

رسالة محمد



دانشکده مکانیک

رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی

پایان نامه کارشناسی ارشد

بررسی عددی جریان گذرای آرام، در حضور ماده تغییر شکل پذیر

نگارنده: هادی گریوانی

استاد راهنما اول: دکتر محسن نظری

استاد راهنما دوم: دکتر پوریا اکبرزاده

تیر ۱۳۹۵

تقدیم به

پدر و مادر مهربان و دلسوزم

بخاطر عشق و عطوفتشان نسبت به من و

همراهی لحظه به لحظه ایشان در تمام مراحل

زندگی و تحصیلم.

لازم است تا ابتدا از خانواده محترم و گرانقدرم
بخاطر صبر و پشتیبانی همه جانبه از بنده و
همچنین اساتید گرامی راهنمای اینجانب بخاطر
توجه، حوصله و راهنمایی‌هایشان در مسیر به ثمر
نشستن این پایان‌نامه تشکر و قدردانی ویژه به عمل
آورم.

تعهد نامه

اینجانب هادی گریوانی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه هادی گریوانی تحت راهنمایی دکتر محسن نظری و دکتر پوریا اکبرزاده متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد .

چکیده

شبیه‌سازی عددی پدیده تقابل سازه تغییر شکل پذیر-سیال، به علت رایج بودن و اهمیت آن در طبیعت و صنعت، در این پایان‌نامه مورد بررسی قرار گرفته است. عملکرد مناسب روش مرزغوطه‌ور در ایجاد ارتباط بین سازه و مومنتوم جریان سیال، تحقیق حاضر را به سمت استفاده از آن سوق داده است. در این روش بدون در نظر گرفتن جسم درون جریان، میدان سیال با یک شبکه بندی ساده کارترین شبیه‌سازی و برای حل میدان جریان سیال، از روش شبکه بولتزمان استفاده شده است. این روش به علت داشتن معادلات گسسته شده ساده و امکان ایجاد حل موازی در آن، در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است.

در سال‌های اخیر در شماری از تحقیقات، از روش شبکه جرم-فجر در شبیه‌سازی جامد الاستیک، بجای شبیه‌سازی‌های متداول عددی که در آن به گسسته‌سازی و حل معادلات ساختاری حاکم بر دینامیک جامدات پرداخته می‌شود، استفاده شده است. مزیت استفاده از این شبکه در پیاده سازی معادلات ساده دینامیکی و عملکرد خوب آن در شبیه‌سازی رفتار جامد الاستیک می‌باشد. اما محدودیت مهم آن در تغییر شکل‌های بزرگ جسم می‌باشد چراکه شبکه، متشکل از فنرهای خطی بوده و پاسخ‌های آن در حوزه اعمال نیروی خطی قابل اطمینان‌تر است. کاربرد ویژه شبکه جرم-فجر در زمینه شبیه‌سازی بافت‌های زنده و سلول‌های زیستی است. اما باید در نظر گرفت که در بسیاری از نمونه‌های زیستی با مواد جامد ویسکوالاستیک روبرو هستیم.

در ادامه به طور خلاصه ضمن بیان تاریخچه‌ای از روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمان و شبکه جرم-فجر چگونگی پیاده‌سازی تقابل سازه-سیال بیان می‌شود. همچنین در ضمن توصیف و معرفی کامل شبکه جرم-فجر، شبکه جرم-فجر-دمپر برای شبیه‌سازی جامد ویسکوالاستیک معرفی می‌شود و معادلات حاکم بر آن بیان شده است. مهم‌ترین زمینه نوآوری تحقیق حاضر در شبیه‌سازی جامد

ویسکوالاستیک با استفاده از یک شبکه جرم-فنر-دمپر می‌باشد که البته قابلیت تبدیل به شبکه ویسکوالاستیک کلوین، شبکه ویسکوالاستیک ماکسول، شبکه فنر و شبکه صلب را دارا می‌باشد. پیش از این رشته‌های الاستیک به طور خاص با استفاده از شبکه جرم-فنر مدل‌سازی نشده‌اند که استفاده از شبکه فنر در مدل‌سازی رشته الاستیک توانایی شبیه‌سازی مدول الاستیسته، برشی، صلبیت خمشی و نسبت پوآسون را به محقق می‌دهد. همچنین در زمینه رشته ویسکوالاستیک نیز فعالیت مهمی صورت نگرفته است. بعلاوه شبکه جرم-فنر-دمپر شبیه‌سازی شده، به خوبی قابلیت استخراج خواص مهم رئومتر یک جامد ویسکوالاستیک را دارا می‌باشد.

هدف اصلی، شبیه‌سازی دینامیک رشته‌های الاستیک و ویسکوالاستیک مدل شده با شبکه جرم-فنر-دمپر در تقابل با جریان سیال به روش مرز غوطه‌ور در شبکه بولتزن است. عملکرد این شبکه، ضمن بررسی الگوی نوسان، دامنه، فرکانس، پسا و برآ رشته، بررسی و اثرات پارامترهای مهم فیزیکی و هندسی رشته بر دینامیک آن بررسی شده‌است. یکی از اثرات رشته بر سیستم‌ها، توانایی آن در کاهش پسا می‌باشد. این مسئله با قرار دادن رشته‌ای پشت یک استوانه در جریان سیال یکنواخت عبوری از روی آن مورد بررسی قرار گرفته است. رشته با توجه به محل قرارگیری آن پشت استوانه می‌تواند درصد متفاوتی از پسا را کاهش دهد. پارامتر بسیار مهم و اثر گذار بر الگوی نوسان رشته، جرم آن است که افزایش آن باعث ایجاد بی‌نظمی و افزایش دامنه در رشته می‌شود. همچنین تغییرات در هندسه رشته مثل طول آن، از عوامل تغییر رژیم نوسان در رشته است. ویسکوزیته رشته ویسکوالاستیک نیز پارامتری بسیار مهم در تعیین رژیم نوسان رشته می‌باشد که افزایش آن سیستم را منظم‌تر می‌کند. در شبکه‌های ویسکوالاستیک کلوین، رشته در جرم‌های بالاتری وارد رژیم نوسانی نامنظم می‌شود.

کلمات کلیدی: تقابل سازه-سیال، رشته الاستیک، شبکه بولتزن، روش مرز غوطه‌ور، شبکه

جرم-فنر-دمپر.

فهرست مطالب

۱- فصل اول: مقدمه و تاریخچه	۱
۱-۱- روش مرز غوطه‌ور	۶
۲-۱- روش شبکه بولتزمن	۸
۳-۱- روند مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن	۱۰
۴-۱- شبکه سازه جامد الاستیک و ویسکوالاستیک	۱۱
۵-۱- ضرورت انجام پایان‌نامه و نوآوری	۱۵
۶-۱- چشم انداز	۱۷
۲- فصل دوم: توصیف روشهای شبیه‌سازی و بیان معادلات حاکم	۱۹
۱-۲- توصیف شبکه بولتزمن	۲۰
۲-۲- توصیف روش مرز غوطه‌ور	۲۷
۱-۲-۲- توصیف روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن	۳۰
۲-۲-۲- روش اعمال نیروی نیمه (Split forcing)، در شبکه بولتزمن	۳۱
۳-۲-۲- روش اعمال نیروی مستقیم	۳۴
۴-۲-۲- طرحهای ارتباط داخلی	۳۵
۳-۲-۲- توصیف شبکه جرم-فنر-دمپر	۳۸
۱-۳-۲- مدل سازی عددی المان ماکسول	۴۲
۲-۳-۲- بررسی خواص مدل شبکه جرم-فنر-دمپر	۴۷
۳-۳-۲- مدل سازی شبکه الاستیک	۵۰
۴-۲- فلوچارت حل مسئله	۵۴
۳- فصل سوم: شبکه جرم-فنر-دمپر	۵۷
۱-۳- شبکه ویسکوالاستیک	۵۸
۱-۱-۳- تست خزش	۵۸
۲-۱-۳- تست آسایش	۶۲

۳-۱-۳- تست نوسان	۶۴
۳-۲- شبکه الاستیک	۶۶
۴- فصل چهارم: مسئله تقابل رشته دوبعدی تغییر شکل پذیر با جریان سیال تراکم ناپذیر	۶۹
۴-۱- رشته الاستیک	۷۳
۴-۱-۱- راستی آزمایی	۷۳
۴-۱-۲- اثرات جرم بر رژیم نوسانات رشته نازک	۸۲
۴-۱-۳- اثرات جرم بر رژیم نوسانات رشته ضخیم	۹۳
۴-۱-۴- اثرات تغییر طول رشته بر رفتار دینامیکی آن	۹۴
۴-۲- رشته ویسکوالاستیک	۹۷
۴-۲-۱- اثر ویسکوزیته دمپر موازی بر رژیم نوسان رشته	۹۸
۴-۲-۲- اثر چگالی (جرم) رشته ویسکوالاستیک کلوین بر رژیم باله‌زدن	۹۹
۵- فصل پنجم: مسئله قرار گرفتن رشته الاستیک، پشت استوانه صلب در جریان یکنواخت	۱۰۱
۵-۱- تعریف مسئله و راستی آزمایی	۱۰۲
۵-۲- بررسی اثر فاصله رشته از استوانه در کاهش پسا استوانه	۱۰۵
۶- فصل ششم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات	۱۰۹
مراجع	۱۱۳

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱: الف-نمای شبکه‌بندی نامنطبق بر جسم، ب-نمای شبکه‌بندی منطبق بر جسم..... ۳
- شکل ۱-۲: طرح D2Q9..... ۲۵
- شکل ۲-۲: فلوچارت روش شبکه بولتزمن..... ۲۷
- شکل ۳-۲: نمایی از حضور مرز غوطه‌ور در فضای شبکه‌بندی جریان سیال..... ۳۶
- شکل ۴-۲: نمایی از المانهای کلوین و ماکسول..... ۳۹
- شکل ۵-۲: شبکه جرم-فنر-دمپر..... ۴۲
- شکل ۶-۲: نمایی از المان ویسکوالاستیک ساده مورد استفاده در این پایان‌نامه..... ۴۲
- شکل ۷-۲: المان ماکسول با دمپر مجازی..... ۴۲
- شکل ۸-۲: یک المان کلوین میان دو گره در شبکه..... ۴۴
- شکل ۹-۲: الگوی ارتباط جرم مرکزی با هشت همسایه در شبکه کلوین..... ۴۶
- شکل ۱۰-۲: بیانی از مفهوم اختلاف فاز نمودار تنش و کرنش..... ۴۹
- شکل ۱۱-۲: الگوی ارتباط جرمی مرکز با هشت همسایه آن در یک شبکه فنر..... ۵۱
- شکل ۱۲-۲: فلوچارت روش مرز غوطه‌ور در شبکه بولتزمن..... ۵۴
- شکل ۱۳-۲: فلوچارت روش شبکه جرم-فنر-دمپر..... ۵۵
- شکل ۱-۳: نمونه‌ای از یک شبکه ویسکوالاستیک تحت تست خزش..... ۶۰
- شکل ۲-۳: نمودار کرنش شبکه 20×20 ویسکوالاستیک با دو المان کلوین خالص و المان ترکیبی کلوین و ماکسول و با فرض $Cs = 0.055 \text{ N. s/m}$ ، $Cp = 0.3 \text{ N. s/m}$ و $K = 0.025 \text{ N/m}$ برای شبکه ترکیبی و $Cs = 0.055 \text{ N. s/m}$ و $K = 0.025 \text{ N/m}$ برای شبکه کلوین..... ۶۱
- شکل ۳-۳: نمایی از یک شبکه 20×20 بدون بارگذاری (ردیف الف)، تغییر شکل شبکه با المانهای ترکیبی (ردیف ب) و المانهای کلوین (ردیف ج) تحت یک بارگذاری ثابت کششی و با فرض $Cs = 0.055 \text{ N. s/m}$ ، $Cp = 0.3 \text{ N. s/m}$ و $K = 0.025 \text{ N/m}$ برای شبکه ترکیبی و $Cs = 0.055 \text{ N. s/m}$ و $K =$

- ۶۲ 0.025 N/m برای شبکه کلونین
- شکل ۳-۴: نمای شبکه ویسکوالاستیک کلونین با $K = 0.475 \text{ N/m}$ و $Cs = 3000 \text{ N.s/m}$ و
- ۶۴ $Cp = 0.38 \text{ N.s/m}$ در تست آسایش
- شکل ۳-۵: نمودارهای تغییرات تنش نرمال المان ترکیبی با $K = 0.475 \text{ N/m}$ و $Cp = 3000 \text{ N.s/m}$
- و به ازای مقادیر مختلف دمپرهاى سرى.....
- ۶۴.....
- شکل ۳-۶: نمای شبکه ویسکوالاستیک در تست نوسان.....
- ۶۵.....
- شکل ۳-۷: نمودارهای G' (خط پر) و G'' (نقطه چین) برای نمونه شبکه با $K = 0.150 \text{ (N/m)}$
- ۶۶ $Cs = 0.75 \text{ (N.s/m)}$ و $Cp = 0.00001 \text{ (N.s/m)}$
- شکل ۳-۸: تست کشش روی شبکه 21×21 با سختی فنرهای افقی و عمودی برابر 2.5 KN/m و
- ۶۷ 5 KN/m برای فنرهای مورب.....
- شکل ۴-۱: کانال جریان مورد استفاده در بخش ۴-۱.....
- ۷۶.....
- شکل ۴-۲: نمودار تغییرات عدد استروهال در مقابل جرم بی بعد در تحقیق حاضر (نقاط دایروی) در مقایسه با کار
- کونل و همکاران [۹۷] (نقاط ضربدری) و $E^* = 10$ ، $E_b^* = 0.0001$ و $Re = 1000$
- ۸۰.....
- شکل ۴-۳: سمت چپ، نمودارهای نوسان عرضی انتهای رشته به ازای نقطه عطف جرم برای ورود به نوسان
- نامنظم و سمت راست، نمودار نوسان عرضی انتهای رشته به ازای اندکی عبور از نقطه عطف جرمی و ورود به ناحیه
- نامنظم نوسان رشته.....
- ۸۱.....
- شکل ۴-۴: نمای خطوط جریان (سمت راست) و نوسانات عمود بر جریان انتهای رشته (سمت چپ)، الف-
ب- $S = 0.075$ ، ج- $S = 0.1$ ، پ- $S = 0.12$ ، ت- $S = 0.15$ ، ث- $S = 0.2$ ، ج- $S = 0.25$ ، چ- $S = 0.3$ و
- در $Re = 1000$ و $E_b^* = 10$ ، $E^* = 0.0001$
- ۸۴.....
- شکل ۴-۵: نمودار تغییرات مجزور مربعات دامنه بر حسب افزایش جرم بی بعد رشته (S) در ازای افزایش جرم
- رشته و در $Re = 1000$ و $E_b^* = 10$ ، $E^* = 0.0001$
- ۸۵.....
- شکل ۴-۶: نمودار بیشینه دامنه میانگین در ازای افزایش جرم رشته و در $E_b^* = 10$ ، $E^* = 0.0001$ و
- ۸۵..... $Re = 1000$

شکل ۷-۴: نمودار برآ رشته، الف- $S = 0.075$ ، ب- $S = 0.3$ و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۸۸

شکل ۸-۴: نمودار برآ و نوسان انتهای رشته در $S = 0.1$ و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۸۸

شکل ۹-۴: نمودار پساً رشته در $S = 0.3$ ، $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۸۸

شکل ۱۰-۴: نمودار میانگین پساً روی رشته در ازای افزایش جرم رشته و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۸۹

شکل ۱۱-۴: نمودار نوسانات غالب رشته در دو نسبت جرم $S = 0.1$ با رژیم نوسان منظم و $S = 0.3$ با رژیم نوسان نامنظم و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۸۹

شکل ۱۲-۴: نمای تغییر شکل رشته با $S = 0.3$ در یک محدوده زمانی شامل بزرگترین تغییر ناگهانی نمودار پساً و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۹۰

شکل ۱۳-۴: نمای بزرگترین تغییر ناگهانی در نمودار پساً رشته با جرم $S = 0.3$ و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۹۱

شکل ۱۴-۴: نمای تغییر شکل رشته با $S = 0.1$ در محدوده زمانی مشابه و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۹۲

شکل ۱۵-۴: مقایسه نمودار نوسان از وضعیت مورب (نمودار خط پر) و نمودار نوسان از در راستای جریان (نمودار نقطه چین) و در $S = 0.1$ ، $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$ ۹۳

شکل ۱۶-۴: نمودار نوسان عمود بر جریان انتهای رشته (سمت چپ) و نمودار فرکانس آن (سمت راست) به ازای مقادیر مختلف چگالی رشته در $E^* = 1.33$ و $E_b^* = 0.00028$ و رینولدز جریان $Re = 500$ ۹۴

شکل ۱۷-۴: سمت چپ، نمودار نوسان عمود بر جریان رشته و سمت راست نمای خطوط جریان عبوری از روی رشته، $E = 3.42$ و $\rho_r = 18.2$ و $Re = 1000$ ۹۵

شکل ۱۸-۴: مقایسه نمودارهای برآ و پساً در $S = 0.2$ ، $E^* = 10$ و $E_b^* = 0.0001$ ، نقطه چین مربوط به طول ۱۸۲ و خط پر مربوط به طول ۶۰..... ۹۷

- شکل ۴-۱۹: نمودار نوسان عمود بر جریان انتهای رشته (سمت چپ) و نمودار پسا رشته در مقابل زمان (سمت راست) ۹۸
- شکل ۴-۲۰: نمودار فرکانس رشته در $E = 0.1$ ، $\rho_r = 15$ و $Re = 900$ ۹۹
- شکل ۴-۲۱: نمودار نوسان انتهای رشته ویسکوالاستیک (سمت چپ) و پسا رشته (سمت راست) به ازای $C = 4$ ، $E = 0.1$ و $Re = 900$ ۱۰۰
- شکل ۵-۱: هندسه کانال و محل قرار گیری استوانه ۱۰۳
- شکل ۵-۲: نمای خطوط جریان و گردابه پشت استوانه در وضعیت $Re = 100$ ۱۰۴
- شکل ۵-۳: چینش رشته الاستیک نسبت به موقعیت مرکز استوانه ۱۰۵
- شکل ۵-۴: نمودار تغییرات ضریب پسا استوانه با فاصله گرفتن لبه حمله رشته از استوانه در $L/D = 4$ ۱۰۶
- شکل ۵-۵: نمای گردابه پشت استوانه در حضور رشته در $S = 0.1$ ، $L/D = 4$ و $E_b^* = 0.0001$ و $Re = 100$ ۱۰۷

فهرست جداول

- جدول ۱-۴: جدول مجذور مربعات دامنه (A_i) ، دامنه میانگین (A_{avg}) ، میانگین پسا و عدد استروهمال رشته در
ازای افزایش طول آن..... ۹۶
- جدول ۱-۵: مقایسه ضریب پسا و فرکانس شدینگ پشت استوانه در کار حاضر و کار تیان و همکاران [۹۸].. ۱۰۳
- جدول ۲-۵: مقایسه مقادیر عدد استروهمال و پسا در این تحقیق و مقاله تیان و همکاران [۹۸] به ازای
..... $Re = 100$ ، $E^* = 10$ ، $E_b^* = 0.0001$ ، $G/D = 3$ ، $S = 0.1$ و $L/D = 2.5$ ۱۰۵

فهرست علائم

تمامی متغیرهای بیان شده در واحد شبکه بولتزمن هستند.

A	t دامنه	زمان
a	u شتاب	سرعت در راستای x
c	V سرعت ذره در شبکه بولتزمن	سرعت ورودی کانال و سرعت مشخصه
E	v مدول الاستیسیته	سرعت در راستای y
e	x بردار سرعت ذره در شبکه بولتزمن	مولفه افقی مکان
F	y نیرو	مولفه عمودی مکان
f	β تابع توزیع ذره	مدول بالک
G	Δt مدول برشی	گام زمانی
J	ε عملگر برخورد	تانسور کرنش کوشی
K	λ سختی فنر	زمان آسایش
M	μ جرم گره جرمی شبکه	ویسکوزیته دینامیکی
N	ν تعداد کل گره‌های شبکه جرم-فنر-دمپر	ویسکوزیته سینماتیکی
P	ρ فشار	چگالی
p	τ سرعت مولکولی	زمان آسایش بی‌بعد
Q	ضرب داخلی بردار اختلاف سرعت در بردار طول المان ماکسول	انرژی کل سیستم
r	ω بردار مکان	تابع توزیع ذره
S	C_S نسبت جرم رشته به سیال	سرعت صوت در شبکه بولتزمن

	زیروندها		بالوندها
<i>avg</i>	میانگین	<i>eq</i>	تعادلی
<i>b</i>	روی مرز غوطه‌ور	<i>External</i>	خارجی
<i>f</i>	فنر افقی و عمودی	<i>Dashpot</i>	دمپر
<i>F</i>	سیالات	<i>Spring</i>	فنر
<i>i</i>	شمارنده گره‌ها در جهت افقی در شبکه بولتزمن	*	پارامتر بی‌بعد
<i>j</i>	شمارنده گره‌ها در جهت عمودی در شبکه بولتزمن		
<i>LSM</i>	شبکه فنر		
<i>m</i>	شمارنده گره‌ها در جهت افقی در شبکه جر- فنر-دمپر		
<i>n</i>	شمارنده گره‌ها در جهت عمودی در شبکه جر-فنر-دمپر		
<i>s</i>	فنر مورب		
<i>S</i>	جامدات		
α	شمارنده جهت سرعت در شبکه بولتزمن		

فصل اول:

مقدمه و تاریخچه

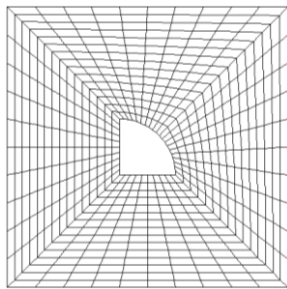
تحقیقات عددی روی مسائل جریان‌های پیچیده سیال با استفاده از روش دینامیک سیالات محاسباتی در زمینه‌های علمی و مهندسی اهمیت زیادی دارند. همچنین این روش از نظر هزینه تحقیقاتی نیز نسبت به مطالعات تجربی به صرفه‌تر است. با این حال بالا بردن دقت مدل‌سازی و بهبود روش‌های عددی تا رسیدن به بهترین عملکرد شبیه‌سازی از نگرانی‌های عمده دینامیک سیالات محاسباتی محسوب می‌شود.

گروهی از روش‌های عددی همچون تفاضل محدود، المان محدود و حجم محدود برای درک بهتر وضعیت جریان‌های پیچیده، توسعه و گسترش یافته‌اند و در مسائل تقابل سیال با سازه، این روش‌ها برای پیاده‌سازی شرایط مرزی روی شبکه بندی‌های منطبق بر جسم، مفید و کاربردی هستند. با این حال، نیاز به تغییر شکل‌های مناسب در شبکه حل، جهت تولید هندسه‌های پیچیده و واقعی‌تر و همچنین بازسازی وابسته به زمان شبکه محاسباتی، برای حل مسائل مرزهای متحرک، از جمله زمینه‌های ضعف این روش‌ها می‌باشد. هرچند که روش‌های محاسباتی مدرن‌تری نیز نمود پیدا کرده‌اند که سرعت حل بهتر و قابل قبول‌تری دارند، با این حال مشکل روش‌های محاسباتی با شبکه بندی منطبق بر جسم^۱، به خصوص در مرزهای متحرک، زیاد بودن زمان حل آن به خاطر عملیات بازسازی شبکه و ایجاد تاخوردگی احتمالی در شبکه است. این مسئله لزوم اهمیت دادن به روش‌های محاسباتی با شبکه-بندی حل نامنطبق بر جسم^۲، که در آن مرز پیچیده، از فضای شبکه‌بندی جریان سیال جدا است را موجب می‌شود. شکل ۱-۱ برای درک بهتر تفاوت شبکه بندی محاسباتی این دو روش می‌تواند مفید باشد. در شبکه بندی منطبق بر جسم، ابتدا مرز تعریف و سپس با توجه به شکل و پیچیدگی‌های آن، فضای اطراف مرز شبکه بندی می‌شود. اما در روش شبکه‌بندی نامنطبق بر جسم بدون دخالت موقعیت مرز، یک شبکه بندی ساده و ثابت کارتزین بر ناحیه محاسباتی جریان اعمال و اثرات مرز پیچیده بر

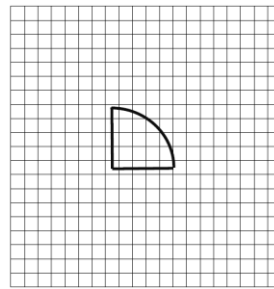
^۱ body-fitted mesh

^۲ non-body-fitted mesh

مراحل و معادلات حل اعمال خواهد شد. در این روش، شبکه بندی جریان سیال، ناحیه اوپلری نام می‌گیرد و تغییر شکل و حرکت مرز پیچیده جدای از این ناحیه مورد بررسی قرار می‌گیرد که آن را ناحیه لاگرانژی نامند. مزیت مهم روش شبکه بندی نامنطبق بر جسم نسبت به شبکه بندی منطبق بر جسم در استفاده از همان شبکه بندی اولیه و بسیار ساده کارتیزین تا انتهای حل است. در حالی که در روش منطبق بر جسم به بازسازی مداوم شبکه، تحت تاثیر تغییر شکل و موقعیت جسم نیاز است [۱].



ب



الف

شکل ۱-۱: الف-نمای شبکه بندی نامنطبق بر جسم، ب-نمای شبکه بندی منطبق بر جسم.

اضافه بر این، در روش شبکه بندی نامنطبق بر جسم، به این علت که شبکه بندی اوپلری و لاگرانژی برهم منطبق نیستند، به یک الگو یا طرح ارتباط داخلی میان آنها نیاز است. با توجه به حجم یا سطحی که از فضای اوپلری توسط مرز جسم یا مانع لاگرانژی تصرف شده است، این روش های ارتباط داخلی در دو گروه طرح ارتباط داخلی ^۱ و طرح ارتباط داخلی پخشی ^۲، تقسیم می‌شوند. در طرح ارتباط داخلی ^۱، مرز با اصلاح الگوی تصویر برداری در فضای اوپلری اطراف موقعیت مرز، ردیابی می‌شود. از جمله روش های ارتباط داخلی شناخته شده عبارت است از، روش ارتباط داخلی غوطه‌ور ^۳ [۲-۵]، روش سیال تجسمی ^۴ [۶-۸] و روش سلول بریده ^۵ [۹-۱۱]. نقطه اشتراک تمامی این روش های ارتباط داخلی،

^۱ Sharp interface scheme

^۲ Diffuse interface scheme

^۳ Immersed interface method

^۴ Ghost fluid method

^۵ Cut cell method

قطع شدن شبکه بندی کارتیزین توسط مرز جامد غوطه‌ور در فضای سیال است. طرح ارتباط داخلی آنی نیاز به تجدید بنای حجم کنترل در نزدیکی مرز دارد چراکه حضور مرز خارجی، مومنتوم سیال حوالی آن را تحت تاثیر قرار می‌دهد و معادلات حاکم به گونه‌ای اصلاح می‌شوند که گردابه‌های احتمالی ناشی از آن را نیز شبیه سازی کنند. یکی از مشکلات طرح آنی، ناپایداری‌های عددی ناشی از تصویر کردن مرز متحرک در فضای اوپلری است. در این مورد با حرکت کوچکی از مرز، تغییرات بزرگی در الگوی تصویر شدن مرز ایجاد می‌شود که باعث تولید نوساناتی در نیروی وارده بر سیال خواهد شد و حل را به سمت واگرایی سوق می‌دهد.

در روش ارتباط داخلی پخشی، اثر مرز روی نقاط اوپلری و کارتیزین شبکه بندی جریان که در همسایگی مرز هستند انتشار پیدا می‌کند. در این روش شرایط مرزی و اثرات آن روی سیال، با تعریف یک جمله چگالی نیرو در معادلات حاکم بر جریان سیال، به سادگی امکان پذیر خواهد بود. یکی از روش‌های شناخته شده در زمینه ارتباط داخلی پخشی، DLM/FD^۱ است [۱۲-۱۴]. در طرح DLM/FD، یک ناحیه موهومی برای فراخواندن مرز غوطه‌ور جامد در فضای شبکه بندی کارتیزین اوپلری، استفاده می‌شود. به کارگیری این روش باعث می‌شود تا به سیال محصور شده در مرز جامد غوطه‌ور، رفتار یک جامد تحمیل شود. ولی با این حال این روش از نظر ریاضی، پیچیده است و این موضوع پیاده‌سازی آن را دشوار می‌کند. در همین راستا روش مرز غوطه‌ور معرفی و پیشنهاد می‌شود. تحقیق حاضر بر پایه همین روش استوار شده و در بخش بعدی، ابتدا ضمن بیانی مختصر از تاریخچه این روش، حوضه‌هایی از آن که مرتبط با مطالعه حاضر است معرفی می‌شوند.

در سال‌های اخیر بحث تقابل میان جریان سیال با اشیاء متحرک بسیار مورد توجه و تحقیق بوده است. مسئله مرزهای متحرک در بحث تقابل سازه-سیال، در پدیده‌هایی چون حرکت آبزیان، پرنده‌گان، حشرات، مباحث زیست شناسی، مثل جریان خون در قلب و رگ‌های الاستیک که البته حاوی اشیاء

^۱ Distributed Lagrange multiplier/fictitious domain algorithm

معلق در خود هستند و از این دست، مشاهده می‌شود. برای این منظور مدل سازی این جریان‌ها و پدیده‌ها، یک علاقه و تلاش چشم‌گیر، در زمینه تحقیقات عددی به خصوص دینامیک سیالات محاسباتی ایجاد نموده است. در بسیاری از نمونه‌های معرفی شده، جسم جامد قرار گرفته در جریان سیال، تغییر شکل پذیر است. جابجایی و تغییر شکل‌های بعضاً سریع و نوسانی فاز جامد تغییر شکل پذیر در تقابل با مومنتوم سیال، محققان را بر آن داشته است که از روش‌های حل متداول دینامیک سیالات محاسباتی با شبکه بندی منطبق بر جسم در حل مسائل مرز متحرک، دوری کنند چراکه زمان مورد نیاز حل بسیار افزایش می‌یابد و البته توانایی آن در مدل سازی مرزهای متحرک پیچیده بالا نیست. برای این منظور، روش‌های حلی با شبکه‌بندی نامنطبق بر جسم مانند روش مرز غوطه‌ور مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این روش، عکس‌العمل نیروی اعمال شده به معادلات حل جریان روی نقاط اوپلری، به جسم جامد تغییر شکل پذیر (ناحیه لاگرانژی) نیز اعمال می‌شود تا همزمان هندسه جسم نیز تغییر یافته و به‌روز شود. جسم جامد جدا از ناحیه اوپلری، شبکه بندی و پس از اعمال نیروی مرزی بر آن، به یکی از روش‌های معمول در مکانیک جامدات حل می‌شود. روش معمول برای بدست آوردن تغییر شکل جسم، استفاده از معادلات ساختاری پیوسته حاکم بر آن است. این جسم می‌تواند الاستیک خطی، الاستیک غیر خطی، ویسکوالاستیک و ... باشد که برای هر کدام معادلات ساختاری پیوسته خاص آن، پیاده‌سازی و گسسته می‌شود. بجای استفاده از معادلات پیوسته حاکم، می‌توان از یکسری شبیه سازی ساده اما کارآمد برای بدست آوردن تغییر شکل استفاده نمود. در تحقیق حاضر مواد جامد الاستیک و ویسکوالاستیک خطی با یک شبکه منظم از المان‌های مکانیکی الاستیک و ویسکوالاستیک طراحی شده‌اند. مزیت استفاده از این شبکه و المان‌های مکانیکی در معادلات دینامیکی ساده حاکم بر آنها است. بعلاوه تحقیقات گذشته نشان داده‌اند که این روش در مدل سازی رفتارهای جامد تغییر شکل‌پذیر دارای عملکرد بهتری است [۱۵، ۱۶]. به همین منظور در بسیاری از مدل‌سازی‌های سلول‌های زیستی و پوسته‌های الاستیک از این روش استفاده شده است [۱۷، ۱۸].

انگیزه این تحقیق در مدل سازی برهم کنش جریان سیال نیوتونی تراکم‌ناپذیر با یک جسم تغییر شکل پذیر است که اثرات آن به روش مرز غوطه‌ور بر جریان اعمال می‌شود. با توجه به نوع جریان، هندسه و جنس جسم درون آن، چند سناریو تحقیق آماده می‌شود. همچنین برای حل جریان سیال (فضای اویلری) از روش شبکه‌بولتزمان استفاده شده است که در آن، روش مرز غوطه‌ور متناسب با ماهیت شبکه بولتزمان، سیال را با جسم تغییر شکل پذیر درون آن جفت می‌کند.

۱-۱- روش مرز غوطه‌ور

تحقیقات پسکین^۱ [۱۹] برای مدل سازی جریان خون در رگ‌های قلب (به عنوان مرز متحرک مسئله) در سدر تحقیقات انجام شده در زمینه مرز غوطه‌ور می‌باشد. در روند حل مرز غوطه‌ور میدان جریان روی یک شبکه بندی اویلری ثابت گسسته می‌شود و متشکل از گروهی نقاط لاگرانژی بدست آمده از شبکه بندی مرز جامد است. ایده اصلی روش مرز غوطه‌ور، برای مدل سازی مرزهای تغییر شکل پذیر با استحکام بالا بوده که در آن با شبیه‌سازی مرز با المان‌های الاستیک فنر، قابلیت تغییر شکل مهیا شده است. نیروی ذخیره شده در فنر باعث برگشتن مرز از حالت تغییر شکل یافته به شکل اولیه خود می‌شود. برای توزیع نیروی تولیدی روی نقاط مرز لاگرانژی و فنرهای تشکیل دهنده آن بین نقاط اویلری شبکه، از تابع دلتای دیراک استفاده می‌شود. معادلات حاکم بر ناحیه اویلری، مثل معادله ناویر استوکس، ضمن دریافت این نیروها الگوی جریان را متناسب با اثرات مرز شبیه‌سازی می‌کنند.

پیاده سازی درست مرز جسم جامد غوطه‌ور در جریان سیال، وابسته به انتخاب بهترین روش برای محاسبه‌ی نیروی مرزی و اعمال درست آن به معادلات حاکم بر جریان سیال است. اعمال نیروی مرزی به دو گروه اعمال نیروی پیوسته و اعمال نیروی گسسته تقسیم می‌شوند. در روش اعمال نیروی پیوسته، اثر نیرو وارد شکل پیوسته معادلات حاکم می‌شود. پسکین این روش را برای مدل سازی باله زدن یک

^۱ Peskin

پرچم در فیلم جریان استفاده نموده است. روش اعمال نیروی بازگشتی^۱ به عنوان نوعی از روش اعمال نیروی پیوسته، برای مدل سازی جریان خون در رگ‌های قلب الاستیک در تحقیق پسکین [۱۹] استفاده شده است. لای^۲ و پسکین [۲۰] نیز این روش را در مسئله عبور جریان از روی یک استوانه صلب مطرح کرده‌اند. همچنین سایکی^۳ و بیرینگن^۴ [۲۱] روش اعمال نیروی بازگشتی را بر روش حل تفاضل محدود منطبق کردند که در آن از دو متغیر تنظیم کننده برای شبیه‌سازی بهتر شرایط جریان استفاده شده است. هرچند طرح‌های اعمال نیروی پیوسته برای مدل سازی تقابل سازه الاستیک با سیال مناسب هستند [۲۲-۲۴]، انتخاب مقادیر نادرست برای دو پارامتر تنظیم کننده در این روش می‌تواند باعث انحراف روند حل از مسیر پاسخ تعادلی و منطقی گردد [۲۵، ۲۶].

در روش دوم که اعمال نیروی گسسته نامیده می‌شود، معادلات حاکم روی شبکه کارترین اویلری، بدون در نظر گرفتن حضور مرز غوطه‌ور گسسته و سپس در سلول‌هایی از شبکه بندی که در همسایگی و تحت اثر مرز هستند، به گونه‌ای تنظیم می‌شوند که اثر مرز را حس، و الگوی جریان را متناسب با آن شکل دهند. تفاوت این روش با اعمال نیروی پیوسته، در نحوه تعریف چگالی نیروی مرزی است، که در آن برخلاف روش اعمال نیروی پیوسته، جمله مربوط به نیرو بعد از گسسته شدن معادله حاکم بر جریان، به آن اضافه می‌شود. روش اعمال نیروی مستقیم، یک روش اعمال نیروی گسسته محسوب می‌شود که توسط موحد یوسف^۵ [۲۷] و ورزیک^۶ و همکاران [۲۸] توسعه پیدا کرده است. ایشان در کار خود چگالی نیرو را متناسب با اختلاف سرعت جریان از سرعت مطلوب مرز بدست

^۱ Feed back forcing

^۲ Lai

^۳ Saiki

^۴ Biringen

^۵ Mohd-Yusof

^۶ Verzicco

آورده‌اند. روش اعمال نیروی مستقیم وابسته به پارامترهای تنظیم کننده نیست، در نتیجه از ناپایداری‌های عددی مربوط به این دو پارامتر نیز دوری خواهد شد. فادلون^۱ و همکاران [۲۹] این روش اعمال نیرو را در کالبد روش حل تفاضل محدود جریان وارد نموده‌اند که در آن نقاط اعمال نیرو، روی نقاط داخلی سیال (اویلری) واقع شده‌است. کیم^۲ و همکاران [۳۰] نیز روش اعمال نیروی مستقیم را در روش حجم محدود وارد و ضمن برقرار نمودن شرط عدم لغزش، شرط پیوستگی را نیز در سلول‌های محاسباتی که نقاط مرز غوطه‌ور را احاطه کرده‌اند، پیاده‌سازی نمودند. اوهلمن^۳ [۳۱] از یک روش اعمال نیروی مستقیم توسعه یافته، منطبق بر تفاضل محدود استفاده نموده است که نوسانات نیرو را در بحث مرزهای متحرک خنثی می‌کند. نوع دیگری از اعمال نیروی گسسته که در آن چگالی نیرو روی نقاط لاگرانژی از قانون دوم نیوتن بدست می‌آید، توسط نیو^۴ و همکاران [۳۲] ارائه شده است. در الگوریتم آنها نیرو با استفاده از یک تبادل مومنتوم ساده در نقاط مرزی محاسبه و دوباره بین نقاط اویلری توزیع می‌شود.

در عمل، روش مرز غوطه‌ور به خوبی با انواع جریان‌های مختلف هماهنگ و برای شبیه‌سازی آنها پیاده‌سازی شده‌است. در این زمینه می‌توان به مدل سازی جریان‌های تراکم ناپذیر [۳۳، ۳۴]، جریان‌های حاوی ذرات [۳۵، ۳۶] تقابل جریان با اجسام جامد [۲۹، ۳۷] جریان‌های چند فازی [۳۸، ۳۹] انتقال حرارت مزدوج [۴۰، ۴۱] مکانیک زیست جریان‌ها [۲۲، ۴۲] و ... اشاره کرد.

۱-۲- روش شبکه بولتزن

در سال‌های اخیر روش شبکه‌ی بولتزن مکرراً، برای حل مسائل سنتی جریان بر پایه معادله‌ی ناویراستوکس به کار گرفته شده که در تعدادی از مسائل هیدرودینامیکی موفق ظاهر شده است. بر

^۱ Fadlun

^۲ Kim

^۳ Uhlmann

^۴ Niu

خلاف روش دینامیک سیالات محاسباتی که در آن هدف محاسبه متغیرهای مهم جریان مثل فشار و سرعت است، در روش شبکه‌ی بولتزمن هدف بدست آوردن توابع توزیع چگالی ذرات جریان در نقاط مختلف شبکه است. سپس دیگر متغیرهای مهم جریان از انتگرال ممان این توابع توزیع چگالی در نقاط مختلف شبکه بدست می‌آید. طبیعت جنبشی بودن روش شبکه بولتزمن چهار مزیت مجزا را نسبت به روش سنتی دینامیک سیالات محاسباتی دارد. اول اینکه الگوریتم جریان در میدان سرعت شبکه بولتزمن به مراتب حجم محاسبات و دشواری‌های کمتری نسبت به روند متناظر در الگوریتم حل معادله غیر خطی ناویر استوکس دارد. هرچند که معادلات جریان ذرات در شبکه بولتزمن، خطی است اما در ترکیب با روند برخورد ذرات در این روش، پدیده‌های حاصل از حل غیر خطی معادله ناویر استوکس را پوشش می‌دهد. مزیت دوم، محاسبه فشار از یک فرمول ساده در شبکه بولتزمن است. حال آنکه محاسبه فشار با توجه به معادله ناویر استوکس نیاز به حل معادله پوآسون ضمن در نظر گرفتن کرنش‌های سرعت دارد که این موضوع باعث ایجاد دشواری‌های عددی در حل خواهد شد. سوم اینکه روش شبکه بولتزمن با حداقل تعداد ذرات فضای حل ارتباط دارد در حالی که تئوری سنتی تابع توزیع تعادلی ماکسول به یک میانگین‌گیری از سرعت کل ذرات ناحیه محاسباتی نیازمند است. چهارم اینکه شکل خاص و ساده معادلات حاکم بر شبکه بولتزمن، باعث سادگی هرچه بیشتر این روش و البته قابلیت موازی نمودن روند حل شده است که سرعت محاسباتی را بسیار افزایش خواهد داد [۴۳].

