به ضخامت برای پارامترهای غیرموضعی مختلف ۶۲
- شکل ۴-۶: نمودار معکوس ضریب کیفیت نانوتسمه دوسر مفصل برحسب تغییرات طول به ضخامت برای پارامترهای غیرموضعی مختلف ۶۳
- شکل ۴-۷: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول برای مدول برشی های بین لایه‌های مختلف نانوتسمه دوسرگیردار ۶۵
- شکل ۴-۸: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول برای مدول برشی های بین لایه‌های مختلف نانوتسمه دوسر مفصل ۶۵
- شکل ۴-۹: نمودار معکوس ضریب کیفیت برای دماهای مختلف محیط و مقادیر پارامتر غیرموضعی مختلف برای نانوتسمه دوسرگیردار ۶۶
- شکل ۴-۱۰: نمودار معکوس ضریب کیفیت برای دماهای مختلف محیط و مقادیر پارامتر غیرموضعی مختلف برای نانوتسمه دوسر مفصل ۶۷
- شکل ۴-۱۱: نمودار معکوس ضریب کیفیت برای دماهای مختلف محیط و مقادیر مختلف مدول برشی بین لایه‌های برای نانوتسمه دوسرگیردار ۶۸
- شکل ۴-۱۲: نمودار معکوس ضریب کیفیت برای دماهای مختلف محیط و مقادیر مختلف مدول برشی بین لایه‌های برای نانوتسمه دوسر مفصل ۶۸
- شکل ۴-۱۳: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر پارامتر غیرموضعی برای طولهای مختلف برای تیر دو سرگیردار ۶۹
- شکل ۴-۱۴: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر پارامتر غیرموضعی برای طولهای مختلف برای تیر دو سر مفصل ۷۰
- شکل ۴-۱۵: نمودار جابجایی استاتیکی نانوتسمه گرافنی دولایه برحسب ولتاژ تحریک برای شرایط مرزی دوسرگیردار ۷۱

شکل ۴-۱۶: نمودار جابجایی استاتیکی نانوتسمه گرافنی دولایه برحسب ولتاژ تحریک برای شرایط مرزی دوسرمفصل	۷۱
شکل ۴-۱۷: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول برای ولتاژهای تحریک مختلف برای نانو تسمه گرافنی دولایه دوسر گیردار	۷۲
شکل ۴-۱۸: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول برای ولتاژهای تحریک مختلف برای نانو تسمه گرافنی دولایه دوسر مفصل	۷۳
شکل ۴-۱۹: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییرات فاصله گپ برای ولتاژهای تحریک مختلف برای نانوتسمه گرافنی دولایه دوسرگیردار	۷۳
شکل ۴-۲۰: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییرات فاصله گپ برای ولتاژهای تحریک مختلف برای نانوتسمه گرافنی دولایه دوسرمفصل	۷۴
شکل ۴-۲۱: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییرات نسبت طول به ضخامت برای نانو تسمه گرافنی تکلایه و دولایه دو سر گیردار	۷۵
شکل ۴-۲۲: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییرات نسبت طول به ضخامت برای نانو تسمه گرافنی تک لایه و دولایه دو سرمفصل	۷۵

علائم و اختصارات

K	انرژی جنبشی
U	انرژی کرنشی
σ_{ij}	مؤلفه‌های تانسور تنش کلاسیک
ε_{ij}	مؤلفه‌های تانسور کرنش
μ	پارامتر غیر موضعی
ρ	چگالی
v	نسبت پواسون
L	طول نانوتسمه
h	ضخامت نانوتسمه
ω	فرکانس طبیعی
x, y, z	مختصه‌های کارتیزین
E	مدول الاستیسیته
A	مساحت سطح مقطع
u, w	مؤلفه‌های جابه‌جایی
c_v	حرارت مخصوص در حجم ثابت
k	ضریب انتقال حرارت
G	مدول برشی بین لایه‌ای
Q^{-1}	معکوس ضریب کیفیت میرایی ترموالاستیک

کلیات و مفاهیم

۱-۱ مقدمه

فناوری نانو یا نانوتکنولوژی رشته‌ای از دانش کاربردی و فناوری است که جستارهای گسترده‌ای را پوشش می‌دهد. موضوع اصلی آن نیز مهار ماده یا دستگاه‌های در ابعاد کمتر از یک میکرومتر، معمولاً حدود ۱ تا ۱۰۰ نانومتر است. در واقع نانو تکنولوژی فهم و به کارگیری خواص جدیدی از مواد و سیستم‌هایی در این ابعاد است که اثرات فیزیکی جدیدی (عمدتاً متأثر از غلبه خواص کوانتومی بر خواص کلاسیک) از خود نشان می‌دهند. ارتعاش کننده نانو به ارتعاش کننده‌های ساخته شده در ابعاد نانو اطلاق می‌شود. به طور کلی به سازه‌هایی که در ابعاد میکرو یا نانو ساخته می‌شوند، ریزساختار گفته می‌شود. ریزساختارها امروزه به شکل نانوتیر و نانوصفحه در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی^۱ و نانوالکترومکانیکی^۲ به وفور دیده می‌شوند.

سیستم‌های میکروالکترومکانیکی و نانوالکترومکانیکی برای اولین بار در دهه ۱۹۸۰ مورد استفاده قرار گرفت، زمانی که نخستین بار در آمریکا در مجموعه گسترده‌ای از تکنولوژی با هدف کوچک سازی سیستم‌ها با مجتمع سازی عملگرها در یک پکیج کوچک استفاده شد. میکروسوئیچ‌های نوری، نوک میکروسکوپ نیروی اتمی، شتاب‌سنج‌های گوشی‌های همراه و هارد دیسک‌های کامپیوترها، سنسورهای شتاب سنج سیال، سلول‌های خورشیدی، نمایشگرهای لمسی انعطاف‌پذیر و انواع رزوناتورها تنها بخش کوچکی از کاربردهای سیستم‌های نانوالکترومکانیکی هستند.

گرافن^۳ یکی از آلوتروپ‌های کربن است، که در آن تنها یکی از لایه‌های گرافیت وجود دارد گرافن را ماده جادویی قرن ۲۱ می‌نامند. این ماده که گفته می‌شود محکم‌ترین ماده ای است که تاکنون مورد مطالعه قرار گرفته است، جایگزینی برای سیلیکون است و خواص عجیب آن مانند بیشترین میزان رسانایی الکتریکی در بین مواد شناخته شده، دنیای علم را تکان داده است. گرافن ماده‌ای منحصر بفرد با پایه کربنی و دانسیته بالاست. ورق گرافن ورقه‌ای با ضخامت یک اتم کربن است

¹ Micro Electro Mechanical System (MEMS)

² Nano Electro Mechanical System (NEMS)

³ graphene

که در آن اتم‌های کربن به صورت منظم کنار هم قرار گرفته‌اند. محققان دانشگاه کلمبیا می‌گویند که برای سوراخ کردن یک ورق گرافن به نیرویی بیش از ۲۰۰۰۰ نیوتن نیاز خواهد بود [۱].

ورق گرافن به دلیل خواص مکانیکی، الکتریکی، فیزیکی و حرارتی خارق‌العاده جاذبه قابل توجهی از سوی مجامع علمی داشته است. طبق آخرین آزمایش‌های مکانیکی، گرافن، به عنوان مستحکم‌ترین ماده تست شده تاکنون پیشنهاد شده است. ورق‌های گرافن گزینه امیدوارکننده‌ای برای طراحی و توسعه سیستم‌های نانوالکترومکانیکی هستند.

نانو تسمه‌های گرافنی اساساً تک لایه‌های گرافنی با عرض محدود هستند که با نیروهای واندروالسی ضعیف روی هم نگه داشته شده‌اند.

گرافن بسیار نازک است و از لحاظ مکانیکی بسیار محکم بوده و ماده‌ای شفاف و یک رسانای انعطاف پذیر است. تحرک‌پذیری (قابلیت سیار بودن) گرافن که در وسایل ارتباطی پارامتری دارای اهمیت بسیار موثری می‌باشد، بالا بوده و پتانسیل این ماده را برای کاربردهایی با فرکانس بالای الکتریکی نشان می‌دهد. انواع جدید مواد کامپوزیتی که بر اساس گرافن با مقاومت بالا و وزن کم شناخته شده‌اند می‌توانند در ماهواره و صنعت هوافضا مورد استفاده قرار گیرند.

امروزه انرژی مصرفی وسایل مختلف با وجود محدودیت‌های دسترسی به منابع انرژی، برای دستگاه‌های سیار بایستی بهینه شود. خوشبختانه آنالیزهای مختلفی بر روی فاکتورهای اساسی اتلاف انرژی صورت پذیرفته است. رسیدن به کارایی حداکثری در رزوناتورها به عنوان بخشی از سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، به معنای ساخت آنها در کارکرد با اتلاف انرژی کمتر و ضریب کیفیت^۱ بالاتر است. ضریب کیفیت رزوناتور یک معیار برای اندازه‌گیری میزان هدررفت انرژی است. منابع اتلاف کننده در رزوناتورها به دو بخش خارجی و داخلی تقسیم می‌شوند. میرایی هوا و اتلاف تکیه‌گاهی از عوامل عمده‌ی خارجی هستند که می‌توانند با طراحی‌های مطلوب به حداقل رسانده شوند. به عنوان مثال، میرایی ناشی از فشار هوا با ایجاد فضای خلاء به حداقل می‌رسد. از سوی دیگر، منابع اتلاف

¹ Quality factor

داخلی یا ذاتی مانند میرایی ترموالاستیک^۱ نمی‌توانند به سادگی منابع خارجی، کنترل یا حذف شوند. میرایی ترموالاستیک، ناشی از شار حرارتی برگشت‌ناپذیر تولیدی در سیستم‌های ارتعاشی است. این شار حرارتی از قسمت فشرده به ناحیه کشیده شده، که در دمای پایین‌تری قرار دارد، برقرار می‌شود تا سازه را در تعادل حرارتی نگه دارد. شار حرارتی برگشت‌ناپذیر باعث افزایش آنتروپی شده که در ریزساختارها اتلاف انرژی زیادی را به همراه دارد [۲]. به‌خصوص، این میرایی یک مکانیزم اتلافی مهم در ریزساختارهای میکرو و نانویی است که در مودهای ارتعاشی خمشی نوسان می‌کنند و سبب کاهش ضریب کیفیت و افزایش مصرف انرژی می‌شود. از این‌رو بررسی پارامترهای مؤثر در ضریب کیفیت میرایی ترموالاستیک در ریزساختارها و پیدا کردن راهی که بتوان تا حد امکان اتلافات داخلی مانند میرایی ترموالاستیک را کاهش داد از اهمیت به‌سزایی برخوردار است.

هم نتایج آزمایشگاهی و هم شبیه‌سازی‌های مولکولی نشان دادند که اثر اندازه در مشخصات مکانیکی هنگامی که ابعاد خیلی کوچک می‌شود پر اهمیت می‌شود. اثر اندازه در رفتار استاتیکی و دینامیکی ریزساختارهای میکرو و نانو یک نقش مهم را ایفا می‌کند. مکانیک محیط پیوسته‌ی کلاسیک، اثر اندازه را در ریزساختارها در نظر نمی‌گیرد. به‌همین منظور، تئوری‌های مرتبه بالاتر مانند گرادیان کرنش اصلاح شده و الاستیسیته غیرموضعی توسعه یافته‌اند تا اثر اندازه را در ریزساختارها با معرفی پارامترهای درونی مقیاس طولی در روابط ساختاری آشکار سازند.

در این میان الاستیسیته غیرموضعی^۲ اولین بار توسط ارینگن^۳ بطور گسترده استفاده شد. برخلاف تئوری‌های موضعی که فرض می‌کند تنش در هر نقطه تابعی از کرنش در همان نقطه است، تئوری الاستیسیته غیرموضعی فرض می‌کند تنش در هر نقطه تابعی از کرنش در تمام محیط پیوسته می‌باشد، بنابراین این تئوری اطلاعاتی را در مورد نیروی بزرگ بین اتم‌ها دربرمی‌گیرد، و مقیاس طولی داخلی در معادلات تشکیل دهنده معرفی شده است تا تاثیر کوچک بودن مقیاس در نظر گرفته شود.

¹ Thermo-Elastic Damping (TED)

² Nonlocal theory(NT)

³ eringen

بنابراین انتظار است که میرایی ترموالاستیک محاسبه شده توسط تئوری الاستیستته غیرموضعی نیز با نمونه کلاسیک آن متفاوت باشد. همچنین میرایی ترموالاستیک نانوتسمه‌های گرافنی علی‌رغم اهمیت موضوع هنوز مورد بررسی قرار نگرفته است.

۲-۱ میرایی ترموالاستیک

رزوناتورهای مکانیکی نانو حساسیست بالایی در پاسخ سریع دارند و به طور گسترده‌ای در سنسورها و مدولاتورها استفاده می‌شوند [۳]. از این رو دانستن این موضوع ضرورت می‌یابد که چه پارامترهایی می‌تواند بر خصوصیات فیزیکی و مکانیکی آنها اثر بگذارد. در مورد رزوناتورها، هدف، طراحی و ساخت سیستم‌هایی با اتلاف انرژی تا حد ممکن کوچک است. متأسفانه، مشاهده شده است که با کاهش اندازه، اتلاف انرژی به طور مشخصی افزایش می‌یابد [۴].

محققان بسیاری درباره‌ی منابع مختلف اتلاف مکانیکی در سیستم‌های نانوالکترومکانیکی بحث کرده‌اند. می‌پایلوویچ و مک دونالد [۵] با اندازه‌گیری اتلاف‌های مکانیکی مختلف یک رزوناتور میکرونی که در محیط خلاء کار می‌کرد، سه منبع ممکن برای این اتلافات را که شامل اتلاف ناخالصی ماده خارجی، اتلاف مرتبط به تکیه‌گاه و اتلاف مرتبط با سطح هستند را معرفی کردند. ژانگ و همکاران تأثیر میرایی هوا را بر پاسخ فرکانسی سنجیدند و نشان دادند که عموماً میرایی هوا فرکانس تشدید را به بیشتر از مرتبه ۱۰-۶ نمی‌برد و ضریب کیفی را کاهش می‌دهد که این تأثیر با افزایش ابعاد، کاهش می‌یابد. هرینگتون و همکاران [۶] با اندازه‌گیری اتلاف یک رزوناتور دریافتند که فرکانس تشدید با دما تغییر می‌کند. پس از آنها، زئر در سال ۱۹۳۷ وجود میرایی ترموالاستیک را پیش‌بینی و به سرعت جنبه‌های اساسی تئوری‌اش را به صورت تجربی بازبینی کرد [۷-۹].

در جسم ترموالاستیک، کوپل بین میدان کرنش و میدان دمایی سبب یک مکانیزم اتلاف مکانیکی می‌شود که اجازه می‌دهد تا سیستم به حالت تعادل برگردد. بازگشت به حالت تعادل در جامد ترموالاستیک با شار برگشت ناپذیر حرارت ناشی از گرادیان دمای موضعی صورت می‌پذیرد که

با میدان کرنش کوپل است. این فرآیند اتلاف را میرایی ترموالاستیک می‌گویند [۴].

بری در سال ۱۹۵۵ آزمایشی را بر پایه‌ی تئوری زنر برای برنج-آلفا انجام داد که در آن میرایی به عنوان تابعی از دمای اتاق اندازه‌گیری شد [۱۰]. رزهارت [۱۱] در سال ۱۹۹۰ و یاسمورا و همکاران در سال ۱۹۹۹ به ترتیب میرایی ترموالاستیک برای سیلیکون تک کریستال و میکرورزوناتور سیلیکون نیتريد را در دمای اتاق گزارش کردند. لاندائو و لیفشیتز یک عبارت دقیق برای ضرایب میرایی ارتعاش ترموالاستیک بیان کردند، اما یک استنتاج قوی و حل معادلات حاکم را ارائه نکردند [۱۲]. اووی و همکاران [۱۳] و دوول و همکاران [۱۴] به صورت تجربی نشان دادند که میرایی ترموالاستیک یک منبع عمده در میرایی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی و نانوالکترومکانیکی است. لیفشیتز و روکس میرایی ترموالاستیک را در یک تیر با سطح مقطع مستطیلی مورد بررسی قرار دادند و دریافتند که با افزایش اندازه، میرایی ترموالاستیک کاهش می‌یابد [۴]. ایشان یک عبارت تحلیلی برای ضریب کیفیت در میرایی ترموالاستیک در میکروتیر ارائه کردند. نایفه و یونیس نیز یک عبارت تحلیلی برای ضریب کیفیت میرایی ترموالاستیک در میکروصفحه‌ها با هندسه و شرایط مرزی عمومی استخراج کردند [۱۵].

۱-۳ ورق گرافن

گرافن ماده‌ای تخت و تک‌لایه متشکل از اتم‌های کربن است که این اتم‌ها در یک شبکه دوبعدی و کند و مانند به هم متصل شده‌اند و این ساختاری است که همه مواد گرافنی در ابعاد دیگر نیز از آن تبعیت می‌کنند. این ماده دارای ضخامت یک اتم با ویژگی‌های منحصر به فرد است، که به دلیل ضخامت کم این ماده را به عنوان باریک‌ترین ماده جهان نیز می‌شناسند [۱]. در واقع گرافن اصطلاحی هست که به نوارهای بسیار نازکی از تک لایه‌های گرافیت^۱ گفته می‌شود.

ورق گرافن، مانند نانو لوله‌های کربنی^۲ در مقایسه با مواد پایه سیلیکونی بسیار محکم و سخت

^۱ graphite

^۲ Carbon nano tube

هستند. علاوه بر استحکام ماده، گرافن به دلیل خواص الکتریکی مناسب، بی تأثیری شیمیایی و هدایت حرارتی بالا بسیار سودمند است [۱].

ظرفیت اتم کربن برای تشکیل شبکه پایه شیمی آلی و اساس وجود زندگی است. حتی عنصر کربن در ساختارهای مختلف، رفتارهای عجیب و غیرمعمولی نشان می‌دهد. مانند الماس و گرافیت که مدت‌ها پیش شناخته شدند و فلورن^۱ و نانولوله که پس از آن بوده و توجه زیادی را جلب کردند [۱۶]. بنابراین آلوتروپ‌های سه بعدی (الماس و گرافیت)، یک بعدی (نانولوله) و صفر بعدی (فلورن) کربن شناخته شدند. شکل دو بعدی کربن گرافن گفته می‌شود و احتمالاً بهترین آلوتروپ کربن مطالعه شده باشد.

در سال ۲۰۱۴ یک گروه فیزیکدان از دانشگاه منچستر به رهبری گیم^۲ و نووسلوف^۳، یک روش کاملاً متفاوت را برای دستیابی به گرافن برای اولین بار به کار بردند. آنها با گرافیت سه بعدی شروع کردند و یک تک‌لایه از اتم کربن با استفاده از روشی که شکافت میکرومکانیکی گفته می‌شود از آن استخراج کردند [۱۶].

نانونتسمه‌های گرافنی چندلایه^۴، اساساً تک‌لایه‌های ورق گرافن با عرض محدود هستند که با نیروی واندروالسی ضعیف کنار یکدیگر نگه داشته شده‌اند. بسیاری از کاربردهای ابزاری گرافن که به آن اشاره شد، برای جابجایی الکتریکی یا انتقال بار مکانیکی به شکل تسمه‌ای نیاز دارند. در مجموع، استفاده از MLGNRs که مدول یانگ بالا، انعطاف‌پذیری بالا، وزن فوق‌العاده پایین و رسانایی حرارتی و الکتریکی بالا دارند برای وسایل آلتراسونیک، نیروسنجی و فشارسنجی و کاربردهایی که به واکنش سریع احتیاج دارند متداول است. با این حال به علت نیروی ضعیف واندروالسی که MLGNRs را نگه داشته، آنها متمایل به لغزیدن روی هم هستند که ممکن است خواص استثنایی الکتریکی و مکانیکی آنها را تغییر دهد [۱۷].

¹ fullerenes

² Geim

³ Novoselov

⁴ Multilayer graphene nanoribbon (MLG NR)

۱-۳-۱ ساخت گرافن

در این قسمت به بیان مختصر دو روش استفاده شده در ساخت ورق گرافن پرداخته می‌شود. ورقه کردن مکانیکی گرافن از توده گرافیت و بافتن گرافن از شبکه رشد یافته SiC. گرافن حاصل خواص فیزیکی مشابه اما نه یکسان دارند. بنابراین تشریح دو روش بطور جداگانه اهمیت دارد.

۱-۱-۳-۱ گرافن ورقه شده

روش ورقه کردن مکانیکی عمدتاً توسط گروه منچستر برای مواد لایه‌ای استفاده می‌شد. در مورد گرافیت، اگر یک قطعه گرافیت روی یک بستر خراشیده شود، دسته‌های باریک گرافیت از توده ورقه-ورقه می‌شوند و روی بستر باقی می‌مانند. بیشتر این دسته‌های باریک شامل چندین (ده یا صد) ورق گرافن می‌شوند. اما تعداد کمی از آنها فقط شامل یک لایه گرافن می‌شوند. بنابراین ساخت گرافن بسیار ساده است و حتی زمانی که ما با مداد می‌نویسیم گرافن‌های تک لایه‌ای تولید می‌کنیم [۱۸]. مسئله اصلی شناسایی لایه‌های گرافن تنها است که به صورت اتفاقی روی بستر توزیع می‌شوند. شناسایی قطعی می‌تواند با میکروسکوپ نیرو اتمی^۱ قابل دسترسی باشد. اما متأسفانه ظرفیت بررسی در مدت زمان معقول محدود به سطح خیلی کوچکی می‌شود. بنابراین احتیاج به یک اشاره یا راهنما برای مکان جستجوی گرافن تک‌لایه است. بستر SiO₂ که توسط گروه منچستر استفاده شد و در حال حاضر نیز متداول است، یک تضاد بهینه دارد و با ابزارهای نوری مکان گرافن با احتمال بالا معلوم می‌شود [۱۸].

۲-۱-۳-۱ گرافن بافته شده

روش دیگری برای ساخت گرافن توسط گروه آتلانتا به رهبری هیر^۲ و برگر^۳ به کار گرفته شد. این روش شامل قرار دادن شبکه اشباع SiC در معرض دمای ۱۳۰۰ درجه سانتی‌گراد به منظور بخار شدن

¹ Atomic-force microscopy (AFM)

² Heer

³ Berger

لایه نه‌چندان محکم Si از سطح می‌شود. اتم‌های کربن باقی مانده به شکل شبکه‌ای گرافیتی هستند. خواص فیزیکی این لایه گرافیتی به سطح انتخاب شده SiC بستگی دارد. در مورد نمونه‌ای با سطح مقطع Si گرافیته کردن کربن آهسته انجام می‌گیرد و بنابراین امکان کنترل تعداد لایه‌های گرافن تشکیل شده (معمولاً یک یا دو) وجود دارد. برای سطح منقطع با کربن روند گرافیته کردن سریع انجام می‌شود و تعداد زیادی از لایه‌های گرافن تشکیل می‌شوند. برخلاف گرافن ورقه‌ای، باید بخشی از تمام سیستم گرافن بافته‌شده را شامل شود. این بستر در واقع ترکیب مادر است و اولین لایه گرافیته شده در طول فرایند شدیداً به بستر SiC محدود و وابسته است [۱۸].

۱-۳-۲ کاربردهای گرافن

گرافن دارای ویژگی‌های منحصر به فردی مانند اندازه نانومتری، سختی و استحکام مکانیکی بسیار زیاد، قدرت رسانایی الکتریکی و حرارتی بسیار بالا، انعطاف‌پذیری و خاصیت مغناطیسی می‌باشد. به همین دلیل این ماده کاربردهای فراوانی خواهد داشت.

از آنجایی که گرافن یک رسانای شفاف است می‌تواند کاربردهایی چون نمایشگرهای لمسی، سلول خورشیدی و پانل‌های نوری داشته باشد که در این مورد گرافن می‌تواند جایگزین اینییدیوم-تین اکسید (ITO) گردد که بسیار گران قیمت می‌باشد [۱].

سنسورهای گازی و الکتریکی انعطاف‌پذیر یکی از دیگر زمینه‌های کاربرد این ماده به شمار می‌رود. انواع جدید مواد کامپوزیتی که بر اساس گرافن با مقاومت بالا و وزن کم شناخته شده‌اند می‌توانند در ماهواره و صنعت هوافضا مورد استفاده قرار گیرند.

محققان دانشگاه کلمبیا می‌گویند که برای سوراخ کردن یک ورق گرافن به نیرویی بیش از ۲۰۰۰۰ نیوتن نیاز خواهد بود، به عنوان مثال به فیلی که در حالت تعادل روی یک مداد قرار گرفته نیاز است تا یک ورق گرافن شکسته شود [۱۶]. گرافن به دلیل داشتن خواص مکانیکی مثل سنسور فشار و تشدیدگر، یک ماده کامل محسوب می‌شود. علاوه بر مقاومت شگفت‌انگیز گرافن، ویژگی‌های

دیگر آن نیز در کاربردهای عملی پتانسیل قابل توجه ای نشان می دهد. گرافن ماده ای است که تحت دمای اتاق پایین ترین مقاومت را دارا می باشد و از این رو می تواند در پلاستیک ها مورد استفاده قرار گیرد تا آنها را به رسانای الکتریکی تبدیل کند. ساختار دوبعدی گرافن باعث می شود که یک ماده عالی برای سنسورها باشد، چرا که همه حجم گرافن در معرض محیط اطرافش قرار می گیرد و بازده شناسایی مولکول های جذب شده در این حالت بسیار بالا است. این امر امکان ساختن سنسورهایی که مولکول های خطرناک موجود در فضای فرودگاهی و ایستگاه های زیرزمینی را شناسایی می کند، فراهم می آورد.

