

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک

گروه مکاترونیک

طراحی مسیر بهینه برای جرثقیل بهبود یافته با عدم قطعیت بار خارجی

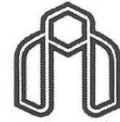
دانشجو: فرزین طاهری

استاد راهنما:

دکتر مهدی بامداد

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۳



دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

### باسمه تعالی

شماره:

تاریخ:

ویرایش:

### فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) نتیجه ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای فرزین طاهری رشته مکترونیک گرایش مکترونیک تحت عنوان طراحی مسیر بهینه برای جرثقیل بهبود یافته با عدم قطعیت بارهای خارجی که در تاریخ ۱۳۹۳/۶/۲۶ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

<input type="checkbox"/> مردود	<input type="checkbox"/> دفاع مجدد	<input checked="" type="checkbox"/> قبول (با درجه: عالی - امتیاز: ۱۹)
--------------------------------	------------------------------------	---

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۲۰ - ۱۹)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	استادیار	دکتر مهدی بامداد	۱- استاد راهنما
			۲- استاد مشاور
	استادیار	دکتر امیر جلالی	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	استادیار	دکتر محمد اعظم خسروی	۴- استاد ممتحن
	استادیار	دکتر حبیب احمدی	۵- استاد ممتحن

امضاء

رئیس دانشکده: محمد محسن شاه مردان

با تشکر از زحمات شایان ذکر استاد ارجمند جناب آقای دکتر مهدی بامداد که در طول مدت پایان نامه با رهنمودهای دلسوزانه خود اینجانب را یاری نمودند.

## تعهد نامه

اینجانب فرزین طاهری دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مکترونیک دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه طراحی مسیر بهینه برای جرثقیل بهبودیافته با عدم قطعیت بار خارجی تحت راهنمایی دکتر مهدی بامداد متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده ( یا بافتهای آنها ) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

## تاریخ

## امضای دانشجو

## مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

## چکیده:

جرثقیل بهبودیافته نوع پیشرفته جرثقیل‌های سنتی است که در آن علاوه بر حمل بار امکان کنترل دقیق آن نیز وجود دارد. جرثقیل بهبودیافته اولین بار توسط سازمان ملی استاندارد و تکنولوژی<sup>1</sup> آمریکا معرفی شده است. از مزایای این نوع ربات می‌توان به پوشش فضای کاری وسیع، قابلیت حمل بار زیاد و اشغال فضای کم تجهیزات آن اشاره کرد.

در این تحقیق، دو مدل ربات موازی کابلی و سه مدل ربات مرکب از ربات‌های موازی کابلی معرفی شده و روابط دینامیک و سینماتیک استخراج گردیده است. از آنجایی که مدل‌های مطرح شده در این تحقیق همگی از نوع زیرمقید می‌باشند، مسئله سینماتیک و استاتیک در این مدل‌ها همزمان حل شده است. همچنین برای مدل مرکب فضایی، عدم قطعیت ناشی از تلاطم سیال و عدم قطعیت ناشی از تأثیر بخش سری و بخش موازی بر روی یکدیگر مدل‌سازی و روابط آن استخراج شده است. با استفاده از یک روش جدید در طراحی ربات جبران‌سازی دینامیکی صورت گرفته است. در انتها مسیر بهینه برای حرکت بین دو نقطه با توجه به معیار عملکرد موردنظر طراحی شده است. در طراحی مسیر، از روش جدید ترکیبی استفاده شده است.

**کلیدواژه:** ربات موازی کابلی، سینماتیک-استاتیک وارون، عدم قطعیت بار، طراحی مسیر بهینه.

---

<sup>1</sup> NIST (National Institute of Science and Technology )

## فهرست مطالب

۱- فصل اول: مقدمه	۱
۲- فصل دوم: مدل‌های صفحه‌ای	۱۵
۱-۲ مقدمه	۱۵
۲-۲ ربات موازی کابلی صفحه‌ای	۱۶
۱-۲-۲ شماتیک	۱۶
۲-۲-۲ سینماتیک-استاتیک وارون	۱۷
۳-۲-۲ سینماتیک-استاتیک مستقیم	۲۱
۴-۲-۲ دینامیک	۲۲
۳-۲ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات	۲۲
۱-۳-۲ شماتیک	۲۳
۲-۳-۲ سینماتیک-استاتیک مستقیم	۲۴
۳-۳-۲ سینماتیک-استاتیک وارون	۲۵
۴-۳-۲ دینامیک	۲۷
۴-۲ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی	۲۹
۱-۴-۲ شماتیک	۲۹
۲-۴-۲ سینماتیک-استاتیک مستقیم	۳۰
۳-۴-۲ سینماتیک-استاتیک وارون	۳۱
۴-۴-۲ دینامیک	۳۴
۳- فصل سوم: مدل مرکب فضایی	۳۷
۱-۳ مقدمه	۳۸
۲-۳ طراحی جرثقیل بهبودیافته	۳۸

۳۹	..... ربات کابلی فضایی ۳-۳
۳۹	..... شماتیک ۱-۳-۳
۴۰	..... هندسه ۲-۳-۳
۴۲	..... حل مسئله سینماتیک- استاتیک وارون ۳-۳-۳
۴۸	..... دینامیک ۴-۳-۳
۴۹	..... بازوی ربات پیوسته ۴-۳
۴۹	..... طراحی و فرضیات مدل سازی ۱-۴-۳
۵۱	..... تحلیل سینماتیکی ۲-۴-۳
۵۳	..... تحلیل دینامیکی ۳-۴-۳
۵۸	..... عدم قطعیت‌ها ۵-۳
۵۹	..... جبران سازی اثر بار خارجی بر روی قسمت موازی ۱-۵-۳
۶۲	..... جبران سازی اثر نوسانات سیال بر روی بخش موازی ۲-۵-۳
۶۷	..... شبیه سازی ۶-۳
۷۷	..... فصل چهارم: طراحی مسیر بهینه ۴-۴
۷۸	..... مقدمه ۱-۴
۷۹	..... بیان ریاضی مسئله ۲-۴
۸۰	..... حل مسئله کنترل بهینه ۳-۴
۸۰	..... روش حل غیرمستقیم ۱-۳-۴
۸۱	..... استخراج شرایط بهینگی بدون محدودیت ورودی‌های کنترلی ۱-۱-۳-۴
۸۳	..... استخراج شرایط بهینگی با محدودیت ورودی‌های کنترلی ۲-۱-۳-۴
۸۵	..... روش حل مستقیم ۲-۳-۴
۹۰	..... شبیه سازی ۴-۴



۹۲	..... ربات کابلی صفحه‌ای ۱-۴-۴
۹۵	..... ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی ۲-۴-۴
۹۸	..... ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات ۳-۴-۴
۱۰۱	..... ربات موازی کابلی فضایی ۴-۴-۴
۱۰۵	..... ربات موازی کابلی فضایی حامل مخزن سیال ۵-۴-۴
۱۱۰	..... صحت‌سنجی مسیر بهینه ۵-۴
۱۱۳	..... فصل پنجم: ساخت مدل تجربی ۵-۵
۱۱۴	..... ۱-۵ مقدمه ۵-۵
۱۱۴	..... ۲-۵ شماتیک طرح ۵-۵
۱۱۵	..... ۳-۵ اجزای طرح ۵-۵
۱۱۵	..... ۱-۳-۵ موتورها ۵-۵
۱۱۷	..... ۲-۳-۵ انکودر ۵-۵
۱۱۸	..... ۳-۳-۵ کارت داده‌گیری ۵-۵
۱۱۹	..... ۴-۳-۵ برد مدار چاپی ۵-۵
۱۲۰	..... ۴-۵ پیاده‌سازی ۵-۵
۱۲۷	..... فصل ششم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۶-۶
۱۲۸	..... ۱-۶ نتیجه‌گیری ۶-۶
۱۲۹	..... ۲-۶ ارائه پیشنهادات ۶-۶
۱۳۱	..... منابع ۶-۶
۱۳۵	..... پیوست ۱ ۶-۶
۱۳۸	..... پیوست ۲ ۶-۶

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۱ ربات موازی کابلی زیرمقید با نقاط اتصال غیر ثابت ..... ۵
- شکل ۲-۱ انواع مفاصل در ساختار ربات‌ها ..... ۶
- شکل ۳-۱ مکانیزم هیبرید 3-UPU ..... ۷
- شکل ۴-۱ مکانیزم هیبرید ..... ۸
- شکل ۵-۱ مکانیزم هیبرید مرکب از دو مازول ..... ۹
- شکل ۶-۱ مکانیزم هیبرید 3-PRS ..... ۹
- شکل ۷-۱ ربات کمک جراح ..... ۱۱
- شکل ۸-۱ مکانیزم هیبرید مرکب از ربات کابلی صفحه‌ای و بازو ..... ۱۱
- شکل ۹-۱ مکانیزم هیبرید مرکب از ربوجرثقیل و emma ..... ۱۳
- شکل ۱-۲ ربات موازی کابلی صفحه‌ای ..... ۱۷
- شکل ۲-۲ زاویهٔ میلهٔ انتهایی در موقعیت‌های مختلف بار انتهایی ..... ۱۹
- شکل ۳-۲ فضای کاری ربات کابلی صفحه‌ای ..... ۲۱
- شکل ۴-۲ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات ..... ۲۳
- شکل ۵-۲ مقادیر مورد نیاز زوایای بازو برای ایجاد زوایای مختلف برای بار انتهایی ..... ۲۵
- شکل ۶-۲ الگوریتم حل مسئلهٔ سینماتیک-استاتیک وارون ..... ۲۶
- شکل ۷-۲ بازوی آکروبات با مفصل ابتدایی متحرک ..... ۲۷
- شکل ۸-۲ ربات کابلی صفحه‌ای تحت بارگذاری خارجی ..... ۲۸
- شکل ۹-۲ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی ..... ۳۰
- شکل ۱۰-۲ الگوریتم حل مسئلهٔ سینماتیک-استاتیک وارون ..... ۳۳
- شکل ۱۱-۲ بازوی دو درجه آزادی با مفصل ابتدایی متحرک ..... ۳۴
- شکل ۱۲-۲ ربات کابلی صفحه‌ای تحت بارگذاری و ترک خارجی ..... ۳۵

- شکل ۳-۱ ربات مرکب از ربات کابلی فضایی و بازوی پیوسته ..... ۳۹
- شکل ۳-۲ ربات کابلی فضایی ..... ۴۰
- شکل ۳-۳ الگوریتم حل مسئله سینماتیک- استاتیک وارون برای ربات کابلی فضایی ..... ۴۳
- شکل ۳-۴ زوایای یاو و پیچ و رول صفحه متحرک ..... ۴۵
- شکل ۳-۵ کشش کابل‌ها ..... ۴۶
- شکل ۳-۶ حالت‌های صفحه متحرک ..... ۴۷
- شکل ۳-۷ شماتیک بازوی ربات پیوسته ..... ۵۰
- شکل ۳-۸ مدل هندسی بازوی ربات پیوسته ..... ۵۱
- شکل ۳-۹ حجم کنترلی مورد تحلیل ..... ۵۴
- شکل ۳-۱۰ ربات کابلی فضایی تحت بارگذاری خارجی ..... ۵۹
- شکل ۳-۱۱ نحوه اتصال بازوی پیوسته به صفحه متحرک ..... ۶۱
- شکل ۳-۱۲ دیاگرام آزاد ظرف محتوی سیال بدون جبران‌سازی ..... ۶۴
- شکل ۳-۱۳ ربات موازی کابلی فضایی همراه با مخزن سیال و موتورهای جبران‌ساز ..... ۶۵
- شکل ۳-۱۴ موقعیت مرکز صفحه متحرک ..... ۶۷
- شکل ۳-۱۵ مقادیر کشش کابل‌ها ..... ۶۸
- شکل ۳-۱۶ مقادیر زوایای صفحه متحرک ..... ۶۹
- شکل ۳-۱۷ مقادیر سرعت زاویه‌ای موتورهای کشنده کابل‌ها ..... ۶۹
- شکل ۳-۱۸ مقادیر گشتاور تولیدی موتورهای کشنده کابل‌ها ..... ۶۹
- شکل ۳-۱۹ موقعیت مرکز صفحه متحرک ..... ۷۱
- شکل ۳-۲۰ مقادیر کشش کابل‌ها ..... ۷۱
- شکل ۳-۲۱ مقادیر زوایای صفحه متحرک ..... ۷۲
- شکل ۳-۲۲ سرعت محور موتورهای کشنده کابل‌ها ..... ۷۲

- شکل ۳-۲۳ گشتاور تولیدی موتورهای کشنده کابل‌ها ..... ۷۲
- شکل ۳-۲۴ گشتاور موتورهای جبران‌ساز ..... ۷۳
- شکل ۳-۲۵ زوایای خمش و چرخش بازوی پیوسته ..... ۷۴
- شکل ۳-۲۶ تغییرات طول ستون‌های فقرات ثانویه ..... ۷۵
- شکل ۳-۲۷ نیروی کشش ستون‌های فقرات ثانویه ..... ۷۵
- شکل ۳-۲۸ گشتاور موتورهای جبران‌ساز ..... ۷۵
- شکل ۴-۱ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور X ..... ۹۳
- شکل ۴-۲ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور Y ..... ۹۳
- شکل ۴-۳ زاویه میله انتهایی ..... ۹۳
- شکل ۴-۴ کشش کابل اول ..... ۹۴
- شکل ۴-۵ کشش کابل دوم ..... ۹۴
- شکل ۴-۶ موقعیت مرکز میله انتهایی ..... ۹۶
- شکل ۴-۷ زاویه میله انتهایی ..... ۹۶
- شکل ۴-۸ زوایای بازو ..... ۹۷
- شکل ۴-۹ گشتاور موتورهای بازو ..... ۹۷
- شکل ۴-۱۰ کشش کابل‌ها ..... ۹۷
- شکل ۴-۱۱ موقعیت بار انتهایی ..... ۹۸
- شکل ۴-۱۲ موقعیت مرکز میله انتهایی ..... ۹۹
- شکل ۴-۱۳ زاویه میله انتهایی ..... ۹۹
- شکل ۴-۱۴ زوایای بازو ..... ۱۰۰
- شکل ۴-۱۵ کشش کابل‌ها ..... ۱۰۰
- شکل ۴-۱۶ گشتاور موتور بازو ..... ۱۰۰

- شکل ۴-۱۷ موقعیت بار انتهایی ..... ۱۰۱
- شکل ۴-۱۸ کشش کابل اول ..... ۱۰۲
- شکل ۴-۱۹ کشش کابل دوم ..... ۱۰۲
- شکل ۴-۲۰ کشش کابل سوم ..... ۱۰۳
- شکل ۴-۲۱ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور  $X$  ..... ۱۰۳
- شکل ۴-۲۲ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور  $Y$  ..... ۱۰۳
- شکل ۴-۲۳ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور  $Z$  ..... ۱۰۴
- شکل ۴-۲۴ زاویه صفحه متحرک نسبت به محور  $X$  ..... ۱۰۴
- شکل ۴-۲۵ زاویه صفحه متحرک نسبت به محور  $Y$  ..... ۱۰۴
- شکل ۴-۲۶ زاویه صفحه متحرک نسبت به محور  $Z$  ..... ۱۰۵
- شکل ۴-۲۷ موقعیت  $X$  مرکز صفحه متحرک ..... ۱۰۶
- شکل ۴-۲۸ موقعیت  $Y$  مرکز صفحه متحرک ..... ۱۰۷
- شکل ۴-۲۹ موقعیت  $Z$  مرکز صفحه متحرک ..... ۱۰۷
- شکل ۴-۳۰ کشش کابل اول ..... ۱۰۷
- شکل ۴-۳۱ کشش کابل دوم ..... ۱۰۸
- شکل ۴-۳۲ کشش کابل سوم ..... ۱۰۸
- شکل ۴-۳۳ گشتاور موتورهای جبران ساز ..... ۱۰۸
- شکل ۴-۳۴ زاویه یاو صفحه متحرک ..... ۱۰۹
- شکل ۴-۳۵ زاویه پیچ صفحه متحرک ..... ۱۰۹
- شکل ۴-۳۶ زاویه رول صفحه متحرک ..... ۱۰۹
- شکل ۴-۳۷ موقعیت  $X$  مرکز صفحه متحرک ..... ۱۱۰
- شکل ۴-۳۸ موقعیت  $Y$  مرکز صفحه متحرک ..... ۱۱۱

- شکل ۴-۳۹ موقعیت Z مرکز صفحه متحرک ..... ۱۱۱
- شکل ۴-۴۰ مقدار کشش کابل‌ها در سه مسیر مختلف ..... ۱۱۲
- شکل ۵-۱ نمونه تجربی ساخته شده ..... ۱۱۴
- شکل ۵-۲ موتور DC مدل Landa به شماره ۲۱-۳۷۰ ..... ۱۱۵
- شکل ۵-۳ نمودار سرعت-گشتاور موتور ..... ۱۱۵
- شکل ۵-۴ نمودار جریان-گشتاور موتور ..... ۱۱۶
- شکل ۵-۵ انکودر مکانیکی با ۲۵ شیار ..... ۱۱۷
- شکل ۵-۶ سنسور فرستنده و گیرنده مادون قرمز HY860D ..... ۱۱۷
- شکل ۵-۷ مدار راه‌انداز سنسور فرستنده و گیرنده مادون قرمز ..... ۱۱۸
- شکل ۵-۸ کارت داده‌گیری PCI-1710 ..... ۱۱۸
- شکل ۵-۹ واسطه کارت داده‌گیری از نوع PCLD 8712 ..... ۱۱۹
- شکل ۵-۱۰ برد مدار چاپی استفاده شده ..... ۱۱۹
- شکل ۵-۱۱ نحوه ساخت پالس کنترلی در کامپیوتر ..... ۱۲۰
- شکل ۵-۱۲ الگوریتم کنترل سیستم و گرفتن خروجی از آن ..... ۱۲۱
- شکل ۵-۱۳ مسیر مورد نظر برای مدل تجربی ..... ۱۲۲
- شکل ۵-۱۴ ولتاژ کنترلی موتورها ..... ۱۲۳
- شکل ۵-۱۵ جریان‌های عبوری از موتورها ..... ۱۲۳
- شکل ۵-۱۶ گشتاور واقعی و تئوری موتورها ..... ۱۲۴

## فهرست جداول

- جدول ۱-۲ پارامترهای ربات موازی کابلی با بازوی آکروبات..... ۲۵
- جدول ۱-۳ فهرست علائم سینماتیکی..... ۵۲
- جدول ۲-۳ پارامترهای ربات موازی کابلی فضایی..... ۶۸
- جدول ۳-۳ پارامترهای ربات موازی کابلی فضایی با مخزن سیال..... ۷۰
- جدول ۴-۳ پارامترهای ربات موازی کابلی فضایی با بازوی پیوسته..... ۷۴
- جدول ۱-۴ پارامترهای ربات کابلی صفحه‌ای..... ۹۲
- جدول ۲-۴ پارامترهای ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی..... ۹۵
- جدول ۳-۴ پارامترهای ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات..... ۹۸
- جدول ۴-۴ پارامترهای ربات کابلی فضایی..... ۱۰۱
- جدول ۵-۴ پارامترهای ربات کابلی فضایی همراه با مخزن سیال..... ۱۰۶
- جدول ۶-۴ مقایسه نتایج مسیرها..... ۱۱۱
- جدول ۱-۵ ویژگی‌های کارت داده‌گیری PCI-1710..... ۱۱۸
- جدول ۲-۵ پارامترهای مدل تجربی..... ۱۲۲





# فصل اول

## مقدمه و تاریخچه

امروزه استفاده از ربات‌ها در بسیاری از کاربردهای صنعتی، پزشکی، نظامی و تفریحی در حال گسترش است. با توجه به نیاز روزافزون استفاده از ربات‌ها در بخش‌های مختلف، تحقیقات زیادی بر روی ربات‌ها در زمینه طراحی، مدل‌سازی دینامیکی، مدل‌سازی سینماتیکی، کنترل و تحلیل دقت صورت گرفته است. ربات‌ها به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند:

۱. ربات‌های سری

۲. ربات‌های موازی

۳. ربات‌های ترکیبی

در ربات‌های سری، چندین لینک به صورت پشت سرهم به یکدیگر متصل می‌گردند. ربات‌های موازی، بر پایه پلتفرم استوارت<sup>۱</sup> می‌باشند که در آن یک صفحه ثابت و یک صفحه متحرک به وسیله عضوهایی به یکدیگر متصل می‌شوند و کنترل صفحه متحرک، با کنترل همزمان عضوهای اتصال‌دهنده انجام می‌گیرد. اعضای استفاده‌شده در اتصال صفحه ثابت و صفحه متحرک می‌توانند پیستون‌های خطی یا کابل باشند. ربات موازی کابلی<sup>۲</sup> به رباتی گفته می‌شود که در آن از کابل به جای پیستون‌های خطی برای کنترل موقعیت مجری نهایی<sup>۳</sup> استفاده می‌گردد. ربات‌های موازی کابلی به دو دسته کاملاً مقید و زیرمقید تقسیم‌بندی می‌شوند. یک ربات موازی کابلی، در صورتی به عنوان مقید کامل شناخته می‌شود که اگر موتورها حرکت نکنند و طول کابل‌ها مشخص باشد، بتوان موقعیت دقیق قسمت انتهایی را مشخص کرد. برای چنین سیستمی با  $n$  درجه آزادی، حداقل تعداد کابل که برای کنترل کامل حرکت تولیدی نیاز است برابر با تعداد  $n+1$  است. به هر حال از آنجایی که کابل‌ها فقط می‌توانند نیروی کشش محوری اعمال کنند، برای تضمین اینکه هیچ کابلی شل نمی‌باشد و برای کنترل کامل تحت بارگذاری مشخص، معمولاً یک عامل کنترلی

---

<sup>1</sup> Stewart platform

<sup>2</sup> cable driven parallel robot (CDRR)

<sup>3</sup> End-effector

اضافه نیاز است [۱-۵]. از طرفی یک ربات موازی کابلی به‌عنوان زیرمقید شناخته می‌شود، در صورتی که اگر موتورها حرکت نکنند و طول کابل‌ها مشخص باشند باز قسمت انتهایی تعدادی درجه آزادی مهار نشده دارد. این اتفاق زمانی می‌افتد که تعداد کابل‌های استفاده‌شده از تعداد درجات آزادی کمتر باشد. استفاده از ربات موازی کابلی با تعداد کابل‌های کمتر در چندین کاربرد توجیه شده است [۶-۱۰]. از ربات موازی کابلی با تعداد کابل‌های کمتر، زمانی استفاده می‌شود که وظیفه‌ای که قرار است انجام گردد نیازمند کنترل درجات آزادی محدودی است یا به خاطر عوامل کاهش هزینه، زمان برپایی، پیچیدگی و کاهش امکان تداخل کابل‌ها، استفاده از این نوع ربات قابل قبول باشد. بعلاوه یک ربات موازی کابلی که به‌عنوان مقید کامل شناخته می‌شود، ممکن است در قسمت‌های محسوسی از فضای کاری به‌عنوان ربات زیرمقید کار کند، یعنی به دلیل نیاز به منفی بودن نیروی یک یا چند کابل قیود کامل نباشند. مباحث فوق، باعث انجام تحقیقات دقیق در مورد ربات موازی کابلی زیرمقید شده است. چالش اصلی در تحقیق درباره ربات‌های زیرمقید، ارتباط تنگاتنگ بین سینماتیک و استاتیک است. برای یک ربات موازی کابلی کاملاً مقید که در محدوده مجاز فضای کاری عمل می‌کند، با مشخص بودن طول کابل‌ها، با استفاده از روش‌های هندسی، موقعیت قسمت انتهایی تعیین می‌شود. برعکس برای یک ربات موازی کابلی زیرمقید، در حالتی که موتورها ثابت هستند و طول کابل‌ها مشخص است، قسمت انتهایی هنوز قابلیت تحرک دارد، بنابراین آرایش ربات به مقدار نیروی خارجی اعمالی بستگی دارد. به‌عنوان یک نتیجه برای ربات موازی کابلی زیرمقید، موقعیت قسمت انتهایی هم به طول کابل‌ها و هم به معادلات تعادل بستگی دارد. سروکار داشتن با سینماتیک و استاتیک به‌طور همزمان پیچیدگی مسئله را افزایش می‌دهد که هدف تعیین پیکربندی کلی ربات با مشخص بودن  $n$  متغیر است. راه‌حل این مسائل برای ربات موازی کابلی زیرمقید، هنگامی که وظیفه مشخصه یکی است، به‌طور قابل توجهی سخت‌تر از مدل با دارا بودن محرک‌های صلب است. به همین دلیل، اغلب مطالعات صورت گرفته درباره ربات موازی کابلی زیرمقید، کاملاً بر راه‌حل‌های عددی موضعی تکیه می‌کنند. در مراجع

[۱۲و۱۱] برای تحلیل سینماتیک، استاتیک و پایداری یک ربات موازی کابلی زیرمقید، یک متد اصلی برای ربات موازی که در آن صفحه متحرک توسط  $n$  کابل به صفحه ثابت متصل است پیشنهاد داده شده است، که در آن  $n \leq 5$  و نقاط مرجع بر روی صفحه متحرک و صفحه ثابت مجزا می‌باشند. کریکاتو و مرلت<sup>۱</sup> یک پروسه حل مستقیم مسئله سینماتیک-استاتیک برای یافتن کشش کابل‌ها و پیکربندی کلی ربات، زمانی که طول  $n$  کابل مشخص است، طراحی کرده‌اند که در آن با استفاده از یک روش حذف‌سازی، مسئله سینماتیک-استاتیک مستقیم<sup>۲</sup> حل می‌شود [۱۳]. در روش ارائه‌شده، ماتریس حاوی بردارهای نرمالیزه شده پلاکر با تعریف گشتاور حول مرکز دستگاه مختصات مطلق بدست آمده و نتیجه می‌شود که ضرب ماتریس فوق در بردار حاوی نیروهای خارجی و کشش کابل‌ها باید مساوی صفر باشد. درنهایت، نتیجه می‌شود برای اینکه سیستم با درجه  $n$  پایدار باشد، باید مرتبه ماتریس  $n+1$  بدست آمده کمتر از  $n$  باشد که در نتیجه باید دترمینان ماتریس‌های کهاد ماتریس صفر گردند. با استفاده از این روش علاوه بر روابط موجود برای طول کابل‌ها، روابط دیگری حاصل می‌گردد که در آن پارامترهای نیروی کشش کابل حذف شده‌اند. با حل معادلات بدست آمده همراه با معادلات مربوط به طول کابل‌ها، می‌توان زوایا و موقعیت قسمت انتهایی را بدون نیاز به محاسبه کشش کابل‌ها بدست آورد. همچنین آن‌ها برای ربات موازی با سه کابل شرایط پایداری را بررسی کرده‌اند [۱۴]. کریکاتو برای ربات موازی کابلی با سه کابل، الگوریتمی جهت حل مسئله سینماتیک-استاتیک معکوس<sup>۳</sup> ارائه داده است که در آن پیکربندی ربات زمانی که موقعیت صفحه انتهایی مشخص است بدست آورده می‌شود [۱۵]. در این تحقیق نیز الگوریتم حذفی مانند الگوریتم حذفی ارائه شده در تحقیق مربوط به مسئله سینماتیک-استاتیک مستقیم است و معادلات کلی یکسان است و تنها پارامترهای مجهول و

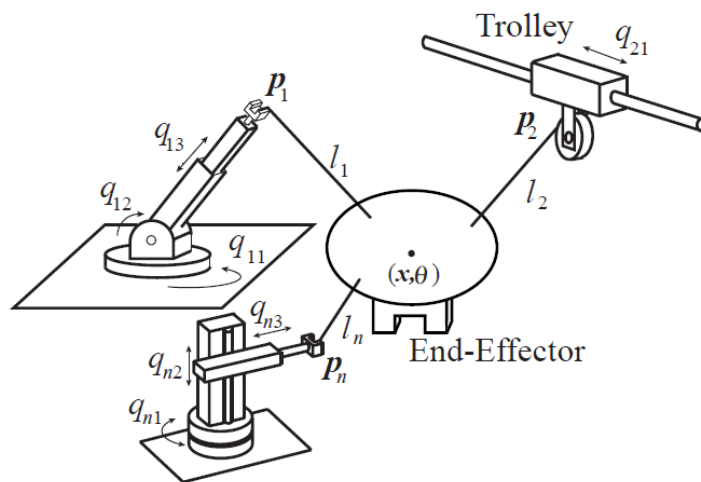
<sup>1</sup> Caricato, Merlet

<sup>2</sup> direct geometry-static problem (DGP)

<sup>3</sup> inverse geometry-static problem (IGP)

پارامترهای معلوم تغییر کرده‌اند.

یان‌آی و یاماموتو<sup>۱</sup> برای ربات‌های زیرمقید، یک روش کلی جهت بدست آوردن دینامیک معکوس ارائه کرده‌اند و بر پایهٔ تحلیل‌های صورت گرفته بر روی دینامیک وارون سیستم، شرط موردنظر برای یک تولید یک مسیر مطلوب ارائه شده است [۱۶]. در این تحقیق، ابتدا فرم کلی معادلات دینامیک برای ربات‌های موازی کابلی بدست آورده شده است. همچنین با استفاده از اصل کار مجازی در ربات‌های موازی، رابطهٔ بین تغییر طول و بردار مختصات‌های تعمیم‌یافتهٔ ربات موازی کابلی بدست آورده شده و نتیجه گرفته می‌شود که برای ربات‌های زیرمقید، زمانی که تعداد کابل‌ها کمتر از تعداد درجات آزادی است، کنترل همزمان موقعیت و زاویهٔ قسمت انتهایی امکان‌پذیر نیست. در ادامه پیشنهاد شده برای اینکه بتوان با تعداد کابل‌های کمتر از درجه آزادی، موقعیت و زاویه را کنترل کرد، می‌توان از نقاط اتصال غیرثابت برای کابل‌ها استفاده کرد که مدل پیشنهاد شدهٔ آن‌ها در شکل ۱-۱ نشان داده شده است.



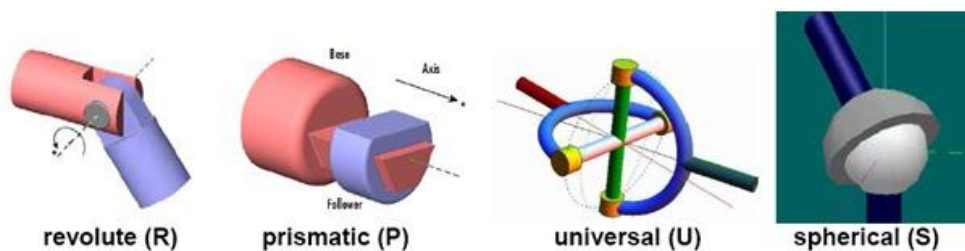
شکل ۱-۱ ربات موازی کابلی زیرمقید با نقاط اتصال غیرثابت

در ادامه، آن‌ها برای مدل مطرح شده فرم بستهٔ دینامیک را برحسب مختصات‌های تعمیم‌یافتهٔ مکانیزم‌های کشندهٔ کابل‌ها ( $q_{ni}$ ) بدست آورده‌اند و از روی دینامیک بدست آمده نیروهای تعمیم یافتهٔ مکانیزم‌های کشندهٔ کابل محاسبه می‌گردد که نیروهای تعمیم یافتهٔ بدست آمده تابعی از

<sup>1</sup> Yanai, Yamamoto

مشق اول تا چهارم موقعیت و زوایای قسمت انتهایی متصل به کابل‌ها است. در ادامه از آنجایی که سیستم عمل‌کننده تنها موقعیت یا سرعت قابل اندازه‌گیری است، یک روش درون‌خطی<sup>۱</sup> برای اصلاح مسیر در بحث کنترل در نظر گرفته شده است.

از جمله مزایای ربات‌های سری می‌توان به سرعت بالا و پوشش زوایای مختلف اشاره کرد. معایب این نوع ربات‌ها عبارت‌اند از صلبیت کم، دقت پایین، فضای کاری کوچک. از جمله مزایای ربات‌های موازی کابلی می‌توان به قابلیت حمل بار زیاد، سرعت بالا و پوشش فضای کاری وسیع اشاره کرد. معایب این نوع از ربات‌ها عبارت‌اند از پایداری ضعیف، صلبیت کم و عدم پوشش بازه‌های زوایای بزرگ. از جمله مزایای ربات‌های موازی غیر کابلی می‌توان به صلبیت بالا، پایداری، قابلیت حمل بار زیاد و دقت بالا اشاره کرد. معایب این نوع از ربات‌ها عبارت‌اند از عدم پوشش بازه‌های زوایای بزرگ و عدم پوشش فضای کاری وسیع. با توجه به محدودیت‌های ذکر شده برای هر مدل، ربات‌های هیبرید برای رفع این محدودیت‌ها ارائه شده‌اند. مکانیزم این ربات‌ها از ترکیب مکانیزم‌های سری و موازی تشکیل شده‌اند. در این مکانیزم‌ها، با استفاده از انواع مفاصل و با توجه به کاربرد مورد نظر، ساختار مکانیزم شکل می‌گیرد. انواع مفاصل عبارت‌اند از مفاصل لولایی (R)، کروی (S)، یونیورسال (U) و کشویی (P) که در شکل ۲-۱ نشان داده شده‌اند. مکانیزم ربات‌های هیبرید بر اساس تعداد محرک‌ها و نوع و ترکیب مفاصل نام‌گذاری می‌شود.

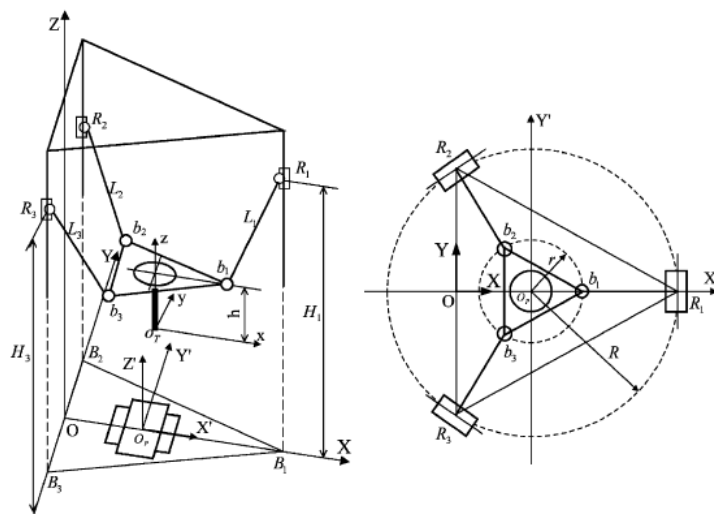


شکل ۲-۱ انواع مفاصل در ساختار ربات‌ها

یکی از انواع مکانیزم‌های هیبرید مکانیزم 3-UPU است که Tripod نام دارد و شامل سه پا و سه

<sup>1</sup> On-line trajectory modification method

ریل عمودی است که در شکل ۳-۱ نشان داده شده است.



شکل ۳-۱ مکانیزم هیبرید 3-UPU

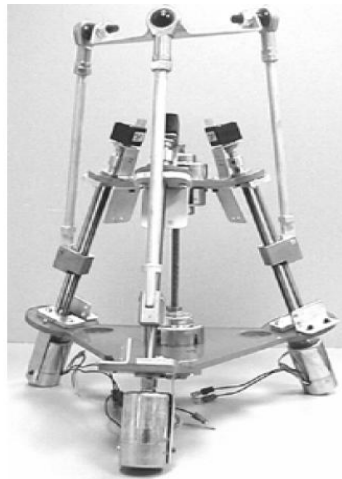
این نوع ساختار سری-موازی برای ماشین ابزار استفاده می‌شود و دارای پنج درجه آزادی است و در ماشین کاری NC انعطاف بیشتری را فراهم می‌آورد، که صفحه موازی اسپیندل نقش اساسی را در جابجایی قطعه در سه جهت ایفا می‌کند. فن و وانگ<sup>۱</sup> تحقیقی در مورد شناسایی منابع خطا با هدف افزایش دقت بر روی مکانیزم شکل ۳-۱ انجام داده‌اند [۱۷]. مدل سینماتیکی این مکانیزم موازی، برای حالتی که ریل‌ها عمودی هستند بدست آورده شده و مدل حساس صفحه اسپیندل تحت پارامترهای سینماتیک و ساختار ارائه شده‌اند. تمام پارامترهایی که بر موقعیت و زاویه صفحه اسپیندل تأثیر می‌گذارند تخمین زده شده و در نهایت با استفاده از نمونه‌های شبیه‌سازی شده بیشتر منابع خطای بحرانی شناسایی شده‌اند. شنر و پورتمن<sup>۲</sup> تحقیقی درباره بررسی صلبیت ماشین ابزار با مکانیزم شکل ۳-۱ ارائه کرده‌اند. در این تحقیق، از شاخص صلبیت CSV برای ارزیابی صلبیت استفاده شده است. این تحقیق مقادیر صلبیت محلی، تحت یک پیکربندی مشخص و صلبیت کلی در سراسر فضای کاری را در بر می‌گیرد. وانگ و اکسای<sup>۳</sup> تحقیقی در مورد یک

<sup>1</sup> Fan, Wang

<sup>2</sup> Shneur, Portman

<sup>3</sup> Wang, Xi

ساختار ۳ درجه آزادی و نظارت از راه دور آن ارائه کرده‌اند که ساختار آن در شکل ۴-۱ نشان داده شده است و می‌تواند دو درجه آزادی زاویه‌ای و یک درجه آزادی خطی را تأمین کند و می‌تواند به‌عنوان کلگی در ماشین‌ابزارهای مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۸]. در تحقیق انجام‌شده، با استفاده از فناوری جاوا، بر مکانیزم موردنظر تحت شبکه نظارت می‌شود.



شکل ۴-۱ مکانیزم هیبرید

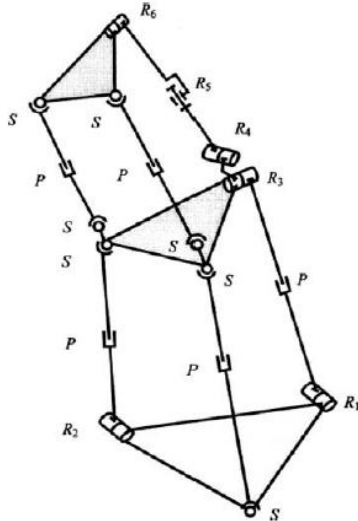
یکی از انواع مکانیزم‌های هیبرید از ترکیب سری مکانیزم‌های موازی حاصل می‌شود که در شکل ۵-۱ نشان داده شده است. فرم سریال این بازوی ربات هیبرید بر مشکل فضای محدود بازوی ربات‌های موازی فائق می‌آید و صلبیت کلی را افزایش می‌دهد. ابراهیم و خلیل<sup>۱</sup> در تحقیقی، مدل دینامیکی مستقیم و غیرمستقیم برای این مکانیزم را بدست آورده‌اند [۱۹]. در این مقاله، یک راه‌حل برگشتی برای بدست آوردن مدل دینامیک مستقیم و معکوس این مکانیزم ارائه شده است. در متد پیشنهادشده در این مقاله، برای محاسبه مدل دینامیکی مستقیم و غیرمستقیم از فرمولاسیون بازگشتی نیوتون-اویلر<sup>۲</sup> استفاده شده است.

---

<sup>1</sup> Ibrahim, Khalil

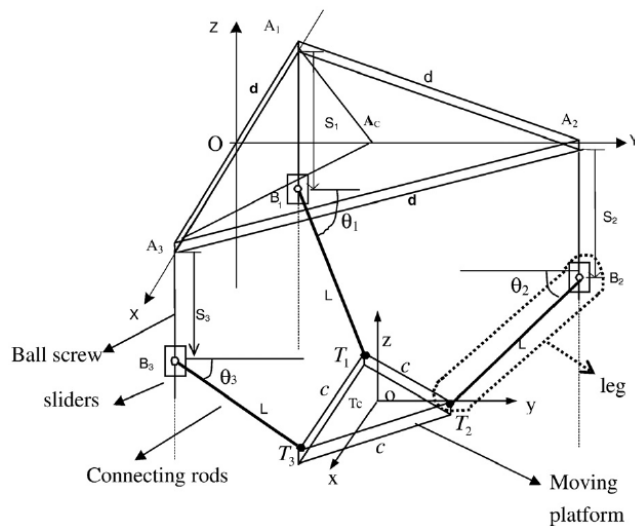
<sup>2</sup> Newton-Euler recursive formulation





شکل ۵-۱ مکانیزم هیبرید مرکب از دو ماژول

هو و لو<sup>۱</sup> تحقیقی دربارهٔ صلبیت و تغییر شکل الاستیک مکانیزم شکل ۵-۱ انجام داده‌اند [۲۰]. در این مقاله، ابتدا روابط مربوطه برای حل مسئلهٔ تغییر شکل الاستیک و ماتریس تسلیم برای پاها بدست آمده و مسئلهٔ تغییر شکل الاستیک و ماتریس صلبیت کلی حل و تحلیل می‌شوند. در انتها، یک مدل المان محدود از مکانیزم ارائه شده و مسئلهٔ تغییر شکل الاستیک برای آن حل می‌شود و با نتایج تحلیلی مقایسه می‌گردد. یکی دیگر از مکانیزم‌های هیبرید مکانیزم 3-PRS است که شامل سه پا است و در شکل ۶-۱ نشان داده شده است.



شکل ۶-۱ مکانیزم هیبرید 3-PRS

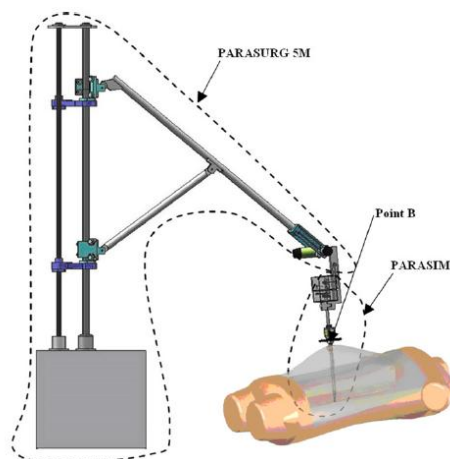
<sup>1</sup> Hu, Lu

تسای و یوان<sup>۱</sup> یک روش جدید برای تحلیل دینامیک وارون این مکانیزم پیشنهاد داده‌اند [۲۱]. در کار آن‌ها، معادلات دینامیکی پاهای محرک و صفحه متحرک به ترتیب در فضای مفاصل و فضای کاری فرمول‌بندی شده‌اند. از نیروهای عکس‌العمل واردشده به مفاصل کروی، برای بدست آوردن معادلات کامل استفاده شده است و برای کارایی حل از تجزیه بخصوص استفاده شده است. با به‌کارگیری تحلیل ژاکوبین، نیروهای قیدی مربوط به صفحه، در مختصات مفاصل شناسایی شده و منجر به یک تجزیه خاص می‌شود. الگوریتم ارائه‌شده نسبت به الگوریتم‌های مرسوم تأثیر محاسباتی زیادتری دارد. تحلیل‌های کامپیوتری از ردگیری مسیر دایره‌ای برای تحلیل دینامیک معکوس مکانیزم 3-PRS نمایش داده شده‌اند و نشان داده می‌شود که تجزیه ارائه‌شده برای نیروهای عکس‌العمل، برای فراهم کردن یک مفهوم عمیق‌تر از عکس‌العمل بین پاها و صفحه می‌تواند استفاده شود. از آنجایی که سینماتیک حلقه بسته ذاتاً برای مکانیزم‌های موازی هستند، روش پیشنهادشده می‌تواند برای سایر مکانیزم‌های موازی استفاده شود. در کنترل آنلاین، الگوریتم پیشنهادشده با کارایی محاسباتی بالا می‌تواند برای جبران‌سازی دینامیکی مورد استفاده قرار بگیرد. یکی دیگر از انواع ربات‌های هیبرید، ترکیب ربات موازی کابلی و بازوی ربات سری است. در این مکانیزم، ربات موازی کابلی امکان پوشش فضای کاری وسیع برای بازوی ربات سری را فراهم می‌کند و بازوی ربات با استفاده از قسمت موازی به‌عنوان پایه، وظیفه خود را انجام می‌دهد. پیسلا و گرم<sup>۲</sup> یک ربات هیبرید برای استفاده به‌عنوان ربات دستیار جراحی پیشنهاد داده و مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی آن را انجام داده‌اند [۲۲]. همچنین بررسی فضای کاری قابل پوشش بر روی این ربات انجام گرفته است. همین محققان تحقیقی درباره مدل‌سازی دینامیکی معکوس این ربات با استفاده از اصل کار مجازی ارائه کرده‌اند [۲۳].

---

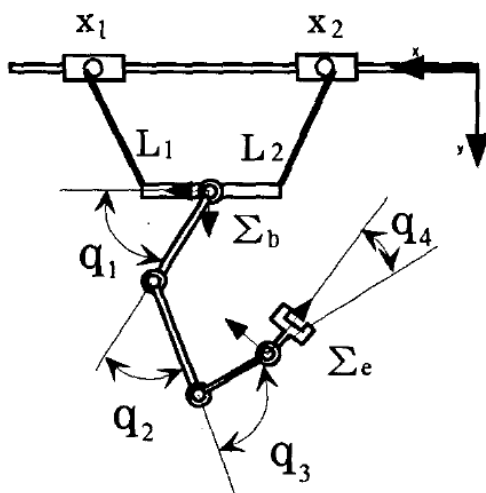
<sup>1</sup> Tsai, Yuan

<sup>2</sup> Pislá, Gherman



شکل ۷-۱ ربات کمک جراح

اوسامی و اُتسُجی<sup>۱</sup> یک مدل مرکب از مکانیزم موازی صفحه‌ای و مکانیزم سری ارائه داده‌اند که در شکل ۸-۱ نشان داده شده است [۲۴]. سپس روابط سینماتیک مستقیم و غیرمستقیم برای مدل ارائه‌شده بدست آورده شده است. در مدل ارائه‌شده، قسمت موازی، بازو را به موقعیت موردنظر انتقال داده و به‌عنوان پایه برای بازو مورد استفاده می‌گیرد. سپس با تحلیل استاتیک مدل، بازه نیرویی که بازو می‌تواند اعمال کند، بدون اینکه پایه حرکت کند، بدست آورده می‌شود.



شکل ۸-۱ مکانیزم هیبرید مرکب از ربات کابلی صفحه‌ای و بازو

باستلمن و آلباس<sup>۲</sup> یک مدل مرکب از مکانیزم موازی فضایی و مکانیزم سری برای بازسازی مخازن

<sup>۱</sup> Osumi, Utsugi

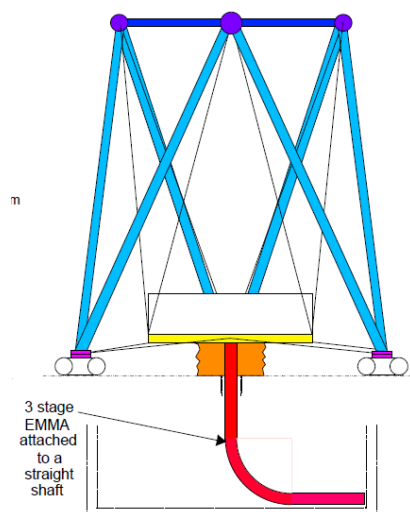
<sup>۲</sup> Bostelman, Albus

ضایعات هسته‌ای ارائه داده‌اند که در شکل ۱-۹ نشان داده شده است [۲۵]. در مدل ارائه شده، مکانیزم موازی یک ربات کابلی کاملاً مقید با شش کابل است که ربوچرثقیل نام دارد و بر پایه صفحه اصلی استوار است. ربوچرثقیل دارای ساختار هشت وجهی با سه پایه است که وزن کمی را داراست و با استفاده از سه حمل کننده چرخ دار رادیوکنترلی در زیر هر پایه امکان حرکت مجموعه بر روی زمین‌های ناهموار فراهم می‌گردد. قسمت سری یک بازوی ربات پیوسته سه قسمته است که به یک شافت مستقیم متصل می‌گردد و Emma نام دارد که تست‌ها و تحلیل‌های قابل توجهی در حوزه‌های سینماتیک و کنترل، تحمل بار استاتیکی و دینامیکی، تلفات حمل و نقل، بر روی آن انجام شده است. با ترکیب ربوچرثقیل و Emma یک صفحه کاری پایدار حاصل می‌شود که در آن Emma می‌تواند گشتاور و نیروی لازم برای بازسازی مخزن را اعمال کند. تجهیزات مربوط به Emma از قبیل حسگرها، لودسل، محرک‌ها بر روی صفحه کاری ربوچرثقیل سوار می‌شوند که بالای مخزن است که بدین وسیله از تشعشعات قوی دور می‌ماند. صفحه کاری می‌تواند Emma را در موقعیت دقیق ورودی مخزن قرار دهد. کابل‌های پیش کشش<sup>۱</sup> برای پیش بارگذاری صفحه کاری برنامه‌ریزی شده‌اند و شرایط محدودیت نرم را برای صفحه جبران می‌کنند. این محدودیت نرم، زمانی که کابل‌ها نسبت به خط قائم زوایای کوچکی را تشکیل می‌دهند، مشکل ساز خواهد شد. برای اطمینان از حداقل بودن محدودیت‌های نرم، کابل‌های پیش کشش می‌تواند با اعمال نیروی افقی به صفحه کاری ربوچرثقیل در سرتاسر فضای کاری آن که Emma در حال جایگذاری یا انجام عملیات بازیابی است آن را محدود کند. برای اطمینان از این که بازو با دیواره‌های ورودی مخزن تماس پیدا نمی‌کند، با استفاده از حسگر غیر تماسی خازنی که در دهانه تانک نصب می‌گردد، فاصله بازو تا مخزن کنترل می‌شود. هنگامی که بازو در حال پایین رفتن در مخزن است، صفحه کاری ربوچرثقیل یک پایه پایدار را فراهم می‌کند که Emma می‌تواند از آن به عملیات بازسازی مخزن بپردازد. برای تخلیه و بازیافت ضایعات، می‌توان از واترجت یا ابزارهای دیگر

---

<sup>1</sup> Pre-stress cable

استفاده کرد که ضایعات به داخل یک ماشین حمل ضایعات پمپ می‌شود. قابلیت حرکت مجموعه این امکان را فراهم می‌سازد که ربوچرثقیل و Emma به راحتی توسط کارگران و جرثقیل‌ها در محیطی دور از محیط تانک‌ها ساخته شده و به مکان موردنظر انتقال یابند و عملیات موردنظر را انجام دهند. این قابلیت جابجایی ربوچرثقیل می‌تواند به جابجایی Emma از مخزنی به مخزن دیگر کمک کند. اتصالات مفصلی در ساختار ربوچرثقیل آن را برای حرکت بر روی زمین‌های ناهموار مناسب کرده است.