روش حل شبکه بولتزمن در واقع زاده روش شبکه‌ی گاز^۱ است [۴۴] که نواقصی چون اغتشاشات آماری، تغییر ناپذیری گالیه‌ای، وابستگی غیر فیزیکی به فشار و ویسکوزیته بالا را رفع نموده است. بر خلاف روش شبکه گاز که در آن از متغیرهای بولین استفاده می‌شود در روش شبکه بولتزمن یک تابع

^۱ LGA

توزیع چگالی ذرات پیوسته، پیشنهاد شده است [۴۵]. هیگورا^۱ [۴۶] از جنبش انفرادی ذرات و وابستگی ذره به ذره در معادلات جنبشی حل صرف نظر نموده است. این موضوع اغتشاشات آماری را از بین می‌برد و تغییر ناپذیری گاليله‌ای را ناشی می‌شود. پس از آن کولمن^۲ [۴۷] و کیان^۳ و همکاران [۴۸] تابع توزیع محدود شده به محل تعادلی را پیشنهاد کردند که از روند آسایش باهاتناگر-گروس و کروک [۴۹] که محاسبات را آسان و کارایی عددی آن را بالا می‌برد استفاده می‌کند. به خاطر همین سادگی، روش شبکه بولتزمن در دهه‌های اخیر برای مدل سازی جریان‌های تراکم پذیر [۵۰، ۵۱]، جریان‌های تراکم ناپذیر [۵۲، ۵۳]، جریان‌های چند فازی [۵۴] جریان‌های حاوی ذرات [۵۵] جریان در فضای متخلخل [۵۶] جریان‌های آشفته [۵۷] جریان‌های الکترو کینتیک^۴ برای کولوییدها^۵ [۵۸]، هیدروینامیک مغناطیسی [۵۹]، جریان‌های ویسکوالاستیک^۶ [۶۰] و جریان در میکروکانال‌ها^۷ [۶۱] مورد استفاده قرار گرفته است.

۱-۳- روند مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن

اولین حل به روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزمن توسط فنگ^۸ و میکاییلدز^۹ [۳۵] برای مدل سازی حرکت ذره صلب انجام گرفته است. روش حل فنگ و میکاییلدز [۳۵] مشابه روش اعمال نیروی لای و پسکین [۲۰] بوده، با این تفاوت که بجای حل ناویراستوکس، معادله حاکم بر شبکه بولتزمن حل شده است. آنها با استفاده از طرح ارتباط داخلی پخشی صریح، جریان سه بعدی حاوی ذرات را مدل

^۱ Higuera

^۲ Koelman

^۳ Qian

^۴ Electrokinetic

^۵ Keloid

^۶ Viscoelastic

^۷ Microchannel

^۸ Feng

^۹ Michaelides

کردند [۳۶]. هرچند برای محاسبه چگالی نیرو همچنان از معادله‌ی ناویر استوکس استفاده شده‌است. دوپویز^۱ و همکاران [۶۲] یک روش اعمال نیروی مستقیم در رویه مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزن پیشنهاد کردند که در آن محاسبه چگالی نیرو نیز کاملاً بر پایه معادلات شبکه بولتزن استوار است. پنگ^۲ و همکاران [۶۳] و سو^۳ و همکاران [۶۴] برای بالا بردن دقت محاسبات عددی مرز غوطه‌ور، یک روش چند بلوکی^۴ پیشنهاد و به کمک آن جریان روی یک ایرفویل^۵ و حرکت گلبول‌های قرمز تغییر شکل‌پذیر را شبیه‌سازی نمودند. با این حال در تحقیقات [۶۲-۶۴] از روش اعمال نیروی فشرده^۶ استفاده شده‌است که معادله ناویراستوکس با دقت مرتبه دو را پوشش نمی‌دهد. در مقابل روش اعمال نیروی نیمه^۷ که گیو^۸ و همکاران [۶۵] و واو^۹ و شو^{۱۰} [۶۶] و کنگ^{۱۱} و حسن^{۱۲} [۴۱] به کار برده‌اند، واگرایی نیرو را حذف و معادله ناویراستوکس با دقت مرتبه دوم را پوشش می‌دهد.

۴-۱- شبکه سازه جامد الاستیک و ویسکوالاستیک

مبحث جامد ویسکوالاستیک یکی از شاخه‌های مهم در علم رئولوژی است. به این علت که کاربردها و نمونه‌های زیادی در طبیعت، صنعت، داروسازی و پزشکی دارند، تحقیقات علمی زیادی رو آنها متمرکز

^۱ Dupuis

^۲ Peng

^۳ Sui

^۴ Multi-block

^۵ Aerofoil

^۶ Lumped forcing

^۷ Split forcing

^۸ Guo

^۹ Wu

^{۱۰} Shu

^{۱۱} Kang

^{۱۲} Hassan

شده است. در داروسازی و پدیده‌های زیست‌شناسی مثال‌های زیادی از تقابل ذرات، سلول‌ها و یا بافت‌های الاستیک یا ویسوالاستیک با جریان‌ها یا زیست‌جریان‌ها وجود دارد. خواص الاستیک و ویسکوالاستیک گروهی از این مواد و بافت‌های زیستی، همچون مدول الاستیسیته آنها در آزمایشگاه قابل اندازه‌گیری می‌باشد. کیم^۱ و کیم^۲ [۶۷] و خلیلیان^۳ و همکاران [۶۸] تحقیقاتی را حول خواص ویسکوالاستیک زونا پلوسیدا^۴ داشته‌اند. همچنین در بعضی کاربردها رفتار پوسته‌های حاوی دارو در تقابل با جریان سیال، می‌تواند الاستیک و یا ویسکوالاستیک در نظر گرفته شوند. حتی با فرض کاملاً الاستیک بودن پوسته، وجود مایع درون آن، خاصیت دمپ‌کنندگی در تقابل با تحریک خارجی را به آن می‌دهد. کوزلواسکی^۵ و گفن^۶ [۶۹] مطالعاتی روی تخم‌های تناسلی جانوران داشته‌اند. تاژک‌های موجود در شش‌ها و امثال آن در بدن، در تماس با جریان هوا می‌تواند به صورت الاستیک در نظر گرفته شود. شوستر^۷ و ساک^۸ [۷۰] تحقیقات مشابهی را روی شش انسانی انجام داده‌اند. تحقیقات گسترده‌ای روی تغییر شکل و رفتار گلبول‌های قرمز در جریان خون صورت گرفته است.

ویژگی بارز یک جامد الاستیک، الاستیسیته آن بوده که البته یک جامد ویسکوالاستیک نیز از آن برخوردار است. اما خاصیت دیگری که آن را از جامد الاستیک متفاوت می‌کند، ویسکوزیته آن است. در یک جامد الاستیک، یک تبادل مداوم بین انرژی پتانسیل ذخیره شده در جسم و انرژی جنبشی آزاد شونده وجود دارد حال آنکه در جامد ویسکوالاستیک علاوه بر این تبادل، شاهد اتلاف قسمتی از انرژی

^۱ Kim

^۲ Kim

^۳ Khalilian

^۴ Zona pellucida

^۵ Kozlovsky

^۶ Gefen

^۷ Schuster

^۸ Suk

جنبشی تحت اثر اصطکاک ویسکوز جسم خواهیم بود.

بررسی تحلیلی و عددی رفتار جامد الاستیک و ویسکوالاستیک، نیازمند حل معادلات ساختاری پیوسته حاکم بر این جامدات است. می‌توان از یکسری روش‌های شبیه‌سازی نیز برای این منظور استفاده نمود تا ضمن استفاده از معادلات و الگوریتم ساده‌تر آن، درگیر پیچیده‌گی و الگوریتم دشوار معادلات ساختاری حاکم و گسسته‌سازی آنها نشود. در مکانیک جامدات، قانون هوک بیان‌کننده رفتار الاستیک خطی است که یک فنر خطی با ثابت K یا مدول الاستیسیته E ، می‌تواند توصیف خوبی از قانون هوک بدست دهد. یکی از مهم‌ترین کاربردهای خاصیت ویسکوزیته، در دمپرهای ویسکوز است که در آن مایع درون دمپر به علت اصطکاک ویسکوز آن با اجزای داخلی، انرژی جنبشی سیستم را تلف می‌کند و باعث کمتر شدن یا نابودی ارتعاشات آن می‌شود. اگر یک فنر خطی به عنوان شبیه‌ساز خاصیت الاستیسیته در نظر گرفته شود، یک دمپر نیز می‌تواند توصیف‌کننده خوبی برای رفتار ویسکوز یک جامد ویسکوالاستیک باشد. در علم رئولوژی برای شبیه‌سازی هر دو خاصیت اصلی یک جامد ویسکوالاستیک، از ترکیبی از این دو المان مکانیکی استفاده شده است. مدل‌های ویسکوالاستیک فراوانی در این زمینه معرفی شده‌اند که البته گروهی از آنها عملکرد بهتر و مناسب‌تری در شبیه‌سازی داشته‌اند. ساده‌ترین شبیه‌سازی‌ها برای جامد ویسکوالاستیک، مدل‌های ماکسول^۱ و کلوین^۲ هستند. در مدل کلوین، یک دمپر خطی با یک فنر خطی موازی شده است که باعث می‌شود در بارگذاری‌ها کرنش یکسانی داشته باشند. این دمپر به خوبی مفهوم اتلاف انرژی و از بین رفتن ارتعاشات را توصیف خواهد نمود. جدای از بحث اتلاف انرژی توسط خاصیت ویسکوزیته یک جامد الاستیک، پدیده خزش نیز در این مواد مشاهده شده است. به این صورت که اگر یک جامد ویسکوالاستیک تحت یک تنش ثابت قرار گیرد، پس از رسیدن به تعادل استاتیکی، با ادامه داشتن این بارگذاری به آرامی به کرنش خود ادامه می‌دهد که به

^۱ Maxwell

^۲ Kelvin

این پدیده خزش می‌گویند. المان کلومین تنها توانایی مدل‌سازی مفهوم اتلاف انرژی و رسیدن به یک حالت تعادل و آسایش^۱ را دارد و پدیده خزش را پوشش نمی‌دهد. اما در مدل ماکسول بجای موازی شدن دمپر با فنر، با آن سری می‌شود که این روش اتصال، به خوبی از مفهوم خزش پیروی می‌کند.

مدل سازی یک جامد الاستیک یا ویسکوالاستیک تنها با استفاده از یک المان فنر یا ویسکوالاستیک از دقت بسیار پایینی برخوردار است و در بسیاری موارد اصلاً امکان پذیر نیست. گروهی از مطالعات با ارائه یک شبکه منظم و ساختار یافته از فنرها، سعی در مدل سازی یک جامد الاستیک داشته‌اند [17, 18, 71] که به روش شبکه فنر^۲ معروف شده است. در این شبکه یک سری جرم‌های گسسته متمرکز به گونه‌ای در محل اتصال المان‌ها پخش می‌شوند که مجموع جرم آنها برابر جرم کل مد نظر باشد. تحت هر بارگذاری مشخص روی این شبکه، معادله ساده دینامیک ذرات روی هر گره جرمی گسسته سازی و در نهایت به روش تفاضل محدود حل می‌شود. از مجموع تغییر مکان انفرادی هر ذره، تغییر شکل مجموعه بدست خواهد آمد. این معادلات می‌توانند هم به صورت صریح و هم به صورت ضمنی حل شوند. ما^۳ [۷۲] در یک مدل سازی تقابل اجرام الاستیک با جریان سیال، یک حل صریح از تغییر شکل آن پیاده‌سازی نموده و به توصیف و تشریح خواص و معادلات حاکم بر این شبکه پرداخته است. همچنین آیدون^۴ [۷۳] نیز یک روش حل ضمنی در این زمینه ارائه نموده است. در این روش ابتدا شبکه تحت نیروی اعمالی، دچار تغییر شکل استاتیک می‌شود و سپس تحت همان نیرو مجموعه شبکه به صورت یکجا حرکت انتقالی خود را نیز انجام خواهند داد. مونته^۵ و اندرسون^۶ [۷۴] روی خواص شبکه الاستیک فنر تحقیقاتی تحلیلی انجام داده‌اند و با بررسی معادلات پیوسته جامد

^۱ Relaxation

^۲ Lattice-Spring Method

^۳ Mao

^۴ Aidun

^۵ Monette

^۶ Anderson

الاستیک و مقایسه آن با رفتار یک شبکه الاستیک منظم از فنرها، رابطه خواص جامد الاستیک، همچون مدول الاستیسته و نسبت پواسون آن را با ثابت فنرهای شبکه پیدا نموده‌اند.

در این پایان‌نامه بیان خواهد شد که چگونه می‌توان با استفاده از همین شبکه فنر، یک شبکه ویسکوالاستیک شبیه‌ساز جامد ویسکوالاستیک تولید و خواص آن را پیش‌بینی نمود.

۱-۵- ضرورت انجام پایان‌نامه و نوآوری

در طبیعت و صنعت موارد زیادی از حضور اجسام محرک یا معلق در جریان مشاهده می‌شود که بررسی الگوی جریان، بسته به اهمیت و کاربرد آنها، مورد توجه است. متناسب با ویژگی جریان احتمال رخ دادن ناپایداری‌هایی چون ایجاد گردابه و شدینگ پشت جسم همراه با جدایش جریان، وجود دارد. ویژگی نوسانی این شدینگ می‌تواند در اجسام متحرک و یا تغییر شکل‌پذیر ایجاد ارتعاش کند. کنترل الگوی جریان عبوری از روی این اجسام و متناسب با آن کنترل ارتعاشات و نوسانات حرکتی جسم از مباحث مهم و مورد توجه در مکانیک است. از جمله روش‌های شناخته شده در این زمینه استفاده از روش‌های غیر فعال^۱ است. در این روش با ایجاد یا اضافه کردن یکسری تدابیر مکانیکی به مسئله مورد مطالعه، سعی در کنترل شرایط ناپایدار به وجود آمده است. رشته‌های الاستیک و ویسکوالاستیک مورد مطالعه در این پایان‌نامه، می‌توانند در این زمینه بسیار مفید واقع شوند. در بسیاری از کاربردها با قرار دادن این رشته‌ها در فضای گردابی پشت اجسام، ناپایداری و آشفتگی الگوی جریان و همچنین مقادیر پسا و برآ آن را کاهش می‌دهند.

الگوی دینامیکی و تغییرات شکل رشته‌ها، شباهت زیادی با حرکت بسیاری از آبزیان، به خصوص ماهی‌ها دارد و با توجه به هندسه ساده و پیاده‌سازی راحت‌تر آن در مدل‌سازی‌ها عددی و آزمایشگاهی، به عنوان یک گزینه خوب برای بررسی رفتار آبزیان در جریان آب مطرح است. با بررسی دقیق

^۱ Passive

دینامیک این رشته‌ها در جریان سیال و تحلیل اثرات خواص فیزیکی آن، می‌توان به چگونگی کنترل الگوی جریان توسط ماهی‌ها برای یک شنای موثر پی‌برد. از اطلاعات بدست آمده در این زمینه می‌تواند در ساخت ربات‌های ماهی گونه و از این دست، استفاده نمود.

امروزه استفاده از شبکه فنر برای شبیه‌سازی اجسام و سازه‌های الاستیک به ویژه در بحث تقابل سازه-سیال مورد توجه می‌باشد. این روش عمدتاً در بررسی اجسام توده‌ای ضخامت‌دار در کاربردهای مختلف، همچون ذرات موجود در جریان، شبیه‌سازی گلبول‌های قرمز و یا برای مدل‌سازی یک غشاء تغییر شکل‌پذیر مورد استفاده قرار گرفته است. در تحقیقات پیشین روی رشته‌های الاستیک، عمدتاً روی گسسته‌سازی معادلات سختاری پیوسته جامداتی حاکم بر مسئله تمرکز داشته‌اند. از نوآوری‌های پایان‌نامه حاضر تمرکز روی شبیه‌سازی کامل رشته‌های الاستیک به کمک مفهوم شبکه فنر و مدل‌سازی دقیق خواص مکانیکی همچون مدول برشی، الاستیسیته، صلبیت خمشی و نسبت پواسون جسم الاستیک و همچنین تحلیل عملکرد آن در صحت پیاده‌سازی رفتار رشته با توجه به تحقیقات عددی پیشین است. اما دیگر نوآوری بسیار مهم این تحقیق در استفاده از شبکه جرم-فنر-دمپر در شبیه‌سازی رشته‌های الاستیک و جامد ویسکوالاستیک می‌باشد. قابلیت مهم مدل ارائه شده در آن است که، این شبکه توانایی تبدیل به هر کدام از شبکه‌های الاستیک، ویسکوالاستیک کلویین و ویسکوالاستیک ماکسول و همچنین شبکه صلب را دارا می‌باشد که متناسب با آن می‌توان رشته الاستیک، ویسکوالاستیک و صلب را مدل‌سازی نمود. مدل شبکه فنر در واقع همان حالت الاستیک شبکه جرم-فنر-دمپر است. رشته‌های الاستیک مورد مطالعه در این پایان‌نامه دارای حرکت دینامیکی نوسانی شدیدی هستند و با توجه به ضخامت کم آنها، تاکنون به طور خاص با استفاده از شبکه جرم فنر شبیه‌سازی نشده‌اند. در واقعیت هیچ جامدی کاملاً الاستیک نیست و از مقداری خاصیت دمپ‌کنندگی در خود برخوردار است. این مسئله ضرورت استفاده از رشته ویسکوالاستیک بجای رشته الاستیک را در پایان‌نامه روشن می‌کند. در تحقیق حاضر ضمن شبیه‌سازی تقابل رشته ویسکوالاستیک

کلوین مدل شده با شبکه جرم-فتر-دمپر به عنوان نوآوری مهم تحقیق، با جریان ترکم ناپذیر سیال، اثر خواص این شبکه به عنوان عاملی مهم بر تغییر و کنترل الگوی دینامیکی رشته و جریان بررسی شده است.

در بدن انسان و تمام جانوران، بسیاری از بافتها و ذرات موجود در خون، از جنس جامد الاستیک و به ویژه ویسکولاستیک هستند. از آن جمله می توان به گلبولهای قرمز، تاژکهای شوشها، مواد پروتئینی، باکتریها، سلولهای تناسلی و... اشاره نمود. مثالهایی از این دست و توجه محققان، به بررسی رفتار و عملکرد آنها و همچنین پیاده سازی ساده شبکه جرم-فتر-دمپر در تحقیقات عددی، از دیگر ضرورت های توجه ویژه این تحقیق به مدل سازی رشته ویسکولاستیک می باشد.

همان طور که بیان شد از اثرات مهم این رشتهها در کاهش پسا اجسام معلق یا محرک در جریان سیال است. عملکرد این رشته در این کاربرد مهم، بر روی یک استوانه صلب ثابت قرار داده شده در جریان تراکم ناپذیر نیز بررسی و با توجه به تمرکز کم تحقیقات پیشین روی اثر فاصله رشته از استوانه بر کاهش پسا آن، این موضوع به عنوان هدف و نوآوری این تست قرار داده شده است. بعلاوه قرار گیری رشته الاستیک پشت استوانه، یک طراحی نسبتاً کامل تر برای هندسه یک آبری نیز هست.

امروزه بسیاری از تحقیقات دوفازی سازه-سیال، با استفاده از روشهای شبکه بندی نامنطبق بر جسم حل می شوند. در این پایان نامه ضمن استفاده از شبکه جرم-فتر-دمپر، کیفیت ترکیب آن به کمک روش مرز غوطه ور با روش حل شبکه بولتزنم نیز نشان داده شده است.

۱-۶- چشم انداز

در این پایان نامه تقابل بین سازه های دو بعدی الاستیک و ویسکوالاستیک با جریانی از سیال نیوتونی تراکم ناپذیر دو بعدی و تغییر شکل سازه و همچنین الگوی جریان در اثر این تقابل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. روش مورد استفاده برای شبیه سازی تقابل سازه با سیال، روش مرز غوطه ور بوده و محاسبه و اعمال نیرو نیز به صورت اعمال نیروی مستقیم صورت می گیرد. برای برقراری ارتباط داخلی

بین نقاط مرز غوطه‌ور با نقاط فضای اویلری، از طرح ارتباط داخلی پخشی استفاده شده است. همچنین میدان جریان سیال به روش شبکه بولتزمن ضمن پیاده‌سازی طرح D2Q9 حل خواهد شد. برای بدست آوردن تغییر شکل سازه الاستیک یا ویسکوالاستیک نیز، از روش شبکه جرم-فنر-دمپر و حل صریح معادلات گسسته‌سازی شده حاکم بر آن بهره گرفته خواهد شد.

در فصل دوم روش مرز غوطه‌ور در شبکه بولتزمن با رویه‌ی اعمال نیروی مستقیم و نیمه، تشریح و معادلات حاکم بر شبکه جرم-فنر-دمپر به تفصیل بیان و گسسته‌سازی خواهد شد. در فصل سوم به بررسی خواص و توانایی‌های روش شبکه جرم-فنر-دمپر در شبیه‌سازی جسم تغییر شکل‌پذیر الاستیک و ویسکوالاستیک جامد پرداخته می‌شود. در فصل چهارم شبیه‌سازی‌های انجام شده در این پایان‌نامه از تقابل سازه الاستیک و ویسکوالاستیک با جریان سیال و نتایج حاصل آن مورد بررسی قرار خواهد گرفت. ابتدا در هر مورد هندسه، شرایط مرزی و چینش اجزای شرکت‌کننده در مدل‌سازی بیان می‌شود و سپس در مواردی برای اثبات درستی و اقبال روش به کار برده شده در شبیه‌سازی عددی مسئله تحت بررسی، به یکسری راستی‌آزمایی‌ها نیز پرداخته خواهد شد. نهایتاً نتایج اصلی و منحصر به این پایان‌نامه در ادامه آن گزارش و مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. هدف اصلی در این پایان‌نامه بررسی تقابل رشته الاستیک و ویسکوالاستیک با یک فضای بی‌نهایت از جریان سیال تراکم‌ناپذیر است و ضمن این مدل‌سازی، توانایی روش شبکه‌ی جرم-فنر-دمپر در پیش‌بینی هرچه دقیق‌تر رفتار این رشته بررسی می‌شود. در فصل پنجم ضمن قرارگیری یک رشته الاستیک پشت استوانه‌ای صلب در جریان سیال تراکم‌ناپذیر، کاربرد این رشته در کاهش پسا جسم مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در نهایت فصل ششم به نتیجه‌گیری در مورد شبیه‌سازی‌ها و نتایج آن اختصاص خواهد داشت.

فصل دوم:

توصیف روش‌های شبیه‌سازی و بیان

معادلات حاکم

۱-۲- توصیف شبکه بولتزمان

روش شبکه بولتزمان اخیر به عنوان یک طرح عددی مناسب و پر طرفدار برای مدل سازی عددی جریان سیالات و پدیده‌های حاکم بر آنها شناخته می‌شود. در این روش سعی می‌شود با مطالعه و تمرکز روی رفتار و فرایندهای میکروسکوپی ذرات جریان و توجه به رفتار جمعی این ذرات در بعد مزوسکوپی، انواع جریان‌های آرام، مغشوش و حتی چند فازی مدل شوند. در علم مکانیک کلاسیک، فرآیندها و پدیده‌های مورد مطالعه در ابعاد ماکرو هستند و شرط پیوستگی، به عنوان قانونی اساسی در تمام معادلات حاکم، رعایت می‌شود. لذا نکته بسیار مهم در طراحی و ایجاد این روش حل، انطباق نهایی نتایج این حل با پدیده‌های ماکروسکوپی است. در علم مکانیک سیالات شناخته شده‌ترین معادله حاکم بر جریانات سیال تراکم ناپذیر، معادله ناویراستوکس می‌باشد که البته این معادله در دیدگاه ماکروسکوپی و با فرض پیوستگی بدست آمده است. با داشتن یک دید کلی به رفتار مجموعه ذرات مورد مطالعه در روش حل شبکه بولتزمان می‌توان فرایندهای ماکروسکوپی را نیز مدل کرد که البته نتایج حل شبکه بولتزمان باید منطبق بر معادله ناویراستوکس باشد. به طور کلی جریان‌ها را می‌توان در سه مقیاس میکروسکوپی، مزوسکوپی و ماکروسکوپی بررسی کرد. مقیاس ماکرو، مقیاسی است که در آن جریان را پیوسته فرض می‌کنند. برای اطلاع از پیوستگی جریان می‌توان از عدد بی بعد نودسن (Kn) استفاده کرد که برابر با نسبت طول آزاد میانگین مولکولی به مقیاس طول مشخه جریان است. با این تعریف، جریانی که این عدد برای آن کمتر از ۰.۱ باشد جریان پیوسته در نظر گرفته می‌شود و برای جریانی با نودسن بالاتر از این عدد، دیگر معادله ناویراستوکس که با فرض پیوستگی بدست آمده است، کاربرد ندارد و اصطلاحاً جریان را رقیق نامند. برای تحلیل این جریان‌ها از روش‌های شبیه سازی چون، برخوردهای مولکولی، شبکه گاز و شبکه بولتزمان استفاده می‌شود. از میان این سه روش متداول، روش شبکه بولتزمان روشی شناخته شده‌تر و پرکاربردتر است. در روش برخورد مولکولی، حجم محاسبات به شدت بالاست و به امکانات کامپیوتری قدرتمند احتیاج دارد. لذا روش‌های آماری مبنا ذره‌ای و روش‌های شبکه‌ای چون شبکه گاز و شبکه بولتزمان کارایی بیشتری دارند. در این روش‌ها با یک نگاه کلی تر به مجموعه‌ای از

مولکول‌ها، برای این مجموعه به عنوان یک ذره واحد، رفتار مشابهی در نظر گرفته می‌شود که همین عامل حجم محاسبات را کاهش می‌دهد. به علاوه در روش‌های شبکه‌ای، برخلاف روش برخورد مولکولی و مبنا ذره‌ای، برای هر ذره شماری مسیر مشخص حرکتی وجود دارد و ذرات فقط در این مسیرها حرکت می‌کنند. این عامل دیگری برای کاهش شدید حجم محاسبات است. این روش مدل سازی بدون شک پاسخ‌گوی رفتار جریان در بعد میکرو نیست، اما می‌توان برای مدل سازی جریان‌های مزوسکوپیک و ماکروسکوپیک از آنها استفاده نمود. در روش‌های شبکه‌ای صحبت از مکان و زمان حضور و برخورد بین ذرات روی مسیرهای مشخص یک شبکه است. روش حل شبکه بولتزمان، بهبود یافته روش شبکه گاز^۱ و روند کلی و قوانین حاکم بر آن نیز پیرو همین روش است. در روش شبکه گاز فقط حضور یا عدم حضور ذره در یک مکان و زمان مشخص مهم است و با اعداد اقامت بولین، بررسی می‌شود. اما در روش شبکه بولتزمان، احتمال حضور ذره مطرح است و بجای اعداد بولین از اعداد اعشاری استفاده و یک فضای احتمالی برای حضور ذره در شبکه بیان خواهد شد. همین عامل دقت مدل سازی این روش را برتر می‌کند. شبکه‌ی بولتزمان به رفع اغتشاشات شبکه گاز کمک می‌کند و دقت مطلوب، سادگی روش و البته سرعت خوب آن، باعث شده با امکانات کامپیوتری ساده نیز بتوان این روش را پیاده‌سازی کرد.

در روش شبکه‌ی بولتزمان که در محیط ناپیوسته مدل شده، هر ذره مجاز است فقط در مسیرهای مشخصی که در یک شبکه بندی منظم ایجاد شده حرکت کند و در آن واحد، در هر مسیر فقط یک ذره می‌تواند حضور داشته باشد. بعلاوه برخورد بین ذرات در کل شبکه، به طور همزمان و فقط در گره‌های شبکه اتفاق می‌افتد. معادلات روش شبکه بولتزمان مستقیماً از روش شبکه گاز نشأت گرفته‌اند اما می‌توان این معادلات را از معادله‌ی پیوسته‌ی بولتزمان نیز بدست آورد. اگر فرض کنیم $f(r, p, t)$ تابع توزیع ذره در شبکه حل و t و r به ترتیب پارامتر زمان و مکان ذره در فضای شبکه و همچنین p سرعت مولکولی باشد، آنگاه معادله پیوسته بولتزمان با فرض عدم حضور نیروی خارجی در جریان، به

^۱ LGA

صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + p \cdot \nabla f = J(f) \quad (1-2)$$

که $J(f)$ عملگر برخورد میان ذرات است. در واقع این تابع بیان کننده نرخ تغییرات تابع توزیع ذره در اثر برخورد مولکولی است. با دقت به معادله (۱-۲) مشخص می‌شود که یک معادله دیفرانسیل غیر خطی است، در نتیجه شکل انتگرالی غیر خطی پیچیده‌ای را نیز تولید خواهد کرد. بهاتناگر، گروس و کروک^۱ [۴۹] روشی ساده برای تخمین بخش غیر خطی ساز معادله (۱-۲) بیان نموده‌اند. در این روش تابع $J(f)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J(f) = -\frac{1}{\lambda}(f - f^{eq}) \quad (2-2)$$

f^{eq} تابع توزیعی تعادلی موضعی است که در واقع تابع توزیع ماکسول-بولتزمن می‌باشد. در این معادله λ زمان آسایش^۲ نامیده می‌شود و زمان مورد نیاز برای رسیدن به تعادل است. مدل بیان شده توسط بهاتناگر، گروس و کروک، مدلی با زمان آسایش منفرد است. مقدار f در شبکه حل وابسته به نرخ انتقال جرم، مومنتوم و حرارت بوده و با فرض زمان آسایش منفرد، این نرخ برای همگی ثابت فرض شده‌است. البته لالمنند و لو [۷۵] طرحی دیگر با نام زمان آسایش چندگانه^۳ معرفی و استفاده کرده‌اند که در آن می‌توان برای مومنتوم و نفوذ پذیری حرارتی، زمان آسایش مجزا تعریف نمود و در نتیجه دقت بهتری بدست آورد. در نهایت معادله (۱-۲) به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = -\frac{1}{\lambda}(f - f^{eq}) \quad (3-2)$$

^۱ Bhatnagar-Gross-Krook

^۲ Relaxation time

^۳ Multi relaxation time

این معادله می‌تواند جایگزین معادله‌ی ناویراستوکس شود. معادله (۳-۲) یک معادله مشتق جزئی خطی است که با انتگرال گیری حول پارامترهای مشخصه سیستم و استفاده از بسط تیلور مرتبه اول می‌توان نشان داد که:

$$f(r + p\Delta t, c, t + \Delta t) - f(r, p, t) = -\frac{1}{\tau} (f(r, c, t) - f^{eq}(r, c, t)) \quad (۴-۲)$$

در این معادله Δt گام زمانی حل و $\tau = \lambda/\Delta t$ زمان آسایش بی بعد است. چنانکه پیش از این نیز بیان شد، در روش شبکه بولتزمن هر ذره ضمن حرکت، باید روی گره‌های شبکه و در جهات خاصی جریان یابد. احتمال حضور ذره در هر کدام از این جهات با f_α نشان داده می‌شود که α نشان دهنده جهت مورد نظر است. لذا با گسسته سازی معادله (۴-۲) روی این جهات در فضای جریان، معادله حاکم بر شبکه بولتزمن با یک فاکتور زمان آسایش به صورت زیر خواهد بود:

$$f_\alpha(r + e_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_\alpha(r, p, t) = -\frac{1}{\tau} (f_\alpha(r, t) - f_\alpha^{eq}(r, t)) \quad (۵-۲)$$

همچنین e_α و f_α^{eq} به ترتیب تابع توزیع تعادلی موضعی و سرعت گسسته ذره در جهت α است. پارامتر کلیدی در بحث شبکه بولتزمن، تابع توزیع تعادلی موضعی است. روند حل مسائل نفوذ، جابجایی، معادلات مومنتوم و انرژی در روش شبکه بولتزمن همگی یکسان هستند و نقطه تفاوت آنها تنها در بدست آوردن تابع توزیع تعادلی است. تابع توزیع ماکسول به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f = \frac{\rho}{2\pi/3} e^{-\frac{3}{2}(c-u)^2} \quad (۶-۲)$$

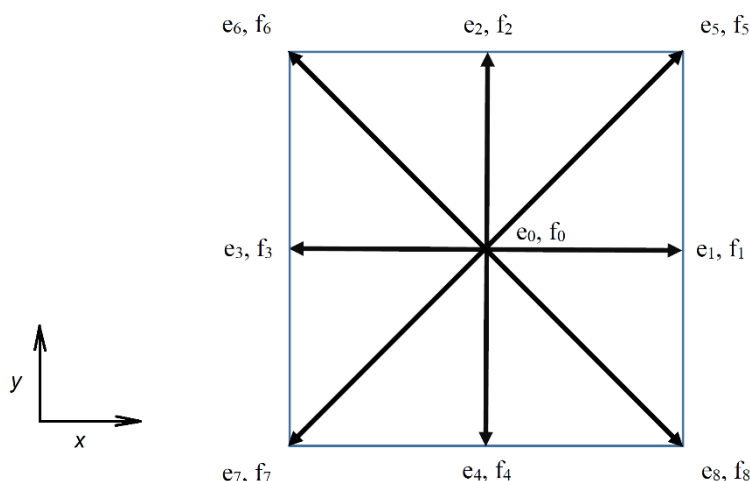
که u سرعت جریان و ρ چگالی آن می‌باشد. با اعمال بسط سری تیلور مرتبه دوم برای معادله (۶-۲) و گسسته سازی آن در جهات مختلف حرکتی در شبکه حل، خواهیم داشت:

$$f_{\alpha}^{eq} = \omega_{\alpha} \rho \left(1 + \frac{3}{c^2} (e_{\alpha} \cdot u) + \frac{9}{2c^4} (e_{\alpha} \cdot u)^2 - \frac{3}{2c^2} u^2 \right) \quad (7-2)$$

که در این معادله $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و Δx و Δt به ترتیب اندازه‌ی المان شبکه، گام زمانی حل و سرعت شبکه هستند. توجه داشته باشید که $\alpha = 0$ ، به معنای باقی ماندن ذره در گره و عدم جابجایی آن است. ω_{α} ضریب وزنی نامیده می‌شود که مقدار آن وابسته به سرعت‌های گسسته شده در جهات α روی گره‌های شبکه می‌باشد. مقدار تابع توزیع تعادلی وابسته به نوع شبکه بولتزمن انتخابی نیز هست. وابسته به ابعاد مورد مطالعه و تعداد جهت گیری‌های سرعت برای ذرات در شبکه بولتزمن، انواع شبکه حل می‌تواند معرفی شود که به فرم $D_n Q_m$ نام‌گذاری می‌شوند. n متغییر از ۱ تا ۳ بوده که به ترتیب نشان دهنده حل یک بعدی، دوبعدی و سه بعدی جریان و m مشخص کننده تعداد جهات حرکتی ممکن برای هر ذره روی گره‌های شبکه است. در حل‌های دوبعدی جریان بهترین مدل $D_2 Q_7$ است که در شبکه بولتزمن مربعی پیاده می‌شود و یک طرح نه جهت برای سرعت ذره روی گره‌ها است. نمایی از طرح $D_2 Q_7$ در شکل ۱-۲ نشان داده شده است. متداول است که در روش شبکه بولتزمن، Δx و Δt هر دو برابر واحد در نظر گرفته می‌شوند. به این ترتیب سرعت ذره در هر کدام از جهات ارائه شده در شبکه بولتزمن به معنای سرعت مورد نیاز برای جابجا شدن ذره بین گره کنونی تا اولین گره همسایه، در جهت سرعت انتخاب شده و در مدت زمان Δt است. اگر بعد مکان در جهت افقی با x و در جهت عمودی با y نمایش داده شود آنگاه بردارهای گسسته شده سرعت روی این نه جهت به صورت زیر بیان می‌شوند:

α	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$e_{\alpha,x}$	0	1	0	-1	0	1	-1	-1	1
$e_{\alpha,y}$	0	0	1	0	-1	1	1	-1	-1

(۸-۲)



شکل ۱-۲: طرح D2Q9.

همچنین با توجه به اندازه بردارهای سرعت بیان شده، ضرایب وزن نیز به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\omega_{\alpha} = \begin{cases} 4/9, & \alpha = 0 \\ 1/9, & \alpha = 1,2,3,4 \\ 1/36, & \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (9-2)$$

طرح مناسب حل در جریان سه بعدی، طرح D_3Q_{19} می‌باشد که یک طرح ۱۹ جهتی برای حرکت از روی هر گره در شبکه بولتزمان است و عملکرد بهتری نسبت به طرح‌های سه بعدی دیگر دارد. اگر z مولفه عمود بر صفحه باشد آنگاه می‌توان بردارهای سرعت مربوط به این مدل را نیز به صورت زیر بیان نمود:

$$e_{\alpha} = \begin{cases} (0,0,0), & \alpha = 0 \\ (\pm 1,0,0), (0, \pm 1,0), (0,0, \pm 1), & \alpha = 1,2, \dots, 6 \\ (\pm 1, \pm 1,0), (0, \pm 1, \pm 1), (\pm 1,0, \pm 1), & \alpha = 7,8, \dots, 18 \end{cases} \quad (10-2)$$

و به همین ترتیب ضرایب وزنی نیز بدست خواهند آمد:

$$\omega_{\alpha} = \begin{cases} 1/3, & \alpha = 0 \\ 1/18, & \alpha = 1,2, \dots, 6 \\ 1/36, & \alpha = 7,8, \dots, 18 \end{cases} \quad (11-2)$$

برای اطمینان از ارضای معادله ناویر استوکس توسط معادلات شبکه بولتزمان با یک فاکتور زمان

آسایش، می توان از آنالیز ابعادی چاپمن انسکوگ^۱ استفاده نمود.

در یک حل جریان، چگالی سیال و مونتوم حاصل آن از پارامترهای مهم و اثر گذار حل هستند که با استفاده از ممان اول و دوم تابع توزیع ذره به صورت زیر بدست خواهند آمد:

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} = \sum_{\alpha} f_{\alpha}^{eq} \quad (12-2)$$

$$\rho u = \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha}^{eq} \quad (13-2)$$

همچنین فشار در این جریان در ارتباط مستقیم با چگالی سیال است و داریم:

$$P = c_s^2 \rho \quad (14-2)$$

در روش شبکه بولتزمن، زمان آسایش بی بعد با ویسکوزیته سینماتیکی به صورت زیر ارتباط دارند:

$$\nu = \left(\tau - \frac{1}{2}\right) c_s^2 \Delta t \quad (15-2)$$

C_s سرعت صوت در شبکه حل بولتزمن و برابر با $c/\sqrt{3}$ است.

آنچه در یک محیط ناپیوسته از ذرات می توان مشاهده کرد، برخورد و حرکت ذرات است، لذا روند حل شبکه بولتزمن نیز به دو مرحله مجزای برخورد و جاری شدن تقسیم می شود. این دو مرحله در قالب حل عددی معادله شبکه بولتزمن با یک فاکتور آسایش به صورت زیر قابل بیان است:

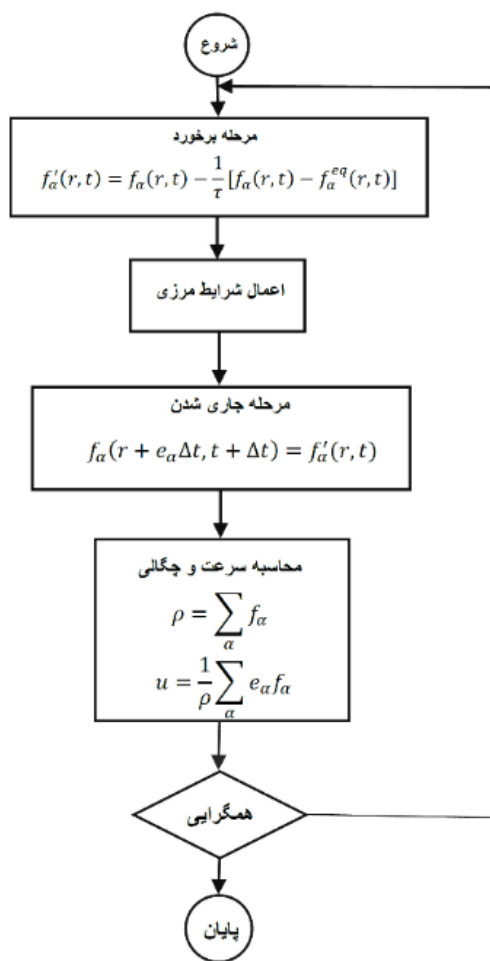
$$\text{مرحله برخورد} \quad \left| \quad f'_{\alpha}(r, t) = f_{\alpha}(r, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(r, t) - f_{\alpha}^{eq}(r, t)] \quad (16-2) \right.$$

^۱ Chapman-Enskog

مرحله جاری شدن

$$f_{\alpha}(r + e_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f'_{\alpha}(r, t) \quad (17-2)$$

f'_{α} تابع توزیع ذره پس از برخورد است. در مرحله جاری شدن، مقادیر توابع توزیع ذرات، به ذرات همسایگی آنها در جهت سرعت‌های گسسته سازی شده نسبت داده می‌شود و هیچگونه عملیات محاسباتی دیگری صورت نمی‌گیرد، از این رو این روند عملیات جاری شدن نام گرفته است.



