

اللَّهُمَّ احْمِمْ بَيْنَ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه حرارت و سیالات

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد

بررسی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری

علی منتهایی

استاد راهنما:

دکتر محمد محسن شاهمردان

استاد مشاور:

دکتر محمود نوروزی

بهمن ۱۳۹۴

تقدیم بہ

ساحت مقدس حضرت زہرا (س) بہ امید گوشہ چشمی!

تقدیر و تشکر

سپاس خدای را که سخوران، در ستودن او بماند و شمارندگان، شمردن نعمت‌های او ندانند و کوشندگان، حق او گزاردن نتوانند. و سلام و درود بر محمد (ص) و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان و امدار وجودشان است؛ و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز

بدون شک جایگاه و مترت معلم، اهل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی‌شائبه او، بازبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم. اما از آنجایی که تجلیل از معلم سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تأمین می‌کند و سلامت امانت‌هایی را که بدستش سپرده‌اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب "مَنْ لَمْ يَشْكُرِ الْمُنْعَمَ مِنَ الْمَخْلُوقِينَ لَمْ يَشْكُرِ اللَّهَ عَزَّ وَجَلَّ:"

از پدر و مادر عزیز و مهربانم که همواره بر کوتاهی و درشتی من، قلم عفو کشیده و کریانه از کنار غفلت‌هایم گذشته‌اند و در تمام عرصه‌های زندگی یار و یاور بی‌چشم داشت برای من بوده‌اند؛

از استاد صبور و باتقوا؛ جناب آقای دکتر محمد محسن شاه مردان که در سه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از بیچ‌کلی در این عرصه بر من دریغ نمودند و زحمت راهنمایی این پایان‌نامه را بر عهده گرفتند؛

از استاد با کمال و شایسته؛ جناب آقای دکتر محمود نوروزی، که زحمت مشاوره این پایان‌نامه را در حالی منتقل شدند که بدون مساعدت ایشان، این پروژه به نتیجه مطلوب نمی‌رسید؛ از دوست و برادر عزیزم آقای مهدی نصرتی به سبب راهنمایی‌های بی‌مضایقه ایشان، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

تعهد نامه

اینجانب **علی منتهایی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **مهندسی مکانیک** دانشکده **مهندسی مکانیک** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **بررسی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری** تحت راهنمایی **دکتر محمد محسن شاه مردان** متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد.
- این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

مطالعه‌ی ویژگی‌های جریان سیالات در تبدیلات واگرا از دو جهت حائز اهمیت است. از یک طرف، این نوع جریان دارای کاربردهای فراوان صنعتی مانند فرآیندهای خروجی سیال، پرشدن قالب‌های ریخته‌گری، مبدل‌های حرارتی، شکل‌دهی فلزات و ... می‌باشد و از طرف دیگر، به خاطر داشتن هندسه‌ی تقریباً ساده، برای تخمین روش‌های عددی و بررسی ویژگی‌های جریان مانند اندازه و شدت گردابه‌ها استفاده می‌شود.

در این تحقیق برای نخستین بار، جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. بیشتر تحقیقات انجام شده در این زمینه، معطوف به بررسی جریان سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد که باتوجه به فقدان تحقیقی جامع در زمینه‌ی انتقال حرارت جریان سیالات ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا، انجام تحقیق حاضر ضروری به نظر می‌رسد. از دیگر نوآوری‌های پژوهش حاضر، در نظر گرفتن برخی از خواص ترمودینامیکی و رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک به صورت تابعی از دما می‌باشد که باتوجه به حساسیت برخی از خواص سیال ویسکوالاستیک به دما، در نظر گرفتن این فرضیه در حل معادله انرژی ضروری به نظر می‌رسد.

در تحقیق حاضر به منظور شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک از نرم افزار متن باز OpenFOAM که یک جعبه ابزار دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) می‌باشد، استفاده شده است. در ابتدا به معرفی سیالات غیرنیوتنی پرداخته شده و مطالبی پیرامون معادلات متشکله سیالات ویسکوالاستیک ارائه شده است. در ادامه، معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت شامل معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی در حالت کلی در مختصات استوانه‌ای بیان شده و سپس روابط کلی معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک (مدل EPTT) آورده شده است. پس از آن به تشریح روش عددی مورد

استفاده در تحقیق حاضر پرداخته شده است. در این تحقیق، معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود به صورت صریح گسسته‌سازی شده‌اند. همچنین، جهت حل پیمایش زمانی مجازی، از الگوریتم پیزو استفاده شده است تا پارامترهای جریان و انتقال حرارت در هر گام زمانی پایدار و ثابت شوند و با افزایش گام زمانی و همگرایی پارامترها جواب‌های صحیح و منطقی حاصل شود. جهت بررسی صحت نتایج حل عددی میدان جریان و دما از نتایج عددی و تحلیلی سایر مراجع استفاده شده است.

در انتها، نتایج حاصل از حل عددی جریان و انتقال حرارت به صورت خطوط جریان، کانتورهای سرعت و دما، توزیع ناسلت موضعی و ... ارائه شده و نتایج حاصل از بررسی آن در فصل آخر آورده شده است.

کلمات کلیدی: بررسی عددی، جریان و انتقال حرارت، سیال ویسکوالاستیک، تبدیل واگرا

| | |
|------------------------------------------------------------------|----|
| ۱- فصل اول | ۱ |
| ۱-۱- مقدمه | ۲ |
| ۲-۱- طبقه بندی سیالات | ۴ |
| ۱-۲-۱- سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان | ۴ |
| ۲-۲-۱- سیالات غیرنیوتنی تابع زمان | ۶ |
| ۳-۲-۱- سیالات ویسکوالاستیک | ۷ |
| ۳-۱- پارامترهای مهم در جریان سیالات ویسکوالاستیک | ۱۰ |
| ۴-۱- معادلات متشکله در سیالات ویسکوالاستیک | ۱۰ |
| ۱-۴-۱- مدل های ویسکوالاستیک خطی | ۱۱ |
| ۲-۴-۱- مدل های ویسکوالاستیک غیرخطی | ۱۳ |
| ۲- فصل دوم | ۱۹ |
| ۱-۲- مقدمه | ۲۰ |
| ۲-۲- جریان سیال در تبدیلات واگرای صفحه‌ای | ۲۰ |
| ۱-۲-۲- جریان سیال نیوتنی در تبدیلات واگرای صفحه‌ای | ۲۱ |
| ۲-۲-۲- جریان سیال غیرنیوتنی در تبدیلات واگرای صفحه‌ای | ۲۳ |
| ۳-۲-۲- جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرای صفحه‌ای | ۲۹ |
| ۳-۲- جریان سیال در تبدیلات واگرای متقارن محوری | ۳۵ |
| ۱-۳-۲- جریان سیال نیوتنی در تبدیلات واگرای متقارن محوری | ۳۵ |
| ۲-۳-۲- جریان سیال غیرنیوتنی در تبدیلات واگرای متقارن محوری | ۳۶ |
| ۴-۲- انتقال حرارت در تبدیلات واگرا | ۳۸ |
| ۲-۴-۲- انتقال حرارت جریان سیال نیوتنی در تبدیلات واگرا | ۳۸ |
| ۲-۴-۲- انتقال حرارت جریان سیال غیرنیوتنی در تبدیلات واگرا | ۳۹ |
| ۵-۲- معرفی تحقیق حاضر | ۴۴ |
| ۶-۲- فرضیات مسأله | ۴۶ |
| ۷-۲- جنبه‌های نوآوری تحقیق حاضر | ۴۶ |
| ۸-۲- ساختار کلی تحقیق حاضر | ۴۷ |
| ۳- فصل سوم | ۴۹ |
| ۱-۳- مقدمه | ۵۰ |

| | |
|-----------|----------------------------------------------------|
| ۵۰ | ۲-۳- پارامترهای بدون بعد جریان |
| ۵۰ | ۳-۳- معادلات حاکم بر جریان |
| ۵۱ | ۴-۳- معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک |
| ۵۴ | ۵-۳- شرایط مرزی جریان |
| ۵۵ | ۶-۳- پارامترهای بدون بعد انتقال حرارت |
| ۵۵ | ۷-۳- معادله حاکم بر انتقال حرارت |
| ۵۷ | ۸-۳- شرایط مرزی انتقال حرارت |
| ۵۹ | ۴- فصل چهارم |
| ۶۰ | ۱-۴- معرفی نرم افزار OPENFOAM |
| ۶۱ | ۲-۴- بررسی فرآیند کلی حل در نرم افزار OPENFOAM |
| ۶۲ | ۱-۲-۴- پیش پردازش |
| ۶۲ | ۲-۲-۴- پردازش |
| ۶۳ | ۳-۲-۴- پس پردازش |
| ۶۳ | ۳-۴- معرفی حلگر مورد استفاده در نرم افزار OPENFOAM |
| ۷۰ | ۴-۴- بررسی ساختار نمونه مطالعاتی |
| ۷۱ | ۱-۴-۴- تنظیمات مربوط به شرایط اولیه و مرزی |
| ۷۶ | ۲-۴-۴- مشخصات شبکه و ثابت‌های مسأله |
| ۸۱ | ۳-۴-۴- کنترل فرآیند حل عددی |
| ۸۹ | ۵- فصل پنجم |
| ۹۰ | ۱-۵- مقدمه |
| ۹۰ | ۲-۵- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی |
| ۹۴ | ۳-۵- ارزیابی صحت نتایج |
| ۹۴ | ۱-۳-۵- ارزیابی صحت نتایج عددی میدان جریان |
| ۹۷ | ۲-۳-۵- ارزیابی صحت نتایج عددی معادله انرژی |
| ۹۷ | ۱-۲-۳-۵- حالت دما ثابت |
| ۹۸ | ۲-۲-۳-۵- حالت شار ثابت |
| ۱۰۰ | ۴-۵- بررسی نتایج حاصل از حل میدان جریان |
| ۱۱۳ | ۵-۵- بررسی نتایج حاصل از حل میدان دما |
| ۱۲۳ | ۶-۵- نتیجه‌گیری |
| ۱۲۶ | ۷-۵- پیشنهادات |
| ۱۲۷ | مراجع |

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱- منحنی تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان [۴]..... ۶
- شکل ۲-۱- منحنی های تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیرنیوتنی تابع زمان [۴]..... ۷
- شکل ۳-۱- طرح شماتیک جریان برشی ساده [۵]..... ۸
- شکل ۴-۱- طرح ماکسول [۵]..... ۱۲
- شکل ۵-۱- طرح کلوین-ویت [۵]..... ۱۳
- شکل ۱-۲- تغییرات فشار بدون بعد در راستای محور مرکزی [۳۰]..... ۲۴
- شکل ۲-۲- تغییرات طول گردابه با رینولدز تعمیم یافته برای سیال رقیق شونده [۳۰]..... ۲۵
- شکل ۳-۲- مقایسه خطوط جریان برای سیال غیرنیوتنی در $Re_{gen} = 0/0001$ [۳۱]..... ۲۶
- شکل ۴-۲- تغییرات طول گردابه نسبت به رینولدز برای سیال نیوتنی، کوآدراتیک و توانی [۳۴]..... ۲۷
- شکل ۵-۲- مقایسه خطوط جریان در $Re_{gen} = 0/01$ و اندیس توانی مختلف [۳۵]..... ۲۸
- شکل ۶-۲- تغییرات طول گردابه‌ها نسبت به عدد رینولدز تعمیم یافته در اندیس های توانی مختلف [۳۵]..... ۲۹
- شکل ۷-۲- تغییرات طول گردابه‌ها نسبت به عدد دیورا در نسبت‌های انبساط مختلف [۳۶]..... ۳۰
- شکل ۸-۲- مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک (با مدل UCM) [۳۷]..... ۳۱
- شکل ۹-۲- مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک (با مدل UCM) [۳۸]..... ۳۲
- شکل ۱۰-۲- خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک برای $Re = 40$ [۳۹]..... ۳۳
- شکل ۱۱-۲- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرای صفحه‌ای به ازای $ER = 1/5$ ، $Pr = 0/7$ و اعداد رینولدز مختلف [۴۶]..... ۳۸
- شکل ۱۲-۲- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرای صفحه‌ای به ازای $ER = 1/5$ ، $Re = 100$ و اعداد پرانتل مختلف [۴۶]..... ۳۹
- شکل ۱۳-۲- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرای صفحه‌ای به ازای $n = 0/75$ ، $Re = 200$ و اعداد پراندتل مختلف [۴۷]..... ۴۰
- شکل ۱۴-۲- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرای صفحه‌ای به ازای اعداد رینولدز مختلف [۴۸]..... ۴۲
- شکل ۱۵-۲- تغییرات ضریب افت فشار و افت فشار متوسط..... ۴۳
- به ازای $T_w = 453 K$ و دمای ورودی مختلف مختلف [۴۹]..... ۴۳
- شکل ۱۶-۲- نمایی از هندسه مورد مطالعه..... ۴۵
- شکل ۱۷-۲- شکل شماتیک هندسه مورد مطالعه..... ۴۵

- شکل ۴-۱- ساختار حلگر viscoelasticFluidFoam ۶۴
- شکل ۴-۲- ساختار کتابخانه EPTT ۶۸
- شکل ۴-۳- ساختار نمونه مطالعاتی PTT_Exponential ۷۱
- شکل ۵-۱- نمایی از هندسه مورد مطالعه ۹۱
- شکل ۵-۲- شبکه محاسباتی هندسه مسأله برای چهار نوع شبکه M1، M2، M3 و M4 ۹۱
- شکل ۵-۳- مقایسه سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در خط مرکزی تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط ۳:۱ برای چهار نوع شبکه M1، M2، M3 و M4 به ازای $Re = 60$ و $En = 0.17$ ۹۴
- شکل ۵-۴- مقایسه حل عددی و تحلیلی توزیع سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ ۹۵
- شکل ۵-۵- توزیع دمای متوسط جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در طول لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ در حالت دما ثابت ۹۷
- شکل ۵-۶- توزیع ناسلت موضعی جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ در حالت دما ثابت ۹۸
- شکل ۵-۷- مقایسه حل عددی و تحلیلی توزیع دمای بدون بعد جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در مقطع خروجی لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ در حالت شار ثابت ۹۹
- شکل ۵-۸- توزیع ناسلت موضعی جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ در حالت شار ثابت ۹۹
- شکل ۵-۹- مقایسه سرعت روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای (الف) جریان سیال نیوتنی و (ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 0.1$ ۱۰۱
- شکل ۵-۱۰- مقایسه سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف ۱۰۳
- شکل ۵-۱۱- مقایسه سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ ، $Pr = 50$ و اعداد الاستیک مختلف ۱۰۳
- شکل ۵-۱۲- پروفیل سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در مقطع عرضی $\frac{X}{d} = C$ ۱۰۳
- شکل ۵-۱۳- مقایسه تغییرات فشار محوری به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ ، $Pr = 50$ و اعداد الاستیک مختلف ۱۰۴
- شکل ۵-۱۴- مقایسه تغییرات فشار محوری جریان سیال ویسکوالاستیک (الف) جریان سیال نیوتنی و (ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 0.1$ ۱۰۵
- شکل ۵-۱۴- مقایسه تغییرات فشار محوری جریان سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ ، $Pr = 50$ و اعداد الاستیک مختلف ۱۰۶

- شکل ۵-۱۵- خطوط جریان در تبدیل واگرای متقارن محوری به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای
- الف) جریان سیال نیوتنی ($En = 0$) و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد الاستیک مختلف ۱۰۸
- شکل ۵-۱۶- کانتور سرعت جریان سیال در تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای
- الف) جریان سیال نیوتنی ($En = 0$) و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد الاستیک مختلف ۱۱۰
- شکل ۵-۱۷- خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف ۱۱۱
- شکل ۵-۱۸- کانتور سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف ۱۱۲
- شکل ۵-۱۹- توزیع ناسلت موضعی دیوار بالادست تبدیل واگرا
- به ازای $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف ۱۱۴
- شکل ۵-۲۰- توزیع ناسلت موضعی دیوار پایین دست تبدیل واگرا
- به ازای $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف ۱۱۵
- شکل ۵-۲۱- توزیع ناسلت موضعی دیوار بالادست تبدیل واگرا
- به ازای $Re = 20$ ، $En = 1$ و اعداد پرانتل مختلف ۱۱۶
- شکل ۵-۲۲- توزیع ناسلت موضعی دیوار پایین دست تبدیل واگرا
- به ازای $Re = 20$ ، $En = 1$ و اعداد پرانتل مختلف ۱۱۷
- شکل ۵-۲۳- مقایسه توزیع دمای بدون بعد روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$
- برای الف) جریان سیال نیوتنی ($En = 0$) و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد الاستیک مختلف ۱۱۸
- شکل ۵-۲۴- مقایسه تغییرات توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و
- $Pr = 50$ برای الف) جریان سیال نیوتنی و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک به ازای $En = 2$ ۱۱۹
- شکل ۵-۲۵- کانتور دمای جریان سیال در تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای
- الف) جریان سیال نیوتنی ($En = 0$) و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد الاستیک مختلف ۱۲۰
- شکل ۵-۲۶- کانتور دمای جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف ۱۲۱
- شکل ۵-۲۷- توزیع شار حرارتی دیواره بالادست تبدیل واگرا
- به ازای $Re = 40$ ، $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد بریکمن مختلف ۱۲۲

فهرست جداول

- جدول ۱-۴- معرفى ابعاد خواص موجود در فايل "transportProperties" [۵۸] ۸۰
- جدول ۲-۴- انواع روش هاى حل دستگاه معادلات خطى در نرم افزار OpenFOAM [۵۸] ۸۵
- جدول ۱-۵- خواص شبكه بندى هاى مختلف ۹۲
- جدول ۲-۵- خواص شبكه بندى هاى مختلف ۹۲
- جدول ۳-۵- مقايسه طول گردابه ها در چهار نوع شبكه بندى به همراه خطاى نسبي ۹۳
- جدول ۴-۵- مقايسه طول گردابه هاى تحقيق حاضر با نتايج اليويرا و همكاران [۴۱] در اعداد رينولدز مختلف ۹۶
- جدول ۵-۵- مجموعه پارامترهاى در نظر گرفته شده در تحقيق حاضر ۱۰۰
- جدول ۶-۵- طول گردابه براى اعداد الاستيك مختلف در $Re = 20$ ۱۰۷
- جدول ۷-۵- طول گردابه براى اعداد رينولدز مختلف در $En = 1$ ۱۰۹

۱- فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

شاید بتوان سرآغاز مطالعه‌ی جریان سیالات لزج را در دوران باستان دانست؛ زیرا احتمالاً از زمان ماقبل تاریخ، سلاح‌های انسان‌ها از چوب‌ها و سنگ‌های ساده تبدیل به پیکان‌های پرک‌دار و کشیده و نیزه‌های سنگین شده‌اند. می‌توان ادعا کرد که انسان‌های اولیه در واقع مسائلی از مقاومت جریان‌های لزج را یافته و آنها را حل کرده‌اند. حل مسأله‌ی سیال لزج در ابتدا توسط ریاضیدان یونانی، ارشمیدس (۲۱۲ تا ۲۸۷ قبل از میلاد) در دو اصل شناوری وی ارائه شد. بعد از آن، برای بدست آوردن معادلاتی برای نیروی شناوری روی اجسام با شکل‌های مختلف، ارشمیدس در واقع نخسه‌ای از حساب دیفرانسیل را ایجاد کرد.

تا پیش از قرن هفدهم هیچ پیشرفت قابل توجهی در مکانیک سیالات صورت نگرفت تا اینکه در ۱۶۸۷ نیوتن اصل خود را منتشر کرد؛ جمله‌ی ساده‌ای که رفتار لزج تقریباً تمامی سیالات را نشان می‌داد: "مقاومت ایجاد شده در اثر فقدان روان بودن یک سیال، متناسب است با سرعتی که اجزای سیال با آن سرعت از یکدیگر جدا می‌شوند." سیالاتی نظیر آب و هوا که مثال‌های بارزی هستند؛ اکنون به احترام او، سیال نیوتونی خوانده می‌شوند. سیال نیوتونی، ماده‌ای است که در آن تنش برشی بدون تنش تسلیم (صفر بودن تنش برشی در نرخ برش صفر) تنها تابعی خطی از نرخ برش بوده و در این ماده نسبت تنش برشی به نرخ برش ویسکوزیته نامیده می‌شود. برای مهندسی سیالات مهمترین اتفاق، کشف وجود یک لایه مرزی نازک در جریان سیال با لزجت پایین بود که توسط پранتل^۱ در ۱۹۰۴ صورت گرفت. اثرات لزجت، محدود به این لایه مرزی می‌شود که به جریان غیر لزج خارجی متصل است و برای آن تکنیک‌های ریاضی بسیاری بدست آمده است. تئوری لایه مرزی در بسیاری از جریان‌های مهندسی به کار گرفته می‌شود؛ ولی در همه موارد نمی‌توان از آن استفاده کرد [۱].

با رشد صنایع مختلف، مهندسی و دانشمندان با سیالاتی روبرو شدند که مدل ارائه شده توسط

1. Ludwig Prandtl

نیوتن قادر به توصیف رفتار برشی آنها نبود. دانشمندان دریافتند که مدل ارائه شده توسط نیوتن برای گازها و مایعات با وزن مولکولی کمتر از ۱۰۰۰ مناسب است؛ اما این مدل برای مواد درشت مولکول چندان دقیق نیست و جریان برخی محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری رفتاری متفاوت را نسبت به سیالات نیوتنی نشان می‌دهد [۲].

به تدریج مطالعه‌ی ویژگی‌های جریان این سیالات منجر به پیدایش شاخه‌ای از علم به نام رئولوژی^۱ گردید. دانش رئولوژی در سالهای بین جنگ جهانی دوم گسترش یافت و هدف اصلی از رشد این دانش، برخورد محققین با سیالات غیرنیوتونی در مسائل عملی بود. با گسترش صنایع مختلف، بویژه صنعت نفت و پتروشیمی، زمینه‌های تحقیق در مورد این شاخه علمی گسترش یافت به طوری که امروزه کاربرد و گسترش آن در صنایعی نظیر صنعت پلیمر، مواد غذایی، تولید انواع لاستیک‌ها، علوم نظامی، رنگ، رزین و مواد پوشش دهنده (نظیر اپوکسی و ...)، تولید مواد آرایشی و بهداشتی، شوینده‌ها و صابونها، تولید دارو (انواع سوسپانسیونها و امولسیونها)، صنعت چاپ، تولید کاغذ، تولید سیمان، صنایع هسته‌ای، فرآیندهای تخمیری، تولید مواد روانکار حفاری و ... مشاهده می‌شود.

امروزه با توجه به کاربرد گسترده‌ی سیالات غیرنیوتونی در صنایع مختلف، مطالعه و تحقیق در علم رئولوژی ضروری به نظر می‌رسد. به دلیل وجود پیچیدگی و تنوع خانواده‌های سیالات غیرنیوتنی، این شاخه از علم هنوز رشد چندانی نیافته و لذا زمینه‌های فراوانی جهت مطالعه و تحقیق در علم رئولوژی وجود دارد. در این فصل به معرفی سیالات غیرنیوتونی پرداخته می‌شود؛ سپس، معادلات ساختاری سیالات ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۲- طبقه بندی سیالات

به طور کلی سیالات به دو دسته سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی تقسیم می‌شوند. سیال نیوتنی ماده‌ای است که فاقد تنش تسلیم باشد و تنش برشی در آن به صورت خطی با نرخ برش تغییر کند. در این سیالات، نسبت تنش برشی به نرخ برش مقدار ثابتی است که این مقدار ثابت، لزجت (ویسکوزیته) نامیده می‌شود. چنانچه سیالی یکی از شرایط سیال نیوتنی را نداشته باشد؛ سیال غیرنیوتنی نامیده می‌شود. سیالات غیرنیوتنی به سه دسته به صورت زیر تقسیم می‌شوند [۳]:

- سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان
- سیالات غیرنیوتنی تابع زمان
- سیالات ویسکوالاستیک

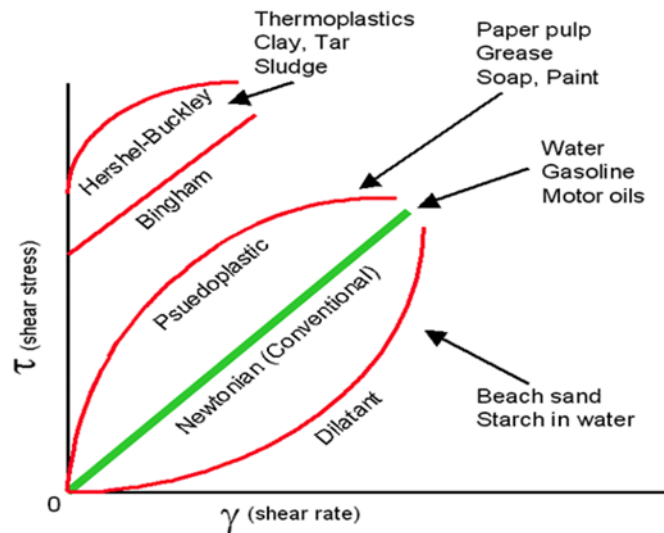
در ادامه توضیح مختصری در مورد هریک از این سیالات داده می‌شود.

۱-۲-۱- سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان

سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان، سیالاتی هستند که در آنها ویسکوزیته تابعی از نرخ برش می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۱-۱ مشخص است، این سیالات در حالت خاصی دارای تنش تسلیم هستند. منظور از تنش تسلیم این است که تا زمانی که تنش سیال به حد مشخصی نرسد، سیال نمی‌تواند جریان پیدا کند. برای مثال وقتی شما پوسته‌ی پلاستیکی خمیر دندان را فشار می‌دهید؛ این فشار باید به حد مشخصی برسد تا خمیر دندان از پوسته پلاستیکی آن خارج شود. در واقع تنش تسلیم مربوط به ساختمان ماده می‌باشد؛ چون بعد از تنش تسلیم ساختمان ماده شکسته شده و ماده جریان پیدا می‌کند. معروفترین سیال دارای این ویژگی، پلاستیک بینگهام می‌باشد. در واقع پلاستیک بینگهام، یک سیال نیوتنی دارای تنش تسلیم می‌باشد (ویسکوزیته آن ثابت است). چنانچه سیالات غیر نیوتنی

مستقل از زمان فاقد تنش تسلیم باشند؛ به دو دسته سیالات شبه پلاستیک^۱ و سیالات دایلاتنت^۲ تقسیم می‌شوند. این دسته از سیالات به سیالات نیوتنی تعمیم یافته^۳ نیز معروف هستند. معروفترین مدل حاکم بر این نوع از سیالات، مدل پاورلو^۴ می‌باشد که در این مدل تنش برشی تابع n ام نرخ برش است [۳]. یکی از اشکالات این مدل، پیش بینی ویسکوزیته صفر در نرخ برش بینهایت و ویسکوزیته بینهایت در نرخ برش صفر برای سیالات شبه پلاستیک است. از جمله مدل‌هایی که مشکل این مدل را ندارند می‌توان به مدل‌های کراس^۵، کاریویاسودا^۶ و راینرفیلیپوف^۷ اشاره کرد [۲]. در سیالات شبه پلاستیک ویسکوزیته در نرخ‌های برش کوچک و بسیار بزرگ تقریباً ثابت است و آنها را به ترتیب با (η_0) و (η_∞) نشان می‌دهند. چنانچه از مدل پاورلو برای سیالات شبه پلاستیک استفاده شود، n کوچکتر از یک و چنانچه از این مدل برای سیالات دایلاتنت استفاده شود، n بزرگتر از یک خواهد بود [۲]. شکل ۱-۱ رفتار تنش برشی را در برابر نرخ برش برای این دسته از سیالات نشان می‌دهد.

-
1. Pseudoplastic
 2. Dilatant
 3. Generalized Newtonian fluids
 4. Power-Law
 5. Cross
 6. Carreau-Yasuda
 7. Reiner-Philippoff



شکل ۱-۱- منحنی تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان [۴].

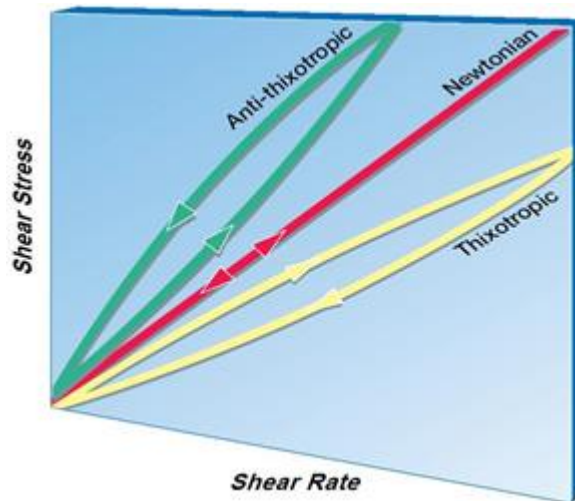
۱-۲-۲- سیالات غیرنیوتنی تابع زمان

در این نوع از سیالات ویسکوزیته علاوه بر نرخ برش تابع زمان نیز می‌باشد؛ یعنی در نرخ برش ثابت و دمای معین، ساختمان این دسته از سیالات مدام تغییر می‌کند و تنش برشی نیز تابعی از زمان خواهد بود. این نوع از سیالات به دو دسته‌ی سیالات تیکسوتروپیک^۱ و سیالات رئوپکتیک^۲ (آنتی تیکسوتروپیک^۳) تقسیم می‌شوند [۳].

در سیالات تیکسوتروپیک، اگر ماده تحت نرخ برش ثابت و دمای معین باشد؛ تنش برشی و ویسکوزیته یک کاهش برگشت پذیر نسبت به زمان خواهند داشت که این به دلیل شکست تدریجی ساختمان مولکولی سیالات تیکسوتروپیک می‌باشد. با گذشت زمان بر تعداد مولکول‌های شکسته شده افزوده شده و امکان برخورد مولکول‌ها و مکانیزم ترمیم فراهم خواهد شد. همچنین، با برقراری تعادل بین فرآیندهای شکست و ترمیم، ویسکوزیته به مقدار ثابتی می‌رسد. سیالات آنتی تیکسوتروپیک سیالات کمیابی هستند و رفتار کاملاً متفاوتی را نسبت به سیالات تیکسوتروپیک از خود نشان می‌دهند.

1. Thixotropic
2. Rheopectic
3. Antithixotropic

در این دسته از سیالات، چنانچه ماده تحت نرخ برش ثابت و دمایی معین باشد؛ تنش برشی و ویسکوزیته یک افزایش برگشت پذیر نسبت به زمان خواهند داشت که این رفتار به دلیل نداشتن ساختمان مولکولی اولیه و برخورد مولکولها و تشکیل ساختار جدید می باشد. شکل ۱-۲ منحنی تنش را در برابر نرخ برش برای سیالات تیکسوتروپیک و آنتی تیکسوتروپیک نشان می دهد.

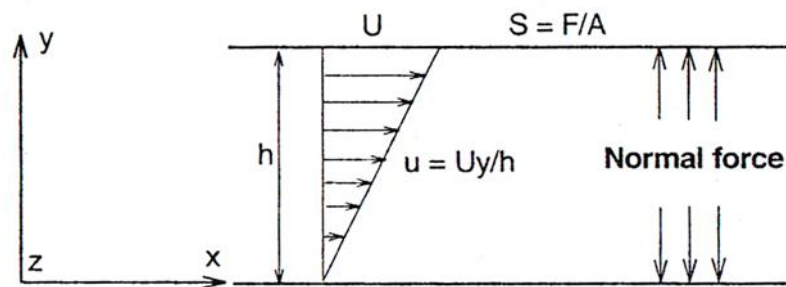


شکل ۱-۲- منحنی های تنش برشی در برابر نرخ برش برای سیالات غیرنیوتنی تابع زمان [۴].

۱-۲-۳- سیالات ویسکوالاستیک

سیالات ویسکوالاستیک، سیالاتی هستند که به طور توأمان خواص ویسکوز سیال و الاستیک جامد را دارا می باشند. چون در سیالات تنش تابعی از نرخ برش و در جامدات تابعی از خود برش می باشد؛ لذا این دسته از سیالات به طور همزمان خواص جامد و سیال را دارا می باشند. برای بررسی رفتار جریان سیالات ویسکوالاستیک، جریان برشی این دسته از سیالات را بین دو صفحه تخت موازی در نظر می گیریم. مطابق شکل ۱-۳، جریان یک سیال ویسکوالاستیک بین دو صفحه تخت موازی با ارتفاع h قرار دارد که صفحه بالایی با سرعت U حرکت می کند. چنانچه حرکت صفحه بالایی به طور ناگهانی قطع شود؛ برخلاف سیال نیوتنی که تنش برشی به طور آنی صفر می شود؛ در سیال ویسکوالاستیک تنش برشی به طور آنی صفر نمی شود؛ بلکه تنش برشی در طی یک بازه زمانی به مقدار صفر می رسد.

یعنی، این دسته از سیالات دارای یک زمان رهایی از تنش^۱ هستند.



شکل ۱-۳- طرح شمایک جریان برشی ساده [۵].

در واقع چنانچه نیرو از روی صفحه بالایی برداشته شود؛ این صفحه کمی به عقب برمی‌گردد که این به خاطر خاصیت الاستیک سیال می‌باشد. خاصیت ویسکوز این دسته از سیالات باعث می‌شود که این برگشت به عقب نسبت به مواد الاستیک کمتر باشد؛ این خاصیت نشان می‌دهد که این سیالات دارای حافظه می‌باشند و از تغییر شکل قبلی خود آگاه هستند [۵]. از دیگر ویژگی‌های جالب سیالات ویسکوالاستیک وجود اختلاف تنش‌های نرمال می‌باشد. چون سیالات ویسکوالاستیک برخلاف سیالات نیوتنی دارای خاصیت غیرایزنتروپیک^۲ می‌باشند؛ خواص این دسته از سیالات در یک نقطه در جهات مختلف متفاوت می‌باشد. در واقع جریان برشی این سیالات، آرایش و موقعیت مولکول‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد و همراستا شدن مولکول‌های طویل پلیمری در راستای خطوط جریان را پدید می‌آورد. همچنین تغییر جهت قرارگیری مولکول‌ها، آرایش و موقعیت مولکول‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد و اختلاف تنش‌های نرمال را پدید می‌آورد. بنابراین چنانچه در جریان برشی ساده جهت جریان را x و راستای تغییرات سرعت (عمود بر جهت جریان) را y در نظر بگیریم؛ اختلاف تنش نرمال اول به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \quad (1-1)$$

1. Relaxation Time
2. Non-Isotropic

همچنین چنانچه جهت راستگرد z را عمود بر جهت x و y در نظر بگیریم؛ اختلاف تنش نرمال دوم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_2 = \sigma_{yy} - \sigma_{zz} \quad (2-1)$$

در سیالات ویسکوالاستیک پارامتر دیگری به نام ثابت‌های اختلاف تنش نرمال اول و دوم وجود دارد، این ثابت‌ها توسط روابط (1-1) و (2-1) به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\Psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}^2} \quad (3-1)$$

$$\Psi_2 = \frac{N_2}{\dot{\gamma}^2} \quad (4-1)$$

در روابط بالا، Ψ_1 و Ψ_2 ثابت‌های تنش نرمال اول و دوم و $\dot{\gamma}$ نرخ برش می‌باشد. لزجت یک سیال ویسکوالاستیک نیز بر اساس تنش برشی و نرخ برش به صورت زیر تعریف می‌شود [3]:

$$\eta = \frac{\sigma_{xy}}{\dot{\gamma}} \quad (5-1)$$

همان‌طور که در روابط قبلی مشخص است، در سیالات ویسکوالاستیک، ویسکوزیته و تنش‌های نرمال اول و دوم همگی تابعی از نرخ برش هستند. لازم به ذکر است که در تمامی مواد پلیمری رفتار ویسکوزیته و ثابت‌های اختلاف تنش نرمال اول و دوم به صورت نازک شونده¹ (شبه پلاستیک) می‌باشد. N_1 مقداری مثبت و N_2 مقداری منفی دارد. در بیشتر کاربردهای صنعتی مقدار N_2 را اندازه‌گیری نمی‌کنند و آن را ۱۰٪ مقدار N_1 در نظر می‌گیرند. با این وجود، تمامی توصیفات ذکر شده در مدل‌های خطی کاربرد دارد و در مدل‌های غیر خطی اعتباری ندارد [6].

۱-۳- پارامترهای مهم در جریان سیالات ویسکوالاستیک

معمولاً برای بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک از دو عدد دبورا^۱ و وایزنبرگ^۲ استفاده می‌کنند. عدد دبورا بر اساس نسبت زمان رهایی از تنش به زمان مشخصه‌ی جریان و عدد وایزنبرگ بر اساس نسبت نیروی ناشی از خاصیت الاستیک به نیروی ناشی از خاصیت ویسکوز سیال به صورت زیر تعریف می‌شوند [۵]:

$$De = \lambda\omega = \lambda/T \quad (۶-۱)$$

$$Wi = \lambda\dot{\gamma} \quad (۷-۱)$$

در روابط بالا λ زمان رهایی از تنش، T زمان مشخصه جریان، ω فرکانس جریان و $\dot{\gamma}$ نرخ برش جریان می‌باشد. زمان رهایی از تنش در سیالات نیوتونی بسیار کوچک (کمتر از 10^{-6} تا 10^{-4} ثانیه) و برای جامدات الاستیک (بزرگتر از ۱۰۰ ثانیه) است [۴]. در نتیجه زمان رهایی از تنش برای سیالات ویسکوالاستیک در بین این محدوده می‌باشد. هرچه عدد دبورا و وایزنبرگ برای یک ماده کوچک باشد؛ ماده شانس بیشتری برای جریان یافتن پیدا می‌کند. عدد دبورا حالت ماده (میزان الاستیک بودن آن) و عدد وایزنبرگ رفتار ماده (خطی یا غیرخطی بودن تنش برحسب نرخ برش) را نشان می‌دهد [۵].

۱-۴- معادلات متشکله در سیالات ویسکوالاستیک

منظور از معادله متشکله^۲، معادله‌ای است که در آن رابطه‌ی بین تنش و نرخ تغییر شکل برای یک ماده مشخص، بیان می‌شود. در این قسمت به طور مختصر در مورد معادلات متشکله‌ی سیالات ویسکوالاستیک بحث می‌شود. همچنین، انواع خانواده‌های مدل‌های ویسکوالاستیک معرفی شده و در مورد مزایا و معایب چند مدل ویسکوالاستیک خطی و غیرخطی بحث خواهد شد.

1. Deborah Number
2. Weissenberg Number
3. Constitutive equation

معادله متشکله سیال نیوتنی توسط اسحاق نیوتن به صورت زیر بیان شد [۷]:

$$\tau_{ij} = (-P + \lambda \dot{\epsilon}_{kk}) \delta_{ij} + 2\eta \dot{\epsilon}_{ij} \quad (۸-۱)$$

در رابطه (۸-۱) فشار استاتیکی، $\dot{\epsilon}$ نرخ برش و λ و η ثابتهای ویسکوز هستند.

برای مواد ویسکوالاستیک بی نهایت معادله متشکله وجود دارد؛ این معادلات می توانند به اشکال متنوعی رابطه‌ی بین بسط مشتقات تنش یا انتگرال‌های تنش همراه با نرخ برش را نشان دهند.

به طور کلی معادلات متشکله به دو دسته تقسیم می شوند [۸]:

- مدل‌های خطی

- مدل‌های غیر خطی

در قسمت‌های بعدی در مورد هر یک از این مدل‌ها بحث شده و چند معادله‌ی معروف از هر یک از این مدل‌ها معرفی می شود.

۱-۴-۱- مدل‌های ویسکوالاستیک خطی

مدل‌های ویسکوالاستیک خطی بر پایه ترکیب خواص جامد خطی و سیال نیوتنی بدست می آیند. در واقع این مدل‌ها از ترکیب‌های مختلف مجموعه‌ای از فنرها و دمپرهای خطی ایجاد شده‌اند. به طور کلی معادله متشکله هر مدل ویسکوالاستیک خطی به صورت زیر است [۹]:

$$\left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t} + \lambda_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + \lambda_n \frac{\partial^n}{\partial t^n}\right) \tau_{ij} = \eta_0 \left(1 + \xi_1 \frac{\partial}{\partial t} + \xi_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + \xi_m \frac{\partial^m}{\partial t^m}\right) \gamma_{ij} \quad (۹-۱)$$

در رابطه (۹-۱)، مقادیر λ_i و ξ_i به ترتیب زمان‌رهایی از تنش و زمان تأخیر سیال از مرتبه i بوده و η_0 لزجت در نرخ برش صفر، τ_{ij} تنش برشی و γ_{ij} نرخ برش است. همچنین مقادیر m و n بصورت $n = m$ یا $n = m + 1$ با هم رابطه دارند. بنابراین با انتخاب مقادیر اختیاری برای n و m ، می توان مدل ویسکوالاستیک جدیدی را برای یک ماده تشکیل داد. در اینجا ثابت‌های زمانی مرتبه پایین از ثابت‌های

زمانی مرتبه بالا غالب تر هستند. در معادله (۹-۱)، چنانچه $\xi_i = \lambda_i = 0$ در نظر گرفته شود؛ همان معادله متشکله سیال نیوتنی بدست می آید [۹].

