بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه مکانیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

تحلیل چالاکی بازوی ماهر ساختار پیوسته فعال توسط مکش مواد دانه‌ریز

سید محمد مهدی بحری

استاد راهنما:
دکتر مهدی بامداد

استاد مشاور:
دکتر علی جباری مقدم

دی ۹۴

تقدیم به :

پدر و مادر مهربانم

تقدیر و تشکر

ضمن سپاس و ستایش به درگاه ایزد منان که به من توانایی داد که با استعانت از او بتوانم این پژوهش را انجام

دهم، بر خود لازم می‌بینم از دلگرمی و تشویق اساتید و دوستان که در نگارش این مجموعه مرا یاری نمودند،

قدردانی نمایم:

جناب آقای دکتر مهدی بامداد، استاد راهنما که در طول نگارش این مجموعه با راهنمایی‌های عالمانه و بجایشان، سکان‌دار

شایسته‌ای در هدایت این پایان‌نامه بوده‌اند.

جناب آقای دکتر علی جباری مقدم، استاد مشاور که با سعه صدر مشاوره این تحقیق را پذیرفتند و در طول نگارش این مجموعه همواره از نظرات کارشناسانه شان، بهره جستم.

تعهد نامه

اینجانب **سید محمد مهدی بحری** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **طراحی کاربردی** دانشکده **مکانیک** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **تحلیل چالاکی بازوی ماهر ساختار پیوسته فعال توسط مکش مواد دانه‌ریز** تحت راهنمایی **دکتر مهدی بامداد** متعهد می شوم :

- **تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .**
- **در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .**
- **مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .**
- **کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه شاهرود » و یا « Shahrood University» به چاپ خواهد رسید.**
- **حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.**
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- **کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .**
- **استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.**

❊ متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد .

چکیده

ربات‌ها بر اساس نرمی مواد به کار رفته در ساختار آنها به دو دسته ربات‌های نرم و سخت تقسیم بندی می‌شوند. بر خلاف ربات‌های متداول که از مفاصل معمول برای ایجاد حرکت استفاده می‌کنند، ربات‌های پیوسته از اجزای منعطف به عنوان محرک استفاده می‌کنند. ربات‌های نرم و ربات‌های متداول از مکانیزم‌های متفاوتی برای ایجاد حرکت همراه با چالاکی استفاده می‌کنند. اخیرا پدیده تراکم دانه ها به عنوان روشی برای رسیدن به سختی متغییر مورد توجه قرار گرفته است. از مزیت های عمده این مکانیزم می‌توان تطابق با محیط اطراف اشاره کرد. مدل کردن دینامیک دانه ها همواره جز چالش های موجود در حیطه ربات های نرم بوده است. چالاکی نیز به عنوان یکی از پارامتر های مهم در طراحی ربات ها همواره مورد توجه بوده است. در این پایان نامه هدف تحلیل چالاکی بازوی پیوسته فعال توسط مکش مواد دانه‌ریز است. برای دست یابی به این هدف شناخت دقیقی از سینماتیک، دینامیک و کنترل سیستم حائز اهمیت است. از این رو برای نیل به این هدف دو مدل انحنای ثابت و انحنای متغییر برای تحلیل سینماتیک بازو بدون مواد دانه ریز مقایسه شده است. سپس چالاکی بازو در مسیر معین و همچنین کل فضای کار بازو محاسبه شده است. سپس جرم بازو به عنوان نامعینی در مدل دینامیکی در نظر گرفته شد و از کنترل‌گر تطبیقی برای غلبه بر نامعینی سیستم استفاده شد. در نهایت مدل دینامیکی بازوی پیوسته فعال توسط تراکم مواد دانه ریز با استفاده از روش اویلر لاگرانژ محاسبه و با استفاده از نرم‌افزار Voxcad صحت سنجی شد همچنین تاثیر فشار و همچنین نوع مواد دانه ریز بر سختی بازو مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: چالاکی، سختی متغییر، بازو پیوسته، لاگرانژ، کنترلر تطبیقی

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها

فهرست جداول

فهرست علائم

$\varphi^0(\sigma,t)$	ماتریس دوران در روش مستقیم
$P(\sigma,t)^0$	بردار موقعیت در روش مستقیم
H	ماتریس همگن انتقال کل بازوی پیوسته
k	انحنا
s	طول کمان
φ	زاویه انحنا
l	طول کابل
d	فاصله کابل‌ها تا مرکز تنه بازو
$\mathrm{J_{f_1}}$	ماتریس ژاکوبین تابع $\mathrm{f_1}$
$\mathrm{J_{f_2}}$	ماتریس ژاکوبین تابع $\mathrm{f_2}$
J_{task}	ژاکوبین فضای کاری
J_{gen}	ژاکوبین نگاشت عمومی
J_{sp}	نگاشت ویژه
$\mathrm{f_{sp}}$	نگاشت ویژه
$\mathrm{f_{gen}}$	نگاشت عمومی
ω	سرعت زاویه‌ای
z	ارتفاع صفحه محرک تا صفحه پایه
r	*فاصله* بین هسته اصلی و کابل‌ها بر روی هر دیسک
β_p	زاویه خمش در هسته اصلی مماس بر صفحه $\mathrm{X_1Z_1}$ در نقطه P
W	ماتریس وزن
M	ماتریس جرم در معادله دینامیک بازو
C	ماتریس کوریولیس
K	ماتریس گرانش
γ	زاویه پیچش در صفحه خمش
θ	زاویه بین کابل‌ها
m_1	جرم هسته اصلی
m_2	جرم کابل‌ها و جداسازها
h	فاصله بین جداکننده‌ها
q_i	اختلاف طول کابل i ام و طول هسته اصلی است
F_f	نیروی اصطکاک وابسته به فشار داخل محفظه

$f_{frag,ij}$	نگاشت کسر طولی کابل
U	ماتریس همگن انتقال یک واحد
S	ماتریس همگن انتقال یک بخش از بازوی پیوسته
m_i	تعداد واحدها در بخش i ام
$\bar{l}_{ij}$	طول کابل در حالت غیر مخروطی
x	موقعیت مجری نهایی
$\dot{x}$	سرعت مجری نهایی
$w(J)$	معیار چالاکی
F_n	نیروی عمودی بین مواد دانه‌ریز
P	فشار محفظه

فصل اول

مقدمه

۱-۱ مقدمه

در سال‌های متمادی استفاده از ربات‌ها در صنایع مختلف و خطوط تولید جهت انجام وظایف به صورت خودکار باعث افزایش قابل توجه تولید و کاهش هزینه‌ها برای تولیدکنندگان شده است. ربات‌هایی با بازوهای صلب برای استفاده در خط تولید که می‌بایست وظایفی با حرکت‌های تکراری و سرعت بالا انجام شود، بسیار مطلوب هستند. به طور عموم محیط کاری این ربات‌ها نیز بر اساس نیازهای حرکتی آن‌ها طراحی و ساخته می‌شوند. با این حال عملیات‌های متعددی وجود دارند که انجام عملیات در آن‌ها توسط ربات‌های رایج صنعتی امکان‌پذیر نیست و نیاز به استفاده از ربات‌هایی با قابلیت انجام کار در محیط‌هایی ناشناخته و پیچیده می‌باشند.

عملیات تجسس و امداد در مناطقی که دستخوش حوادث طبیعی شده‌اند حوادث داخل معدن و حملات تروریستی از جمله وظایف پرخطری هستند که جان امدادگران را تهدید می‌کنند. انجام عملیات در این مناطق توسط ربات‌ها نیازمند قدرت مانور بالا برای کار در محیط‌هایی با فضای کار محدود است. در نتیجه ربات‌های صلب مورد استفاده در صنایع و خطوط تولید برای انجام چنین وظایفی مناسب نیستند.

استفاده از بازوان صلب در ربات‌های رایج صنعتی و اتصال آن‌ها توسط مفاصل دورانی و یا خطی به یکدیگر باعث شده است که این ربات‌ها برای انجام عملیات تجسس در محیط‌هایی با فضای کار محدود نیازمند به کارگیری درجات آزادی بالا باشند. افزایش درجات آزادی ربات‌های صلب نیز باعث بزرگ شدن ابعاد و وزن ربات می‌گردد و خطر ریزش را در مناطق آسیب دیده افزایش می‌دهد. همچنین با توجه به طول زیاد لینک‌های این گونه ربات‌ها قابلیت نفوذ به حفره‌های تنگ و پر پیچ و خم بسیار کم می‌شود.

محققان سعی داشته‌اند با الهام گرفتن از ساختمان بدن حیوانات و گیاهان و با استفاده از علم بیوتکنولوژی به طراحی و ساخت بازوهایی با ستون فقرات انعطاف‌پذیر بپردازند. این بازوها به علت ساختار نرم و افزونگی[۱] درجه آزادی توانایی انجام کارهای بسیار ظریف در محیط‌های ناشناخته را دارا هستند. مشاهده نمونه‌های بیولوژیکی مانند خرطوم فیل و بازوی اختاپوس باعث شد تا محققان ساخت بازوهای پیوسته را مورد مطالعه قرار دهند بسیاری از این نوع بازوها با توجه به ساختار پیکره آن‌ها از وزن بسیار کمی برخوردار هستند.

---

۱ Redundancy

از جمله بازوهایی که می‌توان از آن‌ها برای انجام عملیات تجسس و یا نفوذ به حفره‌های تنگ استفاده کرد بازوهای با ستون فقرات پیوسته و انعطاف‌پذیر است. بازوها با ستون فقرات گسسته از اتصال سری بازوان صلب به کمک مفاصل مجزا به یکدیگر تشکیل می‌شوند در مقابل ستون فقرات بازوهای پیوسته از مواد انعطاف‌پذیر از جمله الاستومرها فنرها و میله‌های سوپر الاستیک ساخته می‌شود.

از مزایای بازوهای پیوسته نسبت به بازوهای رباتیکی صلب می‌توان به تطبیق‌پذیری بازوهای پیوسته با جسمی که با آن در ارتباط هستند اشاره کرد، ساختار انعطاف‌پذیر این گونه بازوها باعث می‌شود که خطر آسیب رسیدن به اجسام ترد و شکننده به حداقل برسد. همچنین ساختار منعطف بازوهای پیوسته آن‌ها را قادر می‌سازد تا در مجراهای کوچک وارد شوند و به انجام عملیات بپردازند.

در بازوها همواره انعطاف‌پذیری و استحکام جزو پارامترهای مهم محسوب می‌شوند. معیار سنجش انعطاف‌پذیری به صورت نسبت طول بازو به شعاع انحنا تعریف می‌شود و همچنین معیار استحکام بازو، نسبت بار عرضی به جرم بازو می‌باشد. در شکل (۱-۱) محور افقی استحکام و محور عمودی انعطاف‌پذیری بازو است. انعطاف‌پذیری و استحکام بالا جز اصول اصلی طراحی بازوها می‌باشد. همان‌طور که در شکل (۱-۱) مشاهده می‌شود استحکام پایین بازوهای پیوسته یکی از نقاط ضعف آن‌ها می‌باشد. برای حل این مشکل محققان بازوی پیوسته با مکانیزم تراکم را طراحی کردند که در عین انعطاف‌پذیری بالا استحکام بالایی نیز دارد.

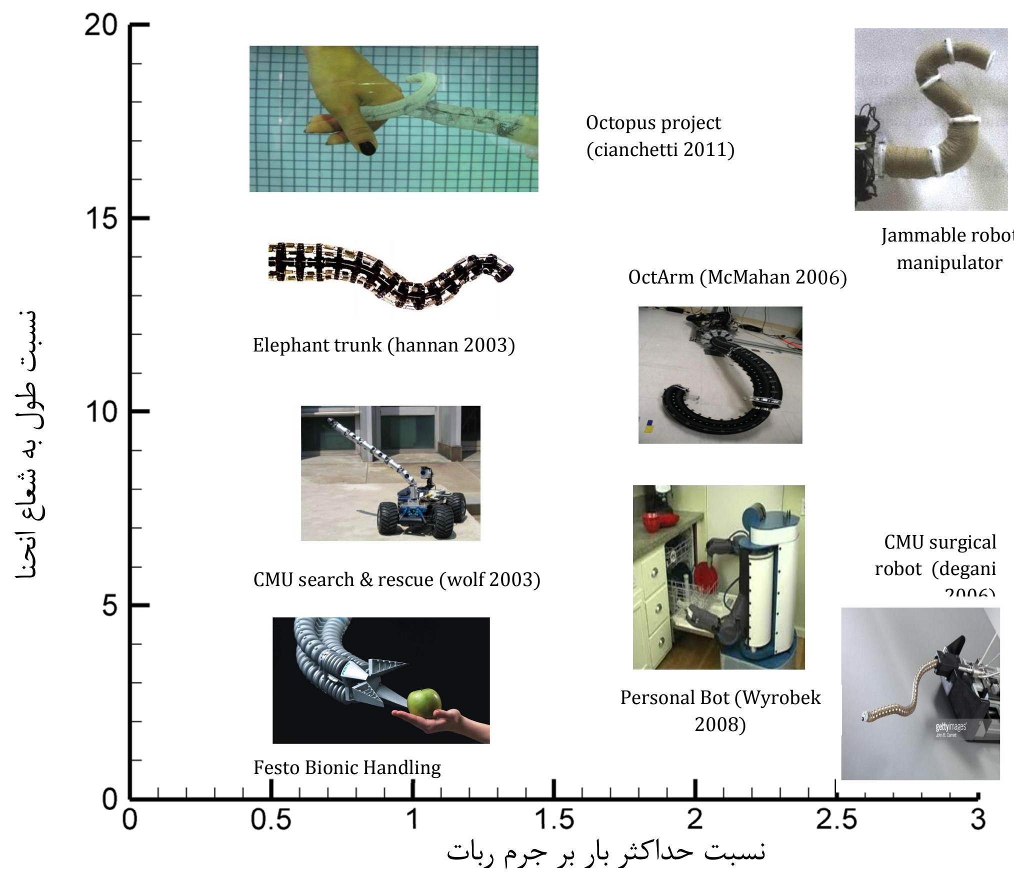
تراکم‌پذیری فرآیندی است که به واسطه آن دانه‌ها از حالت جامد گون به مایع‌گون و بلعکس به صورت برگشت‌پذیر تغییر فاز می‌دهند. طراحان و مهندسان به تازگی پدیده تراکم دانه‌ها را به عنوان مکانیزمی ساده برای دستیابی به استحکام و سفتی متغیر مورد توجه قرار داده‌اند. سختی متغیر در سیستم‌های تراکم توسط یک جزء ساده مانند پمپ خلأ ایجاد می‌شود. رفتار توده دانه‌ها با تغییر فشار محفظه کنترل می‌شود. در چند سال اخیر از مکانیزم تراکم در مجری نهایی بازو، ابزارهای پزشکی، سازه‌ها با قابلیت معماری مجدد و همچنین رابط کاربر لمسی[۲] استفاده شده است. موارد مذکور تنها بخشی از کاربردهای تراکم دانه‌ها می‌باشد.

---

[۲] Tangible user interfaces

۱-۲ تاریخچه بازوهای پیوسته

در حوزه مدل‌سازی دینامیکی، تحقیقات متعددی انجام شده است. چیتراکاران دینامیک بازوهای ساختار پیوسته را بر پایه اصول مکانیزم‌های پیوسته توسعه داد[۱]. ماتسونو و ساتو مدلی دینامیکی برای ربات مار آبی بر پایه معادلات اویلر نیوتن ارائه دادند [۲] (شکل (۱-۲)). در دو مدل ذکرشده، بدنه بازوی پیوسته زنجیره‌ای پی‌درپی از اتصالات صلب در نظر گرفته شده بود؛ همین امر دلیلی بر ناتوانی این



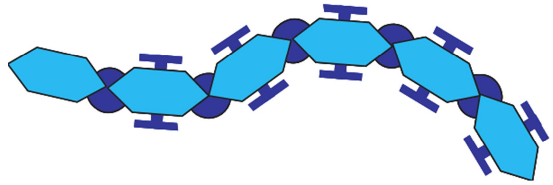
شکل (۱-۱) مقایسه انعطاف‌پذیری و استحکام بازوهای پیوسته

مدل‌ها در توصیف پیوستگی ذاتی بدنه بازو بود. گراجن و همکاران مدل دینامیکی برای توصیف تغییر شکل وسیع در بدنه بازو ارائه دادند [۳, ۴] (شکل (۱-۳))؛ اما این نوع مدل تنها در صفحه معتبر بود و قابل تعمیم یافتن در فضای سه‌بعدی نبود.

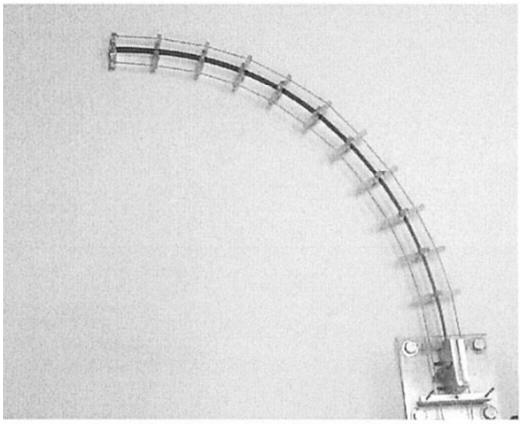
موچییاما و سوزوکی مدل دینامیکی در سه بعد را توسعه دادند اما در این مدل تغییر طول در راستای محوری در نظر گرفته نشده بود [۵]. تاتلیسی گلو و همکارانش مدل دینامیکی را بر اساس پارامترهای هندسی ارائه دادند که در آن تغییر طول محوری در نظر گرفته شده اما از اثرات پیچشی صرف‌نظر شده است [۶]. در مرجع [۷] برای جبران کاستی بازوهای پیوسته در تولید و انتقال حرکت، مدل نوینی برای ساختار بازوی مهره‌ای ارائه شده است. ژیپنگ ونگ بازوی ساختار پیوسته با سه ستون فقرات فرعی و یک ستون فقرات اصلی ارائه داد. در این مدل، معادلات دینامیکی حاکم با فرض انحناء ثابت در هر بخش از بازو محاسبه شده است [۸].

در سال‌های اخیر تحقیقات متعددی در زمینه کنترل بازوهای پیوسته انجام شده است. برای کنترل مؤثر بازوهای تاندونی، وجود تابعی که فضای هندسی و فضای مفصلی را به یکدیگر مربوط کند امری ضروری است. کنترلرهای مختص بازوهای پیوسته با عملگر تاندونی در [۹-۱۱] ارائه‌شده است. کاماریلو کنترلری طراحی کرد که با تنظیم کرنش محوری تا یک مقدار ثابت، حداقل نیروی لازم برای کششی بودن نیرو در کابل‌ها را تضمین می‌کند [۹]. نامعینی‌های موجود در مدل دینامیکی، همواره کنترل بازوهای پیوسته را با چالش مواجه می‌کنند، لذا استراتژی کنترل در بازوهای فوق بر این مبنا خواهد بود که در حضور نامعینی‌ها، هدف کنترلی محقق شود. در این راستا مهوش و همکاران از کنترلر مقاوم برای بازو ساختار پیوسته تاندونی استفاده کردند [۱۲]. این کنترلر با این هدف طراحی شده که از افزایش بیش از حد نیروی تماسی در محیط‌های ظریف، نامشخص و محدود جلوگیری کند. مدل سینماتیکی استفاده شده در تحقیق فوق از ضرب دو ماتریس تبدیل به دست آمده است؛ اولین ماتریس تبدیل مربوط به زمانی است که بازو با محیط اطراف تعامل ندارد و ماتریس تبدیل دوم، توصیف کننده رفتار بازو در زمانی است که به بازو از طرف محیط نیرو وارد می‌شود. لازم به توضیح است که روش غالب برای مدل کردن بازوهای پیوسته روش انحناء-ثابت[۳] است که در هر بخش از بازو، انحناء ثابت فرض می‌شود

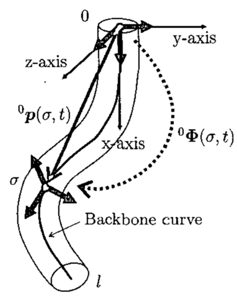
۳ Constant curvature



شکل (۱-۲) ربات مار شکل با شش لینک و پنج چرخ [۲]



شکل (۱-۳) ستون فقرات بازو پیوسته در دو بعد [۷]



شکل (۱-۴) نمایی از مدل سینماتیکی بازو پیوسته [۶]

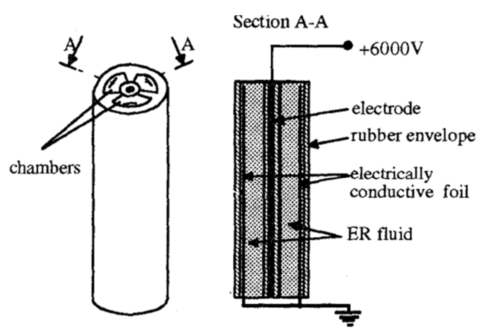
اگر اثرات پیچش قابل صرف‌نظر کردن نباشند دیگر انحنا در هر بخش ثابت نیست و باید از نظریه میله کوسرت[۴] استفاده کرد. لذا در تحقیق فوق با استفاده از نظریه میله کوسرت انحراف نوک بازو تحت اثر بار اعمالی محاسبه شده است. مدل ارائه شده در مقاله فوق برای بازوی پیوسته با مکانیزم لوله‌های هم‌مرکز استفاده شده اما برای سایر بازوهای پیوسته که از نظریه میله کوسرت برای فرمول‌بندی دینامیکی استفاده می‌کنند نیز معتبر است. برانگانزا کنترلری برای عملیات گرفتن با حلقه زدن بازو به دور جسم طراحی کرد. کنترلر طراحی شده در تحقیق فوق شامل دو بخش است. بخش اول مربوط به کنترل مسیر با دقت بالا برای گرفتن اجسام و در بخش دوم با استفاده از پس‌خورد شبکه عصبی، نامعینی‌ها در مدل دینامیکی بازو جبران شده است [۱۳]. کاپادیا از کنترلر غیرخطی برای کنترل موقعیت مجری نهایی استفاده کرد. این کنترلر برای تمام بازوهای پیوسته که قابلیت خمش و تغییر طول محوری را دارا هستند نیز معتبر است [۱۴]. ایونسکو بازوی پیوسته با پوسته خارجی از جنس مواد انعطاف‌پذیر طراحی کرد؛ در داخل پوسته منعطف از سیال الکترومغناطیسی کنترل‌پذیر استفاده شده است (شکل۱-۵). بازو از بخش‌های محدودی تشکیل شده و هر بخش به

---

۴ Cosserat-rod theory

طور جداگانه قابل کنترل است. مدل دینامیکی این بازو از روش لاگرانژ محاسبه، و برای کنترل بازو از مد لغزشی استفاده شده است. برای تخمین پارامترهای غیرقابل دسترس از یک مشاهده‌گر غیرخطی استفاده شده است [۱۵].

استفاده از حس‌گرها برای تعیین پارامترهای هندسی بازو نیز اخیراً مورد توجه قرارگرفته است. در این راستا، پنینگ از کنترلر حلقه بسته برای بازوی پیوسته با مقیاس کوچک استفاده کرد. در روش فوق، برای تعیین موقعیت مجری نهایی از حسگر الکترومغناطیسی استفاده شده است [۱۶]. اخیرا نیز از دوربین‌های ویژه در جهت محقق شدن اهداف کنترلی استفاده شده است، از دوربین برای تعیین موقعیت استفاده شده اما محدودیت این کنترلرها عدم کارایی آن‌ها در محیط‌ها تاریک است [۱۷, ۱۸]. صالحی برای کنترل بازوی



شکل (۱-۵) بازوی پیوسته با سختی متغیر تحت میدان مغناطیسی [۱۵]

پیوسته دو روش کنترل گشتاور محاسبه شده و کنترل مقاوم را بررسی و مقایسه کرده است. از روش گشتاور محاسبه شده در عدم حضور نامعینی در سیستم استفاده شده است. برای غلبه بر نامعینی‌ها نیز از روش کنترل مقاوم بهره برده شده است [۱۹].

برانگانزا برای غلبه بر نامعینی‌ها در سیستم از کنترلر مقاوم استفاده کرد و از الگوریتم هوشمند برای بالا بردن کیفیت نتایج استفاده کرد [۲۰]. ژنگ برای کنترل موقعیت بازوی پیوسته که در ساختارش از آلیاژ حافظه‌دار استفاده شده بود از کنترلر سلسله مراتبی بهره جست [۲۱]. پیلتن و همکاران برای کنترل بازو پیوسته که با جرم، فنر و دمپر مدل شده بود از روش مد لغزشی استفاده کرد. در تحقیق فوق، شیب سطح لغزش با استفاده روش گرادیان کاهشی بهینه شده است [۲۲]. ملینگی برای غلبه بر نامعینی‌ها از کنترل‌گر دو بخشی استفاده کرد. این دو بخش کنترلر به طور همزمان کنترل موقعیت و نیروی بازوی پیوسته را انجام می‌دهند. اولین بخش کنترلر با استفاده از الگوریتم یادگیری، به کنترل

موقعیت بازو می‌پردازد و بخش دوم کنترلر به کنترل نیرو بر پایه یک کنترل‌گر شبکه عصبی تطبیق‌پذیر می‌پردازد [۲۳].

۱-۳ تاریخچه ربات‌های نرم

در ساختار ربات‌های رایج اغلب از قطعات سخت استفاده می‌شود که باعث محدود شدن دامنه حرکت و توانایی مطابقت با محیط‌های پیچیده می‌شود، لذا محققان همواره علاقه‌مند به ساخت ربات‌های نرم‌تر هستند. مزیت ربات‌های نرم در مقایسه با ربات‌های رایج در منعطف بودن اجزای تشکیل دهنده ربات است که باعث کاهش شکنندگی و افزایش استحکام می‌شود. روش‌های گوناگونی برای ساخت ربات‌های نرم وجود دارد یکی از این روش‌ها جایگزینی محرک‌های رایج با محرک‌های نرم مانند آلیاژهای حافظه‌دار است (شکل (۱-۶)) [۲۴]. هر چند آلیاژها نرمی قابل توجهی دارند اما به دلیل نیروی تولیدی پایین، گزینه مناسبی برای استفاده در بازوها نیستند. به عنوان مثال، برای طراحی سیستمی که رفتار یک هشت پا را تقلید می‌کند، اگر در بازوی پیوسته از بدنه سیلیکونی و محرک‌هایی از جنس آلیاژ حافظه‌دار استفاده شود، انعطاف‌پذیری بالایی حاصل می‌شود؛ اما در مقابل مقاومت خمشی بسیار پایین است و سختی مورد نیاز برای استفاده درکاربردهای مختلف فراهم نمی-شود.

رویکرد دیگر جهت طراحی ربات نرم استفاده از اصول هیدرو استاتیک است؛ این نوع از ربات‌های نرم از کیسه‌هایی تشکیل شده‌اند که با کنترل فشار مایع می‌توان شکل بازو و نیرویی وارده به محیط را تغییر داد. از مزایای این نوع سیستم‌ها می‌توان به سختی مؤثر اشاره کرد که به وسیله فشار سیال کنترل می‌شود همچنین این نوع ربات‌ها بسته به فشار سیال قادر به تولید نیروهای بزرگ هستند اما به دلیل گران بودن شیرهای ورودی سیال استفاده از این نوع ربات‌ها مقرون به صرفه نیست [۲۵] [۲۶].

۱-۴ استحکام و سختی تنظیم‌پذیر

مواد هوشمند متنوعی وجود دارند که توانایی تغییر فاز از حالت جامدگون به مایع‌گون را دارا هستند. این مواد، بازو را قادر می‌سازد که از فاز جامد گون با توانایی تحمل بار تا فاز مایع‌گون با انعطاف‌پذیری بالا، تغییر ماهیت دهد. از این دست مواد می‌توان از MR[۵] و ER[۶] نام برد. این مواد از ذرات کوچک فلز

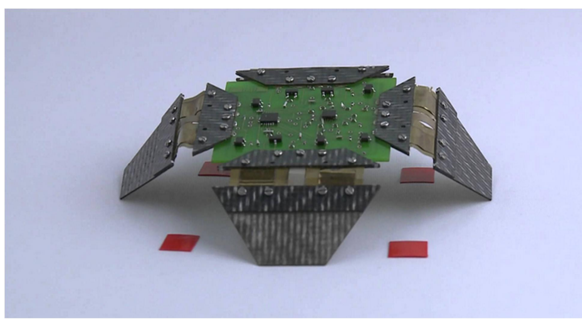
---

۵ Magnetorheological

۶ Electrorheological

با ابعادی از مرتبه میکرون، معلق در یک سیال تشکیل شده‌اند. زمانی که این سیال تحت میدان مغناطیسی یا الکتریکی قرار می‌گیرد، حالت جامدگون به خود می‌گیرد و در غیاب میدان حالت مایع-گون پیدا می‌کند. اخیراً از مایعات MR برای ایجاد میرایی تنظیم‌پذیر در سیستم تعلیق خودرو و ایجاد سختی متغیر در بدنه بازو استفاده شده است [۲۷] [۲۸]. این مواد در نرخ کرنش‌های بالا استحکام بالایی دارند، اما در شرایط شبه استاتیکی استحکام و سختی پایینی دارند.

روش دیگر برای رسیدن به سختی تنظیم پذیر استفاده از موادی است که حرارت باعث تغییر فاز آن‌ها می‌شود. از این نوع مواد می‌توان به موم و لحیم اشاره کرد [۲۹] [۳۰] [۳۱]. با این حال مواد کنترل‌پذیر حرارتی برای تغییر فاز بین حالت جامد گون و مایع گون نیاز به صرف زمان و انرژی بالایی دارند و در بسیاری از کاربردها در صنایع رباتیک استفاده از این مواد غیر منطقی می‌باشد. در جدول (۱-۱) مواد هوشمند و همچنین مواد تغییر فازپذیر که توانایی تغییر فاز بین حالت مایع گون و جامد گون را دارا هستند نمایش داده شده است. زمان لازم برای تغییر فاز بین حالت‌های جامد و مایع، انرژی بر واحد حجم مورد نیاز برای تغییر فاز و همچنین حداکثر مدول فشاری در حالت جامدگون معیارهای سنجش ارائه شده



شکل (۱-۶) ربات پیوسته اورگامی [۲۴]

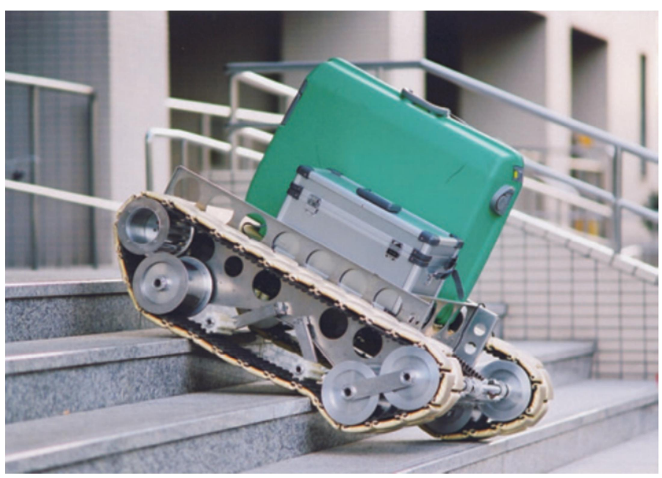
جدول (۱-۱) مقایسه مواد هوشمند در توانایی تغییر فاز [۳۲]

	زمان لازم برای تغییر فاز (s)	انرژی / حجم لازم برای تغییر فاز $\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{cm}^3}\right)$	حداکثر مدول فشاری (GPa)
سیال MR	10^{-3}	10	0.0005
سیال ER	10^{-3}	1	0.00005
مکانیزم تراکم مواد دانه‌ریز	10^{0}	1	0.01
لحیم 60Sn-40Pb	10^{1}	565	30
موم	10^{2}	120	0.05
چسب داغ	10^{2}	60	0.05

در جدول (۱-۱) می‌باشد. از بررسی مکانیزم‌های سختی متغیر ارائه شده در جدول (۱-۱) می‌توان نتیجه گرفت که تراکم مواد دانه‌ریز مطلوب‌ترین ترکیب از معیارهای فوق را دارد؛ بنابراین در این پایان‌نامه مکانیزم تراکم دانه‌ها برای به دست آوردن استحکام و سختی متغیر در بازوهای نرم مورد بررسی قرار گرفته است.

۱-۵ تاریخچه بازوهای پیوسته با مکانیزم تراکم

تراکم دانه‌ها در ربات‌ها بیشتر به عنوان روشی برای انطباق فیزیکی با محیط در حال تعامل مطرح می‌شود. یونیدا و همکاران برای اولین بار از این مکانیزم در ربات با قابلیت بالا رفتن از پله استفاده کردند. در این ربات از کیسه‌های تراکم پذیر در زیر چرخ‌های ربات استفاده شده است (شکل (۱-۷)) [۳۳]. کیسه‌های حاوی پودر در هنگام بالا رفتن از پله، شکل پله را به خود می‌گیرند و باعث ایجاد سطح تماس بیشتر با محیط می‌شوند. آمند و لیپسون برای دستیابی به ساختار تطبیقی استفاده از محفظه‌های تغییر شکل‌پذیر را مطرح کردند. استلتز و همکاران با استفاده از یک توپ با سلول‌های قابل تراکم بر روی سطح آن نوع جدیدی



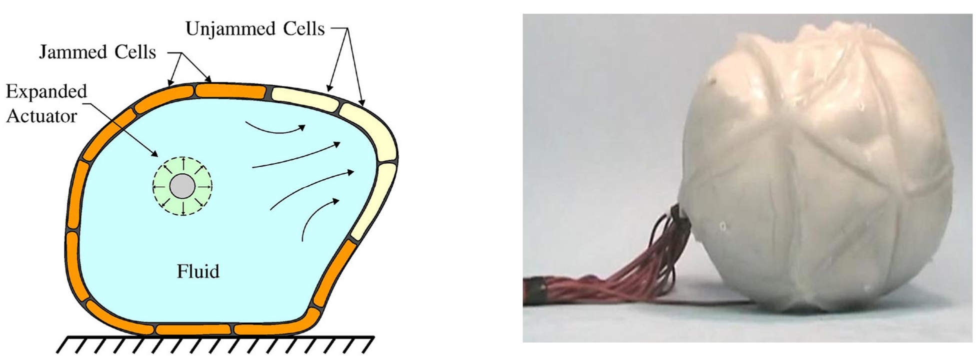
شکل (۱-۷) روبات بالارونده از پله با مکانیزم تراکم [۳۳]

از حرکت دورانی را طراحی کردند [۳۴] (شکل (۱-۸)). برخی از کارها در حوزه رباتیک بر استفاده از خاصیت تغییرفاز دانه‌ها بر اثر فشار تمرکز دارد. از این نوع ربات‌ها برای گرفتن و جابه‌جایی اجسام

استفاده می‌شود. در کارهای ابتدایی برای انطباق‌پذیری مجری نهایی با جسمی که با آن در تعامل است از محفظه‌های مواد دانه‌ریز در هر فک ربات استفاده می‌شد [۳۵] [۳۶] [۳۷] [۳۸].

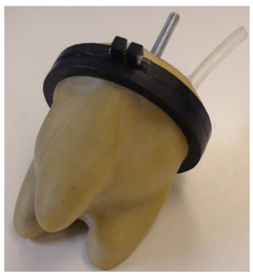
رین مولر ساخت پنجه ربات با استفاده از مکانیزم تراکم را پیشنهاد داد. نمونه‌ای از این نوع ربات‌ها در شکل (۱-۹) نمایش داده شد است [۳۶]. تاثیر فشار مثبت برای رها کردن سریع‌تر جسم و حتی پرتاب جسم گرفته شده توسط آمند مورد بررسی قرار گرفت [۳۹]. کاپیدیا پنجه رباتی با برآمدگی بر روی سطح آن را آزمایش و درصد موفقیت در جابه‌جایی اجسام مختلف را محاسبه کرد (شکل (۱-۱۰)) [۴۰]. کار بر روی ربات‌های مار شکل همراه با مکانیزم تراکم اولین بار توسط چن و همکاران ارائه شد. این بازوی از چند بخش تشکیل شده است که هر بخش از یک غشا انعطاف‌پذیر که با مواد دانه‌ریز پر شده تشکیل شده است. بخش‌ها توسط جداسازها به یکدیگر متصل شده‌اند و یک بازوی مار شکل با سختی متغیر را تشکیل داده‌اند[۴۱]

به تازگی از مکانیزم تراکم مواد دانه‌ریز در دستگاه‌های بازخورد لمسی استفاده شده است. در این دستگاه‌ها سختی رابط کاربر به وسیله مواد دانه‌ریز تغییر پیدا می‌کند [۴۱]. میتسودا و همکاران برای اولین بار یک دستگاه بازخورد لمسی پوشیدنی، با مکانیزم تراکم طراحی کردند [۴۲]. نمونه‌های از سیستم‌های لمسی که از پدیده تراکم دانه‌ها استفاده می‌کنند در شکل (۱-۱۲) نمایش داده شده است. موارد ذکر شده تنها نمونه‌هایی از کاربردهای تراکم دانه در خارج محیط آزمایشگاه است. استفاده از پدیده تراکم دانه‌ها روز به روز در حوزه رباتیک در حال افزایش است.



شکل (۱-۸) بازوی پیوسته با پوسته تراکم پذیر و استفاده از سیال به عنوان محرک [۳۴]

شکل (۱-۹) نمونه از استفاده از پدیده تراکم در پنجه ربات [۳۶]



شکل (۱-۱۰) استفاده از پدیده تراکم در مجری نهایی [۴۰]

شکل (۱-۱۱) بازوی پیوسته مار شکل با مکانیزم تراکم [۳۲]

(الف) (ب)

(ج) (د)

شکل (۱-۱۲) نمونه‌ای از دستگاه‌های بازخورد لمسی (الف) لنز شفاف قابل‌لمس (ب) خاک رس مجازی (ج) تلفن‌های همراه تغییر شکل‌پذیر (کنترل تلویزیون) (د) تلفن‌های همراه تغییر شکل‌پذیر (حالت ساعت) [۴۲]

۱-۶ تاریخچه مدل‌های عددی و شبیه‌سازی پدیده تراکم دانه‌ها

تکنیک‌های محاسباتی نقش برجسته‌ای در تجزیه و تحلیل رفتار توده دانه‌ها دارند. اولین موارد استفاده از کامپیوترها در تحلیل رفتار دانه‌ها مربوط به مطالعه تاثیر کسر حجمی دانه‌ها در نزدیک نقطه تغییر فاز بود [۴۳]. نتایج حاصل از شبیه‌سازی مشخص می‌کرد که در چه کسر حجمی پدیده تراکم اتفاق می‌افتد. همچنین مطالعاتی نیز در زمینه خواص هارمونیک سیستم در نقطه تغییر فاز انجام شده است[۴۴]. هر دو این شبیه‌سازی‌ها بر روی ذرات بدون اصطکاک انجام شده است. اخیراً با توسعه نرم‌افزارهای شبیه‌سازی که توانایی مدل کردن اصطکاک بین ذرات را دارند پیش‌بینی رفتار چنین سیستم‌هایی ممکن شده است [۴۵].