شکل ۲-۲: فلوچارت روش شبکه‌ی بولتزمن.

۲-۲- توصیف روش مرز غوطه‌ور

در سال‌های اخیر روش مرز غوطه‌ور در شبیه‌سازی تقابل سازه و سیال مورد توجه ویژه قرار گرفته و موفقیت‌های زیادی نیز کسب نموده است. برای مدل سازی عددی دینامیک پدیده‌هایی که در آن با یک تقابل دو یا چند فازی روبرو هستیم، دو دیدگاه کلی شبکه‌بندی منطبق بر جسم و شبکه‌بندی

نامنطبق بر جسم حاکم است. هرچند در روش منطبق بر جسم، شبکه جسم یا مانع جامد موجود در جریان، مستقیماً با شبکه بندی حل جریان در ارتباط است و تغییر شکل و موقعیت آن بی واسطه بر معادلات و الگوی جریان اثر می‌گذارد، اما به علت نیاز این روش شبکه‌بندی به بازسازی مداوم شبکه تحت اثر تغییر موقعیت و شکل جسم تغییر شکل‌پذیر، حجم و زمان محاسبات بسیار بالا می‌رود و البته قدرت آن نیز در مدل‌سازی مرزهای پیچیده چشم‌گیر نیست. در این روش معمولاً معادلات به روش حجم محدود و تفاضل محدود پیاده‌سازی می‌شوند. اما در روش مرزهای نامنطبق و از جمله روش مرز غوطه‌ور، از یک شبکه بندی کارتزین ثابت برخلاف روش‌های پیشین استفاده شده‌است و نقاط مرزی حاضر در سیال، بر نقاط شبکه سیال انطباق ندارند و لذا سیال نمی‌تواند مستقیماً از مرز شیء اثر بگیرد. در این روش تغییر شکل مرز بر معادله حاکم بر جریان سیال اثر می‌گذارد. به این ترتیب که معادله حاکم بر سیال در نقاطی از شبکه که در حوالی مرز متحرک هستند، دچار تغییر می‌شود. به این ترتیب الگوی خطوط جریان، متناسب با شکل مرز درون آن، شکل می‌گیرند و از مسیر خود منحرف می‌شوند. البته این عدم انطباق مرز با شبکه لزوم استفاده از یک طرح ارتباط داخلی را موجب می‌شود. این روش ضمن پیاده‌سازی ساده آن، مشکلات استفاده از تولید شبکه متحرک را از بین می‌برد.

نقاط محاسباتی به دو گروه نقاط جریان سیال (نقاط اویلری) و نقاط روی مرز جسم متحرک (نقاط لاگرانژی)، تقسیم می‌شوند. نقاط اویلری جریان، اثر نقاط لاگرانژی مرز جسم را فقط به عنوان یکسری نیروهای خارجی می‌شناسند که به صورت جمله‌ای وارد معادله حاکم بر جریان در آن نقاط می‌شود. این معادله می‌تواند معادله ناویراستوکس باشد. اگر جسم درون جریان تغییر شکل پذیر باشد، آنگاه نیاز است تا عکس‌العمل نیروی وارده بر معادلات شبکه بولتزمن، به جسم تغییر شکل پذیر نیز وارد آید تا شکل آن متناسب با این نیرو به‌روز شود. پس به این ترتیب دو ناحیه حل کاملاً مجزا به وجود می‌آید که فقط از طریق محاسبه چگالی نیروی مرزی میان آنها با یکدیگر ارتباط برقرار می‌کنند. چگونگی محاسبه چگالی نیروی مرزی بسیار مهم و تعیین‌کننده است چراکه دقت در محاسبه این

نیرو، دقت تفکیک فازها از همدیگر را به همراه دارد. در این زمینه دو روش اعمال نیروی بازگشتی و اعمال نیروی مستقیم برای محاسبه و اعمال نیرو بر معادلات جریان، شناخته شده است. در روش اعمال نیروی بازگشتی، در طی حل با یک روند بازگشتی، از روی سرعت و مکان نقاط مرز غوطه‌ور نیروی مرزی بدست خواهد آمد، در حالی که در روش اعمال نیروی مستقیم، نیروی مرزی مستقیماً از معادلات حاکم بر جریان استخراج می‌شود. پسکین [۱۹، ۷۶] پیشگام در روش اعمال نیروی مستقیم بوده که از این روش برای مدل سازی جریان خون در رگ‌های یک قلب الاستیک استفاده نموده است.

روش اعمال نیروی مستقیم ابتدا توسط موحد یوسف [۷۷] ارائه شد. در این روش، نیروی روی مرز خارجی (مرز غوطه‌ور) به گونه‌ای بدست می‌آید که شرط پیوستگی در سلول‌هایی که مرز غوطه‌ور از آنها عبور می‌کند برقرار باشد. در روش مرز غوطه‌ور، شرط عدم لغزش سیال رو مرز، عاملی مهم در بدست آوردن نیروی مرزی می‌باشد. به بیان دیگر شرط عدم لغزش، برابر بودن سرعت سیال مجاور مرز با سرعت مرز است. نیروی مرزی زمانی تولید می‌شود که این دو سرعت برابر نباشند و به اندازه‌ای است که سرعت سیال را بر سرعت مرز، منطبق کند. نیروی مرزی به صورت زیر وارد معادله‌ی ناویراستوکس می‌شود.

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \right) = -\nabla P + \mu \Delta V + F \quad (18-2)$$

که ρ چگالی سیال، V بردار سرعت سیال، P فشار، μ ویسکوزیته و F نیروی اعمال شده از طرف مرز بر سیال است. طرح‌های ارتباط داخلی به دو گروه طرح داخلی ^۱ و پخشی ^۲ تقسیم می‌شوند. در طرح پخشی، نیروی مرزی روی نقاط مرز غوطه‌ور بدست می‌آید. و سپس نیروی محاسبه شده، بین نقاطی از سیال که همجوار مرز هستند پخش می‌شود و به همین خاطر این طرح، پخشی نام گرفته

^۱ Sharp interface scheme

^۲ Diffuse interface scheme

است. در حالی که در طرح آنی، این نیرو روی نقاطی از سیال که در همسایگی نقاط مرز هستند محاسبه می‌شود. عمل پخش به کمک یک تابع دلتای گسسته^۱ انجام می‌گیرد.

روش اعمال نیروی مستقیم با طرح ارتباط داخلی پخشی، اولین بار توسط سیلوا^۲ و همکاران [۷۸] مورد استفاده قرار گرفت. اوهلمن [۳۱] نیز این روش را برای شبیه سازی جریان سه بعدی حاوی ذرات به کار برد. سرعت سیال مجاور نقاط مرزی، می‌تواند با همان تابع دلتای گسسته که برای پخش نیرو به کار گرفته شد، بدست آید. اهلمن [۳۱] نشان داده است که روش اعمال نیروی مرزی با طرح داخلی پخشی، حل روان تری نسبت به طرح آنی فراهم می‌آورد.

۲-۲-۱- توصیف روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزن

اخیر بجای استفاده از معادله‌ی ناویراستوکس به عنوان حلگر جریان، از روش شبکه بولتزن نیز استفاده شده است [۷۹، ۸۰]. روش مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزن به عنوان یک طرح نامطبق بر جسم، روشی بسیار کارآمد و با عملکرد مناسب در مدل‌سازی مرزهای تغییر شکل‌پذیر و متحرک در جریان سیال است. این روش به علت نیاز نداشتن به بازسازی شبکه محاسباتی، استفاده از یک شبکه کارترین ثابت، سادگی معادلات شبکه بولتزن حاکم بر جریان و همچنین قابلیت موازی شدن روند حل و افزایش سرعت آن، توجه بسیاری را نسبت به روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی به خود اختصاص داده است.

همان طور که معادله ناویراستوکس به کمک یک جمله‌ی حاوی نیرو با روش مرز غوطه‌ور ترکیب می‌شود، معادله حاکم بر شبکه بولتزن نیز به همین طریق با رفتار مرز غوطه‌ور ارتباط برقرار می‌کند. فنگ و میخایلدز [۳۵] اولین بار روش مرز غوطه‌ور در شبکه بولتزن را پیشنهاد کردند که در روش آنها حلگر جریان بجای معادله ناویراستوکس، معادله حاکم بر شبکه بولتزن بوده است. شرایط مرزی

^۱ Discrete delta function

^۲ Silva

دیواره‌ها در شبکه بولتزمن با استفاده از مفهوم پرش-عقب^۱ بدست می‌آید [۳۲]. روش مرز غوطه‌ور- شبکه بولتزمن به صورت کاملاً مستقل از معادلات ناویراستوکس، و تنها با اتکا به معادلات حاکم بر شبکه‌ی بولتزمن، الگوی جریان و چگالی نیروی مورد نیاز را بدست می‌آورد. در این تحقیق، روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم در شبکه بولتزمن با پیروی از روش اعمال نیروی نیمه^۲، که روش پیشنهادی توسط گیو و همکاران [۶۵] است پیش گرفته می‌شود که باعث بالا رفتن دقت محاسباتی می‌گردد.

۲-۲-۲- روش اعمال نیروی نیمه (Split forcing)، در شبکه بولتزمن

در این بخش به بیان کامل‌تری از روش مرز غوطه‌ور با اعمال نیروی مستقیم در شبکه بولتزمن و معادلات حاکم بر آن پرداخته می‌شود. برای توزیع نیرو بین نقاط اویلری، از طرح ارتباط داخلی پخشی صریح [۸۱]، استفاده شده‌است. در این روش برای شناسایی نقاطی از شبکه که در همسایگی نقاط مرزی هستند و اینکه چه مقدار از نیروی مرزی اثر می‌پذیرند، می‌توان از دو نوع عملگر استفاده نمود. در عملگر اول، دو نقطه و در عملگر دوم چهار نقطه در همسایگی مرز، درگیر نیروی مرزی می‌شود که در ادامه درباره این دو صحبت خواهد شد.

در تحقیق حاضر تنها به بیان روش شبکه بولتزمن با یک فاکتور زمان آسایش پرداخته می‌شود. در بسیاری از تحقیقات [۶۲، ۳۵] روش اعمال نیروی فشرده^۳ به کار گرفته شده است که مرتبه دوم حل معادله ناویر استوکس را پوشش نمی‌دهد. اما در روش اعمال نیروی نیمه که بر روش اعمال نیروی مستقیم به خوبی منطبق می‌شود، ابتدا نیمی از نیرو بر معادله وارد می‌آید و اثر خود را بر تابع توزیع تعادلی ذره اعمال می‌کند، سپس در مرحله بعد نیرو به طور کامل و صریح با معادله شبکه بولتزمن

^۱ Bounce back

^۲ Split forcing

^۳ Lumped forcing

ترکیب می‌شود و کاستی روش قبل را از بین می‌برد. روش اعمال نیروی نیمه دقت بیشتری را در روش مرز غوطه‌ور ایجاد می‌کند. روش پیشنهادی گیو و همکاران [۶۵] برای اعمال نیروی نیمه در معادلات شبکه بولتزمن، دقت مرتبه دوم از حل معادله ناپیراستوکس را پوشش می‌دهد. اگر فرض کنیم F نیروی مرزی وارده بر سیال باشد، معادله کلی حاکم بر شبکه بولتزمن با یک فاکتور زمان آسایش، با احتساب اثر نیروی خارجی بر حل، به صورت زیر قابل بیان است:

$$f_{\alpha}(r + \vec{e}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(r, t) - \frac{1}{\tau} \left[f_{\alpha}(r, t) - f_{\alpha}^{(eq)}(r, t) \right] + F_{\alpha}(r, t)\Delta t, \quad (19-2)$$

در معادله (۱۹-۲) F_{α} نیروی مرزی خارجی اعمال شده به شبکه بولتزمن و گسسته شده در جهات مختلف سرعت روی گره‌های حل می‌باشد. همچنین در محاسبه مومنتوم سیال نیز اثر نیروی خارجی باید وارد شود که در مفهوم اعمال نیروی نیمه، مومنتوم به شکل زیر بیان خواهد شد:

$$\rho u = \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha} + \frac{\Delta t}{2} F \quad (20-2)$$

برای گسسته سازی نیروی F در جهات مختلف سرعت و بدست آوردن توزیع گسسته نیرو در گره‌های حل، می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده نمود:

$$F_{\alpha}(r, t) = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) \omega_{\alpha} \left[3 \frac{\vec{e}_{\alpha} \cdot \vec{u}(r, t)}{c^2} + 9 \frac{\vec{e}_{\alpha} \cdot \vec{u}(r, t)}{c^4} \vec{e}_{\alpha} \right] \cdot F(r, t)\Delta t \quad (21-2)$$

بعلاوه توزیع نیروی گسسته باید روابط زیر را نیز ارضاء کند:

$$\sum_{\alpha} F_{\alpha}(r, t) = 0 \quad (22-2)$$

$$\sum_{\alpha} e_{\alpha} F_{\alpha}(r, t) = \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) F(r, t) \quad (23-2)$$

با توجه به معادلات (۲۲-۲) و (۲۳-۲)، معادله شبکه بولتزمن صریح با اعمال نیروی نیمه و یک زمان آسایش به صورت زیر قابل بیان است:

$$f_{\alpha}(r + \vec{e}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(r, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(r, t) - f_{\alpha}^{(eq)}(r, t)] + \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) F_{\alpha}(r, t)\Delta t \quad (24-2)$$

مزیت استفاده از روش اعمال نیروی نیمه در این است که در اعمال نیروی معمولی، ذره تنها تحت اثر نیروی اعمال شده به آن در مکان و زمان کنونی است و با همین نیرو تا قرار گرفتن در موقعیت جدید در گام زمانی و مکانی بعدی ادامه می‌دهد حال آنکه در این روش، نیروی حال حاضر وارد شده به ذره، تنها در نیمی از گام زمانی به آن وارد می‌آید و نیروی به‌روز رسانی شده، یک بار دیگر در انتهای گام زمانی بر ذره اعمال می‌شود که دقت مسئله را افزایش خواهد داد. معادلات اعمال نیرو خارجی بر شبکه بولتزمن می‌تواند در طی چهار گام زمانی که در ادامه بیان خواهد شد حل شود. این معادلات بر اساس روش گیو و همکاران [۶۵] بیان شده‌اند.

گام اول: اعمال نیرو اولیه

$$\rho_f(r, t)u(r, t) = \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha}(r, t) + \frac{\Delta t}{2} F(r, t) \quad (25-2)$$

گام دوم: برخورد

$$f'_{\alpha}(r, t) = f_{\alpha}(r, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(r, t) - f_{\alpha}^{(eq)}(r, t)] \quad (26-2)$$

گام سوم: اعمال نیرو دوم

$$f''_{\alpha}(r, t) = f'_{\alpha}(r, t) + \Delta t F_{\alpha}(r, t) \quad (27-2)$$

گام چهارم: جاری شدن

$$f_{\alpha}(r + e_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}''(r, t) \quad (28-2)$$

در این معادلات f_{α}' و f_{α}'' به ترتیب توابع توزیع ذرات Post-Collision و Post-forcing هستند.

۲-۲-۳- روش اعمال نیروی مستقیم

در این بخش به بیان بحث اعمال نیروی مستقیم و چگونگی محاسبه چگالی نیروی مرزی به کمک آن در شبکه‌ی بولتزمان پرداخته می‌شود و معادلات صریح حاکم بر آن نیز بیان خواهند شد. اگر فرض کنیم که U^d سرعت مرز غوطه‌ور و U^{nof} سرعت سیال در همسایگی مرز و بدون اعمال نیروی مرزی باشد، شرط عدم لغزش سیال روی مرز جسم درون جریان بیان می‌کند که این دو سرعت باید مقداری یکسان داشته باشند. پس در طی گام زمانی Δt با اعمال نیروی مرزی از طرف مرز غوطه‌ور بر نقاط اوپلری فضای جریان شبکه بولتزمان، این اختلاف به حداقل ممکن خواهد رسید.

$$F(r, t) = \rho \frac{\vec{U}^d - \vec{U}^{nof}(r, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (29-2)$$

روند به روز رسانی توابع توزیع ذرات در شبکه بولتزمان به این صورت است که مقدار جدید هر کدام از توابع توزیع در گره‌های شبکه از مقدار گره پیشین آن در همان جهت، بدست می‌آید. به همین خاطر است که به روز رسانی تابع توزیع در دو مرحله برخورد و سپس جاری شدن (تحویل دادن مقادیر بدست آمده در هر گره، در هر کدام از جهات توابع توزیع، به گره بعدی در همان جهت) انجام می‌گیرد. به این ترتیب مقدار جدید تابع توزیع گسسته به روش اعمال نیروی مستقیم در هر گره برای گام زمانی بعدی به صورت زیر قابل بیان است:

$$f_{\alpha}(r + \vec{e}_{\alpha}\Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(r, t) - \frac{1}{\tau} \left[f_{\alpha}(r, t) - f_{\alpha}^{(eq)}(r, t) \right] + F_{\alpha}(r, t)\Delta t \quad (30-2)$$

با توجه به مفهوم اعمال نیروی نیمه، نیروی مرزی در نیمی از گام زمانی محاسبه می‌شود که نهایتاً

خواهیم داشت:

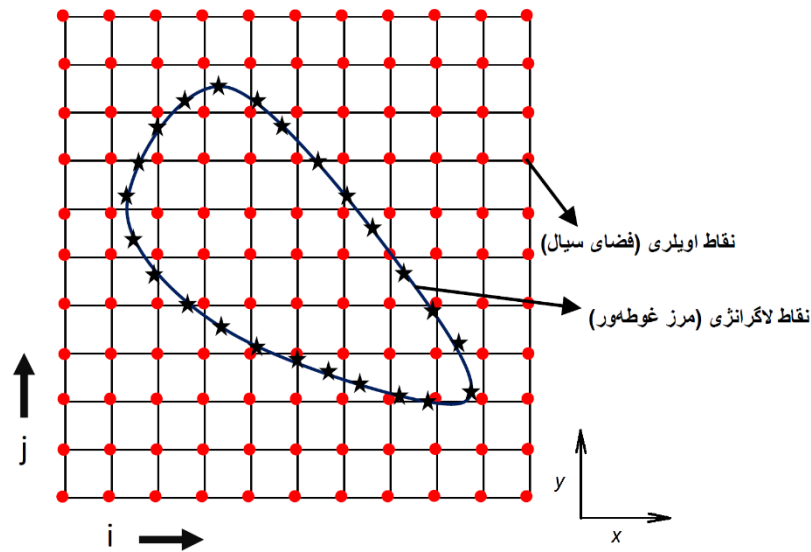
$$F(r, t) = 2\rho \frac{\vec{U}^d - \vec{U}^{nof}(r, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (31-2)$$

۲-۲-۴- طرح‌های ارتباط داخلی

در این بخش به بیان طرح ارتباط داخلی پخشی در ارتباط با معادلات اعمال نیروی مستقیم در شبکه بولتزن و روش اعمال نیروی نیمه، بیان می‌شود. میدان جریان سیال شامل گره‌های محاسباتی اوپلری شبکه بولتزن می‌باشد که داخل و بیرون مرز غوطه‌ور را در بر گرفته است. عدم ارتباط مستقیم میان نقاط اوپلری و لاگرانژی روی مرز غوطه‌ور، لزوم استفاده از طرح‌های ارتباط داخلی را روشن می‌کند. در طرح ارتباط داخلی پخشی هدف آن است که ضمن شناسایی مرز و مکان آن برای میدان حل جریان، نیروی مرزی محاسبه شده روی نقاط لاگرانژی، بین نقاط اوپلری تحت تاثیر مرز، توزیع شود.

در روش اعمال نیروی مستقیم با رویه ارتباط داخلی پخشی، پس از مرحله‌ی جاری شدن و بدست آمدن مقادیر جدید توابع توزیع ذره، ابتدا سرعت نقاط اوپلری (u_{ij}^{nof}) بدون در نظر گرفتن اثرات نیروی مرزی، بدست می‌آید. در شکل ۲-۳ یک نمای کلی از حضور یک مرز غوطه‌ور در فضای اوپلری نشان داده شده که مختصات افقی در شبکه با x و در جهت عمودی با y مشخص شده‌است. i و j به ترتیب نشان دهنده‌ی زیروند گره am و zam در جهت x و y شبکه هستند، در ادامه با استفاده این سرعت برای نقاطی از شبکه که در همسایگی نقاط مرزی هستند و با استفاده از تابع درون یاب ذکر شده، سرعت سیال در مجاورت مرز غوطه‌ور، U_b^{nof} ، بدست خواهد آمد. b نشان دهنده نقطه لاگرانژی bam است. با داشتن سرعت مرز U_b ، نیروی مرزی روی نقاط لاگرانژی با توجه به اختلاف سرعت U_b^{nof} از سرعت مرز، از معادله (۳۱-۲) بدست می‌آید. چنانکه پیش از این نیز بیان شده شرط عدم لغزش زمانی برقرار است که این دو سرعت با همدیگر برابر باشند. نیروی بدست آمده در واقع نیرویی است که به نقاط همسایگی مرز وارد می‌آید تا به سرعت مرز برسند، لذا نیاز است تا با استفاده از طرح ارتباط داخلی که در ادامه بیان خواهد شد، این نیرو بین نقاط اوپلری شبکه با توجه به فاصله آنها از مرز پخش و وارد معادلات حاکم بر جریان در آن نقاط شود. در نهایت پس از بدست آمدن این نیرو، سرعت سیال نیز تحت اثر آن

به روز می شود.



شکل ۲-۳: نمایی از حضور مرز غوطه‌ور در فضای شبکه‌بندی جریان سیال.

طرح ارتباط داخلی مورد استفاده در این تحقیق از تابع دلتای گسسته‌ی زیر برای اعمال اثر فاصله‌ی

نقاط اویلری از نقاط لاگرانژی استفاده می‌کند.

$$D(\vec{r} - \vec{r}_b) = \frac{1}{h^2} d\left(\frac{x - x_b}{h}\right) d\left(\frac{y - y_b}{h}\right) \quad (۳۲-۲)$$

در این فرمول D تابع درون یاب مور نظر است. مولفه‌های مکان هر نقطه از سیال در همسایگی

مرز با \vec{r} نشان داده شده و \vec{r}_b بردار مکان نقطه‌ای از مرز غوطه‌ور است که مورد مطالعه می‌باشد. D

نشان می‌دهد که هر کدام از نقاط سیال که در نزدیکی مرز هستند چقدر از مرز اثر می‌پذیرند.

$h = \Delta x = \Delta y$ و Δx و Δy به ترتیب، اندازه‌ی شبکه‌بندی بولتزمان در جهت x و y است. نقاطی از

فضای اویلری که در تابع بازه‌دار d صدق کنند، همسایه مرز محسوب می‌شوند و با توجه به فاصله‌ای

که از مرز دارند مقدار d متغییر خواهد بود. در ادامه دو نوع تابع d معرفی خواهد شد که در یکی دو

نقطه و در دیگری چهار نقطه‌ی اویلری، در اطراف نقطه‌ی لاگرانژی مد نظر، صدق می‌کند. اگر فرض

کنیم $r_0 = x - x_b$ و یا $r_0 = y - y_b$ باشد، تابع دو نقطه‌ای به صورت زیر بیان می‌شود:

$$d(r_0) = \begin{cases} 1 - |r_0|, & |r| \leq 1 \\ 0, & |r_0| > 1 \end{cases} \quad (33-2)$$

و تابع چهار نقطه‌ای که توسط پسکین معرفی شده به صورت زیر است:

$$d(r_0) = \begin{cases} \frac{1}{8} (3 - 2|r_0| + \sqrt{1 + 4|r_0| - 4r^2}), & 0 \leq |r_0| < 1 \\ \frac{1}{8} (5 - 2|r_0| + \sqrt{-7 + 12|r_0| - 4r^2}), & 0 \leq |r_0| < 1 \\ 0, & |r_0| \geq 2. \end{cases} \quad (34-2)$$

حال پس از تعریف تابع عملگر D ، سرعت \vec{U}^{nof} سیال در مجاورت هر نقطه لاگرانژی دلخواه، با توجه به سرعت u_{ij}^{nof} نقاط اویلری همسایه آن نقطه، به صورت زیر بدست خواهد آمد.

$$\vec{U}_{b,x}^{nof} = \sum_{ij} u_{ij,x}^{nof} D(x_{ij} - x_b) h^2 \quad (35-2)$$

$$\vec{U}_{b,y}^{nof} = \sum_{ij} u_{ij,y}^{nof} D(y_{ij} - y_b) h^2 \quad (36-2)$$

نهایتاً پس از قرار گرفتن این معادلات در معادله (۳۱-۲)، نیرویی که از طرف مرز به نقاط اویلری وارد می‌شود به صورت زیر بدست می‌آید.

$$F_{x,ij} = \sum_b F_{x,b} D(x_{ij} - x_b) \Delta S_b \quad (37-2)$$

$$F_{y,ij} = \sum_b F_{y,b} D(y_{ij} - y_b) \Delta S_b \quad (38-2)$$

$$\vec{F}_{ij} = \begin{bmatrix} F_{x,ij} \\ F_{y,ij} \end{bmatrix} \quad (39-2)$$

که در این رابطه $F_{y,ij}$ و $F_{x,ij}$ مولفه افقی و عمودی نیروی اعمالی به نقطه‌ای روی ستون نام و سطر نام و همچنین $F_{y,b}$ و $F_{x,b}$ مولفه افقی و عمودی نیروی بدست آمده روی نقطه‌ی نام مرز

غوطه‌ور است. ΔS_b سهم نقطه b از مرز غوطه‌ور است. نهایتاً \vec{F}_{ij} که بردار نیروی وارد شونده به نقطه‌ی مورد نظر از سیال است بدست می‌آید و با توجه به اینکه $\vec{F}(\vec{x}, t) = \vec{F}_{ij}$ است، در معادله (۲-۲۱) قرار خواهد گرفت.

۲-۳- توصیف شبکه جرم-فنر-دمپر

در این پایان‌نامه برای شبیه‌سازی جامد ویسکوالاستیک و الاستیک از شبکه جرم-فنر-دمپر^۱ استفاده می‌شود که شامل مجموعه‌ای از فنرها یا المان‌های ویسکوالاستیکی است که به صورت قانون‌مند به یکدیگر متصل شده‌اند و در محل اتصال آنها، جرم‌های متمرکزی قرار داده شده است که مجموع جرم کل آنها برابر با جرم جامد واقعی است. این شبکه به صورت گسترده‌ای در مدل‌سازی اجرام تغییر شکل پذیر، غشاءهای حاوی مایع و سلول‌های زیستی استفاده شده است [۱۷، ۱۸]. این روش در مقایسه با حل‌های سنتی به کار رفته در تحقیقات پیشین قدرت بیشتری در مدل‌سازی تغییر شکل‌های بزرگ دارد و به علت الگوریتم و معادلات بسیار ساده‌ی آن، دشواری‌های کمتری متوجه مدل‌سازی آن می‌شود.

المان‌های ویسکوالاستیک، خود از یک یا چند المان فنر خطی و یک یا چند المان دمپر ویسکوز خطی تشکیل یافته‌اند. در علم رئولوژی پیشنهادات زیادی برای چگونگی چینش این فنر و دمپرها در کنار یکدیگر شده‌است. از ساده‌ترین مدل‌های مورد استفاده، مدل کلونین^۲ می‌باشد که در آن یک فنر خطی با یک دمپر خطی موازی شده است. دیگر مدل بسیار ساده ویسکوالاستیک ماکسول^۳ بوده که شامل یک فنر خطی و دمپر ویسکوز خطی سری شده با آن است.

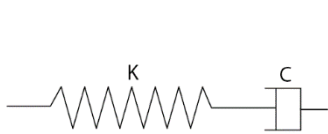
قبل از توصیف شبکه جرم-فنر-دمپر، نیاز است تا تک المان‌های ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار

^۱ Mass-spring-dashpot model

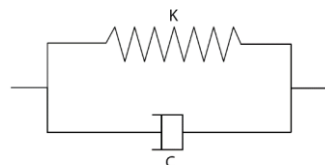
^۲ Kelvin

^۳ Maxwell

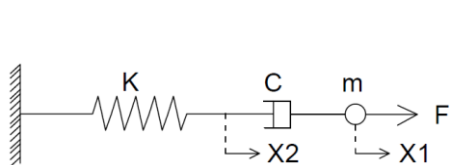
گیرند و روابط حاکم بر آنها بیان شود. شکل ۴-۲ (ب) یک تک المان از ماکسول را نشان می‌دهد که در آن یک دمپر به صورت سری به انتهای یک فنر متصل شده است. با اعمال نیروی F به انتهای دمپر همان نیرو بلافاصله به فنر اعمال خواهد شد. حال فرض کنید چنانکه در شکل ۴-۲ (د) نشان داده شده است، به انتهای این المان ماکسول، جرمی متمرکز متصل شود. این بار پس از اعمال نیروی F به جرم هرچند بلافاصله نیرو به المان منتقل می‌شود ولی به علت شتاب گرفتن جرم، همان نیرو به المان منتقل نخواهد شد، با این حال نیروی داخلی المان، در فنر و دمپر همچنان برابر و کرنش آنها مستقل از همدیگر است. شکل ۴-۲ (الف) المانی از مدل کلوین برای مدل سازی جامد ویسکوالاستیک را نشان می‌دهد. در این المان یک فنر و دمپر خطی به صورت موازی به یکدیگر متصل شده‌اند. چون ابتدا و انتهای المان فنر و دمپر منطبق برهم است، لذا کرنش یکسانی را تحت نیرو اعمالی از خود نشان می‌دهند، هرچند نیروی یکسانی نخواهند داشت. اما مجموع نیروی آنها برابر با نیروی کل وارده بر المان است.



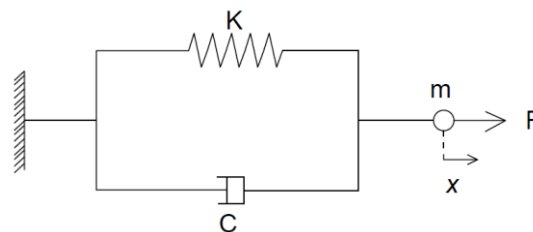
ب- المان ماکسول



الف- المان کلوین



د- المانی از ماکسول به همراه جرم تحت نیرو



ج- المانی از کلوین به همراه جرم تحت نیرو

شکل ۴-۲: نمایی از المان‌های کلوین و ماکسول.

فنر و دمپر مورد استفاده در تمام مدل‌سازی‌های این تحقیق تماماً خطی هستند و برای تغییر شکل‌های کوچک مورد استفاده قرار خواهند گرفت. بر این اساس معادلات ساختاری دینامیک حاکم بر مدل ماکسول به صورت زیر خواهد بود.

$$F - Kx_2 - C(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = m\ddot{x}_1 \quad (۴۰-۲)$$

$$C\dot{x}_1 - Kx_2 = 0 \quad (۴۱-۲)$$

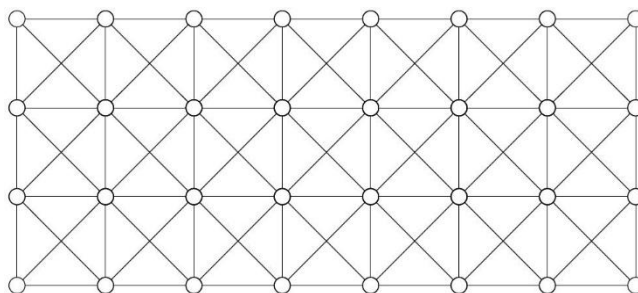
این فرمول با توجه به شکل ۴-۲ (د) تنظیم شده است که در آن K و C ثابت‌های فنر و دمپر و x_1 و x_2 مختصه‌های سیستم‌اند. متناسب با طرح نشان داده شده در شکل ۴-۲ (ج) و با توجه به برابری کرنش فنر و دمپر در المان کلوین، معادله حاکم بر آن به صورت زیر است:

$$F - Kx - C\dot{x} = m\ddot{x} \quad (۴۲-۲)$$

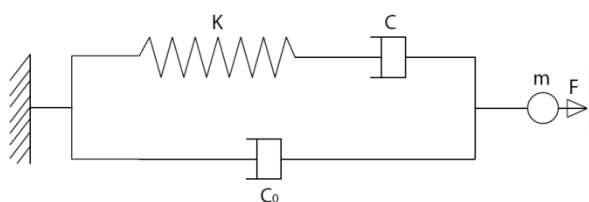
خواصی که یک جامد ویسکوالاستیک را از جامدهای دیگر متمایز می‌کند، داشتن مقداری خاصیت لزجی است. نتیجه طبیعی لزجت، اتلاف انرژی است. پس می‌توان گفت یک جامد ویسکوالاستیک انرژی سیستم را تلف می‌کند. همچنین با فرصت دادن به یک جامد ویسکوالاستیک تحت یک بارگذاری ثابت، حتی پس از تلف شدن کامل ارتعاشات و نوسانات آن، مشاهده می‌شود که همچنان به آرامی کرنش می‌کند. این رفتار در یک جامد معمولی دیده نمی‌شود. المان کلوین نمی‌تواند این رفتار را پوشش دهد چراکه پس از رسیدن به تعادل استاتیکی هیچ جنبشی در سیستم وجود نخواهد داشت و با توجه به معادله (۴۰-۲) و (۴۱-۲) دمپر فقط زمانی اثر گذار خواهد بود که جرم سیستم، سرعت داشته باشد. اما المان ماکسول به گونه‌ای است که تعادل استاتیکی ندارد و تا زمانی که بارگذاری برقرار باشد، به علت سری بودن فنر و دمپر و برابری نیروی آنها المان به کرنش ادامه خواهد داد. همچنین پس از رهایی جامد ویسکوالاستیک از بارگذاری، دیگر به وضعیت اولیه خود باز نخواهد گشت و مقداری کرنش پسماند خواهد داشت. به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که هر کدام از المان‌های کلوین و ماکسول مدل کننده خاصیتی از یک جامد ویسکوالاستیک است.

یک المان ویسکوالاستیک می‌تواند تنها نماینده‌ی یک جزء کوچک از یک جامد ویسکوالاستیک باشد و برای شبیه سازی کامل رفتار و البته هندسه‌ی آن، نیاز است تا مجموعه‌ای از این المانها به

صورتی منظم بهم متصل شوند و تا حد امکان به هندسه اصلی شباهت داشته باشند. طرح متداول در این زمینه چینش ماتریسی جرم‌های متمرکز است که البته این جرم‌ها با هر کدام از جرم‌های همسایگی خود، از طریق یک المان ویسکوالاستیک متصل شده‌اند. شکل ۲-۵ یک نمونه چینش فنرها برای مدل-سازي یک جامد تغییر شکل‌پذیر الاستیک و یا ویسکوالاستیک خطی مستطیلی شکل را نشان می‌دهد. در این شبکه هر جرم متمرکز با هشت جرم متمرکز دیگر در اطراف خود در ارتباط است. نوع المان ارتباط دهنده بین جرم‌ها خواص شبکه را تحت تاثیر قرار می‌دهد. اگر این المان‌ها فنرهای خطی باشند، یک شبکه الاستیک به وجود خواهد آمد و اگر المان کلوین و یا ماکسول انتخاب شود، جسم نیز یک جامد ویسکوالاستیک با خواص کلوین و یا ماکسول خواهد بود. دو المان کلوین و ماکسول ساده‌ترین و قدیمی‌ترین مدل‌های شبیه‌ساز رفتار مواد ویسکوالاستیک هستند. نکته مهم در استفاده از این مدل‌ها، خطی بود آنها است و باید در تغییر شکل‌های کوچک یک جامد ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گیرند. در علم رئولوژی مدل‌های بسیار زیاد دیگری نیز پیشنهاد شده‌اند که ترکیبی از دو مدل ماکسول و کلوین هستند. با ترکیب این دو مدل می‌توان هر دو رفتار اشاره شده برای جامد ویسکوالاستیک را همزمان شبیه‌سازی نمود. در شکل ۲-۶ ساده‌ترین المان ترکیبی ممکن، از کلوین و ماکسول نشان داده شده است. دمپر موازی با فنر، انرژی را تلف می‌کند و دمپر سری تداوم کرنش تحت بارگذاری را به همراه دارد. مزیت این المان جدای از مدل‌سازی هر دو رفتار اصلی جامد ویسکوالاستیک، در قابلیت تبدیل آن به هر کدام از المان‌های خاص ماکسول، کلوین و فنر است. با دقت به شکل ۲-۶، اگر ثابت دمپر سری بی نهایت (صلب) شود، عملاً المان ترکیبی تبدیل به المان کلوین خواهد شد. با صفر کردن ثابت دمپر موازی، اثر آن از بین خواهد رفت و المان ماکسول تولید می‌شود. در همین وضعیت اگر دمپر سری نیز صلب شود، یک المان فنر خالص به وجود خواهد آمد. در تمام مدل‌سازی‌های آینده در این تحقیق از این المان برای مدل‌سازی جامد ویسکوالاستیک و الاستیک استفاده خواهد شد.



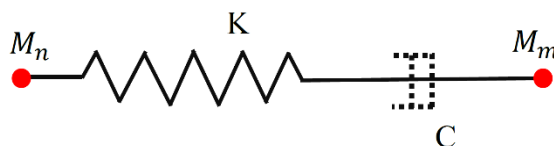
شکل ۲-۵: شبکه جرم-فنر-دمپیر.



شکل ۲-۶: نمایی از المان ویسکوالاستیک ساده‌ی مورد استفاده در این پایان‌نامه.

۲-۳-۱- مدل سازی عددی المان ماکسول

جهت بررسی رفتار المان ماکسول، پیشنهاد اول می‌تواند حل معادلات دیفرانسیل (۲-۴۰) و (۲-۴۱) باشد، اما راه ساده‌تر دیگری نیز وجود دارد. ویژگی مهم دمپیر این است که مانند فنر تمایل به برگشتن به وضعیت اولیه خود را ندارد و پس از برداشتن بارگذاری، مقداری کرنش در آن باقی خواهد ماند. اما یک فنر پس از برداشتن بارگذاری به طول آزاد خود بر می‌گردد. لذا یک المان ماکسول نیز پس از برداشتن بار، لزوماً به طول آزاد اولیه خود باز نخواهد گشت، چراکه کرنشی مثبت یا منفی در دمپیر آن باقی مانده است، هرچند که فنر به طول اولیه خود رسیده باشد. می‌توان بجای استفاده از یک دمپیر و فنر خطی در المان ماکسول، تنها از یک فنر خطی با طول تعادلی متغیر استفاده نمود.



شکل ۲-۷: المان ماکسول با دمپیر مجازی.

طول آزاد این فنر وابسته به یک دمپر مجازی است که نیروی آن برابر نیروی فنر خواهد بود. شکل ۷-۲ نشان دهنده یک المان ماکسول با دمپر مجازی و طول آزاد متغیر است. این المان می تواند ارتباط دهنده بین جرم مرکزی M_n با یکی از هشت همسایه جرمی آن (M_m) در یک شبکه ویسکوالاستیک باشد. m و n به ترتیب زیرنویس های مربوط به گره جرمی مرکزی و گره های همسایه است. ابتدا نیروی فنر تحت تاثیر مکان دو جرم و ثابت فنر بدست خواهد آمد.

$$F_{nm}^{Spring} = |k(|\vec{r}_{nm}| - |r_{nm}^{eq}|)| \quad (۴۳-۲)$$

r_{nm}^{eq} و \vec{r}_{nm} به ترتیب بردار طول المان و اندازه طول آزاد آن می باشند. با توجه به برابری نیروی فنر و دمپر می توان نوشت:

$$F_{nm}^{Spring} = F_{nm}^{Dashpot} = |C\vec{V}_{nm}| \quad (۴۴-۲)$$

که C ثابت دمپر مجازی است. \vec{V}_{nm} تفاضل بردار سرعت دو جرم بوده و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$|\vec{V}_{nm}| = \frac{F_{nm}^{Spring}}{C} \quad (۴۵-۲)$$

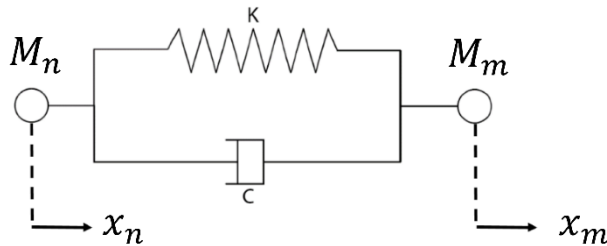
افزایش یا کاهش طول دمپر مجازی و طول آزاد المان، با داشتن بردار اختلاف سرعت ابتدا و انتهای المان در طی یک گام زمانی حل Δt به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\Delta \vec{r} = |\vec{V}_{nm}| \Delta t \quad (۴۶-۲)$$

$$|r_{nm}^{eq,New}| = |r_{nm}^{eq}| \pm \Delta \vec{r}$$

Δr مقدار افزایش یا کاهش طول المان است. در شبیه سازی ها و معادلات حاکم هر جا از المان ماکسول استفاده شود، می توان این فنر با دمپر مجازی را جایگزین نمود. بدین ترتیب به جای المان

شکل ۲-۶ در شبکه ویسکوالاستیک، می‌توان المان کلوینی جایگزین نمود که در آن بجای فنر با طول آزاد ثابت، فنری با طول آزاد متغییر و وابسته به یک دمپر مجازی استفاده شده است. با توجه به شکل ۲-۸، معادله دینامیکی حاکم بر هر گره جرمی از شبکه جرم-فنر-دمپر ویسکوالاستیک با فرض استفاده از المان کلوین با فنری با طول آزاد متغییر به صورت زیر قابل بیان است.