شکل ۹-۱ مکانیزم هیبرید مرکب از ربوچرثقیل و emma

## عناوین نوآوری:

با توجه به مقدمه و مرور کارهای گذشته، آنچه در این پایان نامه به عنوان مباحث جدید میتواند مطرح گردد به شرح ذیل است:

۱. طراحی جرثقیل بهبود یافته برای حمل مخازن سیال با استفاده از رباتهای سری و موازی در چارچوب یک ربات مرکب

۲. بدست آوردن فرم کلی معادلات دینامیک برای مدل‌های مرکب صفحه‌ای با استفاده از ترکیب روش لاگرانژ و نیوتون-اولر و محاسبه اثرات بخش سری بر بخش موازی و در نظر گرفتن آن به عنوان بار خارجی.

۳. محاسبه اثر سیال بر روی بازوی پیوسته و بدست آوردن فرم کلی معادلات دینامیک با در نظر گرفتن جریان سیال.

۴. ارائه روش جبران‌سازی و پیاده‌سازی آن بر روی ربات کابل فضایی زیر مقید.

۵. خنثی‌سازی اثرات نوسانات سیال بر روی ربات موازی کابلی فضایی زیرمقید.

۶. معرفی روش ترکیبی در طراحی بهینه مسیر.

۷. طراحی مسیر بهینه با وجود عدم قطعیت بار.

فصل دوم

مدلهای صفحه‌ای

## ۱-۲ مقدمه

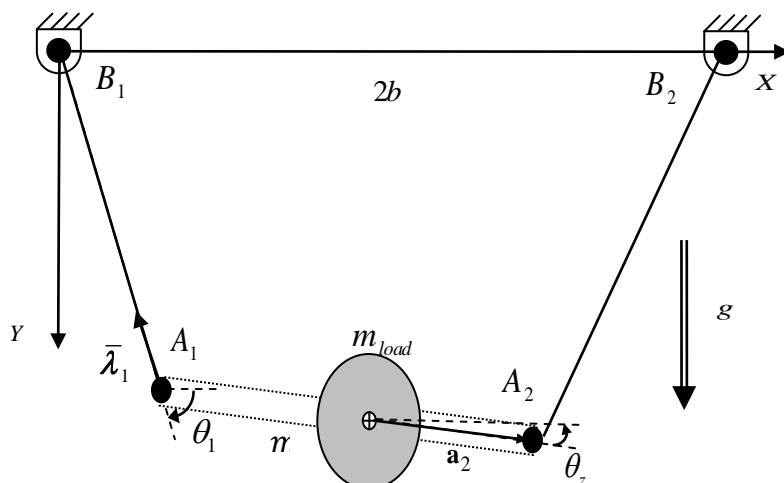
در ربات‌های سری، برای افزایش فضای کاری جهت جابجایی یک جسم با جرم ثابت، باید تعداد لینک‌ها یا طول لینک‌های موجود را افزایش داد که این امر موجب افزایش جرم ربات و در نتیجه نیاز به استفاده از موتورهای قوی‌تر می‌گردد. در ربات‌های موازی با لینک‌های صلب، فضای کاری محدود است و مشکل فوق نیز برای این ربات‌ها وجود دارد. برای حل این مشکل از ربات‌های موازی کابلی استفاده می‌گردد که در آن از کابل به جای لینک‌های صلب استفاده شده است. ربات‌های موازی کابلی قادر به پوشش فضای کاری وسیعی می‌باشند اما در فراهم آوردن زوایا برای بار انتهایی دارای محدودیت می‌باشند. یک راه‌حل مناسب برای غلبه بر مشکل فوق ترکیب ربات موازی کابلی با ربات سری است. در این فصل، دو مدل ربات مرکب صفحه‌ای که شامل بخش‌های موازی و سری می‌باشند معرفی شده و روابط سینماتیک و دینامیک برای آنها استخراج می‌گردد.

## ۲-۲ ربات موازی کابلی صفحه‌ای

### ۱-۲-۲ شماتیک

شکل ۱-۲ ربات موازی کابلی صفحه‌ای را نشان می‌دهد که فضای کاری این ربات در یک صفحه است. در این ربات، قسمت انتهایی به صورت یک میله است که به دو کابل متصل است و کابل‌ها به پولی متصل می‌باشند که پولی‌ها توسط موتور کنترل می‌شوند و با تغییر طول کابل‌ها توسط موتورها، می‌توان موقعیت بار متصل به قسمت انتهایی را کنترل کرد. در مدل مطرح شده، دو دستگاه مختصات نسبی و مطلق وجود دارد. مرکز دستگاه مختصات مطلق XYZ بر روی محور پولی کشنده کابل اول قرار داشته و محور x آن از محور پولی‌های کشنده کابل‌ها عبور می‌کند و جهت محور y رو به پایین و در جهت بردار گرانش است. مرکز دستگاه مختصات نسبی XYZ بر روی محل اتصال بار قرار داشته و محور x به موازات میله انتهایی بوده و جهت محور y رو به پایین است.





شکل ۱-۲ ربات موازی کابلی صفحه‌ای [۲۶]

که پارامترهای قابل تعریف برای سیستم فوق به شرح زیر است

$m$  - جرم میله

$m_{load}$  - جرم بار انتهایی

$\bar{l}_i$  - بردار کابل نام  $(i = 1, 2)$

$\bar{\lambda}_i$  - بردار یکه کشش کابل نام  $(i = 1, 2)$

$a_i$  - بردار بین نقطه اتصال بازو و کابل نام در دستگاه متصل به پایه  $(i = 1, 2)$

$2a$  - طول میله

$2b$  - فاصله بین مرکز پولی‌ها

در این مدل، طول میله  $2a$  در نظر گرفته شده و بار به وسط میله (مرکز جرم میله نیز در وسط میله قرار دارد) اتصال دارد و از جرم کابل‌ها صرف نظر شده است.

## ۲-۲-۲ سینماتیک-استاتیک وارون

در یک سیستم، چنانچه تعداد درجات آزادی بیشتر از تعداد قیود باشد به سیستم زیرمقید<sup>۱</sup> گفته می‌شود. از سیستم‌های زیرمقید در کاربردهایی که بخواهیم تنها تعدادی از درجات آزادی سیستم

<sup>۱</sup> Under-constrained system

کنترل شود استفاده می‌گردد. ربات نشان داده شده در شکل ۱-۲ دارای سه درجه آزادی است اما تنها دارای دو قید که کابل‌های کشنده است و در گروه سیستم‌های زیرمقید قرار می‌گیرد. از آنجایی که ربات کابلی صفحه‌ای نشان داده شده در شکل ۱-۲ یک ربات زیرمقید است، مسئله سینماتیک و استاتیک باید به‌طور همزمان حل گردد. در این قسمت، با مشخص بودن موقعیت بار انتهایی باید طول کابل‌ها را بدست آورد. همچنین فرض می‌شود که اندازه بردار  $B_1 B_2$  بزرگ‌تر از طول میله انتهایی است ( $b > a$ ). برای این ربات بردار کابل‌ها از رابطه زیر تعیین می‌گردد

$$\bar{l}_1 = A_1 - B_1 = \begin{bmatrix} x - a \cos \theta_z \\ y - a \sin \theta_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{l}_2 = A_2 - B_2 = \begin{bmatrix} 2b - (x + a \cos \theta_z) \\ y + a \sin \theta_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

که در آن  $x$  و  $y$  موقعیت محل اتصال بار بوده و  $\theta_z$  زاویه قسمت انتهایی است. برای این مدل بردار یکه کشش کابل‌ها از رابطه زیر تعیین می‌گردد

$$\bar{\lambda}_1 = -\frac{\bar{l}_1}{\|\bar{l}_1\|}$$

$$\bar{\lambda}_2 = -\frac{\bar{l}_2}{\|\bar{l}_2\|} \quad (2-2)$$

ماتریس دوران دستگاه مختصات نسبی نسبت به دستگاه مرجع دارای فرم زیر است

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

همچنین بردارهای  $\bar{a}_1$  و  $\bar{a}_2$  در دستگاه نسبی متصل به میله به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\bar{a}_1 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{a}_2 = \begin{bmatrix} -a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

با نوشتن معادلات تعادل در راستای  $x$  و  $y$  مقدار کشش کابل‌ها حاصل می‌شود [۲۷].

$$T_1 = \frac{mg \|\bar{l}_1\| (x + a \cos \theta_z - 2b)}{2ay \cos \theta_z - 2ax \sin \theta_z - 2by + 2ab \sin \theta_z} \quad (5-2)$$

$$T_2 = -\frac{mg \|\bar{l}_2\| (x - a \cos \theta_z)}{2ay \cos \theta_z - 2ax \sin \theta_z - 2by + 2ab \sin \theta_z} \quad (6-2)$$

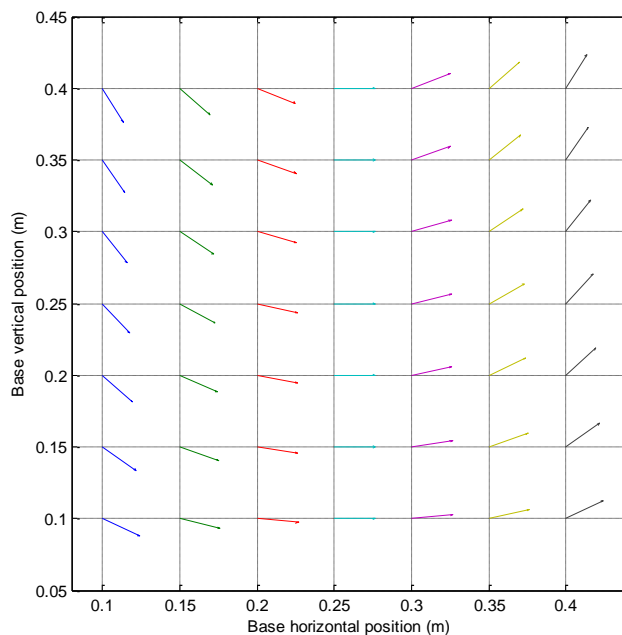
معادله تعادل گشتاور حول محل اتصال بار می توان دارای فرم زیر است

$$\sum M = \|R\bar{a}_1 \times \bar{\lambda}_1\| T_1 + \|R\bar{a}_2 \times \bar{\lambda}_2\| T_2 = 0 \quad (7-2)$$

با جایگذاری پارامترها در رابطه (۷-۲) رابطه زیر حاصل می گردد [۲۷]

$$\cos \theta_z (2xy - 2by) + \sin \theta_z (4bx - 2x^2) - 2ab \sin \theta_z \cos \theta_z = 0 \quad (8-2)$$

با معلوم بودن مقادیر  $x, y$ ، با حل عددی رابطه (۸-۲)، مقدار زاویه  $\theta_z$  حاصل می شود که در بدست آوردن جواب تنها بازه بین  $-90^\circ$  تا  $90^\circ$  درجه در نظر گرفته می شود. با معلوم بودن موقعیت مرکز قسمت انتهایی و با بدست آمدن مقدار  $\theta_z$ ، با جایگذاری مقادیر در رابطه (۱-۲) می توان طول کابل-ها را بدست آورد. همان طور که در رابطه (۸-۲) مشاهده می شود، مقدار زاویه میله انتهایی تنها به فیزیک سیستم و موقعیت بار بستگی دارد و جرم بار متصل به آن تأثیری در زاویه آن ندارد. شکل ۲-۲ زاویه میله انتهایی برای موقعیت های مختلف بار را نشان می دهد.



شکل ۲-۲ زاویه میله انتهایی در موقعیت های مختلف بار انتهایی ( $b = 0.25m, a = 0.05m$ )

همان طور که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است، به ازای مقادیر ثابت  $x$ ، با افزایش مقدار  $y$  زاویه

میلۀ انتهایی افزایش می‌یابد و برای مقدار  $y$  ثابت، با افزایش مقدار  $x$  زاویۀ میلۀ انتهایی از مقادیر مثبت به سمت مقادیر منفی تغییر می‌کند. در [۱۵] برای محاسبۀ سینماتیک-استاتیک وارون از ماتریس  $M(O)$  شامل بردارهای نرمالیزه شده<sup>۱</sup> پلاکر<sup>۱</sup> با در نظر گرفتن قطب گشتاور بر روی محل اتصال کابل و پولی و با استفاده از معادلۀ دترمینان ماتریس و مساوی صفر قرار دادن آن مستقیماً رابطه‌ای که در بردارندۀ موقعیت و زاویۀ قسمت انتهایی است بدست آورده شده است که با قرار دادن مقادیر موقعیت در آن می‌توان ۸ جواب برای زاویۀ قسمت انتهایی بدست آورد که با محاسبۀ کشش کابل‌ها به ازای مقادیر مختلف زاویه جواب‌های قابل قبول محاسبه می‌شود (آن دسته از جواب که کشش مثبت کابل‌ها را حاصل کند).

چنانچه بخواهیم جسم انتهایی فقط زاویۀ خاصی داشته باشد، باید فضای کاری که ربات می‌تواند زاویۀ موردنظر را دارا باشد تعیین کنیم. تعیین فضای کاری زمانی که زاویۀ جسم انتهایی مشخص است با توجه به نامساوی‌های  $T_1 \geq 0$  و  $T_2 \geq 0$  صورت می‌گیرد. چنانچه زاویۀ جسم انتهایی مشخص باشد، با جایگذاری مقدار  $\theta_z$  در رابطه (۲-۸) یک منحنی هذلولی حاصل می‌شود. حال باید تعیین کنیم که چه ناحیه‌ای از منحنی هذلولی بدست آمده جزو فضای کاری ربات است، برای این منظور باید شرط مثبت بودن کشش کابل‌ها در نظر گرفته شود. کشش کابل‌ها زمانی مثبت است که صورت و مخرج در روابط (۲-۵) و (۲-۶) هم علامت باشند، بدین ترتیب شرایطی که کشش مثبت کابل‌ها را حاصل می‌کند به صورت زیر بدست خواهد آمد [۲۷]

$$a \cos \theta_z < x < 2b - a \cos \theta_z \quad (۹-۲)$$

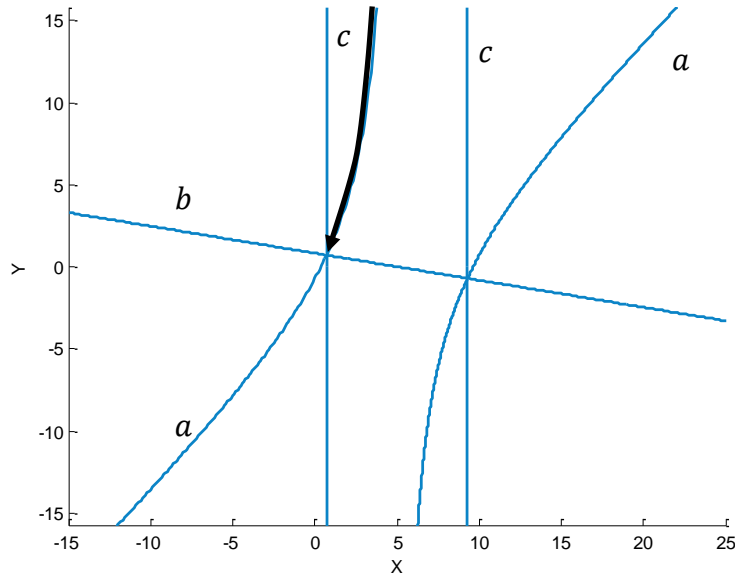
$$2ay \cos \theta_z - 2ax \sin \theta_z - 2by + 2ab \sin \theta_z < 0 \quad (۱۰-۲)$$

به‌عنوان مثال، برای یک مدل مشخص برای زاویۀ  $\theta_z = \pi/4$  فضای مجاز کاری تعیین شده است که در شکل ۲-۳ نشان داده شده است. منحنی هذلولی توسط  $b$  مشخص شده و شرط موجود در رابطه (۲-۹) توسط دو خط عمودی  $c$  و شرط موجود در رابطه (۲-۱۰) توسط خط مورب  $b$  نشان

---

<sup>۱</sup> Normalized plucker vector

داده شده است.



شکل ۳-۲ فضای کاری ربات کابلی صفحه‌ای به ازای  $\theta_z = \pi/4$  ( $b = 5m, a = 1m$ )

منحنی نشان داده شده با فلش، فضای کاری مجاز ربات برای دارا بودن زاویه موردنظر است. این منحنی، مسیری است که مرکز میله انتهایی باید روی آن حرکت کند تا زاویه آن ثابت باقی بماند و این مسیر برای هر زاویه متفاوت بوده و برای هر زاویه تنها یک مسیر منحصر به فرد وجود دارد.

### ۳-۲-۲ سینماتیک - استاتیک مستقیم

در این قسمت، با مشخص بودن طول کابل‌ها و استاتیک سیستم، موقعیت بار انتهایی زمانی که سیستم در حالت تعادل استاتیکی است محاسبه می‌گردد. برای این سیستم با توجه به رابطه

(۱-۲)، رابطه زیر بین طول کابل‌ها و موقعیت بار برقرار است

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + a^2 - 2ax \cos \theta_z - 2ay \sin \theta_z - \|l_1\|^2 &= 0 \\ [2b - (x + a \cos \theta_z)]^2 + (y + a \sin \theta_z)^2 - \|l_2\|^2 &= 0 \end{aligned} \quad (۱۱-۲)$$

با مشخص بودن طول کابل‌ها، با حل عددی همزمان روابط معادله (۸-۲) و (۱۱-۲) مقادیر  $x$  و  $y$  و  $\theta_z$  حاصل می‌شود. در [۱۵] مسئله سینماتیک-استاتیک برای ربات کابلی صفحه‌ای بدست آورده شده، که در آن با استفاده از سه رابطه که دو رابطه مربوط به مقدار طول کابل و دیگری مربوط به دترمینان ماتریس  $M(O)$  است، ۲۴ جواب در صورت معلوم بودن  $\|l_1\|$  و  $\|l_2\|$  بدست آورده شده

است. با جایگذاری هر دسته جواب در روابط (۲-۵) و (۲-۶)، کشش کابل‌ها محاسبه می‌گردد. آن دسته جواب که مقدار مثبت کشش کابل‌ها را حاصل می‌کند به‌عنوان جواب قابل قبول در نظر گرفته می‌شود.

## ۴-۲-۲ دینامیک

برای بدست آوردن معادلات دینامیک در این مدل از روش نیوتون-اولر استفاده می‌گردد. فرم کلی معادلات دینامیک برای ربات‌های موازی کابلی به‌صورت زیر است

$$D(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x}) + G(x) = J^T T \quad (۱۲-۲)$$

که  $D(x)$  ماتریس اینرسی،  $C(x, \dot{x})$  بردار ترم‌های سرعت،  $G(x)$  بردار گرانش و  $J^T$  ماتریس ژاکوبین نیرو است. بردار  $T = [T_1 \ T_2]^T$  بردار کشش کابل‌ها بوده و موقعیت و زاویه قسمت انتهایی در دستگاه مرجع به‌صورت بردار  $x = [x \ y \ \theta_z]^T$  تعریف می‌شود. برای سیستم موردنظر از رابطه زیر تعیین می‌شود [۲۸]

$$J^T = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_{1x}}{\lambda_{1y}} & \frac{\lambda_{2x}}{\lambda_{2y}} \\ \|\overline{R\bar{a}_1} \times \bar{\lambda}_1\| & \|\overline{R\bar{a}_2} \times \bar{\lambda}_2\| \end{bmatrix} \quad (۱۳-۲)$$

همچنین ماتریس  $D(x)$  و بردارهای  $C(x, \dot{x})$  و  $G(x)$  به‌صورت زیر می‌باشند [۲۸]

$$D(x) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad G(x) = [0 \ -mg \ 0]^T, \quad C(x, \dot{x}) = 0 \quad (۱۴-۲)$$

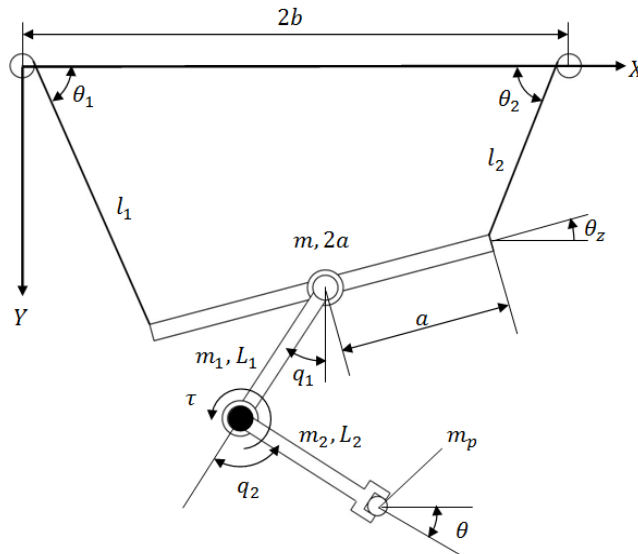
که  $m$  مجموع جرم میله و بار بوده و  $I_{zz}$  نیز ممان اینرسی بار و میله حول محور  $z$  است.

## ۳-۲ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات

در مدل مطرح‌شده در بخش ۲-۲-۱، تنها امکان کنترل موقعیت یا کنترل زاویه بار انتهایی وجود دارد و با توجه به زیرمقیود بودن سیستم، امکان کنترل همزمان موقعیت و زاویه وجود ندارد. برای رفع مشکل موجود، در محل اتصال بار در مدل قبل یک بازو قرار گرفته و بار در انتهای بازو قرار می‌گیرد.

## ۲-۳-۱ شماتیک

شکل ۲-۴ شماتیک ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۴ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات

مفصل متصل کننده ربات کابلی صفحه‌ای و بازوی آکروبات غیرفعال بوده و از طرف بازو هیچ گشتاوری به ربات کابلی صفحه‌ای وارد نمی‌شود. در این سیستم، میله متصل به کابل‌ها به‌عنوان پایه‌ای برای بازوی آکروبات است. بازوی آکروبات تنها یک موتور دارد که زاویه بین دو لینک را کنترل کرده و گشتاور  $\tau$  را تولید می‌کند. با کنترل زاویه  $q_2$  در بازو، می‌توان زاویه جسم انتهایی را کنترل کرد. پارامترهای قابل تعریف برای سیستم فوق به شرح زیر است

$m$  - جرم پایه

$I_{zz}$  - ممان اینرسی پایه

$m_i$  - جرم لینک  $i$ ام بازو ( $i = 1, 2$ )

$\bar{I}_i$  - ممان اینرسی لینک  $i$ ام بازو حول مرکز جرم آن ( $i = 1, 2$ )

$L_i$  - طول لینک  $i$ ام بازو ( $i = 1, 2$ )

$m_p$  - جرم جسم انتهایی

$T_i$  - مقدار کشش کابل  $i$ ام ( $i = 1, 2$ )

$-\lambda_i$  - بردار یکه بردار کشش کابل  $i$ ام ( $i = 1, 2$ )

$-a_i$  - بردار بین نقطه اتصال بازو و کابل  $i$ ام در دستگاه متصل به پایه ( $i = 1, 2$ )

$-2b$  - فاصله بین پولی‌های کابل‌ها

$-l_i$  - بردار کابل  $i$ ام ( $i = 1, 2$ )

## ۲-۳-۲ سینماتیک-استاتیک مستقیم

در این قسمت، با مشخص بودن طول کابل‌ها و زاویه  $q_2$  بازو، باید زاویه و موقعیت بار انتهایی به جرم  $m_p$  در شرایط تعادل ربات تعیین شود. با توجه به رابطه (۲-۸)، کاملاً مشهود است که نیروی عمودی وارد بر میله ربات کابلی صفحه‌ای تأثیری بر زاویه آن ندارد و همچنین بازوی آکروبات گشتاوری به ربات کابلی وارد نمی‌کند و در حالت استاتیک تنها نیروی وارده از بازو نیروی عمودی است. با توجه به این موارد، می‌توان نتیجه گرفت که در حالت استاتیک زاویه میله ربات کابلی مستقل از پیکربندی بازو است، بدین ترتیب با داشتن طول کابل‌ها مانند بخش ۲-۲-۳ موقعیت مرکز میله محاسبه می‌گردد. همان‌طور که قبلاً توضیح داده شد، بازوی آکروبات تنها شامل یک موتور بوده و تنها امکان کنترل زاویه بین دو لینک در بازو وجود دارد، با توجه به این خصوصیات می‌توان نتیجه گرفت که زاویه  $q_1$  به مقدار زاویه  $q_2$  وابسته است. در حالت تعادل با توجه به معادلات استاتیک، رابطه زیر بین این دو زاویه برقرار است

$$m_2 L_{c2} g \sin(q_1 + q_2) + m_p L_2 g \sin(q_1 + q_2) + m_1 L_{c1} g \sin(q_1) + (m_2 + m_p) L_1 g \sin(q_1) = 0 \quad (۱۵-۲)$$

با مشخص بودن زاویه  $q_2$ ، با جایگذاری مقدار آن در رابطه (۱۵-۲) و حل رابطه، زاویه  $q_1$  حاصل می‌شود. در نهایت، با بدست آمدن موقعیت مرکز میله ربات کابلی و زاویه  $q_1$ ، موقعیت بار انتهایی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد

$$\begin{aligned} x_e &= x - L_1 \sin q_1 - L_2 \sin(q_1 + q_2) \\ y_e &= y + L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (۱۶-۲)$$



که  $x$  و  $y$  موقعیت مرکز میله ربات کابلی بوده و  $x_e$  و  $y_e$  موقعیت بار انتهایی است. همچنین زاویه بار انتهایی از رابطه زیر محاسبه می‌گردد

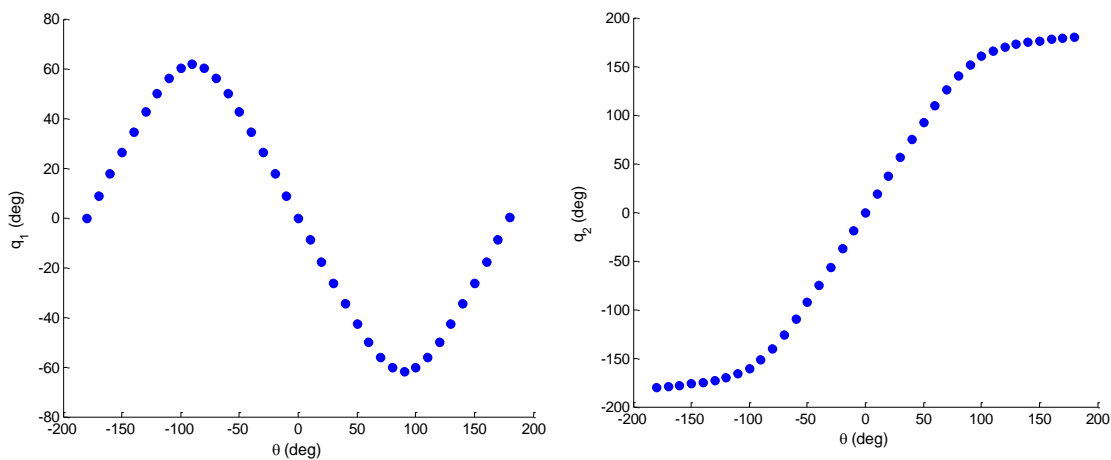
$$\theta = q_1 + q_2 \quad (17-2)$$

### ۳-۳-۲ سینماتیک-استاتیک وارون

در این قسمت، با مشخص بودن موقعیت و زاویه جسم انتهایی، باید طول کابل‌ها و زوایای بازو بدست آید. همان‌طور که در رابطه (۱۷-۲) مشاهده می‌شود زاویه بار انتهایی تنها به زوایای بازو بستگی دارد، بنابراین چنانچه زاویه بار انتهایی مشخص باشد، با حل همزمان روابط (۱۵-۲) و (۱۷-۲) می‌توان زاویه  $q_2$  بازو که زاویه بار انتهایی را حاصل می‌کند بدست آورد. شکل ۵-۲ زوایای مورد نیاز بازو برای سیستم با پارامترهای جدول ۱-۲ را به ازای زوایای مختلف بار انتهایی نشان می‌دهد.

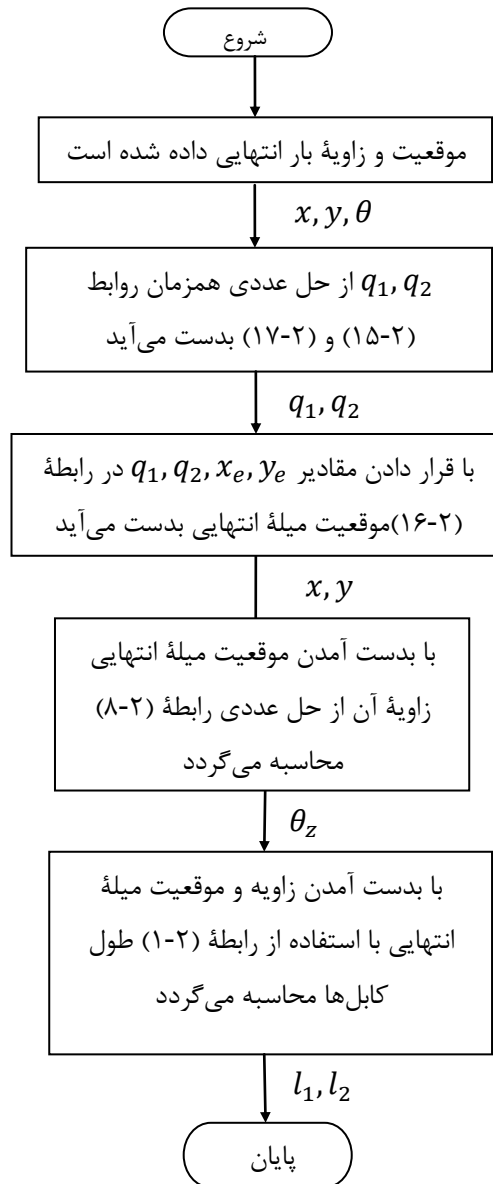
جدول ۱-۲ پارامترهای ربات موازی کابلی با بازوی آکروبات

واحد	مقدار	پارامتر
kg	$m_p = 0.7, m_1 = 0.1, m_2 = 0.1$	جرم اعضا
m	$L_1 = 0.05, L_2 = 0.05$ $L_{c1} = 0.025, L_{c2} = 0.025$	طول لینک‌ها و مراکز هندسی



شکل ۵-۲ مقادیر مورد نیاز زوایای بازو برای ایجاد زوایای مختلف برای بار انتهایی

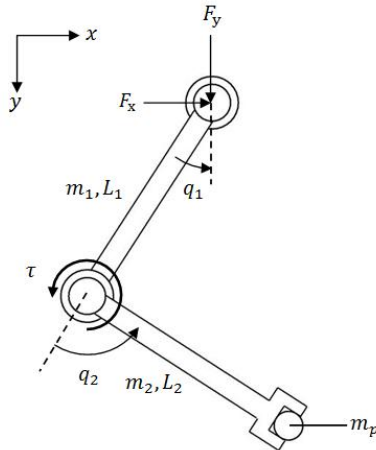
با بدست آمدن زوایای بازو و مشخص بودن موقعیت بار انتهایی، با استفاده از رابطه (۲-۱۶) می‌توان موقعیت مرکز میله ربات کابلی را بدست آورد. با بدست آمدن موقعیت مرکز میله ربات کابلی، مانند بخش ۲-۲-۲ طول کابل‌ها محاسبه می‌گردد. شکل ۲-۶ الگوریتم حل برای مسئله سینماتیک-استاتیک ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات را نشان می‌دهد.



شکل ۲-۶ الگوریتم حل مسئله سینماتیک-استاتیک و ارون برای ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات

## ۴-۳-۲ دینامیک

مدل شماتیکی یک بازوی آکروبات که مفصل ابتدایی لینک اول آن غیر ثابت است در شکل ۷-۲ نشان داده شده است.



شکل ۷-۲ بازوی آکروبات با مفصل ابتدایی متحرک

با استفاده از معادلات لاگرانژ می‌توان معادلات دینامیک مربوط به این مدل را بدست آورد. برای سیستم نشان داده شده در شکل ۷-۲، بردارهای سرعت مراکز جرم اعضا به صورت زیر است

$$V_{G1} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_{c1}\dot{q}_1 \cos q_1 \\ \dot{y} - L_{c1}\dot{q}_1 \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{G2} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_1\dot{q}_1 \cos q_1 - L_{c2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_1 + q_2) \\ \dot{y} - L_1\dot{q}_1 \sin q_1 - L_{c2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{G3} = \begin{bmatrix} \dot{x} - L_1\dot{q}_1 \cos q_1 - L_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cos(q_1 + q_2) \\ \dot{y} - L_1\dot{q}_1 \sin q_1 - L_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_1 + q_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18-2)$$

( $x, y$ ) موقعیت افقی و عمودی مفصل اتصال دهنده قسمت ربات کابلی و بازو در دستگاه مرجع

است). مقادیر انرژی‌های پتانسیل و جنبشی از روابط زیر حاصل می‌شود

$$T = \frac{1}{2}m_1V_{G1}^T V_{G1} + \frac{1}{2}m_2V_{G2}^T V_{G2} + \frac{1}{2}m_pV_{G3}^T V_{G3} + \frac{1}{2}\bar{I}_1\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\bar{I}_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2$$

$$V = m_1gL_{c1} \cos q_1 + m_2g(L_1 \cos q_1 + L_{c2} \cos(q_1 + q_2)) + m_pg(L_1 \cos q_1 + L_2 \cos(q_1 + q_2)) \quad (19-2)$$

معادلات لاگرانژ دارای فرم زیر است

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{\partial V}{\partial q} - \frac{\partial T}{\partial q} = Q \quad (20-2)$$

که

$$Q = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \\ \tau \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (21-2)$$

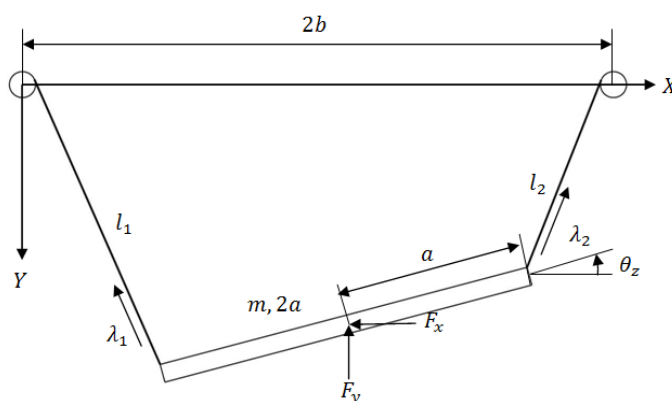
با استفاده از معادلات دینامیک بدست آمده از روش لاگرانژ، فرم ماتریسی معادلات دینامیکی به صورت زیر حاصل می‌گردد

$$M\ddot{q} + C + G = U \quad (22-2)$$

که از معادلات بدست آمده ماتریس‌های  $M, G, C, U$  به صورت زیر حاصل می‌شود

$$G = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (23-2)$$

که عناصر ماتریس‌های رابطه (23-2) در پیوست ۱ آورده شده است. مدل ربات با بازوی آکروبات نشان داده شده در شکل ۴-۲ را می‌توان با مدل نشان داده شده در شکل ۸-۲ جایگزین کرد که در آن یک ربات کابلی صفحه‌ای تحت اثر بارهای خارجی قرار گرفته است.



شکل ۸-۲ ربات کابلی صفحه‌ای تحت بارگذاری خارجی

برای ربات‌های موازی، فرم بسته معادلات دینامیک با وجود بارهای خارجی به صورت زیر

است [۲۹]

$$D'\ddot{X} + C' + G' + \tau_l = J'^T T \quad (24-2)$$

که با توجه به روابط دینامیک بدست آمده برای ربات کابلی صفحه‌ای در بخش ۲-۲-۴، برای مدل نشان داده شده در شکل ۲-۸ مقادیر ماتریس‌ها به صورت زیر حاصل می‌گردد

$$D' = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, C' = 0_{5 \times 1}, G' = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ q_1 \\ q_2 \\ \theta_z \end{bmatrix}$$

$$\tau_l = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, J'^T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \|Ra_1 \times \lambda_1\| & \|Ra_2 \times \lambda_2\| \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (25-2)$$

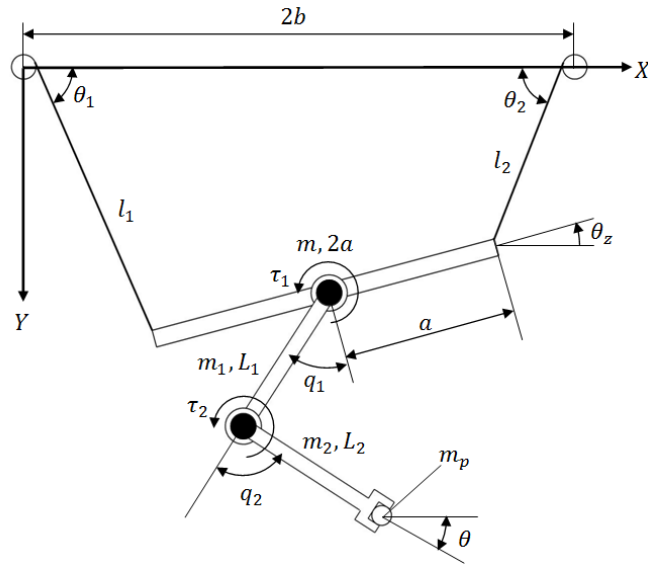
که در آن معرف بارهای خارجی بوده و شامل مؤلفه‌های  $F_x, F_y$  است. با استفاده از معادلات بدست آمده برای بازوی آکروبات با مفصل متحرک و جایگذاری در رابطه (۲-۲۴)، فرم بسته معادلات دینامیک برای مدل مرکب از بازوی آکروبات و ربات موازی کابلی حاصل خواهد شد

$$\begin{bmatrix} m + m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & 0 \\ m_{21} & m + m_{22} & m_{23} & m_{24} & 0 \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & 0 \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{\theta}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 - mg \\ G_3 \\ G_4 \\ 0 \end{bmatrix} = J'^T T + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26-2)$$

## ۲-۴ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی

### ۲-۴-۱ شماتیک

شکل ۲-۴ شماتیک ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی را نشان می‌دهد که در آن از میله متصل به کابل‌ها به عنوان پایه برای بازو استفاده شده است. ساختار این ربات مانند ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات است، با این تفاوت که در این مدل بازو دارای دو موتور بوده و همه زوایای بازو قابل کنترل است.



شکل ۲-۹ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی

## ۲-۴-۲ سینماتیک-استاتیک مستقیم

در این قسمت، با مشخص بودن زوایای  $q_1$  و  $q_2$  و طول کابل‌ها، باید موقعیت بار انتهایی به جرم  $m_p$  در شرایط تعادل استاتیکی بدست آید. در این مدل، با توجه به ساختار ربات از طرف بازو به میله متصل به کابل‌ها گشتاور  $\tau_1$  وارد می‌شود که باعث وابستگی زاویه میله به پیکربندی بازو می‌گردد. در حالت استاتیک مقدار گشتاور  $\tau_1$  از رابطه زیر محاسبه می‌گردد

$$\tau_1 = m_2 L_{c2} g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) + m_p L_2 g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) + m_1 L_{c1} g \sin(q_1 + \theta_z) + (m_2 + m_p) L_1 g \sin(q_1 + \theta_z) \quad (27-2)$$

با اضافه کردن ترم گشتاور  $\tau_1$  به رابطه (۲-۸) رابطه زیر حاصل می‌گردد

$$\cos \theta_z (2xy - 2by) + \sin \theta_z (4bx - 2x^2) - 2ab \sin \theta_z \cos \theta_z - \tau_1 = 0 \quad (28-2)$$

با جایگذاری رابطه (۲۷-۲) در رابطه (۲۸-۲) و حل عددی رابطه بدست آمده می‌توان زاویه  $\theta_z$  را محاسبه کرد. با بدست آمدن زاویه  $\theta_z$  و با مشخص بودن طول کابل‌ها، با حل عددی رابطه (۲-۱۱) مقادیر  $x$  و  $y$  حاصل می‌شود. از آنجایی که  $x$  و  $y$  در رابطه (۲-۱۱) دارای درجه ۲ می‌باشند دو دسته جواب حاصل می‌شود. با جایگذاری هر دسته جواب در روابط (۲-۵) و (۲-۶) کشش کابل‌ها محاسبه می‌گردد. آن دسته جواب که مقدار مثبت کشش کابل‌ها را حاصل می‌کند به‌عنوان جواب

واحد در نظر گرفته می‌شود. در نهایت با استفاده از روابط زیر موقعیت بار انتهایی حاصل می‌شود

$$\begin{aligned}x_e &= x_b - L_1 \sin(q_1 + \theta_z) - L_2 \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\y_e &= y_b + L_1 \cos(q_1 + \theta_z) + L_2 \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)\end{aligned}\quad (29-2)$$

همچنین زاویه بار انتهایی از رابطه زیر حاصل می‌شود

$$\theta = q_1 + q_2 + \theta_z \quad (30-2)$$

## ۲-۴-۳ سینماتیک-استاتیک وارون

در این قسمت، با مشخص بودن موقعیت و زاویه جسم انتهایی باید طول کابل‌ها و زوایای بازو بدست آید. برای ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی، هم زاویه و هم موقعیت بار انتهایی به زاویه پایه بستگی دارد و زاویه پایه نیز تابعی از زوایای بازو است. برای حل مسئله سینماتیک-استاتیک معکوس در این سیستم، علاوه بر اینکه نیاز به دانستن زاویه و موقعیت جسم نهایی است، باید یکی از زوایای  $q_1$  یا  $q_2$  معلوم باشد تا مسئله یک جواب واحد داشته باشد. اما راه دیگر این است که یک قید اضافه برای سیستم در نظر گرفت تا یک حل واحد وجود داشته باشد. قید در نظر گرفته شده در اینجا این است که بازو هیچ گشتاوری به پایه وارد نمی‌کند (یعنی مرکز جرم مجموعه بازو و جسم انتهایی از امتداد مفصل پایه و بازو می‌گذرد). با در نظر گرفتن این قید، پیکربندی بازو تأثیری بر زاویه پایه ندارد و زاویه پایه تنها به موقعیتش بستگی دارد (مانند ربات کابلی صفحه‌ای و ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات) و سیستم تبدیل به سیستم قبلی می‌شود با این تفاوت که در سیستم قبل، به ازای زوایای مختلف  $q_2$  برای به تعادل رسیدن سیستم زاویه  $q_1$  خود به خود تغییر می‌کرد اما در اینجا چون مفصل متصل کننده بازو و پایه غیرفعال نیست زاویه  $q_1$  باید کنترل شود. برای ارضا شدن قید، رابطه زیر باید برقرار باشد

$$\begin{aligned}m_2 L_{c2} \sin(q_1' + q_2) + m_p L_2 g \sin(q_1' + q_2) + m_1 L_{c1} g \sin(q_1') \\ + (m_2 + m_p) L_1 g \sin(q_1') = 0\end{aligned}\quad (31-2)$$

که  $q_1'$  زاویه لینک اول نسبت به خط قائم است. زاویه  $q_1$  زاویه لینک اول نسبت به پایه است.

زاویه جسم انتهایی از رابطه زیر حاصل می‌شود

$$\theta = q_1' + q_2 \quad (32-2)$$

چنانچه زاویه  $\theta$  (زاویه بار انتهایی) مشخص باشد، روش حل همانند روش حل توضیح داده شده در

بخش ۳-۳-۲ برای ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات است.  $q_2$  و  $q_1'$  با حل همزمان روابط

(۳۱-۲) و (۳۲-۲) حاصل می‌شود. با بدست آمدن  $q_2$  و  $q_1'$ ، با داشتن موقعیت بار انتهایی، از

روابط زیر می‌توان موقعیت پایه را بدست آورد

$$\begin{aligned} x_e &= x_b - L_1 \sin(q_1') - L_2 \sin(q_1' + q_2) \\ y_e &= y_b + L_1 \cos(q_1') + L_2 \cos(q_1' + q_2) \end{aligned} \quad (33-2)$$

که  $x_b$  و  $y_b$  موقعیت مرکز میله ربات کابلی بوده و  $x_e$  و  $y_e$  موقعیت بار انتهایی است. با بدست

آمدن  $x_b$  و  $y_b$  از رابطه (۳۳-۲)، طبق الگوریتم توضیح داده شده در بخش ۲-۲-۲، طول کابل‌ها

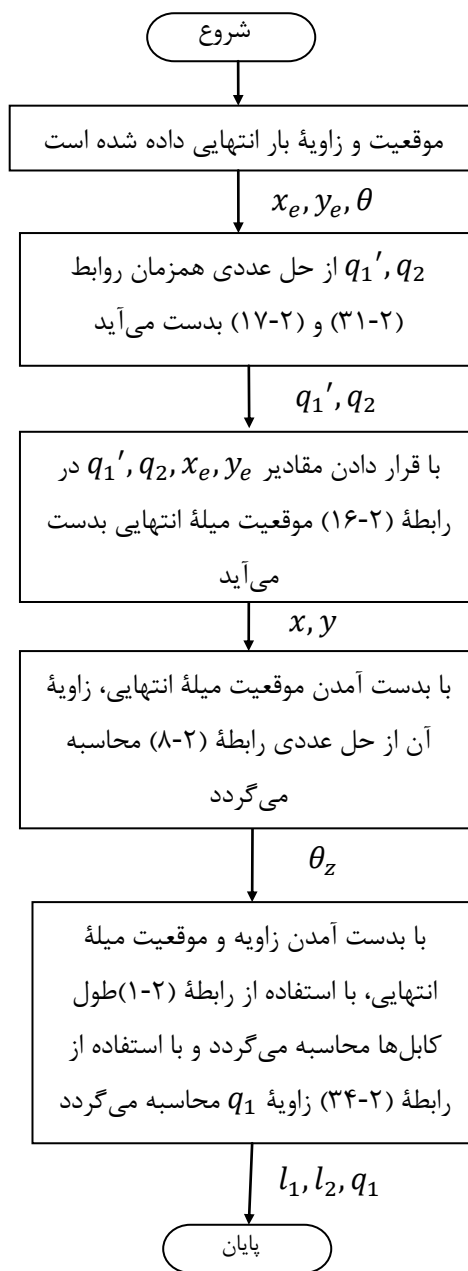
حاصل می‌شود. همچنین زاویه  $q_1$  که زاویه قابل کنترل بازو است از رابطه زیر محاسبه می‌گردد

$$q_1 = q_1' - \theta_z \quad (34-2)$$

که با مشخص بودن  $x_b$  و  $y_b$ ، مقدار زاویه  $\theta_z$  از رابطه (۸-۲) حاصل می‌شود. شکل ۱۰-۲ الگوریتم

حل برای مسئله سینماتیک-استاتیک ربات کابل صفحه‌ای با بازوی آکروبات را نشان می‌دهد.

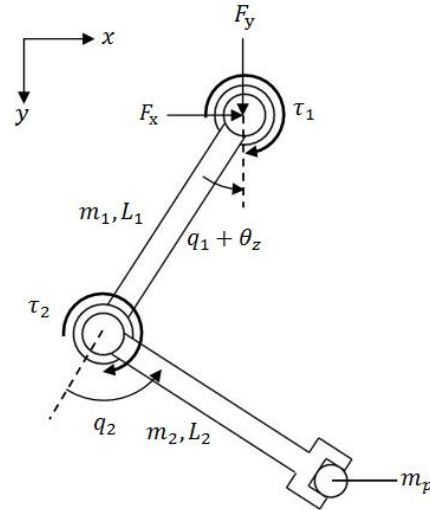




شکل ۱۰-۲ الگوریتم حل مسئله سینماتیک-استاتیک وارون برای ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی

## ۲-۴-۴ دینامیک

مدل یک بازوی دو درجه آزادی که مفصل ابتدایی آن غیر ثابت است به صورت زیر است



شکل ۲-۱۱ بازوی دو درجه آزادی با مفصل ابتدایی متحرک

با استفاده از معادلات لاگرانژ می توان معادلات دینامیک مربوط به این مدل را بدست آورد.