پیش بینی می شود طول عمر دستگاه ها و ابزار ساخته شده با گرافن زیاد باشد به دلیل استحکام زیاد، سوئیچ های ساخته شده با آن بسیار محکم است و سریع عمل می کند بطوری که حتی با ۲۰۰۰۰ بار خاموش و روشن شدن تغییری در عملکرد آنها دیده نمی شود [۱۸].

گرافن در دمای بین ۷۵- تا ۲۰۰- درجه سیلسیوس مورد آزمایش قرار گرفته و عملکرد مطلوبی داشته است و اثر مغناطیسی خود را حفظ می کند. این ویژگی غیر معمول گرافن باعث می شود الکترون ها به شکل ذرات بدون جرم رفتار کنند و برهم کنش قوی بین الکترون ها ایجاد شود و استحکام گرافن در این دما حفظ شود. همچنین به دلیل استحکام بالایی که در آرایش اتمی آن وجود دارد در مقابل انواع تشعشعات گوناگون نفوذناپذیر است و قابلیت استفاده زیادی در شرایط بحرانی را دارد. در آینده ای بسیار نزدیک گرافن به دلیل قابلیت های بسیار زیادی که دارد جایگزین مناسبی برای سیلیکون خواهد بود.

اخیرا یک گروه تحقیقاتی بین المللی (شامل جمعی از محققان روسی، انگلیسی، هلندی و آمریکایی) در یک پروژه تحقیقاتی مشترک، برخلاف آنچه تاکنون تصور می شد که هر چه ماده ای نازک تر باشد آلودگی آن بیشتر شده و از رسانش آن کاسته می شود، دریافتند که بیشترین تحرک- پذیری الکترونی در بین همه مواد، مربوط به گرافن با رقمی حدود 200000 Vs/2Cm است، که بسیار بیشتر از سایر مواد؛ از قبیل ایندیوم آنتی موان، مواد سیلیکونی یا آرسنید گالوم و حتی نانولوله-

های کربنی است [۱۶]، لذا می‌توان آن را مناسب‌ترین ماده در ساخت دستگاه‌های الکترونیکی دانست. دانشمندان رومانیایی و فرانسوی می‌گویند می‌توان از گرافن برای ساخت سوئیچ‌های میکروویو بسیار سریع استفاده کرد. این ابزارها را می‌توان جایگزین سوئیچ‌هایی کرد که به طور گسترده‌ای در کاربردهای ارتباطی همانند اینترنت و گوشی‌های موبایل استفاده می‌شوند [۱۷].

۱-۳-۳ کاربردهای پزشکی

مطابق با تحقیقات انجام شده در آکادمی علوم چین در شانگهای، می‌توان از گرافن برای ساخت کاغذ ضدباکتری استفاده کرد. صفحات دوبعدی این ماده به طور موثری جلوی رشد باکتری‌های اشرشیاکلی^۱ را خواهد گرفت. همچنین محققین دیگری مانند چون های فان و همکارانش متوجه شده‌اند که مشتقات گرافن، از قبیل اکسید گرافن و اکسید گرافن احیاء شده مانع رشد میکروب‌ها می‌شوند. فان می‌گوید که این یک یافته مهم است، زیرا مطالعات قبلی نشان داده‌اند که گرافن و به ویژه اکسید گرافن، با شرایط زیستی سازگار هستند و سلول‌های زیستی می‌توانند روی بسترهای گرافنی به خوبی رشد کنند، در حالی که انواع دیگر نانوذرات، مانند نقره، که به عنوان مواد ضد باکتری شناخته شده‌اند، اغلب برای سلول‌های زیستی سمی می‌باشند.

این دانشمندان برای ساخت کاغذ گرافنی، ابتدا اکسید گرافن احیاء شده در آب را تولید نموده و سپس این محلول را در سرتاسر یک کاغذ صافی، تحت خلا صاف کردند. در نهایت یک کاغذ اکسید گرافن و اکسید گرافن احیاء شده‌ای از این فیلتر کاغذی جدا شد. تصاویر عبوری از میکروسکوپ الکترونی نشان دادند که غشاء‌های سلولی باکتری‌های *E.Coli* قرار داده شده روی این صفحات گرافنی به شدت تخریب شدند. طبق گفته این دانشمندان، این تخریب به این دلیل اتفاق می‌افتد که گرافن وارد ایندوزوم سیتوپلاسم این سلول‌ها می‌شود و آن را به بیرون سلول انتقال می‌دهد. تقریباً ۹۹ درصد این سلول‌ها فقط بعد از دو ساعت تماس با یک محلول ۸۵ گرم در میلی لیتر از اکسید

^۱E.Coil

گرافن در دمای ۳۷ درجه سانتی‌گراد، تخریب شده‌اند.

این گروه تحقیقاتی اکنون بر روی علت ضدباکتری بودن اکسید گرافن مطالعه می‌کند. محققین در تلاش هستند تا در نهایت مواد ضد باکتری جدیدی از گرافن تهیه کنند تا بتوان آنها را به‌منظور التیام زخم مستقیماً روی پوست قرارداد.

دانشمندان با بررسی گرافن به وسیله پرتوهای مادون قرمز مشاهده کردند که این ماده از میزان جذب بسیار بالای پرتوها برخوردار است و این در حالی است که بر اساس مدل الکترون‌های مستقل پیش‌بینی می‌گردد که این ماده نباید هیچ نوع پرتوی را جذب کند. بر اساس مشاهدات مذکور، سرعت الکترون‌ها نیز ثابت نبود و به انرژی حرکت بستگی داشت. به گفته محققان آمریکایی، با این اطلاعات می‌توان در مورد به‌کارگیری گرافن در فناوری **نانوالکترونیک**، فرضیه‌های جدیدی ارائه کرد.

۱-۳-۴ ذخیره انرژی

کاربرد گرافن در بخش انرژی نیز قابل توجه است. تلاش‌ها برای استفاده از این ماده جهت ساخت خازن‌های پر قدرت با قابلیت ذخیره و انتقال جریان الکتروسیسته آغاز شده‌است. هم‌اکنون نیز بعضی از شرکت‌هایی که در ساخت محصولات الکترونیکی ویژه از نانولوله‌های کربنی استفاده می‌کنند، در حال روی آوردن به گرافن هستند. نمونه‌ای از این محصولات الکترونیکی ویژه، لباس‌هایی هستند که می‌توان آن‌ها را پوشید و در صورت نیاز تجهیزات الکتریکی را با آن‌ها شارژ کرد. همچنین از ترکیب گرافن و آب برای ذخیره انرژی استفاده می‌کنند. آب، سبب خیس نگه‌داشتن گرافن (به شکل ژل) می‌شود و یک نیروی دافعه میان ورقه‌های منفرد ایجاد کرده و با جلوگیری از اتصال دوباره این ورقه‌ها به یکدیگر، امکان استفاده از این ماده را در کاربردهای واقعی ایجاد می‌کند. کارایی ژل گرافنی در ابزارهای ذخیره انرژی هم از نظر میزان بار قابل ذخیره‌سازی و هم از نظر زمان رهایش این بار بسیار بهتر از فناوری دیگر مبتنی بر کربن بود.

دکتر دان لی^۱، استاد دانشکده مهندسی مواد دانشگاه موناخ به همراه همکارانش روی گرافن کار کرده‌اند؛ این ماده می‌تواند مبنایی برای تولید نسل بعدی سامانه‌های بسیار سریع ذخیره انرژی باشد. وی می‌گوید: «اگر بتوانیم این ماده را به درستی دستکاری کنیم، به‌طور مثال آیفون شما می‌تواند در عرض چند ثانیه و یا حتی کمتر شارژ شود.»

۴-۱ تئوری‌های الاستیسیته

۱-۴-۱ الاستیسیته کلاسیک

رفتار الاستیک خطی مواد بر پایه قانون هوک اساس یافت که در آن نیروی F ، یک نیروی تک محوری در تست کشش یک میله جامد که با جابه‌جایی محوری Δu ، به صورت خطی با یک ثابت فنری k_s تغییر می‌کند.

$$f = k_s \Delta u \quad (1-1)$$

اساس فیزیکی الاستیسیته کلاسیک را همین رفتار الاستیک خطی تشکیل می‌دهد. در الاستیسیته کلاسیک می‌توان از معیارهای اولیه تنش σ_{ij} و کرنش ε_{ij} ، به ترتیب به‌جای نیرو و جابه‌جایی استفاده کرد که به صورت خطی با مدول الاستیسیته E ، رابطه دارند.

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right] \quad (2-1)$$

در رابطه فوق، ν ضریب پواسون که برای مواد همسانگرد مانند E ثابت و مستقل از هندسه و اندازه مواد است. این رابطه را همچنین می‌توان بر حسب ثوابت لامه λ و μ ، به صورت زیر نوشت.

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (3-1)$$

رابطه (۳-۱)، رابطه ساختاری مواد همسانگرد خطی در تئوری کلاسیک بوده و برای سازه‌هایی در ابعاد

¹ Lee

ماکرو بسیار دقیق است اما مشاهدات تجربی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که با کاهش مشخصه‌های اندازه، از اعتبار این رابطه کاسته می‌شود [۱۹].

نتایج آزمایشگاهی حاکی از آن است که رفتار مکانیکی مواد در مقیاس‌های طولی میکرون و کوچکتر از آن به شدت به اندازه آن وابسته است. این رفتار مواد در مقیاس‌های میکرون و کوچکتر را به اصطلاح رفتار **وابسته به اندازه**^۱ می‌نامند. منظور از رفتار وابسته به اندازه، تغییر در خصوصیات و ویژگی‌های مکانیکی ماده با کاهش مقیاس آن می‌باشد. اگرچه مطالعات بسیاری بر روی رفتار استاتیکی و دینامیکی ریزساختارها با استفاده از تئوری‌های الاستیسیته کلاسیک انجام گرفته است، اما از آنجایی که در معادلات بنیادی این تئوری‌ها، پارامتر یا پارامترهایی که وابستگی رفتار مکانیکی ماده را به مقیاس طولی نشان دهد، وجود ندارد، نمی‌توان به نتایج حاصل از این مطالعات اعتماد کرد. در این مطالعه، پارامتر یا پارامترهایی که رفتار وابسته به اندازه مواد را نشان می‌دهند، **پارامتر مقیاس طولی**^۲ ماده نامیده می‌شوند. در ادامه به معرفی تئوری‌های الاستیسیته غیر کلاسیک پرداخته می‌شود که معادلات بنیادین آنها شامل پارامترهای مقیاس طولی ماده هستند. به طور کلی می‌توان تئوری‌های الاستیسیته غیر کلاسیک را به تئوری‌های الاستیسیته مرتبه بالاتر و تئوری الاستیسیته غیرموضعی تقسیم کرد.

۱-۴-۲ تئوری‌های مرتبه بالاتر

به طور کلی تئوری‌های مرتبه بالاتر، تئوری‌های الاستیسیته‌ای هستند که در معادلات ساختاری آنها، جملاتی متناظر با گرادیان کرنش وجود دارد. اگر چه تئوری‌های الاستیسیته غیر کلاسیک کسرات، میکروپلار، تنش کوپل و گرادیان کرنش از جمله تئوری‌های مرتبه بالاتر به‌شمار می‌روند اما در تقسیم‌بندی کلی این تئوری‌ها را به دو دسته تنش کوپل و گرادیان کرنش تقسیم می‌کنیم. در ادامه به معرفی این تئوری‌ها خواهیم پرداخت.

¹ Size dependent

² Length scale parameter

۱-۴-۳ الاستیسیته غیر کلاسیک کسرات، میکروپلار و تنش کوپل

برادران کسرات^۱ برای اولین بار تئوری تنش کوپل^۲ خود را در سال ۱۹۰۹ معرفی کردند. این تئوری تنها جابه‌جایی‌های انتقالی موضعی نقاط جسم و تنش (نیرو بر واحد سطح) موجود در الاستیسیته کلاسیک را در نظر نمی‌گیرد، بلکه چرخش موضعی آن نقاط و همچنین تنش‌های ناشی از لنگر (لنگر بر واحد سطح) را نیز دخیل می‌داند. رابطه ساختاری ارائه شده بر این اساس به صورت زیر است.

$$\sigma_{ij} = (2\mu + \kappa)\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + \kappa e_{ijm}(\omega_m - \phi_m) \quad (۴-۱)$$

$$m_{ij} = \alpha\phi_{r,r}\delta_{ij} + \beta\phi_{i,j} + \lambda\phi_{j,i} \quad (۵-۱)$$

در اینجا کاما نشان دهنده مشتق پاره‌ای نسبت به مختصات است. m_{ij} تنش کوپل (لنگر بر واحد سطح)، ϕ میکرو-چرخش^۳ جسم تغییر شکل یافته در موقعیت داده شده است. $\hat{\omega}$ ماکرو-چرخش محیط پیوسته معمول است $\left(\hat{\omega} = \frac{(\nabla \times u)}{2}\right)$ و e_{ijm} تانسور جایگشت می‌باشد. ماکرو-چرخش^۴ به کل جسم اعمال می‌شود در حالی که میکرو-چرخش به چرخش بردارهای سه تایی یک نقطه از جسم در حالت تغییر شکل یافته نسبت به وضعیت اولیه اطلاق می‌شود. پارامترهای باقیمانده $(\alpha, \beta, \lambda, \kappa)$ ثوابت میکروپلار^۵ ماده نامیده می‌شوند.

هر چند ایده تنش کوپل توسط وویت معرفی شد، اما با دقت زیاد برای اولین بار کسرات‌ها آن را با روابط تعریف کرده بودند.

ارینگن با انجام بازنگری‌هایی در تئوری کسورات و لزوم پادمتقادن بودن تانسور میکروچرخش (آخرین جمله رابطه) و تانسور تنش کوپل (m_{ij}) ، تئوری میکروپلار را معرفی کرد. امروزه تئوری کسرات و

¹ Cosserat

² Couple stress

³ Microrotation

⁴ Macrorotation

⁵ Micropolar

میکروپلار معادل با یکدیگر هستند.

میندلین و تیرستن ۱۹۶۲، توپین ۱۹۶۲ و کویتز ۱۹۶۴، تئوری تنش کوپل کلاسیک را به عنوان یک تئوری الاستیسیته مرتبه بالای دیگر معرفی کردند. این تئوری شامل دو پارامتر اضافی مقیاس طولی مواد است. با وجود اینکه تنها دو پارامتر غیر کلاسیک اضافی در این تئوری وجود دارد، اما هنوز استفاده از این تئوری مشکل است.

۱-۴-۴ الاستیسیته تنش کوپل اصلاح شده

رابطه تعادل در تئوری میکروپلار ارائه شده توسط ارینگن و همکارانش رابطه تعادل متداول نیروها و گشتاور نیروهاست و هیچ رابطه تعادل مرتبه بالایی در آن لحاظ نشده است. یانگ و همکاران با افزودن یک مجموعه جدید از معادلات تعادل حاکم بر رفتار دورانی ذرات ماده و با معرفی مفهوم المان حجم، تئوری تنش کوپل را اصلاح کردند [۲۰].

$$\sigma \cdot \nabla + 1/2 \in (m \cdot \nabla \otimes \nabla \otimes + 1 \otimes \nabla) + f = 0 \quad (۶-۱)$$

در این رابطه σ تانسور تنش، m تانسور تنش کوپل و \in تانسور جایگشت هستند. این رابطه قید می‌کند که تانسور تنش کوپل باید متقارن باشد و همچنین از آنجایی که قسمت متقارن تانسور پیچش یک معیار اضافی در تغییر شکل مرتبط با تنش کوپل است پس قسمت پادمقارن آن نباید در تابع انرژی کرنشی به صورت صریح وارد شود. بر اساس نتیجه این قیدها تعداد پارامترهای مقیاس طولی از دو پارامتر در تنش کوپل کلاسیک، به یک پارامتر در این تئوری کاهش می‌یابد. امروزه این تئوری به عنوان تئوری الاستیسیته تنش کوپل اصلاح شده شناخته می‌شود.

در این تئوری چگالی انرژی کرنشی، تابعی از دو تانسور کرنش (متناظر با تانسور تنش) و پیچیدگی (متناظر با تانسور تنش کوپل) می‌باشد و برای ماده تغییر شکل یافته الاستیک خطی و همسانگرد که ناحیه V را اشغال کرده است به صورت زیر بیان می‌شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dV \quad (7-1)$$

که در آن σ_{ij} ، ε_{ij} ، m_{ij} ، χ_{ij} به ترتیب مؤلفه های تانسور تنش، تانسور کرنش، قسمت انحرافی تانسور تنش کوپل و قسمت متقارن تانسور انحناء هستند.

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (8-1)$$

$$m_{ij} = 2l^2 \mu \chi_{ij} \quad (9-1)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}) \quad (10-1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (11-1)$$

که u_i مؤلفه بردار جابجایی، l پارامتر مقیاس طولی ماده، λ و μ ضرایب لامه و θ_i مؤلفه بردار چرخش است که بوسیله

$$\theta_i = \frac{1}{2} e_{ijk} u_{k,j} \quad (1-1)$$

داده شده است. که ν ضریب پواسون و e_{ijk} نماد جایگشت می باشد.

پارک^۱ و گائو^۲ اولین محققان بودند که با استفاده از تئوری تنش کوپل رفتار تیرهای اولر برنولی را بررسی کردند [۲۱]. آنها توانستند نتایج آزمایشگاهی مربوط به تست خمش تیر اپوکسی را صحت-گذاری کنند. به تقلید از آنها، کونگ^۳ و همکاران معادلات حاکم، شرایط اولیه و مرزی یک تیر اولر-برنولی را با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده و اصل هامیلتون استخراج کردند [۲۲]. ایشان نشان دادند که فرکانس طبیعی میکروتیرها وابسته به اندازه است و تفاوت محسوسی بین فرکانس های

¹ Park

² Gao

³ Kong

طبیعی به دست آمده از تئوری کلاسیک و آنچه با تئوری تنش کوپل اصلاح شده بدست آمده، وجود دارد. تئوری تنش کوپل به استفاده در تئوری تیر اولر برنولی ختم نشد؛ ما^۱ و همکاران رفتار استاتیکی و دینامیکی وابسته به اندازه‌ی تیرهای تیموشنکو و ردی-لوینسون را بررسی کردند [۲۳].

۱-۴-۵ الاستیسیته گرادیان کرنش

میندلین^۲ [۲۴] در سال ۱۹۶۵ یک تئوری مرتبه بالاتر تنش را توسعه داد که شامل گرادیان‌های مرتبه بالاتر کرنش بود. در ویرایش‌های ساده سازی شده این تئوری، فقط گرادیان مرتبه دوم تغییر شکل (گرادیان مرتبه اول کرنش) به عنوان یک معیار اضافی در نظر گرفته شده است. گرادیان مرتبه دوم تغییر شکل (۱۸ مؤلفه مستقل) دارای یک قسمت پاد متقارن (۸ مؤلفه مستقل) و یک قسمت متقارن (۱۰ مؤلفه مستقل) است. معادلات حاکم و شرایط مرزی در این تئوری از اصل کار مجازی استخراج می‌شود. میندلین نتیجه گرفت که برای یک ماده همسانگرد متقارن مرکزی، ۵ پارامتر الاستیک خطی مرتبط با گرادیان مرتبه دوم تغییر شکل وجود دارد.

فلک و هاچینسون^۳ [۲۵،۲۶] تئوری ساده شده میندلین را مجدداً فرمول بندی کردند و آن را تئوری گرادیان کرنش نامیدند. در تئوری گرادیان کرنش، تانسور گرادیان مرتبه دوم تغییر شکل به دو قسمت مستقل تانسور گرادیان کشش و تانسور گرادیان چرخش تقسیم می‌شود.

عمده‌ترین تفاوت تئوری گرادیان کرنش با تئوری الاستیسیته معمول این است که چگالی انرژی کرنشی w ، هم به کرنش (قسمت متقارن گرادیان مرتبه اول تغییر شکل) و هم به گرادیان مرتبه دوم تغییر شکل وابسته است.

$$w = w(\varepsilon_{ij}, \eta_{ijk}) \quad (12-1)$$

که در آن ε_{ij} و η_{ijk} به ترتیب تانسور کرنش و تانسور گرادیان مرتبه دوم تغییر شکل است. در رابطه

¹ Ma

² Mindlin

³ Fleck and Hutchinson

فوق تانسور کرنش و تانسور گرادیان مرتبه دوّم تغییر شکل به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i); \eta_{ijk} = \partial_{ij} u_k \quad (2-1)$$

که در آن ∂_i اپراتور گرادیان رو به جلو و u_i بردار جابه‌جایی است. تانسور کرنش شش مؤلفه مستقل متقارن و تانسور گرادیان مرتبه دوم تغییر شکل ۱۸ مؤلفه مستقل دارد که همه آنها در دو اندیس ابتدایی متقارن هستند.

از نتایج به دست آمده از میندیلین [۲۴] و فلک و هاچینسون [۲۵]، تانسور تنش کوشی σ_{ij} و تانسور تنش دوپل τ_{ij} ، به ترتیب مرتبط با تانسور کرنش و تانسور گرادیان مرتبه دوّم کرنش به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial w}{\partial \varepsilon_{ij}}, \tau_{ijk} = \frac{\partial w}{\partial \eta_{ijk}} \quad (3-1)$$

چگالی انرژی کرنشی بر اساس تعریف میندیلین [۲۴] برای ماده همسانگرد الاستیک خطی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$w = \frac{1}{2} \lambda \varepsilon_{ii} \varepsilon_{jj} + \mu \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} + a_1 \eta_{ijj} \eta_{ikk} + a_2 \eta_{iik} \eta_{kjj} + a_3 \eta_{iik} \eta_{jjk} + a_4 \eta_{ijk} \eta_{ijk} + a_5 \eta_{ijk} \eta_{kji} \quad (4-1)$$

که در آن λ و μ ثوابت لامه متناظر با تانسور کرنش و a_n ($n=1,2,\dots,5$) پنج ثابت اضافی مرتبه دوّم الاستیک مرتبط با گرادیان مرتبه دوّم تغییر شکل هستند.

۱-۴-۶ الاستیسیته غیرموضعی

همانطور که این موضوع قبلاً اشاره شده، تاثیر پارامتر کوچک نقش مهمی در ساختارهای نانو مانند نانولوله‌های کربنی و ورق گرافن تک‌لایه ایفا می‌کند. یک مدل مهم در بین مدل‌های الاستیسیته اصلاح شده، مدلی بر پایه مفهوم الاستیسیته غیرموضعی می‌باشد. این مدل‌ها اجازه در نظر گرفتن تاثیر

پارامتر کوچک را در مدل‌های کانتینیوم کلاسیک می‌دهند. برخلاف مدل‌های کانتینیوم کلاسیک، تئوری الاستیسیته غیرموضعی فرض می‌کند تنش در یک نقطه از جسم تنها به کرنش در همان نقطه بستگی ندارد، بلکه به کرنش در تمام نقاط دیگر جسم بستگی دارد. چنین تئوری‌هایی اطلاعاتی را در مورد نیروهای بین اتم‌ها شامل می‌شود، مقیاس داخلی طول نیز به عنوان پارامتر ماده در معادلات تشکیل دهنده معرفی می‌شود. الاستیسیته غیرموضعی اولین بار در مقاله ارینگن و ادلن^۱ به-کار گرفته شد [۲۷،۲۸].

این دیدگاه با تئوری دینامیک شبکه‌ای اتمی مشاهدات آزمایشگاهی روی توزیع فونون مطابقت دارد. در حالت خاص زمانی که تاثیر کرنش‌ها در نقاط دیگر جسم در نظر گرفته نشوند تئوری الاستیسیته کلاسیک به دست می‌آید [۲۷].

برای جامد الاستیک همسانگرد^۲ ایزوتروپیک^۳، تئوری خطی و معادلات زیر بیان می‌شود

$$t_{kl,k} + \rho(f_l - \ddot{u}_l) = 0 \quad (5-1)$$

$$t_{kl}(x) = \int_v \alpha(|x' - x|, \tau) \sigma_{kl}(x') dv(x') \quad (6-1)$$

$$\sigma_{kl}(x') = \lambda e_{rr}(x') \delta_{kl} + 2\mu e_{kl}(x') \quad (7-1)$$

$$e_{kl}(x') = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k(x')}{\partial x'_l} + \frac{\partial u_l(x')}{\partial x'_k} \right) \quad (8-1)$$

که t_{kl} ، ρ ، f_l و u_l به ترتیب تنسور تنش، چگالی، نیروی داخلی و بردار جابجایی جسم هستند. σ_{kl} تنسور تنش (کلاسیک) در نقطه x' می‌باشد که به e_{kl} تنسور کرنش خطی در هر نقطه x' در جسم در زمان t می‌باشد. λ و μ ثابت‌های لامه هستند. تنها تفاوت بین معادلات بالا و پاسخ معادلات کلاسیک در معادلات تشکیل دهنده‌ای است که با قانون هوک^۴ جایگزین می‌شود. مقدار

¹ Edelen

² homogeneous

³ isotropic

⁴ Hooke's law

انتگرال در معادله (۱۸-۱) روی ناحیه V که توسط جسم اشغال شده گرفته می‌شود.