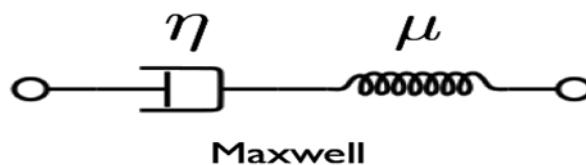
در رابطه (۹-۱) مقدار نرخ برش γ_{ij} به صورت زیر تعریف می شود:

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (10-1)$$

در رابطه (۱۰-۱)، u سرعت و x جهت مختصات می باشد. مدل های ویسکوالاستیک خطی برای شبیه سازی جریان محلول های رقیق پلیمری و یا سوسپانسیون های رقیق ذرات کروی جامد در سیالات نیوتنی بسیار مناسب هستند. پاسخ مدل های ویسکوالاستیک خطی نسبت به تغییر شکل های کوچک با فیزیک جریان کاملاً سازگار می باشد. با این وجود، پاسخ این مدل ها برای تغییر شکل های بزرگ دارای خطای زیادی می باشد.

یکی از اولین و معروفترین مدل های ویسکوالاستیک خطی، مدل ماکسول می باشد. همان طور که در شکل ۴-۱ مشاهده می شود، این مدل بر اساس ترکیب سری فنر و دمپر خطی به صورت زیر تعریف می شود [۵]:

$$\tau_{ij} + \frac{\eta}{\mu} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} = \eta \gamma_{ij} \quad (11-1)$$

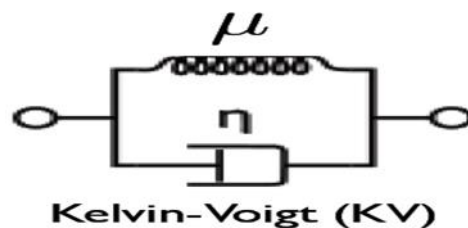


شکل ۴-۱- طرح ماکسول [۵].

در رابطه (۱۱-۱)، η لزجت و μ مدول برشی ساده می باشد. همان طور که در رابطه (۱۱-۱) مشخص است، این مدل دارای زمان رهایی تنش و فاقد زمان رهایی از تغییر شکل است. بنابراین در این مدل با توقف اعمال تنش، نرخ تغییر شکل در سرتاسر ماده به طور آنی صفر خواهد شد. بنابراین مدل ماکسول

برای شبیه سازی تغییر شکل های کوچک محلول های رقیق پلیمری (مواد ویسکوالاستیک دارای خواص ویسکوز و الاستیک تقریباً خطی) که دارای زمان رهایی از تغییر شکل کوچک هستند، مناسب می باشد. یکی دیگر از مدل های ویسکوالاستیک خطی، مدل کلون ویت می باشد. همان طور که در شکل ۱-۵ مشاهده می شود، در این مدل رفتار سیال ویسکوالاستیک بر اساس ترکیب موازی یک فنر و دمپر خطی شبیه سازی شده است. در این مدل، رفتار تنش در برابر نرخ برش به صورت زیر تعریف می شود:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} = \mu(\gamma_{ij} + \frac{\eta}{\mu} \frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t}) \quad (12-1)$$



شکل ۱-۵- طرح کلون-ویت [۵].

همان طور که در رابطه (۱۲-۱) مشخص است، این مدل فاقد زمان رهایی از تنش و دارای زمان رهایی از تغییر شکل است. بنابراین، چنانچه تغییر شکل ماده برداشته شود؛ تنش به طور آنی در ماده صفر می شود که این رفتار کاملاً عکس رفتار مدل ماکسول است.

۱-۴-۲- مدل های ویسکوالاستیک غیر خطی

مدل های ویسکوالاستیک خطی با وجود داشتن روابط دیفرانسیلی ساده دارای مشکلاتی نیز هستند. این مشکلات عبارتند از:

۱. مدل های ویسکوالاستیک خطی برای محلول های رقیق پلیمری بسیار مناسب هستند، اما این مدل ها برای محلول های غلیظ و مذاب های پلیمری که رفتاری کاملاً غیر خطی دارند، مناسب نیستند.

۲. مدل‌های ویسکوالاستیک خطی قادر به ارائه رفتار وابستگی توابع رئولوژیکی به نرخ برش

نیستند، به عبارت دیگر در این مدل‌ها ویسکوزیته ثابت در نظر گرفته می‌شود ($\eta = \eta_0$).

۳. همان‌طور که در بخش‌های قبلی ذکر شد، مهمترین تفاوت سیالات ویسکوالاستیک و نیوتنی

وجود اختلاف تنش‌های نرمال در سیالات ویسکوالاستیک است، درحالی‌که در مدل‌های خطی،

تنش‌های نرمال برابر در نظر گرفته می‌شود.

یکی از معروفترین مدل‌ها که به شبیه‌سازی جریان سیالات ویسکوالاستیک می‌پردازد، خانواده مدل‌های

اولدروید است، که تقریباً یک مدل تجربی محسوب می‌شود. خانواده اولدروید مبحث بسیار مفصلی در

مکانیک محیط‌های پیوسته است. برای مطالعه‌ی بیشتر در مورد این خانواده به مرجع [۲] رجوع شود.

در این قسمت، تنها معادلات متشکله‌ای که در زمینه مدل‌سازی جریان سیالات ویسکوالاستیک کاربرد

دارد، بیان می‌شود. در میان مدل‌های اولدروید، دو مدل اولدروید-ای^۱ و اولدروید-بی^۲ از همه معروفتر

هستند که معادله متشکله این دو مدل به ترتیب در روابط (۱-۱۳) و (۱-۱۴) آمده است [۲]:

$$\tau + \lambda_1 \dot{\tau} = \eta_0 (\dot{\gamma}^{(1)} + \lambda_2 \dot{\gamma}^{(2)}) \quad (1-13)$$

$$\tau + \lambda_1 \tau_{(1)} = \eta_0 (\dot{\gamma}_{(1)} + \lambda_2 \dot{\gamma}_{(2)}) \quad (1-14)$$

با وجود اینکه مدل‌های اولدروید-ای و بی، اصول مکانیک محیط‌های پیوسته را بخوبی ارضا می‌کنند؛

اما این دو مدل دارای ضعف‌هایی در زمینه تعیین اختلاف تنش‌های نرمال دوم هستند. رابطه (۱-۱۳)

معادله متشکله مدل اولدروید-ای را نشان می‌دهد. در این مدل، ثابت اختلاف تنش نرمال دوم قرینه‌ی

ثابت اختلاف تنش نرمال اول می‌باشد ($\Psi_2 = -\Psi_1$) در حالی‌که در رابطه (۱-۱۴) که معادله متشکله

مدل اولدروید-بی را نشان می‌دهد؛ ثابت اختلاف تنش نرمال دوم صفر و ثابت اختلاف تنش نرمال اول

مقداری مثبت است. از آنجایی که در سیالات ویسکوالاستیک اختلاف تنش نرمال دوم همواره دارای

مقداری نسبتاً کوچک و حداکثر ۲۰٪ مقدار اختلاف تنش نرمال اول می‌باشد؛ بنابراین به نظر می‌رسد

1. Oldroyd-A
2. Oldroyd-B

که پاسخ‌های مدل اولدروید-بی به واقعیت نزدیکتر است. به همین دلیل، تحقیقات عددی و تحلیلی فراوانی با استفاده از مدل اولدروید-بی انجام شده است. مدل اولدروید-بی به مدل همرفتی جفریز^۱ نیز معروف است. این مدل در حالت‌های خاصی به مدل‌های دیگری تبدیل می‌شود.

اگر $\lambda_2 = 0$ باشد، مدل فوق همرفتی ماکسول^۲ (UCM) به دست می‌آید:

$$\tau + \lambda_1 \tau_{(1)} = \eta_0 \gamma_{(1)} \quad (15-1)$$

اگر $\lambda_1 = 0$ باشد، مدل سیال مرتبه دو حاصل می‌شود:

$$\tau = \eta_0 (\gamma_{(1)} + \lambda_{(2)} \gamma_{(2)}) \quad (16-1)$$

اگر $\lambda_1 = \lambda_2$ ، مدل اولدروید-بی به مدل سیال نیوتنی با لزجت η_0 تبدیل می‌شود.

لازم به ذکر است که استفاده از مدل الدروید-بی به منظور مدل سازی رفتار محلول‌های پلیمری بسیار رایج است. در این مدل، ماده حل‌شونده به صورت ماده پلیمری UCM و ماده حلال به صورت سیال نیوتنی در نظر گرفته می‌شود.

$$\tau_p + \lambda_{(1)} \eta_{p(1)} = \eta_p \gamma \quad (17-1)$$

$$\tau_s = \eta_s \gamma \quad (18-1)$$

در رابطه فوق اندیس p مربوط به ماده حل‌شونده پلیمری و اندیس s مربوط به ماده حلال نیوتنی است. همچنین در یک ماده پلیمری تنش کل و ویسکوزیته کل به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tau = \tau_p + \tau_s \quad (19-1)$$

$$\eta = \eta_p + \eta_s \quad (20-1)$$

با جمع کردن روابط (۱۷-۱) و (۱۸-۱) داریم:

$$(\tau_p + \tau_s) + \lambda_1 \eta_{p(1)} = (\eta_p + \eta_s) \gamma \quad (21-1)$$

1. Convected Jeffreys Model
2. Upper Convected Maxwell Model (UCM Model)

بنابراین با توجه به روابط (۱۹-۱) و (۲۰-۱)، رابطه (۲۱-۱) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\tau + \lambda_1 (\eta_{(1)} - \eta_{s(1)}) = \eta \gamma \quad (22-1)$$

رابطه (۲۲-۱) به شکل دیگری به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\tau + \lambda_1 \eta_{(1)} = \eta \left(\gamma + \frac{\lambda_1 \eta_s}{\eta} \gamma_{(2)} \right) \quad (23-1)$$

با مقایسه روابط (۲۳-۱) و (۱۴-۱) می‌توان دریافت که رابطه (۲۳-۱) صورت خاصی از مدل اولد روید-

بی می‌باشد که در آن رابطه‌ای بین ثابت‌های زمانی به صورت $\lambda_2 = \frac{\lambda_1 \eta_s}{\eta}$ برقرار است.

با توجه به رابطه (۲۳-۱) می‌توان دریافت که بر خلاف صورت عمومی معادله متشکله اولد روید-بی

(رابطه (۱۴-۱))، چنانچه مقدار λ_1 در رابطه (۲۳-۱) برابر با صفر در نظر گرفته شود، این مدل به مدل

سیال مرتبه دو تبدیل نمی‌شود؛ بلکه، به سیال نیوتنی با ویسکوزیته $\eta_p + \eta_s$ تبدیل می‌شود.

به طور کلی صورت عمومی مدل اولد روید به صورت مدل هشت ثابت اولد روید^۱ است که در سال ۱۹۵۸

ارائه شده است [۲] و [۱۰]:

$$\begin{aligned} \tau + \lambda_1 \tau_{(1)} + \frac{\lambda_3}{2} (\tau \gamma_1 + \gamma_1 \tau) + \frac{\lambda_5}{2} [tr(\tau)] \gamma_1 + \frac{\lambda_6}{2} [tr(\tau \gamma_1)] I = \\ - \eta_0 \left(\gamma_{(1)} + \lambda_2 \gamma_{(2)} + \lambda_4 \gamma_{(1)}^2 + \frac{\lambda_7}{2} [tr(\gamma_{(1)}^2)] I \right) \end{aligned} \quad (24-1)$$

این مدل قادر به ارائه رفتار کاملی از سیال ویسکوالاستیک است، اما معادله آن بسیار پیچیده و ناپایداری

عددی آن بالا می‌باشد.

مدل چهار ثابت فن-تین-تنر^۲، یکی دیگر از مدل‌های ویسکوالاستیک غیرخطی می‌باشد. این مدل

براساس تئوری شبکه برای مذاب‌های پلیمری طراحی شده است. صورت عمومی معادله متشکله این

مدل به صورت زیر است [۱۱]:

1. Oldroyd 8-Constant Model
2. Phan-Thein-Tanner model

$$g \tau + \lambda \tau_{(1)} + \frac{1}{2} \xi \lambda (\gamma \cdot \tau - \tau \cdot \gamma) = \eta_0 \gamma \quad (25-1)$$

در رابطه فوق g ناوردایی اول تانسور نرخ برش می باشد که به صورت زیر تعریف می شود [۱۱]:

$$g = \exp \left[-\varepsilon \left(\frac{\lambda}{\eta_0} \right) \right] tr(\tau) \cong 1 - \varepsilon \left(\frac{\lambda}{\eta_0} \right) tr(\tau) \quad (26-1)$$

صورت اصلاح شده مدل PTT مدل MPTT می باشد. از این مدل، جهت شبیه سازی محلول های پلیمری استفاده می شود. در مدل MPTT، صورت کلی تنش به صورت مجموع تنش ویسکوز ماده حلال نیوتنی و تنش ویسکوالاستیک ماده حل شونده تعریف می شود [۱۱]:

$$\sigma_{total} = -PI + \eta_N \gamma + \tau \quad (27-1)$$

در رابطه فوق، P فشار استاتیکی، $\eta_N \gamma$ تنش ماده حلال نیوتنی، τ تنش ویسکوالاستیک ماده حل شونده، γ نرخ برش و η_N ویسکوزیته ماده حلال نیوتنی می باشد. معادله متشکله مدل MPTT به صورت زیر است [۱۱]:

$$g \tau + \lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} + V \cdot \nabla \tau - L \tau - \tau L^T \right) = \eta_m \gamma \quad (28-1)$$

در رابطه فوق، مقادیر g ، L و η_m به صورت زیر تعریف می شوند:

$$g = 1 - \frac{\lambda \varepsilon}{\eta_{m0}} tr(\tau) \quad (29-1)$$

$$L = \nabla V^T - \frac{\xi \gamma}{2} \quad (30-1)$$

$$\eta_m = \eta_{m0} \frac{1 + \xi(2 - \xi) \lambda^2 \dot{\gamma}^2}{(1 + \Gamma^2 \dot{\gamma}^2)^{(1-n)/2}} \quad (31-1)$$

در روابط فوق، λ زمان رهایی از تنش، ε عدد وایزبرگ، ξ از ثابت های ماده، η_m لزجت ماده حل شونده، η_{m0} لزجت ماده حل شونده در نرخ برش صفر، n توان نمایی برای ماده حل شونده (جهت مدل سازی ویسکوزیته تابعی از نرخ برش برای ماده حل شونده) و $\dot{\gamma}$ نرخ برش تعمیم یافته می باشد.

همچنین Γ یک پارامتر زمانی است که معمولاً برابر با زمان رهایی از تنش (λ) در نظر گرفته می‌شود. بنابراین لزجت برای کل محلول در نرخ برش صفر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_0 = \eta_{m0} + \eta_s \quad (32-1)$$

بنابراین با تعریف پارامتر $\beta = \frac{\eta_{m0}}{\eta_0}$ ، مقدار لزجت حلال را می‌توان به صورت $\eta_N = (1 - \beta)\eta_0$ نمایش داد. در این حالت تنش کل و معادله متشکله MPTT به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۱]:

$$\sigma_{total} = -PI + (1 - \beta)\eta_0\gamma + \tau \quad (33-1)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} + \nabla \cdot (V\tau) \right) = \mu\beta\eta_0\gamma + \lambda(L\tau + \tau L^T) - g\tau \quad (34-1)$$

که در رابطه فوق μ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu = \frac{1 + \xi(2 - \xi)\lambda^2\dot{\gamma}^2}{(1 + \Gamma^2\dot{\gamma}^2)^{(1-n)/2}} \quad (35-1)$$

مدل سه ثابت گزیکس^۱ [۱۲]، مدل دیگری برای شبیه سازی رفتار غیر خطی سیالات ویسکوالاستیک است که بر اساس دیدگاه مولکولی بدست آمده است. مزیت اصلی این مدل، ارائه رفتار پاورلو و ثابت‌های اختلاف تنش‌های نرمال می‌باشد. معادله متشکله این مدل به صورت زیر است:

$$\tau + \lambda\tau_{(1)} + (\alpha\lambda/\eta_0)(\tau \cdot \tau) = \eta_0\gamma \quad (36-1)$$

در پایان این فصل ذکر این نکته ضروری است که یکی از روشهای طبقه بندی سیالات ویسکوالاستیک، طبقه بندی آنها بر اساس مدل ویسکوالاستیکی می‌باشد که به نحو بهتری نسبت به سایر مدل‌ها قادر به ارائه رفتار آن سیال باشد. به همین دلیل روش دیگری در نامگذاری سیالات ویسکوالاستیک به صورت سیال اولدروید-بی، سیال ماکسول، سیال فان-تین-تنر و ... می‌باشد.

۲- فصل دوم

پیشینه تحقیق

۲-۱- مقدمه

تغییر ناگهانی سطح مقطع در بسیاری از تجهیزات صنعتی نظیر مشعل‌ها، اسپری‌های خشک‌کن، فرآیندهای پرکردن قالبهای ریخته‌گری و ... رخ می‌دهد؛ به همین دلیل تاکنون محققین بسیاری به بررسی تجربی و عددی جریان سیالات در کانال‌ها و لوله‌های دارای انبساط تدریجی و ناگهانی پرداخته‌اند. بررسی جریان سیال در تبدیلات و اگر از اهمیت خاصی برخوردار است؛ چون این تبدیلات با وجود داشتن هندسه‌ی تقریباً ساده، فیزیک جریان در آنها بسیار پیچیده می‌باشد.

در این فصل به بررسی تحقیقات تئوری و تجربی که تاکنون در زمینه بررسی جریان و انتقال حرارت سیالات نیوتنی، غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیلات و اگر صورت گرفته است، پرداخته می‌شود. با توجه به اینکه فیزیک جریان در کانال تفاوت بسیار زیادی با فیزیک جریان در لوله دارد؛ بنابراین ابتدا در این فصل، تحقیقات صورت گرفته در تبدیلات و اگر ای صفحه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ سپس به تحقیقات صورت گرفته در تبدیلات و اگر ای متقارن محوری پرداخته خواهد شد. همچنین با بررسی تحقیقات اخیر زمینه‌های ضرورت انجام تحقیق حاضر و جنبه‌های نوآوری آن آشکار خواهد شد. در پایان این فصل، ساختار کلی تحقیق حاضر و جنبه‌های نوآوری آن به طور کامل شرح داده می‌شود.

۲-۲- جریان سیال در تبدیلات و اگر ای صفحه‌ای

در این قسمت، ابتدا به تحقیقاتی که تاکنون در زمینه بررسی جریان سیال نیوتنی در تبدیلات و اگر ای صفحه‌ای صورت گرفته است می‌پردازیم؛ سپس، تحقیقات صورت گرفته در مورد سیالات غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۲-۲-۱- جریان سیال نیوتنی در تبدیلات واگرای صفحه‌ای

نخستین کارها در زمینه بررسی جریان سیال نیوتنی در هندسه انبساط ناگهانی، در قالب کار تجربی توسط دیورست^۱ و همکارانش [۱۳]، چردون^۲ و همکارانش [۱۴] و اووا^۳ و همکارانش [۱۵] صورت گرفته است. آنها با بررسی جریان سیال نیوتنی در اعداد رینولدز مختلف در منطقه پایین دست هندسه انبساط ناگهانی متقارن دوبعدی دریافتند؛ در اعداد رینولدز پایین جریان متقارن باقی می‌ماند؛ اما وقتی عدد رینولدز از یک حد بحرانی می‌گذرد؛ جریان سیال تقارن خود را از دست می‌دهد و منجر به ایجاد گردابه‌هایی با اندازه‌های مختلف در قسمت پایین دست هندسه انبساط ناگهانی می‌شود. چنین پدیده‌ای که منجر به تولید گردابه‌هایی با اندازه مختلف می‌گردد را پدیده شاخه‌ای شدن^۴ گردابه‌ها می‌نامند. مطالعه‌ی عددی جریان سیال نیوتنی در هندسه انبساط ناگهانی با نسبت انبساط ۱:۳ توسط فیرن^۵ و همکارانش [۱۶] و دیورست و همکارانش [۱۷] منجر به پیدا کردن عدد رینولدز بحرانی برای انتقال جریان از حالت متقارن به نامتقارن شد. همچنین نمودار شاخه‌ای شدن گردابه‌ها نیز در این تحقیق آورده شده است.

بتاگلیا^۶ و همکارانش [۱۸] و آلربون^۷ و همکارانش [۱۹] تأثیر نسبت انبساط را روی پدیده‌ی شاخه‌ای شدن گردابه‌ها برای سیال نیوتنی در هندسه انبساط ناگهانی مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها با استفاده از حل متقارن در مطالعات خود با کاهش نسبت انبساط، بهبود پایداری را مشاهده کردند.

رویولتا^۸ [۲۰] پدیده شاخه‌ای شدن گردابه‌ها را در نسبت‌های انبساط بزرگ برای سیال نیوتنی مورد مطالعه قرار داده‌است. اولیویرا^۹ [۲۱] و ترنیک^{۱۰} و همکارانش [۲۲] در یک کار عددی مقدار عدد

-
1. Durst
 2. Cherdron
 3. Ouwa
 4. Bifurcation Phenomena
 5. Fearn
 6. Battaglia
 7. Allerborn
 8. Revuelta
 9. Oliveira
 10. Ternik

رینولدز بحرانی را برحسب ارتفاع بالادست و میانگین سرعت ورودی کانال ۵۴ گزارش کرده‌اند. دریکاکیس^۱ [۲۳] در تحقیق خود با استفاده از روش اختلاف محدود مرتبه چهار در بررسی جریان سیال نیوتنی در تبدیل واگرای صفحه‌ای، مقدار عدد رینولدز بحرانی را $53/3$ گزارش کرده است.

هاوا^۲ و روساک^۳ [۲۴] در تحقیق خود با استفاده از روش تحلیل پایداری خطی و روش اختلاف محدود روی تابع جریان و تابع ورتیسیتته، مقدار عدد رینولدز بحرانی را در هندسه انبساط ناگهانی با نسبت انبساط ۱:۳، $53/8$ گزارش کرده‌اند. میشر^۴ و جایارامان^۵ [۲۵] با به کار گیری روش المان محدود و روش تمديد-اختلال^۶ مقدار عدد رینولدز بحرانی را برای سیال نیوتنی 54 گزارش کرده است.

داگتکین^۷ و اونسال^۸ [۲۶] در تحقیق خود جریان سیال نیوتنی را در محدوده رینولدز $(0.1 \leq Re \leq 500)$ و نسبت واگرای $(1/5 \leq ER \leq 4)$ در هندسه انبساط ناگهانی مورد بررسی قرار داده‌اند. در این تحقیق، گردابه‌ها در دو حالت صفحه‌ای و متقارن محوری مورد بررسی قرار گرفته است.

اسکات^۹ و میرزا^{۱۰} [۲۷] در تحقیق خود جریان آرام سیال نیوتنی را در تبدیل واگرای صفحه‌ای مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها با حل معادلات ناویر-استوکس دوبعدی با استفاده از روش المان محدود دریافتند که گردابه‌ها در تبدیل واگرای صفحه‌ای به طور خطی با رینولدز تغییر می‌کنند.

چرک^{۱۱} و چاف^{۱۲} [۲۸] با استفاده از روش حجم محدود، جریان آرام سیال نیوتنی را در انبساط ناگهانی صفحه‌ای مطالعه کرده‌اند. در این تحقیق، تأثیر نسبت انبساط روی طول گردابه‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است.

-
1. Drikakis
 2. Hawa
 3. Rusak
 4. Mishra
 5. Jayaraman
 6. Continuation-Perturbation
 7. Dagtekin
 8. Unsal
 9. Scott
 10. Mirza
 11. Schreck
 12. Schafe

۲-۲-۲- جریان سیال غیرنیوتنی در تبدیلات واگرای صفحه‌ای

در چند دهه اخیر محققین بسیاری به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی در تبدیل واگرای صفحه‌ای پرداخته‌اند. در ادامه توضیحاتی در مورد تعدادی از تحقیقات صورت گرفته در این زمینه و نتایج آنها ارائه می‌شود.

بل^۱ و سورانا^۲ [۲۹] جریان همدمای سیال غیرنیوتنی را در تبدیل واگرای متقارن صفحه‌ای با نسبت انبساط ۱:۲ مورد مطالعه قرار داده‌اند. آنها در تحقیق خود با استفاده از مدل توانی^۳ و در نظر گرفتن رینولدز ۱۰، میزان وابستگی اندازه و طول گردابه‌ها به شاخص توانی را مورد بررسی قرار داده‌اند. ترنیک^۴ [۳۰] با استفاده از شبیه‌سازی عددی، تأثیر خواص غیرنیوتنی را در تبدیل جریان از حالت متقارن به نامتقارن در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت انبساط ۱:۳ بررسی کرده است. ایشان در تحقیق خود محدوده‌ی اندیس توانی و عدد رینولدز را بصورت زیر در نظر گرفته است:

$$10 \leq Re_{gen} \leq 150, \quad 0.6 \leq n \leq 1 \quad (1-2)$$

ترنیک [۳۰] تعریف‌های مختلفی را برای عدد رینولدز ارائه کرده است. اعداد رینولدز مورد استفاده وی، عدد رینولدز تعمیم‌یافته Re_{gen} ، عدد رینولدز اصلاح‌شده Re_{Mod} و عدد رینولدز دیواره Re_{wall} می‌باشد که همگی بر اساس مدل توانی به‌دست آمده‌اند و به‌صورت زیر تعریف شده‌اند [۳۰]:

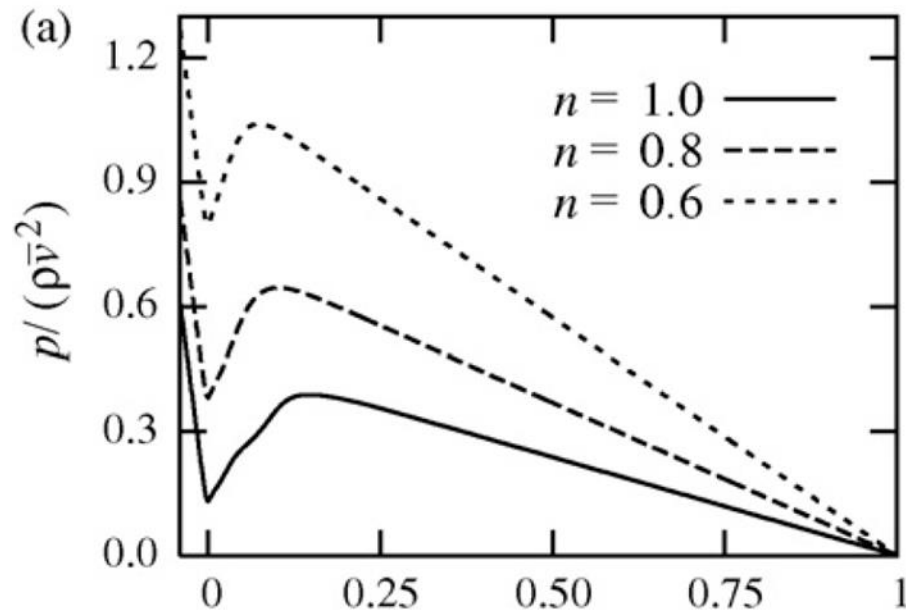
$$Re_{gen} = \frac{6\rho V_{ave}^{2-n} H^n}{K \left[(4n+2)/n \right]} \quad (2-2)$$

$$Re_{mod} = \frac{\rho V_{Max}^{2-n} (H/2)^n}{K}$$

$$Re_{wall} = \frac{\rho V_{ave}^{2-n} H^n}{K \left[(4n+2)/n \right]^{n-1}}$$

-
1. Bell
 2. Surana
 3. Power law
 4. Ternik

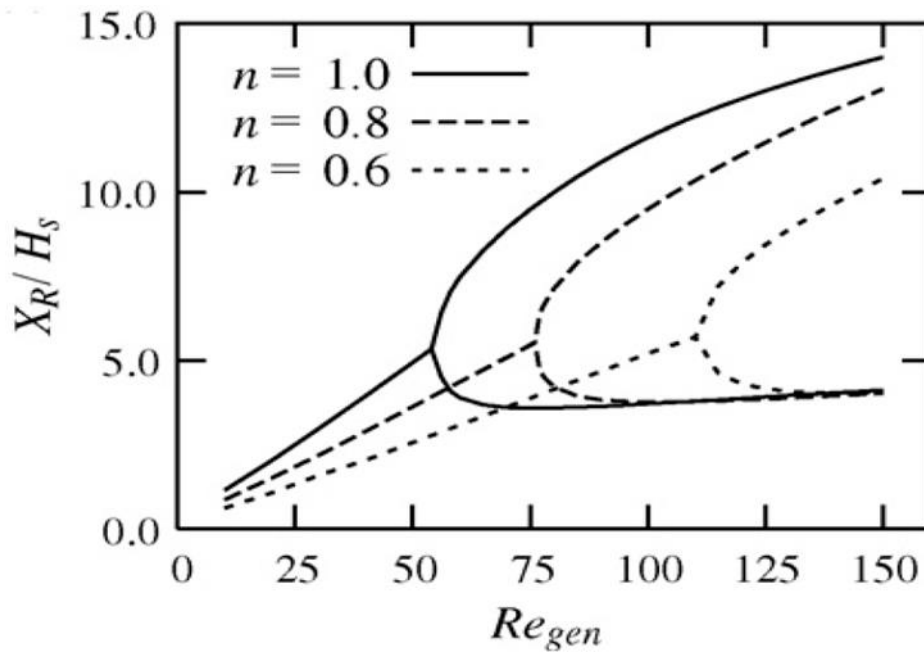
نتایج ترنیک [۳۰] نشان می‌دهد که رفتار رقیق شوندگی سیال (کاهش اندیس توانی n) از یک طرف باعث کاهش افت فشار و از طرف دیگر باعث افزایش عدد رینولدز تعمیم یافته بحرانی می‌گردد. به عبارت دیگر رفتار رقیق شوندگی سیال باعث می‌شود تا جریان در سرعت‌های بالاتری نامتقارن شود. شکل ۱-۲ کاهش افت فشار سیال رقیق شونده را به وضوح نشان می‌دهد.



شکل ۱-۲- تغییرات فشار بدون بعد در راستای محور مرکزی [۳۰]

همان‌طور که در شکل ۲-۲ مشاهده می‌شود با افزایش خاصیت رقیق شوندگی سیال (کاهش اندیس توانی n)، نقطه آستانه ناپایداری (یعنی تبدیل جریان از حالت متقارن به نامتقارن) در اعداد رینولدز بالاتری رخ می‌دهد؛ این بدین معناست که هرچه سیال رقیق‌تر باشد؛ حالت ناپایداری جریان در سرعت‌های بالاتری اتفاق می‌افتد و عدد رینولدز تعمیم یافته بحرانی برای مدل توانی رقیق شونده بیشتر از مقدار آن برای سیال نیوتنی می‌باشد. همچنین در شکل ۲-۲ مشاهده می‌شود که با افزایش خاصیت رقیق شوندگی سیال، فاصله بین دو شاخه کمتر می‌شود. این بدین معناست که در یک عدد رینولدز مشخص، با افزایش خاصیت رقیق شوندگی طول گردابه کوچکتر تغییری نمی‌کند؛ ولی طول گردابه بزرگتر کوچکتر می‌شود. با افزایش بیشتر عدد رینولدز گردابه سوم نیز تشکیل می‌شود و پدیده سه‌شاخه‌ای رخ می‌دهد. مشابه تأثیر خاصیت رقیق شوندگی بر گردابه بزرگتر، طول گردابه سوم نیز

تحت تأثیر خاصیت رقیق شوندگی کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش خاصیت رقیق شوندگی (کاهش اندیس توانی n)، گردابه سوم نیز در عداد رینولدز بحرانی بزرگتری تشکیل می‌شود [۳۰].

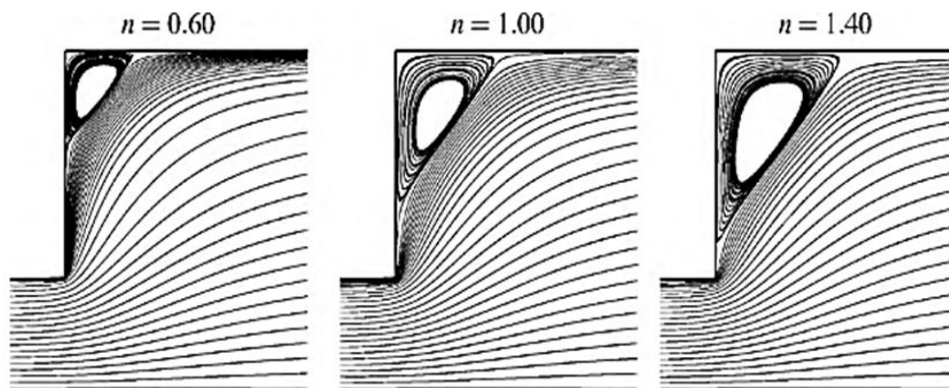


شکل ۲-۲- تغییرات طول گردابه با رینولدز تعمیم یافته برای سیال رقیق شونده [۳۰].

ترنیک [۳۱] در تحقیق خود جریان خزشی سیال غیرنیوتنی را با استفاده از مدل توانی بررسی کرده است. در این تحقیق، محدوده اندیس توانی و عدد رینولدز به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$0.0001 \leq Re_{gen} \leq 10, \quad 0.6 \leq n \leq 1/4 \quad (3-2)$$

با توجه به شکل ۲-۳ می‌توان دریافت که خاصیت توانی n با طول گردابه‌ها رابطه مستقیم دارد و با افزایش آن طول گردابه‌ها بزرگتر می‌شود.



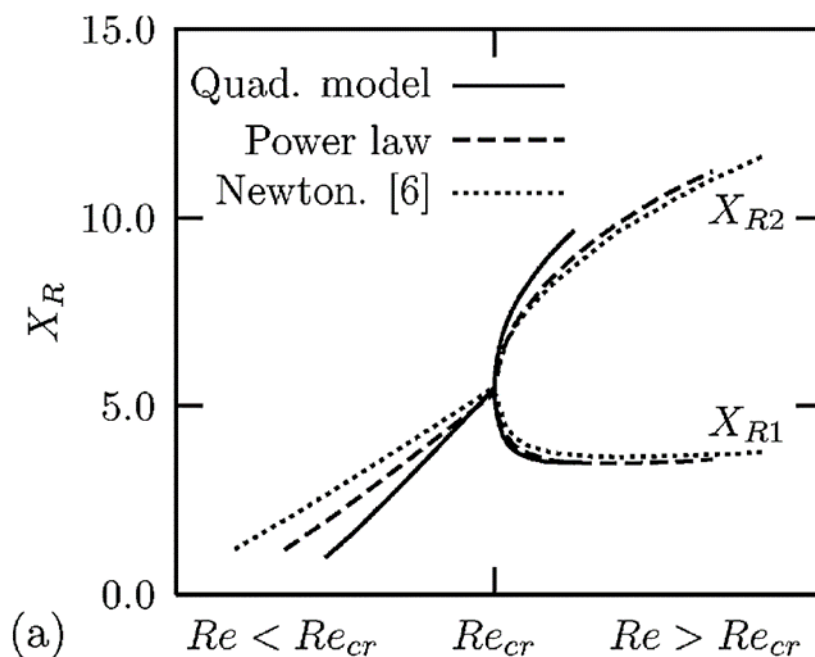
شکل ۲-۳- مقایسه خطوط جریان برای سیال غیرنیوتنی در $Re_{gen} = 0/0001$ [۳۱].

مانیکا^۱ و همکارانش [۳۲] جریان آرام سیال غیر نیوتنی را با استفاده از مدل توانی ($0 < n \leq 2$) در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت انساط ۱:۳ مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این تحقیق، برای هر اندیس توانی یک عدد رینولدز بحرانی گزارش شده است. با توجه به محدوده‌ی اندیس توانی n در این تحقیق، هر دو رفتار رقیق شوندگی و غلیظ شوندگی بررسی شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که رفتار رقیق شوندگی ($n < 1$) باعث تأخیر در پدیده دوشاخه‌ای می‌شود و خاصیت غلیظ شوندگی باعث تسریع در پدیده دوشاخگی خواهد شد.

نوفیتو^۲ [۳۳] در تحقیق خود جریان آرام سیال غیرنیوتنی غلیظ شونده را با استفاده از مدل توانی و کوآدراتیک بررسی کرده است. ایشان مقدار عدد رینولدز بحرانی را در مدل توانی ۳۳ و در مدل کوآدراتیک ۴۴ پیش بینی کرده است. از دیگر نتایج این تحقیق می‌توان به بیشتر بودن طول توسعه یافتگی و افت فشار سیال غلیظ شونده نسبت به سیال نیوتنی اشاره کرد. ترنیک و همکارانش [۳۴] در تحقیق خود جریان آرام سیال غیر نیوتنی را با استفاده از مدل توانی و کوآدراتیک بررسی کرده‌اند. آنها در این تحقیق با بررسی طول گردابه‌ها، مقدار عدد رینولدز بحرانی را گزارش کرده و نمودار دوشاخه‌ای را رسم کرده‌اند. همان‌طور که در شکل ۲-۴ مشاهده می‌شود، نقطه آستانه ناپایداری برای سیال نیوتنی

1. Manical
2. Neofytou

و غیرنیوتنی (با استفاده از مدل توانی و کوآدراتیک) یکسان می‌باشد.

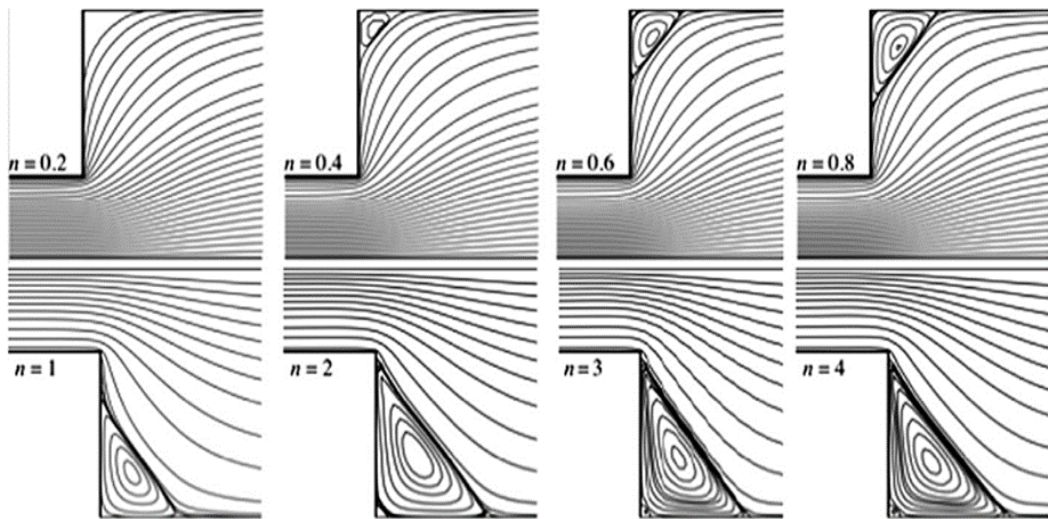


شکل ۲-۴- تغییرات طول گردابه نسبت به رینولدز برای سیال نیوتنی، کوآدراتیک و توانی [۳۴].

دهینکاران^۱ و همکارانش [۳۵] در تحقیق خود جریان آرام سیال غیرنیوتنی را با استفاده از مدل توانی در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت انبساط ۱:۳ بررسی کرده‌اند. در این تحقیق، محدوده اندیس توانی و عدد رینولدز به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$0.1 \leq Re_{gen} \leq 600, \quad 0.2 \leq n \leq 4 \quad (4-2)$$

محدوده اندیس توانی ($0.2 \leq n \leq 4$) نشان می‌دهد که در این تحقیق هر دو رفتار رقیق شونده و غلیظ شونده بررسی شده است. همچنین در این تحقیق، جریان خزشی سیال غیرنیوتنی در اندیس های توانی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل ۲-۵ مشاهده می‌شود، اندازه طول گردابه‌ها با اندیس توانی رابطه مستقیم دارد و با افزایش اندیس توانی (افزایش خاصیت غلیظ شونده) طول گردابه‌ها افزایش یافته است.