شکل ۲-۸: یک المان کلوین میان دو گره در شبکه.

$$F_n^{Spring} + F_n^{Dashpot} + F_n^{External} = M_n a_n \quad (۴۷-۲)$$

مطابق این معادله به هر گره جرمی می‌تواند سه نوع نیرو وارد شود که عبارت اند از نیروی حاصل از دمپر، نیروی حاصل از فنر و نیروهای خارجی دیگر که برآیند این نیروها روی هر گره، شتابی ایجاد خواهد نمود. بدین ترتیب شبکه جرم-فنر-دمپر، به تعداد جرم‌های متمرکز آن درجه‌ی آزادی خواهد داشت. این روش مدل سازی جامد ویسکوالاستیک، در واقع مشابه شبیه سازی روش شبکه فنر^۱، برای مدل سازی جامد الاستیک است، با این تفاوت که جمله $F_n^{Dashpot}$ مربوط به نیروی دمپر، به معادله ساختاری آن اضافه شده‌است. در روش شبکه فنر نیروی حاصل از هر کدام از المان‌های فنری روی گره مرکزی فقط در جهت مختصه افقی x به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F_{x,n}^{Spring} = K(x_n - x_m) \left[\frac{|r_{nm}^{eq}|}{|r_{nm}|} - 1 \right] \quad (۴۸-۲)$$

^۱ Lattice spring model

که در آن K سختی فنر و x_m و x_n به ترتیب مقعیت در راستای x جرم مرکزی و یکی از جرم‌های همسایه است. اما محاسبه نیروی حاصل از دمپر قدری پیچیده‌تر می‌شود چراکه نیروی دمپر وابسته به تصویر اختلاف سرعت ابتدا و انتهای المان دمپر در راستای بردار طول المان است. اگر بردارهای سرعت جرم M_m و M_n به صورت زیر بیان شوند:

$$\vec{V}_n = u_n \hat{e}_x + v_n \hat{e}_y \quad (49-2)$$

$$\vec{V}_m = u_m \hat{e}_x + v_m \hat{e}_y$$

و با توجه به این که \vec{V}_m و \vec{V}_n به ترتیب بردار سرعت جرم M_m و M_n بوده و u_m و u_n و همچنین v_m و v_n به ترتیب مولفه‌های سرعت در جهت x و y آنها باشند، نیروی حاصل از دمپر المان شکل ۸-۲ روی جرم مرکزی در راستای x به صورت زیر خواهد بود:

$$F_{x,n}^{Dashpot} = -C \left[\frac{(u_n - u_m)(x_n - x_m) + (v_n - v_m)(y_n - y_m)}{|r_{nm}|^2} \right] (x_n - x_m) \quad (50-2)$$

در این معادله C ثابت دمپر است. برای حل عددی (۵۰-۲) نیاز به گسسته‌سازی این معادله دیفرانسیل روی زمان و مکان است. معادلات گسسته‌سازی شده به روش صریح حل خواهند شد. اگر p و $p+1$ به ترتیب نشان دهنده زمان حال و گام زمانی بعدی باشد، آنگاه (۵۰-۲) به صورت زیر گسسته خواهد شد:

$$M_n \left(\frac{u_n^{p+1} - u_n^p}{\Delta t} \right) = [F_{x,n}^{Spring} + F_{x,n}^{Dashpot} + F_{x,n}^{External}]^p \quad (51-2)$$

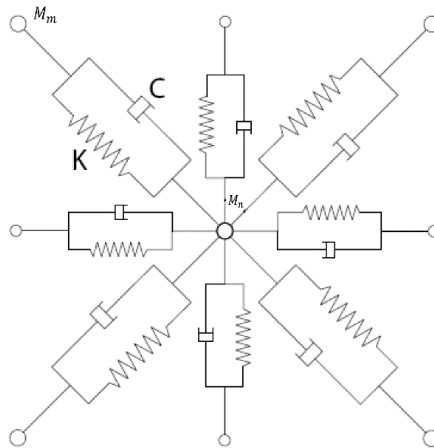
$$u_n^{p+1} = \left(\frac{x_n^{p+1} - x_n^p}{\Delta t} \right) \quad (52-2)$$

با جایگذاری (۵۲-۲) و (۵۳-۲) در (۵۰-۲) نهایتاً به فرم نهایی به روز رسانی مکان به روش صریح

خواهیم رسید. پس از به روز رسانی مکان، سرعت نیز بار دیگر از (۵۳-۲) به روز خواهد شد.

$$x_n^{p+1} = [F_n^{Spring} + F_n^{Dashpot} + F_n^{External}]^p \left(\frac{\Delta t^2}{M_n} \right) + u_{x,n}^p \Delta t + x_n^p \quad (53-2)$$

معادله بدست آمده، برای به روز رسانی مکان یک گره مرکزی تحت تاثیر تنها یکی از همسایگان جرمی خود است. لذا در حالت کلی با جمع کردن نیروی همه فنر و دمپرها روی هر گره با توجه به شکل ۹-۲ که نشان دهنده نحوه اتصال هر گره با المانهای ویسکوالاستیک به همسایگانش است، در راستای x می توان بیان نمود:



شکل ۹-۲: الگوی ارتباط جرم مرکزی با هشت همسایه در شبکه‌ی کلین.

$$F_{x,n}^{Spring} = \sum_{m=1}^N \left\{ K(x_n - x_m) \left[\frac{|r_{nm}^{eq}|}{|r_{nm}|} - 1 \right] \right\} \quad (54-2)$$

$$F_{x,n}^{Dashpot} = \sum_{m=1}^N \{-C Q_m(x_n - x_m)\} \quad (55-2)$$

$$Q_m = \left[\frac{(u_n - u_m)(x_n - x_m) + (v_n - v_m)(y_n - y_m)}{|r_{nm}|^2} \right] \quad (56-2)$$

نهایتاً با قرار دادن این اجماع نیروها در معادله (۴۷-۲)، مکان گره به روز خواهد شد. تمام روابط

بیان شده در راستای x ، باید در راستای y نیز بیان شوند و مولفه بردار کامل مکان هر گره و سرعت آن حاصل آید.

۲-۳-۲- بررسی خواص مدل شبکه جرم-فنر-دمپر

خواص شبکه جرم-فنر-دمپر به عنوان یک شبیه‌ساز جسم جامد ویسکوالاستیک وابسته به عوامل سازنده آن چون، جرم‌های متمرکز، سختی فنرهای سازنده آن، ویسکوزیته دمپرهای تشکیل دهنده المان‌ها، اندازه المان‌ها و طول آزاد آنها است. جرم جسم برابر مجموع جرم تمام گره‌های جرمی متمرکز گسسته توزیع شده در شبکه است. با داشتن ابعاد شبکه و جرم آن می‌توان چگالی متناسب با آن را بدست آورد. در علم رئولوژی بدست آوردن خواص مکانیکی مواد ویسکوالاستیک امری بسیار مهم است که در فرآیند "رئومتری"^۱ و البته به صورت آزمایشگاهی و طی یک تست نوسانی انجام می‌شود. در این تست یک جامد ویسکوالاستیک تحت یک کرنش نوسانی با فرکانس و دامنه مشخص قرار می‌گیرد. در اثر این کرنش اجباری نوسانی ایجاد شده در جسم، یک تنش اجباری نوسانی با فرکانسی برابر فرکانس تحریک، در آن تولید خواهد شد. نکته مهم در این تست این است که بین کرنش اعمال شده و تنش تولید شده یک اختلاف فاز وجود خواهد داشت. محققان با توجه به دامنه و فرکانس کرنش اجباری و تنش تولیدی و همچنین اختلاف فاز این دو، دو نمودار بدست خواهند آورد. این دو نمودار به نمودارهای مدول ذخیره انرژی (G')^۲ و "مدول اتلاف انرژی" (G'')^۳ معروف هستند. دو رفتار شایع در یک جامد ویسکوالاستیک، ذخیره و پس دادن مداوم انرژی توسط خاصیت الاستیسیته و اتلاف انرژی از طریق خاصیت ویسکوزیته آن است. مدول ذخیره انرژی بیانی از توانایی الاستیک جسم در ذخیره انرژی و مدول اتلاف انرژی بیانی از استعداد آن در اتلاف انرژی است. این دو پارامتر از جنس تنش هستند. محققان با رسم این دو نمودار روی همدیگر، بر حسب تغییرات سرعت زاویه نوسان، $\omega(rad/s)$ و با توجه به محل تقاطع این دو

^۱ Rheometry

^۲ Storage modulus

^۳ Loss modulus

نمودار و تحلیل دقیق آنها، در مورد خواص الاستیک و ویسکوز این مواد اظهار نظر می‌کنند. تست رئومترى ذکر شده قابلیت شبیه سازی عددی و اعمال بر روی شبکه‌ی ویسکوالاستیک را دارد. می‌توان با طراحی تست مشابهی قابلیت مدل شبکه جر-فرد-دمپر را در پیش بینی درست رفتار جامد ویسکوالاستیک سنجید. در ابتدای امر نیاز است تا به تبیین دو پارامتر مهم رئومترى G' و G'' پرداخته شود. از مکانیک جامدات و سیالات خواهیم داشت:

$$\tau_S = G\gamma \quad (57-2)$$

$$\tau_F = \eta\dot{\gamma} \quad (58-2)$$

در این معادلات τ_S تنش در جامدات و τ_F تنش در سیالات بوده و G و η به ترتیب مدول الاستیسیته و ویسکوزیته آن می‌باشند و γ کرنش جامد ویسکوالاستیک تحت تنش است. نکته مهم در یک ماده ویسکوالاستیک این است که هر دو خواص الاستیسیته و ویسکوز این مواد، بر G و η اثر گذارند و این گونه نیست که G فقط تحت اثر خواص الاستیک و η تنها تحت اثر خواص ویسکوز باشد. این مطلب به صورت زیر نیز قابل بیان است.

$$G = G' + iG'' \quad (59-2)$$

به طوری که خواص جامدگونه در G' و خواص سیال گونه در G'' پدیدار می‌شوند. اگر مشابه آنچه در مورد یک تست رئومترى واقعی بیان شد، کرنش اجباری اعمالی به مدل شبیه‌سازی شده به صورت زیر باشد:

$$\gamma = \gamma_A e^{i(\omega t - \delta)} \quad (60-2)$$

و در آن γ_A دامنه کرنش نوسانی اعمالی و ω سرعت زاویه‌ای نوسان باشد، آنگاه پاسخ تنش آن نیز به صورت زیر بیان خواهد شد.

$$\tau = \tau_A e^{i\omega t} \quad (61-2)$$

τ_A دامنه تنش تولید شده است و δ اختلاف فاز میان کرنش و پاسخ تنش گرفته شده به رادیان می‌باشد. از (۵۷-۲) و (۵۸-۲) بدست خواهد آمد:

$$G = \frac{\tau_A e^{i\omega t}}{\gamma_A e^{i(\omega t - \delta)}} = \frac{\tau_A}{\gamma_A} e^{i\delta} \quad (62-2)$$

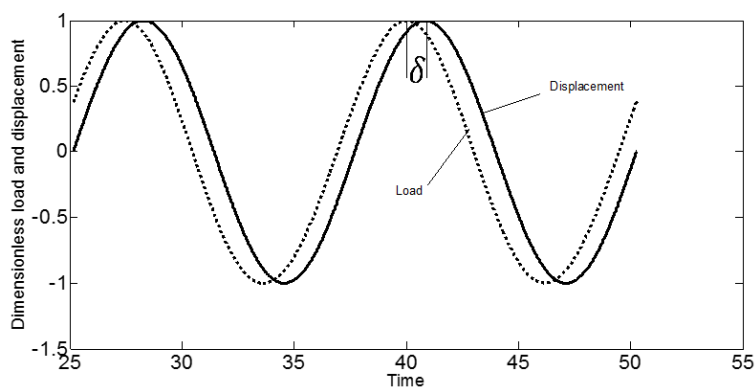
با نوشتن G به صورت دو بخش حقیقی و مجازی، مدول‌های ذخیره و اتلاف انرژی به صورتی که در ادامه بیان می‌شود بدست خواهند آمد:

$$G' = \frac{\tau_A}{\gamma_A} \cos\delta \quad (63-2)$$

$$G'' = \frac{\tau_A}{\gamma_A} \sin\delta$$

در واقع δ کمترین فاصله‌ی میان دو قله از نمودار تنش و کرنش در مقابل زمان، برحسب رادیان است. این مفهوم روی شکل ۲-۱۰ به صورت شماتیک نشان داده شده است. متناسب با کرنش نوسانی، پاسخ تنش نوسانی با همان فرکانس، اما با اختلاف فاز نشان داده شده به صورت زیر در شبکه ایجاد خواهد شد.

$$\tau(t) = \tau_A \sin(\omega t + \delta) \quad (64-2)$$



شکل ۲-۱۰: بیانی از مفهوم اختلاف فاز نمودار تنش و کرنش.

با ضرب کردن دو طرف این معادله در $\sin(\omega t)$ و انتگرال گیری از آن در یک تناوب زمانی به معادله‌ی زیر خواهیم رسید:

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \tau(t) \sin(\omega t) dt = \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \tau_A \sin(\omega t + \delta) \sin(\omega t) dt \quad (۶۵-۲)$$

با حل سمت راست این معادله و تقسیم دو طرف آن به γ_A ، G' بدست خواهد آمد. اگر همین روند با ضرب $\cos(\omega t)$ در دو طرف معادله (۶۴-۲) دنبال شود، به G'' خواهیم رسید.

$$G' = \frac{\pi}{\omega \gamma_0} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \tau(t) \sin(\omega t) dt \quad (۶۶-۲)$$

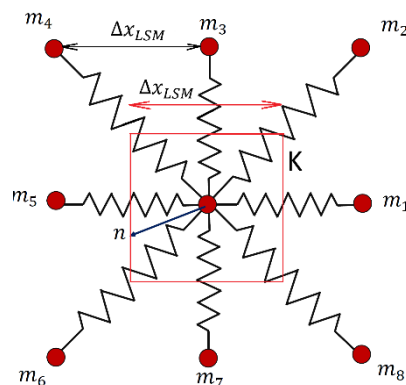
$$G'' = \frac{\pi}{\omega \gamma_0} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \tau(t) \cos(\omega t) dt \quad (۶۷-۲)$$

این مدول در سرعت زاویه‌ای‌های مختلف بدست می‌آید و نمودار تغییرات آن رسم می‌شود. محل تقاطع این دو منحنی و همچنین تعداد نقاط تقاطع آنها در تست رئومتر مورد توجه است. برای اطمینان از این که شبکه ویسکوالاستیک مدل شده واقعا شبیه‌ساز مناسبی برای یک جامد ویسکوالاستیک واقعی و رفتار آن است، باید نمودار مدول ذخیره و اتلاف انرژی آنها تا حد امکان مشابه هم باشد. با تغییر پارامترهای ثابت فنرها و دمپرها می‌توان به این هدف دست یافت.

۲-۳-۳- مدل سازی شبکه الاستیک

با صلب شدن دمپرها سری و ناچیز کردن لزجت دمپرها موازی و در نتیجه تبدیل شبکه ویسکوالاستیک به الاستیک، مدل شبکه فنر تولید می‌شود که تاکنون در موارد زیادی برای شبیه‌سازی اجسام تغییر شکل‌پذیر، پوسته‌ها، بافت‌ها و سلول‌های زیستی که خواص الاستیک دارند به کار رفته است [۸۲] در مبحث مدل سازی جامد الاستیک و تغییر شکل‌های آن، مدل شبکه فنر موفق‌تر از روش المان محدود ظاهر شده است. بعلاوه به خاطر استفاده از ساده‌ترین معادلات حاکم بر دینامیک جرم و

فنر، دشواری‌های محاسباتی کمتری نسبت به دیگر روش‌های عددی این مبحث، دارد. گسسته‌سازی معادلات حاکم نیز به روش تفاضل محدود انجام می‌شود. برای بدست آوردن بهترین پاسخ از روش شبکه فنر، نیاز است تا خواص و عوامل مکانیکی شبکه چون سختی فنرها، جرم‌های متمرکز و اندازه‌ی المان‌ها به درستی طراحی شوند. تمامی روابط گسسته سازی شده برای شبکه ویسکوالاستیک، در شبکه الاستیک فنر نیز برقرار و مورد استفاده است. فقط با این تفاوت که تغییرات ناشی از اضافه شدن دمپرها اعمال می‌شود. با تبدیل شبکه ویسکوالاستیک به الاستیک، انتظار می‌رود که مدول الاستیسیته این شبکه به عنوان یک شبیه‌ساز ماده الاستیک خطی ایزوتروپیک، با مدول الاستیسیته واقعی همخوانی داشته باشد. همچنین بتوان نسبت پوآسون متناسب با آن را نیز از شبکه فنر استخراج نمود. این مسئله نیازمند ایجاد یک ارتباط ریاضی مناسب بین خواص مکانیکی ماده الاستیک خطی با خواص شبکه و المان‌های فنر است. می‌توان اثبات نمود که شبکه فنر می‌تواند این خواص را به نمایش بگذارد [۷۲، ۷۴].



شکل ۱-۲: الگوی ارتباط جرمی مرکز با هشت همسایه آن در یک شبکه‌ی فنر.

در یک شبکه دوبعدی مربعی با الگوی چینش جرم‌ها و المان‌ها مانند آنچه در شکل ۱-۲ نشان داده شده‌است، هر گره جرمی با هشت گره جرمی دیگر در همسایگی است. کل انرژی ذخیره شده در یک شبکه فنر، با مجموع انرژی ذخیره شده در تمام فنرهای این شبکه، برابر است. اگر در این فضای دوبعدی شبکه مساحت فیزیکی که به هر گره جرمی تعلق می‌گیرد برابر مساحتی باشد که توسط مربعی

در شکل ۱۱-۲ حول گره مشخص شده است، می توان گفت انرژی ذخیره شده در شبکه به ازای همین گره تنها شامل انرژی چهار عدد از هشت المان منتهی به آن بوده زیرا هر المان بین دو گره جرمی مشترک است. لذا انرژی ذخیره شده در گره جرمی m برابر است با:

$$U_n = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^4 k(|r_{nm}| - r^{eq})^2 \quad (۶۸-۲)$$

و می دانیم که $r_{nm} = r_n - r_m$ و $r^{eq} = \Delta x_{LSM}$ طول آزاد فنرهای شبکه است. U_n انرژی ذخیره شده در گره m می باشد. اگر مساحتی از شبکه که متعلق به هر گره است برابر با $A = (\Delta x_{LSM})^2$ باشد، در نتیجه انرژی کل شبکه با جمع این انرژی روی تمام گره ها به صورت زیر بیان می شود.

$$\Phi = \frac{1}{NA} \sum_{i=1}^N U_n = \frac{k}{(r^{eq})^2} \sum_{m=1}^4 (|r_{nm}| - r^{eq})^2 \quad (۶۹-۲)$$

که N تعداد کل گره های شبکه است. اگر تغییرات طول المان فنر را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$\frac{|r_{nm}| - r^{eq}}{r^{eq}} = e_{r_{nm}} \cdot \varepsilon \cdot e_{r_{nm}}^T \quad (۷۰-۲)$$

که ε تانسور کرنش کوشی و $e_{r_{nm}}$ بردار یکه بردار r_{nm} می باشد، آنگاه انرژی کل ذخیره شده در شبکه برابر است با:

$$\Phi = \left(\frac{k_f}{2} + \frac{k_s}{2} \right) (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) + k_f \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + k_s (\varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{21}^2) \quad (۷۱-۲)$$

که در آن k_f ثابت فنرهای افقی و عمودی و k_s به ترتیب ثابت فنرهای ضربدری می باشد. ε_{11} ، ε_{12} ، ε_{21} و ε_{22} تانسور کرنش مربوط به تغییرات طول المان منتهی به چهار همسایه جرمی مورد بررسی از کل هشت همسایه است. از مبحث چگالی انرژی الاستیک در قوانین الاستیک ایزوتروپیک پیوسته دوبعدی، انرژی ذخیره شده به صورت زیر بیان شده است.

$$\emptyset = \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})^2 + \mu (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{12}^2 + \varepsilon_{21}^2 + \varepsilon_{22}^2) \quad (۷۲-۲)$$

که λ و μ ثوابت لامه^۱ نام دارند. با مقایسه دو معادله (۷۱-۲) و (۷۲-۲) می توان نتیجه گرفت که $\lambda = k_s$ و $\mu = k_f/2$ در نتیجه $k_s = 2k_f$ است. همچنین در مبحث دوبعدی $E = 4\mu \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu}$ و $\nu = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu}$ که E و ν به ترتیب مدول یانگ^۲ و نسبت پواسون^۳ ماده هستند [۷۲, ۷۴]. با مقادیر بدست آمده برای ثوابت لامه می توان نتیجه گرفت که رابطه بین مدول یانگ جسم الاستیک با ثوابت فنر شبکه، به صورت $k_f = \frac{3E}{8}$ باشد. نسبت پواسون شبکه نیز برابر $\nu = 0.33$ بدست خواهد آمد که منطبق بر واقعیت است. با فرض این که چگالی این جامد الاستیک مدل شده ρ باشد، جرم هر گره جرمی برابر خواهد بود با $M = \rho(\Delta x_{LSM})^2$.

چنانکه ذکر شد معادلات گسسته سازی شده دینامیک حاکم بر جرم های متمرکز شبکه به صورت تفاضل محدود، حل صریح می شود. همواره حل های عددی صریح وابستگی زیادی به گام زمانی حل داشته اند. برای این منظور در روش شبکه فنر، اگر Δt گام زمانی حل باشد، برای حداکثر بزرگی گام زمانی حل، رابطه ی $\Delta t < \Delta x_{LSM}/V_p$ تعریف می شود که در آن $V_p = \sqrt{(\beta + 4G/3)/\rho}$ ، β مدول بالک^۴ و G مدول برشی است و همچنین $\beta = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ و $G = \frac{E}{3(1+\nu)}$ می باشد [۷۲]. البته این مقدار، حداکثر گام زمانی مورد قبول است و متناسب با نیاز، این گام می تواند بسیار کوچکتر نیز انتخاب شود.

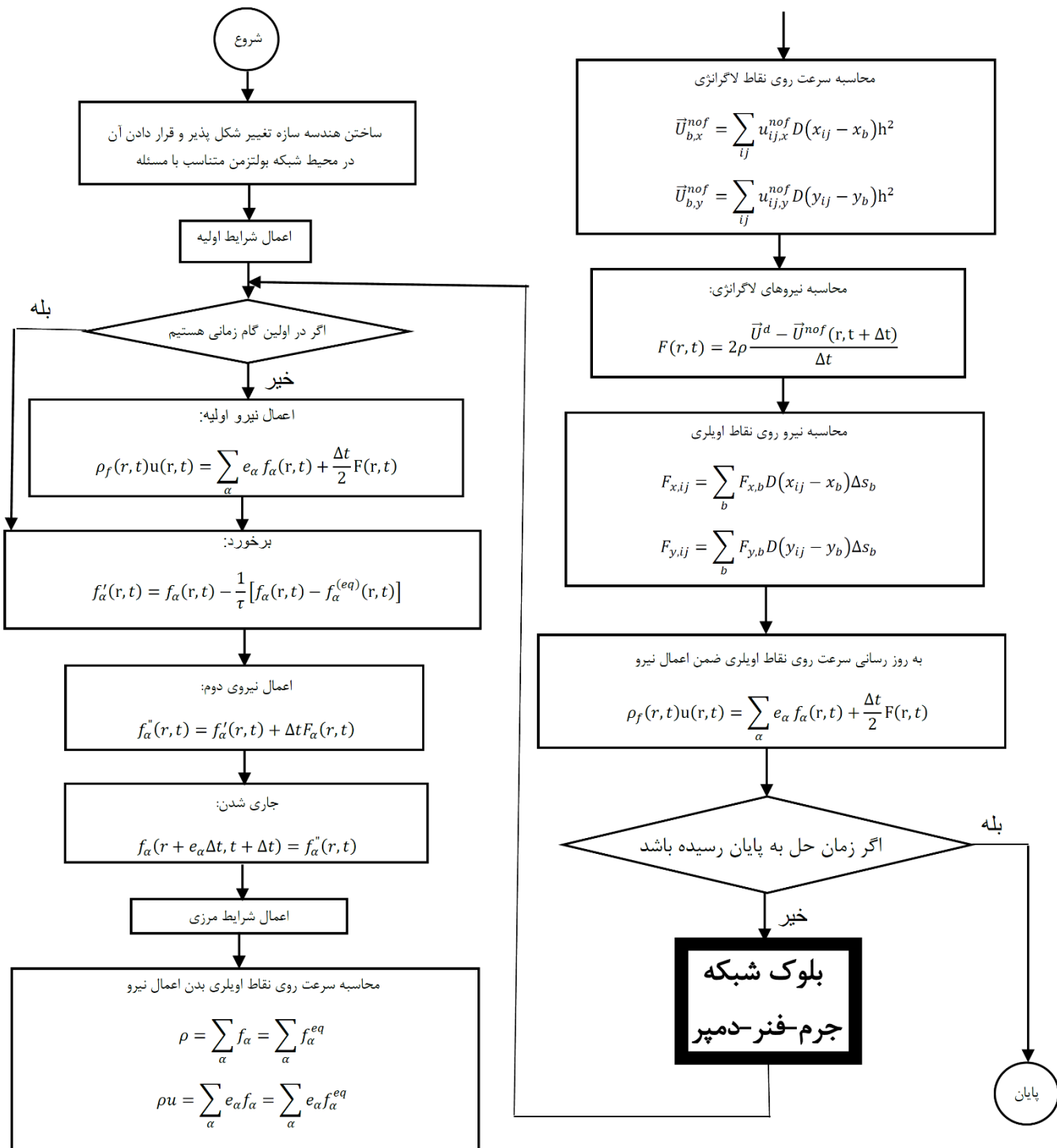
^۱ Lamé

^۲ Young's module

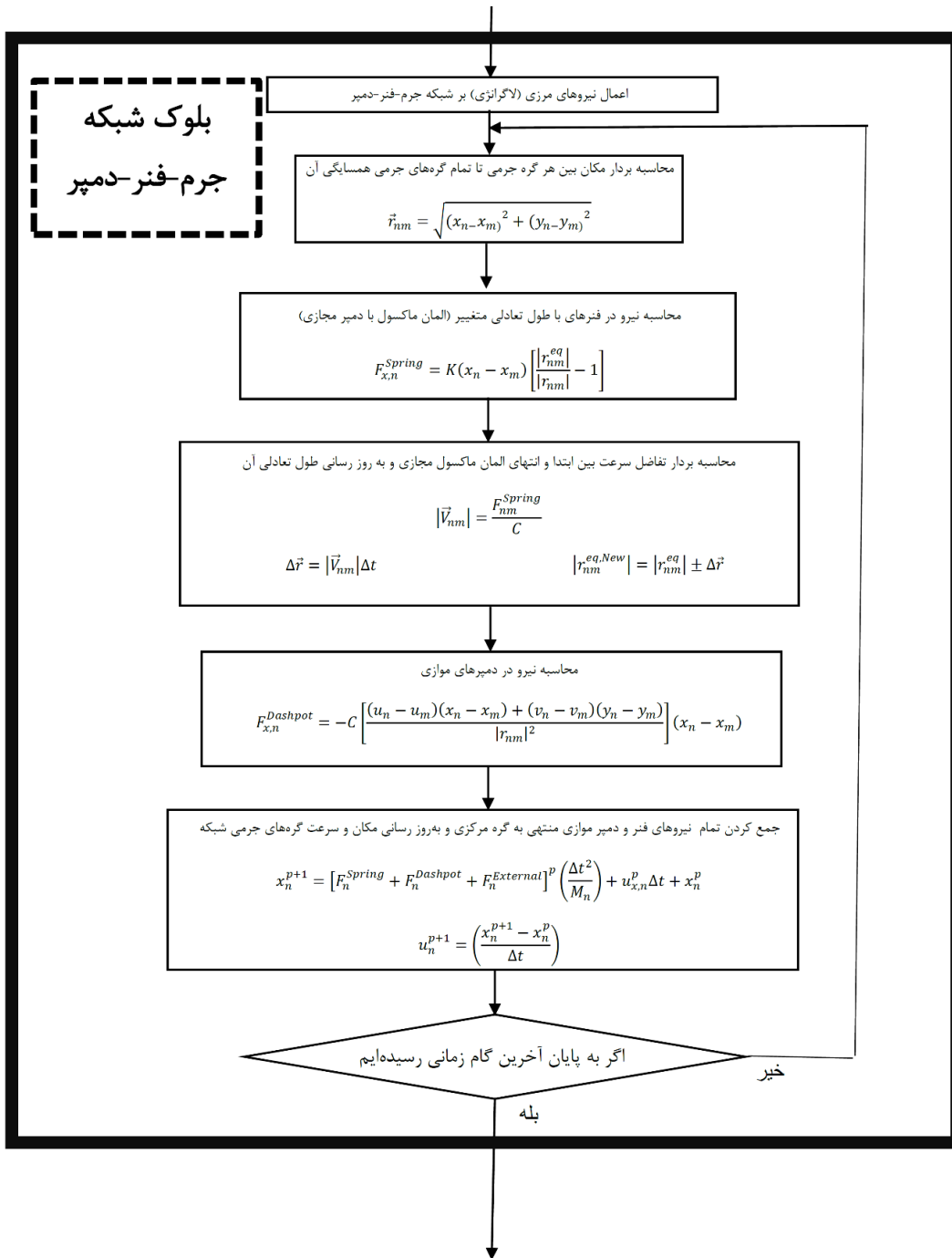
^۳ Poission's ratio

^۴ Bulk

۴-۲- فلوچارت حل مسئله



شکل ۲-۱۲: فلوچارت روش مرز غوطه‌ور در شبکه بولتزن



شکل ۲-۱۳: فلوچارت روش شبکه جرم-فنر-دمپر

فصل سوم:

شبکه جرم-فنر-دمپر

در این فصل شبکه جرم-فتر-دمپر پیشنهادی برای شبیه‌سازی جامد الاستیک و ویسکوالاستیک، مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد و عملکرد آن تحت تست‌های مهم رئومتر سنجیده می‌شود.

۳-۱- شبکه ویسکوالاستیک

جهت مطالعه روی خواص و رفتار یک جامد ویسکوالاستیک، سه تست رئولوژی مهم و اساسی مطرح است. در تست اول که با عنوان تست خزش^۱ معرفی می‌شود، کرنش یک جامد ویسکوالاستیک تحت اعمال یک تنش ثابت مورد بررسی قرار می‌گیرد. تست دوم تحت عنوان تست آسایش^۲ بیان می‌شود که در آن روی متعادل شدن تنش تولیدی در جامد ویسکوالاستیک تحت یک کرنش ثابت مطالعه می‌شود. در تست سوم، که در این پایان‌نامه با نام تست نوسان^۳ شناخته می‌شود نمونه شبکه مورد مطالعه تحت یک تحریک نوسانی مورد تحلیل قرار می‌گیرد. هر سه تست می‌بایست به صورت عددی روی شبکه‌ی جرم-فتر-دمپر پیاده‌سازی شوند تا توانایی این شبکه در شبیه‌سازی رفتار یک جامد ویسکوالاستیک واقعی سنجیده شود.

در این بخش تست خزش، آسایش و نوسان، روی یک شبکه‌ی ویسکوالاستیک ساخته شده از المان‌های کلون خالص (شکل ۲-۴ الف) و المان ترکیبی (شکل ۲-۶) انجام می‌شود و نمودارهای کرنش، آسایش و خواص بیان شده برای یک جامد ویسکوالاستیک از آنها استخراج خواهد شد.

۳-۱-۱- تست خزش

در تست خزش ضمن اعمال یک تنش ثابت به شبکه‌ی جرم-فتر-دمپر، نمودار کرنش آن در مقابل تغییرات زمان رسم خواهد شد. با توجه به ویژگی جامد ویسکوالاستیک در اتلاف انرژی، انتظار می‌رود که ارتعاشات شبکه دمپ شود. اما بسته به این که شبکه‌ی جرم-فتر-دمپر با چه المان‌های

^۱ Creep test

^۲ Relaxation test

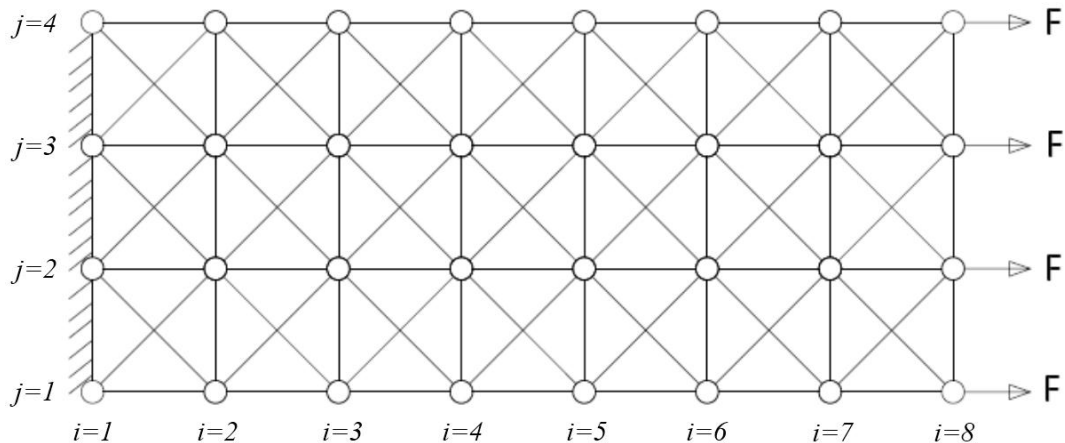
^۳ Oscillation test

ویسکوالاستیکی مدل شده باشد نمودار کرنش متفاوت می‌شود.

در این بخش، تست خزش روی یک شبکه ویسکوالاستیک 20×20 از گره‌های جرمی با المان‌های کلوین و ترکیبی، اعمال می‌شود. ابعاد شبکه به سانتی‌متر و اندازه المان‌های افقی و عمودی یک سانتی‌متر است. طرح کلی یک شبکه ویسکوالاستیک تحت تست خزش در شکل ۱-۳ نمایش داده شده‌است. شبکه در این تست از یک لبه به صورت گیردار بوده و لبه‌ی دیگر آن تحت یک بار گذاری ثابت قرار خواهد گرفت. تحت این بارگذاری، شبکه شروع به کرنش (کشش) می‌کند. نمودار کرنش شبکه ویسکوالاستیک مورد مطالعه و همچنین رفتار آن پس از رهایی از بارگذاری با فرض استفاده از المان کلوین و المان ترکیبی کلوین و ماکسول، در شکل ۲-۳ نشان داده شده‌است. در این تست به دمپر موازی و سختی فنر هر دو المان به ترتیب مقادیر $C_p = 0.3 \text{ N.s/m}$ و $K = 0.025 \text{ N/m}$ نسبت داده می‌شود. همچنین دمپر سری در المان ترکیبی مقداری برابر $C_s = 0.055 \text{ N.s/m}$ و برای المان کلوین صلب خواهد بود. تغییر شکل شبکه همواره به سمتی است که با بارگذاری اعمال شده به تعادل برسد. کرنش کششی در شبکه کلوین تا جایی ادامه خواهد داشت که نیروی تولید شده در فنرهای شبکه، نیروی خارجی اعمالی را خنثی کند و از آن پس دیگر کرنشی نخواهد داشت. شیب نمودار کرنش نیز بر همین اساس پس از رسیدن به حالت بیشینه، صفر شده و از این لحظه به بعد دیگر شبکه کشیده‌تر نمی‌شود. برخلاف آنچه از یک شبکه الاستیک کامل انتظار می‌رود، شبکه ویسکوالاستیک پس از رسیدن به تعادل، در حالت سکون باقی می‌ماند که این ناشی از اتلاف انرژی در دمپرهای موازی است. پس از رهایی شبکه از بارگذاری در زمان t_1 ، مشاهده می‌شود که شبکه دوباره به حالت اولیه خود بازگشته است. در واقع شبکه تمام انرژی ذخیره شده در فنرهای خود را آزاد نموده و این انرژی بار دیگر توسط دمپرها تلف می‌شود و نهایتاً در حالت پایدار و بدون کرنش باقی خواهد ماند.

اما در شبکه‌ی جرم-فنر-دمپر حاوی المان‌های ترکیبی، نیمی از دمپرها با فنرهای شبکه به

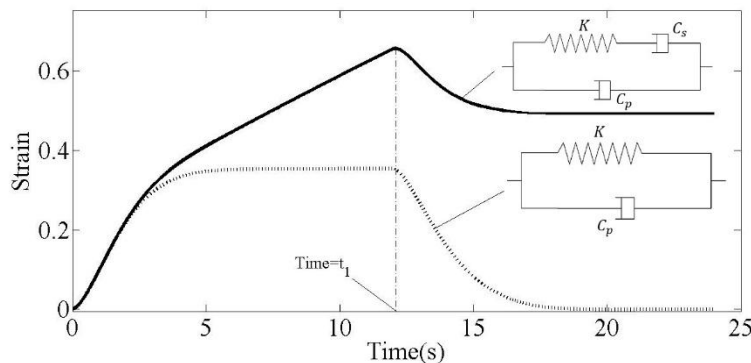
صورت سری چیده شده‌اند و تولید المان ماکسول نموده‌اند. ماهیت المان ماکسول ایجاب می‌کند که شبکه به تعادل نرسد. چراکه در المان ماکسول تا زمانی که نیرو بر آن برقرار است لزوماً تغییر شکل خواهد داشت. نمودار کرنش شبکه ویسکوالاستیک حاوی المان‌های ترکیبی نیز، همین موضوع را بیان می‌کند. تا قبل از رسیدن به



شکل ۱-۳: نمونه‌ای از یک شبکه ویسکوالاستیک تحت تست خزش.

زمان t_1 که شبکه از بارگذاری رها می‌شود، شبکه به کرنش ادامه می‌دهد و بر خلاف شبکه کلوین خالص که نمودار آن نهایتاً به شیب صفر می‌رسد، با یک شیب ثابت به کرنش ادامه می‌دهد. نکته قابل توجه در این نمودار آن است که شیب نمودار به مرور کم می‌شود تا به مقدار ثابتی برسد. نقطه‌ای که از آن به بعد شیب نمودار ثابت است، لحظه‌ای است که فنرهای شبکه به بیشینه کرنش خود رسیده‌اند. پس از این لحظه دیگر تغییر شکلی در آنها ایجاد نخواهد شد و فقط دمپرها به کرنش ادامه می‌دهند. این پدیده در واقع همان مفهوم خزش در جامد ویسکوالاستیک است. دمپرها سری هرچند که عمدتاً مفهوم خزش را در شبکه شبیه‌سازی می‌کنند اما بدون شک در اتلاف انرژی فنرها نیز اثر گذارند. پس از رهایی شبکه از بارگذاری مشاهده می‌شود که به علت کرنش پسماند در شبکه، نمودار کرنش، هیچگاه به سطح اولیه خود باز نخواهد گشت و مقداری تغییر شکل همواره در آن باقی خواهد ماند. فنرهای شبکه به علت ماهیت ذخیره‌ی انرژی در آنها، پس از برداشتن بارگذاری به حالت اولیه

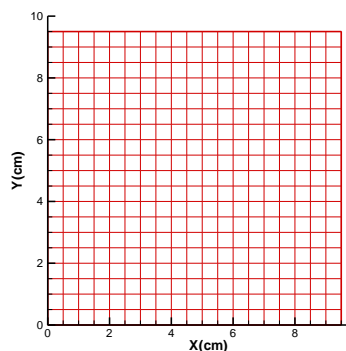
خود باز می‌گردند اما یک دمپر، بدون نیرو و در واقع بدون داشتن اختلاف سرعت بین دو سر آن، هیچ تغییری نمی‌کند. پس از برداشتن نیرو، فقط تا رسیدن فنرها به طول اولیه خود، در دمپره‌های سری نیرو وجود دارد لذا پس از به تعادل رسیدن فنرها قسمتی از کرنش نیز همچنان در شبکه باقی خواهد ماند.



