

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سبح الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

Numerical calculation of two dimensional steady incompressible wake flow of an airfoil subjected to curvature and adverse pressure gradient

مطالعه عددی جریان دوبعدی - غیر قابل تراکم و دائمی دنباله ناشی از ایرفویل تحت انحناء و گرادیان فشار معکوس

دانشجو:

امین جراحی

دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی

اساتید راهنما:

دکتر امیر خوشنویس

دکتر محمود فرزانه

تابستان ۸۶

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۳ فهرست مطالب
۵ چکیده مطالب
۶ Abstract
۷ فهرست علائم
۹ فصل اول: مقدمه
۱۰ ۱-۱- مقدمه
۱۶ ۲-۱- کاربرد دنباله در صنعت
۲۰ فصل دوم: مفاهیم دنباله
۲۱ ۱-۲- مفاهیم اولیه در دنباله
۲۹ ۲-۲- مفهوم پایداری و ناپایداری در دنباله
۳۱ ۳-۲- تعاریف، پارامترها در دنباله مستقیم
۳۴ ۴-۲- تعاریف، پارامترها در دنباله منحنی شکل
۳۷ ۵-۲- برخی دیگر از پارامترها در دنباله
۴۲ فصل سوم: متدهای مطالعه دنباله
۴۳ ۱-۳- روش های تجربی
۵۰ ۲-۳- روش های عددی

۶۹ فصل چهارم: روش های حل دنباله
۷۰ ۱-۴- مدل $k - \varepsilon$
۸۰ ۲-۴- گسسته سازی
۸۷ ۳-۴- روش محاسبه گرادیان فشار
۸۹ ۴-۴- شرایط مرزی
۹۱ ۵-۴- الگوریتم حل
۹۷ ۶-۴- مش بندی
۹۹ فصل پنجم: نمودارها و نتایج
۱۰۰ ۱-۵- نمودارهای پارامترهای مختلف
۱۰۰ ۱-۱-۵- نمودارهای ماکزیمم سرعت کاهش یافته و نیم عرض دامنه
۱۰۷ ۲-۱-۵- نمودارهای پروفیل سرعت متوسط
۱۱۶ ۳-۱-۵- نمودارهای مشخصه های توربولانسی
۱۵۳ ۲-۵- بررسی نمودارهای عددی با همدیگر
۱۵۹ منابع و مراجع

چکیده مطالب

در این پایان نامه، دنباله توسعه یافته از ایرفویل متقارن NACA0012 با طول وتر ۱۰۰ میلی‌متر مورد بررسی قرار گرفته است و پارامترهای سرعت متوسط و مقادیر توربولانسی به صورت عددی حل و توسط نمودارهایی ارائه شده اند. حل عددی به کمک مدل توربولانسی $k - \varepsilon$ و ترکیب آن با معادلات ناویر استوکس صورت گرفته است.

لازم به ذکر است دنباله مورد نظر در چهار حالت کانال مستقیم، دیفیوزر مستقیم، کانال منحنی شکل و دیفیوزر منحنی شکل و در چهار ایستگاه $x/c=1,2,3$ and 4 بررسی شده است و تاثیرات انحنا و گرادیان فشار معکوس به صورت جداگانه و ترکیبی مشخص گردیده اند. در چهار حالت ذکر شده به ترتیب شرایط زیر حاکم است:

الف) بدون انحنا و بدون گرادیان فشار

ب) بدون انحنا همراه با گرادیان فشار

ج) بدون گرادیان فشار همراه با انحنا

د) همراه با انحنا و گرادیان فشار

در پایان نتایج حاصله با یک روش تجربی مقایسه شده اند و در نهایت این مطلب تایید گشت که ترکیب دو اثر انحنا و گرادیان فشار معکوس سبب نامتقارنی دنباله شده و برای مقادیر توربولانسی نقاط پیک بالاتری بر روی سطح داخلی ایجاد می گردد.

Abstract

In this investigation, mean velocity and turbulent quantities have been calculated by numerical solution when the wake of a symmetrical airfoil (NACA0012) with a chord length of 100mm developed on the

(i) straight duct

(ii) straight diffuser

(iii) curved duct

(iv) curved diffuser

at stations $x/c=1,2,3$ and 4.

The $k-\varepsilon$ model of turbulence and its modification by coupling with Navier-Stokes equations is used.

The effects of adverse pressure gradient and of curvatures are studied separately and in combination. Four cases are considered with,

(i) neither pressure gradient nor curvature

(ii) adverse pressure gradient and no curvature

(iii) curvature with zero adverse pressure gradient

(iv) with adverse pressure gradient and curvature

The individual influences of adverse pressure gradient and curvature on wake are similar to those observed by earlier investigations.

It is further observed that the combined effect of adverse pressure gradient and curvature causes asymmetric wake and higher peak on inner side in the turbulent measurement .

فهرست علائم

A	جریان در کانال مستقیم
$b_{1/2}$	نیم عرض استاندارد دنباله (mm)
b'	نیم عرض دنباله (mm)
b'_{avg}	نیم عرض میانگین دنباله (mm)
B	جریان در کانال منحنی شکل
c	طول وتر ایرفویل (mm)
C	جریان در دیفیوزر مستقیم
c_f	ضریب اصطکاک سطحی
D	جریان در دیفیوزر منحنی شکل
H	ضریب شکل
k	انرژی جنبشی توربولانسی در واحد جرم (m^2/s^2)
R	شعاع انحنای خط مرکز در کانال و دیفیوزر منحنی شکل (mm)
R_a	ثابت مشخصه گازها در هوای آزاد ($J/kg.k$)
R_θ	عدد رینولدز بر پایه ضخامت منتوم ($U_0\theta/\nu$)
u'	سرعت اغتشاشی در جهت x (m/s)
u^+	سرعت بی بعد شده
u	مولفه سرعت متوسط در راستای x (m/s)
u_c	سرعت خط مرکز در کانال و دیفیوزر (m/s)

U_0	سرعت در خارج از لایه مرزی (m/s)
$u'v'$	تنش برشی توربولانسی (m^2/s^2)
u_p	سرعت پتانسیلی جریان در کانال و دیفیوزر منحنی شکل (m/s)
U_{ref}	سرعت مرجع در نوک ایرفویل (m/s)
u_τ	سرعت اصطکاکی (m/s)
v	مولفه سرعت متوسط در راستای y (m/s)
v'	سرعت اغتشاشی در جهت y (m/s)
w'	سرعت اغتشاشی در جهت z (m/s)
x, y	مختصات کارتیزین
δ	ضخامت لایه مرزی (mm)
ε	نرخ اضمحلال انرژی جنبشی توربولانسی در واحد جرم (m^2/s^3)
ν	ویسکوزیته سینماتیکی (m^2/s)
ν_t	ویسکوزیته سینماتیکی توربولانسی (m^2/s)
θ	ضخامت ممنتوم (mm)

فصل

اول:

مقدمه

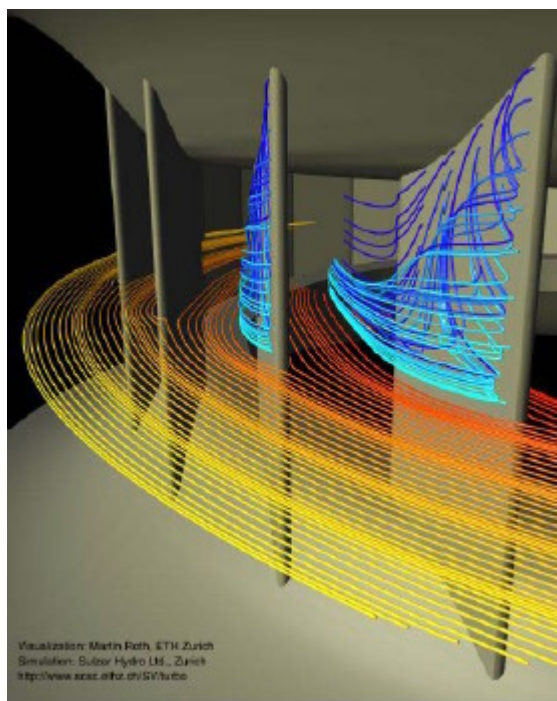
۱-۱ مقدمه:

تا اوایل قرن بیستم مطالعه سیالات را اساساً دو گروه، هیدرولیک دانان و ریاضیدانان انجام می دادند. هیدرولیک دانان به صورت تجربی کار می کردند، در حالی که ریاضیدانان توجه خود را بر روش های تحلیلی متمرکز کرده بودند. آزمایشهای وسیع و اغلب مبتکرانه گروه اول، اطلاعات زیاد و ارزشمندی را در اختیار علم مکانیک قرار می داد. البته به علت عدم تعمیم یک نظریه کارآمد، این نتایج دارای ارزش محدودی بودند. نتایج کار ریاضیدانان نیز به دلیل غفلت از اطلاعات تجربی و ساده کردن برخی فرضیات، گاه به طور کامل با واقعیت مغایرت داشت. محققان برجسته ای مانند رینولدز، فرود، پرانتل و فن کارمن پی بردند که مطالعه سیالات باید آمیزه ای از نظریه و آزمایش باشد. این نوع مطالعات سر آغازی برای رسیدن علم مکانیک سیالات به مرحله کنونی بوده است.

امروزه دانش مهندسی مکانیک سیالات با در نظر گرفتن هر دو دیدگاه پژوهش و آزمون، با درک خواص سیال و کاربرد قوانین اساسی مکانیک و ترمودینامیک به نحو چشمگیری گسترش یافته است و موضوع پژوهش بسیاری از دانشمندان را به خود اختصاص داده است. برخی موضوعات مهم مورد مطالعه در زمینه جریان سیال که اغلب در صنعت نیز کاربرد دارند، به شرح زیر می باشند:

۱. توربو ماشینها:

یکی از موضوعات مهم در زمینه جریان سیال توربو ماشینها هستند. از توربو ماشینها می توان پمپها، کمپرسورها، فن ها، توربین ها، توربو جت ها و غیره را نام برد. شکل زیر جریان در بین پره های یک توربین آبی را نشان می دهد (مرجع [۲۷]):



شکل (۱-۱) جریان در بین پره های یک توربین آبی

۲. جریان درون لوله های انتقال سیال اعم از تک فاز و چند فاز

۳. جریان درون مبدل های حرارتی

۴. جریان درون موتور های احتراقی

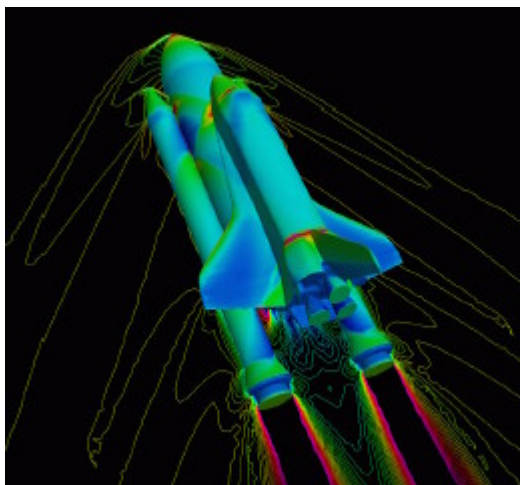
۵. صنعت هوا فضا:

از موارد مطالعه جریان سیال در صنعت هوافضا می توان مطالعه در هواپیما ها، شاتل ها و

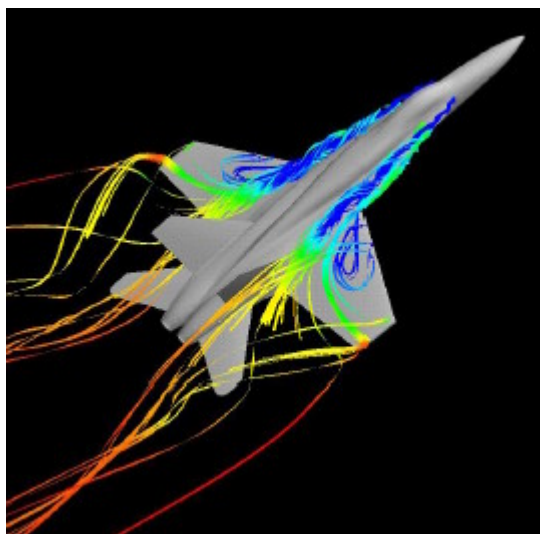
موشک ها را نام برد.

شکل های زیر مدلسازی جریان حول یک شاتل فضایی و یک هواپیما را نشان می دهند

(مرجع [۲۷]):



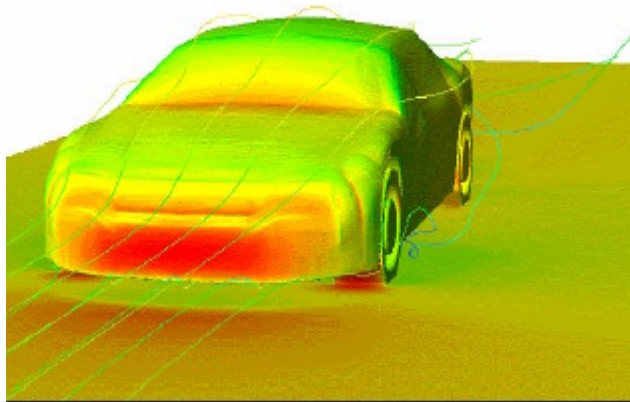
شکل (۱-۲) مدل‌سازی جریان حول یک شاتل فضایی



شکل (۱-۳) مدل‌سازی جریان حول یک هواپیما

۶. صنعت خودرو سازی:

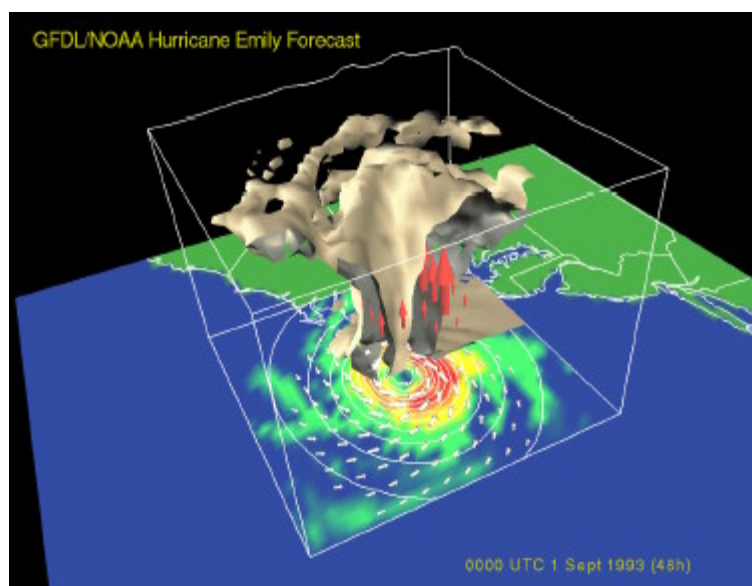
یکی از موارد بسیار مهم مطالعه سیالات در صنعت، صنعت خودرو سازی می باشد که امروزه روز به روز در حال توسعه و گسترش می باشد. شکل زیر مدل‌سازی جریان حول یک خودرو را نشان می دهد (مرجع [۲۷]):



شکل (۱-۴) مدل‌سازی جریان حول یک خودرو

۷. جریان اتمسفر ویا اقیانوسها:

مطالعات سیالات در زمینه جریان اتمسفر ویا اقیانوسها برای پیش بینی وضعیت جوی اهمیت بسزایی دارند. شکل زیر یک نمونه از این کاربردها را در پیش بینی گردابه های جوی نشان می دهد (مرجع [۲۷]):



شکل (۱-۵) پیش بینی گردابه های جوی

۸. جریان های جت:

از جریان های جت می توان جت گاز و یا اسپری مایعات به درون یک محیط دیگر را نام برد. در شکل زیر یک نمونه از جریان های جت آورده شده است (مرجع [۲۷]):



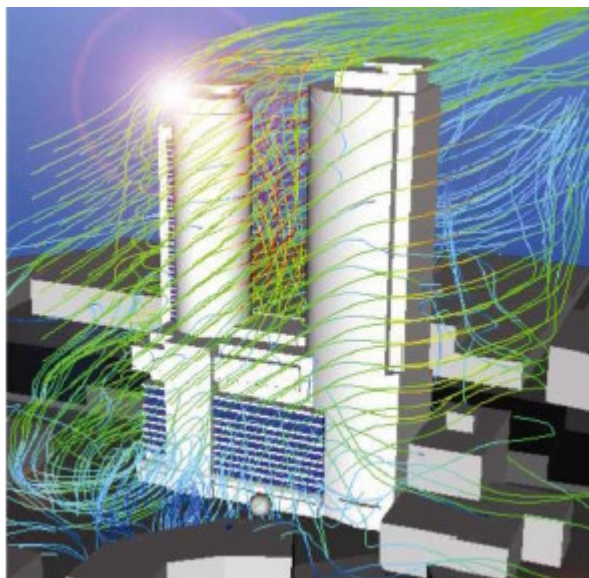
شکل (۶-۱) جریان جت آشفته با رینولدز بالا

۹. کاربردهای بیومکانیک:

از نمونه های این کاربرد می توان مدلسازی جریان عبوری از روی بدن یک شناگر را نام برد.

۱۰. صنعت ساختمان سازی:

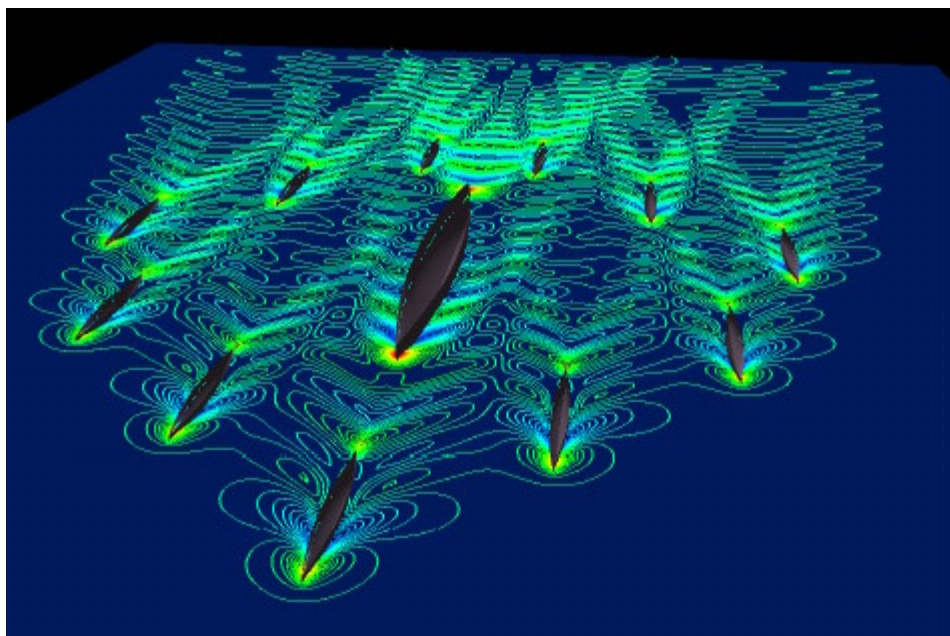
شکل زیر یک نمونه از کاربرد جریان سیال در طراحی یک آسمانخراش را نشان می دهد (مرجع [۲۷]):



شکل (۷-۱) مدل‌سازی جریان حول یک آسمانخراش

۱۱. صنایع دریایی:

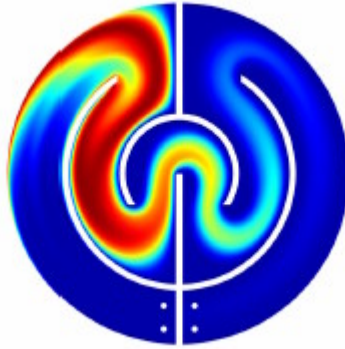
شکل زیر یک نمونه از کاربرد مطالعه سیال در این صنعت را نشان می‌دهد (مرجع [۲۷]):



شکل (۸-۱) مدل‌سازی جریان حول یک ناو هواپیمابر و ناوشکن های اطراف آن

۱۲. مطالعات هسته ای:

از مطالعات هسته ای می توان مطالعه جریان در یک رآکتور را مثال زد که در شکل زیر نشان داده شده است (مرجع [۲۷]):



شکل (۹-۱) مدلسازی جریان آشفته در یک رآکتور

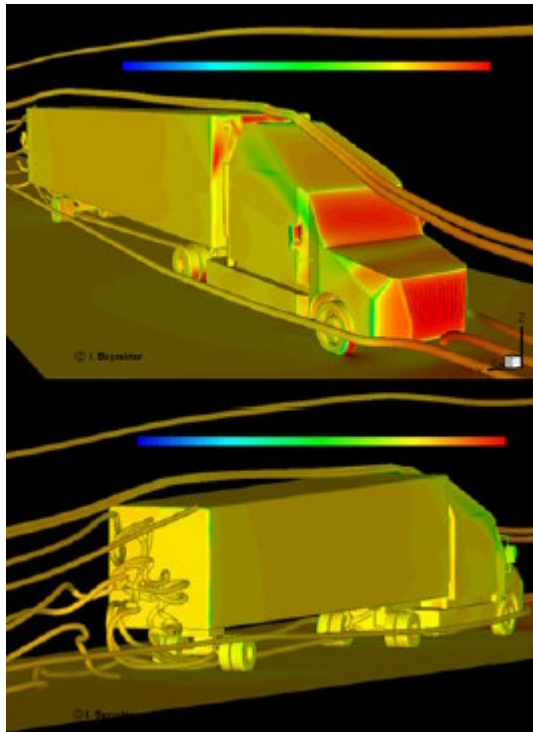
۱-۲ کاربردهای مطالعه دنباله در صنعت:

با توجه به زمینه های متعدد و گوناگون معرفی شده در صنایع ، می توان به اهمیت بالای مطالعه جریان سیال در دنیای امروز پی برد. در تمامی موارد ذکر شده، مطالعه دنباله به عنوان یکی از مهمترین و پیچیده ترین شاخه های مطالعه سیالات می باشد که کاربرد آن در صنعت روز به روز در حال گسترش می باشد. زیرا تقریب شکل و اندازه دنباله، بیانگر اندازه نیروی پسای وارده بر اجسام متحرک می باشد و امروزه تلاش مهندسان و محققان علم مکانیک برای مطالعه جریانات دنباله، بر پایه کاهش میزان دنباله به منظور کاهش مصرف انرژی می باشد. در حال حاضر کمبود سوخت و معضلات بزرگ مربوط به آن، دانشمندان را بر آن داشته که در صدد چاره اندیشی بر آیند و به همین جهت برای کاهش مصرف انرژی در اجسام متحرک در یک سیال، ناگزیر به مطالعه جریانات دنباله می باشند.

موارد زیر بخش کوچکی از موارد بیشمار کاربرد دنباله در صنعت می باشند:

۱. صنعت خودروسازی:

یکی از کاربردی ترین موارد استفاده دنباله ها، صنعت خودروسازی است. شکل زیر نمونه ای از این کاربرد را نشان می دهد (مرجع [۲۷]):



شکل (۱۰-۱) مطالعه جریانات دنباله پشت یک خودروی سنگین

۲. آیرودینامیک و هوا فضا:

شکل های زیر دنباله ایجاد شده در پشت هواپیماها به واسطه گردابه های نوک بال ها را نشان می دهند (مرجع [۲۷]):



شکل (۱-۱۱) مطالعه جریان‌ات دنباله پشت یک هواپیما



شکل (۱-۱۲) مطالعه جریان‌ات دنباله پشت یک هواپیما

۳. صنایع دریایی:

یکی دیگر از موارد استفاده دنباله‌ها، صنایع دریایی است. شکل زیر نمونه‌ای از این موارد

را نشان می‌دهد (مرجع [۲۷]):



شکل (۱-۱۳) جریان دنباله در پشت یک زیر دریایی

۴. علوم پزشکی : مانند مطالعه جریان خون در درون رگ های قلب انسان

۵. ساخت بنادر ، اسکله ها و سد ها

فصل

دوم:

مفاهیم،

پارامترها

و تعاریف

۲-۱ مفاهیم اولیه در تعریف دنباله:

۲-۱-۱ لایه مرزی (Boundary layer):

زمانی که حرکت یک جسم در یک سیال آغاز می شود، جریان در لحظه اول اساساً غیر چرخشی خواهد بود. از آنجا که سرعت سیال در مجاورت مرز نسبت به مرز صفر است، گرادیان سرعت از مرز تا جریان سیال زیاد می باشد. گرادیان سرعت در یک سیال واقعی باعث ایجاد نیروهای برشی در نزدیکی مرز می گردد که نتیجه آن کاهش سرعت جریان می باشد. به ناحیه ای از جریان که در آن سرعت سیال متأثر از تنش برشی مرز می باشد، لایه مرزی (Boundary layer) گفته می شود.

شرایط مرزی به صورت زیر تعریف می گردند:

$$\text{الف) } y=0 \text{ آنگاه } u = v = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

$$\text{ب) } y=\delta \text{ آنگاه } u = u_e, \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

۲-۱-۲ گرادیان فشار مطلوب (Favorable pressure gradient):

گرادیان فشار مطلوب یا شیب فشار مطلوب به معنای کاهش فشار در جهت جریان پایین دست و افزایش سرعت در آن جهت می باشد:

$$\frac{dp}{dx} < 0$$

$$\frac{du}{dx} > 0$$

با توجه به شرط مرزی الف در مجاورت مرز خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} < 0$$

این رابطه بیانگر این مطلب است که در نزدیکی مرز، خمیدگی پروفیل سرعت برای شرط گرادیان فشار مطلوب باید منفی باشد. ضمناً با توجه به شرایط مرزی الف و ب با حرکت از مرز به طرف لبه لایه مرزی (جریان آزاد)، سرعت از صفر به حالت مجانبی به جریان آزاد موضعی نزدیک می شود و در نتیجه $\frac{\partial u}{\partial y}$ با آهنگ نزولی کاهش می یابد. این امر بدین معنی است که در لبه لایه مرزی نیز $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} < 0$ می باشد.

به این ترتیب برای شرط فشار کاهش یابنده، نتیجه می گیریم هم در مرز و هم در لبه لایه مرزی، خمیدگی پروفیل سرعت همیشه منفی می باشد.

۳-۱-۲ گرادیان فشار معکوس (Adverse pressure gradient):

گرادیان فشار معکوس یا شیب فشار معکوس به معنای افزایش فشار در جهت جریان پایین دست می باشد:

$$\frac{dp}{dx} > 0$$

با توجه به شرط مرزی الف در مجاورت مرز خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > 0$$

این رابطه بیانگر این مطلب است که در نزدیکی مرز، خمیدگی پروفیل سرعت برای شرط گرادیان فشار معکوس باید مثبت باشد. اما طبق مطلب ارائه شده قبلی، با حرکت به سمت لایه مرزی همچنان سرعت از صفر به حالت مجانبی به جریان آزاد موضعی نزدیک می شود و در نتیجه $\frac{\partial u}{\partial y}$ با آهنگ نزولی کاهش می یابد، بنابراین برای لبه لایه مرزی، در نزدیکی جریان آزاد خمیدگی همچنان منفی است و $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} < 0$ می باشد. خمیدگی مثبت در مرز و خمیدگی منفی

در لبه لایه مرزی به منزله وجود یک نقطه عطف (Inflection point) در پروفیل سرعت می باشد. به این ترتیب می توان در یافت نقطه عطف فقط زمانی رخ می دهد که گرادیان فشار معکوس وجود داشته باشد.

۲-۱-۴ نقطه عطف (Inflection point):

نقطه عطف نقطه ای است که در آن شرط زیر برقرار می باشد:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

این نقطه برای مشخص کردن قطعی پایداری جریان به کار می آید. در ادامه بیشتر به این موضوع پرداخته خواهد شد.

۲-۱-۵ جدایش (Separation):

گرادیان فشار معکوس و تنش برشی مرز باعث کاهش مومنتم سیال در لایه مرزی می شوند و اگر هر دو عامل فوق در طول قابل توجهی از مسیر موثر باشند، سبب می شوند که لایه مرزی به سکون برسد، این پدیده را جدایش (Separation) می نامند.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = 0$$

با بررسی این تعریف می توان دریافت در مرز، برای نقطه جدایش، مقدار $\frac{\partial u}{\partial y}$ صفر است و از

آنجا که سرعت از صفر در مرز تا یک مقدار مثبت پس از مرز، به طور پیوسته افزایش می یابد،

می توان نتیجه گرفت $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > 0$ می باشد. از آنجا که در لبه لایه مرزی $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} < 0$ است، نتیجه

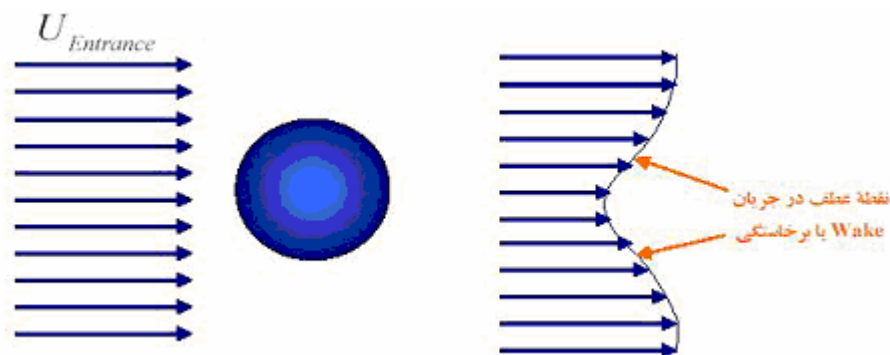
می شود اگر یک نقطه جدایش وجود داشته باشد یک نقطه عطف نیز باید شکل گیرد و از آنجا

که نقطه عطف فقط زمانی رخ می دهد که گرادیان فشار معکوس باشد، می توان نتیجه گرفت شرط پیدایش جدایی فقط در ناحیه گرادیان فشار معکوس می باشد. البته قابل ذکر است حضور گرادیان فشار معکوس برای پیدایش جدایی شرط لازم است اما کافی نیست.

۲-۱-۶ تعریف دنباله (Wake) :

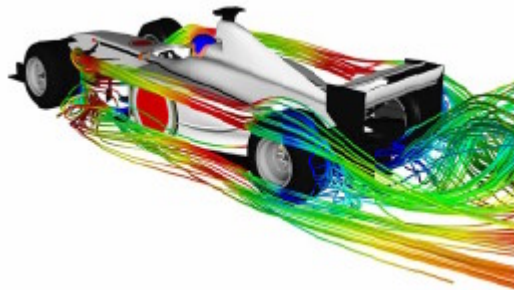
خطوط جریان مرزی در نقطه جدایش از مرز مربوطه جدا می شوند و در پایین دست این نقطه، گرادیان فشار معکوس باعث برگشت جریان در مجاورت مرز می گردد. ناحیه پایین دست خطوط جریانی که از مرز جدا می شود جریان برگشتی، برخاستگی یا دنباله (Wake) نام دارد. در این ناحیه جریان هایی با سرعت های مختلف، از سطوح بالایی و پایینی جسم قرار گرفته در سیال، با یکدیگر تماس پیدا می کنند و گرادیان های سرعت بزرگی به وجود می آورند. جریانات دنباله همانند جریانات جدایش یافته، لایه های برشی (Shear layers) و جریانات جت از جمله جریانات کلاسیک هستند.

شماتیک این جریان در شکل زیر نمایش داده شده است (مرجع [۲۷]):



شکل (۲-۱) پروفیل سرعت در یک جریان عبور یافته از یک جسم

شکل های زیر چند نمونه از دنباله تشکیل شده در پشت اجسام متحرک را نشان می دهد
(مرجع [۲۷]):



شکل (۲-۲) دنباله در پشت یک ماشین مسابقه ای



شکل (۲-۳) دنباله در پشت یک قایق موتوری

همانطور که قبلا در بحث جدایش مطرح شد، شرط پیدایش جدایی فقط در ناحیه گرادیان فشار معکوس می باشد. به این ترتیب با توجه به تعریف دنباله می توان نتیجه گرفت تشکیل دنباله نیز فقط در ناحیه گرادیان فشار معکوس انجام پذیر می باشد. لذا از این پس در این مقاله در مبحث دنباله ها، هرگاه از گرادیان فشار نام برده شد به معنای گرادیان فشار معکوس میباشد. قابل ذکر است در برخی موارد که گرادیان فشار وجود ندارد یا به عبارتی گرادیان فشار برابر صفر است، شرط انحنا به تنهایی سبب جدایش و در نتیجه تشکیل دنباله می شود.

حال به مطالعه دنباله توسعه یافته حاصل از ایرفویل متقارن NACA0012 با طول وتر ۱۰۰ میلیمتر پرداخته می شود. برای این کار چهار حالت تعریف می شود، که در هر یک از این حالات اثرات انحنای، گرادیان فشار معکوس و یا تاثیر توامان آنها مشخص می گردد. لازم به ذکر است بررسی ها در ایستگاه های $x/c=1,2,3,4$ انجام گرفته اند که در آنها c طول وتر ایرفویل می باشد. این چهار حالت عبارتند از:

(A) کانال مستقیم (Straight duct)

(B) کانال منحنی شکل (Curved duct)

(C) دیفیوزر مستقیم (Straight diffuser)

(D) دیفیوزر منحنی شکل (Curved diffuser)

در حالت A، گرادیان فشار صفر می باشد و انحنای نیز وجود ندارد.

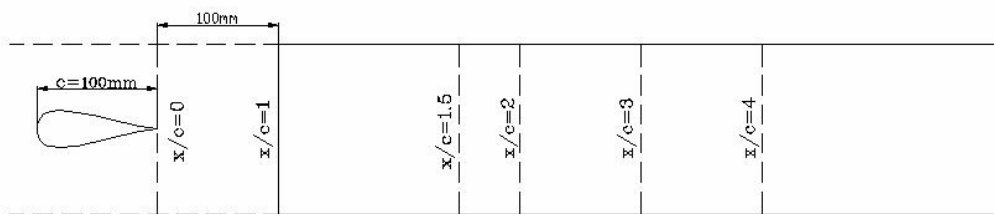
در حالت B، گرادیان فشار صفر می باشد ولی شرط انحنای وجود دارد.

در حالت C، گرادیان فشار معکوس موجود می باشد ولی شرط انحنای وجود ندارد.

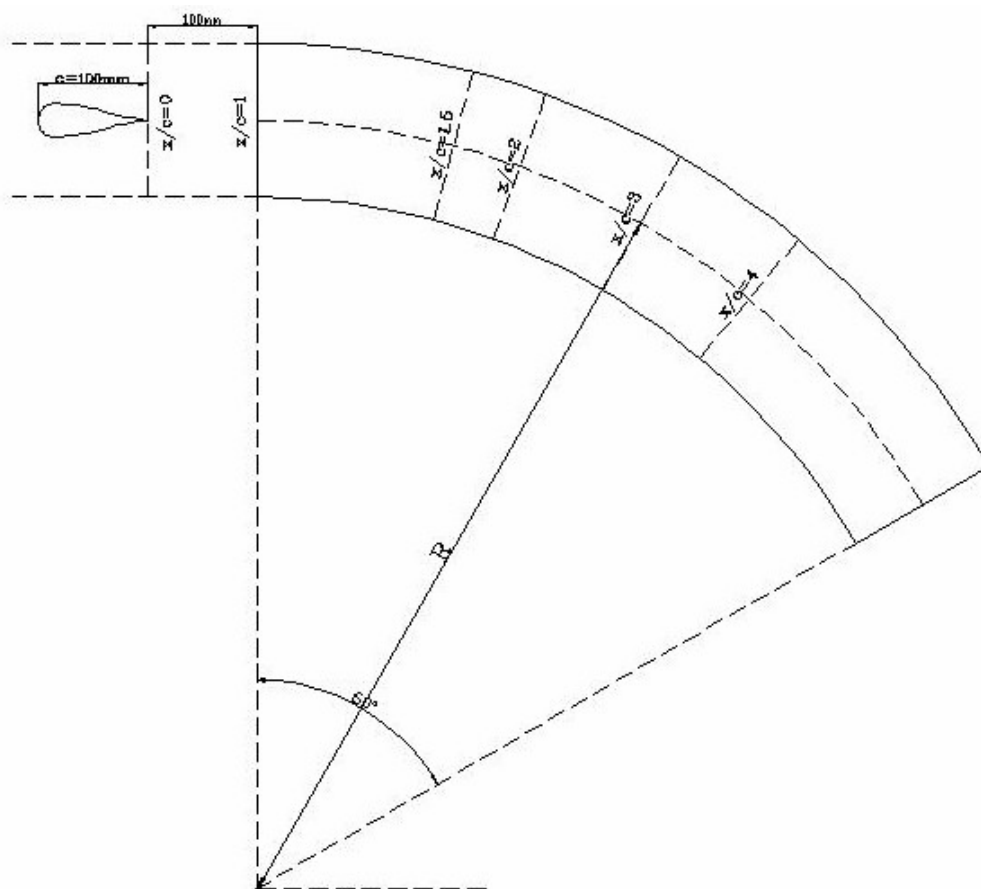
در حالت D، هم گرادیان فشار معکوس و هم شرط انحنای وجود دارند.

در واقع در هر یک از این حالات، دنباله توسعه یافته حاصل از ایرفویل به درون یکی از این کانال یا دیفیوزرها هدایت می شود.

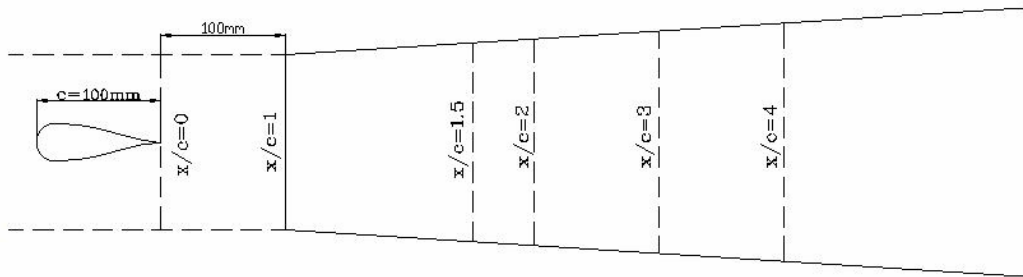
این چهار حالت در شکل های زیر نشان داده شده اند:



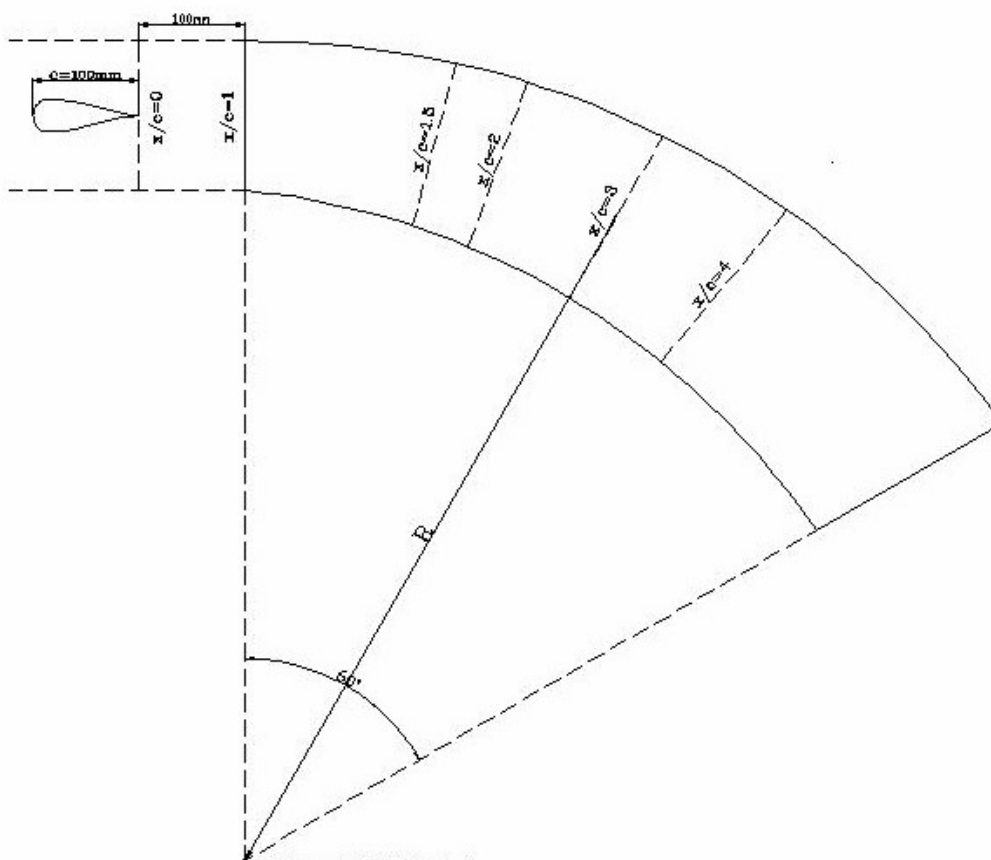
شکل (۲-۴) نحوه قرارگیری کانال مستقیم در مسیر جریان عبور یافته از روی ایرفویل با شش ایستگاه



شکل (۲-۵) نحوه قرارگیری کانال منحنی شکل در مسیر جریان عبور یافته از روی ایرفویل با شش ایستگاه



شکل (۲-۶) نحوه قرارگیری دیفیوزر مستقیم در مسیر جریان عبور یافته از روی ایرفویل با شش ایستگاه



شکل (۲-۷) نحوه قرارگیری دیفیوزر منحنی شکل در مسیر جریان عبور یافته از روی ایرفویل با شش ایستگاه

پس در مجموع دو شرط زیر در جریانات برخاستگی یا جریانات دنباله صدق می کنند:

۱. در پروفیل سرعت خود دارای نقطه عطف هستند. این شرط، شرط لازم برای ناپایداری می باشد که توسط رایلی (Rayleigh) ارائه شده است.

۲. شرط $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(u - u_i) < 0$ در تمام نقاط پروفیل سرعت آنها صادق می باشد.

که در آن:

u : مولفه x میدان سرعت

u_i : سرعت در نقطه عطف

می باشند.

۳. $\frac{\partial u}{\partial y}$ دارای یک ماکزیمم محلی در نقطه عطف می باشد.

همان طور که گفته شد دو شرط ذکر شده، شرایط لازم برای ناپایداری می باشند. لازم به ذکر است این شرط ها، شرط های لازم برای ناپایداری هستند و نه کافی.