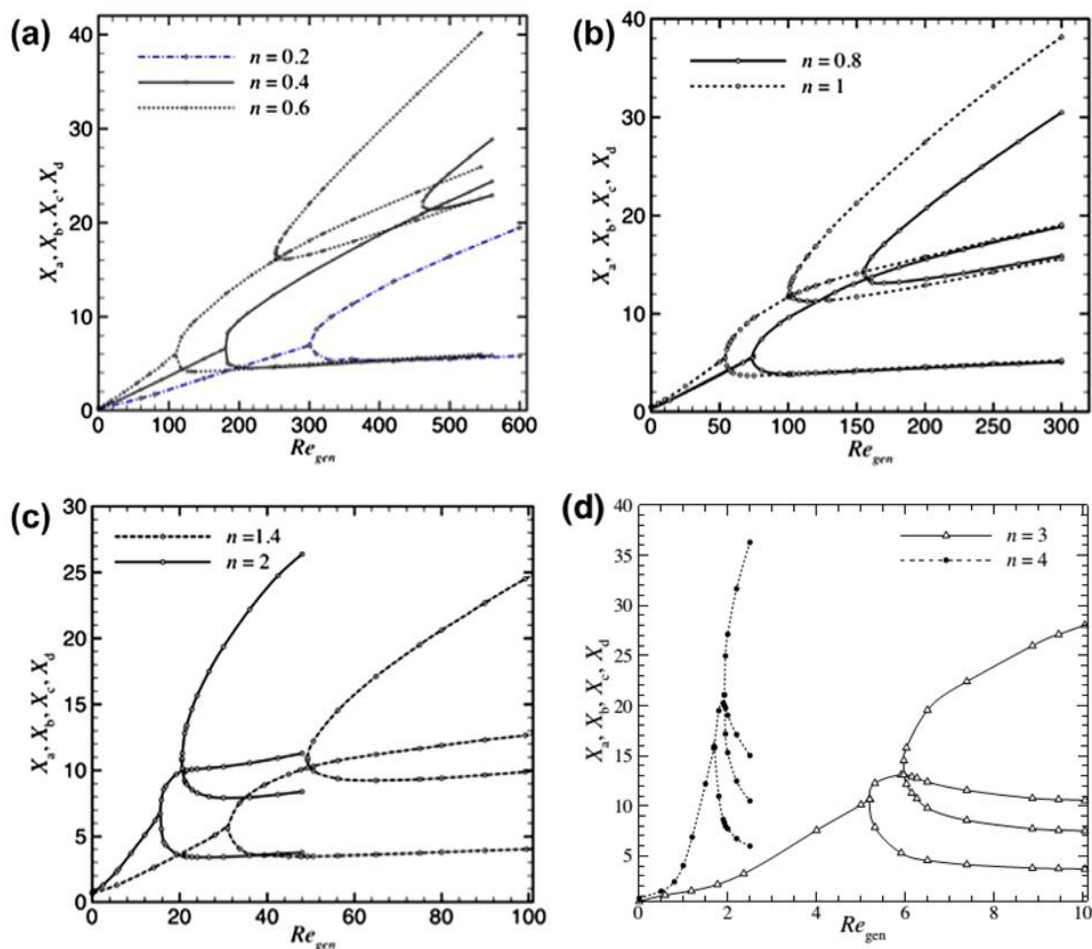
شکل ۲-۵- مقایسه خطوط جریان در $Re_{gen} = 0.1$ و اندیس توانی مختلف [۳۵].

از دیگر نتایج این تحقیق بررسی عدد رینولدز بحرانی جهت تبدیل جریان از حالت متقارن به نامتقارن می‌باشد. همان‌طور که در مجموعه اشکال ۲-۶ مشاهده می‌شود با افزایش خاصیت رقیق شونده (کاهش اندیس توانی n) نقطه آستانه ناپایداری (تبدیل جریان از حالت متقارن به نامتقارن) در رینولدز های بالاتری رخ می‌دهد. همچنین در این تحقیق روابط تحلیلی جالبی جهت بدست آوردن عدد رینولدز بحرانی، به صورت زیر پیشنهاد شده است :

$$Re_{gen,cr1} = \frac{105}{\sinh(105n)} + \frac{6}{\cosh(6n)} \quad (۵-۲)$$

$$Re_{gen,cr2} = \frac{605}{\sinh(605n)} + \frac{65}{\cosh(n)}$$

در روابط (۲-۵)، $Re_{gen,cr1}$ مقدار عدد رینولدز بحرانی جهت ایجاد ناپایداری اول (پدیده دو شاخگی) و $Re_{gen,cr2}$ مقدار عدد رینولدز بحرانی جهت ایجاد ناپایداری دوم (پدیده سه شاخگی) می‌باشد.



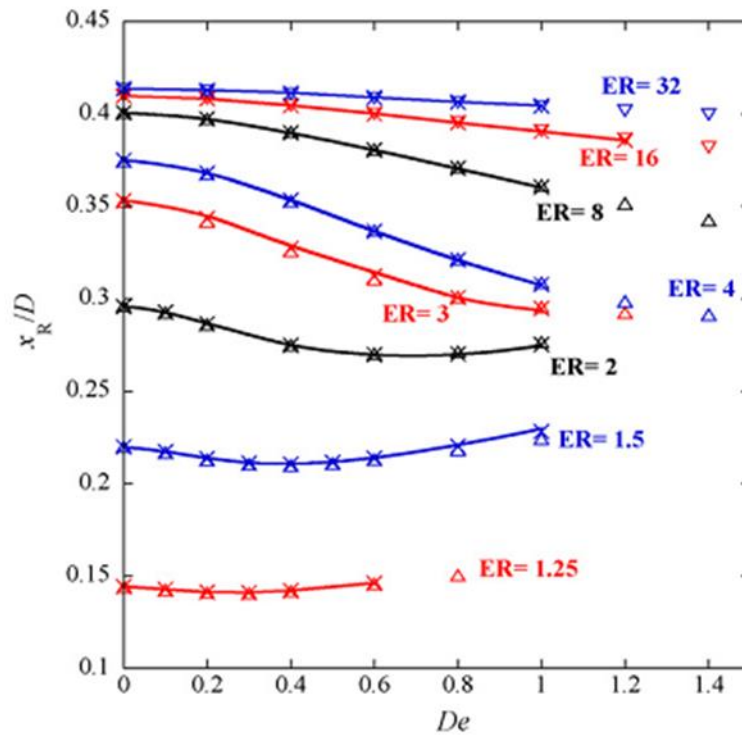
شکل ۲-۶- تغییرات طول گردابه‌ها نسبت به عدد رینولدز تعمیم یافته در اندیس‌های توانی مختلف [۳۵]

۲-۲-۳- جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرای صفحه‌ای

پول^۱ و همکارانش [۳۶] در یک تحلیل عددی جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک را با مدل UCM^۲ در تبدیل واگرای صفحه‌ای مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها در تحقیق خود تأثیر عدد دבורا (De) و نسبت انبساط را روی پارامترهای جریان بررسی کرده‌اند. همانطور که در شکل ۲-۷ مشاهده می‌شود؛ در نسبت‌های انبساط پایین ($ER < 3$) تغییرات یکنواختی در مشخصات جریان مشاهده نمی‌شود؛ بطوریکه با کاهش عدد دבורا طول گردابه‌ها کاهش و با افزایش عدد دבורا طول گردابه‌ها افزایش می‌یابد. این در حالی است که در نسبت‌های انبساط بزرگ ($ER \geq 3$) طول و قدرت گردابه‌ها با افزایش عدد دבורا کاهش

1. Poole
2. Upper Convected Maxwell

می‌یابد.



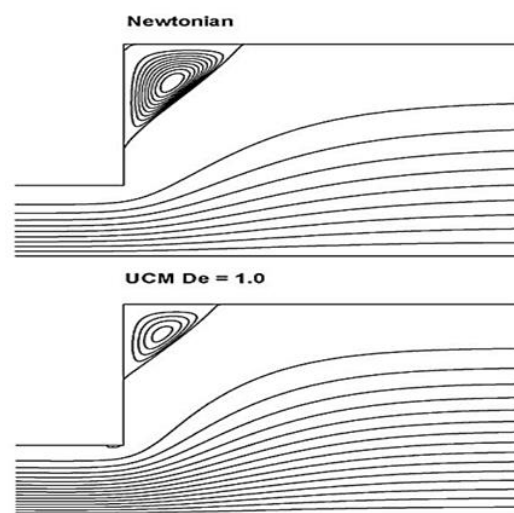
شکل ۲-۷- تغییرات طول گردابه‌ها نسبت به عدد دورا در نسبت‌های انبساط مختلف [۳۶].

آنها همچنین با بررسی جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در نسبت‌های انبساط مختلف، روابطی برای طول گردابه و افت فشار ارائه کرده‌اند. روابط زیر برای محاسبه طول گردابه و افت فشار جریان سیال نیوتنی در نسبت‌های انبساط مختلف می‌باشد [۳۶].

$$\frac{X_R}{D} = \frac{1.01(ER-1)^{1.1}}{1+2.42(ER-1)^{1.1}} \quad (۶-۲)$$

$$C = \frac{0.31(ER-1)}{\sqrt{1+0.56(ER-1)^2}} \quad (۷-۲)$$

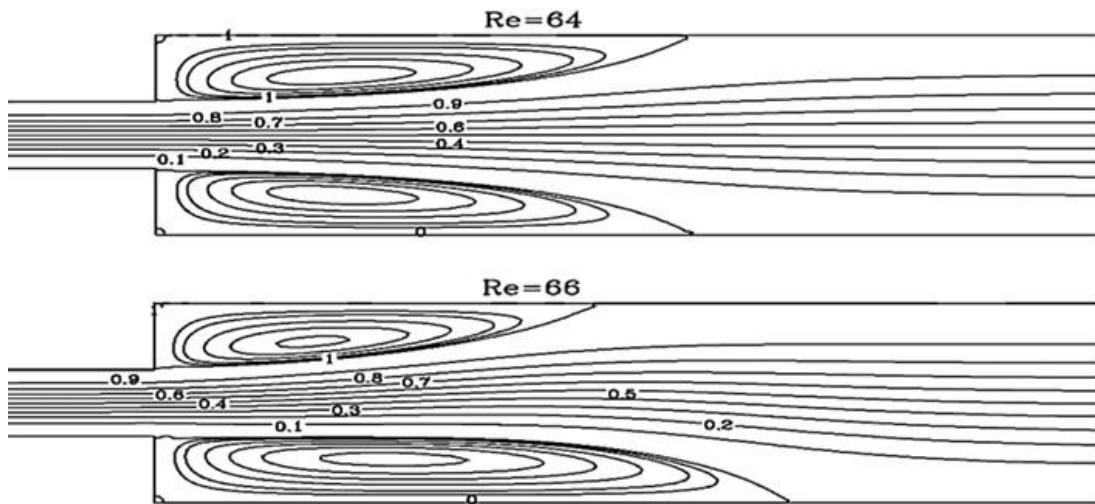
پول و همکارانش [۳۷] در تحقیقی دیگر، جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک را با استفاده از مدل UCM، اولدرویید-بی^۱ و LPTT^۲ در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت انبساط ۱:۳ مورد مطالعه قرار داده‌اند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک باعث کاهش طول و شدت گردابه‌ها می‌گردد. این بدین معنی است که اندازه و شدت گردابه‌های سیال نیوتنی که تنها دارای خاصیت ویسکوز است نسبت به سیال ویسکوالاستیک که دارای خاصیت ویسکوز و الاستیک است، بیشتر می‌باشد. شکل ۸-۲ تأثیر خاصیت الاستیک (عدد دبورا) را بر روی گردابه‌ها نشان می‌دهد.



شکل ۸-۲- مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک (با مدل UCM) [۳۷].

الیویرا [۳۸] جریان سیال ویسکوالاستیک با لزجت ثابت را با استفاده از مدل FENE-CR در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت انبساط ۱:۳ به صورت عددی مورد مطالعه قرار داده است. در این تحقیق، تأثیرات پارامترهای غلظت، توسعه‌پذیری و عدد وایزنبرگ بر روی طول گردابه‌ها و خطوط جریان مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت نمودار شاخه‌ای آن نیز ترسیم شده است. در شکل ۹-۲ تأثیرات افزایش عدد رینولدز بر ناپایداری جریان سیال ویسکوالاستیک کاملاً واضح است.

1. Oldroyd-B
2. Linear Phan-Tein-Tanner



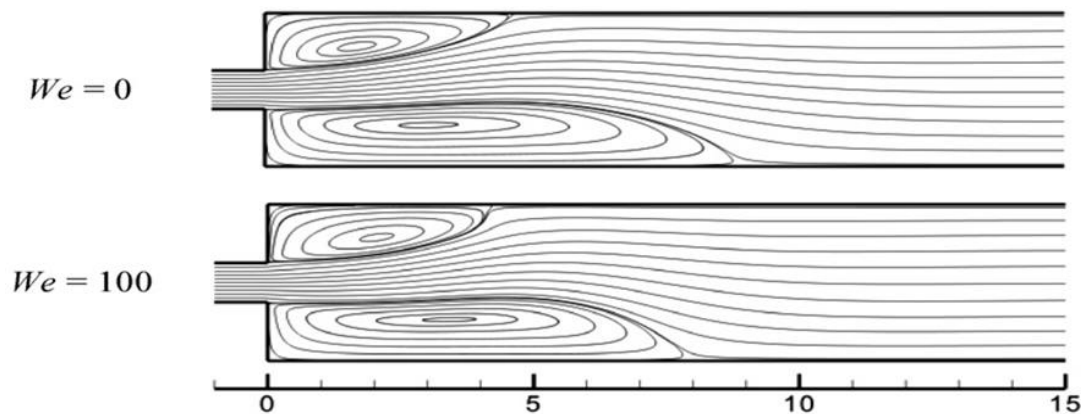
شکل ۲-۹- مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک (با مدل UCM) [۳۸].

همچنین از نتایج مطالعه عددی الیویرا [۳۸] می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- بیشتر شدن خاصیت الاستیک باعث افزایش افت فشار جریان می‌شود، در نتیجه افت فشار سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی می‌باشد.
 - عدد رینولدز بحرانی برای سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی و غیر نیوتنی بزرگتر است. بنابراین می‌توان گفت که خاصیت الاستیک پایداری رژیم جریان آرام را افزایش می‌دهد.
 - اندازه و شدت گردابه‌های سیال ویسکوالاستیک در مقایسه با سیال نیوتنی کوچکتر هستند.
- روچا و همکارانش [۳۹] جریان سیال ویسکوالاستیک را در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت ۱:۴ به صورت عددی بررسی کرده‌اند. مدل مورد استفاده آنها در این تحقیق، FENE-CR می‌باشد. در تحقیق آنها محدوده اعداد We و Re به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$0.1 \leq Re \leq 100, \quad 0 \leq We \leq 100 \quad (۸-۲)$$

نتایج این تحقیق نیز مانند سایر مطالعات پیشین نشان می‌دهد که خاصیت الاستیک سیال باعث کاهش طول گردابه‌ها می‌شود که این نتیجه در شکل ۲-۱۰ به وضوح دیده می‌شود.



شکل ۲-۱۰- خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک برای $Re = 40$ [۳۹].

در پایان نامه شهبانی ظهیری و همکاران [۴۰]، جریان آرام و تراکم ناپذیر سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای صفحه‌ای دوبعدی با انبساط تدریجی در زوایای انبساط مختلف و نسبت انبساط ۱:۳ مورد مطالعه قرار گرفته است. ایشان با استفاده از مدل غیرخطی PTT، طول گردابه‌های متقارن و نامتقارن را در محدوده وسیعی از اعداد رینولدز و وایزبرگ برای زوایای انبساط ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ بررسی کرده است. از نتایج این تحقیق می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

برای جریان سیال نیوتنی نتایج زیر حاصل شده است:

- در اعداد رینولدز پایین، میدان جریان پایدار بوده و گردابه‌ها بصورت متقارن با جهت چرخش متضاد پدید می‌آیند. با افزایش عدد رینولدز و وقوع ناپایداری در میدان جریان، گردابه‌ها بصورت یک جفت گردابه نامتقارن ظاهر می‌شوند. با افزایش هرچه بیشتر عدد رینولدز و تشدید ناپایداری گردابه سومی نیز بوجود می‌آید.
- در اعداد رینولدز بزرگ، گردابه‌ها تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر افزایش میزان اولین افت ناگهانی سرعت و اوج دوباره آن دارند. به طوری که گردابه کوچکتر در افت سرعت و گردابه بزرگتر در افزایش مجدد سرعت نقش بیشتری را ایفا می‌کند.
- با افزایش زاویه انبساطی، مقادیر اعداد رینولدز بحرانی اول (Re_{Cr1}) برای انشعاب دوشاخه‌ای

(تبدیل جریان متقارن به نامتقارن) و مقادیر اعداد رینولدز بحرانی دوم (Re_{Cr2}) برای انشعاب سه شاخه‌ای کاهش می‌یابد.

- با افزایش اندازه زاویه انبساطی، نرخ افزایش پیشینه ارتفاع کاهش می‌یابد. به طوری که اختلاف ارتفاع ماکزیمم در هر دو گردابه مجاور دیوار بالا و پایین کم می‌شود.
- در اعداد رینولدز کوچک با افزایش مقدار زاویه انبساطی، پیشینه ارتفاع گردابه‌های اول در مجاور دیوار بالا و پایین از حالت یک نقطه تبدیل به یک خط می‌شود و در اعداد رینولدز بزرگ (بیشتر از عدد رینولدز بحرانی دوم)، بیشتر شدن زاویه انبساطی سبب افزایش طول این خط می‌شود.
- گردابه مجاور دیوار بالا و پایین کانال تا قبل از عدد رینولدز بحرانی اول کاملاً متقارن می‌باشد و با افزایش اندازه زاویه، طول گردابه هم از ابتدا و هم از انتهای آن گسترش می‌یابد؛ به عبارت دیگر با افزایش زاویه طول گردابه از دو طرف زیاد می‌شود. همچنین رشد انتهای گردابه سریعتر و بیشتر از ابتدای گردابه می‌باشد.

برای جریان سیال ویسکوالاستیک نتایج زیر توسط شهبانی و همکاران [۴۰] به دست آمده است:

- برای جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد رینولدز بسیار کوچک و بسیار بزرگ میزان زاویه بر سرعت مرکزی روی خط مرکزی کانال تأثیر ندارد و در اعداد وایزنبرگ بزرگ سرعت ماکزیمم نیز ۱/۵ برابر سرعت متوسط می‌شود و در این اعداد طول در حال توسعه یافتگی کانال نیز بزرگ است و با افزایش عدد وایزنبرگ این طول افزایش می‌یابد.
- در اعداد رینولدز کم با افزایش عدد وایزنبرگ جریان سیال ویسکوالاستیک نامتقارن شده و طول یک گردابه کاهش و طول گردابه دیگر افزایش می‌یابد و با افزایش بیشتر عدد وایزنبرگ گردابه سوم نیز ظاهر شده و جای دو گردابه کوچک و بزرگ با یکدیگر عوض می‌گردد. افزایش بیشتر عدد وایزنبرگ باعث افزایش طول و قدرت گردابه می‌گردد.
- قبل از عدد رینولدز بحرانی دوم، با افزایش اندازه زاویه انبساط طول گردابه‌ها بزرگتر می‌گردد، ولی رشد گردابه‌ها با عدد رینولدز کاهش می‌یابد.

- با زیاد شدن سرعت جریان بعد از عدد رینولدز بحرانی دوم، طول گردابه‌ها و روند تغییرات آنها با مقدار زاویه انبساط بصورت یکنواخت نیست، بلکه با زیاد شدن اندازه زاویه انبساط، طول گردابه‌ها ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
- در اعداد وایزنبرگ بزرگ، تاثیر خاصیت الاستیک و اندازه زاویه انبساط بر تغییرات طول گردابه‌های جریان کم است.

۲-۳- جریان سیال در تبدیلات واگرای متقارن محوری

در این قسمت به بررسی تحقیقات صورت گرفته در زمینه جریان سیالات در تبدیلات واگرای متقارن محوری پرداخته می‌شود. جریان سیال در تبدیلات واگرای متقارن محوری نسبت به جریان سیال در تبدیلات واگرای صفحه‌ای مورد توجه کمتری واقع شده است؛ این در صورتی است که کاربردهای صنعتی جریان در تبدیلات واگرای متقارن محوری بیشتر است [۲۳].

۲-۳-۱- جریان سیال نیوتنی در تبدیلات واگرای متقارن محوری

الیویرا در مرجع [۳۸] بیان می‌کند، پدیده شاخه‌ای شدن و یا همان اختلاف اندازه گردابه‌ها در تبدیلات واگرای متقارن محوری رخ نمی‌دهد. الیویرا^۱ و همکارانش [۴۱] در تحقیق خود جریان آرام سیال نیوتنی را در محدوده رینولدز $(0.5 \leq Re \leq 200)$ و نسبت انبساط $(1/5 \leq ER \leq 4)$ در تبدیل واگرای متقارن محوری با انبساط ناگهانی مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها در تحقیق خود طول گردابه‌ها و ضریب افت فشار را در حالت‌های مختلف مورد بررسی قرار داده‌اند. از تحقیق آنها می‌توان دریافت که طول گردابه‌ها رابطه مستقیم با عدد رینولدز دارد و در همه نسبت‌های واگرایی با افزایش عدد رینولدز طول گردابه‌ها افزایش می‌یابد. همچنین نتایج تحقیق آنها نشان می‌دهد که در اعداد رینولدز پایین افزایش نسبت

تبدیل باعث کاهش طول گردابه‌ها و در اعداد رینولدز بالا افزایش نسبت تبدیل باعث افزایش طول گردابه‌ها می‌گردد. در تحقیق حاضر جهت راستی آزمایشی نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان، از این تحقیق استفاده شده است.

اسکات و همکاران [۲۷] جریان آرام سیال نیوتنی را تبدیل واگرای متقارن محوری مورد مطالعه قرار داده‌اند. نتایج تحقیق آنها نشان می‌دهد، طول گردابه‌ها در تبدیل واگرای متقارن محوری به طور خطی با عدد رینولدز تغییر می‌کند که این مشابه تغییرات طول گردابه‌ها در تبدیلات واگرای صفحه‌ای است. لایک^۱ و همکارانش [۴۲] جریان آرام سیال نیوتنی را در تبدیل واگرای متقارن محوری با انبساط تدریجی مورد مطالعه قرار داده‌اند. بررسی اثر عدد رینولدز و ارتفاع بخش انبساطی بر روی تنش دیواره، سرعت محوری و توزیع فشار از مواردی است که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به این تحقیق می‌توان دریافت که با افزایش ارتفاع بخش انبساطی یا افزایش عدد رینولدز، مقدار بیشینه تنش برشی روی دیواره کاهش می‌یابد. همچنین نتایج این تحقیق نشان می‌دهد، با افزایش عدد رینولدز یا کاهش ارتفاع بخش انبساطی، سرعت روی خط مرکزی لوله کمتر افت پیدا می‌کند.

۲-۳-۲- جریان سیال غیرنیوتنی در تبدیلات واگرای متقارن محوری

پینهو و همکاران [۴۳] جریان آرام و تراکم ناپذیر سیال غیر نیوتنی را در تبدیل واگرای متقارن محوری مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این تحقیق، یک رابطه کلی برای محاسبه ضریب افت فشار به صورت تابعی از اندیس توانی و عدد رینولدز ارائه شده است.

در پایان نامه مسیبی درجه [۴۴] با استفاده از روش اختلاف محدود بر مبنای شبکه جابجا شده، جریان سیال غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. ایشان با استفاده از مدل توانی برای سیال غیر نیوتنی و مدل CEF^۲ برای سیال

1. Layek
2. Criminale-Eriksen-Filbey model

ویسکوالاستیک، پارامترهای جریان را مورد مطالعه قرار داده است. از نتایج این تحقیق می‌توان به طور خلاصه به موارد زیر اشاره کرد [۴۴]:

- خاصیت الاستیک سیال، باعث کاهش پیشینه سرعت محور در مرکز لوله می‌شود.
 - کم شدن اندیس توانی ($n \leq 1$) باعث کاهش افت فشار می‌گردد.
 - طول جریان در حال توسعه سیال رقیق‌شونده و ویسکوالاستیک از سیال نیوتنی بیشتر می‌باشد. در حالت کلی، کاهش اندیس توانی، باعث افزایش طول در حال توسعه جریان و افزایش خاصیت الاستیک باعث کاهش این طول می‌شود.
 - گردابه‌های ایجاد شده برای سیال ویسکوالاستیک و سیال رقیق‌شونده بزرگتر از سیال نیوتنی می‌باشد.
 - کاهش اندیس توانی n باعث افزایش طول گردابه و افزایش اختلاف تنش نرمال اول باعث کاهش طول گردابه می‌شود و اختلاف تنش نرمال دوم تاثیری بر طول گردابه‌ها ندارد.
- شاید تنها تحقیقی که به بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرایی متقارن محوری پرداخته است، مطالعات آزمایشگاهی پاک و همکارانش [۴۵] باشد. نویسندگان این مقاله تنها به بررسی خواص غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک روی طول گردابه‌های جریان در تبدیل واگرایی متقارن محوری پرداخته‌اند. در این تحقیق، محدوده نسبت واگرایی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$2 \leq ER \leq 2/667 \quad (9-2)$$

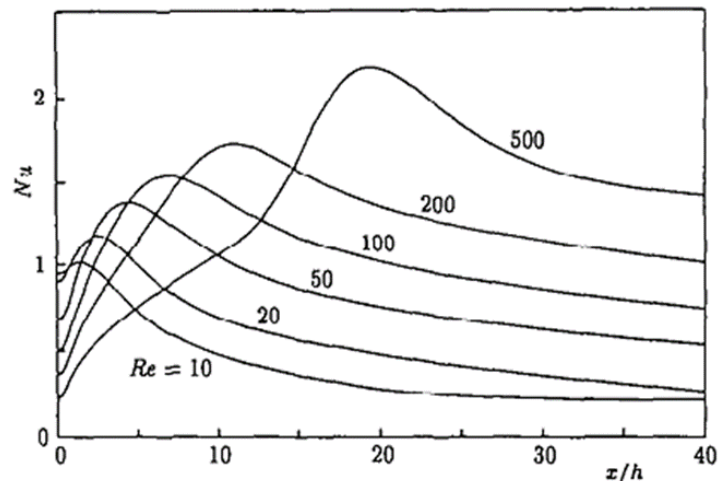
نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در رژیم جریان آرام، طول گردابه‌های سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی کمتر است. در حالی که در رژیم جریان آشفته، طول گردابه‌های سیال ویسکوالاستیک چند برابر سیال نیوتنی می‌باشد. عدد رینولدز در مطالعه مذکور، به صورت رینولدز تعمیم یافته تعریف شده است که اندیس نمایی مدل توانی، در آن منظور شده است.

۲-۴- انتقال حرارت در تبدیلات واگرا

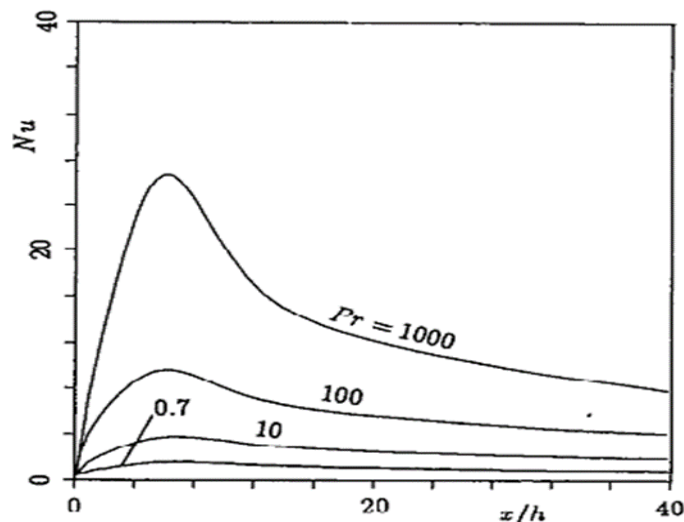
در این قسمت به تحقیقاتی که تاکنون به مطالعه‌ی انتقال حرارت جریان سیالات در تبدیلات واگرا پرداخته‌اند، اشاره می‌رود.

۲-۴-۱- انتقال حرارت جریان سیال نیوتنی در تبدیلات واگرا

تاکنون محققین بسیاری به بررسی انتقال حرارت جریان سیال نیوتنی در تبدیلات واگرا پرداخته‌اند. کندوه و همکاران [۴۶] با استفاده از شبیه‌سازی عددی، جریان آرام و تراکم ناپذیر سیال نیوتنی را در تبدیل واگرای صفحه‌ای مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این تحقیق، تأثیر عدد رینولدز، عدد پرانتل و نسبت انبساط روی ناسلت موضعی دیواره‌های بالادست و پایین‌دست تبدیل واگرا مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل ۲-۱۱ مشخص است، افزایش عدد رینولدز سبب افزایش ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرا شده است. در شکل ۲-۱۲ تأثیر عدد پرانتل بر توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرا مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد، با افزایش عدد پرانتل، انتقال حرارت جابجایی سهم بیشتری در پخش گرما نسبت به انتقال حرارت رسانشی ایفا می‌کند و موجب افزایش عدد ناسلت می‌شود.



شکل ۲-۱۱- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرای صفحه‌ای به ازای $ER = 1/5$ ، $Pr = 0.7$ و اعداد رینولدز مختلف [۴۶].



شکل ۲-۱۲- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرای صفحه‌ای به ازای $Re = 100$ ، $ER = 1/5$ و اعداد پرانتل مختلف [۴۶].

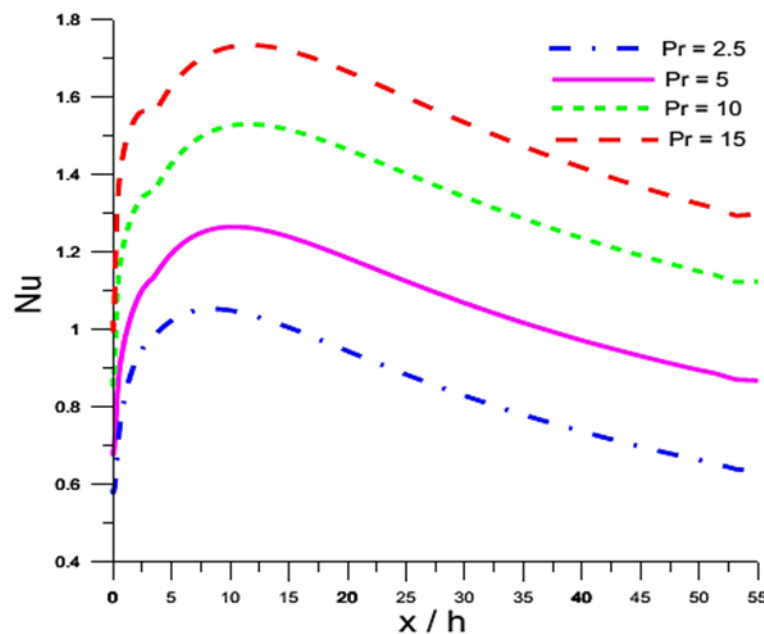
۲-۴-۲- انتقال حرارت جریان سیال غیرنیوتنی در تبدیلات واگرا

همچنانکه پیش از این نیز ذکر شد، تحقیقات بسیاری به بررسی جریان سیالات غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا پرداخته‌اند. در بیشتر این تحقیقات به بررسی پارامترهای هیدرودینامیکی جریان مانند پیدا کردن عدد رینولدز بحرانی برای تبدیل جریان از حالت متقارن به نامتقارن، بررسی طول گردابه‌ها، پدیده دوشاخگی گردابه‌ها، افت فشار جریان و ... پرداخته‌اند و تحقیقات اندکی به بررسی اثر دما بر پارامترهای جریان و مطالعه‌ی پارامترهای حرارتی و تأثیر آنها بر توزیع ناسلت موضعی و متوسط پرداخته‌اند. یکی از مهمترین دلایل این موضوع این است که در سیالات غیر نیوتنی به ویژه سیالات ویسکوالاستیک، لزجت وابستگی شدیدی به دما دارد؛ به همین دلیل برای سیالات ویسکوالاستیک، این وابستگی به دما باید بصورت یک تابع مشخص شود و معادلات بقای جرم و اندازه حرکت به طور همزمان با معادله انرژی حل شوند؛ این درحالی است که برای سیالات نیوتنی، معادلات بقای جرم و مومنتم به طور همزمان حل شده و سپس مقادیر بدست آمده برای سرعت در معادله انرژی قرار می‌گیرند. در ادامه به تحقیقاتی که تاکنون به بررسی انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی در تبدیلات واگرا پرداخته‌اند، اشاره می‌شود.

موشات^۱ و همکاران [۴۷] جریان و انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی را در تبدیل واگرای صفحه‌ای سه بعدی با نسبت انبساط ۱:۲ به صورت عددی بررسی کرده‌اند. مدل مورد استفاده آنها در این تحقیق، مدل پاورلو^۲ می‌باشد. آنها در این تحقیق محدوده عدد رینولدز، عدد پرانتل و توان مدل پاورلو را به صورت زیر در نظر گرفته‌اند.

$$50 \leq Re \leq 800, \quad 2/5 \leq Pr \leq 10, \quad 0/5 \leq n \leq 1/5 \quad (10-2)$$

از اهداف این تحقیق می‌توان به بررسی تأثیر پارامترهای غیرنیوتنی روی توزیع ناسلت موضعی^۳ اشاره کرد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد، ناسلت موضعی با افزایش عدد پرانتل افزایش می‌یابد. همچنین بیشترین مقدار ناسلت در تبدیلات واگرا در ناحیه انبساط ناگهانی رخ می‌دهد؛ شکل ۲-۱۳ این موضوع را بخوبی نشان می‌دهد.



شکل ۲-۱۳- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرای صفحه‌ای به ازای $Re = 200$ ، $n = 0/75$ و اعداد پرانتل مختلف [۴۷].

1. Mushatet
2. Power-law Model
3. Local Nusselt number distribution

همچنین نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در یک عدد پرانتل خاص، ناسلت محلی با افزایش توان مدل پاورلو افزایش می‌یابد؛ در این حالت نیز بیشترین مقدار ناسلت در ناحیه انبساط رخ می‌دهد. زددانسکی^۱ و همکاران [۴۸-۵۰]، جریان آرام و تراکم ناپذیر مذاب پلیمری را در تبدیل واگرایی صفحه‌ای مورد مطالعه قرار داده‌اند. بررسی اثر اعمال ترم تلفات^۲ در معادله انرژی بر پارامترهای جریان و مطالعه تأثیر تغییرات دمای ورودی بر افت فشار جریان مذاب پلیمری در نسبت‌های انبساط مختلف، از جمله مواردی است که در این پژوهش‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند. زددانسکی و همکاران [۴۸] اثر اعمال ترم تلفات را در معادله انرژی بر پارامترهای جریان و انتقال حرارت مانند افت فشار و توزیع ناسلت موضعی مورد مطالعه قرار داده‌اند. محدوده عدد رینولدز در این تحقیق به صورت $(10^{-4} \leq Re \leq 10^{-3})$ و معادلات مورد استفاده آنها به صورت زیر می‌باشد [۴۸]:

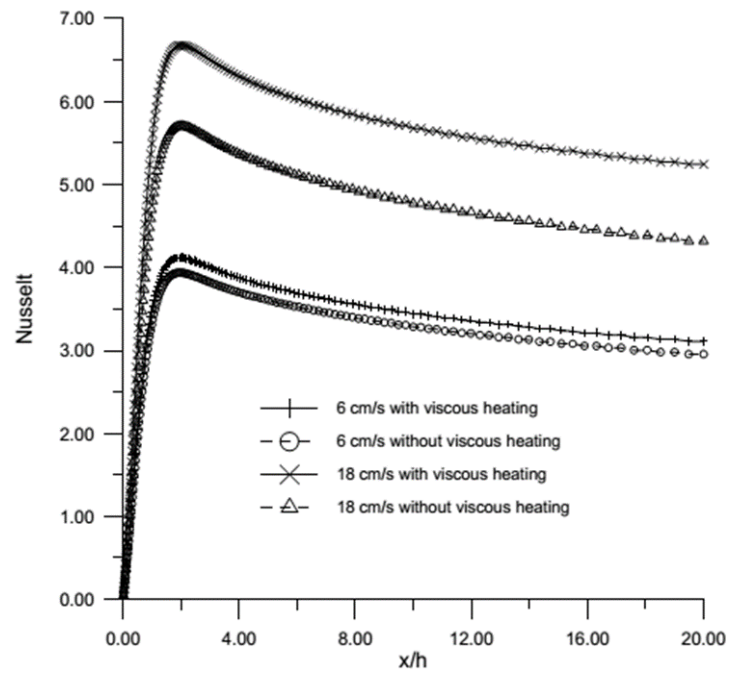
$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial} \left[\eta(T, \dot{\gamma}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (11-2)$$

$$\frac{\partial(\rho C_p T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho C_p u_i T)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \eta(T, \dot{\gamma}) \dot{\gamma}^2$$

$$\eta(T, \dot{\gamma}) = \frac{\eta_0}{1 + [\lambda(T) \dot{\gamma}]^{1-n(T)}}$$

همان‌طور که در شکل ۲-۱۴ مشخص است، اعمال ترم تلفات $(\eta(T, \dot{\gamma}) \dot{\gamma}^2)$ در معادله انرژی باعث افزایش عدد ناسلت شده است.

1. Zdanski
2. Dissipation



شکل ۲-۱۴- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرای صفحه‌ای به ازای اعداد رینولدز مختلف [۴۸].

زدانسکی و همکاران [۴۹] در تحقیق خود به مقایسه مدل کراس^۱ و اصلاح شده پاورلو^۲ برای دو

پلیمر صنعتی پرداخته‌اند. روابط (۲-۱۲) بیانگر مدل کراس در این تحقیق هستند [۴۹]:

$$\eta(T, |\dot{\gamma}|) = \frac{\eta_o(T)}{1 + [\lambda(T)\dot{\gamma}]^{1-n(T)}}$$

$$\eta_o(T) = a, \exp\left(\frac{a_r}{T}\right) \quad (۲-۱۲)$$

$$\lambda(T) = b, \exp\left(\frac{b_r}{T}\right)$$

$$\eta(T) = c, \exp\left(-\frac{c_r}{T}\right)$$

1. Cross constitutive model
2. Modified Arrhenius Power-Law model

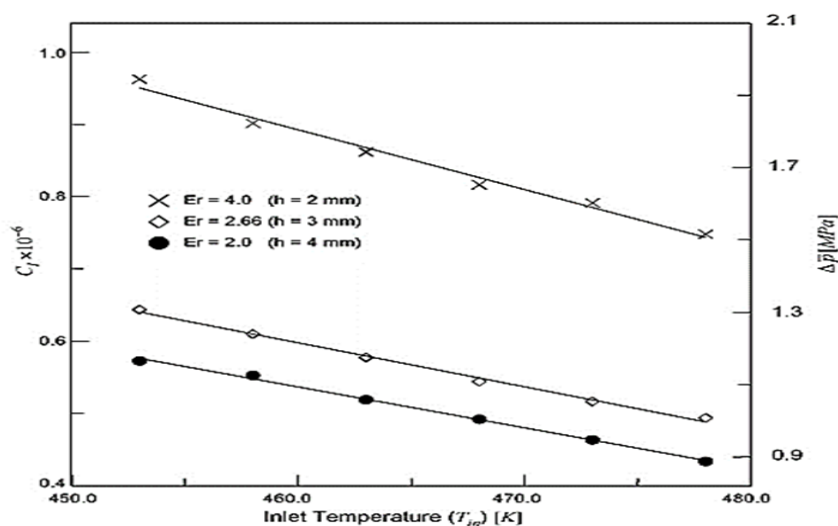
روابط زیر مدل غیرنیوتنی اصلاح شده پاورلو را نشان می‌دهند [۴۹]:

$$\eta(T, \dot{\gamma}) = \frac{\eta_0(T)}{1 + (\eta_0(T)/K)\dot{\gamma}^{1-n}} \quad (۱۳-۲)$$

$$\eta_0(T) = a \exp(-bT)$$

نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تغییرات فشار درون کانال به شدت به نسبت انبساط و دمایی سیال ورودی وابسته می‌باشد. در یک نسبت انبساط معین، ضریب فشار به طور خطی با افزایش دمایی ورودی کاهش می‌یابد. همچنین، کاهش ضریب انبساط در یک دمایی ورودی معین باعث کاهش ضریب فشار خواهد شد. شکل ۲-۱۵ این نتیجه را بخوبی نشان می‌دهد.

زدانسی و همکاران [۵۰] جریان آرام مذاب پلیمری را در تبدیل واگرایی صفحه‌ای سه بعدی مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این تحقیق به بررسی خطوط جریان و دما در ناحیه انبساط ناگهانی پرداخته شده است. زدانسی و همکاران [۵۱]، در جدیدترین پژوهش خود جریان آرام مذاب پلیمری را در یک کانال دوبعدی دارای انبساط و انقباض ناگهانی بررسی کرده‌اند. در این تحقیق با استفاده از مدل کراس که در آن ویسکوزیته علاوه بر نرخ برش به دما نیز وابسته است، صرفاً به بررسی توزیع ناسلت موضعی در دیواره‌های افقی هندسه مسأله پرداخته‌اند.