شکل ۳-۲: نمودار کرنش شبکه 20×20 ویسکوالاستیک با دو المان کلوین خالص و المان ترکیبی کلوین و ماکسول و با فرض $C_s = 0.055 \text{ N.s/m}$ ، $C_p = 0.3 \text{ N.s/m}$ و $K = 0.025 \text{ N/m}$ برای شبکه ترکیبی و $C_s = 0.055 \text{ N.s/m}$ و $K = 0.025 \text{ N/m}$ برای شبکه کلوین

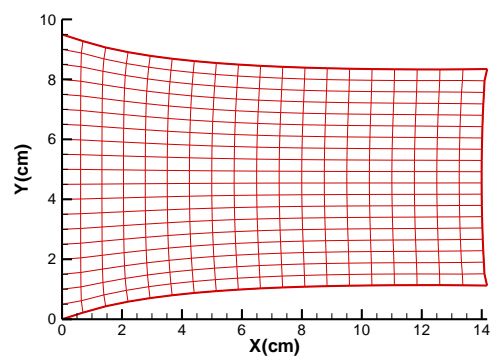
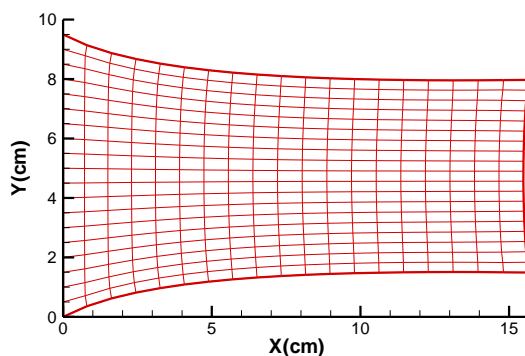
برای مشاهده دقیق‌تر تغییر شکل شبکه‌های ویسکوالاستیک با المان‌های کلوین و ترکیبی، در طی بارگذاری ذکر شده، این تغییرات شکل به صورت شماتیک در شکل ۳-۳ نشان داده شده است. شکل ۳-۳ ردیف الف، شبکه را در وضعیت بدون بارگذاری و شکل ۳-۳ ردیف ب و شکل ۳-۳ ردیف ج، به ترتیب شبکه حاوی المان ترکیبی و شبکه حاوی المان کلوین را در وضعیت کرنش و رهایی از بارگذاری نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود در مقایسه با حالت بدون بارگذاری شکل ۳-۳ ردیف الف، در شبکه ترکیبی پس از رهایی از بارگذاری، کرنش پسماند وجود دارد. اما در شکل ۳-۳ ردیف ج، شبکه کلوین پس از رهایی از بارگذاری به شکل اولیه خود بازگشته است. بعلاوه با مقایسه حالت‌های کرنش یافته در شکل ۳-۳ ردیف ب و ج، مشاهده می‌شود که به علت وجود المان‌های ماکسول در مدل ترکیبی ویسکوالاستیک، این شبکه کرنش بیشتری از خود نشان داده است.

شبكة



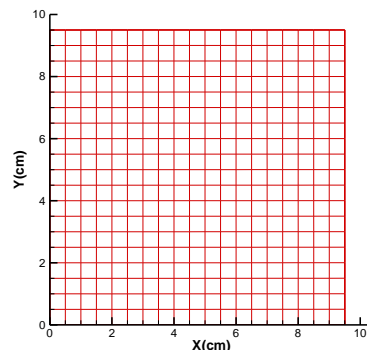
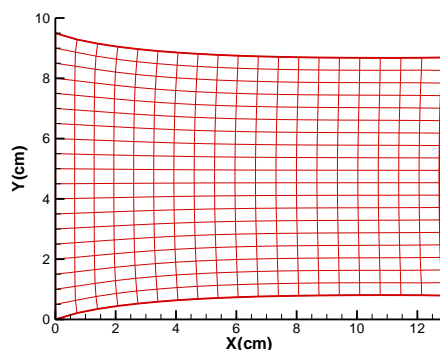
الف

مدل ترکیبی



ب

مدل کلوین خالص



ج

شکل ۳-۳: نمایشی از یک شبکه 20×20 بدون بارگذاری (ردیف الف)، تغییر شکل شبکه با المان‌های ترکیبی (ردیف ب) و المان‌های کلوین (ردیف ج) تحت یک بارگذاری ثابت کششی و با فرض $C_p = C_s = 0.055 \text{ N.s/m}$ و $K = 0.025 \text{ N/m}$ و $C_s = 0.055 \text{ N.s/m}$ و $K = 0.3 \text{ N.s/m}$ برای شبکه کلوین

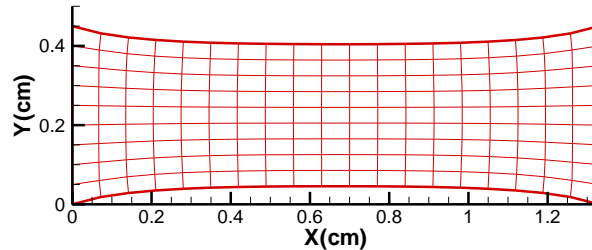
۳-۱-۲- تست آسایش

در تست آسایش از یک شبکه 10×20 استفاده می‌شود با این تفاوت که بجای بارگذاری، لبه‌ی دیگر شبکه در ابتدای حل تحت یک کرنش کششی ناگهانی قرار می‌گیرد و تا پایان تست در همین وضعیت

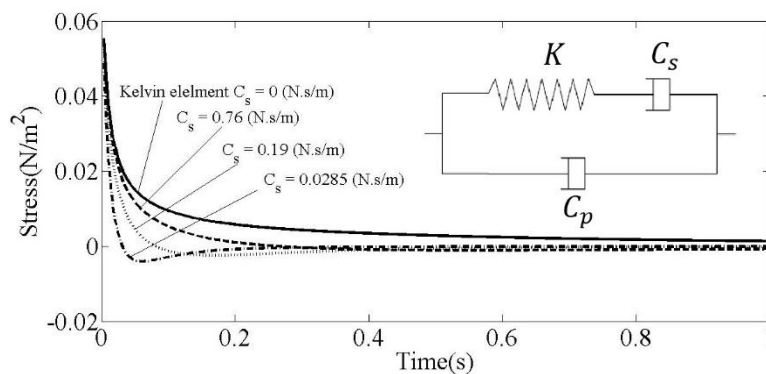
نگه داشته می‌شود. این کرنش اعمال شده عامل تولید تنش در شبکه است و بیشترین تنش در گره‌های جرمی واقع در لبه‌ی اعمال کرنش ایجاد خواهد شد. تست آسایش روی نمودار تنش نرمال^۱ ایجاد شده در این لبه در مقابل زمان، مورد بررسی قرار می‌گیرد. شبکه مورد مطالعه متشکل از المان‌های ویسکوالاستیک ترکیبی شکل ۲-۶ است. نمودارهای تنش برای مقادیر مختلف دمپر موازی در شکل ۳-۵ رسم شده است. در وضعیتی که دمپر سری صلب شود، المان کلوین و در نتیجه شبکه کلوین تولید خواهد شد. با اعمال یک کرنش ناگهانی به یک لبه شبکه، تنشی ناگهانی نیز در لبه شبکه ایجاد خواهد شد که با فرصت دادن به آن، گره‌ها و المان‌ها به مرور به صورتی در شبکه شکل می‌گیرند که کمترین تنش ممکن در شبکه برقرار باشد. باید توجه داشت که دمپرهای موازی همچنان نقش اتلاف انرژی سیستم و از بین بردن ارتعاشات آن را بازی می‌کند لذا پس از اینکه شبکه شکل متعادل خود را یافت، کاملاً به صورت ساکن باقی خواهد ماند، این بدان معناست که دمپرهای شبکه غیر فعال هستند. با مقایسه‌ی نمودار کلوین با سایر نمودارها که همگی مربوط به المان ترکیبی هستند، مشخص می‌شود که در وضعیت آسایش، تنش شبکه صفر می‌شود در حالی که تنش در شبکه‌ی کلوین به صفر نمی‌رسد و مقداری در آن باقی می‌ماند. این بدان خاطر است که شبکه کلوین در متعادل ترین وضعیت نیز مقداری کشیدگی در خود دارد. اما در شبکه‌های با المان ترکیبی، پس از رسیدن به حالت سکون، دمپرهای سری نیز کاملاً بدون نیرو خواهند شد و این محقق نخواهد شد مگر اینکه فنرها در حالت آسایش، کاملاً به طول اولیه خود برگشته باشند که البته مفهوم خزش را می‌توان از همین پدیده نیز استخراج نمود چراکه این خزش است که باعث می‌شود المان ماکسول، همچنان به تغییر شکل ادامه دهد تا زمانی که تنش در شبکه کاملاً به آسایش برسد. در شکل ۳-۴ نمایی از شبکه‌ی ویسکوالاستیک کلوین در وضعیت آسایش (پایدار شدن تنش) نشان داده شده است. همان طور که از فیزیک مسئله انتظار می‌رود، شبکه برای رسیدن به وضعیت پایدار خود، شکل گلوبی را ترجیح می‌دهد. در وضعیت

^۱ Normal stress

آسایش تمام المان‌های مربعی شبکه به صورت مستطیلی کشیده با مساحت و شکل تقریباً یکسان در آمده‌اند.



شکل ۳-۴: نمای شبکه‌ی ویسکوالاستیک کلوین با $K = 0.475 \text{ N/m}$ و $C_s = 3000 \text{ N.s/m}$ و $C_p = 0.38 \text{ N.s/m}$ در تست آسایش.



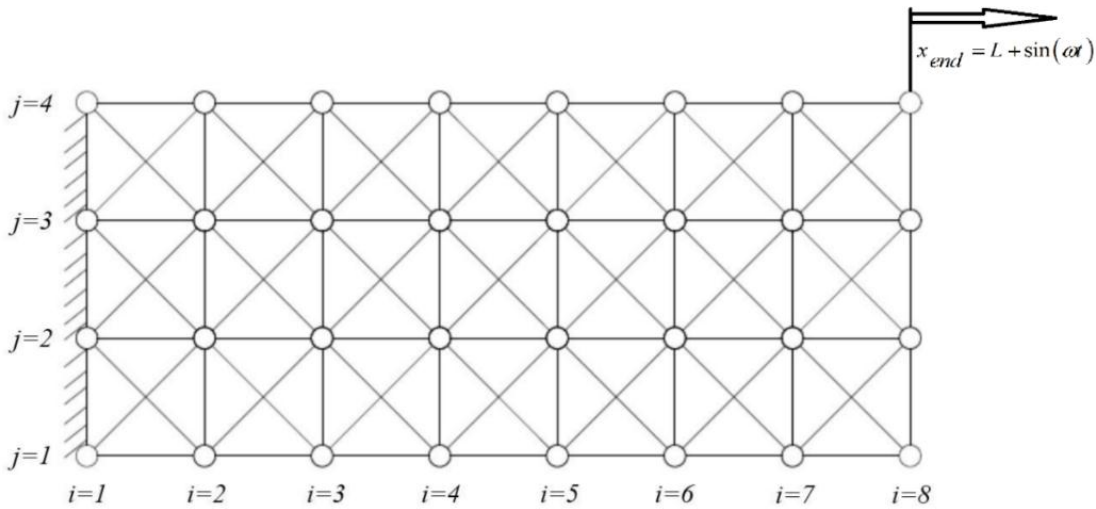
شکل ۳-۵: نمودارهای تغییرات تنش نرمال المان ترکیبی با $K = 0.475 \text{ N/m}$ و $C_p = 3000 \text{ N.s/m}$ و به ازای مقادیر مختلف دمپ‌های سری.

۳-۱-۳- تست نوسان

سومین و مهم‌ترین تست رئومتر، تست نوسان است که جهت بررسی قابلیت شبکه‌ی ویسکوالاستیک در شبیه‌سازی جامد ویسکوالاستیک و به خصوص خواص آن باید بر شبکه‌ی جرم-فنر-دمپر اعمال شود. برای این منظور شبکه‌ی ویسکوالاستیک نشان داده شده در شکل ۳-۶ مورد استفاده قرار می‌گیرد. تست نوسان بدین صورت است که یک لبه آن به صورت گیر دار بوده و لبه آزاد آن، طبق رابطه‌ی (۳-۱) به صورت افقی با فرکانس ω نوسان می‌کند. t زمان، L طول آزاد افقی شبکه و x_{end} مکان افقی لبه آزاد شبکه است.

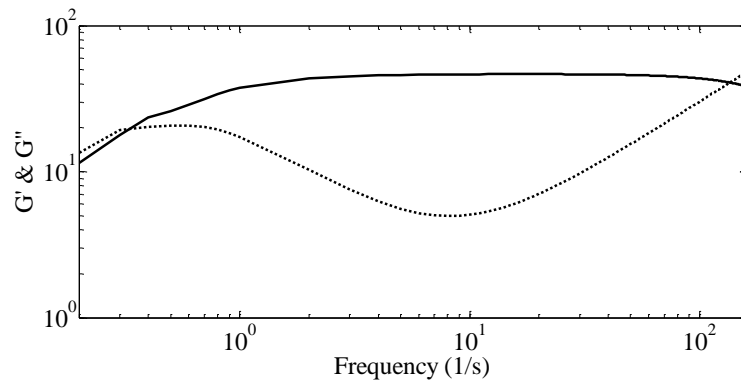
$$x_{end} = L + \sin(\omega t)$$

(۱-۳)



شکل ۳-۶: نمای شبکه ویسکوالاستیک در تست نوسان.

جزئیات تست نوسان در فصل قبل بیان و روابط حاکم بر آن به تفصیل گزارش شد. طبق رابطه‌های (۲-۶۶) و (۲-۶۷) برای محاسبه‌ی مقدار G' و G'' نیاز است تا در یک دوره تناوب از نوسان، تنش محاسبه شود. برای این منظور تنش نرمال تولید شده در لبه تحت کرنش نوسانی شبکه، در بازه‌ی زمانی مورد مطالعه استخراج می‌شود. هدف اصلی در این بخش از راستی‌آزمایی سنجش توانایی شبکه‌ی جرم-فنر-دمپر در پیاده‌سازی خواص یک جامد ویسکوالاستیک واقعی است. همان طور که پیش از این بیان شد، در تست رئومتر نوسان، به دنبال بدست آوردن نمودارهای G' و G'' هستند تا با مطالعه روی این دو نمودار و پیدا کردن محل تقاطع آنها برخی خواص حیاطی یک جامد ویسکوالاستیک را مشخص کنند. شبکه ویسکوالاستیک باید قابلیت تولید نمودارهای G' و G'' را داشته باشد. به عنوان نمونه، در ازای مقادیر $K = 0.025 \text{ (N/m)}$ ، $C_p = 0.000005 \text{ (N.s/m)}$ و $C_s = 0.2 \text{ (N.s/m)}$ متناسب با المان ترکیبی شکل ۲-۶ نمودارهای G' و G'' شبکه استخراج و در بازه‌ی فرکانسی $\omega = (0.3 - 45) \text{ (s}^{-1}\text{)}$ به صورت لگاریتمی در شکل ۳-۷ رسم شده‌است.



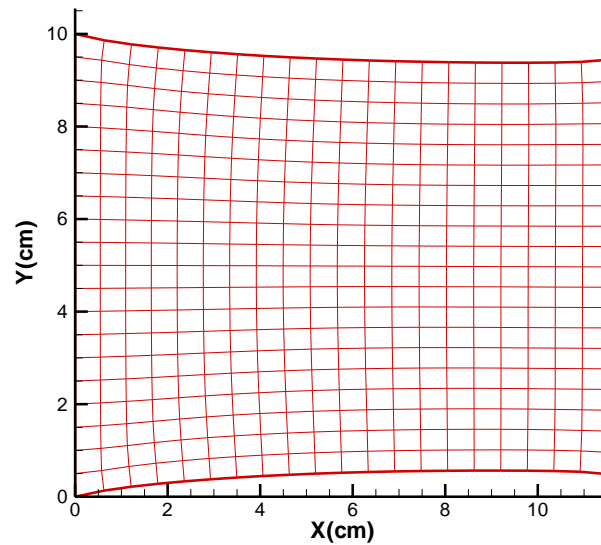
شکل ۳-۷: نمودارهای G' (خط پر) و G'' (نقطه چین) برای نمونه شبکه با $K = 0.150$ (N/m), $C_p = 0.00001$ (N. s/m) و $C_s = 0.75$ (N. s/m).

۳-۲- شبکه الاستیک

در فصل گذشته بیان شد که یکی از ویژگی‌های المان ویسکوالاستیک نشان داده شده در شکل ۲-۶ این است که با صلب نمودن دمپر سری و نسبت دادن مقداری ناچیز به ویسکوزیته دمپر موازی، می‌توان یک المان فنر خالص خطی و در نتیجه شبکه‌ی الاستیک خطی تولید نمود. در این پایان نامه قسمت زیادی از تحقیقات، متمرکز روی سازه‌های تغییر شکل پذیر الاستیک است. لذا نیاز است تا در کنار بررسی عملکرد شبکه ویسکوالاستیک، توانایی این شبکه در شبیه‌سازی رفتار و خواص یک جامد الاستیک نیز مورد بررسی و سنجش قرار گیرد.

همان طور که در بخش معرفی شبکه الاستیک بیان شد، مدل ارائه شده توسط [۷۲, ۷۴] برای نحوه چینش المان‌ها، به گونه‌ای است که می‌تواند بین سختی فنرها و مدول الاستیسیته جسم الاستیک واقعی ارتباط برقرار کرد. در این سبک چینش فنرها نسبت پواسون آن نیز با واقعیت همخوانی خواهد داشت که البته در مکانیک مسائل تقابل سازه-سیال امر مهمی است. برای این منظور، این مسئله در یک شبکه 21×21 از گره‌های جرمی متمرکز و با روش چینش المان‌های نشان داده شده در شکل ۲-۶ بررسی می‌شود. شبکه از لبه سمت چپ ثابت شده و از لبه سمت راست تحت یک تنش کششی ثابت قرار می‌گیرد. با اعمال این شرایط مرزی به یک جسم دوبعدی الاستیک خطی، نسبت پواسون برابر $\nu = 0.66$ بدست خواهد آمد. حال در شبکه الاستیک مدل شده نیز

همین نسبت باید استخراج شود. نسبت پواسون در این تست برابر با میزان گلوئی شدن سازه (تغییر ضخامت سازه عمود بر راستای اعمال تنش) تقسیم بر میزان افزایش طول آن است. در شکل ۸-۳ شبکه ذکر شده، تحت تنش کششی ثابت نشان داده شده است که نسبت پواسون برای آن برابر $\nu = 0.66$ بدست می آید.



شکل ۸-۳: تست کشش روی شبکه 21×21 با سختی فنرهای افقی و عمودی برابر 2.5 KN/m و

5 KN/m برای فنرهای مورب

فصل چهارم:

مسئله تقابل رشته دوبعدی تغییر شکل پذیر با جریان

سیال تراکم ناپذیر

مسئله باله زدن پرچم و یا اجسام با ضخامت نازک الاستیک پدیده‌ای شایع در طبیعت هستند که کاربردهای فراوان آن در زندگی روزمره مشاهده می‌شود. عملکرد باله زدن این اجسام در کاهش آشفتگی جریان مورد توجه است [۸۳, ۸۴]. بویژه هندسه و الگوی حرکت طبیعی و یا اجباری آنها می‌تواند در تحلیل حرکت آبزیان مفید باشد [۸۵] مسئله عمومی و مشترک مورد مطالعه در این زمینه، قرار گرفتن یک جسم نازک تغییر شکل پذیر در یک میدان جریان بی نهایت است که از یک لبه ثابت شده و لبه یا سمت دیگر آن آزادانه در جریان قرار دارد. در ضمن جریان سیال روی جسم، مسائلی چون دینامیک حرکت آن، گردابه و شدینگ ایجاد شده از انتهای پرچم یا جسم نازک، بحث اینرسی سازه، مقاومت خمشی آن و ... مطالعه می‌شود. از جمله مدل‌سازی‌های دو بعدی در این زمینه کار کونل^۱ [۸۶] می‌باشد. از جمله پارامترهای مهم در مسئله‌ی تقابل جسم الاستیک نازک با جریان سیال، مقاومت خمشی آن است که البته در تحقیق حاضر فرض بر کم بودن این مقاومت است. این بدان معناست که پرچم یا ورقه‌ی نازک برای باله زدن آزادی عمل کافی دارد. از این جهت در جریان شبیه به یک پرچم عمل خواهد کرد. جدای از مقاومت خمشی، مدول الاستیسته و چگالی این جسم نیز از دیگر پارامترهای مهم سیستم است چراکه تعیین کننده‌ی خواص آن می‌باشد. قدرت و ویژگی‌های خود جریان (عدد رینولدز) نیز عاملی مهم و اثر گذار در تقابل پرچم با جریان است. پایدوسیس^۲ [۸۷] یکسری از تحقیقات ابتدایی تجربی و تئوری را روی یک سیلندر الاستیک در یک جریان محوری انجام داد. گری^۳ [۸۸] دینامیک باله زدن یک ماهی در جریان را مدل سازی نموده است که به عنوان یک پیش‌بینی از حرکت موجی در بدنه سازه می‌باشد. تریانتافیلو^۴ [۸۹] نیز در کار خود روی جزییات ناپایداری‌های خطی و امواج تولیدی در جسم باله زننده تحقیق کرده است. کوئن^۵

^۱ Connell

^۲ Paidoussis

^۳ Gray

^۴ Triantafyllou

^۵ Coene

[۹۰] کار پایدوسیسی را به سمت عضوهای نازکتر سوق داده است. وجود گردابه و چرخش در جریان و ایجاد شدینگ، حل عددی را دچار یکسری پیچیدگی‌هایی می‌کند [۹۱]. مورتی^۱ [۹۲] به تحلیل تنش ایجاد شده در سازه و بررسی منبع آن پرداخته که روی تنش ایجاد شده در دینامیک سازه متمرکز شده است. این مقالات ذکر نموده اند که این چنین تنش‌هایی باعث کاهش دامنه‌ی باله زدن در رشته می‌شود. زانگ و همکاران به صورت تجربی روی باله زدن یک رشته در جریان سیال تحقیق نموده‌اند. در تحقیق ایشان اثرات طول رشته بر پایداری و عدم پایداری آن با قرار دادن یک رشته در یک فیلم جریان به عنوان شبیه‌ساز جریان دوبعدی، مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج نشان دهنده کاهش پایداری رشته ضمن افزایش طول آن می‌باشد. زو^۲ و پسکین [۲۴] و همچنین فارنل^۳ و همکاران [۹۳] به صورت عددی به شبیه سازی آزمایشات زانگ^۴ [۹۴] و همکاران پرداخته‌اند. فارنل [۹۳] رشته را به صورت یک زنجیره از المان‌هایی که با فنر و دمپر به یکدیگر متصل شده اند مدل نموده است. زو و پسکین [۲۴] نیز با استفاده روش مرز غوطه‌ور، بین دینامیک رشته و معادلات ناویراستوکس جریان ارتباط برقرار نموده است. واتانابه^۵ [۹۵] در یک سری تحقیقات تجربی و کاربردی در زمینه دینامیک رشته، روی اثرات جرم، طول و دیگر خواص فیزیکی رشته و همچنین سرعت جریان بر پایداری و عدم پایداری آن تحقیق نموده است. او در پی پیدا کردن نقاط عطف پایداری تحت اثر خواص رشته است. بر خلاف واتانابه [۹۵] که باله زدن رشته را تحت جریان هوا بررسی نموده است، شلی^۶ و همکاران [۹۶] تحقیقات تجربی مشابهی را در تونل آب انجام داده‌اند. مهم‌ترین هندسه‌ی مورد مطالعه در این پایان‌نامه، هندسه‌ی یک رشته‌ی تغییر شکل پذیر دوبعدی است. در

^۱ Moretti

^۲ Zhu

^۳ Farnell

^۴ Zhang

^۵ Watanabe

^۶ Shelley

واقع این رشته یک ورقه‌ی نازک است که یکی از ابعاد آن در بی‌نهایت می‌باشد. باله زدن رشته‌ی دوبعدی یا پرچم از مسائل مورد توجه محققان، چه در مطالعات تجربی و چه در حل‌های عددی بوده است. تحقیق کونل و همکاران [۹۷] روی یک رشته الاستیک در یک فضای جریان یکنواخت ورودی بی‌نهایت، یکی از کامل‌ترین مطالعات عددی در این زمینه بوده که بسیاری از پارامترهای موثر بر رفتار و دینامیک رشته را مورد بررسی قرار داده است. در کار وی معادله ناویراستوکس برای حل جریان سیال گسسته شده و به روش شبیه‌سازی مستقیم سیال-سازه^۱، با رفتار رشته‌ی الاستیک جفت شده است. قانون هملتون^۲ بر رفتار جنبشی رشته‌ی الاستیک حاکم است که با توجه به کرنش کششی و ضخامت اندک جسم، خطی‌سازی شده است. در پایان‌نامه‌ی حاضر، هندسه‌ای مشابه هندسه‌ی کونل و همکاران [۹۷] بررسی می‌شود با این تفاوت که هدف مدل‌سازی این مسئله به روش مرز غوطه‌ور-شبکه‌ی بولتزمان است. رشته الاستیک دوبعدی بر خلاف کار ایشان و دیگر تحقیقات پیشین، با شبکه‌ی جرم-فنر-دمپر شبیه‌سازی شده که بررسی عملکرد و توانایی آن در مدل‌سازی درست دینامیک رشته، از دیگر اهداف مهم این تحقیق است. تفاوت ویژه‌ی این بخش از پایان‌نامه با تحقیقات دیگر نیز، در ارائه‌ی رشته به صورت یک شبکه‌ی کامل و قانون‌مند از جرم-فنر-دمپر در قالب شکل یک رشته است. برای حل جریان سیال تراکم‌ناپذیر از شبکه‌ی بولتزمان دوبعدی استفاده خواهد شد. عمدتاً در مسئله باله‌زدن رشته الاستیک در تقابل با جریان سیال، مواردی چون دامنه‌ی باله‌زدن انتهای رشته، فرکانس نوسانات، ضرایب برآ و پسا آن، نوسان طولی و ... می‌تواند مورد مطالعه و تحلیل قرار گیرد. کونل و همکاران [۹۷] با توجه به شدت و الگوی باله‌زدن انتهای رشته، سه رژیم نوسان مختلف برای آن تعریف کرده‌اند. که رژیم‌های ثابت پایدار^۳، باله‌زدن محدود و منظم^۴ و نوسان نامنظم^۵

^۱ Fluid-structure direct simulation (FSDS)

^۲ Hamilton's principle

^۳ Fixed point stability

^۴ Limit-cycle flapping

^۵ Chaotic flapping

هستند. آنها عمدتاً از تغییرات جرم رشته، برای تولید این سه رژیم متفاوت استفاده نموده‌اند. در بحث باله زدن رشته، برای مدول الاستیسیته آن، مقدار بزرگی در نظر گرفته می‌شود و برای اینکه رشته آزادانه توانایی باله زدن تحت اثر مومنتوم جریان را داشته باشد، مدول صلبیت خمشی آن اندک خواهد بود. باله زدن رشته در واقع یک تغییر شکل خمشی برای آن به حساب می‌آید، در نتیجه مدول صلبیت خمشی در این مسئله حائز اهمیت است.

۴-۱- رشته الاستیک

در این بخش تقابل یک رشته الاستیک شبیه‌سازی شده با شبکه جرم-فنر-دمپر با خاصیت الاستیک، مورد بررسی قرار خواهد گرفت. سعی بر آن است که عملکرد این شبکه در مدل سازی یک رشته الاستیک، به عنوان یک سازه با ضخامت کم مورد تحلیل قرار گیرد و سپس به تحلیل رفتار و پارامترهای مهم آن پرداخته شود. لذا در ابتدا اعتبار نتایج مدل‌سازی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

در تمامی مسائلی که در این پایان‌نامه به آنها پرداخته می‌شوند، شبکه بولتزنم به عنوان حل‌گر جریان بوده و به همین علت تمامی پارامترهای هندسی، فیزیکی و مختصاتی میدان و کانال جریان در واحد شبکه بولتزنم بیان می‌شوند. همچنین تمامی پارامترهای فیزیکی و هندسی سازه‌های به کار رفته در مسئله نیز برای سهولت و همخوانی هرچه بیشتر با روش شبکه بولتزنم، در واحد شبکه بولتزنم بیان می‌شوند. لذا تا انتهای پایان‌نامه صحبتی از واحدهای پارامترها و خواص جریان و سازه به میان نخواهد آمد.

۴-۱-۱- راستی آزمایی

قبل از ارائه کامل نتایج شبیه‌سازی رشته الاستیک با شبکه‌ی جرم-فنر-دمپر در فضای شبکه بولتزنم جریان سیال و تحلیل آنها، نیاز است تا ابتدا به راستی آزمایی پیاده‌سازی صحیح این روش پردازیم. برای این منظور رشته الاستیک مدل شده در کار کونل^۱ و همکاران [۹۷] مورد توجه است. در کار

^۱ Connell

ایشان سه پارامتر مهم، مربوط به خواص فیزیکی و مکانیکی رشته الاستیک معرفی شده است که چگالی، مدول الاستیسته و مدول صلبیت خمشی هستند. متغیرهای مورد استفاده نیز همگی به صورت بی بعد گزارش شده اند. سه پارامتر مورد استفاده در [۹۷] در تحقیق حاضر نیز استفاده می شود و بی بعد سازی آنها مشابه خواهد بود. بدین ترتیب طول مشخصه مسئله، طول رشته الاستیک L ، خواهد بود. ضخامت رشته با H مشخص می شود و E مدول الاستیسته آن است. مدول صلبیت خمشی رشته به صورت $E_b = EI$ تعریف می شود که البته I ممان اینرسی دوبعدی رشته و ρ_s چگالی آن می باشد. رشته تحت تاثیر یک میدان جریان یکنواخت افقی ورودی V ، قرار می گیرد و چگالی جریان نیز با ρ_f تعریف می شود. رشته الاستیک از یک سر آن در مسیر جریان، گیردار بوده و سر دیگر آن در فضای جریان آزاد است. در کار کونل و همکاران [۹۷]، میدان جریان برای رشته، یک فضای بی نهایت فرض شده است به همین دلیل، در تحقیق حاضر نیز با اعمال شرایط مرزی مناسب روی دیواره های کانال، سعی در شبیه سازی این شرایط خواهیم داشت. پارامترهای بی بعد مسئله به صورت زیر بدست می آیند:

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (۱-۴)$$

$$t^* = \frac{tV}{L} \quad (۲-۴)$$

$$S = \frac{\rho_s H}{\rho_f L}$$

$$E^* = \frac{EH}{\rho_f V^2 L} \quad (۳-۴)$$

$$E_b^* = \frac{E_b}{\rho_f V^2 L^3}$$

در این روابط S جرم واحد طول بی بعد رشته ی الاستیک بوده و E^* و E_b^* به ترتیب مدول

الاستیسیته و مدول صلبیت خمشی بی‌بعد آن ν لزجت سینماتیکی سیال جریان است. ضرایب برآ و پساً رشته نیز به صورت زیر قابل بیان هستند.

$$CD = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho_f V^2 L}$$

(۴-۴)

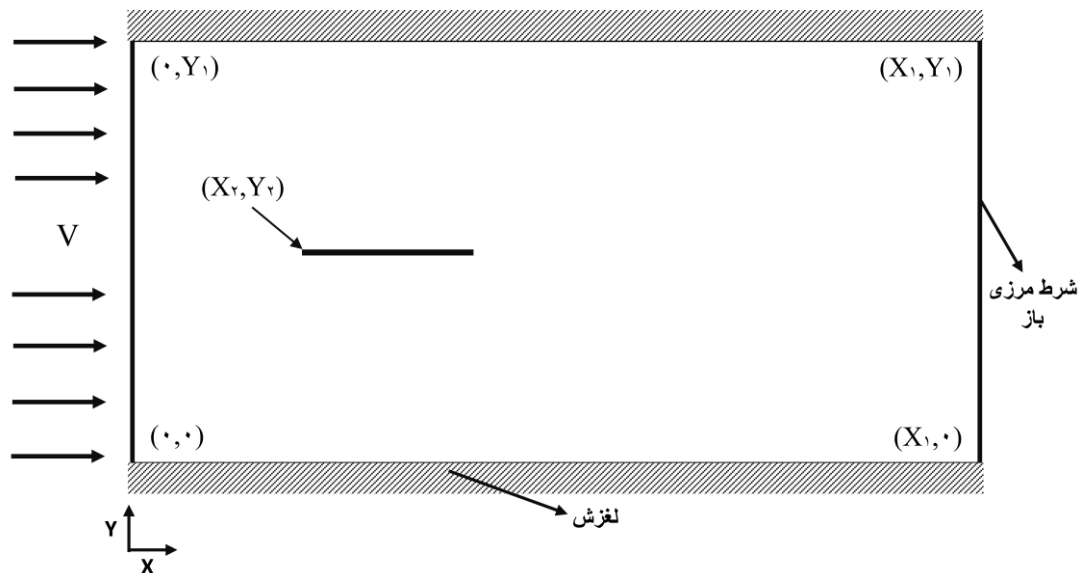
$$CL = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho_f V^2 L}$$

مختصه افقی جریان x و مختصه عمودی آن y است. در معادله (۴-۴) F_x کل نیروی وارده در راستای x و F_y کل نیروی اعمالی در راستای y بر رشته الاستیک و CD ضریب پساً^۱ و CL ضریب برآ^۲ رشته است. کانال جریان سیال و محل قرار گیری رشته الاستیک، در شکل ۴-۱ نشان داده شده است. در ورودی کانال یک سرعت یکنواخت در نظر گرفته می‌شود که عدد رینولدز در اینجا $Re = 1000$ منظور شده است. در روش شبکه‌ی بولتزمن سرعت جریان الزما باید از سرعت صوت در جریان سیال که برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ است، کمتر باشد. در تمامی هندسه‌ها و مسائل حل شده در این پایان‌نامه سرعت‌های شاخص، 0.05 در نظر گرفته می‌شوند. نکته دیگری که در طراحی کانال جریان و شرایط حل باید به آن دقت شود این است که میدان جریان باید به صورت بی‌نهایت مدل گردد. فضای بی‌نهایت بدان معناست که میدان جریان به قدری بزرگ انتخاب شود که اثرات دیواره‌ها بر رفتار رشته‌ی الاستیک به حداقل برسد. البته بزرگ کردن میدان جریان به معنای بزرگ‌تر شدن شبکه‌بندی است و متناسب با آن حجم و زمان محاسبات افزایش خواهد یافت. برای این منظور در کنار بزرگ کردن فضای حل، روی دیواره‌های کانال شرط لغزش سیال برقرار می‌شود. این شرط کمک می‌کند خارج از محدوده‌ی اثر رشته‌ی الاستیک بر جریان سیال، همچنان جریان آزاد با سرعت یکنواخت

^۱ Drag coefficient

^۲ Lift coefficient

ورودی برقرار باشد. در شکل ۱-۴، برای مسئله حاضر $X_1 = 14L$ ، $Y_1 = 6L$ ، $X_2 = 5.6$ و $Y_2 = 3L$ می‌باشد.



شکل ۱-۴: کانال جریان مورد استفاده در بخش ۱-۴-

در خروجی کانال نیز شرط مرزی باز^۱ در نظر گرفته شده است که یک شرط مرزی متداول در روش‌های حل شبکه‌ی بولتزن برای خروج جریان از کانال است. با این توصیف، ابتدا به بیان نحوه‌ی اعمال این شرایط مرزی ذکر شده بر هندسه‌ی کانال در شبکه‌ی بولتزن پرداخته خواهد شد. شرایط مرزی بیان شده در این تست، در تمامی تست‌های بعدی این پایان‌نامه نیز مورد استفاده قرار خواهد گرفت. شرایط مرزی بیان شده در روش شبکه بولتزن، به کمک توابع توزیع ذره بر هندسه مسئله اعمال خواهند شد.

با توجه به طرح توابع توزیع چگالی که در شکل ۱-۲ ارائه شده است شرایط مرز لغزش و عدم لغزش روی دیوارهای کانال به صورتی است که در ادامه بیان خواهد شد. شرط عدم لغزش بر اساس

^۱ Open boundary condition

روش "پرش-عقب" بیان شده است.

شرط مرزی عدم لغزش ($v = 0$ و $u = 0$)

مرز بالا		مرز پایین
$f_2 = f_4$		$f_4 = f_2$
$f_6 = f_8$	(۵-۴)	$f_8 = f_6$
$f_5 = f_7$		$f_7 = f_5$

برای اعمال شرایط مرزی لغزش روی مرز پایین خواهیم داشت:

شرط مرزی لغزش ($v = 0$ و $u \neq 0$)

مرز بالا		مرز پایین
$f_2 = f_4$		$f_4 = f_2$
$f_5 = f_8$	(۷-۴)	$f_8 = f_5$
$f_6 = f_7$		$f_7 = f_6$

در ورودی کانال شرط مرزی سرعت یکنواخت فرض شده که چگالی و توابع توزیع در ورودی

کانال به فرم زیر قابل محاسبه است.

ورودی کانال ($v = 0$ و $u = V$)

$$\rho_f = f_0 + f_2 + f_4 + \frac{2(f_3 + f_6 + f_7)}{1 - V}$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3}\rho_f V^2$$

$$f_5 = f_7 + \frac{1}{6}\rho_f V^2$$

$$f_8 = f_6 + \frac{1}{6}\rho_f V^2$$

^۱ Bounceback

در خروجی کانال نیز "شرط مرزی باز" به صورت زیر برقرار می‌شود.

$$\begin{aligned} f_1(x_{outlet}) &= 2f_1(x_{outlet} - \Delta x_{LBM}) - f_1(x_{outlet} - 2\Delta x_{LBM}) \\ f_5(x_{outlet}) &= 2f_5(x_{outlet} - \Delta x_{LBM}) - f_1(x_{outlet} - 2\Delta x_{LBM}) \\ f_8(x_{outlet}) &= 2f_8(x_{outlet} - \Delta x_{LBM}) - f_1(x_{outlet} - 2\Delta x_{LBM}) \end{aligned} \quad (۱۰-۴)$$

در این شرایط مرزی بیان شده برای مرزهای مسئله، توابع توزیعی که مقادیر آنها بیان نشده‌است، از فرآیند جاری شدن بدست خواهند آمد.

ممان اینرسی دو بعدی رشته‌ی الاستیک مطرح شده به صورت $I = \frac{1}{12} H^3$ قابل بیان است. برای راستی آزمایی با کار کونل و همکاران [۹۷] مدول الاستیسیته و صلبیت خمشی رشته‌ی الاستیک، $E^* = 10$ و $E_b^* = 0.0001$ در نظر گرفته شده است. با توجه به معادله‌ی $E_b = EI$ مدول صلبیت پارامتری وابسته به الاستیسیته و هندسه‌ی جسم است. باید توجه داشت که در تحقیق حاضر به علت جفت شدن روش مرز غوطه‌ور با حل جریان شبکه‌ی بولتزن، تمام واحدهای پارامترهای خاصیت و هندسه‌ی رشته نیز مانند جریان، بر حسب واحدهای شبکه‌ی بولتزن بیان خواهد شد. برای این منظور با استفاده از مقادیر بیان شده برای مدول الاستیسیته و صلبیت خمشی و همچنین معادلات (۳-۴) جرم واحد طول، صلبیت خمشی و مدول الاستیسته در واحد شبکه‌ی بولتزن بدست خواهد آمد. بعلاوه نکته دیگر آن است که از این روش، ابعاد رشته نیز متناسب با مدول الاستیسته و صلبیت خمشی بدست می‌آیند.

برای اعتبار سنجی نتایج در مقایسه با کار [۹۷]، ابتدا رشته‌های الاستیک دوبعدی با $S = 0.1$ و $S = 0.3$ مورد بررسی قرار خواهند گرفت و موارد مقایسه نیز دامنه‌ی باله زدن انتهای رشته، فرکانس نوسانات و ضریب پسا رشته در $E^* = 10$ ، $E_b^* = 0.0001$ و $Re = 1000$ می‌باشد. در مسئله حاضر اندازه المان‌های شبکه فنر برابر اندازه گام مکانی در شبکه بولتزن فرض شده است ($\Delta x_{LSM} = \Delta x_{LBM} = 1$). شبکه فنر مورد استفاده شامل سه ردیف جرم‌های متمرکز چیده شده به

فرم ماتریسی است که در این وضعیت، ضخامت رشته برابر $H = 2$ واحد شبکه‌ی بولتزمن خواهد بود. به این ترتیب با توجه به $E^* = 10$ برای برقراری $E_b^* = 0.0001$ ، نیاز است تا طول رشته برابر $L = 182$ واحد شبکه بولتزمن باشد. در نتیجه مقدار مدول الاستیسیته برابر $E = 3.42$ در واحد شبکه بولتزمن خواهد بود.