۲-۲ مفهوم پایداری و ناپایداری در دنباله:

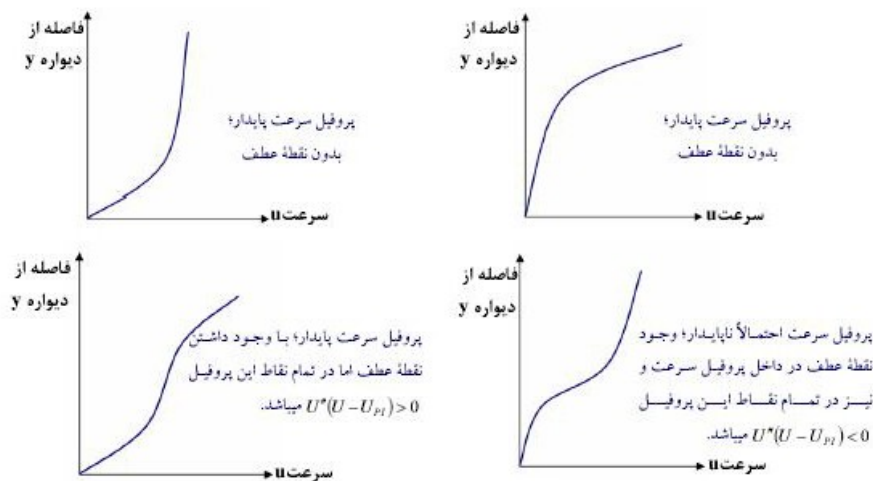
۲-۲-۱ سیستم پایدار:

به طور کلی یک سیستم زمانی پایدار محسوب می شود که در مقابل یک عامل اغتشاشی وارد شده، وضعیت تعادلی خود را همانند قبل از اعمال شدن آن عامل حفظ کند. این عوامل اغتشاشی می توانند به واسطه برهم کنش جریان با زبری دیواره، ارتعاشات بدنه، انجام واکنش های شیمیایی و یا حتی سرو صدای محیط اطراف و غیره شکل گیرند و از معابر بالادستی جریان به درون جریان وارد شوند. این اغتشاشات همواره خود را به صورت تغییرات موضعی در اندازه سرعت، راستای آن، اندازه فشار، دما و چگالی بروز می دهند.

۲-۲-۲ سیستم ناپایدار:

یک سیستم زمانی ناپایدار محسوب می شود که در مقابل یک عامل اغتشاشی وارد شده، از وضعیت تعادلی خود خارج شده و به وضعیت دیگری منتقل گردد. به عبارتی دیگر این نوع سیستم ها در مقابل حضور و یا تشکیل اغتشاشات احتمالی نمی توانند مقاومتی از خود نشان داده و اغتشاشات مزبور در آنها رشد می نمایند.

تحلیل پایداری بر روی جریانات آرام، شروع و یا عدم شروع ناپایداری و در نهایت آشفته (Turbulent) شدن یا نشدن آنها را نشان می دهد. جریانات دنباله در قبال اعمال اغتشاشات احتمالی، پتانسیل لازم برای آشفته شدن را دارند، زیرا شرایط لازم برای ناپایداری در آنها وجود دارد. به شکل های زیر توجه کنید (مرجع [۲۷]):



شکل (۲-۸) بررسی پایداری و ناپایداری در پروفیل های سرعت مختلف

ناپایداری در دنباله ها که ناپایداری Gortler-Taylor نیز نامیده می شود از نابالانس بودن نیروهای گریز از مرکز و نیروهای فشاری نتیجه می شود. دیده شده است که اگر بزرگی نیروی فشار و نیروی گریز از مرکز با هم برابر نباشند، در نتیجه یک شرایط نامتعادل به وجود می آید که منجر به یکی از دو حالت زیر می گردد:

۱. اگر نیروی فشار بزرگتر از نیروی گریز از مرکز باشد، المان های سیال مایل خواهند بود به مکان اصلی خود برگردند و یک شرایط پایدار به وجود می آید.

۲. اگر نیروی گریز از مرکز بزرگتر از نیروی فشار باشد، المانهای سیال مایل خواهند بود به خارج شدن از مسیر اصلی خود ادامه دهند و این عامل ناپایداری می گردد.

شرایط پایداری در یک جریان سیال با چگالی همگن با $d(ur)^2/dr > 0$ بیان می شود. یعنی زمانی می توان گفت در شرایط پایدار قرار داریم که:

$$d(ur)^2/dr > 0$$

که در آن:

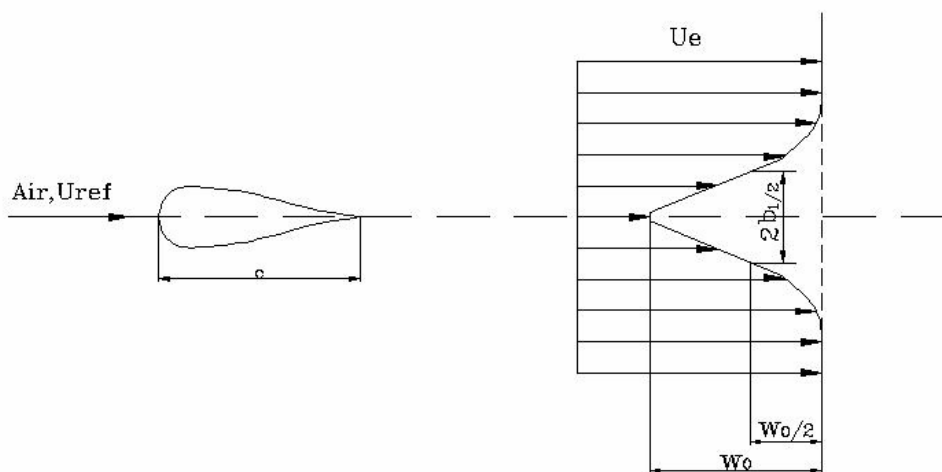
u : سرعت مماسی المان های سیال (m/s)

r : فاصله شعاعی از مرکز انحنا (m)

می باشند.

۳-۲ پارامترها در دنباله گسترش یافته در یک کانال یا دیفیوزر مستقیم:

شکل زیر پروفیل سرعت دنباله حاصل از یک ایرفویل را در یک کانال یا دیفیوزر مستقیم نشان می دهد (مرجع [۲]):



شکل (۲-۹) پروفیل سرعت دنباله حاصل از یک ایرفویل در یک کانال یا دیفیوزر مستقیم

پارامترهایی که در دنباله حاصل از یک کانال یا دیفیوزر مستقیم (حالات A,C) مطرح هستند مطابق شکل عبارتند از:

۱. U_{ref} : سرعت مبنا در نوک ایرفویل

۲. u_e :

سرعت جریان سیال آزاد است که به معنی سرعت در خارج از محدوده اثر دنباله می باشد و به آن $u_{external}$ نیز اطلاق می شود.

۳. **سرعت کاهش یافته (W):**

سرعت کاهش یافته (Velocity defect) به صورت اختلاف سرعت بین نقاط حضور دنباله و عدم حضور آن تعریف می شود:

$$W = u_e - u \quad (۲-۱)$$

که در آن:

u_e : سرعت جریان سیال آزاد در کانال مستقیم (m/s)

u : سرعت متوسط (Mean velocity) (m/s)

می باشند.

۴. **ماکزیمم سرعت کاهش یافته (W_0):**

ماکزیمم سرعت کاهش یافته (Maximum velocity defect) در اثر دنباله می باشد

که در نزدیکی خط مرکز کانال رخ می دهد.

۵. **نیم عرض دنباله b' :**

نیم عرض دنباله (Half width) به مقداری از y اطلاق می شود که در آن سرعت کاهش

یافته به نصف مقدار ماکزیمم خود می رسد. قابل ذکر است پارامتر y به صورت فاصله نقاط

واقع بر پروفیل سرعت از خط مرکز تعریف می شود:

$$W = \frac{W_0}{2} \Rightarrow y = b' \quad (2-2)$$

۶. نیم عرض استاندارد دنباله ($b_{1/2}$):

اگر از مقدار b' در دو نیمه بالا و پایین پروفیل سرعت میانگین بگیریم مقدار بدست آمده را $b_{1/2}$ یا نیم عرض استاندارد دنباله (Standard half width) می نامیم:

$$b_{1/2} = \frac{(b'_{up} + b'_{down})}{2} \quad (2-3)$$

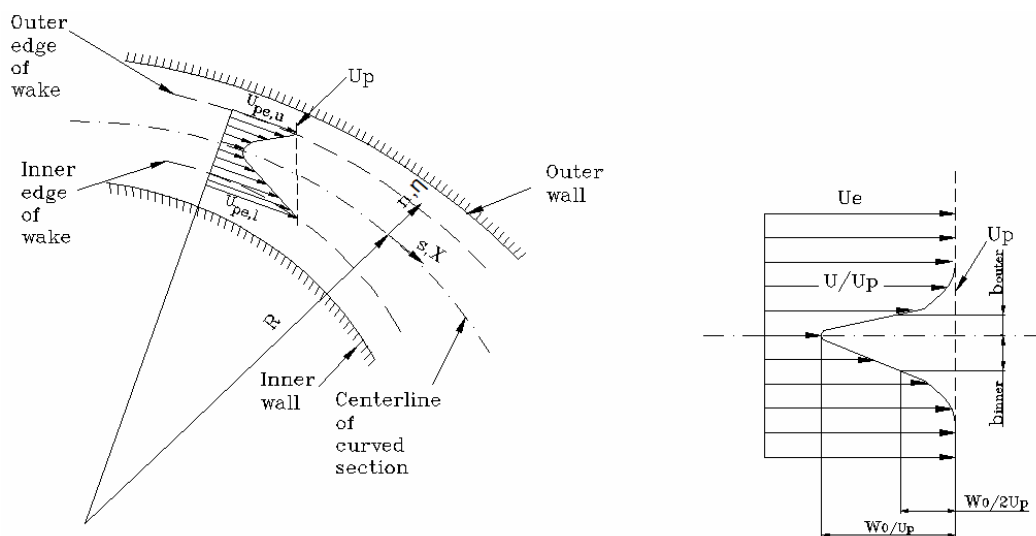
بدیهی است در یک مجرای مستقیم به علت تقارن پروفیل سرعت، مقدار نیم عرض استاندارد دنباله با مقادیر نیم عرض های بالا و پایین دنباله برابر می باشد. لذا رابطه زیر برقرار است:

$$b_{1/2} = b'_{up} = b'_{down} \quad (2-4)$$

۴-۲ تعاریف و پارامترها در دنباله گسترش یافته در یک کانال یا دیفیوزر

منحنی شکل:

شماتیک دنباله گسترش یافته در یک کانال یا دیفیوزر منحنی شکل در شکل زیر نشان داده شده است (مرجع [۲]):



شکل (۲-۱۰) پروفیل سرعت دنباله حاصل از یک ایرفویل در یک کانال یا دیفیوزر منحنی شکل

۴-۲-۱ تعریف دیواره داخلی دنباله (Inner wall):

دیواره داخلی به نزدیکترین دیواره کانال یا دیفیوزر منحنی شکل به مرکز انحنا (Center of curvature) گفته می شود.

۴-۲-۲ تعریف سطح داخلی دنباله (Inner edge of wake):

سطح داخلی ناحیه ای است که بین خط مرکز و دیواره داخلی قرار دارد. با توجه به شکل در دنباله ها بر روی سطح داخلی، زمانی که به سمت مرکز دنباله حرکت می کنیم، یعنی زمانی

که r افزایش می یابد، سرعت مماسی (u) کاهش یافته و در نتیجه ممتموم زاویه ای کاهش می یابد. این سطح، سطح ناپایدار دنباله را تشکیل می دهد.

۲-۴-۳ تعریف دیواره خارجی دنباله (Outer wall):

دیواره خارجی به دورترین دیواره کانال یا دیفیوزر منحنی شکل از مرکز انحنا (Center of curvature) گفته می شود.

۲-۴-۴ تعریف سطح خارجی دنباله (Outer edge of wake):

سطح خارجی ناحیه ای است که بین خط مرکز و دیواره خارجی قرار دارد. با توجه به شکل در دنباله ها بر روی سطح خارجی، زمانی که از مرکز دنباله دور می شویم، یعنی زمانی که r افزایش می یابد، سرعت مماسی (u) نیز افزایش یافته و در نتیجه ممتموم زاویه ای افزایش می یابد. این سطح، سطح پایدار دنباله را تشکیل می دهد.

پارامترهایی که در دنباله حاصل از یک کانال یا دیفیوزر منحنی شکل (حالات B,D) مطرح هستند، عبارتند از:

۱. u_p : سرعت جریان پتانسیلی جریان در کانال یا دیفیوزر منحنی شکل

۲. سرعت کاهش یافته (W):

مشابه حالات کانال و دیفیوزر مستقیم تعریف می شود:

$$W = u_p - U \quad (2-5)$$

که در آن:

u_p : سرعت جریان پتانسیلی جریان در کانال یا دیفیوزر منحنی شکل (m/s)

U: سرعت متوسط (Mean velocity) (m/s)

می باشند.

۳. ماکزیمم سرعت کاهش یافته (W_0):

مشابه حالات کانال و دیفیوزر مستقیم تعریف می شود.

۴. b_{outer} (نیم عرض نیمه بالای دنباله):

به مقداری از y در نیمه بالایی پروفیل سرعت گویند که در آن سرعت کاهش یافته به نصف مقدار ماکزیمم خود می رسد.

۵. b_{inner} (نیم عرض نیمه پایین دنباله):

به مقداری از y در نیمه پایینی پروفیل سرعت گویند که در آن سرعت کاهش یافته به نصف مقدار ماکزیمم خود می رسد.

۶. b_{ave} (نیم عرض میانگین):

با توجه به شکل، قابل ذکر است از آنجایی که دنباله حاصله در این حالت نامتقارن است، طبعاً b_{outer} با b_{inner} برابر نخواهد بود و بنابراین می توان b_{ave} را تعریف کرد که حاصل میانگین این دو مقدار می باشد و تعریف آن برابر تعریف $b_{1/2}$ در حالت کانال مستقیم می باشد.

$$b_{ave} = \frac{b_{outer} + b_{inner}}{2} \quad (۲-۶)$$

۵-۲ برخی دیگر از پارامترهای دنباله‌ها:

حال در کنار پارامترهای بالا به تعریف برخی دیگر از پارامترها پرداخته می‌شود.

۱-۵-۲ مفهوم سرعت متوسط (Mean velocity) در دنباله:

سرعت متوسط جریان یکی از پارامترهای بسیار مهم در زمینه مطالعه دنباله‌ها می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$u = (2(\Delta p)R_a t_a g / p_a)^{\frac{1}{2}} \quad (۲-۷)$$

که در آن:

u = سرعت متوسط جریان (m/s)

ΔP = فشار دینامیکی (mm of water)

R_a = مشخصه ثابت گازها برای هوای محیط

P_a = فشار محیط (mm Hg)

t_a = دمای محیط (k)

g = جاذبه گرانشی زمین (m/s^2)

می‌باشند.

۲-۵-۲ ضخامت جابجایی (Displacement thickness):

ضخامت جابجایی که عبارت است از فاصله‌ای که مرز لایه مرزی باید جابجا شود تا تمام جریان را بتوان بی‌اصطکاک پنداشت و جریان جرم یکسانی در هر مقطع محفوظ بماند. آن را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy \quad (2-8)$$

۲-۵-۳ ضخامت ممنتوم (Momentum thickness):

در لایه مرزی، ضخامت ممنتوم یا ضخامت اندازه حرکت به صورت فاصله θ از مرز واقعی تعریف می شود، به طوری که آهنگ جریان اندازه حرکت خطی برای سرعت یکنواخت u_e در یک مقطع به ارتفاع θ مساوی است با آهنگ جریان اندازه حرکت در تمام مقطع که در آن از نیمرخ واقعی $u(y)$ برای جریان جرم استفاده می شود. آن را می توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$\theta = \int_0^{\infty} \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy \quad (2-9)$$

۲-۵-۴ تنش رینولدز (Reynolds stress):

تاثیر توربولانس بر روی جریان متوسط به صورت ارتقا از حالت انتقال ممنتوم خالص ظاهر می شود، این عمل به کمک سرعت های نوسانی (Fluctuating velocities) ایجاد می گردد. این اثر تا زمانی که جریان متوسط، تحت تاثیر توربولانس می باشد به صورت یک نیروی اضافی عمل می کند. به این نیرو بر واحد سطح تنش رینولدز گفته می شود. در واقع تنش ویسکوز معمولی به معنای نرخ انتقال ممنتوم بر واحد سطح بوده و توربولانس تنش کمکی دیگری به نام تنش رینولدز را مکمل آن می سازد. تنش برشی کل به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tau = \underbrace{\mu \frac{\partial u}{\partial y}}_{\text{viscous stress}} - \underbrace{\overline{\rho uv}}_{\text{turbulent stress}} \quad (2-10)$$

قابل ذکر است به تنش برشی در نزدیکی دیواره τ_w گفته می شود.

۲-۵-۵: Viscous length scale

این پارامتر به شکل زیر تعریف می گردد:

$$\delta_v = \frac{\nu}{u_\tau} \quad (2-11)$$

که در آن:

$$\nu = \text{ویسکوزیته سینماتیکی (m}^2/\text{s)}$$

$$u_\tau = \text{سرعت اصطکاکی (m/s)}$$

می باشند.

۲-۵-۶: پارامترهای سرعت:

سرعت اصطکاکی (Friction velocity) به صورت زیر تعریف می شود:

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (2-12)$$

و سرعت بی بعد شده به شکل زیر در می آید:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (2-13)$$

و مختصات بی بعد شده در جهت y که از جنس عدد رینولدز محلی می باشد، به شکل زیر در

می آید:

$$y^+ = \frac{y}{\delta_v} = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (2-14)$$

که در آن:

$$u = \text{سرعت متوسط در جهت } x \text{ (} m/s \text{)}$$

$$y = \text{مختصات در جهت عمود بر سطح (} m \text{)}$$

$$v = \text{ویسکوزیته سینماتیکی (} m^2/s \text{)}$$

می باشند.

۲-۵-۷ نرخ انتشار دنباله (Spreading rate):

نرخ انتشار دنباله یک پارامتر انتگرالی است که بیانگر نوع رفتار دنباله ها می باشد و به صورت

زیر تعریف می شود:

$$S = \frac{u_e}{u_0} \frac{dl_0}{dx} \quad (2-15)$$

که در آن:

$$u_e = \text{سرعت جریان آزاد (m/s)}$$

$$u_0 = \text{Velocity scale (m/s)}$$

$$l_0 = \text{Length scale (m)}$$

می باشند.

در واقع دو پارامتر u_0 و l_0 به ترتیب به صورت سرعت کاهش یافته در خط مرکز و مختصات y

ای که در آن سرعت کاهش یافته به نصف مقدار خود در خط مرکز می رسد تعریف می شوند.

قابل ذکر است زمانی که سرعت کاهش یافته در مقایسه با سرعت جریان آزاد کوچک باشد،

نرخ انتشار ثابتی خواهیم داشت.

۲-۵-۸ پارامتر انحنای:

پارامتر انحنای که فقط در کانال یا دیفیوزر منحنی شکل (حالات B,D) قابل تعریف است به صورت نسبت بین نیم عرض میانگین دنباله به شعاع انحنای مطرح می شود و به شکل زیر نشان داده می شود:

$$\text{پارامتر انحنای} = \frac{b_{ave}}{R(x)} \quad (2-16)$$

که در آن:

$$b_{ave} = \text{نیم عرض میانگین (m)}$$

$$R(x) = \text{شعاع انحنای (m)}$$

می باشند.

مقادیر منفی این پارامتر بیانگر این است که انحنای دنباله به صورت واگرا و مقادیر مثبت بیانگر انحنای دنباله به صورت همگرا و تغییر علامت آن به مفهوم نقطه عطف دنباله می باشند. در آزمایشات تجربی ماکزیمم مقدار پارامتر انحنای در رنج $0.014 < \frac{b_{ave}}{R(x)} < 0.056$ گزارش داده شده است.

فصل

سوم:

متد های

مطالعه

دنباله

۳ متدهای مطالعه دنباله:

امروزه پرداختن به موضوعات علمی به دو طریق زیر انجام می شود:

۱. روش های تجربی

۲. روش های عددی

زمانی می توان به صحت یک موضوع علمی به طور یقین پی برد که نتایج تجربی و عددی همدیگر را تأیید کنند. این روش تحقیق در مورد دنباله ها نیز برقرار است. حال به پرداختن توضیحاتی در این زمینه پرداخته می شود.

۳-۱ روش های تجربی (Experimental methods):

مطالعات تجربی و آزمایشگاهی تا به امروز متداولترین روش مطالعه دنباله ها بوده اند. از آنجایی که مدل های توربولانسی پیشرفته برای تثبیت درستی عملکردشان، نیاز به داده های تجربی دقیق دارند، اهمیت روش های تجربی چشمگیرتر نشان داده می شود. موضوع اساسی که امروزه برای مطالعات در این زمینه به آن پرداخته می شود، بدست آوردن شرایط مرزی دقیقی است که برای روشهای عددی به آن احتیاج است. در این روش برای بررسی دنباله های اجسام مختلف، عملیات در شرایط آزمایشگاهی، و به کمک دستگاه های اندازه گیری ای همچون دستگاه جریان سنج سیم داغ و یا لیزر انجام می شود.

۳-۱-۱ دستگاه سیم داغ (hot-wire) :

در آزمایشات انجام شده با این دستگاه، محاسبات به این صورت انجام می پذیرد که یک سری داده ها از طریق سنسورهای مختلف تعبیه شده بر روی دستگاه نمایش داده می شود، با قرار دادن این داده ها در رابطه های مربوطه، مقادیر مورد نظر برای پارامترهای مختلف مطرح شده در دنباله ها به دست می آیند.

این رابطه ها عبارتند از (مرجع [۲]):

۱. رابطه تنش های توربولانسی $(\overline{u'^2}, \overline{v'^2}, \overline{w'^2})$:

$$\frac{\overline{u'^2}}{U^2} = \frac{(e_A + e_B)^2}{(E_A + E_B)^2} \quad (3-1)$$

$$\frac{\overline{v'^2}}{U^2} = \left[\frac{1 + K^2}{1 - 3K^2 + 4K^4} \right] \cdot \frac{(e_A - e_B)^2}{(E_A + E_B)^2} \quad (3-2)$$

$$\frac{\overline{w'^2}}{U^2} = \left[\frac{1 + K^2}{1 - 3K^2 + 4K^4} \right] \cdot \frac{(e_A - e_B)^2}{(E_A + E_B)^2} \quad (3-3)$$

لازم به ذکر است تفاوت دو تنش نرمال $\overline{v'^2}$ و $\overline{w'^2}$ در این است که برای محاسبه $\overline{w'^2}$ تنها X-wire probe در صفحه مختصات X-Z مستقر می گردد.

۲. رابطه انرژی جنبشی توربولانسی (k):

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (3-4)$$

۳. رابطه تنش برشی رینولدز $(\overline{u'v'})$:

$$\frac{\overline{u'v'}}{U^2} = \frac{1}{4} \left[\frac{1 + K^2}{1 - K^2} \right] \cdot \left[\frac{e_A^2}{E_A} - \frac{e_B^2}{E_B} \right] \quad (3-5)$$

که در این روابط:

$e_A =$ مقدار لحظه ای ولتاژ نوسانی نمایش داده شده توسط سنسور A (Volt)

e_B = مقدار لحظه ای ولتاژ نوسانی نمایش داده شده توسط سنسور B (Volt)

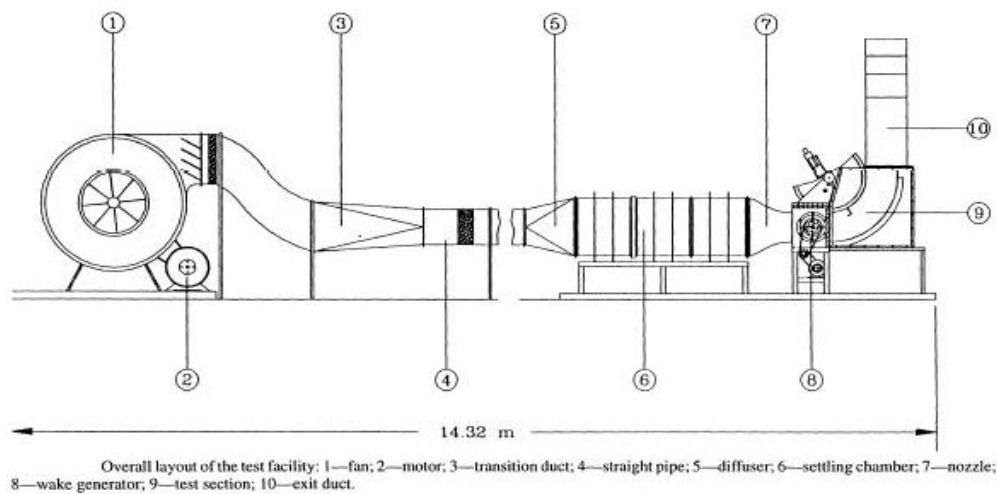
E_A = مقدار ولتاژ متوسط سنسور A (Volt)

E_B = مقدار ولتاژ متوسط سنسور B (Volt)

K = مقدار ضریب حساسیت X-wire probe

می باشند.

در شکل زیر یک نمونه از این وسایل آزمایشگاهی نشان داده شده است (مرجع [۲]):



شکل (۱-۳) دستگاه سیم داغ

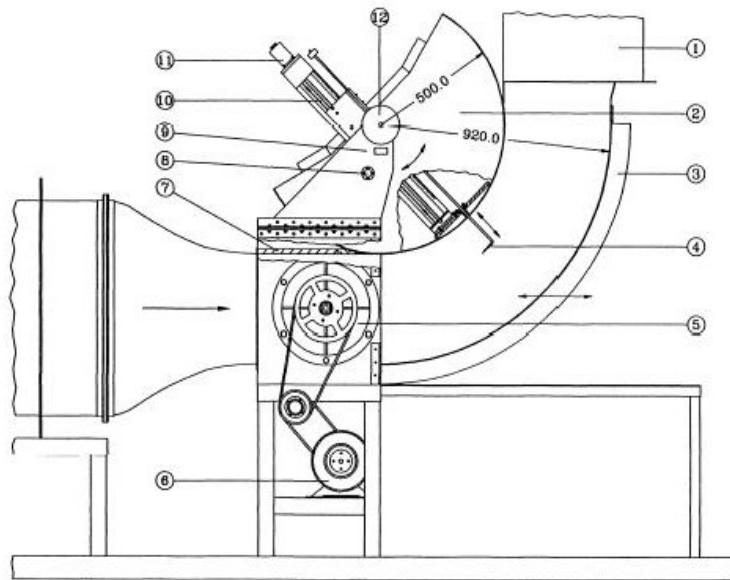


FIGURE 2 Test section: 1—exit duct; 2—convex wall assembly; 3—concave wall; 4—probe; 5—wake generator; 6—motor; 7—top wall; 8—safety pin; 9—rotary vernier; 10—traversing system; 11—stepper motor; 12—locking wheel.

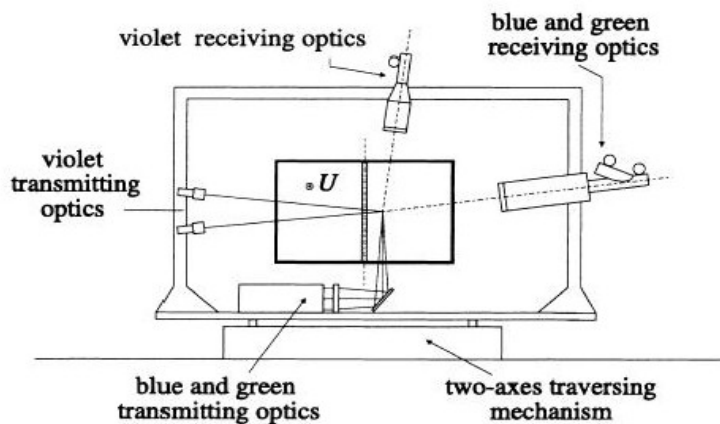
شکل (۲-۳) بخش تولید دنباله در یک دستگاه سیم داغ

در کنار روش دستگاه hot-wire از یک متد جدیدتر به نام سیستم LDA نیز استفاده شود.

۳-۱-۲ دستگاه LDA (Laser doppler anemometer):

جریان در یک سیستم LDA به صورت سه مولفه ای محاسبه می شود. در این دستگاه از دو رنگ آبی و سبز از جنس لیزر یون آرگون و باتوان 5w برای تشخیص مسیر جریان و انجام محاسبات مربوط به دو عدد از مولفه های بردار سرعت آن استفاده می شود. مولفه سوم سرعت به طور مستقل با استفاده از لیزر بنفش رنگ محاسبه می گردد. برای آشکارشدن جریان برگشتی، یکی از اشعه های هر کدام از رنگها به درون یک سلول هدایت می شوند که سبب می گردد فرکانس به 40MHZ شیفت پیدا کند. برای افزایش وضوح فاصله ای، جهت های دریافتی تقریباً عمود بر محورهای نوری انتقالی تنظیم می گردند.

این سیستم در شکل زیر نشان داده شده است (مرجع [۲]):



The experimental set-up.

شکل (۳-۳) سیستم LDA

۳-۱-۳ تاریخچه ای از متد تجربی:

هیل (Hill) در سال 1963 دریافت که برای دنباله ای که تحت تأثیر گرادیان فشار عمل می کند، حتی یک گرادیان فشار آرام می تواند تأثیر بسیاری بر روی اضمحلال (decay) دنباله داشته باشد. همچنین یک گرادیان فشار مثبت حتی ممکن است به طور کامل از این اضمحلال جلوگیری کند (مرجع [۲۰]).

برادشاو (Bradshaw) در سال 1973 تفاوت رفتار سطح داخلی و سطح خارجی دنباله منحنی شکل را به کمک عددهای تجربی نشان داد. وی همچنین پایداری و ناپایداری را بر روی این سطوح بررسی نمود (مرجع [۲۱]).

ساویل (Savill) در سال 1983 اولین کسی بود که تأثیرات انحنا را بر روی دنباله بررسی کرد. شرایط آزمایشگاهی مطالعات وی بدین صورت بود که یک سیلندر دایروی با قطر 9.5 میلی متر درون جریانی با عدد رینولدز 6500 قرار داده شد. او تنش های نرمال و برشی دنباله منحنی شکل را نیز محاسبه کرد (مرجع [۱۵]).

ناکایاما (Nakayama) در سال 1987 اثرات گرادیان فشار و انحنا را بر روی سیلندر استوانه ای ($x/d \geq 300$) مطالعه کرد. او مشاهده نمود تنش های رینولدز شدیداً تحت تأثیر هم انحنا و

هم گرادیان فشار هستند، اما یک تأخیری بین تغییرات انحنا و تغییرات تنش های رینولدز وجود دارد. در مطالعات وی جداکردن اثرات گرادیان فشار و انحنا از یکدیگر کاری دشوار بود (مرجع [۱۸]).

نیلاکاندان (Neelakandan) و رامجی (Ramjee) در سال ۱۹۹۰ برای جدا کردن این اثرات از یکدیگر و بررسی مستقل هر یک، گسترش دنباله را برای اجسام گرد درون کانال هایی با سطح مقطع یکنواخت بررسی کردند. در این آزمایشات، سرعت در طول خط مرکز کانال تقریباً ثابت بود. آنها خاطرنشان کردند که انحنا، پروفیل سرعت متوسط دنباله را نامتقارن می سازد. ماکزیمم مقدار پارامتر انحنا در آزمایشات آنها بر پایه نیم عرض متوسط (b'_{avg}) در حدود ۲٪ برای یک کانال منحنی با $R=700\text{mm}$ و در حدود ۴٪ در یک کانال با $R=350\text{mm}$ بدست آورده شد (مرجع [۲۴]).

آنها همچنین دنباله حاصل از یک سیلندر چهارگوش به عرض ۲.۵ میلی متر و طول ۸ میلی متر را درون یک کانال منحنی شکل طولی با شعاع ۳۵۰ میلی متر را مورد مطالعه قرار دادند. بر اساس مشاهدات آنها از مقایسه رفتار تنش برشی رینولدز در دو حالت ایرفویل و جسم گرد در معرض یک انحنای مشخص، روشن می گردد برای جسم گرد، دنباله به واسطه زیاد شدن انحناء، توسعه می یابد.

مهتا (Mehta) و ویگانت (Weygandt) در سال ۱۹۹۵ روی ساختار سه بعدی دنباله حاصل از صفحه مستقیم و همچنین دنباله منحنی شکل بررسی های تجربی انجام داده اند. گسترش دنباله از یک لایه مرزی آرام تغییرات زیادی را در سرعت متوسط و تنش های رینولدزی نشان می دهد. آنها این رفتار را به حضور گردابه های جریان نسبت داده اند. وجود گردابه ها اثر مهمی بر روی رشد دنباله و نرخ کاهش سرعت دارد. در ادامه آنها یافتند که در مقایسه با دنباله مستقیم انحنای ناپایدار نابودی گردابه را کم کرده و یک انحنای پایدار آن را به جلو می اندازد (مرجع [۱۹]).

تولاپورکارا (Tulapurkara) در سال 1996 گسترش دنباله را در یک کانال منحنی شکل و همچنین یک دیفیوزر منحنی شکل با استفاده از معادلات جریان برشی و مدل توربولانس $k-\varepsilon$ محاسبه کرد. وی توانست پروفیل های سرعت دنباله، پروفیل انرژی جنبشی توربولانسی (k) و تنش برشی رینولدز ($-u'v'$)، براساس ثابت تصحیح مدل (C_{μ}) و پارامتر انحنا به دست آورد (مرجع [17]). همچنین در ادامه در سال 1997 با استفاده از روش حجم محدود و مدل توربولانس تنش رینولدزی (Rsm) تاثیرات انحنا و گرادیان فشار را بر روی گسترش دنباله مطالعه کرد. او دریافت که RSM به کمک انحنای تثبیت شده در ناحیه خارجی و زیاد شدن ناپایداری در ناحیه داخلی از توربولانس جلوگیری می کند (مرجع [16]).

جان (John) و شیبیری (Schobeiri) در سال 1996 گسترش دنباله توربولانسی دو بعدی را در یک کانال منحنی شکل همراه با گرادیان فشار مثبت مورد بررسی و مطالعه قرار دادند. نتایج کار آنها مشخص کرد نا متقارنی محسوسی در سرعت و همچنین مولفه تنش رینولدز وجود دارد و مولفه های تنش رینولدز در نیمه داخلی دنباله مقادیر بالاتری نسبت به نیمه خارجی آن دارند. در ادامه مشخص شد پروفیل سرعت برای دنباله مستقیم تقریباً متقارن است. نتیجه اینکه، با بررسی گسترش دنباله در یک کانال منحنی شکل همراه با گرادیان فشار صفر، نرخ کاهش سرعت کمتر و رشد دنباله سریعتر از گرادیان فشار مثبت صورت می پذیرد (مرجع [22]).

۲-۳ روش های عددی (Numerical solutions):

حال پس از پرداختن به متدهای تجربی به بحث در مورد حل های عددی دنباله پرداخته می شود. در واقع برای داشتن یک مطالعه علمی قابل اعتماد، باید مدل های توربولانسی در قالب کدنویسی عددی ارائه گردد.

در اینجا می توان برای موضوع مورد بحث، از مهمترین فعالیت هایی که تا به حال صورت گرفته، به ذکر نتایج عددی و تجربی بدست آمده در دانشگاه نتردام (Notredame) آمریکا اشاره کرد (مرجع [۳]). این آزمایشات تأثیرات گرادیان فشار را به طور مجزا بر روی دنباله دو بعدی بررسی کرده و نتایج با استفاده از روشهای CFD برای مدل های توربولانسی در جریان های دنباله معتبرسازی می گردد. در دانشگاه نامبرده شده از سه کد CFL3D, NSMB, PAB3D استفاده می شود که به کمک آنها انواع مختلف مدل های توربولانسی بر روی دنباله در گرادیان فشارهای صفر، معکوس و مطلوب بررسی می گردد. لازم به ذکر است این کدها فقط اثرات گرادیان فشارهای مختلف بر روی دنباله را بررسی می نمایند اثرات انحنا در نظر گرفته نمی شود.

۳-۲-۱ الگوریتم های عددی:

همان طور که در بالا نیز اشاره شد از الگوریتم های عددی که تا بحال برای حل معادلات ناویر استوکس قابل تراکم سه بعدی مطرح شده اند، می توان از سه کد عددی CFL3D, NSMB, PAB3D نام برد. حال به پرداختن توضیحاتی در مورد این سه کد پرداخته می شود (مرجع [۱۱]):

CFL3D.1:

CFL3D یک روش کامپیوتری بر پایه مش بندی است که در مرکز تحقیقاتی NASA مورد استفاده قرار می گیرد. این کد از فرمول های حجم محدود استفاده می کند و از ترم های

ویسکوزی که در معادلات ناویراستوکس لایه نازک در جهت مختصاتی خاص اثرگذار است صرفنظر می کند. ضمناً این کد می تواند جریان هایی که در ناحیه های چندگانه یکی یکی با هم مرتبط می شوند و رفتار جریان های میکس شده را حل نماید.

در CFL3D بر روی ترم های ویسکوزیته، به صورت مرکزی دیفرانسیل گیری انجام می شود. در این کد از روش Flux difference splitting (FDS) که Roe پیشنهاد داده برای بدست آوردن هر یک از مش ها استفاده می شود.

:NSMB.2

NSMB که مخفف Navier-stokes Multi block می باشد، کدی است برپایه حجم محدود که توسط دانشگاه های EPFL سوئیس، KTH سوئد، موسسه تحقیقاتی Cerfacs فرانسه و دو کمپانی Aerospatiale فرانسه و SAAB سوئد طراحی شده است. در این کد روش حجم محدود مرکزی مورد استفاده قرار گرفته است و ترم های مشتقات ویسکوزیته در فرمول ها گنجانده شده است. معادلات به کمک دیفرانسیل گیری مرکزی گسسته سازی شده اند. متغیرهای زمانی نیز توسط Explicit Runge-Kutta بدست می آیند.

:PAB3D.3

در مش بندی این کد از فرمول حجم محدود (Forward) استفاده شده است. از قابلیت های این برنامه حل معادلات ناویراستوکس لایه نازک می باشد.

حال در ادامه بحث حل های عددی، به مقایسه ای از مدل های مختلف توربولانسی پرداخته می شود.

۲-۲-۳ مقایسه مدل های مختلف توربولانسی:

تاکنون صدها مدل توربولانسی ارائه شده اند که هر یک برای رژیم های خاص جریانی و حتی در ناحیه ای خاص از میدان جریان معتبر و دقیق می باشند. هدف نهایی تمام مدل های توربولانسی، محاسبه اندازه تنش رینولدز $\overline{\rho u_i' u_j'}$ - در نقاط مختلف جریان می باشند.

مدل های توربولانسی موجود را از دو منظر می توان نگرینست:

الف) روابط اساسی حاکم بر ادی ویسکوزیته (Eddy viscosity)

ب) مدل های ادی ویسکوزیته

روابط اساسی حاکم بر ادی ویسکوزیته از یک پارامتر منفرد که اصطلاحاً ویسکوزیته آشفته (μ_t) نامیده می شود، برای بیان رابطه بین تنش های رینولدز در معادلات RANS و پروفیل های موجود در میدان جریان متوسط استفاده می کنند. از سوی دیگر مدل های ادی ویسکوزیته نیز برای محاسبه μ_t معرفی شده در روابط اساسی ادی ویسکوزیته استفاده می شوند.

در اینجا، سه رابطه به عنوان روابط اساسی و نیز ۹ مدل به عنوان مدل های جریان آشفته معرفی می شوند که به صورت جدول زیر دسته بندی می گردند (مرجع [۲۷]):

روابط اساسی	مدل های بر پایه RANS				
	مدل های ادی ویسکوزیته			RSM	LES
۱. بوزینسک	مدلهای صفر معادله ای	مدلهای یک معادله ای	مدلهای دو معادله ای	Reynolds Stress Models	Large Eddy Simulation
	مدل های	اسپالارت-آلماراس	۱. مدل استاندارد $k - \varepsilon$		
۲. اسپیزال	طول		۲. مدل توسعه یافته $k - \varepsilon$		
۳. لاندرا	اختلاطی		۳. مدل RNG $k - \varepsilon$		
			۴. مدل $k - \varepsilon$ غیر ایزوتروپیک		
			۵. مدل Wilcox k-w		
		۶. مدل انتقال تنش برشی k-w			

جدول (۱-۳): روابط اساسی و مدل های مختلف جریان های آشفته

روابط اساسی حاکم بر ادی ویسکوزیته:

همانطور که گفته شد روابط اساسی حاکم بر ادی ویسکوزیته به سه صورت زیر می باشند:

۱. بوزینسک (Boussinesq)

۲. اسپیزال (Speziale)

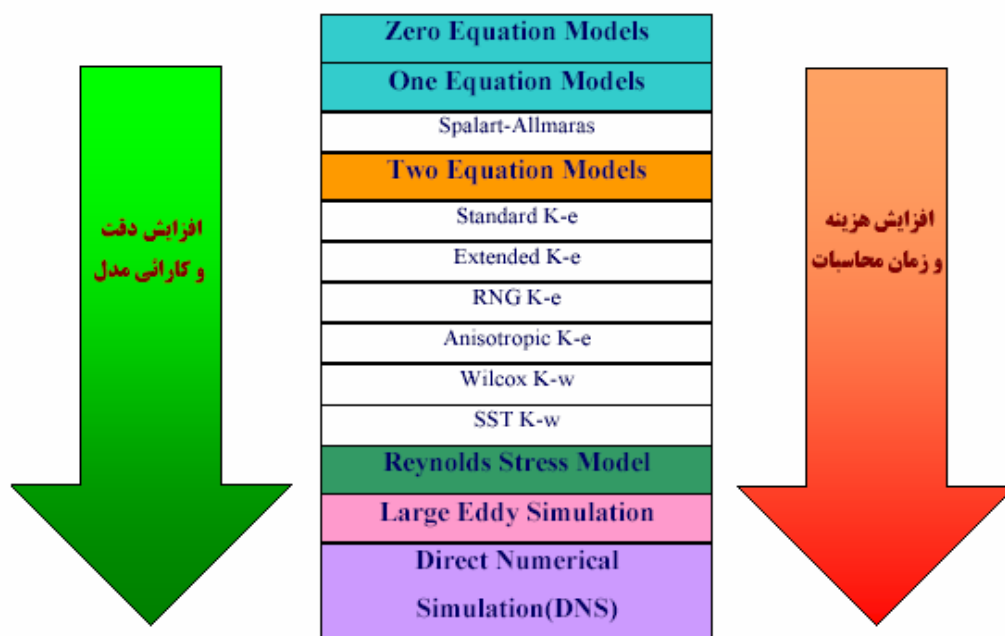
۳. لاندرا (Lauder)

رابطه بوزینسک رابطه پایه و مبنا در مفهوم ادی ویسکوزیته می باشد. مدل هایی که بر پایه ادی ویسکوزیته بوزینسک (Boussinesq Eddy Viscosity) بنا نهاده شده اند، حالت عمومی

مورد نیاز را از بین می برند، بدین جهت که محدودیتی در نمایاندن پروسه فیزیکی حاکم بر تانسورهای تنش رینولدز به وجود می آورند. به همین دلیل عمدتاً از این متد برای محاسبه تنش های حاکم بر جریان استفاده نمی شود. روابط لاندر و اسپیزال در حقیقت بسط رابطه بوزینسک برای پیش بینی رفتارهای غیر ایزوتروپی جریانات آشفته می باشند.