یکی از روش‌های مدل کردن توده دانه‌ها استفاده از روش المان گسسته[۷] است. این روش ابزاری قدرتمند برای شبیه‌سازی توده دانه‌ها می‌باشد که در مکانیک خاک و مطالعه جریان دانه‌ها بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۴۶]. روش المان گسسته برای اولین بار توسط کاندل در سال ۱۹۷۹ ارائه شد، این روش رفتار توده دانه‌ها را از طریق تعامل ذرات گسسته و نیروهای دافعه ناشی از برخورد ذرات شبیه‌سازی می‌کنند [۴۷]. مدل‌های اولیه در مقیاس کوچک $n < 10000$ و در دو بعد بودند که شبیه‌سازی سیستم‌هایی مانند قیف‌های کوچک، ظروف تفکیک بر اساس اندازه و آسیاب‌ها را ممکن می‌ساخت [۴۸] [۴۹] [۵۰]. امروزه با وجود کامپیوترهای پر سرعت شبیه‌سازی سیستم‌های بزرگ در سه بعد و در ابعاد میلیون‌ها ذره امکان‌پذیر شده است.

مطالعات مرتبطی در زمینه دینامیک محاسباتی سیالات[۸] انجام شده، در این مطالعات روش‌های مبتنی بر المان گسسته با قوانین دینامیک سیالات ترکیب و در شبیه‌سازی جریان ذرات در یک مایع حامل استفاده می‌شود. از کاربردهای تراکم دانه‌ها در حوزه دینامیک محاسباتی سیالات می‌توان از حرکت سیال گونه ذرات به سبب هوای تحت فشار و یا ذرات معلق در یک سیال نام برد. کار بر روی شبیه‌سازی‌های مبتنی بر دینامیک محاسباتی سیالات به طور خاص در زمینه حرکت سیال گونه دانه‌ها می‌تواند در مدل‌سازی رفتار دانه‌های تحت تراکم سودمند باشد [۵۱] [۵۲].

شبیه‌سازی دانه‌ها بر اساس روش المان گسسته اطلاعات بسیار مفید برای ارزیابی عملکرد سیستم ارائه می‌دهند با این حال زمان محاسباتی بالا و عدم وجود اطلاعات دقیق آزمایشگاهی برای اعتبار

---

[۷] Discrete Element Method

[۸] Computational fluid dynamics

سنجی چنین شبیه‌سازی‌های دو مشکل اصلی این روش است. در این پایان‌نامه شبیه‌سازی ذرات در یک غشای انعطاف‌پذیر، تحت تغییر شکل‌های بزرگ و در سه بعد با حداقل ۱۰۰۰۰۰ ذره از شکل‌ها و اندازه‌ها مختلف مورد نظر است، این چنین سیستمی نیاز به پردازنده‌ای با توان محاسباتی خارق‌العاده‌ای دارد؛ در نتیجه شبیه‌سازی چنین سیستم‌های با روش المان گسسته عملاً غیر ممکن است.

به طور کلی مدل‌های مطرح شده برای مواد دانه‌ریز به سه‌شاخه اصلی تقسیم می‌شوند:

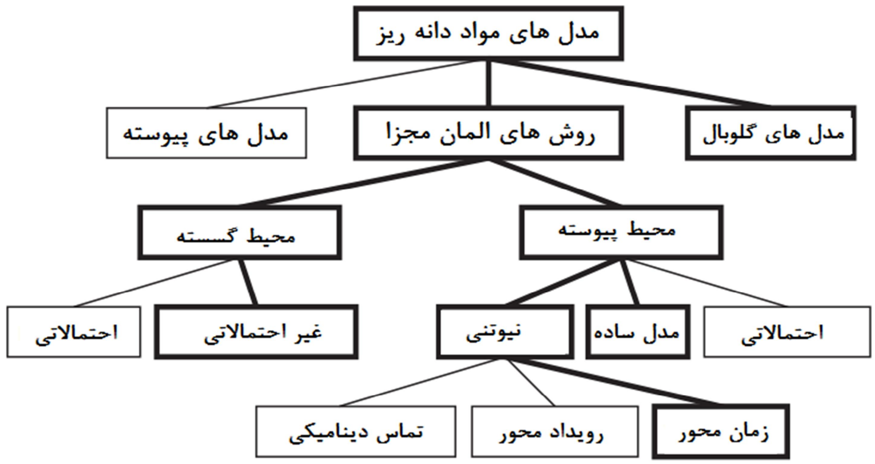
۱- مدل‌های پیوسته: در این مدل‌ها توده دانه‌ها به صورت یک جسم پیوسته فرض می‌شود و هر نقطه از این جسم با پارامترهایی مانند فشار، سرعت و ... توصیف می‌شود.
۲- مدل المان مجزا: در این مدل رفتار توده دانه‌ها از برآیند رفتار تک تک ذرات حاصل می‌شود.

۲-۱- محیط گسسته: در این نوع مدل‌ها ذرات در محیط‌های مجزا حرکت می‌کنند. قوانین حاکم درحرکت ذرات در این محیط می‌تواند احتمالاتی را غیر احتمالاتی باشد

۲-۲- محیط پیوسته: در این مدل ذرات در محیطی پیوسته حرکت می‌کنند. در مدل نیوتن هر ذره از قوانین حرکت نیوتن تبعیت می‌کند. مدل نیوتن می‌تواند رویداد محور باشد در این نوع مدل‌ها زمان انجام فرآیند مهم نیست و واکنش ذرات مبنا قرار می‌گیرد

۳- مدل گلوبال: در مدل گلوبال رفتار مواد دانه‌ریز با پارامترهای میانگین توصیف می‌شود مانند ضریب اصطکاک میانگین، فشار میانگین و...

در شکل (۱-۱۳) نمودار درختی مدل‌های دینامیکی دانه‌ها نمایش داده شده است. بسته به موضوع مورد مطالعه هر یک از این مدل‌ها انتخاب می‌شود. اگر تعداد دانه‌ها بیش از 10^6 باشد مدل پیوسته پیشنهاد می‌شود، در این پایان‌نامه با توجه به ابعاد و تعداد دانه‌ها از مدل پیوسته برای تحلیل رفتار بازو استفاده شده است. در فصل چهارم بیشتر در مورد این مدل بحث می‌شود



شکل (۱-۱۳) مدل‌های دینامیکی برای توصیف رفتار توده مواد دانه‌ریز

۱-۷ نوآوری پایان‌نامه

بازوهای ساختار پیوسته در دو جهت توسعه یافته‌اند یکی استفاده از کابل و دیگری استفاده از عملگری‌های بادی به عنوان قوای محرکه بازو. اخیراً نیز ایده استفاده از مواد دانه‌ریز برای رسیدن به سختی متغیر مورد توجه قرارگرفته است. در این بازوها مواد دانه‌ریز در محفظه‌ای قرارگرفته‌اند که با تغییر فشار داخل محفظه سختی بازو تغییر پیدا می‌کند. بازو در حالت خلأ بالاترین سختی و در فشار اتمسفر حالت مایع‌گون به خود می‌گیرد. تحقق نرمی کافی برای بازوان رباتیک می‌تواند از تنظیم مکش ایجاد گردد. مواد دانه‌ریز بازو را قادر می‌سازد که در حالت جامدگون به یک بازو صلب با قابلیت تحمل بار تبدیل شود و در زمانی که نیاز به درجه آزادی بالا است بازو به حالت مایع گون تغییر فاز دهد. اگرچه اغلب کارهای صورت گرفته رویکردی تجربی داشته‌اند، استفاده از مواد دانه‌ریز بدون تحلیل تغییر فاز در مودهای فشاری و مکشی کنترل دقیقی از محرکه را ارائه نمی‌دهد. در این رساله هدف به دست آوردن مدلی جامع برای بازوی ساختار پیوسته کابلی همراه با مکانیزم مکش است.

فصل دوم

مدل‌سازی سینماتیک بازوی پیوسته کابلی

۲-۱ سینماتیک بازوی پیوسته کابلی

برای توصیف حرکت بازوی پیوسته در فضای کاری به مدل سینماتیکی نیاز است که رابطه بین متغیرهای پیکربندی (شکل ستون فقرات)، فضای کاری (مختصات مجری نهایی بازو) و فضای محرک‌ها (طول تاندون‌ها و ماهیچه‌ها) را توصیف کند. بازوهای پیوسته به دلیل اینکه می‌توانند شکل خود را در هر نقطه از طول بازو تغییر دهند، مدل‌های سینماتیکی پیچیده‌تری نسبت به ربات‌های رایج دارند. ربات‌های رایج تنها در نقاط محدودی قابلیت تغییر در پیکربندی خود را دارا هستند (در مفاصل که بین دو لینک صلب قرارگرفته‌اند) اما بازوهای پیوسته دارای بینهایت مفصل مجازی هستند و قابلیت تغییر شکل در هر یک از این نقاط را دارا هستند. در ربات‌های رایج روش شناخته‌شده دنویت-هارتنبرگ برای به دست آوردن مدل سینماتیکی بازو استفاده می‌شود. در بازوهای پیوسته تغییر شکل پیوسته در طول بازو باید در مدل سینماتیکی گنجانده شود. برای این منظور دو استراتژی برای بیان مدل سینماتیکی ارائه شده است. در استراتژی اول روش غیرمستقیم، فرض می‌شود که بازو پیوسته از مفاصل مجازی تشکیل شده است و سپس با استفاده روش دنویت هارتنبرگ به بیان رابطه بین فضای کاری و فضای مفصلی پرداخته شده است. استراتژی دوم روش مستقیم است، فلسفه روش مستقیم این است که ستون فقرات بازو پیوسته مانند یک منحنی پیوسته رفتار می‌کند. در ادامه به تشریح هرکدام از این دو استراتژی پرداخته می‌شود.

۲-۲ روش مستقیم

در این روش ستون فقرات بازو پیوسته مانند یک منحنی در فضا در نظر گرفته می‌شود. دستگاه مختصات مرجع در تکیه‌گاه بازو قرار دارد. بردار موقعیت در نقطه σ در طول ستون فقرات بازو با استفاده از رابطه (۲-۱) بیان می‌شود

$$P(\sigma,t)^0 = \int_0^\sigma \varphi(\eta,t)\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} d\eta \tag{۲-۱}$$

در رابطه (۲-۱) راستای ستون فقرات در امتداد محور x قرار دارد. برای یک بخش از بازو پیوسته با انحنای ثابت در صفحه، ماتریس دوران φ به‌صورت رابطه (۲-۲) تعریف می‌شود

$$\varphi^0(\sigma,t) = \left[R_z^{orientation}\right] = \begin{bmatrix} \cos(\int_0^\sigma k d\eta) & -\sin(\int_0^\sigma k d\eta) & 0 \\ \sin(\int_0^\sigma k d\eta) & \cos(\int_0^\sigma k d\eta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(۲-۲)

در رابطه (۲-۲) k معرف انحنا بازو است. با قرار دادن رابطه (۲-۲) در رابطه (۲-۱) و انتگرال‌گیری رابطه (۲-۳) برای بردار موقعیت نقطه σ به دست می‌آید

$$P(\sigma,t)^0 = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{k}\right)\{\cos(k\sigma)-1\} \\ \left(\frac{1}{k}\right) sin(k\sigma) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۳-۲)$$

در نتیجه ماتریس تبدیل همگن طبق رابطه (۲-۴) به دست می‌آید

$$[H_3^0] = \begin{bmatrix} \varphi^0(\sigma,t) & P(\sigma,t)^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۴-۲)$$

این مدل توسط سوزوکی و موچییاما [۵] توسعه پیدا کرد. مدل مذکور زمانی که بازو صاف و بدون انحنا در فضا قرار دارد دارای نقطه تکین است.

۲-۳ روش غیرمستقیم

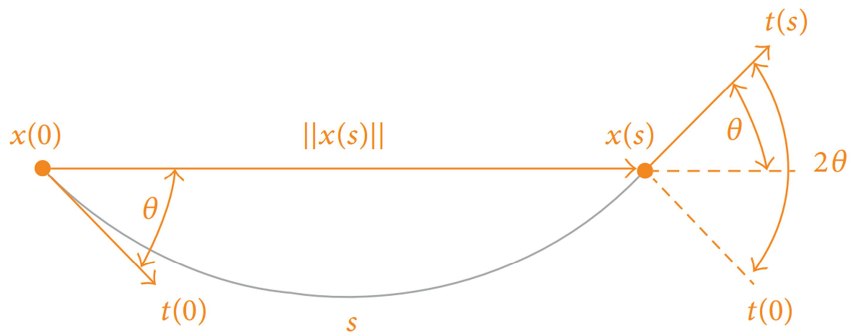
۲-۳-۱ سینماتیک غیر مستقیم با استفاده از روش انحنای ثابت [۵۳]

در این روش با ثابت در نظر گرفتن انحنا در هر بخش از بازوی پیوسته به توصیف روابط سینماتیکی پرداخته شده است. تغییراتی که در حین گذار از ابتدا تا انتهای انحنا اتفاق می‌افتد در سه مرحله توصیف می‌شود

۱. چرخش دستگاه مختصات در ابتدا انحنا، به‌اندازه زاویه θ تا در امتداد نقطه انتهای انحنا قرار گیرد

۲. جابه‌جایی به‌اندازه||x(s)|| (فاصله بین نقطه ابتدایی و انتهایی)

۳. چرخش با همان اندازه زاویه θ تا دستگاه مختصات بر منحنی مماس شود



شکل (۲-۱) هندسه یک انحنای ثابت در صفحه

این تغییرات در شکل (۲-۱) نمایش داده شده است. با توجه به این تغییرات می‌توان سه مفصل مجازی برای این حرکت در نظر گرفت. حرکت اول و سوم با مفصل لولایی و حرکت دوم را با یک مفصل کشویی توصیف می‌شود. با استفاده از این روش یک بخش از بازوی پیوسته صفحه‌ای را می‌توان مانند ربات‌های رایج تحلیل کرد. در جدول (۲-۱) پارامترهای $D-H$ نمایش داده‌شده است

جدول (۲-۱) جدول دنویت هارتنبرگ برای بازوی پیوسته صفحه‌ای

لینک	θ	d	a	α
1	*	0	0	-90
2	0	*	0	90
3	*	0	0	0

ماتریس همگن انتقال طبق جدول (۲-۱) به‌صورت رابطه (۲-۵) به دست می‌آید

$$[H_3^0] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1+\theta_3) & -\sin(\theta_1+\theta_3) & 0 & -d_2\sin(\theta_1) \\ \sin(\theta_1+\theta_3) & \cos(\theta_1+\theta_3) & 0 & d_2\sin(\theta_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(۲-۵)

با توجه به شکل (۲-۱) رابطه بین متغیرهای مفصلی و هندسی طبق روابط (۲-۶) به دست می‌آید

$$k = \frac{1}{radius} \qquad d_2 = \|x(s)\| \qquad \theta_1 + \theta_3 = 2\theta \tag{۲-۶}$$

با توجه به اینکه انحنا ثابت است طول کمان طبق رابطه (۲-۷) محاسبه می‌شود

$$s = r(2\theta) = \frac{2\theta}{k} = \frac{\theta_1 + \theta_3}{k} \tag{۲-۷}$$

همچنین طول وتر طبق رابطه (۲-۸) به دست می‌آید

$$\frac{\|x(s)\|}{2} = \frac{d_2}{2} = r\sin(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{k} \tag{۲-۸}$$

با توجه روابط (۲-۷) و (۲-۸) به روابط (۲-۹) و (۲-۱۰) به دست می‌آید

$$(\theta_1 + \theta_3) = sk \tag{۲-۹}$$

$$d_2 = \frac{2\sin(\theta)}{k} \tag{۲-۱۰}$$

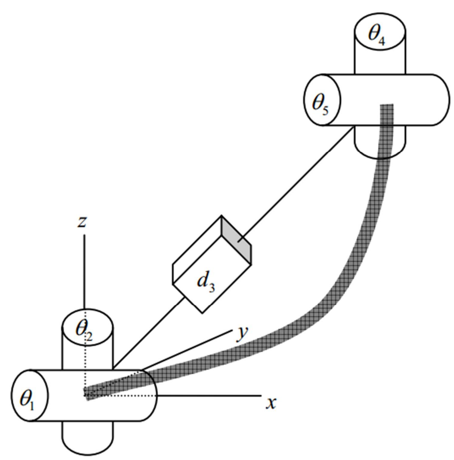
با قرار دادن روابط (۲-۹) و (۲-۱۰) در رابطه (۲-۵) ماتریس تبدیل همگن به‌صورت تابعی از متغیرهای هندسی به دست می‌آید

$$\left[H_3^0\right] = \begin{bmatrix} \cos(sk) & -sin(sk) & 0 & (\frac{1}{k})\{\cos(sk)-1\} \\ sin(sk) & \cos(sk) & 0 & (\frac{1}{k})\sin(sk) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{۲-۱۱}$$

رابطه (۲-۱۱) توصیف‌کننده رابطه بین فضای هندسی و فضای کار است. ماتریس ۳ در ۳ سمت چپ بیانگر ماتریس دوران و ماتریس ۳ در ۱ توصیف‌کننده حرکت انتقالی است. باید توجه داشت که رابطه

(۲-۱۱) مانند آنچه در ربات‌های رایج مشاهده می‌شود محدود به ابتدا و انتهای یک لینک نیست بلکه s طول کمان، مقداری دلخواه است و ماتریس تبدیل رابطه (۲-۱۱) این توانایی را دارد که موقعیت هر نقطه از ستون فقرات بازو پیوسته را در فضای کار مشخص کند؛ بنابراین روش $D-H$ که سابقاً برای ربات‌ها با مفصل مجزا استفاده می‌شد اکنون این قابلیت را دارد که برای بازوی پیوسته نیز مورد استفاده قرار گیرد. مدل مذکور فقط برای یک بخش از بازوی پیوسته محاسبه شد اما برای بازوی چند بخشی نیز به راحتی با ضرب کردن متوالی ماتریس‌های تبدیل قابل محاسبه است. مدل سه بعدی یک انحنای ثابت در فضا نیز با اضافه کردن دو مفصل لولایی در ابتدا و انتهای انحنای صفحه‌ای به دست می‌آید. در شکل (۲-۲) یک منحنی انحنای ثابت در فضا نمایش داده‌شده است. جدول پارامترهای $D-H$ برای فضای سه‌بعدی طبق جدول (۲-۲) بیان می‌شود.

در جدول (۲-۲) پارامترهایی که ستاره‌دار هستند بیان‌گر فعال بودن مفصل هستند و همچنین لینک‌هایی که شماره زده نشده‌اند جهت‌گیری بازو در جهت محور z نشان می‌دهند. ماتریس تبدیل همگن متناظر با جدول (۲-۲) در رابطه (۲-۱۲) نمایش داده شده است. در رابطه (۲-۱۲) $c_i \triangleq \cos\theta_i$ و $s_i \triangleq \sin\theta_i$ می‌باشند. لازم به ذکر است که دو متغیر مفصلی ابتدایی با دو متغیر مفصلی انتهایی کوپل هستند ($\theta_2=\theta_4$ و $\theta_5=\theta_1+\pi$).



شکل (۲-۲) هندسه یک انحنا در فضای سه‌بعدی

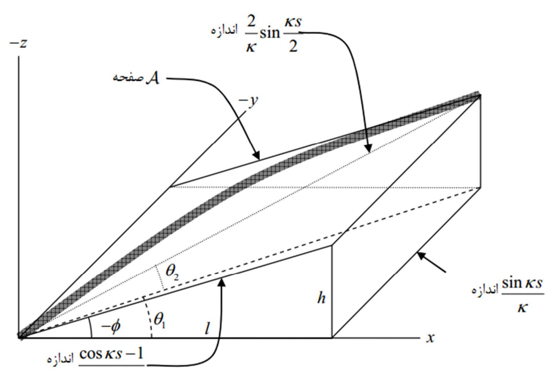
جدول (۲-۲) پارامترهای هندسی در فضای سه بعدی

لینک	θ	d	a	α
-	0	0	0	90
1	θ_1^*	0	0	90
2	$\theta_2^*+\frac{\pi}{2}$	0	0	90
3	0	d_1^*	0	-90
4	$\theta_4^*-\frac{\pi}{2}$	0	0	-90
5	θ_5^*	0	0	0
-	0	0	0	-90

$$H_5^0=\begin{bmatrix} -c_1s_2s_4c_5+c_1c_2c_4c_5-s_1s_5 & c_1s_2s_4s_5-c_1c_2c_4s_5-s_1c_5 & -c_2s_4c_1+s_2c_4 & c_1c_2d_3 \\ -s_1s_2s_4c_5+s_1c_2c_4c_5+c_1s_5 & -s_1s_2s_4s_5+s_1c_2c_4s_5-c_1c_5 & -s_1c_2s_4+s_2c_4 & s_1c_2d_3 \\ (c_2s_4+s_2c_4)s_5 & -(c_2s_4+s_2c_4)s_5 & c_2c_4-s_2s_4 & s_2d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(۱۲-۲)

مرحله بعدی یافتن ارتباط بین متغیرهای مفصلی با متغیرهای هندسی s، k و γ برای یک بخش از بازوی پیوسته است که در ادامه به بیان آن پرداخته می‌شود. با توجه به رابطه (۱۱-۲) مختصات X و Y برابر است با $\left(\frac{\cos ks-1}{k},\frac{\sin ks}{k}\right)$ همچنین فاصله پایه تا مجری نهایی برابر است با $d=\frac{2}{k}sin(\frac{sk}{2})$ این مقادیر در شکل (۲-۳) نمایش داده‌شده‌اند.



شکل (۲-۳) نمایش ارتباط بین پارامترهای $D-H$ و پارامترهای هندسی بازوی پیوسته

با توجه به شکل (۲-۳) و در نظر گرفتن مثلثی که در صفحه xy قرار دارد روابط (۲-۱۳) و (۲-۱۴) به دست می‌آید

$$\tan\theta_1 = \frac{\frac{\sin ks}{k}}{l} \tag{۱۳-۲}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{h}{\frac{\cos ks - 1}{k}} \tag{۱۴-۲}$$

مقادیر h و l نیز بر حسب متغیرهای هندسی قابل محاسبه هستند. با توجه به شکل (۲-۳) روابط مثلثاتی

$\sin(-\phi) = \frac{\mathrm{h}}{\frac{\cos ks-1}{k}}$ و $\cos(-\phi) = \frac{\mathrm{l}}{\frac{\cos ks-1}{k}}$ برقرار است با قرار دادن مقادیر l و h در روابط (۲-۱۳) و (۲-۱۴) روابط (۲-۱۵) و (۲-۱۶) به دست می‌آید

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{\tan\left(\frac{ks}{2}\right) cos\gamma}\right) \tag{۱۵-۲}$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{ks}{2}\right)\sin\gamma\right) \tag{۱۶-۲}$$

دو دوران θ_4 و θ_5 تکرار دو دوران اولیه هستند بنابراین $\theta_4 = \theta_2$ و $\theta_5 = \theta_1 + \pi$ مقدار π به این دلیل به θ_1 اضافه شده تا بازو در جهت $-Y$ خمش داشته باشد. در نهایت تابعی که متغیرهای مفصلی را به متغیرهای هندسی مربوط می‌کند در رابطه (۲-۱۷) نمایش داده‌شده است.

$$
\begin{bmatrix}\theta_1 & \theta_2 & d_3 & \theta_4 & \theta_5\end{bmatrix}^T = f_1(s,k,\gamma) = \begin{bmatrix} \tan^{-1}\left(\dfrac{\cos(\frac{ks}{2})}{-\sin(\frac{ks}{2})\cos\gamma}\right) \\ \sin^{-1}(\sin(\frac{ks}{2})\sin\gamma) \\ \dfrac{2}{k}\sin(\frac{ks}{2}) \\ \sin^{-1}(\sin(\frac{ks}{2})\sin\gamma) \\ \tan^{-1}\left(\dfrac{\cos(\frac{ks}{2})}{-\sin(\frac{ks}{2})\cos\gamma}\right) \end{bmatrix} \tag{۱۷-۲}
$$

با قرار دادن رابطه (۲-۱۷) در رابطه (۲-۱۲)، رابطه (۲-۱۸) برای ماتریس همگن انتقال برای یک بخش از بازوی پیوسته در فضا به دست می‌آید.

$$
H_5^0 = \begin{bmatrix} \cos^2\gamma(\cos ks - 1) + 1 & \sin\gamma\cos\gamma(\cos ks - 1) & -\cos\gamma\sin ks & \dfrac{\cos\gamma(\cos ks - 1)}{k} \\ \sin\gamma\cos\gamma(\cos ks - 1) & \cos^2\gamma(\cos ks - 1) + \cos ks & -\sin\gamma\sin ks & \dfrac{\sin\gamma(\cos ks - 1)}{k} \\ \cos\gamma\sin ks & \sin\gamma\sin ks & \cos ks & \dfrac{\sin ks}{k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{۱۸-۲}
$$

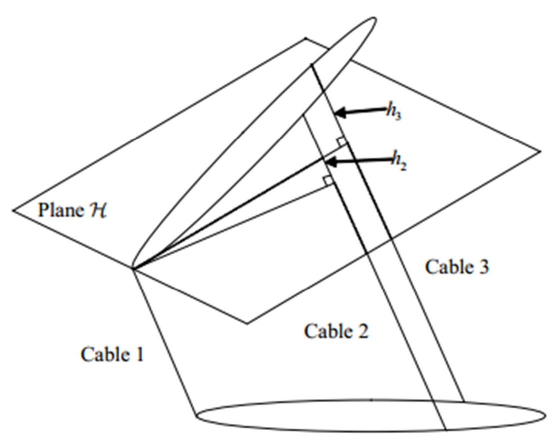
بنابراین با تجزیه بازوی پیوسته به بینهایت لینک صلب مجازی می‌توان از الگوی اصلاح شده $D-H$ برای ارتباط دادن مختصات مجری نهایی به متغیرهای هندسی بازو استفاده کرد. برای ربات‌های رایج ماتریس همگن انتقال تنها به d و θ وابسته است؛ اما برای بازوی پیوسته به تابع f_1 نیاز است که ماتریس همگن انتقال را به متغیرهای هندسی مربوط کند. در ادامه تابع f_2 که ارتباط دهنده تغییر طول کابل‌ها و متغیرهای هندسی است پرداخته می‌شود. برای کنترل بازوی پیوسته نیاز به مدلی سینماتیکی است که متغیرهای هندسی را به ورودی‌های محرک مربوط کند. در این بخش مدل سینماتیکی برای بازوی پیوسته با عملگرهای کابلی که با زاویه ۱۲۰ درجه از هم قرار گرفته‌اند، محاسبه شده است. طول کابل‌ها l_1، l_2 و l_3 و d فاصله مرکز ستون فقرات بازو تا محل اتصال کابل‌ها

می‌باشد و n نیز بیان‌گر تعداد واحدها در هر بخش از بازو می‌باشد. محاسبات پیش رو رابطه بین s طول کمان، k انحنا و γ زاویه انحنا را با طول کابل‌ها مشخص می‌کند.

۲-۳-۲ محاسبه طول انحنا در حالت انحنای ثابت

یک واحد از یک بخش از بازوی پیوسته در شکل (۲-۴) نمایش داده شده است. در شکل (۲-۴) سه کابل با زوایای ۱۲۰ درجه نسبت به یکدیگر دو واحد از یک بخش را به یکدیگر متصل کرده‌اند. در شکل (۲-۴) صفحه H از نقطه اتصال کابل ۱ می‌گذرد به‌طوری که بر دو کابل دیگر نیز عمود است. لازم به ذکر است که هر سه کابل موازی یکدیگر هستند.

انحنا بازو با داشتن مقدار h_c قابل محاسبه است. ارتفاع نقطه c تا صفحه H در شکل (۲-۸) نمایش داده شده است. یافتن مقدار h_c نیاز به دانستن ارتفاع محل اتصال کابل‌های دوم و سوم تا صفحه H دارد. ارتفاع h_2 و h_3 با توجه به موازی بودن کابل‌ها با یکدیگر طبق روابط (۲-۱۹) و (۲-۲۰) قابل محاسبه هستند.



شکل (۲-۴) خمش در یک بخش از بازوی پیوسته

$$h_2 = \frac{l_2 - l_1}{2n} \quad (۱۹-۲)$$

$$h_3 = \frac{l_3 - l_1}{2n} \quad (۲۰-۲)$$

لازم به ذکر است چون صفحه H از نقطه ۱ عبور می‌کند در نتیجه h_1 صفر می‌باشد. مقادیر $\mathrm{a} = \frac{2\mathrm{d}}{\sqrt{3}}$ و $\mathrm{b} = \frac{\mathrm{d}\sqrt{3}}{2}$ در شکل (۲-۵) نمایش داده شده است. در شکل (۲-۶) نمای دو بعدی عمود بر صفحه A، نمایش داده شده است. m نقطه میانی بین کابل ۱ و کابل ۲ است و مقدار آن طبق روابط تالس به‌صورت روابط (۲-۲۱) و (۲-۲۲) قابل محاسبه است.

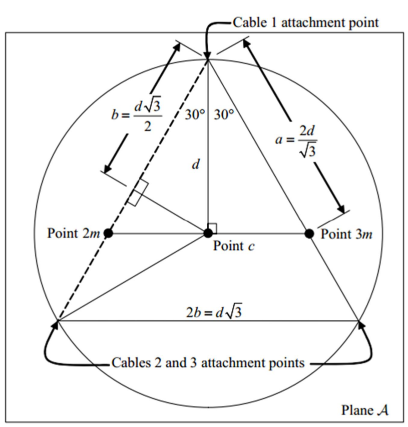
$$h_{2m} = \frac{l_2 - l_1}{3n} \tag{۲-۲۱}$$

$$\mathrm{h}_{3\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{l}_3 - \mathrm{l}_1}{3\mathrm{n}} \tag{۲-۲۲}$$

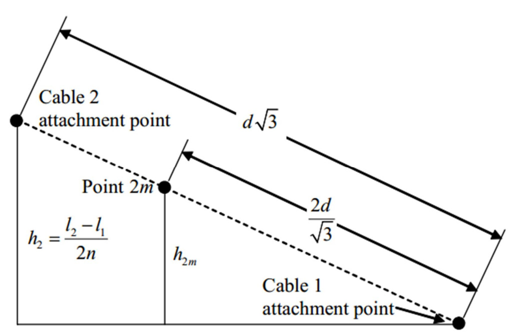
نقطه h_c بین نقطه h_2 و h_3 قرار گرفته است. پس ارتفاع نقطه h_c برابر میانگین ارتفاع این دو نقطه است.

$$h_c = \frac{l_3 + l_2 - 2l_1}{6n} \tag{۲-۲۳}$$

هر بخش از بازوی پیوسته از n واحد تشکیل شده است که با اندازه مساوی تقسیم شده‌اند. پس انحنا در هر واحد از بازوی پیوسته ثابت باقی می‌ماند. انحنا یک بخش از بازو طبق رابطه (۲-۲۴) تعریف می‌شود.



شکل (۲-۵) نمای بالا از ستون فقرات بازو پیوسته



شکل (۲-۶) نمای دو بعدی عمود بر صفحه A

$$k = \frac{1}{r_\gamma} \tag{۲-۲۴}$$

در رابطه (۲-۲۴) r_γ شعاع انحنا می‌باشد. با توجه به شکل (۲-۷) کابل مجازی $\frac{l_c}{n}$ در مرکز سطح مقطع بازو از ابتدا تا انتهای یک واحد کشیده شده است. در شکل (۲-۷) مثلثی را در نظر بگیرید که ضلع‌های آن $\frac{1}{k}$ و $\frac{l_c}{n}$ و زاویه بین این دو ضلع β است. برای محاسبه k_1، صفحه B که بر صفحه A عمود است را به اندازه 90 درجه تا نقطه اتصال کابل اول دوران داده می‌شود، پس صفحه جدید شامل l_1 و $\frac{l_c}{n}$ است. در شکل (۲-۸) صفحه B بعد از دوران نمایش داده شده است. طول کابل مجازی $\frac{l_c}{n}$ طبق رابطه (۲-۲۵) محاسبه می‌شود

$$\frac{l_c}{n} = \frac{l_1}{n} + 2h_c \tag{۲-۲۵}$$

در رابطه (۲-۲۵) $\frac{l_1}{n}$ طول کابل اول در یک واحد و h_c ارتفاع کابل مجازی تا صفحه H می‌باشد. با نوشتن رابطه تالس برای مثلث کوچک‌تر در شکل (۲-۸) رابطه $\frac{h_c}{d} = \frac{h_c + \frac{l_1}{2n}}{r_1}$ به دست می‌آید. با جایگذاری در رابطه (۲-۲۳) شعاع انحنا مربوط به کابل یک برابر است با $r_1 = \frac{d(l_1+l_2+l_3)}{l_2+l_3-2l_1}$ درنتیجه انحنا طبق رابطه (۲-۲۶) محاسبه می‌شود

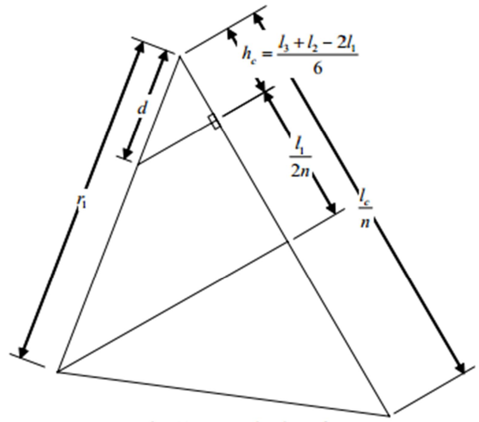
$$k_1 = \frac{l_2 + l_3 - 2l_1}{d(l_1 + l_2 + l_3)} \tag{۲-۲۶}$$

با طی کردن روندی مشابه و با فرض $h_2 = 0$ رابطه (۲-۲۷) محاسبه شود

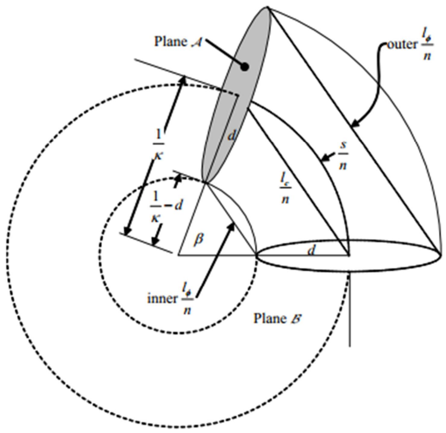
$$k_2 = \frac{l_1 + l_3 - 2l_2}{d(l_1 + l_2 + l_3)} \tag{۲-۲۷}$$

و با در نظر گرفتن $h_3 = 0$ رابطه (۲-۲۸) به دست می‌آید

$$k_3 = \frac{l_1 + l_2 - 2l_3}{d(l_1 + l_2 + l_3)} \tag{۲-۲۸}$$



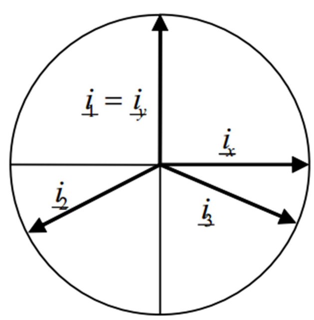
شکل (۲-۸) صفحه B بعد از دوران



شکل (۲-۷) خمش در یک بخش از بازوی پیوسته

۲-۳-۳ محاسبه k و γ انحنا و زاویه انحنا برای یک بخش

برای تبدیل انحنا k_i هر کابل، به انحنا کلی بازو k از تبدیل دستگاه مختصات استفاده می‌کنیم. کابل‌های ۱،۲ و ۳ با زوایای ۹۰، ۲۱۰ و ۳۰- نسبت به محور x قرارگرفته‌اند. ماتریس تبدیل تغییر پایه‌ها طبق رابطه (۲-۲۹) به دست می‌آید.



شکل (۲-۹) بردارهای واحد در دستگاه مختصات قطبی

$$B = \begin{bmatrix} \cos(210^\circ) & \sin(210^\circ) \\ \cos(-30^\circ) & \sin(-30^\circ) \end{bmatrix} \tag{۲-۲۹}$$

پایه‌های جدید در دستگاه مختصات جدید طبق رابطه (۲-۳۰) به دست می‌آید

$$[k_x \quad k_y] = B^{-1}[k_1 \quad k_2] \tag{۲-۳۰}$$

با جایگذاری روابط (۲-۲۷) و (۲-۲۸) در معادلات $\gamma = tan^{-1}(\frac{k_y}{k_x})$ و $k_\gamma = \sqrt{{k_y}^2 + {k_x}^2}$ روابط (۲-۳۱) و (۲-۳۲) به دست می‌آید

$$k = 2\frac{\sqrt{l_1^2 + l_1^2 + l_1^2 - l_1 l_2 - l_2 l_3 - l_1 l_3}}{d(l_1 + l_2 + l_3)} \quad (۳۱\text{-}۲)$$

$$\gamma = \tan^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{3}\frac{l_2 + l_3 - 2l_1}{l_2 - l_3}) \quad (۳۲\text{-}۲)$$

۲-۳-۴ محاسبه طول کمان s در یک بخش

هر بخش از بازو دارای n واحد است و طول واحدها با یکدیگر برابر است؛ بنابراین فقط یک واحد از طول کابل را در نظر گرفته می‌شود که مقدارش $\frac{s}{n}$ می‌باشد. شکل (۲-۷) خمش در یک واحد از بازو پیوسته را نمایش می‌دهد. از رابطه (۲-۲۵)، $l_c = l_1 + 2nh_c$ به دست می‌آید. با جایگذاری در رابطه (۲-۲۳)، رابطه (۲-۳۳) برای محاسبه طول کابل مجازی l_c دست می‌آید

$$l_c = \frac{l_3 + l_2 + \ l_1}{3} \quad (۳۳\text{-}۲)$$

زاویه β برای دایره بیرونی شکل (۲-۱۰) طبق رابطه (۲-۳۴) محاسبه می‌شود

$$\beta = \frac{ks}{n} \quad (۳۴\text{-}۲)$$

مثلث میانی در شکل (۲-۷) به طور واضح‌تر در شکل (۲-۱۰) نمایش داده شده است. با استفاده از روابط مثلثاتی معادله (۲-۳۵) به دست می‌آید

$$\sin(\frac{\beta}{2}) = \frac{\frac{l_c}{2n}}{\frac{l}{k}} \quad (۳۵\text{-}۲)$$

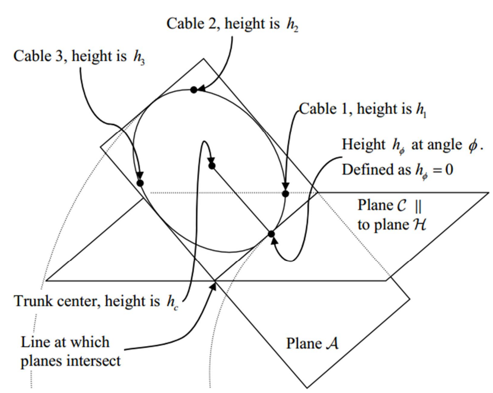
با جایگذاری رابطه (۲-۳۵) در معادله (۲-۳۴) و جایگذاری مقادیر k و γ بر حسب طول کابل‌ها رابطه (۲-۳۶) برای محاسبه طول انحنا یک واحد از بازوی پیوسته محاسبه می‌شود

$$s = \frac{nd(l_1 + l_2 + l_3)}{\sqrt{l_1^2 + l_1^2 + l_1^2 - l_1 l_2 - l_2 l_3 - l_1 l_3}} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1 l_2 - l_2 l_3 - l_1 l_3}}{3nd}\right) \quad (۳۶\text{-}۲)$$

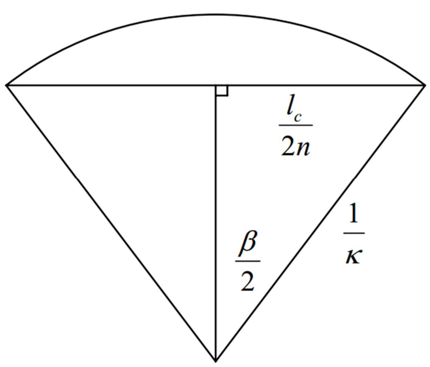
بنابراین تابع f_2 برای مرتبط کردن طول کابل‌ها به متغیرهای هندسی بازو به دست آمد.