بردارهای سرعت به صورت زیر است

$$\begin{aligned}
 V_{G1} &= \begin{bmatrix} \dot{x} - L_{c1}(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_{c1}(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) \\ 0 \end{bmatrix} \\
 V_{G2} &= \begin{bmatrix} \dot{x} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) - L_{c2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) - L_{c2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ 0 \end{bmatrix} \\
 V_{G3} &= \begin{bmatrix} \dot{x} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + \theta_z) - L_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ \dot{y} - L_1(\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + \theta_z) - L_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۲-۳۵)
 \end{aligned}$$

$(x, y)$  موقعیت افقی و عمودی مفصل اتصال دهنده قسمت ربات کابلی و بازو در دستگاه مرجع

است. مقادیر انرژی‌های پتانسیل و جنبشی از روابط زیر حاصل می شود

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} m_1 V_{G1}^T V_{G1} + \frac{1}{2} m_2 V_{G2}^T V_{G2} + \frac{1}{2} m_p V_{G3}^T V_{G3} + \frac{1}{2} \bar{I}_1 (\dot{q}_1 + \dot{\theta}_z)^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \bar{I}_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{\theta}_z)^2
 \end{aligned}$$

$$V = m_1 g L_{c1} \cos(q_1 + \theta_z) + m_2 g (L_1 \cos(q_1 + \theta_z) + L_{c2} \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)) + m_p g (L_1 \cos(q_1 + \theta_z) + L_2 \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)) \quad (36-2)$$

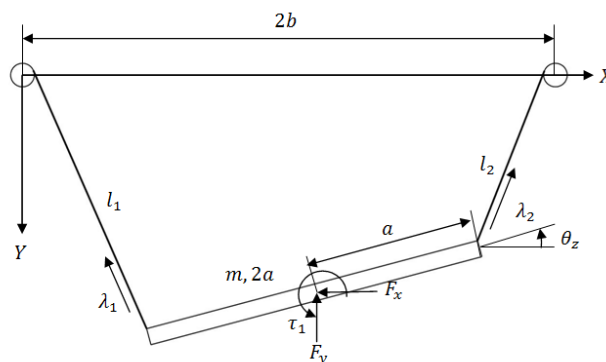
با استفاده از رابطه (۲۰-۲) معادلات دینامیک حاصل می‌شود که

$$Q = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_1 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ q_1 \\ q_2 \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad (37-2)$$

با استفاده از معادلات دینامیک بدست آمده از روش لاگرانژ، می‌توان معادلات دینامیکی را به فرم ماتریسی رابطه (۲۲-۲) نوشت که از معادلات بدست آمده ماتریس‌های  $M, G, C, U$  به صورت زیر حاصل می‌شود

$$G = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_1 \end{bmatrix} \quad (38-2)$$

که عناصر ماتریس‌های رابطه (۳۸-۲) در پیوست ۱ آورده شده است. مدل ربات با بازوی دو درجه آزادی نشان داده شده در شکل ۹-۲ را می‌توان با مدل نشان داده شده در شکل ۱۲-۲ جایگزین کرد، که در آن یک ربات کابلی صفحه‌ای تحت اثر بارهای خارجی قرار گرفته است.



شکل ۱۲-۲ ربات کابلی صفحه‌ای تحت بارگذاری و ترک خارجی

با توجه به روابط دینامیک بدست آمده برای ربات کابلی صفحه‌ای در بخش ۴-۲-۲ و با نوشتن معادلات دینامیکی به فرم رابطه (۲۴-۲)، مقادیر ماتریس‌ها به صورت زیر حاصل می‌گردد

$$D' = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, C' = 0_{5 \times 1}, G' = \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ q_1 \\ q_2 \\ \theta_z \end{bmatrix}$$

$$\tau_l = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \\ 0 \\ \tau_1 \end{bmatrix}, J'^T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \|Ra_1 \times \lambda_1\| & \|Ra_2 \times \lambda_2\| \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (39-2)$$

که در آن  $\tau_l$  معرف بارهای خارجی بوده و شامل مؤلفه‌های  $F_x, F_y$  است. با استفاده از معادلات بدست آمده برای بازوی دو درجه آزادی با مفصل متحرک و جایگذاری در رابطه (۲-۲۴)، فرم بسته معادلات دینامیک برای مدل مرکب از بازوی دو درجه آزادی و ربات موازی کابلی حاصل

خواهد شد

$$\begin{bmatrix} m + m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ m_{21} & m + m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} + I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{\theta}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 - mg \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \end{bmatrix} = J'^T T + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40-2)$$

فصل سوم

مدل مرکب فضایی

در این فصل، برای پوشش فضای کاری وسیع و تأمین زوایای کاری گسترده یک طراحی رباتیکی صورت گرفته است که در آن از ربات‌های با ساختار سری و موازی به صورت یک مجموعه مرکب بهره برده شده است. برای جبران‌سازی اثر دو بخش بر روی یکدیگر، دینامیک ربات پیوسته همراه با عبور جریان سیال محاسبه و تحلیل شده است. همچنین برای حرکت بخش موازی حاوی ظرف سیال یک روش جبران‌سازی دینامیکی برای خنثی کردن تلاطم سیال پیشنهاد داده شده است. برای جبران‌سازی دینامیکی اثر دینامیکی قسمت سری بر روی قسمت موازی و خنثی‌سازی تلاطم سیال، از موتورهایی برای جبران‌سازی استفاده می‌گردد.

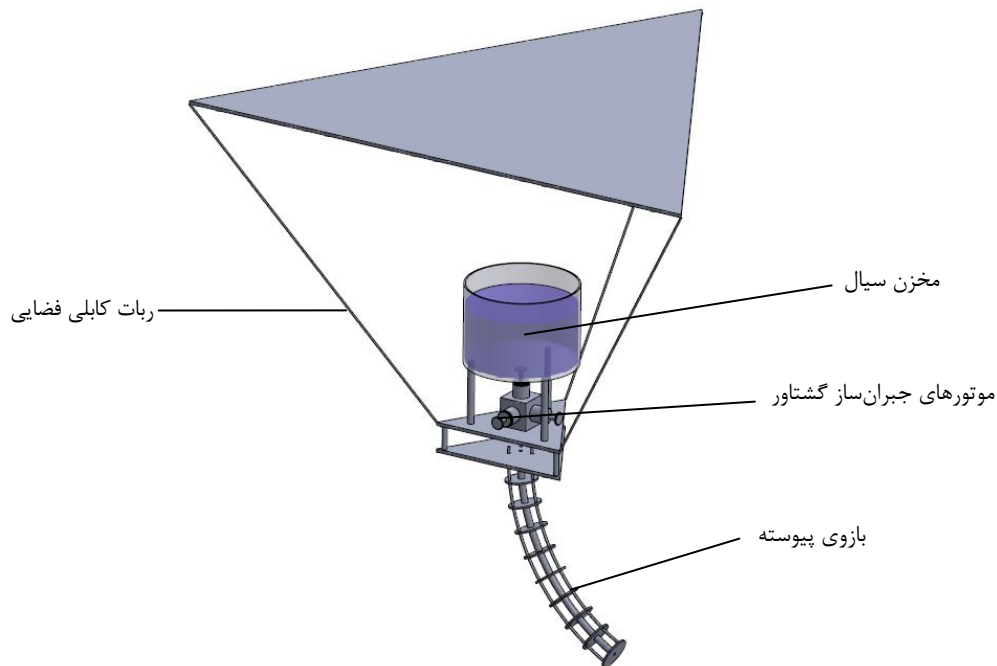
### ۳-۲ طراحی جرثقیل بهبودیافته

در این قسمت، طرح مناسب برای برآورده کردن هدف موردنظر انتخاب می‌گردد. هدف موردنظر این است که با استفاده از یک جرثقیل بهبودیافته مخزن حاوی سیالی را از نقطه‌ای به نقطه دیگر حمل کرده سپس از طریق یک بازوی رباتیکی سیال تخلیه گردد. به منظور طراحی جرثقیل بهبودیافته از یک ربات موازی کابلی استفاده شده که مخزن روی عملگر نهایی<sup>۱</sup> آن قرار گرفته و از طرفی سیال از طریق یک بازوی رباتیکی پیوسته که به عملگر نهایی متصل است وظیفه انتقال محتوی مخزن به نقطه موردنظر را دارد. از قسمت سری برای تأمین زوایای موردنظر استفاده می‌گردد و همچنین برای کاهش امکان تداخل کابل‌ها از ربات موازی کابلی با سه کابل استفاده شده است. از طرفی با توجه به زیرمقید بودن قسمت موازی، از موتورهای جبران‌ساز جهت خنثی‌سازی اثرات بازوی رباتیکی پیوسته و اثرات تلاطم سیال درون مخزن استفاده می‌گردد. در این مدل، ابتدا قسمت موازی که حاوی ظرف سیال است با حرکت در مکان موردنظر قرار گرفته و ثابت شده و به‌عنوان پایه‌ای برای قسمت سری عمل می‌کند، سپس قسمت سری که یک ربات

---

<sup>۱</sup> End-effector

پیوسته است به قسمت موازی متصل شده و همزمان با حرکت قسمت سری روی مسیر مشخص، عملیات تخلیه سیال از انتهای آن صورت می‌گیرد. مدل مطرح شده در شکل ۱-۳ نشان داده شده است.



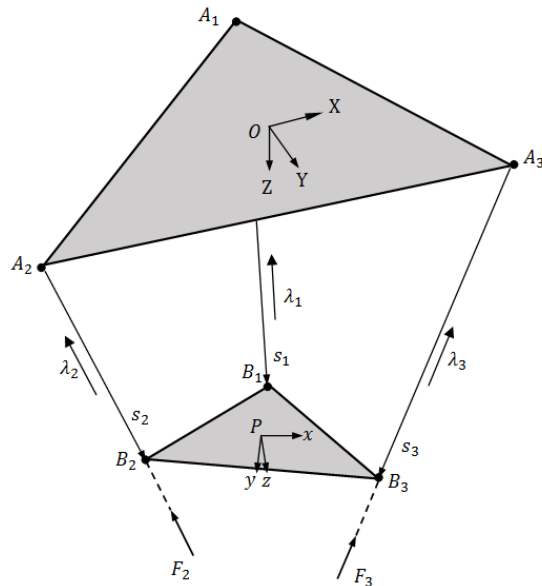
شکل ۱-۳ ربات مرکب از ربات کابلی فضایی و بازوی پیوسته

### ۳-۳ ربات کابلی فضایی

#### ۱-۳-۳ شماتیک

این ربات شامل یک صفحه ثابت و یک صفحه متحرک به شکل مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است که به وسیله سه کابل به یکدیگر متصل شده‌اند. دستگاه مختصات مطلق XYZ بر روی صفحه ثابت قرار گرفته و دستگاه نسبی XYZ بر روی صفحه متحرک قرار گرفته است. کابل‌ها به پولی متصل بوده و پولی‌ها نیز به موتور متصل می‌باشند که با کنترل طول کابل‌ها به وسیله موتور می‌توان موقعیت صفحه متحرک را کنترل کرد. شماتیک مدل مطرح شده، در شکل ۲-۳ نشان داده شده است. از آنجا که در این مدل تنها سه قید وجود دارد و درجات آزادی (شش عدد) بیشتر از تعداد قیود است سیستم زیرمقید است، بدین دلیل در این ربات طی حرکت قسمت انتهایی در

مسیر مشخص، امکان کنترل زاویه قسمت انتهایی وجود ندارد و این زوایا به مشخصات سیستم، موقعیت و شتاب‌های خطی آن بستگی دارد.



شکل ۲-۳ ربات کابلی فضایی

در شکل نشان داده شده  $A_1$  و  $A_2$  و  $A_3$  رئوس صفحه ثابت و  $B_1$  و  $B_2$  و  $B_3$  رئوس صفحه متحرک می‌باشند و دستگاه‌های مختصات بر روی مراکز جرم قرار دارند. در دستگاه مختصات مطلق و نسبی، به ترتیب جهت محور  $y$ ها به سمت  $A_1$  و  $B_1$  بوده و جهت محور  $z$ ها به سمت پایین و عمود بر صفحه ثابت و صفحه متحرک است.

### ۲-۳-۳ هندسه

در شکل ۲-۳،  $s_i$  نشان دهنده بردار کابل،  $F_i$  نشان دهنده بردار نیروی کابل و  $\lambda_i$  بردار یکه بردار نیروی کابل نام است. در شکل ۲-۳ مرکز جرم و مرکز دستگاه نسبی در نقطه  $P$  قرار دارد که مختصات آن نسبت به نقطه  $O$  به صورت زیر است

$$\vec{P} = [x \quad y \quad z]^T \quad (1-3)$$

با در نظر گرفتن زوایای  $\psi$  و  $\theta$  و  $\varphi$  به عنوان زوایای یاو و پیچ و رول، ماتریس دوران دستگاه نسبی نسبت به دستگاه مطلق به صورت زیر حاصل می‌شود



$$R = R_{z,\varphi} R_{y,\theta} R_{x,\psi} \quad (2-3)$$

که

$$R_{x,\psi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\psi & -s_\psi \\ 0 & s_\psi & c_\psi \end{bmatrix}, R_{y,\theta} = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix}, R_{z,\varphi} = \begin{bmatrix} c_\varphi & -s_\varphi & 0 \\ -s_\varphi & c_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

با جایگذاری رابطه (3-3) در (2-3) ماتریس دوران به صورت زیر حاصل می شود [30]

$$R = \begin{bmatrix} c_\varphi c_\theta & -s_\varphi c_\psi + c_\varphi s_\theta s_\psi & s_\varphi s_\psi + c_\varphi s_\theta c_\psi \\ s_\varphi c_\theta & c_\varphi c_\psi + s_\varphi s_\theta s_\psi & -c_\varphi s_\psi + s_\varphi s_\theta c_\psi \\ -s_\theta & c_\theta s_\psi & c_\theta c_\psi \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

مختصات رئوس صفحه ثابت در دستگاه مطلق به صورت زیر است

$$A_1 = [0 \quad -L \quad 0]^T$$

$$A_2 = [-L \cos 30 \quad L \sin 30 \quad 0]^T$$

$$A_3 = [L \cos 30 \quad L \sin 30 \quad 0]^T$$

$$L = \frac{\sqrt{3}}{3} D \quad (5-3)$$

که در آن  $D$  طول اضلاع صفحه ثابت است. همچنین مختصات رئوس صفحه متحرک در دستگاه

نسبی به صورت زیر است

$$B_1 = [0 \quad -l \quad 0]^T$$

$$B_2 = [-l \cos 30 \quad l \sin 30 \quad 0]^T$$

$$B_3 = [l \cos 30 \quad l \sin 30 \quad 0]^T$$

$$l = \frac{\sqrt{3}}{3} d \quad (6-3)$$

که در آن  $d$  طول اضلاع صفحه متحرک است. بردار موقعیت نقاط رأس صفحه متحرک نسبت به

نقطه  $P$  در دستگاه مطلق به صورت زیر حاصل می شود

$$\vec{rb}_i = RB_i, \quad i = 1,2,3 \quad (7-3)$$

بردار کابل نام در دستگاه مطلق با استفاده از رابطه زیر محاسبه می گردد

$$\vec{s}_i = \vec{P} + \vec{rb}_i - A_i, \quad i = 1,2,3 \quad (8-3)$$

بردار یکه نیروی کابل نام دستگاه مطلق به صورت زیر محاسبه می گردد

$$\vec{\lambda}_i = -\frac{\vec{s}_i}{\|\vec{s}_i\|}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9-3)$$

### ۳-۳-۳ حل مسئله سینماتیک - استاتیک وارون

در این سیستم، از آنجایی که در ربات کابلی فضایی شش درجه آزادی وجود دارد و ربات تنها سه قید دارد، سیستم زیرمقید است. در سیستم‌های زیرمقید باید حل مسئله سینماتیک و استاتیک به‌طور همزمان انجام شود. برای ربات موازی کابلی فضایی با سه کابل، چنانچه سیستم در تعادل بوده و مختصات مرکز صفحه متحرک مشخص باشد می‌توان پیکربندی ربات را بدست آورد، برای این منظور باید زوایای یاو و پیچ رول بدست آورده شود. بردار نیروی کابل نام در دستگاه مطلق دارای رابطه زیر است

$$\vec{F}_i = T_i \vec{\lambda}_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10-3)$$

که در آن  $T_i$  مقدار کشش کابل نام است. با مشخص بودن موقعیت صفحه متحرک با استفاده از معادلات تعادل نیرو مقدار کشش کابل‌ها از رابطه زیر محاسبه می‌گردد

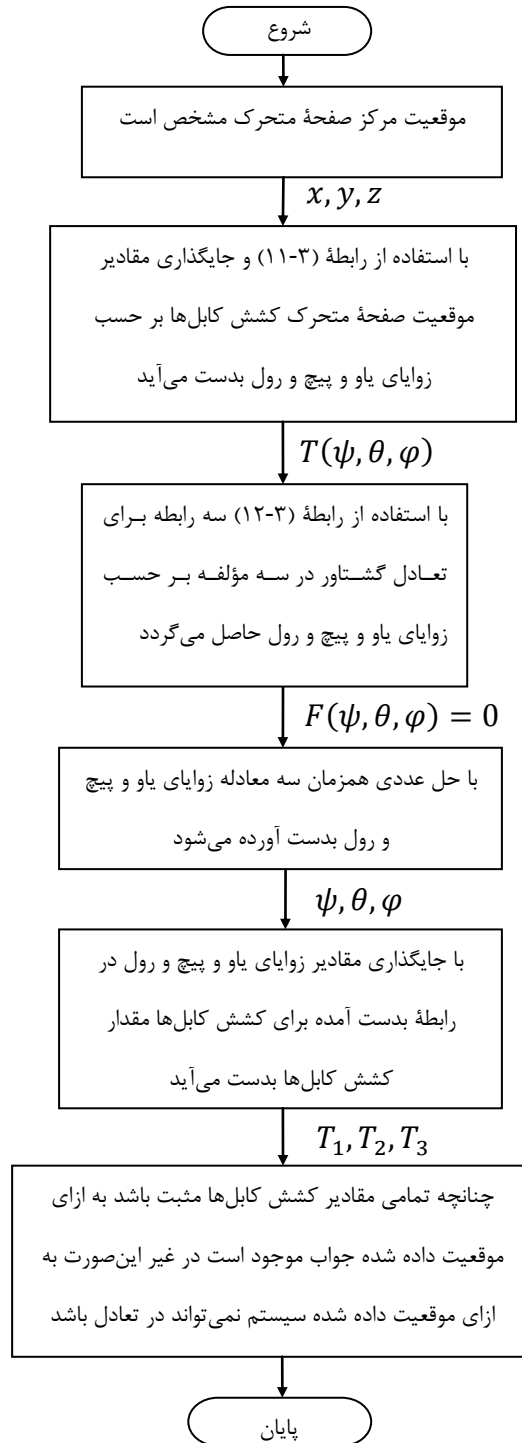
$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = [\vec{\lambda}_1 \quad \vec{\lambda}_2 \quad \vec{\lambda}_3]^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (11-3)$$

که  $T$  بردار کشش کابل‌ها است. با مشخص بودن موقعیت مرکز صفحه متحرک، کشش کابل‌ها از رابطه (۱۱-۳) برحسب متغیرهای زوایای یاو و پیچ و رول بدست می‌آید. با نوشتن معادله تعادل گشتاور حول مرکز صفحه متحرک و جایگذاری روابط بدست آمده برای کشش کابل‌ها در معادلات تعادل گشتاور، سه معادله برحسب زوایای صفحه متحرک حاصل می‌گردد. معادله تعادل گشتاور حول مرکز صفحه متحرک دارای رابطه به فرم زیر است

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = [\vec{r}b_1 \times \vec{\lambda}_1 \quad \vec{r}b_2 \times \vec{\lambda}_2 \quad \vec{r}b_3 \times \vec{\lambda}_3] \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12-3)$$

با حل عددی سه معادله بدست آمده از رابطه (۱۲-۳) می‌توان زوایای یاو و پیچ و رول را محاسبه نمود. با بدست آمدن زوایای صفحه متحرک می‌توان با استفاده از رابطه (۱۱-۳) مقادیر کشش

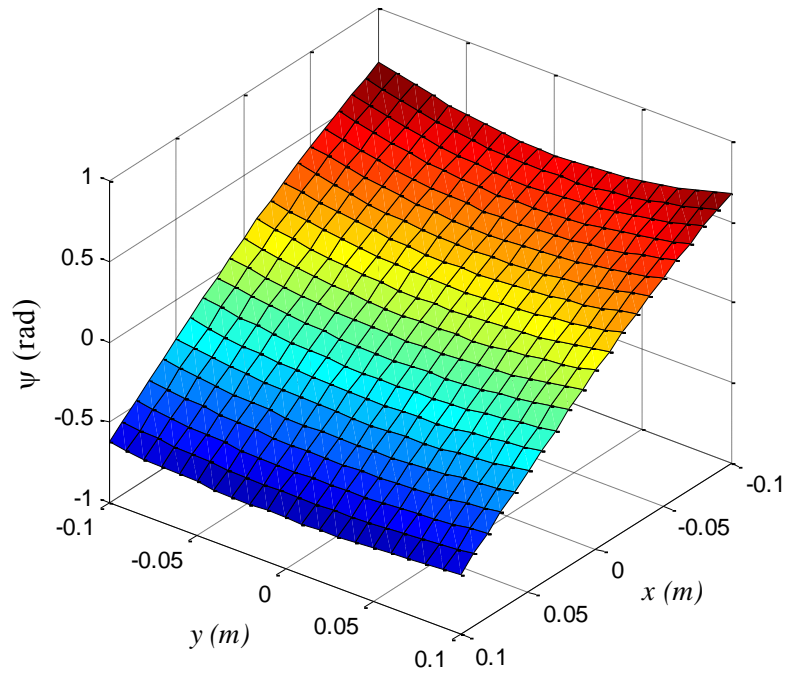
کابل‌ها را بدست آورد. چنانچه مقادیر کشش همه کابل‌ها مثبت باشند در نقطه مورد نظر سیستم نمی‌تواند در تعادل باشد و نقطه مورد نظر در خارج از فضای کاری ربات قرار دارد. شکل ۳-۳ الگوریتم حل سینماتیک-استاتیک وارون برای ربات کابلی فضایی را نشان می‌دهد.



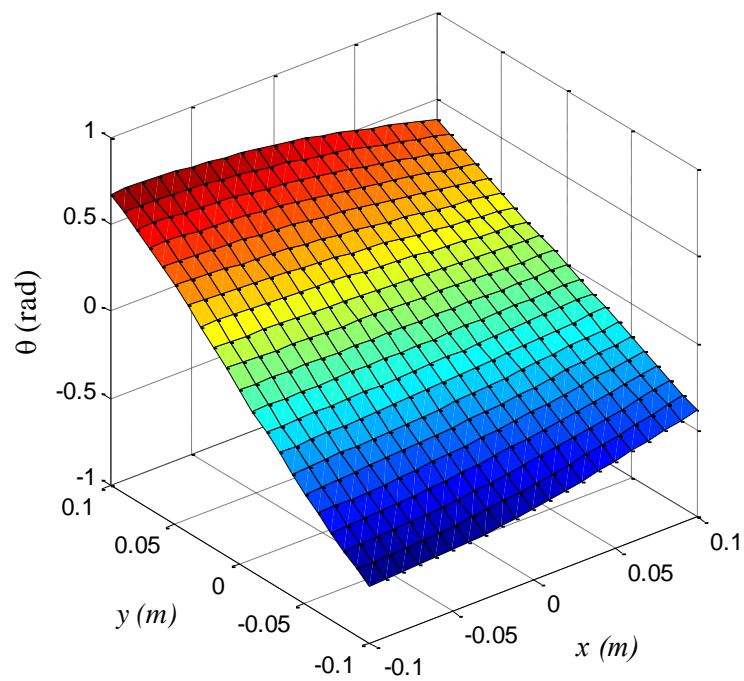
شکل ۳-۳ الگوریتم حل مسئله سینماتیک-استاتیک وارون برای ربات کابلی فضایی

شکل ۳-۴ زوایای صفحه متحرک، به ازای مقادیر مختلف موقعیت در صفحه  $xy$  به ازای  $z=1m$  را

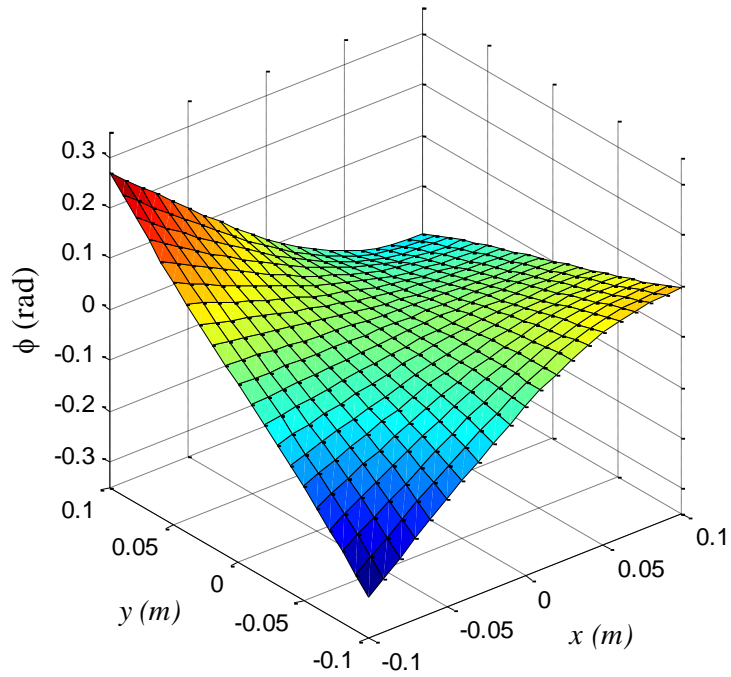
نشان می‌دهد.



(الف)

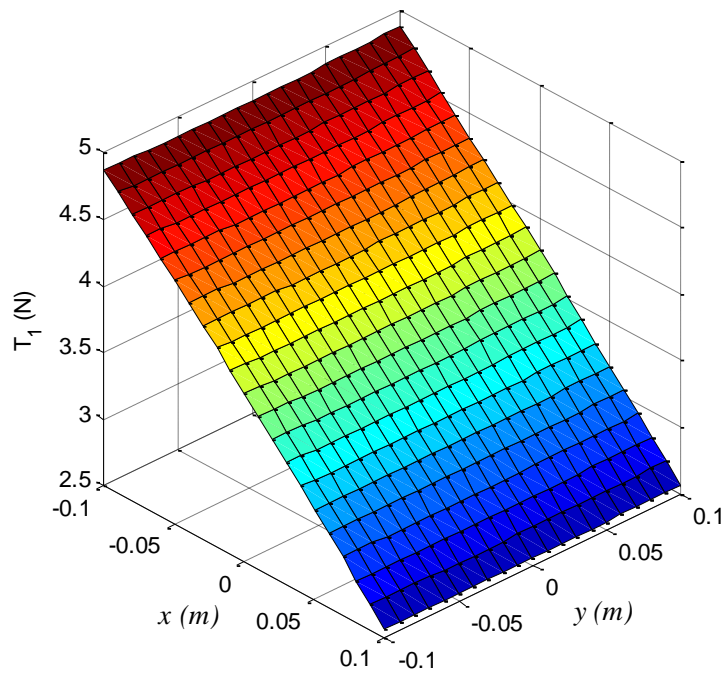


(ب)

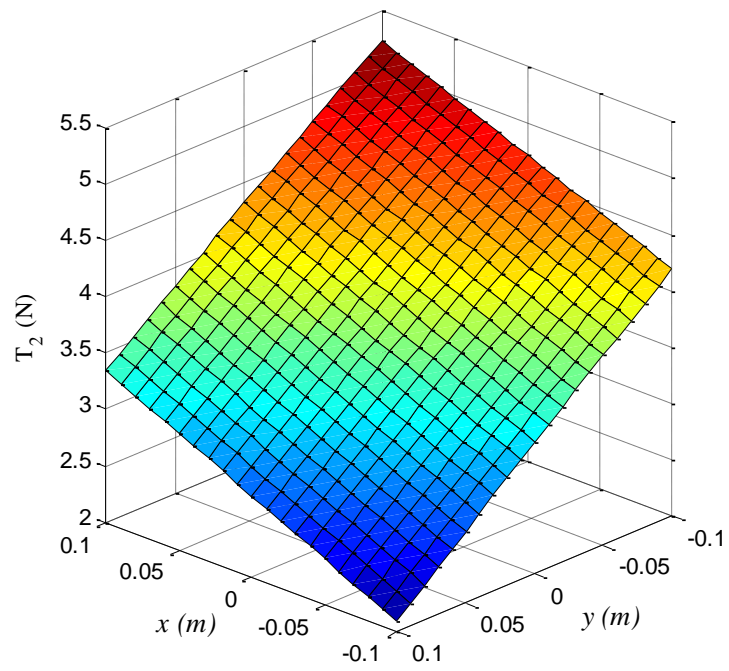


(ج)

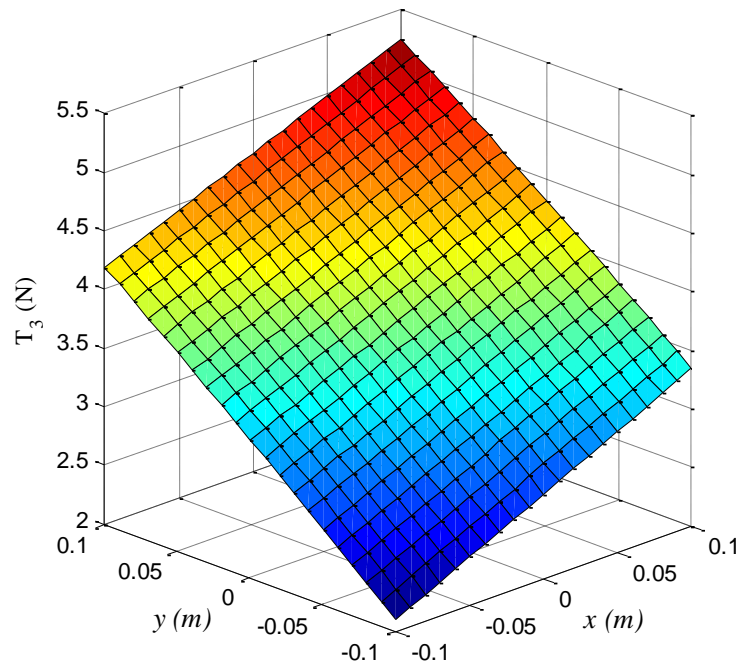
شکل ۳-۴ زوایای یاو و پیچ و رول صفحه متحرک در  $z=1\text{m}$  ( $D=1\text{m}$ ,  $d=0.03\text{m}$ )  
 (الف) زاویه نسبت به محور  $x$  (ب) زاویه نسبت به محور  $y$  (ج) زاویه نسبت به محور  $z$



(الف)

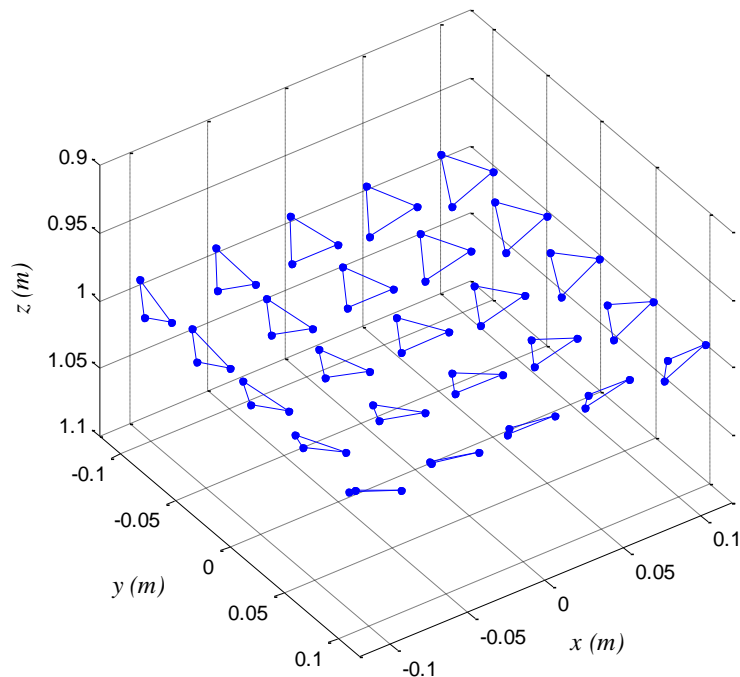


(ب)



(ج)

شکل ۳-۵ کشش کابل‌ها  $z=1\text{m}$  ( $D=1\text{m}$ ,  $d=0.03\text{m}$ )  
 (الف) کشش کابل اول (ب) کشش کابل دوم (ج) کشش کابل سوم



شکل ۳-۶ حالت‌های صفحه متحرک در  $z=1m$  ( $D=1m, d=0.03m$ )

شکل ۳-۵ مقدار کشش کابل‌ها را به ازای  $z=1m$  در موقعیت‌های مختلف  $x$  و  $y$  نشان می‌دهد که در آن کشش تمامی کابل‌ها مثبت بوده و نقاط در نظر گرفته شده در فضای کاری ربات قرار دارند. شکل ۳-۶ حالت‌های مختلف صفحه متحرک را به ازای  $z=1m$  در موقعیت‌های مختلف  $x$  و  $y$  نشان می‌دهد. با بدست آمدن زوایای صفحه متحرک از روی مختصات و استاتیک مسئله، با استفاده از رابطه (۳-۸) می‌توان طول کابل‌ها را تعیین کرد. در [۱۶] برای محاسبه سینماتیک-استاتیک وارون از ماتریس  $M(O)$  شامل بردارهای نرمالیزه شده پلاکر با در نظر گرفتن قطب گشتاور بر روی محل اتصال کابل و پولی استفاده شده است. در نهایت با در نظر گرفتن اینکه مرتبه ماتریس باید کوچکتر و مساوی سه باشد، با مساوی صفر قرار دادن دترمینان کهادهای ماتریس  $M(O)$  سه رابطه برحسب زوایای یاو و رول و پیچ بدست می‌آید. با حل این سه معادله ۲۴ دسته جواب بدست آورده شده که با محاسبه کشش کابل‌ها به ازای جواب‌های مختلف جواب‌های قابل قبول استخراج می‌گردند (آن دسته از جواب که کشش مثبت کابل‌ها را حاصل کند).

### ۳-۳-۴ دینامیک

معادلات دینامیک غیرخطی حرکت برای صفحه متحرک با استفاده از معادلات نیوتون-اویلر

محاسبه می‌گردد. معادلات نیرو به صورت زیر حاصل می‌شود

$$\sum_{i=1}^3 \vec{F}_i - mg\hat{K} = m\ddot{\vec{P}} \quad , \quad i = 1,2,3 \quad (13-3)$$

با استفاده از رابطه (۳-۱۴) زیر می‌توان گشتاور وارده از طرف کابل‌ها بر صفحه متحرک حول نقطه

$P$  را در دستگاه مطلق بدست آورد

$$\vec{M}_i = \vec{r}b_i \times \vec{F}_i \quad (14-3)$$

بردار سرعت زاویه‌ای صفحه متحرک نسبت به صفحه ثابت به صورت زیر تعریف می‌گردد

$$\vec{\omega} = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T = [\dot{\psi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\phi}]^T \quad (15-3)$$

ماتریس اینرسی صفحه متحرک نسبت به نقطه  $P$  در دستگاه مختصات مطلق به صورت زیر تعریف

می‌گردد

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (16-3)$$

مومنوم زاویه‌ای نسبت به نقطه  $P$  در دستگاه نسبی دارای رابطه زیر است

$$\sum M = \left( \frac{d\vec{H}_{xyz}}{dt} \right) + \vec{\omega} \times \vec{H}_{xyz} \quad (17-3)$$

با استفاده از رابطه (۳-۱۷) مؤلفه‌های گشتاور به صورت زیر حاصل می‌شود [۳۱]

$$\begin{aligned} \sum M_x &= \dot{H}_x - H_y\omega_z + H_z\omega_y \\ \sum M_y &= \dot{H}_y - H_z\omega_x + H_x\omega_z \\ \sum M_z &= \dot{H}_z - H_x\omega_y + H_y\omega_x \end{aligned} \quad (18-3)$$

با بدست آوردن معادلات دینامیک از روش نیوتون-اویلر، دینامیک سیستم به فرم رابطه (۲-۱۲)

نوشته می‌شود که



$$J^T = \begin{bmatrix} \vec{\lambda}_1 & \vec{\lambda}_2 & \vec{\lambda}_3 \\ (\vec{rb}_1 \times \vec{\lambda}_1) & (\vec{rb}_2 \times \vec{\lambda}_2) & (\vec{rb}_3 \times \vec{\lambda}_3) \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} \text{Diag}(m) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \dot{\phi}(I_{yx}\psi - I_{yy}\dot{\theta} + I_{yz}\dot{\phi}) - \dot{\theta}(I_{zx}\dot{\psi} - I_{zy}\dot{\theta} + I_{zz}\dot{\phi}) \\ -\dot{\phi}(-I_{xx}\dot{\psi} + I_{xy}\dot{\theta} + I_{xz}\dot{\phi}) + \dot{\psi}(I_{zx}\dot{\psi} + I_{zy}\dot{\theta} - I_{zz}\dot{\phi}) \\ \dot{\theta}(-I_{xx}\dot{\psi} + I_{xy}\dot{\theta} + I_{xz}\dot{\phi}) - \dot{\psi}(I_{yx}\dot{\psi} - I_{yy}\dot{\theta} + I_{yz}\dot{\phi}) \end{bmatrix}$$

$$G = [0 \quad 0 \quad -mg \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$x = [x \quad y \quad z \quad \psi \quad \theta \quad \phi]^T$$

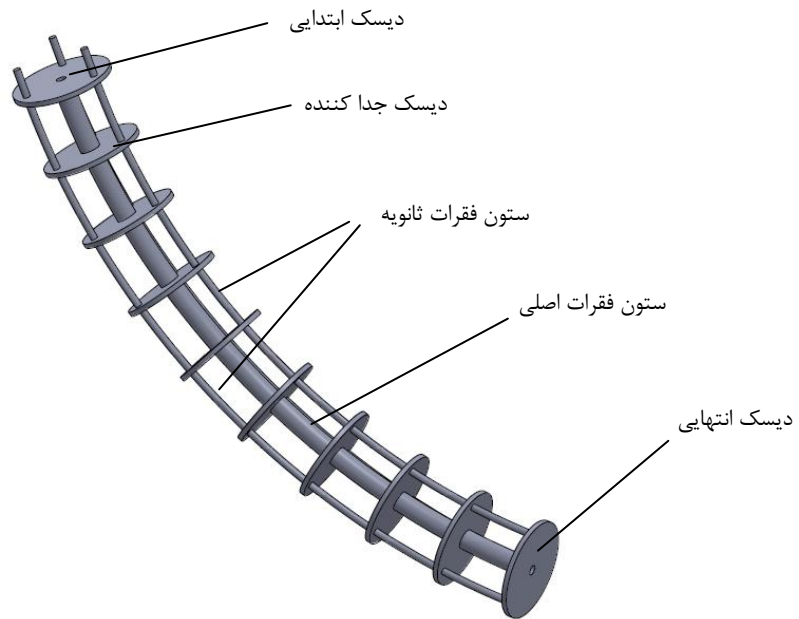
$$T = [T_1 \quad T_2 \quad T_3]^T \quad (19-3)$$

### ۳-۴ بازوی ربات پیوسته<sup>۱</sup>

#### ۳-۴-۱ طراحی و فرضیات مدل سازی

این بازوی ربات شامل سه کابل، یک لوله توخالی، یک دیسک ابتدایی، یک دیسک انتهایی و تعدادی دیسک جداکننده است که در شکل ۳-۷ نشان داده شده است. لوله وسطی ستون فقرات اصلی بوده که جریان سیال از داخل آن عبور می کند و سه کابل دیگر ستون های فقرات ثانویه می باشند که با فواصل مساوی از ستون فقرات اصلی و با زوایای برابر حول آن قرار دارند. ستون های فقرات ثانویه تنها به دیسک انتهایی چسبیده اند و در دیسک های جدا کننده و دیسک ابتدایی آزادانه لغزش می کنند و از آنها برای راه اندازی بازوی ربات استفاده می شود. ستون فقرات اصلی به تمامی دیسک ها چسبانده شده است. دیسک های جداکننده با فواصل مساوی از هم قرار دارند که از کمانش کابل جلوگیری می کنند. با تحریک مستقل هر یک از ستون فقرات ثانویه می توان یک حرکت دو درجه آزادی برای بازوی ربات را فراهم آورد.

<sup>1</sup> Continuum manipulator



شکل ۳-۷ شماتیک بازوی ربات پیوسته

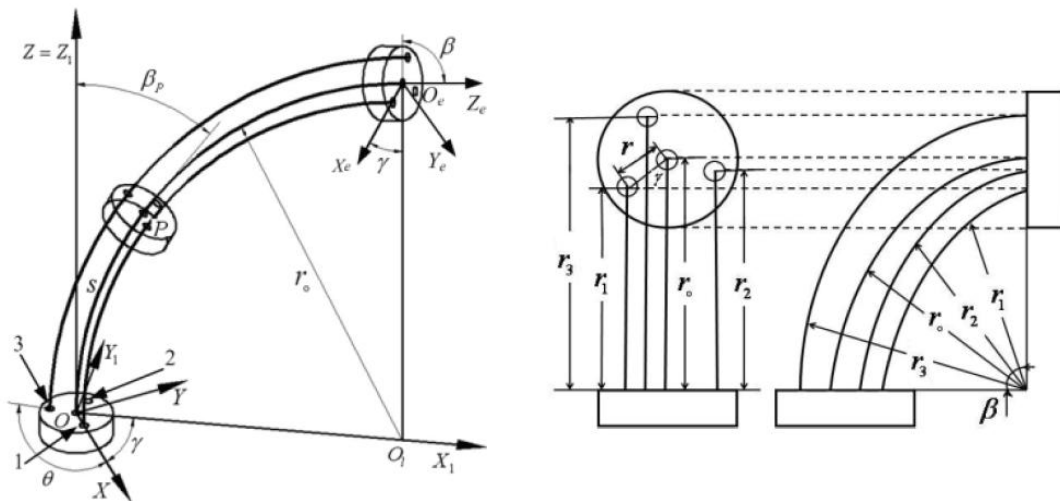
فرضیات مربوط به این بازوی ربات به طور خلاصه شامل موارد زیر است [۳۲]

۱. رابطه بین تنش و کرنش در کابل‌های سوپراالاستیک خطی و ایزوتروپیک است و کابل شبیه تیرهای اوپلر برنولی رفتار می‌کنند.
۲. دیسک‌ها نازک و صلب می‌باشند و از اصطکاک بین دیسک‌ها و ستون فقرات ثانویه صرف‌نظر می‌شود.
۳. هر ستون فقرات یک انحنای ثابت دارد و سطح بازوی ربات به شبیه یک منحنی هموار و پیوسته فرض شده است.
۴. ربات تحت معادلات استاتیک است.
۵. ستون‌های فقرات اصلی و ثانویه همواره بر تمامی دیسک‌ها عمود می‌باشند.
۶. از تغییر طول ستون فقرات اصلی در اثر فشار صرف‌نظر می‌گردد.

### ۲-۴-۳ تحلیل سینماتیکی

شکل ۸-۳ یک بازوی ربات پیوسته را نشان می‌دهد که در آن سه سیستم مختصات تعریف شده است (۱) دستگاه مختصات دیسک ابتدایی  $\{X, Y, Z\}$ ، (۲) دستگاه مختصات صفحه خمشی  $\{X_e, Y_e, Z_e\}$ ، (۳) دستگاه مختصات دیسک انتهایی  $\{X_1, Y_1, Z_1\}$

سیستم مختصات دیسک ابتدایی به این دیسک متصل است. محور  $X$  آن از ستون کابل مرکزی شروع و از اولین کابل عبور می‌کند، محور  $Z$  آن عمود بر دیسک ابتدایی است و محور  $Y$  از قانون دست راست حاصل می‌شود. دستگاه مختصات صفحه خمشی می‌تواند با چرخش دستگاه مختصات دیسک ابتدایی با زاویه  $\gamma$  حول محور  $Z$  بدست آید. دستگاه مختصات دیسک انتهایی به وسیله چهار مرحله از دستگاه مختصات دیسک ابتدایی حاصل می‌شود (۱) انتقال مرکز  $O$  به  $O_e$ ، (۲) چرخش دستگاه فعلی به اندازه  $\gamma$  حول محور  $Z$ ، (۳) چرخش دستگاه فعلی به اندازه  $\beta$  حول محور  $Y$ ، (۴) چرخش دستگاه فعلی به اندازه  $-\gamma$  حول محور  $Z$



شکل ۸-۳ مدل هندسی بازوی ربات پیوسته [۳۲]

فهرست علائم سینماتیکی استفاده در شکل ۸-۳ در جدول ۱-۳ آورده شده است.

جدول ۱-۳ فهرست علائم سینماتیکی

متغیر	تعریف
$l$	طول بازوی ربات
$s$	طول کمان قسمت $OP$ (در دیسک ابتدایی $s = 0$ بوده و در دیسک انتهایی $s = l$ است)
$r$	فاصله ستون فقرات اصلی با هر یک از ستونهای فقرات ثانویه بر روی دیسک
$r_0$	شعاع انحنای ستون فقرات اصلی در صفحه خمش
$\beta_P$	زاویه خمش مماس بر ستون فقرات اصلی در نقطه $P$ و در صفحه خمش ( $\beta$ زاویه خمش نقطه واقع در دیسک انتهایی است)
$\gamma$	زاویه چرخش صفحه خمش
$\beta$	زاویه خمش بازوی ربات
$\theta$	زاویه تقسیم ( $\theta = 2\pi/n$ ، $n$ تعداد ستون فقرات ثانویه است)
$m_1$	جرم کلی ستون فقرات اصلی
$m_2$	جرم کلی ستون فقرات ثانویه
$m_3$	جرم دیسکها
$h$	فاصله دیسکهای همجوار
$r_i$	شعاع انحنای ستون فقرات ثانویه $\{i = 1, 2, 3\}$

تحلیل سینماتیکی شامل دو تبدیل است (۱) تبدیل بین فضای کاری و فضای مفصلی (۲) تبدیل بین فضای محرک و فضای مفصلی. بر اساس ویژگی‌های ساختاری بازوی ربات پیوسته، این سیستم می‌تواند به‌عنوان یک تیر انعطاف‌پذیر اویلر-برنولی مطرح شود. بر پایه مدل تیر منعطف اویلر-برنولی، موقعیت نقطه  $P$  بر روی بازوی پیوسته در دستگاه مختصات صفحه خمش به‌صورت

زیر حاصل می‌شود [۳۲]

$$\begin{cases} x_1 = \frac{s}{\beta_p} (1 - \cos \beta_p) \\ y_1 = 0 \\ z_1 = \frac{s}{\beta_p} \sin \beta_p \end{cases} \quad (20-3)$$

مختصات نقطه  $P$  در صفحه خمش با استفاده از تبدیل زیر به دستگاه مختصات دیسک ابتدایی برده می‌شود

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = Rot(Z, \gamma)^{-1} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (21-3)$$

با استفاده از رابطه (21-3) می‌توان مختصات نقطه  $P_e$  متصل به دیسک انتهایی را در دستگاه مختصات دیسک ابتدایی بدست آورد

$$P_e = \left[ \frac{l}{\beta} (1 - \cos \beta) \cos \gamma \quad \frac{l}{\beta} (1 - \cos \beta) \sin \gamma \quad \frac{l}{\beta} \sin \beta \right]^T \quad (22-3)$$

بازه زاویه خمش  $\beta$  از  $0$  تا  $\pi$  است و بازه زاویه چرخش  $\gamma$  بین  $0$  تا  $2\pi$  است. در حرکت یک بازوی ربات پیوسته، موقعیت و سطح با تغییر طول سه کابل محرک (ستون فقرات ثانویه) قابل کنترل است که کابل‌های محرک با زاویه  $120^\circ$  درجه به‌طور منظم اطراف ستون فقرات اصلی قرار گرفته‌اند که در شکل 3-8 نشان داده شده است. تبدیل بین فضای مفاصل و فضای محرک‌ها به‌صورت زیر بیان می‌شود

$$\begin{cases} q_1 = r\beta \cos(\gamma) \\ q_2 = r\beta \cos(-\gamma + \theta) \\ q_3 = r\beta \cos(\gamma + \theta) \end{cases} \quad (23-3)$$

که  $q_i \{i = 1, 2, 3\}$  طول جمع شده هر کدام از کابل‌های محرک است.

### 3-4-3 تحلیل دینامیکی

همان‌طور که در بخش 3-4 توضیح داده شد، ستون فقرات اصلی یک لوله توخالی است که سیال در داخل آن جریان دارد. عبور جریان سیال از داخل لوله باعث تأثیر تنش‌های برشی و تنش‌های

فشاری بر جداره داخلی لوله می‌گردد که مجموع این تنش‌ها به صورت نیروهای برآیند محاسبه می‌گردد. برای تحلیل حرکت سیال فرض‌های زیر در نظر گرفته می‌شود

۱. سیال تراکم ناپذیر است.

۲. جریان پایاست و چگالی در تمام سیال یکسان است.