مدل های ادی ویسکوزیته:

هدف هر مدل ادی ویسکوزیته توصیف رابطه بین μ_t و کمیت های فیزیکی قابل اندازه گیری جریان و یا کمیت های محاسبه شده میدان جریان است. در یک نگاه کلی برای مقایسه انواع مدل ها با یکدیگر، استفاده از جدول زیر کمک شایانی خواهد کرد (مرجع [۲۷]):



جدول (۲-۳): مقایسه مدل های توربولانسی با یکدیگر

عوامل موثر در انتخاب مدل مناسب:

بدیهی است که هیچ مدل آشفتگی وجود ندارد که برای تمام مسائل مهندسی جوابگو باشد.

انتخاب مدل مناسب از بین مدل های موجود بستگی به عوامل زیر دارد:

۱. فیزیک جریان مسئله مورد نظر

۲. وجود یا عدم وجود همزمان چند رژیم جریان در کنار یکدیگر

۳. میزان دقت مورد نیاز

۴. امکانات محاسباتی موجود

۵. میزان زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب معقول

برتری های استفاده از مدل های ادی ویسکوزیته:

۱. اعمال این مدل ها در هر نرم افزاری آسان است، فقط کافی است که به جای ویسکوزیته

مولکولی μ از ویسکوزیته آشفته که در فضای زمان و مکان متغیر است، استفاده گردد.

۲. ویسکوزیته آشفته بالا که اغلب در اعداد بالای رینولدز جریانات آشفته پدیدار می گردد،

سبب کمک به پایداری حل خواهد شد. به عبارت دیگر همانطور که اغتشاشات موجود در

جریانات فیزیکی، در برخی از نقاط جریان می توانند رشد نموده و با گسترش وسعت تاثیر و

اندازه دامنه خود، فضای کلی جریان را آشفته نمایند، اغتشاشات موجود در فضای محاسبات

عددی CFD نیز می توانند در برخی از نقاط میدان محاسباتی رشد نموده و چنانچه این رشد به

نحوی کنترل نگردد، باعث ناپایداری جریان و در نهایت واگرایی روند حل خواهند شد. همانطور

که در فضای فیزیکی جریان، لزجت سبب میرا شدن اغتشاشات موجود در جریان می گردد، در

فضای محاسباتی نیز لزجت باعث میرا شدن ناپایداری های عددی خواهد شد. فضای محاسباتی

عددی CFD چیزی نیست جز همان فضای فیزیکی و واقعی جریان که معادلات فیزیکی در آن

گسسته شده اند. بنابر این هر چه لزجت سیال بالاتر باشد (در جریان آشفته، ویسکوزیته به مراتب بالاتر از جریان آرام می باشد)، احتمال رشد ناپایداری های موجود در جریان کمتر و پایداری جریان بیشتر تضمین خواهد شد.

۳. مدل ادی ویسکوزیته در جریان ساده برشی نظیر جریان لایه مرزی، جریان جت دو بعدی و غیره، دارای پایه و اساس کاملاً علمی است. در سایر جریانات نیز اگرچه دارای خطا می باشد، لیکن خطاهای مزبور قابل چشمپوشی می باشند. تمام تلاش هایی که امروزه بر روی مدل ها صورت می گیرد، برای کاهش خطاها و بالا بردن کارایی مدل ها به منظور تعمیم توانایی آنها جهت استفاده در دسته وسیعی از جریانات می باشد.

همانطور که گفته شد، مدل های ادی ویسکوزیته را می توان به سه دسته تقسیم کرد:

۱. مدل های صفر معادله ای:

مدل های صفر معادله ای تنها از روابط و معادلات جبری جهت توصیف رابطه بین μ_t و خواص قابل اندازه گیری و یا محاسبه شده استفاده می کنند.

۲. مدل های یک معادله ای:

مدل های یک معادله ای از یک معادله انتقال PDE اضافی نیز در این بین استفاده می کنند.

۳. مدل های دو معادله ای:

مدل های دو معادله ای از دو معادله انتقال PDE اضافی استفاده می کنند. این مدل ها به عنوان زیر بنای بسیاری از تحقیقات مربوط به مدلسازی جریانات آشفته، بالاخص در سالیان اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته اند. قدرت اقتصادی بودن و دقت قابل قبول برای طیف

وسیعی از جریانات آشفته، این مدل را به عنوان مدلی رایج برای جریانات صنعتی و مدلسازی مسائل انتقال حرارت نموده است.

مقایسه کلی مدل های صفر معادله ای با مدل های دو معادله ای:

در مقایسه کلی مدل های صفر معادله ای با مدل های دو معادله ای ذکر نکات زیر ضروری به نظر می رسد:

۱. از نقطه نظر کارایی و کاربرد، مدل های دو معادله ای دقیقتر و کاملتر بوده و لذا به کرات مورد استفاده قرار گرفته اند.

۲. استفاده از مدل های دو معادله ای، مستلزم حل دو معادله انتقالی اضافی است که در روش عددی می تواند منجر به افزایش قابل توجهی در زمان اجرای برنامه گردد. به علاوه مطرح شدن معادلات k, ε و یا k, w باعث افزایش قابل توجهی در غیر خطی شدن و وابستگی معادلات کلی جریان به یکدیگر می گردد که این امر می تواند سبب ناپایداری خواص همگرایی فرایند حل عددی گردد. لیکن در مقابل، مدلسازی های جریانات آشفته ای که با استفاده از مدل های صفر معادله ای صورت می پذیرد، خواص همگرایی و پایداری بهتری را در مقایسه با مدل های دو معادله ای نشان می دهند.

حال به شرح خلاصه ای از مدل های دو معادله ای پرداخته می شود:

مدل استاندارد $k - \varepsilon$:

این مدل معروفترین مدل دو معادله ای می باشد، چرا که فهم آن آسان و استفاده از آن در برنامه نویسی ها ساده می باشد. در این مدل میدان آشفته بر حسب دو متغیر تعریف می شود:

۱. انرژی جنبشی جریان آشفته (k)

۲. نرخ اضمحلال ویسکوز انرژی جنبشی جریان آشفته (ε)

در فصل بعد به طور کامل به توضیح در مورد این مدل پرداخته می شود.

مزیت های استفاده از مدل استاندارد $k - \varepsilon$:

۱. این مدل وقتی در کنار رابطه Boussinesq Eddy viscosity به کار برده می شود، برای طیف وسیعی از مسائل نسبتاً مشکل به خوبی کار می کند.
۲. این مدل می تواند بالاخص در جریانات محصور که در آنها تنش برشی رینولدز بسیار مهم هستند به کار گرفته شود.

ضعف های مدل استاندارد $k - \varepsilon$:

۱. برای مسائلی که شامل غیر ایزوتروپ های شدید جریان و نیز اثرات غیر تعادلی هستند، این مدل در نهایت به جواب هایی خواهد رسید که تا حدی فوق دیفیوز است، یعنی مقادیر μ_t که توسط این مدل پیش بینی می شود تا حدی بزرگ خواهند بود.
- گاها دیده شده است این مدل در پیش بینی هسته های جدایشی تشکیل شده بر روی سطوح با انحنای ملایم، نتایج غلطی را در بر داشته است. برای نتایج شامل اثرات شدید غیر ایزوتروپی جریان، روابط اسپیزال و لاندن معمولاً منجر به نتایجی می شوند که از نتایج حاصل از رابطه بوزینسک بهتر است.
۲. این مدل درمدلسازی لایه های برشی ضعیف دارای نواقصی است.
۳. در مدلسازی جریانات پیچشی، دورانی و چرخشی جواب های مناسبی ارائه نمی دهد.
۴. برای جریانات کاملاً توسعه یافته در کانال های با مقاطع غیر گرد کاربرد ندارد.
۵. دارای جواب های نه چندان قوی در بحث جریانات غیر محصور است.

کاربرد های مدل استاندارد $k - \varepsilon$:

۱. مدلسازی انحلال ادی در احتراق
۲. محاسبه جریان بویانت و جریان سیال در ساختمان
۳. جریان در یک لوله با انقباض ناگهانی
۴. مدلسازی آتش سوزی در یک اتاق تست
۵. پیش بینی جریان وانتقال حرارت در یک دسته لوله پیچیده در مبدل های حرارتی
۶. مدلسازی جریان آرام در یک لوله با مقطع دایروی با تغییرات فشار متناوب بین ورودی و خروجی، نظیر جریان خون در رگ های بدن، امواج فشاری در خطوط انتقال نفت و جریان هوا در مانیفولد موتورهای احتراق داخلی
۷. مدلسازی پراکندگی آلودگی در هوای جو و در دریاچه ها
۸. محاسبه و بررسی نرخ گسترش جت های متقارن محوری در محیط های ساکن
با شناخته شدن نقاط ضعف و قدرت مدل $k - \varepsilon$ ، بهینه سازی هایی بر روی این مدل به منظور بهبود کارایی آن صورت گرفته است که به ظهور نسل های جدیدی از مدل های $k - \varepsilon$ منجر شد. در ادامه به بررسی این مدل ها پرداخته می شود.

مدل توسعه یافته $k - \varepsilon$:

مدل $k - \varepsilon$ توسعه یافته توسط دو تن از محققان جریانات آشفته به نام های کن (Chen) و کیم (Kim) بیان شده است (مرجع [۲۷]). در واقع در مواردی که جواب های مدل استاندارد، در مقایسه با جواب های آزمایشگاهی دقت خوبی ندارند، بهتر است از مدل توسعه یافته استفاده گردد. استدلالی که در پشت این مدل نهفته است این است که، علاوه بر مقیاس زمانی آشفتگی ($\frac{k}{\varepsilon}$)، مقیاس زمانی دیگری به صورت $\frac{\rho k}{G}$ نیز وجود دارد که به کمک آن می توان نرخ اضمحلال ویسکوز را به نرخ کنش متوسط در جریان مرتبط ساخت.

ویژگی های مدل توسعه یافته $k - \varepsilon$:

مدل $k - \varepsilon$ توسعه یافته با ضرایب اصلاح شده پیشنهادی، برای جریانات ساده همان نتایج مدل استاندارد را خواهد داد، ولی برای جریانات پیچیده ای نظیر جریان های چرخشی، دایروی و تحت انحنا نتایج بهتر و دقیقتری را به همراه دارد.

مدل $k - \varepsilon$ RNG :

یاخوت (مرجع [۲۷]) گونه جدیدی از مدل $k - \varepsilon$ را ارائه نمود که مشخصات و ویژگی های عملکردی آن در مقایسه با حالت استاندارد بهینه شده است. مدل پیشنهادی وی بر مبنای تئوری Renormalized group قرار داشته و از همین رو به آن RNG گفته می شود. مدل $k - \varepsilon$ RNG در شکل ظاهری خود، بسیار شبیه دو مدل استاندارد و توسعه یافته می باشد. درست همانند مدل توسعه یافته از یک ترم اضافی در معادله ε خود بهره می برد، ولی مقادیر ضرایب آن متفاوت می باشد. از این مدل نیز می توان در کنار سه رابطه بوزینسک، اسپیزال و لاندر استفاده کرد.

ویژگی های مدل $k - \varepsilon$ RNG :

۱. برای جریانات ساده که در آن آشفتگی در حالت تعادل موضعی قرار دارد، این مدل نتایجی شبیه مدل استاندارد به همراه دارد.
۲. برای جریانات غیر تعادلی، اگر از ضرایب اصلاح شده نسبت به حالت استاندارد استفاده گردد، دارای نتایجی با واگرایی کمتری هستند. به عبارت دیگر می توان اینطور بیان کرد که مقادیر پیش بینی شده μ_t دیگر خیلی بزرگ نخواهند شد و این خود یک مزیت محسوب می گردد.

۳. به واسطه داشتن ترم اضافی در معادله ε ، تحلیل جریانات سریعاً کرنش یافته و جریانات بر روی سطوح با انحنای زیاد بهبود یافته است.

۴. اثرات چرخشی بر روی آشفتگی جریان آورده شده است.

۵. در مدلسازی جریانات گذرا (Transitional flows) توانایی بالایی دارد.

۶. انتقال جرم و ممنتوم از دیواره، در آن بهتر پیش بینی می شود.

مدل $k - \varepsilon$ غیر ایزوتروپیک:

این مدل نسخه ای از حالت استاندارد است که معادله ε آن شامل ترم هایی مربوط به ساختار غیر ایزوتروپیک میدان جریان آشفته می باشد. این ترم ها بر مبنای ترم های به کار رفته در مدل تنش رینولدز ارائه شده اند. هدف از این ترم های اضافی، بهبود قابلیت مدل در پیش بینی اثرات غیر ایزوتروپیک جریان است که نمی توان آنها را توسط مدل های دوبعدی به خوبی مدل نمود. این اثرات در جریانات پیچیده و مشکل، نظیر جریانات شدیداً چرخشی به چشم می خورند.

ساختار غیر ایزوتروپیک جریان های آشفته تنها به کمک یکی از دو معادله اساسی اسپیزال و لاندر قابل پیش بینی است. این مدل را نمی توان در کنار رابطه بوزینسک به کار برد زیرا این رابطه توانایی مدل کردن ساختارهای غیر ایزوتروپیک جریان های آشفته را دارا نیست.

مدل Wilcox k-w :

حالت عمومی مدل های k-w از فرکانس آشفتگی w ، به جای نرخ اضمحلال لزج (ε) برای مشخص کردن آشفتگی استفاده می کند. چنین مدل هایی به طور واضحی به انواع مدل $k - \varepsilon$ نزدیک و مرتبط می باشند.

ویژگی های مدل Wilcox k-w :

این مدل نسبت به مدل استاندارد در جریان هایی که شامل کاهش سرعت و جدایش ناشی از گرادیان فشار معکوس می باشند، بهتر عمل می کند. مدل های $k - \varepsilon$ از آنجا که از دسته مدل های رینولدز بالا می باشند، یعنی فقط در نواحی با عدد رینولدز بالا نتایج قابل قبولی ارائه می دهند، برای حل معادلات در نواحی نزدیک دیواره که به طور موضعی جزء نواحی با عدد رینولدز پایین محسوب می شوند، با مشکلات عدیده ای مواجه اند. ولیکن مدل Wilcox k-w را می توان برای پیش بینی تغییرات متغیرهای آشفته تا لب دیواره های جامد و البته با استفاده از المان های متراکم نزدیک آنها مورد استفاده قرار داد.

مدل ویلکوکس مقادیری را که برای نرخ پراکندگی جریانات آزاد برشی پیش بینی می نماید، دارای تطابق نزدیکی با مقادیر اندازه گیری شده برای گردابه های دور، لایه های اختلاطی، جت های صفحه ای، گرد و شعاعی می باشد. لذا از این مدل می توان هم برای جریانات محصور به دیواره و هم البته تا حدودی برای جریانات آزاد برشی استفاده نمود.

مدل انتقال تنش برشی k-w یا SST :

این مدل توسط منتر (Menter) به منظور آمیختن فرمول بندی دقیق و قدرتمند مدل k-w در نواحی نزدیک دیواره با مدل $k - \varepsilon$ مستقل از جریان آزاد در نواحی دور از دیواره ارائه شده است (مرجع [۲۷]). یعنی این مدل به طور همزمان، توانایی بالای مدل k-w در نواحی با عدد رینولدز پایین و توانایی بالای مدل $k - \varepsilon$ در نواحی با عدد رینولدز بالا را در اختیار گرفته است. مدل SST بسیار شبیه به مدل استاندارد k-w است و فقط حاوی اصلاحاتی در اثرات عدد رینولدز پایین، تراکم پذیری و پراکندگی جریان برشی می باشد. این خصوصیات سبب شده است که این مدل برای دسته وسیعی از جریانات همانند جریانات حاوی گرادیان فشار معکوس، ایرفویل ها و جریان شوک گذرا (Transonic shock waves)، نسبت به مدل

استاندارد k-w بسیار دقیقتر و مطمئن تر باشد. بهینه سازی های انجام گرفته به شرح زیر است:

۱. مدل استاندارد k-w و شکل تبدیل یافته $k - \varepsilon$ هر دو در یک تابع آمیختگی ضرب شده و آنگاه با هم جمع گردیدند. تابع آمیختگی طوری طراحی شده است که در نزدیکی دیوار، باعث فعال شدن مدل k-w و در نواحی دور از دیوار، باعث فعال شدن مدل $k - \varepsilon$ می گردد. در واقع تابع آمیختگی در نزدیکی دیوار دارای مقدار یک و در نواحی دور از دیوار دارای مقدار صفر می باشد. توجه شود اگر چه این روش می تواند قابلیت های هر دو مدل را افزایش قابل توجهی دهد، لیکن به واسطه عملیات سوئیچ شدن از یک مدل به مدل دیگر، اغلب با رفتار های ناپایدار و همگرایی های ضعیفی مواجه است.

۲. تعریف ویسکوزیته آشفتگی، به منظور به حساب آوردن اثرات انتقال تنش های برشی اصلی جریان آشفته، مورد تغییر قرار گرفته است.

۳. ثوابت مدل نسبت به مدل استاندارد k-w تغییر یافته است.

اکنون که به شرح مختصری از انواع مدل های توربولانسی ذکر شده پرداخته شد و توانایی های هر یک مورد بررسی قرار گرفت، می توان برای مسئله مورد نظر، مدل بهینه را بر مبنای دقت مورد نیاز انتخاب نمود. حال موضوع دیگری که در اینجا مطرح می گردد، راه های رسیدن به جواب های همگرا شده واقعی و منطبق بر فیزیک جریان است که در ادامه در مورد آن بحث می گردد.

۳-۲-۳ راه های رسیدن به جواب های همگرا شده:

برخی از عواملی که می توانند سیمای فیزیکی و عددی مدل سازی های جریان های آشفته را تحت تاثیر خود قرار دهند، عبارتند از:

۱. شرایط مرزی

۲. تراکم مش و توزیع فضایی آن

۳. استراتژی ها و الگوریتم های حل (فرآیند حل)

واضح است که برای مدل سازی جریان های آشفته، لازم است که دانش و آگاهی کافی راجع به این نوع جریانات و مدل های مربوط به آنها به همراه قابلیت های خاصشان وجود داشته باشد. این دانش این توانایی را ایجاد خواهد کرد که بتوان ارزیابی صحیحی از جواب بدست آمده داشت و بتوان در مورد واقعی و فیزیکی بودن آنها اظهار نظر نمود. انجام چنین ارزیابی هایی بر روی جواب های بدست آمده ، اغلب مستلزم انجام دادن عملیات اضافی نظیر چک کردن حساسیت جواب بدست آمده با شرایط مرزی انتخاب شده و نیز شکل و توزیع المان های میدان و دیگر پارامترهای عددی یا فیزیکی مسئله می باشد.

شرایط مرزی برای مدل های دو معادله ای:

یکی از تفاوت های مدل های دو معادله ای با مدل های صفر معادله ای آن است که در استفاده از مدل های دو معادله ای، برای متغیر های اساسی آشفتگی در مرز های دامنه محاسباتی، بایستی مقادیری را به عنوان شرایط مرزی تعیین نمود. دقت شود وقتی مقداری برای ε به عنوان شرط مرزی تعیین می شود، با توجه به رابطه $\varepsilon = kw$ این مقدار خود به خود برای کمیت w نیز محاسبه خواهد شد، لذا در ادامه بحث، وقتی در مقوله k, ε صحبت از شرایط مرزی می شود، خود به خود و بر طبق رابطه $\varepsilon = kw$ ، رابطه $\varepsilon = kw$ نیز تعیین می گردد.

به طور کلی در مدل‌سازی جریان ممکن است با پنج نوع مختلف از مرزهای محاسباتی مواجهه شد، که عبارتند از:

۱. ورودی یا Inlet

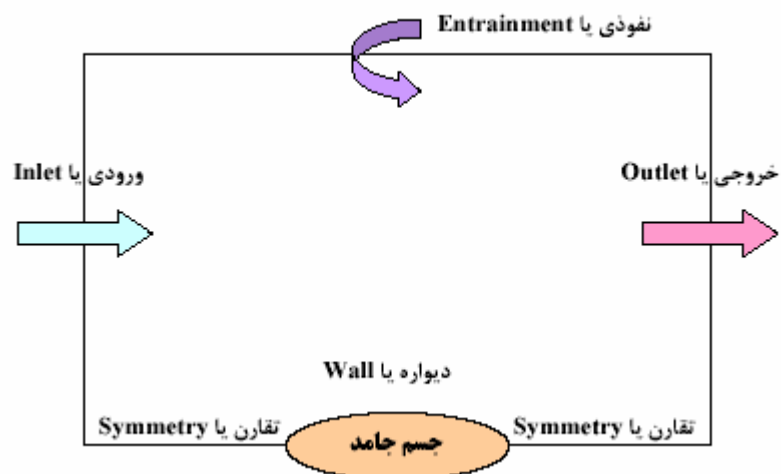
۲. خروجی یا Outlet

۳. تقارن یا Symmetry

۴. دیواره یا Wall

۵. نفوذی یا Entrainment

شماتیک شرایط مرزی در شکل زیر نشان داده شده است (مرجع [۲۷]):



شکل (۳-۴) شرایط مرزی به کار رفته در روش‌های عددی

شرایط مرزی ورودی برای مدل‌های دو معادله‌ای:

در مرزهای مربوط به شرایط مرزی ورودی، باید از شرایط مرزی از نوع دریچلت (Dirichlet) برای k, ϵ, w استفاده نمود. به طور کلی می‌توان اینطور اظهار نظر کرد که سطح و شکل پروفیل‌های k, ϵ, w در مرزهای ورودی برای مسائل مختلف جریانی یکتا می‌باشد. معمولاً این

پروفیل ها و سطح آنها توسط اندازه گیری های آزمایشگاهی به دست می آید. اما در اغلب موارد هیچ نتیجه آزمایشگاهی یا روابط تئوریک برای تعیین این پروفیل ها وجود ندارد.

شرایط مرزی خروجی و تقارن برای مدل های دو معادله ای:

مناسب ترین شرط مرزی برای k, ε در مرزهای خروجی و تقارنی، شرط نیومن (Neumann) می باشد که در آن گرادیان کمیت مورد نظر در جهت عمود بر مرز مساوی صفر قرار داده می شود:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0$$

شرایط مرزی نفوذی برای مدل های دو معادله ای:

شرایط مرزی نفوذی گاه در جریانات خارجی و نیز نیمه محصور مشاهده می شوند. دو نوع مرز نفوذی وجود دارد که هر یک را می توان به راحتی و به کمک نسبت اندازه سرعت نفوذی (Entrainment velocity) به سرعت مماسی (Tangential velocity) از یکدیگر تمیز داد:

۱. نسبت های کوچک اندازه سرعت نفوذی به سرعت مماسی

۲. نسبت های بزرگ اندازه سرعت نفوذی به سرعت مماسی

تراکم مش و توزیع فضایی آن:

واضح است که برای مدلسازی جریانات آشفته با استفاده از مدل های دو معادله ای، در مقایسه با جریانات آرام و یا مدل های صفر معادله ای، نیاز به شبکه محاسباتی ریزتری می باشد. این امر به این خاطر است که در جریان های معمولی، متغیرهای آشفتهگی تحت تغییرات شدیدتر مکانی قرار داشته و لذا این متغیرها و المان های مربوط به آنها حاوی جزئیات بسیار بیشتری در بطن خود به نسبت متغیرهای جریان متوسط می باشند. بنابراین چنانچه حتی جواب

مستقل از شبکه میدان جریان متوسط به دست آمده باشد، شبکه محاسباتی ایجاد شده بایستی به منظور به دست آوردن جزئیات دقیق میدان k, ε و یا k, w به اندازه کافی ریز باشد. یعنی چه بسا با تقسیم یک المان به چند المان کوچکتر، تغییر چندانی در میدان جریان متوسط موضعی دیده نشود، لیکن تغییرات قابل توجهی در متغیرهای جریان آشفته موضعی می تواند به وجود آید. از طرفی در طراحی و ساخت شبکه محاسباتی، باید دقت داشت که توزیع مکانی یکنواختی از نودها در داخل میدان جریان بدست آید. جهش های ناگهانی در تراکم شبکه می تواند باعث نوسانات مکانی غیر واقعی در متغیرهای میدان جریان گردد، بالاخص چنانچه این تغییرات ناگهانی در راستای جریان و در نواحی با عدد رینولدز بزرگ رخ داده باشد.

استراتژی ها و الگوریتم های حل:

نوع روش انتخابی و یا استراتژی و الگوریتم انتخابی که برای هر مسئله جریان آشفته مناسب باشد، به فاکتورهای زیر بستگی دارد:

۱. خواص فیزیکی جریان از قبیل دائمی یا گذرا بودن آن، دوبعدی یا سه بعدی بودن و غیره
۲. امکانات کامپیوتری موجود، زیرا مثلا محدودیت حافظه ای می تواند مانع استفاده از روش های سریعتر گردد.

دو الگوریتم مختلف برای حل عددی مجموعه معادلات گسسته شده وجود دارد:

۱. الگوریتم ضمنی (Implicit)

۲. الگوریتم صریح (Explicit)

در مورد مزایا و معایب هر کدام از الگوریتم های فوق در کتب روش های عددی و CFD مطالب کامل و جامعی وجود دارد.

در این فصل به ذکر توضیحات لازم در خصوص انواع مدل های توربولانسی، مزایا و معایب هر کدام، راه های رسیدن به جواب های همگرا شده واقعی و منطبق بر فیزیک جریان، برخی از

عواملی که می توانند روند فیزیکی و عددی مدلسازی های جریان های آشفته را تحت تاثیر خود قرار دهند (از قبیل شرایط مرزی، تراکم مش و توزیع فضایی آن)، استراتژی ها و الگوریتم های حل پرداخته شد.

اکنون برای بررسی معادلات دنباله در شرایط انحنا و گرادیان فشار معکوس، از مدل توربولانسی دو معادله ای $k-\varepsilon$ و الگوریتم ضمنی استفاده کرده و در فصل بعد به روش استفاده از آنها و نحوه کد نویسی پرداخته می شود.

فصل
چهارم:
روش
حل و
کد نویسی

۴ روش های حل و کد نویسی:

۴-۱ مدل $k - \varepsilon$:

این مدل به مدل ادی ویسکوزیته (Eddy viscosity) نیز معروف می باشد که در آن k و ε به صورت زیر تعریف می شوند:

k عبارت است از انرژی جنبشی توربولانس بر واحد جرم و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (4-1)$$

همچنین بعد آن نیز به صورت $[velocity]^2$ تعریف می شود.

ε نیز عبارت است از نرخ اتلاف انرژی جنبشی توربولانسی (Dissipation Rate) که آن را به کمک دیتاهای تجربی به صورت زیر می توان تخمین زد:

$$\varepsilon \propto \frac{k^{3/2}}{L_T} \quad (4-2)$$

$$L_T = \bar{u} \times T \quad (4-3)$$

که در آن :

$L_T =$ مقیاس طول انتگرالی (Integral length scale) (m)

$k =$ انرژی جنبشی توربولانسی (m^2 / s^2)

$\bar{u} =$ سرعت متوسط (m / s)

$T =$ مقیاس زمان انتگرالی (Integral time scale) است که از طریق روش های

تجربی محاسبه می گردد.

می باشند.

۴-۱-۱ مقیاس زمانی توربولانسی (Turbulence time scale):

در ادامه کمیت k/ε را تعریف می کنیم که بیانگر زمان اتلاف توربولانس در اثر ویسکوزیته می باشد و بعد آن به صورت زیر تعریف می شود:

$$\left[\frac{k}{\varepsilon} \right] = [time]$$

معادلات حاکم بر این مدل عبارتند از:

$$\frac{Dk}{Dt} = p - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (4-4)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} p - c_{\varepsilon 2} f_{\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] \quad (4-5)$$

که در آن:

$$P = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\overline{u'v'} \frac{\partial u}{\partial y} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (4-6)$$

$$k = \frac{1}{2} \tau_{nm} \quad (4-7)$$

$$\nu_t = c_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4-8)$$

$$c_{\mu} = 0.09 \quad (4-9)$$

$$f_{\varepsilon} = 1 - \exp(-\text{Re}_k / 12) \quad (4-10)$$

$$\text{Re}_k = \sqrt{k} d / \nu \quad (4-11)$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad (4-12)$$

$$C_{\varepsilon 2} = 1.92 \quad (4-13)$$

$$\sigma_k = 1.0 \quad (4-14)$$

$$\sigma_\varepsilon = \frac{k^2}{(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})\sqrt{C_\mu}} = 1.3 \quad (4-15)$$

$$\nu = \mu / \rho \quad (4-16)$$

u = سرعت جریان سیال در جهت x در مختصات کارتزین (m/s)

v = سرعت جریان سیال در جهت y در مختصات کارتزین (m/s)

p = نرخ تولید انرژی جنبشی توربولانسی است و بیانگر آشفتگی ناشی از کنش بین جریان

متوسط و جریان آشفته می باشد، اصطلاحاً به آن نرخ تولید برشی نیز گفته می شود.

$$(m^2/s^3)$$

τ = تانسور تنش رینولدز

k = انرژی جنبشی توربولانسی (m^2/s^2)

ε = نرخ پراکندگی توربولانسی (m^2/s^3)

ν = ویسکوزیته سینماتیکی سیال (Kinematic viscosity of fluid) (m^2/s)

ν_t = ویسکوزیته سینماتیکی توربولانسی (Turbulent kinematic viscosity) (m^2/s)

$\overline{u'v'}$ = تنش برشی توربولانسی (Turbulent shear stress)

Re_k = عدد رینولدز بر پایه فاصله تا نزدیکترین دیواره می باشند.

با توجه به اینکه مقدار c_μ بستگی به انحنای محلی دارد و ثابت فرض کردن آن همراه با خطای زیادی خواهد بود، لذا از فرمول ارائه شده توسط Rodi و Leschziner برای تغییرات c_μ در اثر انحنای استفاده می گردد (مرجع [۱]):

$$c_\mu = \max \left[0.025, \frac{0.09}{\{1 + 0.57(k/\varepsilon)^2 \cdot (\partial u / \partial s + u/R) \cdot u/R\}} \right] \quad (4-17)$$

با در نظر گرفتن مشتق مادی به فرم $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$ و فرضیات زیر ، معادلات $k - \varepsilon$ به صورت زیر در می آیند (مرجع [۱]):

فرضیات:

۱. حالت دو بعدی فرض می گردد.

۲. جریان دائمی است :

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad (4-18)$$

۳. معادلات به دست آمده با فرض جریان برشی نازک (Thin shear flow) حل شده اند.

لذا خواهیم داشت:

$$u \cdot \frac{\partial k}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial k}{\partial y} = - \overline{u'v'} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{C_\mu}{\sigma_k} \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial k}{\partial y} \right] \quad (4-19)$$

$$u \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = - C_{\varepsilon_1} \overline{u'v'} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon_2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] \quad (4-20)$$

در ادامه ، معادلات ناویر استوکس (Navier stokes equations) در مختصات کارتزین با در نظر

گرفتن فرضیات زیر به صورت زیر تعریف می گردند (مرجع [۱]):

فرضیات:

۱. حالت دو بعدی (2d) فرض می گردد.
۲. جریان غیر قابل تراکم می باشد.
۳. جریان دائمی است.
۴. ویسکوزیته ثابت است.
۵. جریان برشی نازک فرض می گردد.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4-21)$$

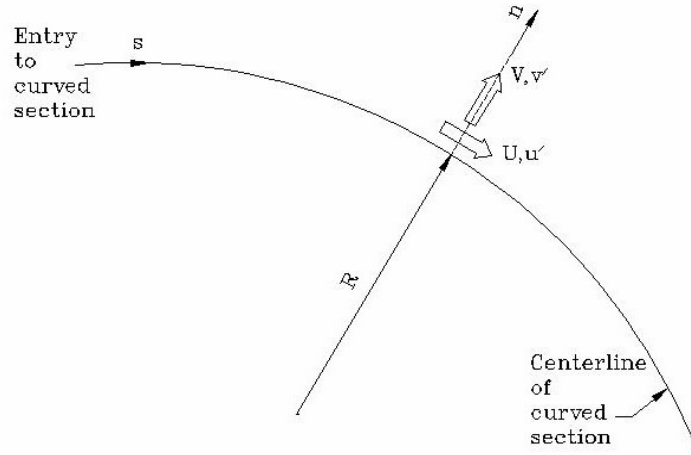
$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4-22)$$

که در آن:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = U_e \cdot \frac{\partial U_e}{\partial x} \quad (4-23)$$

U_e = مقدار سرعت در خارج از دنباله می باشد.

معادلات ناویر استوکس و همچنین معادلات $k - \varepsilon$ را از مختصات کارتزین به مختصات $s-n$ برده که s در راستای خط مرکز کانال و n عمود بر آن می باشد. به شکل زیر توجه کنید (مرجع [۱]):



شکل (۴-۱) مختصات s-n

معادلات ناویر استوکس به فرم زیر در می آیند:

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left[\left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} v \right] = 0 \quad (۴-۲۴)$$

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} + v \cdot \left[1 + \frac{n}{R} \right] \cdot \frac{\partial u}{\partial n} = - \frac{uv}{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s} - 2 \frac{\overline{u'v'}}{R} + \left[1 + \frac{n}{R} \right] \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left[v_t \left\{ \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{u}{R \cdot (1 + n/R)} \right\} \right] \quad (۴-۲۵)$$

معادلات $k - \varepsilon$ به فرم زیر در می آیند:

$$u \cdot \frac{\partial k}{\partial s} + v \cdot \left[1 + \frac{n}{R} \right] \cdot \frac{\partial k}{\partial n} = \left[1 + \frac{n}{R} \right] \cdot \left[v_t \cdot \left\{ \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{u}{R \cdot (1 + n/R)} \right\}^2 - \varepsilon \right] + \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{v_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial n} \cdot \left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} \right] \quad (۴-۲۶)$$

$$u \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial s} + v \cdot \left[1 + \frac{n}{R} \right] \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = \left[1 + \frac{n}{R} \right] \cdot \left[C_{\varepsilon_1} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot v_t \left\{ \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{u}{R \cdot (1+n/R)} \right\}^2 - C_{\varepsilon_2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \right] + \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} \cdot \left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} \right] \quad (4-27)$$

و در آن:

$$-\overline{u'v'} = v_t \cdot \left[\frac{\partial u}{\partial n} - \frac{u}{R \cdot (1+n/R)} \right] \quad (4-28)$$

با جایگذاری رابطه بالا در معادله (4-25)، این معادله به شکل زیر در می آید:

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} + v \cdot \left[1 + \frac{n}{R} \right] \cdot \frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{uv}{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s} - v_t \cdot \frac{u}{R^2 \cdot (1+n/R)} - \frac{u}{R} \cdot \frac{\partial v_t}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial n} \left[v_t \cdot \left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} \cdot \frac{\partial u}{\partial n} \right] \quad (4-29)$$

معادلات (4-26)، (4-27) و (4-28) را می توان به صورت فرم کلی زیر نوشت:

$$u \cdot \frac{\partial \phi}{\partial s} + \left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} \cdot v \cdot \frac{\partial \phi}{\partial n} = S_\phi + \frac{\partial}{\partial n} \left[\left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} \cdot C_\phi \cdot \frac{\partial \phi}{\partial n} \right] \quad (4-30)$$

که در آن:

$\phi = U$ می تواند یک متغیر مانند k یا ε باشد.

$S_\phi =$ یک ترم مبنا می باشد.

$C_\phi =$ ضریب دیفیوژن برای متغیر ϕ می باشد.

مقادیر این ضرایب به صورت جدول زیر ارائه می شوند (مرجع [1]):

No.	ϕ	S_ϕ	C_ϕ
1	u	$-\frac{uv}{R} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial S} - \frac{v_t \cdot u}{R^2 \cdot (1+n/R)} - \frac{u}{R} \cdot \frac{\partial v_t}{\partial n}$	v_t
2	k	$(1+n/R) \left[v_t \cdot \left\{ \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{u}{R \cdot (1+n/R)} \right\}^2 - \varepsilon \right]$	$\frac{v_t}{\sigma_k}$
3	ε	$(1+n/R) \left[v_t \cdot C_{\varepsilon 1} \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot \left\{ \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{u}{R \cdot (1+n/R)} \right\}^2 - C_{\varepsilon 2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \right]$	$\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon}$

جدول (۴-۱): تعریف پارامترهای ϕ , S_ϕ , C_ϕ در فرمول (۴-۳۰)

حال با ضرب معادله (۴-۲۴) در ϕ خواهیم داشت:

$$\phi \cdot \frac{\partial u}{\partial S} + \phi \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left[\left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} \cdot v \right] = 0 \quad (۴-۳۱)$$

با جمع کردن معادلات (۴-۳۰) و (۴-۳۱) به دست می آید:

$$\frac{\partial}{\partial S} [u \cdot \phi] + \frac{\partial}{\partial n} \left[\left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} \cdot v \cdot \phi \right] = S_\phi + \frac{\partial}{\partial n} \left[\left\{ 1 + \frac{n}{R} \right\} \cdot C_\phi \cdot \frac{\partial \phi}{\partial n} \right] \quad (۴-۳۲)$$

تغییر متغیر پاتانکار (Patankar) و اسپالدینگ (Spalding):

برای این که محاسباتی مشابه در ایستگاه های مختلف در طول کانال یا دیفیوزر بدست آورده شود از تغییر متغیری که توسط پاتانکار و اسپالدینگ پیشنهاد شد پیروی می گردد. در این حالت به جای متغیر های s و n از متغیرهای جدید X و η استفاده می شود که به صورت زیر تعریف می گردند (مرجع [۲۳]):

$$X = s$$

$$\eta = n/L(s)$$

که در آن:

$L(s)$ = بیشترین فاصله بین خط مرکز و لبه بالایی یا پایینی لایه برشی می باشد.

حال:

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial s}$$

اما:

$$\frac{\partial X}{\partial s} = 1$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial s} = -\frac{n}{L^2} \cdot \frac{\partial L}{\partial s} = -\eta \cdot L' / L$$

که در آن:

$$L' = \partial L / \partial s$$

پس:

$$\frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial X} - \eta \frac{L'}{L} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (4-33)$$

و به صورت مشابه:

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial n} + \frac{\partial}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial n} = \frac{1}{L} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (4-34)$$

با متغیرهای جدید معادله (۴-۲۴) به صورت زیر در می آید:

$$\frac{\partial u}{\partial X} - \eta \frac{L'}{L} \cdot \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{1}{L} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} [F.v] = 0 \quad (4-35)$$

که در آن:

$$F = \left(1 + \frac{\eta \cdot L}{R}\right)$$

و اندیس ϕ از S_ϕ و C_ϕ حذف شده اند.

همچنین با متغیرهای جدید معادله (۴-۳۲) به صورت زیر در می آید:

$$\frac{\partial}{\partial X} [\phi \cdot u] - \eta \cdot \frac{L'}{L} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} [\phi \cdot u] + \frac{1}{L} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} [\phi \cdot F \cdot v] =$$
$$S + \frac{1}{L^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} \left[C \cdot F \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] \quad (4-36)$$

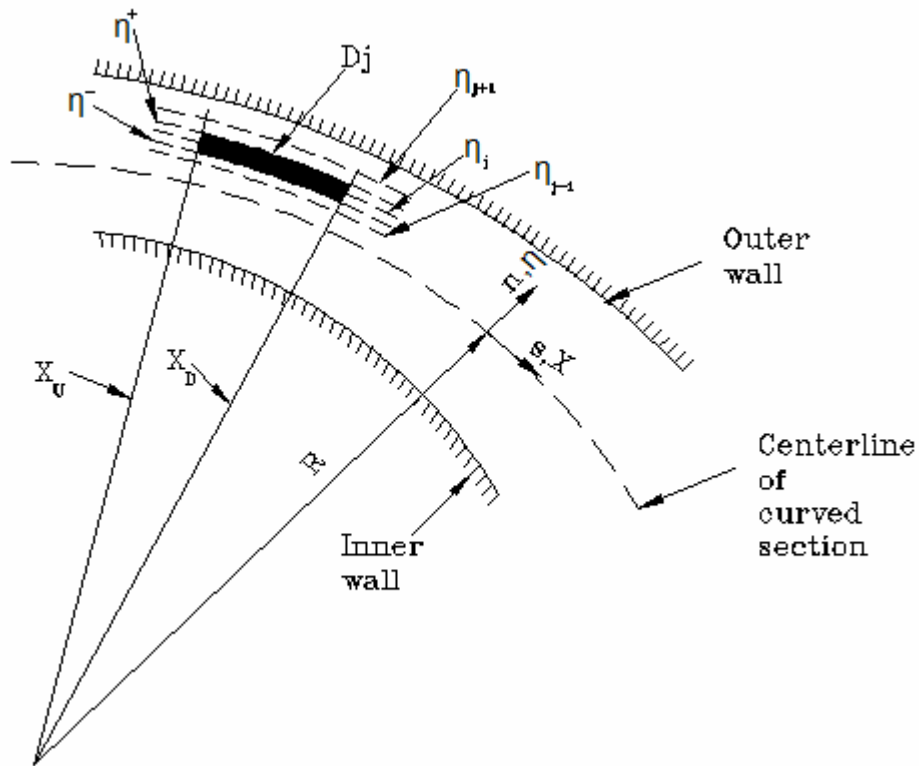
در اینجا نیز:

$$F = \left(1 + \frac{\eta \cdot L}{R}\right)$$

و اندیس ϕ از S_ϕ و C_ϕ حذف شده اند.