معادلات الاستیسیته غیرموضعی با ترکیب معادلات بالا به دست می‌آیند. معادله (۱۸-۱) را در

معادله (۱۷-۱) جایگذاری می‌کنیم و از رابطه

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x_k} \sigma_{kl}(x') = -\frac{\partial \alpha}{\partial x'_k} \sigma_{kl}(x') = -\frac{\partial}{\partial x'_k} [\alpha \sigma_{kl}(x')] + \alpha \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial x'_k} \quad (9-1)$$

برای به دست آوردن رابطه زیر استفاده می‌کنیم

$$-\int_{\partial v} \alpha(|x' - x|) \sigma_{kl}(x') n'_k da(x') + \int_v \alpha(|x' - x|) \times \sigma_{kl,k} av(x') + \rho(f_l - \ddot{u}_l) = 0 \quad (10-1)$$

در اینجا انتگرال اول روی سطح جسم تنش‌های سطحی را نشان می‌دهد. در نتیجه تئوری غیر

موضعی تنش‌های سطح را در نظر می‌گیرد، موضوع مهمی که تئوری کلاسیک آن را در نظر نمی‌-

گیرد. جایگذاری معادلات (۱۸-۱) و (۱۹-۱) در معادله (۲۲-۱) معادلات زیر را نتیجه می‌دهد

$$-\int_{\partial v} \alpha(|x' - x|) [\lambda u'_{r,r} \delta_{kl} + \mu(u'_{k,l} + u'_{l,k})] h'_k da' + \int_v \partial(|x' - x|) [(\lambda + \mu) u'_{k,lk} + \mu u'_{l,kk}] dv' + \rho(f_l - \ddot{u}_l) = 0 \quad (11-1)$$

که پریم (') نشان دهنده وابستگی به x' است ($u' = u(x')$). برای تعیین میدان جابجایی باید

انتگرال (۲۳-۱) تحت شرایط مرزی و اولیه مناسب حل شود. شرایط مرزی و اولیه، شامل میدان

سرعت و جابجایی می‌شود که با تئوری کلاسیک مشابه است. شرایط مرزی کنش‌های سطحی را در

نظر می‌گیرد که پایه آن تانسور t_{kl} است نه تانسور σ_{kl}

$$t_{kl} n_k = t_{(n)l} \quad (12-1)$$

که $t_{(n)l}$ تنش‌های سطحی را نشان می‌دهد [۲۷].

رابطه ساختاری انتگرالی را به یک رابطه دیفرانسیلی معادل مطابق فرم زیر تبدیل می‌کند.

$$(1 - e_0^2 a^2 \nabla^2) \sigma_{mn}^{nl} = C_{nmkl} e_{kl} \quad (13-1)$$

که در آن، ϵ_0 یک ثابت ماده است که با نتایج آزمایشگاهی تعریف می‌شود، a نیز طول مشخصه داخلی و l یک طول مشخصه خارجی است.

با در نظر گرفتن ترم دمایی در معادلات دیفرانسیلی غیرموضعی بصورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$(1 - \epsilon_0^2 a^2 \nabla^2) \sigma_{mn}^{nl} = C_{mnlk} e_{kl} - \beta_{mn} T \quad (14-1)$$

که β_{mn} ضرایب تنش-دما، T افزایش دما می‌باشد.

۵-۱ تحریک الکترواستاتیک

در سیستم‌های میکرو و نانو الکترومکانیکی تحریک‌های مختلفی مانند تحریکات دمایی، اپتیکی، الکترواستاتیکی، الکترومغناطیسی، پیزوالکتریک می‌تواند وجود داشته باشد اما با توجه به کاربرد بیشتر، اغلب تحریک الکترواستاتیکی ترجیح داده می‌شود. در تحریک الکترواستاتیک، یک رسانای الاستیک روی یک رسانای ساکن تعبیه می‌شود. بار الکتریکی می‌تواند از دو جزء تشکیل شده باشد که شامل ولتاژ مستقیم^۱ و متناوب^۲ می‌باشد. اعمال ولتاژ مستقیم سطح الاستیک را تغییر می‌دهد که سبب تغییر ظرفیت خازنی سیستم و کشش تار خنثی سطح الاستیک می‌شود. کاربرد آن در ترانزیستورها، سوئیچ‌ها، سنسورهای فشار و میکرو پمپ‌ها که در سیستمشان حرکت هارمونیک ندارند می‌باشد. چنانچه ولتاژ متناوب اضافه شود در آن صورت ارتعاش کننده‌ها بدست می‌آیند.

سیستم‌های میکرو و نانو الکترومکانیکی وسایلی هستند که با ولتاژ متناوب حول تغییر شکل حاصل از ولتاژ مستقیم ارتعاش می‌کنند. میرایی ترموالاستیک نیز مانند فرکانس سیستم تحت تاثیر ولتاژ مستقیم قرار می‌گیرد چراکه میرایی ترموالاستیک به‌طور مستقیم به قسمت‌های حقیقی و موهومی فرکانس وابسته است. علاوه بر این در نانو ارتعاش کننده‌ها حساسیت و پاسخگویی بالا و سریع مورد نیاز است، بنابراین برای دستیابی به این هدف، میرایی در این ابزار باید کاهش یابد. با این حال مطالعه رفتار میرایی ترموالاستیک در ارتعاش کننده‌ها برای سازندگان سیستم‌های میکرو و نانو

¹ DC
² AC

الکترومکانیکی ضروریست.

۶-۱ مروری بر پژوهش‌های گذشته

همانطور که گفته شد گرافن اخیراً نقش به‌سزایی در صنعت نانو و میکرو پیدا کرده‌است و به‌دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد الکتریکی و مکانیکی در بسیاری از سنسورها و میکروسوئیچ‌ها و به‌طور کلی در تجهیزات میکرو-نانو الکترومکانیکی به‌کار گرفته می‌شود.

ازین‌رو در سال‌های اخیر مطالعات و تحقیقات زیادی در زمینه‌های گوناگون روی به‌کارگیری و عملکرد ورق گرافن در اشکال و شرایط مختلف انجام شده‌است. این مطالعات در زمینه‌های مکانیکی به چند دسته که شامل مطالعه و بررسی ارتعاشات ورق گرافن در شرایط و اشکال مختلف، بررسی عملکرد ورق گرافن چندلایه و همچنین تاثیر پارامترهای مختلف بر فرکانس این سیستم‌ها می‌شود. که در این بخش نیز به برخی از آنها اشاره می‌شود.

انصاری و همکاران [۲۹] ارتعاشات آزاد ورق گرافن تک لایه را با استفاده از پوسته غیرموضعی مدل کردند و برای حل در شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده و دوسرگیردار از روش مربع دیفرانسیلی^۱ تعمیم‌یافته استفاده کردند و همچنین برای شرایط مرزی مختلف شبیه سازی دینامیک مولکولی نیز انجام دادند و نشان دادند که نتایج به‌دست آمده با مدل غیرموضعی هم‌خوانی نزدیکی دارد. چادوری^۲ و همکاران [۳۰] نیز ارتعاشات عرضی ورق گرافن تک‌لایه را با استفاده از شبیه سازی دینامیک مولکولی^۳ بررسی کردند. ورق گرافن همچنین توسط ژیانگ^۴ و همکاران [۳۱] با مدل پوسته دوبعدی مدل شد و مقایسه نتایج بدست آمده از ارتعاشات آن با نتایج آزمایشگاهی و مدل‌های تئوری معتبر نشان داد این مدل روش قابل‌قبولی برای مدل کردن ارتعاش‌کننده‌های نانومکانیکی و همین‌طور ورق گرافن می‌باشد. پرادهان^۵ و همکاران [۳۲] نیز ارتعاشات ورق گرافن ارتوتروپیک را با تئوری

¹ Differential quadrature method(DQM)

² Chowdhury

³ Molecular dynamics(MD)

⁴ Jiang

⁵ Pradhan

الاستیسیته غیرموضعی و به روش مربع دیفرانسیلی حل کردند. وانگ^۱ و همکاران [۳۳] یک مدل پوسته پیوسته غیرخطی را برای مطالعه ارتعاشات خطی و غیرخطی ورق گرافن ارائه کرد. همچنین تاثیر نسبت ابعاد را روی فرکانس‌های اصلی و شکل مدها بررسی کردند و یک رابطه غیرخطی بین دامنه ارتعاشات و فرکانس‌های محاسبه شده به دست آوردند. ارتعاشات گرافن در محیط‌های گرمایی و تحت تاثیر گرمای خارجی و همین‌طور ورق گرافن دایره‌ای و حلقوی نیز مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است، به طوری که محمدی و همکاران [۳۴،۳۵] ارتعاشات عرضی ورق گرافن دایره‌ای و حلقوی و همین‌طور ارتعاشات ترمومکانیکی ورق گرافن دایره‌ای در محیط الاستیک را مورد مطالعه قرار دادند، معادلات ارتعاشی را با استفاده از تئوری غیرموضعی به دست آوردند و پارامترهای محیط الاستیک و تغییر دمای محیط در توابع بسط ظاهر شدند و تاثیر آن‌ها و پارامتر طول و شرایط مرزی با نتایج تحقیقات شبیه‌سازی دینامیک مولکولی بررسی شده است. آن‌ها نشان دادند تاثیر تغییر دما در موارد دما پایین در مقایسه با نمونه‌های دما بالا برعکس می‌باشد. وانگ و همکاران [۳۶] ارتعاشات گرمایی ورق گرافن تک‌لایه مستطیلی را گزارش کرده‌اند. محمدی و همکاران [۳۷] نیز تاثیر دما روی ارتعاشات ورق گرافن حلقوی روی پایه ویسکوالاستیک را مورد بررسی قرار دادند. همچنین روی ارتعاشات غیرخطی گرافن نیز مطالعات و تحقیقاتی انجام گرفته و در چند مورد گزارش شده است. شن^۲ و همکاران [۳۸] نیز ورق گرافن را با پوسته غیرموضعی مدل کردند. برای بررسی ارتعاشات غیرخطی ورق گرافن تک‌لایه در محیط گرمایی تئوری پوسته نازک برپایه سینماتیک غیرخطی فون کارمن^۳ استفاده کردند و تاثیر گرما و خواص ماده را (با استفاده از نتایج شبیه‌سازی دینامیک مولکولی وابسته به دما فرض شدند) نیز در نظر گرفتند و نشان دادند که مدل پوسته غیرموضعی نتایج بسیار دقیقی از رفتار ارتعاشاتی غیرخطی گرافن در محیط گرمایی ارائه می‌کند. ژیانگ و همکاران [۳۹] نیز با استفاده از تئوری پوسته کیرشهف ارتعاشات غیرخطی ورق گرافن تک‌لایه را روی بستر پلیمری با

¹ Wang

² Shen

³ Von-Karman

در نظر گرفتن نیروهای واندروالسی غیرخطی بررسی کردند و نشان داد که تغییر فرکانس‌های تشدید ارتعاش کننده روی بستر پلیمری نسبت به حالت آزاد آن وابستگی کمتری به نسبت ابعاد گرافن دارد. همچنین کرمی محمدی و آل علی [۴۰،۴۱] میرایی ترموالاستیک را در حضور تحریک الکترواستاتیک روی میکرو ورق و میکروتیر بررسی کردند و رفتار میرایی ترموالاستیک را برای خواص و هندسه مختلف مورد بررسی قرار دادند و با به دست آوردن ولتاژ پولین نشان دادند که با نزدیک شدن به ولتاژ پولین تاثیر خواص غیرخطی بیشتر می‌شود.

باتوجه به ضخامت فوق‌العاده کم ورق گرافن (یک اتم کربن) و استحکام بالای آن، گرافن چند لایه به صورت ورق یا تسمه یا ورق دایره‌ای در تجهیزات میکرو-نانوالکترومکانیکی کاربرد زیادی دارد و پژوهش‌های زیادی نیز در این زمینه صورت گرفته است. بابایی و همکاران [۴۲] ارتعاشات ورق گرافن چندلایه چهارضلعی را روی بستر الاستیک با مدل الاستیسیته غیرموضعی و به روش گلرکین^۱ حل و وابستگی مقیاس کوچک را به ضخامت، مدول الاستیک، سختی بستر و اثر بین دولایه بررسی کردند و در هر مورد تاثیر پارامتر طول نیز بررسی شده است. انصاری و همکاران [۴۳] هم ارتعاشات پارامتری ورق گرافن چندلایه روی بستر را با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرموضعی برای شرایط مرزی مختلف گزارش کرد. ادلی^۲ [۴۴] نیز اصل وریشن و شرایط مرزی طبیعی را برای ورق گرافن چندلایه ارتوتروپیک تحت ارتعاشات بر پایه الاستیسیته غیرموضعی بیان کرد و یک مدل پیوسته برای ورق‌های گرافن ارائه کرد تا پایه برخی از روش‌های حل عددی و تقریبی باشد و درک فیزیکی موضوع را میسر کند. از هاری و همکاران [۴۵] ارتعاشات ورق گرافن چندلایه را با روش نوار محدود^۳ و با در نظر گرفتن نیروهای واندروالسی بین لایه‌ها حل کردند. برای بدست آوردن معادلات از الاستیسیته غیرموضعی استفاده کردند و تاثیر نیروهای واندروالسی بین لایه‌ها را در ماتریس سختی در نظر گرفتند. لو^۴ و رکنی [۴۶] نیز یک مدل سیستم پیوسته برای رفتار الکترواستاتیکی نانوتسمه گرافنی با در نظر گرفتن برش

¹ Galerkin

² Adal

³ Finite stip method(FSM)

⁴ Lu

بین لایه‌ای و اثر انرژی سطحی ارائه کردند که مدل پیوسته پیشنهاد شده در این گزارش کمکی برای مشخص کردن خواص مکانیکی نانوتسمه‌های گرافنی و طراحی سیستم‌های نانوالکترومکانیکی می‌باشد. لی^۱ و همکاران [۴۷] نیز ارتعاشات عرضی ورق گرافن دایره‌ای دولایه را با استفاده از الاستیسیته غیرموضعی مورد بررسی قرار دادند. ناظم‌نژاد و همکاران [۴۸] در دو گزارش ارتعاشات نانو تسمه گرافنی دولایه و چندلایه را با در نظر گرفتن برش بین لایه‌ای با شبیه‌سازی دینامیک مولکولی مورد مطالعه قرار دادند و به دلیل شباهت نانوتسمه‌های گرافنی به ساختار ساندویچی، از معادلات تیر ساندویچی به شکل غیرموضعی استفاده کردند. آنها نشان دادند پارامتر غیرموضعی مطلوب برای محاسبه فرکانس به تعداد لایه‌ها بستگی دارد و هرچه تعداد لایه‌ها کاهش یابد مقدار آن نیز کاهش می‌یابد.

همانطور که اشاره شد میرایی ترموالاستیک در اتلاف انرژی در ابعاد میکرو و نانو اهمیت زیادی پیدا می‌کند و به همین دلیل تحقیقات زیادی در این زمینه روی ارتعاش‌کننده‌های میکرو-نانوالکترومکانیکی انجام گرفته است. بنجدو^۲ و همکاران [۴۹] تئوری پیزوالکتریک ترکیبی با وریشن^۳ را گسترش دادند و با اضافه کردن میدان دمایی گرمای عرضی به عنوان یک محدودیت در روابط، تئوری ترموپیزوالکتریک ترکیب شده با وریشن را ارائه کردند که مانند روش المان محدود حل‌های دقیق و کامل عددی و تحلیلی را برای کامپوزیت‌های چندلایه را منجر می‌شود. خیسایاوا^۴ و همکاران [۵۰] میرایی ترموالاستیک را در ارتعاش‌کننده‌های نانوالکترومکانیکی با سرعت‌های موج محدود بررسی کردند. هاو^۵ [۵۱] میرایی ترموالاستیک در ارتعاشات پوسته‌های نازک ارتعاش‌کننده دایره‌ای میکرو و نانو الکترومکانیکی را به جای محاسبه به روش متداول آن و با استفاده از فرکانس مختلط به روش انرژی گرمایی محاسبه کرد که براساس تولید انرژی گرمایی در سیکل ارتعاشی می‌باشد و نشان داد که میرایی ترموالاستیک منبع قابل توجه اتلاف در این نانو ارتعاش‌کننده می‌باشد. رضازاده و

¹ Li

² Benjeddou

³ Piezoelectric Mixed Variational Theorem (PMVT)

⁴ Khisaeva

⁵ Hao

همکاران [۵۲,۵۳] نیز میرایی ترموالاستیک در میکروتیر ارتعاش کننده را با تئوری تنش کوپل اصلاح شده و همین طور میرایی ترموالاستیک در نانو تیر ارتعاش کننده را با تئوری الاستیسیته غیرموضعی مورد مطالعه قرار دادند و یک عبارت تحلیلی برای میرایی ترموالاستیک میکروتیر ارتعاش کننده ارائه کردند. همین طور پارامتر کیفیت را برای نانوتیر ارتعاش کننده با مدل تیر اولر-برنولی به روش عددی محاسبه نمودند.

۷-۱ اهداف پژوهش

همانطور که اشاره شد ورق گرافن به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد الکتریکی و مکانیکی، کاربر-های زیادی در سیستم‌های میکرو-نانوالکترومکانیکی دارد و این استفاده روزافزون از این ماده توجه بسیاری از دانشمندان و محققان را به سمت خود جلب کرده و مطالعات زیادی در این زمینه انجام گرفته است.

باتوجه به این که استفاده از گرافن در ابعاد نانو و میکرو می‌باشد بیشتر مطالعات انجام گرفته، با استفاده از تئوری‌های الاستیسیته مرتبه بالاتر که پارامتر مقیاس طولی نیز در معادلات آن‌ها وارد می‌شود انجام گرفته‌اند. و به دلیل این که گزارشات ارائه شده‌ای که از تئوری الاستیسیته غیرموضعی برای بررسی رفتار ارتعاش کننده‌های نانوالکترومکانیکی استفاده شده است، دقیق تر می‌باشند، ما نیز در این پژوهش از این تئوری استفاده کرده‌ایم.

برخلاف این که میرایی ترموالاستیک از منابع مهم اتلاف انرژی در ابعاد نانو می‌باشد، گزارشی در این زمینه در مورد ورق گرافن منتشر نشده است. باتوجه به کاربرد بیشتر نانوتسمه‌های گرافنی چندلایه در ارتعاش کننده‌های نانوالکترومکانیکی، در این تحقیق به بررسی میرایی ترموالاستیک در نانوتسمه ارتعاش کننده چندلایه به روش الاستیسیته غیرموضعی می‌پردازیم.

نانوتسمه گرافنی تک لایه

۱-۲ مقدمه

در این فصل به بیان روابط حاکم جهت محاسبه میرایی ترموالاستیک نانو تسمه گرافنی تک لایه با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرموضعی پرداخته می شود. نانو تسمه به صورت نانو تیر عریض اوپلر برنولی مدل شده است. با ترکیب معادله ترموالاستیک و معادله حرکت میرایی ترموالاستیک آن مورد بررسی قرار گرفته است. شرایط مرزی برای هندسه متداول دوسر مفصل و دو سر گیردار در نظر گرفته شده است. فرکانس های میرایی با استفاده از روش نیمه تحلیلی گلرکین به دست آمده اند. همچنین اعتبار سنجی روابط و معادلات با مقالات دیگر انجام گرفته است که هم خوانی قابل قبولی مشاهده شده است.

۲-۲ مفاهیم اولیه

معادله حرکت برای جامد الاستیک همسانگرد^۱ خطی با استفاده از تئوری غیرموضعی بصورت زیر می باشد [۴۹]:

$$\sigma_{ij} + f_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1-2)$$

که در آن f_i و ρ ، به ترتیب نیروی داخلی و چگالی می باشند و u_i نیز نشان دهنده بردار جابجایی است. توجه می شود که در معادله فوق از نمادگذاری شاخصی استفاده شده است. در حالت استاندارد اندیس ها از ۱ تا ۳ تغییر می یابند و در زمانی که تکرار می شوند از قانون جمع انیشتین^۲ پیروی می کنند. قراردادن نقطه بیانگر مشتق نسبت به زمان قرار دادن ویرگول بیانگر مشتق جزئی نسبت به مختصه های x, y, z دستگاه راست خط متعامد کارتزین می باشد. σ_{ij} ، نشان دهنده تانسور تنش غیرموضعی است که رابطه آن با کرنش با در نظر گرفتن عبارت دمایی به صورت زیر تعریف می شود:

¹ homogenous

² Einstein

$$(1 - \mu \nabla^2) \sigma_{ij} = E(\varepsilon_{ij} - \alpha T) \quad (2-2)$$

که در آن E ، μ و α به ترتیب، مدول یانگ^۱، پارامتر غیرموضعی و ضریب انبساط حرارتی می-باشند و ∇^2 نیز عملگر لاپلاس می-باشد. همچنین مولفه‌های تانسور کرنش با ε_{ij} نشان داده شده‌اند که برای تغییرشکل‌های کوچک به شکل زیر تعریف می-شود:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3-2)$$

انرژی کرنشی ذخیره شده U در جامد الاستیک بصورت زیر نوشته می-شود:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV \quad (4-2)$$

معادله ترموالاستیک که بر اساس قانون هدایت فوریه بیان شده است به صورت زیر می-باشد [۴]:

$$T_{,ii} = \frac{\rho C}{k} \dot{T} + \frac{E\alpha}{k(1-2\nu)} T_0 \dot{\varepsilon}_{kk} \quad (5-2)$$

که C ، k ، α و ν به ترتیب گرمای ویژه، ضریب هدایت حرارتی، ضریب انبساط حرارتی و ضریب پواسون^۲، T_0 و T نیز به ترتیب دمای مثبت مرجع و توزیع دما می-باشند. ε_{kk} نیز تریس^۳ ماتریس کرنش می-باشد.

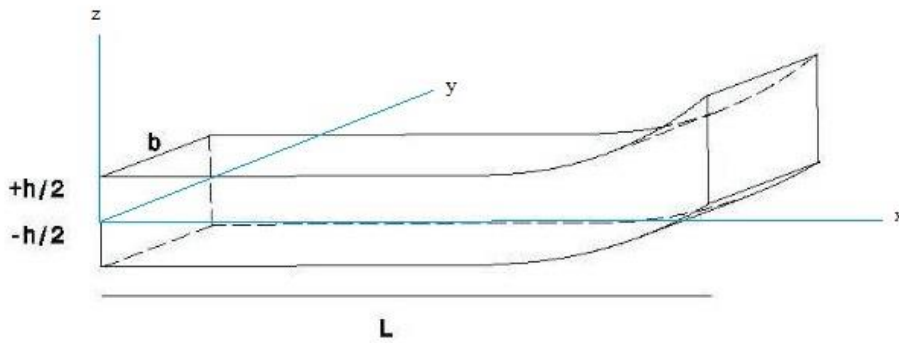
۳-۲ تعریف مسئله

در این قسمت معادله حاکم بر نانوتسمه گرافنی تک لایه که با تیر اولر برنولی عریض خطی (شرایط کرنش صفحه‌ای) مدل شده است به دست می-آید و سپس حل معادله ترموالاستیک برای آن ارائه می-شود و با ترکیب این دو معادله به بررسی میرایی ترموالاستیک در ارتعاشات نانوتسمه گرافنی تک لایه پرداخته می-شود. سپس نتایج حاصل را با نتایج تحلیلی پیشین مقایسه می-شود.

¹ Yong's modoul

² Poisson

³ trace



شکل ۱-۲: نانو تسمه ارتعاش کننده گرافنی

۴-۲ معادلات حاکم

در ابتدا میدان جابجایی برای نانو تسمه به صورت زیر تعریف می شود

$$\begin{aligned}
 u_x &= -z \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \\
 u_y &= 0 \\
 u_z &= w(x,t) \\
 -\frac{h}{2} &\leq z \leq \frac{h}{2}
 \end{aligned}
 \tag{۶-۲}$$

که در روابط فوق u_x ، u_y و u_z ، به ترتیب جابجایی های طولی، عرضی و ارتفاعی می باشند و $(x=0)$ نیز به عنوان تار خنثی در نظر گرفته شده است.

مطابق تئوری اولر-برنولی عبارت کرنش بر حسب جابجایی به صورت زیر بیان می شود

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x(x, z, t)}{\partial x}
 \tag{۷-۲}$$

زمانی که ضخامت تیر (راستای z)، در مقایسه با طول آن (راستای x) به اندازه کافی کوچک باشد و عرض آن (راستای y) قابل توجه باشد بر اساس شرایط کرنش صفحه ای، مولفه های تنش در راستای z و مولفه های کرنش در راستای y صفر هستند $(\sigma_{zz} = \sigma_{yz} = \sigma_{xz} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zy} = 0)$. بنابراین مولفه های غیر صفر تنسور کرنش با در نظر گرفتن اثر پواسون به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} - \nu \frac{\sigma_{yy}}{E} + \alpha T$$

$$\varepsilon_{yy} = 0 \tag{۸-۲}$$

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{(1-\nu)} \varepsilon_{xx} + \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha T$$

یادآور می‌شود که تنسورهای تنش و کرنش برای جابجایی‌های خیلی کوچک، متقارن هستند.