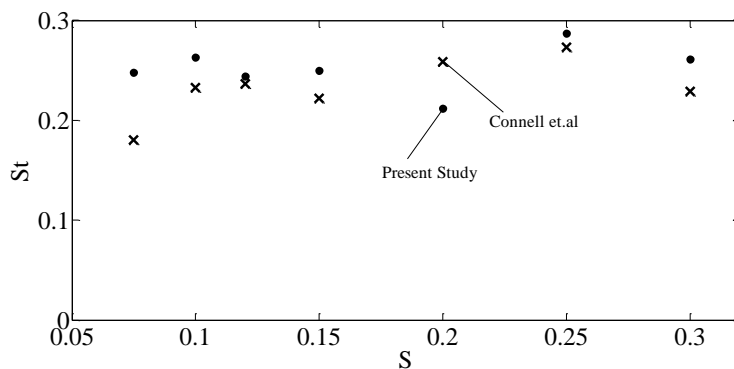
در نمودارهایی که در ادامه بیان خواهند شد پارامتر زمان (t) به صورت $t^* = tV/L$ بی‌بعد شده و مختصات انتهای رشته در راستای y (عمود بر راستای جریان) با Y نشان داده خواهد شد. به این علت که در رژیم نوسان نامنظم رشته‌ها، نمی‌توان یک دامنه و فرکانس نوسان واحدی برای آنها بیان نمود، برای دامنه باله‌زدن انتهای رشته از میانگین بیشینه و کمینه‌های دامنه A_{avg} ، که در ادامه با عنوان دامنه میانگین شناخته خواهد شد و به صورت معادله (۴-۱۱) بدست می‌آید. همچنین برای بیان فرکانس نوسانات رشته نیز از فرکانس غالب آن استفاده می‌شود. در مقاله [۹۷] فرکانس نوسانات با عدد استروهال، که به صورت $St = 2A_{avg}f/V$ تعریف می‌شود گزارش شده که در آن f فرکانس باله‌زدن و V سرعت مشخصه مسئله است.

$$A_{avg} = \frac{(\sum_i \max(Y) + \sum_j \min(Y))}{i + j} \quad (۴-۱۱)$$

دامنه باله‌زدن بی‌بعد انتهای رشته در $S = 0.1$ ، در تحقیق حاضر برابر $Y/L = 0.137$ می‌باشد که نسبت به حالت متناظر آن در [۹۷]، 6.2 درصد خطا نشان می‌دهد. همچنین در $S = 0/3$ مشاهده شد، همانند آنچه در این نسبت جرم در تحقیق مذکور گزارش شده، رشته در یک رژیم نوسان نامنظم نوسان می‌کند به گونه‌ای که نمی‌توان فرکانس و دامنه ثابت و یگانه‌ای را برای باله‌زدن آن بیان نمود. دامنه میانگین بی‌بعد گزارش شده در [۹۷] برابر $Y/L = 0.185$ و در تحقیق حاضر $Y/L = 0.195$ است که تنها 5 درصد خطا دارد.

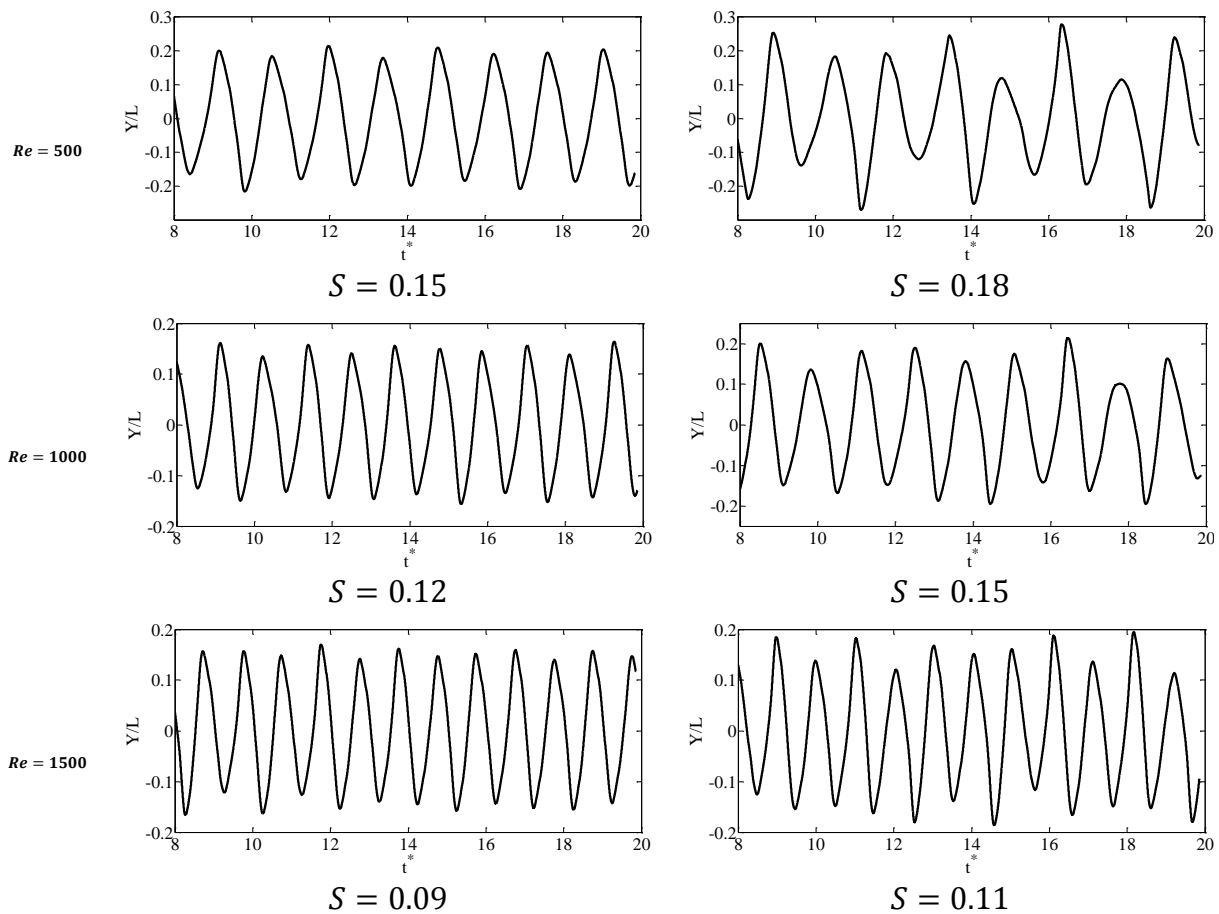
عدد استروهال در بازه‌ای جرمی و متغیر از $S = 0.075$ تا $S = 0.3$ در تحقیق حاضر محاسبه و

در مقایسه با اعداد استروهل متناظر با آنها در کار [۹۷] خطای RMS برابر 0.03 محاسبه شده است. نمودار تغییرات عدد استروهل در تحقیق حاضر و تحقیق کونل و همکاران [۹۷] نسبت به تغییرات جرم، در شکل ۲-۴ نشان داده شده که این اعداد استروهل، با توجه به فرکانس غالب نوسانات رشته در نسبت جرم‌های مختلف بدست آمده است. همچنین میانگین پسا رشته به ازای $S = 0.3$ در کار [۹۷]، 0.156 و در تحقیق حاضر 0.154 بدست آمده است که تنها 1.2 درصد خطا مشاهده می‌شود.



شکل ۲-۴: نمودار تغییرات عدد استروهل در مقابل جرم بی‌بعد در تحقیق حاضر (نقاط دایروی) در مقایسه با کار کونل و همکاران [۹۷] (نقاط ضربدری) و $E^* = 10$ ، $E_b^* = 0.0001$ و $Re = 1000$

عامل اصلی در ایجاد سه رژیم حرکتی مختلف برای رشته در کار کونل و همکاران [۹۷]، جرم آن معرفی شده است. آنها در قالب نموداری سه ناحیه، برای سه رژیم مختلف باله زدن رشته مشخص نمودند و نشان داده‌اند که با افزایش جرم رشته، پس از عبور از یک نقطه عطف جرمی، الگوی نوسان آن نامنظم خواهد شد. در ازای سه عدد رینولدز 500، 1000 و 1500، در تحقیق کونل و همکاران [۹۷]، نقطه عطف جرمی برای گذر از رژیم نوسان منظم به نامنظم، به ترتیب 0.15، 0.125 و 0.1 گزارش شده است. در ادامه نقاط عطف جرمی برای این اعداد رینولدز در تحقیق حاضر بیان، و با اعداد متناظر گزارش شده در [۹۷] مقایسه می‌شود. برای این منظور در شکل ۳-۴ نمودار زمانی نوسان عرضی انتهای رشته الاستیک تحقیق حاضر در نقاط عطف جرمی آنها و به ازای اعداد رینولدز ذکر شده نمایش داده شده است. همچنین در هر مورد نمودار نوسان عرضی به ازای مقداری افزایش جرم رشته نیز آورده شده تا اثر اندکی عبور از این نقطه عطف بر الگوی نوسان مشخص گردد.



شکل ۴-۳: سمت چپ، نمودارهای نوسان عرضی انتهای رشته به ازای نقطه عطف جرم برای ورود به نوسان نامنظم و سمت راست، نمودار نوسان عرضی انتهای رشته به ازای اندکی عبور از نقطه عطف جرمی و ورود به ناحیه نامنظم نوسان رشته

به این ترتیب در ازای سه عدد رینولدز 500، 1000 و 1500، در تحقیق حاضر، نقطه عطف جرمی برای گذر از رژیم نوسان منظم به نامنظم، به ترتیب 0.15، 0.12 و 0.09 و میزان خطای آنها نسبت به مقادیر گزارش شده در کار [۹۷] به ترتیب 0%، 4% و 18% خواهد بود. با دقت به نمودار نوسان عرضی انتهای رشته در هر سه عدد رینولدز و مقایسه نسبت جرم پیشنهادی در این تحقیق و مقادیر گزارش شده در مقاله کونل و همکاران [۹۷]، انطباق خوب این نقاط عطف جرمی در دو تحقیق مشخص می‌شود. در هر عدد رینولدز، با اندکی گذر از نسبت جرم بیان شده، رژیم نوسانات به سمت رژیم نامنظم با دامنه متغییر و فرکانس غیر واحد متمایل می‌شود.

۴-۱-۲- اثرات جرم بر رژیم نوسانات رشته نازک

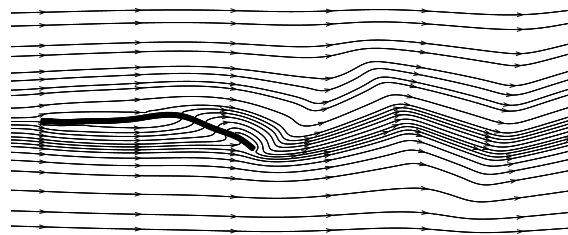
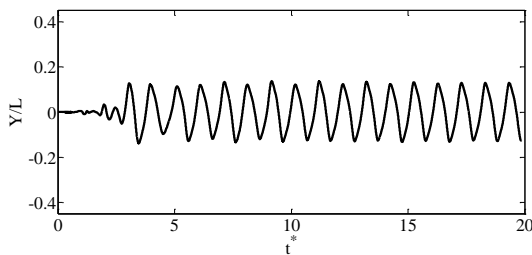
رشته‌ی الاستیک معرفی شده در بخش قبلی، با همان مدول الاستیسیته و همان مدول صلبیت خمشی و هندسه، یکبار دیگر در این بخش مورد استفاده قرار خواهد گرفت و ضمن تغییر جرم آن از $S = 0.075$ تا $S = 0.3$ نمودار دامنه و الگوی جریان آن نمایش داده خواهد شد. در این بخش هدف مشاهده و بررسی اثرات جرم رشته بر الگوی باله‌زدن و دامنه‌ی آن می‌باشد. تست‌ها در $E^* = 0.0001$ و مدول صلبیت خمشی پایین $E_b^* = 10$ انجام شده‌اند که باعث می‌شود مقاومت خمشی رشته بسیار کم باشد و قدرت تنش ویسکوز جریان بر آن غلبه کند. رشته در ابتدا در حالت کاملاً افقی و صاف در جهت جریان تنظیم شده است. از آن جایی که همان هندسه و ویژگی‌های قسمت راستی‌آزمایی اینجا نیز مورد استفاده قرار گرفته است، در بازه‌ی $S = 0.075$ تا $S = 0.3$ ، رشته باید دو حالت الگوی باله‌زدن را از خود به نمایش بگذارد که منطبق بر آنچه کونل و همکاران [۹۷] در کار خود گزارش نموده‌اند است. در بازه‌ی جرمی بیان شده نمودارهای دامنه‌ی بی‌بعد نوسان انتهای رشته، در جهت مختصاتی y و نمای خطوط جریان آن در شکل ۴-۴ نشان داده شده‌اند. تمامی نمودارهای دامنه تا زمان بی‌بعد ۲۰ رسم و الگوی خطوط جریان نیز در انتهای زمان ۲۰ نمایش داده شده است. طبق آنچه در [۹۷] برای مقادیر $0.05 < S < 0.125$ بیان شده است، رشته‌ای با هندسه و خواص معرفی شده، باید در الگوی نوسان منظم، با دامنه‌ی محدود باشد. همچنین در $S > 0.125$ به مرور باید شاهد ورود به الگوی نوسان نامنظم بود.

$S = 0.075$ و $S = 0.1$ در محدوده‌ی نوسان منظم و محدود قرار دارند. با دقت به شکل ۴-۴ الف و ب همان طور که انتظار می‌رود دارای دامنه‌ی نوسان مشخص هستند به صورتی که می‌توان فرکانس نوسانات یگانه‌ای را از روی نمودار آن بدست آورد. اما چنانکه شکل ۴-۴ ث، ج و چ به ترتیب در $S = 0.2$ ، $S = 0.25$ و $S = 0.3$ نشان می‌دهد، هر سه در الگوی نوسان نامنظم هستند و نمی‌توان دامنه و فرکانس نوسان مشخصی برای آن تعیین کرد. تیان و همکاران [۹۸] در تحقیق خود از مجزور مربعات دامنه به صورت معادله (۴-۱۲) استفاده کرده است. مزیت معادله (۴-۱۲) در آن است که نتنها

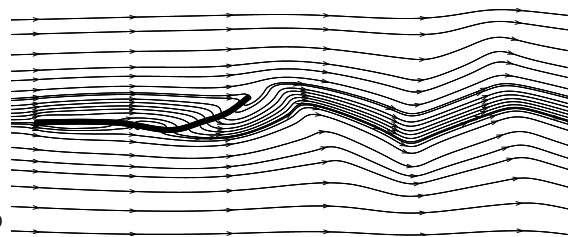
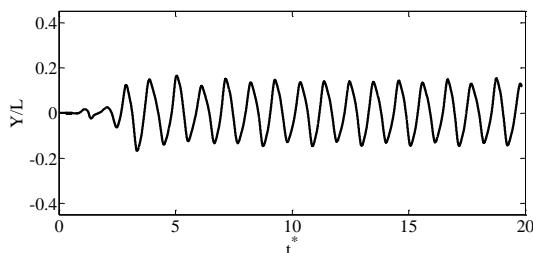
بیشینه دامنه‌ها، بلکه تمام رفتار رشته در طول مدت نوسان بر آن اثر گذار خواهد بود.

$$A_i = \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^T (Y - Y_0)^2 dt} \quad (۱۲-۴)$$

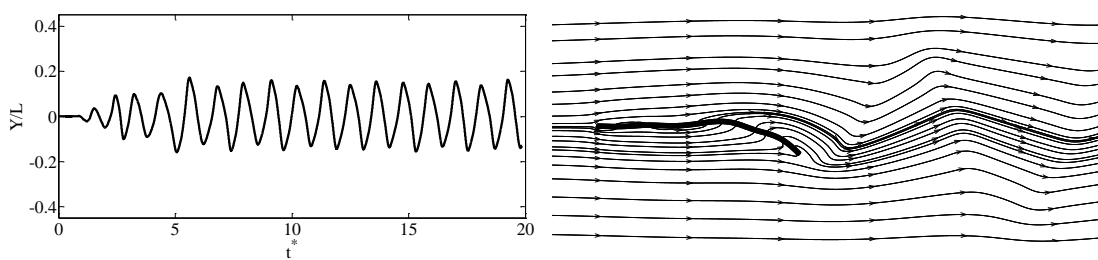
در این معادله A_i مجزور مربعات دامنه نوسان انتهایی رشته، γ مکان در رستای عمود بر جریان آن و Y_0 میانگین Y در بازه‌ی زمانی مورد مطالعه‌ی T می‌باشد. نیازی نیست که این دامنه حتماً از زمان صفر تا T بررسی شود و فقط طول بازه باید به اندازه‌ی T باشد. سعی بر آن است که این دامنه پس از عبور از نوسانات نامنظم اولیه‌ی رشته بدست آید. فرکانس نوسانات در وضعیت منظم، از روی نمودار آن به راحتی قابل بیان است اما در نوسانات نامنظم، باید فرکانس نوسانات غالب سیستم مورد استفاده قرار گیرد. در اینجا عدد استروهل به صورت $St = fL/V$ تعریف می‌شود که L و V به ترتیب طول و سرعت مشخصه‌ی مسئله و f فرکانس غالب سیستم است. الگوی باله‌زدن منظم رشته به حالتی نسبت داده می‌شود که در آن دینامیک باله‌زدن به سمت یک دامنه و فرکانس نوسان واحد همگرا و این دامنه و فرکانس تا پایان، خود به خود تکرار شود.



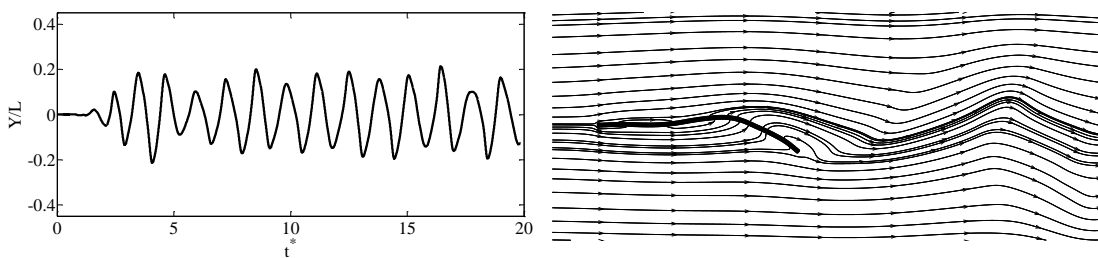
الف



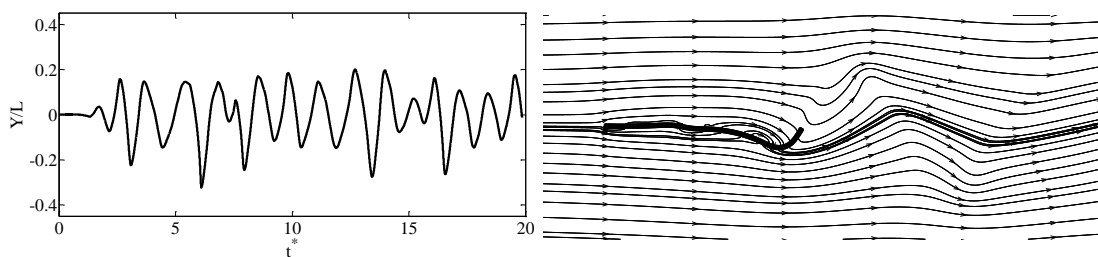
ب



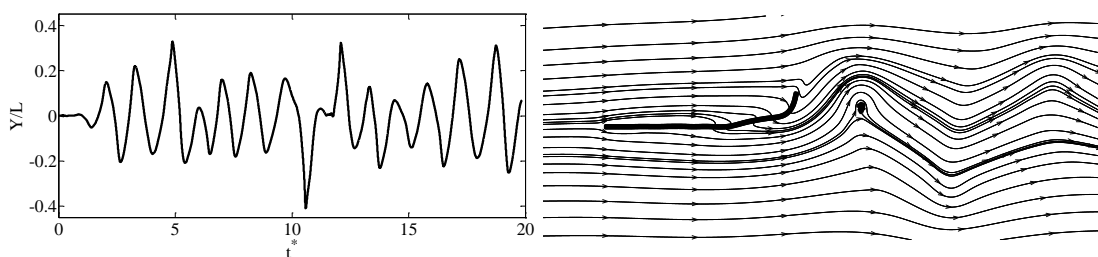
پ



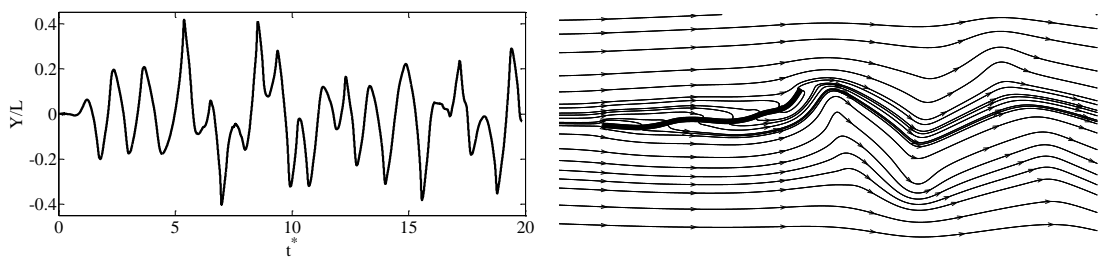
ت



ث



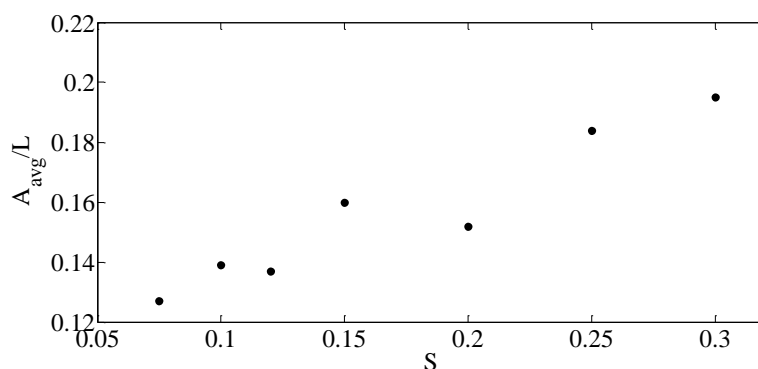
ج



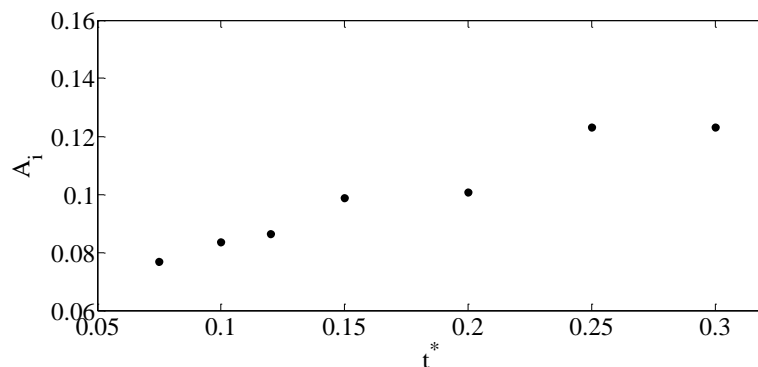
چ

شکل ۴-۴: نمای خطوط جریان (سمت راست) در $t^* = 20$ و نوسانات عمود بر جریان انتهای رشته (سمت چپ)، الف- $S = 0.075$ ، ب- $S = 0.1$ ، پ- $S = 0.12$ ، ت- $S = 0.15$ ، ث- $S = 0.2$ ، ج- $S = 0.25$ ، چ- $S = 0.3$ در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$

موج نوسان حرکتی عمود بر جریان رشته، از لبه‌ی گیردار آن تولید و به مرور با حرکت به سمت لبه‌ی آزاد، رشد می‌کند و بیشترین دامنه‌ی جابجایی عمودی در این قسمت مشاهده می‌شود. مجزور مربعات دامنه نوسانات انتهای رشته و میانگین آن در شکل ۴-۵ و شکل ۴-۶ در مقابل افزایش جرم نمایش داده شده‌است. این نمودار نشان می‌دهد که افزایش جرم به طور کلی باعث افزایش دامنه نوسانات می‌شود که خود حاکی از افزایش فعالیت دینامیکی رشته نیز هست.



شکل ۴-۵: نمودار تغییرات مجزور مربعات دامنه بر حسب افزایش جرم بی‌بعد رشته (s) در ازای افزایش جرم رشته و در $E_b^* = 10$ ، $E^* = 0.0001$ و $Re = 1000$



شکل ۴-۶: نمودار بیشینه دامنه میانگین در ازای افزایش جرم رشته و در $E_b^* = 10$ ، $E^* = 0.0001$ و $Re = 1000$

در پدیده نوسان و باله‌زدن رشته‌ی الاستیک، تبادل انرژی عمده، بین انرژی جنبشی جریان سیال و سازه‌ی الاستیک و انرژی پتانسیل ناشی از فشار در سیال است. البته رشته مورد مطالعه به عنوان یک سازه الاستیک، توانایی ذخیره و پس دادن انرژی را دارا می‌باشد [۹۸]. با توجه به مدول

الاستیسیته بالا و مدول صلبیت خمشی کوچک انتخاب شده، انتظار می‌رود که این انرژی نسبت به دیگر تبدلات انرژی ذکر شده حجم بسیار کمتری داشته باشد، چراکه جریان به راحتی می‌تواند بر مقاومت خمشی رشته غلبه نماید و آن را به نوسان وا دارد. مشخص نمودن نقطه‌ی عطفی برای تبدیل شدن نوسان منظم و محدود رشته به حالت نامنظم امری است که در بسیاری از تحقیقات عددی و تجربی مورد بررسی قرار گرفته است [۹۶]. این مسئله در موارد کاربردی نیز، می‌تواند بسیار مهم باشد چرا که رفتار رشته از یک حالت تعریف شده به حالتی نامنظم تغییر یافته و روی الگوی جریان آن اثر می‌گذارد.

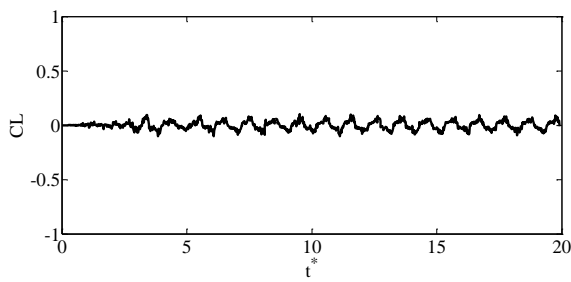
بیان شد که در تحقیق حاضر خروج از حالت باله زدن منظم به حالت نامنظم تقریباً از حدود $S = 0.12$ تا $S = 0.15$ شروع می‌شود. سارپکایا [۹۹] در مطالعه خود به فرکانس طبیعی دینامیک سیال اشاره نموده است که تحت عنوان عدد استروهال جهانی^۱ بیان می‌شود. کونل و همکاران [۹۷] با فرض تعریف عدد استروهال به صورت $St_u = 2Af/V$ بیان نموده اند که این عدد استروهال در حدود 0.2 می‌باشد. به طور کلی تغییر الگوی نوسان یک جسم تغییر شکل‌پذیر از حالت منظم و تعریف شده به حالت نامنظم، وابستگی زیادی به فرکانس طبیعی خود جسم دارد. هرگاه فرکانس تحریک اعمال شده به جسم تغییر شکل‌پذیر، به همسایگی فرکانس طبیعی آن برسد، سیستم دچار تشدید و ناهنجاری در الگوی دینامیکی خود خواهد شد که این موضوع در مسئله تقابل رشته با جریان، به صورت خروج الگوی نوسان آن از حالت منظم با دامنه و فرکانس واحد به وضعیت نامنظم بروز نموده است [۹۷، ۹۹] در این پدیده و پدیده‌های مشابه مثل ارتعاشات غیر خطی یک استوانه تغییر شکل‌پذیر در برابر جریان عبوری از روی آن، زمانی رخ می‌دهد که فرکانس طبیعی سازه با فرکانس طبیعی گردابه (یا عامل محرک سیستم) همخوانی داشته باشد [۱۰۰، ۱۰۱]. افزایش جرم رشته، اثر مستقیم روی اینرسی آن دارد. افزایش اینرسی و تکانه‌ی رشته باعث می‌شود تا در برابر

^۱ Universal Strouhal number

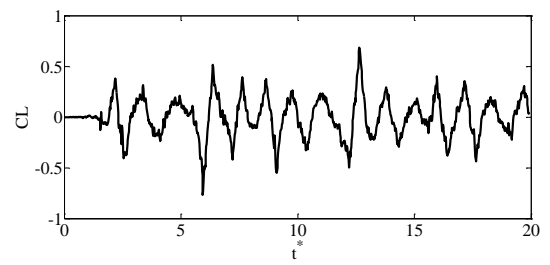
مونتوم جریان مقاومت بیشتر داشته باشد و در جهت عمود بر جریان مسافت بیشتری را تا نقاط سکون بالا و پایین خود طی نماید. بدون شک این تغییر جرم و اینرسی باعث تغییرات محسوس در نیروی بین جریان سیال و رشته می‌شود.

بررسی و تحلیل رژیم نوسانات انتهای رشته، با توجه به نمودارهای پسا و برآ نیز قابل انجام است. در شکل ۴-۷ نمودار زمانی برآ، برای رشته‌های با $S = 0.75$ و $S = 0.3$ نمایش شده‌است. در رژیم نوسان منظم $S = 0.75$ ، تغییرات زمانی برآ نسبت به حالت $S = 0.3$ ، بسیار نرم‌تر بوده و حتی می‌توان فرکانس نوسانات را با توجه به آن بدست آورد. در شکل ۴-۸ به ازای $S = 0.1$ که در رژیم منظم نوسان می‌کند، نمودار تغییرات زمانی برآ و نوسانات عمود بر جریان انتهای رشته در کنار یکدیگر نشان داده شده‌است. این شکل نشان می‌دهد که فرکانس باله‌زدن انتهای رشته با فرکانس تغییرات برآ آن همخوانی دارد. اما در $S = 0.3$ ضمن افزایش شدید دامنه تغییرات برآ، شاهد از بین رفتن نظم نمودار، متناسب با رژیم نامنظم باله‌زدن رشته خواهیم بود.

در شکل ۴-۹ نمودار پسا رشته در $S = 0.3$ نشان داده شده‌است. نوسان رشته در رژیم نامنظم باعث ایجاد تغییرات ناگهانی و شدید در نمودار پسا آن شده‌است و هر چه این تغییرات ناگهانی به تعداد بیشتری رخ دهد، رژیم نوسانات نامنظم‌تر خواهد شد [۹۷]. میانگین پسا رشته چنانکه شکل ۴-۱۰ نشان می‌دهد ضمن افزایش جرم رشته افزایش می‌یابد و از آنجایی که پسا بیانی از نیروی اعمالی از طرف جریان به رشته بوده، افزایش دامنه نوسان را نیز به دنبال داشته است (شکل ۴-۵ و شکل ۴-۶). تمامی مقادیر پسا بیان شده در نمودار شکل ۴-۱۰، از زمان ۲ به بعد محاسبه شده‌اند تا اثرات تقابل اولیه‌ی جریان با رشته لحاظ نگردد.

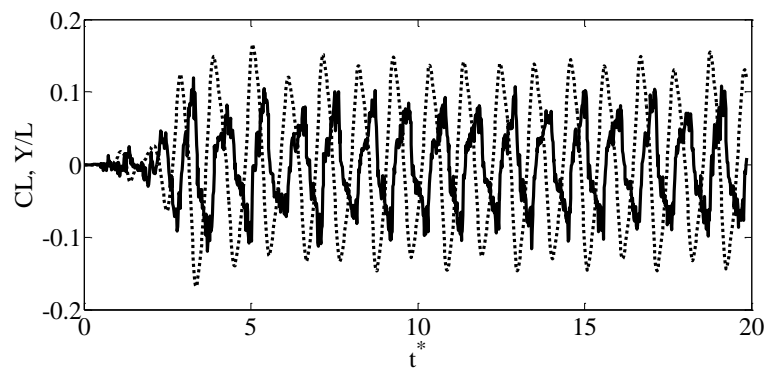


الف

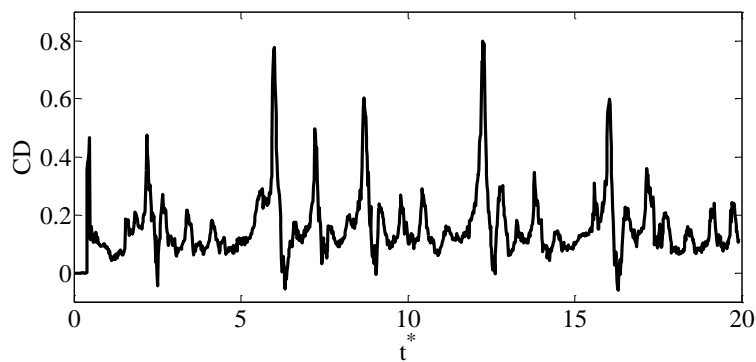


ب

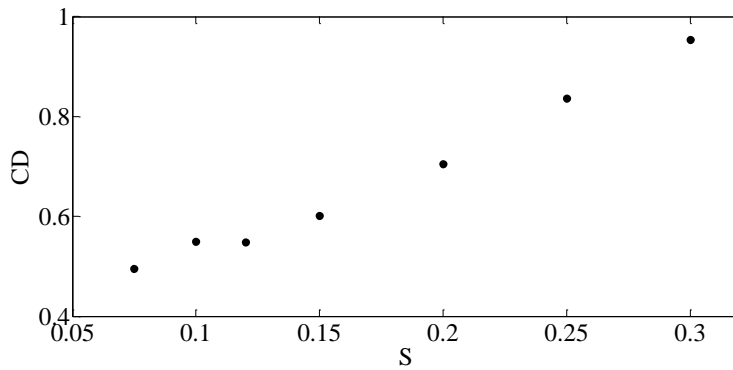
شکل ۴-۷: نمودار برای رشته، الف- $S = 0.075$ ، ب- $S = 0.3$ و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$



شکل ۴-۸: نمودار برای و نوسان انتهای رشته در $S = 0.1$ در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$

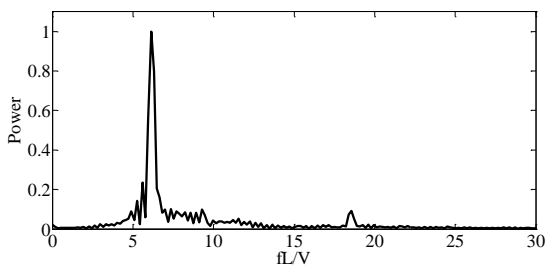


شکل ۴-۹: نمودار پساً رشته در $S = 0.3$ ، $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$

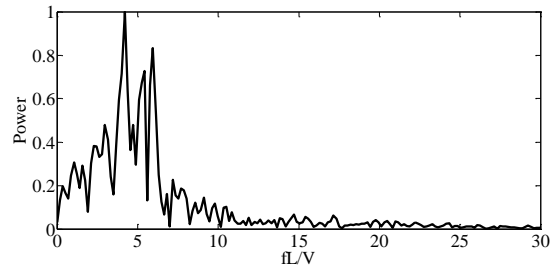


شکل ۴-۱۰: نمودار میانگین پسا روی رشته در ازای افزایش جرم رشته و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$

در شکل ۴-۱۱ نمودار فرکانس بی‌بعد غالب نوسانات رشته در دو نسبت جرم $S = 0.075$ و $S = 0.3$ نمایش داده شده‌است. اگر میزان اثرگذاری یک فرکانس بر نوسانات یک رشته با پارامتر بی‌بعد $Power$ مشخص شود، با دقت به نمودار $S = 0.75$ تنها یک فرکانس بر نوسانات سیستم غالب است که با رژیم منظم حاکم بر باله‌زدن آن تناسب دارد. اما در $S = 0.3$ ، تعداد دیگر از فرکانس‌های اثرگذار در کنار قدرت‌مندترین فرکانس سیستم وجود دارد که باعث ایجاد رژیم نامنظم در نوسانات رشته می‌شود.



$S = 0.075$

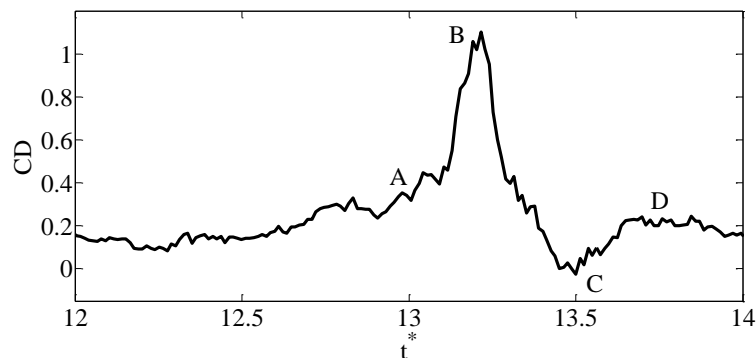


$S = 0.3$

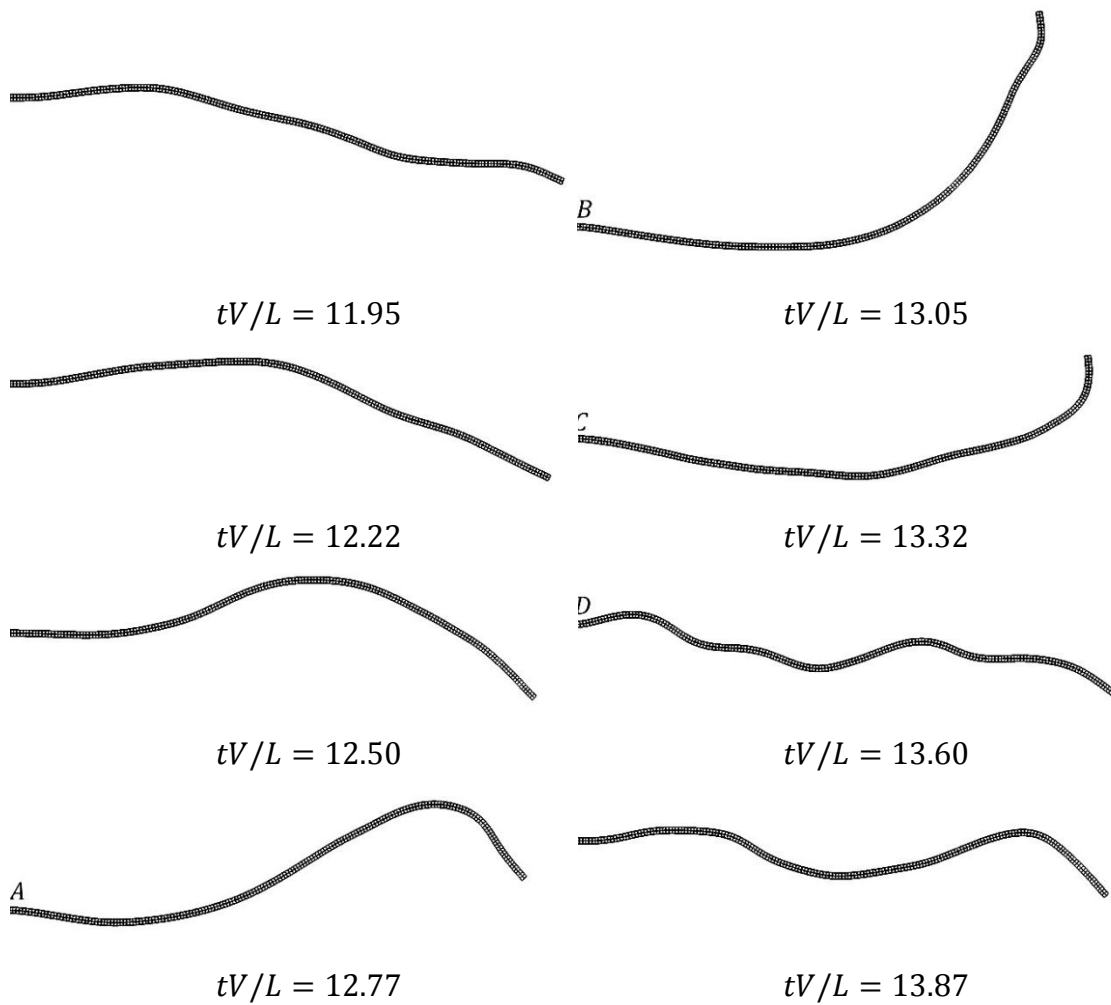
شکل ۴-۱۱: نمودار نوسانات غالب رشته در دو نسبت جرم $S = 0.1$ با رژیم نوسان منظم و $S = 0.3$ با رژیم نوسان نامنظم و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$

برای درک بهتر الگوی باله‌زدن رشته در دو ناحیه‌ی نوسان منظم و نامنظم می‌توان به شکل ۴-۱۳ و شکل ۴-۱۴ مراجعه نمود. شکل ۴-۱۳ به خوبی نشان می‌دهد که رشته در وضعیتی است که

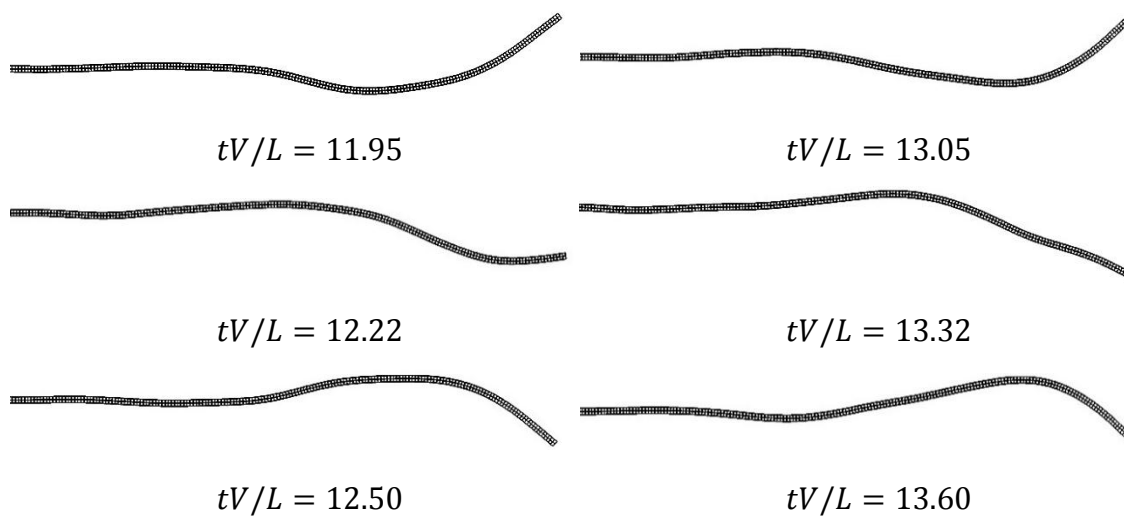
دارای نوسانات نامظم بوده و از روند مشخصی برای تغییرات شکل خود پیروی نمی‌کند حال آنکه در شکل ۴-۱۴، رشته با $S = 0.1$ رفتاری تعریف شده‌ای از خود نشان می‌دهد، به گونه‌ای که بر خلاف حالت $S = 0.3$ ، انتهای رشته تقریباً مسیری عمود بر جریان با دامنه تقریباً ثابت را طی می‌کند و نوسانات در راستای جریان آن کم می‌باشد. در شکل ۴-۱۲ یکی از تغییرات ناگهانی نمودار پسا رشته با $S = 0.3$ نمایش داده شده است. زمان‌های B و C به ترتیب بیشینه و کمینه مقادیر پسا را نشان می‌دهند. با بررسی تغییر شکل‌های متناظر با این دو زمان در شکل ۴-۱۳، مشخص می‌شود که متناسب با اوج گرفتن پسا، شدیدترین تغییر شکل رشته در این بازه نیز ایجاد شده است. اما در وضعیت C ، که البته از کمترین اندازه پسا نیز برخوردار است، رشته به حالت نسبتاً پایداری در آمده است. این تناسب بین تغییر شکل و نوسانات رشته، با پسای آن، به عنوان بیانی از نیروی اعمالی از طرف جریان به رشته مطرح است. تغییر شکل نقطه A نیز، با شیب گرفتن نمودار پسا به سمت نقطه اوج متناسب است. پس از نقطه C ، دوباره تغییرات نمودار پسا آرام می‌گیرد که با پایداری نسبی تغییر شکل رشته در زمان D همخوانی دارد.