شکل ۲-۱۵- تغییرات ضریب افت فشار و افت فشار متوسط به ازای $T_w = 453 \text{ K}$ و دمایی ورودی مختلف مختلف [۴۹].

بر اساس اطلاع نویسنده، مطالعه‌ی انتقال حرارت جریان آرام سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا موضوعی است که تاکنون در هیچ تحقیقی به آن اشاره نشده است.

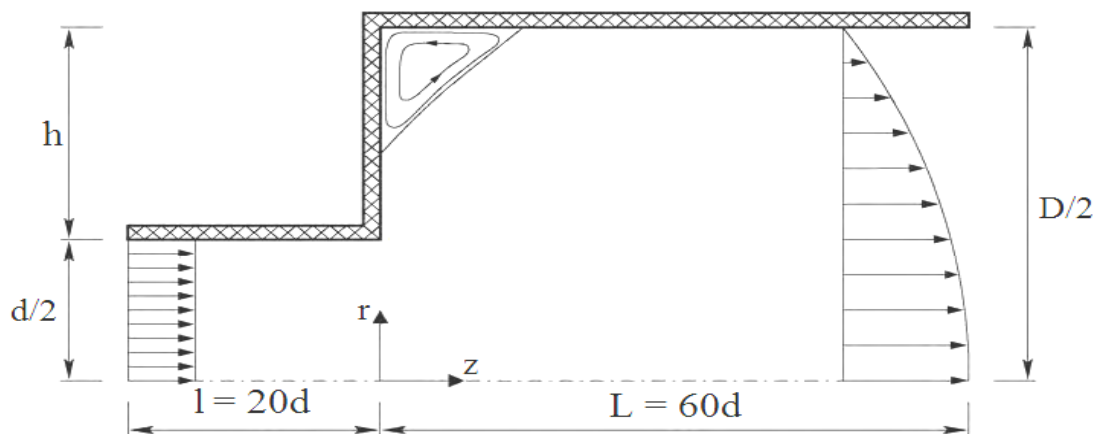
مطالعات تجربی پاک و همکاران [۵۲] تنها پژوهشی است که در آن به بررسی انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک پرداخته شده است. آنها در آزمایش‌های خود با بررسی انتقال حرارت جریان آشفته سیال ویسکوالاستیک در محدوده عدد رینولدز $6200 \leq Re \leq 63000$ و عدد پرانتل $8/5 \leq Pr \leq 16/2$ ، مقادیر ناسلت موضعی و متوسط را در تبدیل واگرای متقارن محوری بدست آورده‌اند.

۲-۵- معرفی تحقیق حاضر

در این تحقیق، جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ به صورت عددی، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این پژوهش، میدان جریان به صورت آرام و توسعه یافته می‌باشد. همچنین، برخی از خواص رئولوژیکی و ترمودینامیکی تابع دمای نقطه‌ای سیال در نظر گرفته شده است. با این فرض، خواص سیال بعد از هر مرحله با دماهای جدید به دست آمده و دوباره مورد محاسبه قرار می‌گیرند. سیال ویسکوالاستیک به صورت تراکم ناپذیر و هندسه مسأله دو بعدی متقارن محوری در نظر گرفته شده است. برای شبیه سازی ترم تنش سیال ویسکوالاستیک از مدل فن - تین - تنر غیر خطی^۱ استفاده شده است. در شکل ۲-۱۶ نمایی از هندسه مورد مطالعه و سایر ابعاد آورد شده است. همان‌طور که در شکل ۲-۱۶ ملاحظه می‌شود، به دلیل تقارن محوری تنها نیمی از هندسه در نظر گرفته شده است. در این شکل، قطر لوله ورودی ۰/۱ متر، طول قسمت بالادست (l) برابر قطر لوله ورودی ($l = 3 \cdot d$) و طول قسمت پایین دست (L) ۶۰ برابر قطر لوله ورودی - ($L = 60 \cdot d$) در نظر گرفته شده است. البته باید توجه داشت که نسبت‌های هندسی ($\frac{l}{d}$) و ($\frac{L}{d}$) باید

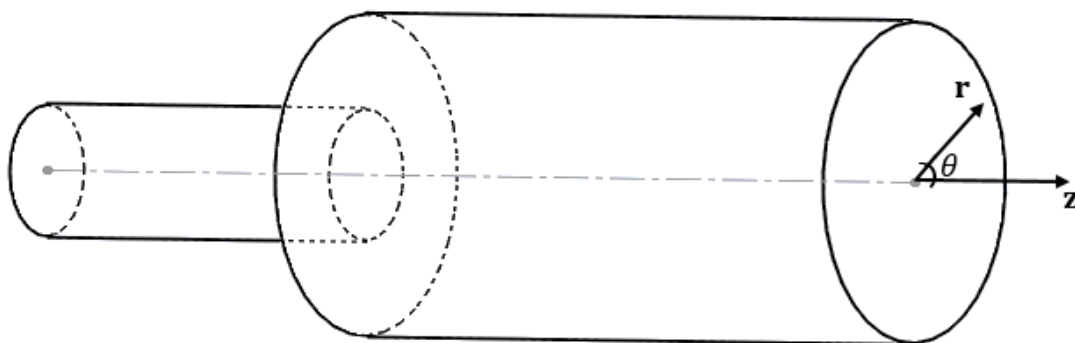
1. Exponential Phan-Thein-Tanner

به اندازه کافی بزرگ باشند تا جریان در هر دو قسمت بالادست و پایین دست تبدیل واگرا به حالت توسعه یافتگی هیدرودینامیکی و دما در قسمت پایین دست تبدیل واگرا به حالت توسعه یافتگی حرارتی تبدیل شود. برای اطمینان از این موضوع، نمودارهای سرعت در محور تقارن و توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست رسم شده اند تا توسعه یافتگی جریان در انتهای هر دو بخش تبدیل واگرا و توسعه یافتگی دما در انتهای بخش پایین دست تبدیل واگرا مشخص شود. چنین نمودارهایی در فصل پنجم آورده شده است.



شکل ۲-۱۶- نمای از هندسه مورد مطالعه

شکل ۲-۱۷، نمایی ایزومتریک از هندسه مسأله را نشان می دهد. مطابق شکل ۲-۱۷، هندسه مسأله از اتصال دو لوله که نسبت قطرهای آنها ۳:۱ می باشد، تشکیل شده است.



شکل ۲-۱۷- شکل شماتیک هندسه مورد مطالعه

در این تحقیق به منظور شبیه سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک، از نرم افزار متن باز ¹OpenFOAM، استفاده شده است.

۲-۶- فرضیات مسأله

در این پژوهش، جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. به طور خلاصه فرضیات در نظر گرفته شده در این تحقیق به شرح زیر می باشند:

- سیال ویسکوالاستیک و تراکم ناپذیر است.
- جریان دو بعدی و آرام است.
- خواص سیال تابع دما در نظر گرفته شده است.
- دمای دیواره ثابت و بزرگتر از دمای سیال ورودی در نظر گرفته شده است.
- عدد رینولدز در محدوده‌ی رژیم جریان آرام می باشد.
- از اثرات شتاب جاذبه و نیروهای حجمی صرف نظر شده است.

۲-۷- جنبه‌های نوآوری تحقیق حاضر

به طور خلاصه جنبه‌های نوآوری تحقیق حاضر عبارتند از:

- تاکنون در تحقیقات بسیار کمی جریان آرام سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرای متقارن محوری مورد مطالعه قرار گرفته است.
- تاکنون در هیچ تحقیقی به بررسی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا با در نظر گرفتن وابستگی خواص سیال به دما پرداخته نشده است.

1. Open Field of Operation and Manupulation

- تحقیقات بسیار کمی وجود دارد که در آن از مدل فن-تین-تر غیر خطی برای شبیه سازی تنش سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا استفاده شده است.

۲-۸- ساختار کلی تحقیق حاضر

به طور خلاصه ساختار کلی تحقیق حاضر به صورت زیر می باشد:

- در فصل سوم به بررسی معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک پرداخته می شود.
- در فصل چهارم، روش عددی به کار رفته، نحوه گسسته سازی معادلات حاکم و نحوه اعمال شرایط مرزی در نرم افزار OpenFOAM توضیح داده می شود.
- در فصل پنجم نتایج حاصل از حل عددی ارائه شده است. در این فصل ابتدا، صحت نتایج حل عددی و استقلال نتایج از شبکه محاسباتی مورد ارزیابی قرار می گیرد. در ادامه به بررسی تأثیر عدد رینولدز، عدد پرانتل و ... بر مشخصه های جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرا پرداخته می شود.

٣ - فصل سوم

معادلات حاکم

۳-۱- مقدمه

در این فصل، معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در دستگاه مختصات استوانه‌ای ارائه شده است. این دستگاه مختصات، جهت مطالعه‌ی جریان و انتقال حرارت در هندسه‌های متقارن محوری مورد استفاده قرار می‌گیرد. معادلات حاکم ارائه شده در این فصل، برای بررسی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرایی متقارن محوری مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۳-۲- پارامترهای بدون بعد جریان

در این تحقیق از دستگاه مختصات استوانه‌ای جهت شبیه‌سازی جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرایی متقارن محوری استفاده شده است. پارامترهای بدون بعد مسأله شامل موارد زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}
 r^* &= \frac{r}{d} & z^* &= \frac{z}{d} & v_r^* &= \frac{v_r}{U_{in}} & v_z^* &= \frac{v_z}{U_{in}} \\
 p^* &= \frac{pd}{\eta_0 U_{in}} & \tau^* &= \frac{\tau d}{\eta_0 U_{in}} & \tau_p^* &= \frac{\tau_p d^2}{\eta_0 U_{in}^2} & \eta^* &= \frac{\eta}{\eta_0} \\
 \beta &= \frac{\eta_s}{\eta_0} & \nabla^* &= \nabla d & D^* &= \frac{Dd}{U_{in}} & & (1-3) \\
 Re &= \frac{\rho U_{in} d}{\eta_0} & We &= \frac{\lambda U_{in}}{d} & En &= \frac{We}{Re} & &
 \end{aligned}$$

۳-۳- معادلات حاکم بر جریان

معادلات حاکم بر جریان سیال ویسکوالاستیک شامل معادلات پیوستگی و بقای جرم می‌باشند که به ترتیب در زیر آورده شده‌اند [۲].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (2-3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau \quad (3-3)$$

در معادلات فوق، V بردار سرعت، P فشار، ρ چگالی و τ معرف تانسور تنش کلی می‌باشد. در تحقیق حاضر، جریان آرام، تراکم ناپذیر، دوبعدی و دائمی سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرایی متقارن محوری مورد مطالعه قرار می‌گیرد. معادلات فوق صورت کلی معادلات حاکم بر جریان سیال ویسکوالاستیک هستند؛ با در نظر گرفتن سیستم مختصات استوانه‌ای برای هندسه متقارن محوری و بی‌بعدسازی معادلات حاکم، صورت بدون بعد معادلات پیوستگی و مومنتم در دستگاه مختصات استوانه‌ای به صورت زیر می‌شود [۲].

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* v_r^*) + \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (4-3)$$

$$v_r^* \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + v_z^* \frac{\partial v_r^*}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{\partial \tau_{rr}^*}{\partial r^*} + \frac{\partial \tau_{rz}^*}{\partial z^*} + \frac{\tau_{rr}^* - \tau_{\theta\theta}^*}{r^*} \right) \quad (5-3)$$

$$v_r^* \frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} + v_z^* \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \tau_{rz}^*) + \frac{\partial \tau_{zz}^*}{\partial z^*} \right) \quad (6-3)$$

در معادلات بالا می‌توان با به کار بردن معادله متشکله هر نوع سیالی در جملات تنش، شکل نهایی معادلات حاکم را برای جریان آن سیال بدست آورد. در این تحقیق، از مدل فن-تین-تنر غیرخطی (نمائی) به عنوان معادله ساختاری سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است.

۳-۴- معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک

در سیالات ویسکوالاستیک تنش کلی شامل مجموع تنش ماده حلال نیوتنی (τ_s) و تنش ماده حل شونده پلیمری (τ_p) بر واحد چگالی می‌باشد.

$$\tau = \tau_s + \tau_p \quad (7-3)$$

معادله ساختاری برای توصیف رابطه بین تنش و نرخ برش در ماده حلال نیوتنی به صورت زیر می‌باشد.

$$\tau_s = \eta_s \dot{\gamma} \quad (8-3)$$

در رابطه (۸-۳)، η_s ویسکوزیته ماده حلال نیوتنی و $\dot{\gamma}$ تانسور نرخ برش می‌باشد که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\dot{\gamma} = \nabla V + |\nabla V|^T \quad (9-3)$$

در این تحقیق، سهم تنش ناشی از خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک با استفاده از حل معادله مدل ساختاری PTT در نظر گرفته شده است [۵۳]:

$$f(tr \tau_p) \tau_p + \lambda \left(\tau_p^\nabla + \xi (\tau_p D + D \tau_p) \right) = 2 \eta_p D \quad (10-3)$$

در رابطه (۱۰-۳)، τ_p^∇ مشتق فوق همرفتی^۱ تانسور تنش پلیمری، λ زمان آسودگی از تنش، η_p ویسکوزیته ماده پلیمری در نرخ برش صفر، D نرخ تغییر شکل و ξ ، λ از ثابت‌های ماده می‌باشند. در تحقیقات صورت گرفته برای مدل PTT، سه حالت را برای تابع $f(tr \tau_p)$ در نظر می‌گیرند [۵۳].

$$f(tr \tau_p) = \begin{cases} 1 + \frac{\varepsilon \lambda}{\eta_p} tr \tau_p & \text{Linear PTT} \\ 1 + \frac{\varepsilon \lambda}{\eta_p} tr \tau_p + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon \lambda}{\eta_p} tr \tau_p \right)^2 & \text{Quadratic PTT} \\ \exp\left(\frac{\varepsilon \lambda}{\eta_p} tr \tau_p\right) & \text{Exponential PTT} \end{cases} \quad (11-3)$$

در معادله (۱۱-۳)، حالت اول را به صورت مخفف LPTT (مدل خطی)، حالت دوم را به صورت مخفف

1. Upper convected derivative

QPTT (مدل درجه دوم) و حالت سوم را به صورت مخفف EPTT (مدل نمائی) می‌نامند.

مشتق فوق همرفتی تانسور تنش پلیمری به صورت زیر می‌باشد [۲].

$$\overset{\nabla}{\tau}_p = \frac{D}{Dt} \tau_p - [\nabla V^T \cdot \tau_p] - [\tau_p \cdot \nabla V] \quad (12-3)$$

که در آن $\frac{D}{Dt} \tau_p$ مشتق مادی^۱ برای تنش پلیمری است که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\frac{D}{Dt} \tau_p = \frac{\partial}{\partial t} \tau_p + [V \cdot \nabla \tau_p] \quad (13-3)$$

صورت بدون بعد معادله فن-تین-تنر (رابطه (۱۱-۳)) به صورت زیر می‌باشد.

$$f(tr \tau_p^*) \tau_p^* + We \left(\overset{\nabla}{\tau}_p^* + \xi (\tau_p^* D^* + D^* \tau_p^*) \right) = 2(1-\beta) D^* \quad (14-3)$$

در رابطه (۱۴-۳) عبارت $f(tr \tau_p^*)$ برای مدل فن-تین-تنر خطی، درجه دوم و نمایی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$f(tr \tau_p^*) = \begin{cases} 1 + \frac{\varepsilon We}{1-\beta} tr \tau_p^* & \text{Linear PTT} \\ 1 + \frac{\varepsilon We}{1-\beta} tr \tau_p^* + \left(\frac{\varepsilon We}{1-\beta} tr \tau_p^* \right)^2 & \text{Quadratic PTT} \\ \exp \left(\frac{\varepsilon We}{1-\beta} tr \tau_p^* \right) & \text{Exponential PTT} \end{cases} \quad (15-3)$$

در رابطه (۱۴-۳) صورت بدون بعد مشتق همرفتی تانسور تنش پلیمری به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\overset{\nabla}{\tau}_p^* = \frac{\partial \tau_p^*}{\partial t} + V^* \cdot \nabla^* \tau_p^* - \tau_p^* \cdot \nabla^* V^* - \nabla^* V^{*T} \cdot \tau_p^{*T} \quad (16-3)$$

در این تحقیق از مدل فن-تین-تنر نمایی به منظور شبیه سازی ترم تنش سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری استفاده شده است. در تحقیق حاضر جهت تعیین نسبت نیروی ناشی از

1. Material derivative

خاصیت الاستیک به نیروی اینرسی از عدد بدون بعد الاستیک و به منظور تعیین نسبت نیروی اینرسی به نیروی ویسکوز، از عدد بدون بعد رینولدز استفاده شده است.

۳-۵- شرایط مرزی جریان

با توجه به هندسه‌ی مسأله می‌توان دریافت که این جریان نسبت به صفحه $r = 0$ دارای تقارن محوری است؛ در نتیجه مؤلفه سرعت v_r عمود به محور تقارن و مولفه سرعت v_z مماس به این محور می‌باشد. در مرز ورودی فرض بر این است که جریانی با سرعت یکنواخت در راستای z و برابر با U_{in} وارد می‌شود. در این مرز میدان تنش و گرادیان فشار صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$(z = 0): v_z = U_{in} = Cte, \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (17-3)$$

در مجاورت دیواره‌های لوله از شرط عدم لغزش برای سرعت استفاده شده است. همچنین، گرادیان فشار و تنش در راستای عمود بر دیوار صفر می‌باشد.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad v_r = 0, \quad v_z = 0 \quad (18-3)$$

اعمال شرط مرزی عدم لغزش بر روی دیوار جامد در سیالات ویسکوالاستیک به مانند سیالات نیوتنی رایج است. شایان ذکر است، این شرط مرزی برای جامدات ویسکوالاستیک چندان صحیح به نظر نمی‌رسد. با این حال، این شرط در محدوده وسیعی از عدد دوبرا با دقت قابل قبولی برای سیالات ویسکوالاستیک به کار می‌رود. در مرز خروجی نیز $\frac{\partial}{\partial z}$ برای کلیه متغیرها به جز فشار برابر با صفر در نظر گرفته شده است.

$$(z = z_{\max}) \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v_r}{\partial z} = 0 \quad (19-3)$$

۳-۶- پارامترهای بدون بعد انتقال حرارت

پارامترهای بی بعد حرارتی مربوط به انتقال حرارت در تحقیق حاضر عبارتند از:

$$T_T = \frac{T - T_w}{T_{in} - T_w} \quad \alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (20-3)$$

$$Pr = \frac{\eta_0}{\rho \alpha} \quad Nu = \frac{hD}{K} \quad (21-3)$$

$$Br = \frac{\eta_0 U_{in}^2}{k(T_w - T_{in})} \quad (22-3)$$

در رابطه (۲۰-۳) تا (۲۲-۳)، T_T دمای بدون بعد، T_w دمای دیواره، T_{in} دمای سیال در ورودی لوله، k ضریب هدایت حرارتی، Br عدد برینکمن^۱، h ضریب انتقال حرارت جابجایی، α ضریب پخش گرما، Pr عدد پرنتل^۲ و Nu عدد ناسلت^۳ است.

۳-۷- معادله حاکم بر انتقال حرارت

در این بخش، معادله حاکم بر انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک ارائه می شود. با اعمال قانون اول ترمودینامیک بر روی یک المان حجم کنترل، معادله انتقال حرارت برای جریان سیالات طبق رابطه زیر به دست می آید [۵۵]:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \tau : \nabla V \quad (23-3)$$

1. Brinkman number
2. Prantel number
3. Nusselt number

که در آن، T دمای سیال، t زمان، k ضریب هدایت حرارتی، ρ چگالی سیال، P فشار، τ تانسور تنش و C_p ظرفیت گرمایی ویژه سیال در فشار ثابت است. در رابطه فوق انتقال حرارت هدایتی بر اساس قانون فوریه به دست آمده است. همچنین جمله آخر رابطه (۳-۲۳) اثر کار تراکم‌پذیری سیال بر انتقال حرارت جریان را نشان می‌دهد. جمله $\tau : \nabla V$ در رابطه فوق، اثر کار میدان تنش بر جریان سیال را بیان می‌کند و برای سیال نیوتنی همیشه دارای مقدار مثبتی می‌باشد. مثبت بودن این جمله بیانگر بازگشت‌ناپذیری کار میدان جریان است. در سیال نیوتنی این جمله به اثر تلفات لزجت معروف است. علی‌رغم سیال نیوتنی، این جمله برای جریان سیال ویسکوالاستیک ممکن است که به‌طور موضعی دارای مقداری منفی باشد. منفی بودن این جمله برای این است که بخشی از انرژی در بخش الاستیک سیال ذخیره شده است [۵۵].

صورت بدون بعد معادله انتقال حرارت دائمی جریان سیال ویسکوالاستیک تراکم‌ناپذیر در دستگاه مختصات استوانه‌ای، به صورت زیر بیان می‌شود [۵۵].

$$v_r^* \frac{\partial T_T}{\partial r^*} + v_z^* \frac{\partial T_T}{\partial z^*} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T_T}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial^2 T_T}{\partial z^{*2}} + Br \Phi^* \right) \quad (۳-۲۴)$$

رابطه (۳-۲۴) شکل بدون بعد معادله انرژی برای انتقال حرارت می‌باشد. در رابطه فوق، Φ کار میدان تنش بوده و از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۵۵].

$$\Phi^* = \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + \frac{v_r^*}{r^*} \tau_{\theta\theta}^* + \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} \tau_{zz}^* + \left(\frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} + \frac{\partial v_r^*}{\partial z^*} \right) \tau_{rz}^* \quad (۳-۲۵)$$

همان‌طور که در فصل دوم این پژوهش ذکر شد، تاکنون تحقیقات بسیار کمی در مورد حل عددی انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرای صفحه‌ای و متقارن محوری انجام شده است. یکی از مهم‌ترین دلایل این موضوع این است که در سیالات غیرنیوتنی بخصوص سیالات ویسکوالاستیک، لزجت سیال وابستگی شدیدی به دما دارد. از یک طرف، برای سیالات ویسکوالاستیک این وابستگی به دما باید به صورت یک تابع مشخص شود و از طرف دیگر، برای تحلیل انتقال حرارت

سیالات ویسکوالاستیک، باید معادلات پیوستگی و ممنتوم به‌طور همزمان با معادله انرژی حل شوند. این نکته در این پژوهش در نظر گرفته شده است؛ یعنی علاوه بر حل همزمان معادله انرژی به همراه معادله بقا، برخی از خواص رئولوژیکی و ترمودینامیکی سیال از قبیل لزجت η ، زمان رهایی از تنش λ ضریب هدایت حرارتی k و ظرفیت گرمایی ویژه C_p تابع دمای نقطه‌ای سیال در نظر گرفته شده است. بدین منظور از توابع پیشنهادی توسط مارک^[۵۶] استفاده شده است.

$$\eta = \eta_0 a(T), \quad a(T) = \text{Exp} \left[\alpha \left(\frac{1}{T + 273.15} - \frac{1}{T_{in} + 273.15} \right) \right] \quad (26-3)$$

$$\lambda = \lambda_0 a(T) \quad (27-3)$$

$$k(T) = k_0 (k_0^* + k_s^* T) \quad , \quad C_p(T) = C_{p0} (C_{p,0}^* + C_{p,s}^* T) \quad (28-3)$$

با این فرضیات، کمیت‌های مذکور بعد از هر مرحله با دماهای جدید به دست آمده و دوباره مورد محاسبه قرار می‌گیرند.

۳-۸- شرایط مرزی انتقال حرارت

در این پژوهش نتایج برای حالتی بدست آمده است که دمای دیواره‌ها ثابت هستند. در این حالت، سیال با دمای یکنواخت وارد لوله شده و بعد از تماس با دیواره‌ها و تشکیل لایه مرزی حرارتی، رفته رفته دمای آن به دمای دیواره‌ها نزدیک می‌شود. با رسیدن به شرایط توسعه یافته حرارتی، پروفیل دمای سیال به حالت دائم خود رسیده و بدون تغییر باقی می‌ماند. بنابراین، دمای سیال در ورودی برابر با T_{in} فرض شده است که با توجه به رابطه (۳-۲۰) مقدار T_T در ورودی برابر با یک بدست می‌آید.

$$T = T_{in} = Cte \quad (29-3)$$

$$T = T_w = Cte \quad (30-3)$$

در خروجی لوله نیز شرط مرزی توسعه یافتگی در نظر گرفته شده است:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (31-3)$$

در واقع این شرط، یک شرط تقریبی برای دمای خروجی است. با توجه به اینکه طول هندسه در راستای X بلند در نظر گرفته شده و در دیواره‌های هندسه شرط دما-ثابت برقرار است، می‌توان با اطمینان شرط مرزی نامبرده را استفاده کرد. البته، نتایج عددی که در فصل پنجم ارائه شده است، صحت این شرط مرزی را تأیید می‌کند.

۴ - فصل چهارم

روش حل عددی

در این فصل به تشریح روش عددی مورد استفاده در تحقیق حاضر، شامل نحوه گسسته سازی معادلات حاکم، روش حل دستگاه معادلات جبری و ... پرداخته می‌شود. در این تحقیق، از نرم افزار متن باز OpenFOAM به منظور شبیه سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری استفاده شده است. این نرم افزار از شیوه عددی حجم محدود^۱ برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی استفاده می‌کند. در ادامه‌ی این فصل به معرفی نرم افزار OpenFOAM و تنظیمات مربوط به این نرم افزار در حل عددی تحقیق حاضر پرداخته می‌شود.

۴-۱- معرفی نرم افزار OpenFOAM

نرم افزار OpenFOAM یک جعبه ابزار دینامیک سیالات محاسباتی^۲ است که قادر به مدل سازی هر نوع مسأله‌ی شامل معادلات دیفرانسیل جزئی، از جمله حل عددی جریان سیال، از مسائل ساده تا بسیار پیچیده می‌باشد. از نمونه موارد قابل مدل سازی توسط این نرم افزار می‌توان به مسائل مربوط به جریان‌های آرام و آشفته، تک فاز و چند فاز، انتقال حرارت، واکنش‌های شیمیایی، الکترومغناطیس و مکانیک جامدات و همچنین به مسائل مربوط به معادلات اقتصادی نظیر قیمت گذاری و مالی اشاره کرد. این نرم افزار توسط "Open FOAM Ltd" تحت مجوز رسمی گنو^۳ ایجاد شده و به صورت منبع باز^۴ و آزاد موجود می‌باشد. این مطلب بدان معناست که کدهای آن به صورت رایگان در اختیار همه قرار دارد و به سهولت از شبکه جهانی اینترنت قابل دریافت است. به علاوه به علت آزاد یا باز بودن منبع کدهای مذکور، امکان بررسی تمامی جنبه‌های کدنویسی از جمله تغییر و توسعه آن برای کاربر فراهم خواهد بود [۵۷].

هسته‌ی انعطاف پذیر و کارآمد OpenFOAM، از مجموعه‌ای از کدهای نوشته شده به زبان ++C

1. Finite Volume Method
2. Computational Fluid Dynamic
3. GNU
4. Open Source

ایجاد شده است. این نرم افزار با تعدادی حل گر^۱ از پیش ساخته، مثال‌های کاربردی و کتابخانه ارائه گردیده است که می‌تواند به عنوان یک بسته مدل سازی معمولی مورد استفاده قرار گیرد. در حالی که علاوه بر باز و آزاد بودن کد منبع آن، قابلیت توسعه در ساختار و سلسله مراتب حل گرها، مثال‌های کاربردی و کتابخانه‌ها نیز وجود دارد. نرم افزار OpenFOAM از روش عددی حجم محدود برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی استفاده می‌کند که در آن به هر شبکه بندی غیر ساختار یافته سه بعدی، سلول‌های چند وجهی نسبت داده می‌شود. در این نرم افزار، برای حل جریان سیال از الگوهای تکرار، سرعت-فشار ضمنی استفاده می‌شود. موازی سازی در حل و بخش بندی دامنه‌ی حل از مبانی به کار گرفته در OpenFOAM می‌باشد. به دلیل اینکه این نرم افزار یک کد منبع باز یا آزاد می‌باشد به طور پیش فرض بر روی سیستم عامل منبع باز مبتی بر لینوکس نصب می‌شود. در این تحقیق از نسخه لینوکس Ubuntu 12.04 LTS که نسخه‌های OpenFOAM 1.6ext، OpenFOAM 2.2.0، OpenFOAM 2.1.1 بر روی آن نصب شده و به نام MeNoTu منتشر شده، استفاده شده است.

۴-۲- بررسی فرآیند کلی حل در نرم افزار OpenFOAM

در این نرم افزار فرآیند حل مسأله به کمک سه مرحله به صورت زیر انجام می‌شود:

- پیش پردازش^۲
- پردازش^۳
- پس پردازش^۴

در ادامه به اختصار به توضیح هریک از این مراحل پرداخته می‌شود.

1. Solver
2. Pre-Processing
3. Processing
4. Post-Processing

۴-۲-۱- پیش پردازش

در این مرحله نمونه‌ی مطالعاتی برای حل آماده می‌شود که شامل تعریف شرایط مرزی و اولیه، هندسه و شبکه محاسباتی، خواص فیزیکی و ثوابت مسأله، نحوه گسسته سازی معادلات حاکم و چگونگی حل دستگاه معادلات جبری می‌باشد. در نرم افزار OpenFOAM هر نمونه‌ی مطالعاتی دارای سه پوشه به نام‌های "0"، "constant" و "system" می‌باشد. در پوشه "0" مقادیر اولیه برای تمامی متغیرهای موجود در معادلات حاکم مشخص می‌شود. همچنین در این پوشه مقادیر مرزی برای هر یک از صفحات مرزی هندسه تعیین می‌گردد. در پوشه "constant" هندسه و خواص فیزیکی مسأله مشخص می‌شود. پوشه "constant" شامل یک زیر پوشه به نام "polyMesh" می‌باشد؛ در این پوشه، مشخصات ابعاد هندسه‌ی مسأله، شبکه محاسباتی و نوع شرایط مرزی تعیین می‌شود. در پوشه "system" تنظیمات مربوط به حل مسأله شامل زمان شروع و پایان حل، گام زمانی حل، نحوه گسسته سازی عملگرهای دیفرانسیلی معادلات حاکم و چگونگی حل دستگاه معادلات جبری مشخص می‌شود.

۴-۲-۲- پردازش

در این مرحله با توجه به تغییرات صورت گرفته در مرحله پیش‌پردازش و استفاده از حلگر متناسب با نمونه مطالعاتی، به حل مسأله پرداخته می‌شود. این محاسبات در هر گام زمانی تکرار می‌شوند تا در نهایت حل عددی همگرا شده و جواب‌های دقیق و منطقی بدست آیند. در نرم افزار OpenFOAM متناسب با جریان‌های مختلف، حلگرهای متفاوتی وجود دارد که قابلیت توسعه در زمینه‌های مختلف را دارا می‌باشند. در این تحقیق از این مزیت این نرم افزار بخوبی استفاده شده است. در واقع حلگر مورد استفاده در این تحقیق با اضافه کردن معادله دما به حلگر viscoelasticFluidFoam که تنها به حل جریان تراکم ناپذیر سیال ویسکوالاستیک می‌پردازد، ایجاد شده است.

۴-۲-۳- پس پردازش

در این مرحله، نتایج حاصل از حل عددی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. بدین منظور از نرم‌افزارهای گرافیکی جهت نمایش نتایج استفاده می‌شود. در نرم افزار OpenFOAM برای نمایش گرافیکی اطلاعات از نرم افزار Paraview که به صورت موازی با OpenFOAM کار می‌کند، استفاده می‌شود. همچنین می‌توان توسط فایل "sampleDict" که در پوشه "system" قرار دارد، اطلاعات مطلوب را استخراج کرد و توسط نرم افزارهای تجاری دیگر مانند Matlab، Tecplot و Sigmaplot ترسیم کرد.

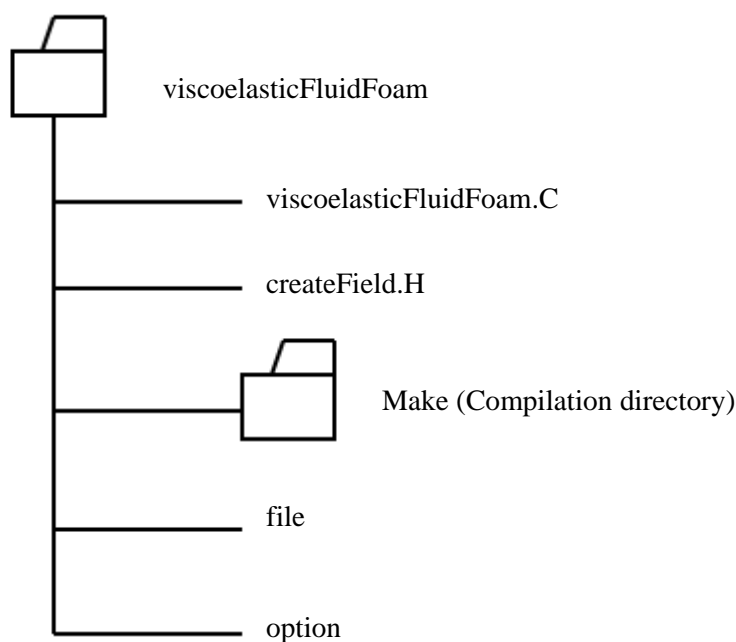
۴-۳- معرفی حلگر مورد استفاده در نرم‌افزار OpenFOAM

همان‌طور که در قسمت‌های قبلی ذکر شد، در این تحقیق به شبیه سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری پرداخته شده است. ویژگی بارز این تحقیق در نظر گرفتن وابستگی برخی از خواص رئولوژیکی و ترمودینامیکی سیال ویسکوالاستیک به دما می‌باشد. با این حال، حلگری که توانایی انجام این کار را داشته باشد، در نرم‌افزار OpenFOAM وجود ندارد. در واقع در این نرم‌افزار تنها حلگری که برای سیالات ویسکوالاستیک به کار می‌رود؛ حلگر viscoelasticFluidFoam می‌باشد که تنها به حل جریان آرام و تراکم ناپذیر سیال ویسکوالاستیک می‌پردازد و برای بررسی انتقال حرارت جریان سیالات ویسکوالاستیک باید معادله دما به این حلگر اضافه شود. بنابراین جهت محاسبات عددی تحقیق حاضر، معادلات دما و خواص که در فصل سوم آورده شد؛ باید به این حلگر اضافه شود. حلگر viscoelasticFluidFoam دارای یک فایل اصلی^۱ به نام viscoelasticFluidFoam.C و یک فایل فرعی^۲ به نام createField.H می‌باشد که در کد اصلی فراخوانی می‌شود. این حلگر در نرم افزار OpenFOAM در آدرس زیر قرار دارد.

```
$FOAM_APP/solvers/viscoelastic/viscoelasticFluidFoam
```

-
1. Main source file
 2. Header file

شکل ۴-۱ ساختار حلگر مذکور را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱- ساختار حلگر viscoelasticFluidFoam

در ادامه حلگر مورد استفاده در این تحقیق به نام viscoelasticHeatFluidFoam، که از اضافه کردن معادلات دما و خواص پیشنهاد شده به حلگر viscoelasticFluidFoam بدست آمده است، توضیح داده می‌شود. ابتدا به نحوه اضافه کردن متغیرها به فایل createField.H می‌پردازیم. در فایل مذکور کلیه کمیت‌هایی که در معادلات جریان و انرژی ثابت هستند یا با هر بار تکرار حل تغییر می‌کنند معرفی می‌شوند. در قطعه کد زیر کلیه خواصی که در معادلات جریان و انرژی ثابت هستند یعنی در هر بار تکرار حل تغییری نمی‌کنند؛ از فایل "transportProperties" که در نمونه مطالعاتی قرار دارد، فراخوانی می‌شوند. این خواص در نرم افزار OpenFOAM به صورت "dimensionedScalar" یعنی مقادیر اسکالر دارای بعد تعریف می‌شوند. این کمیت‌ها شامل C_{p0} , $C_{p,0}^*$, $C_{p,s}^*$ در معادله پیشنهاد شده برای ظرفیت گرمایی ویژه، k_0 , k_0^* , k_s^* در معادله پیشنهاد شده برای ضریب رسانش حرارتی، چگالی که به صورت rhoMain در کد معرفی شده، کمیت‌های α و T_i در معادله پیشنهاد شده جهت اعمال تغییرات دما بر زمان رهایی از تنش و ویسکوزیته، می‌باشند.

```

Info<< "Reading transportProperties\n" << endl;

IOdictionary transportProperties
(
    IOobject
    (
        "transportProperties",
        runTime.constant(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ,
        IOobject::NO_WRITE
    )
);

```

برای مثال، k_0 به صورت زیر بعد از قطعه کد بالا قرار می‌گیرد.

```

dimensionedScalar k0
(
    transportProperties.lookup("k0")
);

```

سایر کمیت‌های مذکور نیز به صورت بالا تعریف می‌شوند، با این تفاوت که به جای "k0"، کمیت مورد نظر قرار می‌گیرد. پس از تعریف کمیت‌های ثابت، لازم است؛ کمیت‌هایی که در هر بار تکرار حل تغییر می‌کنند به فایل "createField.H" اضافه شود. این کمیت‌ها شامل میدان دما، ظرفیت ویژه گرمایی ($C_p(T)$) و ضریب رسانش حرارتی ($k(T)$)، هستند. از آنجایی که میدان فشار و دما هر دو اسکالر می‌باشند می‌توان از کد تعریف شده در فایل "createField.H" برای میدان فشار در تعریف میدان دما، ظرفیت گرمایی ویژه ($C_p(T)$) و ضریب رسانش حرارتی ($k(T)$) استفاده کرد. با این تفاوت که به جای p در آن از T برای تعریف میدان دما، $C_p(T)$ برای تعریف ظرفیت گرمایی ویژه و ($k(T)$) برای تعریف ضریب رسانش حرارتی، به صورت زیر استفاده می‌شود.

شایان ذکر است، در نرم افزار OpenFOAM کمیت‌های اصلی اسکالر مانند دما بصورت "volScalarField" و کمیت‌های برداری مانند سرعت به صورت "volVectorField" تعریف می‌شوند.

برای مثال میدان سرعت و دما به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شود.

```
Info << "Reading field U\n" << endl;
volVectorField U
(
    IOobject
    (
        "U",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ,
        IOobject::AUTO_WRITE
    ),
    mesh
);
```

```
Info << "Reading field T\n" << endl;
volScalarField T
(
    IOobject
    (
        "T",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ,
        IOobject::AUTO_WRITE
    ),
    mesh
);
```


سایر کمیت‌های اسکالر نیز به صورت بالا تعریف می‌شوند با این تفاوت که به جای "T" کمیت مورد نظر قرار می‌گیرد. در فایل "viscoelasticFluidFoam.C" کلیه معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیال، شامل معادلات مومنتم و دما تعریف می‌شوند. همانطور که در فصل سوم به آن اشاره شد، در تحقیق حاضر، معادلات دما و خواص ترمودینامیکی سیال به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \tau : \nabla V \quad (1-4)$$

$$a(T) = \text{Exp} \left[\alpha \left(\frac{1}{T + 273.15} - \frac{1}{T_m + 273.15} \right) \right] \quad (2-4)$$

$$k(T) = k_0 (k_0^* + k_s^* T) \quad , C_p(T) = C_{p0} (C_{p0}^* + C_{ps}^* T) \quad (3-4)$$

معادله دما به صورت زیر به فایل "viscoelasticFluidFoam.C" اضافه می‌شود.

```
Info<< "SolveT \n";

fvScalarMatrix TEqn
(
    fvm::ddt(T)
    + fvm::div(phi, T)
    - fvm::laplacian(K/(rhoMain*Cp), T, "laplacian(df, T)")
    - (tr(visco.tau() & fvc::grad(U)))/(rhoMain*Cp)
);

TEqn.solve();
```

قطعه کد زیر نحوه اضافه کردن خواص ترمودینامیکی را به فایل "viscoelasticHeatFluidFoam.C" نشان می‌دهد.

```
k = k0*(k0star + ksstar*T);
```

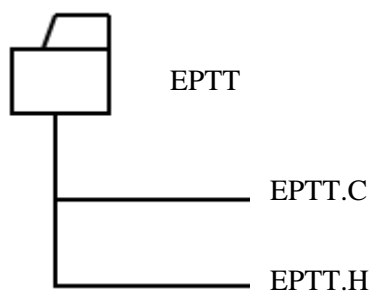
$$C_p = C_{p0} * (C_{p0star} + C_{pSstar} * T);$$

$$a_T = \exp(\text{ShiftFactorCoeff} * (\text{scalar}(1) / T - \text{scalar}(1) / T_{in}));$$

همانطور که در فصل سوم به آن اشاره شد، در این تحقیق، از معادله متشکله فن-تین-تنر غیر خطی به منظور شبیه سازی ترم تنش سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. در نرم افزار OpenFOAM فایل‌های مربوط به این معادله متشکله در آدرس زیر قرار دارند.