۲-۳-۵ سینماتیک معکوس

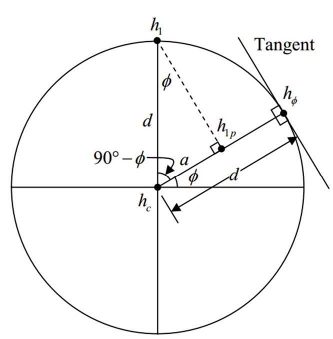
فرض کنید مقادیر s طول انحنا و k انحنا و γ زاویه انحنا یک بخش از بازو و همچنین d فاصله کابل‌ها تا مرکز بازو و n تعداد واحدها در یک بخش از بازو معین است و هدف محاسبه مقادیر l_1، l_2 و l_3 بر حسب متغیرهای هندسی بازو است. مسئله پیش رو سینماتیک معکوس است. در ادامه به روند محاسبه روابط پرداخته می‌شود. شکل (۲-۱۱) یک واحد از یک بخش از بازوی پیوسته را که در صفحه A قرار دارد نمایش می‌دهد. صفحه C موازی صفحه H در نظر گرفته شده است. پاره‌خط h_γ فصل مشترک صفحه‌های A و C می‌باشد. در شکل (۲-۱۲) صفحه‌های A و C از نمایی دیگر نمایش داده شده است. ارتفاع نقاط در صفحه A نسبت به صفحه C سنجیده می‌شود و اگر روی خطی موازی با خط h_γ حرکت کنیم ارتفاع نقاط تغییر نمی‌کند. در شکل (۲-۱۲) اگر از نقطه h_1 موازی خط h_ϕ حرکت کنیم ارتفاع ثابت است، این خط، پاره‌خطی که دو نقطه h_ϕ و h_C را به یکدیگر متصل می‌کند در نقطه h_{1P} قطع می‌کند؛ ارتفاع این نقطه مساوی با نقطه h_1 می‌باشد.



شکل (۲-۱۱) صفحه شامل سطح مقطع بازو و صفحه مرجع



شکل (۲-۱۰) محاسبه طول کمان s



شکل (۲-۱۲) تصویر h_1 در راستای h_φ

با توجه به شکل (۲-۱۳) شیب خطی که دو نقطه h_γ و h_C را به یکدیگر متصل می‌کند مشخص است. با معین بودن این شیب می‌توان مقدار ارتفاع نقطه h_1 را محاسبه کرد. در سینماتیک مستقیم $h_1 = 0$ بود اما در اینجا $h_\gamma = 0$ است. در شکل (۲-۷) مثلث با اضلاع $\frac{1}{k}$ و $\frac{l_c}{n}$ در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از روابط مثلثاتی رابطه (۲-۳۷) محاسبه می‌شود

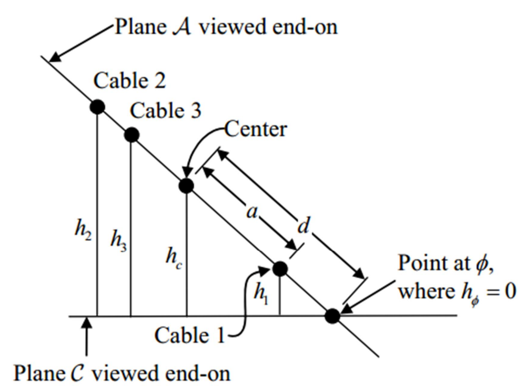
$$h_c = d\sin\left(\frac{ks}{2n}\right) \tag{۳۷-۲}$$

اکنون با توجه به شکل (۲-۱۳) و استفاده از قضیه تالس رابطه (۲-۳۸) برای محاسبه ارتفاع نقطه h_1 به دست می‌آید

$$h_{1p} = h_1 = \frac{h_c - h_\gamma}{d}\,(d-a) + h_\gamma \tag{۳۸-۲}$$

همچنین با توجه به شکل (۲-۱۲)، رابطه $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right) = \frac{a}{d} = \sin(\gamma)$ برقرار است. با جایگذاری در رابطه (۲-۳۸) و ساده‌سازی، رابطه (۲-۳۹) به دست می‌آید

$$h_1 = d\,\sin\left(\frac{ks}{2n}\right)(1-\sin\gamma) \tag{۳۹-۲}$$



شکل (۲-۱۳) نمایش صفحه‌های A و C از نمای کناری

طول کابل ۱ برابر است با l_γ طول کابل مجازی در زاویه γ و h_1 ارتفاع کابل ۱؛ بنابراین

$$l_1 = l_\gamma + 2nh_1 \tag{۴۰-۲}$$

با توجه به شکل (۲-۷) l_γ با استفاده از روابط مثلثاتی طبق روابط (۲-۴۱) و (۲-۴۲) محاسبه می‌شود.

$$\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)=\frac{\frac{l_\gamma}{2n}}{\frac{1}{k}-d} \tag{۲-۴۱}$$

$$l_\gamma=2n\left(\frac{1}{k}-d\right)\sin\left(\frac{ks}{2n}\right) \tag{۲-۴۲}$$

و در نهایت با قرار رابطه (۲-۴۲) در رابطه (۲-۴۰) و ساده‌سازی طول کابل ۱ بر حسب متغیرهای هندسی به دست می‌آید

$$l_1=2n\sin\left(\frac{ks}{2n}\right)\left(\frac{1}{k}-d\sin(\gamma)\right) \tag{۲-۴۳}$$

با طی روند مشابه طول کابل‌های l_2 و l_3 نیز طبق روابط (۲-۴۴) و (۲-۴۵) محاسبه می‌شوند

$$l_2=2n\sin\left(\frac{ks}{2n}\right)\left(\frac{1}{k}-d\sin\left(\gamma+\frac{\pi}{3}\right)\right) \tag{۲-۴۴}$$

$$l_3=2n\sin\left(\frac{ks}{2n}\right)\left(\frac{1}{k}-d\cos\left(\gamma+\frac{\pi}{6}\right)\right) \tag{۲-۴۵}$$

با توجه به روابط (۲-۴۳)، (۲-۴۴) و (۲-۴۵) طول کابل‌ها بر اساس متغیرهای هندسی بازو به دست می‌آید؛ با داشتن متغیرهای هندسی بازو انحنا، زاویه انحنا و طول انحنا تغییرات طول کابل‌ها برای ایجاد پیکربندی معین در فضا محاسبه می‌شود.

۲-۳-۶ محاسبه ماتریس ژاکوبین در حالت انحنای ثابت

خلاصه آنچه در سینماتیک مستقیم انجام شد در رابطه (۲-۴۶) نمایش داده شده است

$$x\xleftarrow{\mathrm{D-H}}\theta,d\xleftarrow{\mathrm{f_1}}s,k,\gamma\xleftarrow{\mathrm{f_2}}l \tag{۲-۴۶}$$

در سینماتیک مستقیم هدف مرتبط کردن سرعت خطی و دورانی مجری نهایی به سرعت کابل‌ها است. برای رسیدن به این هدف نیاز به داشتن ماتریس ژاکوبین است. برای محاسبه ژاکوبین نیاز به محاسبه سه ماتریس ژاکوبین است که به‌صورت متوالی در یکدیگر ضرب می‌شوند. این روند در رابطه (۲-۴۷) نمایش داده شده است

$$\dot{x} \xleftarrow{J_{D-H}} \dot{\theta}, \dot{d} \xleftarrow{J_{f_1}} \dot{s}, \dot{k}, \dot{\gamma} \xleftarrow{J_{f_2}} \dot{l} \tag{۲-۴۷}$$

با توجه به جدول D-H و اینکه ۶ درجه آزادی $(\theta_x, \theta_y, \theta_z, x, y, z)$ برای حرکت مجری نهایی در نظر گرفته شده است. ماتریس ژاکوبین D-H طبق رابطه (۲-۴۸) محاسبه می‌شود

$$J_{D-H} = \begin{bmatrix} -s_1 c_2 d_3 & -c_1 s_2 d_3 & c_1 c_2 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 d_3 & -s_2 & 0 & 0 \\ c_1 c_2 d_3 & -s_1 s_2 d_3 & s_1 c_2 & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & 0 & s_1 & -c_1 s_{24} \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -c_{24} \\ 0 & -c_1 & 0 & -c_1 & -s_1 s_{24} \end{bmatrix} \tag{۲-۴۸}$$

در معادله (۲-۴۸) $c_{ij} \triangleq \cos(\theta_i + \theta_j)$ و $s_{ij} \triangleq \sin(\theta_i + \theta_j)$ می‌باشند. ماتریس ژاکوبین J_{f_1} با توجه به رابطه (۲-۱۷) محاسبه می‌شود

$$J_{f_1} = \begin{bmatrix} \frac{\sin\gamma \sin ks}{g} & -\frac{s\cos\gamma}{g} & -\frac{k\cos\gamma}{g} \\ \frac{2\cos\gamma\sin\frac{ks}{2}}{h} & \frac{s\sin\gamma\cos\frac{ks}{2}}{h} & \frac{k\sin\gamma\cos\frac{ks}{2}}{h} \\ 0 & \frac{ks\cos\frac{ks}{2} - 2\sin\frac{ks}{2}}{k^2} & \cos\frac{ks}{2} \\ \frac{2\cos\gamma\sin\frac{ks}{2}}{h} & \frac{s\sin\gamma\cos\frac{ks}{2}}{h} & \frac{k\sin\gamma\cos\frac{ks}{2}}{h} \\ \frac{\sin\gamma \sin ks}{g} & -\frac{s\cos\gamma}{g} & -\frac{k\cos\gamma}{g} \end{bmatrix} \qquad (۴۹\text{-}۲)$$

$$g = \cos^2\gamma \cos ks - \cos ks - \cos^2\gamma - 1$$

$$h = \sqrt{2\cos^2\gamma + 2 + 2\cos ks - 2\cos ks \cos\gamma}$$

J_{f_2} نیز با توجه به روابط (۲-۳۱)، (۲-۳۲) و (۲-۳۶) محاسبه می‌شود که به دلیل طولانی بودن عبارات از بیان آن صرف نظر شده است. در نهایت ژاکوبین کلی طبق رابطه (۲-۵۰) محاسبه خواهد شد.

$$J = J_{D-H}\, J_{f_1}\, J_{f_2} \qquad (۵۰\text{-}۲)$$

۲-۴ سینماتیک مستقیم با استفاده از روش انحنای متغیر

در مدل سینماتیکی ارائه شده در بخش قبل، هر بخش با یک منحنی انحنا ثابت تقریب زده شد. در مواردی که نیروهای بزرگی به بازوی پیوسته اعمال نمی‌شود این تقریب از دقت مناسبی برخوردار است اما در حضور نیروهای خارجی این مدل دقت مناسبی ندارد. لذا محققان به دنبال یافتن مدل جایگزینی برای مدل فوق پرداختند. روش تئوری میله کوسرت برای مدل‌سازی بازوی پیوسته ارائه شد اما این مدل از لحاظ حجم محاسباتی بسیار سنگین و زمان‌بر بود و با مشکل ناپایداری عددی مواجه می‌شد به این ترتیب در عمل امکان استفاده از این مدل در کاربردهایی مانند کنترل بر خط وجود ندارد.

در این بخش روش نوین برای مدل کردن سینماتیک بازو پیوسته ارائه شده است. این مدل برای بازو پیوسته با سه درجه آزادی خمش در فضا و تغییر طول در راستای طول بازو، ارائه شده است. این مدل قابلیت ارائه هر دو مدل انحنای ثابت و انحنای متغیر را در یک فرم بسته داراست. انحنا یک بخش از بازو با تعداد محدود کمان دایره‌ای توصیف می‌شود. این موضوع این قابلیت را فراهم می‌آورد که یک بخش از بازو که تغییرات انحنا در آن شدید نیست را با انحنای ثابت و قسمتی که نیاز به دقت بالاتر دارد را با انحنای متغیر تحلیل کرد. مدل ارائه شده از سرعت محاسباتی بالاتری نسبت به مدل کوسرت برخوردار است. از نقاط قوت این مدل نسبت به سایر روش‌ها می‌توان دقت بالا چه در تحلیل انحنای ثابت و چه در تحلیل انحنای متغیر و همچنین توانایی منحصر به فرد در تنظیم‌پذیری هزینه محاسباتی نام برد.

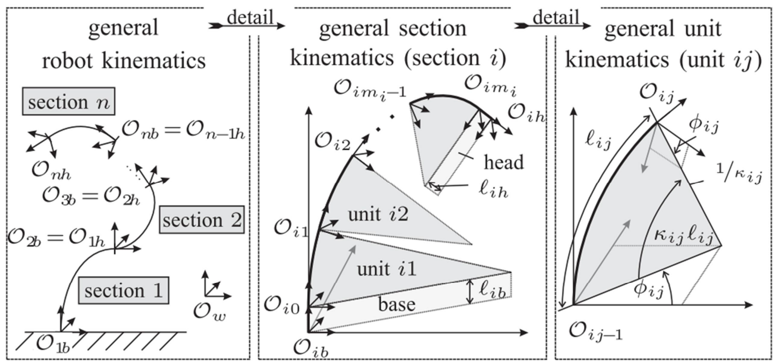
۲-۴-۱ سینماتیک مستقیم بازوی پیوسته با انحنای متغیر [۵۴]

در روش انحنای متغیر برای مدل کردن یک بخش از بازوی پیوسته از تعداد محدودی کمان دایره‌ای که به‌صورت پی‌درپی به یکدیگر متصل شده‌اند استفاده شده است. هر واحد دارای پارامترهای منحصر به فردی است. سینماتیک مستقیم به دو بخش تقسیم می‌شود، بخش اول سینماتیک ویژه که با نگاشت f_{sp} توصیف می‌شود و بخش دوم سینماتیک عمومی که با نگاشت f_{gen} توصیف می‌شود. نگاشت f_{sp} ارتباط متغیرهای هندسی K با متغیرهای مفصلی (محرک‌ها) را مشخص می‌کند. با داشتن متغیرهای هندسی، مختصات مجری نهایی با استفاده از سینماتیک عمومی محاسبه می‌شود.

۲-۴-۲ سینماتیک عمومی بازوی پیوسته با انحنای متغیر

مدل سینماتیک عمومی انحنای متغیر دارای فرضیات زیر است

۱. سینماتیک عمومی بازوی پیوسته با یک زنجیره سینماتیکی باز n بخشی توصیف می‌شود.
۲. سینماتیک عمومی بخش i ام، از سه بخش، پایه، محرک‌ها و سر تشکیل شده است.
۳. واحد ij ام کمانی از دایره است.



(الف) (ب) (ج)

شکل (۲-۱۴) ساختار کلی بازوی پیوسته با انحنای متغیر [۵۵]

ساختار مدل ارائه شده برای سینماتیک عمومی در شکل (۲-۱۴) نمایش داده شده است. در شکل (۲-۱۴) (الف) انحنا ستون فقرات یک بازو چند بخشی بر پایه فرض شماره ۱ ارائه شده است. n تعداد بخش‌های بازو h و b به ترتیب بیان‌گر سر و پایه هستند. O_w دستگاه مختصات مرجع، O_{nb} دستگاه مختصات پایه بخش n ام است. در شکل (۲-۱۴) (ب) به توصیف فرض دوم پرداخته است یک بخش از بازوی پیوسته از سه قسمت پایه، محرک‌ها و سر تشکیل شده است. l_{ib} طول پایه و l_{ih} طول سر می‌باشد و منظور از l_{ij} طول واحد j از بخش i ام است. در شکل (۲-۱۴) (ج) یک کمان دایره‌ای شکل از واحد ij نمایش داده‌شده است.

بر طبق فرض سوم طول یک بخش برابر مجموع واحدهای آن بخش است. هر واحد دارای پارامترهای هندسی γ_{ij} زاویه انحنا، s_{ij} طول کمان و k_{ij} انحنا می‌باشد. این پارامتر برای هر واحد منحصر به فرد است. برای محاسبه سینماتیک عمومی ابتدا سینماتیک یک واحد محاسبه می-شود سپس از برآیند سینماتیک واحدها، سینماتیک یک بخش به دست می‌آید؛ و در نهایت با قرار دادن بخش‌ها در کنار یکدیگر موقعیت مجری نهایی در فضای کاری مشخص می‌شود.

۲-۴-۳ سینماتیک عمومی یک واحد

برای مدل کردن کمان دایره‌ای واحد j ام از بخش i ام از ماتریس تبدیل همگن استفاده می‌شود. این ماتریس در رابطه (۲-۵۱) نمایش داده شده است.

$$
{}^{ij-1}U_{ij} = \begin{bmatrix} \cos^2\gamma(\cos ks - 1) + 1 & \sin\gamma\cos\gamma(\cos ks - 1) & -\cos\gamma\sin ks & \frac{\cos\gamma(\cos ks - 1)}{k} \\ \sin\gamma\cos\gamma(\cos ks - 1) & \cos^2\gamma(\cos ks - 1) + \cos ks & -\sin\gamma\sin ks & \frac{\sin\gamma(\cos ks - 1)}{k} \\ \cos\gamma\sin ks & \sin\gamma\sin ks & \cos ks & \frac{\sin ks}{k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۵۱-۲)
$$

پارامترهای پیکربندی یک واحد به صورت رابطه (۲-۵۲) تعریف می‌شود

$$
K_{ij} = [K_{ij1} \quad K_{ij2} \quad K_{ij3}]^T = [\gamma_{ij} \quad k_{ij} \quad s_{ij}]^T \quad (۵۲-۲)
$$

هنگامی‌که منحنی بازو در امتداد یک خط راست قرار می‌گیرد k_{ij} برابر صفر می‌شود. برای جلوگیری از بینهایت شدن بردار موقعیت مجری نهایی از رابطه دو ضابطه‌ای (۲-۵۳) استفاده می‌شود.

$$
{}^{ij-1}o_{ij} = \begin{cases} \left[\frac{\cos\gamma(\cos ks - 1)}{k} \quad \frac{\sin\gamma(\cos ks - 1)}{k} \quad \frac{\sin ks}{k}\right]^T & k \neq 0 \\ [0 \quad 0 \quad s]^T & k = 0 \end{cases} \quad (۵۳-۲)
$$

۲-۴-۴ سینماتیک عمومی برای یک بخش

بر اساس فرض ۲ سینماتیک عمومی یک بخش طبق رابطه (۲-۵۴) تعریف می‌شود. مقادیر ${}^{ib}S_{i0}$ و ${}^{im_i}S_{ih}$ در رابطه (۲-۵۴) نمایش داده شده است

$$
S_{ih}^{ib}(k_i) = S_{ih}^{ib}(\prod_{j=1}^{m_i} U_{ij}^{ij-1}(k_{ij}))S_{ih}^{im_i} \quad (۵۴-۲)
$$

$$
{}^{ib}S_{i0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{ib} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad {}^{im_i}S_{ih} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{ih} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

در رابطه (۲-۵۴) m_i تعداد واحدها در بخش i ام است. متغیرهای یک بخش از بازوی پیوسته طبق رابطه (۲-۵۵) بیان می‌شود.

$K_i = [K_{i1}^T \quad \dots \quad K_{i1}^T]^T \quad , K_i \epsilon R^{3m_i}$ (۵۵-۲)

هر بخش از m_i واحد تشکیل شده، هر واحدها شامل ۳ کابل است و هر کابل دارای سه متغیر k_{ij} ،γ_{ij} و s_{ij} است؛ بنابراین سینماتیک عمومی یک بخش با $3m_i \times 3$ متغیر توصیف می‌شود.

۲-۴-۵ سینماتیک عمومی بازو

بر اساس فرض یک بازو پیوسته شامل n بخش است که به‌صورت پی‌درپی به یکدیگر متصل شده‌اند. ماتریس همگن کلی که شامل مختصات مجری نهایی است طبق رابطه (۲-۵۶) محاسبه می‌شود

$$ {}^{w}H_{nh} = {}^{w}H_{1b} \prod_{i=1}^{n} {}^{ib}H_{ih}(K_i) \qquad (۵۶\text{-}۲)$$

در رابطه (۲-۵۶) ${}^{w}H_{1b}$ بیان‌گر موقعیت و جهت‌گیری $\mathrm{O_{1b}}$ نسبت به دستگاه مختصات مرجع $\mathrm{O_w}$ است. نگاشت عمومی انحنای متغیر f_{gen} بر اساس ماتریس تبدیل همگن مجری نهایی ${}^{w}H_{nh}$ محاسبه شده است. $\mathrm{f_{gen}}$ به صورت رابطه (۲-۵۷) تعریف می‌شود

$$\begin{aligned} f_{gen}(k) : h &= [h_1 \quad \dots \quad h_{12}]^T \\ &= \left[H_{nh,(1,1)} \quad H_{nh,(2,1)} \quad \dots \quad H_{nh,(3,4)}\right] \end{aligned} \qquad (۵۷\text{-}۲)$$

اندیس‌های داخل پرانتز در رابطه (۲-۵۷) مشخص‌کننده موقعیت هر درایه در ماتریس H است.

۲-۴-۶ سینماتیک ویژه بازو با انحنای متغیر

هدف سینماتیک ویژه، یافتن نگاشت $\mathrm{f_{sp}}$ بین فضای مفصلی q (طول کابل‌ها) و متغیرهای هندسی K است. با توجه به مستقل بودن هر بخش متغیرهای هندسی K_i تنها به متغیرهای مفصلی همان بخش بستگی دارد. درنتیجه نگاشت $\mathrm{f_{sp}}$ به n بخش تقسیم می‌شود.

$$f_{sp}(q) : k = [K_1^T \quad \dots \quad K_n^T]^T \qquad K_i = f_{sp,i}(q_i) \qquad (۵۸\text{-}۲)$$

با توجه به شکل (۲-۱۵) فرضیات زیر تعریف می‌شوند:

۱. محرک‌های بخش i ام شامل ۳ کابل است که با زاویه ۱۲۰ نسبت به یکدیگر قرارگرفته‌اند.
۲. هر واحد به‌صورت ناحیه‌ای بین دو کابل راهنما تعریف می‌شود.
۳. فاصله شعاعی کابل‌های هادی در واحد ij ام نسبت به مرکز سطح مقطع بازو با d_{ij} و $d_{\mathrm{ij-1}}$ تعریف می‌شود.

کسری از طول کابل l_{ik} متعلق به واحد ij ام با $\hat{l}_{ik}$ نمایش داده می‌شود. لازم به ذکر است که با توجه به شکل مخروطی بازو فاصله شعاعی کابل‌ها در یک بخش ثابت نیست و از هر واحد به واحد بعدی تغییر می‌کند. با توجه به این فرضیات سینماتیک ویژه یک بخش و سینماتیک ویژه یک واحد بررسی خواهد شد.

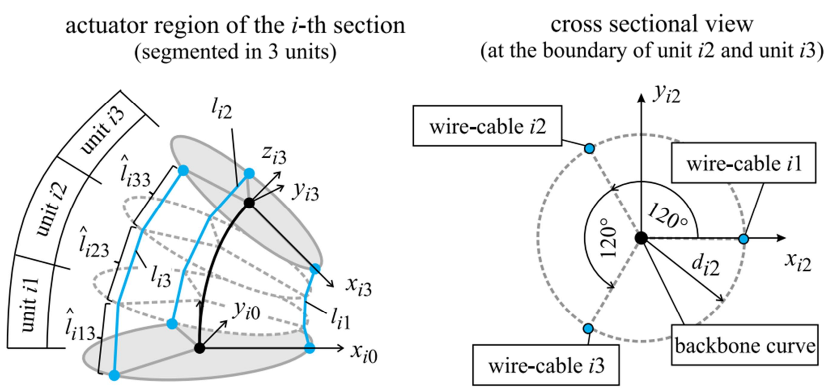
۲-۴-۷ سینماتیک ویژه یک بخش

متغیرهای مفصلی در هر بخش طبق رابطه (۲-۵۹) تعریف شده است

$$q_i = [q_{i1} \quad q_{i2} \quad q_{i3}]^T = [l_{i1} \quad l_{i2} \quad l_{i3}]^T \tag{۲-۵۹}$$

متغیرهای هندسی K_i به کمک تابع سینماتیک یک واحد $f_{sp,ij}$ محاسبه می‌شود. مقادیر l_{ij} به عنوان ورودی دریافت و سهم هر واحد از این طول طبق رابطه (۲-۶۰) محاسبه می‌شود.

$$f_{frag,ij}(q_i): \hat{l}_{ij} = \frac{1}{m_i} q_i \tag{۲-۶۰}$$



شکل (۲-۱۵) ساختار یک بخش از بازوی پیوسته با مکانیزم کابلی

در رابطه۲-۶۰، m_i تعداد واحدها در هر بخش است. با مشخص بودن طول کابل‌ها در هر واحد، متغیرهای هندسی محاسبه می‌شود. لازم به ذکر که طول کابل در یک بخش برابر مجموع طول کابل در هر واحد است یعنی

$$q_{ik} = \sum_{j=1}^{m_i} \hat{l}_{ijk} \tag{۲-۶۱}$$

۲-۴-۸ سینماتیک ویژه یک واحد

در شکل (۲-۱۶) ساختار یک واحد از بازو پیوسته کابلی نمایش داده شده است. در شکل (۲-۱۶) (الف) نمای بالا از واحد *ij* نمایش داده شده که تحت خمش قرارگرفته است. در شکل (۲-۱۶) (ب) تصویر طول کابل‌ها در صفحه خمش نمایش داده شده است. پارامترهای توصیف‌کننده کمان یک واحد γ_{ij}، k_{ij} و s_{ij} هستند. که این پارامترها نیز به حسب طول کابل‌ها توصیف می‌شوند.

$$f_{sp,ij}(\bar{l}_{ij}) = K_{ij} = [\gamma_{ij} \quad k_{ij} \quad s_{ij}]^T \qquad ۶۲\text{-}۲$$

$$\gamma_{ij} = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\frac{\bar{l}_{ij2} + \bar{l}_{ij3} - 2\bar{l}_{ij1}}{\bar{l}_{ij2} - \bar{l}_{ij3}}\right) \qquad ۶۳\text{-}۲$$

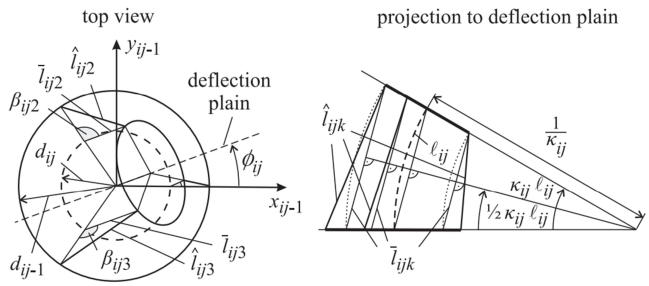
$$k_{ij} = 2\frac{\sqrt{\bar{l}_{ij1}^2 + \bar{l}_{ij2}^2 + \bar{l}_{ij3}^2 - \bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij2} - \bar{l}_{ij2}\bar{l}_{ij3} - \bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij3}}}{d_{ij}(\bar{l}_{ij1} + \bar{l}_{ij2} + \bar{l}_{ij3})} \qquad ۶۴\text{-}۲$$

$$s_{ij} = \frac{nd_{ij}(\bar{l}_{ij1} + \bar{l}_{ij2} + \bar{l}_{ij3})}{\sqrt{\bar{l}_{ij1}^2 + \bar{l}_{ij1}^2 + \bar{l}_{ij1}^2 - \bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij2} - \bar{l}_{ij2}\bar{l}_{ij3} - \bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij3}}} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{\bar{l}_{ij1}^2 + \bar{l}_{ij1}^2 + \bar{l}_{ij1}^2 - \bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij2} - \bar{l}_{ij2}\bar{l}_{ij3} - \bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij3}}}{3nd_{ij}}\right) \qquad ۶۵\text{-}۲$$

در رابطه (۲-۶۲) $\bar{l}_{ij}$ طول کابل در حالت غیر مخروطی است. با توجه به روابط بالا باید رابطه بین طول کابل‌ها در حالت مخروطی و غیر مخروطی مشخص شود. رابطه بین طول کابل‌ها در حالت مخروطی و غیر مخروطی طبق معادله (۲-۶۶) محاسبه می‌شود

$$\bar{l}_{ijk} = +\sqrt{\hat{l}_{ijk} - (d_{ij-1} - d_{ij})^2} \qquad (۶۶\text{-}۲)$$

با قرار دادن رابطه (۲-۶۶) در معادلات (۲-۶۳)، (۲-۶۴) و (۲-۶۵) $f_{sp,ij}$ برای واحد *ij* محاسبه می‌شود.



(الف) (ب)

شکل (۲-۱۶) هندسه بخش i ام و واحد j ام

۲-۴-۹ محاسبه ماتریس ژاکوبین در حالت انحنای متغیر

در این بخش به محاسبه تحلیلی معادلات حاکم بر سینماتیک پرداخته می‌شود. سرعت مجری نهایی طبق رابطه (۲-۶۷) محاسبه می‌شود

$$\dot{x} = \boldsymbol{J}(q)\dot{q} \tag{۶۷-۲}$$

بنا به آنچه در بخش قبل برای سینماتیک بازوی پیوسته با انحنای ثابت بیان شد. ماتریس ژاکوبین طبق رابطه (۲-۶۸) بیان می‌شود

$$\boldsymbol{J}(q) = \frac{\partial f_{task}(h)}{\partial h}\ \frac{\partial f_{gen}(k)}{\partial k}\ \frac{\partial f_{sp}(q)}{\partial q}$$

$$= J_{task}(h)\ \ J_{gen}(k)\ \ J_{sp}(q) \tag{۶۸-۲}$$

۲-۴-۱۰ ماتریس ژاکوبین فضای کاری

ماتریس ژاکوبین فضای کاری $\mathrm{J_{task}}$ طبق رابطه (۲-۶۹) محاسبه می‌شود.

$$J_{task}(h) = \frac{\partial f_{task}(h)}{\partial h} = \frac{\partial x}{\partial h} \qquad J_{task} \in\ R^{p\times 12} \tag{۶۹-۲}$$

در رابطه ۲-۶۹ p بردار متغیرهای فضای کاری است. این متغیرها شامل موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی است. همواره مقدار p کوچک‌تر مساوی درجه آزادی و ابعاد فضای کاری است. در رابطه (۲-۷۰) فضای کاری با ۵ درجه آزادی تعریف شده است.

$$f_{5DoFs}(h): x = [x \quad y \quad z \quad \theta_x \quad \theta_y]^T \tag{۷۰-۲}$$

با توجه به رابطه (۲-۵۷) داریم

$$x = h_{10}\ , y = h_{11}\ , z = h_{12}\ \ \theta_x = atan2(-h_8, h_9)\ , \theta_y = atan2(-h_7, h_9) \tag{۷۱-۲}$$

ماتریس ژاکوبین در فضای کاری طبق رابطه (۲-۷۲) محاسبه می‌شود

$$\frac{\partial f_{5DoFs}}{\partial h} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{h_9}{{h_8}^2 + {h_9}^2} & \frac{h_8}{{h_8}^2 + {h_9}^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_9}{{h_7}^2 + {h_9}^2} & 0 & -\frac{h_7}{{h_7}^2 + {h_9}^2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{۷۲-۲}$$

۲-۴-۱۱ ماتریس ژاکوبین عمومی

با مشتق‌گیری از رابطه (۲-۵۷) نسبت به متغیرهای هندسی ماتریس ژاکوبین عمومی بازوی پیوسته محاسبه می‌شود.

$$J_{gen}(k) = \frac{\partial f_{gen}(k)}{\partial k} = \frac{\partial h}{\partial k}, \qquad J_{gen} \in \mathrm{R}^{12\times 3\sum_{i=1}^{n} m_i} \tag{۷۳-۲}$$

نمایش J_{gen} بر حسب درایه‌های ماتریس همگن طبق رابطه (۲-۷۴) بیان می‌شود

$$J_{gen}(k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial H_{nh,(1,1)}}{\partial k_{111}} & \frac{\partial H_{nh,(1,1)}}{\partial k_{112}} & \cdots & \frac{\partial H_{nh,(1,1)}}{\partial k_{nm_n3}} \\ \frac{\partial H_{nh,(1,2)}}{\partial k_{111}} & \frac{\partial H_{nh,(1,2)}}{\partial k_{112}} & \cdots & \frac{\partial H_{nh,(1,1)}}{\partial k_{nm_n3}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial H_{nh,(3,4)}}{\partial k_{111}} & \frac{\partial H_{nh,(3,4)}}{\partial k_{112}} & \cdots & \frac{\partial H_{nh,(3,4)}}{\partial k_{nm_n3}} \end{pmatrix} \tag{۷۴-۲}$$

با استفاده از قانون زنجیره‌ای مشتق هر درایه ماتریس $J_{gen}(k)$ طبق رابطه (۲-۷۵) محاسبه می‌شود

$$\frac{\partial H_{nh}}{\partial k_{ijv}} = H_{1b}^{w}\left(\prod_{\xi=0}^{i-1} S_{\xi h}^{\xi b}\right)\frac{\partial S_{ih}^{ib}(k_i)}{\partial k_{ijv}}\left(\prod_{\xi=i+1}^{n} S_{\xi h}^{\xi b}\right) \tag{۲-۷۵}$$

$$\frac{\partial S_{ih}^{ib}(K_i)}{\partial k_{ijv}} = S_{i0}^{ib}\left(\prod_{\chi=1}^{j-1} U_{i\chi}^{i\chi-1}\right)\frac{\partial U_{ij}^{ij-1}(k_{ij})}{\partial k_{ijv}}\left(\prod_{\chi=j+1}^{m_i} U_{i\chi}^{i\chi-1}\right)S_{ih}^{im_i} \tag{۲-۷۶}$$

بنابراین $J_{gen}(k)$ به ماتریس همگن انتقال و مشتق جزئی آن بستگی دارد. در روابط بالا i شمارنده بخش‌ها، j شمارنده تعداد واحدها و v شمارنده کابل‌هاست. تعداد پارامترهایی که نسبت آن‌ها مشتق گرفته می‌شود برابر $3 \times m \times n$ است. n تعداد بخش‌ها، m تعداد واحدها و ۳ تعداد کابل‌ها است. پس ابعاد ماتریس $\mathrm{J_{gen}(k)}$ برابر $12 \times 3mn$ می‌باشد.

۲-۴-۱۲ ماتریس ژاکوبین ویژه

به منظور به دست آوردن J_{sp}از نگاشت $\mathrm{f_{sp}}$ نسبت به متغیرهای مفصلی (طول کابل‌ها) مشتق گرفته می‌شود.

$$J_{sp}(q) = \frac{\partial f_{sp}(q)}{\partial q} = \frac{\partial K}{\partial q} \qquad\qquad J_{sp} \in \mathbb{R}^{3\sum_{i=1}^{n} m_i \times 3n} \tag{۲-۷۷}$$

چون هر بخش از بازوی پیوسته نسبت به بخش دیگر مستقل است J_{sp}به صورت ماتریس قطری درمی‌آید. هر درایه بیانگر ماتریس ژاکوبین ویژه یک بخش است.

$$J_{sp}(q) = \begin{bmatrix} J_{sp,1}(q_1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & J_{sp,n}(q_n) \end{bmatrix} \tag{۲-۷۸}$$

$$J_{sp,i}(q_i) = \frac{\partial f_{sp,i}(q_i)}{\partial q_i} = \frac{\partial K_i}{\partial q_i} \qquad J_{sp,i} \in \mathbb{R}^{3m_i \times 3}$$ (۷۹-۲)

طبق رابطه ۲-۶۲ نگاشت ویژه یک بخش از بازوی پیوسته از دو جز $f_{sp,ij}$ نگاشت ویژه‌ی واحد و همچنین $f_{frag,ij}$ نگاشت کسر طولی کابل، تشکیل شده است بنابراین $J_{sp,i}$ طبق رابطه (۲-۸۰) محاسبه می‌شود

$$J_{sp,i}(q_i) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{sp,i1}}{\partial \hat{l}_{i1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{\partial f_{sp,im_i}}{\partial \hat{l}_{im_i}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{frag,i1}}{\partial q_i} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_{frag,im_i}}{\partial q_i} \end{bmatrix}$$ (۸۰-۲)

در رابطه (۲-۸۰) درایه‌های ماتریس قطری مشتق جزی نسبت به پارامترهای هندسی یک واحد می-باشد. پارامترهای هندسی هر واحد نیز به نوبه خود به طول کابل‌ها بستگی دارند پس هر درایه ماتریس قطری به‌صورت رابطه (۲-۸۱) بیان می‌شود

$$\frac{\partial f_{sp,ij}}{\partial \hat{l}_{ij}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial K_{ij1}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij1}} & \frac{\partial K_{ij1}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij2}} & \frac{\partial K_{ij1}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij3}} \\ \frac{\partial K_{ij2}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij1}} & \frac{\partial K_{ij2}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij2}} & \frac{\partial K_{ij2}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij3}} \\ \frac{\partial K_{ij3}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij1}} & \frac{\partial K_{ij3}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij2}} & \frac{\partial K_{ij3}}{\partial \bar{l}_{ij}} \frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ij3}} \end{bmatrix}$$ (۸۱-۲)

مشتق متغیرهای هندسی نسبت به طول کابل‌ها در پیوست بیان شده است. مشتق طول کابل‌های مجازی نسبت به طول کابل‌های حقیقی در رابطه (۲-۸۲) نمایش داده شده است

$$\frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ijk}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{l}_{ij1}}{\partial \hat{l}_{ijk}} & \frac{\partial \bar{l}_{ij2}}{\partial \hat{l}_{ijk}} & \frac{\partial \bar{l}_{ij3}}{\partial \hat{l}_{ijk}} \end{bmatrix}$$ (۸۲-۲)

$$\frac{\partial \bar{l}_{ij}}{\partial \hat{l}_{ijk}} = \begin{cases} 0 & \xi \neq k \\ \hat{l}_{ijk}\left(\sqrt{\hat{l}^2{}_{ijk} - \left(d_{ij-1} - d_{ij}\right)^2}\right)^{-1} & \xi = k \end{cases} \qquad (۸۳-۲)$$

طول کابل‌ها در هر بخش به صورت مساوی بین واحدها تقسیم شده است. بر طبق این فرض درایه‌های ماتریس دوم رابطه ۲-۸۰ به‌صورت رابطه ۲-۸۴ بیان می‌شود

$$\frac{\partial f_{frag,ij}}{\partial q_i} = \frac{1}{m_i}\; I_{3\times3} \qquad (۸۴-۲)$$

با مشخص شدن $J_{sp}(q)$ ، $J_{gen}(k)$ و $J_{task}(h)$ ماتریس ژاکوبین کلی محاسبه می‌شود.