مولفه‌های غیرصفر تنسور تنش که در رابطه بالا نیز استفاده می‌شود بصورت زیر است:

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} \varepsilon_{xx} - \frac{E}{(1-\nu)} \alpha T \tag{۹-۲}$$

$$\sigma_{yy} = \nu \sigma_{xx} - E \alpha T$$

با جایگذاری رابطه (۶-۲) در رابطه (۸-۲) و (۹-۲)، با فرض کرنش صفحه‌ای مولفه‌های تانسور

تنش و کرنش به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \varepsilon_{zz} = \frac{\nu}{(1-\nu)} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} T \tag{۱۰-۲}$$

$$\sigma_{xx} = -\frac{E}{(1-\nu^2)} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{E}{(1-\nu)} \alpha T, \sigma_{yy} = \nu \sigma_{xx} - E \alpha T$$

بدین ترتیب تریس تنسور کرنش به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\varepsilon_{kk} = -\frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)} z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha T \tag{۱۱-۲}$$

رابطه (۹-۲) با در نظر گرفتن پارامتر غیر موضعی برای شرایط کرنش صفحه‌ای به صورت زیر به-

دست می‌آید

$$\sigma_{xx} - \mu \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \varepsilon_{xx} - \frac{E \alpha}{(1-\nu)} T \tag{۱۲-۲}$$

منتجه‌های تنشی و دمایی M_{xx} و M_T ، بصورت زیر تعریف می‌شوند

$$M_{xx} = \int_A \sigma_{xx} z dA$$

$$M_T = \int_A \frac{E}{(1-\nu)} \alpha T z dA \quad (13-2)$$

با ضرب رابطه (۱۲-۲) در z و انتگرال گیری می‌توان نتیجه‌های مکانیکی و حرارتی بالا را در

معادله (۱۲-۲) جایگزین کرد

$$M_{xx} - \mu \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \frac{E}{(1-\nu^2)} I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + M_T = 0 \quad (14-2)$$

و طبق تئوری تیر اولر-برنولی

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (15-2)$$

با جایگزین کردن معادله (۱۵-۲) در معادله (۱۴-۲) معادله غیرموضعی حرکت بصورت زیر به-

دست می‌آید

$$\frac{E}{(1-\nu^2)} I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 M_T}{\partial x^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \rho A \mu \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (16-2)$$

۵-۲ حل معادلات حاکم

برای حل معادلات حاکم، تابع جابجایی و توزیع دما به صورت زیر فرض می‌شود

$$w(x,t) = W(x)e^{i\alpha t}, T(x,z,t) = \theta(x,z)e^{i\alpha t} \quad (17-2)$$

بدین ترتیب با حل معادله ترموالاستیک (۵-۲) با شرایط مرزی آدیاباتیک برای تیر اولر-برنولی

توزیع دما به صورت زیر می‌باشد [۴]

$$\frac{\partial \theta(x, \frac{h}{2})}{\partial z} = \frac{\partial \theta(x, -\frac{h}{2})}{\partial z} = 0 \quad (18-2)$$

$$\theta(x, z) = \frac{R}{\alpha(1-\nu)} \frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \left(z - \frac{\sin(\gamma z)}{\gamma \cos(\frac{\gamma h}{2})} \right) \quad (19-2)$$

که در معادله فوق

$$\gamma = \sqrt{i \frac{\omega}{D}} \quad (20-2)$$

می باشد. همچنین پارامترهای $D = \frac{k}{\rho c_v}$ و $R = \frac{E \alpha^2 T_0}{\rho c_v}$ به عنوان ضریب پخش^۱ و استحکام

استراحتی^۲ تعریف می شوند.

بدین ترتیب با استفاده از معادله (۱۹-۲) و بدست آوردن منتهی گشتاور حرارتی از رابطه (۱۳-۲)

و جایگذاری رابطه (۱۷-۲) در معادله (۱۶-۲)، معادله حرکت به صورت زیر بازنویسی می شود

$$EI \left\{ 1 + \frac{R}{(1-\nu)} [1 + f(\gamma)] \right\} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - \omega^2 \rho A W + \omega^2 \mu \rho A \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \quad (21-2)$$

$$f(\gamma) = \frac{24}{h^3 \gamma^3} \left[\frac{h\gamma}{2} - \tan\left(\frac{h\gamma}{2}\right) \right] \quad (22-2)$$

۲-۵-۱ تسمه تک لایه دوسر مفصل

برای حل معادله (۲۱-۲) به روش گلرکین، از تابع شکل مد تیر نوسان کننده در شرایط مرزی

دوسر مفصل استفاده می شود. این تابع هم شرایط مرزی هندسی و هم طبیعی را ارضا می کند و به

تعداد مورد نیاز نیز مشتق پذیر می باشد.

¹ thermal diffusivity

² relaxation strength

$$\phi_n(x) = \sum_{n=1}^N q_n \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad (23-2)$$

با توجه به اینکه تابع انتخاب شده، شکل مد تیر ارتعاش‌کننده ساده می‌باشد، بنابراین با در نظر گرفتن تنها یک جمله از سری فوق می‌توان فرکانس را با تقریب قابل قبولی به دست آورد. با قراردادن تابع فوق در معادله (۲۱-۲) و ضرب در تابع متعامد و انتگرال‌گیری در بازه $[0, l]$ معادله‌ای بر حسب ω به دست می‌آید که با حل آن می‌توان فرکانس مختلط سیستم را به دست آورد.

۲-۵-۲ تسمه تک‌لایه دوسرگیردار

برای حل معادله (۲۱-۲) به روش گلرکین تابع $W(x)$ با ارضای شرایط مرزی دوسرگیردار به-

صورت زیر در نظر گرفته می‌شود

$$W_n(x) = C_n \left\{ [\cos(\beta_n x) - \cosh(\beta_n x)] - \frac{\cos(\beta_n l) - \cosh(\beta_n l)}{\sin(\beta_n l) - \sinh(\beta_n l)} [\sin(\beta_n x) - \sinh(\beta_n x)] \right\} \quad (24-2)$$

که β_n ریشه معادله زیر می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\cos(\beta_n l) \cosh(\beta_n l) - 1 = 0$$

$$\beta_n = \frac{(2n+1)\pi}{2l} \quad (25-2)$$

لذا شکل مد اول به صورت زیر می‌باشد:

$$W(x) = [\cos(\beta_1 x) - \cosh(\beta_1 x)] - \frac{\cos(\beta_1 l) - \cosh(\beta_1 l)}{\sin(\beta_1 l) - \sinh(\beta_1 l)} [\sin(\beta_1 x) - \sinh(\beta_1 x)] \quad (26-2)$$

$$\beta_1 = \frac{3\pi}{2l}$$

با قراردادن تابع فوق در معادله (۲۱-۲) و ضرب طرفین در تابع متعامد و انتگرال‌گیری در بازه

$[0, l]$ و سپس حل معادله حاصله، فرکانس مختلط به دست می‌آید.

۶-۲ ضریب کیفیت

مقدار میرایی ترموالاستیک، توسط عبارت معکوس پارامتر کیفیت بیان می‌شود، که به صورت زیر

بیان می‌شود:

$$Q^{-1} = 2 \frac{|\operatorname{Im}(\omega)|}{|\operatorname{Re}(\omega)|} \quad (27-2)$$

که این پارامتر کسری از انرژی است که در هر سیکل تلف می‌شود، ضریب ۲ نیز از این واقعیت

ناشی می‌شود که انرژی مکانیکی تیر با مربع دامنه آن متناسب است.

رابطه بیان شده برای ضریب کیفیت (۲۷-۲) نشان می‌دهد که تقریب استفاده شده در محاسبه

فرکانس طبیعی، منطقی به نظر می‌رسد چراکه مرتبه $\mathfrak{K}(\omega)$ بسیار کوچکتر از $\mathfrak{R}(\omega)$ می‌باشد. با

جایگذاری فرکانس مختلط به دست آمده برای نانوتسمه دوسرمفصل و دوسرگیردار در رابطه (۲۷-۲)،

می‌توان ضریب کیفیت را محاسبه کرد.

۷-۲ اعتبار سنجی

برای اعتبارسنجی حل انجام شده برای میرایی ترموالاستیک نانو تسمه گرافنی تک لایه به روش

گلرکین، از رابطه تحلیلی زیر که لیفشیتز برای میرایی ترموالاستیک تیر اولر-برنولی ارائه کرد استفاده

می‌شود:

$$\omega = \omega_0 \left[1 + \frac{R}{2} [1 + f(\gamma_0)] \right] \quad (28-2)$$

$$\gamma_0 = \sqrt{i \frac{\omega_0}{D}}$$

که ω_0 فرکانس طبیعی سیستم می‌باشد. بدین ترتیب با استفاده از رابطه‌ای که برای تابع f

(۲-۲۲) بیان شد، فرکانس مختلط سیستم به روش تحلیلی قابل محاسبه می‌باشد. با جایگذاری این

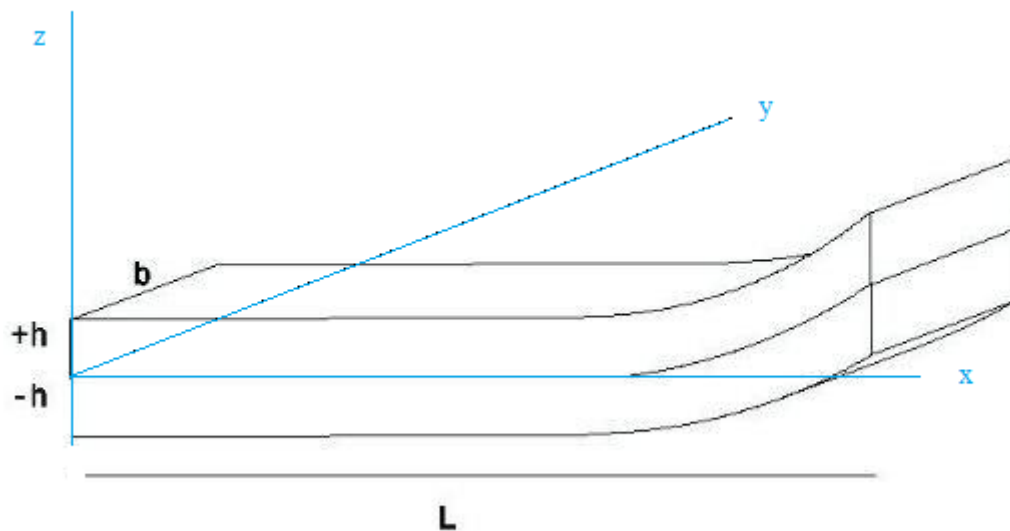
فرکانس مختلط در رابطه (۲-۲۷)، معکوس ضریب کیفیت برای نانوتسمه گرافنی به دست می‌آید.

نانو تسمه گرافنی دولایه

۳-۱ تعریف مسئله و فرضیات

در این فصل به بیان روابط حاکم جهت محاسبه میرایی ترموالاستیک نانو تسمه گرافنی دو لایه با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرموضعی پرداخته می‌شود. نانو تسمه دولایه نیز به صورت نانو تیر عریض اوایلر برنولی مدل شده است. اثر بین لایه‌ها نیز به صورت نیروی برشی و انرژی پتانسیل در نظر گرفته شده است و با ترکیب معادله ترموالاستیک و معادله حرکت، میرایی ترموالاستیک آن مورد بررسی قرار گرفته است. شرایط مرزی برای هندسه متداول دوسر مفصل و دو سر گیردار در نظر گرفته شده است و معادله حرکت با استفاده از اصل هامیلتون استخراج شده است. فرکانس‌های میرایی با استفاده از روش نیمه تحلیلی گلرکین به دست آمده‌اند.

برای بررسی میرایی ترموالاستیک نانو تسمه گرافنی دولایه در ابتدا به بیان مسئله و روابط تنش کرنش و الاستیسیته موضوع پرداخته می‌شود.



شکل ۳-۱: نانو تسمه گرافنی دولایه

۲-۳ معادلات حاکم

در ابتدا میدان جابجایی برای دو لایه روی هم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u_x^t = -(z - \frac{h}{2}) \frac{\partial w^t(x,t)}{\partial x}$$

$$u_y^t = 0 \tag{۱-۳}$$

$$u_z^t = w^t(x,t)$$

$$0 \leq z \leq h$$

$$u_x^b = -(z + \frac{h}{2}) \frac{\partial w^b(x,t)}{\partial x}$$

$$u_y^b = 0 \tag{۲-۳}$$

$$u_z^b = w^b(x,t)$$

$$-h \leq z \leq 0$$

که در این روابط اندیس‌های b و t نیز مشخص کننده لایه پایینی و بالایی می‌باشند. محور

$(x = \frac{h}{2})$ تار خنثی تیر بالایی و $(x = -\frac{h}{2})$ تار خنثی تیر پایینی می‌باشد. همچنین در این مسئله

برای جابجایی عرضی فرض شده است که $(w^t = w^b = w(x,t))$ باشد.

مطابق تئوری اولر-برنولی، عبارت کرنش برای سطح بالایی و پایینی به صورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon_{xx}^t = \frac{\partial u_x^t(x,z,t)}{\partial x} \tag{۳-۳}$$

$$\varepsilon_{xx}^b = \frac{\partial u_x^b(x,z,t)}{\partial x}$$

با جایگذاری معادلات (۱-۳) و (۲-۳) در معادله (۳-۳) و با استفاده از روابط (۲-۳)، مولفه‌های

غیرصفر تانسور تنش و کرنش به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^t &= -\left(z - \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \varepsilon_{zz}^t = \frac{\nu}{(1-\nu)} \left(z - \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} T \\ \sigma_{xx}^t &= -\frac{E}{(1-\nu^2)} \left(z - \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{E}{(1-\nu)} \alpha T, \sigma_{yy}^t = \nu \sigma_{xx}^t - E \alpha T \\ \varepsilon_{xx}^b &= -\left(z + \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \varepsilon_{zz}^b = \frac{\nu}{(1-\nu)} \left(z + \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \alpha \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} T \\ \sigma_{xx}^b &= -\frac{E}{(1-\nu^2)} \left(z + \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{E}{(1-\nu)} \alpha T, \sigma_{yy}^b = \nu \sigma_{xx}^b - E \alpha T \end{aligned} \quad (4-3)$$

همانطور که در رابطه (۵-۲) مشاهده می‌شود برای حل معادله ترموالاستیک نیاز به محاسبه

تریس تانسور کرنش می‌باشد. بنا براین با استفاده از روابط بالا تریس تانسور کرنش برای تیر عریض

(شرایط کرنش صفحه‌ای) نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{kk}^t &= -\frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)} \left(z - \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha T \\ \varepsilon_{kk}^b &= -\frac{(1-2\nu)}{(1-\nu)} \left(z + \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha T \end{aligned} \quad (5-3)$$

بنابراین در حالت کلی برای تیر اولر-برنولی:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^t &= -\tilde{E} \left(z - \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \beta T^t \\ \sigma_{xx}^b &= -\tilde{E} \left(z + \frac{h}{2}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \beta T^b \end{aligned} \quad (6-3)$$

که در اینجا β برای شرایط تنش صفحه‌ای معادل $E\alpha$ و برای شرایط کرنش صفحه‌ای معادل

$\frac{E\alpha}{(1-\nu)}$ می‌باشد. همچنین \tilde{E} برای شرایط تنش صفحه‌ای معادل مدول یانگ E و برای شرایط

کرنش صفحه‌ای معادل $\frac{E}{(1-\nu^2)}$ می‌باشد.

قابل به ذکر است خصوصیات مکانیکی و حرارتی ماده (مدول یانگ (E))، مدول برشی (G))،

چگالی (ρ) و ضریب انبساط حرارتی (α)) و همین‌طور پارامترهای هندسی (ضخامت (h)) و عرض

(b) سطح مقطع تسمه در راستای x ثابت فرض می‌شوند.

با محاسبه انرژی پتانسیل و جنبشی و سپس با استفاده از اصل همیلتون برای جسم جامد همسانگرد معادله حرکت به دست می‌آید. انرژی پتانسیل کرنشی که در رابطه (۲-۴) بیان شد، برای تسمه دولایه و با در نظر گرفتن نیروی برشی بین لایه‌ای به صورت انرژی پتانسیل، می‌تواند به صورت زیر بازنویسی شود [۴۶]:

$$\delta U = \int_0^l \int_A (\sigma_{xx}^t \delta \varepsilon_{xx}^t + \sigma_{xx}^b \delta \varepsilon_{xx}^b) dA dx + \frac{GA}{2} \int_0^l \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (۷-۳)$$

که در این رابطه G مدول برشی و A سطح مقطع تسمه می‌باشد. همانطور که بیان شد برای محاسبه انرژی کرنشی انتگرال روی کل حجم گرفته شده است و انرژی پتانسیل برشی نیز در تمام طول تسمه در نظر گرفته شده است.

بر اساس اصل همیلتون با کمینه کردن لاگرانژین^۱ (L) یک سیستم تغییر شکل پذیر، معادله حرکت و عبارتی برای به دست آوردن شرایط مرزی استخراج می‌شود.

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = \delta \int_{t_0}^{t_1} (K - U) dt = 0 \quad (۸-۳)$$

که در این عبارت K نماد انرژی جنبشی می‌باشد. با قراردادن روابط (۳-۴) در معادله (۷-۳)،

عبارت انرژی کرنشی به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\delta U = \int_0^l \int_A \left[\sigma_{xx}^t \delta \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{h}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \sigma_{xx}^b \delta \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{h}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] dA dx + \frac{GA}{2} \int_0^l \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (۹-۳)$$

به دلیل وجود امکان حل انتگرال سه گانه در عبارت فوق، متوجه‌های مکانیکی و حرارتی به صورت

زیر تعریف می‌شوند:

¹ Lagrangian

$$M_{xx}^t = \int_A \sigma_{xx}^t z dA = -\tilde{E}I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - M_T^t$$

$$M_{xx}^b = \int_A \sigma_{xx}^b z dA = -\tilde{E}I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - M_T^b \quad (10-3)$$

$$M_T^{t,b} = \int_A \tilde{E} \alpha T^{t,b} z dA$$

که در این روابط M_{xx}^t ، M_{xx}^b و M_T به ترتیب منتجه‌های گشتاور تنش لایه بالایی و پایینی و منتجه گشتاور حرارتی می‌باشند. همچنین I نیز گشتاور اول سطح می‌باشد.

با قراردادن منتجه‌ها در معادله (۹-۳)، معادله زیر برای انرژی کرنشی به‌دست می‌آید، که با استفاده از این رابطه معادله حرکت و همین‌طور شرایط مرزی قابل استخراج می‌باشند.

$$\delta U = \int_0^l -M_{xx}^t \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + M_{xx}^t \frac{h}{2} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - M_{xx}^b \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$- M_{xx}^b \frac{h}{2} \delta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{GA}{2} \delta \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx$$

$$= -M_{xx}^t \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^l + \frac{\partial M_{xx}^t}{\partial x} \delta w \Big|_0^l - \int_0^l \frac{\partial^2 M_{xx}^t}{\partial x^2} \delta w dx + M_{xx}^t \frac{h}{2} \delta \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$- \frac{\partial M_{xx}^b}{\partial x} \delta w \Big|_0^l + \frac{\partial M_{xx}^b}{\partial x} \delta w \Big|_0^l \quad (11-3)$$

$$- \frac{\partial M_{xx}^b}{\partial x} \frac{h}{2} \delta \frac{\partial w}{\partial x} + \int_0^l \frac{\partial^2 M_{xx}^b}{\partial x^2} \frac{h}{2} \delta w dx - M_{xx}^b \delta \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_0^l + \frac{\partial M_{xx}^b}{\partial x} \delta w \Big|_0^l$$

$$- \int_0^l \frac{\partial^2 M_{xx}^b}{\partial x^2} \delta w dx - M_{xx}^b \frac{h}{2} \delta \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial M_{xx}^b}{\partial x} \frac{h}{2} \delta \frac{\partial w}{\partial x} - \int_0^l \frac{\partial^2 M_{xx}^b}{\partial x^2} \frac{h}{2} \delta w dx$$

$$+ GA \frac{\partial w}{\partial x} \delta w \Big|_0^l - \int_0^l GA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta w dx$$

انرژی جنبشی K نیز برای نانو تیر عریض دولایه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta K = \int_0^l \int_A \left[\rho_t \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w + \rho_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta w \right] dA dx \quad (12-3)$$

با جایگذاری δU و δK در رابطه (۸-۳)، معادله حرکت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 M_{xx}^t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{xx}^b}{\partial x^2} - GA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (13-3)$$

همین طور شرایط مرزی عمومی از رابطه (۱۱-۳) به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$M_{xx}^t + M_{xx}^b = 0 \big|_{x=0,l} \quad \text{یا} \quad \delta \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \big|_{x=0,l} \quad (14-3)$$

$$\frac{\partial M_{xx}^t}{\partial x} + \frac{\partial M_{xx}^b}{\partial x} - GA \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \big|_{x=0,l} \quad \text{یا} \quad \delta w = 0 \big|_{x=0,l} \quad (15-3)$$

با جایگزین کردن نتیجه‌های گشتاور تنش از رابطه (۱۰-۳) در معادله حرکت به دست آمده،

معادله حرکت تسمه دولایه بر حسب جابجایی و نتیجه‌های حرارتی به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$2\tilde{E}I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 M_T^t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_T^b}{\partial x^2} - GA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (16-3)$$

معادله حرکت با استفاده از الاستیسیته غیرموضعی به صورت زیر بیان می‌شود. برای این منظور دو

طرف معادله (۱۳-۳) را در عبارت $(1 - \mu \nabla^2)$ ضرب می‌شود و معادله غیرموضعی بر حسب نتیجه‌های

مکانیکی به صورت زیر به دست می‌آید [۴۸]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left((1 - \mu \nabla^2) \bar{M}_{xx}^t \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left((1 - \mu \nabla^2) \bar{M}_{xx}^b \right) - (1 - \mu \nabla^2) GA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ & + 2(1 - \mu \nabla^2) \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (17-3)$$

علامت بار روی متغیرها نشان دهنده فرم غیرموضعی متغیر می‌باشد. همچنین نتیجه‌های

مکانیکی در حالت غیرموضعی نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} (1 - \mu \nabla^2) \bar{M}_{xx}^t &= -\tilde{E}I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - M_T^t \\ (1 - \mu \nabla^2) \bar{M}_{xx}^b &= -\tilde{E}I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - M_T^b \end{aligned} \quad (18-3)$$

و در نهایت با جایگزین کردن روابط فوق در معادله (۳-۱۷)، معادله حرکت غیرموضعی برحسب

جابجایی w به صورت زیر بیان می شود:

$$2\tilde{E}I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 M_T^i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_T^b}{\partial x^2} - GA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu GA \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2\mu\rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad (۳-۱۹)$$

اکنون به بیان معادله ترموالاستیک که در ابتدای فصل بیان شد پرداخته می شود و با استفاده از

توزیع دمای محاسبه شده، نتیجه های حرارتی نیز محاسبه می شود. به این ترتیب عبارتی تحلیلی برای

توزیع دما و ممان های حرارتی دولایه به دست می آید و سپس با جایگزینی نتیجه های حرارتی در

معادله حرکت و حل آن فرکانس سیستم را محاسبه می شود.

مطابق تئوری هدایت حرارتی کلاسیک، شارحرارتی به صورت مستقیم با اختلاف دما متناسب

است (قانون فوریه):

$$q = -k\nabla T \quad (۳-۲۰)$$

q و k ، به ترتیب هدایت حرارتی و بردار شار حرارتی می باشند. با فرض کوچک بودن انحراف دما از

مقدار دمای مرجع، معادله ترموالاستیک ترکیب شده با کرنش بصورت رابطه (۲-۵) بیان می شود.

در حالت کلی، رابطه بین معادله هدایت حرارتی با معادله حرکت، به دلیل حرارت تولید شده از

انقباض و انبساط در حین نوسان برقرار می شود، بنابراین نسبتی از تانسور کرنش (تریس تانسور

کرنش) که تنها علت تولید حرارت در اینجا می باشد، برای برقراری این ارتباط در نظر گرفته می شود.