۲-۴ گسسته سازی (Discretization):

از تکنیک حجم محدود (Finite volume) برای گسسته سازی معادله (۴-۳۶) استفاده می شود. حجم کنترل در شکل زیر نشان داده شده است (مرجع [۱]):



شکل (۴-۲) حجم کنترل برای گسسته سازی معادلات

یاد آوری قضیه گرین:

$$\int_A \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right) dA = \oint_c Fdy - Gdx$$

با انتگرال گیری بر روی حجم کنترل D_j ، معادله (۴-۳۶) به فرم زیر در می آید:

$$\int_{\eta^-}^{\eta^+} [\phi.u]_{X_U}^{X_D} .d\eta - \int_{X_U}^{X_D} \left(\frac{L'}{L} \right) . \{ [\eta.\phi.u]_{\eta^-}^{\eta^+} - \int_{\eta^-}^{\eta^+} (\phi.u).d\eta \} .dX +$$

$$\int_{X_U}^{X_D} \left(\frac{1}{L} \right) [F.\phi.v]_{\eta^-}^{\eta^+} .dX = \int \int_{D_j} S.dX.d\eta + \int_{X_U}^{X_D} \left(\frac{1}{L^2} \right) . \{ F.C. \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \}_{\eta^-}^{\eta^+} .dX \quad (4-37)$$

برای نوشتن فرم حجم محدود معادله بالا فرض می شود:

۱. ϕ در فاصله هایی در راستای x تغییر می کند.

۲. در یک η داده شده در بازه (X_U, X_D) ، مقدار ϕ برابر مقدار آن در X_D می باشد. این

فرض سبب می شود همگرا شدن حتمی گردد.

۳. در دو طرف بالا و پایین حجم کنترل D_j ، مقدار ϕ برابر مقدار آن در η_j می باشد.

حال ترم های معادله (4-37) را می توان به صورت زیر نوشت:

الف) ترم جابجایی اول (Convection term-part I):

ترم جابجایی اول به شکل زیر در می آید:

$$\int_{\eta^-}^{\eta^+} [\phi.u]_{X_U}^{X_D} .d\eta = [\phi_j^D .u_j^D - \phi_j^U .u_j^U] .\Delta\eta \quad (4-38)$$

که در آن:

$$u_j^D = u_j^U + \left\{ \frac{\partial u}{\partial X} \right\}_j^U .\Delta X$$

$$\left\{ \frac{\partial u}{\partial X} \right\}_j^u = \eta_j . \left\{ \frac{L'}{L} \right\}^u . \left\{ \frac{\partial u}{\partial \eta} \right\}_j^u - \left\{ \frac{1}{L} \right\}^u \frac{\partial}{\partial \eta} [F.v]_j^u$$

لذا به دست خواهد آمد:

$$u_j^D = u_j^u + \frac{\Delta X}{\Delta \eta} . [\eta_j . \left\{ \frac{L'}{L} \right\}^u . \{ u_{j+1}^u - u_{j-1}^u \} / 2 - \left\{ \frac{1}{L} \right\}^u . \{ (F.v)_{\eta^+}^u - (F.v)_{\eta^-}^u \}] \quad (4-39)$$

ب) ترم جابجایی دوم (Convection term-part II):

مطابق روش بالا برای ترم جابجایی دوم خواهد شد:

$$\begin{aligned}
 - \int_{X_U}^{X_D} \left(\frac{L'}{L} \right) [\eta \cdot \phi \cdot u]_{\eta^-}^{\eta^+} \cdot dX &= -(L'/L)^D \cdot [\eta^+ \cdot \{ (u_{j+1}^D + u_j^D) / 2 \} \cdot \{ (\phi_{j+1}^D + \phi_j^D) / 2 \} \\
 &\quad - \eta^- \cdot \{ (u_j^D + u_{j-1}^D) / 2 \} \cdot \{ (\phi_j^D + \phi_{j-1}^D) / 2 \}] \Delta X
 \end{aligned}$$

(۴-۴۰)

و با یادآوری فرمول زیر:

$$A \bar{x} = \iint x dA$$

خواهد شد:

$$\int_{X_U}^{X_D} \int_{\eta^-}^{\eta^+} (L'/L) \cdot (\phi \cdot u) \cdot d\eta \cdot dX = (L'/L)^D \cdot (\phi_j^D \cdot u_j^D) \cdot \Delta X \cdot \Delta \eta \quad (۴-۴۱)$$

ج) ترم جابجایی سوم (Convection term-part III):

و همینطور برای ترم جابجایی سوم خواهد شد:

$$\begin{aligned}
 \int_{X_U}^{X_D} (1/L) \cdot [F \cdot \phi \cdot v]_{\eta^-}^{\eta^+} \cdot dX &= (1/L)^D \cdot [(F \cdot v)_{\eta^+}^u \cdot \{ (\phi_{j+1}^D + \phi_j^D) / 2 \} \\
 &\quad - (F \cdot v)_{\eta^-}^u \cdot \{ (\phi_j^D + \phi_{j-1}^D) / 2 \}] \Delta X
 \end{aligned}$$

(۴-۴۲)

که در آن:

$$(F \cdot v)_{\eta^+}^u = \{ (F \cdot v)_{j+1}^u + (F \cdot v)_j^u \} / 2$$

و:

$$(F \cdot v)_{\eta^-}^u = \{ (F \cdot v)_j^u + (F \cdot v)_{j-1}^u \} / 2 \quad (۴-۴۳)$$

ترم مبنا (Source term):

با یادآوری فرمول زیر:

$$\bar{x} = \iint x dA$$

$$\iint_{D_j} S.dX.d\eta = S_{D_j}.\Delta X.\Delta\eta \quad (4-44)$$

در واقع بر اساس روش پاتانکار و اسپالدینگ، S_{D_j} به دو گروه تقسیم می شود:

۱. گروه اول که به طور مستقیم شامل ϕ_j می شود.

۲. گروه دوم که به طور مستقیم ϕ_j را در بر نمی گیرد.

بنابراین:

$$S_{D_j} = S_j^u + \phi_j^D.D_j^u \quad (4-45)$$

که در آن:

$D_j^u =$ مجموع ضرایبی از ترم هایی است که ϕ_j را شامل می شوند.

ترم مبنا در معادلات برای u ، k و ε و فرم های آنها بعد از گسسته سازی برای هر دو حالت

دنباله مستقیم و منحنی شکل، در جدول زیر ارائه شده اند (مرجع [۱]):

ترم مبنا	
ϕ	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> دنباله مستقیم دنباله منحنی شکل </div>
u	$-u \cdot \left[\frac{v}{R} + \frac{v_t}{F.R^2} + \frac{1}{R.L} \cdot \frac{\partial}{\partial \eta} (v_t) \right] - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s}$ <p>بعد از گسسته سازی:</p> $\left[-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{1}{R} \cdot u_j^D \cdot \left[v_j^u + v_t^u / (F_j^u \cdot R) + (1/L) \cdot \left\{ v_{t_{j+1}}^u - v_{t_{j-1}}^u \right\} / (\eta_{j+1} - \eta_{j-1}) \right] \right]$
k	$F \cdot \left[v_t \cdot \left\{ \frac{1}{L} \cdot \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{u}{F.R} \right\}^2 - \varepsilon \right]$ <p>بعد از گسسته سازی:</p> $F_j^u \cdot \left[v_{t_j}^u \cdot \left\{ \frac{1}{L^u} \cdot (u_{j+1}^u - u_{j-1}^u) / (\eta_{j+1} - \eta_{j-1}) - u_j^u / (F_j^u \cdot R) \right\}^2 - \varepsilon_j^u \right]$
ε	$F \cdot \frac{\varepsilon}{k} \cdot \left[C_{\varepsilon_1} \cdot v_t \cdot \left\{ \frac{1}{L} \cdot \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{u}{F.R} \right\}^2 - C_{\varepsilon_2} \cdot \varepsilon \right]$ <p>بعد از گسسته سازی:</p> $F_j^u \cdot (\varepsilon_j^D / k_j^u) \cdot \left[C_{\varepsilon_1} \cdot v_{t_j}^u \cdot \left\{ \frac{1}{L} \cdot (u_{j+1}^u - u_{j-1}^u) / (\eta_{j+1} - \eta_{j-1}) - u_j^u / (F_j^u \cdot R) \right\}^2 - C_{\varepsilon_2} \cdot \varepsilon_j^u \right]$

جدول (۲-۴): ترم مبنای گسسته شده برای u ، k و ε در دنباله مستقیم و منحنی شکل

ترم واگرایی (Diffusion term):

$$\int_{x_u}^{x_D} (1/L)^2 \left[F.C \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right]_{\eta^-}^{\eta^+} .dX = \left\{ \frac{1}{L^2} \right\}^D \cdot [C_{\eta^+}^u . F_{\eta^+}^u \cdot \{(\phi_{j+1}^D - \phi_j^D) / (\eta_{j+1} - \eta_j)\} - C_{\eta^-}^u . F_{\eta^-}^u \cdot \{(\phi_j^D - \phi_{j-1}^D) / (\eta_j - \eta_{j-1})\}] \Delta X \quad (4-46)$$

از ترکیب فرم های حجم محدود ترم های مختلف معادله (4-37)، فرم جدید زیر به دست می آید:

$$a_j . \phi_{j+1}^D + b_j . \phi_j^D + c_j . \phi_{j-1}^D = d_j \quad (4-47)$$

که در آن:

$$a_j = A_0 + A_1$$

$$b_j = B_0 + B_1$$

$$c_j = C_0 + C_1 \quad (4-48)$$

و:

$$A_0 = -(L'/L)^D . \eta^+ . u_{\eta^+}^D . \Delta X / 2 + (1/L)^D . (F.v)_{\eta^+}^u . \Delta X / 2 \quad (4-49)$$

$$A_1 = -(1/L^2)^D . C_{\eta^+}^u . F_{\eta^+}^u . \Delta X / (\eta_{j+1} - \eta_{j-1}) \quad (4-50)$$

که در آن:

$$F_{\eta^+}^u = (F_{j+1}^u + F_j^u) / 2$$

$$F_{\eta^-}^u = (F_j^u + F_{j-1}^u) / 2$$

$$u_{\eta^+}^D = (u_{j+1}^D + u_j^D) / 2$$

$$u_{\eta^-}^D = (u_j^D + u_{j-1}^D) / 2$$

$$C_{\eta^+}^u = (C_{j+1}^u + C_j^u)/2$$

$$C_{\eta^-}^u = (C_j^u + C_{j-1}^u)/2$$

می باشند.

:9

$$\begin{aligned} B_0 &= u_j^D \cdot \Delta\eta - (L'/L)^D \cdot \{\eta^+ \cdot u_{\eta^+}^D - \eta^- \cdot u_{\eta^-}^D\} \cdot \Delta X / 2 \\ &+ \left\{ \frac{L'}{L} \right\}^D u_j^D \cdot \Delta X \cdot \Delta\eta + \left\{ \frac{1}{L} \right\}^D \cdot \{F_{\eta^+}^u \cdot v_{\eta^+}^u - F_{\eta^-}^u \cdot v_{\eta^-}^u\} \cdot \Delta X / 2 \end{aligned} \quad (4-51)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= -D_j^u \Delta X \cdot \Delta\eta + \left\{ \frac{1}{L^2} \right\}^D \cdot [(C_{\eta^+}^u \cdot F_{\eta^+}^u) / (\eta_{j+1} - \eta_j) \\ &+ (C_{\eta^-}^u \cdot F_{\eta^-}^u) / (\eta_j - \eta_{j-1})] \Delta X \end{aligned} \quad (4-52)$$

$$C_0 = (L'/L)^D \cdot \eta^- \cdot u_{\eta^-}^D \cdot \Delta X / 2 - (1/L)^D \cdot F_{\eta^-}^u \cdot v_{\eta^-}^u \cdot \Delta X / 2 \quad (4-53)$$

$$C_1 = -(1/L^2)^D \cdot C_{\eta^-}^u \cdot F_{\eta^-}^u \cdot \Delta X / (\eta_j - \eta_{j-1}) \quad (4-54)$$

$$d_j = \phi_j^u \cdot u_j^u \cdot \Delta\eta + S_j^u \cdot \Delta X \cdot \Delta\eta \quad (4-55)$$

۳-۴ روش محاسبه گرادیان فشار ($\frac{\partial p}{\partial s}$):

همانطور که در معادله (۴-۲۹) و جدول شماره یک مشاهده می شود، عبارتی به صورت

$$(-1/\rho)(\partial p/\partial s)$$
 وجود دارد. این عبارت در حالات زیر بررسی می شود:

۱. دنباله مستقیم (Straight wake):

در این حالت گرادیان فشاری وجود ندارد، لذا مقدار $\frac{\partial p}{\partial s}$ در طول دنباله ثابت می باشد.

۲. محدوده جریان خارج از دنباله:

با توجه به معادله برنولی (Bernoulli equation) برای جریان خارج از دنباله $\frac{\partial p}{\partial s}$ به صورت ترم

هایی از سرعت خارجی (U_e) بیان می شود.

۳. دنباله منحنی شکل (Curved wake):

در این دنباله ها، فشار استاتیکی در جهت n تغییر می کند، لذا از روش ارائه شده زیر برای

محاسبه $\frac{\partial p}{\partial s}$ استفاده می گردد:

$$p + \frac{\rho}{2} u_p^2 = p_{ref} + \frac{\rho}{2} U_{ref}^2 = const. \quad (4-56)$$

به کمک بررسی های تجربی ثابت شده است که توزیع سرعت در خارج از دنباله، در حضور

ایرفویل و عدم حضور آن تقریباً مشابه است و یک خط راست را طی می کند.

بنابراین می توان از توزیع تجربی U_p بدون حضور ایرفویل، و استفاده از رابطه بالا، مقدار $\frac{\partial p}{\partial s}$

را محاسبه نمود:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial s} = u_p \cdot \frac{\partial u_p}{\partial s} \quad (4-57)$$

و اما سو (So) و ملور (Mellor) روش زیر را برای تخمین U_p ارائه دادند (مرجع [۸]):

$$u_p = u_{pc}(s) - C(s).n \quad (۴-۵۸)$$

که در آن:

$$u_{pc}(s) = \text{سرعت جریان پتانسیلی در خط مرکز}$$

$$C(s) = \text{شیب خط مستقیم } U_p \text{ در جهت } n \text{ در موقعیت مورد نظر}$$

می باشند.

بر اساس داده های تجربی این مقادیر به شکل زیر تعریف می گردند:

$$u_{pc} = 1.065 \times U_{ref} \quad (۴-۵۹)$$

$$C(s) = a.s^3 + b.s^2 + c.s \quad (۴-۶۰)$$

که در آن:

$$a = -504.5$$

$$b = -92.25 \quad (۴-۶۱)$$

$$c = 202.6$$

مقادیر ثابت می باشند.

۴-۴ شرایط مرزی:

مقادیر u, k, ε در راستای لبه های بالا و پایین دنباله، و مقدار v در راستای خط لایه برشی، تحت عنوان مقادیر مرزی نامیده می شوند که باید تعیین گردند.

شرط مرزی u برابر است با مقادیر u_p در لبه های بالا و پایینی دامنه محاسباتی، که به ترتیب با $u_{pe,l}, u_{pe,u}$ نشان داده می شوند. این مقادیر، در ایستگاه های مختلف، به کمک روش های تجربی شناخته شده اند که در ادامه ارائه می گردند (مرجع [۶]):

در ایستگاه $\frac{x}{c} = 1$:

$$\begin{aligned} u_{pe,u} &= 1.242 \times Uref \\ u_{pe,l} &= 1.184 \times Uref \end{aligned} \quad (۴-۶۲)$$

در ایستگاه $\frac{x}{c} = 2$:

$$\begin{aligned} u_{pe,u} &= 1.199 \times Uref \\ u_{pe,l} &= 1.168 \times Uref \end{aligned} \quad (۴-۶۳)$$

در ایستگاه $\frac{x}{c} = 3$:

$$\begin{aligned} u_{pe,u} &= 1.225 \times Uref \\ u_{pe,l} &= 1.143 \times Uref \end{aligned} \quad (۴-۶۴)$$

و در ایستگاه $\frac{x}{c} = 4$:

$$\begin{aligned} u_{pe,u} &= 1.212 \times Uref \\ u_{pe,l} &= 1.161 \times Uref \end{aligned} \quad (۴-۶۵)$$

مقادیر مرزی k, ε در لبه های بالایی و پایینی ($k_{e,u}, k_{e,l}, \varepsilon_{e,u}, \varepsilon_{e,l}$)، با استفاده از روابط تجربی زیر تعیین می گردند (مرجع [۶]):

$$k_{e,u} = 0.0001 \times u_{pe,u}^2 \quad (۴-۶۶)$$

$$k_{e,l} = 0.0001 \times u_{pe,l}^2$$

و:

$$\varepsilon_{e,u} = [0.3k_{e,u}]^{1.5} / l$$

$$\varepsilon_{e,l} = [0.3k_{e,l}]^{1.5} / l \quad (4-67)$$

که در آن:

l : طول اختلاطی می باشد که از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$l = 0.085 \cdot \delta \cdot \tanh[(\kappa/0.085)(y/\delta)]$$

$$\kappa = 0.41$$

$$\delta = 0.162 \cdot x \cdot \text{Re}_x^{-1/7} \quad (4-68)$$

برای v ، در خط مرکز دنباله، حتی برای دنباله نامتقارن شرط مرزی زیر برقرار است
(مرجع [۱]):

$$v = 0$$

۴-۵ الگوریتم حل:

۱. معادلات ناویبر استوکس (۴-۲۱) و (۴-۲۲) بعد از انتقال از مختصات کارتیزین به مختصات $s-n$ ، تبدیل به معادلات (۴-۲۴) و (۴-۲۵) می شوند.

۲. معادلات $k - \varepsilon$ (۴-۱۹) و (۴-۲۰) بعد از انتقال از مختصات کارتیزین به مختصات $s-n$ ، تبدیل به معادلات (۴-۲۶) و (۴-۲۷) می شوند.

۳. با جایگذاری رابطه $\overline{u'v'}$ از معادله (۴-۲۸) درون معادله (۴-۲۵)، فرم جدید این معادله به صورت معادله (۴-۲۹) در آورده می شود.

۴. معادلات (۴-۲۶)، (۴-۲۷) و (۴-۲۹) به فرم کلی معادله (۴-۳۰) نوشته می شوند.

۵. با ضرب معادله (۴-۲۴) در ϕ ، معادله (۴-۳۱) بدست آورده می شود.

۶. با جمع کردن معادلات (۴-۳۰) و (۴-۳۱)، معادله (۴-۳۲) بدست آورده می شود.

۷. با تغییر متغیر اسپالدینگ و پاتانکار، معادله (۴-۳۲) به معادله (۴-۳۶) تبدیل می گردد.

۸. با انتگرالگیری بر روی حجم کنترل، معادله (۴-۳۶) به فرم معادله (۴-۳۷) در آورده می شود.

۹. با استفاده از تکنیک حجم محدود، معادله (۴-۳۷) به فرم جدید معادله (۴-۴۷) در آورده می شود.

۱۰. حجم کنترل در راستای X به P قسمت مساوی و در راستای η به $2M$ قسمت مساوی تقسیم می شود. در واقع فاصله بین لبه پایینی دامنه محاسباتی تا خط مرکز از $-M$ تا 0 ، و فاصله بین خط مرکز تا لبه بالایی دامنه محاسباتی از 0 تا M تعریف می شود.

۱۱. به کمک روش توماس ϕ_j به شکل زیر تعریف می شود:

$$\phi_j = R_j \phi_{j-1} + Q_j : j = 1, \dots, M. \quad (4-69)$$

الف) اگر $j=M$ باشد، آنگاه:

$$\begin{aligned} \phi_M &= R_M \phi_{M-1} + Q_M = \phi_{e,u} \\ \Rightarrow R_M &= 0, Q_M = \phi_{e,u}. \end{aligned} \quad (4-70)$$

که در آن:

$\phi_{e,u}$ = مقدار پارامتر ϕ در لبه بالایی دامنه محاسباتی

می باشد.

ب) اگر $-M < j < M$ باشد، آنگاه:

$$\begin{aligned} \phi_{j+1} &= R_{j+1} \phi_j + Q_{j+1} \\ &= R_{j+1} (R_j \phi_{j-1} + Q_j) + Q_{j+1} \\ &= (R_{j+1} R_j) \phi_{j-1} + (R_{j+1} Q_j + Q_{j+1}) \end{aligned} \quad (4-71)$$

ج) اگر $j=-M$ باشد، آنگاه:

$$\begin{aligned} \phi_{-M} &= R_{-M} \phi_{-M-1} + Q_{-M} = \phi_{e,l} \\ \Rightarrow R_{-M} &= 0, Q_{-M} = \phi_{e,l}. \end{aligned} \quad (4-72)$$

که در آن:

$\phi_{e,l}$ = مقدار پارامتر ϕ در لبه بالایی دامنه محاسباتی

می باشد.

۱۲. از جایگذاری روابط (۴-۶۹) و (۴-۷۱) در معادله (۴-۴۷) به دست آورده می شود:

$$a_j R_{j+1} R_j \phi_{j-1} + a_j (R_{j+1} Q_j + Q_{j+1}) + b_j R_j \phi_{j-1} + b_j Q_j + c_j \phi_{j-1} = d_j$$

$$\Rightarrow (a_j R_{j+1} R_j + b_j R_j + c_j) \phi_{j-1} + a_j (R_{j+1} Q_j + Q_{j+1}) + b_j Q_j - d_j = 0. \quad (۴-۷۳)$$

۱۳. معادله (۴-۷۳) به فرمول های بازگشتی زیر، برای R_j, Q_j می انجامد:

$$a_j R_{j+1} R_j + b_j R_j = -c_j \Rightarrow R_j = -\frac{c_j}{a_j R_{j+1} + b_j}, j = M-1, \dots, 1. \quad (۴-۷۴)$$

و:

$$Q_j (a_j R_{j+1} + b_j) = d_j - a_j Q_{j+1} \Rightarrow Q_j = -\frac{d_j - a_j Q_{j+1}}{a_j R_{j+1} + b_j}, j = M-1, \dots, 1. \quad (۴-۷۵)$$

۱۴. مقادیر a_j, b_j, c_j و d_j با داشتن مقادیر زیر معلوم هستند:

ΔX : با معلوم بودن مقدار P تعیین می گردد.

$\Delta \eta$: با معلوم بودن مقدار M تعیین می گردد.

L: با توجه به هندسه مسئله در هر ایستگاه تعیین می گردد.

۱۵. هندسه مسئله:

هندسه کانال ها و دیفیوزر ها، در اشکال (۲-۴)، (۲-۵)، (۲-۶) و (۲-۷) آورده شده اند.

لازم به ذکر است عرض دهانه ورودی تمام کانال ها و دیفیوزر ها برابر $140mm$ می باشد. ضمناً

عرض دهانه خروجی دیفیوزر مستقیم برابر $215.6mm$ ، و عرض دهانه خروجی دیفیوزر منحنی

شکل برابر $243.6mm$ می باشد.

مقادیر R نشان داده شده در اشکال مربوط به دیفیوزرهای مستقیم و منحنی شکل، برابر 700mm در نظر گرفته شده است.

طول کانال های مستقیم و منحنی شکل برابر 600mm می باشد.

۱۶. $v_{k,j}$: از گسسته سازی معادله پیوستگی (۴-۲۱) بدست آید:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{u_{k,j} - u_{k-1,j}}{\Delta x} + \frac{u_{k,j-1} - u_{k-1,j-1}}{\Delta x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{v_{k,j} - v_{k,j-1}}{\Delta y} + \frac{v_{k-1,j} - v_{k-1,j-1}}{\Delta y} \right) = 0. \quad (۴-۷۶)$$

با تغییر چیدمان رابطه بالا می توان فرمول بازگشتی زیر را بر پایه j ، برای $v_{k,j}$ تعریف نمود:

$$v_{k,j} = v_{k,j-1} + (v_{k-1,j-1} - v_{k-1,j}) - \frac{\Delta y}{\Delta x} (u_{k,j} - u_{k-1,j} + u_{k,j-1} - u_{k-1,j-1}), j = 1, \dots, M. \quad (۴-۷۷)$$

۱۷. با داشتن یک رابطه بازگشتی، برای بدست آوردن مقادیر صحیح ϕ_j در راستای خط عمودی گذرنده از X_k ، به ترتیب از $j = M - 1$ شروع کرده تا به $j = 1$ برسیم.

۱۸. دامنه محاسباتی:

دامنه محاسباتی، بین دو لبه بالایی و پایینی معرفی شده در شکل (۲-۱۰) تعریف می گردد. لازم به ذکر است، موقعیت مکانی این لبه ها جایی است که اثر لایه مرزی سطوح از بین رفته باشد. موقعیت مکانی این لبه ها به شکل زیر حساب می گردد (مرجع [۵]):

$1.25 \times \delta$ - فاصله دیواره بالایی از خط مرکز = فاصله لبه بالایی از خط مرکز

$1.25 \times \delta$ - فاصله دیواره پایینی از خط مرکز = فاصله لبه پایینی از خط مرکز

که در آن:

δ ، ضخامت لایه مرزی در جریان های توربولانسی است که از رابطه زیر بدست آید

(مرجع [۶]):

$$\frac{\delta}{x} = 0.162 \text{Re}_x^{-1/7} \quad (4-78)$$

۱۹. برای بدست آوردن Q_M, Q_{-M} نیاز به دانستن مقادیر $\phi_{e,u}, \phi_{e,l}$ داریم که از شرایط مرزی ارائه شده در بخش (۴-۴) محاسبه می گردند.

۲۰. روش محاسبه $\frac{\partial p}{\partial s}$ در بخش (۳-۴) ارائه شده است.

۲۱. مقدار U_{ref} برابر 15 m/s در نظر گرفته شده است.

۲۲. برای v ، در خط مرکز دنباله، حتی برای دنباله نامتقارن شرط مرزی زیر برقرار است (مرجع [۱]):

$$v = 0 \quad (4-79)$$

۲۳. در ادامه، یک مقدار اولیه برای $\phi_{k,j}, v_{k,j}$ حدس زده می شود.

۲۴. این مقادیر اولیه، در رابطه های مربوط به a_j, b_j, c_j و d_j جایگذاری می گردند.

۲۵. با مشخص گردیدن مقادیر a_j, b_j, c_j و d_j ، به کمک فرمول های (۴-۷۵) و (۴-۷۴) می توان مقادیر R_j, Q_j را حساب نمود.

۲۶. با مشخص بودن مقادیر R_j, Q_j و با استفاده از فرمول (۴-۷۳)، مقدار ϕ_{j-1} قابل محاسبه است.

۲۷. با مشخص بودن مقدار ϕ_{j-1} و با استفاده از فرمول (۴-۶۹)، مقدار جدید $\phi_{k,j}$ بدست آورده می شود.

۲۸. اگر رابطه $|\phi_{k,j} - \phi_{k,j}^{new}| < 10^{-5}$ برقرار باشد، آنگاه مقدار جدید $\phi_{k,j}$ صحیح می باشد.

۲۹. در غیر این صورت، برای پیدا کردن مقدار صحیح $\phi_{k,j}$ ، حلقه بالا با قرار دادن مقادیر جدید بدست آمده به جای مقادیر حدسی اولیه، از ردیف شماره (۲۴) تکرار می گردد.

۳۰. با استفاده از روش بالا و بدست آوردن مقادیر u, k, ε ، به کمک فرمول (۴-۲۸) می توان مقادیر $-\overline{u'v'}$ را حساب نمود.

۳۱. روش محاسبه مقادیر u', v' :

با داشتن مقادیر $k, -\overline{u'v'}$ ، از روابط زیر می توان مقادیر u', v' را محاسبه نمود (مرجع [۴]):

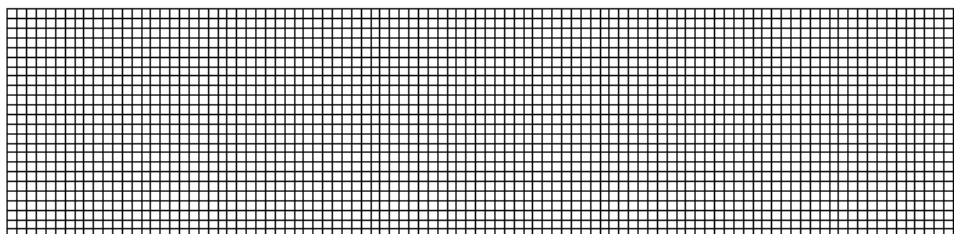
$$\overline{R}(u', v') = \frac{-\overline{u'v'}}{\sqrt{u'^2} \times \sqrt{v'^2}} \quad (۴-۸۰)$$

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2}) \quad (۴-۸۱)$$

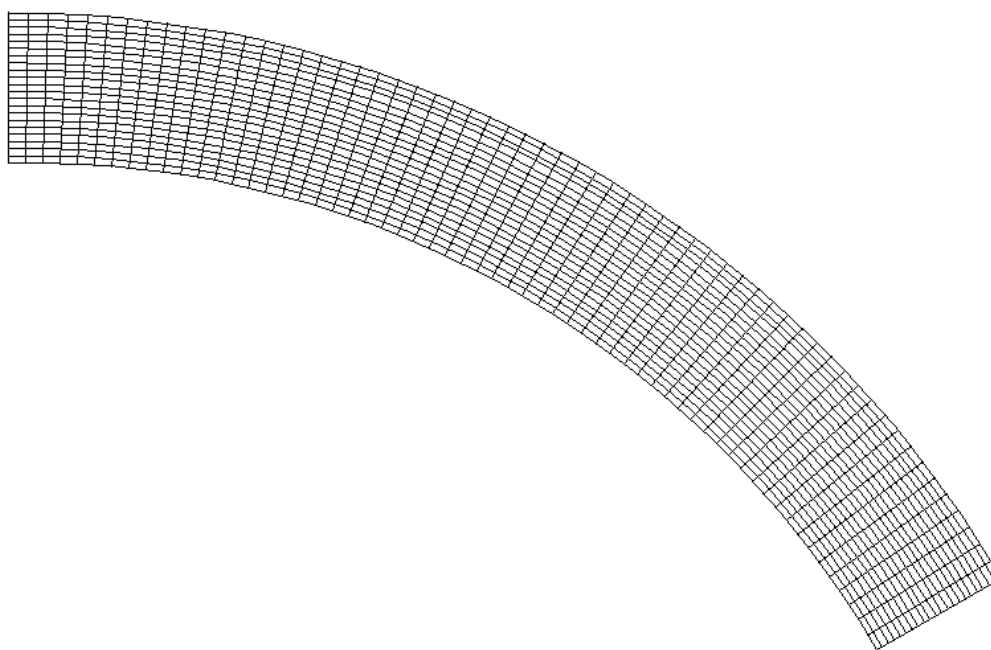
که در آن مقدار ضریب \overline{R} به کمک روش های تجربی بین 0.45 و 0.55 تعریف شده است، که در اینجا برابر 0.50 در نظر گرفته شده است.

۴-۶ مش بندی:

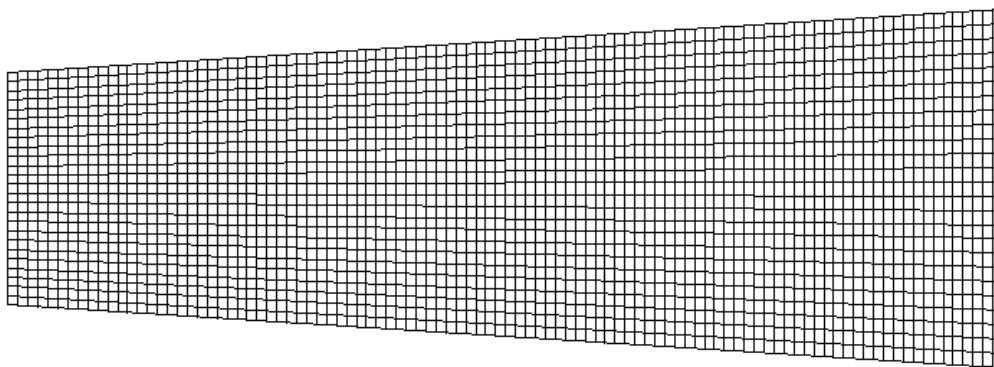
در شکل های زیر، طریقه مش بندی مربوط به کانال و دیفیوزر ها مشخص گردیده است:



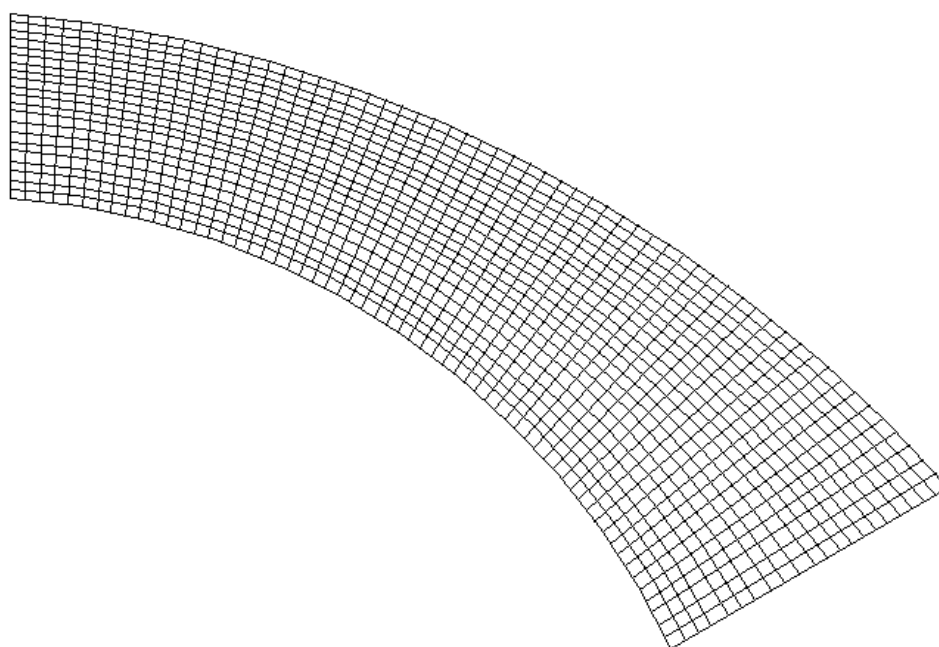
شکل (۴-۳) مش بندی در یک کانال مستقیم



شکل (۴-۴) مش بندی در یک کانال منحنی شکل



شکل (۴-۵) مش بندی در یک دیفیوزر مستقیم



شکل (۴-۶) مش بندی در یک دیفیوزر منحنی شکل

فصل

پنجم:

نمودارها

9

نتایج

۵-۱ نمودارهای پارامترهای مختلف در دنباله و مقایسه با داده های تجربی:

در این فصل به ارائه نتایج و نمودارهای بدست آمده از برنامه کامپیوتری در چهار حالت زیر پرداخته می شود:

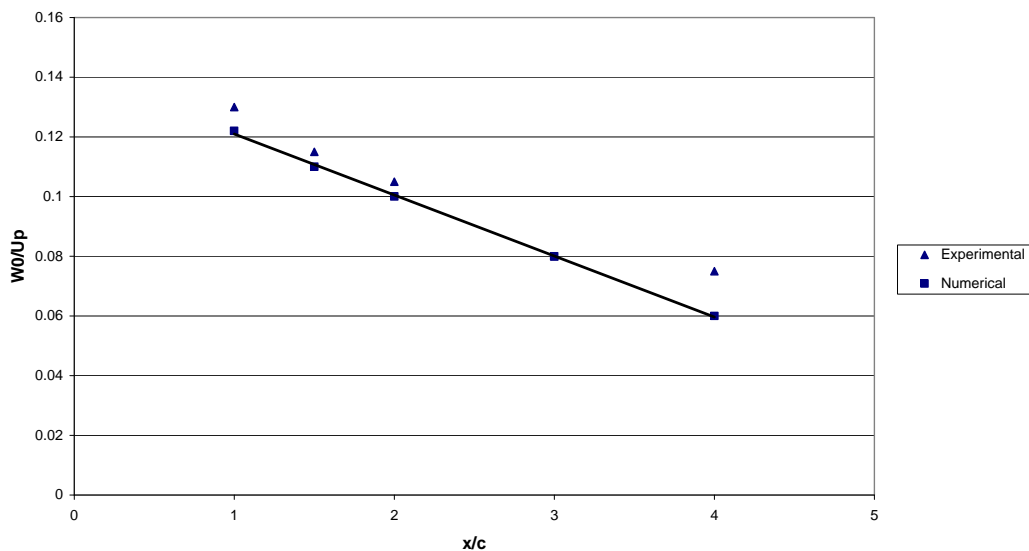
- (A) کانال مستقیم (Straight Duct)
- (B) کانال منحنی شکل (Curved Duct)
- (C) دیفیوزر مستقیم (Straight Diffuser)
- (D) دیفیوزر منحنی شکل (Curved Diffuser)

لازم به ذکر است نتایج هر یک از این نمودارها با مقادیر تجربی مقایسه شده اند.

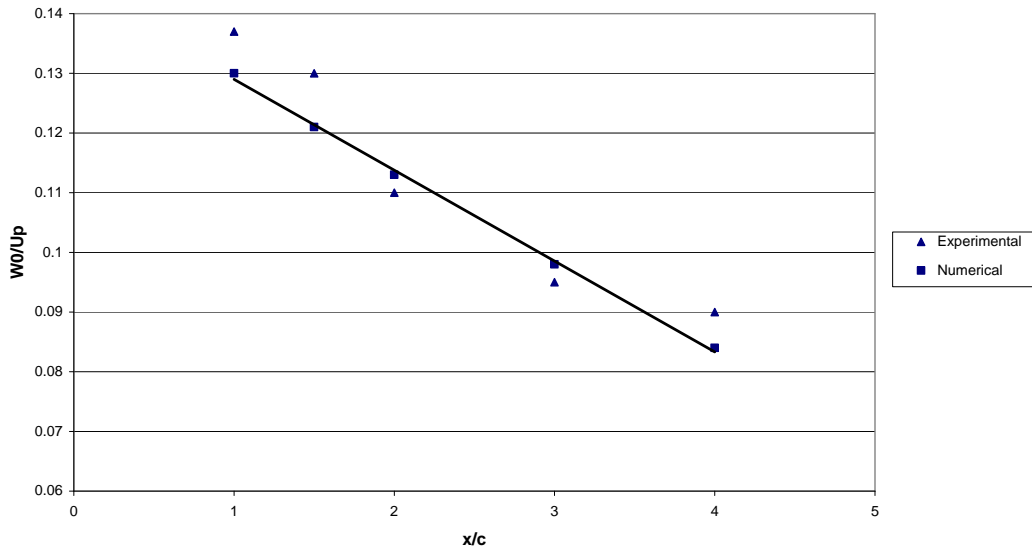
هر نمودار بر حسب موقعیت های $x/c = 1, 1.5, 2, 3, 4$ رسم شده است که در آن c طول ایرفویل می باشد.

۵-۱-۱ نمودارهای ماکزیمم سرعت کاهش یافته :

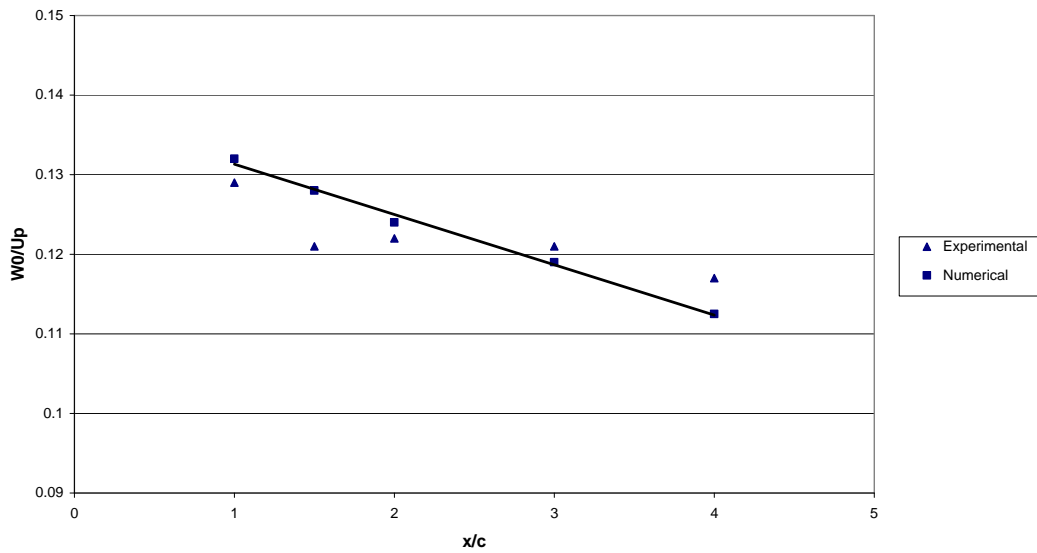
در ابتدا نمودارهای ماکزیمم سرعت کاهش یافته در چهار حالت ذکر شده بررسی می گردد:



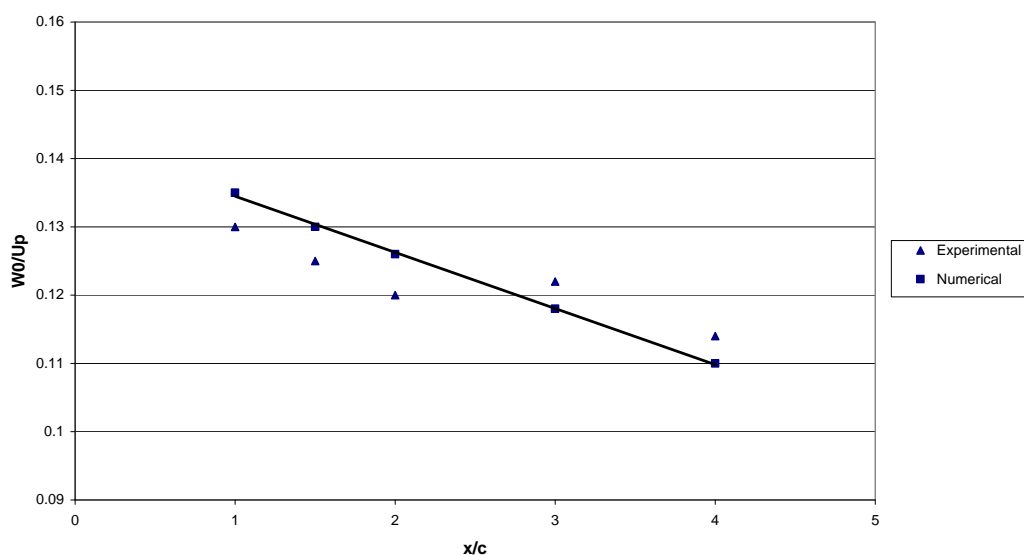
نمودار (۵-۱) مقادیر ماکزیمم سرعت کاهش یافته برای ایستگاه های مختلف در کانال مستقیم



نمودار (۵-۲) مقادیر ماکزیمم سرعت کاهش یافته برای ایستگاه های مختلف در کانال منحنی شکل



نمودار (۵-۳) مقادیر ماکزیمم سرعت کاهش یافته برای ایستگاه های مختلف در دیفیوزر مستقیم



نمودار (۴-۵) مقادیر ماکزیمم سرعت کاهش یافته برای ایستگاه های مختلف در دیفیوزر منحنی شکل

۵-۱-۲ نتایج حاصل از بررسی نمودارهای ماکزیمم سرعت کاهش یافته:

نمودارها نشان داده است که تغییرات ماکزیمم سرعت دنباله (w_0)، در دو حالت B,A تقریباً یکی است.