فصل سوم

دینامیک و کنترل بازوی پیوسته تاندونی

۳-۱ مقدمه

قدم بعدی در مدل کردن بازوی پیوسته یافتن ارتباط بین نیروها و گشتاورها با تغییر شکل بازو می‌باشد. محققین از دو روش شناخته شده لاگرانژین [۵] [۵۶] [۵۷] و نیوتن اویلر [۵۸] [۵۹] برای مدل کردن دینامیک بازوی پیوسته استفاده کردند. روند استخراج معادلات حرکت در روش لاگرانژین در بازوی پیوسته مشابه ربات‌های مرسوم است. در این روش بازو به بینهایت المان کوچک با انحنای ثابت تقسیم می‌شود سپس با انتگرال‌گیری در طول بازو انرژی جنبشی و پتانسیل کل بازو محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از رابطه لاگرانژ فرم بسته معادلات دینامیکی محاسبه می‌شود.

در روش نیوتن اویلر فرض بر این است که پارامتر فیزیکی مورد نظر در یک مکان محدود یا یک نقطه متمرکز است. برای مثال محرک‌های بازو به صورت فنر- دمپر و جرم جداسازها به صورت نقطه‌ای در نظر گرفته می‌شود [۵۸]. مدل نیوتن اویلر در مقایسه با مدل مبتنی بر لاگرانژ دقت پایین‌تری دارد اما از لحاظ هزینه محاسباتی کارآمدتر می‌باشد.

در جدول (۳-۱) مدل‌های دینامیکی بازوهای پیوسته نمایش داده شده است. در این جدول معیارهای مانند دقت، هزینه محاسباتی، کنترل بر خط و درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفته است. در این پایان‌نامه از مدل دینامیکی لاگرانژ استفاده شده است.

جدول (۳-۱) مقایسه مدل‌های دینامیکی

کنترل بر خط	فرم بسته معادلات دینامیکی	درجه آزادی	دقت	هزینه محاسباتی	مدل
دارد	دارد	خمش، تغییر طول،	**بالا**	**بالا**	لاگرانژ
ندارد	ندارد	خمش، پیچش، تغییر طول	**بالا**	**بسیار بالا**	نظریه میله کوسرت نیوتن
دارد	دارد	خمش، تغییر طول،	متوسط	**پایین**	نیوتن اویلر
ندارد	ندارد	خمش، پیچش، تغییر طول	**بالا**	متوسط	کار مجازی

۳-۲ استخراج مدل دینامیکی با استفاده از روش لاگرانژ [۸]

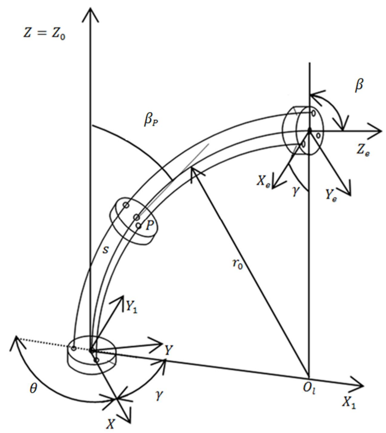
۳-۲-۱ فرضیات طراحی و مدل کردن بازو

برای مدل کردن بازوی پیوسته فرضیات زیر مورد استفاده قرارگرفته است

- از اصطکاک بین هسته اصلی و جداسازها صرف‌نظر شده است.
- انحنای بازو در هر بخش ثابت فرض شده است.
- هسته اصلی و کابل‌ها همواره بر جداسازها عمود هستند.

همان‌طور که در شکل (۳-۱) مشاهده می‌شود بازوی پیوسته مورد بررسی از جداسازها، هسته اصلی و کابل‌ها تشکیل‌شده است.

پارامترهای هندسی استفاده در مدل دینامیکی در جدول (۳-۲) نمایش داده‌شده است.



شکل (۳-۱) مدل هندسی بازوی پیوسته [۸]

جدول (۳-۲) پارامترهای هندسی مدل

تعریف	پارامتر
طول کمان (در پایه بازو $s = 0$ و در دیسک انتهایی $s = l$)	s
فاصله کابل‌ها تا مرکز بازو	r
شعاع انحنا در صفحه خمش (صفحه $X_1 Z_1$)	r_0
زاویه خمش در نقطه P	β_p
زاویه دوران در صفحه خمش	γ
زاویه بین کابل‌ها	θ
جرم هسته مرکزی بازو	m_1
جرم کابل‌ها	m_2
فاصله بین جداکننده‌ها	h

۳-۲-۲ انرژی جنبشی

بازوی پیوسته از سه قسمت، هسته اصلی، کابل‌ها و جداسازها تشکیل شده است؛ لذا محاسبه انرژی جنبشی شامل سه بخش است. سرعت نقطه دلخواه P روی هسته اصلی بازو با مشتق‌گیری از درایه‌های مربوط به بردار موقعیت (درایه‌های T_{14}، T_{24} و T_{34}) در رابطه (۲-۱۸) نسبت به زمان محاسبه می‌شود. لذا سرعت نقطه P طبق رابطه (۳-۱) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\beta}\left[s\sin\frac{s\beta}{l}\cos\gamma - \frac{1}{\beta}(1-\cos\frac{s\beta}{l})\cos\gamma\right]\frac{d\beta}{dt} - \frac{l}{\beta}(1-\cos\frac{s\beta}{l})\sin\gamma\frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{\beta}\left[s\sin\frac{s\beta}{l}\sin\gamma - \frac{1}{\beta}(1-\cos\frac{s\beta}{l})\sin\gamma\right]\frac{d\beta}{dt} + \frac{l}{\beta}(1-\cos\frac{s\beta}{l})\cos\gamma\frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\beta}(s\cos\frac{s\beta}{l} - \frac{l}{\beta}\sin\frac{s\beta}{l})\frac{d\beta}{dt} \end{cases} \tag{۳-۱}$$

بنابراین انرژی جنبشی مربوط به هسته اصلی طبق رابطه (۳-۲) محاسبه می‌شود.

$$E_{k1} = \frac{1}{2}\int_0^l [(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2]\rho A ds \tag{۳-۲}$$

در رابطه (۳-۲) ρ چگالی و A سطح مقطع هسته اصلی می‌باشد. با انتگرال‌گیری از رابطه (۳-۲) در طول بازو رابطه (۳-۳) برای محاسبه انرژی جنبشی هسته اصلی به دست می‌آید.

$$E_{k1} = \frac{1}{6}m_1 l^2(\frac{d\beta}{dt})^2 k_1 + \frac{1}{8}m_1 l^2(\frac{d\gamma}{dt})^2 k_2 \tag{۳-۳}$$

بخش دوم انرژی جنبشی مربوط به کابل‌ها است که طبق رابطه (۳-۴) محاسبه می‌شود.

$$E_{k11} = \frac{3}{2}\int_0^l [(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2]\rho A ds \tag{۳-۴}$$

پس از انتگرال‌گیری در طول بازو، معادله (۳-۵) برای محاسبه انرژی جنبشی کابل‌ها به دست می‌آید.

$$E_{k11} = \frac{1}{2}m_1 l^2(\frac{d\beta}{dt})^2 k_1 + \frac{3}{8}m_1 l^2(\frac{d\gamma}{dt})^2 k_2 \tag{۳-۵}$$

مقادیر k_1 و k_2 در پیوست ارائه شده است. تبدیلی که موقعیت کابل‌ها را به فضای مفصلی مربوط می‌کند در رابطه (۳-۶) نمایش داده‌شده است.

$$\begin{cases} l_1 = r\beta\cos(\gamma) \\ l_2 = r\beta\cos(-\gamma+\theta) \\ l_3 = r\beta\cos(\gamma+\theta) \end{cases} \tag{۳-۶}$$

برای محاسبه انرژی جنبشی ناشی از جابه‌جایی کابل‌ها ابتدا باید سرعت کابل‌ها محاسبه شود. بدین منظور از رابطه (۳-۶) نسبت به زمان مشتق گرفته و سرعت کابل‌ها طبق رابطه (۳-۷) محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} \frac{dl_1}{dt} = r\cos(\gamma)\frac{d\beta}{dt} - r\beta\sin(\gamma)\frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dl_2}{dt} = r\cos(-\gamma+\theta)\frac{d\beta}{dt} + r\beta\sin(-\gamma+\theta)\frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dl_3}{dt} = r\cos(\gamma+\theta)\frac{d\beta}{dt} - r\beta\sin(\gamma+\theta)\frac{d\gamma}{dt} \end{cases} \tag{۳-۷}$$

انرژی جنبشی ناشی از سرعت کابل‌ها در رابطه (۳-۸) نمایش داده شده است.

$$E_{k22} = \frac{1}{2}m_1[k_3(\frac{d\beta}{dt})^2 + k_4\frac{d\beta}{dt}\frac{d\gamma}{dt} + k_5(\frac{d\gamma}{dt})^2] \tag{۳-۸}$$

مقادیر k_3، k_4 و k_5 در پیوست ذکر شده است. سرعت هر یک از جداسازها در رابطه (۳-۹) بیان‌شده است؛ که در رابطه مذکور k و h به ترتیب بیانگر تعداد جداسازها و فاصله بین جداسازها می‌باشند.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\beta}\left[kh\sin\frac{kh\beta}{l}\cos\gamma - \frac{1}{\beta}\left(1-\cos\frac{kh\beta}{l}\right)\cos\gamma\right]\frac{d\beta}{dt} - \frac{l}{\beta}\left(1-\cos\frac{kh\beta}{l}\right)\sin\gamma\frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{\beta}\left[kh\sin\frac{kh\beta}{l}\sin\gamma - \frac{1}{\beta}\left(1-\cos\frac{kh\beta}{l}\right)\sin\gamma\right]\frac{d\beta}{dt} + \frac{l}{\beta}\left(1-\cos\frac{kh\beta}{l}\right)\cos\gamma\frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\beta}\left(s\cos\frac{kh\beta}{l} - \frac{l}{\beta}\sin\frac{kh\beta}{l}\right)\frac{d\beta}{dt} \end{cases} \tag{۳-۹}$$

لذا انرژی جنبشی کل جداسازها را طبق رابطه (۳-۱۰) می‌توان به دست آورد:

$$E_{k3} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2} m_2 [(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2] \qquad (۱۰-۳)$$

با جایگذاری معادله (۳-۹) در معادله (۳-۱۰) رابطه (۳-۱۱) برای محاسبه انرژی جنبشی کل جداسازها به دست می‌آید.

$$E_{k3} = \frac{1}{2} m_2 (\frac{d\beta}{dt})^2 k_6 + \frac{1}{2} m_2 (\frac{d\gamma}{dt})^2 k_7 \qquad (۱۱-۳)$$

لازم به ذکر است که مقادیر k_7 و k_8 در پیوست آورده شده است. درنهایت انرژی جنبشی کل بازوی پیوسته طبق رابطه (۳-۱۲) به دست می‌آید.

که در رابطه (۳-۱۲)، E_k برابر مجموع انرژی جنبشی هسته اصلی، کابل‌ها و جداسازها می‌باشد.

$$E_k = \frac{1}{6} (4 m_1 l^2 k_1 + 3 m_1 k_3 + 3 m_2 k_6)(\frac{d\beta}{dt})^2 + \frac{1}{2} m_1 k_4 \frac{d\beta}{dt}$$

$$+ \frac{1}{2} (m_1 l^2 k_2 + m_1 k_5 + m_2 k_7)(\frac{d\gamma}{dt})^2 \frac{d\gamma}{dt} \qquad (۱۲-۳)$$

۳-۲-۳ انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل بازو شامل دو بخش زیر است:

۱. انرژی پتانسیل ناشی از جرم جداسازها
۲. انرژی الاستیک در کابل‌ها

انرژی الاستیک بازوی پیوسته طبق رابطه (۳-۱۳) محاسبه می‌شود[۶۰].

$$E_{p1} = 4 \int_0^l \frac{EI}{2} (\frac{d\beta_p}{ds})^2 ds = 2 \frac{EI}{l} \beta^2 \qquad (۱۳-۳)$$

همچنین انرژی پتانسیل ناشی از وزن جداسازها با استفاده رابطه (۳-۱۴) به دست می‌آید.

$$E_{P2} = \sum_{K=1}^{n} \frac{mgl}{\beta} \sin \frac{kh\beta}{l} \qquad (۱۴-۳)$$

در رابطه (۳-۱۴) h فاصله بین جداسازها و n تعداد جداسازها می‌باشد؛ بنابراین انرژی پتانسیل کل بازوی پیوسته E_p با استفاده رابطه (۳-۱۵) به دست می‌آید.

$$E_p = E_{p1} + E_{p2} \qquad (۱۵-۳)$$

۳-۲-۴ نیروی‌های تعمیم‌یافته

در بازوی پیوسته مورد بررسی با توجه به ساختار و شکل قرارگیری کابل‌ها، حداکثر دو کابل به‌طور همزمان فعال هستند. لذا فرض می‌شود نیروی‌های F_1 و F_2 فعال هستند. جابه‌جایی کابل‌ها ناشی از نیروی F_1 و F_2 برابر با l_1 و l_2 بوده و l_i معادل با $l - l_i$ می‌باشد، l طول هسته اصلی و l_i طول کابل‌ها است. نیروهای تعمیم‌یافته در رابطه (۳-۱۶) نمایش داده شده است.

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 \dfrac{\partial l_1}{\partial \beta} + F_2 \dfrac{\partial l_2}{\partial \gamma} \\ Q_2 = F_1 \dfrac{\partial l_1}{\partial \beta} + F_2 \dfrac{\partial l_2}{\partial \gamma} \end{cases} \tag{۱۶-۳}$$

با استفاده از معادله (۳-۴)، معادله (۳-۱۶) را می‌توان به‌صورت معادله (۳-۱۷) برای محاسبه نیروهای تعمیم‌یافته به دست آورد.

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 r\cos(\gamma) + F_2 r\cos(-\gamma + \theta) \\ Q_2 = F_1 r\beta\sin(\gamma) + F_2 r\beta\sin(-\gamma + \theta) \end{cases} \tag{۱۷-۳}$$

۳-۲-۵ مدل دینامیکی

برای استخراج معادلات حرکت بازو از روش لاگرانژ مطابق رابطه (۳-۱۸) استفاده شده است.

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial E_k}{\partial \dot{p}_j} - \frac{\partial E_k}{\partial p_j} + \frac{\partial E_p}{\partial p_j} = Q_i, (j = 1,2) \tag{۱۸-۳}$$

در رابطه (۳-۱۸) Q_i نیروی‌های تعمیم‌یافته،$p_1 = \beta$ و $p_2 = \gamma$ می‌باشند. با قرار دادن معادلات (۳-۱۲)، (۳-۱۵) و (۳-۱۷) در رابطه (۳-۱۸) معادلات دینامیکی بازوی پیوسته به فرم رابطه (۳-۱۹) به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta}^2 \\ \dot{\beta}\dot{\gamma} \\ \dot{\gamma}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{21} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \tag{۱۹-۳}$$

که در رابطه (۳-۱۹)، M ماتریس اینرسی، C ماتریس کوریولیس و Kماتریسی شامل بخش‌های گرانشی می‌باشد؛ درایه‌های ماتریس‌هایM، C، K و D در پیوست ارائه شده است.

فصل چهارم

دینامیک بازو پیوسته با مکانیزم تراکم

۴-۱ مقدمه

در این فصل به بررسی مفهوم تراکم دانه‌ها پرداخته می‌شود و عوامل تاثیر گذار بر پدیده تراکم مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس نرم‌افزارهای شبیه‌سازی ربات‌های نرم معرفی و مقایسه می‌شوند در ادامه مدل شبکه واکسل معرفی و با روش المان محدود مقایسه می‌شود پس از آن به کمک نرم افزار Voxcad به بررسی تاثیر، اندازه، نوع و شکل دانه‌ها بر سختی بازو پرداخته می‌شود. در پایان نیز با استفاده از روش لاگرانژ مدل دینامیکی بازوی پیوسته با مکانیزم تراکم محاسبه می‌شود. در این مدل توده دانه-ها تحت فشار با یک تیر یک سر گیردار مدل شده است. از نتایج تجربی در به دست آوردن خصوصیات تیر استفاده شده است. سپس تاثیر نوع دانه‌ها و همچنین فشار محفظه بر رفتار بازو بررسی شده است.

۴-۲ مفهوم تراکم مواد دانه‌ریز

عبارت تراکم[۹] به فرآیندی فیزیکی اطلاق می‌شود که به واسطه آن موادی مانند دانه‌ها ، شیشه، فوم و سیال‌های پیچیده با افزایش چگالی حالت جامدگون پیدا می‌کنند. چگالی در سیستم‌های تراکم پذیر به فاکتورهای زیادی بستگی دارد از این فاکتورها می‌توان به شکل دانه‌ها، تغییر شکل پذیری دانه‌ها، نیروی اصطکاک بین دانه‌ها و غشا و پراکندگی اندازه دانه‌ها اشاره کرد.

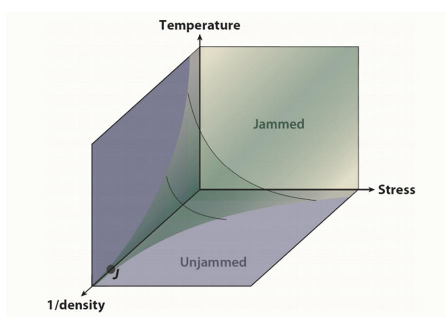
تغییر فاز دانه‌ها و تغییر فاز شیشه مشابه یکدیگر هستند البته تفاوت ساختاری در عامل به وجود آورنده آن‌ها وجود دارد تغییر فاز شیشه تحت اثر دما صورت می‌گیرد اما پدیده تراکم مواد دانه‌ریز یک پدیده دما ثابت است[۶۱] علاوه بر این در پدیده تراکم دانه‌ها در حالت جامدگون ساختار غیرمنظمی دارند اما تغییر فاز شیشه ناشی از پدیده بلورسازی[۱۰] است در این فرآیند ذرات به صورت منظم در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند. نکته‌ای که پدیده تراکم را منحصر به فرد می‌کند این است که نمودار تغییر فاز مواد دانه‌ریز در نقطه‌گذار از حالت مایع گون به جامد گون دارای شیب تند است اما تغییر فاز شیشه چه با تغییر دما و چه با اعمال تنش با شیب تند نخواهد بود [۴۳].

در شکل (۴-۱) نمودار تغییر فاز مواد دانه‌ریز نمایش داده شده است سه پارامتر دما، تنش و چگالی باعث تغییر فاز سیستم می‌شود. هنگامی‌که چگالی افزایش پیدا کند حجم آزاد به ازای هر ذره کاهش می‌یابد در نتیجه نیروی وارده بر ذرات توسط ذرات مجاور به حدی می‌رسد که دانه‌ها تحرک پذیری

۹ Jamming
۱۰ Crystallization

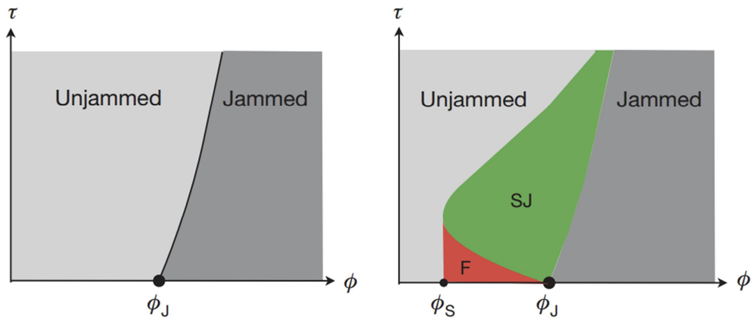
خود را از دست می‌دهند و کل سیستم به‌صورت یکپارچه درمی‌آید در این حالت مدول بالک و مدول برشی سیستم صفر نخواهد بود. افزایش بیشتر چگالی، توده دانه‌ها را قادر می‌سازد تا تنش برشی بیشتری را تحمل کنند پیش از آنکه تسلیم و وارد فاز غیر تراکمی شوند. در پدیده تراکم دانه‌ها تغییر فاز غالباً به دما بستگی ندارد، قیود هندسی باعث تغییر فاز در این مواد می‌شود. نسبت فضای خالی به فضای اشغال شده و همچنین تنش برشی از پارامترهای اصلی در توصیف رفتار دانه‌ها است.

در شکل (۴-۲) نمودار تراکم برای دانه‌های کروی بدون اصطکاک (الف) و دانه‌های کروی با اصطکاک (ب) نمایش داده شده است. در شکل (۲-۴) الف بخش تراکمی و غیر تراکمی به وسیله خط تنش تسلیم از یکدیگر جدا شده‌اند. روی خط تنش تسلیم با کاهش کسر حجمی و یا افزایش تنش برشی تغییر فاز از حالت جامدگون به مایع‌گون اتفاق می‌افتد. هنگامی‌که اصطکاک بین دانه‌ها لحاظ نشود تغییر فاز زمانی اتفاق می‌افتد که ۶۴ درصد حجم سیستم توسط دانه‌ها اشغال شده است. اما زمانی که اصطکاک دانه‌ها نیز در نظر گرفته شود تغییر فاز در کسر حجمی ۵۵ درصد اتفاق می‌افتد در این حالت ناحیه‌ای شکل می‌گیرد به نام ناحیه شکننده f در این ناحیه در صورتی که تنش برشی بر دانه‌ها وارد شود بین دانه‌ها شبکه قوی نیرویی ایجاد می‌شود که باعث ایجاد ناحیه تراکمی S_J می‌شود. تفاوت میان دو نمودار شکل (۴-۲) را می‌توان در پدیده اتساع[۱۱] جست و جو کرد. اتساع به تغییر حجم، توده دانه‌ها تحت تنش برشی اطلاق می‌شود. برخلاف اکثر مواد جامد که تحت تنش برشی تمایل به فشرده شدن دارند مواد دانه ریز در حالت تراکم رفتاری کاملا متفاوت از خود نشان می‌دهند و منبسط می‌شوند. این پدیده به این دلیل اتفاق می‌افتد که دانه‌ها در حالت تراکم به یکدیگر قفل شده‌اند و دیگر فضای برای حرکت به اطراف را ندارند.



شکل (۴-۱) نمودار تغییر فاز مواد دانه‌ریز تحت تأثیر پارامترهای تنش، چگالی و دما [۶۲]

[۱۱] Dilate



(الف) (ب)

شکل (۴-۲) نمودار تغییر فاز دانه‌ها در دمای ثابت [۶۲]

در حالتی که از دانه‌ها بدون اصطکاک استفاده می‌شود نیروی برشی از ذره‌ای به ذره دیگر انتقال می‌یابد بدون اینکه نیاز به منبسط شدن سیستم باشد اما زمانی که اصطکاک لحاظ شود در نزدیک نقطه φ_j سیستم منبسط می‌شود.

در شکل (۴-۲) رفتار سیستم در طول محور کسر حجمی به سه بخش تقسیم می‌شود.

φ_s: قبل از این نقطه هیچ تنش برشی منجر به ایجاد فاز جامد نخواهد شد.

$\varphi_s \ll \varphi \ll \varphi_j$: در این محدوده اعمال تنش برشی باعث تغییر فاز می‌شود.

φ_j : بعد از این نقطه ماده در فاز جامد قرار دارد.

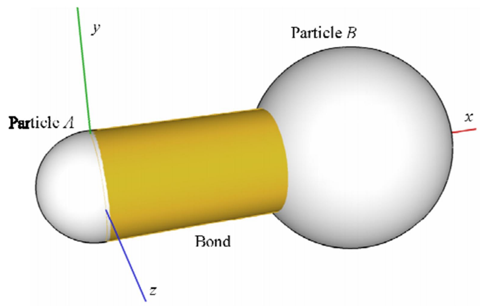
۴-۳ معرفی و مقایسه نرم‌افزارها در حوزه ربات‌های نرم

شبیه‌سازی دینامیک دانه‌ها به دلیل درجات آزادی بالا و اثرات غیرخطی مواد بسیار دشوار و کند است. اثرات غیرخطی مواد، هزینه محاسباتی بسیار بالایی دارد. در ضمن نیاز است که ضرایب مانند ضریب الاستیک غیرخطی و ضریب میرایی بین مواد و بدنه و همچنین ضریب اصطکاک با استفاده از نتایج آزمایشگاهی کالیبره شوند. در ادامه نرم‌افزارهایی که در حوزه ربات‌های نرم کاربرد دارند معرفی می‌شوند

۱. EDEM

تحلیل این نرم‌افزار بر پایه روش المان گسسته مجزا بنا شده است. با انتخاب مدل برخورد هرتز-مندلین می‌توان بین ذرات یک قید گذاشت و ذرات را مانند آنچه در تراکم اتفاق می‌افتد ذرات را به یکدیگر

مقید کرد. همان‌طور که در شکل (۴-۳) مشاهده می‌شود. دو ذره با یک تیر به یکدیگر متصل شده‌اند. در این نرم‌افزار می‌توان با تعیین پارامترهای فیزیکی زیر این قید را توصیف کرد.



شکل (۴-۳) مدل هرتز- میندلین [۶۳]

۱) سختی نرمال ۲) تنش نرمال بحرانی ۳) تنش برشی بحرانی ۴) شعاع تیر اتصال دهنده دو ذره

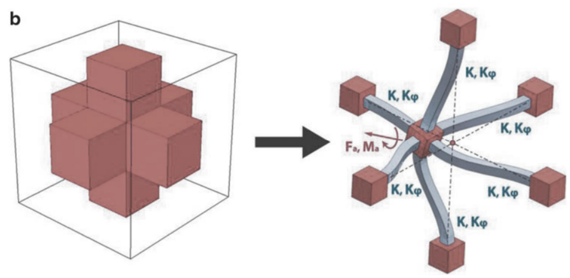
با مشخص کردن موارد فوق توده ذرات در کنار هم قرار می‌گیرند و شبکه‌ای از ذرات را تشکیل می‌دهند اما برای داشتن مقادیر بالا نیاز به داده‌های تجربی است. مشکل دیگر همان‌طور که پیش‌تر نیز مطرح شد کندی این روش در مدل‌ها با تعداد ذرات بالا است.

۲. VOXCAD

واکسل کوچک‌ترین جز ساختاری یک تصویر ۳ بعدی را گویند. از این لحاظ، وکسل مشابه یک پیکسل است. همان طور که در شکل (۴-۴) مشاهده می‌شود در مدل شبکه واکسل هر گره شبکه، دارای شش درجه آزادی می‌باشد و هر وکسل به عنوان یک جرم در نظر گرفته می‌شود که دارای ممان اینرسی دورانی است. به جای استفاده از فنر کششی ساده برای اتصال گره‌ها، از تیر استفاده شده است. واکسل‌ها توسط یک تیر با سطح مقطع ثابت به یکدیگر متصل شده‌اند. این تیر هر دو نوع حرکت انتقالی و دورانی را دارد. همچنین این تیر خمش دو محوره، برش عرضی و نیروی کششی را

تحمل می‌کند. خواص تیری که وکسل‌ها را به یکدیگر متصل می‌کنند از سفتی دو وکسل مجاور محاسبه می‌شود. این روش، یک تقریب خوب از رفتار توده‌ای دانه‌ها به دست می‌دهد.

این مدل بر پایه رهایش غیرخطی[12] بنا شده است و برای شبیه‌سازی سینماتیک و دینامیک دانه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل توانایی شبیه‌سازی مواد بسیار نرم با تغییر شکل‌های بزرگ و کوچک را دارا



شکل (۴-۴) نمایی از تعامل یک دانه با دانه‌های مجاور [۶۴]

است. با توجه به ساختار غیر کوپل المان‌ها هر جز می‌تواند به صورت مجزا کنترل شود و این امر پردازش موازی را امکان پذیر می‌کند. این نرم‌افزار منبع باز است که به عنوان موتور شبیه‌سازی مواد نرم مورد استفاده قرار می‌گیرد. در [۶۴] برای اولین بار از این نرم افزار برای شبیه‌سازی دینامیک ربات نرم[13] استفاده شده است.

۳. Soft Cell Simulator

نرم‌افزار Voxcad توانایی شبیه‌سازی ربات‌های ساخته شده از مواد نرم با خواص متفاوت را داراست اما این نرم‌افزار گزینه مناسبی برای ربات‌های چند سلولی[14] نیست زیرا در این ربات‌ها سلول‌های تشکیل دهنده ربات توانایی تغییر شکل و همچنین تغییر سختی خود را دارند در صورتی که در نرم‌افزار Voxcad اندازه و شکل دانه‌ها ثابت می‌باشد. نمونه‌های ابتدایی این نوع ربات‌ها از لینک‌های سخت تشکیل شده بود؛ اما اخیرا از مواد نرم در ساختار این نوع از ربات‌ها استفاده شده است.

---

۱۲ Nonlinear relaxation

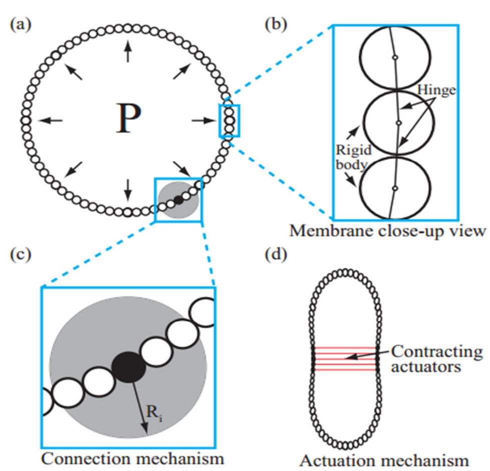
۱۳ Soft robot

۱۴ Multi-cellular Robot

در این مدل ربات از سلول‌های دایره‌ای شکل تشکیل‌شده که سختی آن‌ها تابعی از فشار داخل حباب است. غشای ربات از کره‌های صلب تشکیل‌شده که با لولا به یکدیگر متصل شده‌اند. در شکل (۴-۵) نمایی از مدل ارائه شده نمایش داده شده است. در این مدل گاز داخل غشا ایده آل فرض شده و تغییر دما باعث تغییر سختی سلول می‌شود. این روش توسط گرمان توسعه داده شده است [۶۵]. با توجه به جدول (۴-۱) از نرم‌افزار Voxcad برای تحلیل رفتار مواد دانه‌ریز در بازوی پیوسته با سختی متغیر استفاده شده است.

جدول (۴-۱) مقایسه نرم‌افزارهای تحلیل دینامیک ربات‌های نرم

نرم‌افزار	EDEM	Voxcad	Soft Cell Simulator
تغییر شکل وسیع	ندارد	دارد	دارد
تغییر شکل پلاستیک	غیرمستقیم	دارد	غیرمستقیم
برخورد بین دو جسم نرم	ندارد	دارد	ندارد
ابعاد	3D	3D	2D
تغییر سختی دانه‌ها	ندارد	نداد	دارد



شکل (۴-۵) نمایی از مدل دینامیکی ربات چند سلولی با ساختار نرم [۶۵]

۴-۴ مقایسه روش المان محدود با مدل جرم-فنر

روش المان محدود[۱۵] یک روش شناخته شده در شبیه‌سازی رفتار مکانیکی سازه‌ها است. در این روش یک ماتریس سختی که حاوی اطلاعاتی در مورد اتصالات کل شبکه و همچنین خواص مواد در هر گره است تشکیل می‌شود. از مزایای این روش می‌توان به حل یک سیستم با شبکه بندی نامنظم و گسسته اشاره کرد؛ با این حال، این روش تنها زمانی می‌تواند مؤثر واقع شوند که حل معادلات اساسی خطی باشند. بنابراین، تغییر شکلی که به طور قابل توجهی تغییر در هندسه ایجاد کند نیاز به تجدید شبکه بندی دارد.

مدل جرم و فنر به طور گسترده برای اجسام تغییر شکل‌پذیر استفاده می‌شود. از مزایای این روش می‌توان به سادگی نسبی و سهولت در تحلیل تغییر شکل‌های بزرگ و پارامترهای غیرخطی اشاره کرد. در این مدل یک شی به صورت توده‌ای از جرم‌های گسسته تجزیه می‌شود که با فنر به یکدیگر متصل شده‌اند. بنابراین، کل سیستم یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی است که می‌تواند به طور مستقیم به حل رفتار یکپارچه سیستم منجر شود. این موضوع سبب می‌شود که در شبیه‌سازی‌های فیزیکی مبتنی بر ذرات هزینه محاسباتی کاهش و دقت بالا رود.

در روش المان محدود از شبکه با فرم آزاد[۱۶] استفاده می‌شود. شبکه با فرم آزاد[۱۷] زمانی که عناصر شبکه از یک جنس هستند مناسب به نظر می‌رسد اما زمانی که در شبکه با فرم آزاد از مواد با سختی و خواص متفاوت استفاده شود توصیف رفتار کلی جسم دقیق نیست زیرا در این حالت مش‌های تولیدی بسیار بزرگ و ناکارآمد هستند. یکی از مزایا محدود کردن عناصر گسسته به وکسل، محاسبه کارآمد نیروی اجزا تشکیل دهنده می‌باشد چرا که سختی تیرهای اتصال دهنده وکسل‌ها می‌تواند از قبل بر اساس سختی وکسل‌های مجاور تعیین شود؛ بنابراین هر وکسل می‌تواند سختی منحصر به فردی داشته باشد بدون آنکه از کارایی شبیه‌سازی کاسته شود. علاوه بر این، با استفاده از یک شبکه وکسل امکان تشکیل مش‌های بد فرم به صفر می‌رسد.

---

۱۵ Finite element method

۱۶ Freeform Mesh

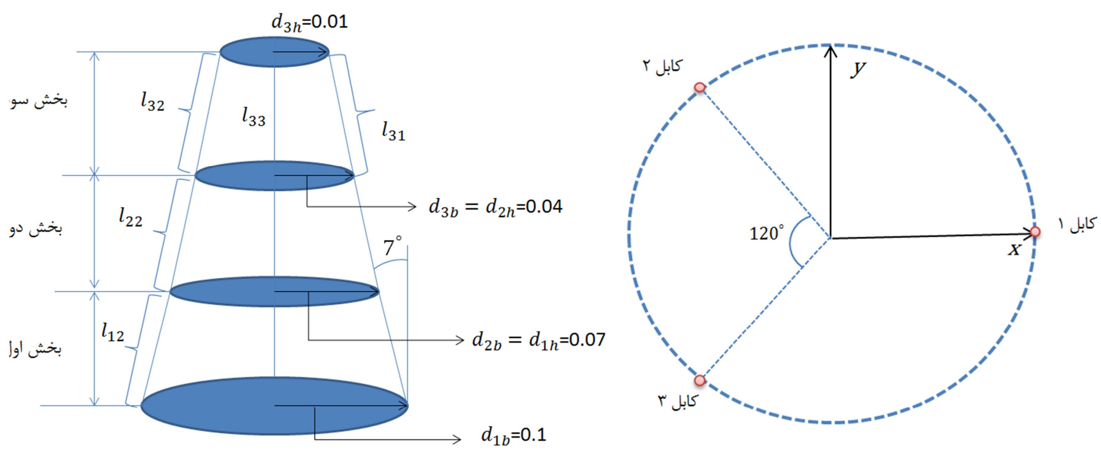
۱۷ Freeform Mesh

۴-۵ طرح مسئله

در این پایان نامه هدف یافتن مدل دینامیکی برای بازوی پیوسته فعال توسط مکش مواد دانه ریز است. برای رسیدن به این هدف ابتدا سینماتیک بازوی پیوسته طبق دو روش انحنای ثابت و انحنای متغییر مقایسه می‌شود. سپس چالاکی بازو در مسیر معین و همچنین کل فضای کاری مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس مدل دینامیکی ارائه شده در [۸] برای بازوی پیوسته برای دو حالت حضور و عدم حضور نامعینی در مدل دینامیکی بحث شده است. در پایان دینامیک بازوی پیوسته فعال توسط مکش مواد دانه ریز با استفاده از روش لاگرانژ مدل شده است. همچنین از نرم افزار Voxcad برای تحلیل عوامل موثر بر سختی بازو استفاده شده است.

۴-۶ شبیه‌سازی و مقایسه مدل انحنای ثابت و انحنای متغیر

در این بخش دو مدل انحنای ثابت و انحنای متغیر مورد بررسی قرار می‌گیرد. بازوی پیوسته مورد بررسی دارای ویژگی‌های زیر است. شکل بازو در شکل (۲-۱۵) نمایش داده شده است.