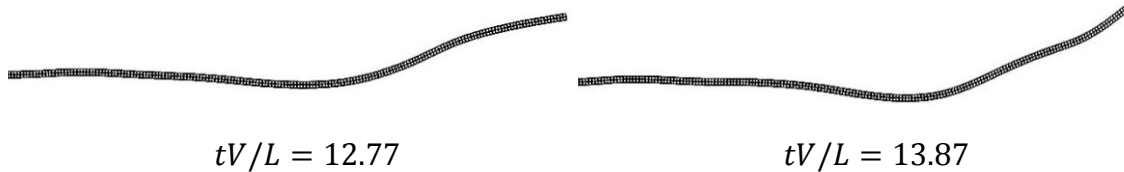


شکل ۴-۱۲: نمای تغییر شکل رشته با $S = 0.3$ در یک محدوده زمانی شامل بزرگترین تغییر ناگهانی نمودار پسا و در $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$



شکل ۴-۱۳: نمای بزرگ‌ترین تغییر ناگهانی در نمودار پسا رشته با جرم $S = 0.3$ و در $E^* = 0.0001$ ،
 $Re = 1000$ و $E_b^* = 10$

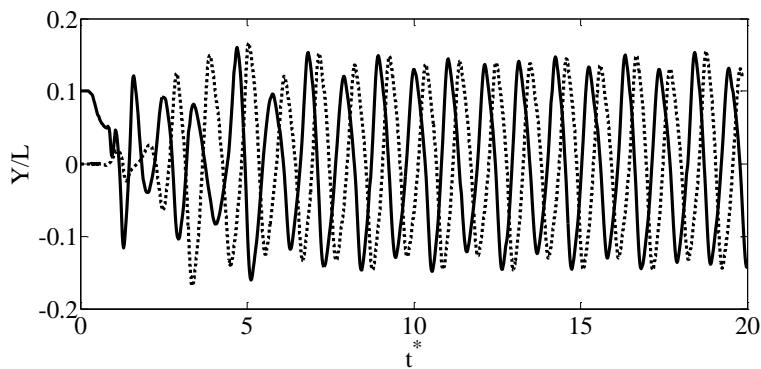




شکل ۴-۱۴: نمای تغییر شکل رشته با $S = 0.1$ در محدوده زمانی مشابه و در $E_b^* = 10$ ، $E^* = 0.0001$ و $Re = 1000$

از آنجایی که فنرهای به کار رفته در سازه خطی هستند بهتر آن است که تغییر شکل‌های مورد بررسی نیز در ناحیه خطی بر سازه اعمال شوند تا پیش‌بینی این فنرها از دینامیک سازه، قابل اطمینان‌تر باشد. بر خلاف ظاهر گزارش شده در نمای باله زدن رشته در شکل ۴-۱۳ فنرهای به کار رفته در این سازه در ناحیه خطی رفتار می‌کنند، نتایج نشان می‌دهند که ضخامت رشته طی نوسان تغییرات بسیار ناچیزی داشته و بیشینه افزایش طول رشته نیز کمتر از ۵ درصد است و از آنجایی که بیشترین نوسان طول در المان‌های افقی (در راستای طول رشته) رخ می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت میانگین افزایش طول المان‌های افقی نیز کمتر از ۵ درصد خواهد بود. لذا تمام المان‌های شبکه با دقت مطلوبی در ناحیه خطی نوسان می‌کنند و استفاده از معادلات گسسته قانون هوک حاکم بر فنرهای خطی، صحیح می‌باشد.

علاوه بر جرم رشته، وضعیت قرار گیری ابتدایی، در الگوی اولیه نوسان آن می‌تواند اثراتی داشته باشد. در شکل ۴-۱۵ ب نمودار نوسان عمودی انتهای رشته با $S = 0.1$ در دو وضعیت قرار گیری رشته در راستای جریان و مورب به صورتی که شیب رشته برابر 0.1 باشد نشان داده شده‌است. هرچند که در ابتدای نوسان، به علت رها شدن رشته از وضعیت مورب، الگویی بهم ریخته دارد به گونه‌ای که مشابه رژیم نوسان نامنظم است، اما پس از گذر از این وضعیت دوباره همان روند باله زدن منظم و محدود را پی می‌گیرد. در وضعیتی که رشته همراستا با جریان تنظیم شده‌است، رشته به آرامی و نظم خاصی از حالت سکون شروع به نوسان می‌کند و فرصت کافی برای نظم بخشیدن به نوسان خود دارد.

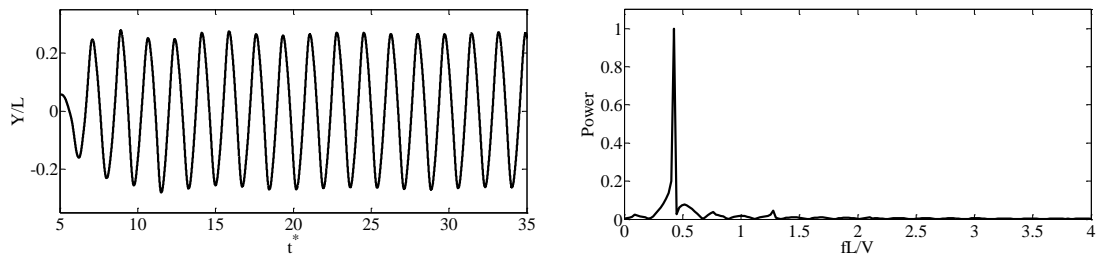


شکل ۴-۱۵: مقایسه نمودار نوسان از وضعیت مورب (نمودار خط پر) و نمودار نوسان از در راستای جریان (نمودار نقطه چین) و در $S = 0.1$ ، $E^* = 0.0001$ ، $E_b^* = 10$ و $Re = 1000$

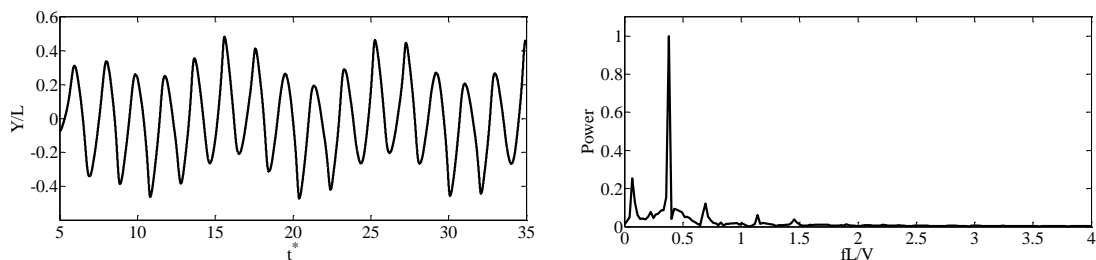
۴-۱-۳- اثرات جرم بر رژیم نوسانات رشته ضخیم

اثرات جرم رشته بر الگوی نوسان آن مورد بررسی قرار گرفت و مشخص شد که افزایش آن می‌تواند رژیم نوسانات رشته الاستیک با ضخامت اندک را از منظم به نامنظم تغییر دهد. در این بخش این موضوع روی یک رشته ضخیم مورد بررسی قرار می‌گیرد. نسب طول به ضخامت رشته ۲۰ در نظر گرفته می‌شود و برای شبیه‌سازی آن از یک شبکه جرم و فنر 6×101 استفاده و مدول الاستیسیته و صلیبیت خمشی بی‌بعد این رشته به ترتیب برابر $E^* = 1.33$ و $E_b^* = 0.00028$ و رینولدز جریان $Re = 500$ در نظر گرفته شده است. در شکل ۴-۱۶ نمودار نوسان عمود بر جریان انتهای رشته و نمودار فرکانس غالب آن در چند نسبت چگالی مختلف نشان داده شده است. نتایج حاکی از آن است که در رشته‌های با ضخیم نیز می‌توان با تغییرات جرم و البته تغییر فرکانس طبیعی رشته، شاهد تغییر الگوی نوسان از منظم به نامنظم بود. طبق شکل ۴-۱۶ الف رشته به ازای $\rho_r = 5$ در رژیم نوسان منظم قرار دارد به گونه ای که نمودار نوسان انتهای رشته از یک دامنه ثابت و فرکانس نوسان یگانه‌ای پیروی می‌کند. نمودار فرکانس بی‌بعد رشته در این چگالی نیز نشان می‌دهد که غیر از فرکانس غالب آن، فرکانس اثر گذار دیگری وجود ندارد. با افزایش چگالی رشته به ازای $\rho_r = 9$ نمودار نوسان انتهای آن از وضعیت منظم با دامنه و فرکانس مشخص خارج شده و در رژیم نامنظم رفتار می‌کند. نمودار فرکانس رشته نیز نشان دهنده وجود دو فرکانس اثر گذار دیگر در کنار فرکانس غالب سیستم و رژیم

نامنظم نوسان رشته در این چگالی است.



الف- $\rho_r = 5$



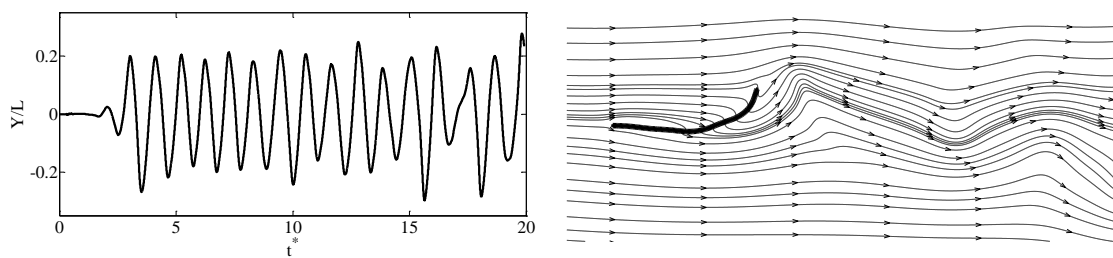
ب- $\rho_r = 9$

شکل ۴-۱۶: نمودار نوسان عمود بر جریان انتهای رشته (سمت چپ) و نمودار فرکانس آن (سمت راست) به ازای مقادیر مختلف چگالی رشته در $E^* = 1.33$ و $E_b^* = 0.00028$ و رینولدز جریان $Re = 500$

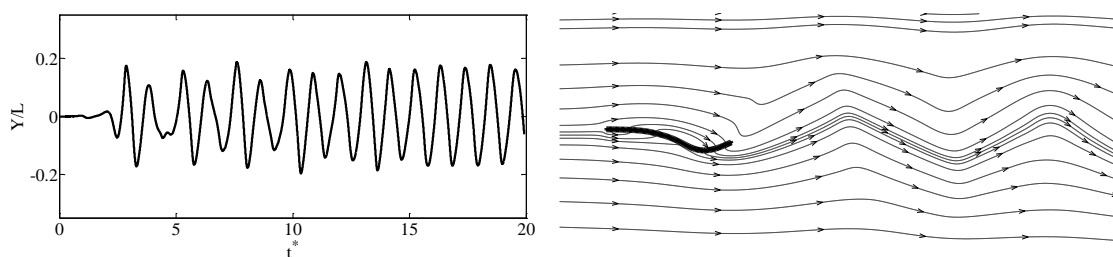
۴-۱-۴- اثرات تغییر طول رشته بر رفتار دینامیکی آن

از دیگر عوامل فیزیکی موثر در رفتار و دینامیک رشته‌ی الاستیک، پارامترهای مهم هندسی رشته همچون، طول و ضخامت آن است. رشته‌ی مورد مطالعه در این تحقیق در واقع یک تیر با ضخامت اندک است به گونه‌ای که مقاومت خمشی آن به خاطر کوچک بود ضخامت، ناچیز بوده و به راحتی قابلیت نوسان و باله زدن دارد. در این بخش چگونگی اثرات طول رشته، ضمن ثابت ماندن ضخامت آن مورد بررسی و تحلیل قرار خواهد گرفت. نکته‌ای که در این میان باید به آن دقت کرد، این است که ضمن تغییر طول باید تمام عوامل دیگر همچون خواص جریان و رشته ثابت بماند لذا عدد رینولدز جریان در تمامی تست‌ها یک مقدار ثابت فرض می‌شود و در این تست طول مشخصه، بلندترین طول مورد مطالعه خواهد بود. باید توجه نمود که تا اینجا خواص رشته الاستیک در قالب پارامترهای بی‌بعد بیان شده اند. منظور از ثابت ماندن خواص رشته، ثابت ماندن خواص بعددار هستند. لذا اثرات طول روی نمونه‌ای از رشته با مدول الاستیسته‌ی $E = 3.42$ و نسبت چگالی $\rho_r = \frac{\rho_S}{\rho_L} = 18.2$ انجام

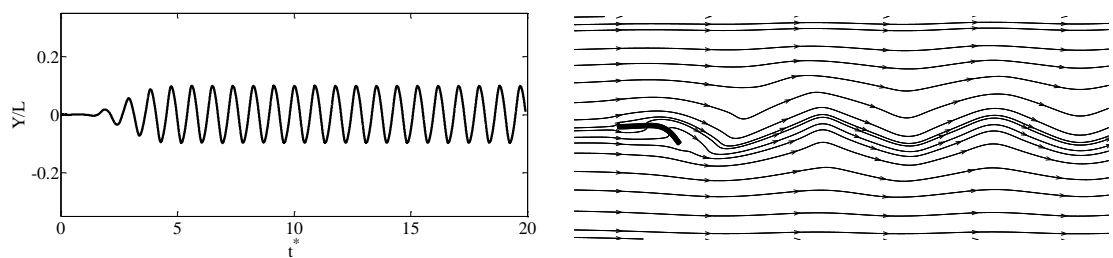
خواهد شد.



الف-طول ۱۴۰



ب-طول ۱۱۰



ج-طول ۶۰

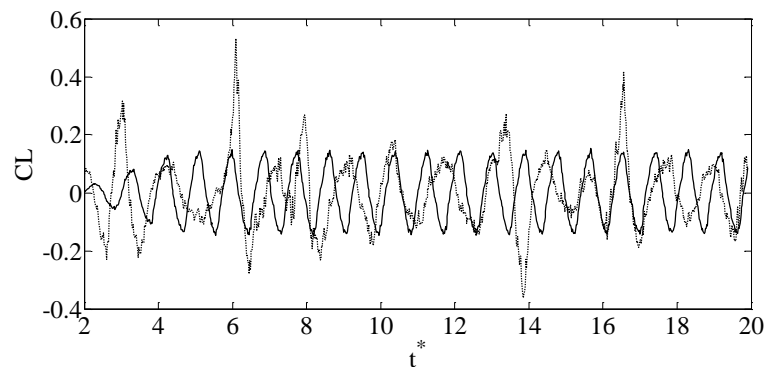
شکل ۴-۱۷: سمت چپ، نمودار نوسان عمود بر جریان رشته و سمت راست نمای خطوط جریان عبوری از روی رشته، $E = 3.42$ و $\rho_r = 18.2$ و $Re = 1000$ رشته،

در شکل ۴-۱۷ نمودار نوسانات انتهای رشته و خطوط جریان حول آن به نمایش در آمده و عدد رینولدز جریان $Re = 1000$ است. چنانکه در شکل ۴-۴-ث نشان داده شده است، در طول رشته‌ی ۱۸۲، رژیم نوسان و باله زدن نامنظم می‌باشد. با توجه به نمودارهای شکل ۴-۱۷، با کاهش این طول به مرور نوسانات منظم‌تر خواهند شد تا نهایتاً در $L = 60$ کاملاً منظم می‌شود. در جدول ۴-۱، مجزور مربعات دامنه، دامنه میانگین و میانگین پسا رشته در ازای افزایش طول نشان داده شده‌است. از این داده‌ها چنین برمی‌آید که کاهش طول رشته مجذور مربعات دامنه را کاهش و پسا آن را افزایش

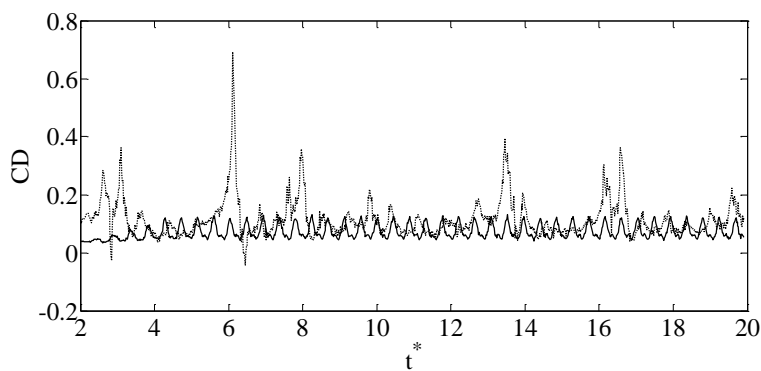
می‌دهد. ضمن ثابت فرض نمودن چگالی رشته، با کوچک شدن طول، جرم آن کاهش خواهد یافت. کوچک شدن جرم رشته، اینرسی و تکانه حرکتی آن را کاهش می‌دهد و مومنتوم جریان در کنترل آن موفق‌تر عمل می‌کند. رشته مورد مطالعه در این پایان‌نامه به عنوان مثالی از یک تیر یک سرگیردار با ضخامت کم مطرح است و تغییر شکل عمده آن، خیز و انحنای رشته عمود بر جریان سیال می‌باشد. خیز در تیرها رابطه نزدیکی با طول تیر و البته در این مسئله با طول رشته دارد. هرچه طول رشته افزایش یابد خیز یا جابجایی عمودی تیر افزایش خواهد یافت. افزایش طول رشته باعث افزایش سطح تماس آن با سیال و در نتیجه افزایش تنش اصطکاکی و پسا ناشی از آن نیز خواهد شد. در شکل ۴-۱۸ نمودار تغییرات پسا و برآ رشته در دو طول ۱۸۲ و ۶۰ در مقابل زمان نشان داده شده است. با کاهش طول، هر دو نمودار پسا و برآ، مانند نمودار نوسانات انتهای آن منظم شده و از فرکانسی مشخص برخوردار است. بعلاوه تغییرات ناگهانی و شدید نمودار پسا رشته با طول ۱۸۲ به خوبی تفاوت رژیم نوسان منظم با نامنظم را نشان می‌دهد.

جدول ۴-۱: جدول مجذور مربعات دامنه (A_i) ، دامنه میانگین (A_{avg}) ، میانگین پسا و عدد استروهل رشته در ازای افزایش طول آن و در $E = 3.42$ و $\rho_r = 18.2$ و $Re = 1000$

طول	A_i	میانگین پسا
60	0.0624	0.0726
110	0.0987	0.1091
140	0.1007	0.1105
182	0.1068	0.1162



الف-نمودار برآ



ب- نمودار پسا

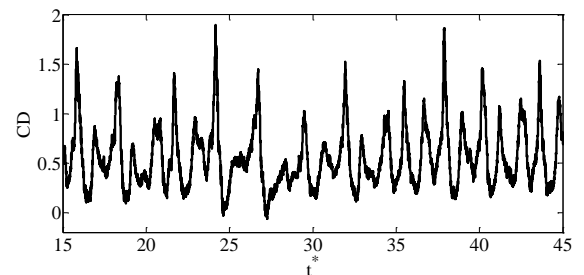
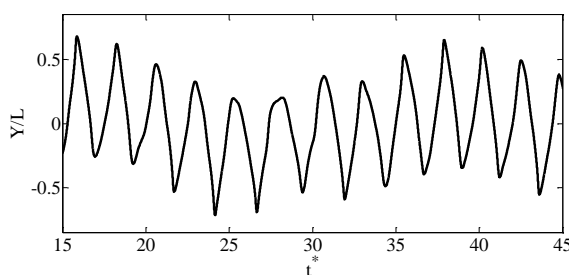
شکل ۴-۱۸: مقایسه نمودارهای برآ و پسا در $S = 0.2$, $E^* = 10$ و $E_b^* = 0.0001$ ، نقطه چین مربوط به طول ۱۸۲ و خط پر مربوط به طول ۶۰

۴-۲- رشته ویسکوالاستیک

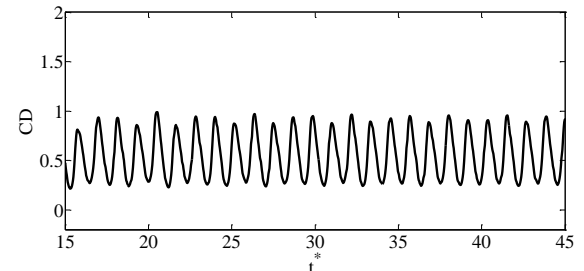
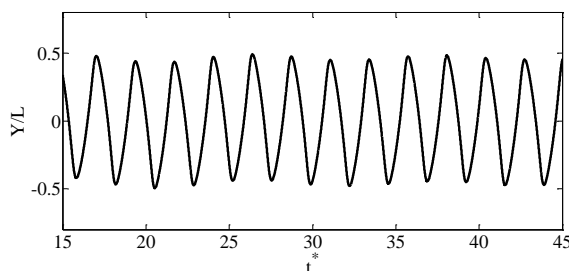
قرار گرفتن المان‌های ویسکوالاستیک در شبکه بجای المان‌های الاستیک می‌تواند الگوی نوسان رشته را تغییر دهد چراکه حضور دمپرهای ویسکوز، باعث اتلاف قسمتی از انرژی جنبشی رشته و حتی تغییر رژیم نوسان آن می‌شود. در این مسئله نیز رشته در مسیر یک فضای شبه بی‌نهایت از جریانی افقی و یکنواخت قرار خواهد گرفت. هندسه کانال مورد استفاده در این بخش، محل و نحوه تنظیم رشته در راستای جریان مطابق شکل ۴-۱، با مقادیر $X_0 = 12L$, $Y_0 = 8L$, $X_1 = 2.4$ و $Y_1 = 4L$ می‌باشد. مشابه قبل لبه حمله رشته گیردار بوده و در وسط عرض کانال همراستا با جهت جریان قرار گرفته است. روی دیواره‌های کانال شرط مرزی لغزش ($u \neq 0$ و $v = 0$)، در ورودی کانال ($u = V$ و $v = 0$) و در خروجی شرط مرزی باز فرض شده است. رشته‌ی ویسکوالاستیک مورد استفاده در این بخش از تحقیق، رشته‌ی ویسکوالاستیک کلومین است. بدان معنا که بجای المان‌های فنر خطی از المان‌های کلومین در شبکه‌بندی رشته استفاده می‌شود. یکی از اهداف اصلی در این بحث پاسخ به این سوال است که، استفاده از المان‌های ویسکوالاستیک، تا چه حد می‌تواند رژیم جریان نامنظم را کنترل و یا آن را منظم نماید. نسبت طول رشته به ضخامت آن ۲۰ در نظر گرفته می‌شود لذا با فرض اینکه اندازه ضخامت رشته ۵ واحد لتیس بولتزمن باشد، طول آن برابر ۱۰۰ خواهد بود. شبکه‌ی جرمی مورد استفاده نیز، 6×101 در نظر گرفته می‌شود.

۴-۲-۱- اثر ویسکوزیته دمپر موازی بر رژیم نوسان رشته

ضمن ثابت نگه داشتن مدول الاستیسیته، نسبت چگالی سازه به چگالی سیال، هندسه رشته و شبکه آن، اثرات دمپر در المان‌های کلوین بررسی خواهد شد. مدول الاستیسیته تقریباً $E = 0.1$ ، نسبت چگالی $\rho_r = 15$ و $Re = 900$ در نظر گرفته شده است. اگر C مولفه دمپر موازی در المان کلوین باشد، در شکل ۴-۱۹ نمودار نوسانات عمودی انتهای رشته به ازای $C = 0$ به عنوان رشته کاملاً الاستیک و $C = 13$ به عنوان یک رشته ویسکوالاستیک نمایش داده شده است.



الف- $C = 0$



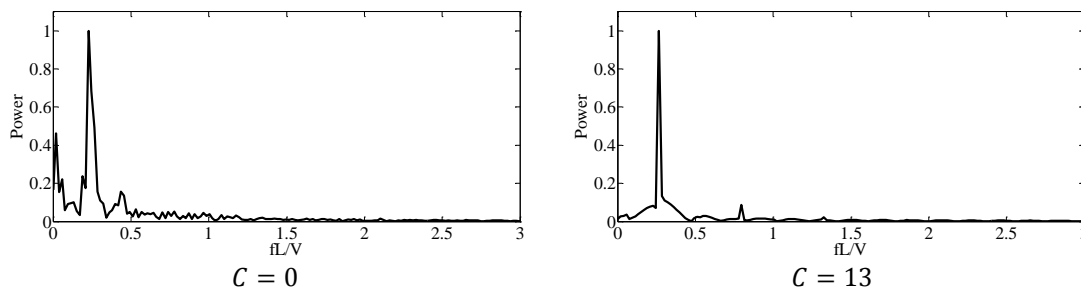
ب- $C = 13$

شکل ۴-۱۹: نمودار نوسان عمود بر جریان انتهای رشته (سمت چپ) و نمودار پس‌آی رشته در مقابل زمان (سمت راست)

شکل ۴-۱۹-الف نشان می‌دهد که این رشته در حالت کاملاً الاستیک، در رژیم نامنظم می‌باشد. با افزایش ویسکوزیته دمپر و تبدیل رشته به جامد ویسکوالاستیک مطابق شکل ۴-۱۹-ب، نوسانات حرکت انتهای رشته منظم خواهد شد. نیروی دمپرها وابسته به حرکت جنبشی سازه است که با افزایش ویسکوزیته دمپر و البته افزایش قدرت آن برای استهلاک، انرژی جنبشی بیشتری نیز تلف خواهد شد. در واقع دمپرها کمک می‌کنند تا قدرت رشته برای مقابله با مومنتوم جریان افزایش یابد.

همین عامل در کاهش دامنه‌ی نوسانات رشته و ایجاد نظم در آن اثر گذار است. از نمودارهای پسا نشان داده شده در شکل ۴-۱۹، اثر دمپرها بر نرم‌تر و منظم‌تر شدن تبادل نیرو بین سیال و رشته نمایان می‌شود. منظم شدن نمودار نوسانات انتهای رشته، با ملایم‌تر و منظم‌تر شدن تغییرات نیروی پسا وارده بر رشته متناسب است. همچنین دامنه‌ی میانگین نوسانات عمودی انتهای رشته از $C = 0$ تا $C = 13$ تنها ۷ درصد تغییر داشته است و نقش اصلی دمپرها در شبکه منظم کردن الگوی نوسان و ملایم‌تر نمودن تبادل نیرو بوده است.

در شکل ۴-۲۰ نمودار فرکانس رشته در دو وضعیت کاملاً الاستیک $C = 0$ و ویسکوالاستیک $C = 13$ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود در وضعیت کاملاً الاستیک، غیر از فرکانس غالب، دو فرکانس دیگر نیز بر نوسانات آن اثر گذار بوده که نتیجه آن نامنظم شدن رژیم باله زدن رشته است. این در حالی است که در وضعیت $C = 13$ ، رشته با یک فرکانس یگانه نوسان می‌کند.

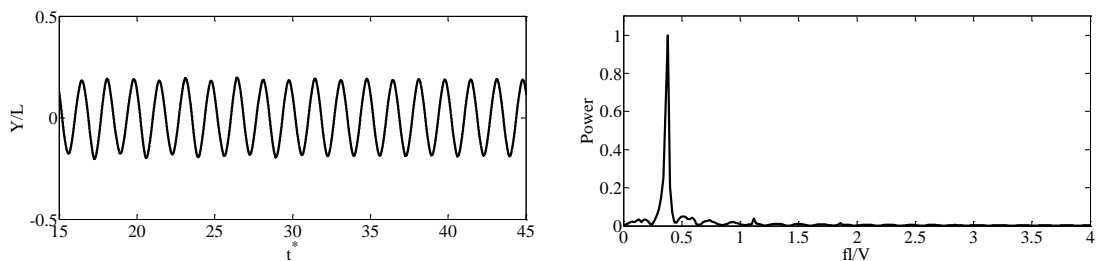


شکل ۴-۲۰: نمودار فرکانس رشته در $E = 0.1$ ، $\rho_r = 15$ و $Re = 900$

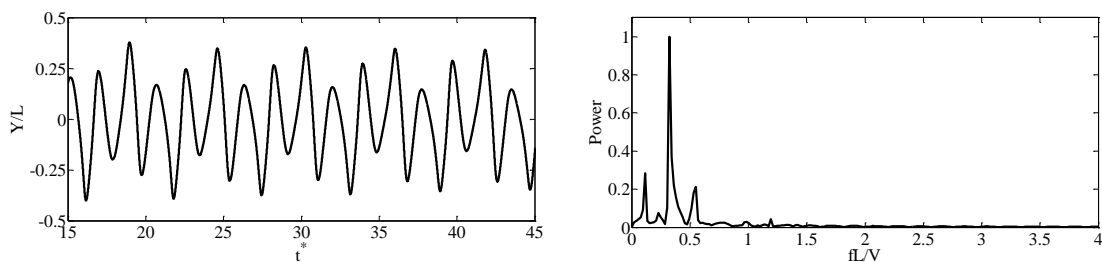
۴-۲-۲-۴- اثر چگالی (جرم) رشته ویسکوالاستیک کلونین بر رژیم باله‌زدن

در این بخش به بررسی اثر چگالی رشته ویسکوالاستیک بر رژیم الگوی نوسان آن پرداخته می‌شود. بیان شد، تغییرات نسبت جرم رشته به خاطر اثراتی که روی فرکانس طبیعی رشته می‌گذارد، در تقابل با جریان سیال می‌تواند باعث خروج آن از رژیم نوسان منظم و ورود آن به رژیم نوسان نامنظم شود که حدود این جرم نیز قابل بیان است. هدف از این بخش بررسی امکان تغییر رژیم نوسان رشته ویسکوالاستیک کلونین ضمن تغییرات چگالی آن است. برای این منظور بار دیگر از همان رشته

ویسکوالاستیک بخش ۴-۲-۱، با فرض مقدار $C = 4$ برای دمپرها، استفاده می‌شود. در شکل ۴-۲۱- الف نمودار دامنه نوسان انتهای رشته و پساً آن به ازای $\rho_r = 3.5$ نشان داده شده‌است. در این چگالی رشته در رژیم نوسان منظم به سر می‌برد. در این وضعیت رشته از یک دامنه نسان ثابت پیروی می‌کند و طبق نمودار فرکانس آن نیز، تنها این فرکانس غالب سیستم است که نوسانات را تحت تاثیر قرار داده است. اما با افزایش بیشتر این چگالی چنانکه به ازای $\rho_r = 7$ در شکل ۴-۲۱-ب نشان داده شده است، نوسانات عرضی انتهای رشته نامنظم بوده و دامنه واحدی ندارد. افزایش چگالی رشته، میانگین دامنه نوسانات آن را از 0.19 به 0.267 افزایش داده که متناسب با افزایش پساً میانگین رشته از 0.13 تا 0.22 است. با دقت به نمودار فرکانس نوسانات رشته ویسکوالاستیک در نسبت چگالی $\rho_r = 7$ ، دخالت دو فرکانس کوچکتر دیگر در کنار فرکانس غالب مشخص می‌شود و این نشان از رژیم نامنظم نوسان این رشته دارد.



الف- $\rho_r = 3.5$



ب- $\rho_r = 7$

شکل ۴-۲۱: نمودار نوسان انتهای رشته ویسکوالاستیک (سمت چپ) و پساً رشته (سمت راست) به ازای $C =$

$$Re = 900 \text{ و } E = 0.1, 4$$

فصل پنجم:

مسئله قرار گرفتن رشته الاستیک، پشت استوانه

صلب در جریان یکنواخت

هدف اصلی این بخش از تحقیق بررسی اثرات قرار دادن رشته الاستیک مدل شده با شبکه فنر، بر کاهش ضریب پسای یک استوانه‌ی صلب است. پیش از این تحقیقات دیگری نیز روی اثرات متقابل یک استوانه صلب و ساز و برگ‌های انعطاف پذیر انجام شده است [۱۰۲، ۱۰۳] که این گونه تحقیقات اولاً یک مدل سازی ساده از شکل یک آبیژی است و ثانیاً درک بهتری از جریان هیدرودینامیک عبوری از روی آبیژان بدست می‌دهد.

۵-۱- تعریف مسئله و راستی آزمایی

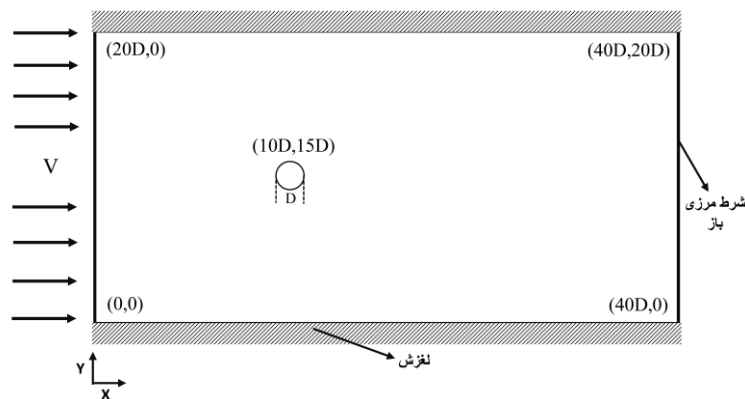
یکی از مسائل معروف در بحث تقابل سیال-سازه صلب، تقابل استوانه‌ی صلب ثابت با جریان یکنواخت عبوری از روی آن است. این هندسه در موارد بسیار و در روش‌های حل مختلفی بررسی و حل شده است. محاسبه ضرایب پساً و برآ استوانه تحت جریان، بررسی ایجاد فضای شدینگ^۱ پشت استوانه و محاسبه‌ی عدد استروهال^۲ این شدینگ، از جمله علاقه‌های محققان در این مسئله است. تیان و همکاران [۹۸] ضمن یک حل عددی به روش مرز غوطه‌ور-شبکه‌بولتزن، مسئله تقابل جریان سیال با استوانه صلب تنها و همچنین ضمن حضور یک رشته الاستیک پشت آن را، مورد بررسی و تحلیل قرار داده اند. جهت راستی آزمایی مجدد عملکرد شبکه رشته الاستیک و همچنین اطمینان از حل صحیح مسئله جدید، کانال و استوانه صلب شبیه‌سازی شده در تحقیق [۹۸]، مطابق شکل ۵-۱، پیاده سازی و با نتایج گزارش شده در آن تحقیق مقایسه می‌شود. اگر فرض کنیم مولفه افقی سرعت در کانال u و مولفه عمودی آن v باشد، روی دیواره‌های کانال شرط مرزی لغزش ($u \neq 0$ و $v = 0$)، در ورودی کانال ($u = V$ و $v = 0$) و در خروجی شرط مرزی باز فرض شده‌است.

پساً میانگین و فرکانس آن در سه عدد رینولدز 20، 60 و 100 با کار تیان و همکاران [۹۸] در جدول ۵-۱ مقایسه شده که حاکی از انطباق مناسب نتایج این تحقیق با نتایج ایشان است. نمای

^۱ Shedding

^۲ Strouhal number

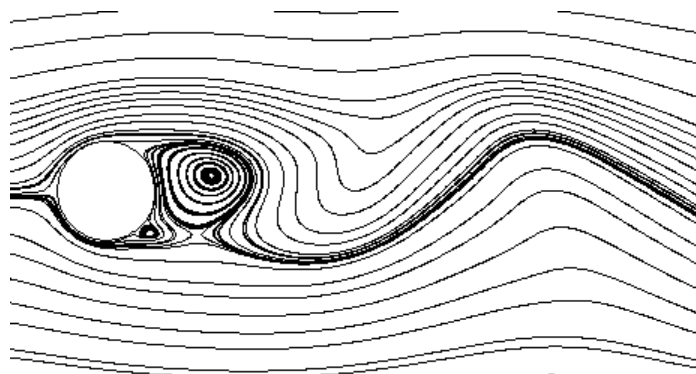
الگوی خطوط جریان و گردابه‌های پشت استوانه نیز در شکل ۲-۵ نمایش داده شده است. عدد استروهل در کار تیان و همکاران [۹۸] به صورت $St = fD/V$ تعریف می‌شود و در آن f فرکانس شدینگ و D قطر استوانه است.