همچنین این مقادیر برای جریان های D,C نیز شبیه به هم می باشند، ولی در این حالت مقادیر w_0 ها بالاتر از حالت قبل هستند.

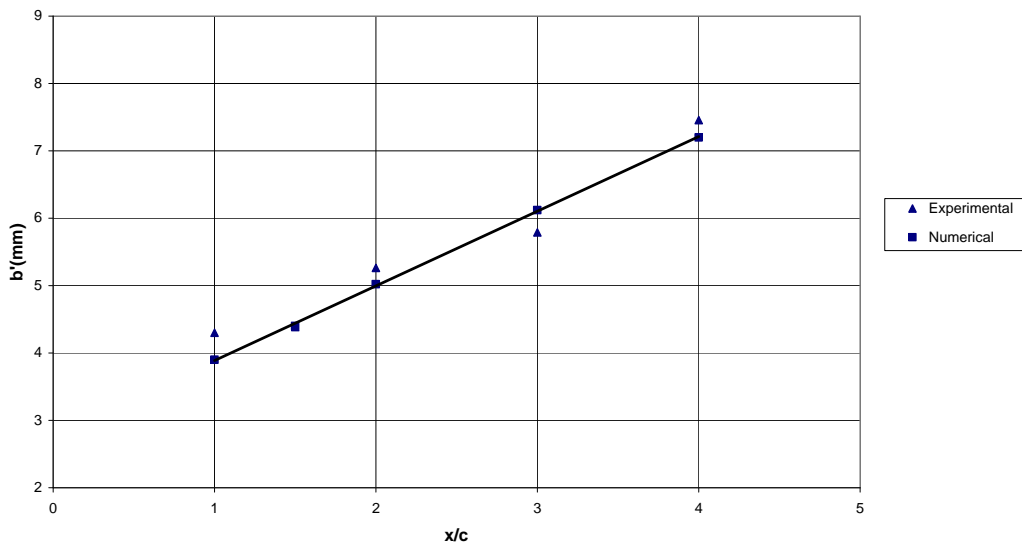
از مجموع این نتایج می توان استنتاج کرد:

۱. انحنای تأثیر مهمی بر w_0 ندارد.

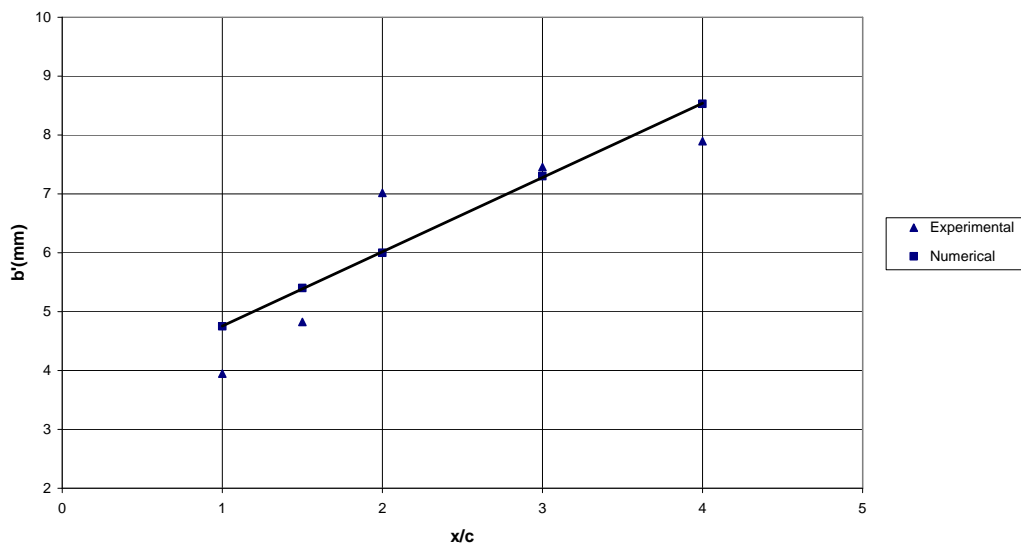
۲. گرادیان فشار معکوس سبب می شود که سرعت جریان، نرخ ضعیف شدگی کمتری پیدا کند.

۵-۲-۱ نمودارهای نیم عرض دنباله:

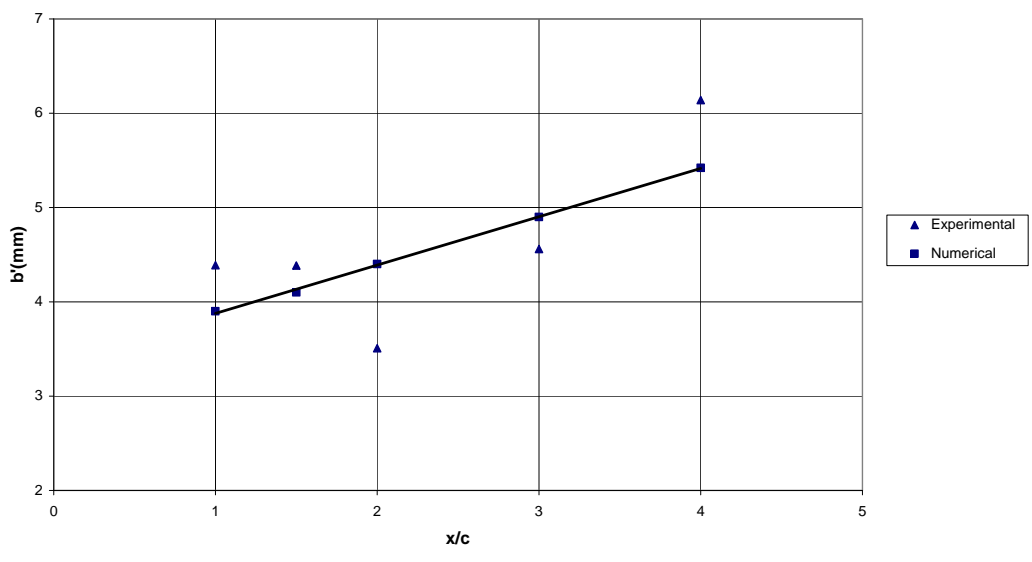
در ادامه نمودارهای نیم عرض دنباله و نیم عرض میانگین آن بررسی می گردد:



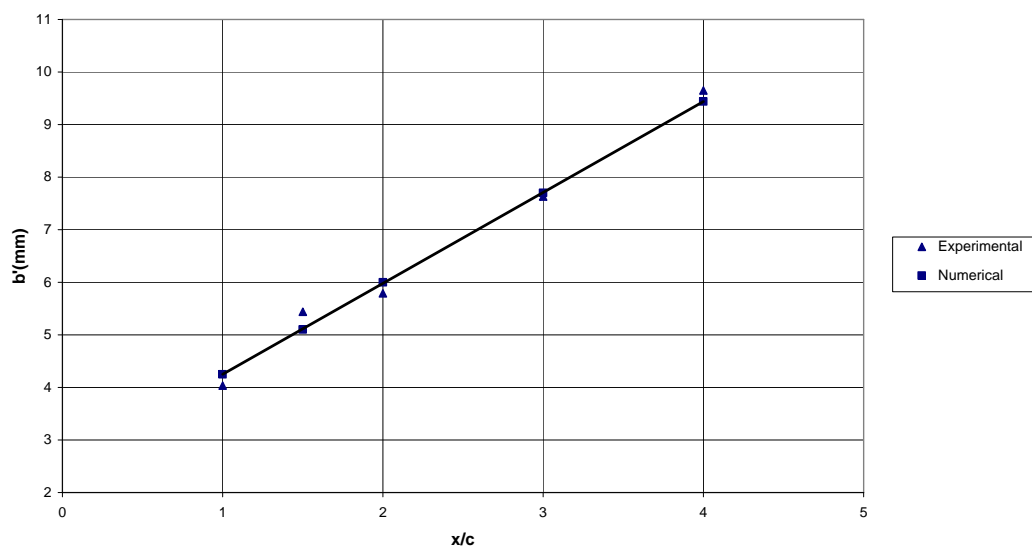
نمودار (۵-۵) مقادیر نیم عرض دنباله برای ایستگاه های مختلف در کانال مستقیم



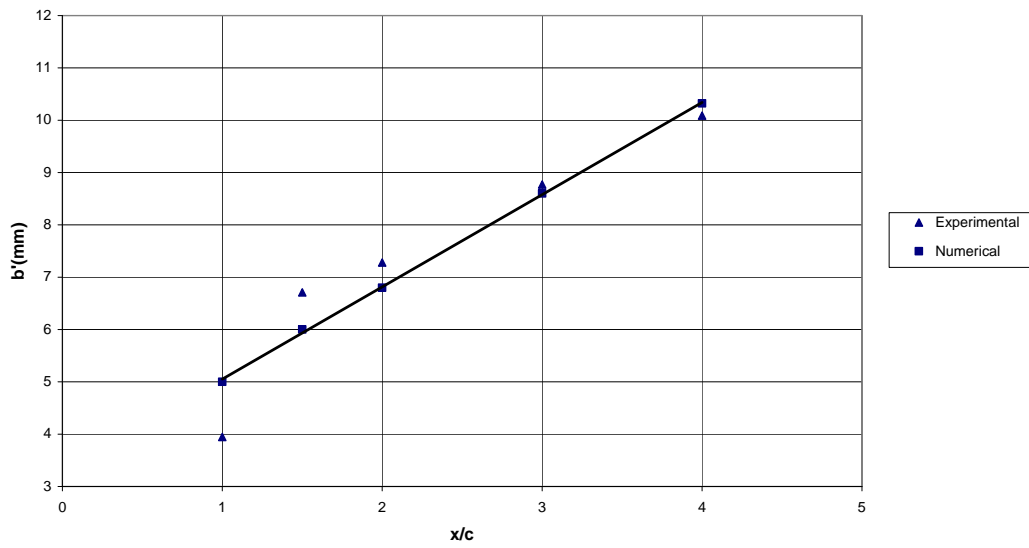
نمودار (۵-۶) مقادیر نیم عرض دنباله برای ایستگاه های مختلف در قسمت محدب کانال منحنی شکل



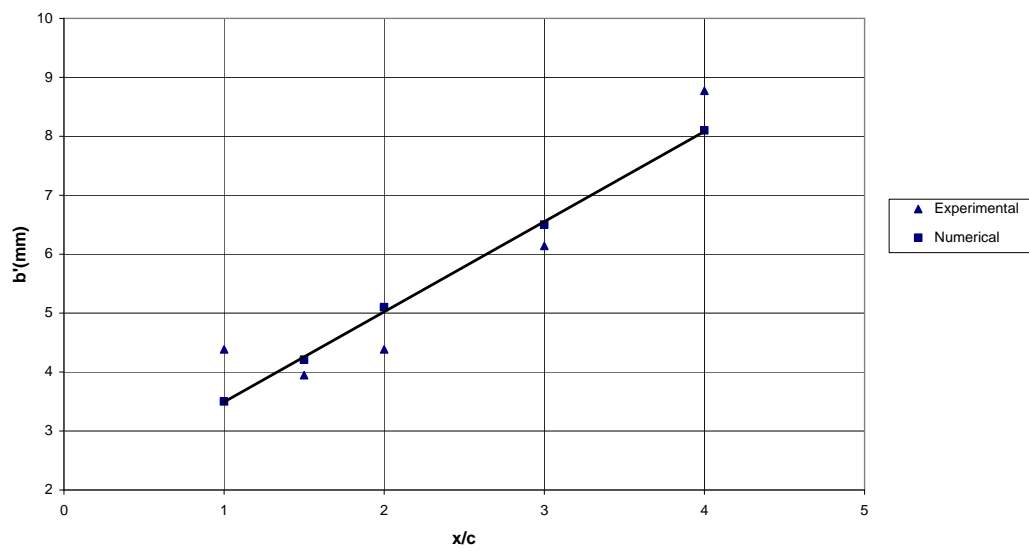
نمودار (۵-۷) مقادیر نیم عرض دنباله برای ایستگاه های مختلف در قسمت مقعر کانال منحنی شکل



نمودار (۵-۸) مقادیر نیم عرض دنباله برای ایستگاه های مختلف در دیفیوزر مستقیم



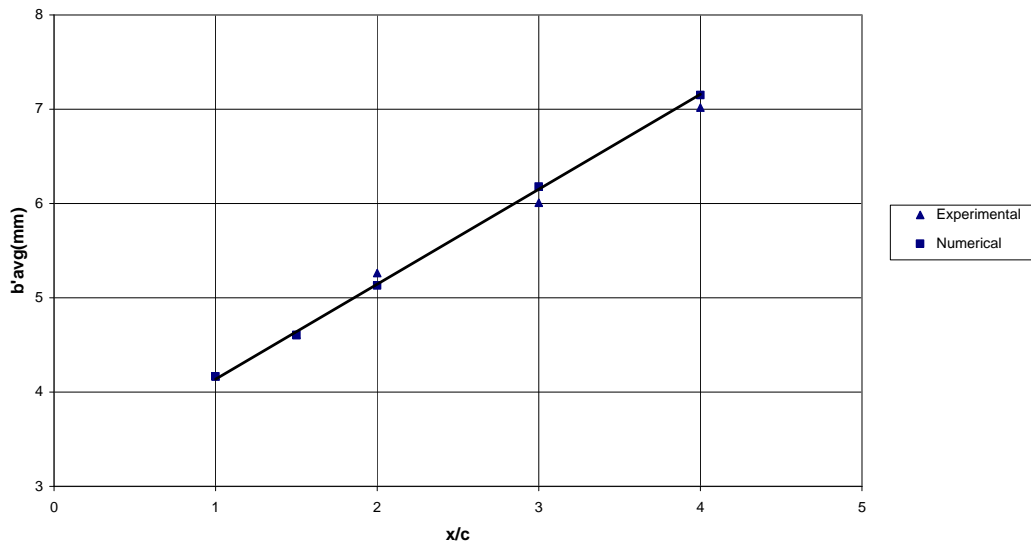
نمودار (۵-۹) مقادیر نیم عرض دنباله برای ایستگاه های مختلف در قسمت محدب دیفیوزر منحنی شکل



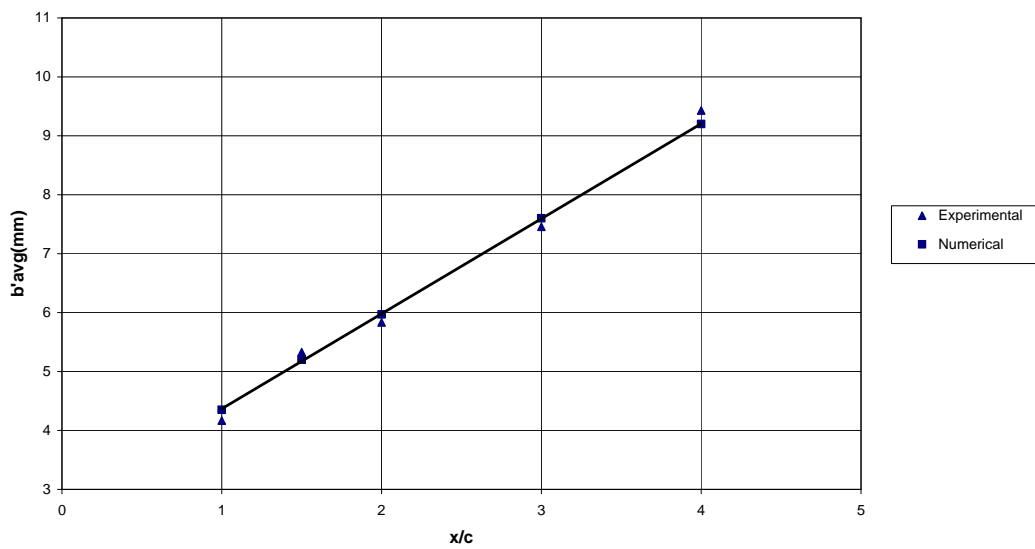
نمودار (۵-۱۰) مقادیر نیم عرض دنباله برای ایستگاه های مختلف در قسمت مقعر دیفیوزر منحنی شکل

همان طور که قبلاً نیز تعریف کرده شد به مقدار میانگین b' در دو سطح داخلی و خارجی b'_{ave}

گویند. نمودارهای پارامتر مذکور به شکل زیر است:



نمودار (۵-۱۱) مقادیر نیم عرض میانگین دنباله برای ایستگاه های مختلف در کانال منحنی شکل



نمودار (۵-۱۲) مقادیر نیم عرض میانگین دنباله برای ایستگاه های مختلف در دیفیوزر منحنی شکل

۲-۲-۵ نتایج حاصل از بررسی نمودارهای نیم عرض دامنه:

تغییرات b' برحسب $\frac{x}{c}$ نشان می دهد، مقادیر این پارامتر در نیمه های بالایی و پایینی دنباله

جریان های C,A یکی است.

اما در جریان های D,B که تحت تأثیر انحنای قرار دارند، این مقادیر برای سطوح داخلی و خارجی یکی نیستند و در سطح داخلی بیشتر از سطح خارجی می باشد.

ضمناً تحقیقات نشان می دهد:

۱. تغییرات b'_{ave} برحسب $\frac{x}{c}$ تحت تأثیر انحنای نمی باشد.

۲. مقدار نیم عرض میانگین با گرادیان فشار زیاد می گردد.

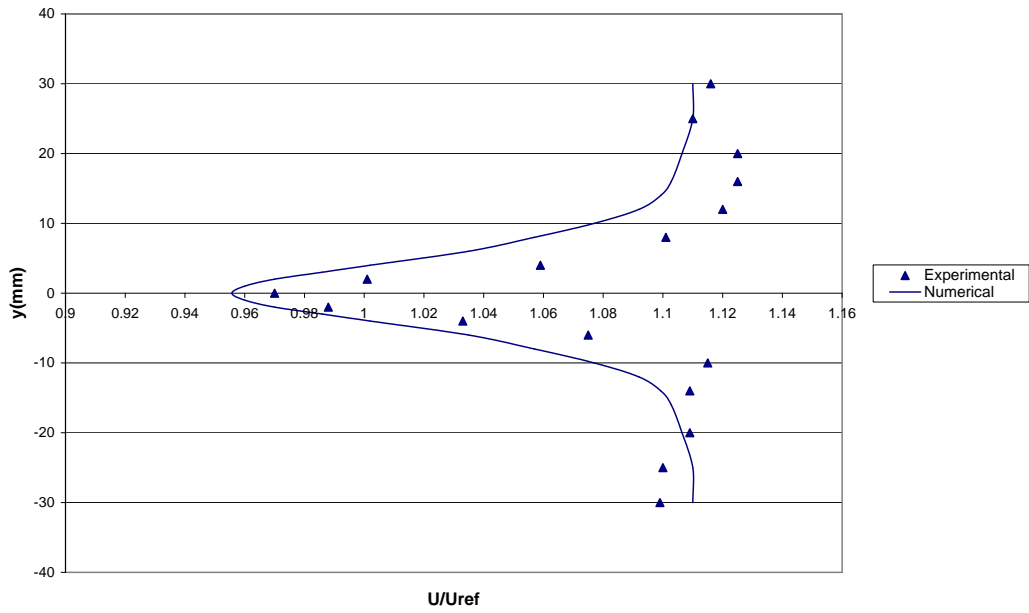
۱-۳-۵ نمودارهای پروفیل های سرعت:

حال به بررسی پروفیل های سرعت پرداخته می شود.

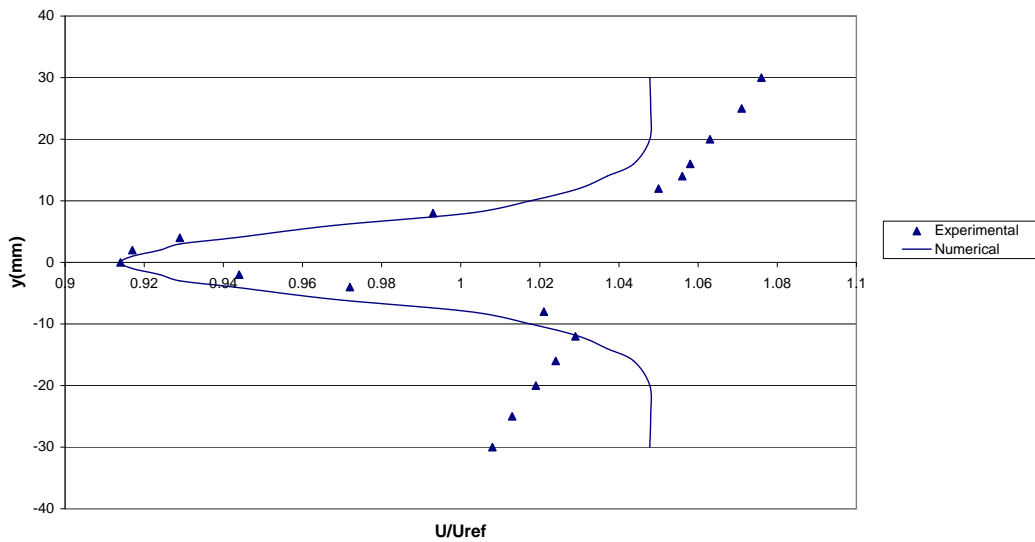
قابل ذکر است که در تمامی نمودارهای ارائه شده از این به بعد، جهت $+y$ به سمت سطح

داخلی (دیواره محدب) و $-y$ به سمت سطح خارجی (دیواره مقعر) می باشد.

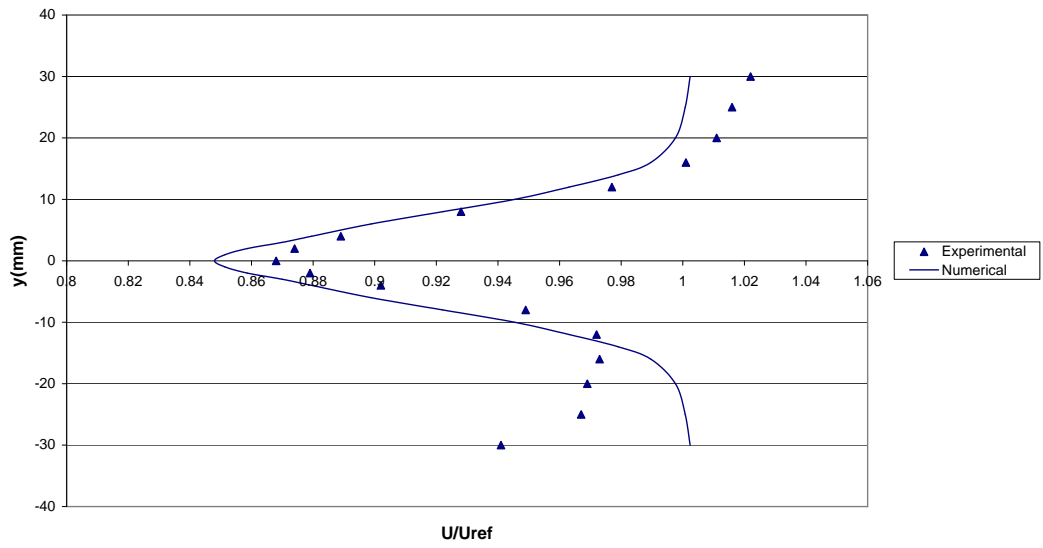
در ابتدا چهار نمودار مربوط به حالت کانال مستقیم ارائه می گردد:



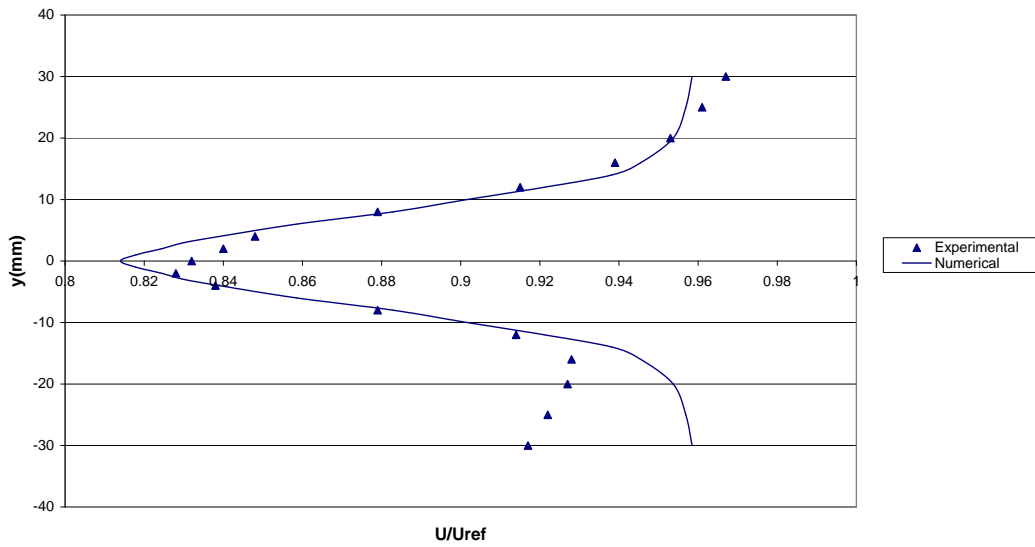
نمودار (۵-۱۳) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۱۴) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

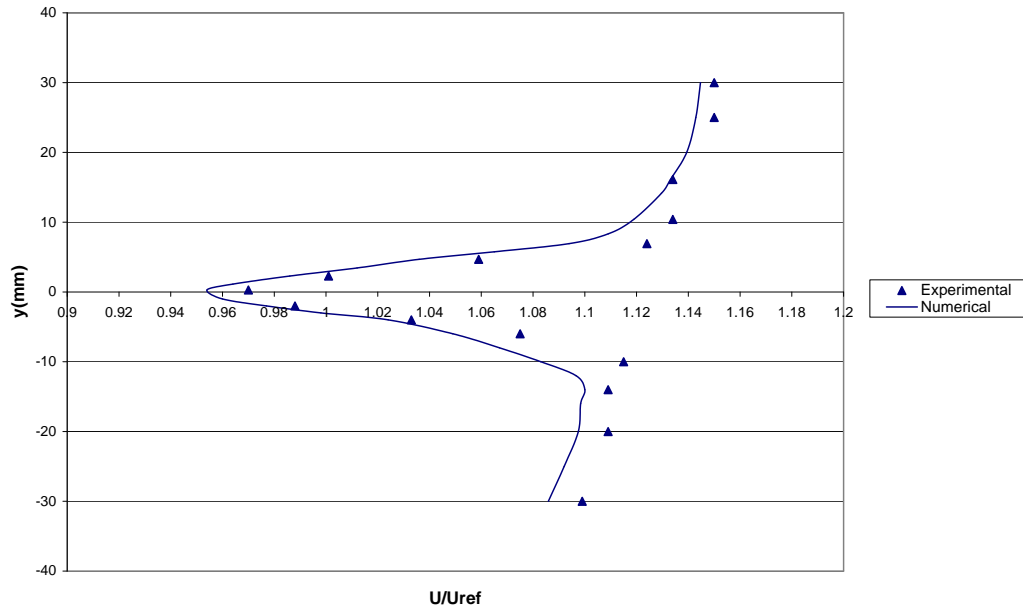


نمودار (۵-۱۵) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

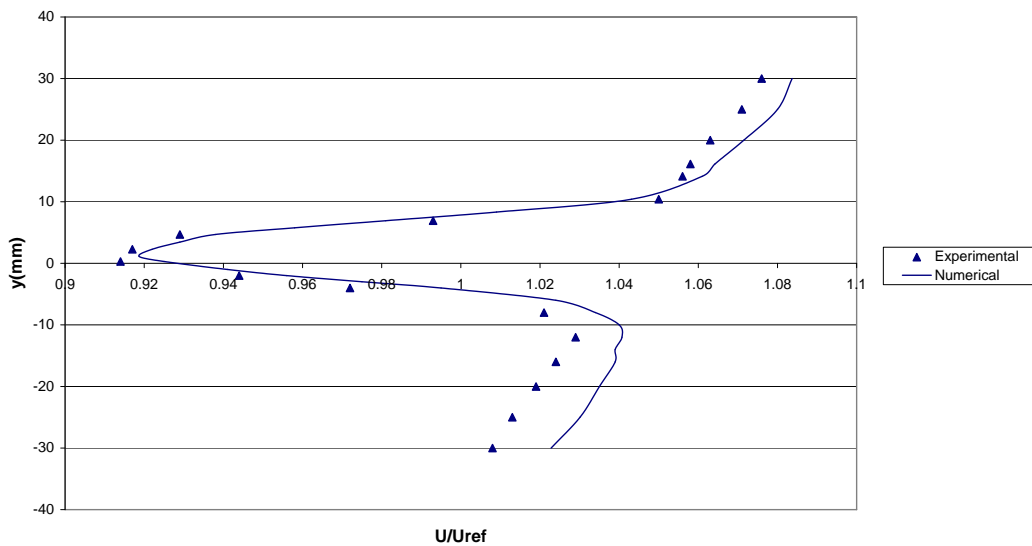


نمودار (۵-۱۶) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

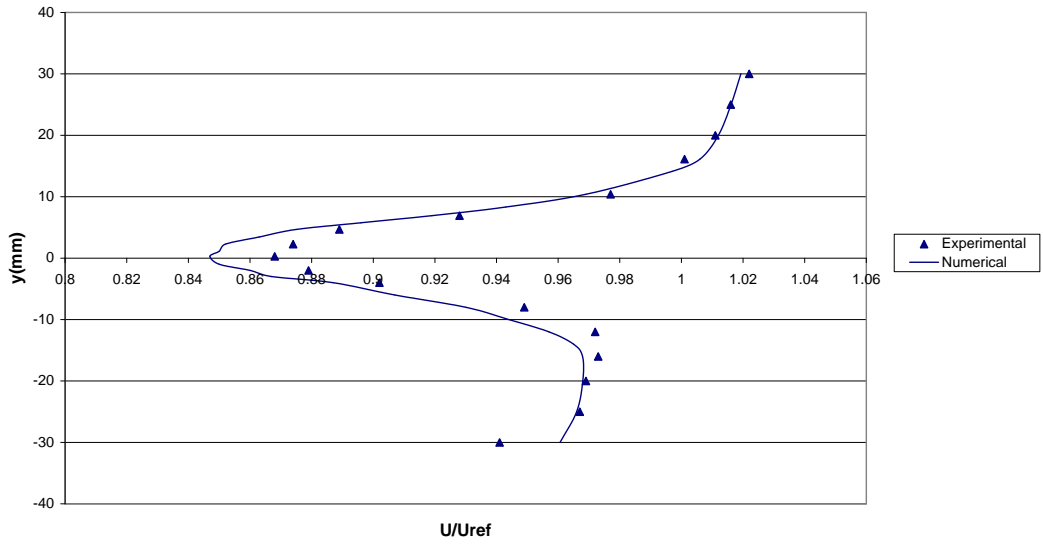
حال به چهار نمودار مربوط به حالت کانال منحنی شکل پرداخته می شود:



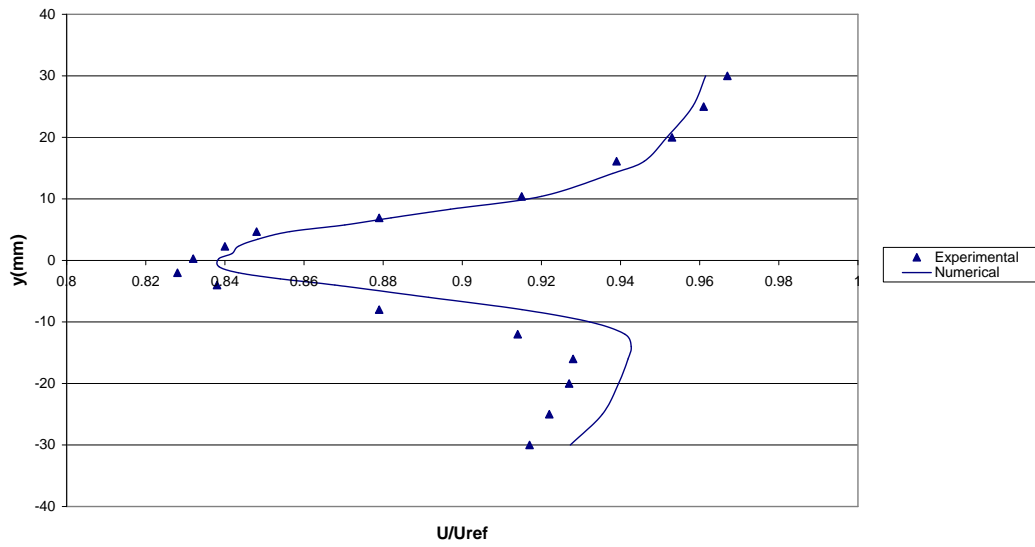
نمودار (۵-۱۷) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه x/c=1



نمودار (۵-۱۸) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه x/c=2

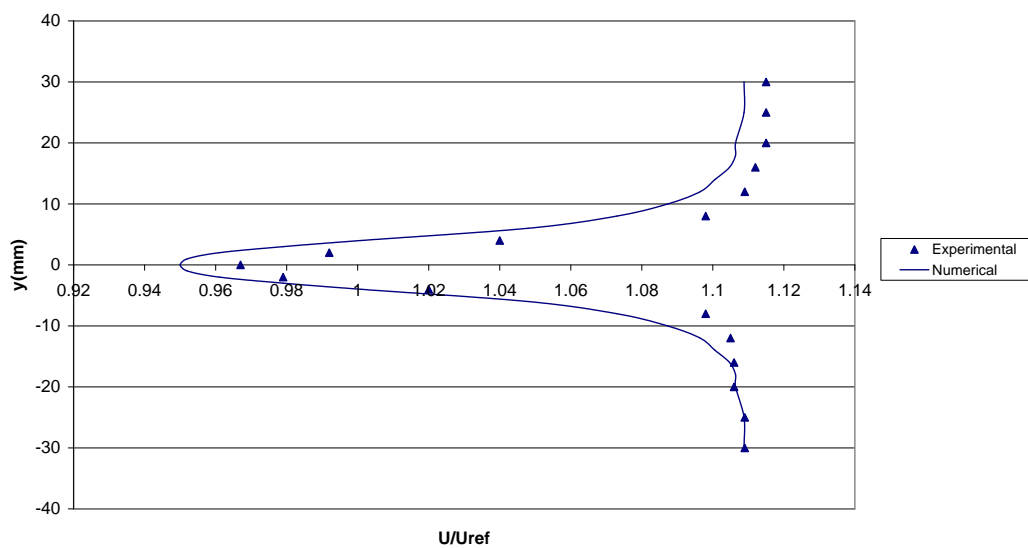


نمودار (۵-۱۹) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$

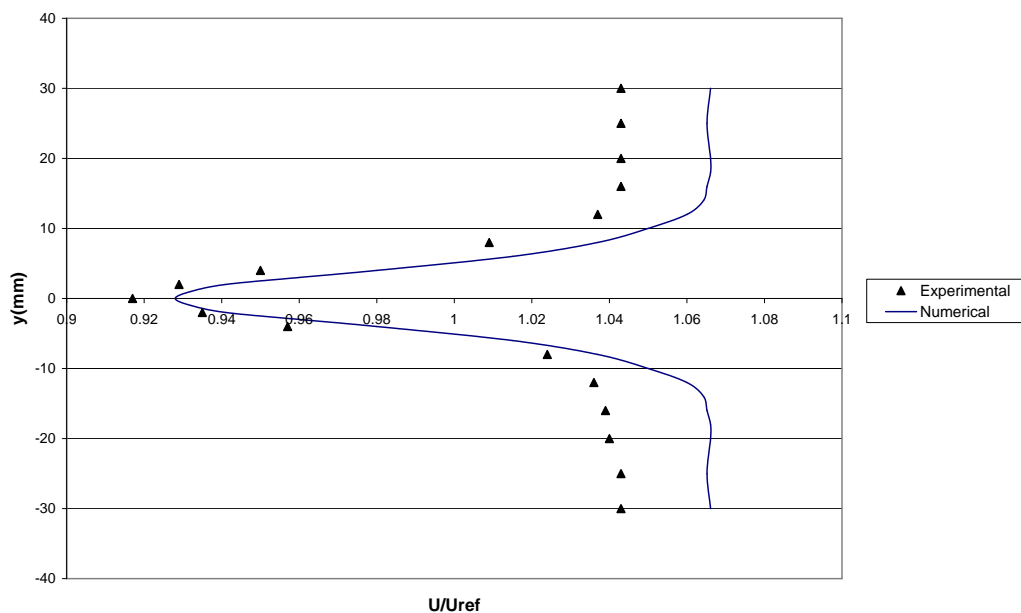


نمودار (۵-۲۰) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

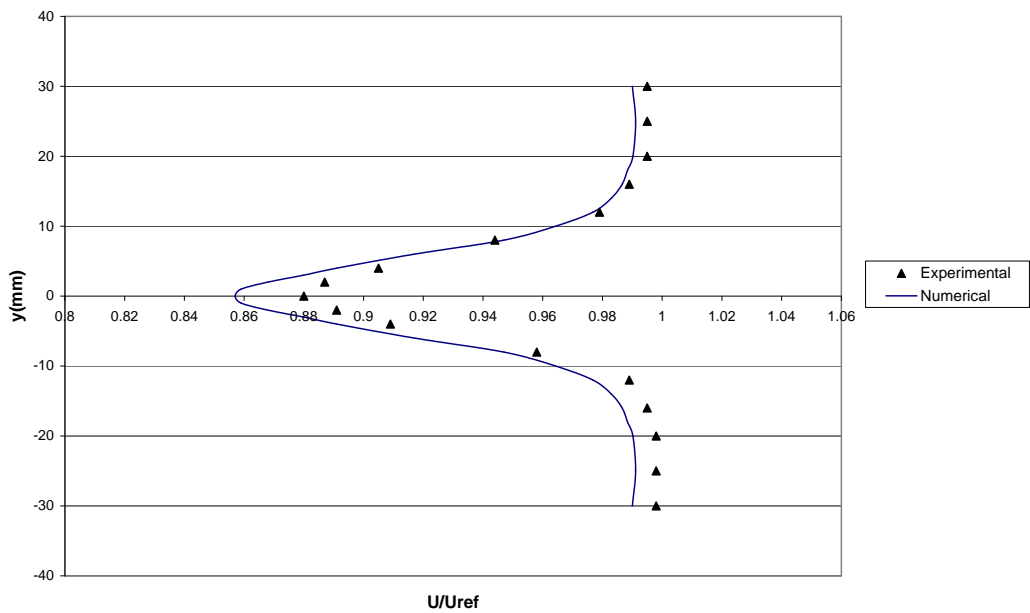
حال به چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر مستقیم پرداخته می شود:



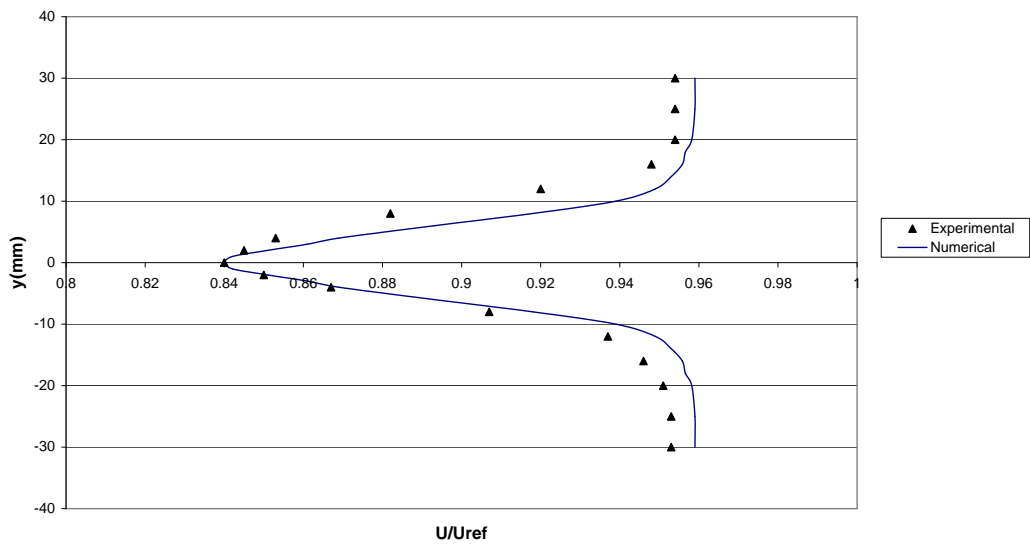
نمودار (۵-۲۱) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۲۲) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