(ب) (الف)

شکل ۴-۶ (الف) نمایی از بازوی پیوسته متشکل از سه بخش (ب) نمایی از زاویه کابل‌ها نسبت به یکدیگر

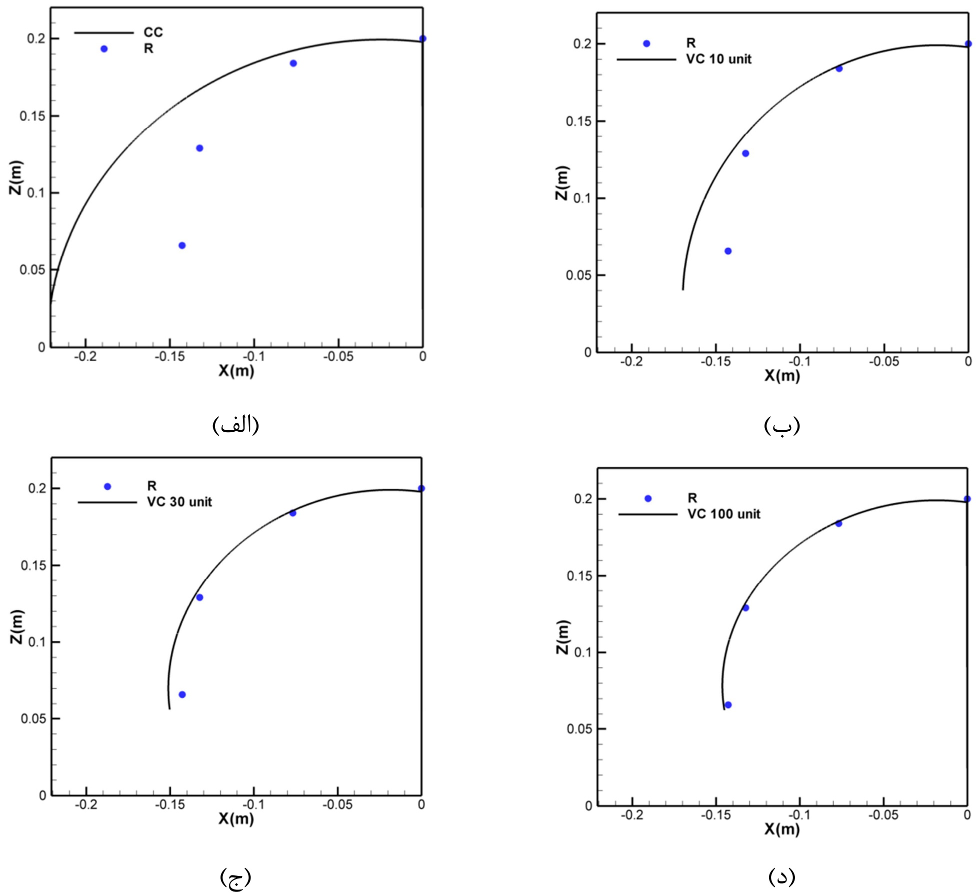
- سه عملگر کابلی با زاویه ۱۲۰ درجه نسبت به یکدیگر قرارگرفته‌اند.
- بازوی پیوسته از سه بخش تشکیل شده که به صورت متوالی به یکدیگر متصل شده‌اند.
- بازو مخروط ناقص با زاویه ۷ درجه می‌باشد

در شکل (۴-۶) مشخصات معرفی شده نمایش داده شده است. پارامترهای شبیه‌سازی در جدول (۴-۲) نمایش داده شده است. طول کابل دوم و سوم حداقل فرض شده (l_{min}) و طول کابل اول از حداقل طول مجاز تا حداکثر طول مجاز تغییر می‌کند. مسیر مرجع با دایره توپر نمایش داده شده است. همان طور که در شکل (۴-۷) (الف) مشاهده می‌شود مدل انحنا ثابت دقت مناسبی ندارد و در انتهای مسیر خطای بالایی دارد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد واحدها دقت مدل بالاتر می‌رود و نتایج نسبت به حالت انحنای ثابت بهبود می‌یابد. این روند تا جایی ادامه می‌کند که خطا به حداقل مقدار خود می‌رسد. نهایتاً مشاهده می‌شود که با انتخاب ۱۰۰ واحد خطا به طور چشمگیری کاهش یافته می‌یابد. اما افزایش زمان محاسباتی بهایی است که برای این دقت باید پرداخته شود. در جدول (۴-۳) زمان محاسباتی برای تعداد واحدهای انتخاب شده نمایش داده شده است.

جدول (۴-۲) اطلاعات هندسی استفاده شده در شبیه‌سازی مدل انحنای ثابت و انحنای متغیر

توضیحات	مقدار $\{i=3 \quad i=2 \quad i=1\}$ واحد	پارامتر
فاصله شعاعی کابل‌ها (پایه)	$\{0.100 \quad 0.070 \quad 0.040\}$ m	d_{ib}
فاصله شعاعی کابل‌ها (سر)	$\{0.070 \quad 0.040 \quad 0.010\}$ m	d_{ih}
فاصله میانگین شعاعی	$\{0.085 \quad 0.055 \quad 0.025\}$ m	$\overline{d_i}$
ارتفاع پایه	$\{0.000 \quad 0.000 \quad 0.000\}$ m	l_{ib}
ارتفاع سر	$\{0.000 \quad 0.000 \quad 0.000\}$ m	l_{ih}
حداقل طول کابل‌ها	$\{0.200 \quad 0.200 \quad 0.200\}$ m	$l_{min,ik}$
حداکثر طول کابل‌ها	$\{0.300 \quad 0.300 \quad 0.300\}$ m	$l_{max,ik}$

جدول (۴-۳) هزینه محاسباتی برای مدل انحنای ثابت و انحنای متغیر	
هزینه محاسباتی	مدل
۰/۰۹۴۲۲۸۱ (s)	انحنای ثابت (یک واحد)
۰/۸۶۷۲۶۷(s)	انحنای متغیر (۵ واحد)
۰/۹۱۱۶۴۷(s)	انحنای متغیر (۱۰ واحد)
۰/۹۶۳۶۵۴(s)	انحنای متغیر (۱۵ واحد)
۱/۱۶۸۴۸۶(s)	انحنای متغیر (۳۰ واحد)
۱/۹۰۴۸۶۳(s)	انحنای متغیر (۱۰۰ واحد)



شکل (۴-۷) سینماتیک مجری نهایی بر طبق روش انحنای متغیر با واحدهای متفاوت در یک بخش

۴-۷ معیار چالاکی

اصطلاح چالاکی به سهولت حرکت مجری نهایی اطلاق می‌شود[۱۷]. معیار چالاکی برای اولین بار توسط یوشیکاوا ارائه شد[۶۶] [۶۷]. این معیار به ژاکوبین بازو بستگی دارد. برای بازوها با افزونگی سینماتیکی شاخص چالاکی به صورت رابطه (۴-۱) تعریف می‌شود

$$w(J) = \sqrt{\det(J.J^{T})} \quad (۱-۴)$$

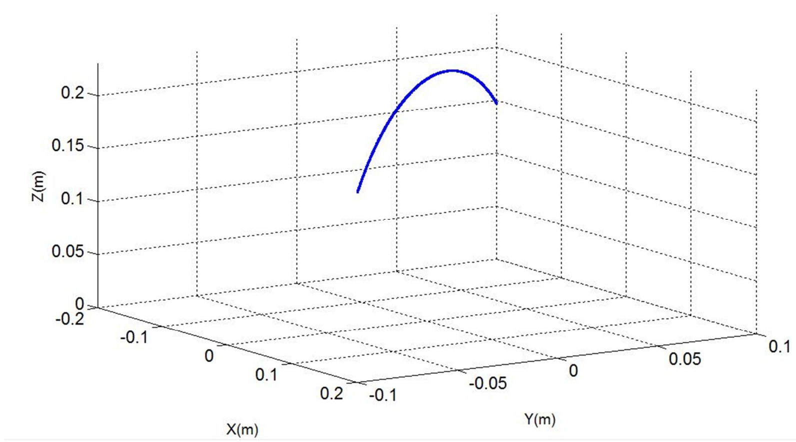
در رابطه (۴-۱) J ماتریس ژاکوبین بازو می‌باشد. w(J) عبارتی غیر منفی است. هر چه مقدار w(J) بزرگ‌تر باشد نشان دهنده چالاکی بیشتری است. بازو در نقاط تکین حداقل چالاکی را دارد [۶۸]. شاخص چالاکی می‌تواند بینش ارزشمندی در رابطه با طراحی بازو و ارزیابی عملکرد آن در فضای کاری ارائه دهد[۶۹].

۴-۷-۱ معیار چالاکی در مسیر معین

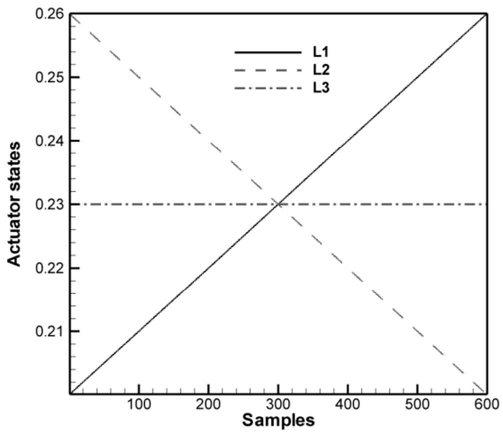
مسیر اول

در شکل (۴-۸) مسیر طی شده توسط بازو در فضا نمایش داده شده است. در این مسیر بازو در ابتدا در جهت $Y-$ قرار دارد و پس از طی مسیر در جهت $Y+$ قرار می‌گیرد. در مسیر اول، طول کابل اول از حداقل طول مجاز تا طول ۲۶۰ میلی‌متر طی ۶۰۰ گام افزایش می‌یابد. طول کابل دوم از ۲۶۰ میلی‌متر در لحظه شروع به حداقل طول مجاز کاهش می‌یابد و نهایتا طول کابل سوم ثابت و برابر ۲۳۰ میلی‌متر می‌باشد. در شکل (۴-۹) تغییرات طول کابل‌ها نمایش داده شده است.

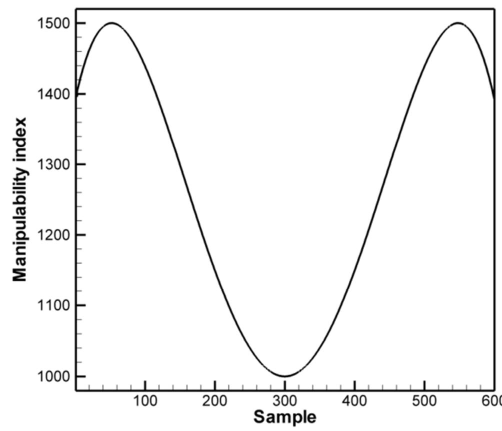
در شکل (۴-۱۰) چالاکی بازوی در مسیر طی شده نمایش داده شده است. حداکثر چالاکی ۱۵۰۰ و حداقل آن ۱۰۰۰ می‌باشد. در گام ۳۰۰ بازو حداقل چالاکی را دارد، در این نقطه طول هر سه کابل یکسان و برابر ۲۳۰ میلی‌متر است. با توجه به شکل‌های (۴-۹) و (۴-۱۰) می‌توان دریافت در اطراف نقطه تکین بازو، هر چه اختلاف طول کابل‌ها با یکدیگر کمتر شود چالاکی بازو کاهش می‌یابد و هر چه اختلاف طول کابل‌ها بیشتر شود چالاکی افزایش می‌یابد. با توجه به ساختار انعطاف‌پذیر بازو، توانایی قرار گرفتن در نقطه نهایی از مسیرهای گوناگون ممکن است لذا همواره باید مسیری را یافت که طول سه کابل در این مسیر با یکدیگر برابر نشود زیرا در این نقطه چالاکی بازو به شدت کاهش می‌شود.



شکل (۴-۸) مسیر طی شده مجری نهایی در مسیر اول



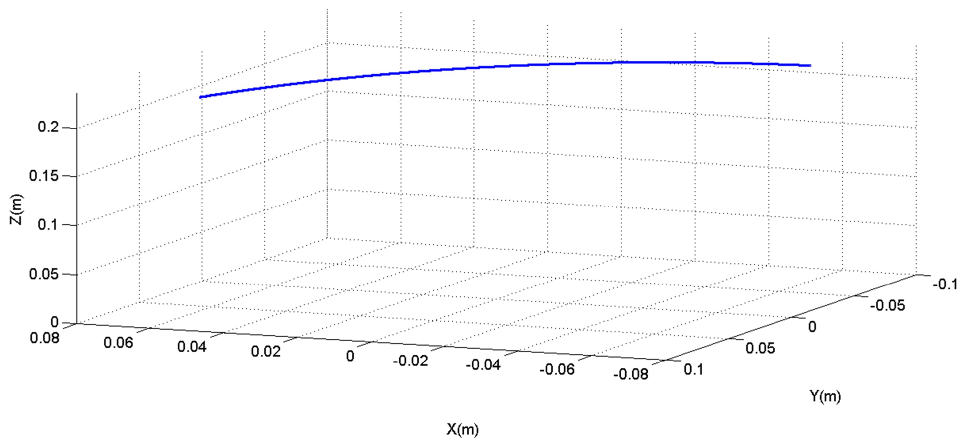
شکل (۴-۹) تغییر طول کابل در مسیر اول



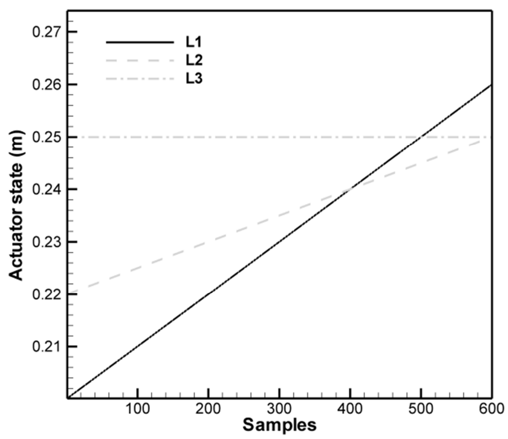
شکل (۴-۱۰) شاخص چالاکی در مسیر اول

مسیر دوم

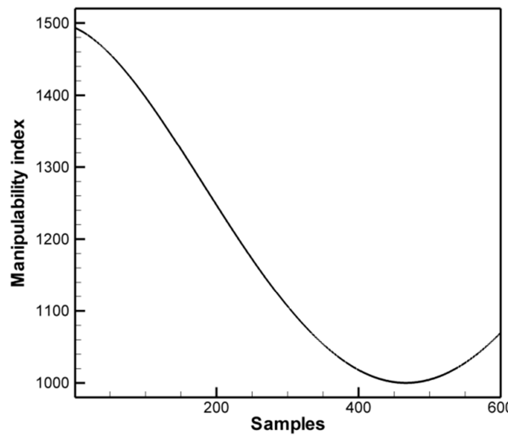
در مسیر دوم طول کابل اول از مقدار ۲۰۰ میلی‌متر تا ۲۶۰ میلی‌متر افزایش می‌یابد، طول کابل دوم از مقدار ۲۲۰ میلی‌متر تا ۲۶۰ میلی‌متر افزایش می‌یابد و طول کابل سوم ثابت و برابر ۲۵۰ میلی‌متر است. در شکل (۴-۱۱) مسیر طی شده توسط بازو نمایش داده شده است. در این مسیر به دلیل اینکه در هیچ یک از نقاط طول سه کابل با هم برابر نمی‌شود نقطه تکین وجود ندارد. اما هر چه طول کابل-ها به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شود چالاکی بازو کاهش می‌یابد. با توجه به شکل (۴-۱۲) در گام اول شبیه سازی طول کابل اول، دوم و سوم به ترتیب ۲۰۰، ۲۲۰ و ۲۵۰ میلی‌متر است، در این نقطه بیشترین چالاکی حاصل شده است اما با افزایش طول کابل‌های اول و دوم و کم شدن اخلاف طول سه کابل چالاکی کاهش می‌یابد و سرانجام در گام ۴۷۳ به حداقل مقدار خود می‌رسد و سپس دوباره افزایش می‌یابد.



شکل (۴-۱۱) مسیر طی شده مجری نهایی در مسیر دوم



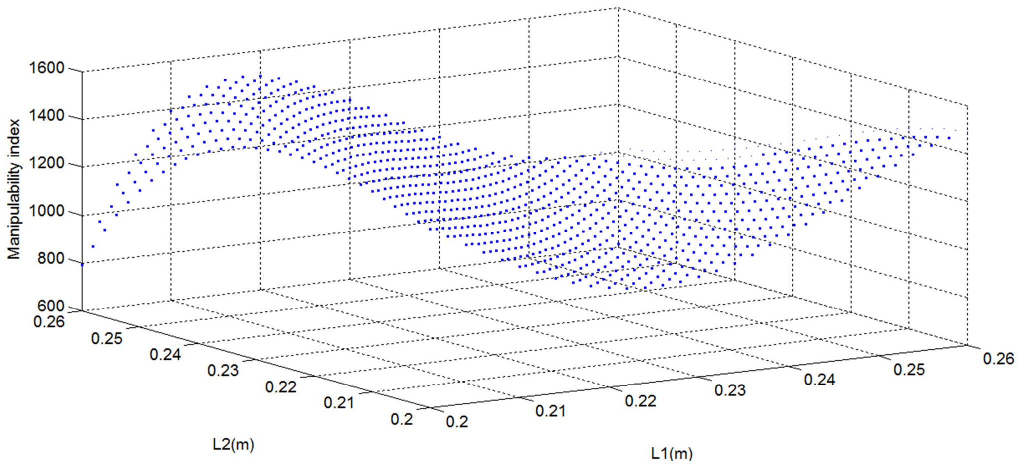
شکل (۴-۱۲) تغییر طول کابل در مسیر دوم



شکل (۴-۱۳) شاخص چالاکی در مسیر دوم

۲-۷-۲ معیار چالاکی در فضای کاری

در شکل (۴-۸) تغییرات شاخص چالاکی برای مسیر مشخصی تعیین شد. در این بخش هدف یافتن شاخص چالاکی در فضای کاری است به این منظور معیار چالاکی برای تمام مسیرهای ممکن برای حرکت بازوی پیوسته در بازه مجاز طول کابل‌ها بررسی می‌شود. محدوده طول کابل‌های اول و دوم از صفر تا ۲۶۰ میلی‌متر تغییر می‌کند و طول کابل سوم ثابت و برابر۲۵۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. همان طور که در شکل (۴-۱۴) مشاهده می‌شود زمانی که طول کابل‌های اول و دوم برابر ۲۵۰ میلی‌متر است بازو حداقل چالاکی را دارد.



شکل (۴-۱۴) تغییرات معیار چالاکی در فضای کاری

۴-۸ کنترل موقعیت در حضور و عدم حضور نامعینی پارامتری

در بخش قبل فرم بسته معادلات دینامیکی حاکم بر بازوی پیوسته به دست آمد، در این قسمت کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی بررسی شده است. در ابتدا مدل دینامیکی بازو معین فرض شده و از کنترلر فیدبک خطی ساز برای کنترل موقعیت بازو استفاده شده است؛ سپس جرم هسته اصلی و کابل‌ها به‌عنوان نامعینی در مدل دینامیکی در نظر گرفته‌شده و از کنترلر تطبیقی برای کنترل موقعیت بازو استفاده شده است.

۴-۸-۱ کنترل با فرض عدم حضور نامعینی‌ها و اثبات پایداری

در این مرحله از روش گشتاور محاسبه‌شده برای کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی استفاده شده است. در ادامه قانون کنترلی و اثبات پایداری روش گشتاور محاسبه شده ارائه شده است. مدل دینامیکی (۳-۱۹) بازو پیوسته را می‌توان طبق رابطه (۳-۲۰) بازنویسی نمود.

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C_m(q,\dot{q})\dot{q} + K(q) \qquad (۴-۲)$$

با توجه به رابطه (۳-۱۹)، در رابطه (۴-۲)، $q = [\beta \quad \gamma]^{\mathrm{T}}$ بوده و $\tau = DF$ می‌باشد. قانون کنترل گشتاور محاسبه شده بر اساس روش کنترل پسخورد حالت، برای جبران غیرخطی‌های موجود در مدل دینامیکی طبق رابطه (۴-۳) پیشنهاد می‌شود.

$$\tau = M(\ddot{q_d} - u) + C_m(q,\dot{q})\dot{q} + K(q) \qquad (۴-۳)$$

که در رابطه (۴-۳)، q_d مسیر مطلوب و u بخش کنترل خطی کنترلگر بوده و بعد از حذف غیرخطی-ها توسط جمله‌های دیگر معادله (۴-۳) به صورت رابطه (۴-۴) طراحی می‌شود:

$$u = -K_v\dot{e} - K_p e \tag{۴-۴}$$

که در رابطه (۴-۴)، e مقدار خطا به‌صورت $e = q_d - q$ تعریف می‌شود، با جایگذاری بخش کنترل خطی (۴-۴) در قانون کنترلی (۴-۳) و سپس قرار دادن نتیجه حاصل در معادله دینامیکی بازو (۴-۲) رابطه (۴-۵) برای دینامیک خطا به دست می‌آید:

$$\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e = 0 \tag{۵-۴}$$

با فرض قطری بودن و مثبت معین بودن ماتریس‌های K_v و K_p، می‌توان معادله مشخصه حلقه بسته (۴-۵) را طبق رابطه (۴-۶) محاسبه نمود.

$$\Delta_s(s) = \prod_{i=1}^{n}(s^2 + K_{vi}s + K_{pi}) \tag{۶-۴}$$

از رابطه (۴-۶) و با توجه به فرض مثبت بودن ضرایب K_{vi} و K_{pi} تمام مقادیر ویژه و قطب‌های سیستم حلقه بسته، سمت چپ محور موهومی قرار گرفته و لذا طبق رابطه (۴-۵) با گذشت زمان مقدار خطا به سمت صفر میل خواهد نمود؛ لذا سیستم دارای پایداری مجانبی در مبدا خواهد بود و با اعمال کنترلر گشتاور محاسبه شده (۴-۳) به دینامیک (۴-۲) سیستم حلقه بسته پایدار خواهد بود.
بنابراین با توجه به رابطه (۴-۳) و (۴-۴) و اینکه $\tau = DF$ می‌باشد. کنترلر مبتنی بر روش گشتاور محاسبه شده نهایی به‌صورت رابطه (۴-۷) پیشنهاد می‌شود.

$$F = D^{-1}(M(\ddot{q}_d - K_v\dot{e} - K_p e) + C\dot{q} + Kq) \tag{۷-۴}$$

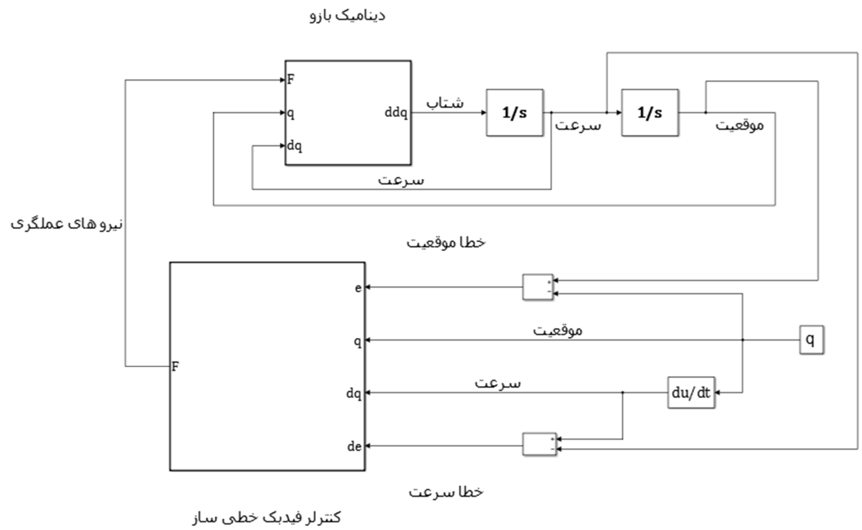
در شکل (۴-۱۵) فلوچارت کنترلی در حالت عدم حضور نامعینی در سیستم نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که در این مرحله فرض بر این است که نامعینی در معادلات دینامیکی سیستم وجود ندارد. مسیر مطلوب حرکت بازو طبق رابطه (۴-۸) تعریف شده است [۱۶].

$$\begin{cases} x = R\cos(\Omega t) \\ y = R\sin(\Omega t) \\ z = h_z \end{cases} \tag{۸-۴}$$

که در رابطه (۴-۸)، R شعاع دایره ۷۱/۶۲ میلی‌متر،سرعت زاویه‌ای $\Omega = \frac{\pi}{6}$ رادیان بر ثانیه و ارتفاع صفحه دایره از محور z، $z = ۱۲۴/۰۵\ \text{mm}$، در نظر گرفته شده است. برای ایجاد مسیر حرکتی که در رابطه (۴-۸) معرفی شد و برای قرار گرفتن مجری نهایی در مسیر معرفی‌شده فوق، متغیرهای β و γ باید به‌صورت ذیل تغییر کنند.

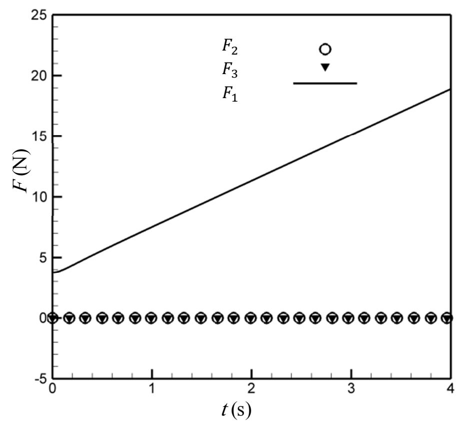
۱. افزایش زاویه خمش β از صفر تا $\frac{\pi}{6}$؛ که در $\beta = \frac{\pi}{6}$ مجری نهایی بازو در $z = ۱۲۴/۰۵\ \text{mm}$ قرار می‌گیرد.
۲. افزایش γ از صفر تا 2π برای طی کردن مسیر دایره‌ای

مقادیر پارامترهای سیستم برای شبیه‌سازی در جدول (۴-۴) نمایش داده‌شده است.

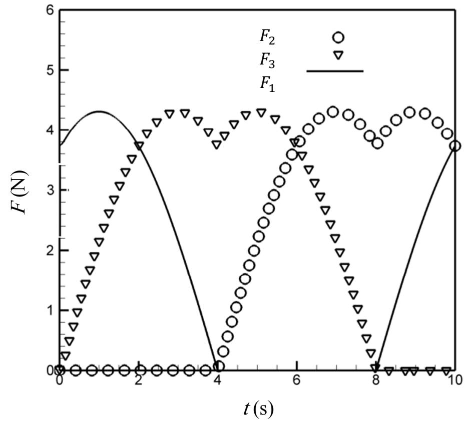


شکل (۴-۱۵) فلوچارت کنترلی در حالت عدم حضور نامعینی در سیستم

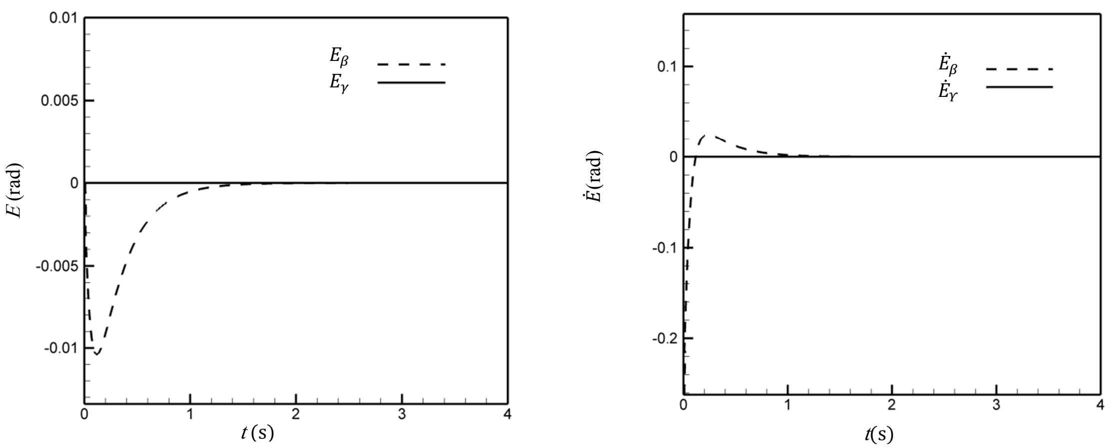
در شبیه‌سازی این قسمت، $K_p = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$ و $K_v = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ در نظر گرفته‌شده است. برای مرحله اول حرکت، نتایج شبیه‌سازی مربوط به نیروهای عملگری در کابل‌ها در شکل (۳-۳)، همچنین خطای موقعیت و سرعت مجری نهایی در شکل (۴-۱۸)، نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل (۴-۱۸) (الف) و (ب) مشاهده می‌شود خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت ۱/۵ ثانیه به سمت صفر میل می‌کند. در شکل (۴-۱۶) مشاهده می‌شود که نیروهای عملگری F_1 و F_2 برابر صفر و نیرو کابل سوم به‌صورت خطی افزایش می‌یابد تا مجری نهایی در موقعیت $z = ۱۲۴/۰۵\ \mathrm{mm}$ قرار گیرد؛ لذا در این مرحله دو کابل به‌طور همزمان فعال هستند. در این مرحله از حرکت $\dot{\beta}$ برابر با $\frac{\pi}{12}$ و $\dot{\gamma}$ برابر با صفر است.



شکل (۴-۱۶) نیروی‌های عملگری در مرحله اول حرکت

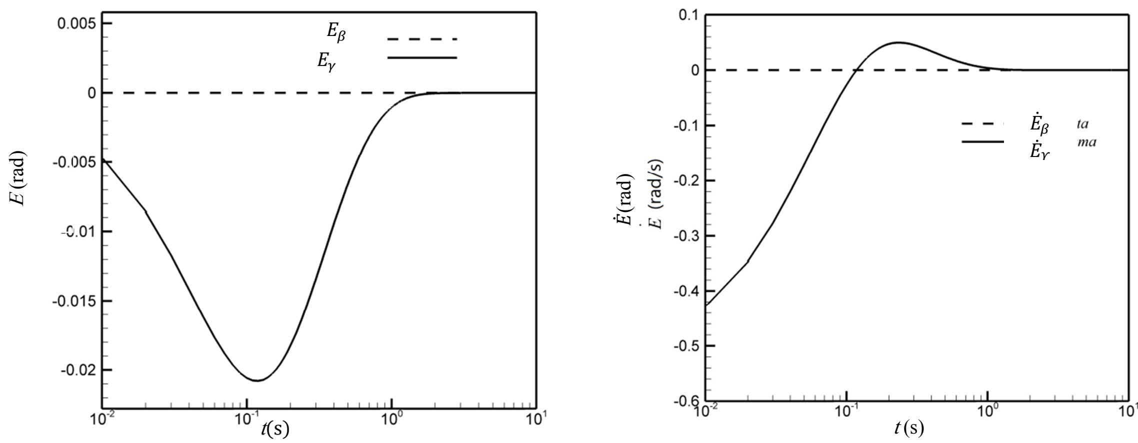


شکل (۴-۱۷) نیروهای عملگری در مرحله دوم حرکت



(الف) (ب)

شکل (۴-۱۸) خطا در مرحله اول حرکت (الف) خطای موقعیت، (ب) خطای سرعت



(الف) (ب)

شکل (۴-۱۹) خطا در مرحله دوم حرکت (الف) خطای موقعیت، (ب) خطای سرعت

پارامتر	توضیح	مقدار	واحد
m_1	جرم هسته اصلی	۱	gr
m_2	جرم کابل‌ها	۱	gr
l	طول بازو	۱۵۰	mm
r	فاصله بین هسته اصلی و کابل‌ها	۳	mm
h	فاصله بین جداسازها	۱۵	mm
E	مدول الاسیسته	۶۵	GPa
I	اینرسی کابل‌ها	۰/۶۲	mm^4

جدول (۴-۴) پارامترهای بازوی پیوسته

در مرحله دوم حرکت، بازو مسیر دایره‌ای را طی می‌کند. نتایج شبیه‌سازی برای ایجاد این حرکت، در شکل‌های (۳-۴) و (۳-۶) نمایش داده شده است. همان‌طور در که شکل (۴-۱۹) (الف) و (ب) مشاهده می‌شود، خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت ۱/۵ ثانیه به سمت صفر میل می‌کند و با توجه به شکل (۴-۱۷) مشاهده می‌شود نیروی کابل‌ها برای ایجاد حرکت دایره‌ای به‌طور تناوبی صفر می‌گردند. در این مرحله $\dot{\gamma}$ برابر $\frac{\pi}{6}$ و $\dot{\beta}$ برابر صفر می‌باشند.

۴-۹ کنترل در حضور نامعینی در سیستم

تحقیقات در زمینه کنترل‌گر تطبیقی با طراحی خلبان خودکار که در محدوده وسیعی از سرعت و ارتفاع کار می‌کرد آغاز شد. کنترل‌گر تطبیقی به‌عنوان یک روش خودکار کنترل‌کننده پارامترهای سیستم‌هایی که دینامیک آن‌ها با تغییرات روبه‌رو است پیشنهاد شد؛ در دهه‌های اخیر نظریه‌های منسجم کنترل تطبیقی با استفاده از ابزارهای نظری توسعه یافته است. این نظریه‌های توسعه یافته هزینه محاسباتی پایین‌تری دارند لذا محققان از این روش‌ها در موارد متعددی نظیر جابه‌جایی بازوها، کنترل هواپیما و موشک، فرآیندهای شیمیایی، سیستم‌های قدرت و مهندسی پزشکی استفاده می‌کنند. بسیاری از سیستم‌های دینامیکی که بایستی کنترل شوند پارامترهای نامعلومی دارند که یا ثابت‌اند یا به‌کندی تغییر می‌کنند. از این نوع سیستم‌ها می‌توان به هواپیماها که با کاهش تدریجی سوخت و به تبع آن کاهش وزن، نیاز است که قدرت پیشرانه هواپیما با وزن جدید هواپیما تطبیق پیدا کند نام برد.

در بازوها اگر پارامترهای بار دقیقاً شناخته‌نشده باشند و از کنترل‌گرها با بهره ثابت استفاده شود ممکن است حرکت بازو بدون دقت و ناپایدار باشد. در این موارد که سیستم دارای نامعینی است از کنترل‌گرهای مقاوم یا تطبیقی استفاده می‌شود. به‌طوری طبیعی این سؤال پیش می‌آید که تفاوت

بین کنترل‌گر مقاوم و کنترل‌گر تطبیقی چیست در اصل کنترل‌گر تطبیقی از نظر مقابله با عدم قطعیت‌ها در پارامترهای ثابت و یا پارامترهایی که به‌کندی تغییر می‌کنند نسبت به کنترل‌گر مقاوم ارجحیت دارند. دلیل اصلی هم در یادگیری رفتار است که در سیستم‌های کنترل تطبیقی وجود دارد کنترل‌کننده تطبیقی عملکرد خود را در حین تطبیق بهبود می‌بخشند درصورتی‌که یک کنترل‌کننده مقاوم سعی می‌کند که عملکرد سازگار خود را حفظ کند. دلیل دیگر این است که کنترل‌کننده تطبیقی نیاز کمتری به اطلاعات پیشینی در مورد پارامترهای سیستم دارد یا اینکه اصلاً هیچ نیازی به این اطلاعات ندارد درصورتی‌که در کنترل‌گر مقاوم معمولاً لازم است که تخمین‌های معقولی درباره محدوده پارامترها مهیا باشد.

معمولاً از کنترل‌گر مقاوم زمانی استفاده می‌شود که در معادله دینامیکی آشفتگی داشته باشیم و یا برخی پارامترها به سرعت تغییر کنند. به طور کلی تفاوت کنترل تطبیقی و کنترل مقاوم آن است که در کنترل تطبیقی نیازی به دانستن بازه کاری سیستم و یا میزان خطای پارامترها نیست. به عبارتی، طراحی از دیدگاه کنترل مقاوم به کنترلری می‌انجامد که در بازه مشخصی به پایداری سیستم می‌انجامد بدون آنکه نیازی به تغییر قوانین کنترلی باشد، ولی با روش کنترل تطبیقی می‌توان قوانین کنترلی را به‌گونه‌ای با تغییر شرایط تطبیق داد که سیستم پایدار شود.

کنترل تطبیقی به دو روش مستقیم و غیرمستقیم تقسیم‌بندی می‌شود که امروزه اکثر مقالات بر کنترل تطبیقی مستقیم تمرکز دارد. به‌طور خلاصه نامعینی در سیستم به دو صورت نامعینی پارامتری (نامعینی ساختاری) و نامعینی در مدل دینامیکی (نامعینی غیر ساختاری) ظاهر می‌شود که به طور معمول برای جبران نامعینی‌های موجود در مدل دینامیکی از روش‌های کنترل مقاوم و برای نامعینی‌های موجود در پارامترهای سیستم از روش‌های کنترل تطبیقی استفاده می‌شود؛ لذا برای بازو پیوسته مورد بررسی نیز جرم به عنوان نامعینی پارامتری موجود در سیستم در نظر گرفته شده و مقدارش در کنترلر نامعلوم است، همچنین فرض می‌شود که در معادله دینامیکی بازو اغتشاش وجود ندارد؛ لذا با توجه به بحث فوق و وجود نامعینی پارامتری در سیستم انتخاب روش کنترل تطبیقی بر استفاده از کنترل مقاوم ارجحیت دارد.

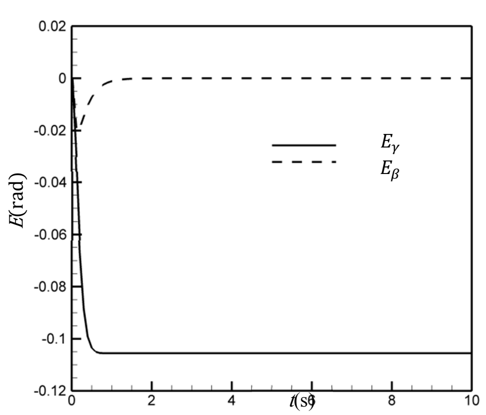
در مرحله قبل فرض شده بود که نامعینی در مدل دینامیکی وجود ندارد اما اگر جرم جداسازها و هسته اصلی و ثانویه نامعلوم باشند دو راه پیش رو است

۱. با دانستن تقریبی از جرم‌ها و با استفاده از روش گشتاور محاسبه‌شده، موقعیت و سرعت مجری نهایی را کنترل کرد.
۲. از روش کنترلر تطبیقی استفاده نمود.