همچنین با توجه به این که اختلاف حرارتی در راستای z بسیار بزرگ تر از اختلاف در راستای y و x

می باشد، لذا از گرادینان در راستای y و x صرف نظر می شود و در معادله (۲-۵) عبارت های $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)$ و

در نظر گرفته نمی شوند. برای شرایط کرنش صفحه ای نیز با جایگذاری تریس تانسور کرنش از $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$

رابطه (۵-۳) در معادله (۵-۲) و با در نظر گرفتن گرادیان حرارتی فقط در راستای z ، معادله ترموالاستیک به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial^2 T^t}{\partial z^2} = \left(\frac{\rho c_v}{k} + \frac{(1+\nu)E\alpha^2 T_0}{(1-2\nu)(1-\nu)k} \right) \frac{\partial T^t}{\partial t} - \frac{E\alpha T_0}{k(1-\nu)} \left(z - \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 T^b}{\partial z^2} = \left(\frac{\rho c_v}{k} + \frac{(1+\nu)E\alpha^2 T_0}{(1-2\nu)(1-\nu)k} \right) \frac{\partial T^b}{\partial t} - \frac{E\alpha T_0}{k(1-\nu)} \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2}$$

(۲۱-۳)

با فرض اینکه بین لایه‌ها افت دما وجود نداشته باشد، شرایط مرزی آدیاباتیک در سطح بالایی و پایینی نانو تسمه دولایه و همچنین شرط برابری دما و شار در سطح تماس دولایه به صورت زیر می باشد:

$$\frac{\partial T^t}{\partial z} = 0 \Big|_{z=h}$$

$$\frac{\partial T^b}{\partial z} = 0 \Big|_{z=-h}$$

$$T^t = T^b \Big|_{z=0}, \quad \frac{\partial T^t}{\partial z} = \frac{\partial T^b}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

(۲۲-۳)

که با استفاده از روابط ضریب پخش و استحکام استراحتی، معادله فوق را می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$(1 + \tilde{Y}) \frac{\partial T^t}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T^t}{\partial z^2} + \frac{\tilde{R}}{\alpha} \left(z - \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2}$$

$$(1 + \tilde{Y}) \frac{\partial T^b}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T^b}{\partial z^2} + \frac{\tilde{R}}{\alpha} \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial t \partial x^2}$$

(۲۳-۳)

که

$$\tilde{R} = \frac{R}{(1-\nu)}, \tilde{Y} = \tilde{R} \frac{(1+\nu)}{(1-2\nu)} \quad (24-3)$$

۳-۳ حل معادلات حاکم

تا اینجا معادله ترموالاستیک جفت شده برای هر دولایه در شرایط کرنش صفحه‌ای محاسبه شده است. اکنون به منظور حل این معادله، توزیع دما و جابجایی را به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$w(x,t) = W(x)e^{i\omega t}, T(x,z,t) = \theta(x,z)e^{i\omega t} \quad (25-3)$$

با جایگزین کردن رابطه (۲۵-۳) در معادله حرارتی (۲۳-۳) و با صرف نظر کردن از ترم \tilde{Y} از

سمت چپ معادله (که مقدار آن در مقایسه با مقدار واحد قابل چشم‌پوشی می‌باشد)، معادله زیر برای

توزیع دما به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 \theta^t}{\partial z^2} = i \frac{\omega}{D} \left[\theta^t - \frac{\tilde{R}}{\alpha} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \left(z - \frac{h}{2} \right) \right] \quad (26-3)$$

$$\frac{\partial^2 \theta^b}{\partial z^2} = i \frac{\omega}{D} \left[\theta^b - \frac{\tilde{R}}{\alpha} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \left(z + \frac{h}{2} \right) \right]$$

که حل این معادله دیفرانسیلی به صورت زیر می‌باشد:

$$\theta^t = C_1 \sin(\gamma z) + C_2 \cos(\gamma z) + \frac{\tilde{R}}{\alpha} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \left(z - \frac{h}{2} \right) \quad (27-3)$$

$$\theta^b = C_3 \sin(\gamma z) + C_4 \cos(\gamma z) + \frac{\tilde{R}}{\alpha} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \left(z + \frac{h}{2} \right)$$

$$\frac{\partial \theta^t}{\partial z} = 0 \Big|_{z=h}$$

$$\frac{\partial \theta^b}{\partial z} = 0 \Big|_{z=-h} \quad (28-3)$$

$$\theta^t = \theta^b \Big|_{z=0}, \frac{\partial \theta^t}{\partial z} = \frac{\partial \theta^b}{\partial z} \Big|_{z=0}$$

با اعمال شرایط مرزی حرارتی معادله (۳-۲۷)، به یک معادله صریح برای توزیع دما به صورت زیر

تبدیل می شود:

$$\theta^t = \frac{1}{2} \frac{\tilde{R}}{\alpha} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \left[h \tan(\gamma h) \sin(\gamma z) - \frac{2 \sin(\gamma z)}{\gamma \cos(\gamma h)} + h \cos(\gamma z) + 2z - h \right]$$

$$\theta^b = \frac{1}{2} \frac{\tilde{R}}{\alpha} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \left[h \tan(\gamma h) \sin(\gamma z) - \frac{2 \sin(\gamma z)}{\gamma \cos(\gamma h)} - h \cos(\gamma z) + 2z + h \right]$$

(۳-۲۹)

با جایگزین کردن معادلات به دست آمده برای توزیع دما در منته‌های حرارتی (۳-۱۰) و انتگرال -

گیری در بازه‌های مشخص شده در راستای z برای لایه بالایی و پایینی (۳-۱) و (۳-۲)، این منته‌ها

به صورت زیر به دست می آید:

$$M_T^t = \frac{\tilde{E}b\tilde{R}}{12\gamma^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \left[6h + 6h \sin(\gamma h) \tan(\gamma h) - \frac{12 \tan(\gamma h)}{\gamma} + 6h \cos(\gamma h) + \gamma^2 h^3 \right]$$

$$M_T^b = \frac{\tilde{E}b\tilde{R}}{12\gamma^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \left[6h + 6h \sin(\gamma h) \tan(\gamma h) - \frac{12 \tan(\gamma h)}{\gamma} + 6h \cos(\gamma h) + \gamma^2 h^3 \right]$$

(۳-۳۰)

که با ساده سازی، به شکل زیر قابل بازنویسی هستند:

$$M_T^t = \tilde{E}I\tilde{R} [1 + f(\gamma)] \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} e^{i\omega t}$$

$$M_T^b = \tilde{E}I\tilde{R} [1 + f(\gamma)] \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} e^{i\omega t}$$

(۳-۳۱)

که تابع مختلط $f(\gamma)$ به صورت زیر می باشد:

$$f(\gamma) = \frac{12}{\gamma^3 h^3} \left[\frac{\gamma h}{2} + \frac{\sin(\gamma h) \tan(\gamma h) \gamma h}{2} - \tan(\gamma h) + \frac{\gamma h \cos(\gamma h)}{2} \right]$$

(۳-۳۲)

با به دست آوردن ممان‌های حرارتی و با جایگزینی رابطه (۳-۲۵) و ممان‌های حرارتی در معادله

(۳-۱۹)، معادله حرکت به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$\left(S_1 \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + S_2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + S_3 W \right) e^{i\omega t} = 0 \quad (33-3)$$

که ضرایب S_1 ، S_2 و S_3 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} S_1 &= 2EI \{1 + R[1 + f(\gamma)]\} + \mu GA \\ S_2 &= -GA + 2\omega^2 \mu \rho A \\ S_3 &= -2\omega^2 \rho A \end{aligned} \quad (34-3)$$

در این تحقیق ضریب کیفیت نانوتسمه گرافنی، برای شرایط مرزی دوسر مفصل ($S-S$) و دوسر

گیردار ($C-C$) محاسبه شده‌است.

۳-۴ روش گالرکین

در این قسمت رابطه (۳-۲۵) و همچنین ممان‌های حرارتی در معادله دیفرانسیلی (۳-۱۹)

جایگزین می‌شوند و فرکانس سیستم برای شرایط مرزی دوسر مفصل و دوسر گیردار، از روش

گالرکین تخمین زده می‌شود. بر اساس روش معمول گالرکین یک حل تقریبی به صورت زیر برای

$W(x)$ فرض می‌شود:

$$W(x) = \sum_{n=1}^N q_n \phi_n(x) \quad (35-3)$$

که در آن ضرایب نامعین و $\phi_n(x)$ تابع آزمون گالرکین می‌باشد، که تمام شرایط مرزی

طبیعی و هندسی مسئله را ارضا می‌کند و به اندازه مرتبه معادله حرکت، مشتق پذیر می‌باشد. با

جایگذاری حل تقریبی (۳-۳۵) در معادله حرکت (۳-۳۳) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\left(S_1 \sum_{n=1}^N q_n \phi_n^{IV}(x) + S_2 \sum_{n=1}^N q_n \phi_n''(x) + S_3 \sum_{n=1}^N q_n \phi_n(x) \right) e^{i\omega t} = e_1 \quad (36-3)$$

و سپس ضرب طرفین در $\phi_m(x)$ و انتگرال گیری از نتیجه حاصل در بازه $[0, l]$ معادله‌ای برای

محاسبه فرکانس سیستم به دست می‌آید:

$$\int_0^l \phi_m(x) e_1 dx = 0 \quad (37-3)$$

اکنون حل گالرکین معادله حرکت برای دو شرایط مرزی متداول تکیه‌گاه ساده و دوسردرگیر

بیان می‌شود:

۳-۵ شرط مرزی تکیه‌گاه ساده

برای انتخاب تابع آزمون گالرکین، از تابع شکل مد تیر نوسان کننده در شرایط مرزی دوسر

مفصل استفاده می‌شود. این تابع هم شرایط مرزی هندسی و هم طبیعی را ارضا می‌کند و به تعداد

مورد نیاز نیز مشتق پذیر می‌باشد.

$$\phi_n(x) = \sum_{n=1}^N q_n \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) \quad (38-3)$$

با توجه به اینکه تابع انتخاب شده، شکل مد تیر ارتعاش کننده ساده می‌باشد، بنابراین با

در نظر گرفتن تنها یک جمله از سری فوق می‌توان فرکانس را با تقریب قابل قبولی به دست آورد.

همچنین رابطه بیان شده برای ضریب کیفیت (۲۷-۲) نشان می‌دهد که تقریب استفاده شده در

محاسبه فرکانس طبیعی، منطقی به نظر می‌رسد چراکه مرتبه $\tilde{\kappa}(\omega)$ بسیار کوچکتر از $\Re(\omega)$ می-

باشد. لذا با قراردادن تابع فوق در معادله (۳۶-۳) رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$S_1 \frac{\partial^4 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)}{\partial x^4} + S_2 \frac{\partial^2 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)}{\partial x^2} + S_3 \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) = e_1 \quad (39-3)$$

و

$$\int_0^l \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) e_1 dx = 0 \quad (40-3)$$

با حل انتگرال فوق معادله‌ای بر حسب ω به دست می‌آید که با حل آن می‌توان فرکانس مختلط

سیستم را به دست آورد.

۳-۶ شرط مرزی دوسرگیردار

در این قسمت حل معادله حرکت برای شرایط مرزی دوسرگیردار انجام می‌شود. لذا تابع آزمون گالرکین، شکل مد نانوتیر نوسان کننده دوسرگیردار در نظر گرفته شده است. این تابع نیز همانند قسمت قبل هم شرایط مرزی هندسی و طبیعی را ارضا می‌کند و هم به تعداد مرتبه معادله حرکت مشتق پذیر می‌باشد. شکل مد تیر ارتعاش کننده دوسرگیردار برای مود n ام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi_n(x) = C_n \left\{ [\cos(\beta_n x) - \cosh(\beta_n x)] - \frac{\cos(\beta_n l) - \cosh(\beta_n l)}{\sin(\beta_n l) - \sinh(\beta_n l)} [\sin(\beta_n x) - \sinh(\beta_n x)] \right\} \quad (41-3)$$

که β_n ریشه معادله زیر می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \cos(\beta_n l) \cosh(\beta_n l) - 1 &= 0 \\ \beta_n &= \frac{(2n+1)\pi}{2l} \end{aligned} \quad (42-3)$$

لذا شکل مد اول آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= [\cos(\beta_1 x) - \cosh(\beta_1 x)] - \frac{\cos(\beta_1 l) - \cosh(\beta_1 l)}{\sin(\beta_1 l) - \sinh(\beta_1 l)} [\sin(\beta_1 x) - \sinh(\beta_1 x)] \\ \beta_1 &= \frac{3\pi}{2l} \end{aligned} \quad (43-3)$$

با قراردادن تابع فوق در معادله (۳۶-۳) و ضرب طرفین در تابع متعامد و انتگرال گیری در بازه

$[0, l]$ و سپس حل معادله حاصله، فرکانس مختلط به دست می‌آید.

۳-۷ ضریب کیفیت

با به دست آوردن فرکانس مختلط برای شرایط مرزی دوسرمفصل و دوسرگیردار با استفاده از

روش گلرکین و جایگذاری آن در رابطه (۲-۲۷)، معکوس ضریب کیفیت برای نانوتسمه گرافنی دولایه محاسبه می‌شود.

۳-۸ تحریک الکترواستاتیک

در این قسمت به بررسی تاثیر تحریک الکترواستاتیک بر روی نانوتسمه گرافنی ارتعاش کننده مورد بحث پرداخته می‌شود. به این منظور در ابتدا بار الکترواستاتیک را به صورت زیر به معادله حرکت به دست آمده در قسمت قبل، اضافه می‌شود [۴۰].

$$2\tilde{E}I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 M_T^t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_T^b}{\partial x^2} - GA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu GA \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2\mu\rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{\varepsilon_0 V_P^2}{2b(d-w)^2} \quad (۴۴-۳)$$

که در این رابطه ε_0 ، V_P و d به ترتیب ثابت دی‌الکتریک، ولتاژ الکترواستاتیک و فاصله ارتعاش کننده تا بستر می‌باشند.

با نوشتن بسط تیلور برای تحریک الکترواستاتیک، رابطه (۴۴-۳) به صورت زیر خطی سازی می‌-

شود

$$2\tilde{E}I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 M_T^t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_T^b}{\partial x^2} - GA \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu GA \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2\mu\rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{\varepsilon_0 V_P^2}{bd^3} w + \frac{3\varepsilon_0 V_P^2}{2bd^4} w^2 \quad (۴۵-۳)$$

۳-۸-۱ حل استاتیکی تحریک الکترواستاتیک

برای محاسبه جابجایی استاتیکی نانو تسمه گرافنی تحت ولتاژ الکترواستاتیک باید جمله‌های

دینامیکی و ترموالاستیک از معادله فوق (۴۴-۳) حذف شوند.

$$2\tilde{E}I \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - GA \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + \mu GA \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} = \frac{\varepsilon_0 V_P^2}{bd^3} w_s + \frac{3\varepsilon_0 V_P^2}{2bd^4} w_s^2 \quad (46-3)$$

که در این رابطه w_s ، جابجایی استاتیکی می‌باشد. رابطه فوق به روش گلرکین با استفاده از

تخمین زیر حل می‌شود

$$w_s(x) = \sum_n W_n^s \varphi_n(x) \quad (47-3)$$

برای ساده شدن حل فقط جمله اول معادله (47-3) در نظر گرفته شده است. تابع φ به صورت

رابطه (43-3) برای نانو تسمه دوسرگیردار به صورت رابطه (38-3) برای دوسرمفصل با ارضای شرایط

مرزی در نظر گرفته می‌شود. با جایگذاری رابطه (47-3) در معادله (46-3)، و ضرب کردن در تابع

متعامد، این معادله به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\int \left[\begin{aligned} &2\tilde{E}I W^s \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} - GA W^s \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \mu GA W^s \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} \\ & - \frac{\varepsilon_0 V_P^2}{bd^3} W^s \varphi - \frac{3\varepsilon_0 V_P^2}{2bd^4} (W^s \varphi)^2 \end{aligned} \right] \varphi dx = 0 \quad (48-3)$$

و با تعریف پارامترهای زیر به صورت

$$A_1 = \int \left[2\tilde{E}I \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} - GA \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \mu GA \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} - \frac{\varepsilon_0 V_P^2}{bd^3} \varphi \right] \varphi dx \quad (49-3)$$

$$A_2 = \int \frac{3\varepsilon_0 V_P^2}{2bd^4} \varphi^2 dx$$

معادله (48-3) به صورت زیر تعریف می‌شود

$$A_1 W^s - A_2 W^{s^2} = 0 \quad (50-3)$$

بدین ترتیب با حل معادله (50-3)، W^s قابل محاسبه خواهد بود، و سپس با جایگذاری در

معادله (47-3)، جابجایی استاتیکی به دست می‌آید.

۳-۸-۲ ولتاژ پولین^۱

در صورت اعمال ولتاژ DC، بیشتر از مقدار معینی، نانو تسمه ارتعاش کننده می چسبد و بستر صلب را لمس می کند. این حداکثر مقدار، که با V_M نشان داده می شود، ولتاژ پولین گفته می شود. برای محاسبه V_M ، با افزایش تدریجی ولتاژ تحریک و محاسبه جابجایی استاتیکی، حداقل ولتاژی که نانو تسمه ناپایدار خواهد شد، باید پیدا شود. بالاتر از این ولتاژ، ارتعاش نانو تسمه ناپایدار می شود و جابجایی به طور ناگهانی افزایش می یابد.

۳-۸-۳ ارتعاشات عرضی حول جابجایی استاتیکی

جابجایی نانو تسمه گرافنی شامل دو جزء می باشد. جابجایی استاتیکی، منتهی از ولتاژ استاتیکی V_p که در قسمت قبل بحث شد و جابجایی ارتعاشی دینامیکی که حول جابجایی استاتیکی اتفاق می افتد. بنابراین رابطه جابجایی $w(x,t)$ به صورت زیر نوشته می شود.

$$w(x,t) = w_s(x) + w_d(x,t) \quad (۵۱-۳)$$

معادله ارتعاشی نانو تسمه حول جابجایی استاتیکی با جایگزینی رابطه (۵۱-۳) در معادله حرکت (۴۴-۳) و حذف عبارتهایی که موقعیت تعادل را نشان می دهند، معادله (۴۶-۳)، و ترمهای مرتبه بالاتر، نتیجه می تواند به صورت معادله زیر نوشته شود [۴۰]

$$2\tilde{E}I \frac{\partial^4 w_d}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 M_T^t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_T^b}{\partial x^2} - GA \frac{\partial^2 w_d}{\partial x^2} + \mu GA \frac{\partial^4 w_d}{\partial x^4} + 2\rho A \frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} - 2\mu\rho A \frac{\partial^4 w_d}{\partial x^2 \partial t^2} = \frac{\varepsilon_0 V_P^2}{2bd^3} w_d + 3\varepsilon_0 V_P^2 w_s w_d \quad (۵۲-۳)$$

معادلات ترموالاستیک (۲۳-۳) نیز برای حالت موجود به صورت زیر می باشند

^۱ Pull-in voltage

$$(1 + \tilde{Y}) \frac{\partial T^t}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T^t}{\partial z^2} + \frac{\tilde{R}}{\alpha} \left(z - \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^3 w_d}{\partial t \partial x^2} \quad (53-3)$$

$$(1 + \tilde{Y}) \frac{\partial T^b}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T^b}{\partial z^2} + \frac{\tilde{R}}{\alpha} \left(z + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial^3 w_d}{\partial t \partial x^2}$$

برای حل معادله (53-3) و به دست آوردن فرکانس و ضریب کیفیت میرایی ترموالاستیک، w_d

به صورت زیر فرض می شود

$$w_d(x, t) = \sum_n W_n(x) e^{i\omega t} \quad (54-3)$$

که با جایگذاری در معادله (52-3)، معادله زیر به دست می آید

$$2\tilde{E}I \frac{\partial^4 W_n}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 M_T^t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_T^b}{\partial x^2} - GA \frac{\partial^2 W_n}{\partial x^2} + \mu GA \frac{\partial^4 W_n}{\partial x^4} - \omega^2 2\rho A W_n + \omega^2 2\mu\rho A \frac{\partial^4 W_n}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon_0 V_p^2}{2bd^3} W_n \quad (55-3)$$

برای حل معادله فوق به روش گلرکین برای شرایط مرزی دوسرگیردار و دوسرمفصل، W_n از

رابطه (38-3) و (43-3) جایگذاری می شود و سپس با انجام مراحل که در قسمت های قبل برای حل

گلرکین گفته شد، فرکانس مختلط سیستم محاسبه می شود.

۳-۸-۴ ضریب کیفیت

همانطور که در قسمت های قبل برای محاسبه معکوس ضریب کیفیت گفته شد، در این قسمت

نیز با به دست آوردن فرکانس مختلط برای شرایط مرزی دوسرمفصل و دوسرگیردار و جایگذاری آن در

رابطه (27-2)، معکوس ضریب کیفیت برای نانوتسمه گرافنی دولایه با حضور تحریک الکترواستاتیک

محاسبه می شود.

نتایج

۱-۴ مقدمه

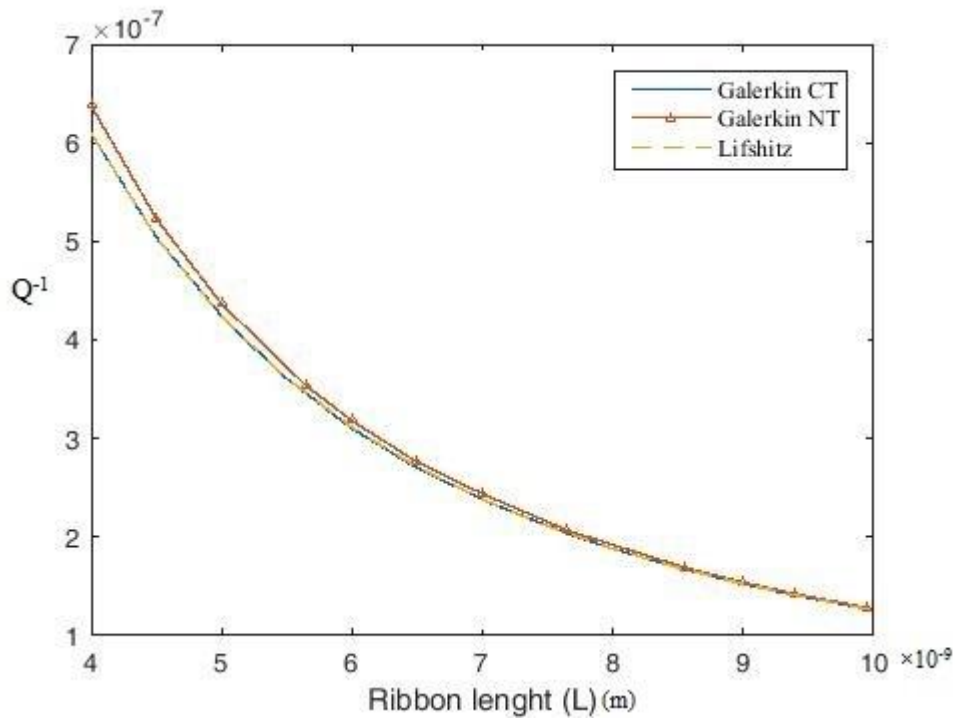
در این بخش، بررسی و آنالیز ضریب کیفیت میرایی ترموالاستیک نانوتسمه گرافنی با نتایج عددی انجام شده تا رابطه معکوس ضریب کیفیت را با پارامترهای مختلف دیگر تعیین شود. جدول جدول ۱-۴ مشخصات فیزیکی و هندسی گرافن مورد بررسی در این آنالیز را نشان می‌دهد [۳۲].

جدول ۱-۴: خواص فیزیکی و هندسی نانوتسمه گرافنی:

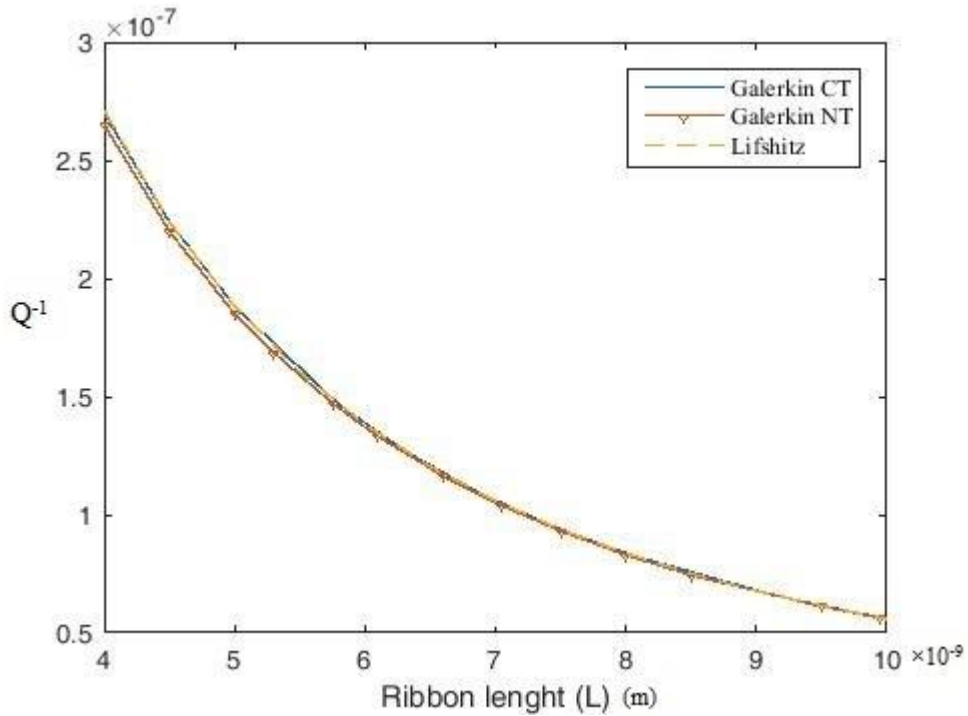
پارامترها	گرافن
مدول الاستیسیته E (Tpa)	1.06
چگالی ρ (kg/m^3)	2250
حرارت مخصوص در حجم ثابت c_v (J/kgK)	120
ضریب انبساط حرارتی α_T (K^{-1})	3.75×10^{-6}
ضریب پواسون ν	0.25
ضریب انتقال حرارت k (W/mK)	2000
ثابت دی‌الکتریک ϵ_0 ($\text{C}^2\text{m}^{-2}\text{N}^{-1}$)	8.85×10^{-12}
ضخامت h (nm)	0.34
عرض b (nm)	2
گپ دی‌الکتریک d (nm)	1

۲-۴ نانوتسمه گرافنی تک‌لایه

شکل (۱-۴) و شکل (۲-۴) نمودار معکوس ضریب کیفیت را بر حسب تغییر طول نانو تسمه تک‌لایه با خواصی که در جدول ۱-۴ آمده است را نشان می‌دهد. در این نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر طول با استفاده از حل تحلیلی و رابطه ارائه شده برای معکوس ضریب کیفیت توسط لیفشیتز نیز برای نانو تسمه مزبور محاسبه شده است. این کار به منظور اعتبارسنجی موضوع صورت گرفته است و همانطور که مشاهده می‌شود حل این مسئله با الاستیسیته غیرموضعی و کلاسیک به روش نیمه تحلیلی گلرکین با در نظر گرفتن یک مد هم‌پوشانی خوبی با نتایج تحلیلی دارد. این هم-پوشانی هم برای شرایط دوسرگیردار و هم برای شرایط دوسرمفصل مشاهده می‌شود.