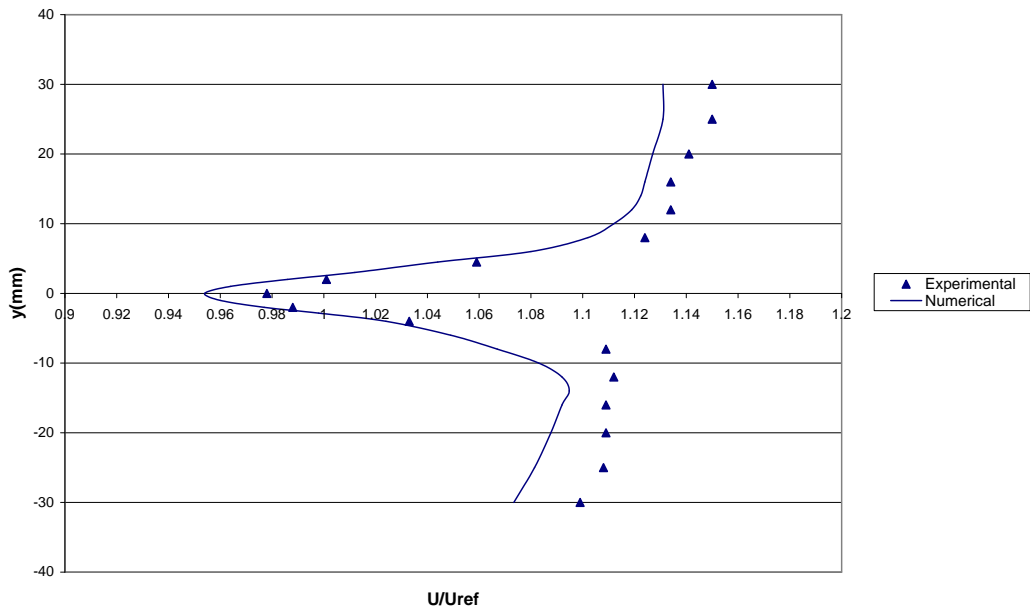


نمودار (۵-۲۳) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

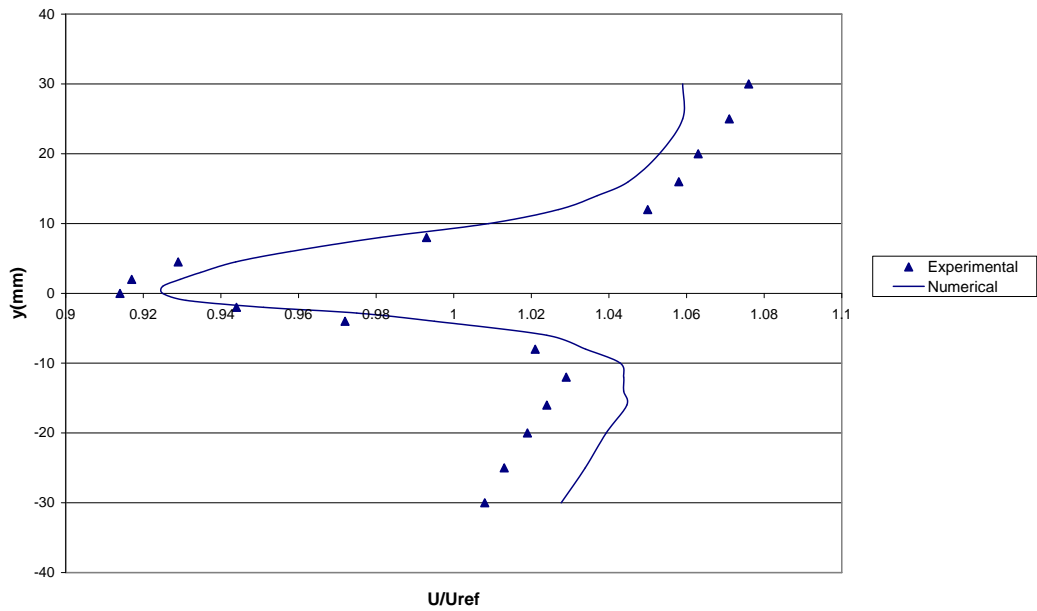


نمودار (۵-۲۴) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

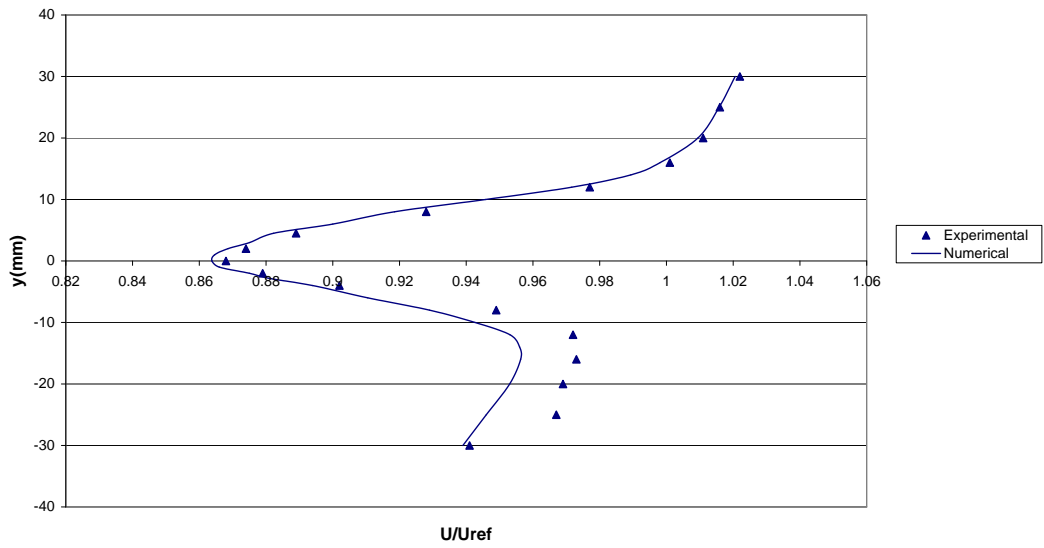
و در انتها چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر منحنی شکل ارائه می شود:



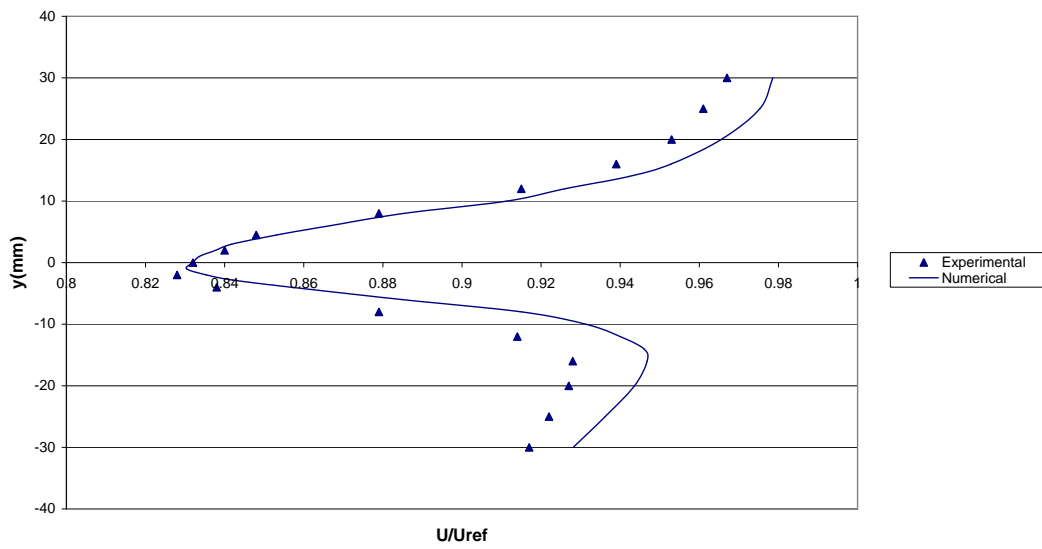
نمودار (۵-۲۵) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۲۶) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$



نمودار (۲۷-۵) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$



نمودار (۲۸-۵) نمودار تغییرات سرعت متوسط برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

۵-۳-۲ نتایج حاصل از بررسی نمودارهای پروفیل سرعت:

از بررسی نمودارها در حالت A، می توان مشاهده نمود پروفیل سرعت برای دنباله مستقیم، تقریباً متقارن است.

از مقایسه حالات B,A می تواند مشاهده کرد که دنباله در پایین دست جریان به علت انحنا نامتقارن می گردد.

همچنین با مقایسه جریان های D,B می توان مشاهده نمود که گرادیان فشار معکوس، نامتقارنی جریان را بیشتر می سازد.

در مجموع این نمودارها نشان می دهند، در موقعیت $\frac{x}{c} = 1$ پروفیل سرعت متوسط در هر چهار حالت، به جزء در ناحیه جریان پتانسیلی، تقریباً یکی است. همچنین در کانال و دیفیوزر منحنی شکل، سرعت جریان پتانسیلی یکنواخت نیست، بلکه بر روی سطح داخلی بیشتر از سطح خارجی است.

ضمناً نتیجه این که با بررسی گسترش دنباله در یک کانال منحنی شکل همراه با گرادیان فشار صفر، نرخ کاهش سرعت کمتر و رشد دنباله سریعتر از گرادیان فشار مثبت صورت می پذیرد.

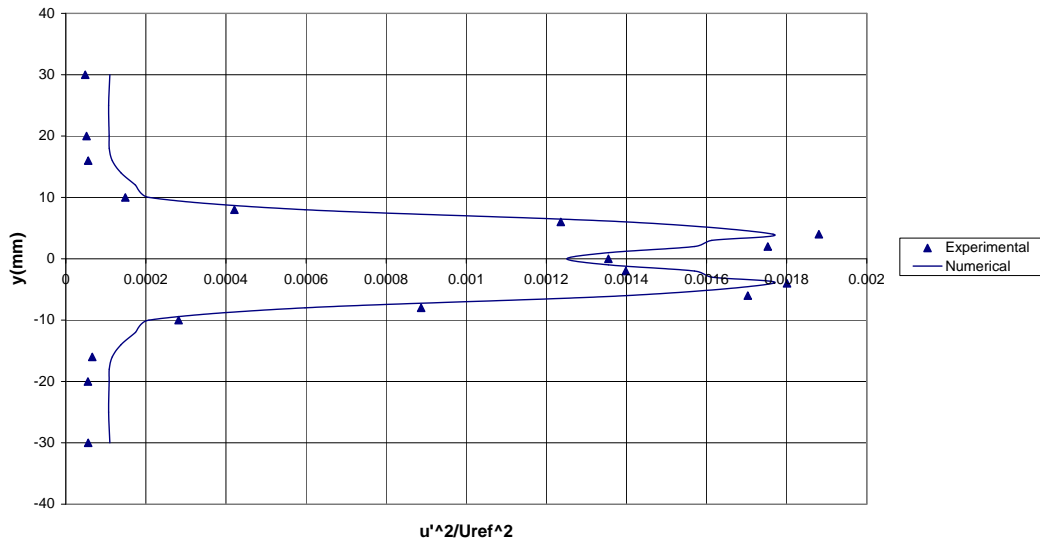
۵-۴ نمودارهای مشخصه های توربولانسی در دنباله:

در این بخش به بحث و نتایج توربولانس در دنباله ها پرداخته می شود. مشابه اندازه گیری سرعت متوسط که در بخش قبلی مطرح شد، در این حالت نیز جریان در کانال و دیفیوزر مستقیم و منحنی شکل در نظر گرفته می شود و تنش های نرمال و برشی توربولانس مطرح می گردد.

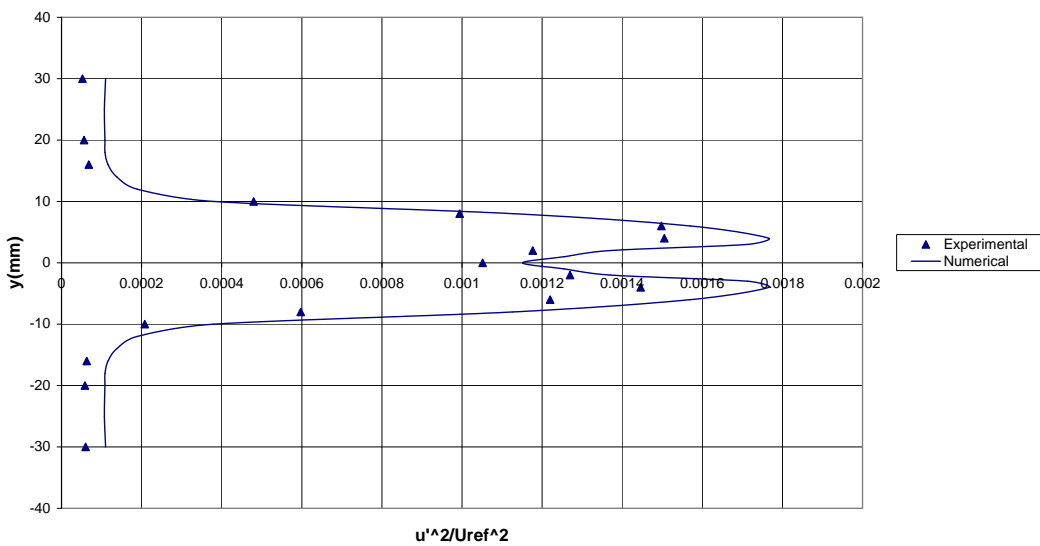
در ابتدا نمودارهای تغییرات تنش های نرمال بررسی می گردد. تغییرات تنش نرمال در جهت x،

$$\frac{u'^2}{u_{ref}^2} \text{ و در جهت } y, \frac{v'^2}{u_{ref}^2} \text{ می باشد.}$$

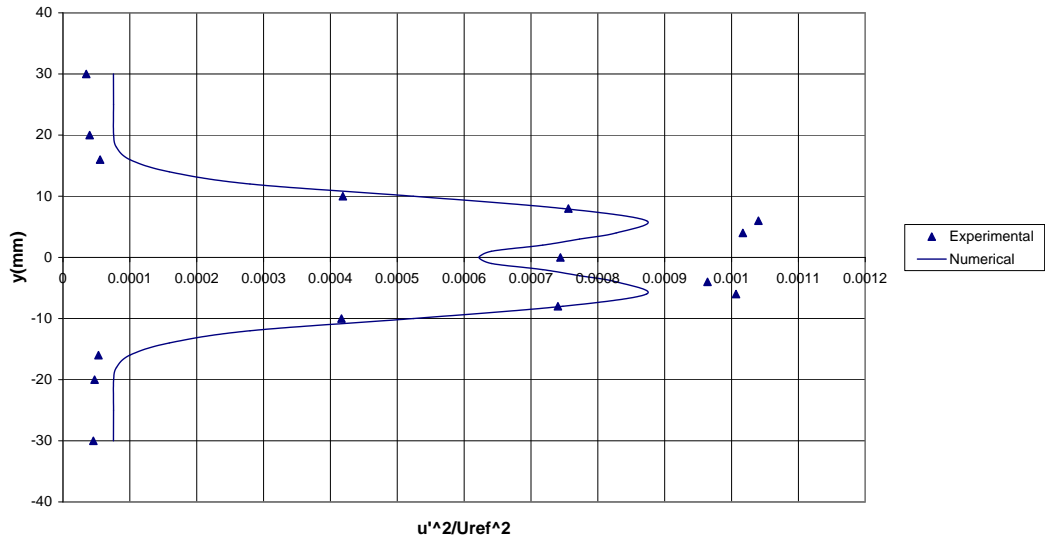
از تغییرات تنش نرمال در جهت x شروع کرده و در ابتدا چهار نمودار مربوط به حالت کانال مستقیم ارائه می گردد:



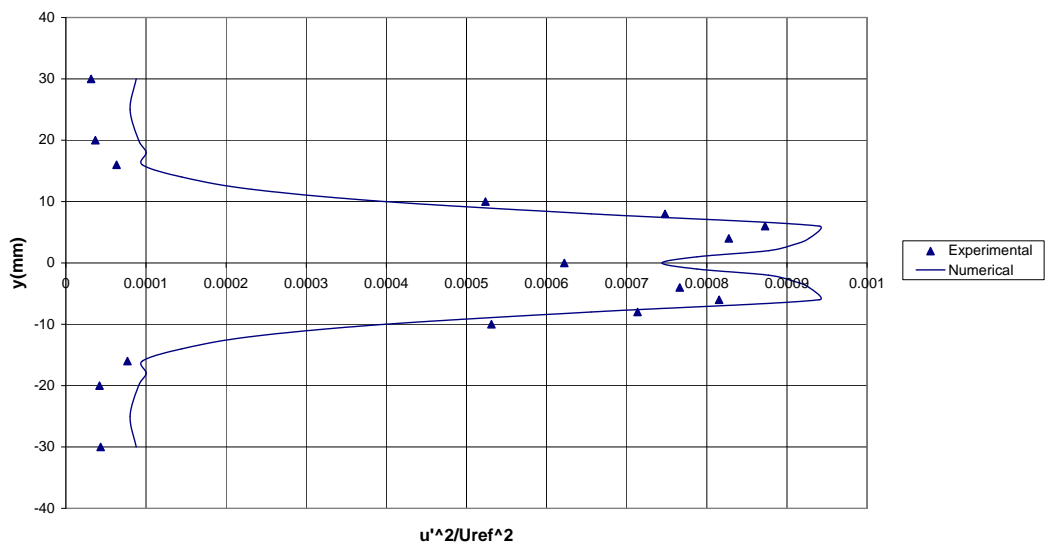
نمودار (۲۹-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۳۰-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

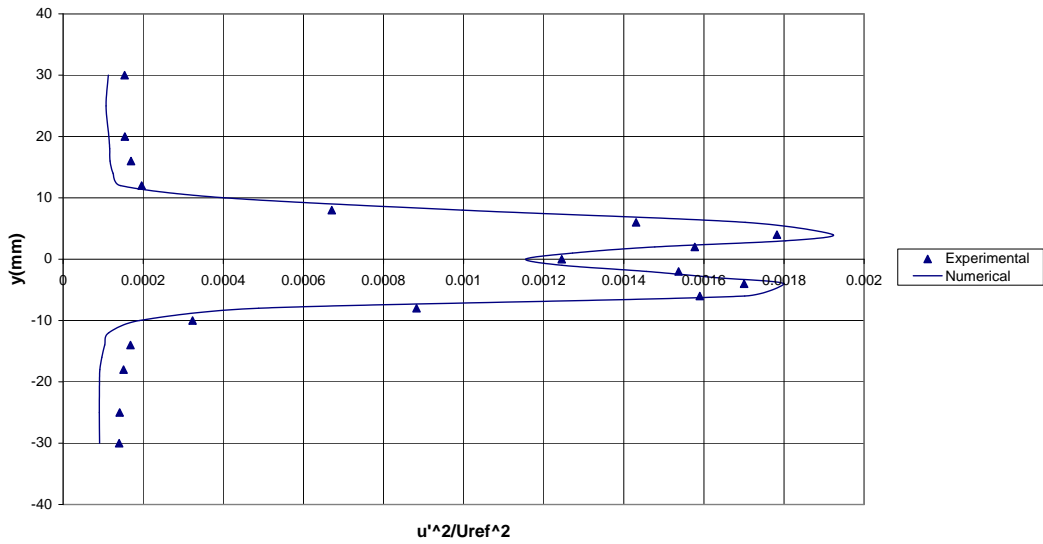


نمودار (۵-۳۱) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

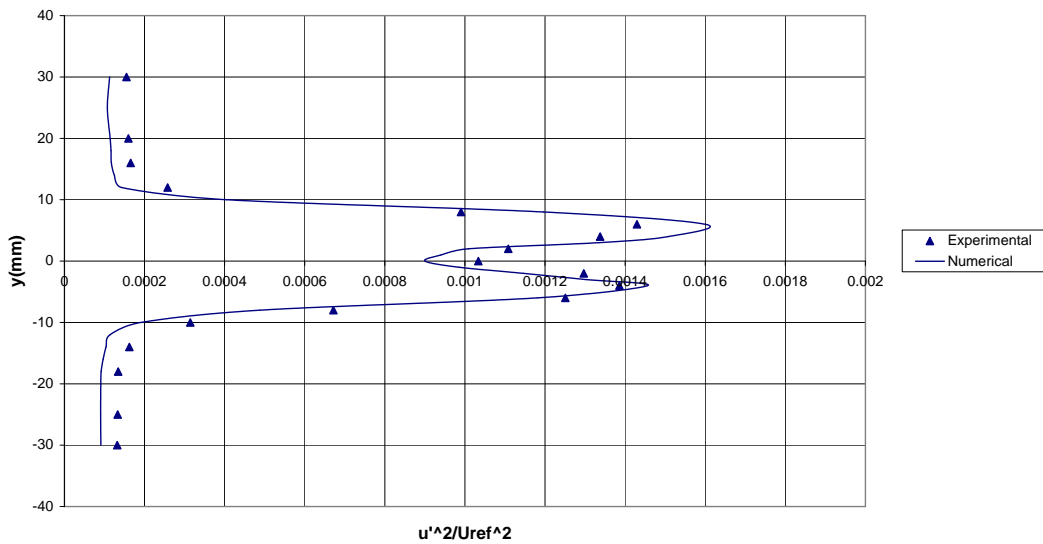


نمودار (۵-۳۲) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

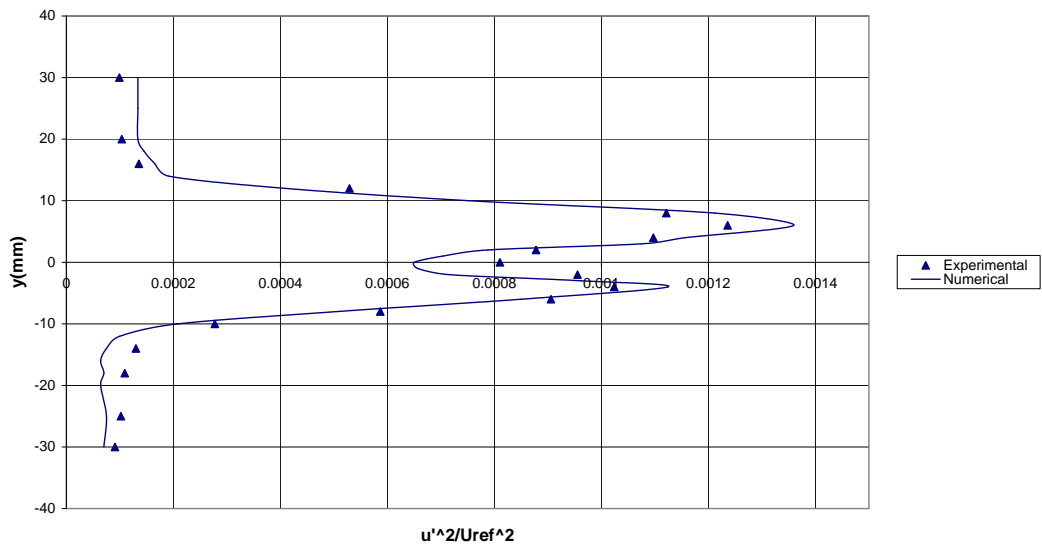
حال به چهار نمودار مربوط به حالت کانال منحنی شکل پرداخته می شود:



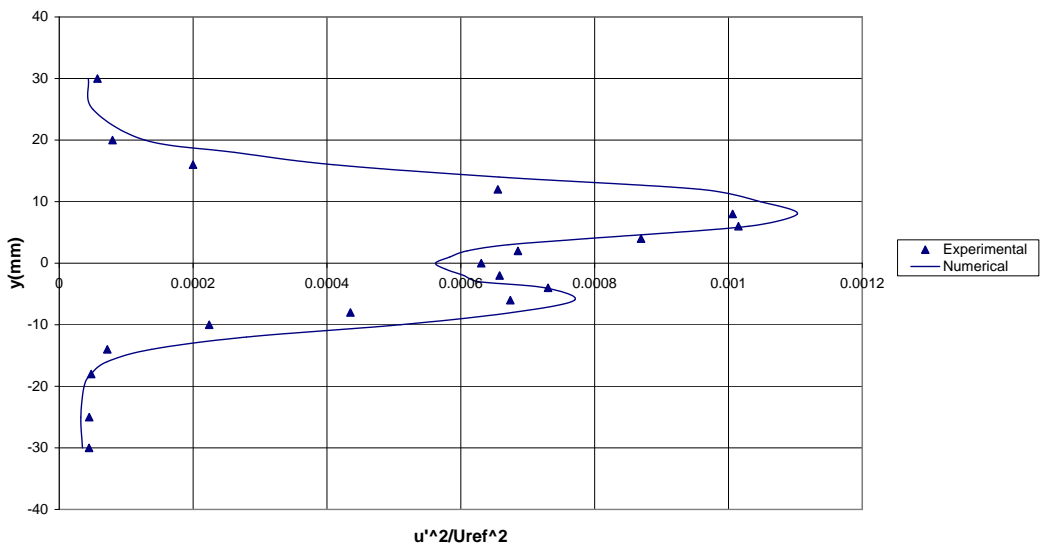
نمودار (۵-۳۳) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۳۴) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$

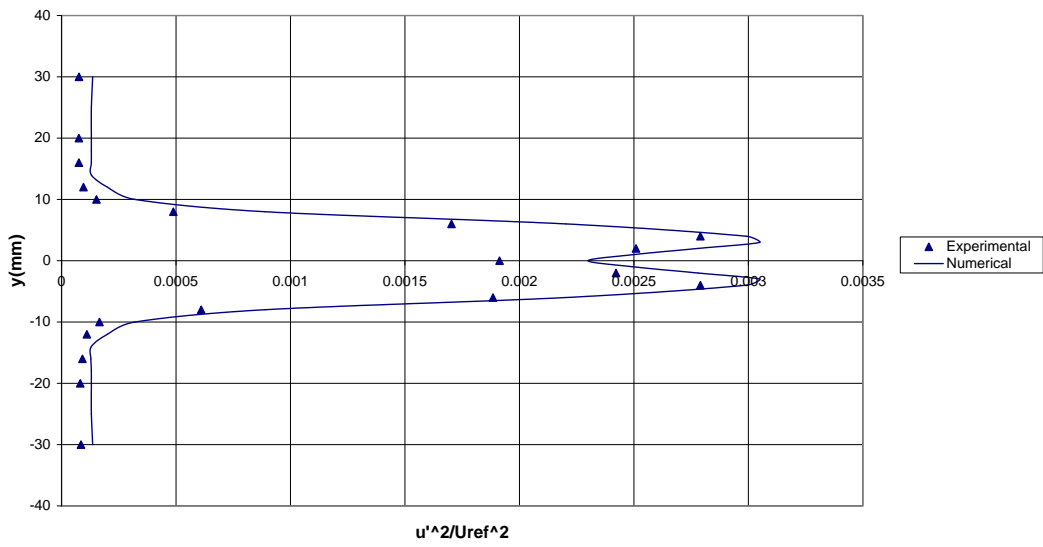


نمودار (۵-۳۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$

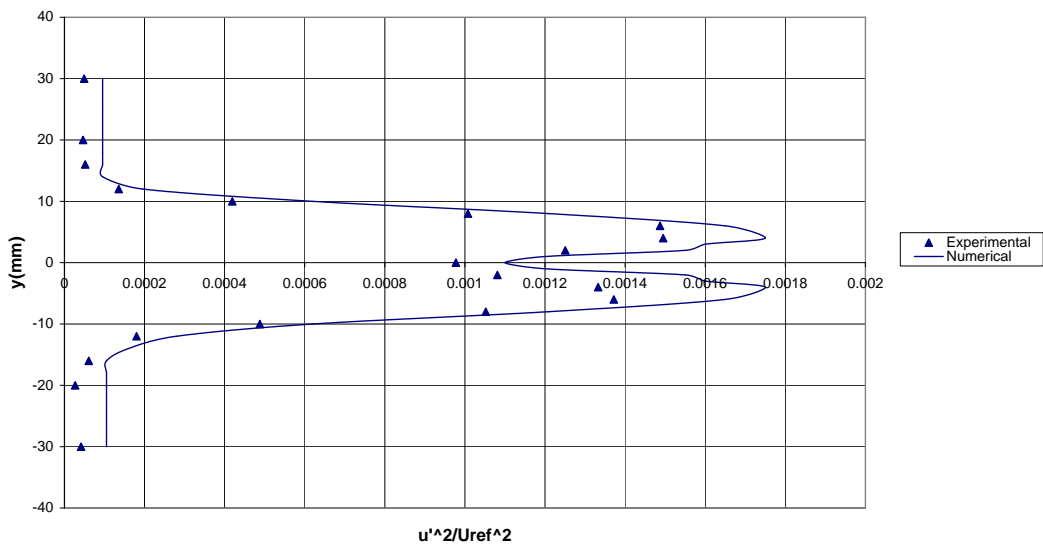


نمودار (۵-۳۶) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

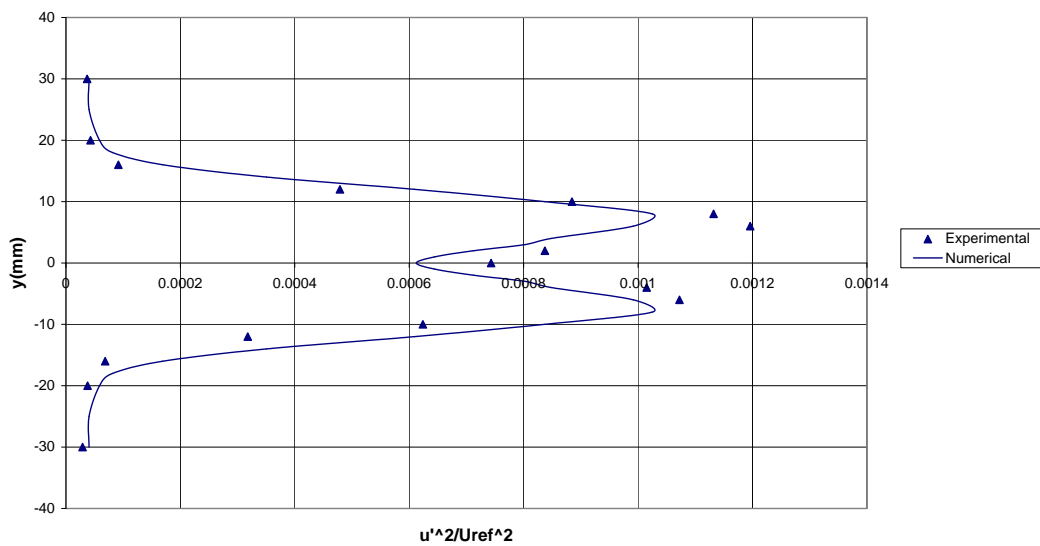
در ادامه به چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر مستقیم پرداخته می شود:



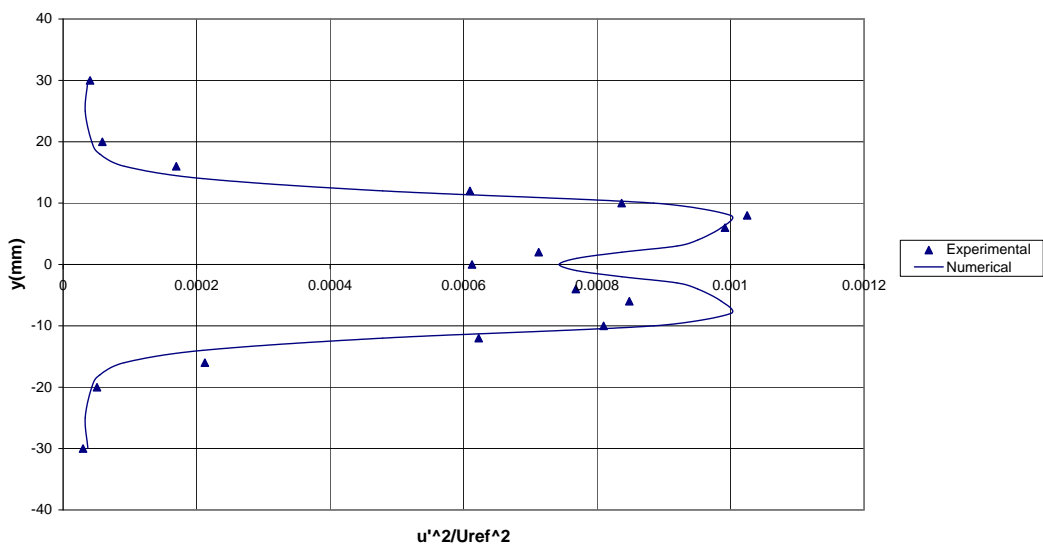
نمودار (۵-۳۷) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۳۸) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

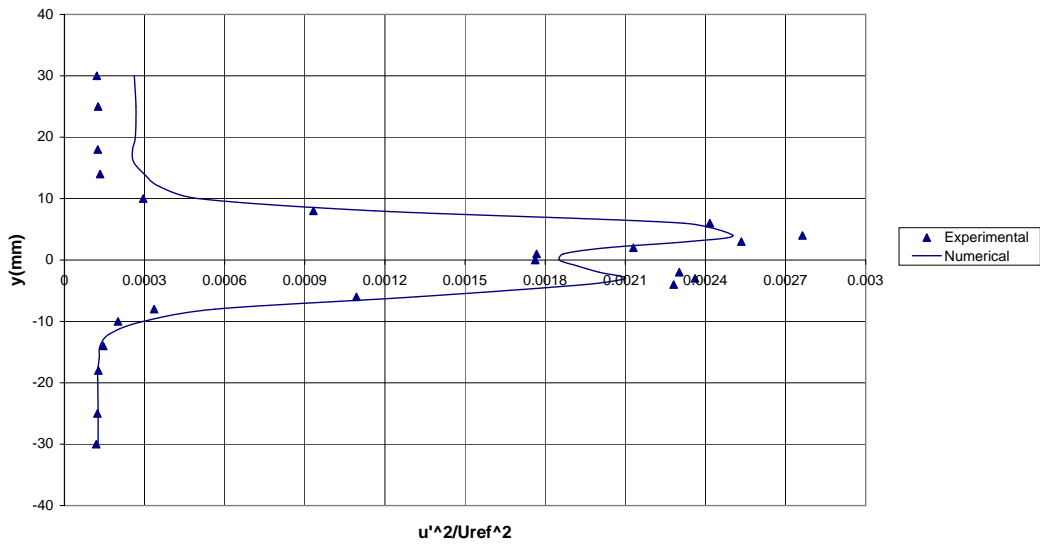


نمودار (۵-۳۹) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

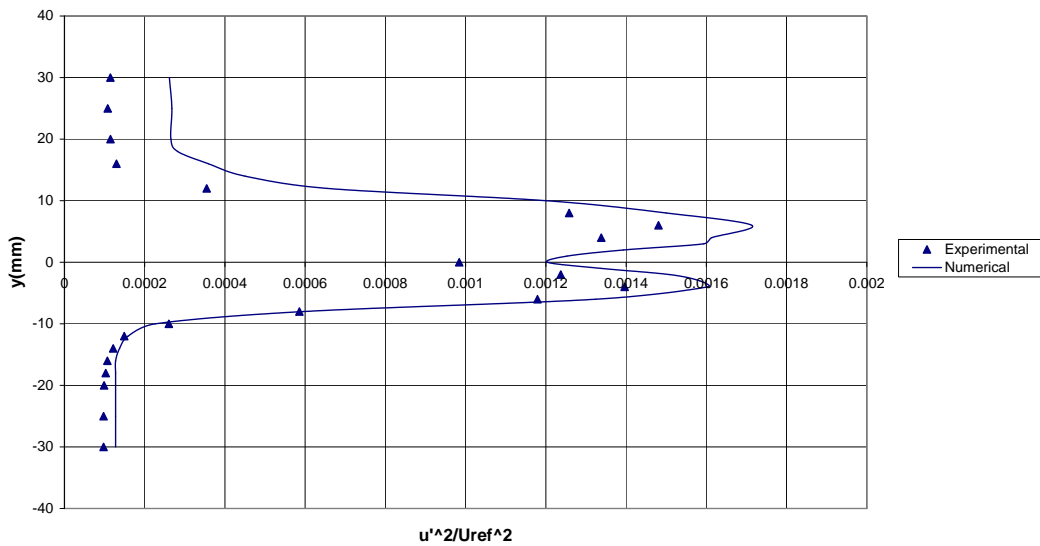


نمودار (۵-۴۰) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

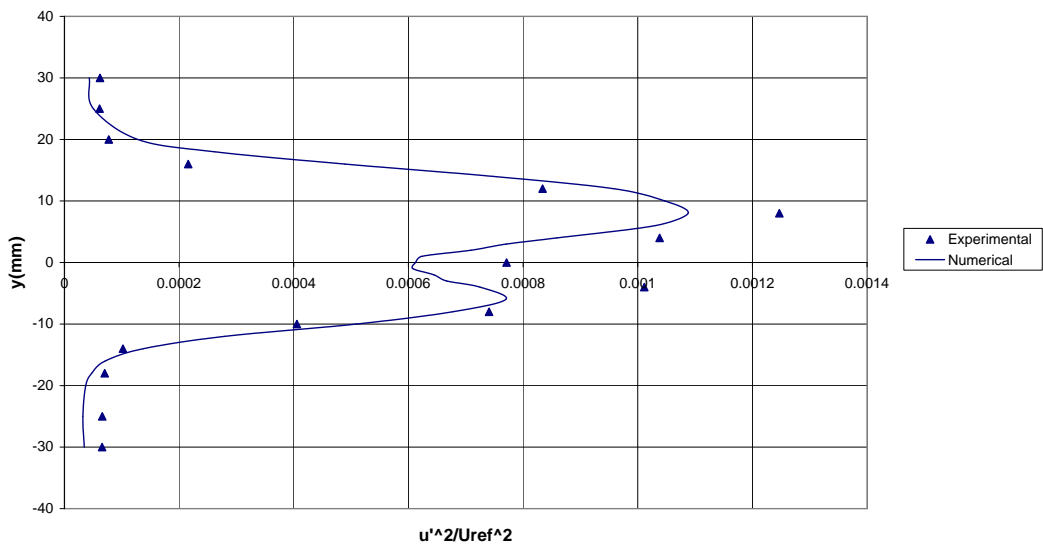
و در انتها چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر منحنی شکل ارائه می شود:



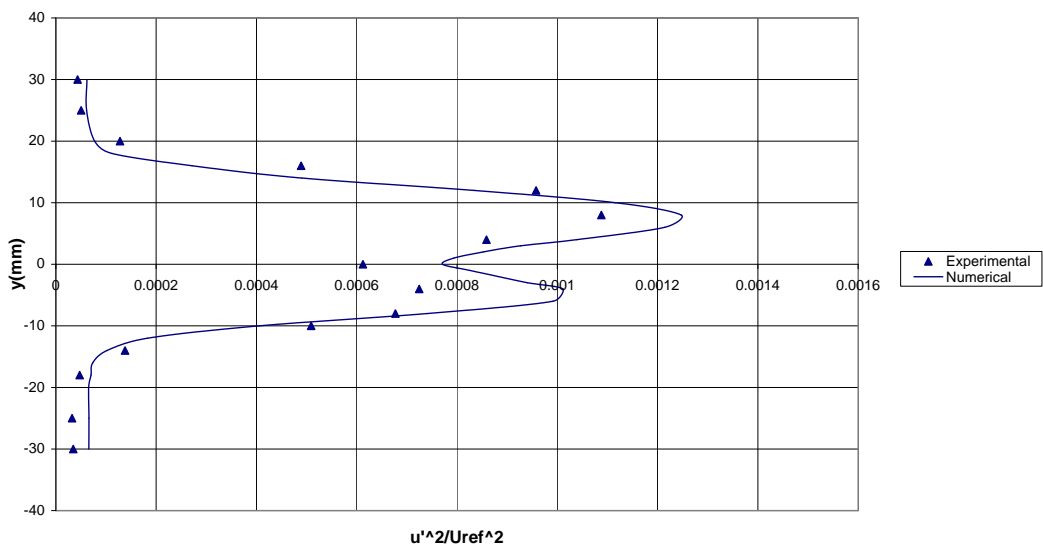
نمودار (۴۱-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۴۲-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$



نمودار (۴۳-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$



نمودار (۴۴-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت x برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

نتایج حاصل از بررسی نمودارهای تنش نرمال در جهت x:

این بررسی ها نشان می دهد در حالت A، دو پیک متقارن حول خط مرکز دنباله برای تنش نرمال وجود دارد.

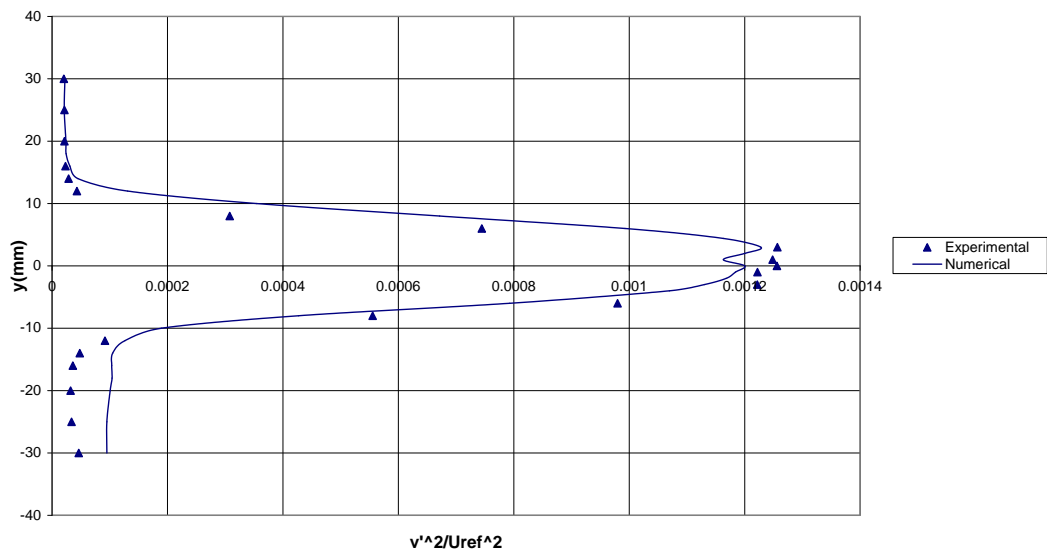
با مقایسه دو حالت B,A در واقع شرایط وجود انحناء و عدم وجود آن مورد مقایسه قرار می گیرد، زیرا اختلاف این دو حالت در انحناء می باشد. از این مقایسه می توان متوجه شد، انحناء سبب می گردد میزان پیک در سطح داخلی افزایش و در سطح خارجی کاهش یابد. موقعیت مکانی پیک ها نیز در این دو حالت یکی نیستند و نامتقارنی در پروفیل سرعت برای جریان B بوجود می آید. همچنین زمانی که گرادیان فشار معکوس نیز موجود باشد، یعنی حالت C، توزیع تنش همچنان متقارن باقی می ماند، اما مقدار پیک ها در هر دو طرف خط مرکز در مقایسه با حالت بدون گرادیان فشار، بیشتر است. پس نتیجه می شود گرادیان فشار سبب افزایش تنش نرمال و دور کردن پیک های آن از خط مرکز می گردد.

در حالت D وقتی ترکیبی از هر دو اثر مورد توجه قرار می گیرد، نتیجه می شود که میزان پیک روی سطح داخلی با تقویت انحناء و گرادیان فشار افزایش می یابد و بر روی سطح خارجی دو اثر در مقابل همدیگر قرار گرفته و مقدار تنش نرمال در این سطح در حالت D مقداری بین دو حالت B و C قرار می گیرد.