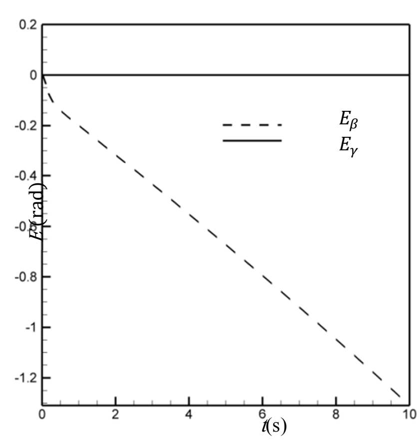
مزیت روش کنترل تطبیقی بر روش اول این است که در روش کنترل تطبیقی، خطای موقعیت و سرعت صفر می‌شود اما در روش تقریبی خطا در محدوده مشخص باقی مانده و صفر نمی‌شود. در این مقاله جهت مقایسه از هر دو روش استفاده شده است.

۴-۹-۱ کنترل موقعیت با استفاده از روش گشتاور محاسبه‌شده در حضور نامعینی‌ها

در این بخش اثر نامعینی پارامتری با استفاده از روش گشتاور محاسبه شده با شبیه‌سازی سیستم با اعمال کنترلگر فوق بررسی شده است. برای بررسی اثر این نامعینی، مقدار جرم‌ها نزدیک به مقدار واقعی در نظر گرفته شده‌است. مقدار واقعی جرم‌ها برای هسته اصلی و کابل‌ها ۱ گرم است. جرم‌های تقریب زده شده برای استفاده در کنترلر برای هسته اصلی و کابل‌ها به ترتیب ۱/۱ و ۰/۹ گرم در نظر گرفته شده است. نتایج شبیه‌سازی در مرحله اول حرکت در شکل (۴-۲۰) نمایش داده‌شده است. همان‌طور که در شکل۳-۷ مشاهده می‌شود در مسیر اول حرکت خطای موقعیت افزایش می‌یابد و سپس ثابت باقی می‌ماند. این خطا در حدود ۰/۱۰۲- رادیان است. در شکل (۴-۲۰) نتایج مربوط به مرحله دوم حرکت نمایش داده‌شده است. در شکل (۴-۲۱) مشاهده می‌شود که خطای موقعیت با گذر زمان افزایش می‌یابد و پس از گذشت زمان به مقدار ۰/۲۵- میل می‌کند. در روش تقریبی خطا به سمت صفر میل نخواهد کرد و در محدود مشخصی باقی خواهد ماند؛ لذا با توجه به نتایج فوق مشخص است که با اعمال کنترلگر گشتاور محاسبه شده، خطای ردیابی مسیر در حضور نامعینی پارامتری به صفر میل نمی‌نماید. در ادامه و در زیر بخش بعدی برای رسیدن به نتایج دقیق‌تر و دستیابی به خطای ردیابی صفر در حضور نامعینی پارامتری از کنترلر تطبیقی برای غلبه بر نامعینی در سیستم استفاده شده است.



شکل (۴-۲۰) خطا موقعیت در مرحله اول حرکت



شکل (۴-۲۱) خطا موقعیت در مرحله دوم حرکت

۴-۹-۲ استخراج قانون کنترل تطبیقی و اثبات پایداری

مدل دینامیکی بازو پیوسته طبق رابطه (۴-۲) بیان شد؛ اما به منظور استخراج قانون تطبیق، بایستی مدل دینامیکی بازو به فرم پارامتری مرتب شود. با مرتب کردن رابطه (۴-۲) برحسب جرم‌های m_1 و m_2 رابطه (۴-۹) به دست می‌آید.

$$\tau = W(q,\dot{q},\ddot{q})\varphi \tag{۹-۴}$$

در رابطه (۴-۹)، W ماتریس وزن، φ بردار پارامترهای نامعلوم شامل جرم‌های m_1 و m_2 است. کنترلر تطبیقی بر اساس روش گشتاور محاسبه‌شده طبق رابطه (۴-۱۰) پیشنهاد می‌شود.

$$\tau = \widehat{M}(q)(\ddot{q}_d + K_v\dot{e} + K_p e) + \hat{C}_m(q,\dot{q})\dot{q} + \widehat{K}(q) \tag{۴-۱۰}$$

لازم به ذکر است که نماد ^ بیان‌گر تخمینی از مدل با پارامترهای نامعلوم است. با اضافه و کم کردن عبارت $\widehat{M}(q)\ddot{q}$ به رابطه (۴-۱۰) رابطه (۴-۱۱) به دست می‌آید:

$$\tau = \widehat{M}(q)\big(\ddot{e}_d + K_v\dot{e} + K_p e\big) + \widehat{M}(q)\ddot{q} + \hat{C}_m\,(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{C}_m(q,\dot{q})\dot{q} + \widehat{K}(q) \tag{۴-۱۱}$$

رابطه (۴-۱۱) را می‌توان به فرم رابطه (۴-۱۲) بازنویسی کرد.

$$\tau = \widehat{M}(q)(\ddot{e}_d + K_v\dot{e} + K_p e) + W(q,\dot{q},\ddot{q})\hat{\varphi} \tag{۴-۱۲}$$

که در رابطه فوق $\hat{\varphi}$ بردار تخمین پارامترهای نامعلوم می‌باشد، با جایگذاری معادله (۴-۱۲) در معادله (۴-۹)، رابطه (۴-۱۳) برای محاسبه دینامیک خطا به دست می‌آید.

$$\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e = M^{-1}(q)W(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\varphi} \tag{۴-۱۳}$$

در رابطه (۴-۱۳)، $\tilde{\varphi}$ بردار خطای پارامتر است که به‌صورت رابطه (۴-۱۴) تعریف می‌شود.

$$\tilde{\varphi} = \varphi - \hat{\varphi} \tag{۴-۱۴}$$

فرم فضای حالت معادله (۴-۱۳) را می‌توان با رابطه (۴-۱۵) نمایش داد.

$$\dot{E} = AE + BM^{-1}(q)W(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\varphi} \tag{۴-۱۵}$$

که در رابطه (۴-۱۵) پارامتر E، بردار خطای پارامتر است که در رابطه (۴-۱۶) نمایش داده شده و ماتریس‌ها A و B در رابطه (۴-۱۷) معرفی‌شده‌اند.

$$E = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} \tag{۴-۱۶}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0_n \\ I_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix} \tag{۴-۱۷}$$

در رابطه (۴-۱۷)، n تعداد مختصات تعمیم یافته را نشان می‌دهد، I_n بیانگر ماتریس واحد $n \times n$ و O_n بیانگر ماتریس صفر $n \times n$ است.

برای اثبات پایداری سیستم و محاسبه قانون تطبیق جهت تخمین پارامترهای سیستم، تابع لیاپانوف به‌صورت رابطه (۴-۱۸) برای سیستم پیشنهاد می‌شود.

$$V = E^{\mathrm{T}}PE + \tilde{\varphi}^{\mathrm{T}}\Gamma^{-1}\tilde{\varphi} \tag{۴-۱۸}$$

که در رابطه (۴-۱۸)، P یک ماتریس ثابت مثبت معین متقارن 4×4 و Γ یک ماتریس قطری مثبت معین می‌باشد که طبق رابطه (۴-۱۹) بیان می‌شود.

$$\Gamma = \mathrm{diag}(\gamma_1, \gamma_2) \tag{۴-۱۹}$$

لذا با توجه به تعاریف فوق، تابع لیاپانوف مربوطه در رابطه (۴-۱۸) مثبت معین خواهد بود. برای بررسی پایداری نیاز به بررسی علامت $\dot{V}$ می‌باشد؛ لذا با مشتق‌گیری از تابع لیاپانوف رابطه (۴-۲۰) به دست می‌آید.

$$\dot{V} = E^T P \dot{E} + \dot{E}^T P E + 2\tilde{\varphi}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\varphi}} \tag{۴-۲۰}$$

با قرار دادن رابطه (۴-۱۵) در رابطه (۴-۲۰) رابطه (۴-۲۱) برای مشتق تابع لیاپانوف به دست می‌آید.

$$\dot{V} = E^{\mathrm{T}} P(AE + B\widehat{M}^{-1}(q)W(\cdot)\tilde{\varphi}) + (AE + B\widehat{M}^{-1}(q)W(\cdot)\tilde{\varphi})^{\mathrm{T}} PE + 2\tilde{\varphi}^{\mathrm{T}} \Gamma^{-1} \dot{\hat{\varphi}} \tag{۴-۲۱}$$

رابطه (۴-۲۱) را می‌توان به فرم رابطه (۴-۲۲) بازنویسی کرد.

$$\dot{V} = -E^T Q E + 2\tilde{\varphi}^T (\Gamma^{-1} \dot{\hat{\varphi}} + W^T(\cdot)\widehat{M}^{-1}(q) B^T P E) \tag{۴-۲۲}$$

که در رابطه (۴-۲۲)، Q یک ماتریس مثبت معین است که رابطه لیاپانوف را مطابق با (۴-۲۳) ارضا می‌کند.

$$A^{\mathrm{T}} P + PA = -Q \tag{۴-۲۳}$$

در رابطه (۴-۲۳)،Q ماتریس واحد 4×4 است.

برای پایدار بودن سیستم حلقه بسته، باید مشتق تابع لیاپانوف مطابق با رابطه (۴-۲۲) منفی معین باشد. در نتیجه برای منفی شدن مشتق تابع لیاپانوف، باید جمله دوم در رابطه (۴-۲۲) برابر صفر باشد. از صفر شدن جمله دوم رابطه فوق، رابطه (۴-۲۴) برای قانون تطبیق به دست می‌آید.

$$\dot{\hat{\varphi}} = \Gamma W^{\mathrm{T}}(\cdot)\widehat{M}^{-1}(q) B^{\mathrm{T}} P E \tag{۴-۲۴}$$

مقادیر ماتریس‌های Γ، W، B و P در روابط زیر آورده شده است.

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \tag{۴-۲۵}$$

$$W_{11} = \frac{4}{3} l^2 k_1 \ddot{\beta} + k_3 + \frac{1}{2}\ddot{\gamma} k_4 - \frac{2}{3} l^2 \frac{\partial K_1}{\partial \beta}\dot{\beta}^2 - \frac{1}{2}\frac{\partial K_3}{\partial \beta} - \frac{1}{2}\dot{\beta}\dot{\gamma}\frac{\partial K_4}{\partial \beta} - \frac{1}{2}\dot{\gamma}^2 l^2 \frac{\partial K_2}{\partial \beta} - \frac{1}{2}\frac{\partial K_5}{\partial \beta} \tag{۴-۲۶}$$

$$W_{12} = \ddot{\beta} K_6 - \frac{1}{2}\dot{\beta}^2 \frac{\partial K_6}{\partial \beta} - \frac{1}{2}\dot{\gamma}^2 \frac{\partial K_7}{\partial \beta} \tag{۴-۲۷}$$

$$W_{21} = \frac{\ddot{\beta} k_4}{4} + (l^2 K_2 + K_5)\ddot{\gamma} + \frac{1}{2}\frac{\partial K_3}{\partial \gamma}\dot{\beta}^2 - \frac{1}{2}\frac{\partial K_4}{\partial \gamma}\dot{\beta}\dot{\gamma} - \frac{1}{2}\frac{\partial K_4}{\partial \gamma}\dot{\gamma} - \frac{1}{\beta}[m_2 g l \beta^{-2}\sin(nh\beta l) + nhl^{-1}\cos(nh\beta l)] \tag{۴-۲۸}$$

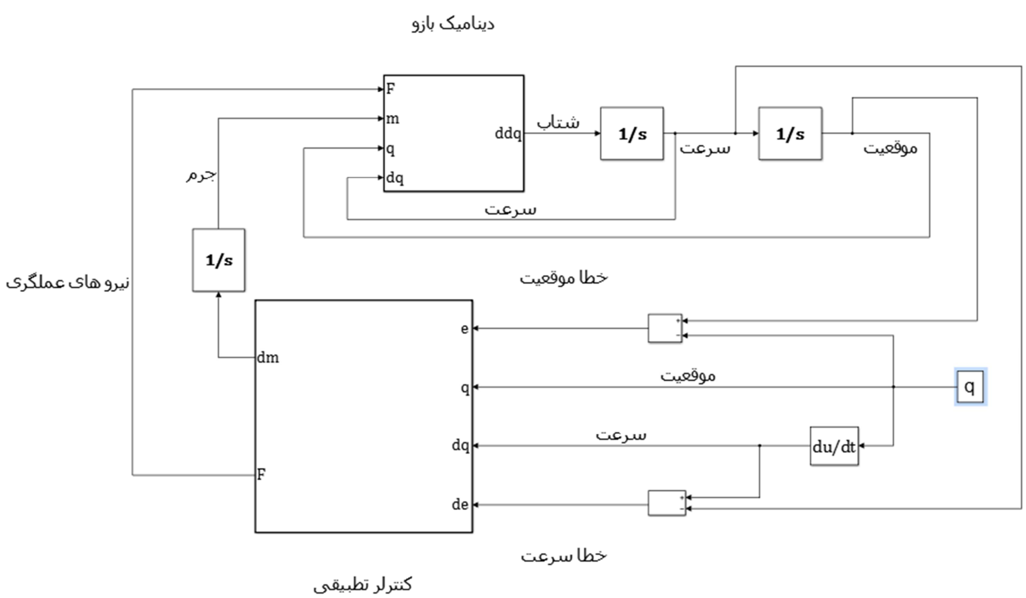
$$\mathrm{W}_{22} = K_7 \ddot{\gamma} \tag{۴-۲۹}$$

$$P=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}k_vk_p+\frac{1}{2}(1+k_v)k_v & 0 & \frac{1}{2k_p} & 0\\ 0 & \frac{k_v}{2k_p}+\frac{(1+k_v)}{2k_v} & 0 & \frac{1}{2k_p}\\ \frac{1}{2k_p} & 0 & \frac{(1+k_p)k_vk_p}{2} & 0\\ 0 & \frac{1}{2k_p} & 0 & \frac{(1+k_p)k_vk_p}{2}\end{bmatrix}$$
(۳۰-۴)

$$B=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$
(۳۱-۴)

$$\Gamma=\begin{bmatrix}50 & 0\\ 0 & 50\end{bmatrix}$$ (۳۲-۴)

در شکل (۴-۲۲) فلوچارت کنترلی در حضور نامعینی در سیستم نمایش داده شده است.



شکل (۴-۲۲) فلوچارت کنترلی در حضور نامعینی در سیستم

در رابطه (۳-۴۸)، $k_p=10$ و $k_p=30$ در نظر گرفته شده‌اند. در نتیجه با جایگذاری رابطه (۴-۲۴) در رابطه (۴-۲۲) عبارت (۳-۵۱) برای مشتق تابع لیاپانوف به دست می‌آید.

$$\dot{V}=-EQE$$ (۳۳-۴)

با توجه به رابطه (۴-۳۳)، $\dot{V}$ منفی نیمه معین است؛ لذا سیستم پایدار لیاپانوفی می‌باشد؛ اما با توجه به استدلالی که در ادامه می‌آید، ثابت می‌شود که سیستم پایدار مجانبی می‌باشد. با توجه به اینکه تابع V از پایین به صفر محدود است، V در بازه زمانی $[0 \quad \infty]$ از بالا محدود خواهد ماند؛ یعنی

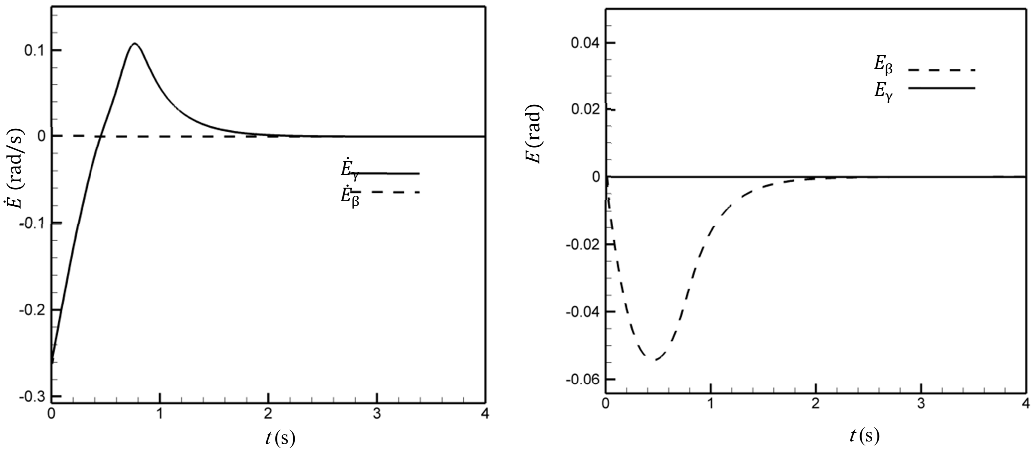
$V = V_\infty$ $\lim_{t\to\infty}$ که V_∞ یک اسکالر ثابت مثبت است، چون V از بالا محدود است با استفاده از تعریف V در معادله (۴-۱۸) می‌توان نتیجه گرفت که $\tilde{\varphi}$ و E نیز محدود هستند، از محدود بودن $\tilde{\varphi}$ و E می‌توان محدود بودن q، $\dot{q}$ و $\hat{\varphi}$ را نتیجه گرفت. لازم به ذکر است که فرض بر این است که مسیر مطلوب و مشتق اول و دوم آن نیز محدود هستند. با توجه به رابطه (۴-۲۴) و (۴-۳۳)، $\ddot{q}$ و τ تابعی از مقادیر محدود q، $\dot{q}$ و $\hat{\varphi}$ هستند، لذا مقادیر محدودی خواهند بود. از محدود بودن q ، $\dot{q}$، $\ddot{q}$ ، $\tilde{\varphi}$ و E می‌توان طبق رابطه (۴-۱۵) محدود بودن $\dot{E}$ را نتیجه گرفت. چون $\dot{E}$ محدود است با توجه با رابطه (۴-۳۳) می‌توان محدود بودن $\ddot{V}$ را نتیجه گرفت. چون V از پایین محدود است، $\dot{V}$ منفی نیمه معین است و $\ddot{V}$ نیز محدود است، پس با استفاده از لم باربالات می‌توان رابطه (۴-۳۴) را نتیجه گرفت.

$$\lim_{t\to\infty} \dot{V} = 0 \tag{۳۴-۴}$$

با توجه به رابطه (۴-۳۴) و رابطه (۴-۳۳) هنگامی‌که زمان به سمت بی‌نهایت میل می‌کند خطا E به سمت صفر میل می‌کند؛ لذا می‌توان نتیجه گرفت که سیستم دارای پایداری مجانبی است.

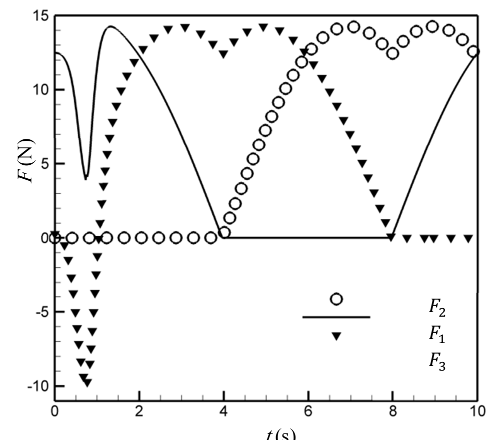
در این شبیه‌سازی فرض شده جرم هسته اصلی m_1 و جرم کابل‌ها و جداسازها m_2 نامعلوم هستند. حدس اولیه برای جرم هسته اصلی و کابل‌ها به ترتیب ۱/۵ و ۰/۵ گرم در نظر گرفته شده است. درحالی‌که جرم واقعی هسته اصلی و کابل‌ها برابر ۱ گرم است. در مرحله اول حرکت $\dot{\beta} = \frac{\pi}{12}$ و $\dot{\gamma} = 0$ می‌باشد. همان‌طور که از شکل (۴-۲۶) مشاهده می‌شود تغییرات جرم‌ها فقط تا ثانیه دوم ادامه یافته و پس از آن کران‌دار می‌باشند؛ این بدان معناست که مقادیر مناسب برای جرم‌ها که باعث همگرایی مجانبی در خطای ردیابی مطابق شکل (۴-۲۳) می‌شود، محقق شده است. نیروهای مورد نیاز در کابل‌ها در این مرحله از حرکت، برای همگرایی خطا به سمت صفر در شکل (۴-۲۴) ارائه شده‌است.

در مرحله دوم حرکت $\dot{\gamma}$ برابر $\frac{\pi}{6}$ و $\dot{\beta}$ برابر صفر بوده است. با توجه به شکل (۴-۲۷) تغییرات جرم تخمینی برای دستیابی به همگرایی مطلوب در خطای ردیابی، نسبت به حالت قبل زیادتر بوده اما مشابه حالت قبل با گذشت زمان، جرم تخمینی به اعدادی ثابت همگرا می‌شود. از شکل (۴-۲۸) مشاهده می‌شود که خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت ۲ ثانیه صفر می‌شود. نیروهای مورد نیاز در کابل‌ها برای همگرایی خطا به سمت صفر در شکل۳-۱۲ ارائه شده‌است.

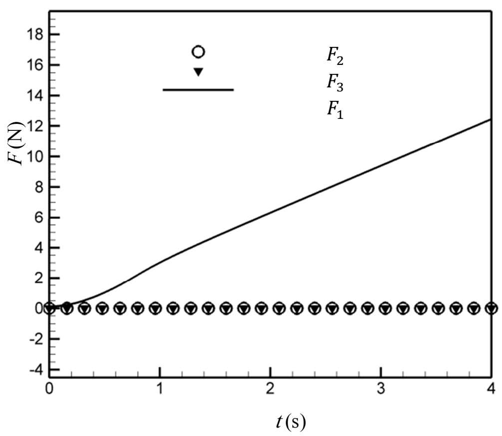


(الف) (ب)

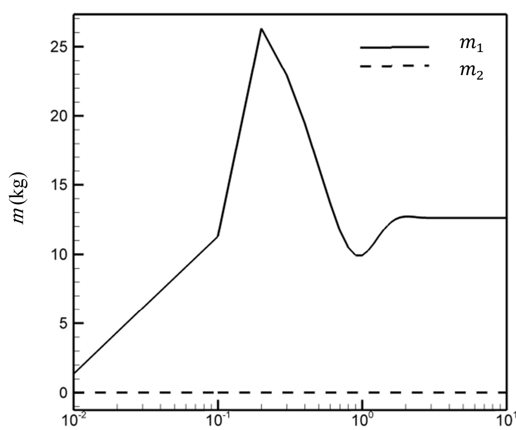
شکل (۴-۲۳) نتایج شبیه‌سازی با استفاده از کنترلر تطبیقی در مرحله اول حرکت (الف) خطای موقعیت، (ب) خطای سرعت



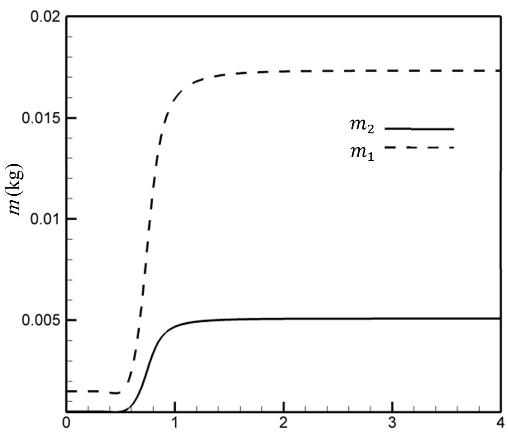
شکل (۴-۲۵) نیروهای عملگری در مرحله دوم حرکت



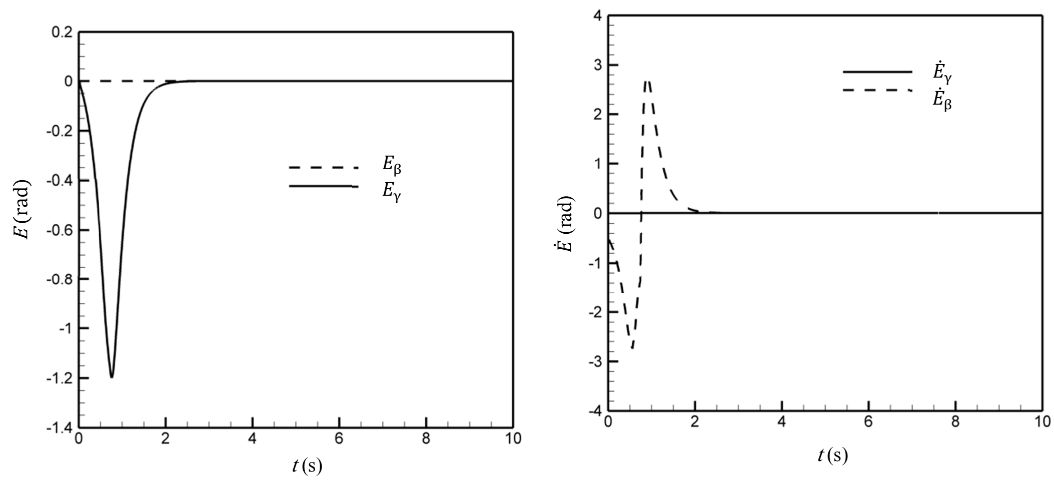
شکل (۴-۲۴) نیروهای عملگری در مرحله اول حرکت



شکل (۴-۲۷) تغییرات جرم در مرحله دوم حرکت



شکل (۴-۲۶) تغییرات جرم در مرحله اول حرکت



(ب) (الف)

شکل (۴-۲۸) نتایج شبیه‌سازی با استفاده از کنترلر تطبیقی در مرحله دوم حرکت (الف) خطای موقعیت (ب) خطای سرعت

۴-۱۰ دینامیک بازوی پیوسته با مکانیزم تراکم

در این بخش به شبیه‌سازی دینامیک بازوی پیوسته برای مواد مختلف و در فشارها و مسیرها متفاوت پرداخته می‌شود. بازوی پیوسته مورد بررسی از سه بخش تشکیل شده است. طول و قطر هر بخش به ترتیب ۵۰ و۳۰ میلی‌متر می‌باشد. هدف یافتن نیروی‌های عملگری کابل‌ها در مسیر حرکت بازو می-باشد. برای این منظور از روش لاگرانژ استفاده شده است. انرژی جنبشی و پتانسیل دانه‌ها کابل‌ها و جداسازها محاسبه شده و با قرار دادن در رابطه لاگرانژ فرم بسته معادلات دینامیکی کل سیستم محاسبه می‌شود.

۴-۱۰-۱ انرژی جنبشی

انرژی جنبشی بازوی پیوسته شامل سه بخش است انرژی جنبشی دانه‌ها، کابل‌های هادی و جداساز-ها، انرژی جنبشی کابل‌های هادی در روابط (۳-۵) و (۳-۸) نمایش داده شده است. انرژی جنبشی کل سیستم طبق رابطه (۴-۳۵) محاسبه می‌شود.

$$E_k = E_{k1} + E_{k2} + E_{Kgr} \qquad (۳۵-۴)$$

در رابطه (۴-۳۵) E_{k1} انرژی جنبشی کابل‌های هادی، E_{k2} انرژی جنبشی جداسازها و E_{Kgr} انرژی جنبشی دانه‌ها می‌باشد. در روابط (۴-۳۶) و (۴-۳۷) به ترتیب انرژی جنشی دیسک‌ها و دانه‌ها نمایش داده شده است.

$$E_{k2} = \frac{1}{2} m_2 (\frac{d\beta}{dt})^2 k_8 + \frac{1}{2} m_2 (\frac{d\gamma}{dt})^2 k_9 \tag{۴-۳۶}$$

$$K_8 = 14 \frac{h^2}{\beta} + 7 \frac{l^2}{\beta^4} - \frac{l^2}{\beta^4} \frac{\sin\beta + \sin\beta}{\sin\frac{\beta}{3}} - \frac{hl}{\beta^3} \frac{4\sin\beta - 3\sin\frac{4\beta}{3}}{2\sin^2(\frac{\beta}{6})}$$

$$K_9 = \frac{l^2}{\beta^2} [\frac{9}{2} + \frac{3}{4} - \frac{\sin\beta + \sin\frac{4\beta}{3}}{\sin\frac{\beta}{3}} + \frac{\sin 2\beta + \sin\frac{8\beta}{3}}{4\sin\frac{2\beta}{3}}$$

$$E_{k\mathrm{gr}} = \frac{1}{2} \int_0^l [(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2 + (\frac{dz}{dt})^2] \rho A ds \tag{۴-۳۷}$$

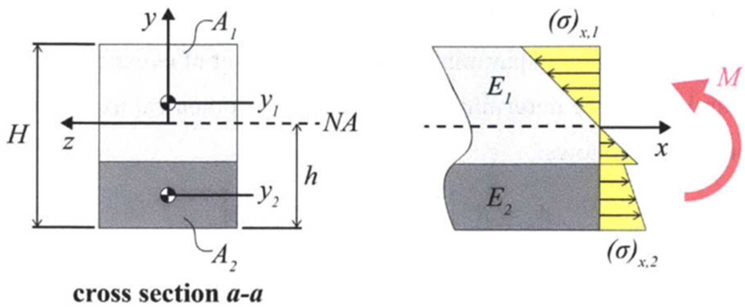
در رابطه (۴-۳۷) ρ چگالی دانه‌ها، A سطح مقطع بازوی پیوسته و l طول بازو می‌باشد.

۴-۱۰-۲ انرژی پتانسیل

انرژی پتانسیل بازوی پیوسته شامل، انرژی کابل‌های الاستیک، انرژی پتانسیل ناشی از وزن جداسازها و انرژی پتانسیل دانه‌ها می‌باشد. در رابطه (۴-۳۸) انرژی پتانسیل کل بازو نمایش داده شده است

$$E_P = E_{P1} + E_{P2} + E_{Pgr} \tag{۴-۳۸}$$

در رابطه (۴-۳۸) E_{P1} انرژی پتانسیل کابل‌های الاستیک، E_{P2} انرژی پتانسیل ناشی از وزن جداسازها و E_{Pgr} نیز انرژی پتانسیل دانه‌ها می‌باشد. E_{P1} و E_{P2} در روابط (۳-۱۳) و (۳-۱۴) ذکر شده است. باید به این موضوع توجه داشت که توده دانه‌ها مدول فشار و کشش یکسانی ندارند در نتیجه نمی-توان از یک مدول ثابت در خمش استفاده کرد. به این منظور بازوی پیوسته به صورت یک تیر کامپوزیت مدل می‌شود که از دو



شکل (۴-۲۹) سطح مقطع تیر کامپوزیت تحت خمش [۳۲]

نوع ماده تشکیل شده است. در شکل (۴-۲۹) سطح مقطع تیر کامپوزیت تحت خمش نمایش داده شده است.

برای یافتن محل تار خنثی معادله تعادل در جهت محور X نوشته می‌شود.

$$\sum F_x = 0 = \int (\sigma)_x dA = \int_{A_1} (\sigma)_{x,1} dA + \int_{A_2} (\sigma)_{x,2} dA \tag{۴-۳۹}$$

با جاگذاری $(\sigma)_x = \frac{-Ey}{\rho}$ در رابطه (۴-۳۹)، رابطه (۴-۴۰) به دست می‌آید. ρ شعاع انحنا بازو می‌باشد که در طول بازو ثابت فرض شده است.

$$0 = E_1 \int_{A_1} y dA + E_2 \int_{A_2} y dA \tag{۴-۴۰}$$

با داشتن مقادیر E_1 و E_2 موقعیت تار خنثی قابل محاسبه است. اما هنگامی‌که تیر از توده دانه‌های همگن تشکیل شده، از مدول فشاری و کششی E_c و E_t استفاده می‌شود، در این حالت رابطه (۴-۴۰) به صورت رابطه (۴-۴۱) ساده می‌شود

$$0 = \bar{y}_1 A_1 + n \bar{y}_2 A_2 \tag{۴-۴۱}$$

در رابطه (۴-۴۱) $\bar{y}_1$ و $\bar{y}_2$ فاصله عمودی مرکز سطح A_1 و A_2 و همچنین $n = \frac{E_2}{E_1}$ می‌باشد. برای بازو با سطح مقطع دایروی پارامترهای رابطه (۴-۴۱) به صورت روابط زیر معرفی می‌شود.

$$A_1 = R^2 \left[\pi - \frac{1}{2} (|\theta| - \sin|\theta|) \right] \tag{۴-۴۲}$$

$$A_2 = \frac{R^2}{2} \left[\pi - \frac{1}{2} (|\theta| - \sin|\theta|) \right] \tag{۴-۴۳}$$

$$\bar{y}_1 = R\left[\frac{2}{3}\,\frac{\sin^3\frac{|\theta|}{2}}{(\pi - \frac{1}{2}(|\theta| - \sin|\theta|)} + \cos\frac{|\theta|}{2}\right] \tag{۴۴-۴}$$

$$\bar{y}_2 = -R\left[\frac{4}{3}\,\frac{\sin^3\frac{|\theta|}{2}}{(\pi - (|\theta| - \sin|\theta|)} + \cos\frac{|\theta|}{2}\right] \tag{۴۵-۴}$$

در روابط بالا θ قطاعی از دایره با سطح مقطع A_2 است. در شکل (۴-۳۰) زاویه θ نمایش داده شده است. با قرار دادن روابط بالا در رابطه (۴-۴۱) محل تا خنثی مشخص می‌شود.

گشتاور خمشی وارده بر بازوی پیوسته طبق رابطه (۴-۴۶) محاسبه می‌شود

$$M = \frac{E_c I_c + E_t I_t}{\rho} = \frac{\beta}{s}\left(\frac{E_c I_c + E_t I_t}{\rho}\right) \tag{۴۶-۴}$$

در رابطه (۴-۴۶) E_c و E_t به ترتیب مدول فشاری و کششی می‌باشد. I_1 و I_2 ممان اینرسی مربوط به سطح A_1 و A_2 می‌باشد. مقادیر E_c و E_t با استفاده از نتایج تجربی معین می‌شود. انرژی الاستیک ذخیره شده در بازوی پیوسته طبق رابطه (۴-۴۷) قابل محاسبه است.

$$U = \frac{1}{2}\int_0^l \frac{M^2}{EI}\,ds \tag{۴۷-۴}$$

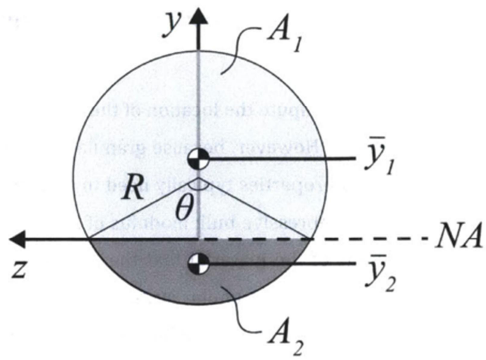
با قرار دادن رابطه (۴-۴۶) در رابطه (۴-۴۷) انرژی پتانسیل دانه‌ها طبق رابطه (۴-۴۸) محاسبه می-شود

$$E_p = \int_0^l \frac{(E_c I_c + E_t I_t)}{2}\left(\frac{d\beta_p}{ds}\right)^2 ds \tag{۴۸-۴}$$

با داشتن انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کل سیستم و قرار دادن در رابطه لاگرانژ فرم بسته معادلات دینامیکی محاسبه می‌شود.

۴-۱۱ تاثیر جنس دانه‌ها

در این بخش به بررسی تاثیر جنس دانه‌ها بر رفتار بازو پرداخته می‌شود. نوع و خصوصیات دانه‌ها در جدول (۴-۲) نمایش داده شده است. در [۳۲] آزمایش فشرده‌سازی بر روی تعدادی از دانه‌های سبک وزن که در



شکل (۴-۳۰) سطح مقطع بازوی پیوسته تحت خمش [۳۲]

حالت تراکم استحکام بالایی دارند انجام شده است. از ویژگی‌های مطلوب برای انتخاب دانه‌ها می‌توان از تخلخل و توزیع اندازه بالا نام برد این دو ویژگی باعث افزایش چگالی و قفل شوندگی[۱۸] دانه‌ها در حالت تراکم می‌شود که در نهایت به بالا رفتن استحکام بازو منجر می‌شود.

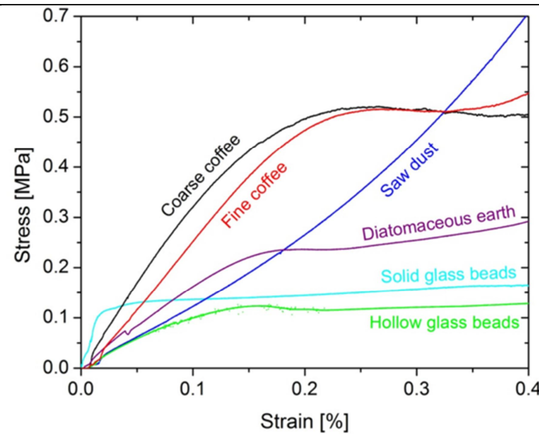
مواد تست شده شامل ۱) قهوه دانه‌درشت ۲) قهوه دانه‌ریز ۳) خاک‌اره ۴) خاک دیاتومه ۵)دانه‌های شیشه توخالی ۶) دانه‌های شیشه توپر می‌باشد. در شکل (۴-۳۲) عکس ماکروسکوپیک از دانه‌های تست شده نمایش داده شده است. محفظه‌ای که آزمایش در آن انجام شده یک سیلندر به قطر ۳۰ میلی‌متر و طول ۵۰ میلی‌متر است و غشا استفاده شده لاتکس با ضخامت ۱۰۰ میکرون می‌باشد. نتایج حاصل از آزمایش در شکل (۴-۳۱) و جدول (۴-۵) نمایش داده شده است. در جدول (۴-۵) چگالی دانه‌ها و مدول یانگ فشاری و کششی دانه‌ها در فشار ۷۵ کیلو پاسکال نمایش داده شده است. نمودار تنش کرنش اطلاعات مفیدی در مورد رفتار توده دانه‌ها در اختیار می‌گذارد که با مطالعه مقادیر ذکر شده در جدول قابل استنباط نیست برای مثال دانه‌ها شیشه توپر با اینکه مدول یانگ موثر بالایی دارند اما تنش تسلیم آن‌ها در حدود $\frac{1}{40}$ دانه قهوه درشت می‌باشد از این رو برای استفاده در بازوی پیوسته مناسب نیست.