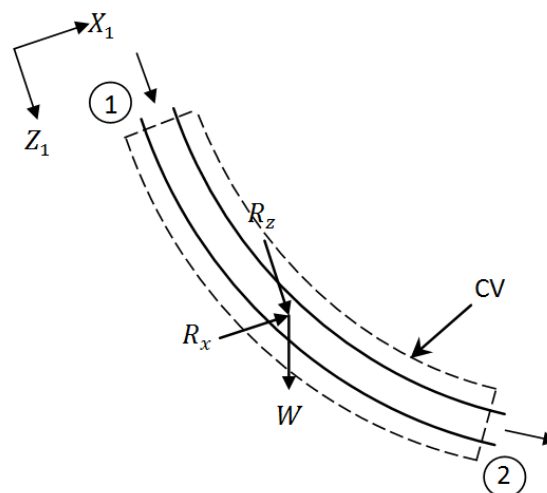
۳. جریان لایه‌ای و فراگیر است.

۴. سیال نیوتونی است.

۵. ویسکوزیته ثابت است.

۶. از انتقال حرارت صرف نظر می‌شود.

برای تحلیل حرکت سیال و محاسبه نیروهای وارده از طرف سیال از حجم کنترل شکل ۳-۹ که در دستگاه صفحه خمش تعریف می‌گردد استفاده شده است



شکل ۳-۹ حجم کنترلی مورد تحلیل

سطوح کنترل شامل سطوح ۱ و ۲ است که در شکل نشان داده شده است. مساحت سطح داخلی لوله  $A$  بوده و حجم داخل لوله  $V$  است. که در آن  $D$  قطر داخلی و  $L$  طول لوله (ستون فقرات اصلی) است. سرعت سیال در خروجی لوله معلوم بوده و برابر  $V$  است و با توجه به مشخص بودن نوع سیال و ابعاد لوله و مشخص بودن جریان سیال در خروجی باید نیروهای وارده از طرف سیال محاسبه گردد. با توجه به برابر بودن مساحت داخلی لوله در ورودی و خروجی و با استفاده از اصل

پایستاری جرم، سرعت ورودی سیال برابر با سرعت خروجی سیال است. بدین ترتیب معادله برنولی

به شکل زیر در خواهد آمد [۳۳]

$$\left(\frac{P_1}{\rho} + gz_1\right) - \left(\frac{P_2}{\rho} + gz_2\right) = h_{IT} \quad (24-3)$$

که در آن  $P_1$  و  $P_2$  به ترتیب فشار در سطوح کنترل اول و دوم بوده و  $z_1$  و  $z_2$  ارتفاع این سطوح می‌باشند. با توجه به عدم وجود شیر و چندراهی و انقباض و انبساط در مسیر سیال، اتلافات فرعی ناچیز بوده و تنها اتلافات اصلی وجود دارد. بنابر این مقدار کل اتلافات به صورت زیر حاصل می‌شود

$$h_{IT} = f \frac{L V^2}{D 2} \quad (25-3)$$

همچنین  $z_1$  و  $z_2$  در رابطه (۲۴-۳) به صورت زیر است

$$z_1 = \frac{l}{\beta} \sin \beta \cos \theta_z$$

$$z_2 = 0 \quad (26-3)$$

که  $\theta_z$  زاویه پایه بازوی ربات نسبت به خط افق موجود واقع بر صفحه خمش است. با توجه به اینکه سیال در خروجی در فضای آزاد تخلیه می‌گردد، فشار در خروجی برابر فشار اتمسفر است. با

استفاده از رابطه (۲۴-۳)، فشار مورد نیاز در ورودی لوله به صورت زیر محاسبه می‌گردد

$$P_1 = P_{atm} - \rho \frac{l}{\beta} \sin \beta \cos \theta_z + \rho h_{IT} \quad (27-3)$$

اکنون با مشخص بودن فشار در سطوح کنترل باید نیروهای وارده از طرف سیال محاسبه گردد.

بدین منظور با استفاده از قانون دوم نیوتون برای حجم کنترل، نیروهای وارد بر لوله از روابط زیر

محاسبه می‌گردد

$$F_x = F_{S_x} + F_{B_x} = \int_{CS} u \rho \vec{V} \cdot \vec{dA}$$

$$F_z = F_{S_z} + F_{B_z} = \int_{CS} v \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} \quad (28-3)$$

که  $F_B$  مجموع نیروی حجمی و  $F_S$  مجموع نیروهای سطحی وارد بر حجم کنترل است که به صورت

زیر محاسبه می‌گردند

$$F_{B_x} = -\rho V g \sin \theta_z$$

$$F_{B_z} = \rho V g \cos \theta_z$$

$$F_{S_x} = R_x$$

$$F_{S_z} = R_z + P_{1g}A \quad (P_{1g} = P_1 - P_{atm}) \quad (29-3)$$

همچنین مقدار انتگرال‌های موجود در رابطه (۲۸-۳) به صورت زیر محاسبه می‌گردد

$$\int_{CS} u \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} = \rho V^2 A \sin \beta$$

$$\int_{CS} u \rho \vec{V} \cdot \vec{dA} = \rho V^2 A (\cos \beta - 1) \quad (30-3)$$

با جایگذاری روابط (۲۹-۳) و (۳۰-۳) در رابطه (۲۸-۳)، برآیند نیروهای وارد از طرف سیال حاصل می‌شود

$$R_x = \rho V^2 A \sin \beta + \rho V g \sin \theta_z$$

$$R_z = \rho V^2 A (\cos \beta - 1) - P_{1g}A - \rho V g \cos \theta_z \quad (31-3)$$

با توجه به شکل متقارن لوله و یکنواخت بودن تنش‌ها در طول لوله، محل اثر برآیند نیروهای وارد از طرف سیال در وسط لوله قرار دارد. بدین ترتیب محل اثر نیروهای سیال در صفحه خمش دارای مختصات زیر است

$$x_t = \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{\beta}{2} \right)$$

$$z_t = \frac{l}{\beta} \sin \frac{\beta}{2} \quad (32-3)$$

بدین ترتیب نیروهای تعمیم یافته حاصل از جریان سیال در صفحه خمش به صورت زیر حاصل می‌گردد

$$\begin{cases} Q_{t1} = R_x \frac{\partial x_t}{\partial \beta} + R_z \frac{\partial z_t}{\partial \beta} \\ Q_{t2} = R_x \frac{\partial x_t}{\partial \gamma} + R_z \frac{\partial z_t}{\partial \gamma} \end{cases} \quad (33-3)$$

با استفاده از رابطه (۳۲-۳) و (۳۳-۳)، نیروهای تعمیم یافته به صورت زیر حاصل می‌شود



$$\begin{cases} Q_{t1} = R_x \left[ \frac{l}{\beta^2} \left( \cos \frac{\beta}{2} - 1 \right) + \frac{l}{2\beta} \sin \frac{\beta}{2} \right] + R_z \left[ \frac{l}{2\beta} \cos \frac{\beta}{2} - \frac{l}{\beta^2} \sin \frac{\beta}{2} \right] \\ Q_{t2} = 0 \end{cases} \quad (34-3)$$

معادله لاگرانژ به صورت زیر بیان می شود

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{p}_j} - \frac{\partial E_k}{\partial p_j} + \frac{\partial E_p}{\partial p_j} = Q_j, (j = 1, 2) \quad (35-3)$$

که  $Q_j$  نیروی تعمیم یافته سیستم بوده و  $p_1 = \beta$  و  $p_2 = \gamma$  است. با جایگذاری نیروهای تعمیم یافته، مقادیر انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی کل بدست آمده (پیوست ۲) در رابطه (۳-۳۵)،

معادله دینامیکی سیستم به فرم زیر حاصل می شود

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\beta}^2 \\ \dot{\beta}\dot{\gamma} \\ \dot{\gamma}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_x \\ R_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (36-3)$$

که

$$M_{11} = \frac{1}{3} [(m_1 + 3m_2)l^2 K_1 + 3m_2 K_3 + 3m_3 K_6]$$

$$M_{12} = M_{21} = \frac{1}{2} m_2 K_4$$

$$M_{22} = \frac{1}{4} [(m_1 + 3m_2)l^2 K_2 + 4m_2 K_5 + 4m_3 K_7]$$

$$C_{11} = -\frac{1}{6} \left[ (m_1 + 3m_2)l^2 \frac{\partial K_1}{\partial \beta} + 3m_2 \frac{\partial K_3}{\partial \beta} + 3m_3 \frac{\partial K_6}{\partial \beta} \right]$$

$$C_{12} = -\frac{1}{2} m_2 \frac{\partial K_4}{\partial \beta}$$

$$C_{13} = -\frac{1}{8} \left[ (m_1 + 3m_2)l^2 \frac{\partial K_2}{\partial \beta} + 4m_2 \frac{\partial K_5}{\partial \beta} + 4m_3 \frac{\partial K_7}{\partial \beta} \right]$$

$$C_{21} = -\frac{1}{2} m_2 \frac{\partial K_3}{\partial \gamma}$$

$$\begin{aligned}
C_{22} &= -\frac{1}{2} m_2 \frac{\partial K_4}{\partial \gamma} \\
C_{23} &= -\frac{1}{2} m_2 \frac{\partial K_5}{\partial \gamma} \\
K_{11} &= \frac{E(I_1 + 3I_2)}{l} \\
K_{12} &= K_{21} = K_{22} = 0 \\
D_{11} &= r \cos(\gamma) \\
D_{12} &= r \cos\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi\right) \\
D_{21} &= -r\beta \sin(\gamma) \\
D_{22} &= -r\beta \sin\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi\right) \\
E_{11} &= \frac{l}{\beta^2} \left(\cos \frac{\beta}{2} - 1\right) + \frac{l}{2\beta} \sin \frac{\beta}{2} \\
E_{12} &= \frac{l}{2\beta} \cos \frac{\beta}{2} - \frac{l}{\beta^2} \sin \frac{\beta}{2} \\
E_{21} &= E_{22} = 0
\end{aligned} \tag{۳۷-۳}$$

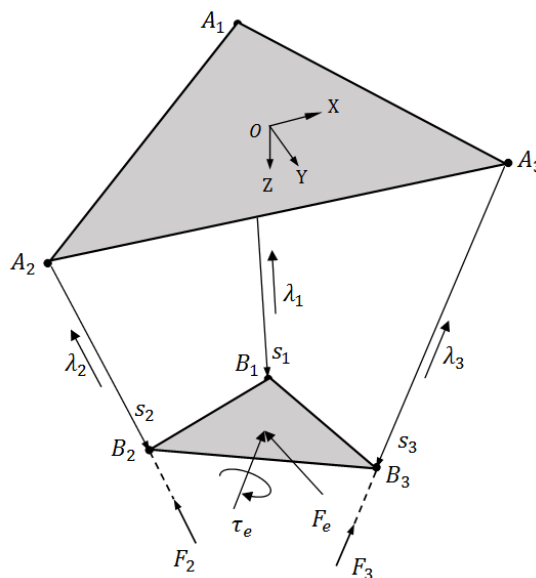
### ۳-۵ عدم قطعیت‌ها

با توجه به موارد ذکر شده در بخش ۳-۳-۱، ربات موازی کابلی که در مدل مرکب مورد استفاده قرار گرفته شامل سه کابل است که در آن تنها امکان کنترل موقعیت صفحه متحرک وجود دارد. چنانچه در حالت تعادل بر قسمت انتهایی ربات موازی گشتاور یا نیروی خارجی اعمال گردد، زوایا و موقعیت آن تغییر می‌کند. برای خنثی سازی تغییر موقعیت و زاویه ناشی از اثر بار و گشتاور خارجی، از روش جبران سازی دینامیکی استفاده می‌گردد، بدین منظور بر روی صفحه متحرک از سه موتور استفاده شده است که در شکل ۳-۱ نشان داده شده است. در مدل مرکب ابتدا ربات موازی کابلی که شامل مخزن سیال است، از یک نقطه شروع به حرکت کرده و به نقطه هدف می‌رسد. در حین این حرکت به علت حرکت سیال داخل مخزن، از طرف سیال به دیواره مخزن نیرو وارد می‌گردد که آن را می‌توان به عنوان عدم قطعیت بار در نظر گرفت. همچنین بعد از رسیدن صفحه متحرک ربات موازی کابلی، بازوی پیوسته به آن متصل می‌گردد. در این حالت،

صفحه متحرک باید ثابت بوده و بازوی پیوسته حرکت لازم را انجام دهد که حرکت بازوی پیوسته باعث اعمال نیرو و گشتاور بر صفحه متحرک شده که می توان آن را به عنوان بار و گشتاور خارجی مدل کرد.

### ۳-۵-۱ جبران سازی اثر بار خارجی بر روی قسمت موازی

شکل ۳-۱۰ ربات موازی کابلی تحت اثر بار خارجی (نیرو و گشتاور) وارد بر صفحه متحرک آن را نشان می دهد. با استفاده از موتورهای جبران ساز، موقعیت و زوایای صفحه متحرک ثابت نگه داشته می شود. برای این منظور ابتدا طبق بخش ۳-۳-۳، زوایای یاو و پیچ و رول، برای حالت بدون بارگذاری به ازای موقعیت مشخص  $P = [x \ y \ z]^T$  محاسبه می گردد. با محاسبه زوایای صفحه به صورت  $\varphi = [\varphi_x \ \varphi_y \ \varphi_z]^T$  می توان بردارهای  $\vec{\lambda}_i$  و  $\vec{r}b_i$  را بدست آورد.



شکل ۳-۱۰ ربات کابلی فضایی تحت بارگذاری خارجی

برای مدل تحت بارگذاری خارجی، با فرض ثابت ماندن موقعیت و زوایا با مقدار موقعیت و زوایا در حالت بدون بارگذاری خارجی، در حالت ایستا معادله تعادل نیرو در رابطه (۳-۱۱) به صورت زیر تغییر می کند

$$\sum_{i=1}^3 \vec{\lambda}_i T_i' - mg\hat{K} - F_e = 0 \quad , \quad i = 1,2,3 \quad (38-3)$$

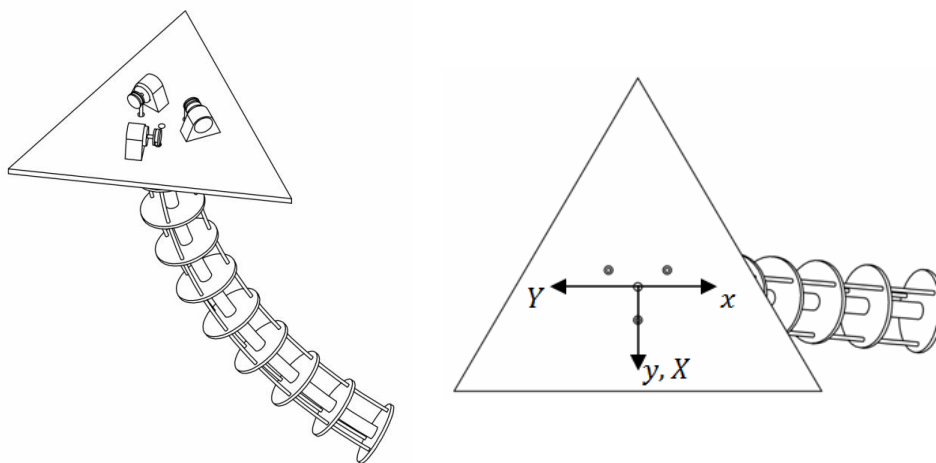
که بردار نیروهای خارجی در دستگاه مختصات مطلق بوده و  $T_i'$  مقدار کشش کابل  $i$ -ام در ربات موازی کابلی در حالت وجود بارگذاری خارجی است. با مشخص بودن موقعیت و زوایای صفحه متحرک، از رابطه (38-3) کشش کابل‌ها محاسبه می‌گردد. همان‌طور که از رابطه (38-3) مشخص است برای برقراری رابطه تعادل نیرو در اثر اعمال بار خارجی، مقدار کشش کابل‌ها در حالت بدون بارگذاری و با بارگذاری خارجی متفاوت است و در نتیجه گشتاور برآیند حول مرکز صفحه در دو حالت متفاوت خواهد بود. این تفاوت مقدار گشتاور تمایل به چرخاندن صفحه متحرک برای رسیدن به حالت تعادل را دارد. برای جلوگیری از این امر، باید موتورهای جبران‌ساز، گشتاوری در خلاف این گشتاور تولید نمایند. برای این منظور در حالت ایستایی، معادله تعادل گشتاور رابطه (39-3) برای مدل تحت گشتاور خارجی همراه با گشتاور جبران‌ساز به صورت زیر تغییر می‌کند

$$\sum_{i=1}^3 \vec{r}b_i \times \vec{\lambda}_i T_i' - \tau_e + \tau_c = 0 \quad , \quad i = 1,2,3 \quad (39-3)$$

که  $\tau_e$  بردار گشتاور خارجی و  $\tau_c$  بردار گشتاور موتورهای جبران‌ساز در دستگاه مختصات مطلق است. با جایگذاری مقادیر بدست آمده برای کشش کابل‌ها و بردار گشتاور خارجی، می‌توان بردار گشتاور جبران‌سازی مورد نیاز که باید توسط موتورهای جبران‌ساز تولید شود را بدست آورد. در حالتی که بازوی پیوسته به انتهای ربات موازی کابلی متصل گردد، هنگام تخلیه سیال در اثر عبور جریان سیال از داخل آن، در محل اتصال بازو به ربات کابلی گشتاور و نیرو منتقل می‌گردد که می‌توان آن را به عنوان بارگذاری خارجی در نظر گرفت. گشتاور منتقل شده از طرف بازو عمود بر صفحه خمش بازو بوده و مقدار آن از رابطه زیر تعیین می‌گردد

$$\tau_f = -R_x \frac{l}{\beta} \sin \frac{\beta}{2} + R_z \frac{l}{\beta} \left(1 - \cos \frac{\beta}{2}\right) - g(m_1 + 3m_2 + nm_3) \left[ (\sin \theta_z) \left(\frac{2l}{\beta^2}\right) \sin^2 \frac{\beta}{2} + (\cos \theta_z) \left(\frac{l}{\beta^2}\right) (\beta - \cos \beta) \right] \quad (40-3)$$

اکنون باید بردار گشتاور اعمال شده از طرف بازو به ربات موازی به دستگاه مختصات مطلق ربات موازی برده شود. در شکل ۱۱-۳ نحوه اتصال بازو و قسمت زیری صفحه متحرک ربات موازی به همراه دستگاه مختصات دیسک ابتدایی (XYZ) و دستگاه نسبی (xyz) آورده شده است که در آن از سه موتور جهت کشش محرک‌های بازوی پیوسته استفاده می‌گردد.



شکل ۱۱-۳ نحوه اتصال بازوی پیوسته به صفحه متحرک

با استفاده از رابطه (۴۱-۳) بردار گشتاور و نیرو از دستگاه مختصات صفحه خمش به دستگاه مختصات مطلق برده می‌شود.

$$\tau_e = RR_T \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_f \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_e = RR_T \begin{bmatrix} R_x \\ 0 \\ R_z \end{bmatrix} \quad (41-3)$$

که  $R$  ماتریس دوران دستگاه نسبی نسبت به دستگاه مختصات مطلق است که از رابطه (۴-۳) محاسبه می‌گردد.  $R_T$  ماتریس دوران دستگاه مختصات صفحه خمش نسبت به دستگاه مختصات نسبی است که از رابطه زیر تعیین می‌گردد

$$R_T = Rot(Z, \gamma - 2\pi) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma - 2\pi) & -\sin(\gamma - 2\pi) & 0 \\ \sin(\gamma - 2\pi) & \cos(\gamma - 2\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42-3)$$

بدین ترتیب، با مشخص بودن نوع و جریان سیال، مقادیر  $R_x$  و  $R_y$  بدست آمده و با جایگذاری در رابطه (41-3) بردارهای  $F_e$  و  $\tau_e$  بدست می‌آیند. برای تولید گشتاور جبران‌سازی مورد نیاز از موتورهای جبران‌ساز استفاده می‌گردد و چنانچه این موتورها به صفحه متحرک ربات کابلی متصل گردند، گشتاور تولیدی آنها به صفحه متحرک انتقال می‌یابد. در شکل 1-3 از سه موتور جبران‌ساز استفاده شده است که جهت محور این سه موتور در جهت محورهای  $x, y, -z$  دستگاه نسبی است. بدین ترتیب بردار گشتاور تولیدی موتورهای جبران‌ساز در دستگاه مطلق به صورت زیر حاصل می‌شود

$$\vec{\tau}_c = R \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ -\tau_3 \end{bmatrix} \quad (43-3)$$

که  $R$  ماتریس دوران دستگاه نسبی نسبت به دستگاه مطلق است که از رابطه (4-3) حاصل می‌شود و  $\tau_i$  گشتاور تولیدی موتور جبران‌ساز  $i$ -ام است. با قرار دادن مقدار  $\vec{\tau}_c$  بدست آمده از رابطه (39-3) در رابطه (43-3)، می‌توان شتاب زاویه‌ای موتورهای جبران‌ساز (برای جلوگیری از تغییر موقعیت و زوایای صفحه متحرک) را بدست آورد.

### ۳-۵-۲ جبران‌سازی اثر نوسانات سیال بر روی بخش موازی

هنگام حرکت ربات، در اثر شتاب در سیال تلاطم بوجود می‌آید. در این بخش، یک روش حلقه باز بر پایه اصل جبران‌سازی دینامیکی برای کاهش نوسانات سیال<sup>1</sup> در اثر حرکت توضیح داده شده است. برای خنثی‌سازی نوسانات نامطلوب سیال، یک روش که شامل تطبیق زاویه ظرف سیال متناسب با شتاب حرکت است در نظر گرفته شده است. در این روش، فرض می‌شود که در طول حرکت بین سیال و ظرف محتوی آن حرکت نسبی وجود ندارد و متناسب با شتاب حرکت، به

<sup>1</sup> Fluid sloshing

ظرف حاوی سیال زاویه داده می‌شود. روش ارائه شده بر اساس نگه داشتن بردار عمود بر سطح سیال در جهت شتاب در طول حرکت است. برای ساده‌سازی تحلیل، فرضیات زیر در نظر می‌شود:

۱. سیال تراکم ناپذیر و غیر لزج در نظر گرفته می‌شود.

۲. تنش برشی صفر است.

۳. حرکت غیر چرخشی است.

۴. از اغتشاشات خارجی صرف‌نظر می‌شود.

شکل ۳-۱۲ ظرف حاوی سیال را تحت حرکت شتاب‌دار نشان می‌دهد که صفحه  $yz$  دستگاه مختصات نشان داده شده حاوی بردار جاذبه و بردار شتاب است. در این حالت، سیال تحت تأثیر شتاب تغییر شکل داده که بردار عمود بر سطح در جهت بردار برآیند شتاب حرکت است. در شکل ۳-۱۲، دستگاه مختصات  $xyz$  را دستگاه مختصات سیال تعریف می‌کنیم که در آن جهت مثبت محور  $z$  دستگاه مختصات در خلاف راستای جاذبه بوده و ثابت است و جهت محور  $y$  در راستای تصویر بردار شتاب روی صفحه افق است که با تغییر جهت بردار شتاب جهت محور  $y$  نیز تغییر می‌کند. با استفاده از قانون دوم نیوتون، معادلات اصلی حرکت برای سیال بدون وجود تنش برشی به‌صورت زیر تعریف می‌شود

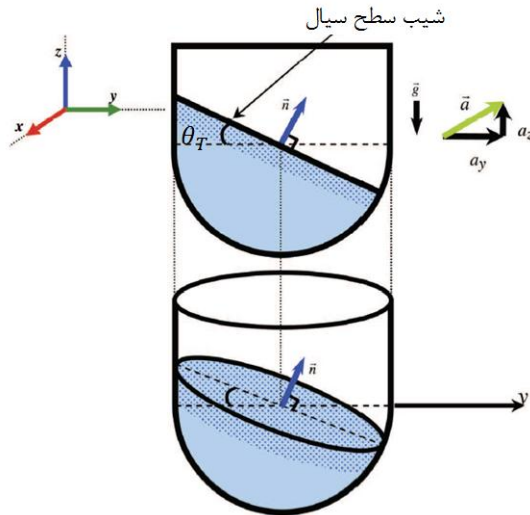
$$(\rho \vec{g} - \nabla P) = \rho \vec{a} \quad (۳-۴۴)$$

که  $\rho$  دانسیته سیال،  $\vec{g}$  بردار گرانش،  $\nabla P$  اختلاف فشار و  $\vec{a}$  شتاب حرکت است. با توجه به اینکه  $a_x = 0$  است، اجزا معادله (۳-۴۴) در جهت محورهای دستگاه مختصات مستطیلی نشان داده

شده در شکل ۳-۱۲ به‌صورت زیر است [۳۴]

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho a_y$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(a_z + g_z) \quad (۲-۴۵)$$



شکل ۳-۱۲ دیگرام آزاد ظرف محتوی سیال بدون جبران‌سازی [۳۴]

با در نظر گرفتن فشار  $P$  در مختصات  $x$  و  $y$ ، تغییر فشار بین این مختصات با مختصات  $x + dx$  و  $y + dy$  به صورت زیر است

$$dP = \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz \quad (۴۶-۳)$$

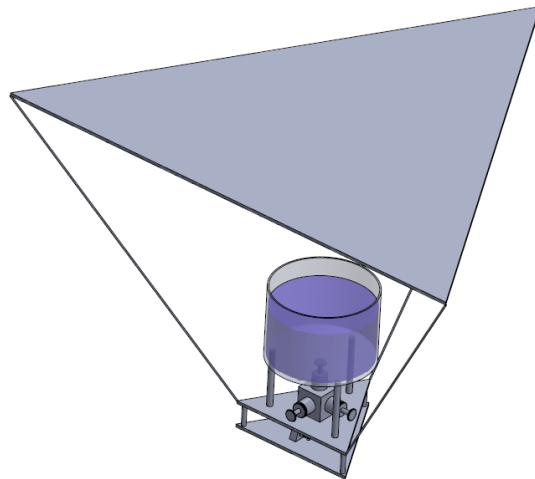
با جایگذاری رابطه (۴۵-۳) در (۴۶-۳) و با توجه به صفر بودن تغییرات فشار، زاویه چرخش مورد نیاز به صورت زیر بدست می‌آید [۳۴]

$$\theta_T(t) = \tan^{-1} \left( \frac{dz}{dy} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{a_y(t)}{a_z(t) + g_z} \right) \quad (۴۷-۳)$$

که  $\theta_T$  زاویه چرخش<sup>۱</sup> مورد نیاز در صفحه حرکت است که باید در طول حرکت به ظرف حاوی سیال داده شود تا اثرات نوسانات سیال خنثی گردد. با دادن زاویه چرخش مورد نیاز به ظرف حاوی سیال در هر لحظه، سطح سیال به موازات سطح کف ظرف باقی خواهد ماند و بدین ترتیب بین ظرف سیال و سیال حرکتی وجود نخواهد داشت. از آنجایی که در طول حرکت شتاب حرکت بر حسب زمان تغییر می‌کند، زاویه جبران‌سازی نیز تابعی بر حسب زمان است. شکل ۳-۱۳ ربات موازی کابلی همراه با مخزن سیال بر روی صفحه متحرک را نشان می‌دهد.

<sup>۱</sup> Tilting angle





شکل ۳-۱۳ ربات موازی کابلی فضایی همراه با مخزن سیال و موتورهای جبران‌ساز

در این مدل، صفحه متحرک از نقطه‌ای به نقطه دیگر بر روی مسیر مشخص حرکت کرده و معادلات حرکت انتقالی برحسب زمان مشخص است. از آنجایی که سیستم زیرمقید است، برای کنترل زوایای یاو و پیچ و رول از موتورهای جبران‌ساز استفاده می‌گردد. زوایای یاو و پیچ و رول در طول حرکت باید طوری انتخاب گردد که نوسانات سیال را از بین ببرد. برای خنثی سازی نوسانات سیال، سطح صفحه متحرک باید در طول حرکت به موازات سطح سیال قرار گیرد، یعنی باید محور  $z$  دستگاه مختصات نسبی با بردار عمود بر سطح سیال موازی و خلاف جهت باشد که زاویه بردار عمود بر سطح سیال با بردار گرانش طبق رابطه (۳-۴۷) بدست می‌آید. با مشخص بودن موقعیت  $x, y, z$  مرکز صفحه متحرک برحسب زمان می‌توان نوشت

$$a_y = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$

$$a_z = -\ddot{z} \quad (۳-۴۸)$$

با چرخش صفحه متحرک به اندازه  $\theta_T$  حول بردار عمود بر تصویر بردار شتاب در صفحه  $xy$  در طول حرکت، صفحه متحرک به موازات سطح سیال قرار می‌گیرد، بدین ترتیب ماتریس دوران دستگاه مختصات نسبی نسبت به دستگاه مختصات مطلق به صورت زیر است

$$R_f = \begin{bmatrix} k_x^2 v_{\theta_T} \cos \theta_T & k_x k_y v_{\theta_T} - k_z \sin \theta_T & k_x k_z v_{\theta_T} + k_y \sin \theta_T \\ k_x k_y v_{\theta_T} + k_z \sin \theta_T & k_y^2 v_{\theta_T} \cos \theta_T & k_y k_z v_{\theta_T} - k_x \sin \theta_T \\ k_x k_z v_{\theta_T} - k_y \sin \theta_T & k_y k_z v_{\theta_T} + k_x \sin \theta_T & k_z^2 v_{\theta_T} \cos \theta_T \end{bmatrix} \quad (49-3)$$

که

$$k_x = \frac{\dot{y}^2}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}$$

$$k_y = -\frac{\dot{x}^2}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}$$

$$k_z = 0$$

$$v_{\theta_T} = 1 - \cos \theta_T \quad (50-3)$$

با جایگذاری رابطه (48-3) در رابطه (47-3) زاویه چرخش مورد نیاز حاصل می‌شود. همانطور که در رابطه (47-3) مشاهده می‌شود با نزدیک شدن مقدار شتاب در جهت گرانش به مقدار شتاب گرانش مقدار مخرج کسر به صفر نزدیک شده و مقدار کسر به بی‌نهایت میل می‌کند که این باعث میل کردن زاویه چرخش به مقدار  $\pi/2$  می‌شود و با افزایش شتاب در جهت گرانش زاویه چرخش از  $\pi/2$  عبور می‌کند، با توجه به این موضوع باید از شتاب‌های بزرگتر و شتاب‌های نزدیک به شتاب جاذبه در جهت  $-z$  دستگاه مختصات سیال پرهیز کرد.

با بدست آمدن زاویه چرخش باید از روی مقدار آن زوایای یاو و پیچ و رول را بدست آورد. با مساوی هم قرار دادن  $R_f$  از رابطه (49-3) و  $R$  از رابطه (4-3)، زوایای یاو و پیچ و رول به صورت زیر حاصل می‌گردد

$$\theta = -\sin^{-1}[R_f(3,1)]$$

$$\psi = \sin^{-1}\left[\frac{R_f(3,2)}{\cos \theta}\right]$$

$$\varphi = \cos^{-1}\left[\frac{R_f(1,1)}{\cos \theta}\right] \quad (51-3)$$

در نهایت با مشخص بودن موقعیت و زوایای صفحه متحرک با استفاده از رابطه زیر کشش کابل‌ها و گشتاور جبران‌سازی مورد نیاز محاسبه می‌گردد

$$D\ddot{X} + C + G = J^T T + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ \tau_c \end{bmatrix} \quad (52-3)$$

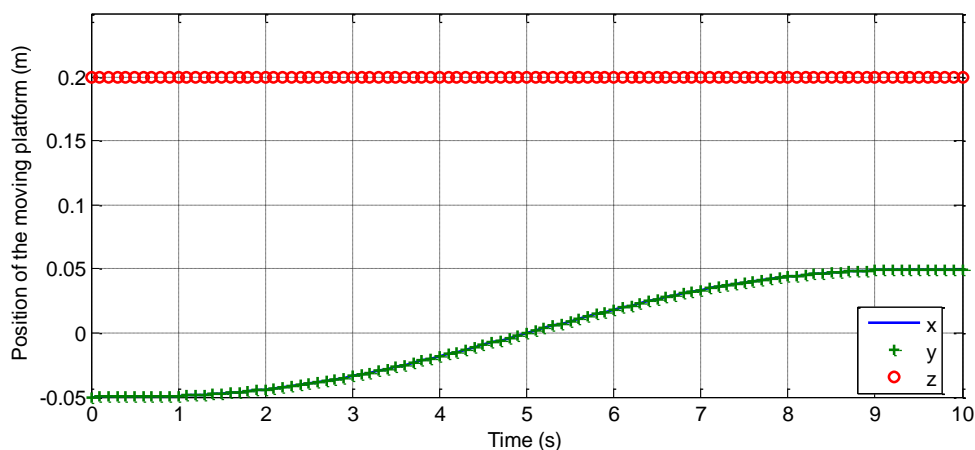
که  $\tau_c$  گشتاور جبران‌سازی مورد نیاز بوده و ماتریس‌های رابطه فوق در رابطه (۱۹-۳) تعریف شده است.

### ۳-۶ شبیه‌سازی

**مثال ۱-** در این مثال، برای حرکت ربات موازی کابلی فضایی بدون مخزن سیال و بازوی پیوسته، برای حرکت روی مسیر مشخص برحسب زمان، کشش کابل‌ها، زوایای صفحه متحرک، سرعت محور و گشتاور تولیدی موتورهای کشنده کابل‌ها در طول زمان حرکت بدست می‌آید. با مشخص بودن مسیر حرکت، برای بدست آوردن کشش کابل‌ها و زوایای صفحه متحرک از فرم بسته دینامیکی رابطه (۱۲-۲) استفاده می‌گردد و ماتریس‌ها از رابطه (۱۹-۳) محاسبه می‌گردد. با بدست آمدن زوایا و مشخص بودن موقعیت مرکز صفحه متحرک، از رابطه (۸-۳) طول کابل‌ها محاسبه می‌گردد و از روی طول کابل‌ها زوایای موتور بدست می‌آید. با داشتن زوایای موتور و کشش کابل‌ها در هر لحظه می‌توان گشتاور تولیدی موتور را از رابطه زیر بدست آورد

$$\tau = rT + c\dot{\theta}_m + J\ddot{\theta}_m \quad (53-3)$$

که  $r$  شعاع پولی،  $J$  اینرسی دورانی محور موتور و  $c$  ضریب اصطکاک ویسکوز محور موتور است.



شکل ۳-۱۴ موقعیت مرکز صفحه متحرک

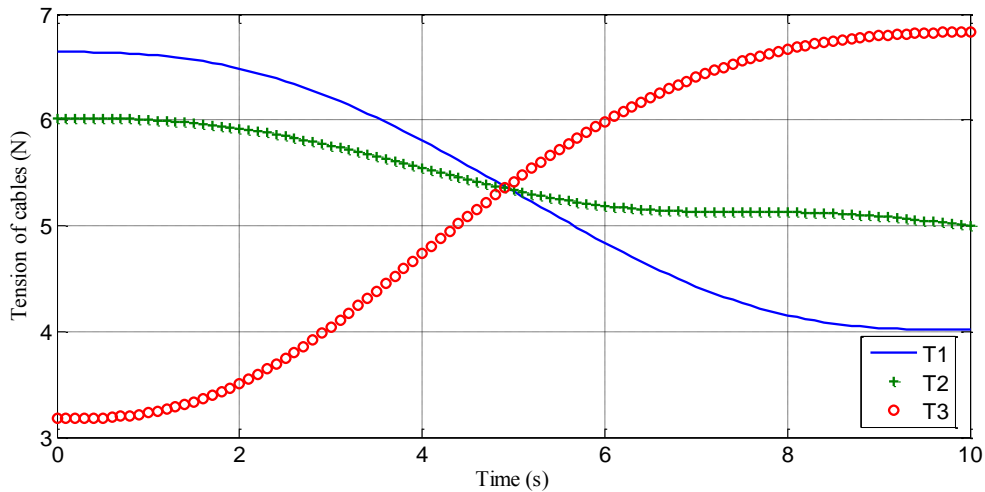
مسیر حرکت برحسب زمان در شکل ۳-۱۴ داده شده است.

جدول ۲-۳ پارامترهای ربات موازی کابلی فضایی

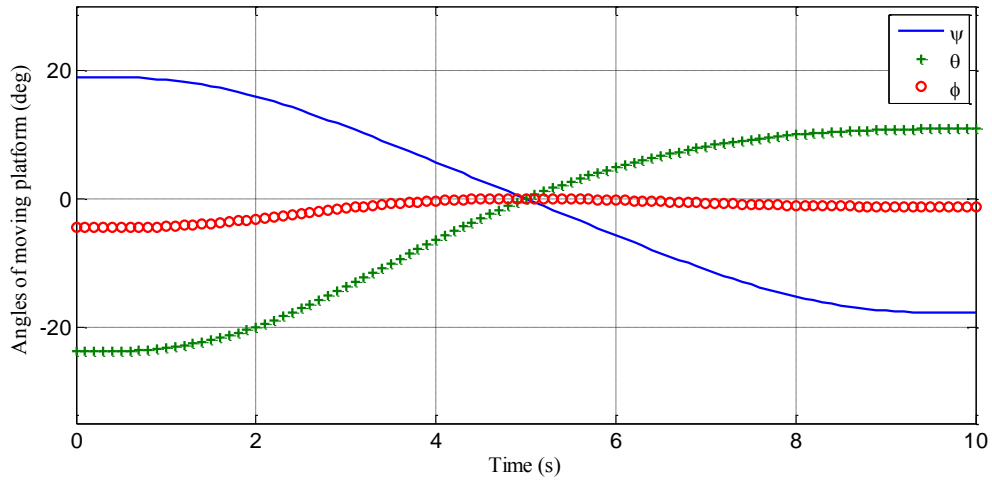
واحد	مقدار	پارامتر
m	$D = 0.5$	طول ضلع صفحه ثابت
m	$d = 0.05$	طول ضلع صفحه متحرک
kg	$m = 1$	جرم صفحه متحرک
kg. m <sup>2</sup>	$J = 10^{-3}$	اینرسی دورانی محور موتورهای کشنده کابل‌ها
N.m.s/rad	$c = 5 \times 10^{-3}$	ضریب اصطکاک ویسکوز
m	$r = 0.01$	شعاع پولی‌ها
kg. m <sup>2</sup>	$I_{xx} = I_{yy} = 4.568 \times 10^{-3}$ $I_{zz} = 9.134 \times 10^{-3}$	اینرسی دورانی صفحه متحرک

برای سیستم با پارامترهای جدول ۲-۳ و مسیر حرکت شکل ۱۴-۳ نتایج به صورت زیر حاصل

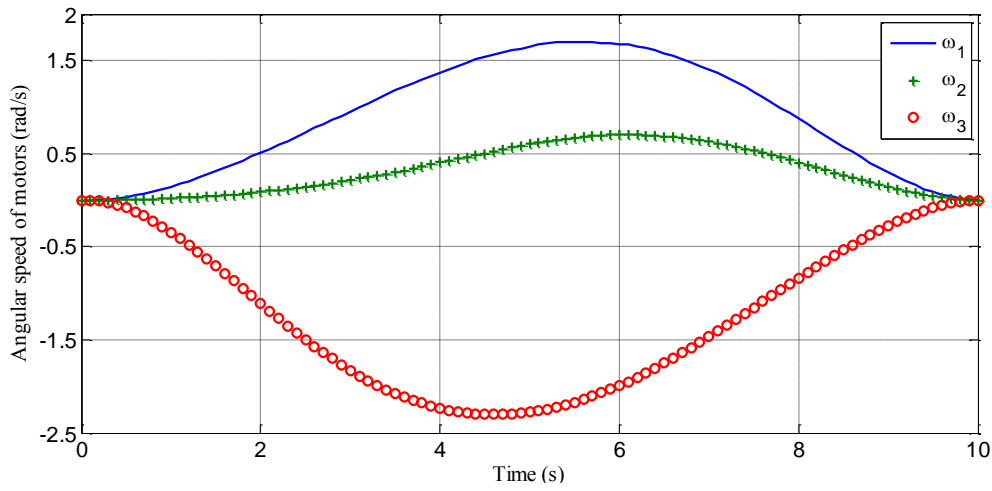
می‌گردد



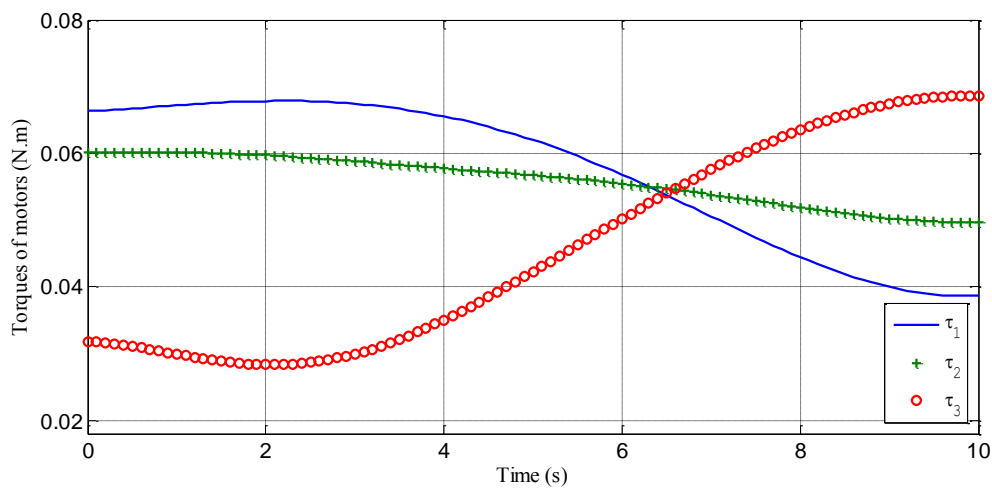
شکل ۱۵-۳ مقادیر کشش کابل‌ها



شکل ۳-۱۶ مقادیر زوایای صفحه متحرک



شکل ۳-۱۷ مقادیر سرعت زاویه‌ای موتورهای کشنده کابل‌ها

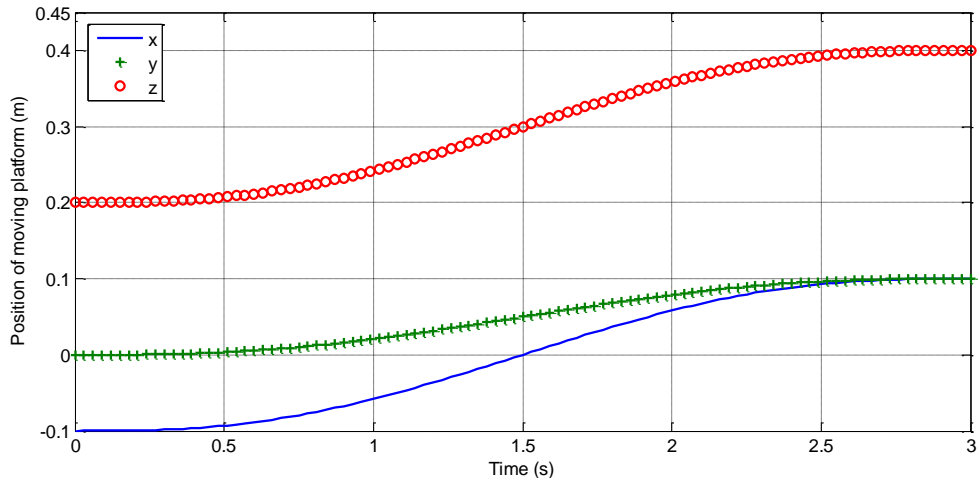


شکل ۳-۱۸ مقادیر گشتاور تولیدی موتورهای کشنده کابل‌ها

**مثال ۲-** در این مثال، برای حرکت ربات موازی کابلی فضایی با مخزن سیال و بدون بازوی پیوسته، برای حرکت روی مسیر مشخص برحسب زمان، کشش کابل‌ها، زوایای صفحه متحرک، سرعت محور و گشتاور تولیدی موتورهای کشنده کابل‌ها و شتاب زاویه‌ای موتورهای جبران‌ساز در طول زمان حرکت بدست می‌آید. با مشخص بودن مسیر حرکت مرکز صفحه متحرک، با استفاده از رابطه (۳-۴۷)، زاویه چرخش مورد نیاز برای جلوگیری از تلاطم سیال محاسبه شده و با استفاده از رابطه (۳-۵۱) زوایای یاو و پیچ و رول محاسبه می‌گردد. با بدست آمدن زوایای یاو و پیچ و رول و مشخص بودن موقعیت صفحه متحرک، با استفاده از رابطه (۳-۵۲) مقدار گشتاور جبران‌سازی مورد نیاز بدست آمده و با استفاده از رابطه (۳-۴۳) مقدار گشتاور تولیدی مورد نیاز موتورهای جبران‌ساز محاسبه می‌گردد.