`$FOAM_SRC/transportModels/viscoelastic/viscoelasticLaws/EPTT`

شکل ۴-۲ ساختار کتابخانه EPTT را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۲- ساختار کتابخانه EPTT

نسخه اصلی کتابخانه EPTT در نرم افزار OpenFOAM برای حالتی می‌باشد که خواص رئولوژیکی سیال تابعیت دمایی ندارند. بنابراین در تحقیق حاضر جهت وابستگی خواص رئولوژیکی سیال نظیر زمان رهایی از تنش (λ) و ویسکوزیته ماده حل شونده پلیمری (η_p) به دما، باید تغییراتی در کتابخانه EPTT صورت گیرد. همانطور که در فصل سوم به آن اشاره شد، توابع زیر برای وابستگی ویسکوزیته پلیمری و زمان رهایی از تنش به دما پیشنهاد شده است.

$$\eta = \eta_0 a(T) \quad (۴-۴)$$

$$\lambda = \lambda_0 a(T) \quad (۵-۴)$$

در روابط (۴-۴) و (۵-۴)، پارامترهای (η_0) و (λ_0) ثابت هستند و در هر بار تکرار حل تغییری نمی‌کنند، این پارامترها در فایل "EPTT.H" به صورت زیر تعریف می‌شوند.

```
//-Zero shear rate polymer viscosity
dimensionedScalar etaP0;
```

```
//- Relaxation time
dimensionedScalar lambda0;
```

همچنین مقادیر ویسکوزیته (η_p) و زمان رهایی از تنش (λ) که در هر بار تکرار حل تغییر می‌کنند، به صورت زیر در فایل "EPTT.H" تعریف می‌شوند.

```
volScalarField etaP_;
volScalarField lambda_;
```

معادله ساختاری مدل رئولوژیکی EPTT در فایل "EPTT.C" به صورت زیر تعریف می‌شود.

```
// Stress transport equation
fvSymmTensorMatrix tauEqn
(
    fvm::ddt(tau_)
    + fvm::div(phi(), tau_)
    ==
    etaP_/lambda_*twoD
    + twoSymm(C)
    - zeta_/2*((tau_ & twoD) + (twoD & tau_))
    - fvm::Sp
    (
        (1/lambda_)*Foam::exp(epsilon_*lambda_/etaP_*tr(tau_)),
        tau_
    )
);
```

جهت وابستگی خواص رئولوژیکی مذکور به دما و اعمال این تغییرات در معادله متشکله EPTT، تابع زیر به فایل EPTT.C اضافه شده است.

```
void Foam::EPTT::probTempDep(volScalarField& aTFactor)
{
    Info<< "test probTempDep" << typeName << endl;
    etaP_ = etaP0*(aTFactor);
    lambda_ = lambda0*(aTFactor);
}
```

این تابع در هر بار تکرار حل با فراخوانی ضریب $a(T)$ از حلگر اصلی، ویسکوزیته پلیمری و زمان رهایی از تنش را با توجه به دمای نقطه‌ای سیال به روز رسانی می‌کند. با استفاده از کمیت‌های به روز شده معادله متشکله EPTT حل می‌شود و گرادیان تنش به حلگر اصلی فرستاده شده و معادلات جریان و دما حل می‌شوند. این روند تا همگرایی کامل تمامی متغیرها و رسیدن به جواب‌های صحیح ادامه می‌یابد.

۴-۴- بررسی ساختار نمونه مطالعاتی

در این تحقیق به منظور حل عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرایی متقارن محوری از نمونه مطالعاتی PTT_Exponential استفاده شده است. این نمونه مطالعاتی در نرم افزار OpenFOAM در آدرس زیر قرار دارد.

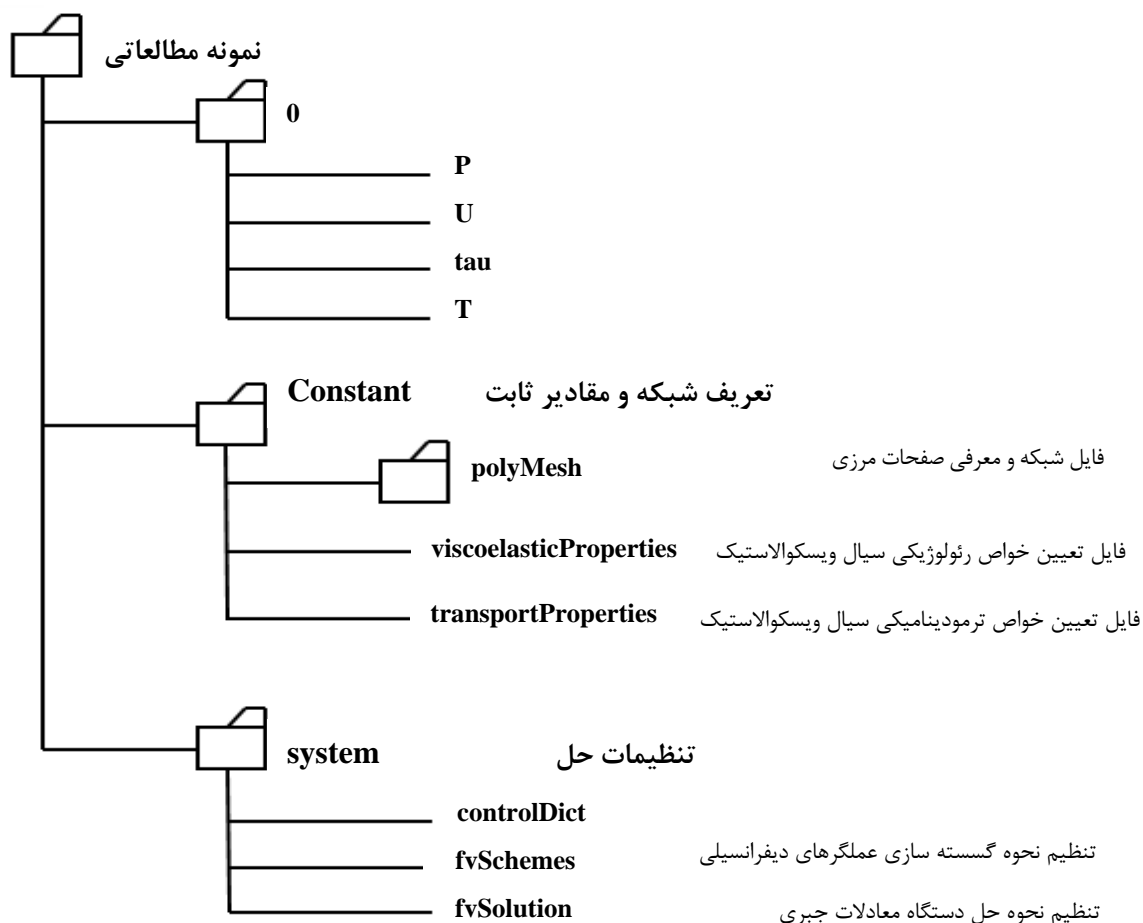
```
$FOAM_TUTORIALS/viscoelasticFluidFoam/PTT_Exponential
```

در داخل پوشه "PTT_Exponential" سه پوشه به نام‌های "0"، "constant" و "system" وجود دارد. پس از مدل‌سازی و تغییر تنظیمات نمونه اولیه متناسب با مسأله مورد مطالعه با استفاده از حلگر "viscoelasticHeatFluidFoam" که از توسعه و اضافه کردن معادلات دما و خواص سیال به حلگر "viscoelasticFluidFoam" ایجاد شده است، به حل مسأله پرداخته می‌شود.

حلگر "viscoelasticHeatFluidFoam" مطابق با تنظیماتی که در پوشه "PTT_Exponential" انجام شده است به حل مسأله می پردازد. با شروع حل، زیرپوشه‌هایی با توجه به گام زمانی تنظیم شده ایجاد می‌شود. در ادامه به اختصار به بررسی هریک از این پوشه‌ها و فایل‌های موجود در آنها پرداخته می‌شود.

۴-۴-۱- تنظیمات مربوط به شرایط اولیه و مرزی

همان‌طور که در نمودار درختی شکل ۴-۳ مشخص است، در این نرم‌افزار، اعمال شرایط اولیه و مرزی در هریک از میدان‌های حل در پوشه‌ای به نام "0" صورت می‌گیرد. این پوشه شامل ۴ فایل است که در هریک از فایل‌ها مقادیر اولیه و مرزی در هریک از صفحات مرزی تعریف می‌شود. این فایل‌ها عبارتند از: p (فشار)، T (دما)، U (سرعت) و τ (تنش برشی).



شکل ۴-۳- ساختار نمونه مطالعاتی PTT_Exponential

در فایل p شرایط اولیه و مرزی در هریک از صفحات برای فشار تعیین می‌شود. در این تحقیق، شرط اولیه برای فشار صفر در نظر گرفته شده است. در ورودی لوله و همچنین برای دیوارهای لوله از شرط گرادیان فشار (در راستای عمود بر سطح) مساوی با صفر استفاده شده است. برای شرط مرزی در خروجی لوله، فشار مطلق برابر با صفر در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است جهت تعریف هندسه متقارن محوری در نرم افزار OpenFOAM، از شرط مرزی "Wedge" استفاده شده است. در ادامه قطعه کد مربوط به تنظیمات شرایط اولیه و مرزی برای فشار آورده شده است. همان طور که در قطعه کد زیر مشاهده می‌شود، خط اول دیمانسیون متغیر، خط دوم مقدار اولیه و باقی خطوط شرط مرزی فشار را برای صفحات مرزی مختلف نشان می‌دهند.

```

dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];

internalField   uniform 0;

boundaryField
{
    inlet
    {
        type      zeroGradient;
    }

    outlet
    {
        type      fixedValue;
        value     uniform 0;
    }

    axis
    {
        type      empty;
    }

    fixedWalls
    {
        type      zeroGradient;
    }
}

```

```

back
{
    type          wedge;
}

front
{
    type          wedge;
}
}

```

در فایل U مقادیر اولیه و مرزی برای سرعت در هریک از مرزها تعیین می‌شود. در این تحقیق، با توجه به اینکه پارامترهای سیال و هندسه‌ی مسأله ثابت هستند، مقدار سرعت ورودی با استفاده از عدد رینولدز مشخص می‌شود. سرعت ورودی یکنواخت و ثابت است. با توجه به شرط توسعه یافتگی جریان در خروجی، گرادیان سرعت در این مقطع صفر در نظر گرفته شده‌است. برای دیوارها نیز با توجه به ثابت بودن این مرز، مقدار سرعت صفر در نظر گرفته شده‌است که بیان‌گر شرط عدم لغزش برای این مرز می‌باشد. شرایط مرزی برای سایر مرزها نیز به همان صورت تعریف شده برای میدان فشار می‌باشد. در ادامه کد مربوط به تنظیمات فایل سرعت آورده شده است.

```

dimensions      [0 1 -1 0 0 0 0];

internalField   uniform (0.1631 0 0);

boundaryField
{
    inlet
    {
        type          fixedValue;
        value         uniform (0.1631 0 0);
    }

    outlet
    {
        type          zeroGradient;
    }
}

```

```

axis
{
    type          empty;
}

fixedWalls
{
    type          fixedValue;
    value         uniform (0 0 0);
}

back
{
    type          wedge;
}

front
{
    type          wedge;
}
}

```

تنظیمات مربوط به تعیین شرایط اولیه و مرزی برای میدان دما در فایل T صورت می‌گیرد. همان‌طور که در فصل سوم اشاره شد، نتایج این تحقیق برای حالتی می‌باشد که دمای دیواره‌ها ثابت است. بنابراین دمای سیال در ورودی و همچنین برای دیواره‌های لوله ثابت در نظر گرفته شده است. همچنین با توجه به شرط توسعه یافتگی دما، گرادیان دما در خروجی برابر با صفر در نظر گرفته شده است، البته شکل‌های مربوط به توزیع ناسلت موضعی در فصل پنجم، اعتبار این شرط مرزی را تأیید می‌کند. در ادامه قطعه کد مربوط به تنظیم شرایط مرزی برای دما آورده شده است.

```

dimensions      [0 0 0 1 0 0 0];

internalField   uniform 303.15;
boundaryField
{
    inlet
    {
        type          fixedValue;
        value         uniform 303.15;
    }
}

```



```

fixedWalls
{
    type          fixedValue;
    value         uniform 400;
}
outlet
{
    type          zeroGradient
}
axis
{
    type          empty;
}
front
{
    type          wedge;
}
back
{
    type          wedge;
}
}

```

در فایل τ مقادیر اولیه و مرزی تنش برای هریک از صفحات تعریف می‌شود. همان‌طور که در قطعه کد زیر مشاهده می‌شود، میدان تنش اولیه صفر در نظر گرفته شده است. برای مرز ورودی، تانسور تنش برابر با صفر لحاظ شده است. در مرز خروجی و دیواره‌های لوله، گرادیان تنش برابر با صفر منظور شده است. شایان ذکر است که سایر شرایط مرزی به مانند شرایط تعیین شده برای میدان فشار، سرعت و دما می‌باشند.

```

dimensions      [1 -1 -2 0 0 0 0];
internalField   uniform      (0 0 0 0 0 0);
boundaryField
{
    inlet
    {
        type          fixedValue;
        value         uniform (0 0 0 0 0 0);
    }
}

```

```

outlet
{
    type          zeroGradient;
}

axis
{
    type          empty;
}

fixedWalls
{
    type          zeroGradient;
}

back
{
    type          wedge;
}

front
{
    type          wedge;
}
}

```

۴-۴-۲- مشخصات شبکه و ثابت‌های مسأله

در پوشه "constant"، خواص سیال به علاوه‌ی اطلاعات مربوط به هندسه‌ی مسأله قرار دارد. این پوشه همان‌طور که در نمودار درختی شکل ۴-۳ مشاهده می‌شود؛ شامل یک زیر پوشه به نام "polyMesh" و دو فایل به نام‌های "transportProperties" و "viscoelasticProperties" می‌باشد. در زیر پوشه "polyMesh" دو فایل با نام‌های "blockMeshDict" و "boundary" وجود دارد. در فایل "blockMeshDict" مشخصات ابعاد هندسه و شبکه محاسباتی، نام گذاری مرزها و انتخاب نوع شرط مرزی قرار دارد. در ادامه نمونه کد مطالعاتی از این فایل آورده شده است. مقیاس در نظر گرفته برای هندسه مورد مطالعه، ۰/۰۰۱ متر می‌باشد که نحوه تعریف آن در این فایل، در خط زیر آورده شده است.

```
convertToMeters 0.001;
```

همه رأس‌های مورد نیاز برای تعریف یک بلوک، در قسمت "vortices" به صورت زیر آورده شده است.

```
vortices
(
    //back points
    (0      49.95   -2.18) //p0
    (3000   49.95   -2.18) //p1
    (3000   149.86  -6.54) //p2
    (9000   149.86  -6.54) //p3
    (9000   49.95   -2.18) //p4
    (9000    0       0) //p5
    (3000    0       0) //p6
    (0       0       0) //p7

    //front points
    (0      49.95    2.18) //p8
    (3000   49.95    2.18) //p9
    (3000   149.86    6.54) //p10
    (9000   149.86    6.54) //p11
    (9000   49.95    2.18) //p12
    (9000    0       0) //p5
    (3000    0       0) //p6
    (0       0       0) //p7
);
```

در قطعه کد زیر، بلوک و شبکه ایجاد شده تعریف می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هر خط در تعریف هریک از بلوک‌ها با کلمه "hex" شروع می‌شود. عبارت "hex" در این کد بر گرفته از کلمه "hexahedral" و به معنی شش وجهی است. در پرانتز اول نقاط تشکیل دهنده بلوک آورده شده است. هریک از اعداد به یک رأس از بلوک اختصاص پیدا می‌کند. در پرانتز دوم تعداد سلول‌ها در هر راستا تعیین می‌شود. همان‌طور که در قطعه کد زیر مشاهده می‌شود، در بلوک اول از ۲۲۵ سلول در راستای x و ۲۰ سلول در راستای y برای ایجاد شبکه بر رأس‌های هندسه مسأله استفاده شده است. همچنین به علت دو بعدی بودن هندسه مسأله، در راستای سوم تنها یک سلول تعریف شده است. شایان ذکر

است که در انتهای هر خطِ تعریف بلوک، از عبارت "simpleGrading" به منظور تعیین اندازه هر سلول نسبت به سلول مجاور استفاده شده است، که انبساط یا انقباض شبکه در این قسمت تعیین می‌شود.

```
blocks
(
    //element1
    hex (8 9 6 7 0 1 6 7) (225 20 1) simpleGrading
(0.1 1 1)
    //element2
    hex (10 11 12 9 2 3 4 1) (450 40 1) simpleGrading (10
1 1)
    //element3
    hex (9 12 5 6 1 4 5 6) (450 20 1) simpleGrading (10
1 1)
);
```

در ادامه صفحات مرزی هندسه‌ی مسئله تعریف شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، هر صفحه مرزی توسط چهار رأس تعریف شده است. در این قسمت، ابتدا نوع شرط مرزی برای هر مرز تعریف می‌شود؛ سپس، آن مرز مطابق هندسه مورد مطالعه تعریف می‌گردد. برای مثال برای ورودی نوع شرط مرزی "patch" و نام آن "inlet" انتخاب شده است.

```
patches
(
    patch inlet
    (
        (0 7 7 8)
    )
    patch outlet
    (
        (4 3 11 12)
        (5 4 12 5)
    )
)
```

```

empty axis
(
    (7 6 6 7)
    (6 5 5 6)
)
wall fixedWalls
(
    (1 0 8 9)
    (2 1 9 10)
    (3 2 10 11)
)
wedge back
(
    (0 1 6 7)
    (2 3 4 1)
    (1 4 5 6)
)
wedge front
(
    (6 9 8 7)
    (12 11 10 9)
    (5 12 9 6)
)
);

```

در فایل "transportProperties" خواص ترمودینامیکی مسأله شامل $(C_{p0}, C_{p,0}^*, C_{p,s}^*)$ در معادله

پیشنهاد شده برای ظرفیت گرمایی ویژه، (k_0, k_0^*, k_s^*) در معادله پیشنهاد شده برای ضریب رسانش

حرارتی، چگالی (ρ) و ثوابت موجود در معادله (۴-۳)، به صورت زیر تعریف می‌شوند.

```

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "constant";
    object       transportProperties;
}
// * * * * *

```

```

Cp0          Cp0          [ 0 2 -2 -1 0 0 0 ]          0.4;
Cp0star      Cp0          [ 0 0 0 0 0 0 0 ]          1.2122;
CpSstar      CpSstar     [ 0 0 0 -1 0 0 0 ]          -0.00112;
k0           k0          [ 1 1 -3 -1 0 0 0 ]          0.008;
k0star       k0star     [ 0 0 0 0 0 0 0 ]          0.7753;
kSstar       kSstar     [ 0 0 0 -1 0 0 0 ]          0.00118;
rhoMain      rhoMain    [ 1 -3 0 0 0 0 0 ]          1226;
Tin          Tin        [ 0 0 0 1 0 0 0 ]          303.15;
ShiftFactorCoeff ShiftFactorCoeff [ 0 0 0 1 0 0 0 ]          1720;
// ***** //

```

شایان ذکر است که در داخل فایل "transportProperties" هریک از اعداد داخل گروه معرف یکی از ابعاد پایه (فیزیکی) می‌باشند که در جدول ۴-۱ به ترتیب شماره، معادل آن آورده شده است. بنابراین توان هر کمیت در موقعیت متناسب ابعاد کمیت و مقدار بعد از گروه مقدار عددی آن را مشخص می‌کند.

جدول ۴-۱- معرفی ابعاد خواص موجود در فایل "transportProperties" [۵۸]

| شماره | خاصیت | واحد | نماد | دیمانسیون |
|-------|-------------|---------|------|-----------|
| ۱ | جرم | کیلوگرم | kg | M |
| ۲ | طول | متر | m | L |
| ۳ | زمان | ثانیه | s | T |
| ۴ | دما | کلوین | K | K |
| ۵ | جریان | آمپر | I | A |
| ۶ | مقدار | مول | mol | mol |
| ۷ | شدت روشنایی | شمع | cd | cd |

در فایل "viscoelasticProperties"، خواص رئولوژیکی سیال ویسکوالاستیک شامل ویسکوزیته دینامیکی ماده حلال نیوتنی (η_s) و ماده حل شونده پلیمری (η_p)، زمان رهایی از تنش (λ) و ثوابت

مدل PTTExponential شامل (ξ) و (ξ) تعریف می‌شوند. در ادامه یک نمونه‌ای از کد مربوط به این فایل آورده شده است.

```
rheology
{
type PTT-Exponential;

rho          rho          [1  -3  0  0  0  0  0]  1226;
etaS         etaS         [1  -1 -1  0  0  0  0]  0.27;
etaP         etaP         [1  -1 -1  0  0  0  0]  0.73;
etaP0        etaP0        [1  -1 -1  0  0  0  0]  0.73;
lambda       lambda       [0  0  1  0  0  0  0]  12.26;
lambda0      lambda0      [0  0  1  0  0  0  0]  12.26;
epsilon      epsilon      [0  0  0  0  0  0  0]  0.02;
zeta         zeta         [0  0  0  0  0  0  0]  0.04;
}
```

۴-۳-۴- کنترل فرآیند حل عددی

تنظیمات مربوط به حل عددی شامل زمان شروع و پایان حل، نحوه گسسته سازی معادلات حاکم، چگونگی حل دستگاه معادلات جبری و ...، در فایل‌های موجود در پوشه "system" انجام می‌شود. این پوشه شامل سه فایل به نام‌های "controlDict"، "fvSchemes" و "fvSolution" می‌باشد. در ادامه به توضیح تنظیمات صورت گرفته در این فایل‌ها جهت انجام تحقیق حاضر، پرداخته می‌شود.

در فایل "controlDict" تنظیم‌های اولیه برای حل نمونه مورد نظر انجام می‌گیرد. این تنظیمات شامل زمان شروع و پایان حل، گام زمانی، نحوه چاپ اطلاعات خروجی و تنظیمات مربوط به عدد کورانت و ... می‌باشد. در ادامه نمونه‌ای از کد مربوط به این فایل آورده شده است.

```

applicatin      viscoelasticHeatFluidFoam;
startFrom       startTime;
startTime       0.0;
stopAt          endTime;
endTime         230;
deltaT          0.0005;
writeControl    adjustableRunTime;
writeInterval   10;
purgeWrite      5;
writeFormat     ascii;
writePrecision  6;
writeCompression compressed;
timeFormat      general;
timePrecision   6;
graphFormat     raw;
runTimeModifiable yes;
adjustTimeStep on;
maxCo           0.5;
maxDeltaT       0.0005;

```

در فایل "fvSchemes" نحوه گسسته‌سازی عملگرهای دیفرانسیلی معادلات حاکم مانند لاپلاسیان،

دیورژانس، کرل و ... تعیین می‌شود. در زیر نحوه گسسته‌سازی هریک از عملگرها به همراه کد مربوط

به آن آورده شده است.

برای گسسته سازی جمله مشتق زمانی از روش اویلر^۱ استفاده شده است.

```
ddtSchemes
{
    default          Euler;
}
```

برای گسسته سازی جملات شامل گرادیان فشار و سرعت از روش خطی گوس^۲ استفاده شده است.

```
gradSchemes
{
    default          Gauss linear;
    grad(p)          Gauss linear;
    grad(U)          Gauss linear;
}
```

جملات شامل عمگر دیورژانس در معادلات حاکم با استفاده از روش گوس مین مد^۳ گسسته سازی شده‌اند.

```
divSchemes
{
    default          none;
    div(phi,U)       Gauss Minmod; //upwind;
    div(phi,T)       Gauss Minmod; //upwind;
    div(phi,tau)     Gauss Minmod; //upwind;

    div(tau)         Gauss linear;
}
```

در گسسته سازی جملات شامل عمگر لاپلاسیان از روش گوس خطی اصلاح شده^۴ استفاده شده است.

```
laplacianSchemes
{
    default          none;
```

-
1. Euler
 2. Gauss linear
 3. Gauss Min Mod
 4. Gauss linear corrected

```

laplacian(etaPEff,U)          Gauss linear corrected;
laplacian(etaPEff+etaS,U)     Gauss linear corrected;
laplacian((1|A(U)),p)         Gauss linear corrected;
laplacian(df,T)               Gauss linear corrected;
}

```

در کد زیر مشخصات مربوط به درون یابی نقطه به نقطه، مؤلفه گرادیان عمود بر سطح هر سلول و میدان مورد نیاز برای تولید جریان، تعیین شده است.

```

interpolationSchemes
{
    default          linear;
    interpolate(HbyA) linear;
}
snGradSchemes
{
    default          corrected;
}
fluxRequired
{
    default          no;
    p;
}

```

در فایل "fvSolution"، نحوه حل دستگاه معادلات جبری حاصل از گسسته سازی معادلات حاکم، میزان خطا، مقدار خطای نسبی و تعداد تکرار حل معادلات در هر گام زمانی مشخص می‌شود. در جدول ۲-۴ کلید واژه مربوط به روش‌هایی که برای حل دستگاه معادلات جبری در نرم افزار OpenFOAM به کار می‌رود، آورده شده است. در زیر قطعه کد مربوط به این فایل آورده شده است. همان‌طور که در قطعه کد زیر مشاهده می‌شود، در این تحقیق، جهت حل دستگاه معادلات برای میدان فشار از روش گرادیان مزدوج پیش شرط^۱ (PCG) استفاده شده است.

1. Preconditioned Conjugate Gradient solver

```

solvers
{
    p
    {
        solver          PCG;
        preconditioner
        {
            preconditioner Cholesky;
            // preconditioner AMG;
            cycle          W-cycle;
            policy          AAMG;
            nPreSweeps     0;
            nPostSweeps    2;
            groupSize      4;
            minCoarseEqns  20;
            nMaxLevels     100;
            scale           off;
            smoother       ILU;
        }

        tolerance        1e-09;
        relTol            0.0;
        minIter           0;
        maxIter           800;
    }
}

```

جدول ۴-۲- انواع روش های حل دستگاه معادلات خطی در نرم افزار OpenFOAM [۵۸]

| کلید واژه | توضیحات |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| PBiCG | Preconditioned Bi -Conjugate G radient solver for asymmetric lduMatrices using a run-time selectable preconditioner. |
| BICCG | Diagonal incomplete LU preconditioned BiCG solver derived from the general preconditioned BiCG solver PBiCG but with the choice of preconditioner pre-selected. This solver is present for backward-compatibility and the PBiCG solver should be used for preference. |
| ICCG | Incomplete Cholesky preconditioned CG solver derived from the general preconditioned CG solver PCG but with the choice of preconditioner pre-selected. This solver is present for backward-compatibility and the PCG solver should be used for preference. |
| PCG | Preconditioned Conjugate Gradient solver for symmetric lduMatrices using a run-time selectable preconditioner |
| GAMG | Geometric Agglomerated algebraic M ulti G rid solver |

به منظور حل دستگاه حاصل از گسسته سازی میدان سرعت، دما و تنش از روش BiCGStab استفاده شده است.

```

U
{
    solver          BiCGStab;
    preconditioner
    {
        preconditioner Cholesky;
    }

    tolerance       1e-10;
    relTol          0.0;
    minIter         0;
    maxIter         1000;
}

T //add
{
    solver          BiCGStab;
    preconditioner
    {
        preconditioner Cholesky;
    }

    tolerance       1e-10;
    relTol          0.0;
    minIter         0;
    maxIter         1000;
}

tau
{
    solver          BiCGStab;
    preconditioner
    {
        preconditioner Cholesky;
    }

    tolerance       1e-6;
    relTol          0;
    minIter         0;
    maxIter         1000;
}
}

```

در کد زیر تنظیمات مربوط به الگوریتم تکرار پیزو تعیین می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضرایب تخفیف^۱ برای میدان فشار، دما و تنش 0.3 و برای میدان سرعت 0.5 در نظر گرفته شده است. ضرایب تخفیف نقش مهمی در تسریع همگرایی حل عددی دارند.

```
PISO
{
    //momentumPredictor yes;
    nCorrectors      2;
    nNonOrthogonalCorrectors 1;
    pRefCell        0;
    pRefValue       0;
}

relaxationFactors
{
    p                0.3;
    U                0.5;
    T                0.3;
    tau              0.3;
}
```

1. Relaxation Factor

۵- فصل پنجم

نتایج

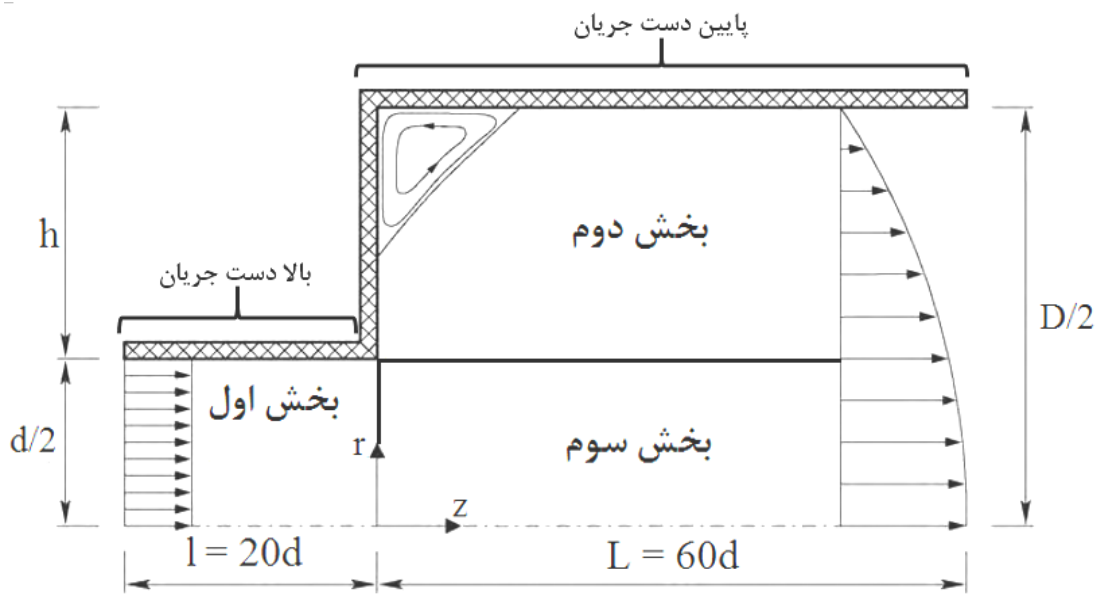
۵-۱- مقدمه

در این فصل، نتایج حاصل از حل عددی برای شبیه سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ ارائه شده است. همان طور که در فصل دوم به آن اشاره شد، تاکنون در هیچ تحقیقی به بررسی انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا پرداخته نشده است؛ از این رو، ارائه ی یک تحقیق جامع در مورد فیزیک جریان و انتقال حرارت در تبدیلات واگرای صفحه ای و متقارن محوری ضروری به نظر می رسد.

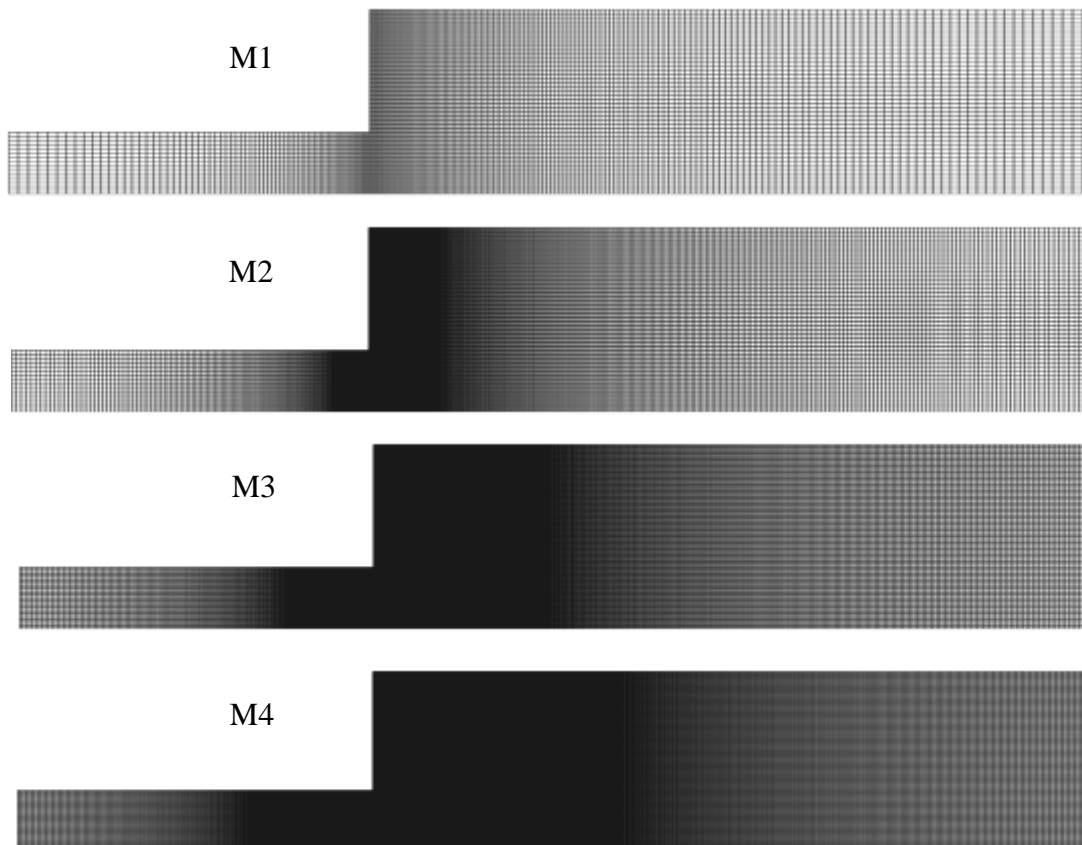
در ابتدای این فصل، استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی و صحت نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان و دما ارزیابی می شود. جهت ارزیابی صحت نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان و دما، از نتایج حل تحلیلی و عددی جریان سیال نیوتنی در لوله استفاده شده است. در قسمت های بعدی نتایج حاصل از حل میدان جریان و دما به صورت نمودارها، کانتورها و جداولی ارائه شده است.

۵-۲- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی

در این قسمت، استقلال حل عددی را از شبکه محاسباتی بررسی می کنیم. به طور کلی کوچک کردن سلول های شبکه از یک سو سبب دقیق تر شدن حل عددی می گردد و از سوی دیگر هزینه محاسباتی را افزایش می دهد. به همین علت، محدوده حل با شبکه های مختلفی بررسی شده است. همان طور که در شکل ۵-۱ مشاهده می شود، هندسه مسأله از دو قسمت تشکیل می گردد؛ قسمت بالادست و قسمت پایین دست جریان که آنها به ترتیب با بخش های اول، دوم و سوم، معرفی شده اند. برای شبکه بندی های مختلف، تعداد سلول های متفاوتی در راستای شعاعی و محوری در نظر گرفته شده است. نام گذاری این چهار شبکه با توجه به تعداد سلول ها به ترتیب M1، M2، M3 و M4 می باشد، این شبکه بندی ها در شکل ۵-۲ ارائه شده است.



شکل ۱-۵- نمایی از هندسه مورد مطالعه



شکل ۲-۵- شبکه محاسباتی هندسه مسأله برای چهار نوع شبکه M1، M2، M3 و M4

در جدول ۱-۵ مشخصات تعداد سلول‌های هربخش از شبکه در جهت‌های شعاعی (N_r) و محوری (N_z) و در جدول ۲-۵ تعداد کل سلول‌های هر بخش از شبکه ارائه شده است.

جدول ۱-۵- خواص شبکه بندی‌های مختلف

| M4 | M3 | M2 | M1 | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|---------|
| $N_r \times N_z$ | $N_r \times N_z$ | $N_r \times N_z$ | $N_r \times N_z$ | |
| ۲۵×۳۰۰ | ۲۰×۲۲۵ | ۱۵×۱۵۰ | ۱۰×۷۵ | بخش اول |
| ۵۰×۶۰۰ | ۴۰×۴۵۰ | ۳۰×۳۰۰ | ۲۰×۱۵۰ | بخش دوم |
| ۲۵×۶۰۰ | ۲۰×۴۵۰ | ۱۵×۳۰۰ | ۱۰×۱۵۰ | بخش سوم |

جدول ۲-۵- خواص شبکه بندی‌های مختلف

| تعداد سلول‌های | تعداد سلول‌های | تعداد سلول‌های | تعداد سلول‌های | نام شبکه |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| تمام بخش‌ها | بخش سوم | بخش دوم | بخش اول | |
| ۵۲۵۰ | ۱۵۰۰ | ۳۰۰۰ | ۷۵۰ | M1 |
| ۱۵۷۵۰ | ۴۵۰۰ | ۹۰۰۰ | ۲۲۵۰ | M2 |
| ۳۱۵۰۰ | ۹۰۰۰ | ۱۸۰۰۰ | ۴۵۰۰ | M3 |
| ۵۲۵۰۰ | ۱۵۰۰۰ | ۳۰۰۰۰ | ۷۵۰۰ | M4 |

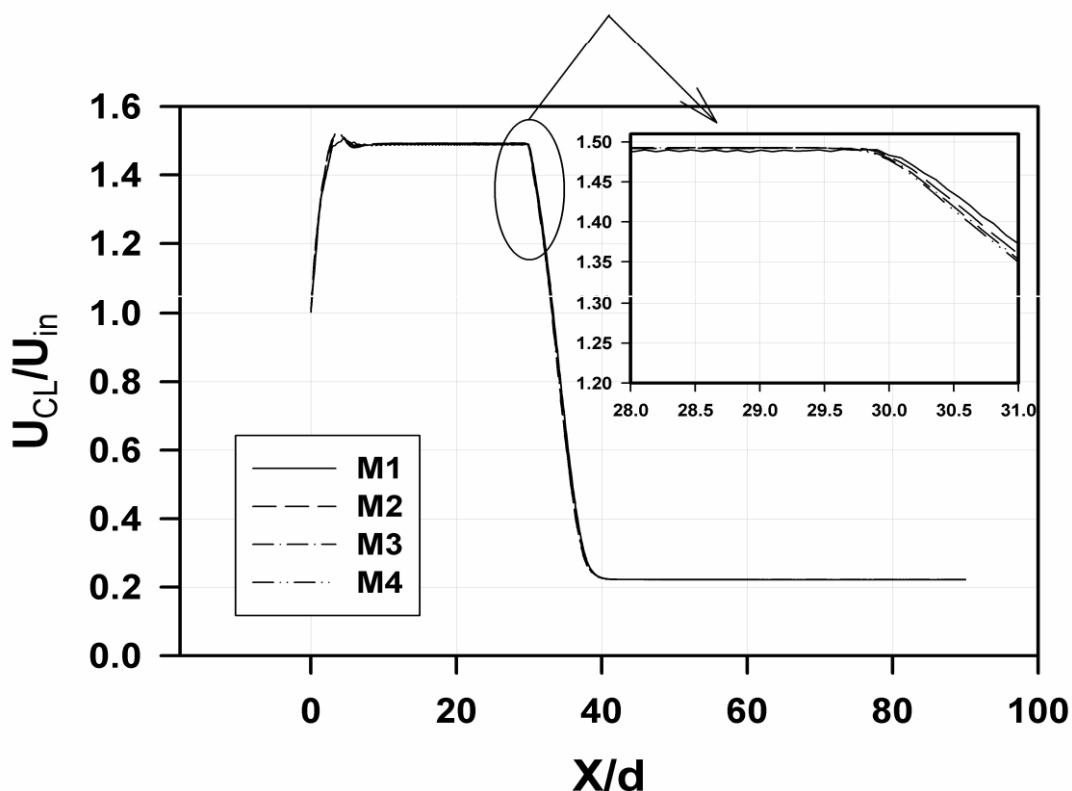
در این قسمت برای بررسی استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی، شبکه M4 به عنوان شبکه مرجع در نظر گرفته شده است و طول گردابه‌ها برای جریان سیال ویسکوالاستیک در عدد رینولدز ۶۰ و جریان سیال نیوتنی در عدد رینولدز ۵۰ برای شبکه‌های M1، M2 و M3 با شبکه مرجع (M4) مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج این مقایسه و درصد خطای نسبی ناشی از آن (ER) در جدول ۳-۵ آورده

شده است. شایان ذکر است، در جدول ۳-۵ خطای نسبی برای شبکه‌های M1، M2 و M3 به ترتیب با ER_{M1} ، ER_{M2} و ER_{M3} نام‌گذاری شده‌اند.