شکل ۴-۱: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر طول به روش‌های مختلف برای نانو تسمه تک لایه دوسر گیردار

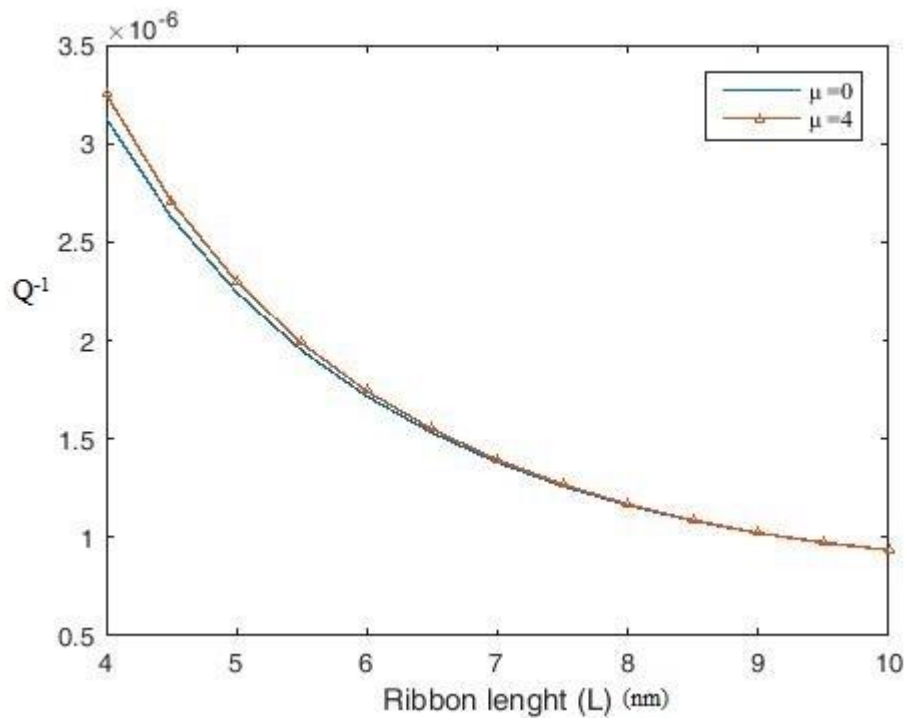


شکل ۴-۲: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر طول به روش‌های مختلف برای نانو تسمه تک لایه دوسر مفصل

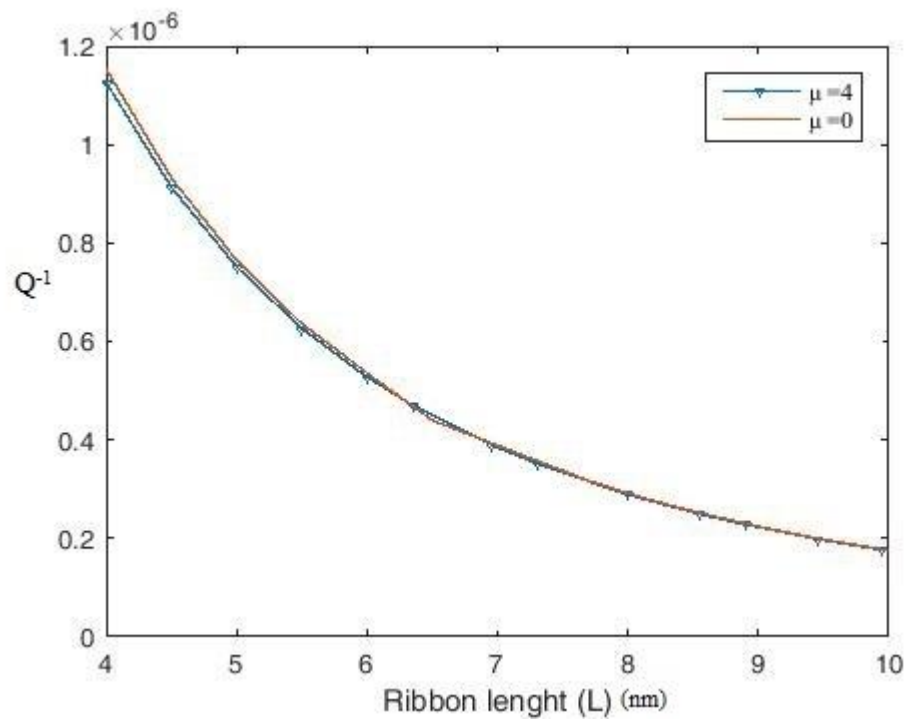
۳-۴ نانوتسمه گرافنی دولایه

شکل (۳-۴) و شکل (شکل ۴-۴) نمودار معکوس ضریب کیفیت نانو تسمه گرافنی را بر حسب تغییر طول نشان می‌دهد. مدول برشی بین لایه‌های $G = 4.6(GPa)$ در نظر گرفته شده است و دمای محیط نیز $T = 300K$ می‌باشد. همانطور که قبلاً اشاره شد نانو تسمه با تیر عریض و فرض کرنش صفحه‌ای مدل شده است، لذا $b \geq 5h$ فرض شده است و طول تسمه نیز در بازه $4-10nm$ در نظر گرفته شده است.

نمودار ($\mu = 0$)، نشان دهنده حل الاستیسیته موضعی و کلاسیک مسئله می‌باشد و نمودار دیگر مربوط به نتایج حل غیرموضعی مسئله می‌باشد که با پارامتر غیرموضعی ($\mu = 4$) حل شده است. شرایط هندسی به گونه‌ای انتخاب شده اند که فرض تسمه که با تیر اولر-برنولی عریض مدل شده است را ارضا کند. همانطور که ملاحظه می‌شود معکوس ضریب کیفیت با افزایش طول به صورت نمایی کاهش می‌یابد و در کمترین طول در نظر گرفته شده بالاترین مقدار را دارد. همچنین معکوس ضریب کیفیت به دست آمده برای تیر دوسرگیردار با استفاده از تئوری غیرموضعی بزرگتر از نتایج به آمده از تئوری کلاسیک می‌باشد که این نتایج به تدریج با افزایش طول و یا نسبت طول به ضخامت، به یکدیگر نزدیک می‌شوند و در نهایت تقریباً بر هم منطبق می‌شوند. اما برای تیر دوسرمفصل نتایج به دست آمده از تئوری غیرموضعی پایین تر از تئوری کلاسیک می‌باشد.

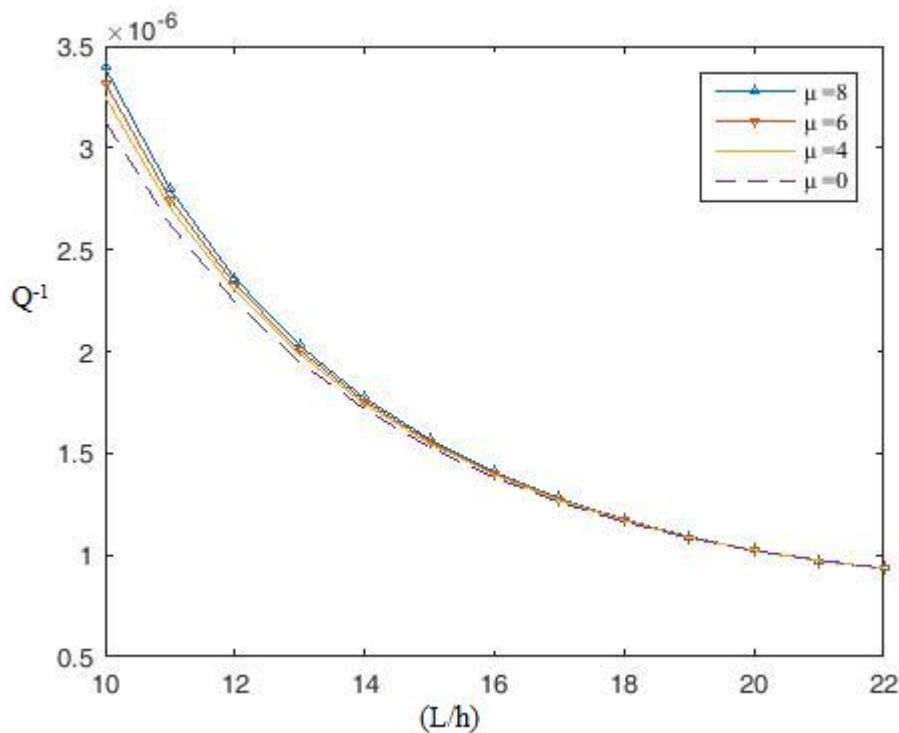


شکل ۳-۴: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر طول نانو تسمه دوسرگیردار

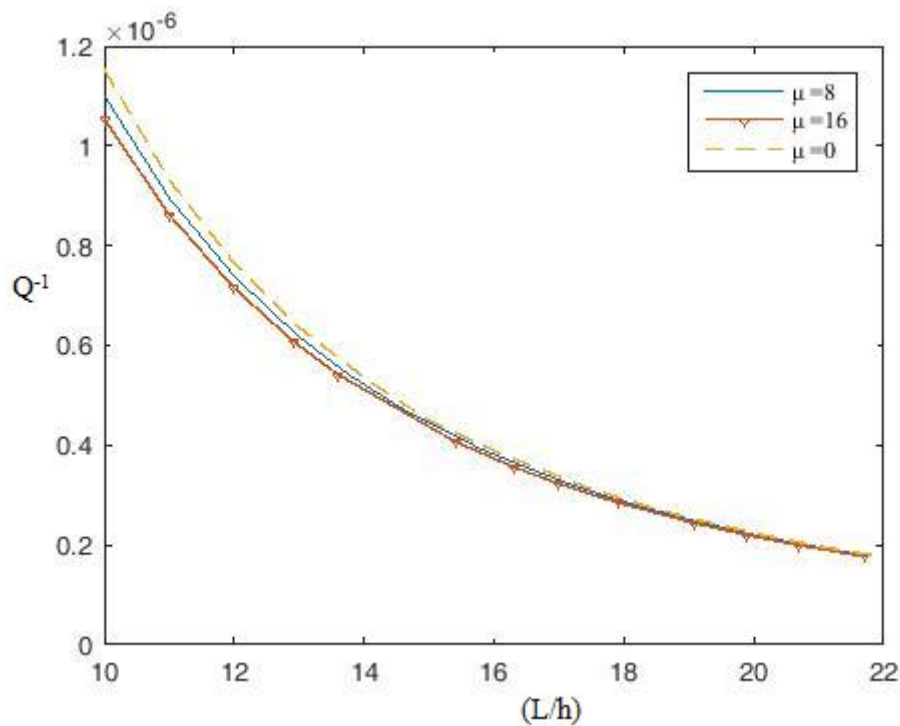


شکل ۴-۴: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر طول نانو تسمه دوسرمفصل

شکل ۴-۵) و شکل ۴-۶) نمودار معکوس ضریب کیفیت را بر حسب تغییرات نسبت طول به ضخامت ($\frac{l}{h}$) برای نانو تسمه گرافنی دوسرگیردار و دو سر مفصل برای پارامترهای غیرموضعی مختلف ($\mu = 4, 6, 8 nm^2$) را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل قبل نیز اشاره شد، هرچه پارامتر غیرموضعی بالاتر باشد معکوس ضریب کیفیت نیز مقدار بیشتری دارد همانطور که ملاحظه می‌شود این روند در مورد شرایط دو سر مفصل کاملاً برعکس می‌باشد. همچنین با توجه به اینکه تاثیر پارامتر غیرموضعی روی تیر دوسر مفصل نسبت به دوسر گیردار کمتر بود لذا پارامترهای غیرموضعی بالاتری برای تیر دوسر مفصل استفاده شده است ($\mu = 8, 16 nm^2$)، تا تاثیر آن با وضوح بیشتری قابل ملاحظه باشد.



شکل ۴-۵: نمودار معکوس ضریب کیفیت نانو تسمه دوسرگیردار بر حسب تغییرات نسبت طول به ضخامت برای پارامترهای غیرموضعی مختلف



شکل ۴-۶: نمودار معکوس ضریب کیفیت نانوتسمه دوسرمفصل بر حسب تغییرات طول به ضخامت برای پارامترهای غیرموضعی مختلف

مدول برشی بین لایه‌ای گرافن G میزان مقاومت نسبی برشی بین لایه‌های گرافن را نشان می‌دهد. تعدادی تست‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی دینامیک مولکولی برای به دست آوردن مدول برشی بین لایه‌ای انجام گرفته است، جدول ۴-۲ [۴۶]. این مسئله ممکن است به این موضوع اشاره کند که مقدار G ممکن است تحت تاثیر روش ساخت، دما، شبکه سه بعدی، تعداد لایه‌های گرافن، نواقص اتمی، چین و چروک یا امواج، مرز ورقه‌ها و یا عوامل دیگر باشد. تا کنون تاثیر برخی از عوامل فوق بر روی مدول برشی بین لایه‌ای گرافن مطالعه شده است. با این حال آزمایشات و شبیه‌سازی‌های اتمی بیشتری برای مشخص کردن تاثیر پارامترهای باقی مانده نیاز است که از محدوده این تحقیق فراتر است. باید تاکید کرد که مدول برشی بین لایه‌ای گرافن از لحاظ فیزیکی با مدول برشی آن متفاوت و بسیار پایین تر می‌باشد.

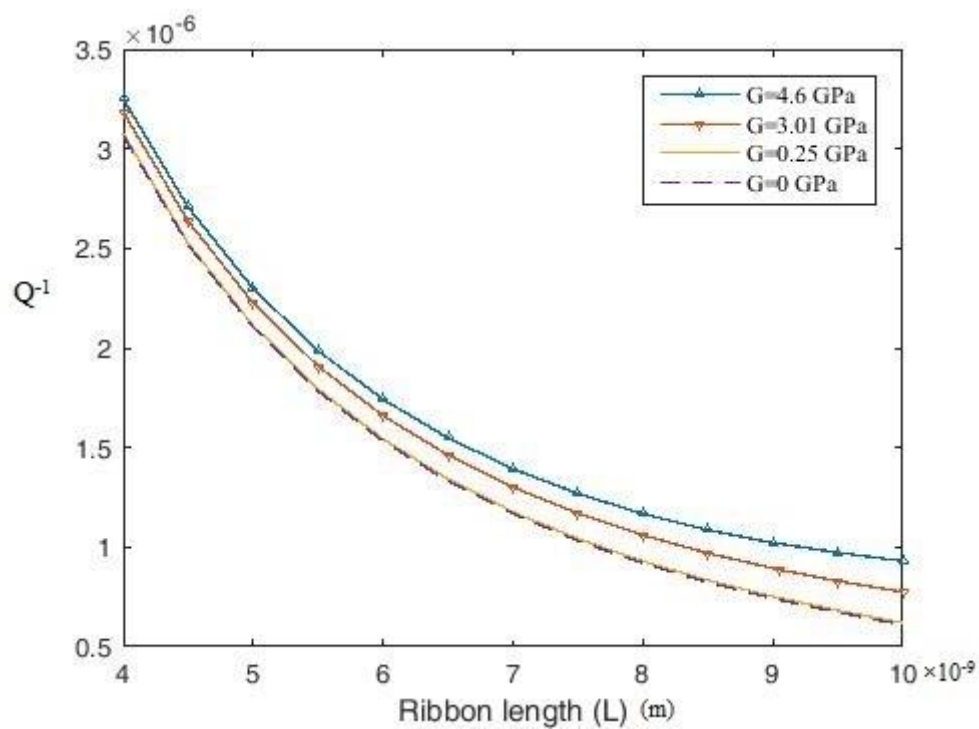
جدول ۴-۲: مدول برشی‌های بین لایه‌ای گرافن گزارش شده در مطالعات گذشته

الگوی ساخت	روش	G(GPa)
روی هم قراردادن کامل	دینامیک مولکولی (AIREBO ^۱)	۴.۶
روی هم قراردادن کامل	دینامیک مولکولی (AIREBO)	۳.۰۱
اشاره نشده	دینامیک مولکولی (DFF ^۲)	۰.۲۵

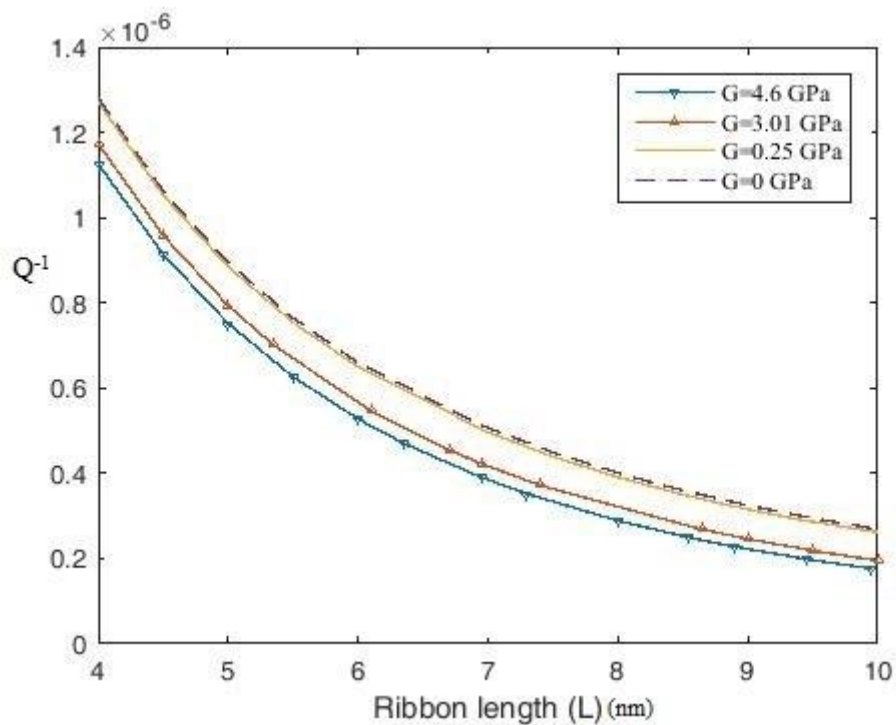
شکل ۴-۷ و شکل ۴-۸) نمودار میرایی ترموالاستیک برحسب تغییر طول را برای سه مقدار مدول برشی بین لایه‌ای $G = 0.25GPa$ ، $G = 3.01GPa$ و $G = 4.6GPa$ نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود افزایش مدول برشی بین لایه‌ای سبب افزایش میرایی ترموالاستیک نانو تسمه دوسرگیردار می‌شود و با افزایش طول نانو تسمه این اثر بیشتر می‌شود، بدین ترتیب هرچه نسبت طول به ضخامت نانو تسمه دو سرگیردار کوچک‌تر باشد تاثیر مدول برشی کمتر می‌شود و با افزایش این نسبت، تغییر مدول برشی نیز تاثیر بیشتری دارد. در نانوتسمه دوسرهمفصل همانطور که مشاهده می‌شود تاثیر مدول برشی بین لایه‌ای نیز مانند پارامتر غیرموضعی برخلاف تیر دو سرگیردار می‌باشد و با افزایش مقدار مدول برشی بین لایه‌ای، معکوس ضریب کیفیت کاهش می‌یابد و برخلاف تیر دوسرگیردار این اثر با افزایش طول نانو تسمه تغییری نمی‌کند. بدین ترتیب تغییر مدول برشی بین لایه‌ای برای تمام طول‌های مورد بررسی و نسبت‌های طول به ضخامت مختلف، دارای اثر یکسان می‌باشد.

¹ Adaptive intermolecular reactive empirical bond order

² Dreiding force-field

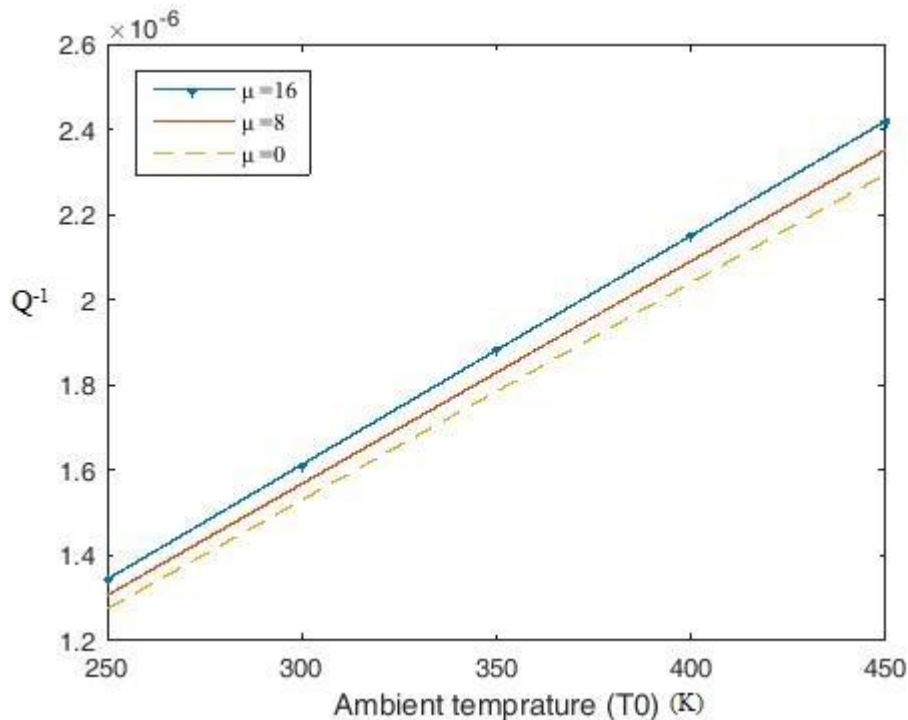


شکل ۴-۷: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر طول برای مدول برشی های بین لایه‌ای مختلف نانوتسمه دوسرگیردار

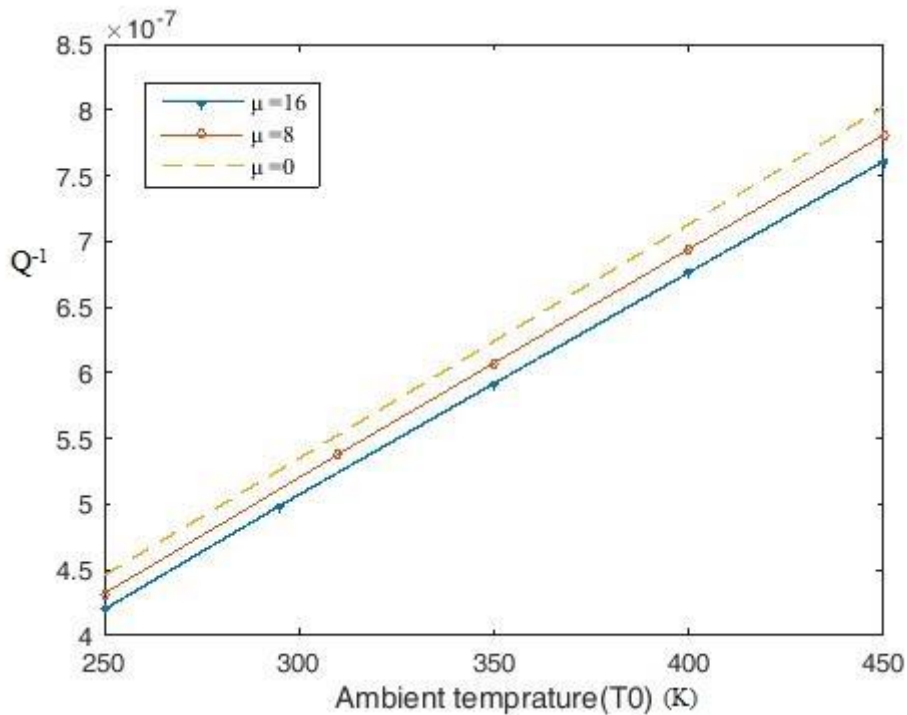


شکل ۴-۸: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر طول برای مدول برشی های بین لایه‌ای مختلف نانوتسمه دوسرمفصل

شکل ۴-۹ و شکل ۴-۱۰) نمودار معکوس ضریب کیفیت را برحسب تغییر دمای محیط برای نانوتسمه دوسرگیردار و دوسرمفصل به ازای پارامترهای غیرموضعی مختلف نشان می‌دهد. همانطور که در دو نمودار مشاهده می‌شود با افزایش دمای محیط میرایی ترموالاستیک نیز به صورت خطی افزایش می‌یابد. همچنین همانطور که قبلاً اشاره شد معکوس ضریب کیفیت برای نانوتسمه دوسرگیردار با افزایش پارامتر غیرموضعی افزایش می‌یابد و در مورد تیر دوسرمفصل کاهش می‌یابد. همین‌طور با افزایش پارامتر غیرموضعی شیب نمودار نیز به مقدار کمی افزایش می‌یابد. این امر نشان دهنده این است که افزایش دمای محیط، افزایش تاثیر پارامتر غیرموضعی را به دنبال دارد که البته نسبت به تاثیر سایر پارامترها قابل چشم‌پوشی می‌باشد. این موضوع در مورد نانو تسمه دوسرمفصل نیز به مقدار کمتری به چشم می‌خورد. به طوری که در دماهای بالاتر افزایش پارامتر غیرموضعی سبب کاهش بیشتر میرایی ترموالاستیک می‌شود.