جدول ۳-۳ پارامترهای ربات موازی کابلی فضایی با مخزن سیال

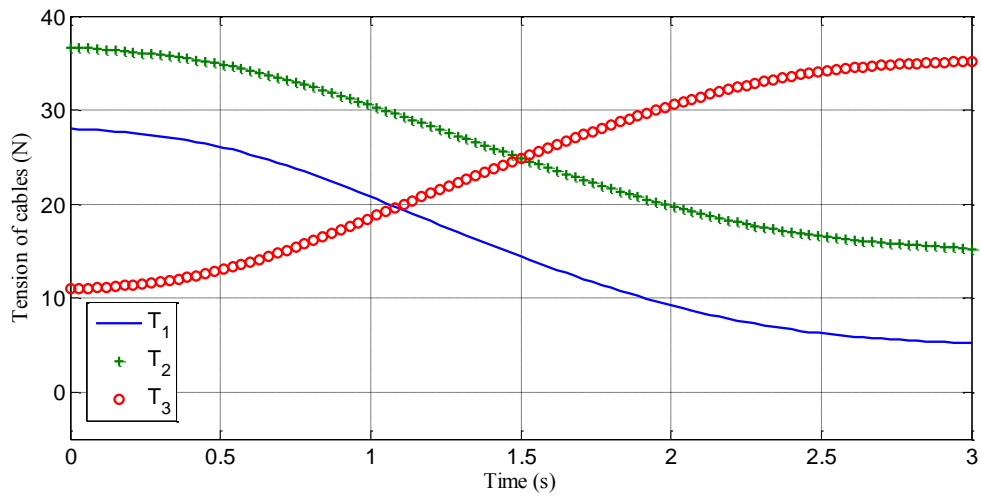
واحد	مقدار	پارامتر
m	$D = 0.5$	طول ضلع صفحه ثابت
m	$d = 0.05$	طول ضلع صفحه متحرک
kg	$m = 1$	جرم صفحه متحرک
kg	$m_{fluid} = 4$	جرم مخزن سیال
kg. m <sup>2</sup>	$J = 10^{-3}$	اینرسی دورانی محور موتورهای کشنده کابل‌ها
N.m.s/rad	$c = 5 \times 10^{-3}$	ضریب اصطکاک ویسکوز
m	$r = 0.01$	شعاع پولی‌ها
kg. m <sup>2</sup>	$I_{xx} = I_{yy} = 4.568 \times 10^{-3}$ $I_{zz} = 9.134 \times 10^{-3}$	اینرسی دورانی صفحه متحرک



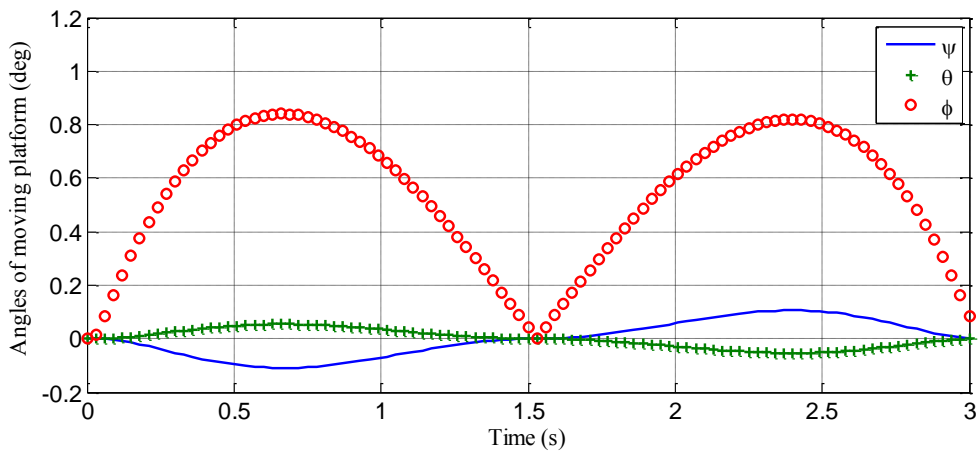
شکل ۱۹-۳ موقعیت مرکز صفحه متحرک

مسیر حرکت برحسب زمان در شکل ۱۹-۳ داده شده است. برای سیستم با پارامترهای جدول ۳-۳

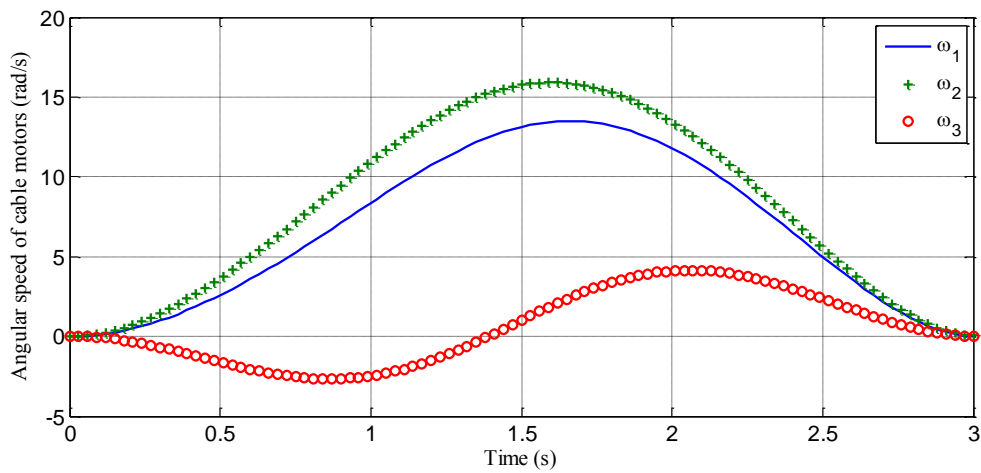
و مسیر شکل ۱۹-۳ نتایج به صورت زیر حاصل می گردد



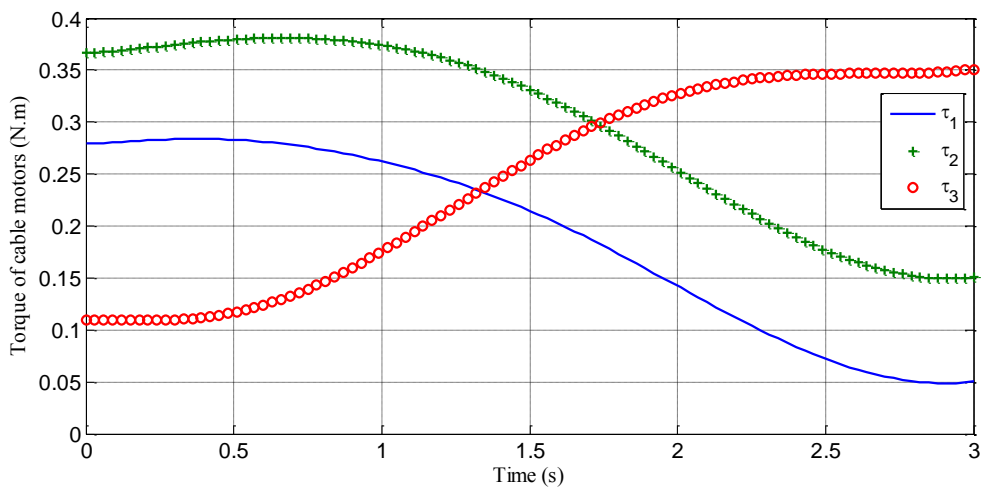
شکل ۲۰-۳ مقادیر کشش کابلها



شکل ۲۱-۳ مقادیر زوایای صفحه متحرک

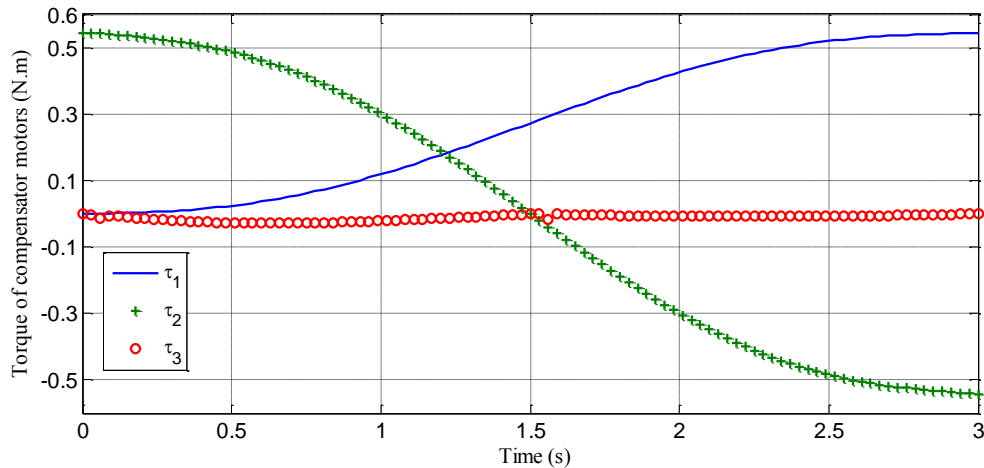


شکل ۲۲-۳ سرعت محور موتورهای کشنده کابلها



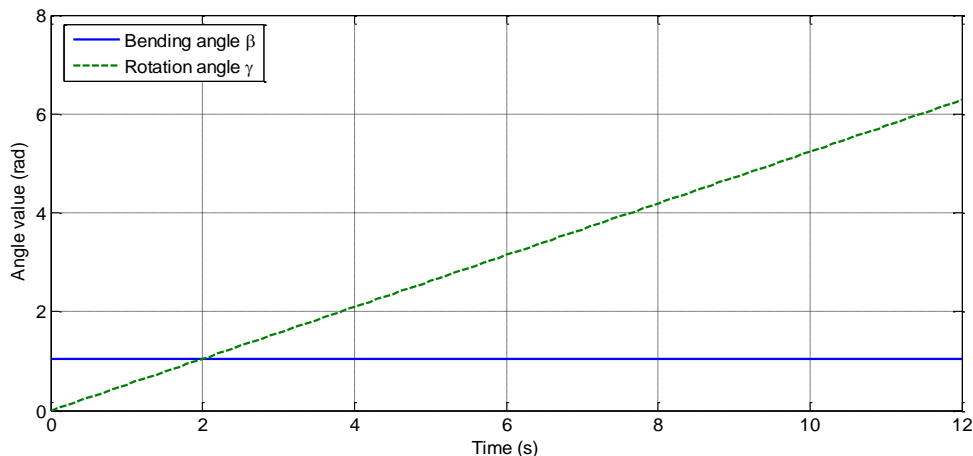
شکل ۲۳-۳ گشتاور تولیدی موتورهای کشنده کابلها





شکل ۳-۲۴ گشتاور موتورهای جبران ساز

**مثال ۳-** در این مثال، ربات موازی کابلی و بازوی پیوسته به یکدیگر متصل بوده و ربات موازی کابلی در نقطه مشخصی قرار گرفته و ثابت است و بازوی پیوسته حرکت می کند. از آنجایی که بازوی پیوسته به صفحه متحرک نیرو و گشتاور وارد می کند، موتورهای جبران ساز باید جهت جلوگیری از چرخش و تغییر موقعیت صفحه متحرک گشتاور لازم را تولید کنند. با استفاده از رابطه (۳-۴۱) مقادیر گشتاور و نیروی اعمالی از بازوی پیوسته بر صفحه متحرک محاسبه می گردد. از آنجایی که ربات موازی باید ثابت باشد، با مشخص بودن موقعیت صفحه متحرک، زوایای آن از استاتیک مسئله بدست می آید. با جایگذاری مقادیر گشتاور و نیروی اعمالی از طرف بازوی پیوسته در رابطه (۳-۳۸) و با مشخص بودن زوایا و موقعیت صفحه متحرک، مقدار کشش کابلها محاسبه می گردد. با جایگذاری مقدار کشش کابل های بدست آمده در رابطه (۳-۳۹) می توان گشتاور جبران سازی مورد نیاز را بدست آورد و با استفاده از رابطه (۳-۴۳) شتاب زاویه ای مورد نیاز موتورهای جبران ساز جهت تولید گشتاور جبران ساز محاسبه می گردد. همچنین با مشخص بودن جریان سیال و مسیر حرکت بازوی پیوسته، با استفاده از رابطه (۳-۳۶) نیروی تحریک مورد نیاز برای حرکت بازوی پیوسته بدست می آید. مسیر حرکت بازوی پیوسته بر حسب زوایای آن در شکل ۳-۲۵ نشان داده شده است.

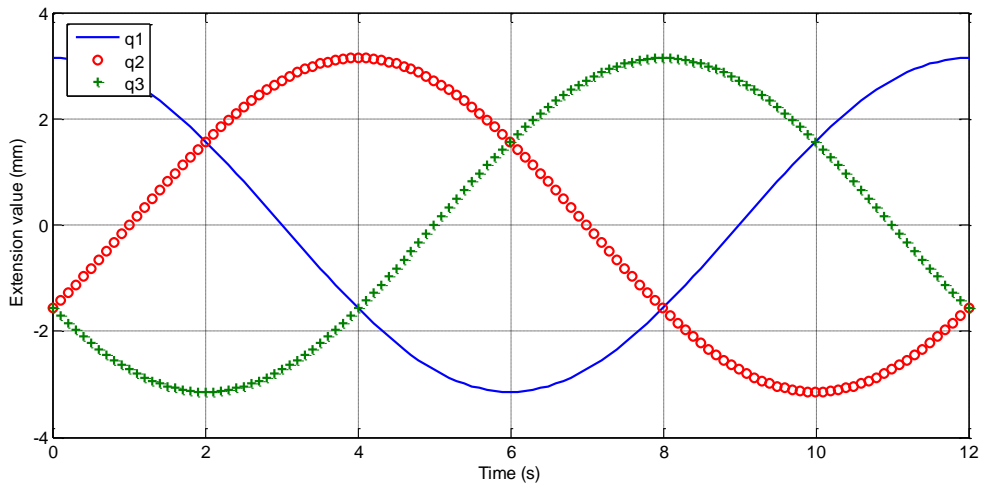


شکل ۳-۲۵ زوایای خمش و چرخش بازوی پیوسته

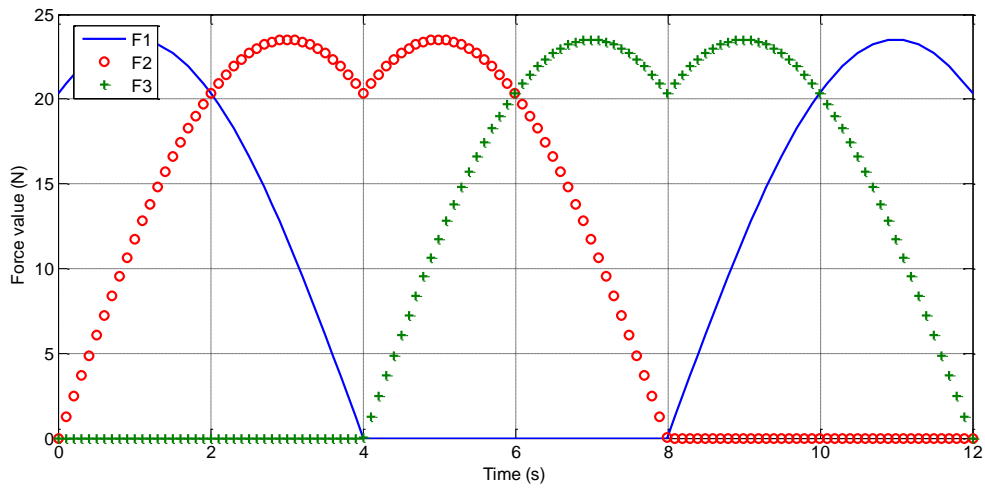
جدول ۳-۴ پارامترهای ربات موازی کابلی فضایی با بازوی پیوسته

واحد	مقدار	پارامتر
g	$m_1 = m_2 = m_3 = 100$	جرم اعضای بازو
mm	$r = 3$	فاصله ستون فقرات اصلی و ثانویه
mm	$l = 150$	طول بازو
Gpa	$E = 6.5$	مدول الاستیسیته ستون فقرات
mm <sup>4</sup>	$I_1 = I_2 = 0.102$	ممان اینرسی سطوح ستون فقرات
Pa.s	$\mu = 100$	ویسکوزیته سیال
kg/m <sup>3</sup>	$\rho = 3000$	چگالی سیال
m/s	$V = 0.1$	سرعت خروجی سیال
m	$P = [0 \ 0 \ 0]^T$	موقعیت مرکز صفحه متحرک
m	$D = 0.5$	طول ضلع صفحه ثابت
m	$d = 0.05$	طول ضلع صفحه متحرک

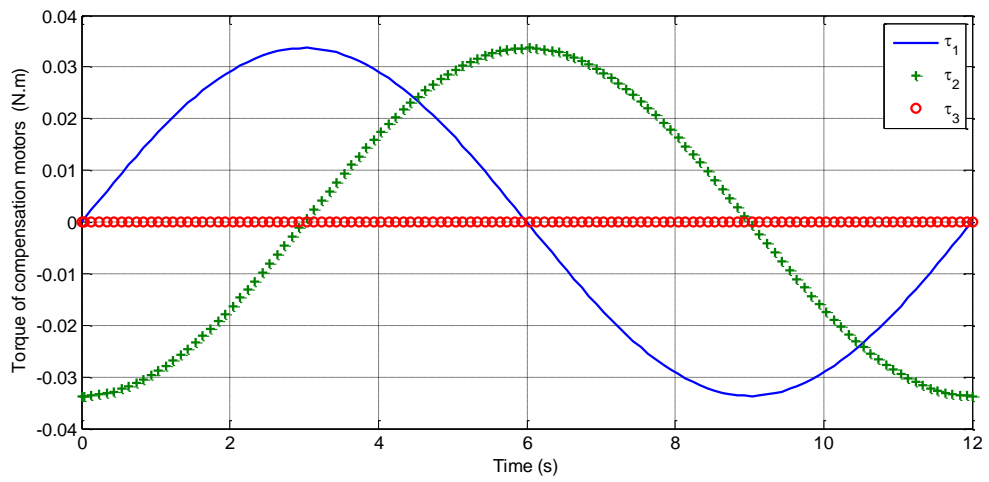
برای سیستم با پارامترهای جدول ۳-۴ و مسیر شکل ۳-۲۵ نتایج به صورت زیر حاصل می شود



شکل ۲۶-۳ تغییرات طول ستون‌های فقرات ثانویه



شکل ۲۷-۳ نیروی کشش ستون‌های فقرات ثانویه



شکل ۲۸-۳ گشتاور موتورهای جبران‌ساز



فصل چہارم

طراحی مسیر بہینہ

یکی از مباحث مهم در مسائل رباتیک، طراحی مسیر بهینه<sup>۱</sup> برای حرکت ربات است. در بحث طراحی مسیر، ممکن است بخواهیم ربات تحت شرایطی از یک نقطه شروع به حرکت کرده و به نقطه دیگر با شرایط مشخص برسد که این شرایط ابتدایی و انتهایی می‌تواند شامل موقعیت، سرعت و شتاب ربات باشد. هدف این فصل پیدا کردن مسیر بهینه برای حرکت بین دو نقطه با ارضای شرایط ابتدایی و انتهایی است. مسیر بهینه می‌تواند با توجه به معیارهای زمان حرکت، تلاش کنترلی، کنترل پایانه و تعقیب طراحی گردد. در این فصل، برای مدل‌های ارائه‌شده مسیر بهینه حرکت با توجه به معیارهای موردنظر و روابط دینامیک حاصل می‌شود. در طراحی مسیر بهینه از اصول کنترل بهینه استفاده شده است. وظیفه کنترل بهینه تعیین مقادیر کنترل (نیرو و یا گشتاور اعمالی توسط محرکه‌ها) است به گونه‌ای که یک تابع هدف<sup>۲</sup> و معیار عملکرد<sup>۳</sup> را کمینه کند و هم‌زمان قيود فیزیکی را نیز ارضا نماید. معیار عملکرد موردنظر در بعضی مسائل مشخص و واضح است مانند مسئله کنترل زمان بهینه که تابع هدف به‌طور مشخص زمان طی شده است، اما در بعضی موارد انتخاب معیار عملکرد مناسب، موضوع اصلی است. در حالت کلی، معیار عملکرد در مسائل کنترل بهینه به‌فرم زیر در نظر گرفته می‌شود

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt \quad (1-4)$$

که  $g$  و  $h$  توابعی از حالت‌ها ( $x$ )، کنترل‌ها ( $u$ ) و زمان ( $t$ ) هستند.  $x$  بردار وضعیت  $n \times 1$  و  $u$  بردار  $m \times 1$  ورودی‌های کنترل می‌باشند. در اینجا  $h$ ، حالت‌ها را در وضعیت نهایی نشان می‌دهد و  $g$  یک تابع وابسته به کل بازه زمانی است. هدف کنترل بهینه یافتن کنترل  $u$  است به گونه‌ای که باعث می‌شود سیستم با معادله دینامیکی رابطه (۲-۴)، مسیر  $x$  را با شرایط مرزی داده‌شده دنبال

<sup>1</sup> Optimal trajectory planning

<sup>2</sup> Objective function

<sup>3</sup> Performance index

نماید و  $J$  را کمینه کند.

$$\dot{x} = a(x(t), u(t), t) \quad (۲-۴)$$

## ۲-۴ بیان ریاضی مسئله

معادلات دینامیکی یک سیستم در حالت کلی نوشته می‌شود

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = J^T u \quad (۳-۴)$$

که بردار مختصات‌های تعمیم‌یافته،  $M \in R^{n \times n}$  ماتریس اینرسی،  $C \in R^{n \times 1}$  بردار

نیروهای کوریولیس و جانب مرکز،  $G \in R^{n \times 1}$  بردار نیروهای جاذبه،  $J^T \in R^{n \times m}$  ماتریس ژاکوبین

نیرو و  $u \in R^{m \times 1}$  بردار نیروهای اعمالی از طرف محرک‌ها است. با تعریف بردار حالت  $x \in R^{2n \times 1}$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (۴-۴)$$

معادله دینامیکی سیستم در فرم فضای حالت به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ N(x) + Z(x_1)u \end{bmatrix} \quad (۵-۴)$$

که در آن

$$Z(x) = M^{-1}J^T \quad (۶-۴)$$

$$N(x) = -M^{-1}(C + G)$$

وظیفه کنترل بهینه تعیین حالت‌های  $X$  و کنترل  $U$  است به گونه‌ای که سیستم با معادله (۵-۴) از

شرایط ابتدایی حرکت کرده

$$x_1(0) = x_{10}, \quad x_2(0) = x_{20} \quad (۷-۴)$$

و به شرایط انتهایی برسد

$$x_1(t_f) = x_{1f}, \quad x_2(t_f) = x_{2f} \quad (۸-۴)$$

به گونه‌ای که معیار عملکرد مورد نظر را کمینه کند، همچنین مقادیر کنترل از محدوده مجاز تجاوز

نکند.

$$u_i^- \leq u_i \leq u_i^+ \quad (9-4)$$

### ۳-۴ حل مسئله کنترل بهینه

برای حل مسئله بهینه‌سازی دو روش کلی وجود دارد. روش اول روش غیرمستقیم نامیده می‌شود مبتنی بر حساب تغییرات<sup>۱</sup> و تابع همیلتونین<sup>۲</sup> است. در این روش، با استفاده از تابع همیلتونین، مقادیر بهینه کنترل بدست آمده و با جایگذاری مقادیر کنترل بهینه در معادلات دینامیک، مسئله بهینه‌سازی به مسئله مقدار مرزی با شرایط ابتدایی و انتهایی مشخص<sup>۳</sup> تبدیل می‌گردد که با حل آن می‌توان مسیر بهینه حرکت را بدست آورد. روش دوم روش مستقیم نامیده می‌شود مبتنی بر گسسته‌سازی یا پارامتری کردن است و با تخمین حالت‌ها و کنترل‌ها با استفاده از توابع تخمین مشخص مسئله بهینه‌سازی به مسئله غیرخطی تبدیل می‌گردد که با حل آن مقادیر بهینه کنترل و مسیر بهینه حرکت حاصل می‌شود. در این فصل، با استفاده از دو روش حل، برای مدل‌های ارائه‌شده در فصول قبل، مسیر بهینه حرکت برای حرکت بین دو نقطه بدست آمده و نتایج دو روش با یکدیگر مقایسه می‌گردند.

### ۱-۳-۴ روش حل غیرمستقیم

روش حل غیرمستقیم بر پایه حساب تغییرات است و شرایط بهینگی بر اساس معادله اویلر<sup>۴</sup> محاسبه می‌گردد. حساب تغییرات شاخه‌ای از علم ریاضی است که به مسائل مینیمم کردن تابعی‌ها می‌پردازد. در اینجا منظور از تابعی، یک تابع بر حسب توابع دیگر است. حساب تغییرات بر پایه تئوری اساسی تغییرات است، که در ادامه بیان می‌شود. برای حل مسئله بهینه‌سازی با استفاده از روش غیرمستقیم، دو حالت کلی وجود دارد. در حالت اول بر روی ورودی کنترل محدودیت

<sup>1</sup> Calculus of variations

<sup>2</sup> Hamiltonian function

<sup>3</sup> Two-point boundary value problem (TPBVP)

<sup>4</sup> Euler equation



وجود ندارد و در حالت دوم ورودی‌های کنترل دارای محدودیت می‌باشند.

#### ۱-۱-۳-۴ استخراج شرایط بهینگی بدون محدودیت ورودی‌های کنترلی

معیار عملکرد تعریف شده در رابطه (۱-۴) با فرض مشتق‌پذیری  $h$  می‌تواند به صورت زیر نوشته شود

$$J_a = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ g(x(t), u(t), t) + \frac{d}{dt} [h(x(t), t)] \right\} dt + h(x(t_0), t_0) \quad (10-4)$$

از آنجایی که  $x_0$  ثابت است  $h(x(t_0), t_0)$  هیچ تأثیری ندارد پس می‌توان از آن صرف نظر کرد. با تعریف شبه حالت‌ها<sup>۱</sup> یا ضرایب لاگرانژ<sup>۲</sup> و استفاده از قاعده زنجیره‌ای در دیفرانسیل رابطه (۱۰-۴) به صورت زیر درمی‌آید

$$J_a = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ g(x(t), u(t), t) + \left[ \frac{\partial h}{\partial x} \right]^T \dot{x}(t) + \frac{\partial h}{\partial t} + p^T [a(x(t), u(t), t) - \dot{x}(t)] \right\} dt \quad (11-4)$$

یا

$$J_a = \int_{t_0}^{t_f} g_a(x(t), \dot{x}(t), u(t), p(t), t) dt \quad (12-4)$$

که  $g_a(x(t), \dot{x}(t), u(t), p(t), t)$  انتگرانت رابطه (۱۱-۴) است. در مسئله بهینه‌سازی، حالت‌ها در زمان ابتدایی مشخص و ثابت بوده اما زمان و حالت‌های انتهایی می‌تواند آزاد باشد. با توجه به با تعریف تغییرات  $\delta x, \delta \dot{x}, \delta u, \delta p, \delta t_f$  تغییرات  $J_a$  به صورت زیر حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} \delta J_a = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \left[ \frac{\partial g_a}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial g_a}{\partial \dot{x}} \right] \delta x + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial u} \right] \delta u + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial p} \right] \delta p \right\} \\ + \left[ \frac{\partial g_a}{\partial \dot{x}} \right]_{t_f} \delta x_f + \left[ g_a - \left( \frac{\partial g_a}{\partial \dot{x}} \right) \dot{x} \right]_{t_f} \delta t_f \end{aligned} \quad (13-4)$$

برای اینکه  $\delta J_a$  صفر شود، باید رابطه (۱۳-۴) به ازای کلیه تغییرات قابل قبول  $\delta x, \delta u, \delta p$  برابر صفر باشد، در نتیجه باید ضرایب تغییرات موجود در براکت صفر گردند. به این ترتیب شرایط بهینگی

<sup>1</sup> Costate

<sup>2</sup> Lagrange coefficient

به صورت زیر حاصل می شود [۳۵]

$$\frac{\partial g}{\partial u} + \left[ \frac{\partial a}{\partial u} \right]^T p = 0 \quad (۱۴-۴)$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} + \left[ \frac{\partial a}{\partial x} \right]^T p + \dot{p} = 0 \quad (۱۵-۴)$$

$$a - \dot{x} = 0 \quad (۱۶-۴)$$

$$\left[ \frac{\partial h}{\partial x} - p \right]_{t_f} \delta x_f + \left[ g + \frac{\partial h}{\partial t} + p^T a \right]_{t_f} \delta t_f = 0 \quad (۱۷-۴)$$

روابط (۱۴-۴) تا (۱۷-۴) شرایط لازم بهینگی جهت کمینه کردن معیار عملکرد  $J_a$  می باشند.

هدف این فصل، طراحی مسیر بهینه حرکت برای حرکت بین دو نقطه است، در این شرایط، حالت-

ها در ابتدا و انتها مشخص بوده و  $\delta x_f$  صفر است، در نتیجه رابطه (۱۷-۴) به صورت زیر درمی آید

$$\left[ g + \frac{\partial h}{\partial t} + p^T a \right]_{t_f} = 0 \quad (۱۸-۴)$$

تابع همیلتونین به صورت زیر تعریف می گردد

$$H(x, u, p, t) = g(x, u, t) + p^T [a(x, u, t)] \quad (۱۹-۴)$$

با تعریف تابع همیلتونین، نتایج حاصل برای حل مسئله بهینه سازی موجود از دیدگاه همیلتونین

به صورت زیر حاصل می شود [۳۵]

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (۲۰-۴)$$

$$\dot{p} = - \frac{\partial H}{\partial t} \quad (۲۱-۴)$$

$$\dot{x} = a(x, u, t) \quad (۲۲-۴)$$

$$\left[ H + \frac{\partial h}{\partial t} \right]_{t_f} = 0 \quad (۲۳-۴)$$

با معلوم بودن حالتها در زمان نهایی، با استفاده از رابطه (۲۳-۴)، زمان بهینه حرکت حاصل

می شود. با استفاده از رابطه (۲۰-۴) یک معادله جبری بر حسب ورودی کنترلی، حالتها و شبه

حالتها حاصل می گردد که با حل آن قانون کنترلی لازم بر حسب حالتها و شبه حالتها حاصل

می شود. با جایگذاری کنترل بدست آمده و جایگذاری آن در روابط (۲۱-۴) و (۲۲-۴) مسئله

بهینه‌سازی به مسئله مقدار مرزی تبدیل می‌گردد. برای سیستم با  $n$  حالت  $4n$  معادله دیفرانسیل حاصل می‌شود که  $2n$  معادله مربوط به حالت‌ها و  $2n$  معادله مربوط به شبه حالت‌ها است. از آنجا که شرایط مرزی در زمان شروع و پایان حرکت مشخص است، بنابراین  $2n$  شرط مرزی در زمان اولیه و  $2n$  شرط مرزی در زمان نهایی  $t_f$  خواهیم داشت. در نتیجه مسئله قابل حل بوده و با حل آن حالت‌ها و شبه حالت‌ها بر حسب زمان حاصل می‌شود.

#### ۴-۳-۱-۲ استخراج شرایط بهینگی با محدودیت ورودی‌های کنترلی

در حالتی که روی ورودی‌های کنترلی محدودیت وجود داشته باشد دیگر نمی‌توان از رابطه (۴-۲۰) برای بدست آوردن قانون کنترل استفاده کرد. در این حالت، برای بدست آوردن قانون کنترلی، از اصل مینیمم پونتریاگن<sup>۱</sup> استفاده می‌گردد. این اصل بیان می‌کند که برای کمینه شدن یک تابع هدف  $J_a$ ، کنترل بهینه  $u^*$  باید همیلتونین را مینیمم کند. به عبارت دیگر

$$H(x^*, u^*, p^*, t) \leq H(x^*, u, p^*, t) \quad (۴-۲۴)$$

که علامت \* مقادیر بهینه را نشان می‌دهد. با استفاده از رابطه (۴-۲۴) می‌توان قانون کنترل را بدست آورد و بعد از بدست آوردن قانون کنترلی همانند بخش قبل، مسئله بهینه‌سازی به مسئله مقدار مرزی تبدیل می‌گردد با این تفاوت در قسمت قبل قانون کنترلی از رابطه (۴-۲۰) بدست می‌آمد اما در حالت وجود محدودیت روی ورودی‌های کنترلی، قانون کنترلی از رابطه (۴-۲۴) حاصل می‌گردد. چنانچه خواهیم زمان حرکت بین دو نقطه کمینه شود، تابع هدف به صورت زیر تعریف می‌گردد

$$J_a = t_f \quad (۴-۲۵)$$

با تعریف بردار شبه حالت  $p = [p_1^T \ p_2^T]^T$  تابع همیلتونین می‌شود

$$H = p_1^T x_2 + p_2^T [N(x) + Z(x)u] \quad (۴-۲۶)$$

با جایگذاری (۴-۲۶) در (۴-۲۵):

<sup>۱</sup> Pontryagin's minimum principle

$$p_1^{*T} x_2^* + p_2^{*T} [N(x^*) + Z(x^*)u^*] \leq p_1^{*T} x_2^* + p_2^{*T} [N(x^*) + Z(x^*)u] \quad (27-4)$$

که با ساده‌سازی رابطه (27-4):

$$p_2^{*T} Z(x^*)u^* \leq p_2^{*T} Z(x^*)u \quad (28-4)$$

برای هر کنترل قابل قبول  $u$  و در کل بازه  $t \in [t_0 \ t_f]$ ، این رابطه بیان می‌کند که ترم

$p_2^{*T} Z(x^*)u$  باید نسبت به هر کنترل  $u$  کمینه شود. این به کنترل  $u$  تحمیل می‌کند که همیشه

مقادیر حدیش را داشته باشد. از آنجایی که کنترل‌ها از یکدیگر مستقل هستند، کنترل بهینه  $u_i$

برای برآورده نمودن رابطه (28-4) باید به صورت زیر در نظر گرفته شود

$$u_i = \begin{cases} u_i^+ & \text{if } p_2^T Z_i(x) < 0 \\ u_i^- & \text{if } p_2^T Z_i(x) > 0 \end{cases} \quad (29-4)$$

که  $Z_i(x)$  ستون نام ماتریس  $Z$  است. در رابطه (29-4)  $G_i = p_2^T Z_i(x)$  تابع تعویض<sup>1</sup> متناظر با

$u_i$  است. بنابراین برای مسئله بهینه‌سازی زمان حرکت بین دو نقطه، قانون کنترلی از رابطه

(29-4) حاصل می‌شود. این قانون کنترلی به کنترل بنگ-بنگ<sup>2</sup> منسوب است که در آن در کل

بازه، مقادیر کنترل باید روی مقادیر حدی قرار گیرند. با توجه به رابطه (29-4) مشاهده می‌شود

هنگام عبور تابع تعویض از صفر، تعویض مقادیر بهینه کنترل صورت می‌گیرد. چنانچه تابع تعویض

در بازه‌ای از زمان صفر باشد آنگاه نمی‌توان در این بازه زمانی قانون کنترل خاصی بدست آورد که

به این شرایط حالت تکین<sup>3</sup> گفته می‌شود.

چنانچه بخواهیم زمان و تلاش کنترلی برای حرکت بین دو نقطه کمینه گردد، از معیار عملکرد

به صورت زیر استفاده می‌گردد

$$J_a = t_f + \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{1}{2} u^T u \right) dt \quad (30-4)$$

با تعریف بردار شبه حالت  $p = [p_1^T \ p_2^T]^T$ ، برای معیار عملکرد رابطه (30-4)، تابع همیلتونین

<sup>1</sup> Switching function

<sup>2</sup> Bang-bang control

<sup>3</sup> Singular condition

به صورت زیر حاصل می شود

$$H = 0.5u^T u + p_1^T x_2 + p_2^T [N(x) + Z(x)u] \quad (31-4)$$

بنابراین از اصل مینیمم پونتریاگن در (24-4) رابطه زیر حاصل می شود

$$p_2^{*T} Z(x^*) u^* + 0.5u^{*T} u^* \leq p_2^{*T} Z(x^*) + 0.5u^T u \quad (32-4)$$

با تعریف  $w = p_2^T Z(x)$  رابطه (32-4) به صورت زیر بازنویسی می شود

$$w^{*T} u^* + 0.5u^{*T} u^* \leq w^T u + 0.5u^T u \quad (33-4)$$

با ضرب  $0.5w^{*T} w^*$  در دو طرف رابطه (35-4) رابطه زیر حاصل می گردد

$$(u^* + w^*)^T (u^* + w^*) \leq (u + w)^T (u + w) \quad (34-4)$$

از رابطه (34-4) نتیجه می شود که وقتی  $w_i^* < -u_i^+$  باید  $u_i = u_i^+$  و وقتی  $w_i^* > -u_i^-$  باید

$u_i = u_i^-$  و برای  $-u_i^+ < w_i^* < -u_i^-$  داریم  $u_i = -w_i^*$ . بنابراین قانون کنترل بهینه برای معیار

عملکرد (30-4) به صورت زیر حاصل می شود

$$u_i = \begin{cases} u_i^+ & -p_2^T Z_i(x) > u_i^+ \\ -Z^T p_2 & u_i^- \leq -p_2^T Z_i(x) \leq u_i^+ \\ u_i^- & -p_2^T Z_i(x) < u_i^- \end{cases} \quad (35-4)$$

رابطه (35-4) بیان گر قانون کنترلی لازم جهت کمینه کردن زمان و تلاش کنترلی است.

### ۲-۳-۴ روش حل مستقیم

در این روش، ابتدا باید مسئله را به صورت مسئله پیوسته<sup>۱</sup> بازنویسی کرد. بدین منظور از

تبدیل زیر استفاده می گردد [36]

$$t = \frac{t_f - t_0}{2} \tau + \frac{t_f + t_0}{2} \quad (36-4)$$

با استفاده از تبدیل رابطه (36-4) بازه زمانی  $\tau \in [-1, 1]$  به بازه زمانی  $t \in [t_0, t_f]$  انتقال

می یابد. با استفاده از این تبدیل تابع هدف به صورت زیر درخواهد آمد

<sup>1</sup> Continuous Bolza problem

$$J = h(x(1), t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \int_{-1}^1 g(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f) d\tau \quad (37-4)$$

همچنین قيود مسئله به صورت زیر درمی آید

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{t_f - t_0}{2} a(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f) \quad (38-4)$$

$$\psi(x(-1), t_0, x(1), t_f) = 0 \quad (39-4)$$

$$C(x(\tau), u(\tau), \tau; t_0, t_f) \leq 0 \quad (40-4)$$

که رابطه (38-4) قيد ديناميكي مسئله، رابطه (39-4) قيد شرايط مرزی و رابطه (40-4) شامل قيود کنترل ها و حالتها است. روابط (37-4) تا (40-4) به عنوان معادله پیوسته بولزا شناخته می شود. یک روش حل مستقیم مسئله کنترل بهینه پیوسته بولزا گسسته سازی و بازنویسی روابط (37-4) تا (40-4) به صورت مسئله برنامه ریزی غیرخطی<sup>1</sup> است. روش استفاده شده در اینجا روش شبه طیفی چبیشیف<sup>2</sup> است که در آن توابع برحسب ترم های چندجمله ای های درون یاب بسط داده می شوند. در این روش، نقاط مربع گوس به عنوان نقاط گره<sup>3</sup> انتخاب می شوند و ضرایب بسط، مقادیر توابع در نقاط گره می باشند. در روش شبه طیفی گوس نقاط درون یابی دارای فرم بسته زیر می باشند

$$\tau_k = \cos(\pi k / N), \quad k = 0, \dots, N \quad (41-4)$$

این نقاط در بازه [-1 1] قرار دارند و نقاط ماکزیمم چندجمله ای های درجه N چبیشیف  $T_N(\tau)$  می باشند. این نقاط گره دارای خاصیت اجتماع در نقاط انتهایی بازه می باشند که این خاصیت باعث جلوگیری از پدیده رانج<sup>4</sup> می گردد (این پدیده شامل واگرایی در نقاط انتهایی بازه است و زمانی رخ می دهد که نقاط درون یابی هم فاصله باشند). همچنین می توان نشان داد که نقاط درون یاب استفاده شده، نتایج نزدیک تری جهت تخمین چندجمله ای بهینه برای یک تابع حاصل

<sup>1</sup> Nonlinear programming problem (NLP)

<sup>2</sup> Chebyshev pseudospectral method

<sup>3</sup> Node points (CGL)

<sup>4</sup> Runge phenomenon

می‌کند. چندجمله‌ای درجه  $j$  چبیشیف به صورت زیر تعریف می‌گردد [۳۷]

$$T_j(\tau) = \cos(j \cos^{-1} \tau), \quad j = 0, \dots, N \quad (42-4)$$

در نتیجه

$$T_j(\tau_k) = \cos(\pi k j / N) \quad (43-4)$$

برای تخمین معادلات پیوسته کنترل و حالت، از چندجمله‌ای تخمینی به فرم زیر استفاده می‌شود

$$x^N(\tau) = \sum_{j=0}^N x_j \varphi_j(\tau) \quad (44-4)$$

$$u^N(\tau) = \sum_{j=0}^N u_j \varphi_j(\tau) \quad (45-4)$$

که  $\varphi_j$  چندجمله‌ای درون‌یاب لاگرانژ است که به صورت زیر تعریف می‌گردد

$$\varphi_j(\tau) = \frac{(-1)^{j+1} (1 - \tau^2) \dot{T}_N(\tau)}{N^2 c_j (\tau - \tau_j)}, \quad j = 0, \dots, N \quad (46-4)$$

که در آن

$$c_j = \begin{cases} 2 & j = 0, N \\ 1 & 1 \leq j \leq N - 1 \end{cases} \quad (47-4)$$

همچنین چندجمله‌ای لاگرانژ شرایط زیر را فراهم می‌کند

$$\varphi_j(\tau_k) = \begin{cases} 0 & j \neq k \\ 1 & j = k \end{cases} \quad (48-4)$$

بنابراین

$$x^N(\tau_k) = x_k, \quad u^N(\tau_k) = u_k \quad (49-4)$$

به عبارت دیگر نقاط گره نقاط درون‌یابی است. برای بیان  $\dot{x}^N(\tau)$  بر حسب ترم  $x^N(\tau)$  در نقاط گره

$\tau_k$ ، از رابطه (۴۴-۴) مشتق می‌گیریم که نتیجه به صورت زیر حاصل می‌گردد [۳۷]

$$d_k = \dot{x}^N(\tau_k) = \sum_{j=0}^N x_j \dot{\varphi}_j(\tau_k) = \sum_{j=0}^N D_{kj} x_j \quad (50-4)$$

که  $D_{kj}$  عناصر ماتریس مشتق‌گیر  $D$  با ابعاد  $(N + 1) \times (N + 1)$  می‌باشند، که به صورت زیر

تعریف می‌گردد [۳۷]

$$D = [D_{kj}] = \begin{cases} (c_k/c_j)[(-1)^{j+k}/(\tau_k - \tau_j)] & j \neq k \\ -\tau_k/2(1 - \tau_k^2) & 1 \leq j = k \leq N - 1 \\ (2N^2 + 1)/6 & j = k = 0 \\ -(2N^2 + 1)/6 & j = k = N \end{cases} \quad (51-4)$$

ضرب در ماتریس تعریف شده در رابطه (51-4)، بردار شامل متغیرهای حالت را به بردار تخمین مشتق در نقاط گره تبدیل می کند. نقاط گره تعریف شده در رابطه (41-4) در بازه 1 تا 1- قرار دارند که نقطه ابتدایی 1 و نقطه انتهایی 1- است. برای مسائل طراحی مسیر بهینه مناسب تر است که نقطه ابتدایی 1- و نقطه انتهایی 1 باشد. جهت این مرتب سازی، باید ماتریس مشتق گیر تعریف شده در رابطه (51-4) اصلاح شود که ماتریس اصلاح شده با علامت  $\tilde{D}$  نشان داده خواهد شد. در ادامه نشان داده می شود که ماتریس جدید  $\tilde{D}$  با نقاط مرتب شده دارای علامت مخالف ماتریس  $D$  با نقاط مرتب نشده است. برای نقاط گره، رابطه متقارن زیر وجود دارد

$$\tau_k = -\tau_{N-k} = -\tilde{\tau}_k \quad (52-4)$$

که حاصل می کند

$$\tau_k - \tau_j = -(\tau_{N-k} - \tau_{N-j}) = -(\tilde{\tau}_k - \tilde{\tau}_j) \quad (53-4)$$

برای المان های  $D_{00}$  و  $D_{NN}$ ، از رابطه (51-4) به سادگی می توان نشان داد که

$$\tilde{D}_{00} = D_{NN} = -D_{00} \quad , \quad \tilde{D}_{NN} = D_{00} = -D_{NN} \quad (54-4)$$

برای سایر عناصر قطری، از رابطه (51-4) داریم

$$D_{kk} = \frac{\tau_{N-k}}{2(1 - \tau_{N-k}^2)} = \frac{\tilde{\tau}_k}{2(1 - \tilde{\tau}_k^2)} = -\tilde{D}_{kk} \quad (55-4)$$

همچنین برای عناصر غیر قطری، از رابطه (51-4) قابل مشاهده است که

$$D_{kj} = \frac{c_k}{c_j} \frac{(-1)^{j+k}}{\tau_k - \tau_j} = \left(\frac{c_k}{c_j}\right) \frac{(-1)^{j+k}}{(-\tau_{N-k}) - (-\tau_{N-j})} = \left(\frac{c_k}{c_j}\right) \frac{(-1)^{j+k}}{-(\tilde{\tau}_k - \tilde{\tau}_j)} = -\tilde{D}_{kj} \quad (56-4)$$

همچنین ماتریس  $D$  یک خاصیت متقارن دیگر دارد که به صورت رابطه زیر می توان آن را نشان داد

$$D_{kj} = -D_{N-k, N-j} \quad (57-4)$$

با استفاده از روابط (56-4) و (57-4) و علامت گذاری مقادیر تخمین زده شده حالتها در نقاط

گره به صورت زیر



$$x_{N-k} = x^N(\tau_{N-k}) = \tilde{x}^N(\tilde{\tau}_k) = \tilde{x}_k \quad (58-4)$$

داریم

$$\dot{x}^N(\tau_k) = \sum_{j=0}^N D_{kj} x^N(\tau_j) = \sum_{j=0}^N \tilde{D}_{N-k, N-j} \tilde{x}^N(\tilde{\tau}_{N-j}) = \dot{x}^N(\tilde{\tau}_{N-k}) \quad (59-4)$$

رابطه (59-4) نشان می‌دهد که مرتب‌سازی نقاط گره تأثیری بر تعاریف و فرمول‌بندی روش شبه طیفی ندارد. اکنون با تقریب حالت‌ها و کنترل‌ها با استفاده از چندجمله‌ای‌های درون‌یاب، باید مسئله کنترل بهینه به صورت مسئله غیرخطی درآید و در نقاط گره گسسته سازی شود. با جایگذاری روابط (44-4) و (45-4) و (50-4) در رابطه (38-4)، معادله دینامیکی سیستم به فرم زیر درخواهد آمد

$$\sum_{j=0}^N D_{kj} x_j - \frac{t_f - t_0}{2} a(x_k, u_k, \tau_k; t_0, t_f) = 0 \quad , \quad k = 1, \dots, N \quad (60-4)$$

همچنین شرایط مرزی به صورت زیر درمی‌آید

$$\psi(x_0, t_0, x_N, t_f) = 0 \quad (61-4)$$

و رابطه قیود حالت‌ها و شبه حالت‌ها به صورت زیر درخواهد آمد

$$C(x_k, u_k, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0 \quad (62-4)$$

اکنون باید گسسته سازی را بر روی تابع هدف انجام داد. بدین منظور از طرح مربع کلنشاو-کورتیس<sup>1</sup>، جهت گسسته سازی قسمت زیر انتگرال تابع هدف به یک سری محدود استفاده می‌گردد. این تقریب به صورت زیر است

$$\int_{-1}^1 p(\tau) d\tau = \sum_{k=0}^N p(\tau_k) w_k \quad , \quad p(\tau) \in p_N \quad (63-4)$$

که ایده اصلی آن بر پایه یافتن وزن‌های بهینه  $w_k$  برای یک دسته داده شده از نقاط درون‌یاب است. برای  $N$  زوج، وزن‌ها دارای روابط زیر می‌باشند

<sup>1</sup> Clenshaw-curtis quadrature scheme

$$w_N = w_0 = \frac{1}{N^2 - 1}$$

$$w_s = w_{N-s} = \frac{4}{N} \sum_{j=0}^{N/2} \frac{1}{1 - 4j^2} \cos \frac{2\pi js}{N}, \quad s = 1, \dots, \frac{N}{2} \quad (64-4)$$

برای  $N$  فرد، وزن‌ها دارای روابط زیر می‌باشند

$$w_N = w_0 = \frac{1}{N^2}$$

$$w_s = w_{N-s} = \frac{4}{N} \sum_{j=0}^{(N-1)/2} \frac{1}{1 - 4j^2} \cos \frac{2\pi js}{N}, \quad s = 1, \dots, \frac{N-1}{2} \quad (65-4)$$

بنابراین تابع هدف شامل ترم‌های ضرایب

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_N), \quad u = (u_0, u_1, \dots, u_N) \quad (66-4)$$

به صورت زیر درخواست خواهد آمد

$$J^N(x, u, \tau_f) \approx h(x_N, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=0}^N g(x_k, u_k, \tau_k) w_k \quad (67-4)$$

بدین صورت مسئله بهینه‌سازی تعریف شده با روابط (۳۷-۴) تا (۴۰-۴) به مسئله بهینه‌سازی تخمینی غیرخطی با قیود با روابط (۶۰-۴) تا (۶۲-۴) و با تابع هدف رابطه (۶۷-۴) تبدیل می‌شود که باید در آن ضرایب  $x_0, x_1, \dots, x_N$  و  $u_0, u_1, \dots, u_N$  بدست آورده شوند.

#### ۴-۴ شبیه‌سازی

در این بخش، برای مکانیزم‌های معرفی شده در فصل‌های قبل، با توجه به روابط دینامیکی و سینماتیکی بدست آمده، طراحی مسیر بهینه برای حرکت بین دو نقطه با توجه به معیار عملکرد مورد نظر و محدودیت‌ها صورت می‌گیرد. محدودیت در نظر گرفته شده در اینجا مقدار کشش کابل‌ها است که با تعریف حد بالا و پایین صورت می‌گیرد. حد بالای کشش کابل‌ها با توجه به بیشینه گشتاور موتوهای کشنده کابل تعیین شده و حد پایین با توجه به اینکه کابل‌ها نمی‌توانند فشار وارد کنند صفر در نظر گرفته می‌شود و با اعمال این محدودیت، در طراحی مسیر بهینه فضای کاری ربات نیز در نظر گرفته خواهد شد.

در این بخش، برای دو مدل مرکب صفحه‌ای، طراحی مسیر با استفاده از روش مستقیم صورت گرفته و برای ربات کابلی صفحه‌ای و ربات کابلی فضایی، با استفاده از دو روش حل مستقیم و غیرمستقیم، طراحی مسیر صورت گرفته است. هدف استفاده از قابلیت‌ها و مزیت‌های هر کدام از روش‌ها نسبت به یکدیگر است. از آنجایی که با استفاده از روش غیرمستقیم جواب تحلیلی برای مسیر بهینه حاصل می‌گردد، هدف نهایی بدست آوردن جواب با استفاده از این روش است. برای حل مسئله مقدار مرزی در بحث طراحی مسیر به روش غیرمستقیم، نیاز است که یک حدس اولیه در نظر گرفته شود که در نظر گرفتن حدس اولیه مناسب خود یک موضوع مهم در حل مسائل مقدار مرزی است. از طرفی قانون کنترلی استخراجی برای حالت بهینه‌سازی زمان و انرژی با قانون کنترلی برای حالت بهینه‌سازی انرژی با زمان ثابت یکسان است. بدین ترتیب، نمی‌توان برای مسئله بهینه‌سازی زمان و انرژی، در روش غیرمستقیم از قانون کنترلی زمان حل را محاسبه کرد و زمان حل با تکرار بدست می‌آید. بدین منظور کمترین زمان که مسئله مقدار مرزی با قانون کنترلی مربوطه قابل حل است به‌عنوان زمان کمینه با صرف حداقل تلاش کنترلی در نظر گرفته می‌شود. در اینجا یک روش برای حل مشکل موجود پیشنهاد داده شده است که در آن از نتایج روش مستقیم به‌عنوان ورودی حدس اولیه برای مسئله مقدار مرزی روش غیرمستقیم استفاده شده است. از آنجایی که مسئله مقدار مرزی پیوسته است، حدس‌های اولیه نیز باید توابعی پیوسته برحسب زمان باشد، از طرفی نتایج روش مستقیم نتایجی غیر پیوسته در نقاط گسسته‌سازی است. بدین منظور، با استفاده از برازش از داده‌های روش مستقیم، حدس اولیه مورد نظر به‌صورت پیوسته درخواهد آمد. همچنین زمان حل در مسئله مقدار مرزی از زمان حل در روش مستقیم استخراج می‌گردد.

#### ۴-۴-۱ ربات کابلی صفحه‌ای

در این بخش، برای ربات موازی کابلی صفحه‌ای با پارامترهای جدول ۴-۱، مسیر بهینه حرکت بین دو نقطه بدست آورده می‌شود.