جدول ۳-۵- مقایسه طول گردابه‌ها در چهار نوع شبکه بندی به همراه خطای نسبی

| ER_M | ER_M | ER_M | M4 | M3 | M2 | M1 | مشخصات جریان | نوع جریان |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------------------------|----------------------------|
| 3 | 2 | 1 | | | | | | |
| % | % | % | | | | | | |
| ۰/۷۶ | ۱/۲۵ | ۵/۲۲ | ۵/۲۰۶۳ | ۵/۴۶۱ | ۵/۳۱۱۹ | ۵/۵۲۰۴ | $Re = ۵۰$ $En = ۰$ | جریان سیال نیوتنی |
| ۰/۸۸ | ۲/۶۲ | ۶/۸ | ۵/۷۳۵۶ | ۵/۷۸۶۰ | ۵/۸۸۶۲ | ۶/۱۲۶۱ | $Re = ۶۰$ $En = ۰/۰۱۷$ | جریان سیال ویسکوالاستیک |

در شکل ۳-۵ سرعت روی خط مرکزی تبدیل واگرایی متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ برای چهار شبکه M1، M2، M3 و M4 مقایسه شده است. همان‌طور که در شکل ۳-۵ مشخص است، سرعت روی خط مرکزی برای شبکه M3 تفاوت کمی با شبکه M4 دارد. بدیهی است، افزایش تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی، سبب افزایش دقت حل عددی و کاهش خطای کل محاسبات می‌گردد؛ ولی باید توجه داشت که این امر سبب افزایش شدید زمان محاسبات نیز می‌شود. در نتیجه با توجه به اطلاعات جدول ۳-۵ و شکل ۳-۵، می‌توان با تقریب خوبی از شبکه M3 استفاده نمود. شایان ذکر است، نتایج ارائه شده در قسمت‌های بعدی با استفاده از شبکه M3 حاصل شده است.



شکل ۵-۳- مقایسه سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در خط مرکزی تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ برای چهار نوع شبکه M1، M2، M3 و M4 به ازای $Re = 60$ و $En = 0.017$

۵-۳- ارزیابی صحت نتایج

در این قسمت صحت نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان و دما مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای صحت‌گذاری، نتایج حاصل از حل عددی با نتایج تحلیلی و عددی سایر مراجع مقایسه شده است.

۵-۳-۱- ارزیابی صحت نتایج عددی میدان جریان

در این قسمت نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان سیال نیوتنی با نتایج تحلیلی و عددی سایر مراجع مقایسه شده است.

دو موردی که حل عددی میدان جریان با آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرد عبارتند از :

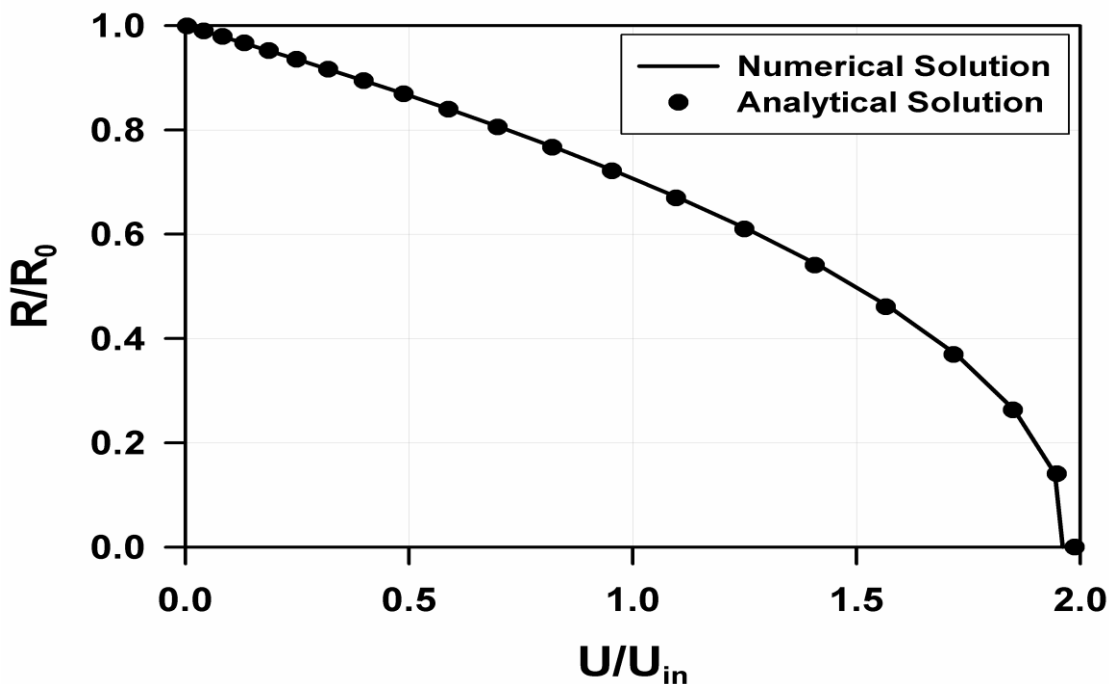
- نتایج حل تحلیلی جریان توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله

- نتایج عددی البویرا و همکاران [۴۱]

حل تحلیلی توزیع سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله با رابطه زیر بیان می‌شود [۱].

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu} \left(\frac{dP}{dZ} \right) r_0^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (1-5)$$

بنابراین جهت ارزیابی صحت نتایج برنامه کامپیوتری مورد استفاده، با در نظر گرفتن پارامترهای غیر نیوتنی (λ ، ε ، η_p) به صورت مقادیر نزدیک به صفر، نتایج حاصل از حل عددی جریان توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله با رابطه (۱-۵) مقایسه شده است. شکل ۴-۵ مقایسه نتایج حاصل از حل تحلیلی و عددی توزیع سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی را در لوله نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، مقادیر حاصل از حل عددی تطابق بسیار خوبی با نتایج تحلیلی (رابطه ۵-۱) دارند. شایان ذکر است، خطای متوسط نتایج حل عددی میدان جریان نسبت به حل تحلیلی $1/58 \times 10^{-3}$ می‌باشد.



شکل ۴-۵- مقایسه حل عددی و تحلیلی توزیع سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$

در مورد تبدیلات واگرا، بهترین کمیتی که با استدلال به آن می‌توان از صحت نتایج حل مسأله اطمینان حاصل کرد، طول گردابه‌های ایجاد شده در ناحیه انبساط ناگهانی می‌باشد. جریان سیال نیوتنی در هندسه انبساط ناگهانی (زاویه ۹۰ درجه) توسط محققین بسیاری مورد مطالعه قرار گرفته است. الیویرا و همکاران [۴۱] در سال ۱۹۹۸ جریان آرام سیال نیوتنی را در تبدیل واگرای متقارن محوری بررسی کرده‌اند. آنها در تحقیق خود علاوه بر مطالعه روی ضریب افت فشار، طول گردابه‌ها را نیز در اعداد رینولدز مختلف $0.5 \leq Re \leq 200$ در نسبت‌های تبدیل $1/5 \leq ER \leq 5$ ، گزارش کرده‌اند.

در جدول ۴-۵ طول گردابه‌های حاصل از حل عددی تحقیق حاضر برای اعداد رینولدز مختلف و نسبت واگرایی ۱:۳ با نتایج الیویرا و همکاران [۴۱] مقایسه شده و خطای مطلق حاصل از این مقایسه (ER) نیز آورده شده است. همان‌طور که مشخص است، نتایج حاصل از حل عددی تحقیق حاضر تطابق خوبی با نتایج تحقیق الیویرا [۴۱] دارد. بنابراین باتوجه به شکل ۴-۵ و جدول ۴-۵ می‌توان از صحت نتایج حل عددی میدان جریان اطمینان حاصل کرد.

جدول ۴-۵ - مقایسه طول گردابه‌های تحقیق حاضر با نتایج الیویرا و همکاران [۴۱] در اعداد رینولدز مختلف

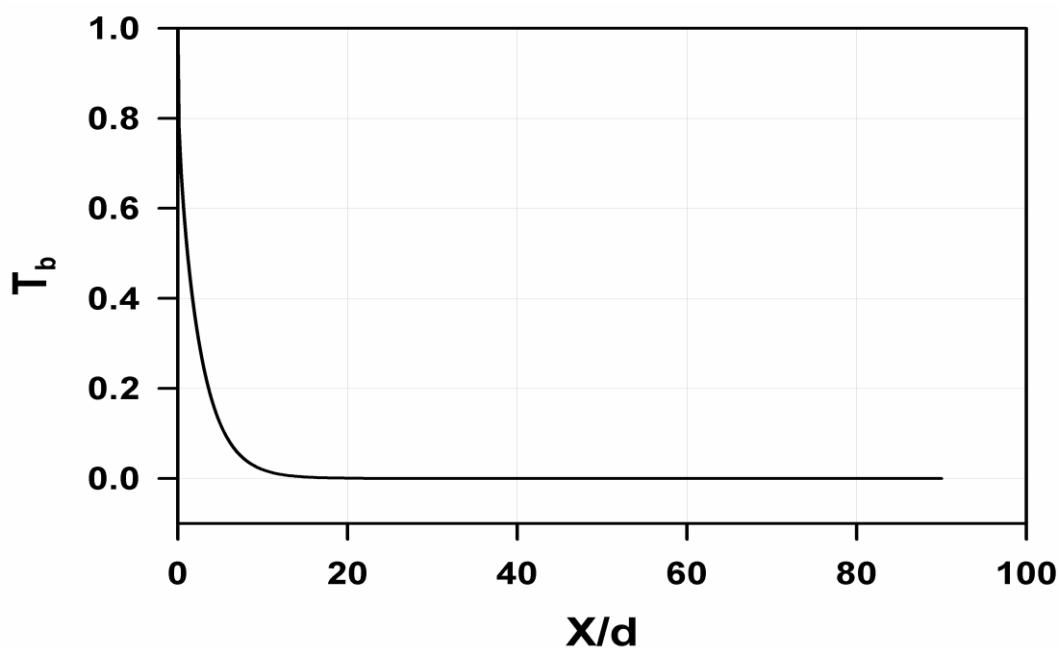
| عدد رینولدز | تحقیق حاضر | تحقیق الیویرا [۴۱] | خطای مطلق |
|-------------|-----------------|--------------------|-----------|
| Re | $\frac{X_r}{d}$ | $\frac{X_r}{d}$ | ER |
| ۱۰ | ۱/۱۴۸۰ | ۱/۱۵ | ۰/۰۰۲ |
| ۱۲/۵ | ۱/۳۵۸۶ | ۱/۳۸ | ۰/۰۲۱۴ |
| ۱۷/۵ | ۱/۸۴۵۰ | ۱/۸۷ | ۰/۰۲۵ |
| ۲۵ | ۲/۵۷۹۱ | ۲/۶۴ | ۰/۰۶۰۹ |
| ۳۵ | ۳/۶۶۰۶ | ۳/۷۱ | ۰/۰۴۹۴ |
| ۵۰ | ۵/۲۲۵۲ | ۵/۳۳ | ۰/۱۰۴۸ |
| ۱۰۰ | ۱۰/۵۸۲۱ | ۱۰/۸ | ۰/۲۱۷۹ |

۵-۳-۲- ارزیابی صحت نتایج عددی معادله انرژی

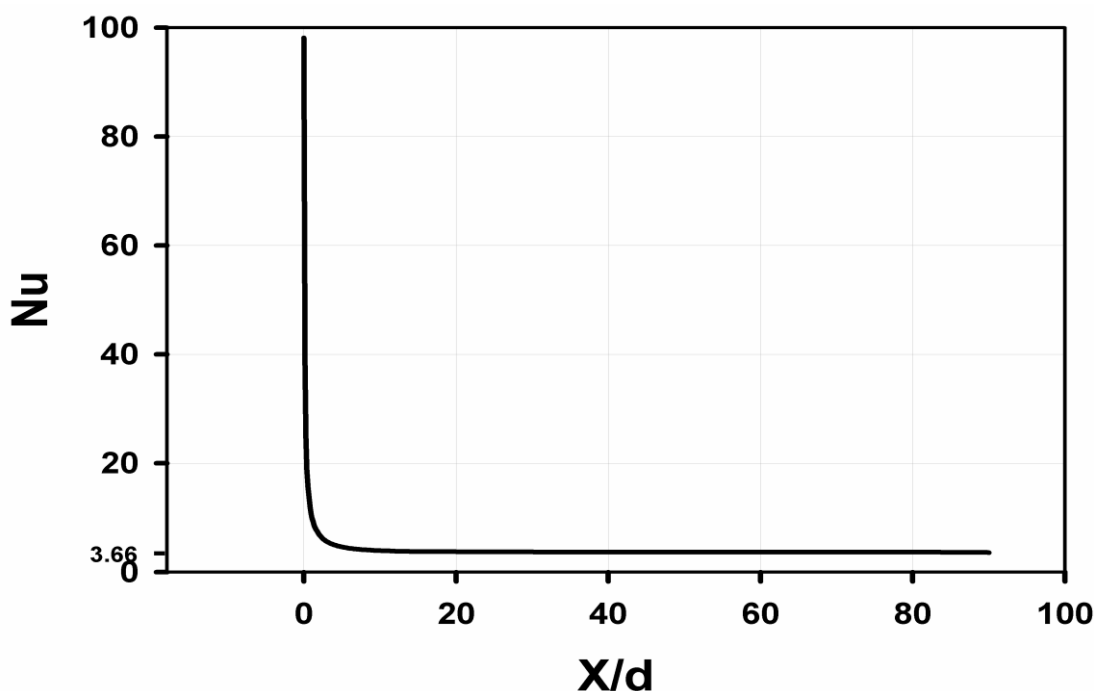
در این قسمت، جهت اطمینان از صحت حل عددی معادله انرژی، نتایج حاصل از حل عددی انتقال حرارت جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله در حالت‌های اعمال شار حرارتی ثابت و دمای ثابت بر دیواره لوله، با نتایج حل تحلیلی آن مقایسه شده است.

۵-۳-۲-۱- حالت دما ثابت

در این قسمت با صرف نظر از ترم تلفات در معادله انرژی، برای جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله در حالت دما ثابت، توزیع دمای متوسط در شکل ۵-۵ و توزیع ناسلت موضعی در شکل ۵-۶ ارائه شده است. مطابق شکل ۵-۵، دمای متوسط سیال از مقدار یک (در ورودی) آغاز شده و با پیشروی در طول لوله به سمت دمای دیواره‌ها (صفر) میل می‌کند. همچنین، همان‌طور که در شکل ۵-۶ مشخص است، ناسلت موضعی در طول لوله کاهش پیدا کرده و به مقدار تحلیلی آن یعنی $3/66$ رسیده است که مطابقت خوبی با نتایج تحلیلی دارد.



شکل ۵-۵- توزیع دمای متوسط جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در طول لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ در حالت دما ثابت



شکل ۵-۶- توزیع ناسلت موضعی جریان آرام سیال نیوتنی در لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ در حالت دما ثابت

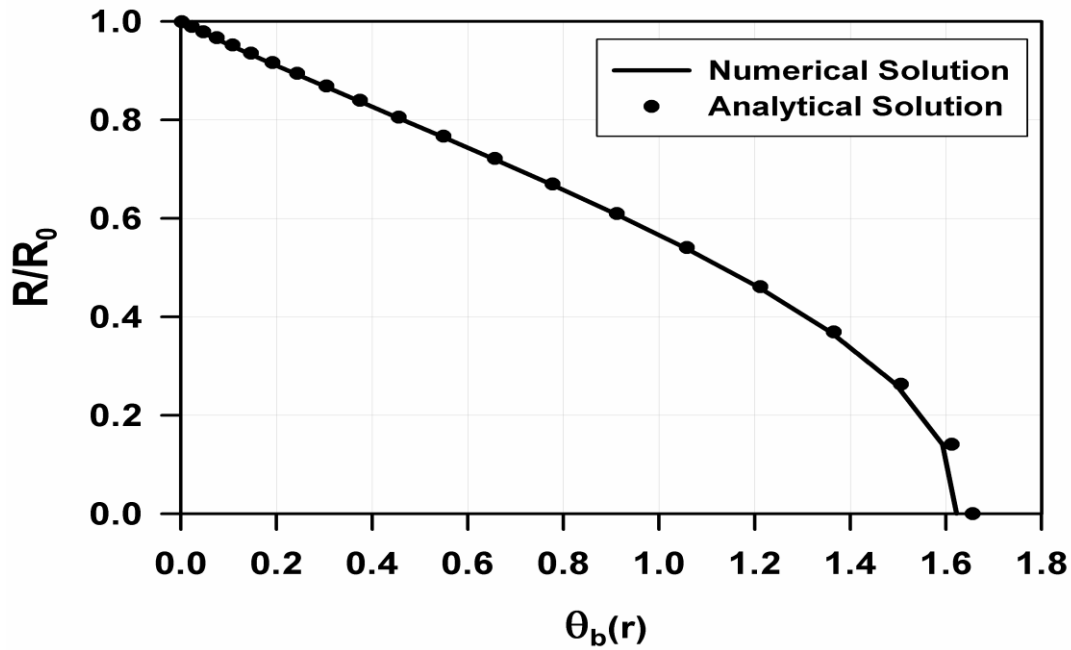
۵-۳-۲- حالت شار ثابت

در این قسمت، توزیع دما و ناسلت موضعی جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله در حالت شار ثابت، با نتایج تحلیلی آن مورد مقایسه قرار گرفته است. حل تحلیلی توزیع دمای جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله در حالت شار ثابت، به صورت زیر بیان می‌شود [۵۹].

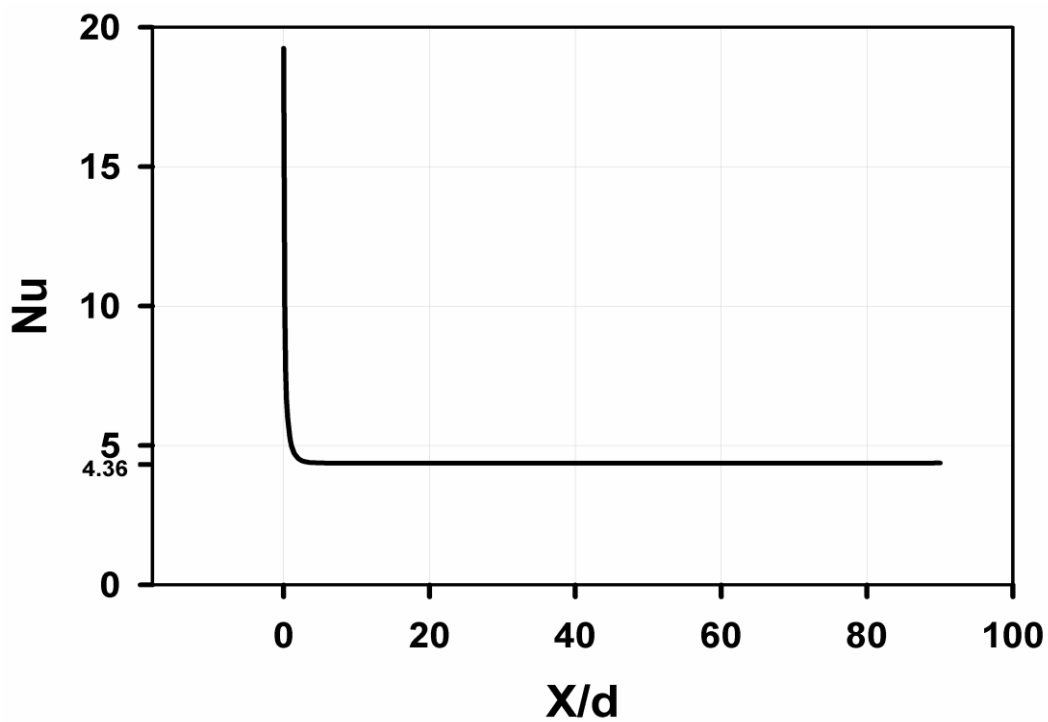
$$T(r) = T_w + \left(\frac{q'' r_0}{k} \right) \left[\left(\frac{r}{r_0} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_0} \right)^4 - \frac{3}{4} \right] \quad (2-5)$$

در رابطه (۲-۵)، T_w دمای سطح لوله، (q'') شار اعمال شده بر دیواره لوله، (k) ضریب هدایت حرارتی سیال و (r_0) قطر لوله می‌باشد. در شکل ۵-۷ توزیع دمای بدون بعد جریان آرام سیال نیوتنی در مقطع خروجی لوله و در شکل ۵-۸ توزیع ناسلت موضعی در لوله در حالت شار ثابت، با نتایج تحلیلی آن مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از حل عددی تطابق خوبی با نتایج تحلیلی دارند. به همین دلیل، با توجه به نتایج قسمت (۵-۳-۲-۱) و نتایج این قسمت، می‌توان از صحت

حل عددی معادله انرژی اطمینان حاصل کرد. شایان ذکر است، خطای متوسط حل تحلیلی و عددی دما (شکل ۷-۵) $7/4 \times 10^{-3}$ می باشد.



شکل ۷-۵- مقایسه حل عددی و تحلیلی توزیع دمای بدون بعد جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در مقطع خروجی لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ در حالت شار ثابت



شکل ۸-۵- توزیع ناسلت موضعی جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله به ازای $Re = 20$ و $Pr = 2$ در حالت شار ثابت

۵-۴- بررسی نتایج حاصل از حل میدان جریان

در این قسمت نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان آرام و توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ ارائه می‌شود. این نتایج شامل توزیع سرعت، خطوط جریان، توزیع فشار و ... می‌باشد. در جدول ۵-۵ لیستی از پارامترهای هیدرودینامیکی و حرارتی سیال که در حل مسأله مورد استفاده قرار گرفته‌اند، آورده شده است.

جدول ۵-۵- مجموعه پارامترهای در نظر گرفته شده در تحقیق حاضر

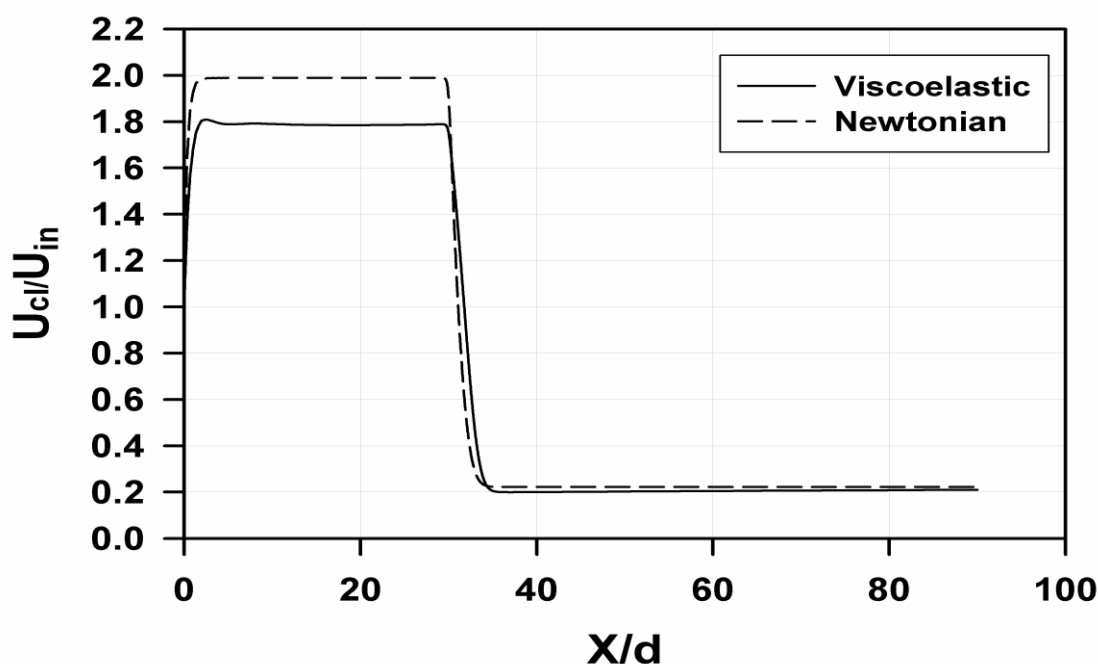
| | | | | |
|--------------|------------------|-----------------|-------------------------|---------------------|
| β | $\eta_0 (pas)$ | $\rho (kg/m^3)$ | \mathcal{E} | ξ |
| ۰/۲۷ | ۱ | ۱۲۲۶ | ۰/۰۲ | ۰/۰۴ |
| $T_{in} (K)$ | $T_w (K)$ | $k_0 (w/mk)$ | k_0^* | $k_s^* (1/C^\circ)$ |
| ۳۰۳/۱۵ | ۴۰۰ | ۰/۰۰۸ | ۰/۷۷۵۳ | ۰/۰۰۱۱۸ |
| $\alpha (K)$ | $C_{p0} (J/kgK)$ | $C_{p,0}^*$ | $C_{p,s}^* (1/C^\circ)$ | $d (m)$ |
| ۱۷۲۰ | ۰/۴ | ۱/۲۱۲۲ | -۰/۰۰۱۱۲ | ۰/۱ |

در این تحقیق، عدد رینولدز براساس سرعت یکنواخت ورودی (U_{in})، قطر لوله در قسمت بالادست جریان (d) و لزجت در نرخ برش صفر (η_0)، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re = \frac{\rho U_{in} D}{\eta_0} \quad (۳-۵)$$

در شکل ۵-۹ سرعت روی خط مرکزی تبدیل واگرا برای جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک مورد مقایسه قرار گرفته است. توسعه یافتگی سرعت در هر دو قسمت بالادست و پایین دست تبدیل واگرا برای جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک مشخص است. همچنین سرعت محوری جریان سیال نیوتنی در مرکز لوله بالادست تبدیل واگرا به دو برابر مقدار سرعت ورودی رسیده است که این مقدار

مطابق با حل تحلیلی می‌باشد. برای سیال ویسکوالاستیک طول توسعه یافتگی هیدرودینامیکی در هر دو قسمت بالادست و پایین دست تبدیل واگرا اندکی بیشتر از سیال نیوتنی است. همچنین، مقدار بیشینه سرعت در مرکز لوله بالادست برای سیال ویسکوالاستیک کمتر از سیال نیوتنی می‌باشد؛ در واقع، خاصیت الاستیک سیال ویسکوالاستیک سبب می‌شود، قسمتی از انرژی جنبشی جریان در بخش الاستیک سیال ذخیره شود که این امر باعث کاهش بیشینه سرعت سیال در مرکز لوله بالادست می‌شود. می‌توان پیش بینی نمود با توجه به ثابت بودن دبی، سرعت در کناره دیواره برای سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی می‌باشد.



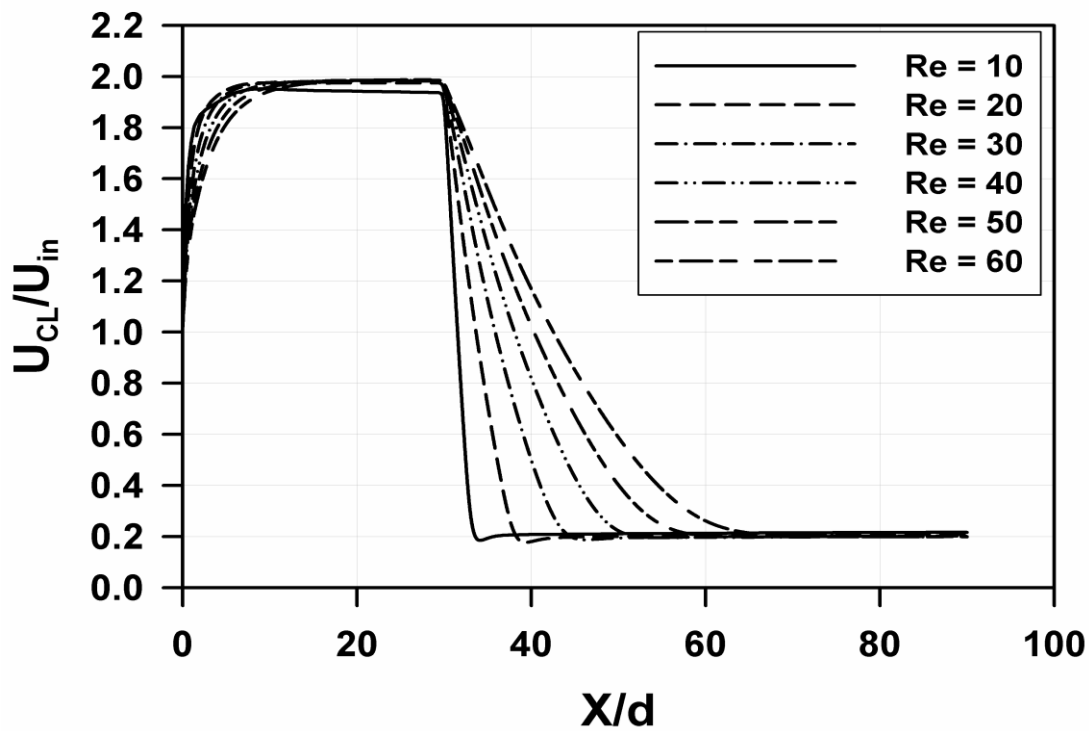
شکل ۵-۹- مقایسه سرعت روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای (الف) جریان سیال نیوتنی و (ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 0/1$

در این قسمت جهت بررسی شرط توسعه یافتگی هیدرودینامیکی جریان سیال ویسکوالاستیک در قسمت‌های بالادست و پایین دست تبدیل واگرای متقارن محوری، از سرعت روی خط مرکزی (U_{CL}) به عنوان یک مشخصه استفاده شده است. در شکل ۵-۱۰ سرعت روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای اعداد رینولدز مختلف و عدد الاستیک یک نشان داده شده است. بی بعد سازی سرعت با استفاده از سرعت

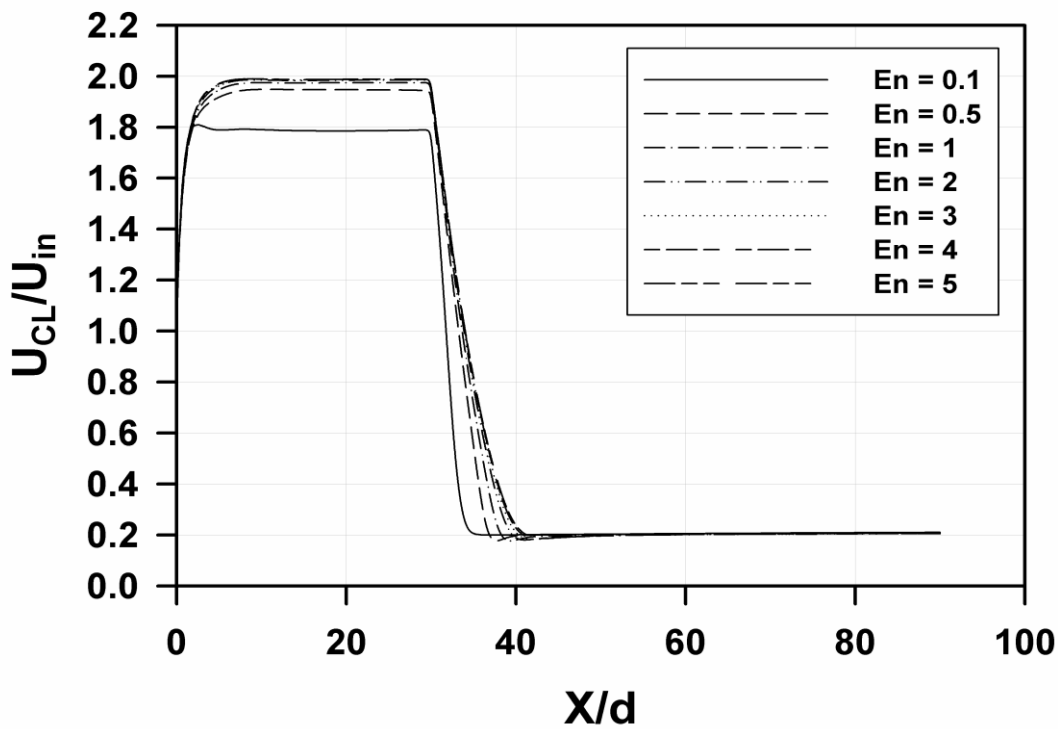
یکنواخت ورودی (U_{in}) صورت گرفته است.

هنگامیکه سیال با سرعت یکنواخت (U_{in}) وارد قسمت بالادست تبدیل واگرا می‌شود، سرعت سیال تحت تأثیر لزجت سیال و اصطکاک با جداره کاهش می‌یابد. با پیشرفت جریان، لایه مرزی در امتداد دیواره گسترش یافته و تأثیر اصطکاک جداره بر جریان بیشتر محسوس می‌شود. با کاهش گرادیان سرعت سیال نزدیک دیواره، سرعت در ناحیه‌ی بی اصطکاک مرکزی افزایش می‌یابد. سرانجام در فاصله به اندازه کافی دور از ورودی، اثر ویسکوز سراسر بخش بالادست تبدیل واگرا را فراگرفته و جریان به توسعه یافتگی هیدرودینامیکی می‌رسد. با توجه به تغییر ناگهانی سطح مقطع در ناحیه انبساط ناگهانی و ثابت بودن دبی جریان، سرعت سیال کاهش می‌یابد و دوباره با رشد لایه مرزی در قسمت پایین دست تبدیل واگرا به حالت توسعه یافتگی هیدرودینامیکی می‌رسد. نکته دیگری که در شکل ۵-۱۰ می‌توان به آن اشاره کرد، رسیدن سرعت به تقریباً دو برابر سرعت ورودی در مرکز بخش بالادست تبدیل واگرا می‌باشد که این مقدار تطابق خوبی با حل تحلیلی دارد. همان‌طور که در شکل ۵-۱۰ مشخص است، با افزایش عدد رینولدز طول توسعه یافتگی جریان در هر دو قسمت بالادست و پایین دست تبدیل واگرا افزایش یافته است که یکی از دلایل این موضوع افزایش انرژی جنبشی جریان می‌باشد.

در شکل ۵-۱۱ جهت ارزیابی تأثیر خاصیت الاستیک سیال بر جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرا، سرعت روی خط مرکزی برای اعداد الاستیک مختلف در عدد رینولدز ۲۰ ارائه شده است. همان‌طور که در شکل ۵-۱۱ مشخص است، با افزایش خاصیت الاستیک سیال پایداری جریان افزایش یافته و بیشینه سرعت در ناحیه توسعه یافته به مقدار آن برای سیال نیوتنی یعنی دو برابر سرعت ورودی رسیده است. همچنین، افزایش خاصیت الاستیک سیال منجر به افزایش طول گردابه‌ها می‌گردد به همین خاطر طول توسعه یافتگی جریان هم در قسمت بالادست و هم در قسمت پایین دست تبدیل واگرا افزایش یافته است.

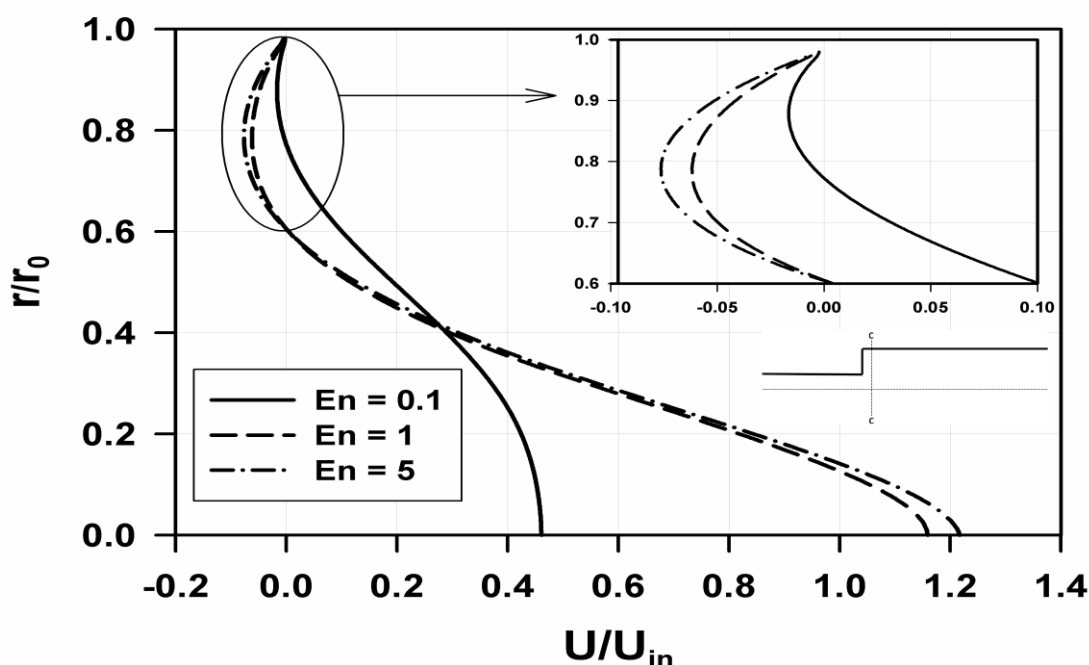


شکل ۵-۱۰- مقایسه سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف



شکل ۵-۱۱- مقایسه سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ ، $Pr = 50$ و اعداد الاستیک مختلف

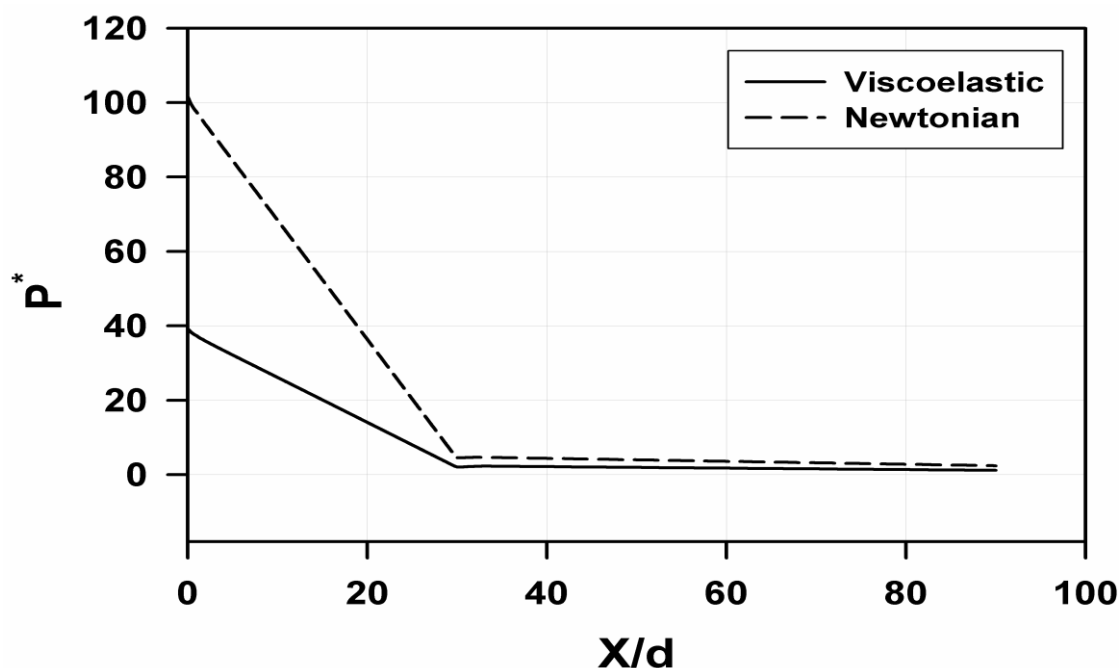
شکل ۵-۱۲ سرعت سیال ویسکوالاستیک را در مقطع عرضی ($\frac{X}{d} = C$) به ازای عدد رینولدز ۲۰ و اعداد الاستیک مختلف نشان می‌دهد. مقطع ($\frac{X}{d} = C$) تقریباً جایی است که به ازای تمامی اعداد رینولدز و الاستیک، گردابه‌ها تشکیل شده‌اند. همان‌طور که در شکل ۵-۱۲ مشخص است، افزایش خاصیت الاستیک، سبب افزایش گرادیان سرعت منفی سیال در مجاورت دیواره شده است. همچنین باتوجه به شکل ۵-۱۲ می‌توان دریافت که افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب می‌شود ناحیه‌ای که دارای سرعت منفی می‌باشد افزایش یابد؛ سرعت منفی کناره دیواره نشان دهنده وجود گردابه‌ها می‌باشد؛ بنابراین باتوجه به شکل ۵-۱۲ می‌توان نتیجه گرفت که افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب افزایش طول و شدت گردابه‌ها می‌شود.



شکل ۵-۱۲- پروفیل سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در مقطع عرضی $\frac{X}{d} = C$ تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ ، $Pr = 50$ و اعداد الاستیک مختلف

شکل ۵-۱۳ توزیع فشار محوری ($P^* = \frac{P}{\rho U_{in}^2}$) جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک را به ازای $Re = 20$ نشان می‌دهد. توزیع فشار خطی در منطقه بالادست و پایین‌دست تبدیل واگرا، نشان

دهنده جریان توسعه یافته قبل و بعد از ناحیه انبساط ناگهانی است. همان طور که در شکل ۵-۱۳ مشخص است، افت فشار سیال نیوتنی در هر دو بخش بالادست و پایین دست تبدیل واگرا بیشتر از سیال ویسکوالاستیک می باشد. با توجه به اینکه لزجت یک سیال ویسکوالاستیک ترکیبی از لزجت ماده حلال نیوتنی و ماده حل شونده پلیمری است؛ بنابراین در یک عدد رینولدز ثابت به دلیل بیشتر بودن لزجت سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی، سرعت در ورودی لوله برای سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی است. در نتیجه فشار جریان سیال ویسکوالاستیک در خط مرکزی لوله کمتر از سیال نیوتنی می باشد.