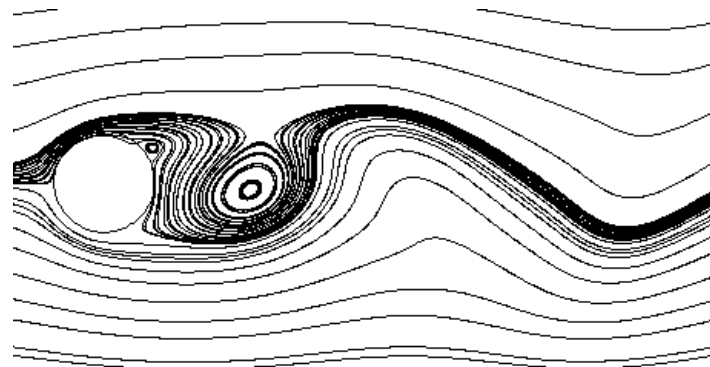
شکل ۲-۵: هندسه کانال و محل قرار گیری استوانه

جدول ۲-۵: مقایسه‌ی ضریب پسا و فرکانس شدینگ پشت استوانه در کار حاضر و کار تیان و همکاران [۹۸]

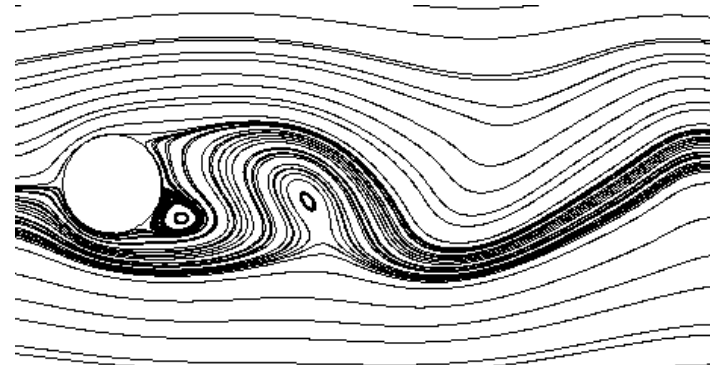
پسا در این تحقیق	پسا در تحقیق تیان و همکاران [۹۸]	فرکانس شدینگ در این تحقیق	فرکانس شدینگ در تحقیق تیان و همکاران [۹۸]	Re
2.218	2.16	-	-	20
1.520	1.491	1.138	1.138	60
1.441	1.43	1.166	1.165	100



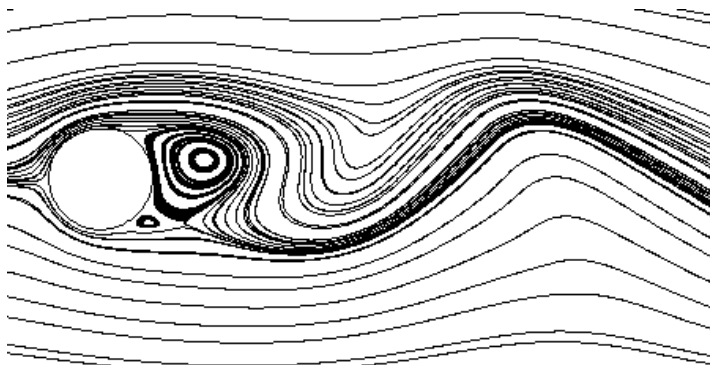
$$tV/D = 255$$



$$tV/D = 265$$



$$tV/D = 275$$

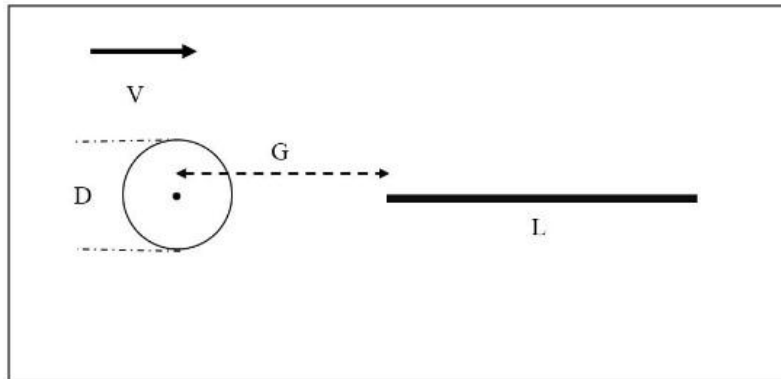


$$tV/D = 285$$

شکل ۵-۲: نمای خطوط جریان و گردابه پشت استوانه در وضعیت $Re = 100$

همچنین هندسه مسئله قرار گرفتن رشته الاستیک پشت استوانه در مقاله [۹۸] به گونه‌ای است که در شکل ۳-۵ مشاهده می‌شود. در ابتدای امر این رشته به صورت طولی در جهت جریان اصلی قرار گرفته و راستای رشته از مرکز استوانه می‌گذرد. این هندسه تا پایان این بخش مورد استفاده قرار خواهد گرفت. بی‌بعد سازی پارامترها در این مسئله نیز به صورت بیان شده در بخش قبل خواهد بود. این مقایسه با تحقیق مذکور، در $Re = 100$ ، $E^* = 100$ و در مدول صلبیت خمشی $E_b^* = 0.001$

انجام خواهد شد. اندازه استوانه و محل قرار گیری رشته از مقادیر $G/D = 3$ و $L/D = 2.5$ پیروی می کند.



شکل ۳-۵: چینش رشته‌ی الاستیک نسبت به موقعیت مرکز استوانه

عدد استروهال شدینگ ایجاد شده پشت استوانه و پساً آن از موارد قیاس با مقاله [۹۸] هستند که در قالب جدول ۲-۵ گزارش شده‌اند.

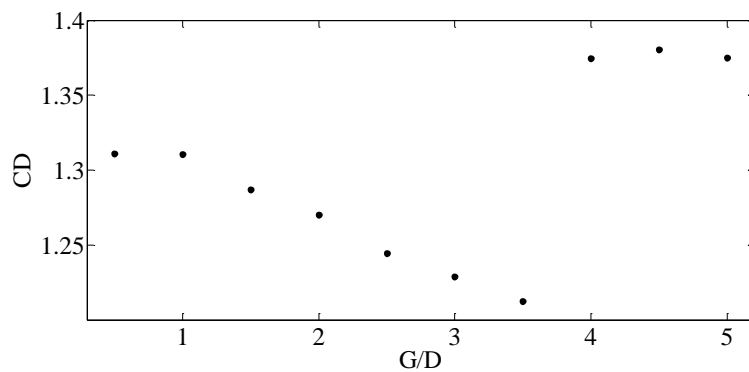
جدول ۲-۵: مقایسه مقادیر عدد استروهال و پساً در این تحقیق و مقاله تیان و همکاران [۹۸] به ازای $Re = 10, 100$, $E^* = 0.0001$, $E_b^* = 3$, $G/D = 0.1$, $S = 2.5$ و $L/D = 100$

CD	St	
1.4	0.155	مقاله تیان و همکاران [۹۸]
1.42	0.163	تحقیق حاضر

۲-۵- بررسی اثر فاصله رشته از استوانه در کاهش پساً استوانه

محل قرار گیری رشته پشت استوانه می‌تواند اثرات مهمی بر کاهش پساً استوانه داشته باشد. گردابه پشت استوانه و فضای شدینگ ایجاد شده، با حضور یک رشته الاستیک در این فضا، دچار اختلال خواهد شد. اثرات محل قرار گیری رشته پشت استوانه از وضعیتی که بر محیط استوانه صلب چسبیده باشد، تا وضعیتی که به قدری از آن دور شود که رشته دیگر بر ضریب پساً آن اثر نگذارد بررسی

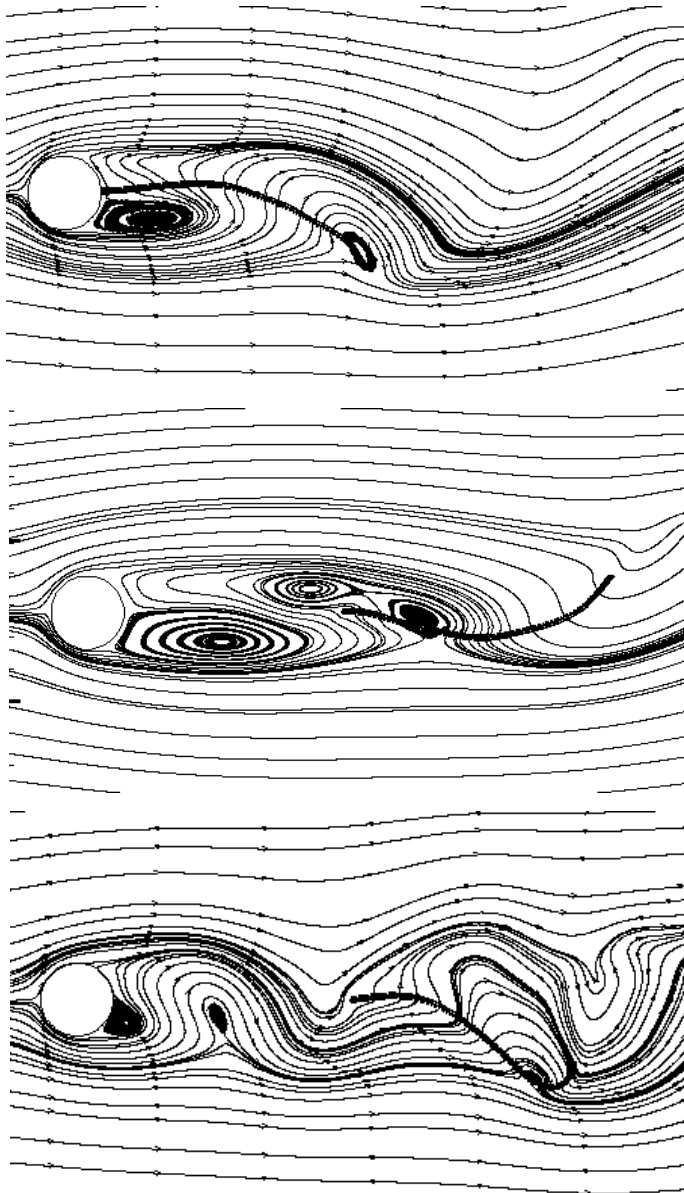
خواهد شد. نتایج در $Re = 100$, $E^* = 10$ ، در مدول صلبیت خمشی $E_b^* = 0.0001$ و $L/D = 4$ و $S = 0.1$ بدست آمده اند. مقدار G از $D/2$ تا $5D$ تغییر داده خواهد شد و تغییرات ضریب پسای استوانه در قالب نموداری در شکل ۴-۵ نشان داده شده است.



شکل ۴-۵: نمودار تغییرات ضریب پسای استوانه با فاصله گرفتن لبه‌ی حمله رشته از استوانه در $L/D = 4$ ، $Re = 100$ و $E_b^* = 0.0001$ و $S = 0.1$

با دقت به این موضوع که ضریب پسای استوانه تنها، ۱.۴۳ می‌باشد، این نمودار نشان می‌دهد که با قرار دادن رشته پشت استوانه و در حالت چسبیده به آن، ۸ درصد پسا کاهش می‌یابد. با افزایش $\frac{G}{D}$ تا 3.5 یک روند کاهشی برای پسای استوانه مشاهده می‌شود به گونه‌ای که ضریب پسا در وضعیت $\frac{G}{D} = 3.5$ به کمینه مقدار ۱۵ درصد خواهد رسید. پس از آن به علت کاهش اثر گردابه روی رشته و متقابلاً کمتر شدن اثر نوسان رشته روی شکل و قدرت گردابه‌ی پشت استوانه، دوباره ضریب پسا شروع به افزایش می‌کند. با دقت به شکل ۵-۵-الف مشاهده می‌شود که پشت استوانه تنها یک گردابه تشکیل شده است و البته لبه حمله رشته نمی‌تواند در فضای گردابه اختلال ایجاد کند. اما در شکل ۵-۵-ب که فاصله رشته از استوانه $G = 3.5D$ می‌باشد، سه گردابه به وجود آمده که در کاهش هرچه بیشتر فشار پشت استوانه اثر گذار است. در این وضعیت به نظر می‌رسد که رشته با جدا شدن از استوانه ضمن اختلال در گردابه، فضای گردابی را به دنبال خود کشیده‌تر نموده و این وضعیت کمینه پسا استوانه است. اما در شکل ۵-۵-ج مشاهده می‌شود که رشته از فضای گردابی جدا شده است و کشیدگی به وجود آمده در شکل ۵-۵-ب از بین رفته است. با دور شدن رشته از استوانه اثر آن بر

استوانه نیز کاهش خواهد یافت و الگوی گردابه مشابه وضعیتی است که استوانه تنها باشد. مطابق نمودار شکل ۴-۵ با فاصله گرفتن رشته از استوانه $G > 3.5D$ ، پساً به مقدار خود در حالت استوانه تنها نزدیک تر می شود که امری طبیعی است.



الف

$$tV/L = 64$$

$$G = \frac{D}{2}$$

ب

$$tV/L = 88.8$$

$$G = \frac{7D}{2}$$

ج

$$tV/L = 61$$

$$G = 4D$$

شکل ۵-۵: نمای گردابه پشت استوانه در حضور رشته در $S = 0.1$ ، $\frac{L}{D} = 4$ و $E_b^* = 0.0001$ و $Re =$

فصل ششم:

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این پایان نامه یک تقابل سیال-سازه تغییر شکل پذیر به روش مرز غوطه‌ور در شبکه بولتزنم شبیه‌سازی شد که در آن شبکه بولتزنم به عنوان حلگر فاز سیال و شبکه جرم-فنر-دمپر به عنوان حلگر فاز جامد الاستیک و یا ویسکوالاستیک مطرح می‌باشد. هدف اصلی در این تحقیق بررسی عملکرد شبکه جرم-فنر-دمپر در شبیه‌سازی دینامیک رشته‌های تغییر شکل پذیر است ویسکوالاستیک در تقابل با مومنتوم جریان است که در این زمینه تقابل یک رشته تغییر شکل پذیر تنظیم شده در راستای جریان و گیردار از سمت لبه حمله در دو بخش رشته کاملاً الاستیک و رشته ویسکوالاستیک کلون مورد مطالعه قرار گرفت. الگو و رژیم نوسان، دامنه و فرکانس رشته از پارامترهای مورد توجه بودند که با تغییر خواص رشته، همچون جرم، دمپرها و هندسه رشته به بررسی آنها پرداخته شد. نتایج تست‌های انجام شده روی رشته الاستیک با ضخامت کم حاکی از آن بوده که با افزایش جرم یا چگالی رشته عمدتاً دامنه نوسان آن افزایش می‌یابد و رژیم نوسان و باله زدن رشته پس از عبور از یک نقطه عطف جرمی می‌تواند از حالت منظم و محدود به نامنظم تغییر یابد. این جرم در اعداد رینولدز مختلف بررسی و راستی آزمایی شده‌است. با افزایش رینولدز جریان، جرمی که از آن پس وارد نوسان نامنظم خواهد شد کاهش می‌یابد. اما تست‌های انجام شده روی رشته الاستیک ضخیم نشان داده است که لزوماً افزایش جرم باعث خروج از وضعیت منظم و ورود به رژیم نامنظم نمی‌شود و می‌تواند سیستم را منظم کند. چراکه دلیل تغییر رژیم‌های دینامیکی رشته در تقابل با جریان سیال فرکانس طبیعی رشته بوده که در اثر افزایش چگالی دچار تغییر می‌شود. جایی که فرکانس تحریک وارده به رشته با فرکانس طبیعی آن همخوانی داشته باشد رژیم نوسان نامنظم و دچار ناهنجاری خواهد شد. افزایش جرم رشته عمدتاً باعث کاهش فرکانس نوسانات باله‌زدن رشته می‌گردد. جرم یکی از مهم‌ترین عوامل در بحث پایداری رشته است. عامل مهم دیگر طول رشته بوده که با افزایش آن نیز شاهد تغییر رژیم نوسان از حالت منظم به نامنظم هستیم.

اما در مدل‌سازی رشته ویسکوالاستیک الزماً باید از شبکه رشته جرم-فنر-دمپر ضخیم استفاده

شود چراکه با توجه به تغییرات اندک ضخامت رشته نازک طی باله زدن، از اثر دمپرها در الگو باله زدن رشته می توان صرف نظر نمود. نتایج نشان می دهد که استفاده از المان کلوین بجای فنر خالص در شبکه الاستیک و تبدیل آن به شبکه ویسکوالاستیک، بدون ایجاد تغییرات چشم گیر در دامنه، می تواند رژیم نوسان را از حالت نامنظم به منظم تبدیل نماید. اثر مهم دیگر استفاده از رشته ویسکوالاستیک بر مسئله تقابل نوسانی سازه سیال، در ملایم شدن و همچنین منظم شدن تبادل نیرو بین سیال و رشته است. همچنین مطابق آنچه در رشته الاستیک مشاهده شد، با وجود اثرات دمپرها در بیشتر شدن نظم سیستم، باز هم می توان شاهد تغییر رژیم نوسان از منظم به نامنظم بود.

یکی از کاربردهای مهم رشته در تغیر الگوی جریان و اثرات آن روی پسا سیستم است. مسئله معروف تقابل استوانه صلب با جریان سیال تراکم ناپذیر با دخالت دادن اثرات یک رشته پشت آن مورد مطالعه قرار گرفت. هدف یافتن اثر محل قرارگیری رشته پشت استوانه در کاهش پسا آن بوده است. نتایج نشان می دهد که با فاصله گرفتن رشته از استوانه با یک روند کاهشی برای پسا تا رسیدن به یک مقدار کمینه (۱۵ درصد کاهش) مواجه خواهیم بود. با تحلیل الگوی جریان پشت استوانه مشخص می شود، تا زمانی که رشته در گردابه ایجاد شده پشت استوانه حضور دارد، این روند کاهشی نیز ادامه خواهد داشت اما پس از خروج آن از گردابه شاهد افزایش ناگهانی پسا خواهیم بود.

رفتارهای منطقی شبکه رشته الاستیک و ویسکوالاستیک و همچنین راستی آزمایی های انجام شده روی رشته الاستیک نشان از عملکرد مناسب شبکه جرم-فنر-دمپر در شبیه سازی سازه الاستیک و ویسکوالاستیک با ضخامت کم دارد. البته طبق راستی آزمایی های انجام شده شبکه جرم-فنر-دمپر در جرم های بالاتر جواب های مطمئن تری خواهد داد. بعلاوه به علت حساس بودن شبکه نمی توان جرم سازه را از حدی کمتر قرار داد چراکه شبکه دچار بهم ریختگی خواهد شد. چنانکه بیان شد توانایی رشته های تغییر شکل پذیر در کنترل الگوی جریان و گردابه های تولیدی در آن امری مهم است و از آنجا که رژیم نوسان خود رشته نیز در این کنترل نقش مهمی را ایفا می کند، در یک جمع بندی کلی

از مباحث مورد مطالعه می‌توان بیان نمود که با تغییرات جرم و طول رشته به خوبی می‌توان این رژیم نوسانات را کنترل و به سمت نقطه مورد نظر سوق داد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که استفاده از رشته‌های ویسکوالاستیک نیز به کنترل رژیم نوسانات کمک شایانی می‌کند و استفاده از رشته‌های ویسکوالاستیک بخاطر شبیه‌سازی خواص دمپ کنندگی یک جامد الاستیک واقعی، باید بسیار مورد توجه قرار گیرد که البته شبکه جرم-فنر-دمپر به خوبی این مهم را فراهم نموده است.

جهت ادامه مسیر تحقیقات این پایان‌نامه می‌تواند در زمینه‌های بیان شده زیر فعالیت نمود:

۱. تحقیقات تخصصی‌تر روی مباحث جامداتی و ارتعاشاتی دینامیک رشته مرتبط با رژیم‌های پایداری آن،
۲. استفاده از سایر المان‌های ویسکوالاستیک در شبکه جرم-فنر-دمپر،
۳. شبیه‌سازی پوسته‌های الاستیک با فرض محتوای مایع درون آنها،
۴. بررسی اثرات قرار دادن مقادیر کوچک‌تر از یک، برای گام زمانی حل مرز غوطه‌ور-شبکه بولتزن بر دقت مسئله،
۵. شبیه‌سازی اشکال پیچیده‌تری از جامدهای الاستیک و ویسکوالاستیک با استفاده از شبکه جرم-فنر-دمپر در تقابل با جریان سیال.

مراجع

- [1] T. E. Tezduyar, "Finite element methods for flow problems with moving boundaries and interfaces," *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 8, pp. 83-130, 2001.
- [2] D.-V. Le, B. C. Khoo, and J. Peraire, "An immersed interface method for viscous incompressible flows involving rigid and flexible boundaries," *Journal of Computational Physics*, vol. 220, pp. 109-138, 2006.
- [3] L. Lee and R. J. LeVeque, "An Immersed Interface Method for Incompressible Navier--Stokes Equations," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 25, pp. 832-856, 2003.
- [4] R. J. LeVeque and Z. Li, "Immersed interface methods for Stokes flow with elastic boundaries or surface tension," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 18, pp. 709-735, 1997.
- [5] D. Shirokoff and J.-C. Nave, "A sharp-interface active penalty method for the incompressible Navier–Stokes equations," *Journal of Scientific Computing*, vol. 62, pp. 53-77, 2015.
- [6] R. P. Fedkiw, T. Aslam, B. Merriman, and S. Osher, "A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows (the ghost fluid method)," *Journal of computational physics*, vol. 152, pp. 457-492, 1999.
- [7] T. Liu and B. Khoo, "The accuracy of the modified ghost fluid method for gas–gas Riemann problem," *Applied numerical mathematics*, vol. 57, pp. 721-733, 2007.
- [8] X.-D. Liu, R. P. Fedkiw, and M. Kang, "A boundary condition capturing method for Poisson's equation on irregular domains," *Journal of computational Physics*, vol. 160, pp. 151-178, 2000.
- [9] D. M. Ingram, D. M. Causon, and C. G. Mingham, "Developments in Cartesian cut cell methods," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 61, pp. 561-572, 2003.
- [10] P. Tucker and Z. Pan, "A Cartesian cut cell method for incompressible viscous flow," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 24, pp. 591-606, 2000.
- [11] H. Udaykumar, H.-C. Kan, W. Shyy, and R. Tran-Son-Tay, "Multiphase dynamics in arbitrary geometries on fixed Cartesian grids," *Journal of Computational Physics*, vol. 137, pp. 366-405, 1997.
- [12] R. Glowinski, T. Pan, T. Hesla, D. Joseph, and J. Periaux, "A fictitious domain approach to the direct numerical simulation of incompressible viscous flow past moving rigid bodies: application to particulate flow," *Journal of Computational Physics*, vol. 169, pp. 363-426, 2001.
- [13] R. Glowinski, T.-W. Pan, T. I. Hesla, and D. D. Joseph, "A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows," *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 25, pp. 755-794, 1999.
- [14] R. Glowinski, T.-W. Pan, and J. Periaux, "A fictitious domain method for Dirichlet problem and applications," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 111, pp. 283-303, 1994.
- [15] A. A. Gusev, "Finite element mapping for spring network representations of the mechanics of solids," *Physical review letters*, vol. 93, p. 034302, 2004.

- [16] T. Omori, T. Ishikawa, D. Barthès-Biesel, A.-V. Salsac, J. Walter, Y. Imai, *et al.*, "Comparison between spring network models and continuum constitutive laws: Application to the large deformation of a capsule in shear flow," *Physical Review E*, vol. 83, p. 041918, 2011.
- [17] K.-i. Tsubota and S. Wada, "Elastic force of red blood cell membrane during tank-treading motion: Consideration of the membrane's natural state," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 52, pp. 356-364, 2010.
- [18] T. Wang, T.-W. Pan, Z. Xing, and R. Glowinski, "Numerical simulation of rheology of red blood cell rouleaux in microchannels," *Physical Review E*, vol. 79, p. 041916, 2009.
- [19] C. S. Peskin, "Numerical analysis of blood flow in the heart," *Journal of computational physics*, vol. 25, pp. 220-252, 1977.
- [20] M.-C. Lai and C. S. Peskin, "An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity," *Journal of Computational Physics*, vol. 160, pp. 705-719, 2000.
- [21] E. Saiki and S. Biringen, "Numerical simulation of a cylinder in uniform flow: application of a virtual boundary method," *Journal of Computational Physics*, vol. 123, pp. 450-465, 1996.
- [22] L. J. Fauci and A. McDonald, "Sperm motility in the presence of boundaries," *Bulletin of mathematical biology*, vol. 57, pp. 679-699, 1995.
- [23] L. Zhu and C. S. Peskin, "Simulation of a flapping flexible filament in a flowing soap film by the immersed boundary method," *Journal of Computational Physics*, vol. 179, pp. 452-468, 2002.
- [24] L. Zhu and C. S. Peskin, "Interaction of two flapping filaments in a flowing soap film," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 15, pp. 1954-1960, 2003.
- [25] D. Goldstein, R. Handler, and L. Sirovich, "Modeling a no-slip flow boundary with an external force field," *Journal of Computational Physics*, vol. 105, pp. 354-366, 1993.
- [26] R. Mittal and G. Iaccarino, "Immersed boundary methods," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 37, pp. 239-261, 2005.
- [27] M. Yusof, "Combined immersed-boundary/B-spline methods for simulations of flow in complex geometries," *CTR-Annual Research Briefs-Stanford Univ./NASA Ames*, 1997.
- [28] R. Verzicco, J. Mohd-Yusof, P. Orlandi, and D. Haworth, "LES in complex geometries using boundary body forces," *Center for Turbulence Research Proceedings of the Summer Program, NASA Ames-Stanford University*, pp. 171-186, 1998.
- [29] E. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, and J. Mohd-Yusof, "Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations," *Journal of Computational Physics*, vol. 161, pp. 35-60, 2000.
- [30] J. Kim, D. Kim, and H. Choi, "An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries," *Journal of Computational Physics*, vol. 171, pp. 132-150, 2001.
- [31] M. Uhlmann, "An immersed boundary method with direct forcing for the

- simulation of particulate flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 209, pp. 448-476, 2005.
- [32] X. Niu, C. Shu, Y. Chew, and Y. Peng, "A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows," *Physics Letters A*, vol. 354, pp. 173-182, 2006.
- [33] P. De Palma, M. De Tullio, G. Pascazio, and M. Napolitano, "An immersed-boundary method for compressible viscous flows," *Computers & fluids*, vol. 35, pp. 693-702, 2006.
- [34] R. Ghias, R. Mittal, and H. Dong, "A sharp interface immersed boundary method for compressible viscous flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 225, pp. 528-553, 2007.
- [35] Z.-G. Feng and E. E. Michaelides, "The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems," *Journal of Computational Physics*, vol. 195, pp. 602-628, 2004.
- [36] Z.-G. Feng and E. E. Michaelides, "Proteus: a direct forcing method in the simulations of particulate flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 202, pp. 20-51, 2005.
- [37] A. Gilmanov and F. Sotiropoulos, "A hybrid Cartesian/immersed boundary method for simulating flows with 3D, geometrically complex, moving bodies," *Journal of Computational Physics*, vol. 207, pp. 457-492, 2005.
- [38] Y. Li, E. Jung, W. Lee, H. G. Lee, and J. Kim, "Volume preserving immersed boundary methods for two-phase fluid flows," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 69, pp. 842-858, 2012.
- [39] J. Shao, C. Shu, and Y.-T. Chew, "Development of an immersed boundary-phase field-lattice Boltzmann method for Neumann boundary condition to study contact line dynamics," *Journal of Computational Physics*, vol. 234, pp. 8-32, 2013.
- [40] H. Jeong, H. Yoon, M. Ha, and M. Tsutahara, "An immersed boundary-thermal lattice Boltzmann method using an equilibrium internal energy density approach for the simulation of flows with heat transfer," *Journal of Computational Physics*, vol. 229, pp. 2526-2543, 2010.
- [41] S. K. Kang and Y. A. Hassan, "A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 66, pp. 1132-1158, 2011.
- [42] Y.-H. Tseng and H. Huang, "An immersed boundary method for endocytosis," *Journal of Computational Physics*, vol. 273, pp. 143-159, 2014.
- [43] S. Chen, D. Martinez, and R. Mei, "On boundary conditions in lattice Boltzmann methods," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 8, pp. 2527-2536, 1996.
- [44] U. Frisch, B. Hasslacher, and Y. Pomeau, "Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation," *Physical review letters*, vol. 56, p. 1505, 1986.
- [45] G. R. McNamara and G. Zanetti, "Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata," *Physical Review Letters*, vol. 61, p. 2332, 1988.
- [46] F. Higuera, "Boltzmann approach to lattice gas simulations," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 9, p. 663, 1989.

- [47] J. Koelman, "A simple lattice Boltzmann scheme for Navier-Stokes fluid flow," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 15, p. 603, 1991.
- [48] Y. Qian, D. d'Humières, and P. Lallemand, "Lattice BGK models for Navier-Stokes equation," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 17, p. 479, 1992.
- [49] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook, "A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems," *Physical review*, vol. 94, p. 511, 1954.
- [50] S. Hou, Q. Zou, S. Chen, G. Doolen, and A. C. Cogley, "Simulation of cavity flow by the lattice Boltzmann method," *Journal of computational physics*, vol. 118, pp. 329-347, 1995.
- [51] S. Succi, R. Benzi, and F. Higuera, "The lattice Boltzmann equation: a new tool for computational fluid-dynamics," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 47, pp. 219-230, 1991.
- [52] F. Hinton, M. Rosenbluth, S. Wong, Y. Lin-Liu, and R. Miller, "Modified lattice Boltzmann method for compressible fluid simulations," *Physical Review E*, vol. 63, p. 061212, 2001.
- [53] C. Sun, "Simulations of compressible flows with strong shocks by an adaptive lattice Boltzmann model," *Journal of Computational Physics*, vol. 161, pp. 70-84, 2000.
- [54] X. He, S. Chen, and R. Zhang, "A lattice Boltzmann scheme for incompressible multiphase flow and its application in simulation of Rayleigh–Taylor instability," *Journal of Computational Physics*, vol. 152, pp. 642-663, 1999.
- [55] A. J. Ladd, "Short-time motion of colloidal particles: Numerical simulation via a fluctuating lattice-Boltzmann equation," *Physical Review Letters*, vol. 70, p. 1339, 1993.
- [56] J. Tölke, "Lattice Boltzmann simulations of binary fluid flow through porous media," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 360, pp. 535-545, 2002.
- [57] R. Benzi and S. Succi, "Two-dimensional turbulence with the lattice Boltzmann equation," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 23, p. L1, 1990.
- [58] M. Cates, K. Stratford, R. Adhikari, P. Stansell, J. Desplat, I. Pagonabarraga, *et al.*, "Simulating colloid hydrodynamics with lattice Boltzmann methods," *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 16, p. S3903, 2004.
- [59] M. Pattison, K. Premnath, N. Morley, and M. Abdou, "Progress in lattice Boltzmann methods for magnetohydrodynamic flows relevant to fusion applications," *Fusion Engineering and Design*, vol. 83, pp. 557-572, 2008.
- [60] D. Boger, "Viscoelastic flows through contractions," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 19, pp. 157-182, 1987.
- [61] C. Lim, C. Shu, X. Niu, and Y. Chew, "Application of lattice Boltzmann method to simulate microchannel flows," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 14, pp. 2299-2308, 2002.
- [62] A. Dupuis, P. Chatelain, and P. Koumoutsakos, "An immersed boundary–lattice-Boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder," *Journal of Computational Physics*, vol. 227, pp. 4486-4498, 2008.

- [63] Y. Peng, C. Shu, Y.-T. Chew, X. Niu, and X.-Y. Lu, "Application of multi-block approach in the immersed boundary–lattice Boltzmann method for viscous fluid flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 218, pp. 460-478, 2006.
- [64] Y. Sui, Y. T. Chew, P. Roy, and H. T. Low, "A hybrid immersed-boundary and multi-block lattice Boltzmann method for simulating fluid and moving-boundaries interactions," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 53, pp. 1727-1754, 2007.
- [65] Z. Guo, C. Zheng, and B. Shi, "Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method," *Physical Review E*, vol. 65, p. 046308, 2002.
- [66] J. Wu and C. Shu, "Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications," *Journal of Computational Physics*, vol. 228, pp. 1963-1979, 2009.
- [67] J. Kim and J. Kim, "Viscoelastic characterization of mouse zona pellucida," *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, vol. 60, pp. 569-575, 2013.
- [68] M. Khalilian, M. Navidbakhsh, M. R. Valojerdi, M. Chizari, and P. E. Yazdi, "Estimating Young's modulus of zona pellucida by micropipette aspiration in combination with theoretical models of ovum," *Journal of The Royal Society Interface*, vol. 7, pp. 687-694, 2010.
- [69] P. Kozlovsky and A. Gefen, "The relative contributions of propulsive forces and receptor–ligand binding forces during early contact between spermatozoa and zona pellucida of oocytes," *Journal of theoretical biology*, vol. 294, pp. 139-143, 2012.
- [70] B. S. Schuster, J. S. Suk, G. F. Woodworth, and J. Hanes, "Nanoparticle diffusion in respiratory mucus from humans without lung disease," *Biomaterials*, vol. 34, pp. 3439-3446, 2013.
- [71] B. A. Lloyd, G. Székely, and M. Harders, "Identification of spring parameters for deformable object simulation," *Visualization and Computer Graphics, IEEE Transactions on*, vol. 13, pp. 1081-1094, 2007.
- [72] W. Mao, "Modeling particle suspensions using lattice Boltzmann method," 2013.
- [73] J. Wu and C. K. Aidun, "Simulating 3D deformable particle suspensions using lattice Boltzmann method with discrete external boundary force," *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 62, pp. 765-783, 2010.
- [74] L. Monette and M. Anderson, "Elastic and fracture properties of the two-dimensional triangular and square lattices," *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, vol. 2, p. 53, 1994.
- [75] P. Lallemand and L.-S. Luo, "Theory of the lattice Boltzmann method: Acoustic and thermal properties in two and three dimensions," *Physical review E*, vol. 68, p. 036706, 2003.
- [76] C. S. Peskin, "Flow patterns around heart valves: a numerical method," *Journal of computational physics*, vol. 10, pp. 252-271, 1972.
- [77] J. Mohd-Yusof, "For simulations of flow in complex geometries," *Annual Research Briefs*, vol. 317, 1997.
- [78] A. L. E. Silva, A. Silveira-Neto, and J. Damasceno, "Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method,"

- Journal of Computational Physics*, vol. 189, pp. 351-370, 2003.
- [79] S. Chen and G. D. Doolen, "Lattice Boltzmann method for fluid flows," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 30, pp. 329-364, 1998.
 - [80] D. Yu, R. Mei, L.-S. Luo, and W. Shyy, "Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 39, pp. 329-367, 2003.
 - [81] S. Kang and Y. Hassan, "An immersed boundary-lattice Boltzmann method for large particle sedimentation," in *The Seventh International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics, Operations and Safety (Nuthos7)*, 2008.
 - [82] M. Nakamura, S. Bessho, and S. Wada, "Spring-network-based model of a red blood cell for simulating mesoscopic blood flow," *International journal for numerical methods in biomedical engineering*, vol. 29, pp. 114-128, 2013.
 - [83] L. Shen, X. Zhang, D. K. Yue, and M. S. Triantafyllou, "Turbulent flow over a flexible wall undergoing a streamwise travelling wave motion," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 484, pp. 197-221, 2003.
 - [84] A. H. Techet, F. S. Hover, and M. S. Triantafyllou, "Separation and turbulence control in biomimetic flows," *Flow, Turbulence and Combustion*, vol. 71, pp. 105-118, 2003.
 - [85] J. C. Liao, D. N. Beal, G. V. Lauder, and M. S. Triantafyllou, "Fish exploiting vortices decrease muscle activity," *Science*, vol. 302, pp. 1566-1569, 2003.
 - [86] B. S. Connell, "Numerical investigation of the flow-body interaction of thin flexible foils and ambient flow," Massachusetts Institute of Technology, 2006.
 - [87] M. Paidoussis, "Dynamics of flexible slender cylinders in axial flow Part 1. Theory," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 26, pp. 717-736, 1966.
 - [88] J. Gray, "Studies in animal locomotion," *Journal of Experimental Biology*, vol. 10, pp. 88-104, 1933.
 - [89] G. S. Triantafyllou, "Physical condition for absolute instability in inviscid hydroelastic coupling," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, vol. 4, pp. 544-552, 1992.
 - [90] R. Coene, "Flutter of slender bodies under axial stress," *Applied scientific research*, vol. 49, pp. 175-187, 1992.
 - [91] M. Argentina and L. Mahadevan, "Fluid-flow-induced flutter of a flag," *Proceedings of the National academy of Sciences of the United States of America*, vol. 102, pp. 1829-1834, 2005.
 - [92] P. Moretti, "Flag flutter amplitudes," *Flow Induced Vibrations, Anonymous de Langre & Axisa ed., Ecole Polytechnique, Paris, I*, pp. 113-118, 2004.
 - [93] D. J. Farnell, T. David, and D. Barton, "Coupled states of flapping flags," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 19, pp. 29-36, 2004.
 - [94] J. Zhang, S. Childress, A. Libchaber, and M. Shelley, "Flexible filaments in a flowing soap film as a model for one-dimensional flags in a two-dimensional wind," *Nature*, vol. 408, pp. 835-839, 2000.
 - [95] Y. Watanabe, S. Suzuki, M. Sugihara, and Y. Sueoka, "An experimental study of paper flutter," *Journal of fluids and Structures*, vol. 16, pp. 529-542, 2002.

- [96] M. Shelley, N. Vandenberghe, and J. Zhang, "Heavy flags undergo spontaneous oscillations in flowing water," *Physical review letters*, vol. 94, p. 094302, 2005.
- [97] B. S. Connell and D. K. Yue, "Flapping dynamics of a flag in a uniform stream," *Journal of fluid mechanics*, vol. 581, pp. 33-67, 2007.
- [98] F.-B. Tian, H. Luo, L. Zhu, J. C. Liao, and X.-Y. Lu, "An efficient immersed boundary-lattice Boltzmann method for the hydrodynamic interaction of elastic filaments," *Journal of computational physics*, vol. 230, pp. 7266-7283, 2011.
- [99] T. Sarpkaya, "Vortex-induced oscillations: a selective review," *Journal of applied mechanics*, vol. 46, pp. 241-258, 1979.
- [100] C. Williamson and R. Govardhan, "Vortex-induced vibrations," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 36, pp. 413-455, 2004.
- [101] C. L. Olson and M. Olsson, "Dynamical symmetry breaking and chaos in Duffing's equation," *Am. J. Phys*, vol. 59, pp. 907-911, 1991.
- [102] D. Beal, F. Hover, M. Triantafyllou, J. Liao, and G. Lauder, "Passive propulsion in vortex wakes," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 549, pp. 385-402, 2006.
- [103] L.-B. Jia and X.-Z. Yin, "Response modes of a flexible filament in the wake of a cylinder in a flowing soap film," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 21, p. 101704, 2009.

and mass of the filament leads to a change in the filament oscillation pattern. This pattern is a chaotic regime with significant increase in the amplitude of oscillation. Viscosity of viscoelastic filament is another important parameter for change of regime. Increase of the viscoelastic filament viscosity can regulate the oscillation pattern.

Key Words: Fluid-Structure interaction, Elastic filament, Lattice Boltzmann, Immersed boundary method, Mass-Spring-Dashpot network

Abstract

The interaction of fluid/deformable structures is studied in the present research because of its importance in natural and industrial fields. Suitable potency of the immersed boundary-lattice Boltzmann method (IB_LBM) persuade the researchers to use the method in different physics. In IB_LBM; the flow field is covered by non-body-fitted Cartesian mesh. For solving the fluid flow field, the lattice Boltzmann method is employed which contains a simple set of equations. In recent years, the Lattice Spring method (LSM) is also used for analysis of deformable bodies instead of common continuum equations. Moreover, LSM shows good efficiency simulation of elastic bodies. This method has also many important applications in modeling of the biological systems like red blood cells. In many technical applications; it is necessary to simulate the viscoelastic solids. Many of biological particles and bodies have the behavior of viscoelastic solids.

In the following chapters, history of the recent studies, a description of the immersed boundary method, the Lattice Boltzmann method and IB_LBM_LSM are provided and the constitutive equations are analyzed. In addition, the Lattice Spring method is also presented and a new network of ‘‘Mass-Spring-Dashpot’’ is proposed. The important innovation of the present study is the simulation of viscoelastic solids with a network of ‘‘Mass-Spring-Dashpot’’, with ability of changing the present model to simulate the simple elastic materials, Kelvin viscoelastic networks, Maxwell viscoelastic networks and also the rigid networks. By using the Lattice spring method for simulation of the elastic filaments, the Young's module, bending and shear modules and Poisson ratio can be tuned. The network of Mass-Spring-Dashpot can be employed to obtain the important rheometric properties of the viscoelastic solids.

The main purpose of this research is simulation of elastic and viscoelastic filaments in the presence of fluid flow. The operation of Mass-Spring-Dashpot network in this problem is discussed by considering oscillation patterns, frequency and amplitude of flapping, drag and lift coefficients of filament and geometrical parameters. One of the applications of deformable filaments in fluid mechanics is drag reduction. In this way, an elastic thin filament is located at the back of a rigid cylinder, and the effects of distance between filament and the cylinder on drag reduction are studied. Mass (or density) of filament is a very important parameter for detection of regime of oscillation and the amplitude of oscillation of the filament. Moreover, the length of filament have important effects on the regime of flapping. Increasing the length



Shahrood University of Technology

Faculty of Mechanical Engineering

MSc Thesis in Mechanical Engineering

**Numerical investigation of transient laminar flow in the present
deformable body**

Hadi Gerivani

Supervisor:

Dr. Mohsen Nazari

Dr. Pooria Akbarzadeh

June 2016