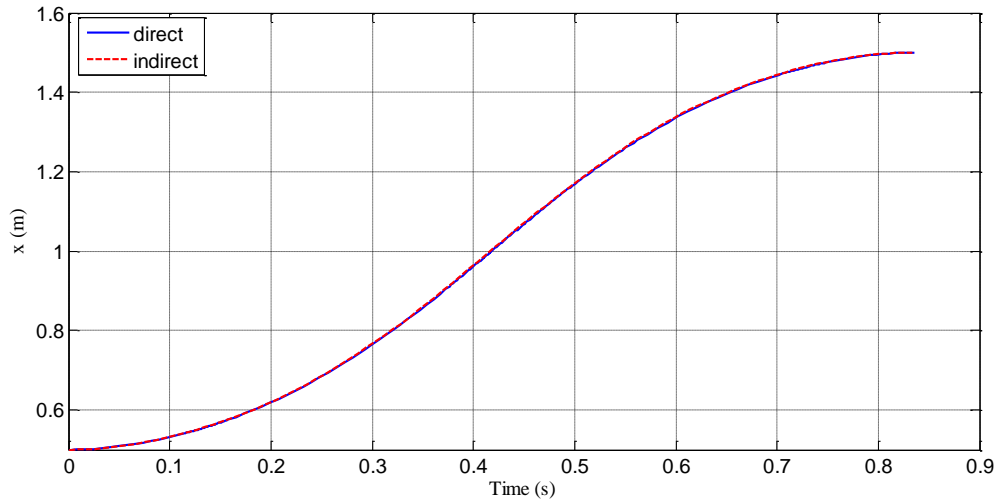
جدول ۴-۱ پارامترهای ربات کابلی صفحه‌ای

واحد	مقدار	پارامتر
m	$2b = 2$	فاصله بین محور موتورها
m	$2a = 0.2$	طول میله انتهایی
kg	$m = 1$	جرم میله انتهایی
kg.m <sup>2</sup>	$I_{zz} = 14 \times 10^{-3}$	اینرسی دورانی میله انتهایی
N	$T_{max} = 10$	حداکثر کشش مجاز کابل‌ها

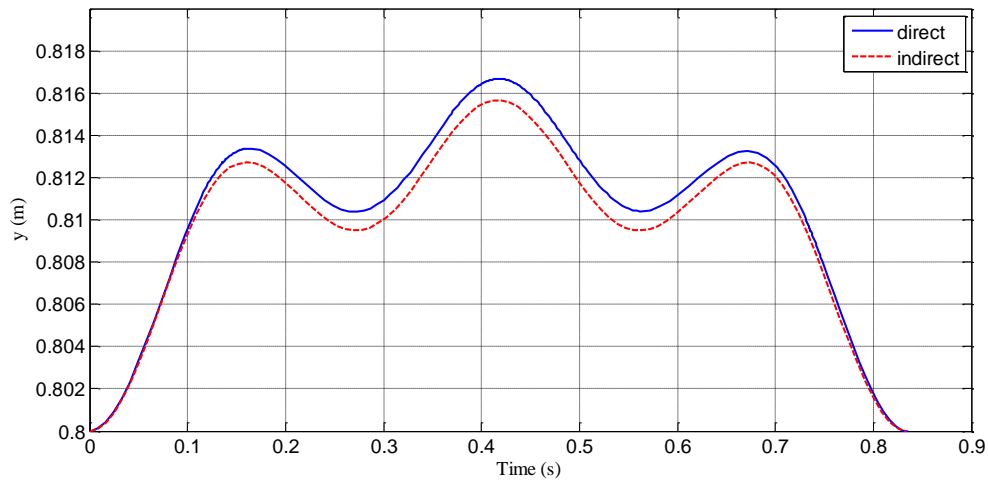
هدف حرکت بین دو نقطه با کمینه‌سازی زمان و انرژی است. نقاط ابتدا و انتها به صورت زیر است

$$q_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \end{bmatrix}, \quad q_f = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

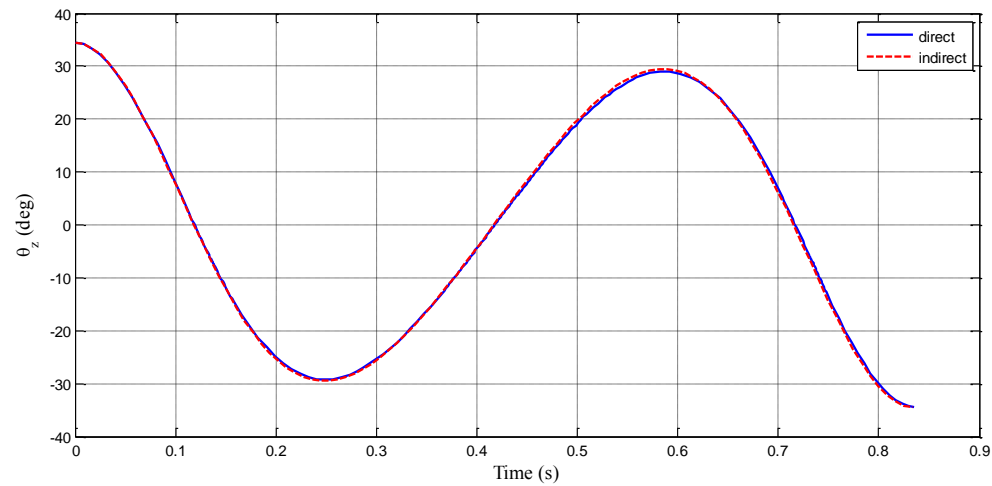
همچنین سرعت در ابتدا و انتها صفر است. با توجه به اینکه سیستم در نقاط ابتدا و انتها در حالت تعادل است، برای نقاط شروع و پایان، مقدار زاویه میله انتهایی اولیه و نهایی از سینماتیک-استاتیک وارون که در بخش ۲-۲-۲ توضیح داده شده بدست می‌آید. اولین شکل با توجه به اینکه روش ترکیبی بر پایه روش غیر مستقیم با ورودی‌های روش مستقیم تعریف می‌گردد در شکل‌ها با عبارت indirect نشان داده شده است. برای این مسئله بهینه‌سازی نتایج با استفاده از دو روش مستقیم و ترکیبی به صورت زیر حاصل می‌شود



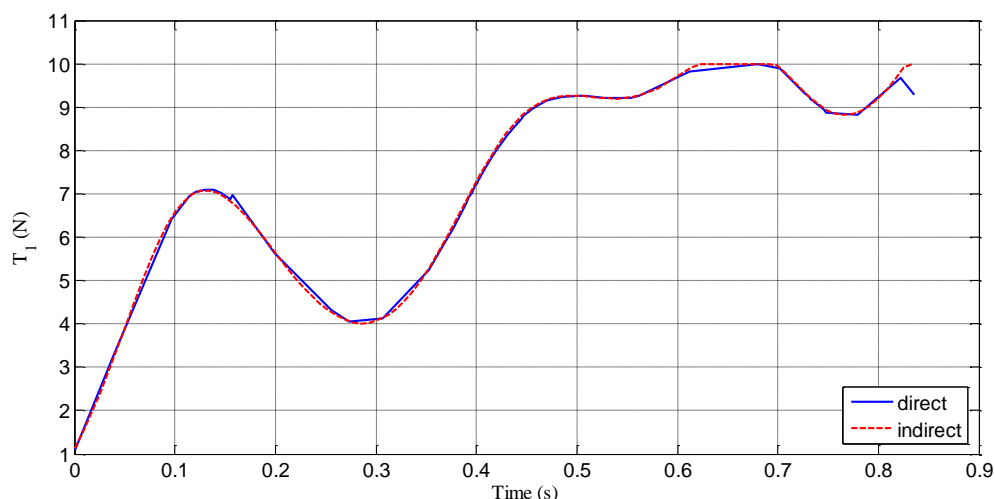
شکل ۱-۴ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور  $x$



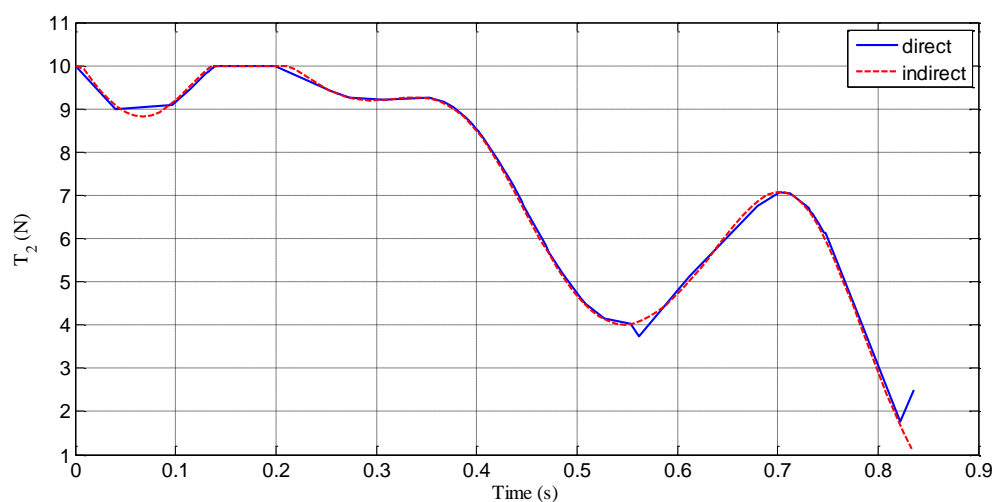
شکل ۲-۴ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور  $y$



شکل ۳-۴ زاویه میلیه انتهایی



شکل ۴-۴ کشش کابل اول



شکل ۴-۵ کشش کابل دوم

زمان بهینه بدست آمده با کمینه‌سازی تلاش کنترلی  $0,8357$  ثانیه است. مدت زمانی که طول می‌کشد مسئله بهینه‌سازی حل گردد در روش مستقیم  $9,21$  ثانیه و در روش غیرمستقیم  $3,14$  است. با توجه به نتایج، ملاحظه می‌شود که برای کمینه کردن مقدار کشش کابل‌ها، ابتدا میله انتهایی تحت شتاب جاذبه قرار گرفته و کشش کابل اول دارای مقدار کمی بوده و از طرفی برای کمینه کردن زمان و حرکت سریع در جهت مثبت محور  $x$ ، کابل دوم بیشترین مقدار کشش را وارد می‌کند. در انتهای مسیر نیز برای کاهش موقعیت میله انتهایی در جهت  $y$ ، با توجه به اینکه مقدار  $x$  به مقدار نهایی نزدیک است، کابل اول بیشترین کشش را وارد می‌کند. در  $t=0.42s$  با توجه به صفر بودن شتاب در جهت  $x$  و  $y$  و قرار داشتن مرکز میله در  $x=b$  مقدار زاویه میله

انتهایی صفر است. با توجه به نتایج بدست آمده، جواب‌های روش مستقیم در بعضی موارد دارای شکستگی و عدم پیوستگی است اما جواب‌های بدست آمده از روش غیرمستقیم به صورت پیوسته است و نتایج حاصل از روش حل غیرمستقیم در عمل قابلیت پیاده‌سازی بیشتری را دارا می‌باشند. همچنین زمان حل مسئله بهینه‌سازی با روش غیرمستقیم کمتر از روش مستقیم است.

#### ۲-۴-۴ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی

در این بخش، برای ربات موازی کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی با پارامترهای جدول ۲-۴، مسیر بهینه حرکت بین دو نقطه بدست آورده شده است.

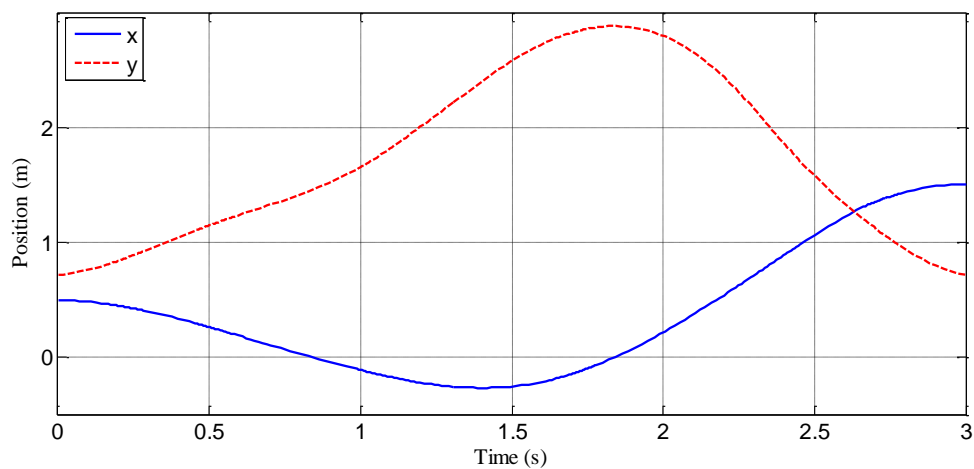
جدول ۲-۴ پارامترهای ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی دو درجه آزادی

واحد	مقدار	پارامتر
kg	$m = 0.1$	جرم میله انتهایی
kg	$m_1 = 0.1, m_2 = 0.1$	جرم لینک‌های بازو
kg	$m_p = 0.7$	جرم بار انتهایی
kg.m <sup>2</sup>	$I_{zz} = 13 \times 10^{-3}$	اینرسی دورانی میله انتهایی
kg.m <sup>2</sup>	$I_1 = 2.1 \times 10^{-3}, I_2 = 2.1 \times 10^{-3}$	اینرسی دورانی لینک‌ها
m	$2a = 0.2$	طول میله انتهایی
m	$L_1 = 0.05, L_2 = 0.05$	طول لینک‌ها
m	$2b = 2$	فاصله بین محور موتور کابل‌ها
N	$T_{max} = 10$	حداکثر کشش مجاز کابل‌ها
N.m	$\tau_1^+ = \tau_2^+ = 0.5$ $\tau_1^- = \tau_2^- = -0.5$	گشتاور مجاز موتورهای بازو

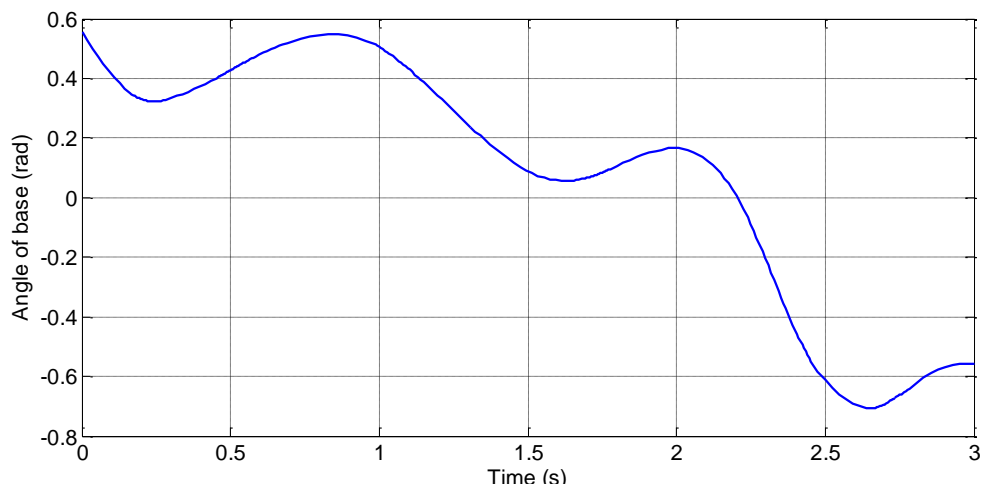
هدف حرکت بین دو نقطه با صرف حداقل تلاش کنترلی است. زمان نهایی حرکت ثابت بوده و برابر با  $t_f = 3s$  است. نقطه شروع حرکت و نقطه پایان برای بار انتهایی به صورت زیر است

$$q_0 = \begin{bmatrix} x_{e0} \\ y_{e0} \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \\ 0.6 \end{bmatrix}, \quad q_f = \begin{bmatrix} x_{ef} \\ y_{ef} \\ \theta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.8 \\ 0.6 \end{bmatrix}$$

همچنین سرعت در ابتدا و انتها صفر است. با توجه به اینکه سیستم در نقاط ابتدا و انتها در حالت تعادل است، برای نقاط شروع و پایان، مقدار زاویهٔ میلهٔ انتهایی اولیه و نهایی از سینماتیک-استاتیک وارون که در بخش ۲-۴-۳ توضیح داده شده بدست می‌آید. برای این مسئله بهینه‌سازی، نتایج با استفاده از روش مستقیم به‌صورت زیر حاصل می‌شود

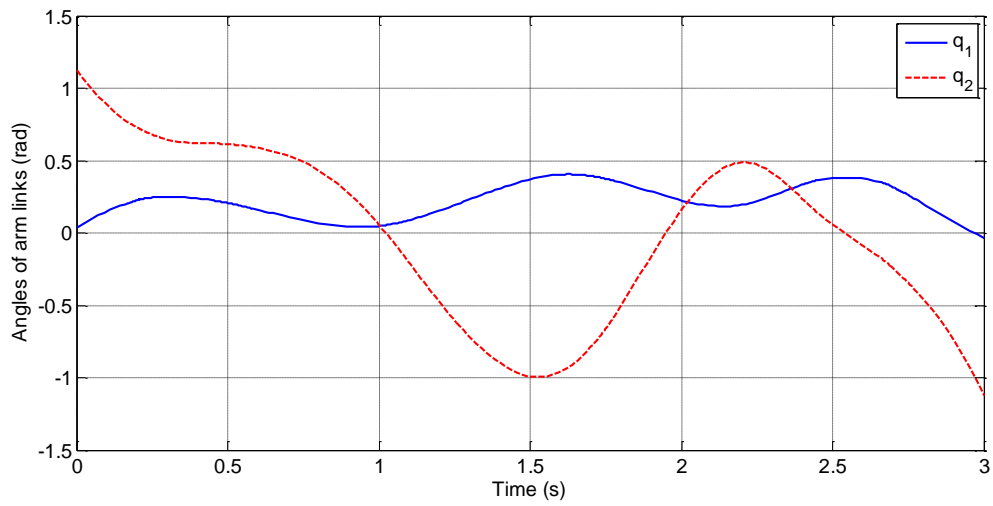


شکل ۴-۶ موقعیت مرکز میلهٔ انتهایی

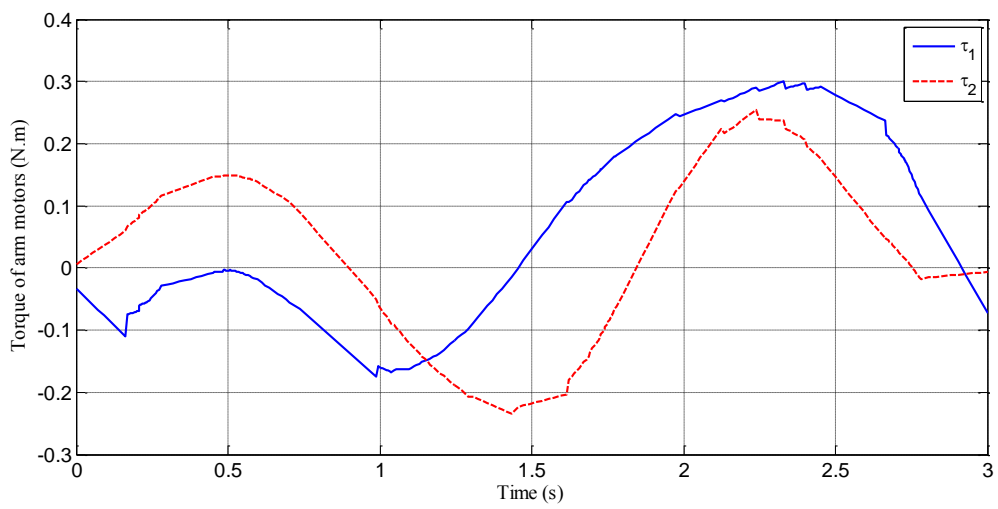


شکل ۴-۷ زاویهٔ میلهٔ انتهایی

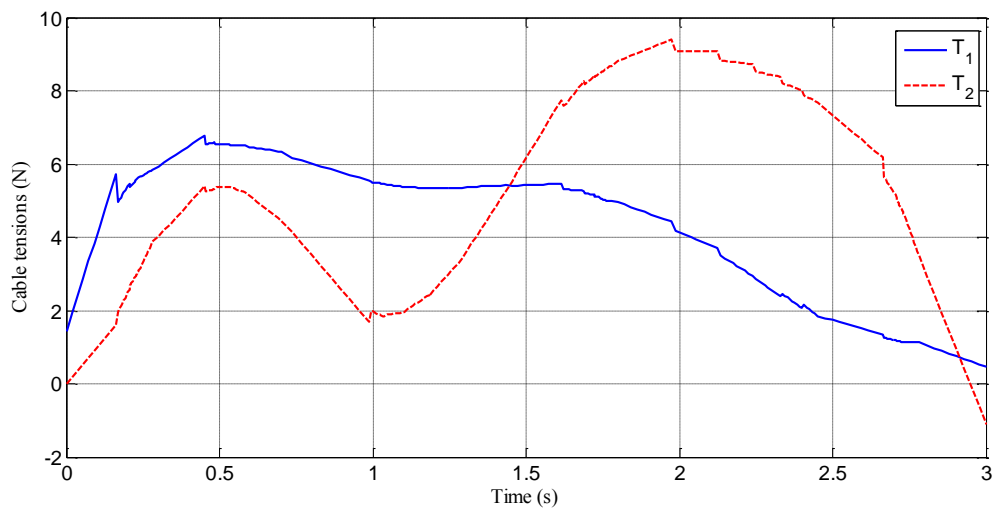




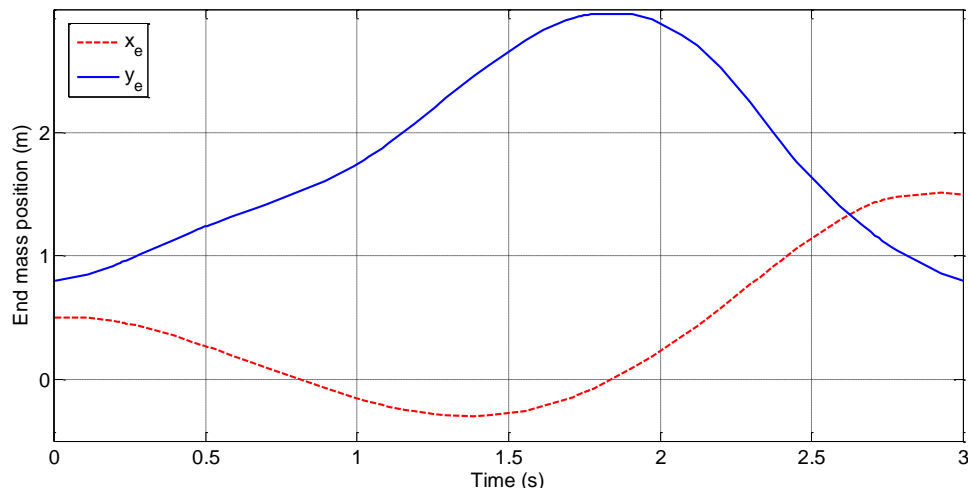
شکل ۴-۸ زوایای بازو



شکل ۴-۹ گشتاور موتورهای بازو



شکل ۴-۱۰ کشش کابلها



شکل ۱۱-۴ موقعیت بار انتهایی

#### ۳-۴-۴ ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات

در این بخش، برای ربات موازی کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات با پارامترهای جدول ۳-۴، مسیر بهینه حرکت بین دو نقطه بدست آورده شده است.

جدول ۳-۴ پارامترهای ربات کابلی صفحه‌ای با بازوی آکروبات

واحد	مقدار	پارامتر
kg	$m = 0.1$	جرم میله انتهایی
kg	$m_1 = 0.1, m_2 = 0.1$	جرم لینک‌های بازو
kg	$m_p = 0.7$	جرم بار انتهایی
kg.m <sup>2</sup>	$I_{zz} = 13 \times 10^{-3}$	اینرسی دورانی میله انتهایی
kg.m <sup>2</sup>	$I_1 = 2.1 \times 10^{-3}, I_2 = 2.1 \times 10^{-3}$	اینرسی دورانی لینک‌ها
m	$2a = 0.2$	طول میله انتهایی
m	$L_1 = 0.05, L_2 = 0.05$	طول لینک‌ها
m	$2b = 2$	فاصله بین محور موتور کابل‌ها
N	$T_{max} = 10$	حداکثر کشش مجاز کابل‌ها
N.m	$\tau_1^+ = \tau_2^+ = 0.5$ $\tau_1^- = \tau_2^- = -0.5$	گشتاور مجاز موتورهای بازو

هدف حرکت بین دو نقطه با صرف حداقل تلاش کنترلی است. زمان نهایی حرکت ثابت بوده و

برابر با  $t_f = 6s$  است. نقطه شروع حرکت و نقطه پایان برای بار انتهایی به صورت زیر است

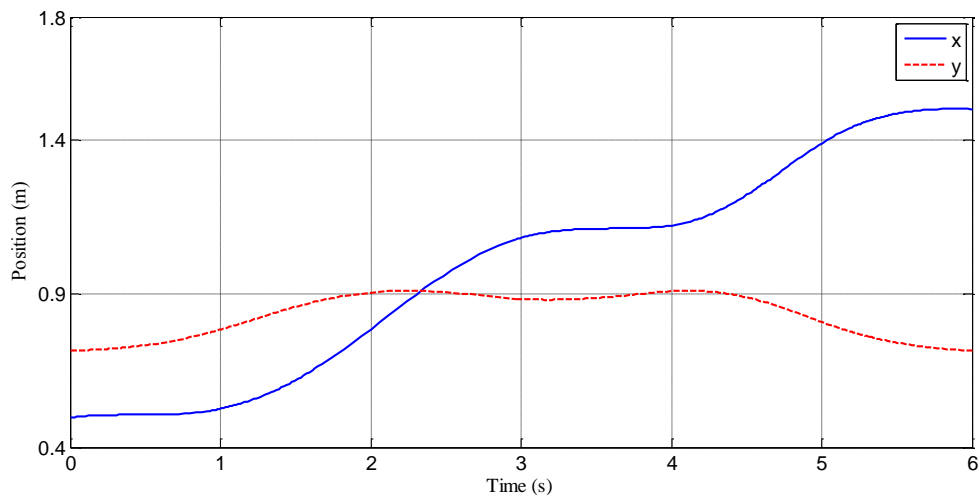
$$q_0 = \begin{bmatrix} x_{e0} \\ y_{e0} \\ \theta_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \\ 0.6 \end{bmatrix}, \quad q_f = \begin{bmatrix} x_{ef} \\ y_{ef} \\ \theta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.8 \\ 0.6 \end{bmatrix}$$

همچنین سرعت در ابتدا و انتها صفر است. با توجه به اینکه سیستم در نقاط ابتدا و انتها در حالت

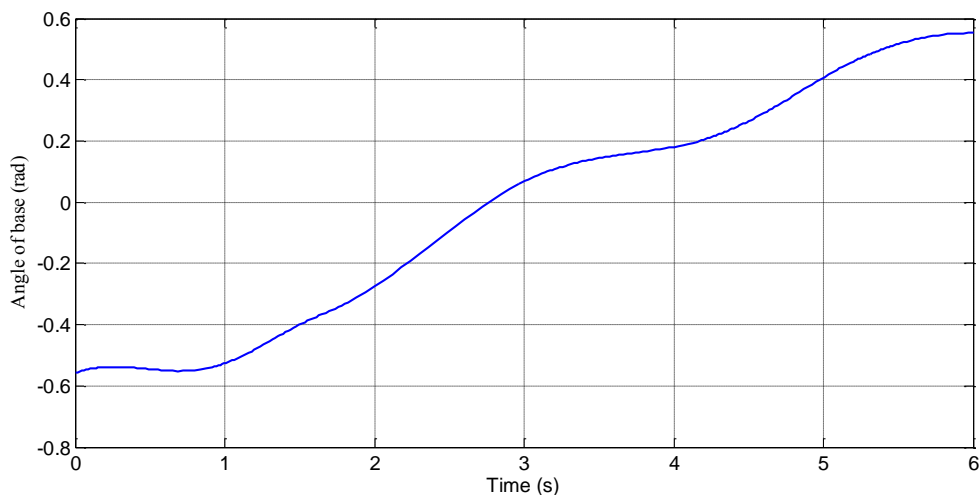
تعادل است، برای نقاط شروع و پایان، مقدار زاویه میل انتهایی اولیه و نهایی از سینماتیک-

استاتیک وارون که در بخش ۲-۳-۳ توضیح داده شده بدست می آید. برای این مسئله بهینه‌سازی،

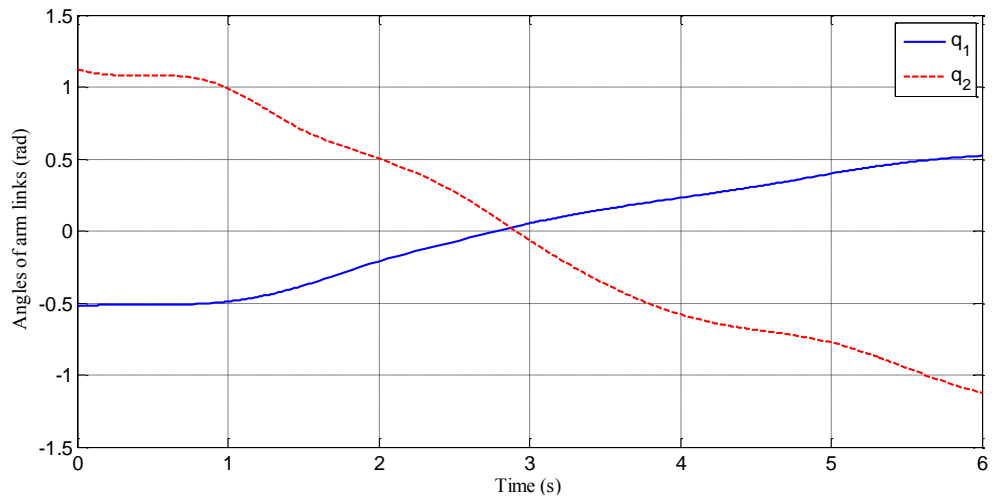
نتایج با استفاده از روش مستقیم به صورت زیر حاصل می شود



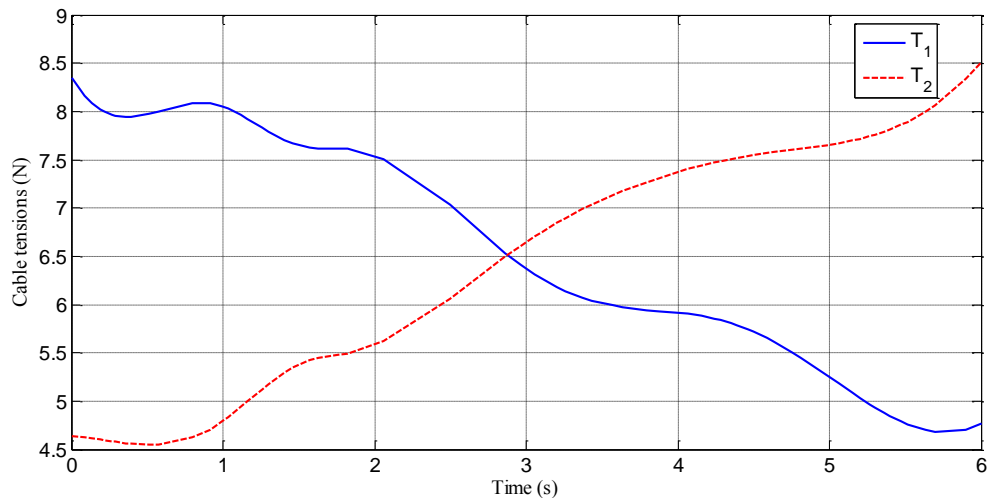
شکل ۴-۱۲ موقعیت مرکز میله انتهایی



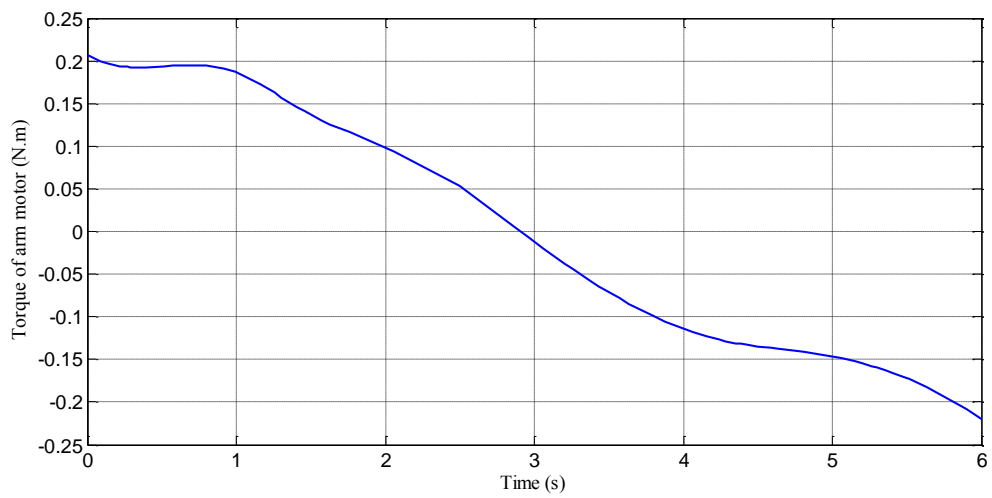
شکل ۴-۱۳ زاویه میله انتهایی



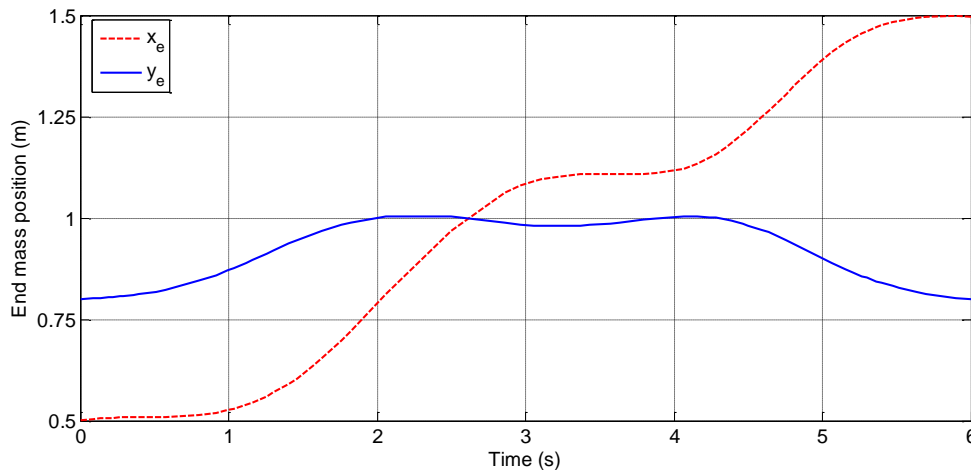
شکل ۴-۱۴ زوایای بازو



شکل ۴-۱۵ کشش کابل‌ها



شکل ۴-۱۶ گشتاور موتور بازو



شکل ۴-۱۷ موقعیت بار انتهایی

#### ۴-۴-۴ ربات موازی کابلی فضایی

در این بخش، برای ربات موازی کابلی فضایی با پارامترهای جدول ۴-۴، مسیر بهینه حرکت بین دو نقطه بدست آورده شده است.

جدول ۴-۴ پارامترهای ربات کابلی فضایی

واحد	مقدار	پارامتر
m	$D = 5$	طول ضلع صفحه ثابت
m	$d = 0.5$	طول ضلع صفحه متحرک
kg	$m = 1$	جرم صفحه متحرک
kg.m <sup>2</sup>	$I_{xx} = I_{yy} = 4.568 \times 10^{-2}$ $I_{zz} = 9.134 \times 10^{-2}$	اینرسی دورانی صفحه متحرک
N	$T_{max} = 8$	حداکثر کشش مجاز کابل‌ها

هدف حرکت بین دو نقطه با کمینه‌سازی زمان و انرژی است. نقاط ابتدا و انتها به صورت زیر است

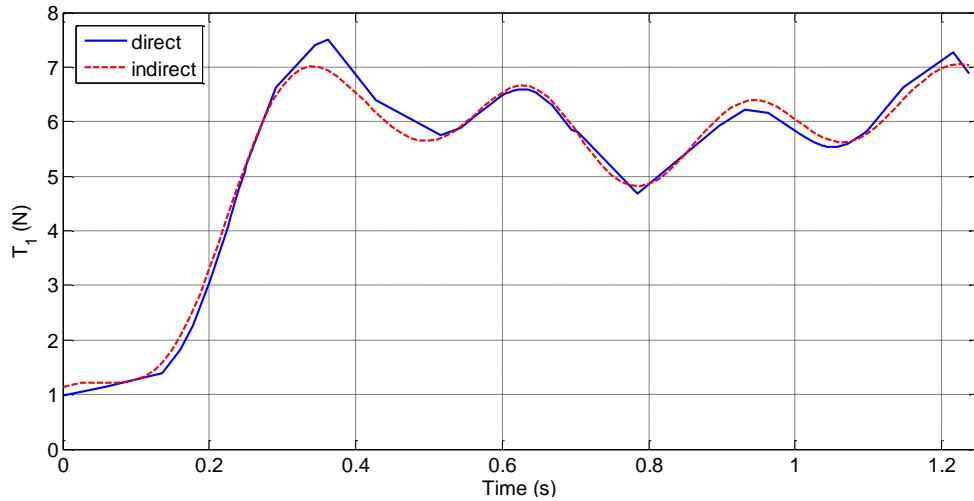
$$q_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.5 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad q_f = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

همچنین سرعت در ابتدا و انتها صفر است. با توجه به اینکه سیستم در نقاط ابتدا و انتها در حالت

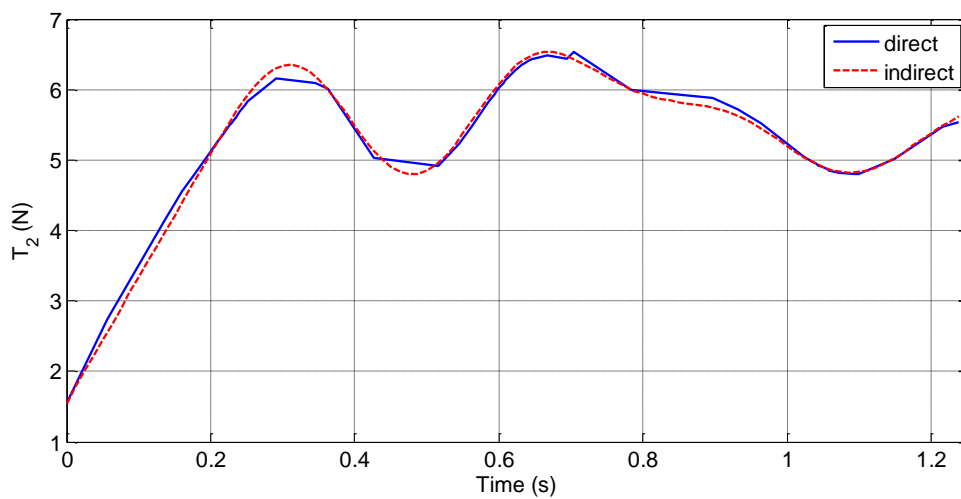
تعادل است، برای نقاط شروع و پایان، مقدار زاویه اولیه و نهایی از سینماتیک-

استاتیک وارون که در بخش ۳-۳-۳ توضیح داده شده بدست می‌آید. برای این مسئله بهینه‌سازی،

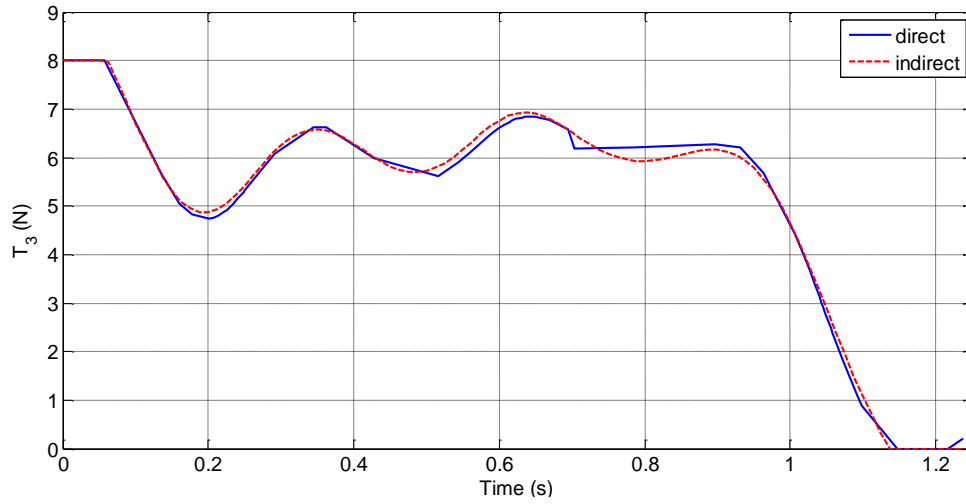
نتایج با استفاده از دو روش مستقیم و ترکیبی به صورت زیر حاصل می‌شود



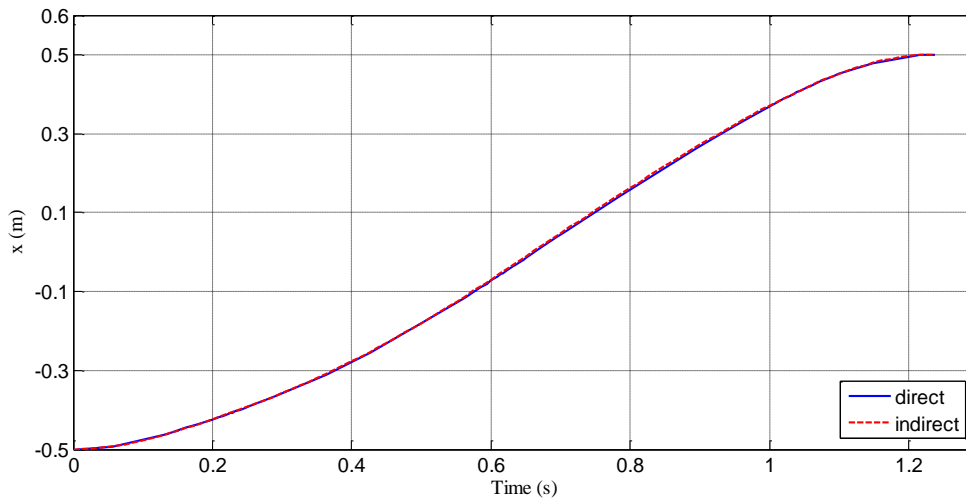
شکل ۴-۱۸ کشش کابل اول



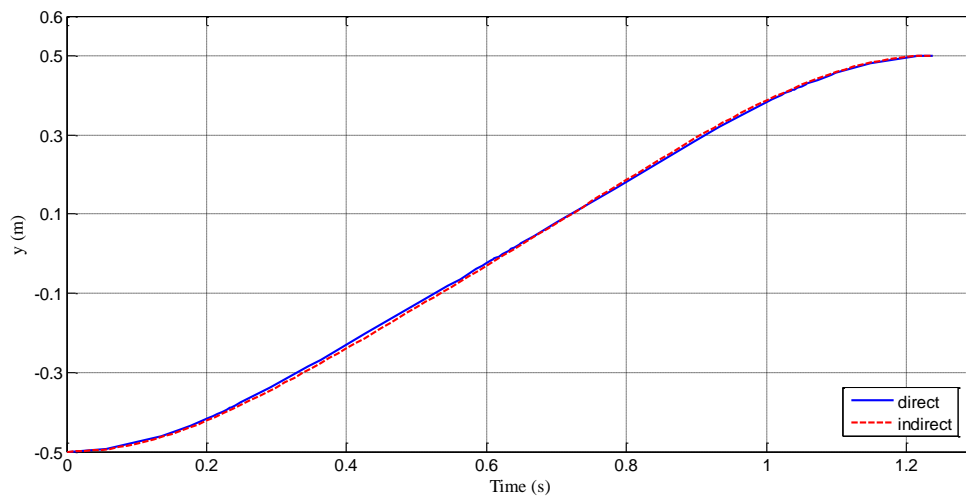
شکل ۴-۱۹ کشش کابل دوم



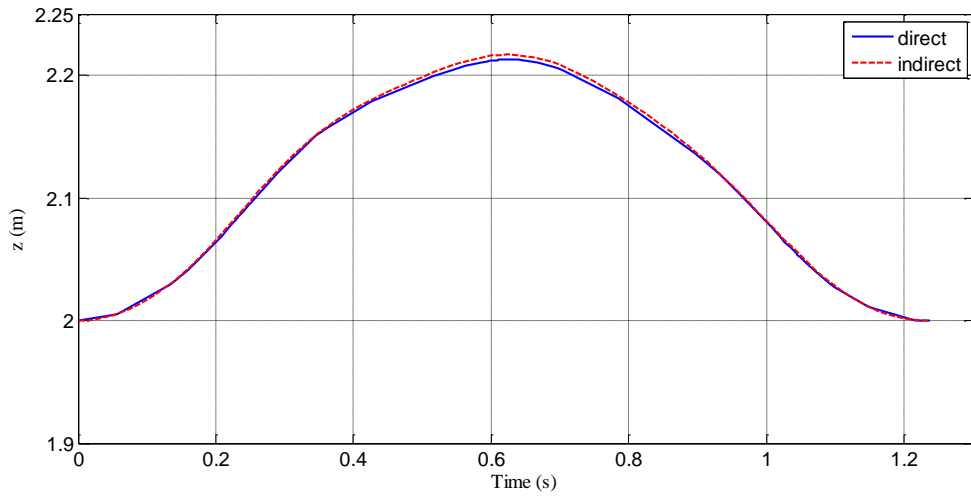
شکل ۲۰-۴ کشش کابل سوم



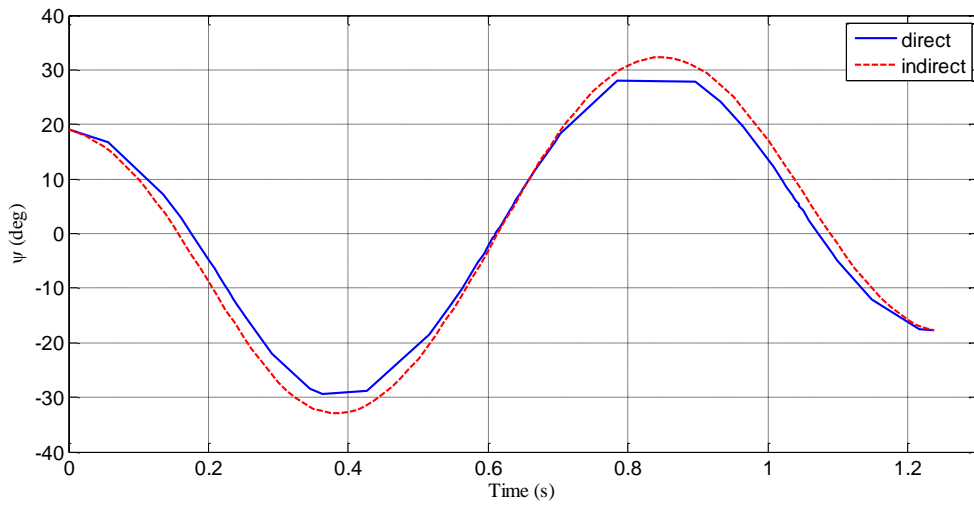
شکل ۲۱-۴ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور x



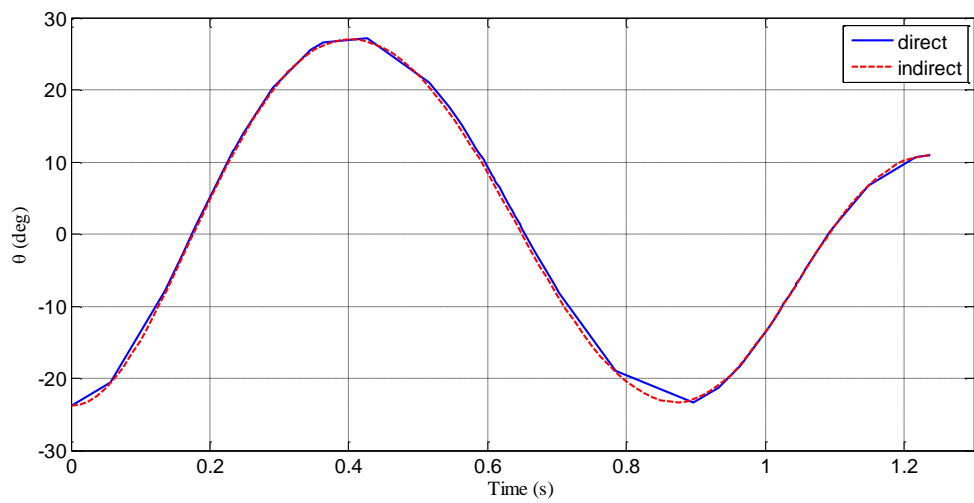
شکل ۲۲-۴ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور y



شکل ۲۳-۴ موقعیت مرکز صفحه متحرک در جهت محور  $z$

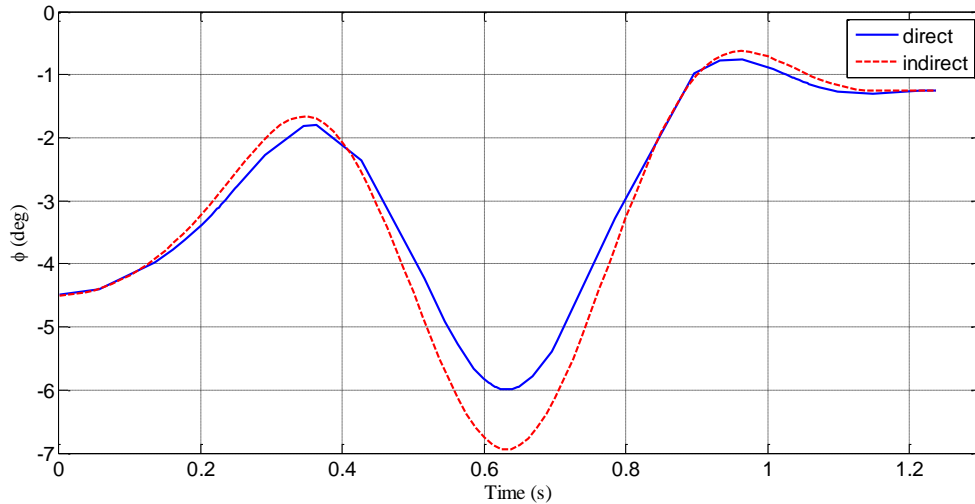


شکل ۲۴-۴ زاویه صفحه متحرک نسبت به محور  $x$



شکل ۲۵-۴ زاویه صفحه متحرک نسبت به محور  $y$





شکل ۴-۲۶ زاویه صفحه متحرک نسبت به محور z

زمان بهینه بدست آمده با کمینه‌سازی تلاش کنترلی ۱,۲۳۷ ثانیه است. مدت زمانی که طول می‌کشد مسئله بهینه‌سازی حل گردد در روش مستقیم ۹۷,۶ ثانیه و در روش غیرمستقیم ۱۶۹,۸۱ است.