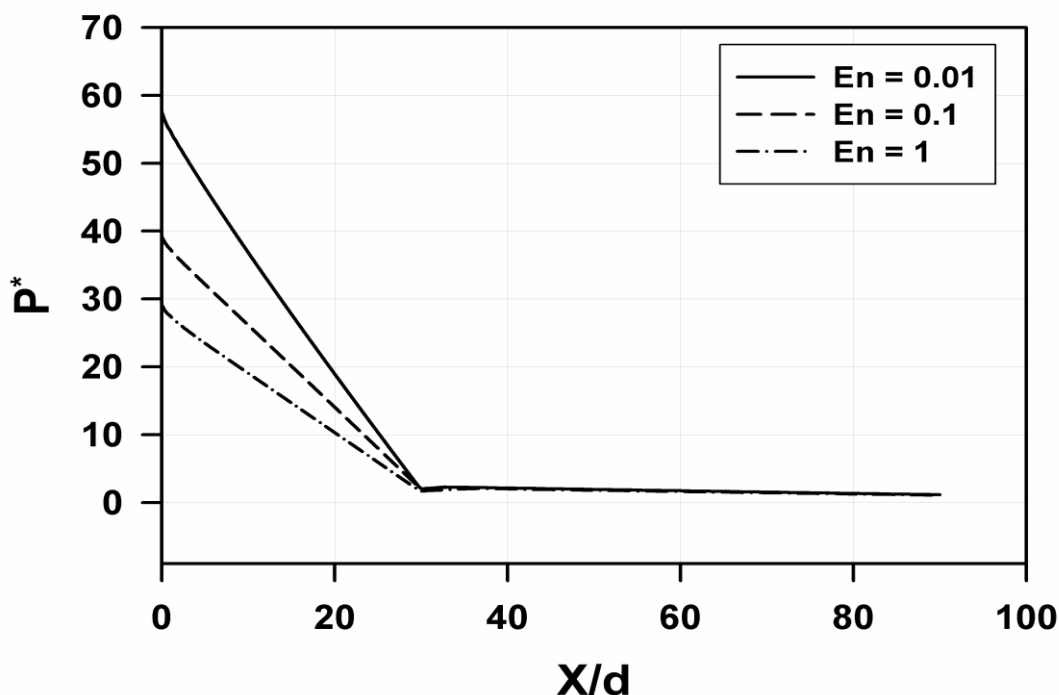


شکل ۵-۱۳- مقایسه تغییرات فشار محوری به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای الف) جریان سیال نیوتنی و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 0/1$

شکل ۵-۱۴ تأثیر افزایش خاصیت الاستیک را بر توزیع فشار محوری ($P^* = \frac{P}{\rho U_{in}^2}$) جریان

سیال ویسکوالاستیک نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود، افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب کاهش فشار محوری جریان در تبدیل واگرا شده است. با افزایش خاصیت الاستیک سیال، شیب تغییرات پروفیل سرعت در مجاورت دیواره کاهش می یابد. همچنین با توجه به اینکه دبی جریان در هر

مقطع ثابت است؛ با کاهش شیب تغییرات پروفیل سرعت در مجاورت دیواره، سرعت در خط مرکزی لوله افزایش یافته و موجب کاهش فشار جریان می‌گردد.



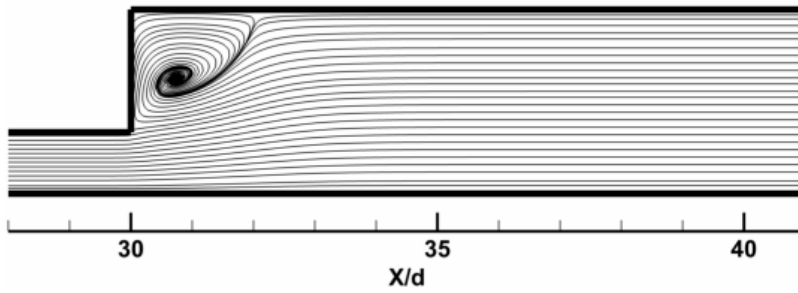
شکل ۵-۱۴- مقایسه تغییرات فشار محوری جریان سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $Pr = 50, Re = 20$ و اعداد الاستیک مختلف

در جدول ۵-۶ طول گردابه برای اعداد الاستیک مختلف در عدد رینولدز ۲۰ ارائه و تأثیر خاصیت الاستیک سیال بر روی طول گردابه‌ها مشخص شده است. همان‌طور که در جدول ۵-۶ مشخص است، تغییر طول گردابه‌ها بعد از عدد الاستیک یک کمتر می‌شود. دلیل این امر این است که افزایش خاصیت الاستیک سبب افزایش مقاومت پلیمری سیال در برابر تغییر شکل‌ها می‌گردد؛ به همین دلیل در اعداد الاستیک بالا به خاطر تجمع تغییر شکل‌ها در المان سیال، پایداری جریان افزایش یافته و تغییرات طول گردابه‌ها کمتر می‌شود. در شکل ۵-۱۵ خطوط جریان سیال نیوتنی ($En = 0$) و سیال ویسکوالاستیک برای اعداد الاستیک مختلف در عدد رینولدز ۲۰ ترسیم شده است.

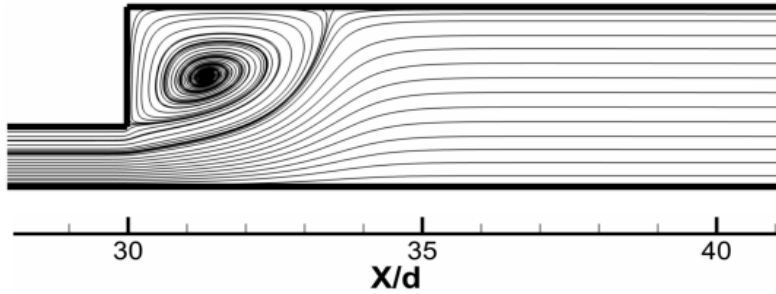
جدول ۵-۶- طول گردابه برای اعداد الاستیک مختلف در $Re = 20$

| En | ۰/۱ | ۰/۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\frac{X_r}{d}$ | ۳/۳۶۳۳ | ۵/۴۰۵۴ | ۶/۲۴۶۲ | ۶/۸۴۶۷ | ۷/۰۸۷۰ | ۷/۲۰۷۲ | ۷/۳۲۷۳ |

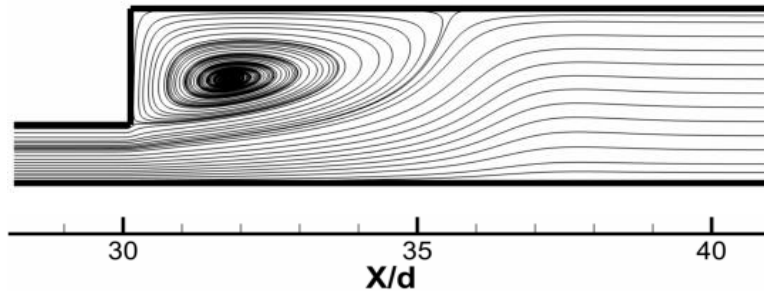
$En = 0$



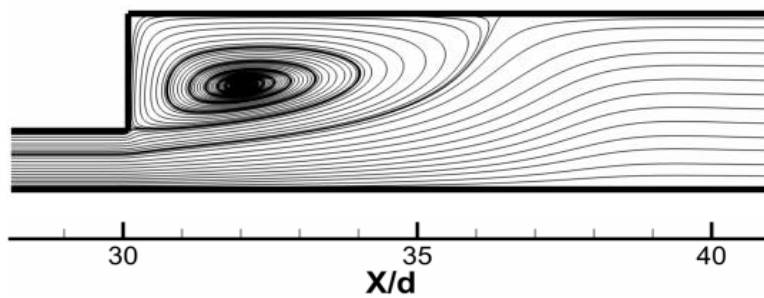
$En = 0/1$

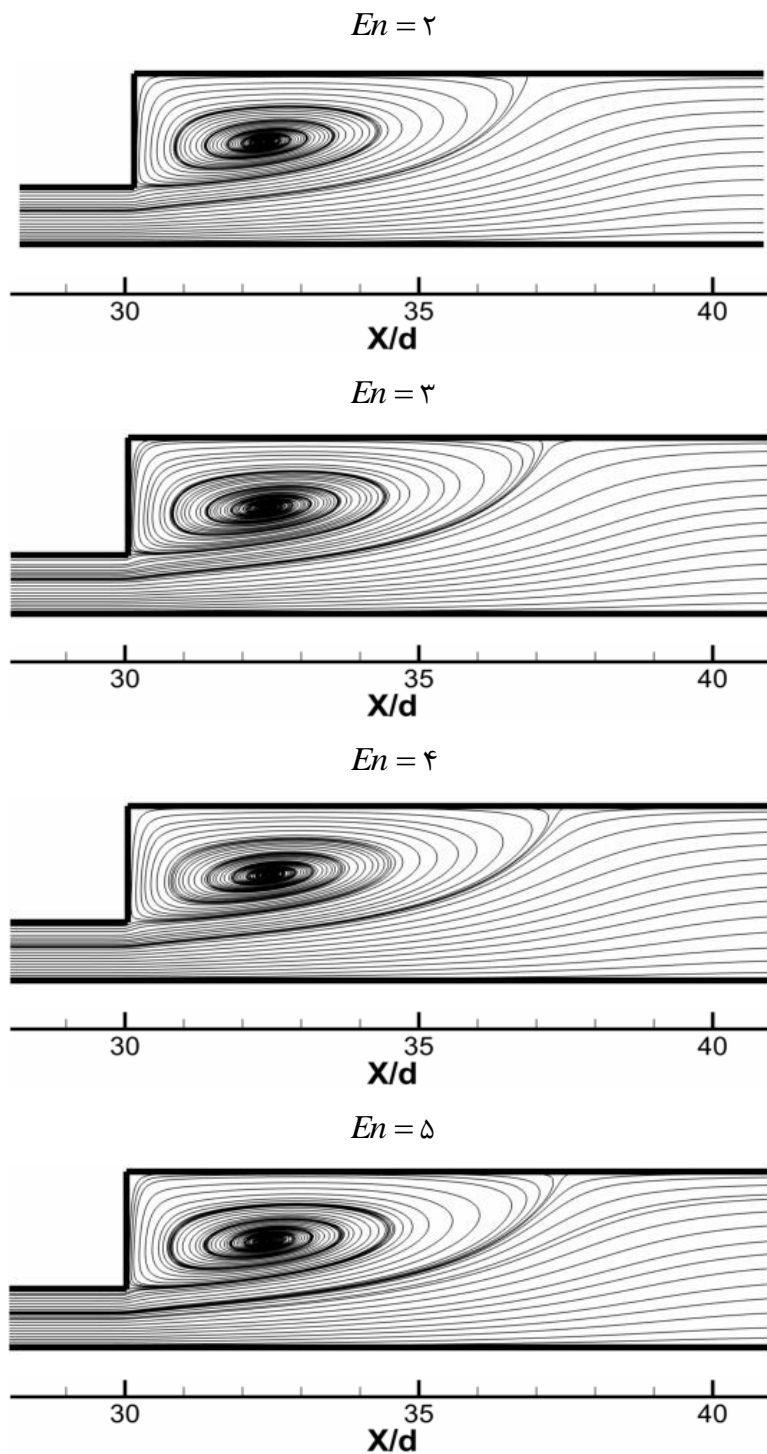


$En = 0/5$



$En = 1$





شکل ۵-۱۵- خطوط جریان در تبدیل واگرای متقارن محوری به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای
 الف) جریان سیال نیوتنی ($En = 0$) و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد الاستیک مختلف

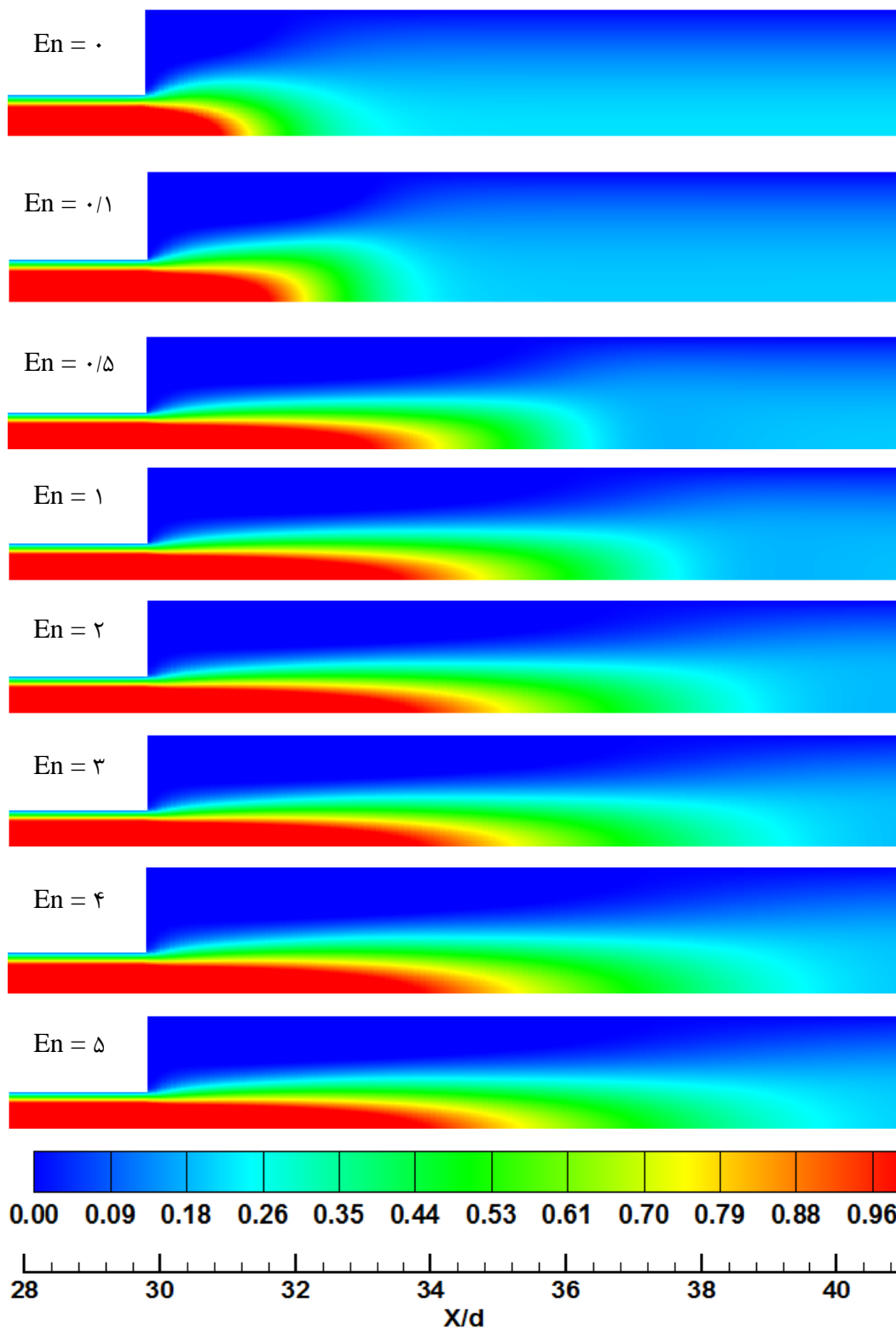
در شکل ۵-۱۶ اثر خاصیت الاستیک سیال بر طول توسعه یافتگی جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. با مقایسه کانتور سرعت جریان در اعداد الاستیک مختلف می‌توان دریافت که افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب افزایش طول توسعه یافتگی جریان می‌گردد. در واقع، تغییر ناگهانی سطح مقطع و کاهش ناگهانی سرعت در ناحیه انبساط ناگهانی سبب تغییر شکل المان سیال می‌گردد. از آنجایی که خاصیت الاستیک سبب ایجاد نوعی حافظه برای سیال پلیمری می‌شود؛ این تغییر شکل در داخل المان سیال ماندگار می‌شود و طول توسعه یافتگی جریان افزایش می‌یابد.

در جدول ۵-۷ طول گردابه‌ها برای اعداد رینولدز مختلف در عدد الاستیک یک ارائه شده است. همان‌طور که در جدول ۵-۷ مشخص است، با افزایش عدد رینولدز طول گردابه‌ها افزایش یافته است. در واقع با افزایش عدد رینولدز، انرژی جنبشی جریان افزایش می‌یابد و انتقال انرژی جریان به گردابه‌ها، سبب افزایش طول گردابه‌ها می‌شود.

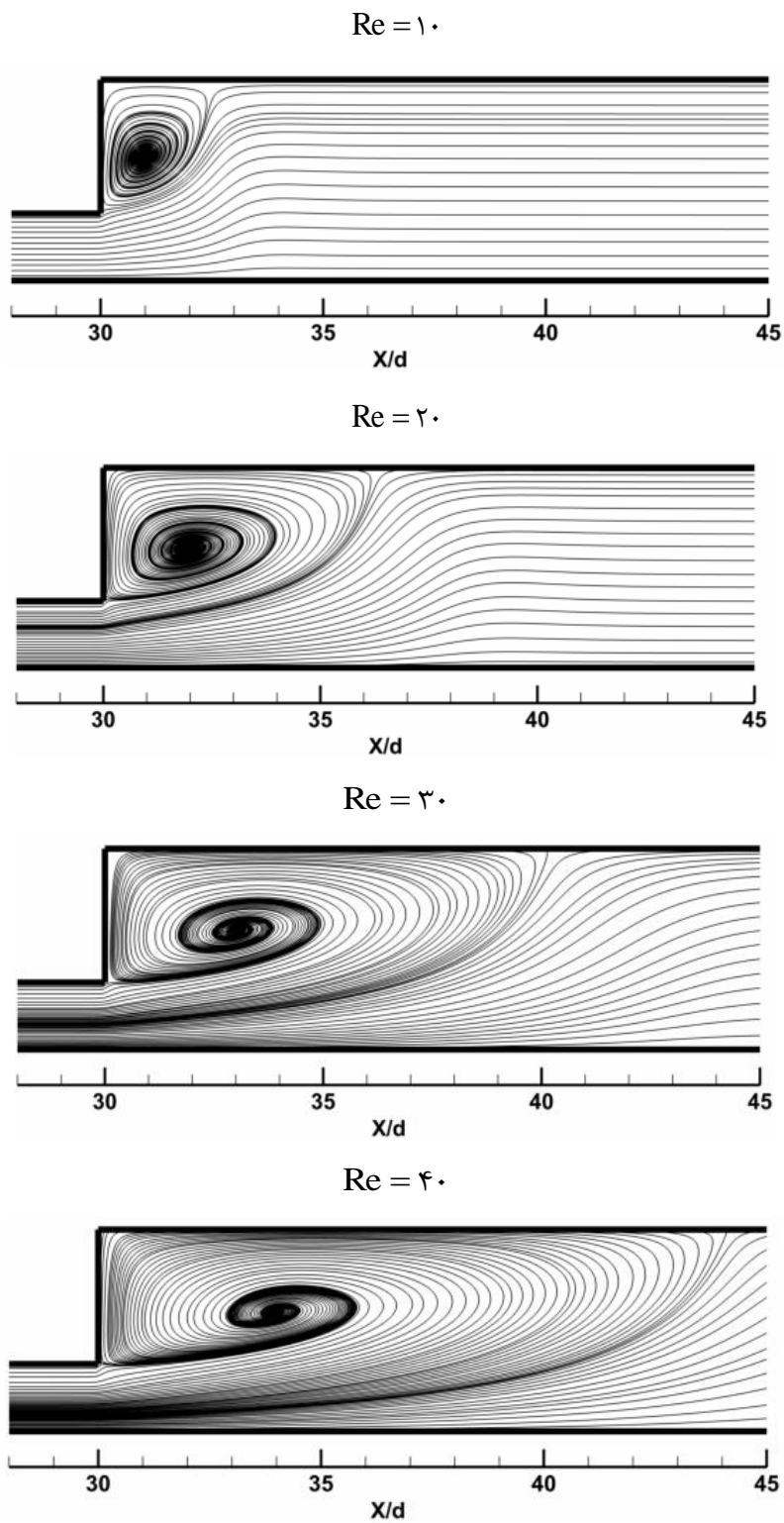
جدول ۵-۷- طول گردابه برای اعداد رینولدز مختلف در $En = 1$

| Re | ۱۰ | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ | ۶۰ |
|-----------------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|
| $\frac{X_r}{d}$ | ۲/۴۰۲۴ | ۶/۲۴۶۲ | ۱۰/۰۹۰۰ | ۱۴/۰۵۴۰ | ۱۷/۸۹۷۹ | ۲۱/۸۶۱۹ |

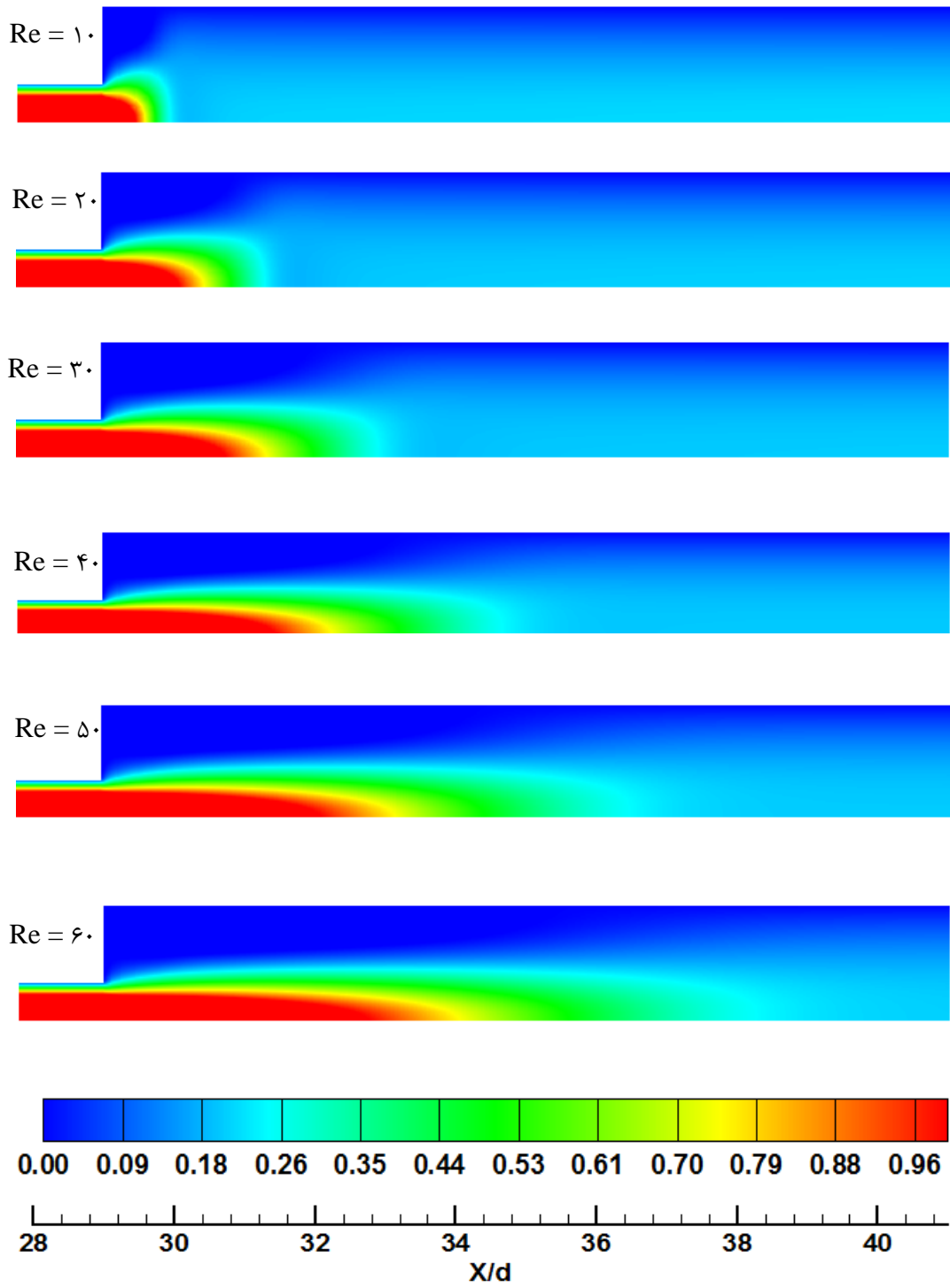
در شکل ۵-۱۷ خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک به ازای عدد الاستیک یک و اعداد رینولدز مختلف ترسیم شده است. در شکل ۵-۱۸ کانتور سرعت بدون بعد جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرا به ازای عدد الاستیک یک و اعداد رینولدز مختلف ترسیم و تأثیر عدد رینولدز بر طول توسعه یافتگی جریان مشخص شده است. با توجه به اینکه با افزایش عدد رینولدز، تنها پارامتر تغییر یافته سرعت می‌باشد؛ بنابراین افزایش عدد رینولدز سبب افزایش انرژی جنبشی جریان شده و جریان برای توسعه یافتگی هیدرودینامیکی و همچنین حرارتی به طول بیشتری نیاز دارد.



شکل ۵-۱۶- کانتور سرعت جریان سیال در تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای الف) جریان سیال نیوتنی ($En = 0$) و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد الاستیک مختلف



شکل ۵-۱۷ - خطوط جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف



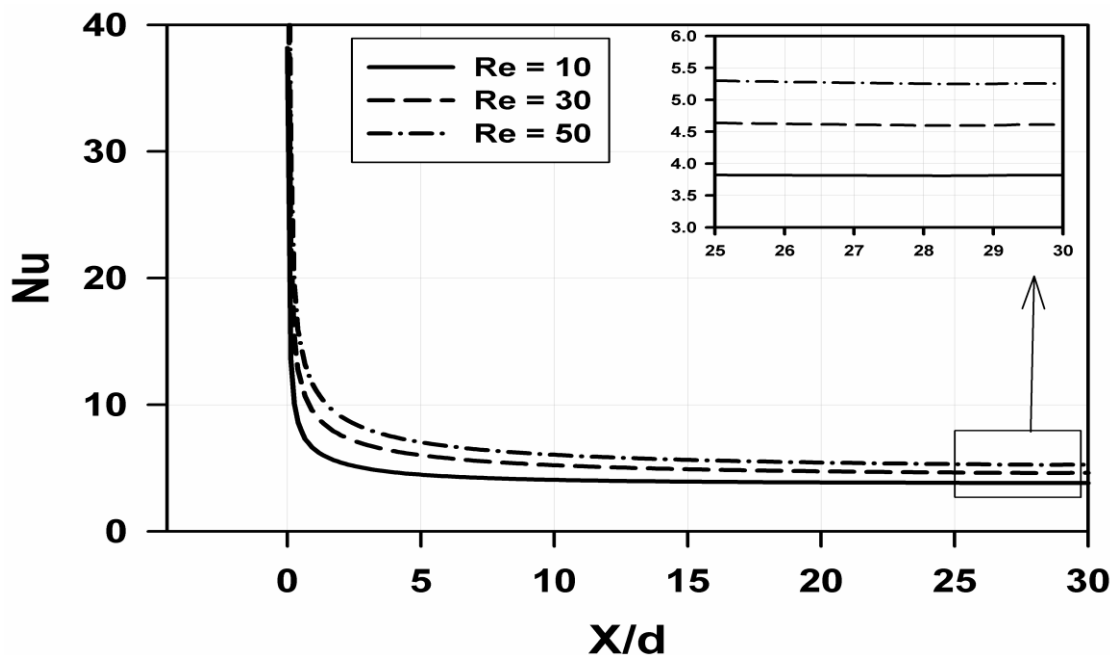
شکل ۵-۱۸- کانتور سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف

۵-۵- بررسی نتایج حاصل از حل میدان دما

در این قسمت نتایج حاصل از انتقال حرارت جریان اینرسی سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرایی متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ ارائه می‌شود. این نتایج شامل بررسی اثر عدد رینولدز و عدد پرانتل بر توزیع ناسلت موضعی دیواره‌های بالادست و پایین دست تبدیل واگرا، کانتورهای دما در شرایط مختلف و ... می‌باشند. در این قسمت نتایج برای حالتی ارائه می‌شود که دمای دیواره‌ها ثابت باشد. در ورودی لوله، سیال با دمای مشخصی وارد می‌شود. شرط مرزی تقارن برای مرز پایین استفاده شده است. در خروجی نیز با توجه به اینکه طول کل لوله به اندازه کافی بزرگ در نظر گرفته شده است؛ با تقریب خوبی می‌توان از شرط مرزی $\frac{dT}{dZ} = 0$ به عنوان شرط توسعه یافتگی حرارتی جریان، استفاده کرد. در قسمت (۲-۳-۵)، جهت اطمینان از صحت حل عددی معادله انرژی، توزیع ناسلت موضعی جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله با حل تحلیلی آن مورد مقایسه قرار گرفت. با توجه به نتایج قسمت (۲-۳-۵)، می‌توان از صحت حل عددی معادله انرژی اطمینان حاصل کرد.

شکل ۵-۱۹ تأثیر افزایش عدد رینولدز را بر توزیع ناسلت موضعی دیواره‌ی بالادست تبدیل واگرا نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۵-۱۹ مشاهده می‌شود، افزایش عدد رینولدز سبب افزایش ناسلت موضعی دیواره بالادست تبدیل واگرا شده است. در واقع با افزایش عدد رینولدز که منجر به افزایش انرژی جنبشی جریان می‌شود؛ زمان تماس و تبادل حرارت سیال با دیواره کم و در نتیجه دمای متوسط سیال نسبت به اعداد رینولدز پایین‌تر کمتر می‌شود. با توجه به اینکه عدد ناسلت نسبت انتقال حرارت جابجایی به انتقال حرارت رسانی است؛ با افزایش عدد رینولدز به دلیل افزایش اختلاف دمای متوسط سیال و دیواره، انتقال حرارت جابجایی در راستای جریان نسبت به انتقال حرارت رسانی در راستای شعاعی افزایش یافته و باعث افزایش عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی می‌شود؛ این در حالی است که عدد ناسلت در ناحیه کاملاً توسعه یافته حرارتی مستقل از عدد رینولدز و پرانتل به مقدار ثابتی می‌رسد. شایان ذکر است دما در قسمت بالادست تبدیل واگرا در حالت در حال توسعه حرارتی می‌باشد،

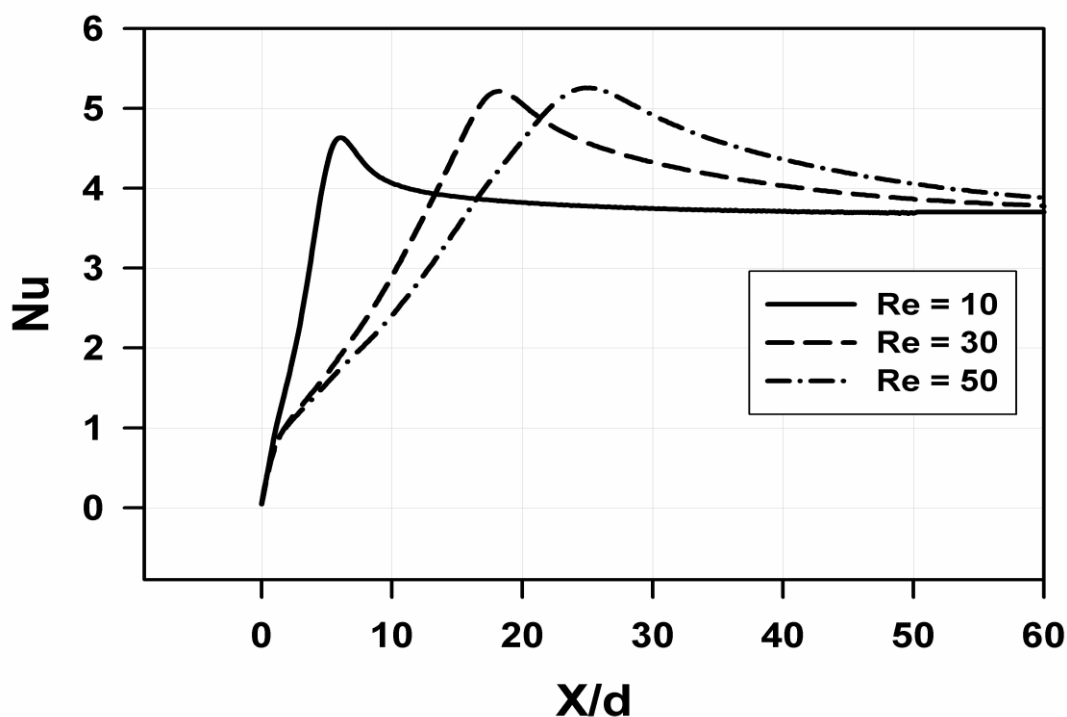
به همین دلیل در ورودی ناحیه انبساط ناگهانی (خروجی لوله بالادست) عدد ناسلت دارای مقدار متفاوتی می‌باشد.



شکل ۵-۱۹- توزیع ناسلت موضعی دیوار بالادست تبدیل واگرا به ازای $Pr = 50, En = 1$ و اعداد رینولدز مختلف

شکل ۵-۲۰- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا را به ازای اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. مطابق با توضیحاتی که در مورد شکل ۵-۱۹ داده شد، در این شکل نیز با افزایش عدد رینولدز، ناسلت موضعی در ناحیه در حال توسعه حرارتی افزایش یافته است، البته با توجه به اینکه طول لوله پایین دست تبدیل واگرا به اندازه کافی بلند در نظر گرفته شده است، دما به حالت کاملاً توسعه یافته حرارتی رسیده و عدد ناسلت در انتهای لوله پایین دست برای تمامی اعداد رینولدز به مقدار ثابتی رسیده است. همان طور که در شکل ۵-۲۰ مشخص است، روند تغییرات ناسلت موضعی دیواره‌ی پایین دست تبدیل واگرا کاملاً با دیواره بالادست متفاوت است. در این شکل، به ازای تمامی اعداد رینولدز، ناسلت موضعی تا رسیدن به یک نقطه اوج افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. در واقع، در ناحیه انبساط ناگهانی به دلیل سرعت بسیار کم سیال و تشکیل گردابه‌ها، انتقال حرارت جابجایی کاهش و انتقال حرارت رسانشی افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد رینولدز به دلیل رشد طول و قدرت

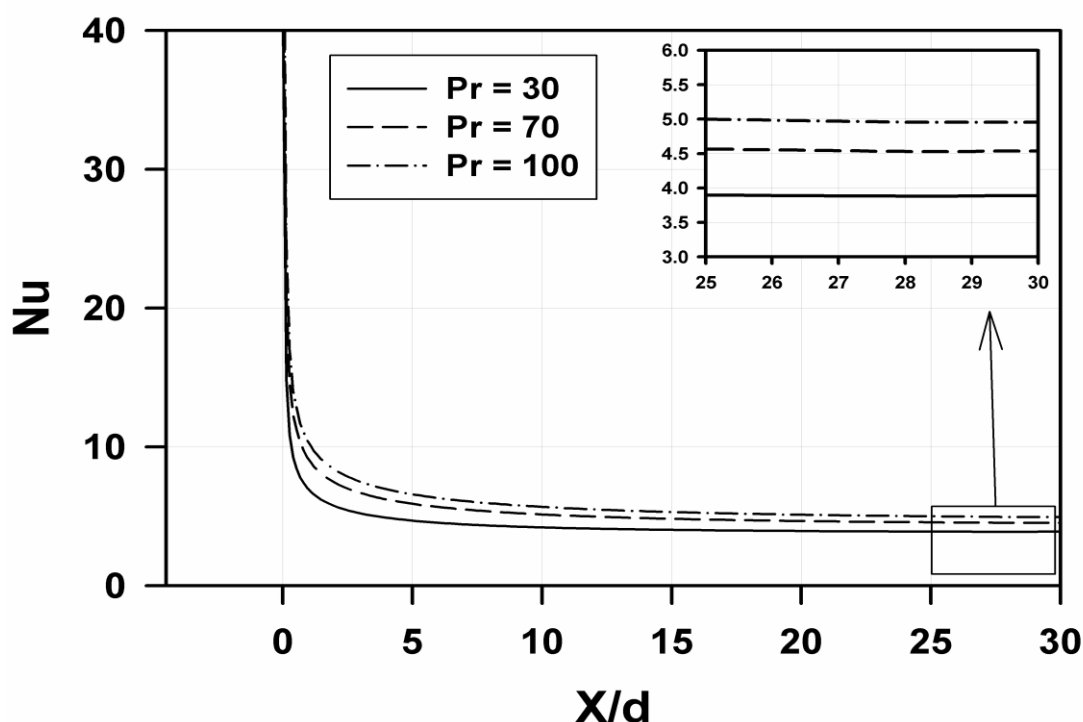
گردابه‌ها، مقدار بیشینه ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا افزایش یافته و بیشتر به سمت پایین دست جریان پیشروی می‌کند. به تدریج پس از ناحیه گردابه به دلیل افزایش ناگهانی سرعت، ناسلت موضعی افزایش می‌یابد؛ یعنی مقدار بیشینه ناسلت در شکل ۵-۲۰ تقریباً جایی است که گردابه‌ها به پایان رسیده و روند تغییرات ناسلت به مانند لوله صاف شده است. در نتیجه با افزایش ضخامت لایه مرزی حرارتی پس از نقطه اوج ناسلت، ناسلت موضعی کاهش یافته تا اینکه جریان به حالت کاملاً توسعه یافته حرارتی می‌رسد.



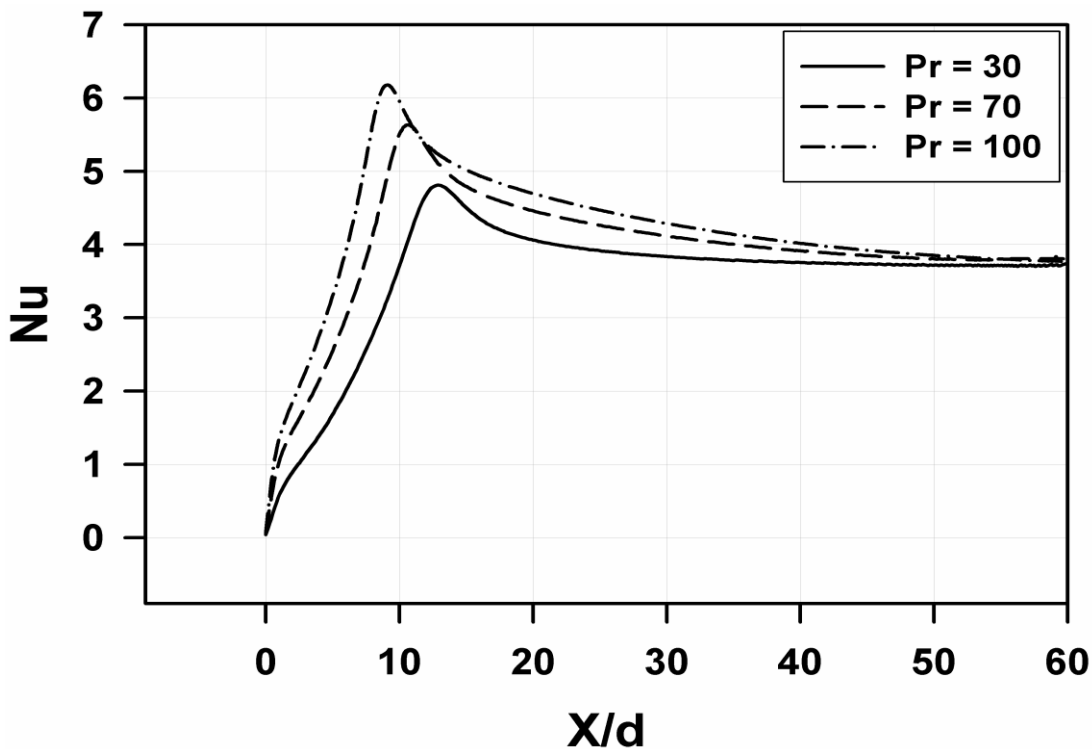
شکل ۵-۲۰- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا به ازای $Pr = 50$ ، $En = 1$ و اعداد رینولدز مختلف

در شکل‌های ۵-۲۱ و ۵-۲۲، تأثیر عدد پرانتل بر توزیع ناسلت موضعی دیواره‌های بالادست و پایین دست تبدیل واگرا مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که مشخص است، افزایش عدد پرانتل سبب افزایش ناسلت موضعی در ناحیه در حال توسعه حرارتی برای دیواره‌های بالادست و پایین دست تبدیل واگرا شده است. با افزایش عدد پرانتل، نسبت پخش هیدرودینامیکی جریان به پخش گرما بیشتر

می‌شود و لایه مرزی حرارتی در فاصله بیشتری از طول لوله تکامل یافته و به حالت کاملاً توسعه یافته حرارتی می‌رسد. همچنین با افزایش عدد پرناتل به دلیل افزایش نفوذ مولکولی مومنتم نسبت به پخش گرما، دمای متوسط سیال کاهش یافته و نرخ انتقال حرارت جابجایی نسبت به انتقال حرارت رسانشی در ناحیه در حال توسعه حرارتی بیشتر می‌شود. در واقع با افزایش عدد پرناتل، انتقال حرارت جابجایی سهم بیشتری نسبت به انتقال حرارت رسانشی در پخش گرما دارد و موجب افزایش عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی می‌شود. البته همان‌طور که در قسمت‌های قبلی نیز ذکر شد، دما در قسمت بالادست تبدیل واگرا در حالت در حال توسعه حرارتی می‌باشد؛ به همین دلیل عدد ناسلت در انتهای لوله بالادست تبدیل واگرا (ورودی ناحیه انبساط ناگهانی) دارای مقدار متفاوتی می‌باشد. همچنین باتوجه به اینکه طول لوله پایین‌دست به اندازه کافی بلند در نظر گرفته شده است، جریان در قسمت پایین‌دست به حالت کاملاً توسعه یافته حرارتی رسیده و عدد ناسلت در این قسمت به مقدار ثابتی می‌رسد؛ شکل‌های ۵-۲۰ و ۵-۲۲ این مطلب را تأیید می‌کند.