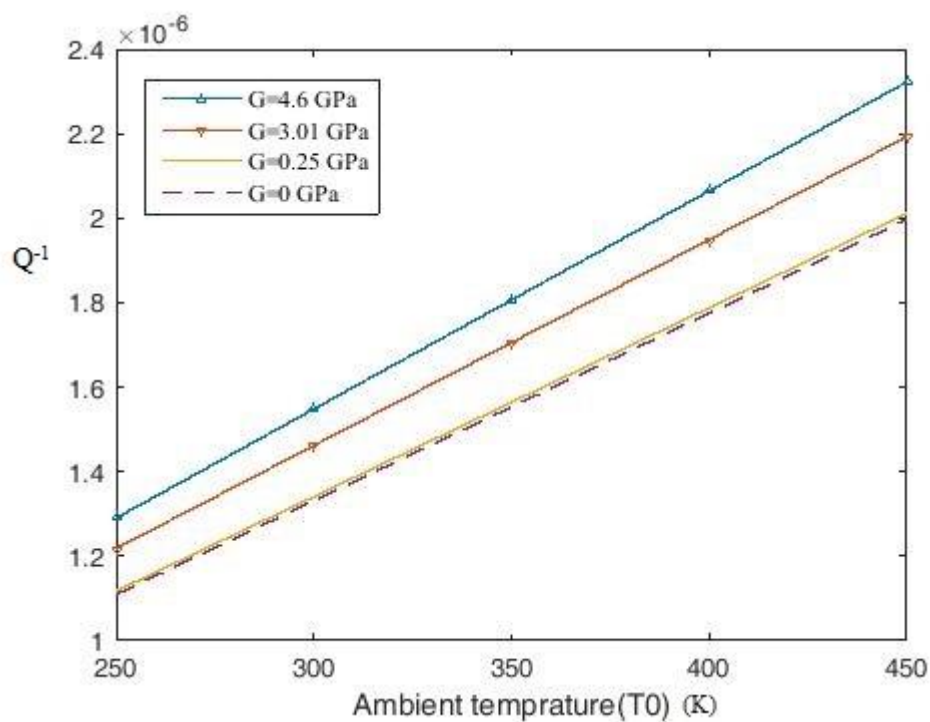


شکل ۴-۹: نمودار معکوس ضریب کیفیت برای دماهای مختلف محیط و مقادیر پارامتر غیرموضعی مختلف برای نانوتسمه دوسرگیردار

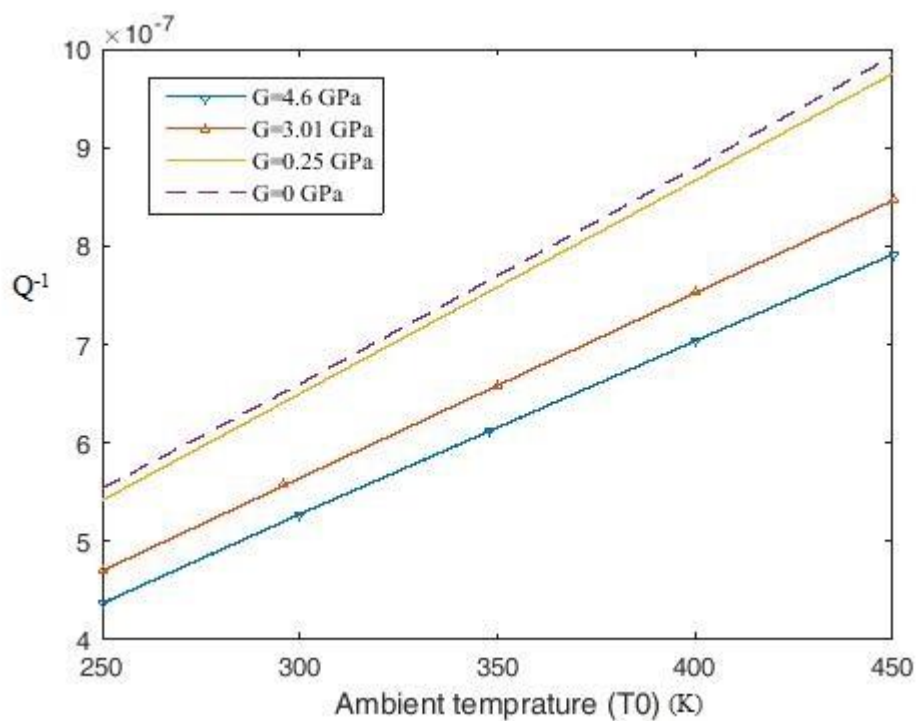


شکل ۴-۱۰: نمودار معکوس ضریب کیفیت برای دماهای مختلف محیط و مقادیر پارامتر غیرموضعی مختلف برای نانوتسمه دوسرمفصل

شکل ۴-۱۱) و شکل ۴-۱۲) نمودار معکوس ضریب کیفیت را برحسب تغییر دمای محیط برای نانوتسمه دوسرگیردار و دوسرمفصل به ازای مقادیر مختلف مدول برشی بین لایه ای گرافن نشان می-دهد. همانطور که مشاهده می‌شود تاثیر مدول برشی بین لایه‌ای نیز با افزایش دمای محیط افزایش می‌یابد به طوری که برای تیر دوسرگیردار در دماهای بالاتر افزایش مدول برشی باعث افزایش بیشتر میرایی ترموالاستیک می‌شود و برای تیر دوسرمفصل در دماهای بالا افزایش مدول برشی سبب کاهش بیشتر میرایی ترموالاستیک می‌شود.

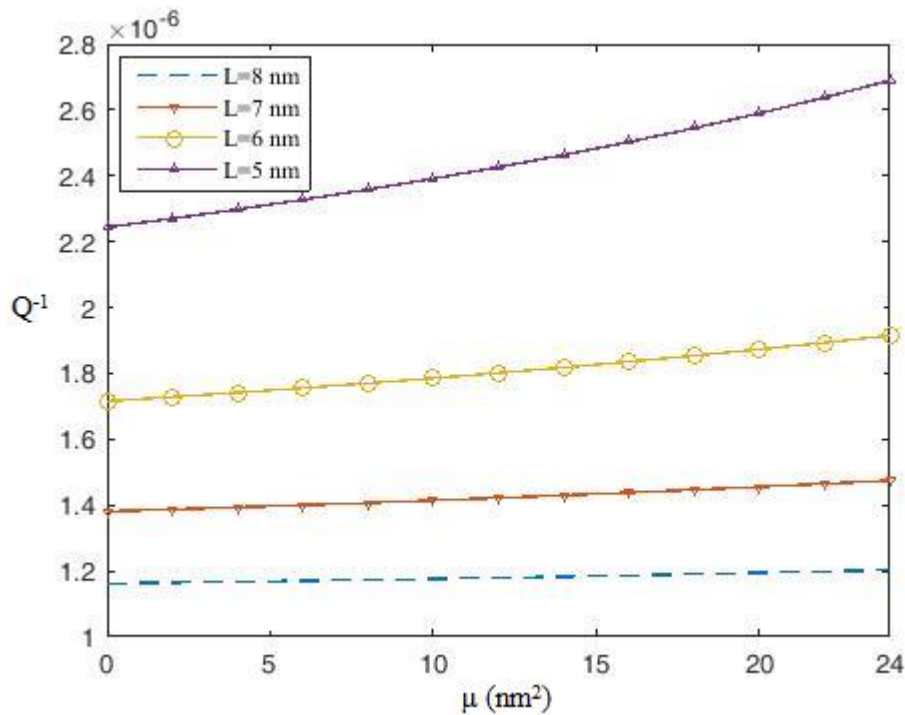


شکل ۴-۱۱: نمودار معکوس ضریب کیفیت برای دماهای مختلف محیط و مقادیر مختلف مدول برشی بین لایه‌ای برای نانوسمه دوسرگیردار

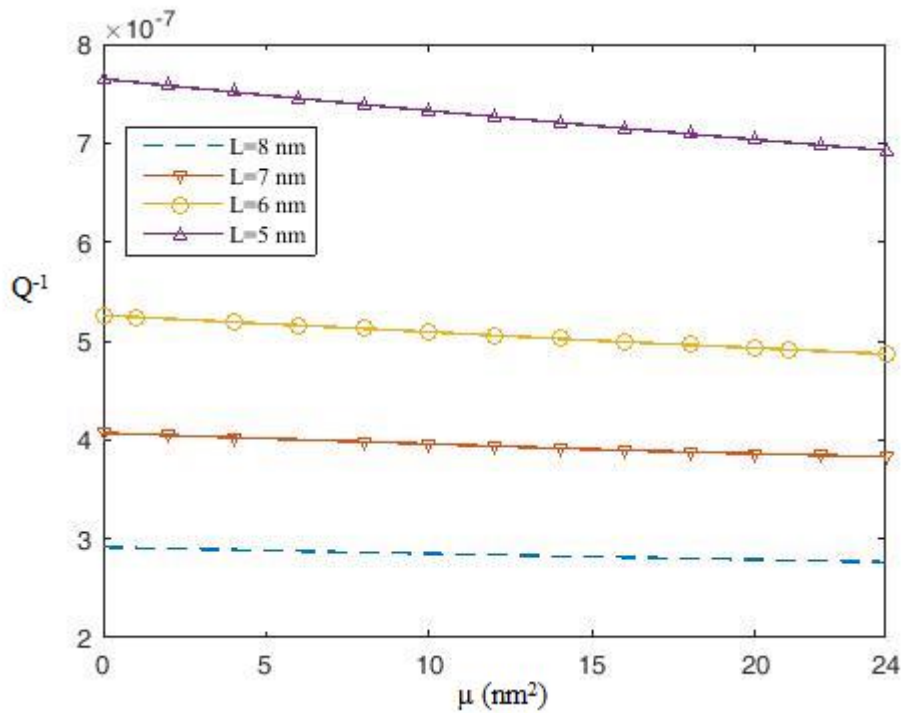


شکل ۴-۱۲: نمودار معکوس ضریب کیفیت برای دماهای مختلف محیط و مقادیر مختلف مدول برشی بین لایه‌ای برای نانوسمه دوسرمدفصل

شکل ۴-۱۳ و شکل ۴-۱۴) نمودار تغییر معکوس ضریب کیفیت را برای مقادیر مختلف پارامتر غیرموضعی در طول‌های مختلف برای دو تیر دوسرگیردار و دوسرمفصل، نشان می‌دهد. همانطور که در نمودارها مشاهده می‌شود و قبلاً نیز بیان شد افزایش پارامتر غیرموضعی برای تیر دوسرگیردار سبب افزایش میرایی ترموالاستیک، و برای تیر دوسرمفصل باعث کاهش آن می‌شود. همچنین این نمودارها تاثیر تغییر طول را بر روی تاثیر پارامتر غیرموضعی نشان می‌دهند. ای نمودار برای طول‌های $L = 5\text{nm}$ ، $L = 6\text{nm}$ ، $L = 7\text{nm}$ و $L = 8\text{nm}$ که تقریباً معادل نسبت طول به ضخامت $L/h = 12, 14, 16, 18$ می‌باشد استخراج شده است. همین‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش طول و نسبت طول به ضخامت تاثیر پارامتر غیرموضعی کم می‌شود و در کمترین طول بیان شده پارامتر غیرموضعی بیشترین تاثیر را دارد و با افزایش پارامتر غیرموضعی میرایی ترموالاستیک به صورت نمایی و با انحنای بسیار کم برای تیر دوسرگیردار و بصورت خطی برای تیر دوسر مفصل تغییر می‌کند.



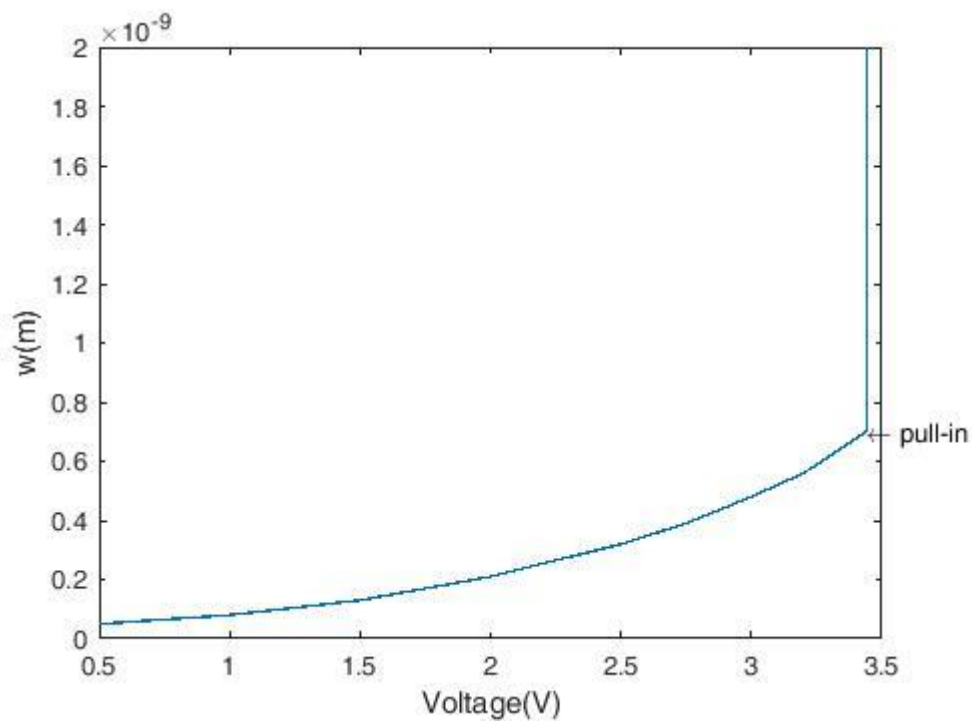
شکل ۴-۱۳: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر پارامتر غیرموضعی برای طول‌های مختلف برای تیر دو سرگیردار



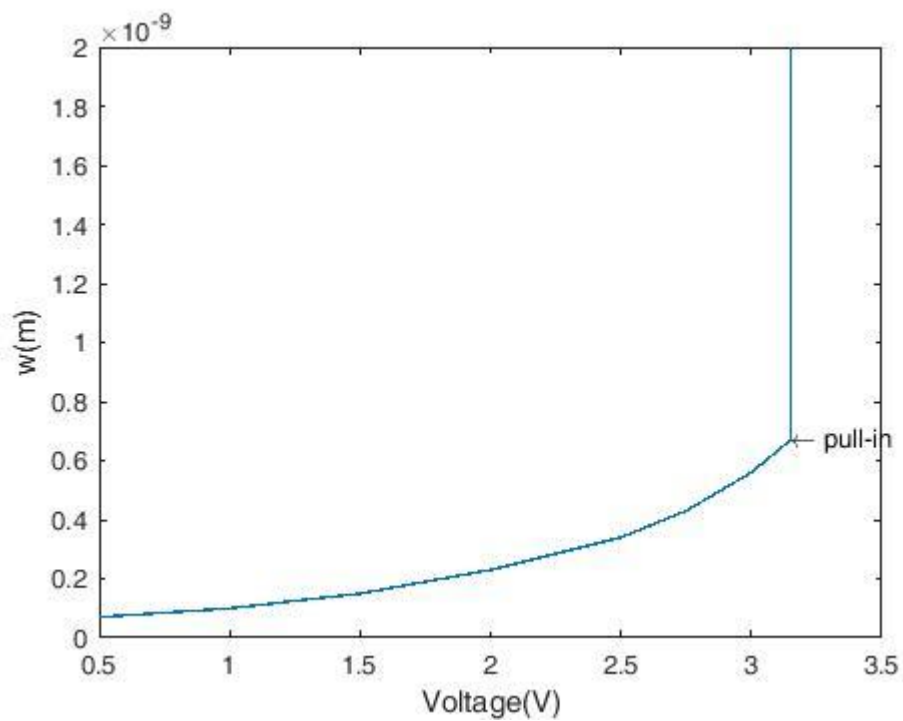
شکل ۴-۱۴: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر پارامتر غیرموضعی برای طول‌های مختلف برای تیر دو سرمفصل

شکل ۴-۱۵ و شکل ۴-۱۶) نمودار جابجایی استاتیکی نانو تسمه گرافنی دولایه را برحسب ولتاژ تحریک مستقیم برای شرایط مرزی دوسرگیردار و دوسرمفصل نشان می‌دهد. پارامتر غیرموضعی $\mu = 4 \text{ nm}^2$ و مدول برشی $G = 4.6 \text{ GPa}$ در نظر گرفته شده‌است. همانطور که در نمودارها مشخص است ولتاژ پولین تیر دوسرگیردار بیشتر از تیر دوسرمفصل می‌باشد.

در نانو تسمه گرافنی مورد بررسی که خواص آن در جدول ۴-۱ بیان شد، ولتاژ پولین برای حالت دوسرگیردار، $V_M = 3.44 \text{ V}$ و برای دوسر مفصل $V_M = 3.15 \text{ V}$ می‌باشد.



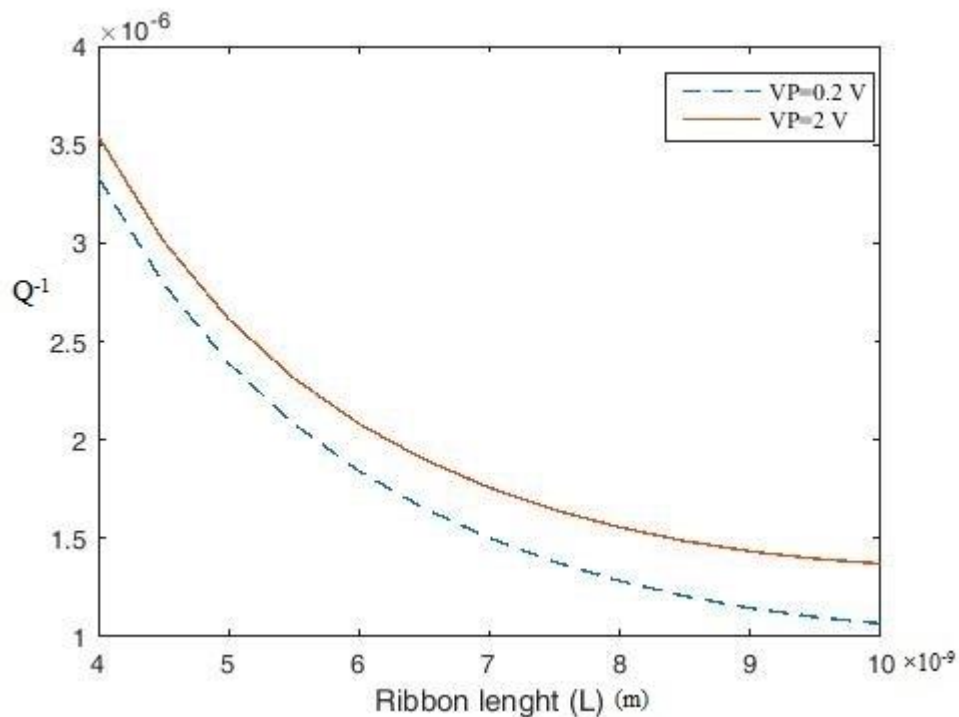
شکل ۴-۱۵: نمودار جابجایی استاتیکی نانوتسمه گرافنی دولایه برحسب ولتاژ تحریک برای شرایط مرزی دوسرگیردار



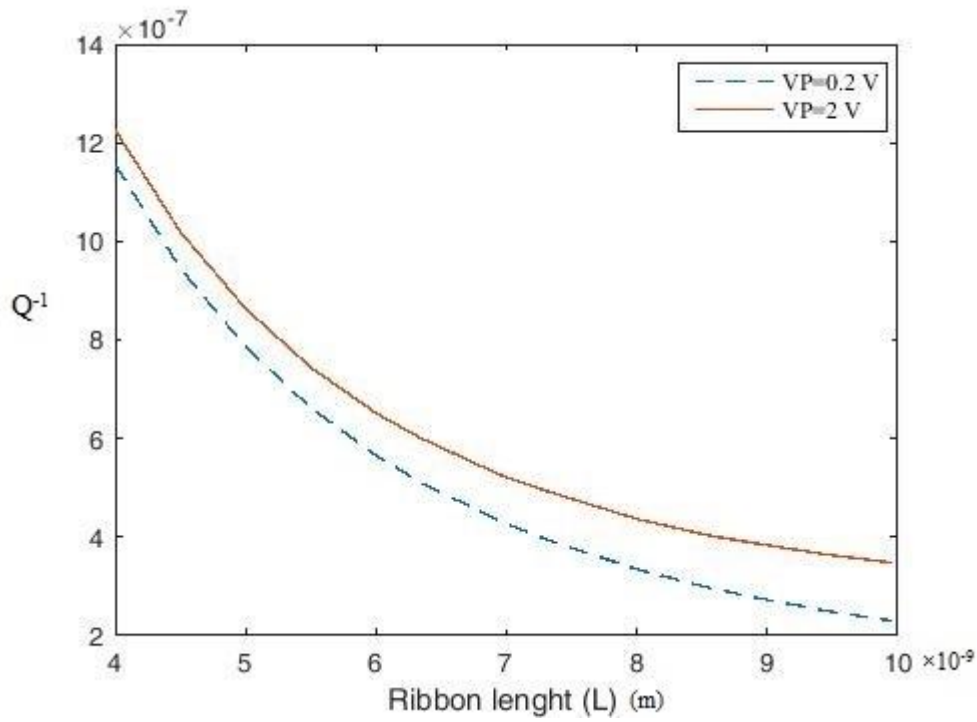
شکل ۴-۱۶: نمودار جابجایی استاتیکی نانوتسمه گرافنی دولایه برحسب ولتاژ تحریک برای شرایط مرزی دوسرمفصل

شکل ۴-۱۷ و شکل ۴-۱۸) نمودار معکوس ضریب کیفیت را برای نمونه مورد بررسی با در نظر گرفتن پارامتر غیرموضعی $\mu = 4$ و مدول برشی بین لایه ای $G = 4.6GPa$ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود و قبل‌تر نیز بیان شد میرایی ترموالاستیک با افزایش طول و نسبت طول به ضخامت کاهش می‌یابد و این کاهش برای مقادیر مختلف ولتاژ تحریک نیز وجود دارد و در نمودار نشان داده شده است و همین‌طور با اعمال ولتاژ تحریک و افزایش آن میزان میرایی ترموالاستیک نیز افزایش می‌یابد و همین‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش طول نانو تسمه و به دنبال آن افزایش نسبت طول به ضخامت تاثیر ولتاژ تحریک بیشتر می‌شود و سبب افزایش بیشتر میرایی ترموالاستیک می‌شود.

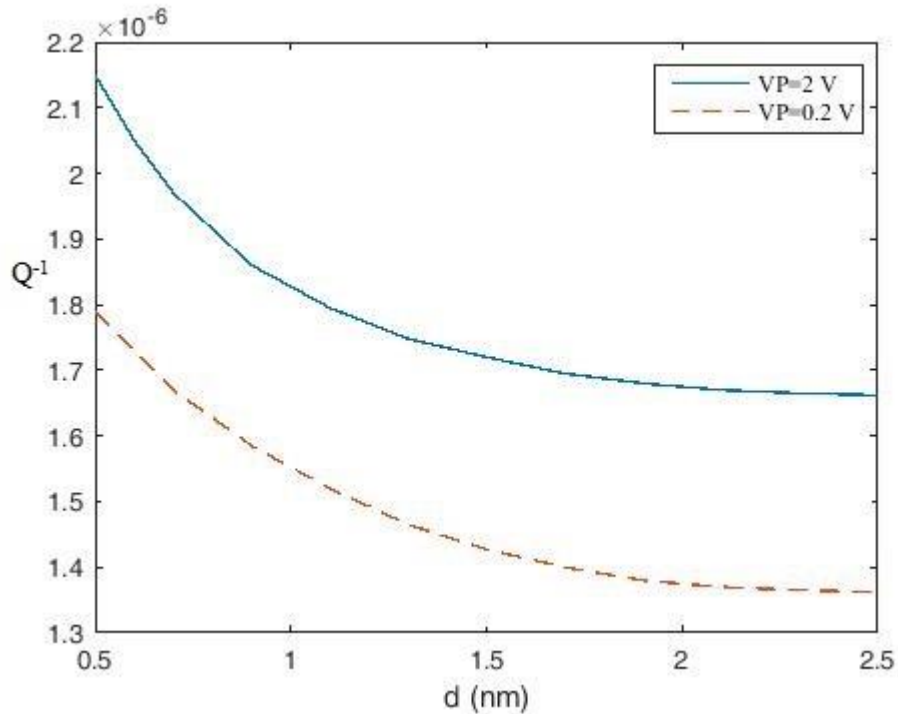
شکل ۴-۱۹ و شکل ۴-۲۰) نمودار معکوس ضریب کیفیت را با تحریک الکترواستاتیک برحسب تغییرات فاصله بستر تا ارتعاش کننده را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش این فاصله میرایی ترموالاستیک کاهش می‌یابد و در فاصله‌های کمتر این اثر بیشتر می‌باشد.