#### ۴-۴-۵ ربات موازی کابلی فضایی حامل مخزن سیال

در این بخش، مسیر بهینه حرکت برای دو مدل ربات موازی کابلی فضایی حامل مخزن سیال و بدون مخزن سیال با شرایط ابتدایی و انتهایی یکسان و معیار عملکرد مشابه بدست آورده شده و با یکدیگر مقایسه می‌گردد پارامترهای ربات کابلی فضایی بدون مخزن سیال همانند ربات کابلی فضایی با مخزن سیال انتخاب شده است. در مدل بدون مخزن سیال، جرم صفحه متحرک برابر با مجموع جرم مخزن سیال و صفحه متحرک در مدل با مخزن سیال است. هدف حرکت بین دو نقطه، صرف حداقل تلاش کنترلی است. زمان نهایی حرکت ثابت بوده و برابر  $t_f = 4s$  است. نقطه شروع حرکت و نقطه پایان برای بار انتهایی به صورت زیر است

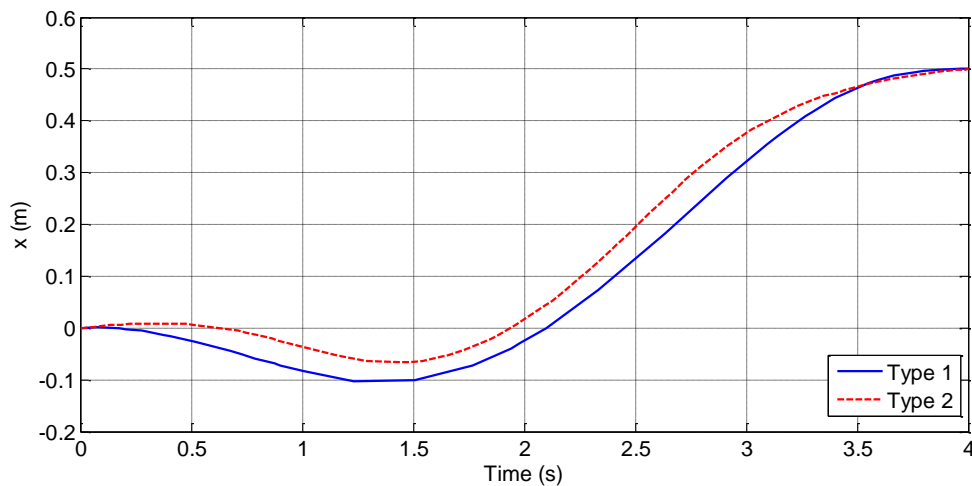
$$q_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad q_f = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

سرعت در ابتدا و انتها صفر است و زوایای صفحه از رابطه (۳-۵۱) مقید شده است. نتایج با استفاده از روش مستقیم به صورت شکل ۴-۲۷ تا شکل ۴-۳۶ حاصل می‌شود که ربات موازی کابلی فضایی

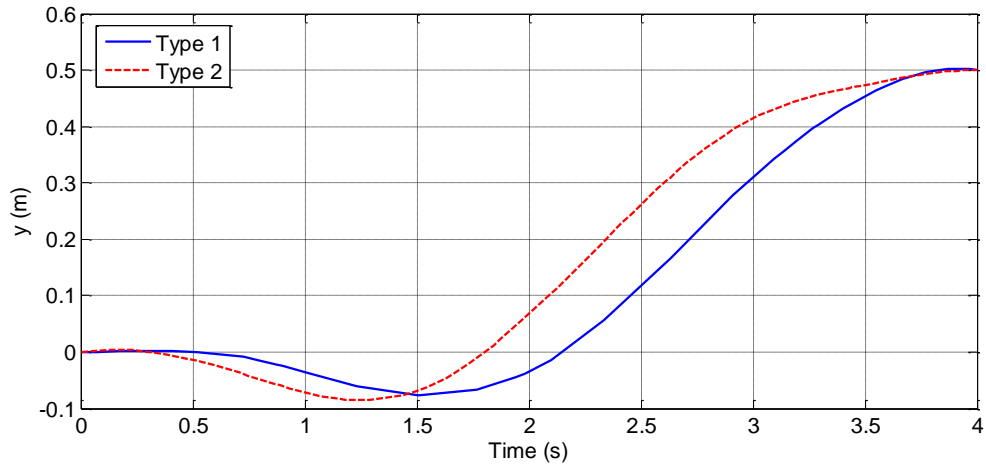
حامل مخزن سیال به عنوان نوع ۱ و ربات موازی کابلی بدون مخزن سیال به عنوان نوع ۲ در نظر گرفته شده است. پارامترهای ربات کابلی فضایی با مخزن سیال در جدول ۴-۵ آورده شده است.

جدول ۴-۵ پارامترهای ربات کابلی فضایی همراه با مخزن سیال

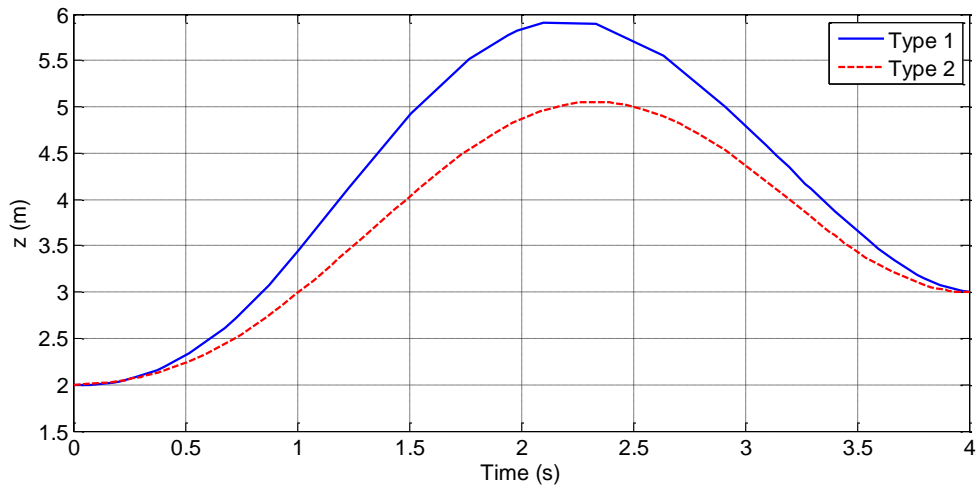
واحد	مقدار	پارامتر
m	$D = 5$	طول ضلع صفحه ثابت
m	$d = 0.5$	طول ضلع صفحه متحرک
kg	$m = 1$	جرم صفحه متحرک
kg	$m = 4$	جرم مخزن سیال
kg. m <sup>2</sup>	$I_{xx} = I_{yy} = 4.568 \times 10^{-2}$ $I_{zz} = 9.134 \times 10^{-2}$	اینرسی دورانی صفحه متحرک
N	$T_{max} = 50$	حداکثر کشش مجاز کابلها
rad/s <sup>2</sup>	$\tau_{max} = 2$ $\tau_{min} = -2$	حداکثر گشتاور جبران ساز



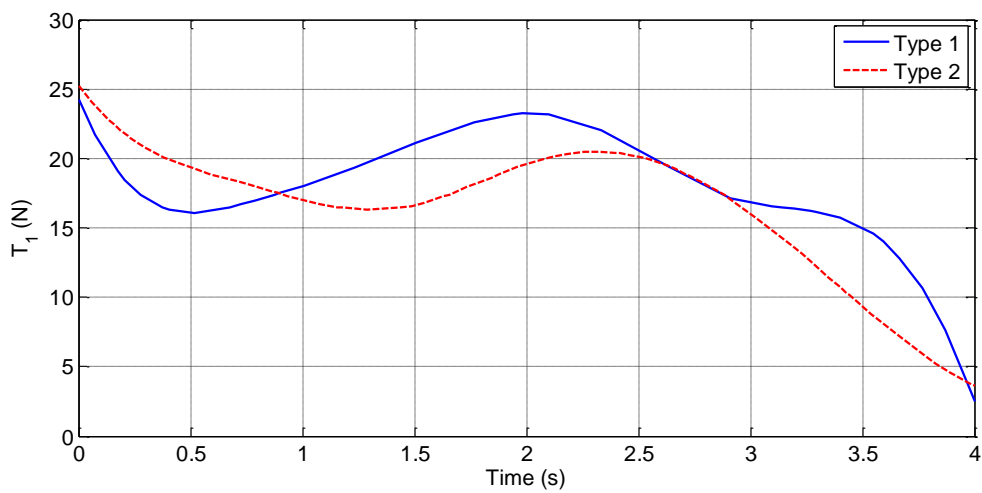
شکل ۴-۲۷ موقعیت x مرکز صفحه متحرک



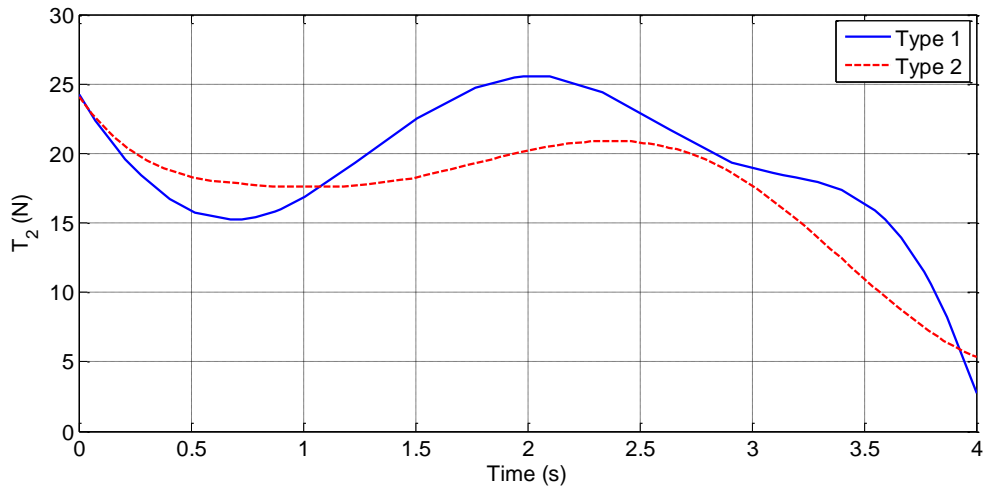
شکل ۲۸-۴ موقعیت  $y$  مرکز صفحه متحرک



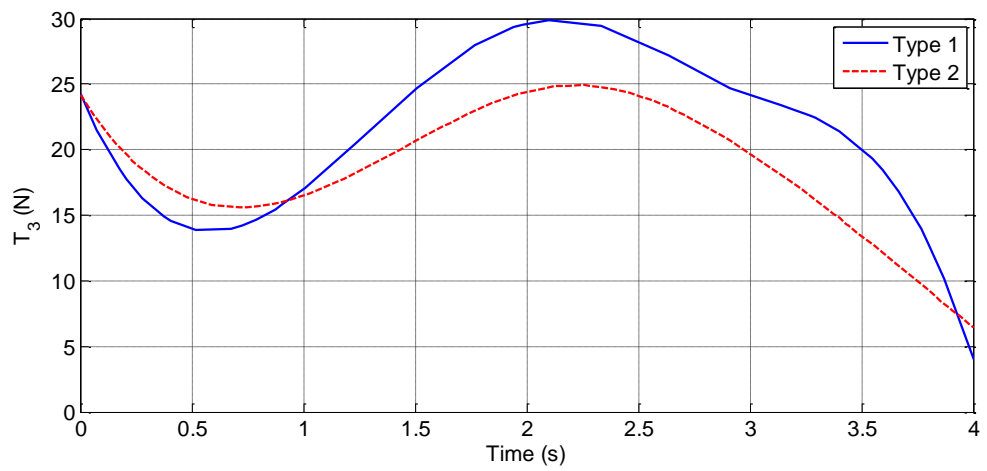
شکل ۲۹-۴ موقعیت  $z$  مرکز صفحه متحرک



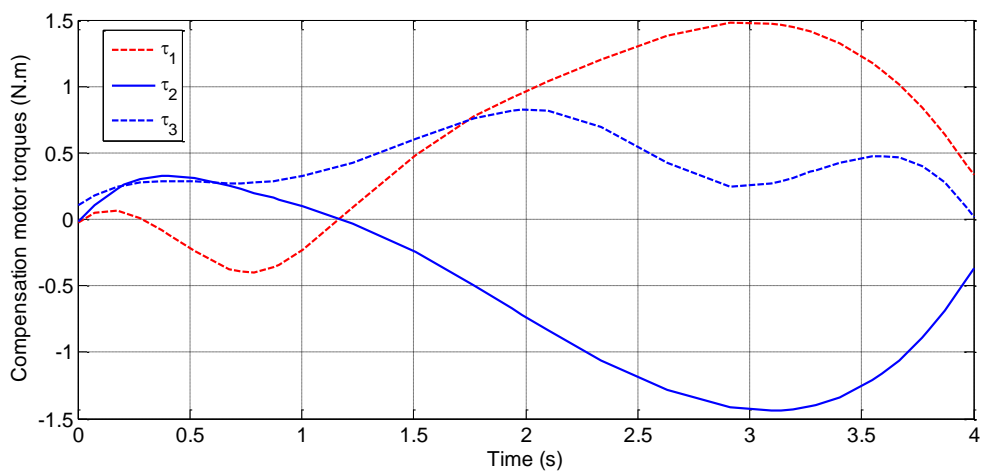
شکل ۳۰-۴ کشش کابل اول



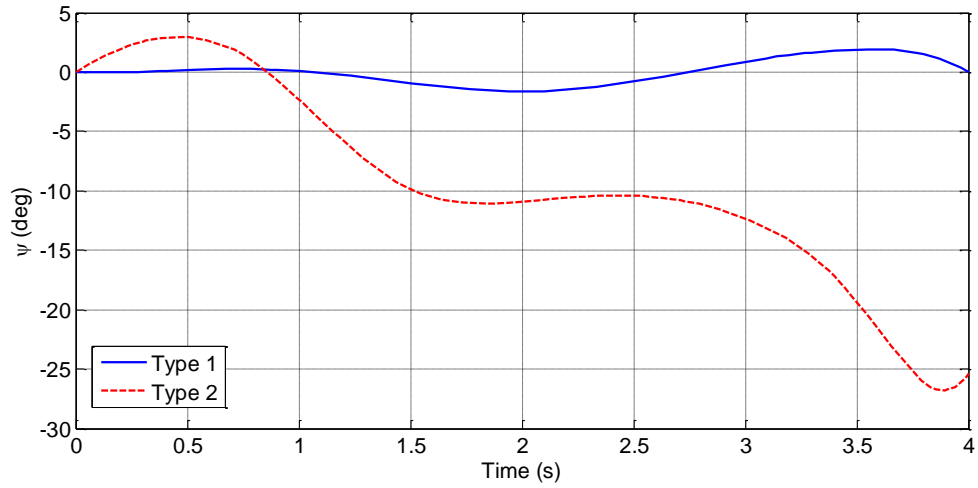
شکل ۳۱-۴ کشش کابل دوم



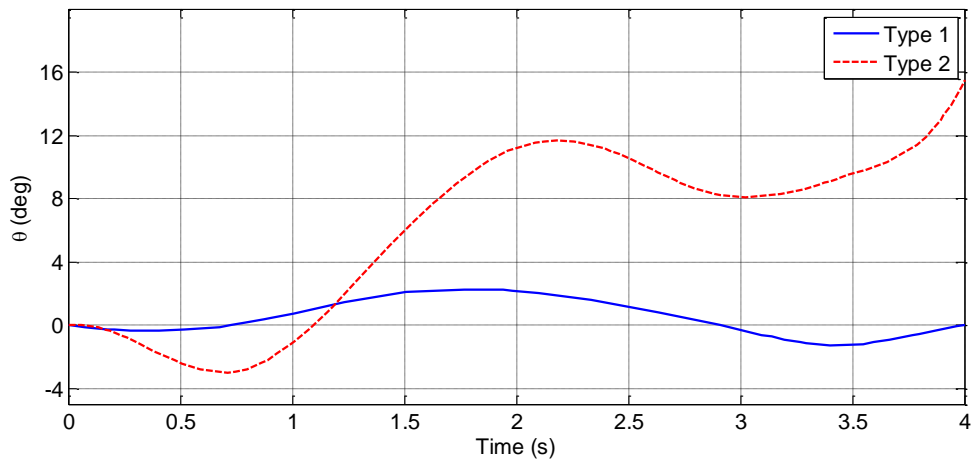
شکل ۳۲-۴ کشش کابل سوم



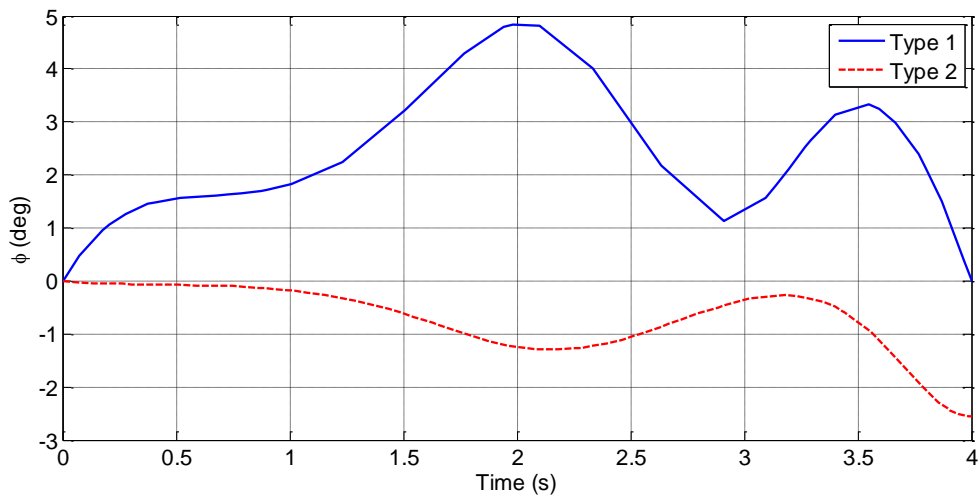
شکل ۳۳-۴ گشتاور موتورهای جبران ساز



شكل ٣٤-٤ زاوية يابو صفحة متحرك



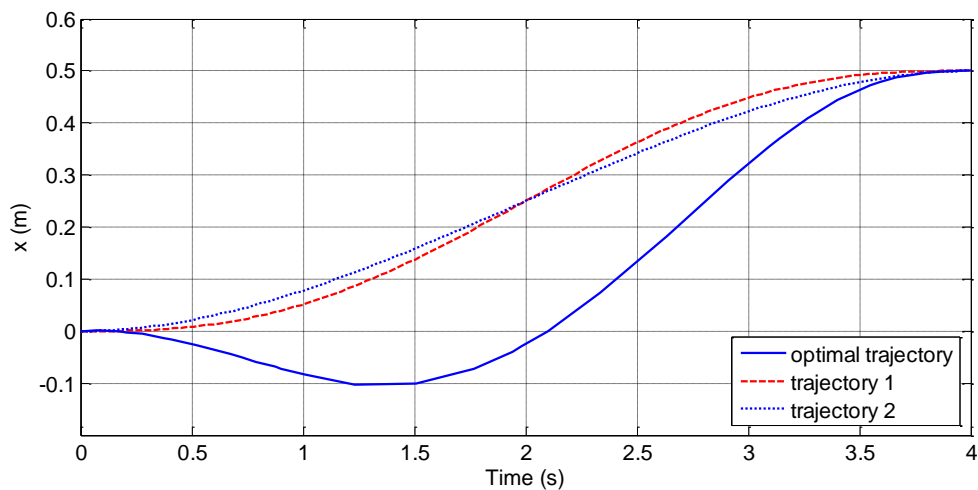
شكل ٣٥-٤ زاوية پيچ صفحة متحرك



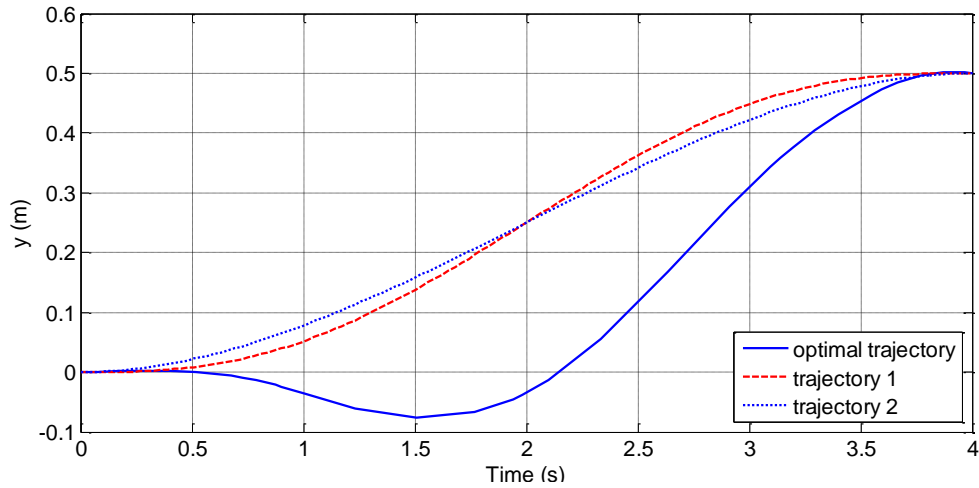
شكل ٣٦-٤ زاوية رول صفحة متحرك

#### ۵-۴ صحت‌سنجی مسیر بهینه

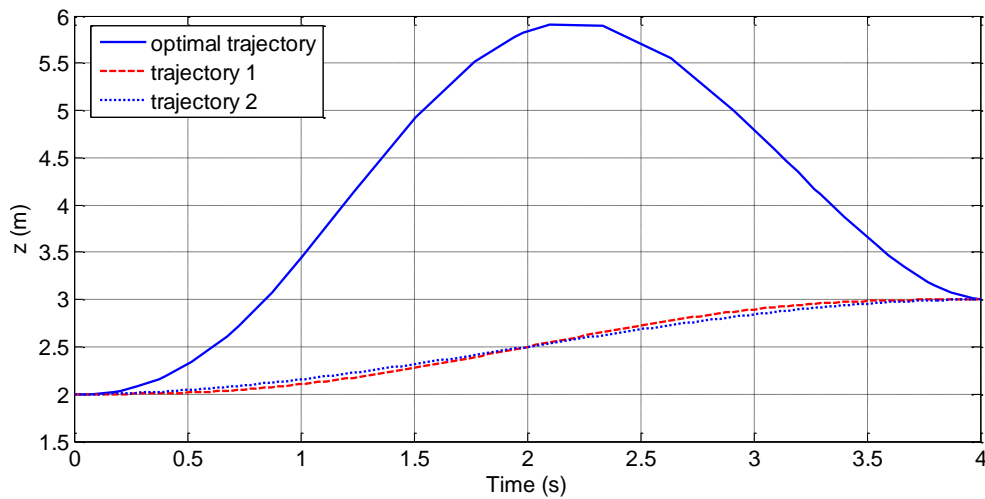
در این قسمت، مسیر بهینه بدست آمده در بخش ۴-۴-۵ در قیاس با دو مسیر مختلف با نقاط ابتدایی و انتهایی یکسان قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه در همه مسیرها شرایط مرزی و زمان حرکت در نظر گرفته شده یکسان است و بهینه‌سازی بر اساس کمینه کردن معیار عملکرد صورت می‌گیرد، برای مقایسه مسیر بهینه با مسیرهای دیگر مقدار معیار عملکرد اساس مقایسه قرار می‌گیرد. در طراحی مسیر اول، یک منحنی درجه پنج بین نقاط ابتدا و انتها با شرایط مرزی سرعت و شتاب صفر در ابتدا و انتها نظر گرفته شده است. در طراحی مسیر دوم، یک مسیر درجه سه با شرط مرزی سرعت صفر در ابتدا و انتها در نظر گرفته شده است. شکل ۴-۳۷ تا شکل ۴-۳۹ مسیرهای بهینه و مسیرهای مقایسه‌ای را نشان می‌دهند.



شکل ۴-۳۷ موقعیت  $x$  مرکز صفحه متحرک



شکل ۴-۳۸ موقعیت  $y$  مرکز صفحه متحرک



شکل ۴-۳۹ موقعیت  $z$  مرکز صفحه متحرک

جدول ۴-۶ مقادیر کمینه و بیشینه کشش کابل‌ها و همچنین مقدار معیار عملکرد در نظر گرفته

شده در طراحی مسیر در بخش ۴-۴-۵ را برای هر مسیر را نشان می‌دهد.

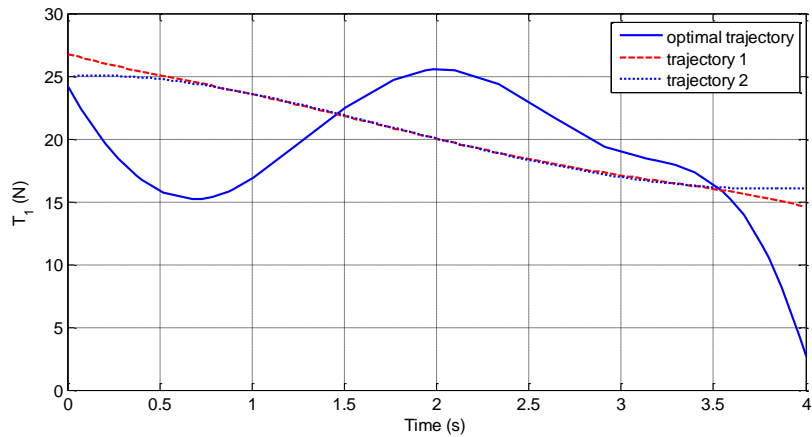
جدول ۴-۶ مقایسه نتایج مسیرها

مسیر		$T_1$	$T_2$	$T_3$	مقدار معیار عملکرد
مسیر بهینه	min	2.472	2.711	4.056	$1.942 \times 10^4$
	max	24.212	25.549	29.884	
مسیر ۱	min	14.617	19.455	26.776	$3.507 \times 10^4$
	max	26.776	26.776	29.603	
مسیر ۲	min	16.024	20.438	26.776	$3.443 \times 10^4$
	max	24.984	25.481	26.776	

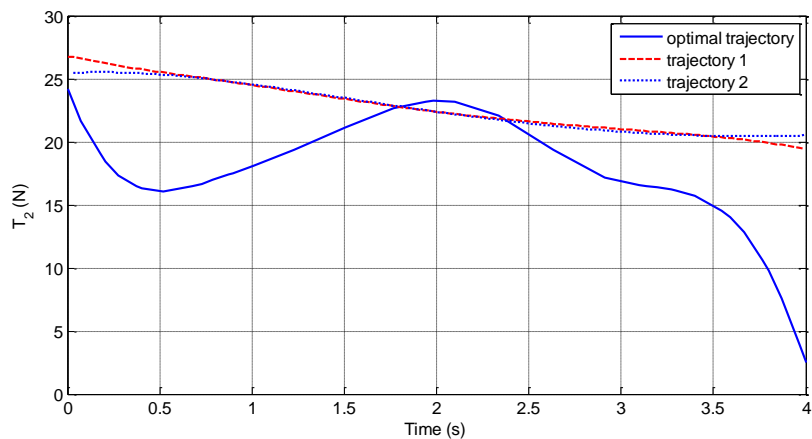
جدول ۴-۶ نتایج حاصل از سه مسیر را نشان می‌دهد و همان‌طور که مشخص است در مسیر بهینه

مقدار تابع هدف در نظر گرفته شده نسبت به دو مسیر دیگر کمتر است. همچنین شکل ۴-۴۰

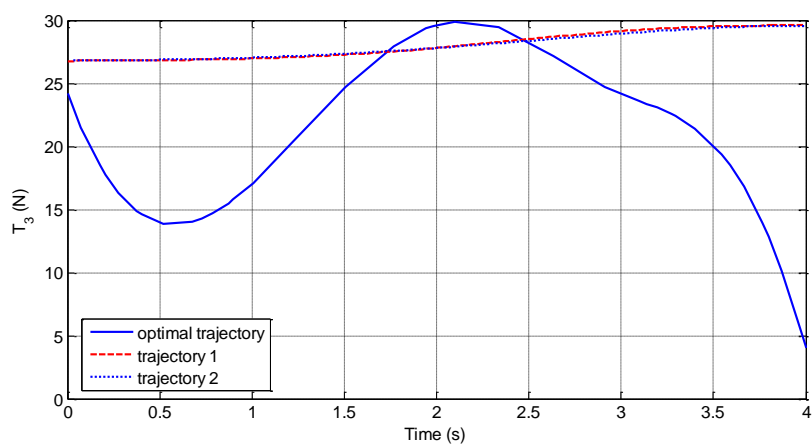
مقدار کشش کابل‌ها را در سه مسیر مختلف نشان می‌دهد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۴-۴۰ مقدار کشش کابل‌ها در سه مسیر مختلف  
الف) کشش کابل اول ب) کشش کابل دوم ج) کشش کابل سوم



## فصل پنجم

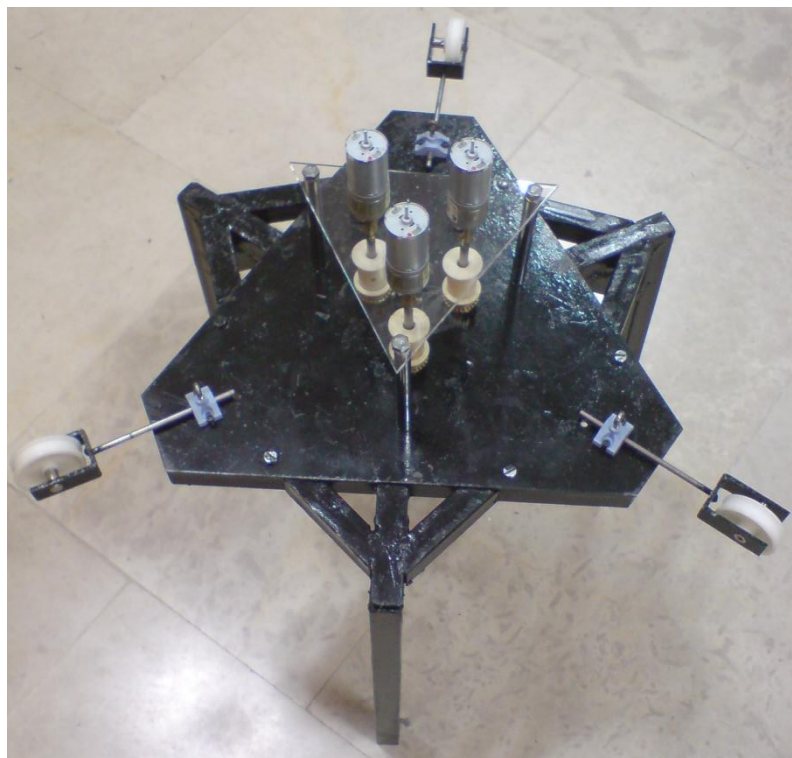
### ساخت مدل تجربی

## ۱-۵ مقدمه

یکی از راه‌های تست تئوری‌ها، پیاده‌سازی این تئوری‌ها بر روی مدل عملی جهت آزمایش میزان صحت آن‌ها می‌باشد. در این فصل، برای مدل ربات موازی کابلی فضایی یک نمونه تجربی برای تست فرمولاسیون ساخته شده است که هدف، تست روابط دینامیک و استاتیک بر روی نمونه واقعی می‌باشد. در ادامه یک سیستم کنترل حلقه باز برای کنترل ربات معرفی شده و از کامپیوتر برای کنترل ربات استفاده شده است که کنترل ربات در کامپیوتر با استفاده از محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب صورت می‌گیرد.

## ۲-۵ شماتیک طرح

نمونه تجربی ساخته شده برگرفته از مدل ربات موازی کابلی با سه کابل می‌باشد که کنترل صفحه متحرک به وسیله سه موتور انجام می‌گیرد که شماتیک کلی آن در شکل ۱-۵ نشان داده شده است.



شکل ۱-۵ نمونه تجربی ساخته شده

## ۳-۵ اجزای طرح

در این قسمت اجزای نمونه تجربی از قبیل سنسورها، موتورها و مدارات الکتریکی شرح داده می‌شوند.

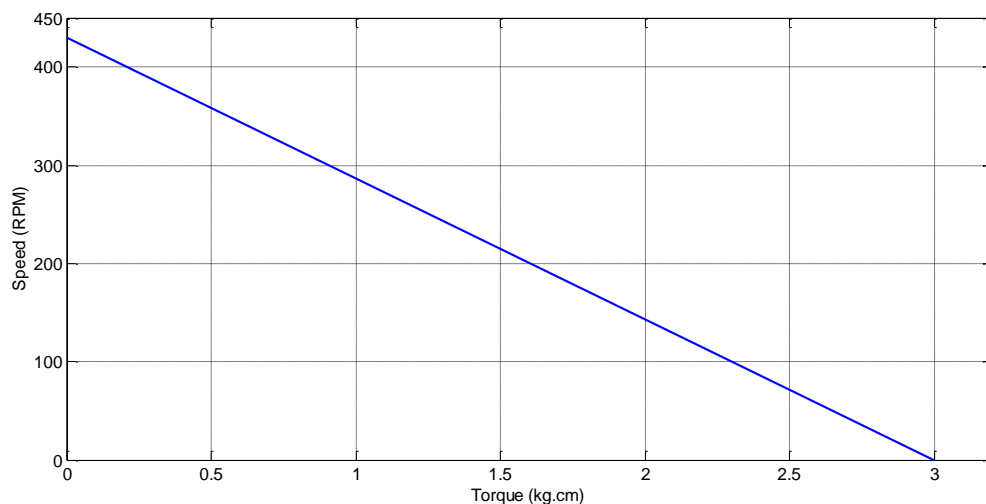
### ۱-۳-۵ موتورها

یکی از موتورهای رایج در ربات‌ها موتورهای DC می‌باشند که به دلیل معادلات خطی دارای قابلیت کنترل ساده‌تر می‌باشند. موتورهای استفاده شده در نمونه تجربی موتورهای DC از نوع Landa با شماره ۲۱-۳۷۰ می‌باشد که در شکل ۲-۵ نشان داده شده است.

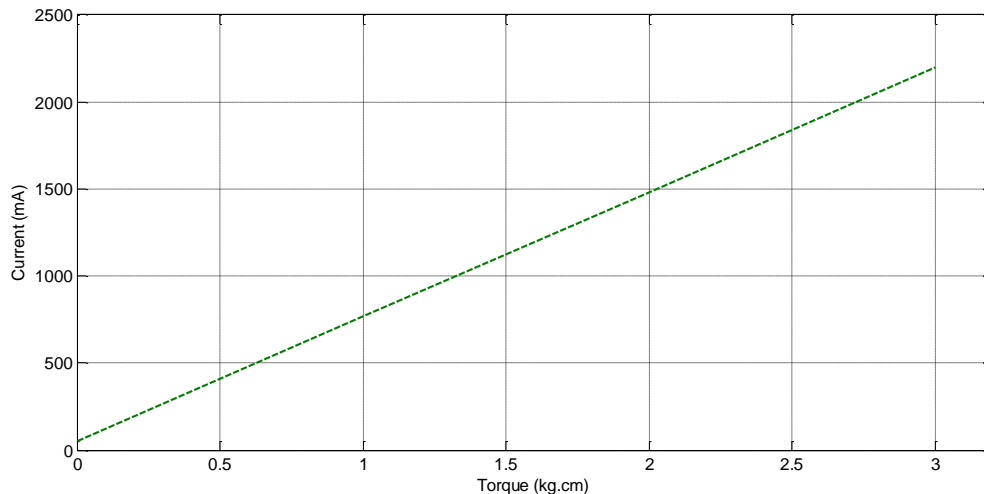


شکل ۲-۵ موتور DC مدل Landa به شماره ۲۱-۳۷۰

این موتورها مغناطیس دائم بوده و دارای نمودار سرعت-گشتاور و جریان-گشتاور خطی می‌باشند که نمودارهای آن توسط شرکت سازنده ارائه می‌گردد. نمودارهای مربوط به این موتور در شکل ۳-۵ و شکل ۴-۵ به ازای ولتاژ ۱۲ ولت نشان داده شده است.



شکل ۳-۵ نمودار سرعت-گشتاور موتور



شکل ۴-۵ نمودار جریان-گشتاور موتور

با توجه به نمودارهای فوق داریم

$$\omega_{max} = 430 \text{ RPM}$$

$$T_s = 3 \text{ kg.cm}$$

$$I_s = 2.2 \text{ Amp}$$

$$I_{min} = 0.05 \text{ Amp}$$

که  $\omega_{max}$  سرعت ماکزیمم،  $T_s$  ماکزیمم گشتاور تولیدی و  $I_s$  بیشترین جریان موتور می باشد.

روابط موتور مغناطیس دائم با صرف نظر از اندوکتانس آن به صورت زیر می باشد

$$V = RI + K_e \omega \quad (1-5)$$

$$T = K_t I \quad (2-5)$$

با توجه به مقادیر سرعت ماکزیمم، گشتاور ماکزیمم و جریان ماکزیمم بدست آمده از نمودارها و با

استفاده از روابط (۱-۵) و (۲-۵) مقادیر مقاومت داخلی، ثابت گشتاور و ثابت الکتریکی موتور به

ترتیب به صورت زیر حاصل می شود

$$R = 5.455 \Omega$$

$$K_t = 0.136 \text{ N.m/Amp}$$

$$K_e = 0.26 \text{ volt.s/rad}$$

از این مقادیر برای شبیه سازی موتور و بلوک کنترل آن در کامپیوتر استفاده می شود.

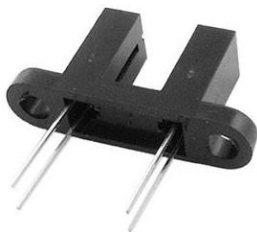
## ۵-۳-۲ انکودر

مجموعه هر انکودر استفاده شده شامل یک عدد انکودر مکانیکی و دو سنسور فرستنده و گیرنده مادون قرمز می باشد که با استفاده از آن می توان زاویه چرخش و جهت چرخش را بدست آورد، به طوری که انکودر مکانیکی بین لبه های سنسور قرار گرفته و سنسور شیارها را تشخیص می دهد. چنانچه شیار بین دو لبه قرار گیرد ولتاژ خروجی سنسورهای فرستنده و گیرنده مادون قرمز بیشینه بوده و چنانچه سطح انکودر مکانیکی بین لبه های سنسور قرار گیرد ولتاژ خروجی سنسور کمینه می گردد. با استفاده از ترکیب سنسور فرستنده و گیرنده مادون قرمز و انکودر مکانیکی می توان به ازای چرخش انکودر مکانیکی پالس تولید کرد که با شمارش و مقایسه پالس های تولیدی می توان مقادیر زوایای چرخش، سرعت چرخش و جهت چرخش را بدست آورد. انکودر مکانیکی شامل یک صفحه فلزی با ۲۵ شیار و به قطر داخلی ۶ میلی متر می باشد که در شکل ۵-۵ نشان داده شده است.



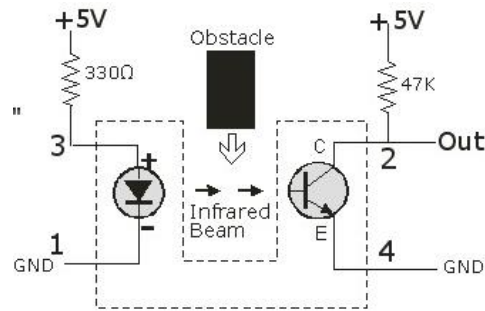
شکل ۵-۵ انکودر مکانیکی با ۲۵ شیار

سنسورهای فرستنده و گیرنده مادون قرمز استفاده شده از نوع HY860D می باشد که در شکل ۵-۶ نشان داده شده است.



شکل ۵-۶ سنسور فرستنده و گیرنده مادون قرمز HY860D

این سنسور دارای مدار راه انداز نشان داده شده در شکل ۵-۷ می باشد.



شکل ۷-۵ مدار راه‌انداز سنسور فرستنده و گیرنده مادون قرمز

### ۵-۳-۳ کارت داده‌گیری<sup>۱</sup>

کارت داده‌گیری استفاده شده از نوع PCI-1710 می‌باشد که در شکل ۸-۵ نشان داده شده است.



شکل ۸-۵ کارت داده‌گیری PCI-1710

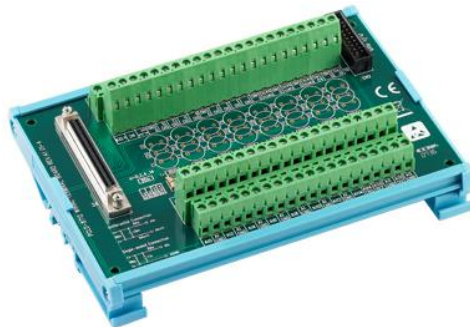
این کارت یک مبدل دیجیتال به آنالوگ و آنالوگ به دیجیتال است که بر روی برد کامپیوتر نصب می‌گردد و از قابلیت ارتباط با نرم افزارهای MATLAB و LABVIEW برخوردار می‌باشد. ویژگی‌های این کارت داده‌گیری در جدول ۱-۵ آورده شده است.

جدول ۱-۵ ویژگی‌های کارت داده‌گیری PCI-1710

تعداد ورودی‌های آنالوگ	۱۶ کانال
تعداد خروجی‌های آنالوگ	۲ کانال
تعداد ورودی و خروجی‌های دیجیتال	۱۶ کانال
زمان تبدیل	۸ میکروثانیه
دقت اندازه‌گیری	۱۲ بیت

<sup>۱</sup> Data acquisition card (DAC)

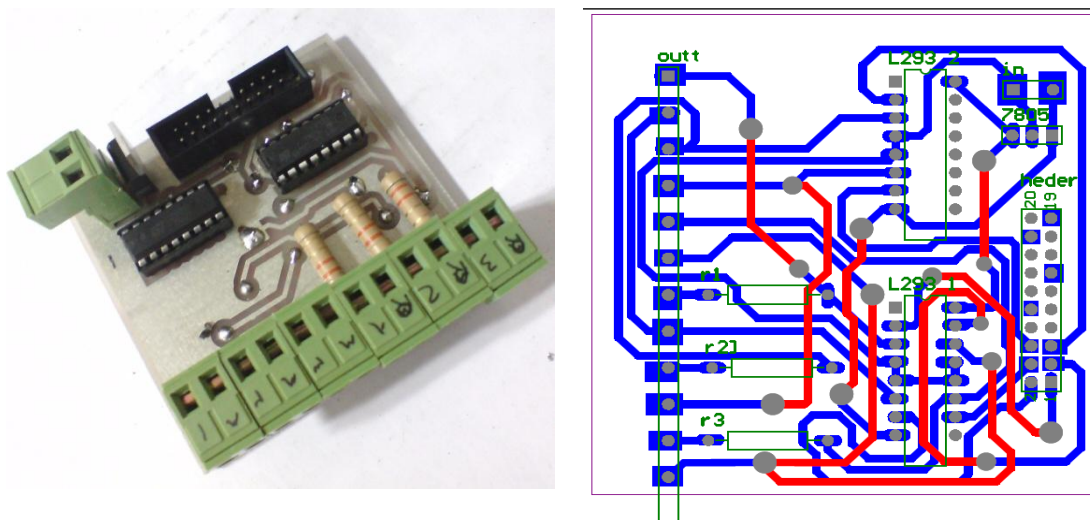
برای برقراری اتصالات به کارت داده‌گیری از یک واسطه استفاده می‌گردد. این واسطه یک برد با اتصالات پیچی از نوع PCLD 8712 می‌باشد که به‌وسیله کابل به کارت داده‌گیری متصل می‌گردد که شماتیک آن در شکل ۹-۵ نشان داده شده است.



شکل ۹-۵ واسطه کارت داده‌گیری از نوع PCLD 8712

### ۴-۳-۵ برد مدار چاپی

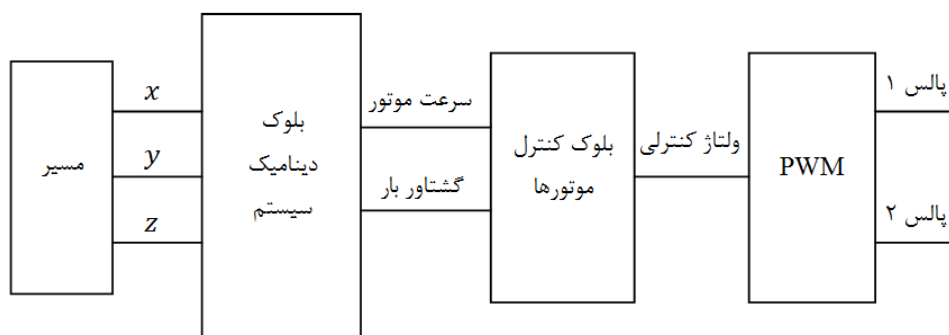
برای کنترل موتورها از یک درایور استفاده شده که شامل یک برد مدار چاپی است. برد مدار چاپی استفاده شده شامل دو عدد آی سی L293d، یک عدد رگولاتور 7805، چهار عدد کانکتور پیچی دو پین از نوع فونیکس، یک عدد باکس هدر  $2 \times 10$  و سه عدد مقاومت  $3.3\Omega$  با توان ۲ وات می‌باشد و این برد به‌وسیله یک کابل فلت با سوکت‌های IDC به واسطه کارت داده‌گیری متصل می‌گردد. شکل ۱۰-۵ برد مدار چاپی استفاده شده و نقشه الکترونیکی آن را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰-۵ برد مدار چاپی استفاده شده

## ۴-۵ پیاده‌سازی

جهت پیاده‌سازی سیستم کنترلی ربات از روش کنترل حلقه باز استفاده می‌گردد. در این روش ابتدا با استفاده از معادلات دینامیک برای طی مسیر مشخص مقدار کشش کابل‌ها و سرعت دورانی موتورها محاسبه می‌گردد و با داشتن اطلاعات موتورها مقادیر کشش کابل‌ها به عنوان بار خارجی و مقادیر سرعت محاسبه شده موتورها به عنوان ورودی سیستم کنترلی در نظر گرفته می‌شود. برای کنترل سرعت موتور از کنترل کننده PID استفاده گردیده و با استفاده از معادلات موتور، ضرایب مطلوب PID با توجه به معیارهای کنترلی مورد نظر بدست می‌آید. خروجی کنترل کننده PID در هر لحظه مقادیر ولتاژ کنترلی مورد نیاز می‌باشد که این مقادیر ولتاژ به پالس PWM تبدیل می‌گردد. شکل ۱۱-۵ الگوریتم ساخت پالس کنترلی برای یک موتور در کامپیوتر را نشان می‌دهد.



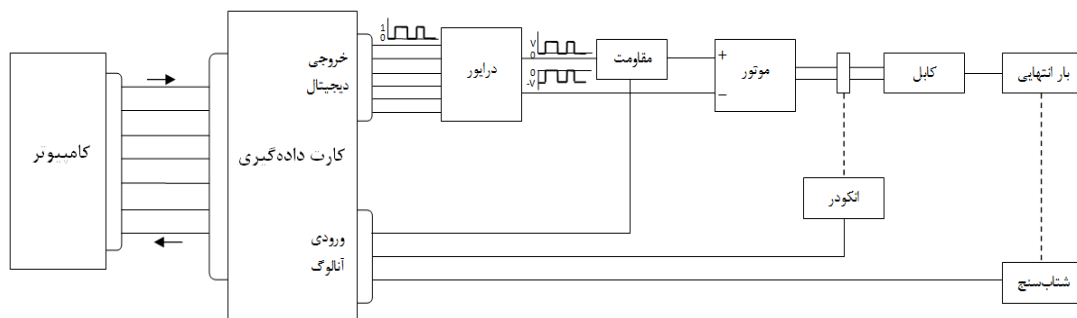
شکل ۱۱-۵ نحوه ساخت پالس کنترلی در کامپیوتر

با استفاده از محیط سیمولینک نرم افزار متلب مقادیر PWM کنترلی به کارت داده‌گیری داده شده و این پالس‌ها از خروجی‌های دیجیتال کارت داده‌گیری به عنوان ورودی فرمان به برد مدار چاپی فرستاده می‌شود که به عنوان فرمان کنترلی به پین‌های کنترل آی‌سی‌های L293d فرستاده شده و بدین وسیله ولتاژ کنترلی توسط این آی‌سی بر روی موتورها اعمال می‌گردد.