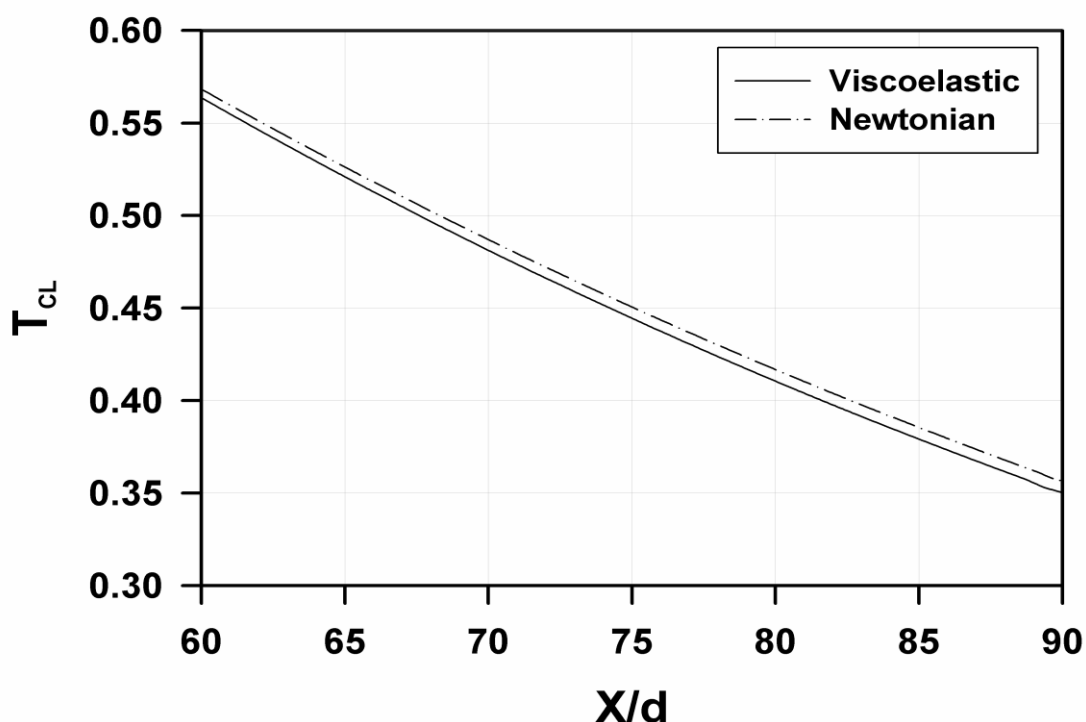


شکل ۵-۲۱- توزیع ناسلت موضعی دیوار بالادست تبدیل واگرا به ازای $En = 1$, $Re = 20$ و اعداد پرناتل مختلف



شکل ۵-۲۲- توزیع ناسلت موضعی دیوار پایین دست تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ ، $En = 1$ و اعداد پرانتل مختلف

در شکل ۵-۲۳ دما روی خط مرکزی تبدیل واگرا برای جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک مورد مقایسه قرار گرفته است. همان طور که مشخص است، دمای سیال ویسکوالاستیک اندکی از سیال نیوتنی کمتر است. دلیل این امر، لزجت بیشتر سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی می باشد. در واقع لزجت سیال ویسکوالاستیک ترکیبی از لزجت ماده حل شونده پلیمری و ماده حلال نیوتنی می باشد که این امر منجر به افزایش سرعت و کاهش زمان تبادل حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک با دیواره نسبت به جریان سیال نیوتنی می شود. شایان ذکر است، برای نشان دادن تفاوت میدان دمای دو سیال در قسمتی از نمودار شکل ۵-۲۳ درشت نمایی شده است.

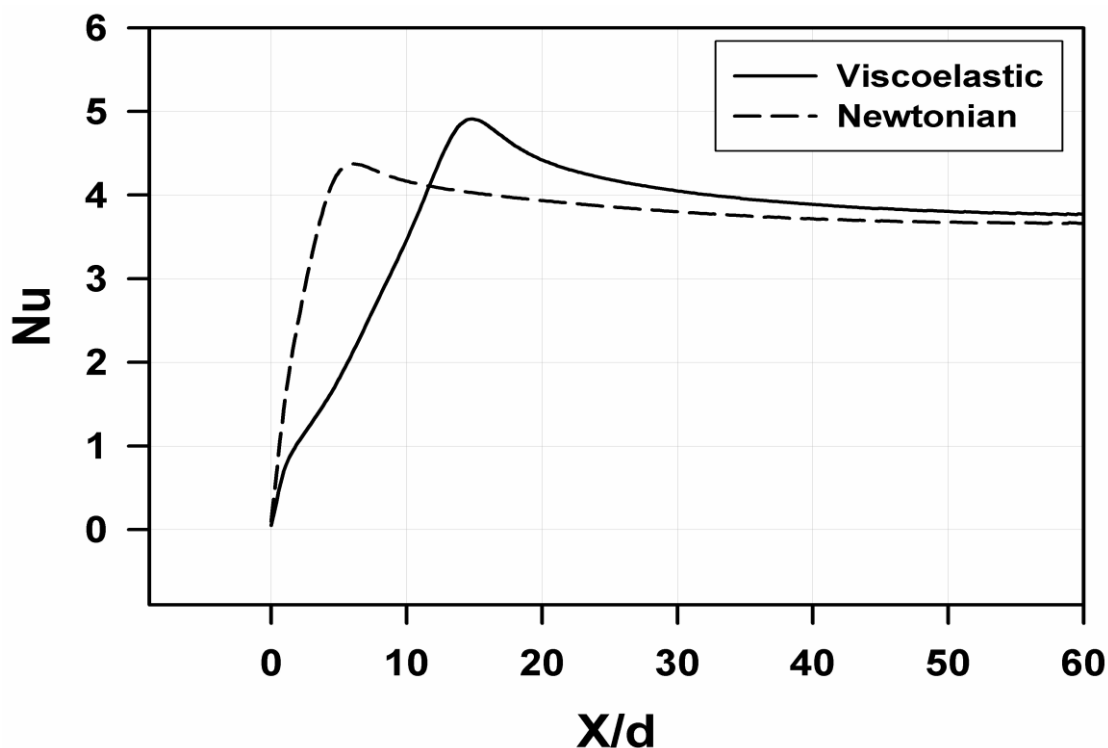


شکل ۵-۲۳- مقایسه توزیع دمای بدون بعد روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای (الف) جریان سیال نیوتنی و (ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 2$

در شکل ۵-۲۴ توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا برای جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک مورد مقایسه قرار گرفته است. همان طور که پیش بینی می شد، ناسلت سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی است. مطابق با توضیحاتی که در مورد شکل ۵-۲۳ داده شد، جریان سیال ویسکوالاستیک به دلیل بیشتر بودن ویسکوزیته آن نسبت به جریان سیال نیوتنی، دارای انرژی جنبشی بیشتری می باشد که این امر باعث می شود دمای سیال ویسکوالاستیک در مجاورت دیواره نسبت به جریان سیال نیوتنی کمتر شده و ضریب انتقال حرارت جابجایی در جریان سیال ویسکوالاستیک بیشتر از جریان سیال نیوتنی شود. به همین دلیل، بیشینه ناسلت موضعی سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی است.

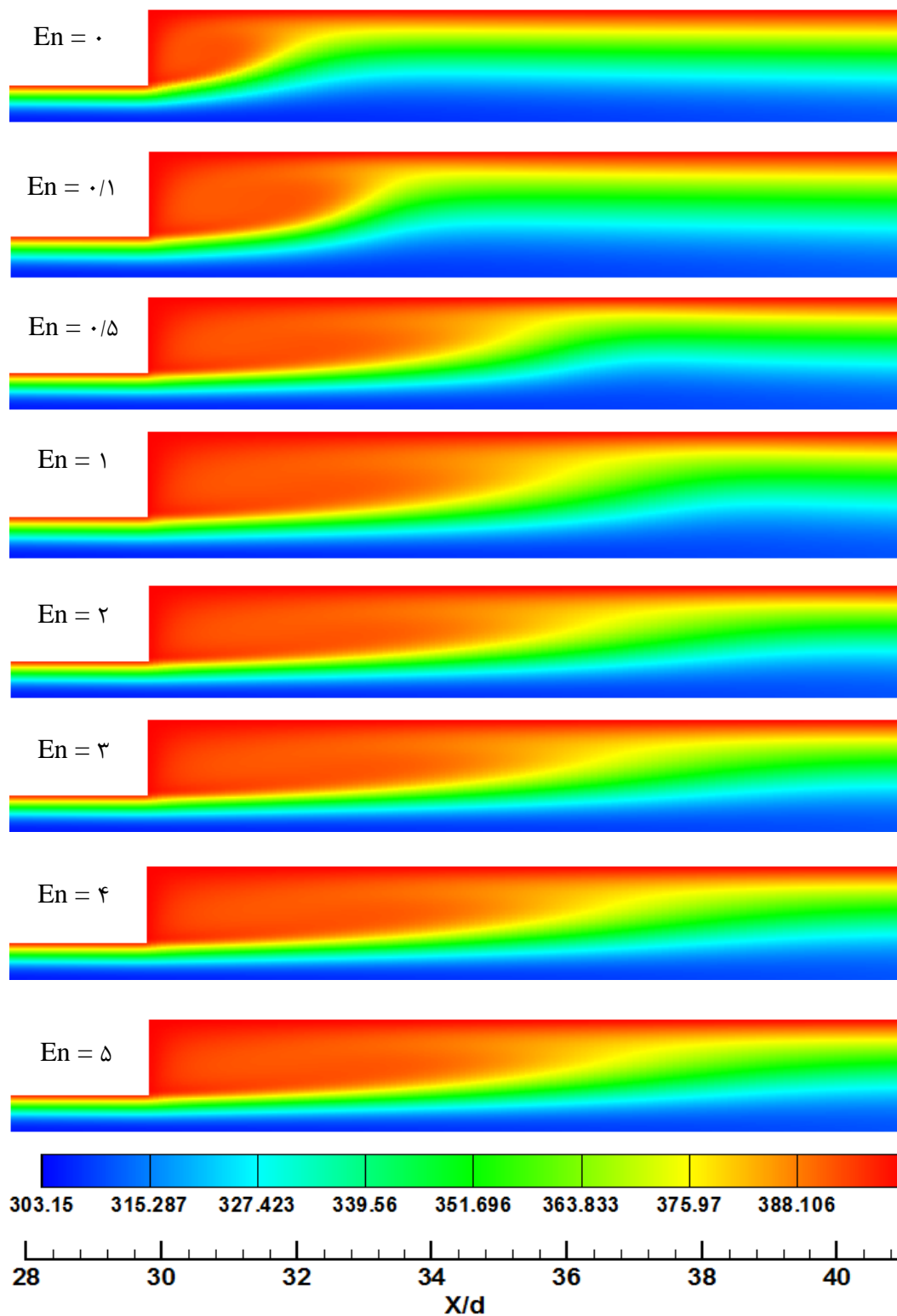
همچنین همان طور که در شکل ۵-۲۴ مشخص است، به دلیل به اینکه طول و قدرت گردابه های جریان سیال ویسکوالاستیک به مراتب بیشتر از جریان سیال نیوتنی است، نقطه ی بیشینه ی ناسلت

موضعی جریان سیال ویسکوالاستیک بیشتر به سمت پایین دست جریان پیشروی کرده است. نکته جالب دیگر اینکه در شکل ۵-۲۴ مقدار ناسلت موضعی جریان سیال نیوتنی در ناحیه کاملاً توسعه یافته حرارتی به مقدار تحلیلی آن یعنی $3/66$ رسیده است که این امر بر اعتبار نتایج تحقیق حاضر می‌افزاید.

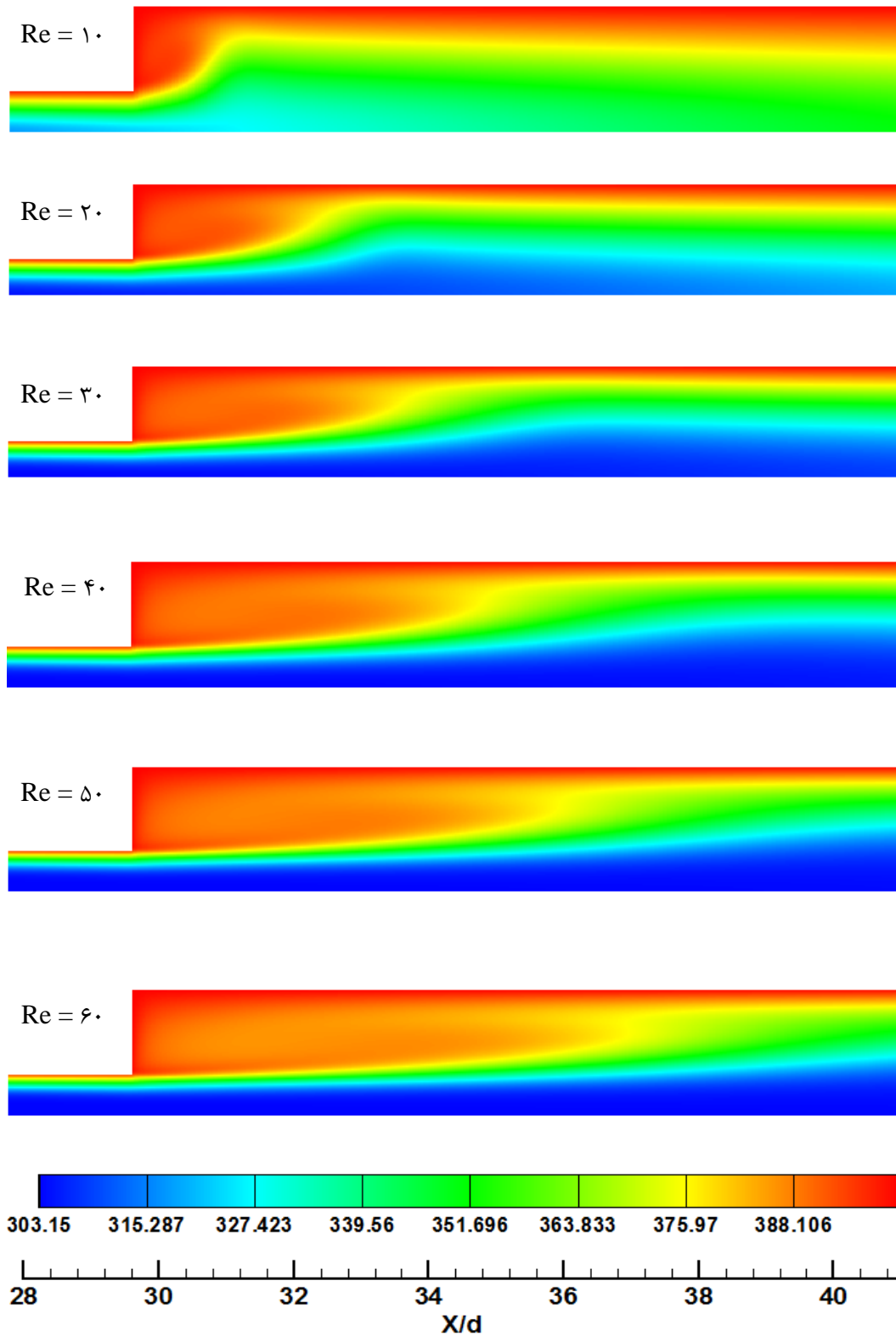


شکل ۵-۲۴- مقایسه تغییرات توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای الف) جریان سیال نیوتنی و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک به ازای $En = 2$

در شکل‌های ۵-۲۵ و ۵-۲۶، کانتور دمای جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرا به ترتیب به ازای اعداد الاستیک و رینولدز مختلف آورده شده است. همان‌طور که در کانتورهای شکل ۵-۲۵ مشخص است، بعد از عدد الاستیک یک ($En = 1$)، به دلیل افزایش مقاومت پلیمری سیال ویسکوالاستیک، تغییر طول گردابه‌ها کمتر می‌شود.

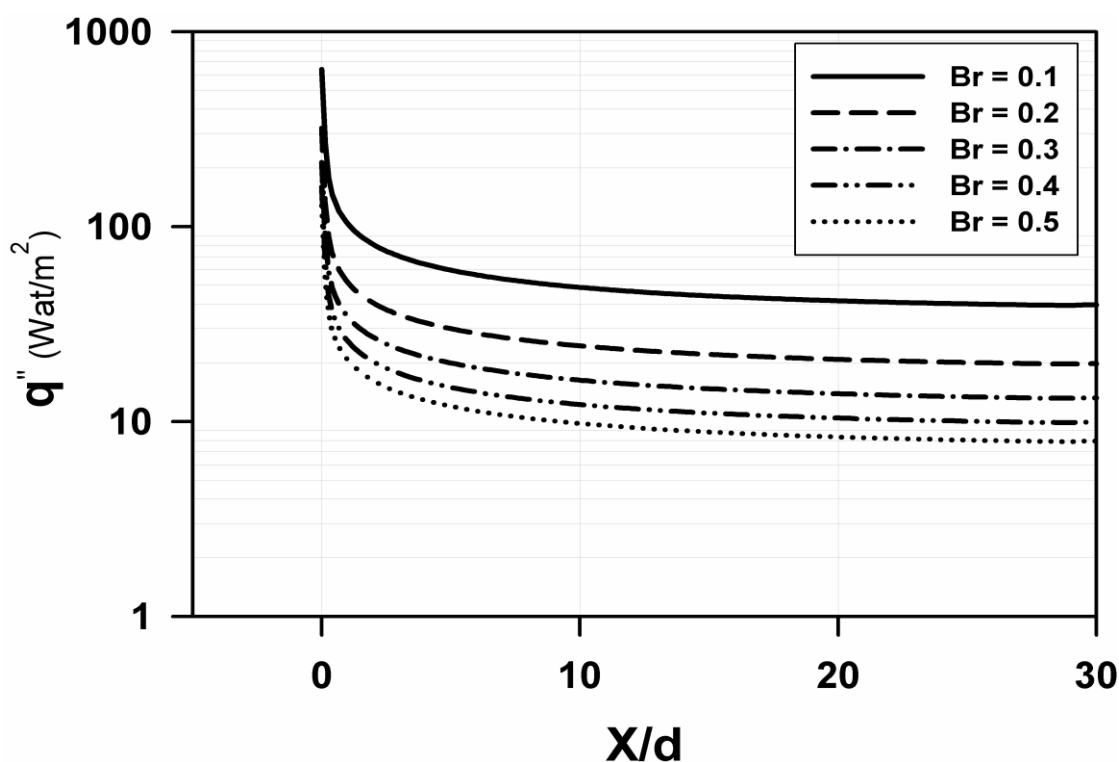


شکل ۵-۲۵- کانتور دمای جریان سیال در تبدیل واگرا به ازای $Re = 20$ و $Pr = 50$ برای
الف) جریان سیال نیوتنی ($En = 0$) و ب) جریان سیال ویسکوالاستیک در اعداد الاستیک مختلف



شکل ۵-۲۶- کانتور دمای جریان سیال ویسکوالاستیک در $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد رینولدز مختلف

در شکل ۵-۲۷ توزیع شار حرارتی دیواره بالادست تبدیل واگرا به ازای اعداد بریکمن مختلف مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که مشخص است، افزایش عدد بریکمن باعث کاهش شار حرارتی دیواره شده است. عدد بریکمن معرف نسبت گرمای ذخیره شده در سیال توسط کار میدان تنش به انرژی گرمایی منتقل شده از مرزها به سیال می‌باشد. کار میدان تنش بیانگر گرمایی می‌باشد که توسط ویسکوزیته تلف می‌شود. با افزایش عدد بریکمن اثر تلفات ویسکوزیته بویژه در ناحیه نزدیک دیواره که گرادیان سرعت بیشتر است افزایش یافته و دما به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. افزایش دمای سیال نزدیک دیواره باعث کاهش اختلاف دمای دیواره و سیال شده و در نتیجه شار حرارتی دیواره کاهش می‌یابد. همچنین با توجه به نتایج این قسمت می‌توان دریافت، با افزایش عدد بریکمن به دلیل کاهش شار حرارتی دیواره، ضریب انتقال حرارت جابجایی کاهش یافته و عدد ناسلت کم می‌شود.



شکل ۵-۲۷- توزیع شار حرارتی دیواره بالادست تبدیل واگرا به ازای $Re = 40$ ، $En = 1$ ، $Pr = 50$ و اعداد بریکمن مختلف

۵-۶- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۳ مورد مطالعه قرار گرفته است. در این فصل، نتایج حاصل از حل میدان جریان و دما شامل خطوط جریان، توزیع سرعت، فشار، دما، ناسلت موضعی دیواره بالادست و پایین دست و ... برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک ارائه شد. در ذیل به گزیده‌ای از نتایج حاصل از این حل عددی اشاره شده است.

برای میدان جریان نتایج زیر بدست آمده است:

- بیشینه سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در مرکز لوله بالادست کمتر از جریان سیال نیوتنی است.
- با افزایش خاصیت الاستیک سیال به دلیل افزایش طول گردابه‌ها، طول توسعه یافتگی جریان در قسمت‌های بالادست و پایین دست تبدیل و اگر افزایش می‌یابد.
- بیشینه‌ی سرعت برای لوله بالادست در حالت توسعه یافته به عدد الاستیک سیال وابسته می‌باشد. به عبارت دیگر؛ با افزایش خاصیت الاستیک سیال، پایداری جریان افزایش یافته و بیشترین مقدار سرعت در حالت توسعه یافته به مقدار آن برای سیال نیوتنی نزدیکتر می‌شود.
- طول گردابه‌های ایجاد شده‌ی سیال ویسکوالاستیک در ناحیه انبساط ناگهانی بیشتر از سیال نیوتنی است.
- افزایش عدد رینولدز باعث افزایش طول گردابه‌ها می‌شود. در واقع، با افزایش عدد رینولدز انرژی جنبشی جریان افزایش یافته و انتقال انرژی جریان به گردابه موجب افزایش طول آنها می‌گردد.
- افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب افزایش طول گردابه‌ها می‌شود. البته، در اعداد الاستیک بالا به دلیل افزایش مقاومت پلیمری سیال ویسکوالاستیک در برابر تغییر شکل‌ها، تغییرات طول

گردابه‌ها کمتر می‌شود.

- افت فشار جریان سیال نیوتنی بیشتر از جریان سیال ویسکوالاستیک می‌باشد. به دلیل بیشتر بودن ویسکوزیته سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی، در یک عدد رینولدز ثابت سرعت جریان سیال ویسکوالاستیک در ورودی لوله بیشتر از جریان سیال نیوتنی می‌باشد. در نتیجه افت فشار جریان سیال ویسکوالاستیک کمتر از جریان سیال نیوتنی می‌باشد.
- افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب کاهش افت فشار جریان می‌شود. با افزایش خاصیت الاستیک سیال، شیب تغییرات پروفیل سرعت در مجاورت دیواره کاهش می‌یابد. همچنین با توجه به اینکه دبی جریان در هر مقطع ثابت است؛ با کاهش شیب تغییرات پروفیل سرعت در مجاورت دیواره، سرعت در خط مرکزی لوله افزایش یافته و موجب کاهش فشار جریان می‌گردد.

برای میدان دما نتایج زیر بدست آمده است:

- با افزایش عدد رینولدز که منجر به افزایش انرژی جنبشی جریان می‌شود، زمان تماس و تبادل حرارت سیال با دیواره کاهش یافته و دمای سیال در مجاورت دیواره نسبت به اعداد رینولدز کمتر در ناحیه در حال توسعه حرارتی کاهش می‌یابد. با کاهش دمای سیال مجاور دیواره، ضریب انتقال حرارت جابجایی افزایش یافته و عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی افزایش می‌یابد.
- افزایش عدد پرانتل سبب افزایش عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی می‌شود. در واقع با افزایش عدد پرانتل به دلیل افزایش نفوذ مولکولی مومنتم نسبت به پخش گرما، انتقال حرارت جابجایی سهم بیشتری در پخش ملکولی گرما نسبت به انتقال حرارت رسانشی دارد و باعث افزایش عدد ناسلت می‌شود. شایان ذکر است عدد ناسلت در ناحیه کاملاً توسعه یافته حرارتی ثابت و مستقل از عدد رینولدز، پرانتل و بریکمن است.
- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرا نشان می‌دهد که بیشینه مقدار ناسلت

موضعی در ناحیه‌ای می‌باشد که گردابه‌ها پایان یافته است. البته با افزایش عدد رینولدز به دلیل

رشد طول و قدرت گردابه‌ها، بیشه‌ی ناسلت بیشتر به سمت پایین دست پیشروی می‌کند.

- در یک عدد رینولدز ثابت، ناسلت سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی است. جریان سیال ویسکوالاستیک به دلیل بیشتر بودن ویسکوزیته آن نسبت به جریان سیال نیوتنی، دارای انرژی جنبشی بیشتری می‌باشد که این امر باعث می‌شود دمای سیال ویسکوالاستیک در مجاورت دیواره نسبت به جریان سیال نیوتنی کمتر شده و ضریب انتقال حرارت جابجایی در جریان سیال ویسکوالاستیک بیشتر از جریان سیال نیوتنی شود. با بیشتر بودن ضریب انتقال حرارت جابجایی جریان سیال ویسکوالاستیک نسبت به جریان سیال نیوتنی، عدد ناسلت در جریان سیال ویسکوالاستیک بیشتر از جریان سیال نیوتنی می‌شود.
- افزایش عدد بریکمن باعث کاهش عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی می‌شود. با افزایش عدد بریکمن به دلیل افزایش کار میدان تنش، دمای سیال بخصوص در نواحی نزدیک دیواره که گرادیان سرعت بیشتر است افزایش یافته و موجب کاهش شار حرارتی دیواره می‌گردد. با کاهش شار حرارتی دیواره ضریب انتقال حرارت جابجایی کاهش یافته و عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی کم می‌شود.

۵-۷- پیشنهادات

می‌توان برای ادامه‌ی تحقیق در زمینه‌ی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرا، موضوعات زیر را بررسی نمود:

- حل عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا در حالت غیر دائم.
- حل عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرا با استفاده از مدل‌های مختلف و مقایسه‌ی نتایج آن‌ها.
- حل عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات تدریجی واگرا (اعمال وابستگی لزجت و تنش به دما)
- بررسی آزمایشگاهی جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات همگرا و واگرا
- حل عددی جریان آشفته سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا

- [1] White Frank. M. (2011), "**Fluid Mechanics**", Seventh Edition, McGraw-Hill.
- [2] Bird B. R., Armstrong R. C., and Hassager O. (1987), "**Dynamics of Polymer Liquids**", Vol. 1, Second Edition, John Wiley & Sons.
- [۳] شیخی نارانی (۱۳۷۱) "بررسی خواص، جریان، انتقال حرارت و اختلاط سیالات غیر نیوتنی"، چاپ اول، جهاد دانشگاهی صنعتی امیر کبیر، تهران.
- [4] Malkin A. Y. (1994), "**Rheology Fundamentals**", First Edition, Chem. Tech. Publishing, Toronto.
- [5] Phan-Thien N. (2002), "**Understanding Viscoelasticity**", First Edition, Springer, Berlin.
- [6] Tanner R. I. (2000), "**Engineering Rheology**", Second Edition, Oxford University Press, London.
- [۷] لی م، رابین د و کرمپل ا، مترجم، شعراف غ ر، (۱۳۷۸) "مقدمه ای بر مکانیک محیط های پیوسته"، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، تهران.
- [۸] نوروزی م، (۱۳۸۸)، پایان نامه دکتری: "بررسی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در مجاری خمیده دارای مقطع مستطیلی و در حالت های ایستا و چرخان"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [9] Larson R. G. (1988), "**Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions**", Butterworths, Boston.
- [10] Oldroyd J. G. (1958), "Non-Newtonian effects in steady motion of some idealized elasticoviscous fluids", **Proc. Roy.Soc., London Ser A 245**, pp. 278-297.
- [11] Phan-Thien N., and Tanner R. I. (1977), "A new constitutive equation derived from network theory", **J. Non-Newton. Fluid**, 2, pp. 353-365.
- [12] Giesekus H. (1982), "A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility", **J. Non-Newton. Fluid**, 11, pp. 69-109.
- [13] Durst F., Melling A., Whitelaw J. H. (1974), "Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion", **J. Fluid Mechanics**, Vol. 64, pp. 111-128.
- [14] Cherdron W., Durst F., Whitelaw J. H. (1978), "Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions", **J. Fluid Mechanics**, Vol. 84, pp. 13-31.
- [15] Ouwa Y., Watanabe M., Asawo H. (1981), "Flow visualization of a two-dimensional water jet in a rectangular channel", **Jpn. J. Appl. Phys**, Vol. 20, pp. 243-247.
- [16] Fearn R. M., Mullin T., Cliffe K. A. (1990), "Nonlinear flow phenomena in a symmetric sudden expansion", **J. Fluid Mechanics**, Vol. 211, pp. 595-608.
- [17] Durst F., Pereira J. C. F., Cliffe K. A. (1993), "The plane symmetric sudden expansion flow at low Reynolds number", **J. Fluid Mechanics**, Vol. 248, pp. 567.

- [18] Battaglia F., Tavener S. J., Kulkarni A. K., Merkle C. L. (1997), “Bifurcation of low Reynolds number flows in symmetric channels”, **J. AIAA**, Vol. 35, pp. 99–105.
- [19] Allerborn N., Nandakumar K., Raszillier H., Durst F. (1997), “Further contributions on the two-dimensional flow in a sudden expansion”, **J. Fluid Mechanics**, Vol. 330, pp. 169.
- [20] Revuelta A. (2005), “On the two-dimensional flow in a sudden expansion with large expansion ratios”, **Phys. Fluids** Vol. 17, No. 028102.
- [21] Paulo J. Oliveira. (2003), “Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries”, **J. Non-Newtonian Fluid Mech**, Vol. 114, pp. 33–63.
- [22] Ternik P., Marn J., Zunic Z. (2006), “ Non-Newtonian fluid flow through a planar symmetric expansion:shear-thickening fluids”, **J.Non-Newtonian Fluid Mechanics**, Vol. 135, pp. 136–148.
- [23] Drikakis D. (1997), “Bifurcation phenomena in incompressible sudden expansion flows”, **J. Phys. Fluids**, Vol. 9, pp. 76–86.
- [24] Hawa T., Rusak Z. (2001), “The dynamics of a laminar flow in a symmetric channel with a sudden expansion”, **J. Fluid Mechanics**, Vol. 436, pp. 283–320.
- [25] Mishra S., Jayaraman K. (2002), “Asymmetric flows in planar symmetric channels with large expansion ratio”, **Int. J. Numer. Methods Fluids**, Vol. 38, pp. 945–962.
- [26] Dagtekin I., Unsal M. (2011), “Numerical analysis of axisymmetric and planar sudden expansion flows for laminar regime”, **Int. J. Numer. Meth. Fluids** 65: 1133–1144.
- [27] Scott P.S., Mirza F.A. (1986), “A finite element analysis of laminar flows through planer and axisymmetric abrupt expansions”, **Computers & Fluids** 14(4): 423-432.
- [28] Schreck E., Schafer M. (2000), “Numerical study of bifurcation in hreedimensional sudden channel expansions”. **Comput. Fluids** 29(583).
- [29] Bell B. C., Surana K. S. (1994), “p-Version least squares finite element formulation for two-dimensional incompressible non-Newtonian isothermal and non-isothermal fluid flow”, **Int J. Numer Methods Fluids** 18: 127–162.
- [30] Ternik P. (2009), “Planar sudden symmetric expansion flows and bifurcation phenomena of purely viscous shear-thinning fluids”, **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. 157, pp. 15–25.
- [31] Ternik P. (2010), “New contributions on laminar flow of inelastic non-Newtonian fluid in the two-dimensional symmetric expansion: Creeping and slowly moving flow conditions”, **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. 165, pp. 1400–1411.
- [32] Manica R., De Bortoli A. L. (2004), “Simulation of sudden expansion flows for power-law fluids”, **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. 121, pp. 35–40.
- [33] Neofytou P. (2006), “Transition to asymmetry of generalized Newtonian fluid flows through a symmetric sudden expansion”, **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. 133 pp. 132–140.
- [34] Ternik P., Marn J., Zuni Z. (2006), “Non-Newtonian fluid flow through a planar symmetric expansion: Shear-thickening fluids”, **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. 135, pp. 136–148.

- [35] Dhinkaran S., Oliveira M.S.N., Pinho F.T., Alves M.A. (2013), "Steady flow of power-law fluids in a 1:3 planar sudden expansion", **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. **198**, pp. **45–48**.
- [36] Poole R.J., Pinho F.T., Alves M.A. and Oliveira P.J. (2009). "The effect of expansion ratio for creeping expansion flows of UCM fluids", **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** **163**, pp. **35-44**.
- [37] Poole R. J., Alves M. A., Oliveira P. J., Pinho F. T. (2007), "Plane sudden expansion flows of viscoelastic liquids", **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. **146**, pp. **79–91**.
- [38] Paulo J. Oliveira. (2003), "Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries", **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. **114**, pp. **33–63**.
- [39] Rocha G. N., Poole J. R., Oliveira J. (2007), "Bifurcation phenomena in viscoelastic flows through a symmetric 1:4 expansion", **J. Non-Newtonian Fluid Mech.** Vol. **141**, pp. **1–17**.

[۴۰] شهبانی ظهیری ا.، (۱۳۹۱)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: "بررسی عددی جریان سیال غیرنیوتنی در تبدیلات تدریجی واگرا"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

- [41] Oliveira P.J., Pinho F.T., Schulte A. (1998), "A general correlation for the local loss coefficient in Newtonian axisymmetric sudden expansions", **Int. J. Of. Heat and Fluid Flow** **19**: **655-660**.
- [42] Layek G.C., Mukhopadhyay S. (2008), "Laminar flow separation in an axi-symmetric sudden smooth expanded circular tube", **J. Appl Math Comput.** **28**, pp. **235–247**.
- [43] Pinho F. T., Oliveira P. J., Miranda J. P. (2003), "Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion", **Int. J. Of. Heat and Fluid Flow** **24**: **747–761**.

[۴۴] مسیبی درچه س.، (۱۳۹۰)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد: "بررسی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیلات همگرا و واگرا"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

- [45] Pak B., Cho Y. I., and Choi S. U. S. (1990), "Separation and reattachment of non-newtonian fluid flows in a sudden expansion pipe", **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, Vol. **37**, pp. **175-199**.
- [46] Kondoh T., Nagano Y. and Tsuji T. (1993), "Computational study of laminar heat transfer downstream of a backward-facing step", **Int. J. of Heat and Mass Transfer**, Vol. **36**, pp. **577-591**.
- [47] Mushatet S. K., Rishak A. Q. and Hamdi E. S. (2013), "Effect of Prandtl Number on Heat Transfer Enhancement for Non-Newtonian Fluids Flow inside a Sudden Expansion", **Int. J. of. Mechanical Engineering**, Vol. **41**, pp. **1137-1141**.
- [48] Zdanski P. S. B. and Vaz Jr. M. (2008), "Polymer Melt Flow in Sudden Expansion: The Effect of Viscos Heating", **Journal of Thermal Engineering**, Vol. **7**, pp. **65-70**.
- [49] Zdanski P. S. B. and Vaz Jr. M. (2009), "Non-isothermal polymer melt flow in sudden expansion", **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, Vol. **161**, pp. **42-47**.
- [50] Zdanski P. S. B. and Vaz Jr. M. (2009), "Three-dimensional polymer melt flow in sudden expansion: Non-isothermal flow topology", **Int. J. Of. Heat and Mass Transfer**, Vol. **52**, pp. **3585-3594**.

- [51] Zdanski P. S. B., Vaz Jr. M. and Dias A. P. C. (2011), “Forced convection heat transfer of polymer melt flow inside channels whit contraction / expansion section”, **Int. J. Of. Heat and Mass Transfer**, Vol. **38**, pp. **1335-1339**.
- [52] Pak B., Cho Y. I. and Choi S. U. S. (1991), “A study of turbulent heat transfer in a sudden expansion pipe whit drag-reducing viscoelastic fluid”, **Int. J. Of. Heat and Mass Transfer**, Vol. **34**, pp. **1195-1208**.
- [53] **Sibley D. N. (2010), for the degree of Doctor of Philosophy, “ *Viscoelastic Flows of PTT Fluids* ”, Department of Mathematical Sciences, University of Bath**
- [54] Cross M. M., (1965), “Rheology of non-Newtonian Fluids: A New Flow Equation for Pseudoplastic Systems”, **Journal of Colloid Science**, Vol. **20**, pp. **417-437**.
- [55] Bird R. B., Steward W. E., and Lightfoot E. N. (1960), “**Transport Phenomena**”, First Edition, John Wiley.
- [56] Mark J. E. (1996), “**Physical properties of polymers Handbook**”, American Institute of Physics, New York,
- [57] The Open Source CFD Toolbox OpenFOAM, (2010), “**User Guide**”, GNU Free Documentation License.
- [58] The Open Source CFD Toolbox OpenFOAM, (2009), “**Programmers Guide**”, GNU Free documentation.
- [59] Incropera Frank. P., and DeWitt David. P. (2002), “**Introduction to heat transfer**”, Forth Edition, John Wiley & Sons.

Abstract

The study of fluids flow features in sudden expansions is important from two aspects. From one side, this kind of flow has many industrial applications such as fluid output processes, filling the casting molds, heat exchangers, metal forming, etc. From the other side, because of its almost simple geometry, it is used for estimating numerical methods and investigating features of flow like the size and intensity of the vortices.

In this study flow and heat transfer of viscoelastic fluid in an axisymmetric sudden expansion with expansion ratio 1:3 is studied numerically for the first time. Most of the researches which have been done in this field focus on the flow of viscoelastic fluids, so due to the lack of a comprehensive research on the heat transfer of viscoelastic fluids flow in sudden expansions, conducting the current study seems to be necessary. Considering some of the thermodynamic and rheological properties of viscoelastic fluid as function of temperature is one of the other innovations of present study and due to the sensitivity of some of the viscoelastic fluid properties to temperature, considering this hypothesis seems to be essential.

In this study, the open source software OpenFOAM that is a computational fluids dynamic (CFD) tool box is used for simulating flow and heat transfer of viscoelastic fluid. First of all, Non-Newtonian fluids are introduced and some subject matter regarding constitutive equations of viscoelastic fluid is provided. In the following, the general form of governing equations of flow and heat transfer including continuity, momentum and energy is expressed in cylindrical coordination and then, the general relations of viscoelastic fluid structural equation (EPTT model) and viscosity viscometric functions, are brought. After that, the numerical method that is used in the present study is described. In the current research, for explicit discretization of governing equations finite volume method is used. Also, for natural time gauging solution PISO algorithm is used so that flow and heat transfer parameters can stay constant and steady and by increasing time step and convergence of the parameters current and logical answers can be achieved. For validating numerical solution results of the flow and temperature field, analytical and numerical results of other references is used. At the end, obtained results from numerical solution of flow and heat transfer are presented in form of

stream lines, flow and temperature contours, local nusselt distribution and etc. In the last chapter, the obtained results from the investigation are reported.

Keywords: numerical investigation, flow and heat transfer, viscoelastic fluid, sudden expansion.



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical Engineering

**The numerical investigation of viscoelastic
fluid flow and heat transfer in axisymmetric
sudden expansion**

Ali Montahae

Supervisor:

Dr. Mohammad Mohsen Shahmardan

Advisor:

Dr. Mahmood Norouzi

February 2016