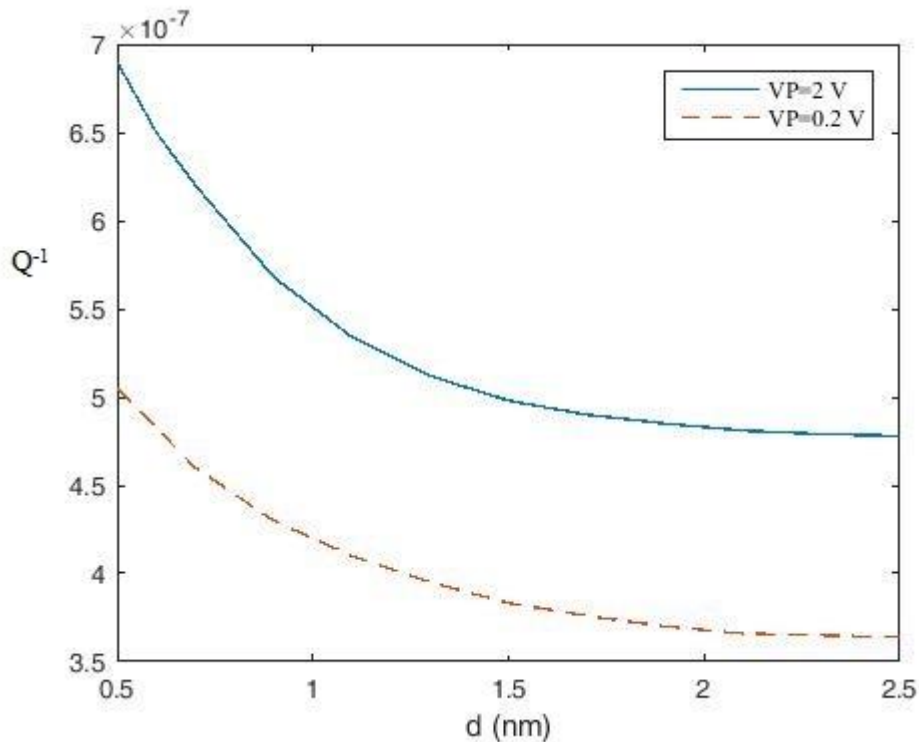
شکل ۴-۱۷: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییر طول برای ولتاژهای تحریک مختلف برای نانو تسمه گرافنی دولایه دوسر گیردار



شکل ۴-۱۸: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییر طول برای ولتاژهای تحریک مختلف برای نانو تسمه گرافنی دولایه دوسر مفصل



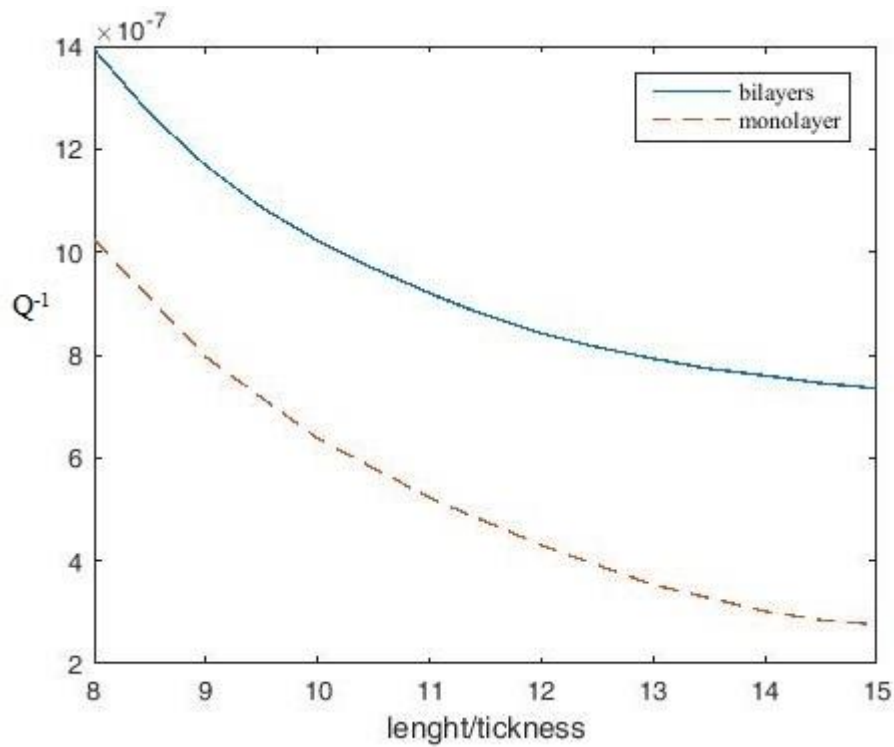
شکل ۴-۱۹: نمودار معکوس ضریب کیفیت بر حسب تغییرات فاصله گپ برای ولتاژهای تحریک مختلف برای نانوتسمه گرافنی دولایه دوسرگردار



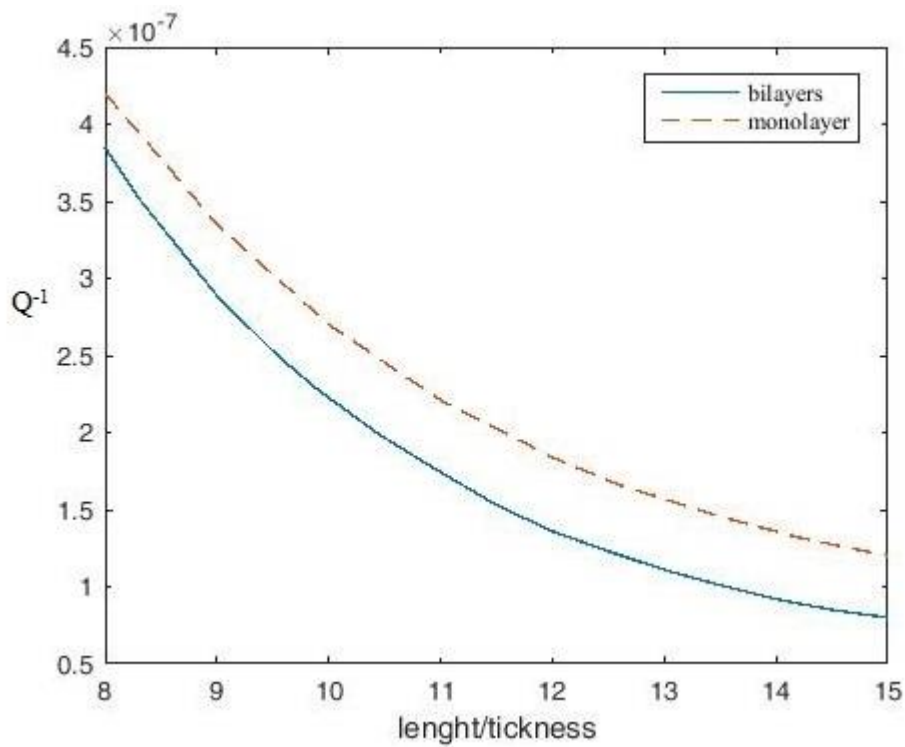
شکل ۴-۲۰: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییرات فاصله گپ برای ولتاژهای تحریک مختلف برای نانوتسمه گرافنی دولایه دوسرمفصل

۴-۴ مقایسه نانوتسمه گرافنی تک لایه و دولایه

شکل ۴-۲۱ و شکل ۴-۲۲) نمودار معکوس ضریب کیفیت را برای نانوتسمه گرافنی تک لایه و دولایه برحسب تغییرات نسبت طول به ضخامت، برای شرایط مرزی دوسرگیردار و دوسرمفصل نشان می‌دهد. لازم به ذکر است نسبت طول به ضخامت نانو تسمه تک لایه L/h ، برابر است با نسبت طول به ضخامت نانوتسمه دولایه‌ای $L/2h$ با طول دوبرابر نسبت به تک لایه. لذا با در نظر گرفتن این موضوع نمودار میرایی ترموالاستیک برای نانو تسمه تک لایه و دولایه به صورت زیر با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود برای شرایط مرزی دوسرگیردار میرایی ترموالاستیک نانو تسمه دولایه از نانو تسمه تک لایه بیشتر است، اما در مورد شرایط مرزی دوسرمفصل همانطور که قبلاً اشاره شد که با افزایش نیروی برشی میرایی ترموالاستیک ماهش می‌یابد، در اینجا نیز میرایی ترموالاستیک نانوتسمه تک لایه از نانو تسمه دولایه بیشتر می‌باشد.



شکل ۴-۲۱: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییرات نسبت طول به ضخامت برای نانو تسمه گرافنی تک-لایه و دولایه دو سر گیردار



شکل ۴-۲۲: نمودار معکوس ضریب کیفیت برحسب تغییرات نسبت طول به ضخامت برای نانو تسمه گرافنی تک-لایه و دولایه دو سرمفصل

نتیجه گیری

۵-۱ مقدمه

در این تحقیق میرایی ترموالاستیک نانو تسمه گرافنی تک‌لایه و چند لایه با در نظر گرفتن نیروی برشی بین لایه‌ها محاسبه شده‌است. با توجه به صحت بیشتر الاستیسیته غیرموضعی برای ابعاد نانو، برای حل این مسئله از تئوری الاستیسیته غیرموضعی استفاده شده است و میرایی ترموالاستیک برای دو شرایط مرزی متداول دوسرگیردار و دوسرمفصل مورد بررسی قرار گرفته‌است. تاثیر پارامترهای مختلف هندسی، فیزیکی و محیطی نیز بررسی شده که در این قسمت نتایج حاصل به صورت جمع‌بندی شده بیان می‌شود.

همچنین میرایی ترموالاستیک با اعمال تحریک الکترواستاتیک نیز برای شرایط مرزی مذکور محاسبه شده‌است و تاثیر آن نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

۵-۲ بحث و نتیجه‌گیری

در این قسمت به بحث در مورد تاثیر پارامترهای مختلف بر روی میرایی ترموالاستیک نانو تسمه مورد بحث می‌پردازیم

- نتایج به دست آمده برای نانوتسمه تک‌لایه و دولایه نشان داد که با اضافه شدن تعداد لایه‌ها و به دنبال آن حضور نیروی برشی بین لایه‌ای، میرایی ترموالاستیک در شرایط مرزی دو سرگیردار افزایش و در شرایط دوسرمفصل کاهش پیدا می‌کند.
- میرایی ترموالاستیک در حالت کلی و برای تمام حالت‌های بررسی شده بر روی نانو تسمه مورد بحث با افزایش طول و به دنبال آن افزایش نسبت طول به ضخامت کاهش می‌یابد و نرخ کاهش برای طول‌های کوچکتر مقدار بیشتری دارد به تدریج با افزایش طول کاهش می‌یابد.
- محاسبه میرایی ترموالاستیک برای پارامترهای غیرموضعی مختلف نشان می‌دهد که با افزایش طول تاثیر پارامتر غیرموضعی کاهش می‌یابد و هرچه نسبت طول به ضخامت

بزرگتر باشد این پارامتر تاثیر بیشتری دارد. که همان‌طور که مشاهده شد برای نانو تسمه دوسرگیردار سبب افزایش میرایی ترموالاستیک می‌شود و برای نانو تسمه دوسر مفصل تاثیر معکوس دارد و باعث کاهش میرایی ترموالاستیک می‌شود.

- بررسی مدول برشی‌های بین لایه‌های مختلف که به روش‌های آزمایشگاهی و دینامیک مولکولی به‌ست آمده‌اند، بر روی میرایی ترموالاستیک نشان می‌دهد که افزایش نیروی برشی بین لایه‌های برای نانو تسمه دوسرگیردار سبب افزایش میرایی ترموالاستیک و برای حالت دوسر مفصل باعث کاهش میرایی ترموالاستیک می‌شود.
- نتایج به‌دست‌آمده از تاثیر دما بر روی میرایی ترموالاستیک نانو تسمه گرافنی نشان می‌دهد افزایش دما، میرایی ترموالاستیک را به‌صورت خطی افزایش می‌دهد. این موضوع برای طول‌های مختلف و پارامترهای غیرموضعی مختلف و همچنین مدول برشی بین لایه‌های مختلف مورد بررسی قرارگرفت و نتایج نشان می‌دهد این روند افزایش خطی برای تمام پارامترها یکسان می‌باشد.
- با محاسبه ولتاژ پولین برای نانوتسمه گرافنی مشخص شد ولتاژ پولین برای شرایط مرزی دوسرگیردار بیشتر از دوسر مفصل می‌باشد
- نتایج به‌دست‌آمده از محاسبه میرایی ترموالاستیک نانوتسمه گرافنی با اعمال تحریک الکترواستاتیک نشان می‌دهد اعمال این تحریک سبب افزایش میرایی ترموالاستیک می‌شود و با افزایش طول نانو تسمه تاثیر آن تا حدودی بیشتر می‌شود.
- میرایی ترموالاستیک تحت اعمال بار الکترواستاتیک با افزایش فاصله بین بستر و ارتعاش‌کننده کاهش می‌یابد و با افزایش بیشتر این فاصله تاثیر آن بر روی میرایی ترموالاستیک کمتر می‌شود.

۳-۵ پژوهش های پیشنهادی

- ۱- بررسی میرایی ترمو الاستیک نانوتسمه ارتعاش کننده با استفاده از روش های عددی مانند روش تبدیل دیفرانسیلی معمولی، دیفرانسیل مربعی و
- ۲- بررسی میرایی ترموالاستیک ارتعاش کننده های نانو الکترومکانیکی ساخته شده از گرافن با مدل های دیگر مانند مدل ورق غیرموضعی
- ۳- تحلیل غیرخطی میرایی ترموالاستیک نانو ارتعاش کننده های ساخته شده از گرافن با مدل های مختلف ورق غیرموضعی و تیر غیرموضعی
- ۴- بررسی میرایی ترموالاستیک ارتعاش کننده های نانو الکترومکانیکی با تحریک های دیگر مانند تحریکات دمایی، الکترومغناطیسی و تحریک پیزوالکتریک
- ۵- تحلیل میرایی ترموالاستیک نانوتسمه های ارتعاش کننده با فرض تیر ساندویچی و در نظر گرفتن لایه میانی به عنوان نیروی بین لایه ای
- ۶- بررسی میرایی ترموالاستیک با در نظر گرفتن تحریک الکترواستاتیک غیرخطی
- ۷- تحلیل میرایی ترموالاستیک ارتعاش کننده های نانو الکترومکانیکی گرافنی چندلایه با استفاده از معادله انتقال حرارات غیرفوریه

منابع

- [1] Frank, I. W., Tanenbaum, D. M., Van Der Zande, A. M., and McEuen, P. L., 2007, "Mechanical properties of suspended graphene sheets," *J. Vac. Sci. Technol. B Microelectron. Nanom. Struct.*, **25**(6), pp. 2558–2561.
- [2] Sun, Y., Fang, D., and Soh, A. K., 2006, "Thermoelastic damping in micro-beam resonators," *Int. J. Solids Struct.*, **43**(10), pp. 3213–3229.
- [3] Cleland, A. N., and Roukes, M. L., 1999, "External control of dissipation in a nanometer-scale radiofrequency mechanical resonator," *Sensors Actuators A Phys.*, **72**(3), pp. 256–261.
- [4] Lifshitz, R., and Roukes, M. L., 1999, "Thermoelastic Damping in Micro- and Nano-Mechanical Systems," *Phys. Rev. B*, **61**(8), p. 10.
- [5] R.E.Mihailovich, 1995, "Dissipation measurements of vacuum-operated single-crystal silicon microresonators," *Sensors Actuators A Phys.*, pp. 199–207.
- [6] Harrington, D. a, Mohanty, P., and Roukes, M. L., 2000, "Energy dissipation in suspended micromechanical resonators at low temperatures," *Phys. B Condens. Matter*, **284-288**, pp. 2145–2146.
- [7] Zener, C., 1937, "Internal Friction in Solids I. Theory of Internal Friction in Reeds," *Phys. RFVIEW*, **206**(1932).
- [8] Zener, C., 1938, "Internal friction in solids II. General theory of thermoelastic internal friction," *Phys. Rev.*, **53**(1), pp. 90–99.
- [9] Zener, C., Otis, W., and Nuckolls, R., 1938, "Internal friction in solids III. Experimental demonstration of thermoelastic internal friction," *Phys. Rev.*, **53**(1), pp. 100–101.
- [10] Berry, B. S., 1955, "Precise investigation of the theory of damping by transverse thermal currents," *J. Appl. Phys.*, **26**(10), pp. 1221–1224.
- [11] Roszhart, T. V., 1990, "The effect of thermoelastic internal friction on the Q of micromachined silicon resonators," *IEEE 4th Tech. Dig. Solid-State Sens. Actuator Work.*, pp. 13–16.
- [12] Timoshenko, S., and Goodier, J. N., 1986, "Theory of Elasticity," *J. Elast.*, **49**, pp. 427–143.
- [13] Evoy, S., Olkhovets, A., Sekaric, L., Parpia, J. M., Craighead, H. G., and Carr, D. W., 2000, "Temperature-dependent internal friction in silicon nanoelectromechanical systems," *Appl. Phys. Lett.*, **77**(15), pp. 2397–2399.
- [14] Duwel, A., Gorman, J., Weinstein, M., Borenstein, J., and Ward, P., 2003,

- “Experimental study of thermoelastic damping in MEMS gyros,” *Sensors Actuators, A Phys.*, **103**(1-2), pp. 70–75.
- [15] Nayfeh, A. H., and Younis, M. I., 2004, “Modeling and simulations of thermoelastic damping in microplates,” *J. Micromechanics Microengineering*, **14**(12), pp. 1711–1717.
- [16] Mikhail, 2007, “Graphene: carbon in tow dimansions,” *materialstady*, **10**.
- [17] Sciences, R. swidish academy of, 2010, “graphene.”
- [18] Mark, F., Goerbig, O., and Notes, L., 2008, *Introduction to the Physical Properties of Graphene*.
- [19] Lakes, R. S., 1983, “Size effects and micromechanics of a porous solid,” *J. Mater. Sci.*, **18**(9), pp. 2572–2580.
- [20] Yang, F., Chong, A. C. M., Lam, D. C. C., and Tong, P., 2002, “Couple stress based strain gradient theory for elasticity,” *Int. J. Solids Struct.*, **39**(10), pp. 2731–2743.
- [21] Park, S. K., and Gao, X.-L., 2006, “Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory,” *J. Micromechanics Microengineering*, **16**(11), pp. 2355–2359.
- [22] Kong, S., Zhou, S., Nie, Z., and Wang, K., 2008, “The size-dependent natural frequency of Bernoulli-Euler micro-beams,” *Int. J. Eng. Sci.*, **46**(5), pp. 427–437.
- [23] Ma, H. M., Gao, X. L., and Reddy, J. N., 2008, “A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory,” *J. Mech. Phys. Solids*, **56**(12), pp. 3379–3391.
- [24] Mindlin, R. D., 1965, “Second gradient of strain and surface-tension in linear elasticity,” *Int. J. Solids Struct.*, **1**(4), pp. 417–438.
- [25] Fleck, N. a., Muller, G. M., Ashby, M. F., and Hutchinson, J. W., 1994, “Strain gradient plasticity: Theory and experiment,” *Acta Metall. Mater.*, **42**(2), pp. 475–487.
- [26] Fleck, N. A., and Hutchinson, J. W., 2001, “A reformulation of strain gradient plasticity,” *J. Mech. Phys. Solids*, **49**(10), pp. 2245–2271.
- [27] Eringen, A. C., 1983, “On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves,” *J. Appl. Phys.*, **54**(9), pp. 4703–4710.
- [28] Eringen, A. C., and Edelen, D. G. B., 1972, “On nonlocal elasticity,” *Int. J. Eng.*

- Sci., **10**(3), pp. 233–248.
- [29] Ansari, R., Sahmani, S., and Arash, B., 2010, “Nonlocal plate model for free vibrations of single-layered graphene sheets,” *Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.*, **375**(1), pp. 53–62.
- [30] Chowdhury, R., Adhikari, S., and Friswell, M. I., 2009, “Transverse vibration of single layer graphene sheets,” *Phys. D Appl. Phys.*
- [31] Jiang, S., Shi, S., and Wang, X., 2014, “Nanomechanics and vibration analysis of graphene sheets via a 2D plate model,” *J. Phys. D. Appl. Phys.*, **47**(4), p. 045104.
- [32] Pradhan, S. C., and Kumar, A., 2011, “Vibration analysis of orthotropic graphene sheets using nonlocal elasticity theory and differential quadrature method,” *Compos. Struct.*, **93**(2), pp. 774–779.
- [33] Wang, J., Tian, M., He, X., and Tang, Z., 2014, “Free Vibration Analysis of Single-Layered Graphene Sheets Based on a Continuum Model,” **2**(1), pp. 1–7.
- [34] Mohammadi, M., Ghayour, M., and Farajpour, A., 2013, “Free transverse vibration analysis of circular and annular graphene sheets with various boundary conditions using the nonlocal continuum plate model,” *Compos. Part B Eng.*, **45**(1), pp. 32–42.
- [35] Mohammadi, M., and A. Farajpour, 2015, “thermo-mechanical vibration analysis of annular and circular graphene sheet embedded in an elastic medium,” *solids Struct.*, **1**.
- [36] Wang, L., and Hu, H., 2014, “Thermal vibration of a rectangular single-layered graphene sheet with quantum effects,” *J. Appl. Phys.*, **115**(23).
- [37] Mohammadi, M., 2013, “Temperature Effect on Vibration Analysis of Annular Graphene Sheet Embedded on Visco-Pasternak Foundation,” *Solid Mech.*, **5**(3), pp. 305–323.
- [38] Shen, L., Shen, H.-S., and Zhang, C.-L., 2010, “Nonlocal plate model for nonlinear vibration of single layer graphene sheets in thermal environments,” *Comput. Mater. Sci.*, **48**(3), pp. 680–685.
- [39] Mahdavi, M. H., Jiang, L. Y., and Sun, X., 2012, “Nonlinear vibration and postbuckling analysis of a single layer graphene sheet embedded in a polymer matrix,” *Phys. E Low-Dimensional Syst. Nanostructures*, **44**(7-8), pp. 1708–1715.
- [40] Karami Mohammadi, A., and Ali, N. A., 2015, “Effect of High Electrostatic

- Actuation on Thermoelastic Damping in Thin Rectangular Microplate Resonators,” *J. Theor. Appl. Mech.*, p. 317.
- [41] Ali, N. A., and A. Karami mohammadi, 2013, “VIBRATIONAL BEHAVIOR OF AN ELECTRICALLY ACTUATED MICRO-BEAM WITH THERMOELASTIC DAMPING,” *Mechanics*, pp. 1–10.
- [42] Babaei, H., and Shahidi, A. R., 2011, “Vibration of quadrilateral embedded multilayered graphene sheets based on nonlocal continuum models using the Galerkin method,” *Acta Mech. Sin. Xuebao*, **27**(6), pp. 967–976.
- [43] Ansari, R., Arash, B., and Rouhi, H., 2011, “Vibration characteristics of embedded multi-layered graphene sheets with different boundary conditions via nonlocal elasticity,” *Compos. Struct.*, **93**(9), pp. 2419–2429.
- [44] Adali, S., 2011, “VARIATIONAL PRINCIPLES AND NATURAL BOUNDARY CONDITIONS FOR MULTILAYERED ORTHOTROPIC GRAPHENE SHEETS UNDERGOING VIBRATIONS AND BASED ON NONLOCAL ELASTIC THEORY,” *Theor. Appl. Mech.*, **49**(2008), pp. 621–639.
- [45] Sarrami-Foroushani, S., and Azhari, M., 2014, “Nonlocal vibration and buckling analysis of single and multi-layered graphene sheets using finite strip method including van der Waals effects,” *Phys. E Low-Dimensional Syst. Nanostructures*, **57**, pp. 83–95.
- [46] Rokni, H., and Lu, W., 2013, “A continuum model for the static pull-in behavior of graphene nanoribbon electrostatic actuators with interlayer shear and surface energy effects,” *J. Appl. Phys.*, **113**(15), pp. 1–10.
- [47] Lee, H.-L., Yang, Y.-C., and Chang, W.-J., 2014, “Transverse Vibration of Circular Double-Layer Graphene Sheets Using Nonlocal Elasticity Theory,” *Microsc. Microanal.*, **20**(S3), pp. 1772–1773.
- [48] Nazemnezhad, R., and Hosseini-Hashemi, S., 2014, “Free vibration analysis of multi-layer graphene nanoribbons incorporating interlayer shear effect via molecular dynamics simulations and nonlocal elasticity,” *Phys. Lett. A*, **378**(44), pp. 3225–3232.
- [49] Benjeddou, A., and Andrianarison, O., 2006, “A heat mixed variational theorem for thermoelastic multilayered composites,” *Comput. Struct.*, **84**(19-20), pp. 1247–1255.

- [50] Khisaeva, Z. F., and Ostoja-Starzewski, M., 2006, "Thermoelastic Damping in Nanomechanical Resonators with Finite Wave Speeds," *J. Therm. Stress.*, **29**(August 2014), pp. 201–216.
- [51] Hao, Z., 2008, "Thermoelastic damping in the contour-mode vibrations of micro- and nano-electromechanical circular thin-plate resonators," *J. Sound Vib.*, **313**(1-2), pp. 77–96.
- [52] Rezazadeh, G., Vahdat, A. S., Tayefeh-Rezaei, S., and Cetinkaya, C., 2012, "Thermoelastic damping in a micro-beam resonator using modified couple stress theory," *Acta Mech.*, **223**(6), pp. 1137–1152.
- [53] Khanchehgardan, A., 2012, "Thermo-elastic Damping in Nano-beam Resonators Based on Nonlocal Theory," *Int. J. Eng.*, **26**(12 (C)), pp. 1505–1514.

Abstract

In this study, thermoelastic damping in nano-electro-mechanical resonators made of multi-layer graphene is investigated. Also pull-in voltage and thermoelastic damping with electrostatic actuation is investigated. In this study nano ribbon resonator as nano-electro-mechanical resonator is investigated which is modeled with wide Euler-Bernoulli beam. At first the governing equations of vibration of nano ribbon incorporating interlayer shear effect using nonlocal elasticity theory is extracted. Then the thermoelastic equation using Fourier's law and boundary conditions and continuity between the layers conditions was solved and was added to the equation of motion. Solve the equation of motion for single-layer graphene nano ribbon by Galerkin method with consider one mode-shape had a good matching with the analytical results obtained in previous papers. Therefore, with solving equation of motion of multi-layer nano ribbons, by Galerkin method with consider one mode-shape for current boundary conditions, both of end simply-supported and fixed-fixed, complex frequency is calculated and using this thermoelastic damping is obtained. Also effect of nonlocal parameter and various physical and environmental parameters on thermoelastic damping is investigated. Then by adding electrostatic actuation to equation of system, pull-in voltage that is resulting from the direct actuation voltage is calculated for fixed-fixed and both end of simply-supported boundary conditions. Then the complex frequency of vibration of system with electrostatic actuation is obtained by Galerkin method, and therefore, thermoelastic damping with electrostatic actuation is calculated.

Keywords: Thermoelastic damping, nonlocal elasticity, multi-layer graphene nanoribbon, electrostatic



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering

MSC Thesis Mechanical Engineering, Applied mechanics

**Thermoelastic Damping in Nano Electro
Mechanical Resonators Made of Multi-layer Graphene
Sheet Using Nonlocal Elasticity Theory**

By:

Ehsan Sanei

Supervisor:

Dr. Ardeshir Karami mohammadi

September 2016