برای مقایسه نتایج تئوری و عملی، پس از اعمال ولتاژ کنترلی و حرکت سیستم گشتاور موتورها و سرعت چرخش آن‌ها اندازه‌گیری شده و مقادیر واقعی با مقادیر بدست آمده در قسمت تئوری مقایسه می‌گردد. برای محاسبه سرعت چرخش موتور، پالس‌های خروجی از آنکودرها در هر لحظه به ورودی آنالوگ کارت داده‌گیری فرستاده شده و در نرم‌افزار متلب خوانده می‌شود و با استفاده از



برنامه مورد نظر پالس‌ها به موقعیت تبدیل شده و با مشتق‌گیری از موقعیت بر حسب زمان سرعت چرخش موتورها محاسبه می‌گردد. برای محاسبه گشتاور موتورها در هر لحظه جریان موتورها اندازه‌گیری می‌شود. بدین منظور در مسیر ولتاژ کنترلی اعمالی از طریق آی سی L293d برای هر موتور یک مقاومت قرار داده شده که ولتاژ آن به ورودی آنالوگ کارت داده‌گیری داده می‌شود. با دانستن مقدار مقاومت‌ها از روی ولتاژ مقاومت‌ها می‌توان جریان و در نهایت گشتاور موتور را محاسبه کرد. شکل ۵-۱۲ نحوه پیاده‌سازی سیستم کنترل و گرفتن خروجی از سیستم جهت مقایسه نتایج تجربی و تئوری را نشان می‌دهد.



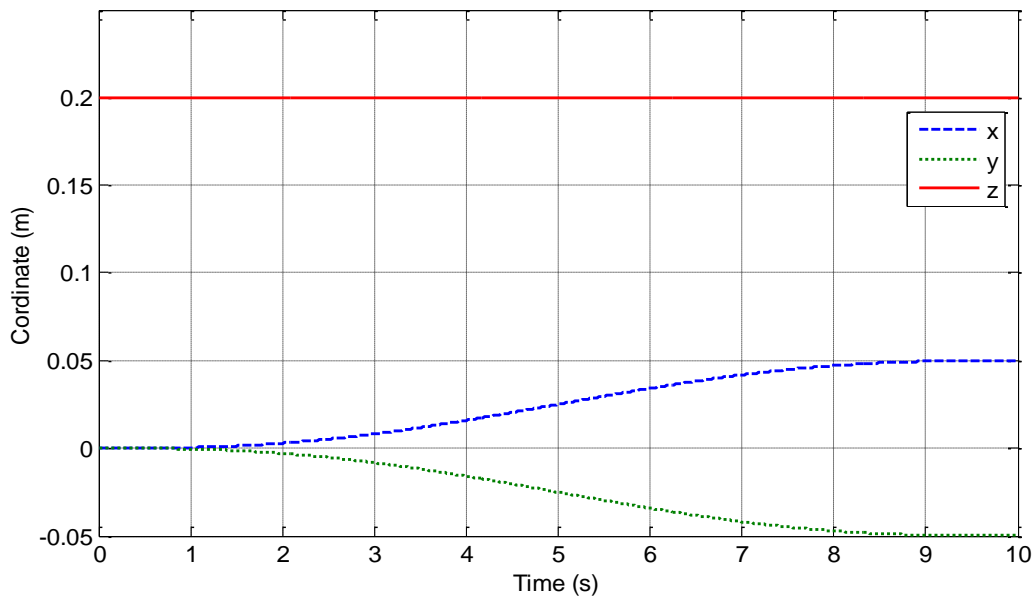
شکل ۵-۱۲ الگوریتم کنترل سیستم و گرفتن خروجی از آن

در این طرح روش کنترلی اعمالی از نوع پس‌خورد می‌باشد، بدین صورت که با مدل کردن دینامیک سیستم و موتور الکتریکی در کامپیوتر ولتاژ کنترلی ساخته می‌شود که این ولتاژ با استفاده از PWM به صورت پالس درآمده و از طریق کارت داده‌گیری به درایورها اعمال می‌شود و در نهایت با استفاده از سنسورهای مربوطه مقادیر در عمل اندازه‌گیری شده و از طریق کارت داده‌گیری به کامپیوتر منتقل می‌شود که در آن می‌توان نتایج عملی و تئوری را با یکدیگر مقایسه نمود. برای مدل تجربی ساخته شده، پارامترها در جدول ۵-۲ آورده شده است که در مدلسازی از اصطکاک چرخشی محور موتورها صرف‌نظر شده است.

جدول ۲-۵ پارامترهای مدل تجربی

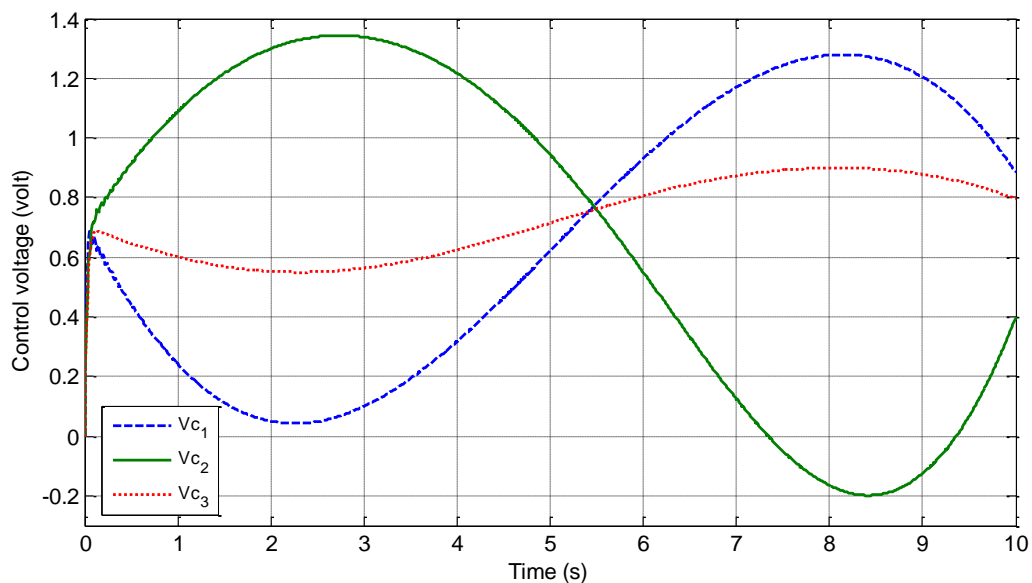
واحد	مقدار	پارامتر
m	$D = 0.5$	طول ضلع صفحه ثابت
m	$d = 0.05$	طول ضلع صفحه متحرک
kg	$m = 0.1$	جرم صفحه متحرک
m	$r = 0.01$	شعاع پولی‌ها
kg. m <sup>2</sup>	$J = 0.01$	اینرسی دورانی محور موتور
kg. mm <sup>2</sup>	$I_{xx} = I_{yy} = 2.675$ $I_{zz} = 14.684$	اینرسی دورانی صفحه متحرک

برای مدل تجربی ساخته شده، مسیری که می‌خواهیم طی شود در شکل ۱۳-۵ نشان داده شده است.



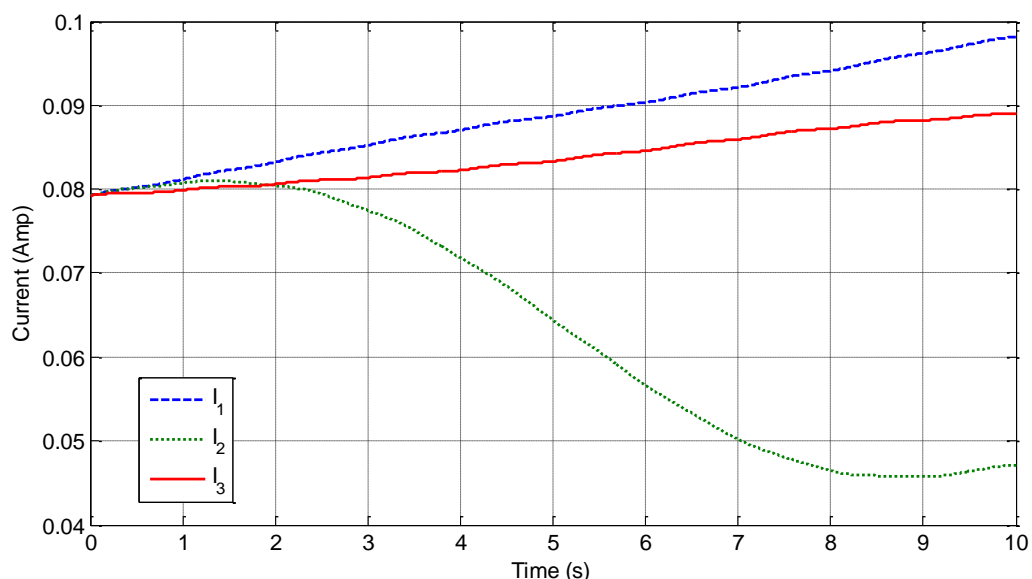
شکل ۱۳-۵ مسیر مورد نظر برای مدل تجربی

با توجه به الگوریتم نشان داده شده در شکل ۱۱-۵، مقادیر ولتاژ کنترلی که باید به موتورها اعمال شود بدست می‌آید که در شکل ۱۴-۵ نشان داده شده است.



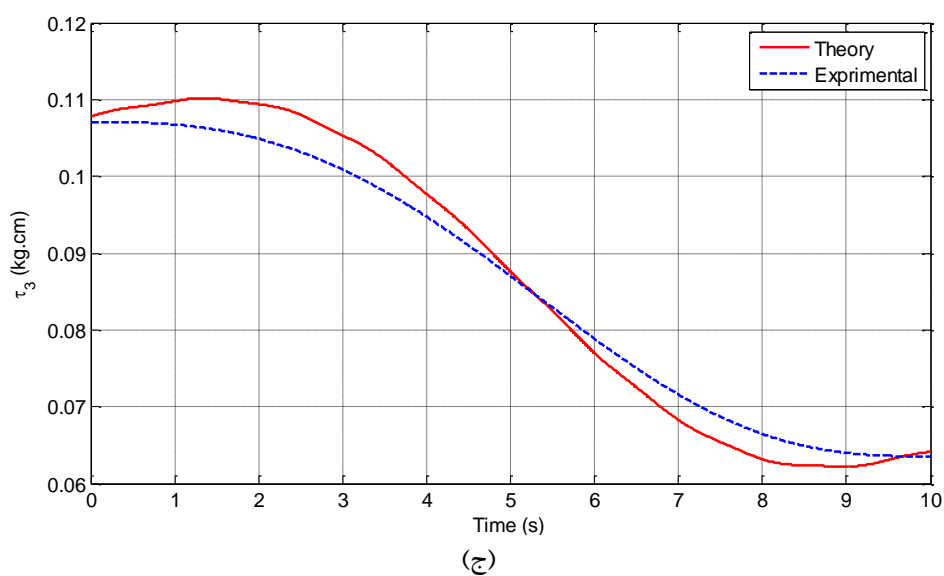
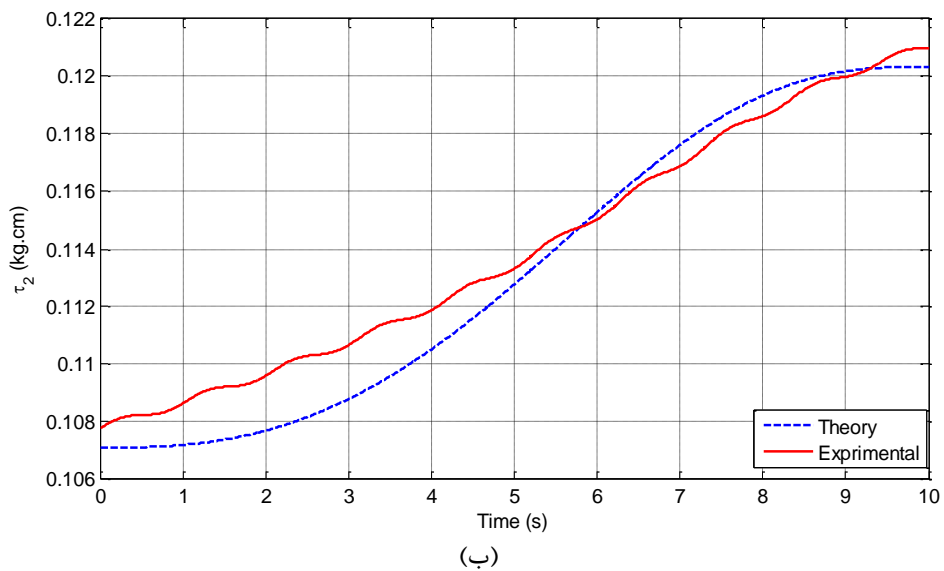
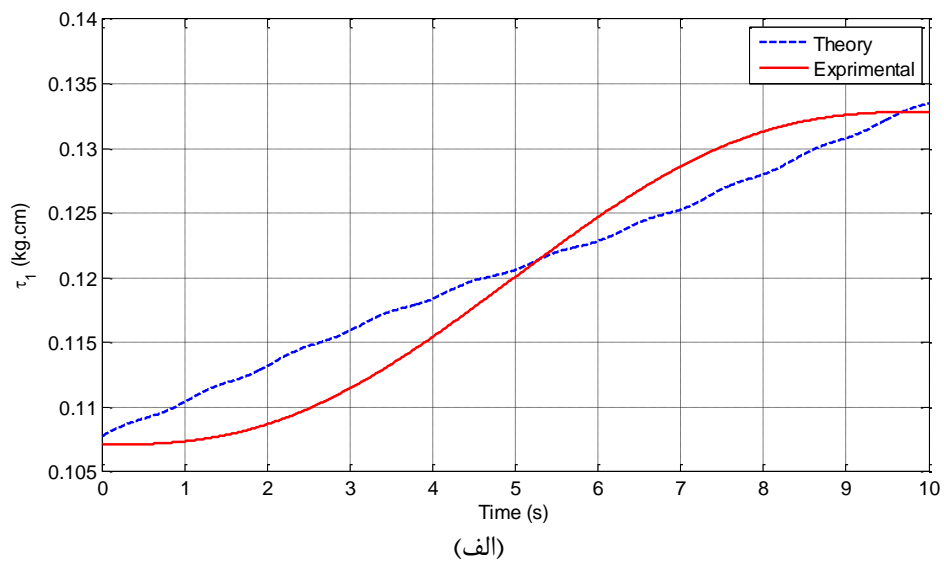
شکل ۵-۱۴ ولتاژ کنترلی موتورها

برای مدل تجربی، با اعمال ولتاژهای کنترلی بدست آمده در شبیه‌سازی میزان جریان عبوری اندازه‌گیری شده در موتورها به شرح زیر است



شکل ۵-۱۵ جریان‌های عبوری از موتورها

با استفاده از رابطه (۵-۲) می‌توان با معلوم بودن جریان موتورهای گشتاور تولیدی آن‌ها را محاسبه کرد. شکل ۵-۱۶ مقادیر واقعی گشتاور تولیدی موتورها و مقادیر مورد نیاز محاسبه‌شده در شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۶-۵ گشتاور واقعی و تئوری موتورها

در مدل تجربی برای اندازه‌گیری سرعت دورانی موتورها از انکودرهای ذکر شده استفاده گردید اما به دلیل زیاد بودن تعداد شیارهای انکودر مکانیکی امکان موقعیت‌دهی دقیق سنسورهای فرستنده و گیرنده مادون قرمز به‌صورت دستی مهیا نشد و سرعت موتورها اندازه‌گیری نشد.



## فصل ششم

### نتیجه‌گیری و پیشنهادات

## ۱-۶ نتیجه‌گیری

با پیشرفت تکنولوژی و گسترش روزافزون کاربرد سیستم‌های رباتیکی، نیاز به مکانیزم‌هایی که در حین سادگی ساختار مکانیکی، هزینه کم ساخت، اشغال فضای کمتر و مصرف کم انرژی بتوانند در کاربردهای متنوع با فضاهای کاری متفاوت مورد استفاده قرار گیرند، بیش از پیش احساس می‌شود. در پاسخ به این نیاز، از اوایل دهه هشتاد میلادی ربات‌های کابلی شکل گرفتند. در این ربات‌ها، به جای استفاده از لینک‌های صلب از کابل استفاده شد که این امر باعث افزایش فضای کاری در این ربات‌ها، کاهش هزینه ساخت و سادگی مکانیزم‌ها گردید. در عوض محدودیت‌هایی نیز برای استفاده از این ربات‌ها وجود دارد که از آن جمله، می‌توان به پایداری کم اشاره کرد. علت پایداری کم در این ربات‌ها، محدودیت اعمال نیرو از طرف کابل‌ها است چون کابل‌ها نمی‌توانند نیروی فشاری اعمال کنند و نیروی اعمالی از طرف آن‌ها تنها در امتداد کابل است. با وجود محدودیت ذکر شده برای ربات‌های موازی کابلی، استفاده از این ربات‌ها در صنایع در حال گسترش بوده و متناسب با این گسترش استفاده، تحقیقات انجام شده بر روی این مدل‌ها و معرفی انواع مکانیزم‌های جدید در حال افزایش است. یکی از انواع ربات‌های کابلی موازی که تحقیقات کمی درباره آن صورت گرفته است ربات‌های موازی زیرمقید می‌باشند. از جمله محدودیت‌های این نوع ربات عدم امکان کنترل موقعیت و زاویه قسمت انتهایی به‌طور همزمان است. در فصل دوم برای غلبه بر این محدودیت در صفحه، دو مدل ربات مرکب صفحه‌ای بر پایه ربات کابلی صفحه‌ای معرفی شده است که در آن‌ها از دو مدل بازو برای تأمین زوایای موردنظر استفاده گردید. در فصل سوم یک مدل مرکب فضایی معرفی شد که در آن از ترکیب ربات موازی کابلی با سه کابل و یک بازوی ربات پیوسته استفاده شد.

در ربات‌های زیرمقید، برای تعیین پیکربندی ربات علاوه بر هندسه سیستم باید دینامیک و استاتیک سیستم نیز بررسی شوند که این موضوع خود باعث افزایش پیچیدگی‌های تحلیل بر روی این نوع از ربات‌های کابلی می‌گردد. در فصل دوم، با استفاده از هندسه سیستم‌های معرفی شده و با



توجه به استاتیک، مسئله سینماتیک-استاتیک وارون برای مدل‌های مطرح‌شده حل گردید. همچنین با استفاده از معادلات نیوتون-اویلر، فرم معادلات دینامیکی برای ربات کابلی صفحه‌ای بدست آمده و برای مدل‌های مرکب صفحه‌ای با ترکیب روش لاگرانژ و نیوتون-اویلر، فرم بسته معادلات دینامیک بدست آمد. در ربات‌های زیرمقید با وارد شدن بار خارجی بر قسمت انتهایی، پیکربندی ربات تغییر می‌کند، بدین منظور برای تحلیل حرکت ربات و کنترل آن باید بتوان بارهای خارجی اعمالی را مدل کرد که بدین منظور باید از نوع، مقدار و جهت بارهای اعمالی اطلاع داشت. در فصل سوم برای مدل مرکب مطرح‌شده، با توجه به دینامیک بازوی پیوسته و با توجه به معادلات حرکت آن، گشتاور و نیروی اعمالی از طرف بازوی پیوسته محاسبه گردید. در ادامه اثر بازوی پیوسته بر روی قسمت موازی به‌عنوان بار خارجی در نظر گرفته شد و با استفاده از روش جبران‌سازی دینامیکی و استفاده از سه موتور جبران‌ساز، اثر دو قسمت بر روی یکدیگر خنثی گردید. همچنین در مدل کردن معادلات بازوی پیوسته، اثرات عبور سیال از داخل بازو مدل شد. در ادامه با استفاده از اصول دینامیک سیالات، از یک روش برای حذف نوسانات سیال استفاده گردید و روش استفاده‌شده بر روی مدل ربات کابلی فضایی پیاده‌سازی شد.

در فصل چهارم ابتدا مسئله بهینه‌سازی تعریف و سپس راه‌های حل معرفی و روابط موردنیاز استخراج گردید. در ادامه یک روش حل ترکیبی برای حل مسئله بهینه‌سازی ارائه شد و برای مدل‌های مرکب مطرح‌شده، مسیر بهینه حرکت بین دو نقطه با توجه به محدودیت ورودی‌های کنترلی بدست آمد.

## ۶-۲ ارائه پیشنهادات

با توجه به موارد ذکرشده، می‌توان پیشنهادات موردنظر را در چند محور اصلی زیر بیان کرد:

- در نظر گرفتن انعطاف و جرم کابل‌ها

در اکثر تحقیقات صورت گرفته در مورد ربات‌های کابلی، کابل‌ها به‌صورت اجسام صلب در نظر

گرفته شده‌اند، در صورتی که در واقعیت به علت طول زیاد کابل‌ها، کرنش در این کابل‌ها دارای مقادیر قابل توجهی است. این موضوع زمانی که سرعت حرکت ربات کابلی بالا است بیشتر نمود پیدا کرده به طوری که عدم توجه به آن و صرف نظر کردن از تأثیرات انعطاف کابل در معادلات می‌تواند در پایداری سیستم و نوسانات آن تأثیرگذار باشد. همچنین در اکثر تحقیقات صورت گرفته بر روی ربات‌های کابلی از جرم کابل‌ها صرف نظر شده است و کابل به صورت مستقیم در نظر گرفته می‌شود. این فرض برای مدل‌های بزرگ که در آن نیاز به استفاده از کابل‌های قطور و با وزن بالا است می‌تواند خطاهای قابل توجهی را در نتایج تجربی بوجود آورد.

- نوشتن معادلات دینامیکی بر اساس گشتاور موتورها

در نوشتن معادلات دینامیک، می‌توان به جای استفاده از کشش کابل‌ها به عنوان ورودی کنترلی، روابط را برحسب گشتاور موتورها نوشت. در این حالت، در بحث طراحی مسیر برحسب موتور استفاده شده می‌توان باندهای گشتاور تولیدی را برحسب شتاب زاویه‌ای و سرعت زاویه‌ای موتورها تعریف کرد.

- آزمایش نتایج تئوری در بحث عدم قطعیت بر روی سیستم عملی

در این گام، نمونه تجربی از ربات کابلی فضایی طراحی شده و الگوریتم پیشنهادی بر روی مدل ساخته شده پیاده‌سازی شده و نتایج تئوری با نتایج عملی مقایسه می‌گردد.

- [1] A. Ming and T. Higuchi, "Study on multiple degree-of-freedom positioning mechanism using wires—part 1 Concept, design and control," *Int. Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol. 28, No. 2, pp. 131–138, 1994.
- [2] R. Kurtz and V. Hayward, "Dexterity measures with unilateral actuation constraints the  $n + 1$  case," *Advanced Robotics*, Vol. 9, No. 5, pp. 561–577, 1995.
- [3] R. G. Roberts, T. Graham, and T. Lippitt, "On the inverse kinematics, statics, and fault tolerance of cable-suspended robots," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 15, No. 10, pp. 581–597, 1998.
- [4] S. Behzadipour and A. Khajepour, "Design of reduced DOF parallel cable-based robots," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, No. 10, pp. 1051–1065, 2004.
- [5] J. Pusey, A. Fattah, S. Agrawal, and E. Messina, "Design and workspace analysis of a 6-6 cable-suspended parallel robot," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, No. 7, pp. 761–778, 2004.
- [6] T. Morizono, K. Kurahashi, and S. Kawamura, "Analysis and control of a force display system driven by parallel wire mechanism," *Robotica*, Vol. 16, No. 5, pp. 551–563, 1998.
- [7] S. Tadokoro, R. Verhoeven, M. Hiller, and T. Takamori, "A portable parallel manipulator for search and rescue at large-scale urban earthquakes and an identification algorithm for the installation in unstructured environments," in *Proc. Of the 1999 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Kyongju, Korea, 1999, pp. 1222–1227.
- [8] D. Surdilovic, J. Zhang, and R. Bernhardt, "STRING-MAN wirerobot technology for safe, flexible and human-friendly gait rehabilitation," in *Proc. of the 2007 IEEE Int. Conference on Rehabilitation Robotics*, Noordwijk, The Netherlands, 2007, pp. 446–453.
- [9] G. Rosati, P. Gallina, and S. Masiero, "Design, implementation and clinical tests of a wire-based robot for neurorehabilitation," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 560–569, 2007.
- [10] J. P. Merlet and D. Daney, "A portable, modular parallel wire crane for rescue operations," in *Proc. of the 2010 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Anchorage, USA, 2010, pp. 2834–2839.
- [11] M. Carricato and J. P. Merlet, "Geometrico-static analysis of underconstrained cable-driven parallel robots," in *Advances in Robot Kinematics Motion in Man and Machine*, J. Lenarčič and M. M. Stanišić, Eds. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 309–319.
- [12] M. Carricato and J. P. Merlet, "Geometrico-static analysis of under-constrained cable-driven parallel robots a general theory," *IEEE Transactions on Robotics*, submitted, 2011.
- [13] M. Carricato and J. P. Merlet, "Direct Geometrico-Static Problem of Under-Constrained Cable-Driven Parallel Robots with Three Cables", 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation.
- [14] M. Carricato and J. P. Merlet, "Stability Analysis of Underconstrained Cable-Driven Parallel Robots", 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation.
- [15] M. Carricato, "Inverse Geometrico-Static Problem of Under-Constrained Cable-Driven Parallel Robots with Three Cables", *ASME Journal of Mechanisms and Robotics*, Vol. 5, No. 3, August 2013, Paper No. 031002.
- [16] N. Yanai, M. Yamamoto, A. Mohri, "Inverse Dynamic Analysis and Trajectory Generation of Incompletely Restrained Wire-Suspended Mechanisms", *International Conference on Robotics and Automation*, 2001.

- [17] K. C. Fan, H. Wang, J. W. Zhao and T. H. Chang, "Sensitivity analysis of the 3-PRS parallel kinematic spindle platform of a serial-parallel machine tool", *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 43, 2003, pp. 1561–1569.
- [18] L. Wang, F. Xi, D. Zhang, "A parallel robotic attachment and its remote manipulation", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 22 (2006), pp. 515–525.
- [19] O. Ibrahim, W. Khalil, "Inverse and direct dynamic models of hybrid robots", *Mechanism and Machine Theory* 45, 2010, pp. 627–640.
- [20] B. Hu, Y. Lu, Q. Tan, J. Yu, J. Han, "Analysis of stiffness and elastic deformation of a 2(SP+SPR+SPU) serial-parallel manipulator", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 27, 2011, pp. 418–425.
- [21] M. S. Tsai, W. H. Yuan, "Inverse dynamics analysis for a 3-PRS parallel mechanism based on a special decomposition of the reaction forces", *Mechanism and Machine Theory* 45, 2010, pp. 1491–1508.
- [22] D. Pisla, B. Gherman, C. Vaida, M. Suci, N. Plitea, "An active hybrid parallel robot for minimally invasive surgery", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 29, 2013, pp. 203–221.
- [23] B. Gherman, D. Pisla, C. Vaida, N. Plitea, "Development of inverse dynamic model for a surgical hybrid parallel robot with equivalent lumped masses", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 28, 2012, pp. 402–415.
- [24] H. Osumi, Y. Utsugi and M. Koshikawa, "Development of a Manipulator Suspended by Parallel Wire Structure", *Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*.
- [25] R. V. Bostelman, J. S. Albus, R. E. Graham, "robocrane and Emma Applied to Waste Storage Tank Remediation", To be presented at the American Nuclear Society Seventh Topical Meeting on Robotics and Remote Systems, 1997.
- [26] M. H. Korayem, M. Bamdad, R. M. Zehtab, M. Iranpour, "First Experimental Results of Load Carrying Capacity for a Planar Cable-suspended Manipulator", *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology*, Vol. 3, No. 4, 2010.
- [27] A. Fattah, S. K. Agrawal, "On the Design of Cable-Suspended Planar Parallel Robots", *Mechanical Systems Laboratory, Journal of Mechanical design*, Vol. 127, 2005.
- [28] M. H. Korayem, M. Bamdad, H. Tourajizadeh, A. H. Korayem, S. Bayat, "Analytical design of optimal trajectory with dynamic load-carrying capacity for cable-suspended manipulator", *Int J Adv Manuf Technol*, Vol. 60, pp. 317–327, 2012.
- [29] Y. Pi, X. Wang, "Trajectory tracking control of a 6-DOF hydraulic parallel robot manipulator with uncertain load disturbances", *Control Engineering Practice*, pp. 185-193, 2011.
- [30] W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, "Robot Modeling and Control", 1st Ed, pp. 62.
- [31] J. L. Meriam, "Engineering Mechanics Dynamics", 6th Ed, pp. 567.
- [32] B. He, Z. Wang, Q. Li, H. Xie, R. Shen, "An Analytic Method for the Kinematics and Dynamics of a Multiple-Backbone Continuum Robot", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, 2013.
- [33] R. W. Fox, A. T. McDonald, P. J. Pritchard, "Introduction to Fluid Mechanics", 6th Ed, pp. 349, 2003.
- [34] S. J. Chen, B. Hein, H. Wörn, "Applying Acceleration Compensation to Minimize Liquid Surface Oscillation", *Australasian Conference on Robotics and Automation*, 2006.

- [35] D. E. Kirk, "optimal control theory an introduction", Dover publications, New York, pp. 230.
- [36] A. V. Rao, D. Benson, G. T. Huntington, "Algorithm 902: GPOPS, A MATLAB Software for Solving Multiple-Phase Optimal Control Problems Using the Gauss Pseudospectral Method". ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 37, No. 2, Article 22, Publication date: April 2010.
- [37] F. Fahroo, I. M. Ross, "Direct Trajectory Optimization by a Chebyshev Pseudospectral Method", Journal of Guidance Control and dynamics, Vol. 25, No. 1, 2002.

# پیوست

## پیوست ۱

عناصر ماتریس‌های رابطه (۲-۲۳) به صورت زیر می‌باشند

$$m_{11} = m_1 + m_2 + m_p$$

$$m_{12} = m_{21} = 0$$

$$m_{13} = m_{31} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2) - (m_p L_1 + m_2 L_1 + m_1 L_{c1}) \cos q_1$$

$$m_{14} = m_{41} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2)$$

$$m_{22} = m_1 + m_2 + m_p$$

$$m_{23} = m_{32} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2) - (m_p L_1 + m_2 L_1 + m_1 L_{c1}) \sin q_1$$

$$m_{24} = m_{42} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2)$$

$$m_{33} = m_1 L_{c1}^2 + m_2 (L_{c2}^2 + L_1^2) + m_p (L_1^2 + L_2^2)$$

$$+ (2m_2 L_1 L_{c2} + 2m_p L_1 L_2) \cos q_2 + \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

$$m_{34} = m_{43} = m_p L_2^2 + m_2 L_{c2}^2 + (m_2 L_1 L_{c2} + m_p L_1 L_2) \cos q_2 + \bar{I}_2$$

$$m_{44} = m_p L_2^2 + m_2 L_{c2}^2 + \bar{I}_2$$

$$c_1 = [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2) + (m_p L_1 + m_2 L_1 + m_1 L_{c1}) \sin q_1] \dot{q}_1^2$$

$$+ (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2)$$

$$c_2 = -[(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2) + (m_p L_1 + m_2 L_1 + m_1 L_{c1}) \cos q_1] \dot{q}_1^2$$

$$- (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2) \dot{q}_2^2 - 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2)$$

$$c_3 = -L_1 \sin q_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) (2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2)$$

$$c_4 = L_1 \sin q_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \dot{q}_1^2$$

$$G_1 = G_2 = 0$$

$$G_3 = -(m_p L_1 + m_2 L_1 + m_1 L_{c1}) g \sin q_1 + (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2)$$

$$G_4 = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) g \sin(q_1 + q_2)$$

عناصر ماتریس‌های رابطه (۲-۳۸) به صورت زیر می‌باشند

$$m_{11} = m_1 + m_2 + m_p$$

$$m_{12} = m_{21} = 0$$

$$m_{13} = m_{31} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) - m_2 L_1 \cos(q_1 + \theta_z)$$

$$m_{14} = m_{41} = -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)$$

$$m_{15} = m_{51} = 0$$

$$\begin{aligned}
m_{22} &= m_1 + m_2 + m_p \\
m_{23} = m_{32} &= -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) - m_2 L_1 \sin(q_1 + \theta_z) \\
m_{24} = m_{42} &= -(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
m_{25} = m_{52} &= 0 \\
m_{33} &= m_2(L_{c2}^2 + L_1^2) + m_p L_2^2 + 2m_2 L_1 L_{c2} \cos q_2 + \bar{I}_1 + \bar{I}_2 \\
m_{34} = m_{43} &= m_p L_2^2 + m_2 L_{c2}^2 + m_2 L_1 L_{c2} \cos q_2 + \bar{I}_2 \\
m_{35} = m_{53} &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 \\
m_{44} &= m_p L_2^2 + m_2 L_{c2}^2 + \bar{I}_2 \\
m_{45} = m_{54} &= \bar{I}_2 \\
m_{55} &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 \\
c_1 &= [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) + m_2 L_1 \sin(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1^2 \\
&\quad + [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) - (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \cos(q_1 + \theta_z) \\
&\quad + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z + m_p L_1 \theta_z) \sin(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1 \\
&\quad + [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2^2 \\
&\quad + [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2 \\
&\quad + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
c_2 &= -[(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) + m_2 L_1 \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1^2 \\
&\quad - [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \sin(q_1 + \theta_z) \\
&\quad + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z + m_p L_1 \theta_z) \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{q}_1 \\
&\quad - [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2^2 \\
&\quad - [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{q}_2 \\
&\quad - 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
c_3 &= [-(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \cos(q_1 + \theta_z) \\
&\quad - (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z + m_p L_1 \theta_z) \sin(q_1 + \theta_z)] \dot{x} \\
&\quad + [(m_2 L_{c2} \theta_z + m_p L_2 \theta_z) \cos(q_1 + q_2 + \theta_z) + (m_1 L_{c1} + m_p L_1) \sin(q_1 + \theta_z) \\
&\quad + (m_1 L_{c1} q_1 + m_p L_1 q_1 + m_1 L_{c1} \theta_z + m_2 L_1 \theta_z + m_p L_1 \theta_z) \cos(q_1 + \theta_z)] \dot{y} \\
&\quad - [(m_p L_1 L_2) \cos q_2 + (m_p L_1 L_2 q_1 + 2m_2 L_1 L_{c2} \theta_z + m_p L_1 L_2 \theta_z) \sin q_2] \dot{q}_2 \\
&\quad - (m_2 L_1 L_{c2} \sin q_2) \dot{q}_2^2 - 2(m_2 L_1 L_{c2} \sin q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\
c_4 &= \sin q_2 (m_2 L_1 L_{c2}) \dot{q}_1^2 - [(m_p L_2 + m_2 L_{c2}) \theta_z \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)] \dot{x}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& +[(m_p L_2 + m_2 L_{c2})\theta_z \cos(q_1 + q_2 + \theta_z)]\dot{y} \\
& +[(m_p L_1 L_2) \cos q_2 + (m_p L_1 L_2 q_1 + 2m_2 L_1 L_{c2} \theta_z + m_p L_1 L_2 \theta_z) \sin q_2]\dot{q}_1 \\
G_1 = G_2 = & 0 \\
G_3 = & -(m_p L_1^2 + m_p L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2)\theta_z - (m_1 L_{c1}^2 + m_p L_1^2)q_1 \\
& -(m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1)g \sin(q_1 + \theta_z) \\
& -(m_p L_2 + m_2 L_{c2})g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
G_4 = & (m_2 L_1 L_{c2} + m_p L_1 L_2)\theta_z^2 \sin q_2 - (m_p L_2 + m_2 L_{c2})g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z) \\
& + m_p L_1 L_2 \theta_z q_1 \sin q_2 \\
G_5 = & -[m_p(L_1^2 + L_2^2 + 2L_1 L_2 \cos q_2) + m_1 L_{c1}^2 + m_2(L_1^2 + L_{c2}^2 + 2L_1 L_{c2} \cos q_2)]\theta_z \\
& -(m_p L_1^2 + m_p L_1 L_2 \cos q_2 + m_1 L_{c1}^2)q_1 \\
& -(m_2 L_1 + m_1 L_{c1} + m_p L_1)g \sin(q_1 + \theta_z) \\
& -(m_p L_2 + m_2 L_{c2})g \sin(q_1 + q_2 + \theta_z)
\end{aligned}$$

## پیوست ۲

### انرژی جنبشی بازوی ربات پیوسته

ساختار بازوی ربات پیوسته شامل دیسک‌ها، ستون فقرات اصلی و ستون‌های فقرات ثانویه است. بنابراین انرژی جنبشی بازوی ربات حاصل مجموع انرژی جنبشی این اعضا است. بدین منظور ابتدا انرژی جنبشی ستون فقرات اصلی بدست آورده می‌شود. با مشتق‌گیری از رابطه (۳-۲۱)

سرعت نقطه  $P$  به صورت زیر حاصل خواهد شد

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[ s \sin \frac{s\beta}{l} \cos \gamma - \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \cos \gamma \right] \frac{d\beta}{dt} - \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \sin \gamma \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[ s \sin \frac{s\beta}{l} \sin \gamma - \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \sin \gamma \right] \frac{d\beta}{dt} + \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{s\beta}{l} \right) \cos \gamma \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\beta} \left( s \cos \frac{s\beta}{l} - \frac{l}{\beta} \sin \frac{s\beta}{l} \right) \frac{d\beta}{dt} \end{cases} \quad (۱)$$

برای بدست آوردن انرژی جنبشی ستون فقرات اصلی از رابطه زیر استفاده می‌گردد

$$E_{k1} = \frac{1}{2} \int_0^l \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \rho_1 A_1 ds \quad (۲)$$

که  $\rho_1$  دانسیته ستون فقرات اصلی بوده و  $A_1$  مساحت مقطع آن است. با جایگذاری رابطه (۱) در

رابطه (۲) انرژی جنبشی ستون فقرات اصلی به صورت زیر حاصل می‌شود

$$E_{k1} = \frac{1}{6} m_1 l^2 \left( \frac{d\beta}{dt} \right)^2 K_1 + \frac{1}{8} m_1 l^2 \left( \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 K_2 \quad (۳)$$

که

$$K_1 = (\beta^3 + 6\beta - 12 \sin \beta + 6\beta \cos \beta) / \beta^5$$

$$K_2 = (6\beta - 8 \sin \beta + \sin 2\beta) / \beta^3 \quad (۴)$$

انرژی ستون فقرات ثانویه شامل دو قسمت است، قسمت اول انرژی جنبشی به صورت زیر نوشته

می‌شود

$$E_{k21} = \frac{3}{2} \int_0^l \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \rho_2 A_2 ds \quad (۵)$$

که  $\rho_2$  دانسیته ستون فقرات اصلی بوده و  $A_2$  مساحت مقطع آن است. با جایگذاری رابطه (۱) در

رابطه (۵) قسمت اول انرژی جنبشی ستون فقرات ثانویه به صورت زیر حاصل می شود

$$E_{k21} = \frac{1}{2} m_2 l^2 \left( \frac{d\beta}{dt} \right)^2 K_1 + \frac{3}{8} m_2 l^2 \left( \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 K_2 \quad (6)$$

با مشتق گیری از رابطه (۳-۲۳) سرعت محرکها به صورت زیر حاصل می شود

$$\begin{cases} \frac{dq_1}{dt} = r \cos(\gamma) \frac{d\beta}{dt} - r\beta \sin(\gamma) \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dq_2}{dt} = r \cos(-\gamma + \theta) \frac{d\beta}{dt} + r\beta \sin(-\gamma + \theta) \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dq_3}{dt} = r \cos(\gamma + \theta) \frac{d\beta}{dt} - r\beta \sin(\gamma + \theta) \frac{d\gamma}{dt} \end{cases} \quad (7)$$

سپس انرژی رانش ستون فقرات ثانویه از رابطه زیر حاصل می شود

$$E_{k22} = \frac{1}{2} m_2 \left[ \left( \frac{dq_1}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dq_2}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dq_3}{dt} \right)^2 \right] \quad (8)$$

با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۸) عبارت زیر حاصل می گردد

$$E_{k22} = \frac{1}{2} m_2 \left[ K_3 \left( \frac{d\beta}{dt} \right)^2 + K_4 \frac{d\beta}{dt} \frac{d\gamma}{dt} + K_5 \left( \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 \right] \quad (9)$$

که

$$K_3 = r^2 [\cos^2(\gamma) + \cos^2(-\gamma + \theta) + \cos^2(\gamma + \theta)] \quad (10)$$

$$K_4 = r^2 \beta [-\sin 2\gamma + \sin 2(-\gamma + \theta) - \sin 2(\gamma + \theta)]$$

$$K_5 = r^2 \beta [\sin^2(\gamma) + \sin^2(-\gamma + \theta) + \sin^2(\gamma + \theta)]$$

با جمع روابط (۶) و (۹) انرژی جنبشی کل ستونهای فقرات ثانویه به صورت زیر حاصل می شود

$$\begin{aligned} E_{k2} &= \frac{1}{2} m_2 (l^2 K_1 + K_3) \left( \frac{d\beta}{dt} \right)^2 + \frac{1}{8} m_2 (3l^2 K_2 + 4K_5) \left( \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 \\ &+ \frac{1}{2} m_2 K_4 \frac{d\beta}{dt} \frac{d\gamma}{dt} \end{aligned} \quad (11)$$

اکنون باید انرژی جنبشی دیسکهای جداکننده و دیسک انتهایی را بدست آوریم. از آنجایی که

دیسکها به ستون فقرات اصلی چسبیده اند سرعت دیسکها همان سرعت نقاط اتصال بر روی

ستون فقرات اصلی است. سرعت هر دیسک می تواند طبق رابطه زیر بیان گردد

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[ kh \sin \frac{kh\beta}{l} \cos \gamma - \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \cos \gamma \right] \frac{d\beta}{dt} - \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \sin \gamma \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{\beta} \left[ kh \sin \frac{kh\beta}{l} \sin \gamma - \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \sin \gamma \right] \frac{d\beta}{dt} + \frac{l}{\beta} \left( 1 - \cos \frac{kh\beta}{l} \right) \cos \gamma \frac{d\gamma}{dt} \\ \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\beta} \left( kh \cos \frac{kh\beta}{l} - \frac{l}{\beta} \sin \frac{kh\beta}{l} \right) \frac{d\beta}{dt} \end{cases} \quad (12)$$

که  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  تعداد کل دیسک‌های جداکننده و دیسک انتهایی است ( $n = l/h$ ). انرژی

جنبشی تمام دیسک‌ها را می‌توان به‌وسیله رابطه زیر بیان کرد

$$E_{k3} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} m_3 \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \quad (13)$$

با جایگذاری رابطه (12) در (13) عبارت زیر حاصل می‌شود

$$E_{k3} = \frac{1}{2} m_3 \left( \frac{d\beta}{dt} \right)^2 K_6 + \frac{1}{2} m_3 \left( \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 K_7 \quad (14)$$

که

$$\begin{aligned} K_6 &= \frac{h^2 n(n+1)(2n+1)}{6\beta^2} + (2n+1) \frac{l^2}{\beta^4} - \frac{l^2 \sin \beta + \sin \frac{(n+1)\beta}{n}}{\beta^4 \sin \frac{\beta}{n}} \\ &\quad - \frac{hl(n+1) \sin \beta - n \sin \frac{(n+1)\beta}{n}}{\beta^3 \cdot 2 \sin^2 \frac{\beta}{2n}} \\ K_7 &= \frac{l^2}{\beta^2} \left[ \frac{3n}{2} + \frac{3}{4} - \frac{\sin \beta + \sin \frac{(n+1)\beta}{n}}{\sin \frac{\beta}{n}} + \frac{\sin 2\beta + \sin \frac{2(n+1)\beta}{n}}{4 \sin \frac{2\beta}{n}} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

با جمع روابط (3) و (11) و (14) انرژی جنبشی کل سیستم به‌صورت زیر حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{6} [(m_1 + 3m_2)l^2 K_1 + 3m_2 K_3 + 3m_3 K_6] \left( \frac{d\beta}{dt} \right)^2 + \\ &\quad + \frac{1}{8} [(m_1 + 3m_2)l^2 K_2 + 4m_2 K_5 + 4m_3 K_7] \left( \frac{d\gamma}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 K_4 \frac{d\beta}{dt} \frac{d\gamma}{dt} \end{aligned} \quad (16)$$

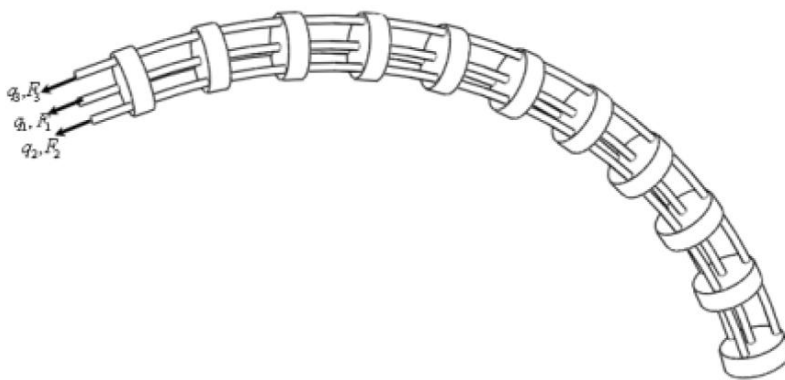
## انرژی پتانسیل بازوی ربات پیوسته

انرژی پتانسیل بازوی ربات پیوسته شامل دو بخش است انرژی پتانسیل کشسانی و انرژی پتانسیل گرانش که به دلیل ناچیز بودن انرژی پتانسیل گرانش در برابر انرژی پتانسیل کشسانی از آن صرف نظر می‌گردد. انرژی پتانسیل کشسانی بازوی ربات مربوط به فنریت ستون‌های فقرات بوده که توسط رابطه زیر حاصل می‌شود

$$E_p = 3 \int_0^l \frac{EI_2}{2} \left( \frac{d\beta_p}{ds} \right)^2 ds + \int_0^l \frac{EI_1}{2} \left( \frac{d\beta_p}{ds} \right)^2 ds = \left( \frac{3I_2 + I_1}{2l} \right) E\beta^2 \quad (17)$$

## نیروهای تعمیم یافته بازوی ربات پیوسته

نیروی تعمیم یافته نیرویی است که بر روی مختصات تعمیم یافته عمل می‌کند. زمانی که ربات دو درجه آزادی دارد، موقعیت بازوی ربات پیوسته می‌تواند به وسیله دو نیروی محرک تعیین شود. ساختار ربات متقارن مرکزی است که در شکل ۱ نشان داده شده است. ربات با استفاده از دو نیروی محرک جداگانه که به صورت هم‌زمان عمل می‌کنند راه‌اندازی می‌شود. در ادامه روابط با فرض اینکه تنها نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  اثر می‌کنند بدست خواهند آمد.



شکل ۱ نیروهای محرک بازوی ربات پیوسته

اثر هر یک از نیروهای محرک  $F_1$  و  $F_2$  به ترتیب بر جابجایی  $q_1$  و  $q_2$  است.  $q_i$  را می‌توان به صورت  $l_i - l$  تعریف کرد که  $l$  طول مؤثر ستون فقرات اصلی بوده و  $l_i$  طول مؤثر ستون فقرات ثانویه است. نیروهای تعمیم یافته می‌تواند طبق رابطه زیر بیان شود

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 \frac{\partial q_1}{\partial \beta} + F_2 \frac{\partial q_2}{\partial \beta} \\ Q_2 = F_1 \frac{\partial \gamma_1}{\partial \beta} + F_2 \frac{\partial \gamma_2}{\partial \beta} \end{cases} \quad (18)$$

با جایگذاری رابطه (۳-۲۳) در رابطه (۱۸) نیروهای تعمیم‌یافته حاصل از کشش ستون فقرات ثانویه

به‌صورت زیر حاصل می‌شود

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 r \cos(\gamma) + F_2 r \cos(-\gamma + \theta) \\ Q_2 = -F_1 r \beta \sin(\gamma) + F_2 r \beta \sin(-\gamma + \theta) \end{cases} \quad (19)$$

**Abstract:**

The modified crane is advanced type of traditional cranes that can control load position furthermore of load carrying. The modified crane was developed first time by National Institute of Science and Technology of America (NIST). Large workspace, high load carrying capacity and taking little space are the most advantages of this robot.

In this study, two type of parallel cable robots and three type of hybrid models of parallel cable robots are introduced and dynamic and kinematic relations are extracted. Because all of introduced models are under-constrained, the static and kinematic relation are surveyed together in these models. Thus for the spatial hybrid model, the uncertainty of fluid sloshing and the uncertainty from influencing of serial and parallel parts to each other are modeled and the relations are extracted. By using of a new method in design of robot, The dynamic compensation is performed. In final the optimal trajectory for move between two points with a specified cost function is planned. In the trajectory planning a new hybrid method is used.

**Keywords:** parallel cable robot, inverse kinematic-static, the load uncertainty, optimal trajectory planning.



**Shahrood University of Technology**

**Faculty of mechanic**

**Optimal trajectory Planning of a modified crane considering  
external load uncertainty**

**Farzin Taheri**

**Supervisor: Doctor Mehdi Bamdad**

**Date: 1393/6/26**