---

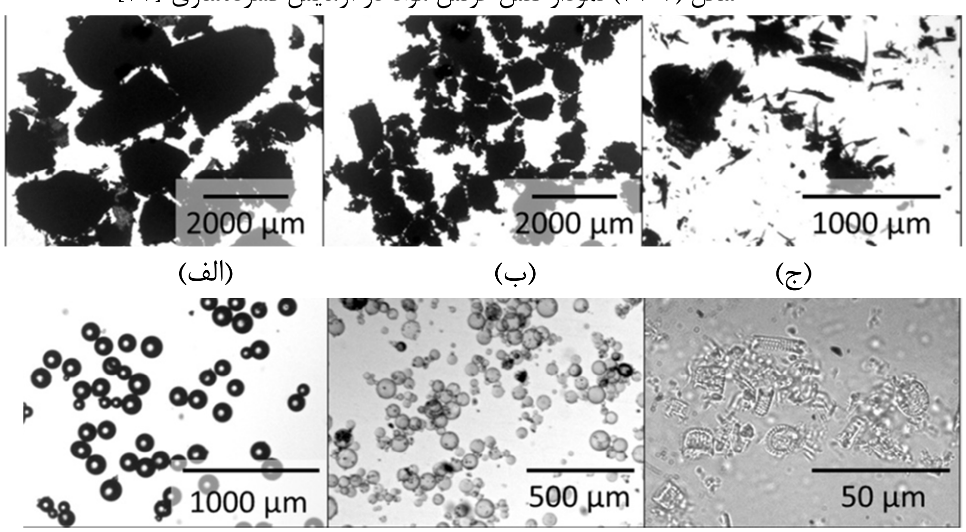
[۱۸] Interlocking

جدول (۴-۵) خصوصیات مواد استفاده در بازوی پیوسته

نوع مواد دانه‌ریز	چگالی ($\frac{kg}{m^3}$)	اندازه (μm)	مدول فشاری موثر(MPa)	مدول کششی موثر (MPa)
دانه‌های شیشه توخالی	۸۳	۱۰-۵۰	۱/۰۶۲	۱/۵۳۶
دانه‌های قهوه درست	۴۴۵	۱۰۰۰-۲۰۰۰	۳/۰۲۶	۳/۴۳۲
دانه‌های قهوه خردشده	۵۰۵	۱۰۰-۵۰۰	۲/۷۲۷	۲/۹۲۷
خاک دیاتومه	۴۸۵	۱-۱۰	۱/۵۰۳	۱/۷۴۶
دانه‌های شیشه توپر	۱۴۴۵	۱۰۰-۲۰۰	۸/۵۲۵	۸/۹۸۴
خاک‌اره	۴۰۰	۳۰۰-۵۰۰	۱/۶۸۰	۱/۸۴۱



شکل (۴-۳۱) نمودار تنش کرنش مواد در آزمایش فشرده‌سازی [۳۲]



(الف) (ب) (ج)

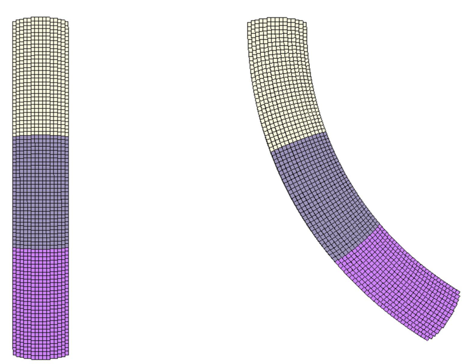
(د) (ه) (ر)

شکل (۴-۳۲) اندازه مواد آزمایش شده (الف) قهوه دانه‌درشت (ب) قهوه دانه‌ریز (ج) خاک‌اره (د) دانه‌های شیشه توپر، (ه) دانه‌های شیشه توخالی (ر) خاک دیاتومه [۳۲]

۴-۱۱-۱ مسیر اول

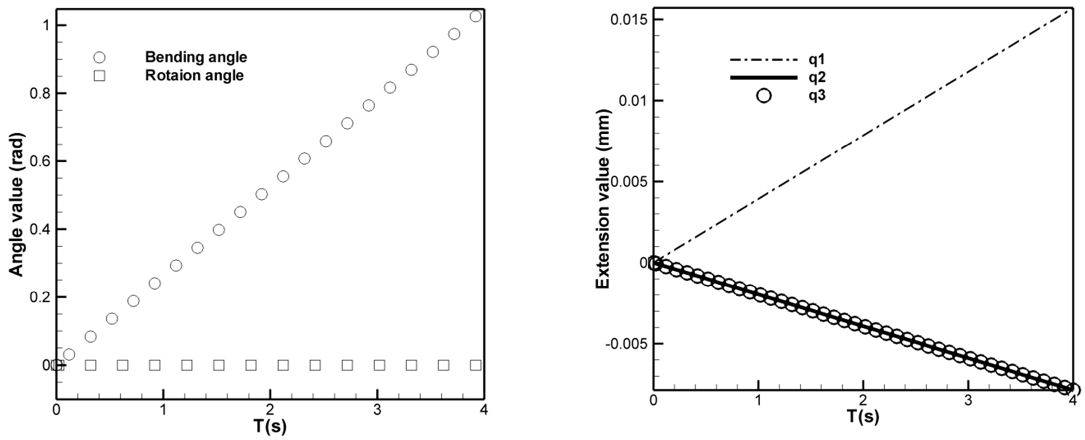
در این بخش از مسیر معرفی شده در رابطه (۳-۲۶) استفاده شده است. پارامترهای شبیه‌سازی در جدول (۴-۳) نمایش داده شده است. در شکل (۴-۳۳) وضعیت بازو در لحظه صفر و لحظه ۴ ثانیه نمایش داده شده است. در این مسیر سرعت زاویه‌ای خمش، ثابت و برابر $v_\beta = \frac{\pi}{12}\frac{rad}{s}$ و سرعت زاویه-ای دوران $v_\gamma = 0$ در نظر گرفته شده است. نیروهای عملگری برای بازوی پیوسته در شکل (۴-۳۵) با هم مقایسه شده است. همان طور که در شکل (۴-۳۵) مشاهده می‌شود در مسیر اول تنها کابل اول فعال است و نیروی کابل‌های دوم و سوم صفر می‌باشد. نیروی‌های عملگری برای مواد مختلف به صورت خطی تغییر می‌کند اما شیب نیروهای عملگری برای مواد مختلف متفاوت است. هر چه شیب نمودار بیشتر باشد حاکی از سختی بالاتر توده دانه‌ها می‌باشد. همان طور که در شکل (۴-۳۵) مشاهده می‌شود بیشترین نیروی عملگری مربوط به قهوه دانه ریز می‌باشد و کمترین نیروی عملگری مربوط به بازوی پیوسته بدون مکانیزم تراکم است. اما چرا دانه‌ها قهوه از سایر مواد سختی بیشتری را دارند؟ پاسخ به این سوال را در دلایل زیر می‌توان جست و جو کرد

دانه‌های قهوه خرده شده نسبتا کوچک هستند و در عین حال چگالی بالایی دارند دانه‌ها با ابعاد کوچک‌تر خل و فرج بیشتری را نسبت به دانه‌های بزرگ‌تر اشغال می‌کنند این موضوع باعث ایجاد یک زنجیر پایدار نیرو می‌شود که مقاومت توده دانه‌ها در مقابل تغییر شکل را بیشتر می‌کند. نکته دیگر در مورد دانه‌های قهوه سطح زبر و با اشکال بی قاعده است که باعث قفل شدن ذرات به یکدیگر می‌شود و سختی توده دانه‌ها را بالا می‌برد.



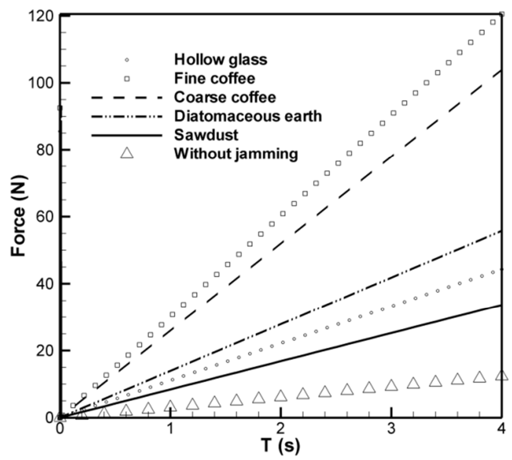
(الف) (ب)

شکل (۴-۳۳) بازوی پیوسته با مکانیزم تراکم (الف) آغاز (ب) پایان شبیه‌سازی



(الف) (ب)

شکل (۴-۳۴) (الف) تغییرات زاویه خمش و زاویه دوران (ب) تغییر طول کابل‌ها



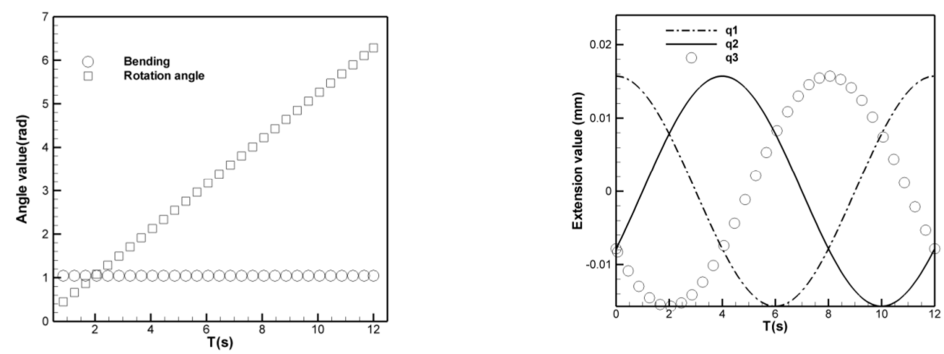
شکل (۴-۳۵) مقایسه نیروهای عملگری در بازوی پیوسته با استفاده از مواد مختلف

جدول (۴-۶) پارامترهای بازوی پیوسته

پارامتر	توضیح	مقدار	واحد
P	فشار	۷۵	KPa
d	قطر بازو	۳۰	mm
m_2	جرم کابل‌ها	۱	gr
l	طول بازو	۱۵۰	mm
h	فاصله بین جداسازها	۵۰	mm
E	مدول الاسیسته	۶۵	GPa
I	اینرسی کابل‌ها	۰/۶۲	mm^4

۴-۱۱-۲ مسیر دوم

برخلاف مسیر خمش که تنها یک کابل فعال بود، در این مسیر دو کابل به طول همزمان فعال هستند.تا مسیر معرفی شده در رابطه (۳-۲۶) طی شود. در جدول (۴-۷) کابل‌های فعال در زوایای مختلف دوران نمایش داده شده است. همان طور که در شکل (۴-۳۶) الف مشاهده می‌شود؛ سرعت زاویه‌ای دوران به صورت خطی تغییر می‌کند و از زاویه صفر درجه در لحظه شروع شبیه‌سازی به مقدار 2π می‌رسد و بازو یک بار مسیر دایره‌ای را طی می‌کند. در شکل (۴-۳۶) (ب) تغییر طول کابل‌ها نمایش داده شده است. در شکل (۴-۳۷) نیروهای عملگری برای مواد مختلف نمایش داده شده است با توجه به شکل (۴-۳۷) بیشترین

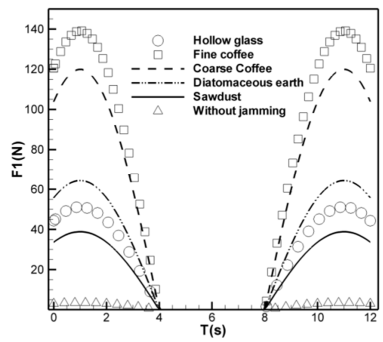


(الف) (ب)

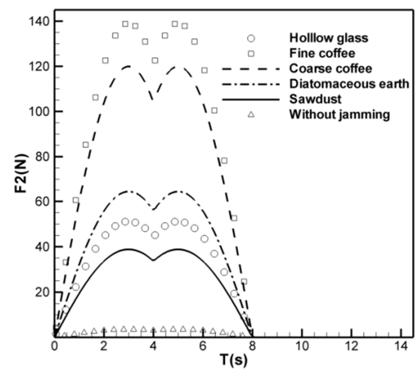
شکل (۴-۳۶) (الف) تغییرات زاویه دوران و خمش (ب) طول کابل‌ها

جدول (۴-۷) کابل‌های فعال در زوایای دوران مختلف

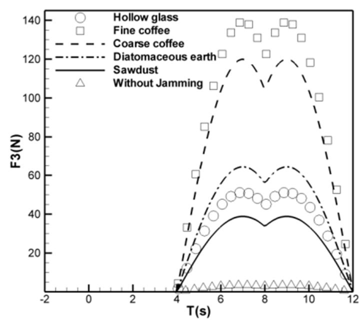
نیروی‌های فعال	زاویه دوران
F_1 , F_2	$\frac{2k\pi}{3} \geq \gamma$
F_2, F_3	$\frac{2k\pi}{3} < \gamma, \quad \gamma \leq \frac{4k\pi}{3}$
F_1 , F_3	$\frac{4k\pi}{3} < \gamma, \quad \gamma \leq 2\mathrm{k}\pi$



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۴-۳۷) نیروی عملگری (الف) F_1 (ب) F_2 (ج) F_3 بازوی پیوسته در مسیر دوم

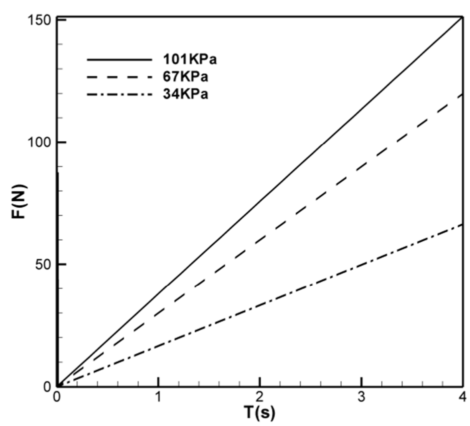
نیروی عملگری مربوط به قهوه دانه ریز است پس از آن قهوه دانه درشت، خاک دیاتومه، دانه‌های شیشه‌ای توخالی و خاک‌اره به ترتیب بیشترین نیروهای عملگری را دارند. در مسیرهای بررسی شده همواره قهوه دانه‌ریز بیشترین نیرو و خاک‌اره کمترین نیروی عملگری را دارند. قهوه دانه درشت و دانه‌ریز نسبت به سایر مواد نیروی عملگری بالاتری دارند، خاک‌اره، خاک دیاتومه و دانه‌های شیشه توخالی نیروهای عملگری نزدیک به یکدیگر دارند و کمترین نیروی عملگری مربوط به بازوی پیوسته بدون مواد دانه‌ریز می‌باشد.

۴-۱۲ تاثیر فشار محفظه در رفتار بازوی پیوسته

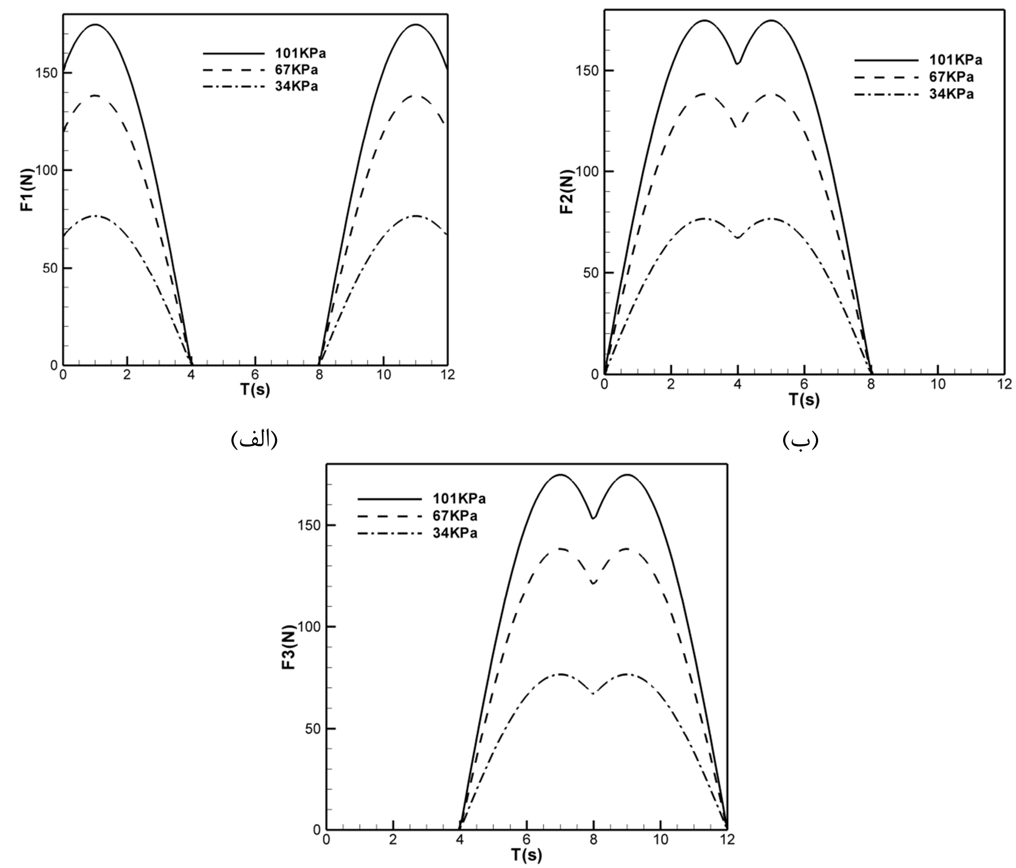
در این بخش به بررسی رفتار بازوی پیوسته در فشارهای متفاوت پرداخته شده است. در شبیه‌سازی از قهوه دانه درشت استفاده شده است. مدول فشاری و کششی توده دانه‌ها در فشارها متفاوت از نتایج تجربی استخراج شده است[۳۲]. در این مدل فرض شده که تنش کششی نهایی فارغ از نوع دانه‌ها همواره کوچک‌تر مساوی فشار تراکم است زیرا زنجیره نیرویی تشکیل شده بین ذرات تنها به واسطه فشار مکش محفظه به وجود آمده و هر تنش کششی بیش از این مقدار باعث تسلیم شدن سیستم

می‌شود. البته این فرض زمانی معتبر است که دانه‌ها به واسطه شکل و نوع قرارگیری در یکدیگر قفل نشده‌اند.

در جدول (۴-۸) خصوصیات مکانیکی توده دانه‌ها در فشارهای متفاوت نمایش داده شده است. در شکل‌های (۴-۲۳) و (۴-۲۴) نیروهای عملگری به ترتیب برای مسیر اول و مسیر دوم در فشارهای متفاوت نمایش داده شده است. همان طور که درشکل‌های (۴-۲۳) و (۴-۲۴) مشاهده می‌شود بیشترین نیرو عملگری مربوط به فشار ۱۰۱ کیلو پاسکال و کمترین نیروی عملگری مربوط به فشار ۳۴ کیلو پاسکال می‌باشد. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی می‌توان دریافت با کاهش فشار محفظه، سختی بازو افزایش و به تبع آن نیروی عملگری کابل‌های هدایت کننده نیز افزایش می‌یابد. نکته حائز اهمیت این است که فشار محفظه را حداکثر می‌توان تا فشار خلا کاهش داد پس سختی بازو دارای محدودیت است و از حد معینی بیشتر نمی‌شود. می‌توان با فشار مثبت به سختی‌های بالاتر از آنچه در فشار خلا حاصل شده است دست یافت. این موضوع می‌تواند برای کارهای آینده مورد بررسی قرار گیرد.



شکل (۴-۳۸) نیروهای عملگری در مسیر اول حرکت و در فشارهای مختلف



(الف) (ب) (ج)

شکل (۴-۳۹) نیروهای عملگری (الف) F_1 (ب) F_2 (ج) F_3 در مسیر دوم و در فشارهای مختلف

جدول (۴-۸) خصوصیات دانه‌های قهوه در فشارهای متفاوت

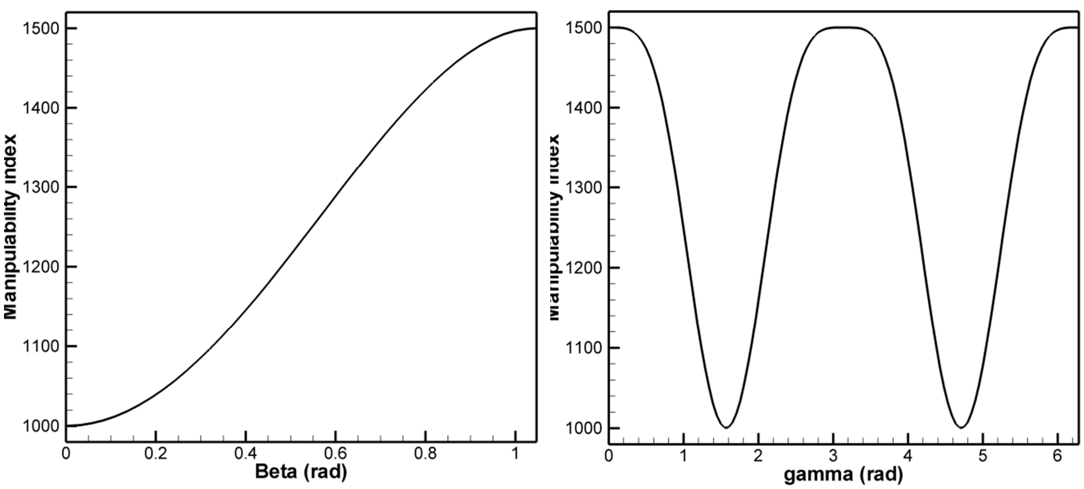
P_{jam} (KPa)	E_c (MPa)	E_t (MPa)	$\sigma_{y,c}$ (KPa)	$\sigma_{t,c}$ (MPa)
۱۰۱	۳/۳۶	۴/۵۱	۵۷۰	۵۲/۴
۶۷	۲/۵	۳/۹۴	۳۵۴	۴۲/۷
۳۴	۱/۴۱	۲/۱۴	۱۸۲	۲۳

۴-۱۳ چالاکی بازو

در این بخش به بررسی چالاکی بازو در مسیر اول و مسیر دوم پرداخته شده است. در شکل (۴-۴۰) الف چالاکی بازو در مسیر اول حرکت نمایش داده شده است. با توجه به شکل (۴-۴۰) الف در زاویه خمش صفر بازو حداقل چالاکی را دارد با افزایش زاویه خمش چالاکی بازو افزایش می‌یابد و نهایتا در زاویه خمش۳۰ درجه بازو حداکثر چالاکی را پیدا می‌کند. همان طور که در فصل دوم نیز اشاره شد هر چه اختلاف طول کابل‌ها افزایش یابد چالاکی بازو بیشتر می‌شود. همان طور که در شکل (۴-۳۴) ب مشاهده می‌شود در زاویه خمش صفر طول هر سه کابل برابر است در این نقطه بازو کمترین

چالاکی را دارد؛ با افزایش زاویه خمش طول کابل‌های دوم و سوم کاهش و طول اول افزایش می‌یابد در نتیجه اختلاف طول کابل‌ها افزایش و به تبع آن چالاکی بازو نیز افزایش می‌یابد

پس از طی شدن مسیر اول بازو در نقطه z=124.05 قرار می‌گیرد سپس حرکت دایره‌ای بازو آغاز می‌شود. در مسیر دوم با توجه به حرکت دایره‌ای بازو و تغییر طول کابل‌ها چالاکی بازو به صورت دوره‌ای تغییر پیدا می‌کند. در لحظه شروع بازو حداکثر چالاکی دارد. در این لحظه تغییر طول کابل دوم و سوم برابر ۰/۰۰۸- متر و تغییر طول کابل اول برابر ۰/۰۱۵+ می‌باشد با افزایش زاویه دوران چالاکی بازو کاهش می‌یابد تا نهایتا در زاویه ۱/۵۴ رادیان به حداقل مقدار خود می‌رسد سپس با افزایش زاویه دوران چالاکی افزایش می‌یابد و در بازه $2.96 < \gamma < 3.33$ به حداکثر مقدار خود می-رسد. در این بازه چالاکی بازو ۱ $\pm$ ۱۵۰۰ می‌باشد. این روند به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود.



(الف) (ب)

شکل (۴-۴۰) چالاکی بازو در (الف) مسیر اول (ب) مسیر دوم

۴-۱۴ عوامل موثر بر سختی بازوی پیوسته

در این بخش به بررسی عوامل موثر بر رفتار بازوی پیوسته پرداخته می‌شود. پارامترها متعددی بر رفتار بازو تاثیر گذار می‌باشند از این دست پارامترها می‌توان به اندازه و نوع دانه‌ها، نوع غشا، سطح مقطع، اندازه محفظه اشاره کرد. نتایج آزمایشگاهی ارائه شده در [۷۰]، [۷۱] و [۷۲] با نتایج حاصل از شبیه سازی‌های انجام شده توسط نرم افزار Voxcad مقایسه شده است.

۴-۱۴-۱ نوع غشا

نمونه مورد آزمایش یک استوانه به طول ۴۰mm و قطر ۱۵mm است که با از دانه‌های کروی شیشه به قطر ۴mm پر شده است. آزمایش‌ها در فشارهای ۱۰۱KPa، ۵۵KPa و ۱۰KPa تکرار شده است. برای تخمین سختی بازوی پیوسته، می‌توان بازو را به صورت یک تیر یک سر گیردار تقریب زد که تحت نیروی خارجی در انتهای آن قرارگرفته است. در شکل (۴-۴۱) (الف) نمونه طراحی‌شده در نرم افزار نمایش داده شده است. در شکل (۶-۴) (ب) شرایط مرزی سیستم نمایش داده شده است. شرط مرزی هندسی مربوط به ثابت بودن انتهای بازو و شرط مرزی نیرویی مربوط به نیروی افقی وارده به انتهای آزاد بازو می‌باشد. در شبیه‌سازی از غشاهای ویترا[۱۹]، وینیل[۲۰]، نیتریل[۲۱]، لاتکس[۲۲] و پلی‌اتیلن[۲۳] استفاده شده است. شبیه سازی برای تغییر مکان ۱mm تا ۱۰mm با گام ۱mm در فشارهای ۱۰KPa، ۵۵KPa و ۱۰۱KPa تکرار و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. در شکل (۴-۴۲) نمودارهای نیرو- تغییر مکان برای غشاهای مختلف نمایش داده شده است.با توجه به شکل (۴-۴۲) پلی‌اتیلن با ۳/۱۴ نیوتن بالاترین نیرو خمش را دارد که ۳۰ درصد بیش نیروی خمشی نیتریل است. مدول الاسیسته پلی‌اتیلن در حدود ۱۰ برابر سایر غشاها است اما نیروی خمشی به همان اندازه افزایش نیافته است.

دلیل این عملکرد ضعیف را می‌توان در تلفات ناشی از تغییر شکل دائم با بازو دانست. تغییر شکل دائم ناشی از غشا نیست بلکه عواملی مانند تعامل دانه‌ها با یکدیگر و دانه‌ها با غشا سبب تغییر شکل دائم بازو شده است. نیتریل و لاتکس به ترتیب دومین و سومین محدوده سختی را دارند این دو ماده از لحاظ تلفات عملکرد بهتری را نسبت به پلی اتیلن دارند. کمترین محدوده سختی نیز مربوط به ویترا و وینیل است.

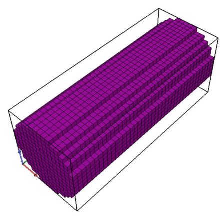
۴-۱۴-۲ اندازه دانه‌ها

در این شبیه‌سازی جنس دانه‌ها یکسان و از اکریلیک است و قطر دانه‌ها ۸mm، ۶mm و ۴mm می‌باشد. نمونه مورد آزمایش یک استوانه به قطر ۱۰mm و طول ۴۰mm است. نتایج مربوط به مدل و نتایج آزمایشگاهی در فشارهای ۱/۵PSI، ۱۰PSI و ۱۵PSI در شکل (۴-۴۳) نمایش داده شده است. با

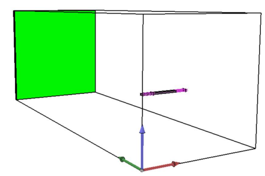
---

[۱۹] Vitrile
[۲۰] Vinyl
[۲۱] Nitrile
[۲۲] Latex
[۲۳] Polythene

توجه به شکل (۴-۴۳) بیشترین محدوده سختی برای دانه‌ها با قطر ۴mm حاصل شده است. و کمترین محدوده سختی برای دانه‌ها با قطر ۸mm به دست آمده است. با توجه به این نتایج می-توان دریافت که دانه‌های کوچک‌تر سختی بیشتری را نسبت به دانه‌های بزرگ‌تر حاصل می‌کنند دلیل این امر این است که دانه‌های کوچک‌تر سطح تماس بیشتری نسبت به دانه‌های بزرگ‌تر دارند بنابراین دانه‌ها با دانه‌های مجاور و همچنین با غشا تعامل بیشتری دارند در نتیجه محدوده سختی بیشتری را ایجاد می‌کنند

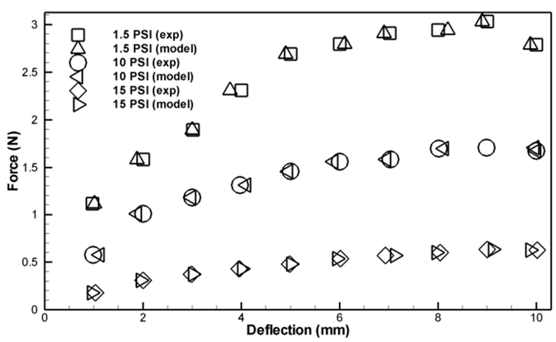


(الف)

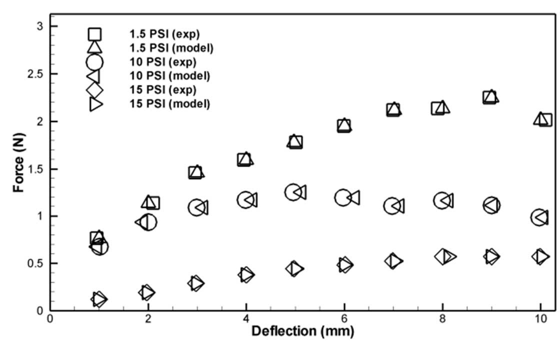


(ب)

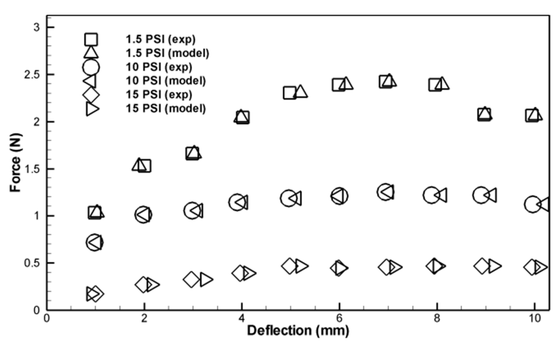
شکل (۴-۴۱) (الف) نمونه طراحی شده در نرم‌افزار (ب) شرایط مرزی بازو



(الف)

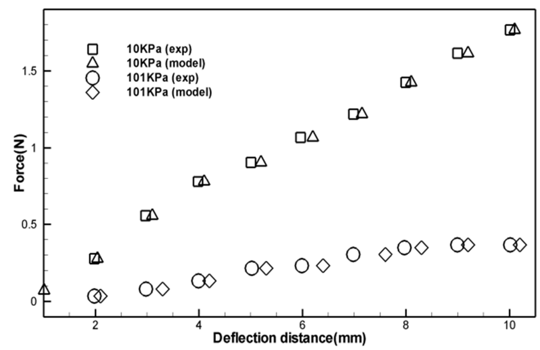


(ب)

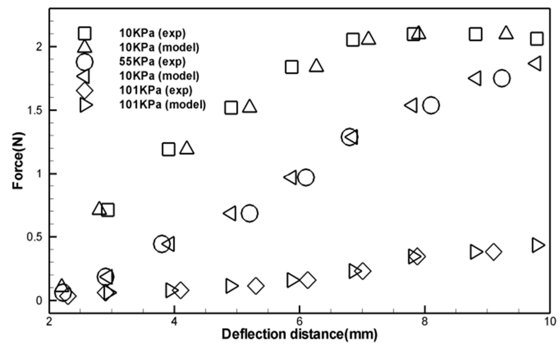


(ج)

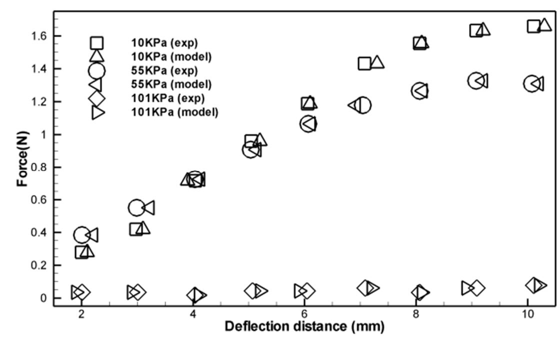
شکل (۴-۴۲) نمودارهای نیرو- تغییر مکان برای دانه‌ها با قطرهای (الف) ۴mm (ب) ۶ mm (ج) ۸mm



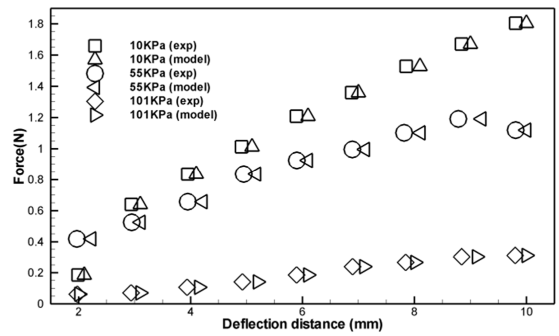
(الف)



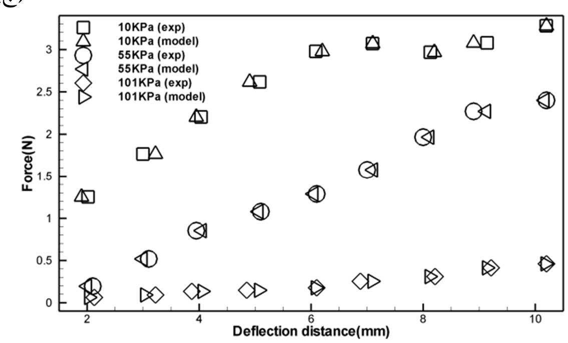
(ب)



(ج)



(د)



(ه)

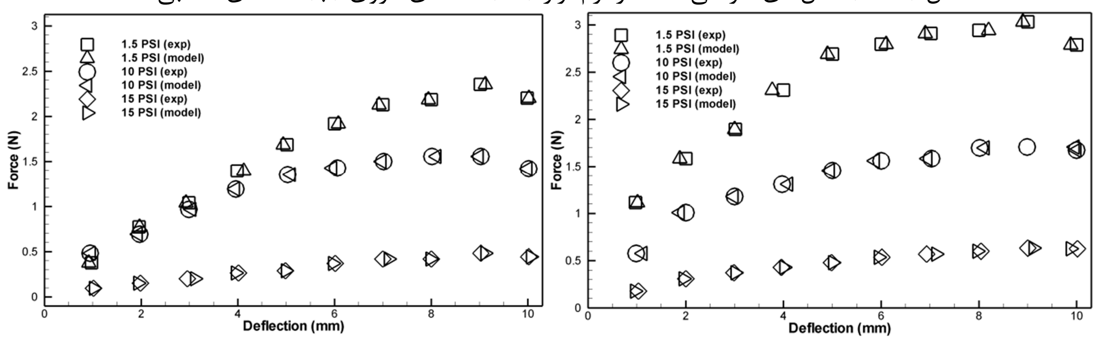
شکل (۴-۴۳) نمودارهای نیرو- تغییر مکان برای غشاهای (الف) لاتکس (ب) نیتریل (ج) وینیل (د) ویترا (ه) پلی‌اتیلن

۴-۱۴-۳ شکل دانه‌ها

برای بررسی تأثیر شکل دانه‌ها بر رفتار سیستم از دو نمونه استفاده شده است. در نمونه اول از دانه‌های مکعبی با ضلع ۴mm و در نمونه دوم از دانه‌های کروی شکل با قطر ۴mm استفاده شده است. نمودارهای مربوط به نیرو تغییر مکان در فشارهای مختلف در شکل (۴-۴۵) نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل (۴-۴۵) مشاهده می‌شود دانه‌های کروی سختی بالاتری نسبت به دانه-های مکعبی دارند اما دانه‌های مکعبی نسبت به دانه‌های کروی ناحیه الاستیک وسیع‌تری دارند؛ این موضوع آن‌ها را کاندیدا مناسب‌تری نسبت به دانه‌های کروی برای استفاده در ربات‌های نرم معرفی می‌کند

ب الف

شکل (۴-۴۴) مدل‌های طراحی شده در نرم‌افزار (الف) دانه‌های کروی (ب) دانه‌های مکعبی

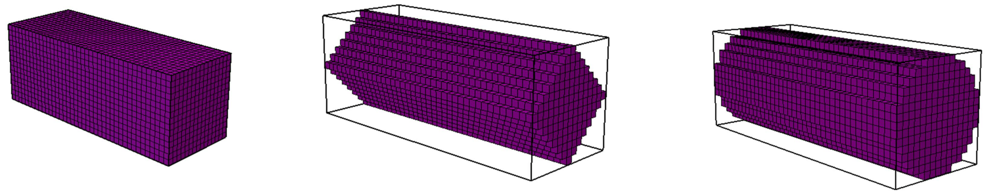


(الف) (ب)

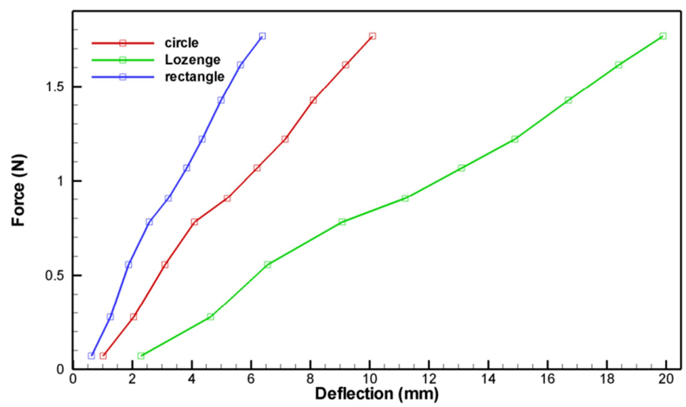
شکل (۴-۴۵) نمودار نیرو- تغییر مکان (الف) دانه‌های کروی (ب) دانه‌های مکعبی

۴-۱۴-۴ سطح مقطع

به منظور بررسی تاثیر سطح مقطع بر سختی بازو جنس دانه‌ها و غشا و فشار محفظه و همچنین نوع دانه‌ها یکسان فرض شده است و تنها سطح مقطع بازو متفاوت است. سه سطح مقطع لوزی، مربعی و دایره‌ای مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. در شکل (۴-۴۶) این سطح مقطع‌ها نمایش داده شده است. در شبیه سازی از دانه‌های مکعبی با قطر ۴mm و غشا لاتکس استفاده شده است. فشار محفظه ۱۰KPa در نظر گرفته شده است. در شکل (۴-۴۷) نمودار نیرو-تغییر مکان برای ۱۰ نقطه نمایش داده شده است. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی سطح مقطع لوزی بیشترین تغییر مکان را به نسبت به نیروی افقی وارده داشته و در نتیجه سختی پایین‌تری نسبت به سطح مقطع مربعی و دایره‌ای دارد. بیشترین سختی توسط شکل مربعی ایجاد می‌شود. در کاربردهایی که سختی بالا مطلوب است استفاده از سطح مقطع مربعی پیشنهاد می‌شود اما زمانی که نیاز به تغییر مکان زیاد با نیرو کمتر مورد انتظار است. استفاده از سطح مقطع لوزی مناسب تر است.



شکل (۴-۴۶) مدل‌های طراحی برای سطح مقطع بازوی پیوسته در نرم‌افزار



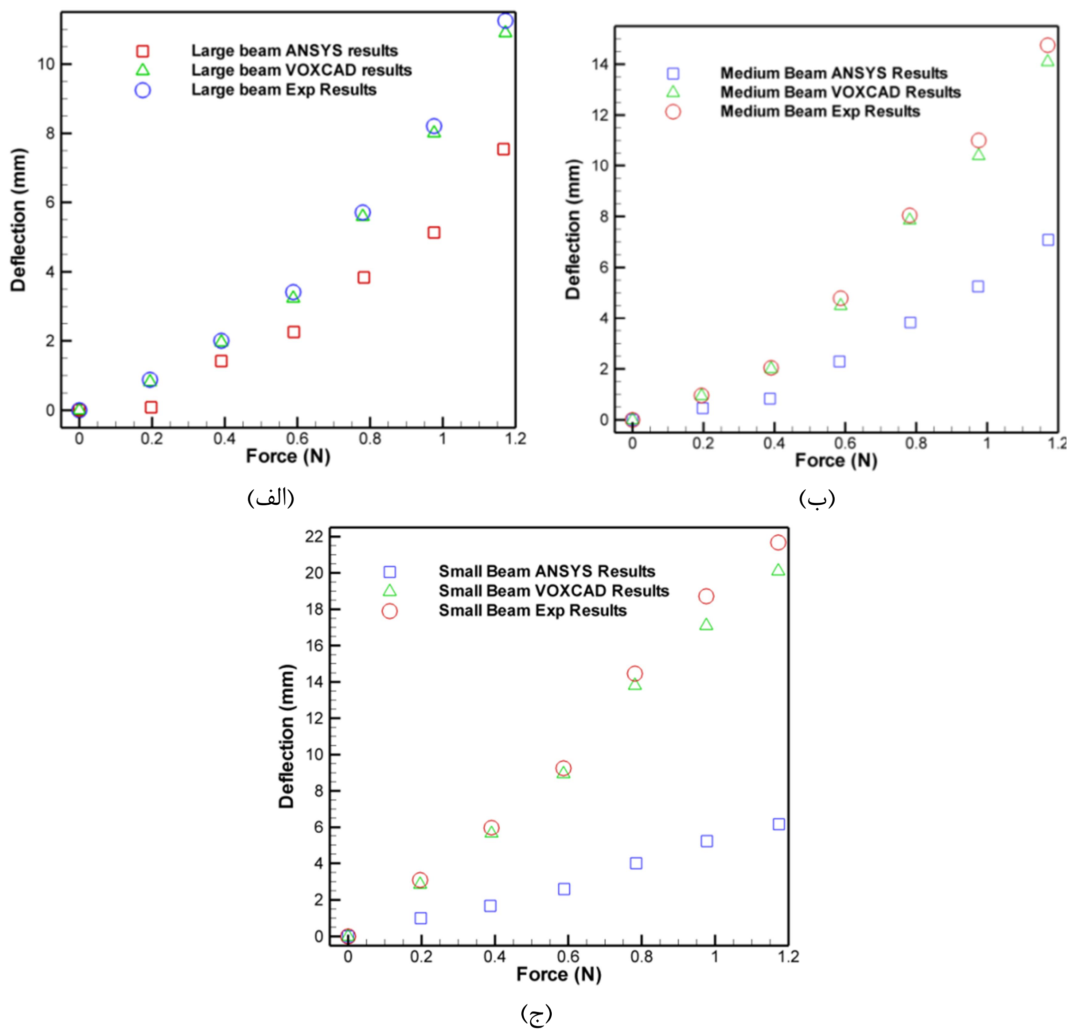
شکل (۴-۴۷) نمودار نیرو تغییر مکان برای سطح مقطع‌های متفاوت

۴-۱۴-۵ اندازه محفظه

برای بررسی تاثیر اندازه محفظه از ۳ نوع بازوی پیوسته در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ استفاده شده است. ابعاد محفظه کوچک ۱۵mm × ۹mm × ۸۵mm ، محفظه متوسط ۱۵mm × ۱۲mm × ۸۵mm و محفظه بزرگ ۱۵mm × ۱۵mm × ۸۵mm است. فشار داخل محفظه ۵۹- KPa و از دانه‌های شکر به عنوان مواد دانه‌ریز استفاده شده است. در این آزمایش تغییر مکان بازوی پیوسته تحت نیرو اعمالی به انتهای بازو مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی توسط نرم‌افزارهای ANSYS و VOXCAD به همراه نتایج حاصل آزمایش در شکل (۴-۴۸) نمایش داده شده است.

با توجه به نتایج حاصل از شبیه سازی می‌توان دریافت که با افزایش ابعاد محفظه تغییر مکان بازو کاهش می‌یابد. برای مثال هنگامی‌که نیروی ۱/۲ نیوتن به انتهای بازوی پیوسته وارد می‌شود تغییر مکان بازوی پیوسته کوچک، متوسط و بزرگ به ترتیب برابر ۲۲،۱۴ و ۱۰/۴ میلی‌متر می‌باشد. با توجه به این موضوع سختی بازو با اندازه آن نسبت مستقیم دارد و با افزایش اندازه محفظه سختی آن

افزایش می‌یابد. در آزمایش خمش نتایج حاصل از Ansys با نتایج حاصل از آزمایش کاملاً متناقض می‌باشد، این موضوع را می‌توان در این دلایل جست‌وجو کرد. در وهله اول، معادله استفاده شده برای محاسبه مدول یانگ برای تغییر شکل‌های کوچک معتبر است. علاوه بر این ممان دوم سطح با فرض متقارن بودن تیر محاسبه شده است؛ اما وجود مواد دانه‌ریز در محفظه باعث عدم تقارن در سطح مقطع تیر می‌شود که این نیز به نوبه خود باعث تفاوت بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج تجربی شده است. در شبیه‌سازی انجام شده توسط ANSYS فرض شده که تیر به صورت یکپارچه خم می‌شود اما آنچه در آزمایش‌ها مشاهده شده است تیر در هنگام خم شدن اندکی پیچ‌خوردگی دارد



شکل (۴-۴۸) نتایج حاصل از شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی محفظه (الف) بزرگ (ب) متوسط (ج) کوچک

فصل پنجم

نتایج و پیشنهادها

۵-۱ نتیجه‌گیری

در فصل دوم پایان‌نامه، مدل سینماتیکی بازو با استفاده از ژاکوبین تبدیل برای دو حالت انحنای ثابت و انحنای متغیر استخراج شد. سپس دو مدل مذکور مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. با توجه به نتایج حاصل شده، با افزایش تعداد واحدها دقت مدل افزایش می‌یابد اما از طرفی هزینه محاسباتی نیز بالا می‌رود. در پایان بخش اول به بررسی معیار چالاکی در فضای کاری پرداخته شد. با توجه به نتایج حاصل شده می‌توان دریافت که هر چه اختلاف طول سه کابل با یکدیگر بیشتر باشد چالاکی بازو بیشتر است و زمانی که طول کابل‌ها با هم برابر می‌شود بازو حداقل چالاکی را دارد.

در فصل سوم معادلات حاکم بر دینامیک بازوی پیوسته بدون مکانیزم تراکم استخراج شد، سپس با استفاده از فیدبک خطی ساز به کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی در عدم حضور نامعینی‌ها در مدل دینامیکی پرداخته شد. قانون کنترلی مناسب در این خصوص ارائه شد که بخشی از آن برای جبران غیرخطی‌های موجود در مدل دینامیکی و بخشی از آن که مربوط به بخش خطی کنترلر است، طوری انتخاب شد که اثبات پایداری بر اساس روش گشتاور محاسبه شده تضمین شود. در شبیه‌سازی و برای قرار گرفتن مجری نهایی در مسیر معرفی‌شده، دو مرحله حرکتی لحاظ شد که با توجه به نتایج شبیه‌سازی مربوط به نیروهای عملگری در کابل‌ها و همچنین خطای موقعیت و سرعت مجری نهایی مشاهده شد، خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت مدت زمان کمی به سمت صفر میل می‌کند و نیروها طوری تغییر نمودند که مجری نهایی در موقعیت مناسب قرار گیرد.
کنترل بازوهای پیوسته با توجه به نامعینی‌ها موجود در مدل دینامیکی آن به ویژه هنگامی‌که نیروی گرانش قابل صرف‌نظر کردن نباشد، همواره چالش‌برانگیز است، در این مقاله جرم هسته اصلی و کابل‌ها و جداسازها به‌عنوان نامعینی در مدل دینامیکی بازوی پیوسته در نظر گرفته شده و در ابتدا از روش تقریبی برای کنترل موقعیت و سرعت بازو استفاده شد. در این بخش اثر نامعینی پارامتری با استفاده از روش گشتاور محاسبه شده با شبیه‌سازی سیستم با اعمال کنترلر فوق بررسی شده است. برای بررسی اثر این نامعینی، مقدار جرم‌ها نزدیک به مقدار واقعی در نظر گرفته شد. نتایج شبیه‌سازی در مرحله اول حرکت نشان داد که خطای موقعیت افزایش می‌یابد و سپس ثابت باقی می‌ماند. نتایج مربوط به مرحله دوم حرکت نیز نشان می‌دهد که خطای موقعیت با گذر زمان افزایش می‌یابد و خطا موقعیت پس از گذشت زمان به مقدار مشخصی میل می‌کند و صفر نمی‌شود؛ لذا با توجه به نتایج فوق مشخص است که با اعمال کنترلر گشتاور محاسبه شده، خطای ردیابی مسیر در حضور نامعینی پارامتری به صفر میل نمی‌نماید.
به منظور استخراج کنترلر تطبیقی و قانون تطبیق مناسب برای پارامترها، مدل دینامیکی بازو به فرم پارامتری مرتب شد. این فرم ضرب ماتریس وزن در بردار پارامترهای نامعلوم سیستم شامل جرم‌های هسته اصلی و جرم کابل‌ها و جداسازها می‌باشد. سپس کنترلر تطبیقی بر اساس روش گشتاور

محاسبه شده پیشنهاد شد و دینامیک خطای سیستم با توجه به کنترلر پیشنهادی به دست آمد. برای یافتن قانون تطبیق مناسب ابتدا تابع لیاپانوف مناسب پیشنهاد و بر اساس تئوری لیاپانوف قانون تطبیق برای تضمین پایداری سیستم استخراج شد و در نهایت از لم باربالات برای اثبات همگرایی خطای ردیابی به سمت صفر با توجه به شرایط حاکم بر روابط، استفاده شد. با توجه به کنترلر تطبیقی پیشنهادی، نتایج شبیه‌سازی سیستم در حضور نامعینی ارائه شد. در این شبیه‌سازی فرض شده جرم هسته اصلی و جرم کابل‌ها و جداسازها نامعلوم هستند. با انجام حدس اولیه برای جرم هسته اصلی و کابل‌ها نتایج شبیه‌سازی به دست آمد. نتایج نشان داد که در مرحله اول حرکت، تغییرات جرم‌ها فقط تا ثانیه دوم ادامه یافته و پس از آن کران‌دار باقی ماند؛ فلذا مقادیر مناسب برای جرم‌ها که باعث همگرایی مجانبی در خطای ردیابی می‌شود، محقق شد. در مرحله دوم حرکت نیز نتایج شبیه‌سازی نشان داد که مشابه حالت قبل با گذشت زمان، جرم تخمینی به اعدادی ثابت همگرا شده و خطای موقعیت و سرعت پس از گذشت زمان کوتاهی صفر می‌شود. لذا با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی مشخص شد که سرعت و دقت کنترلر پیشنهادی در حضور نامعینی پارامتری در کنترل موقعیت و سرعت مجری نهایی بسیار مناسب است.

در فصل چهارم به بررسی تاثیر اندازه و نوع دانه‌ها، غشا، سطح مقطع و همچنین فشار محفظه بر رفتار بازو پرداخته شد. با توجه به نتایج حاصل از بررسی اندازه دانه مشاهده می‌شود که دانه‌های کوچک‌تر به سبب توزیع اندازه بالا، چگالی و سختی بالاتری را ایجاد می‌کنند. با بررسی تاثیر شکل دانه‌ها مشخص شد که سختی دانه‌های کروی از دانه‌های مکعبی بیشتر است اما دانه‌های مکعبی اتلاف انرژی پایین‌تری در مقایسه با دانه‌های کروی دارند. در انتهای فصل چهارم مدل دینامیکی بازو پیوسته با مکانیزم تراکم با استفاده از روش لاگرانژ استخراج و فرم بسته معادلات دینامیکی حاصل شد. در محاسبه انرژی پتانسیل توده دانه‌ها، بازو به صورت تیر اویلر برنولی یک سر گیردار مدل شد و انرژی الاستیک ذخیره شده در بازو در هنگام خمش محاسبه شد. سپس تاثیر جنس دانه‌های به کار رفته و فشار محفظه بر رفتار بازو بررسی و نیروی عملگری کابل‌ها در دو مسیر متفاوت با یکدیگر مقایسه شد. با بررسی رفتار بازو مشاهده شد که قهوه دانه‌ریز بیشترین سختی را حاصل می‌کند. دلیل این امر را می‌توان در اندازه دانه‌ها و غیر مسطح بودن سطح دانه‌ها جست‌وجو کرد. با توجه به نتایج حاصل از مقایسه فشارهای متفاوت، بیشترین نیروی عملگری در فشار ۱۰۱ کیلو پاسکال حاصل می‌شود. در این فشار بازو حداکثر سختی را دارد و زنجیره نیرویی ایجاد شده بین دانه‌ها بیشترین مقاومت را در برابر تغییر شکل دارد.

۵-۲ پیشنهادها

پیشنهادها زیر برای ادامه این پایان‌نامه ارائه می‌شود

۱- استفاده از روش‌های بهینه‌سازی برای انتخاب مسیر بهینه با حداکثر چالاکی

۲- استفاده از کنترلر مقاوم برای غلبه بر نامعینی‌های در دینامیک بازو

۳- طراحی و تحلیل بازو با مکانیزم تراکم که از فشار مثبت برای رسیدن به سختی متغیر استفاده می‌شود

پیوست

ضرایب k که در روند محاسبه مدل دینامیکی بازو استفاده شد

$$K_1 = (\beta^3 + 6\beta - 12\sin\beta + 6\beta\cos\beta)/\beta^5$$

$$K_2 = (6\beta - 8\sin\beta + \sin2\beta)/\beta^3$$

$$K_3 = r^2[\cos^2(\gamma) + \cos^2(-\gamma + \theta) + \cos^2(\gamma + \theta)]$$

$$K_4 = r^2\beta[-\sin(2\gamma) + \sin2(-\gamma + \theta) - \sin2(\gamma + \theta)]$$

$$K_5 = r^2\beta^2[-\sin^2(2\gamma) + \sin^2(-\gamma + \theta) - \sin^2(\gamma + \theta)]$$

$$K_6 = \frac{h^2 n(n+1)(2n+1)}{6\beta} + (2n+1)\frac{l^2}{\beta^4} - \frac{l^2}{\beta^4}\frac{\sin\beta + \sin\frac{(n+1)\beta}{n}}{\sin\frac{\beta}{n}} - \frac{hl}{\beta^3}\frac{(n+1)\sin\beta - n\sin\frac{(n+1)\beta}{n}}{2\sin^2(\frac{\beta}{2n})}$$

$$K_7 = \frac{l^2}{\beta^2}[\frac{3n}{2} + \frac{3}{4} - \frac{\sin\beta + \sin\frac{(n+1)\beta}{n}}{\sin\frac{\beta}{n}} + \frac{\sin2\beta + \sin\frac{2(n+1)\beta}{n}}{4\sin\frac{2\beta}{n}}$$

ماتریس جرم در معادله دینامیک بازو به صورت زیر تعریف می‌شود

$$M_{11} = \frac{1}{3}(4m_1 l^2 K_1 + 3m_1 K_3 + 3m_2 K_6)$$
$$M_{12} = M_{21} = \frac{1}{2}m_1 K_4$$
$$M_{22} = m_1 l^2 K_2 + m_1 K_5 + m_2 K_7$$

ماتریس کوریولیس در معادله دینامیک بازو به صورت زیر تعریف می‌شود

$$C_{11} = -\frac{1}{6}(4m_1 l^2\frac{\partial K_1}{\partial\beta} + 3m_1\frac{\partial K_3}{\partial\beta} + 3m_2\frac{\partial K_6}{\partial\beta})$$
$$C_{12} = -\frac{1}{2}m_1\frac{\partial K_4}{\partial\beta}$$
$$\mathrm{C}_{22} = -\frac{1}{2}m_1\frac{\partial \mathrm{K}_4}{\partial\gamma}$$
$$C_{13} = -\frac{1}{2}(m_1 l^2\frac{\partial K_2}{\partial\beta} + m_1\frac{\partial K_5}{\partial\beta} + m_2\frac{\partial K_7}{\partial\beta})$$
$$C_{21} = -\frac{1}{2}m_1\frac{\partial K_3}{\partial\gamma}$$
$$C_{12} = -\frac{1}{2}m_1\frac{\partial K_4}{\partial\beta}$$

ماتریس گرانش در معادله دینامیکی بازو به صورت زیر بیان می‌شود

$$K_{11} = \frac{4EI}{l} + \sum_{K=1}^{n} \frac{m_2 gl}{\beta} \sin \frac{kh\beta}{l}$$
$$K_{12} = K_{21} = K_{22} = 0$$

ماتریس ژاکوبین

$$D_{11} = r\cos(\gamma)$$
$$D_{12} = r\cos(\gamma - \frac{2}{3}\pi)$$
$$D_{21} = -r\sin(\gamma)$$
$$D_{22} = -r\beta\sin(\gamma - \frac{2}{3}\pi)$$

$$\frac{\partial k_{ijk}}{\partial \bar{l}_{ij}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial k_{ij\xi}}{\partial \bar{l}_{ij1}} & \frac{\partial k_{ij\xi}}{\partial \bar{l}_{ij2}} & \frac{\partial k_{ij\xi}}{\partial \bar{l}_{ij3}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial k_{ij1}}{\partial \bar{l}_{ij1}} = \frac{\sqrt{3}(\bar{l}_{ij3} - \bar{l}_{ij2})}{2\bar{l}_{sqrt}^{\ 2}}$$

$$\frac{\partial k_{ij1}}{\partial \bar{l}_{ij2}} = \frac{\sqrt{3}(\bar{l}_{ij1} - \bar{l}_{ij3})}{2\bar{l}_{sqrt}^{\ 2}}$$

$$\frac{\partial k_{ij1}}{\partial \bar{l}_{ij3}} = \frac{\sqrt{3}(\bar{l}_{ij2} - \bar{l}_{ij1})}{2\bar{l}_{sqrt}^{\ 2}}$$

$$\frac{\partial k_{ij2}}{\partial \bar{l}_{ij1}} = \frac{3(\bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij2} + \bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij3} - \bar{l}_{ij2}^{\ 2} - \bar{l}_{ij3}^{\ 2})}{d_{ij}\bar{l}_{sqrt}\bar{l}_{sum}^{\ 2}}$$

$$\frac{\partial k_{ij2}}{\partial \bar{l}_{ij2}} = \frac{3(\bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij2} + \bar{l}_{ij2}\bar{l}_{ij3} - \bar{l}_{ij1}^{\ 2} - \bar{l}_{ij3}^{\ 2})}{d_{ij}\bar{l}_{sqrt}\bar{l}_{sum}^{\ 2}}$$

$$\frac{\partial k_{ij2}}{\partial \bar{l}_{ij3}} = \frac{3(\bar{l}_{ij1}\bar{l}_{ij3} + \bar{l}_{ij2}\bar{l}_{ij3} - \bar{l}_{ij1}^{\ 2} - \bar{l}_{ij2}^{\ 2})}{d_{ij}\bar{l}_{sqrt}\bar{l}_{sum}^{\ 2}}$$

$$\frac{\partial k_{ij3}}{\partial \bar{l}_{ij1}} = \frac{d_{ij}\arcsin\left(\frac{\bar{l}_{sqrt}}{3d_{ij}}\right)}{\bar{l}_{sqrt}}\left(1 - \frac{\bar{l}_{sum}(2\bar{l}_{ij1} - \bar{l}_{ij2} - \bar{l}_{ij3})}{2\bar{l}_{sqrt}^{\ 2}}\right) + \frac{d_{ij}\bar{l}_{sum}(2\bar{l}_{ij1} - \bar{l}_{ij2} - \bar{l}_{ij3})}{2\bar{l}_{sqrt}^{\ 2}\sqrt{9d_{ij}^{\ 2} - \bar{l}_{sqrt}^{\ 2}}}$$

$$\frac{\partial k_{ij3}}{\partial \bar{l}_{ij2}} = \frac{d_{ij}\arcsin\left(\frac{\bar{l}_{sqrt}}{3d_{ij}}\right)}{\bar{l}_{sqrt}}\left(1 - \frac{\bar{l}_{sum}(2\bar{l}_{ij2} - \bar{l}_{ij1} - \bar{l}_{ij3})}{2\bar{l}_{sqrt}^{\ 2}}\right)$$

$$+\frac{d_{ij}\bar{l}_{sum}(2\bar{l}_{ij1}-\bar{l}_{ij2}-\bar{l}_{ij3})}{2\bar{l}_{sqrt}{}^{2}\sqrt{9d_{ij}{}^{2}-\bar{l}_{sqrt}{}^{2}}}$$

$$\frac{\partial k_{ij3}}{\partial \bar{l}_{ij3}}=\frac{d_{ij}\arcsin\left(\frac{\bar{l}_{sqrt}}{3d_{ij}}\right)}{\bar{l}_{sqrt}}\left(1-\frac{\bar{l}_{sum}\left(2\bar{l}_{ij3}-\bar{l}_{ij1}-\bar{l}_{ij2}\right)}{2\bar{l}_{sqrt}{}^{2}}\right)$$

$$+\frac{d_{ij}\bar{l}_{sum}(2\bar{l}_{ij3}-\bar{l}_{ij1}-\bar{l}_{ij2})}{2\bar{l}_{sqrt}{}^{2}\sqrt{9d_{ij}{}^{2}-\bar{l}_{sqrt}{}^{2}}}$$

مراجع

[1] G. S. Chirikjian, "Hyper-redundant manipulator dynamics: a continuum approximation," *Advanced Robotics,* vol. 9, pp. 217-243, 1994.

[2] F. Matsuno and H. Sato, "Trajectory tracking control of snake robots based on dynamic model," in *Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on*, 2005, pp. 3029-3034.

[3] I. A. Gravagne, C. D. Rahn, and I. D. Walker, "Good vibrations: a vibration damping setpoint controller for continuum robots," in *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on*, 2001, pp. 3877-3884.

[4] I. A. Gravagne, C. D. Rahn, and I. D. Walker, "Large deflection dynamics and control for planar continuum robots," *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on,* vol ۸، .pp. 299-307, 2003.

[5] H. Mochiyama and T. Suzuki, "Kinematics and dynamics of a cable-like hyper-flexible manipulator," in *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on*, 2003, pp. 3672-3677.

[6] E. Tatlicioglu ،I. D. Walker, and D. M. Dawson, "Dynamic modelling for planar extensible continuum robot manipulators," in *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, 2007, pp. 1357-1362.

[7] M. bamdad and A. Mardany, "Design and analysis of a novel cable-driven backbone for continuum robots, ," *Modares Mechanical Engineering,* vol. 15, pp. 322-332, 2015.

[8] B. He, Z. Wang, Q. Li, H. Xie, and R. She, "An Analytic Method for the Kinematics and Dynamics of a Multiple-Backbone Continuum Robot," *International Journal of Advanced Robotic Systems,* p. 1, 2013.

[9] D. B. Camarillo, C. F. Milne, C. R. Carlson, M. R. Zinn, and J. K. Salisbury, "Mechanics modeling of tendon-driven continuum manipulators," *Robotics, IEEE Transactions on,* vol. 24, pp. 1262-1273, 2۰۰۸.

[10] D. B. Camarillo, C. R. Carlson, and J. K. Salisbury, "Task-space control of continuum manipulators with coupled tendon drive," in *Experimental Robotics*, 2009, pp. 271-280.

[11] S. Neppalli, M. A. Csencsits, B. A. Jones, and I. D. Walker, "Closed-form inverse kinematics for continuum manipulators," *Advanced Robotics,* vol. 23, pp. 2077-2091, 2009.

[12] M. Mahvash and P. E. Dupont, "Stiffness control of a continuum manipulator in contact with a soft environment," in *Intelligent Robots and Systems(IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on*, 2010, pp. 863-870.

[13] D. Braganza, D. Dawson, I. Walker, and N. Nath, "Neural network grasping controller for continuum robots," in *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on*, 2006, pp. 6445-6449.

[14] A. Kapadia and I. D. Walker, "Task-space control of extensible continuum manipulators," in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, 2011, pp. 1087-1092.

[15] M. Ivanescu and V. Stoian, "A variable structure controller for a tentacle manipulator," in *Robotics and Automation, 1995. Proceedings., 1995 IEEE International Conference on*, 1995, pp. 3155-3160.

[16] R. S. Penning, J. Jung, N. J. Ferrier, and M. R. Zinn, "An evaluation of closed-loop control options for continuum manipulators," in *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, 2012, pp. 5392-5397.

[17] M. W. Hannan and I. D. Walker, "Real-time shape estimation for continuum robots using vision," *Robotica,* vol. 23, pp. 645-651.٢٠٠٥ .

[18] B. Weber, P. Zeller, and K. Kuhnlenz, "Multi-camera based real-time configuration estimation of continuum robots," in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on*, 2012, pp. 3350-3355.

[19] A. Salehi, F. Piltan, M. Mirshekaran, M. Kazeminasab, and Z. Esmaeili, "Comparative Study between Two Important Nonlinear Methodologies for Continuum Robot Manipulator Control," ed: IJITCS, 2014.

[20] M. Bazregar, F. Piltan, A. Nabaee, and M. M. Ebrahimi, "Parallel Soft Computing Control Optimization Algorithm for Uncertainty Dynamic Systems," *International Journal of Advanced Science and Technology,* vol. 51, 2013.

[21] T. Zheng, Y. Yang, D. T. Branson, R. Kang, E. Guglielmino, M. Cianchetti*, et al.*, "Control design of shape memory alloy based multi-arm continuum robot inspired by octopus," in *Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2014 IEEE 9th Conference on*, 2014, pp. 1108-1113.

[22] F. Piltan and S. T. Haghighi, "Design Gradient Descent Optimal Sliding Mode Control of Continuum Robots," *IAES International Journal of Robotics and Automation (IJRA),* vol. 1, pp. 175-189, 2012.

[23] A. Melingui, O. Lakhal, B. Daachi, J. B. Mbede, and R. Merzouki, "Adaptive Neural Network Control of a Compact Bionic Handling Arm.٢٠١٥ ".

[24] C. Mavroidis, "Development of advanced actuators using shape memory alloys and electrorheological fluids," *Journal of Research in Nondestructive Evaluation,* vol. 14, pp. 1-32, 2002.

[25] W. McMahan, V. Chitrakaran, M. Csencsits, D. Dawson, I. D .Walker, B. A. Jones*, et al.*, "Field trials and testing of the OctArm continuum manipulator," in *Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, 2006, pp. 2336-2341.

[26] M. Wilson, "Festo drives automation forwards," *Assembly Automation,* vol. 31, pp. 12-16, 2011.

[27] J. D. Carlson, D. Catanzarite, and K. St. Clair, "Commercial magneto-rheological fluid devices," *International Journal of Modern Physics B,* vol. 10, pp. 2857-2865, 1996.

[28] S.-S. Yoon, S. Kang ,S.-k. Yun, S.-J. Kim, Y.-H. Kim, and M. Kim, "Safe arm design with MR-based passive compliant joints and visco—elastic covering for service robot applications," *Journal of mechanical science and technology,* vol. 19, pp. 1835-1845, 2005.

[29] N. G. Cheng" ,Design and analysis of active fluid-and-cellular solid composites for controllable stiffness robotic elements," Massachusetts Institute of Technology, 2009.

[30] M. J. Telleria, M. Hansen, D. Campbell, A. Servi, and M. L. Culpepper, "Modeling and implementation of solder-activated joints for single-actuator, centimeter-scale robotic mechanisms," in *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, 2010, pp. 1681-1686.

[31] N. Cheng, G. Ishigami, S. Hawthorne, H. Chen, M. Hansen, M .Telleria*, et al.*, "Design and analysis of a soft mobile robot composed of multiple thermally activated joints driven by a single actuator," in *Robotics and Automation (ICRA), 2010 IEEE International Conference on*, 2010, pp. 5207-5212.

[32] N. G. Cheng, M .B. Lobovsky, S. J. Keating, A. M. Setapen, K. Gero, A. E. Hosoi*, et al.*, "Design and analysis of a robust, low-cost, highly articulated manipulator enabled by jamming of granular media," in *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, 2012, pp. 4328-4333.

[33] K. Yoneda, Y. Ota, and S. Hirose, "High-grip stair climber with powder-filled belts," *The International Journal of Robotics Research,* vol. 28, pp. 81-89, 2009.

[34] J. R. Amend and H. Lipson, "Shape-shifting materials for programmable structures," in *In International Conference on Ubiquitous Computing: Workshop on Architectural Robotics*, 2009.

[35] A. Perovskii, "Universal grippers for industrial robots," *Russ Eng J,* vol. 60, pp. 3-4, 1980.

[36] T. Rienmüller and H. Weissmantel, "A shape adaptive gripper finger for robots," in *18. International Symposium on Industrial Robots*, 1988, pp. 241-250.

[37] I. Schmidt, "Flexible moulding jaws for grippers," *Industrial Robot: An International Journal,* vol. 5, pp. 24-26, 1978.

[38] D. Simpson, "Gripping surfaces for artificial hands," *The hand,* vol. 3, pp. 12-14, 1971.

[39] J. R. Amend Jr, E. Brown, N. Rodenberg, H. M. Jaeger, and H. Lipson, "A positive pressure universal gripper based on the jamming of granular material," *Robotics ، IEEE Transactions on,* vol. 28, pp. 341-350, 2012.

[40] J. Kapadia and M. Yim, "Design and performance of nubbed fluidizing jamming grippers," in *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, 2012, pp. 5301-5306.

[41] S. Follmer ،D. Leithinger, A. Olwal, N. Cheng, and H. Ishii, "Jamming user interfaces: programmable particle stiffness and sensing for malleable and shape-changing devices," in *Proceedings of the 25th annual ACM symposium on User interface software and technology*, 2 ،۰۱۲pp. 519-528.

[42] T. Mitsuda, S. Kuge, M. Wakabayashi, and S. Kawamura, "Wearable haptic display by the use of a particle mechanical constraint," in *Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems, 2002. HAPTICS 2002. Proceedings۱۰ .th Symposium on*, 2002, pp. 153-158.

[43] C. S. O'Hern, L. E. Silbert, A. J. Liu, and S. R. Nagel, "Jamming at zero temperature and zero applied stress: The epitome of disorder," *Physical Review E,* vol. 68, p. 011306, 2003.

[44] C. P. Goodrich, W. G. Ellenbroek, and A. J. Liu, "Stability of jammed packings I: the rigidity length scale," *Soft Matter,* vol. 9, pp. 10993-10999, 2013.

[45] P. F. Damasceno, M. Engel, and S. C. Glotzer, "Predictive self-assembly of polyhedra into complex structures," *Science,* vol. 337, pp. 453-457, 2012.

[46] F. V. Donzé, V. Richefeu, and S.-A. Magnier, "Advances in discrete element method applied to soil, rock and concrete mechanics," *State of the art of geotechnical engineering. Electronic Journal of Geotechnical Engineering* ،vol. 44, p. 31, 2009.

[47] P. A. Cundall and O. D. Strack, "A discrete numerical model for granular assemblies," *Geotechnique,* vol. 29, pp. 47-65, 1979.

[48] C. S. Campbell, "Rapid granular flows," *Annual Review of Fluid Mechanics,* vol. 22, pp. 57-90, 19.۹.

[49] P. W. Cleary and C. S. Campbell, "Self-lubrication for Long Runout Landslides: Examination by computer simulation," *Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012),* vol. 98, pp. 21911-21924, 1993.

[50] B. Mishra and R. K. Rajamani, "The discrete element method for the simulation of ball mills," *Applied Mathematical Modelling,* vol. 16, pp. 598-604, 1992.

[51] P. Lettieri and L. Mazzei, "Challenges and issues on the CFD modeling of fluidized beds: a review," *The Journal of Computational Multiphase Flows,* vol. 1, pp. 83-131, 2009.

[52] S. Zimmermann and F. Taghipour, "CFD modeling of the hydrodynamics and reaction kinetics of FCC fluidized-bed reactors," *Industrial & engineering chemistry research,* vol. 44, pp. 9818-9827, 2005.

[53] B. A. Jones and I. D. Walker, "Kinematics for multisection continuum robots," *Robotics, IEEE Transactions on,* vol. 22, pp. 43-55, 2006.

[54] T. Mahl, A. E. Mayer, A. Hildebrandt, and O. Sawodny, "A variable curvature modeling approach for kinematic control of continuum manipulators," in *American Control Conference (ACC), 2013*, 2013, pp. 4945-4950.

[55] T. Mahl, A. Hildebrandt, and O. Sawodny, "A variable curvature continuum kinematics for kinematic control of the bionic handling assistant," *Robotics, IEEE Transactions on,* vol. 30, pp. 935-949, 2014.

[56] I. S. Godage, D. T. Branson, E. Guglielmino, G. Medrano-Cerda, and D. G. Caldwell, "Shape function-based kinematics and dynamics for variable length continuum robotic arms," in *Robotics and Automation (ICRA), 20 ۱۱IEEE International Conference on*, 2011, pp. 452-457.

[57] E. Tatlicioglu, I. D. Walker, and D. M. Dawson, "New dynamic models for planar extensible continuum robot manipulators," in *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*, 2007, pp. 1485-1490.

[58] R. Kang, E. Guglielmino, D. T. Branson, and D. G. Caldwell, "Bio-Inspired crawling locomotion of a multi-arm octopus-like continuum system," in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on*, 2012, pp. 145-150.

[59] R. Kang, A. Kazakidi, E. Guglielmino, D. T. Branson, D. P. Tsakiris, J. Ekaterinaris*, et al.*, "Dynamic model of a hyper-redundant, octopus-like manipulator for underwater applications," in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, 2011, pp. 4054-4059.

[60] D. G. Fertis, *Advanced mechanics of structures*: CRC Press, 1996.

[61] A. J. Liu and S. R. Nagel, "Nonlinear dynamics: Jamming is not just cool any more," *Nature,* vol. 396, pp.۱۹۹۸ ,۳۲-۳۱ .

[62] H. M. Jaeger, "Celebrating Soft Matter’s 10th Anniversary: Toward jamming by design," *Soft matter,* vol. 11, pp. 12-27, 2015.

[63] E. Brown, N. Rodenberg, J. Amend, A. Mozeika, E. Steltz, M. R. Zakin*, et al.*, "Universal robotic gripper based on the jamming of granular material," *Proceedings of the National Academy of Sciences,* vol. 107, pp. 18809-18814, 2010.

[64] J. Hiller and H. Lipson, "Dynamic simulation of soft heterogeneous objects," *arXiv preprint arXiv:1212.2845,* 2012.

[65] J. Germann, A. Maesani, M. Stockli, and D. Floreano, "Soft cell simulator: A tool to study soft multi-cellular robots," in *Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2013 IEEE International Conference on*, 2013, pp. 1300-1305.

[66] T. Yoshikawa, *Foundations of robotics : analysis and control*: Mit Press, 1990.

[67] T. Tanev and B. Stoyanov, "On the performance indexes for robot manipulators," *Problems of engineering cybernetics and robotics,* vol. 49, pp. 64-71, 2000.

[68] I. Mansouri and M. Ouali, "A new homogeneous manipulability measure of robot manipulators, based on power concept," *Mechatronics,* vol. 19, pp. 927-944, 2009.

[69] F. Zacharias, C. Borst, and G. Hirzinger, "Capturing robot workspace structure: representing robot capabilities," in *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*, 2007, pp. 3229-3236.

[70] A. Jiang, G. Xynogalas, P. Dasgupta, K. Althoefer, and T. Nanayakkara, "Design of a variable stiffness flexible manipulator with composite granular jamming and membrane coupling," in *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on*, 2012, pp. 2922-2927.

[72] A. Jiang, T. Ranzani, G. Gerboni, L. Lekstutyte, K. Althoefer, P. Dasgupta*, et al.*, "Robotic Granular Jamming: Does the Membrane Matter?," *Soft Robotics,* vol. 1, pp. 192-201, 2014.

[73] V. Wall, R. Deimel, and O. Brock, "Selective Stiffening of Soft Actuators Based on Jamming".

Abstract

Robots can be classified as hard or soft on the basis of the compliance of their underlying materials. In contrast to traditional robots, where the motion of rigid links is provided by common joints, continuum robots provide their motion by deformation of their flexible parts. Soft robots and traditional hard robots use different mechanisms to enable dexterous mobility. Recently jamming as a new way to achieve variable stiffness in manipulators is considered. One impressive advantage of jammable manipulators is the ability to conform to its environment. Dexterity as one of the important parameters has been considered in the design of robots. This thesis aims at analyzing of dexterity of continuum manipulator enabled by jamming of granular media. To achieve the thesis goal, precise understanding of the kinematics, dynamics and control of system are required. Constant and variable curvature has been used for kinematic analysis. Then Dexterity index in a certain path and in entire workspace is determined. While the manipulator mass is uncertain parameters, the adaptive controller is proposed for tracking improvement. Finally dynamic model of jammable manipulator is calculated by using the Lagrange method and verified and simulated in Voxcad software. The effects of pressure and type of grains materials on the manipulator stiffness variation are discussed.

Keywords

Dexterity, variable stiffness, Continuum Manipulator, Lagrange, adaptive controller

University of Shahrood
Faculty of Mechanical Engineering

Dexterity Analysis of A Continuum Manipulator enabled by Jamming of Granular Media

Seyed Mohammad Mehdi bahri

Supervisor: Dr Mahdi bamdad

Adviser: Dr Ali Jabbari Moghaddam

January 2016