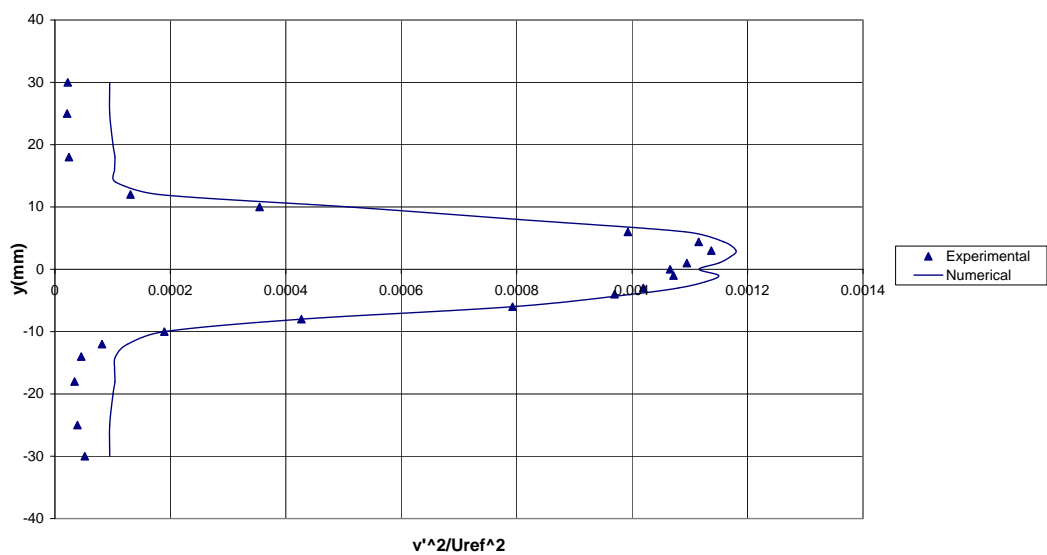
پس در مجموع می توان نتیجه گرفت:

۱. اثر انحناء بر دنباله سبب می شود پروفیل تنش نرمال غیر متقارن گردد.
۲. اثر گرادیان فشار معکوس این است که مقدار پیک ها را افزایش می دهد.

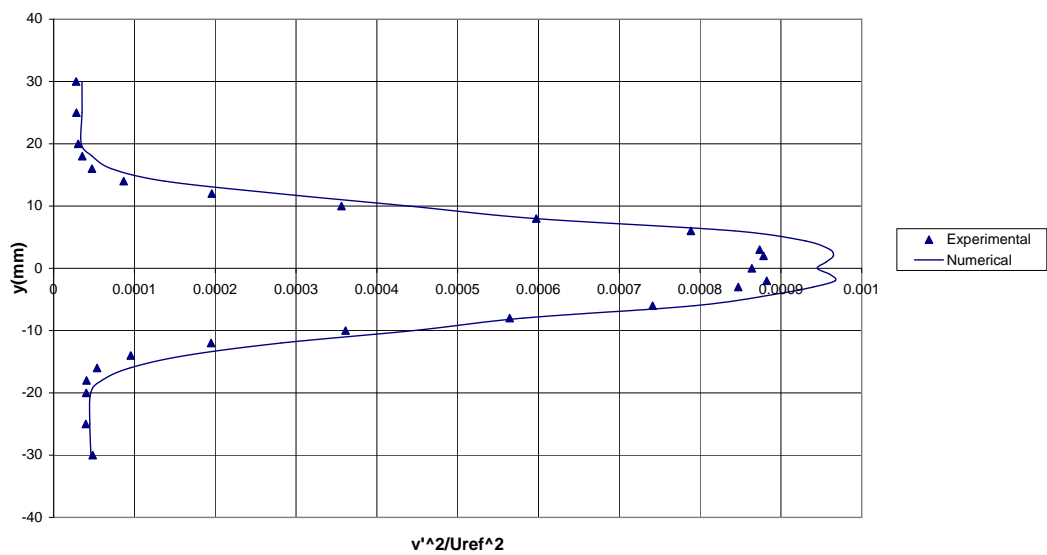
در ادامه تغییرات تنش نرمال در جهت y را مطرح کرده و در ابتدا چهار نمودار مربوط به حالت کانال مستقیم ارائه می گردد:



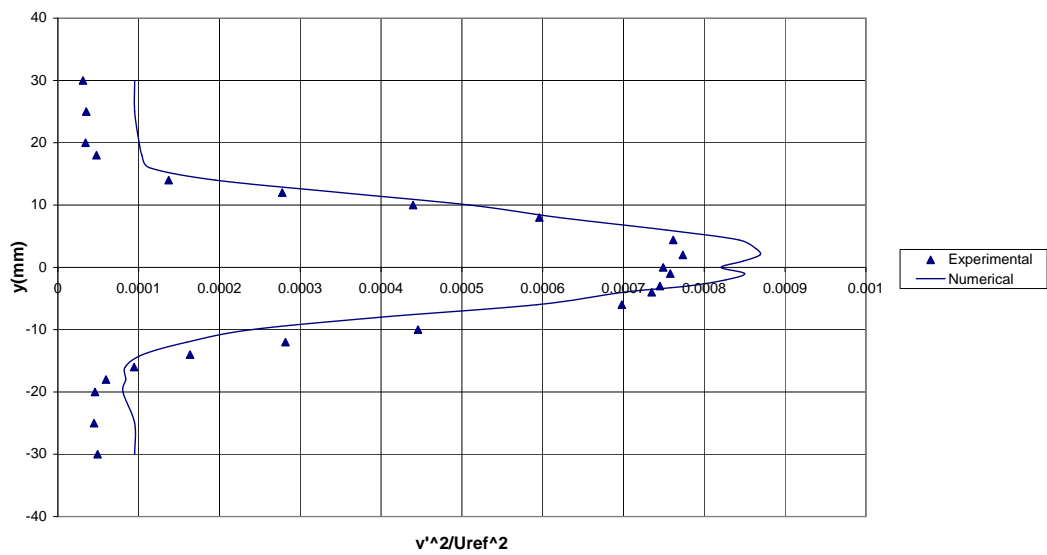
نمودار (۵-۴۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۴۶) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

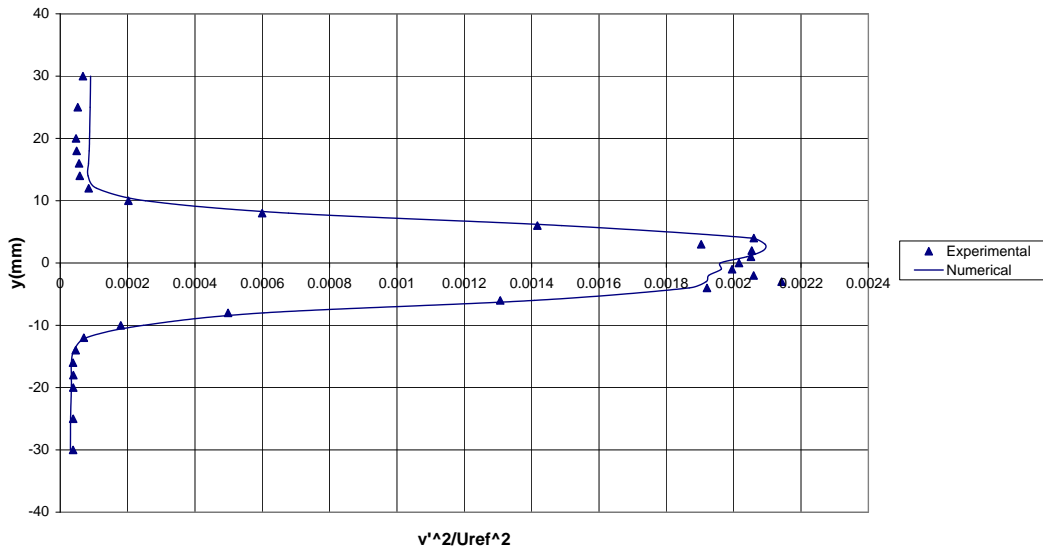


نمودار (۴۷-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

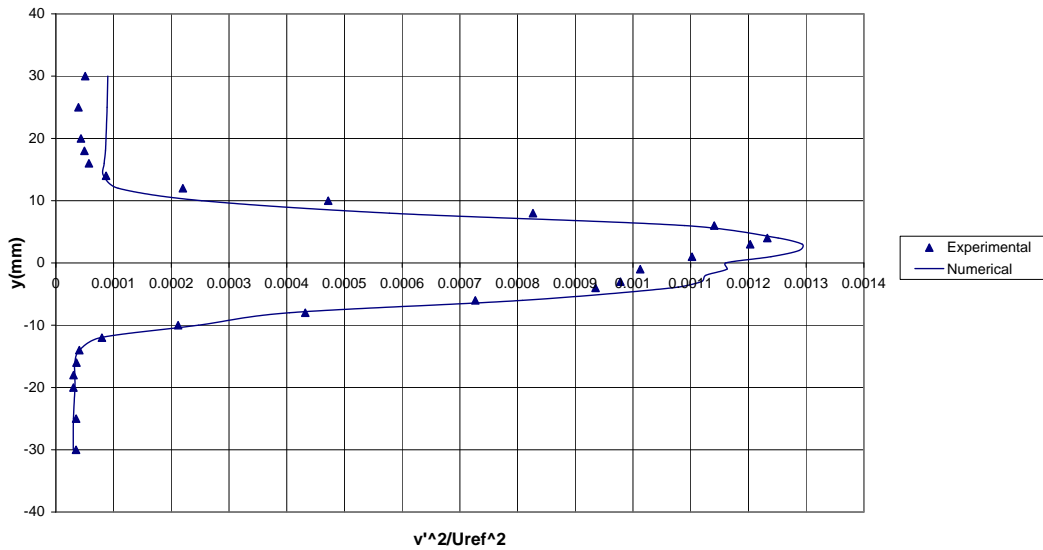


نمودار (۴۸-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

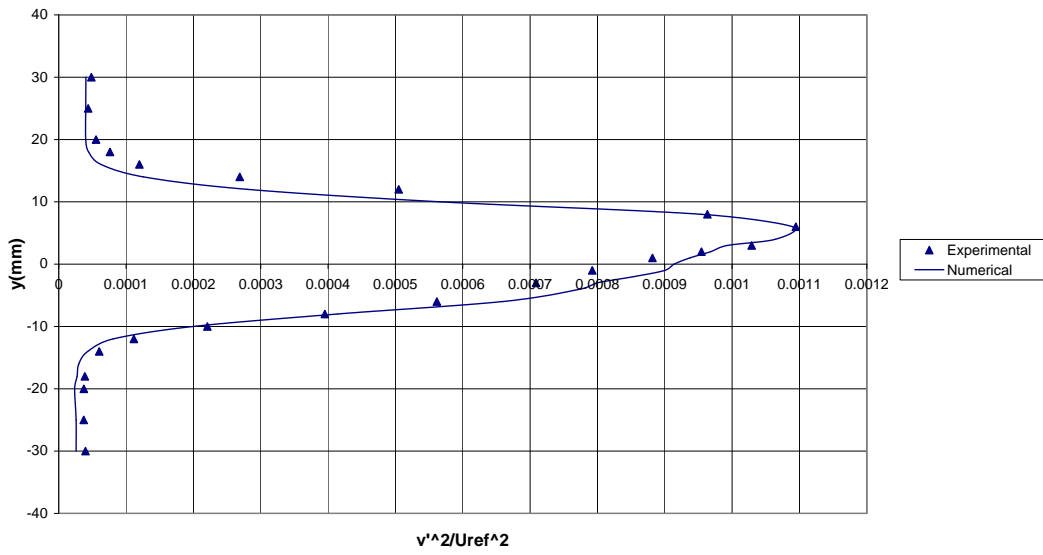
حال به چهار نمودار مربوط به حالت کانال منحنی شکل پرداخته می شود:



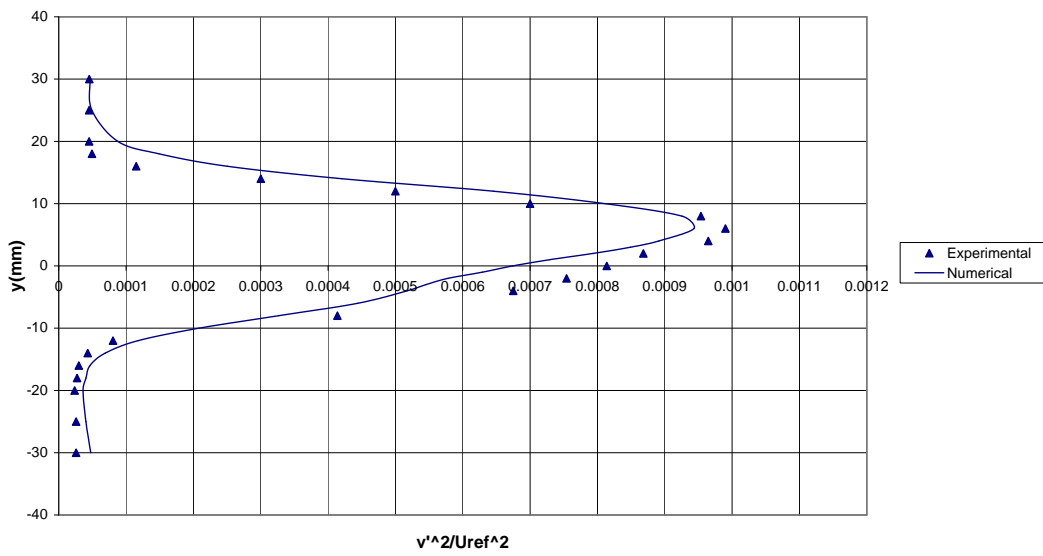
نمودار (۴۹-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵۰-۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$

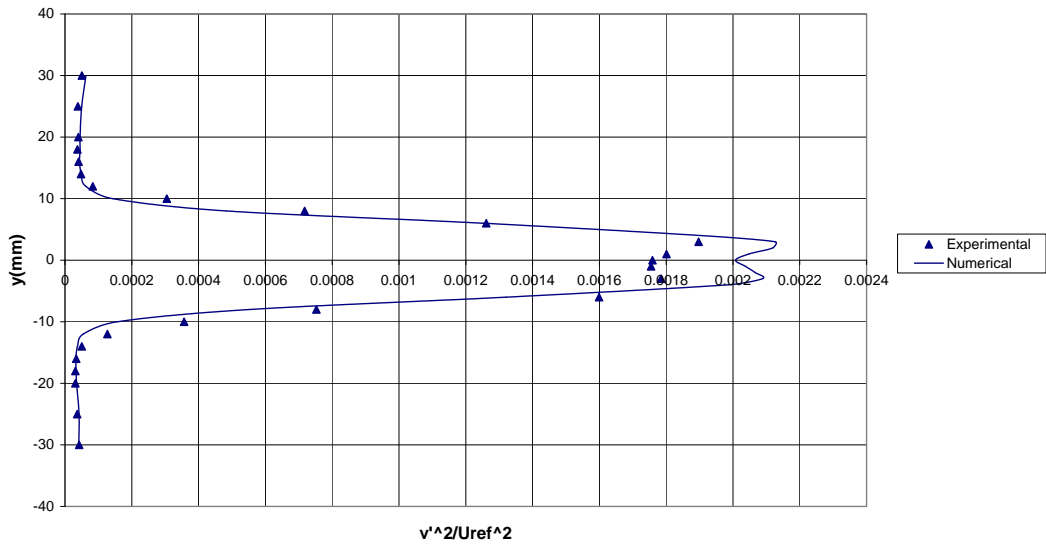


نمودار (۵-۵۱) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$

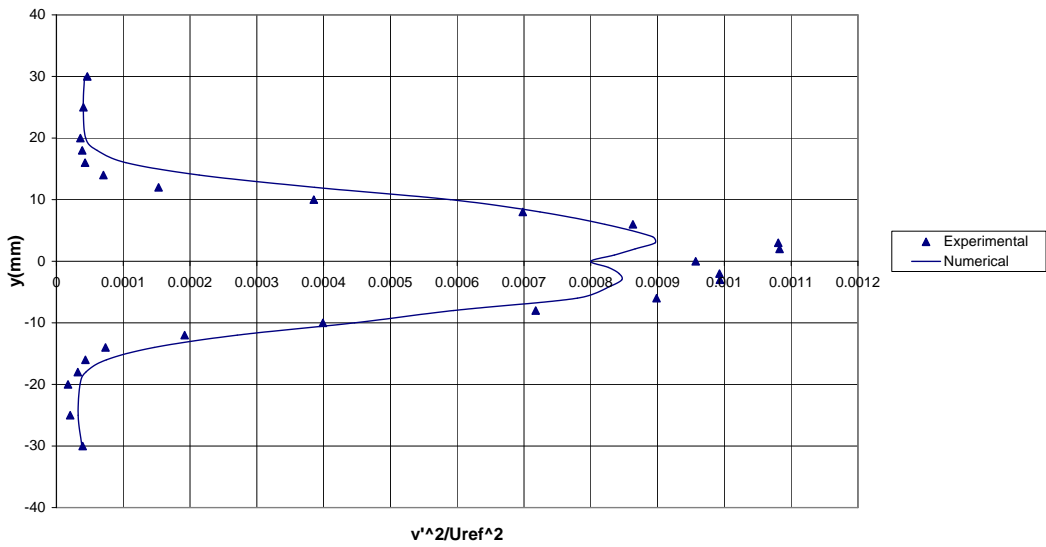


نمودار (۵-۵۲) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

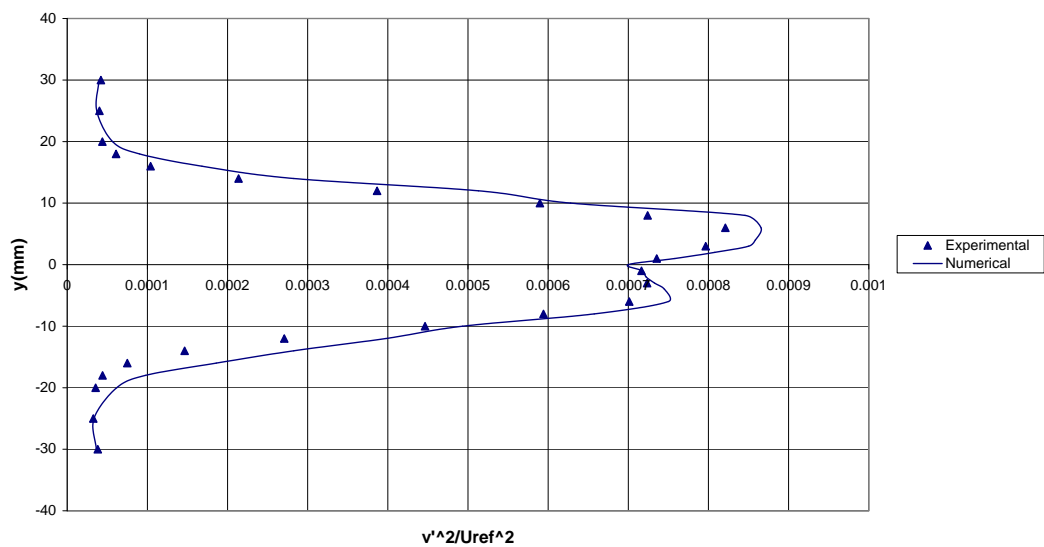
در ادامه به چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر مستقیم پرداخته می شود:



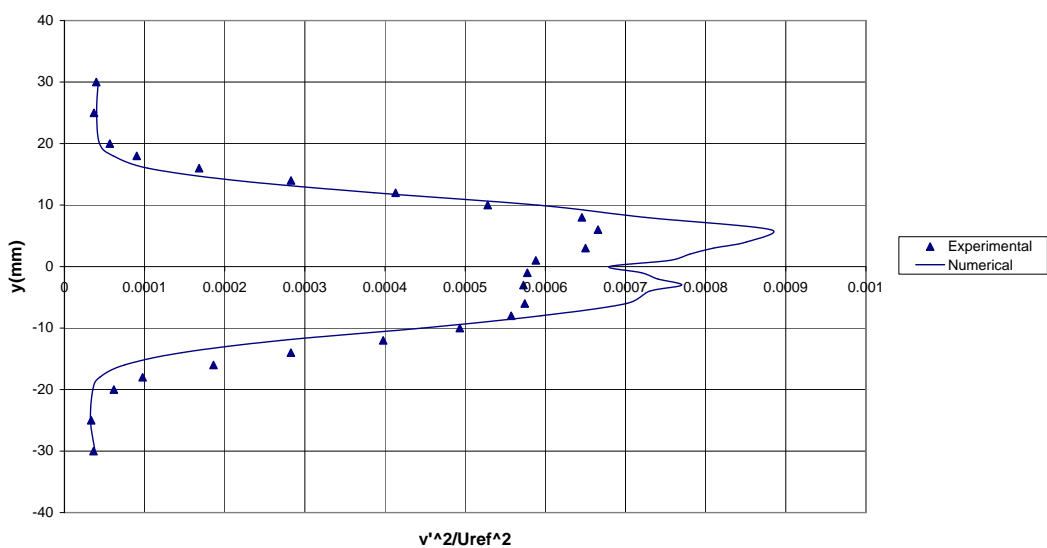
نمودار (۵-۵۳) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۵۴) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

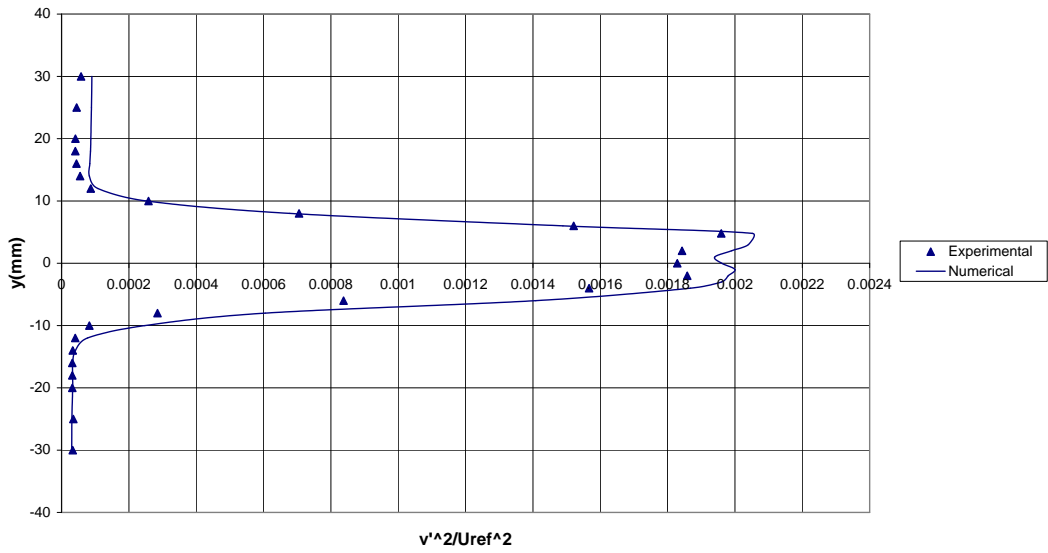


نمودار (۵-۵۵) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

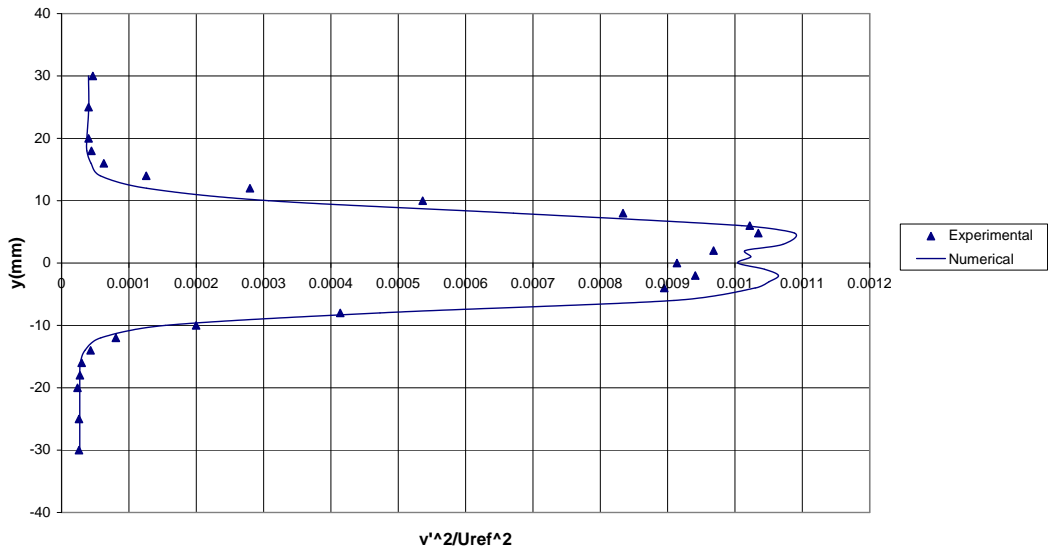


نمودار (۵-۵۶) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

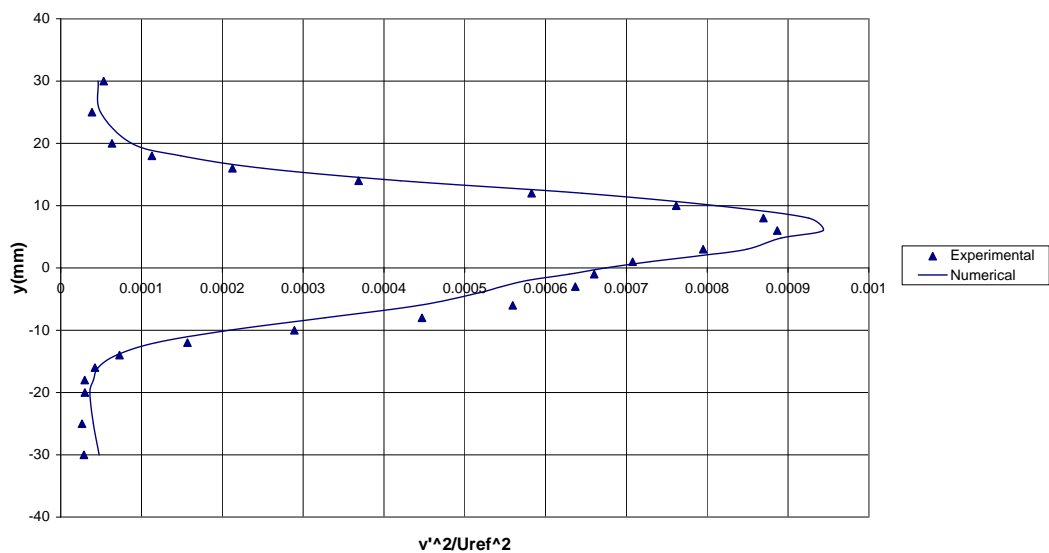
و در انتها چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر منحنی شکل ارائه می شود:



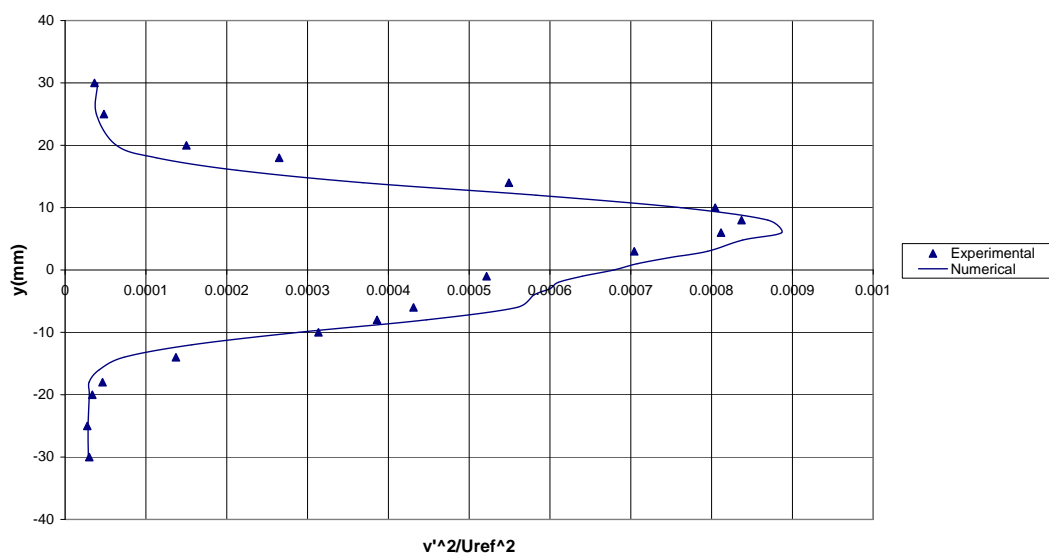
نمودار (۵-۵۷) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۵۸) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$



نمودار (۵-۵۹) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$



نمودار (۵-۶۰) نمودار تغییرات تنش نرمال در جهت y برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

نتایج حاصل از بررسی نمودارهای تنش نرمال در جهت y:

برای دنباله در یک کانال مستقیم (جریان در حالت A)، پروفیل $\overline{v'^2}/u_{ref}^2$ نشان می دهد یک مقدار ماکزیمم نزدیک خط مرکز دنباله و دو پیک وجود دارد.

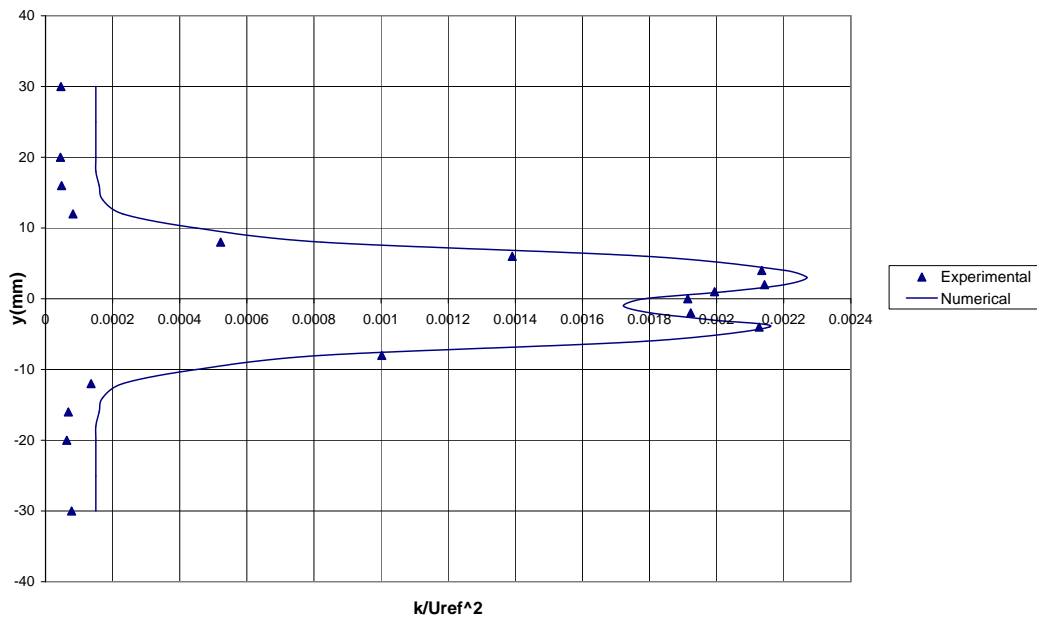
با مقایسه جریان های B,A می توان مشاهده کرد که تأثیر انحنا در کاهش $\overline{v'^2}/u_{ref}^2$ برروی لبه بیرونی و افزایش آن برروی لبه داخلی است که به موجب آن پیک به سمت لبه درونی شیفت پیدا می کند.

در جریان C مقادیر تنش نرمال در مقایسه با جریان A کمی بالاتر هستند و دو پیک ملایم اما متقارن مشاهده می گردند.

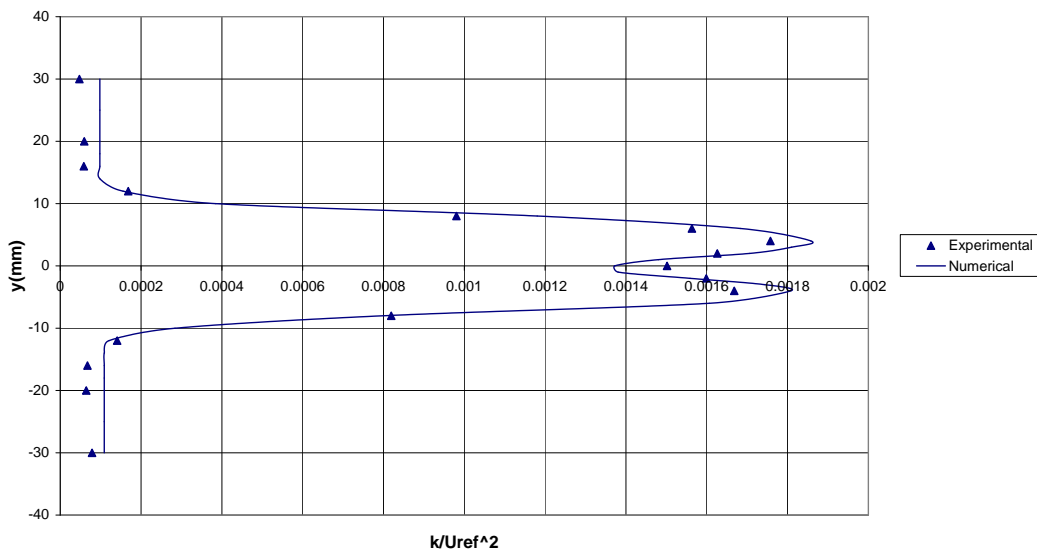
با بررسی نمودارها در حالت D ، می توان فهمید تأثیر همزمان انحنا و گرادیان فشار معکوس روی $\overline{v'^2}/u_{ref}^2$ به صورت کیفی با $\overline{u'^2}/u_{ref}^2$ یکی است، اما اختلافاتی جزئی برروی مقادیر وجود دارد.

حال در بررسی تغییرات انرژی جنبشی توربولانس k/u_{ref}^2 ابتدا چهار نمودار مربوط به حالت

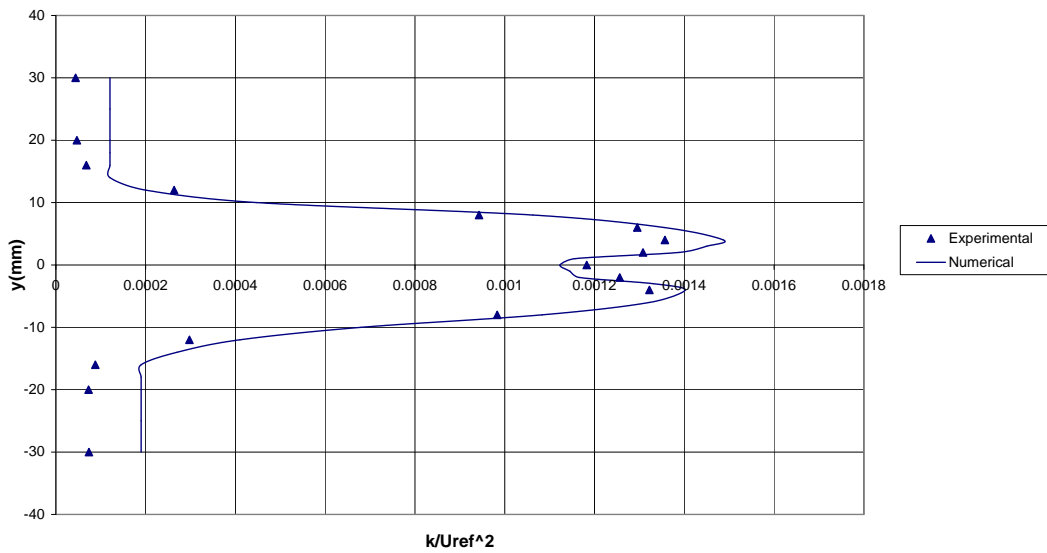
کانال مستقیم ارائه می گردد:



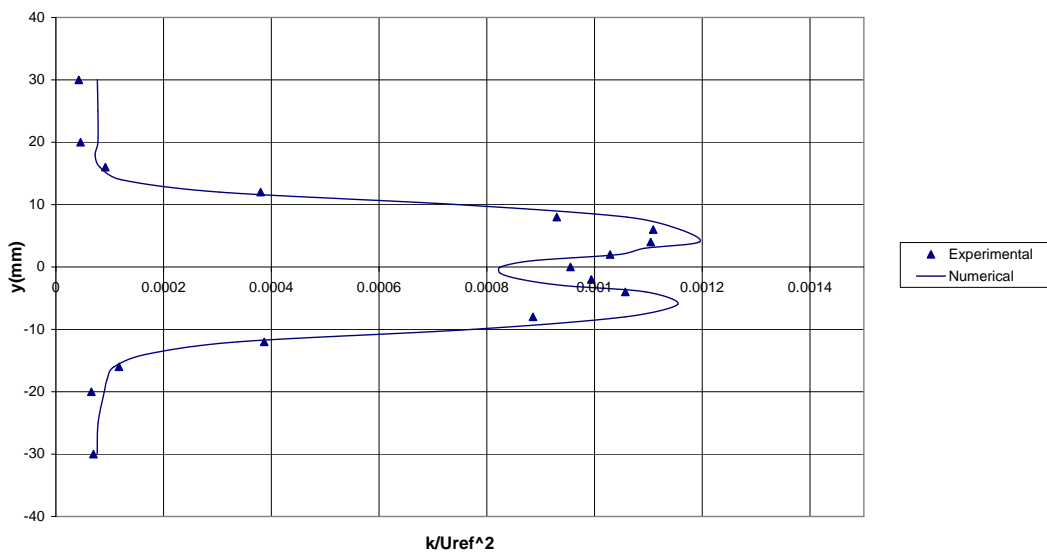
نمودار (۵-۶۱) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۶۲) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

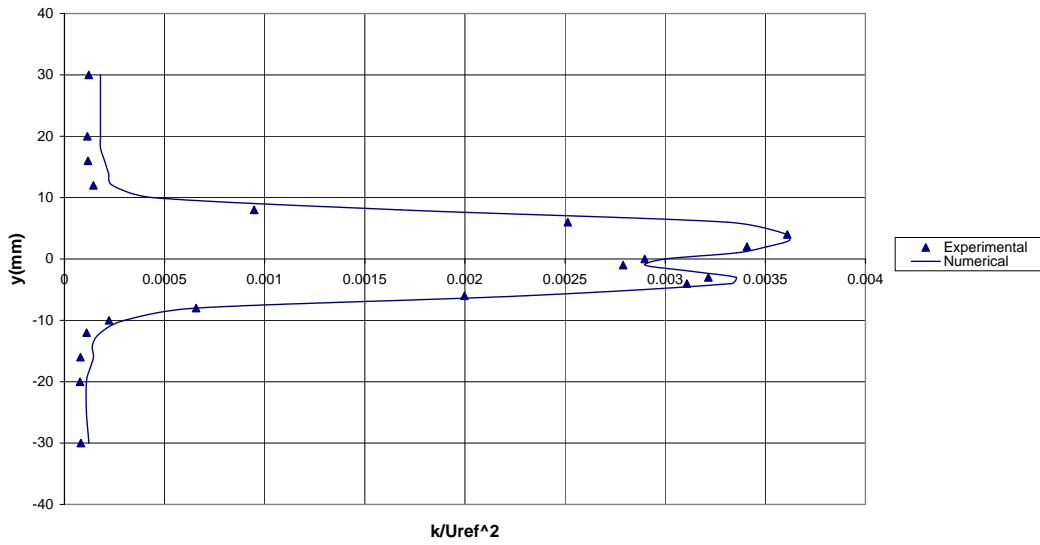


نمودار (۵-۶۳) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

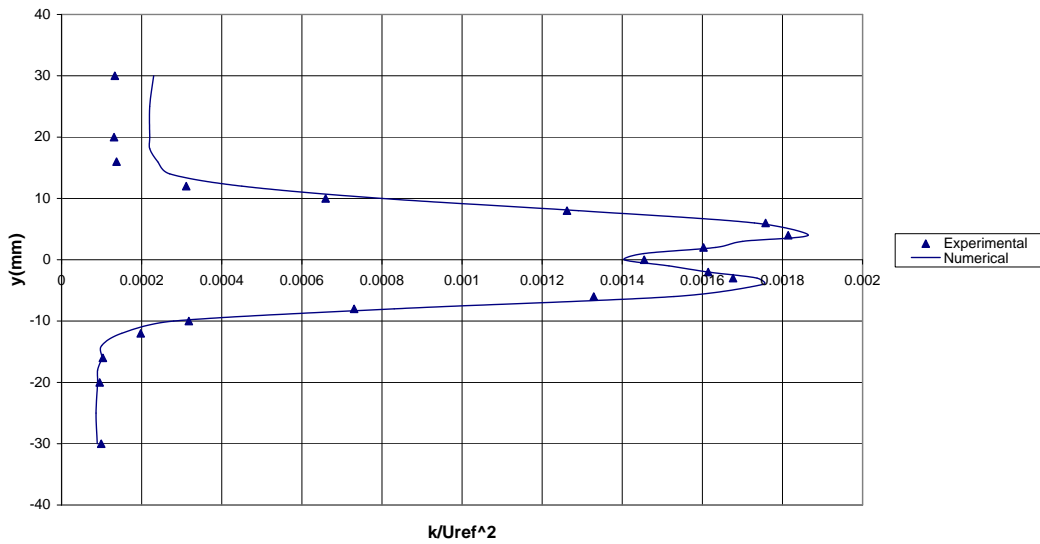


نمودار (۵-۶۴) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

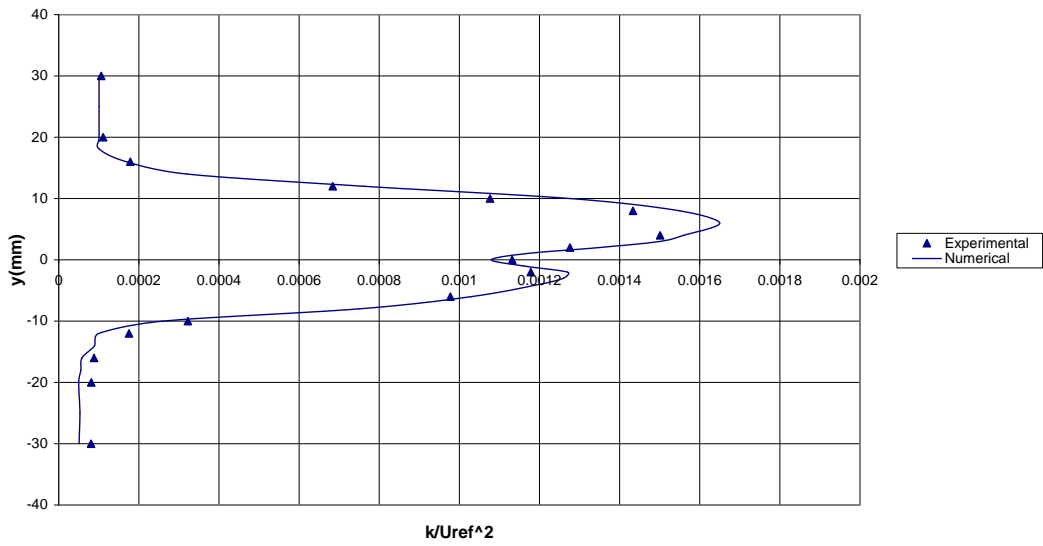
حال به چهار نمودار مربوط به حالت کانال منحنی شکل پرداخته می شود:



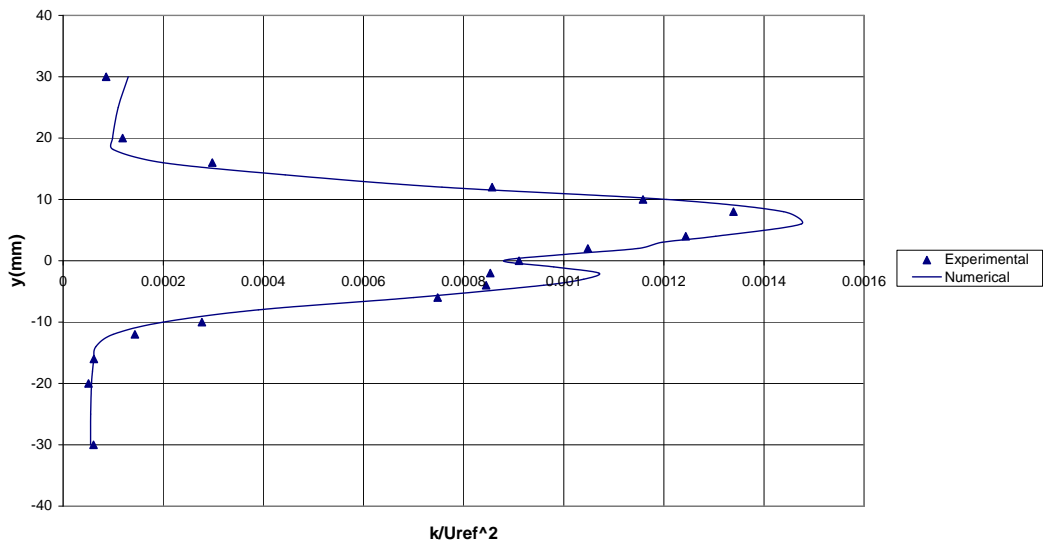
نمودار (۵-۶۵) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۶۶) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$

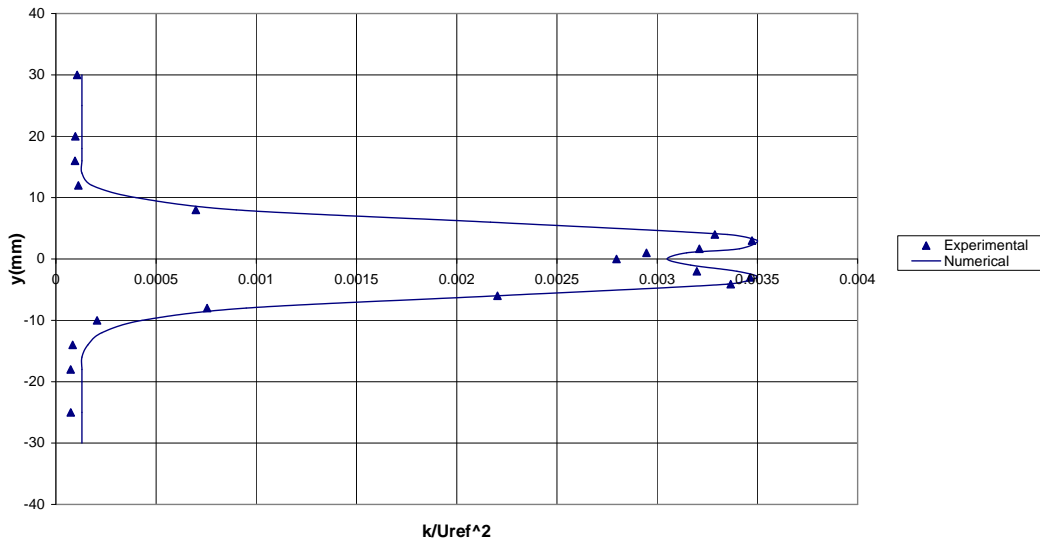


نمودار (۵-۶۷) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$

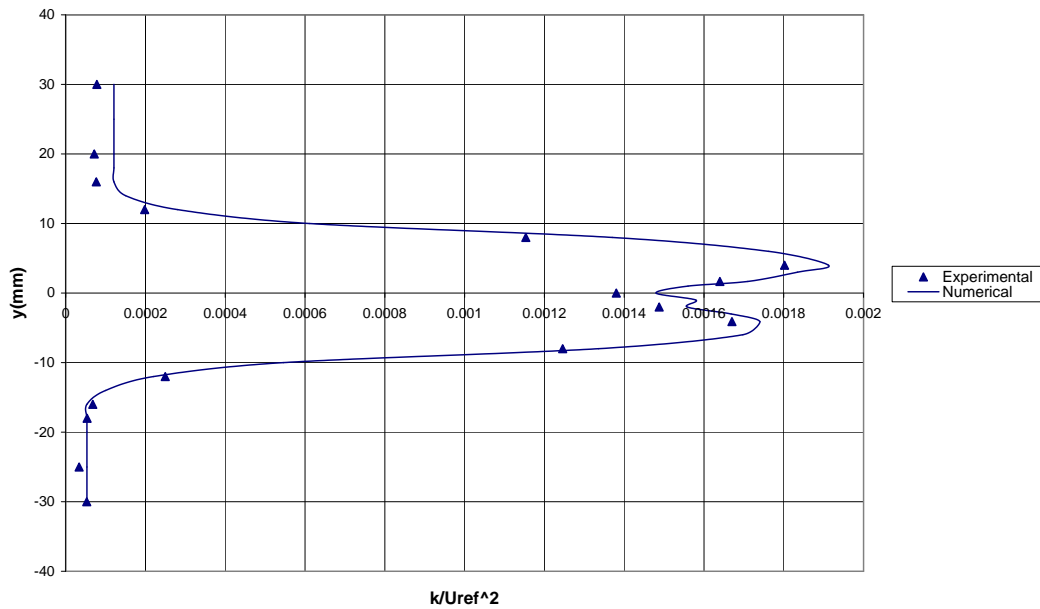


نمودار (۵-۶۸) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

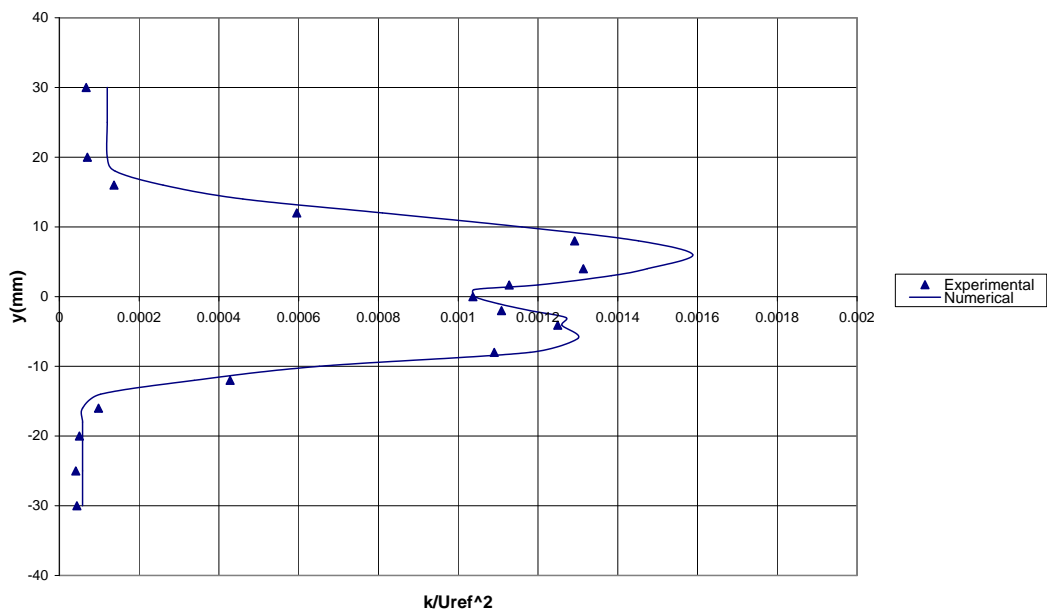
در ادامه به چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر مستقیم پرداخته می شود:



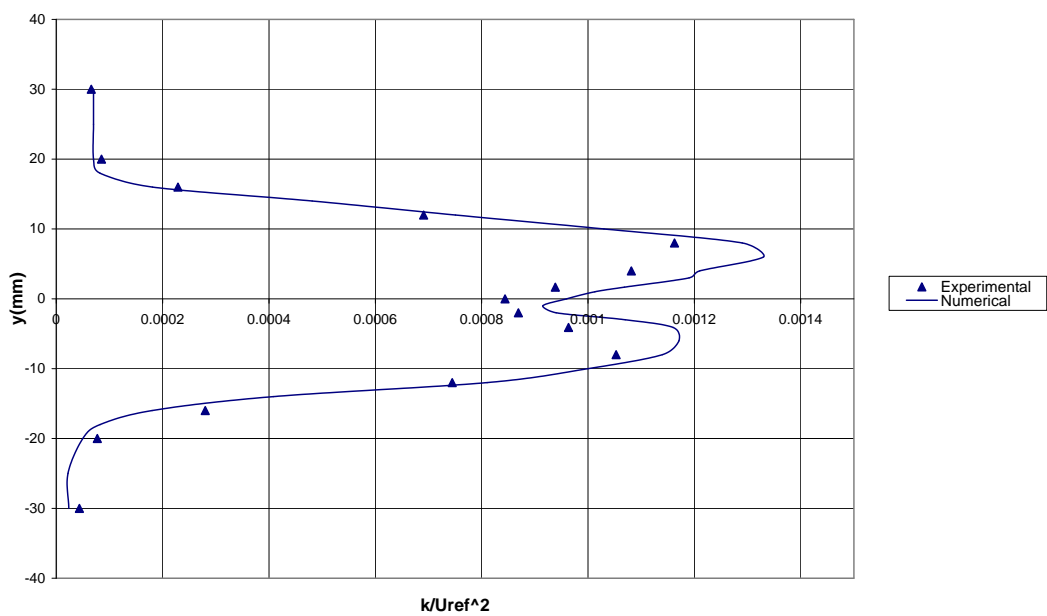
نمودار (۵-۶۹) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۷۰) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

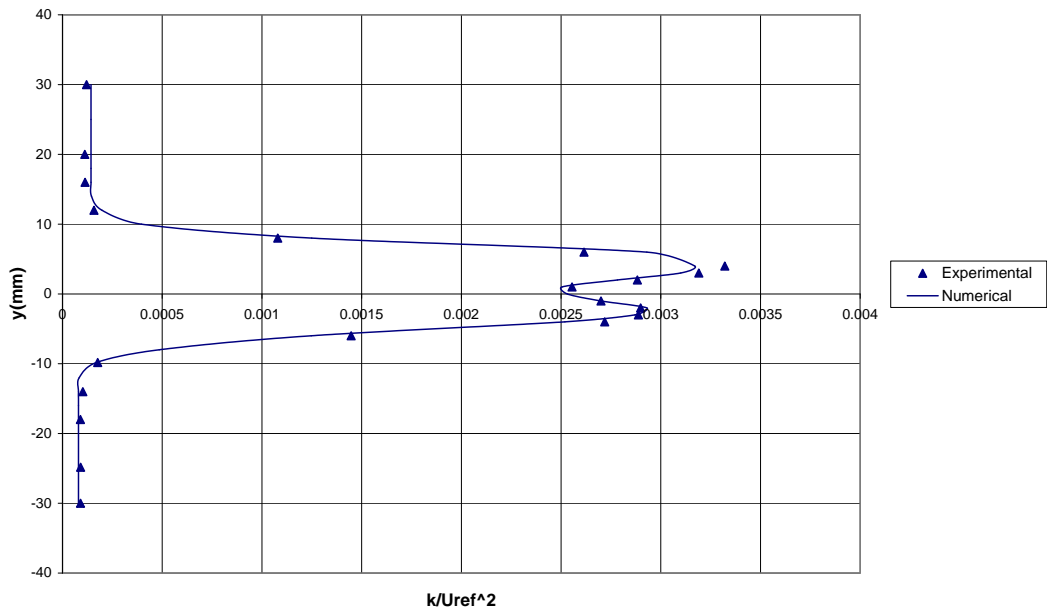


نمودار (۵-۷۱) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

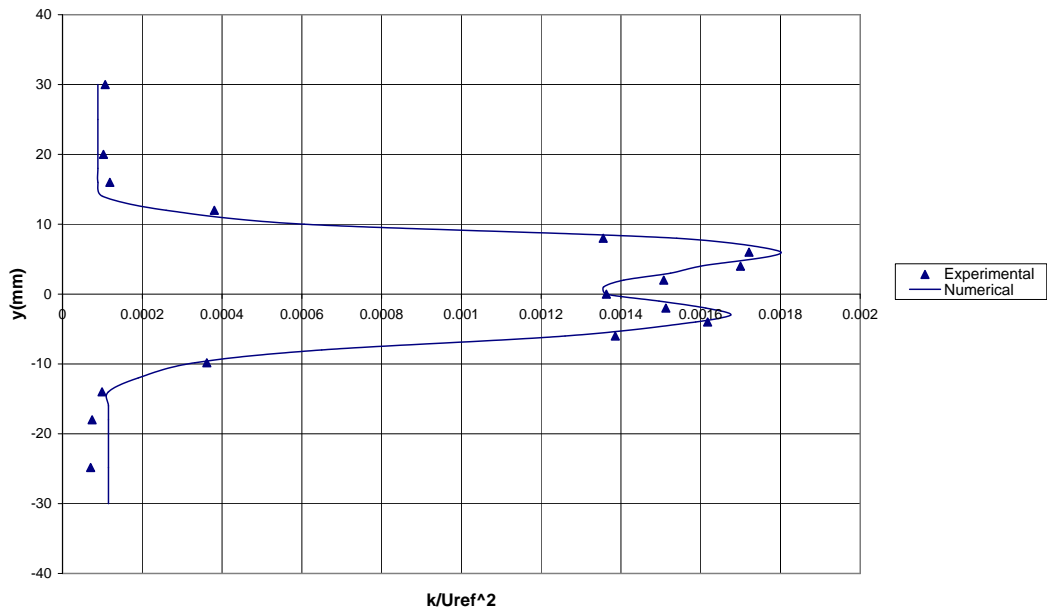


نمودار (۵-۷۲) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

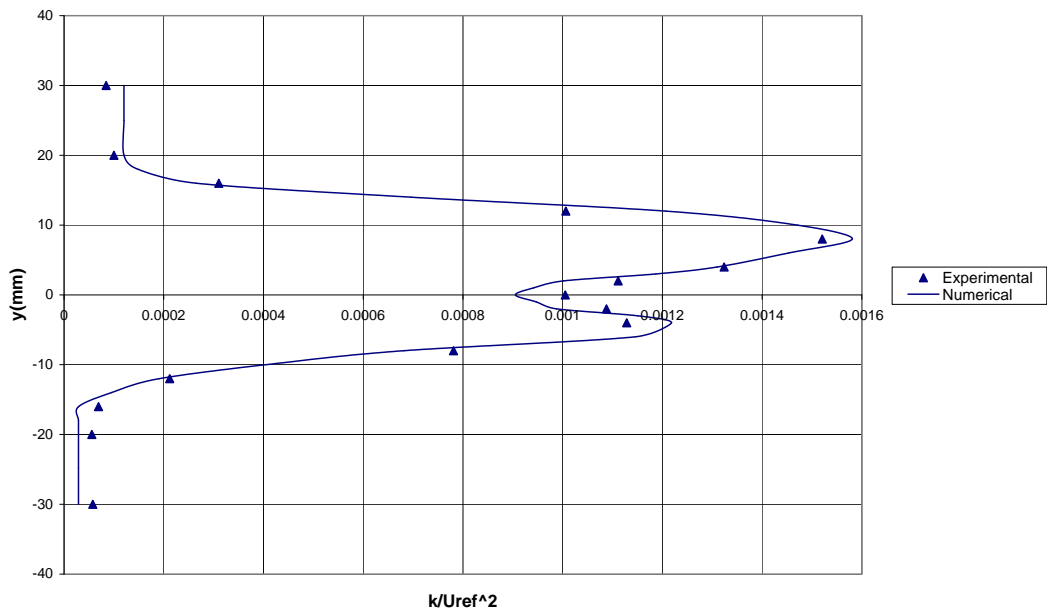
و در انتها چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر منحنی شکل ارائه می شود:



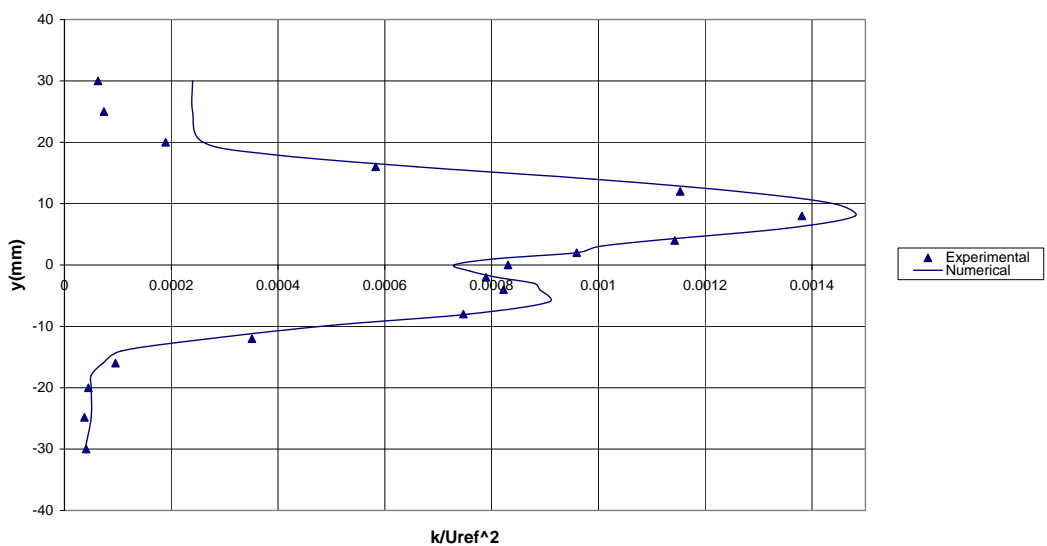
نمودار (۵-۷۳) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۷۴) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$



نمودار (۵-۷۵) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$



نمودار (۵-۷۶) نمودار تغییرات انرژی جنبشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

نتایج حاصل از بررسی نمودارهای انرژی جنبشی توربولانسی:

همانطور که قبلا نیز ذکر شد، پارامتر k به صورت زیر تعریف می گردد:

$$k = (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})/2$$

اگر دو شرط زیر برقرار باشند آن گاه پروفیل‌های k/u_{ref}^2 و $\overline{u'^2}/u_{ref}^2$ با هم یکی می گردند:

(i) پروفیل‌های $\overline{u'^2}$ و $\overline{w'^2}$ شبیه هم باشند.

(ii) در حالت کلی $\overline{u'^2}$ بیشتر از $\overline{v'^2}$ باشد.

از نمودارها می توان فهمید، در هر یک از حالات A، دو پیک متقارن وجود دارد.

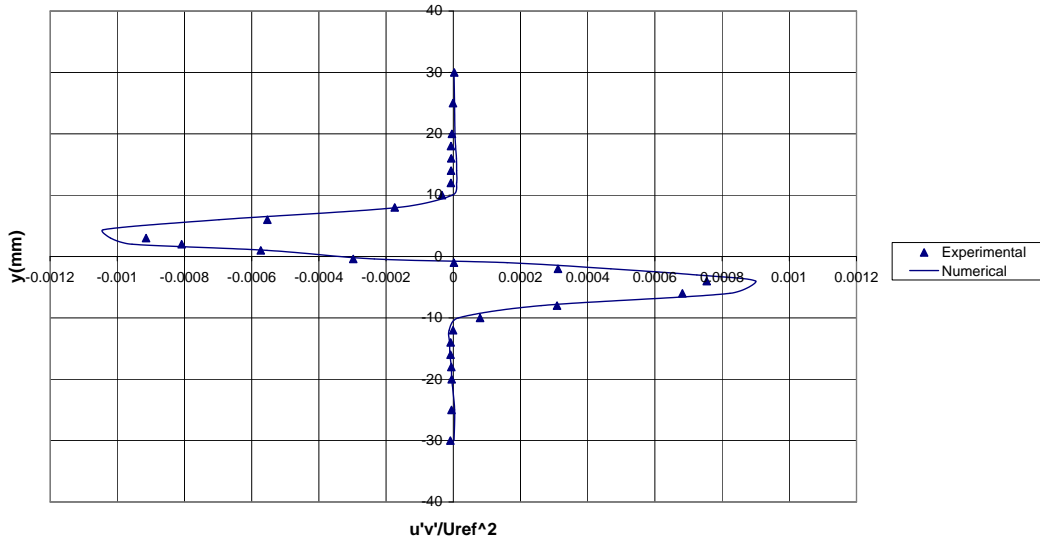
با بررسی حالت B می توان فهمید، تأثیرات انحنا بدین شکل است که مقادیر پیک ها را افزایش می دهد.

در جریان D، مقدار پیک بر روی سطح داخلی با تقویت شدن اثرات انحنا و گرادیان فشار افزایش می یابد. بر روی سطح بیرونی اثرات این دو همدیگر را خنثی می کنند.

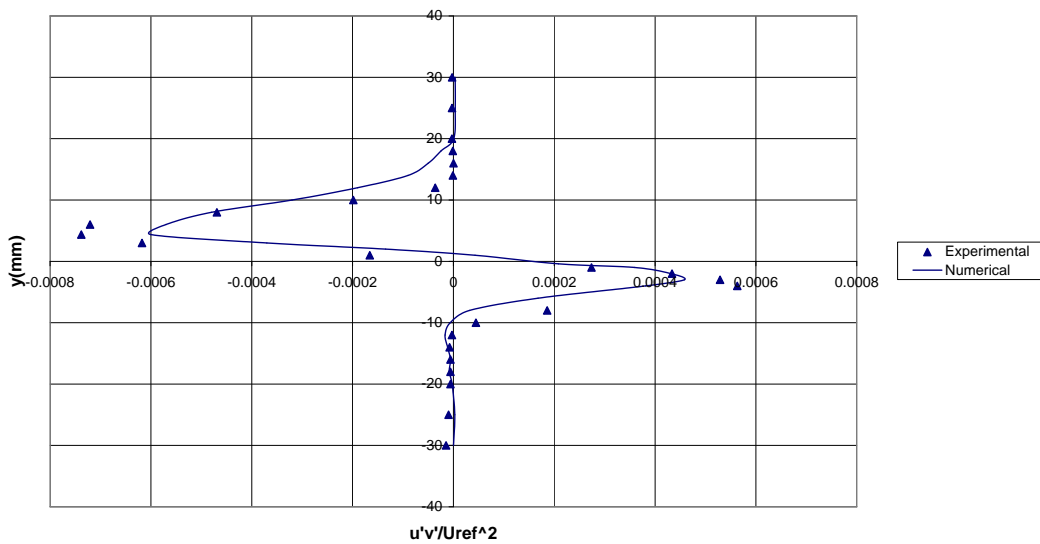
همان طور که مشاهده می شود، به طور کلی، یک ماکزیمم در انرژی جنبشی توربولانسی در نزدیکی دیواره وجود دارد. دورتر در پایین دست این مقدار ماکزیمم کاهش می یابد تا زمانی که از خط مرکز دنباله دور گردد.

همچنین گرادیان فشار معکوس سبب نامتقارن شدن پروفیل گردید. ضمناً مقدار انرژی جنبشی توربولانسی در این حالت بیشتر از حالت گرادیان فشار صفر می باشد.

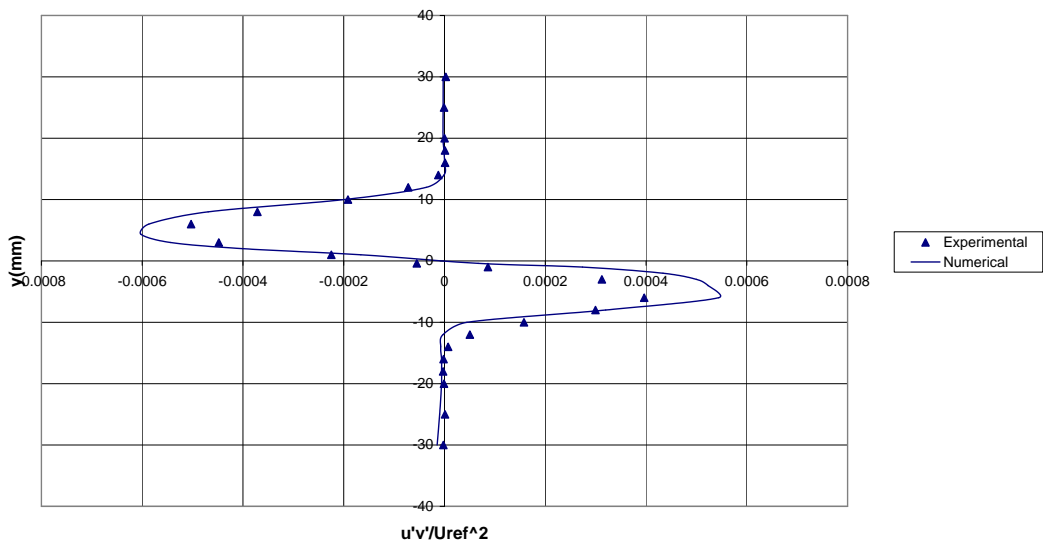
حال به تغییرات تنش برشی توربولانسی $\frac{\overline{u'v'}}{u_{ref}^2}$ اشاره خواهد شد و ابتدا چهار نمودار مربوط به حالت کانال مستقیم ارائه می گردد:



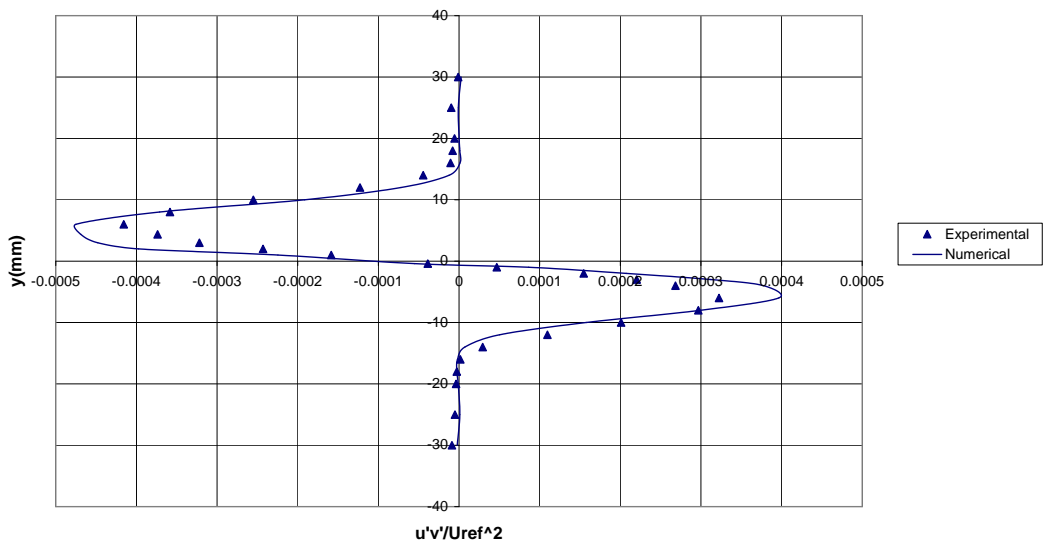
نمودار (۷۷-۵) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۷۸-۵) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

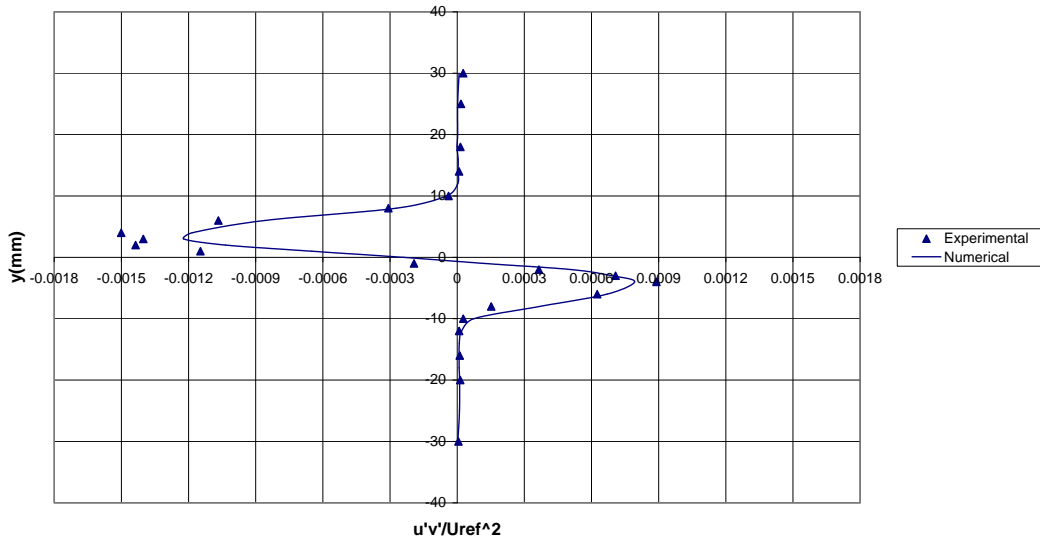


نمودار (۷۹-۵) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

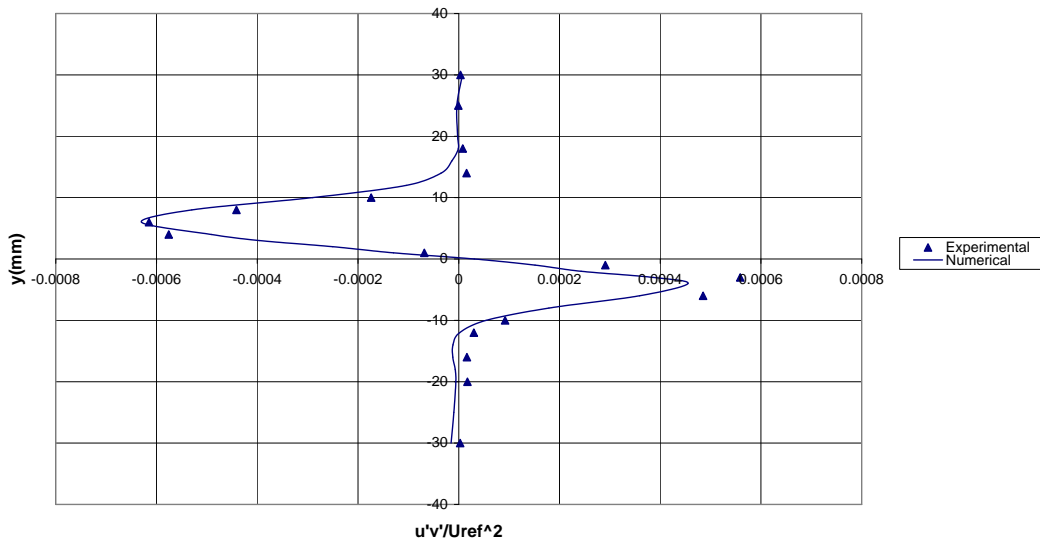


نمودار (۸۰-۵) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت کانال مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

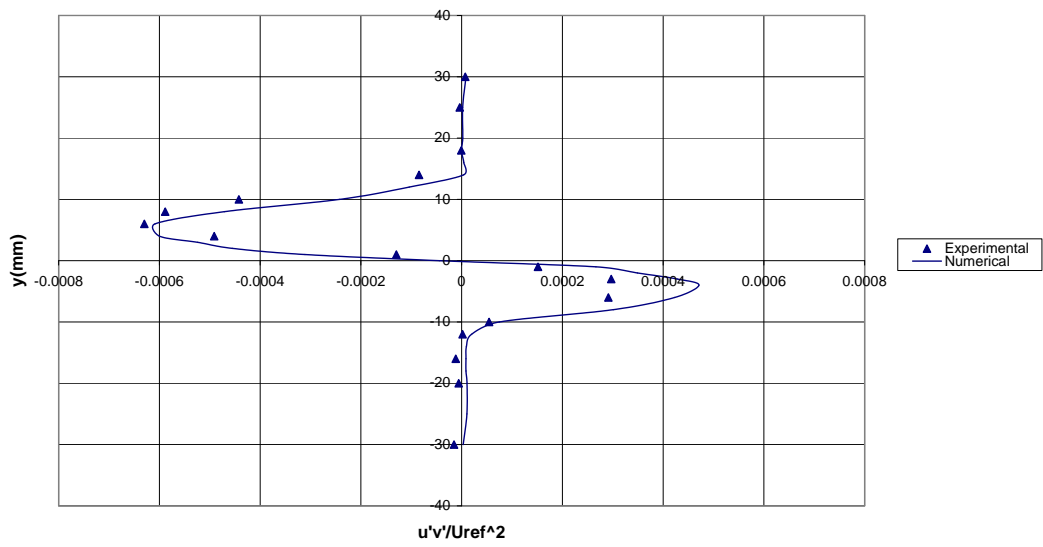
حال به چهار نمودار مربوط به حالت کانال منحنی شکل پرداخته می شود:



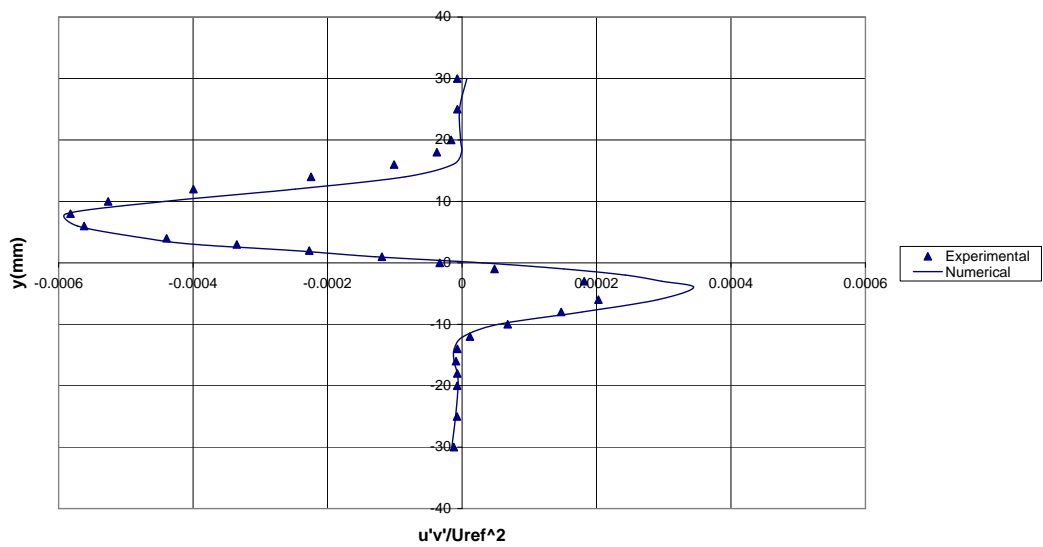
نمودار (۵-۸۱) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۸۲) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$

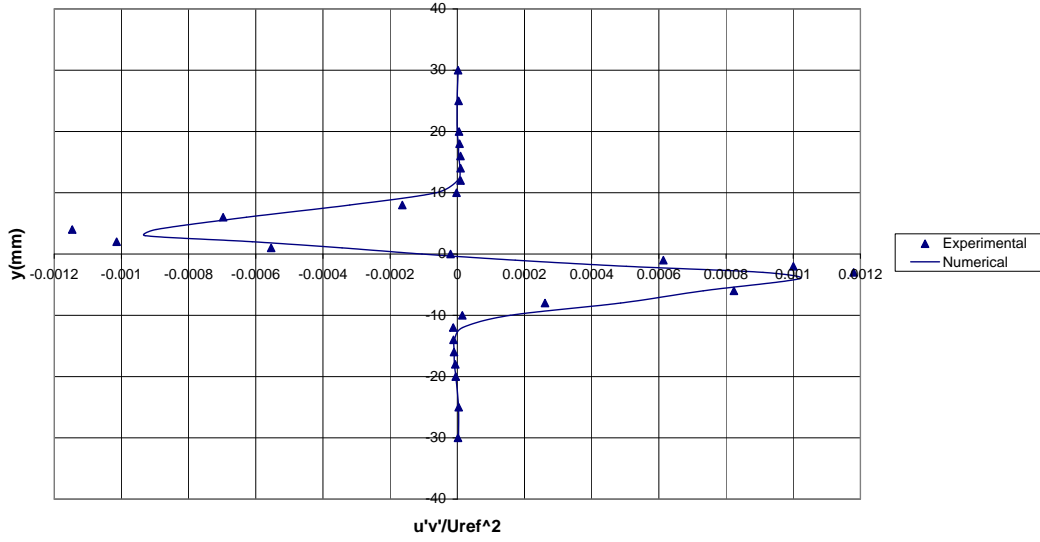


نمودار (۵-۸۳) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$

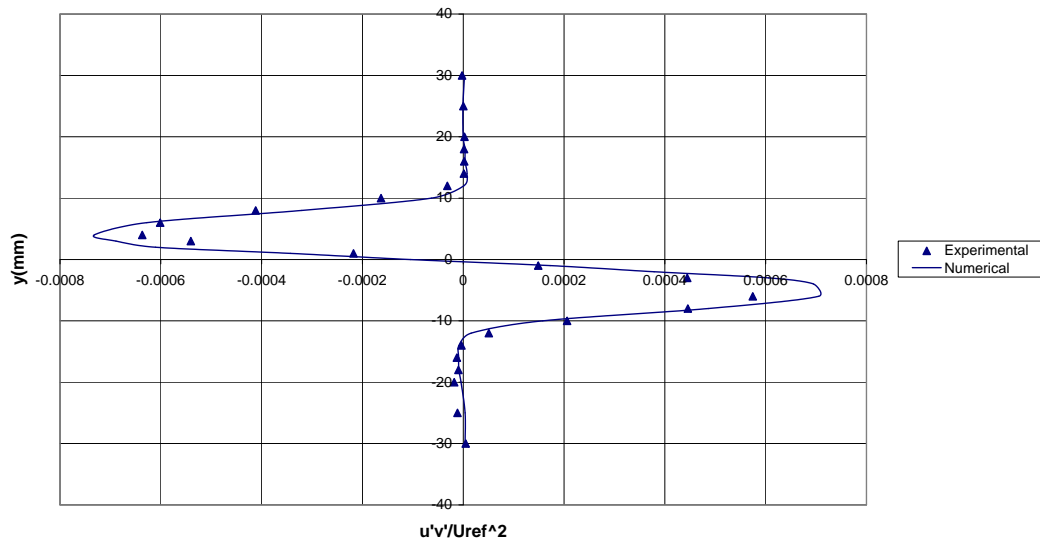


نمودار (۵-۸۴) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت کانال منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

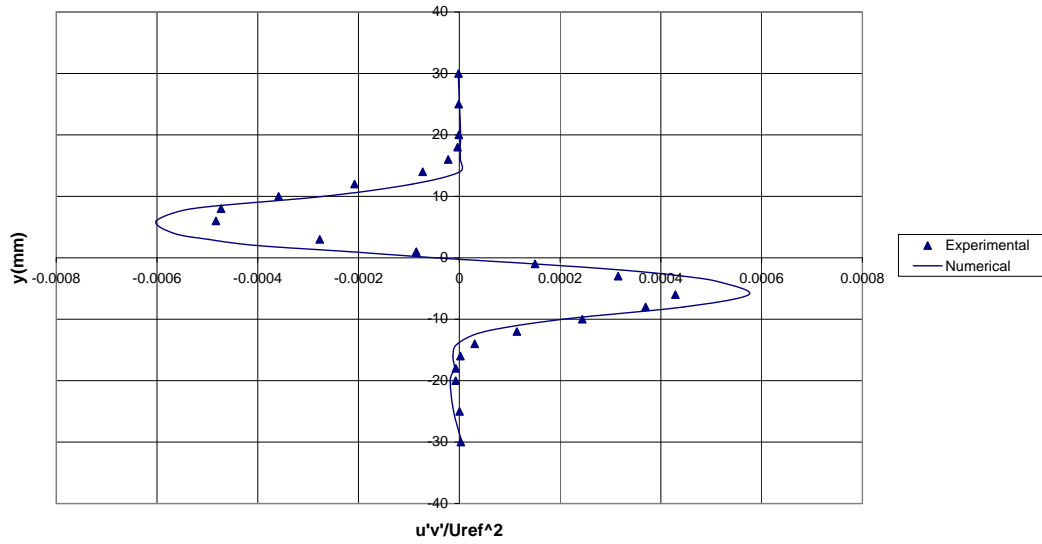
در ادامه به چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر مستقیم پرداخته می شود:



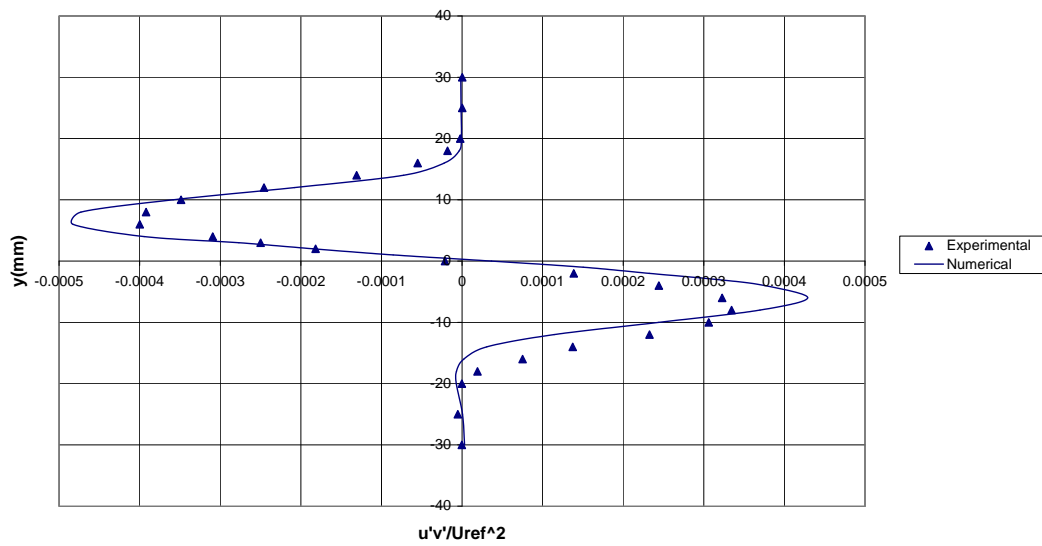
نمودار (۵-۸۵) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۸۶) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=2$

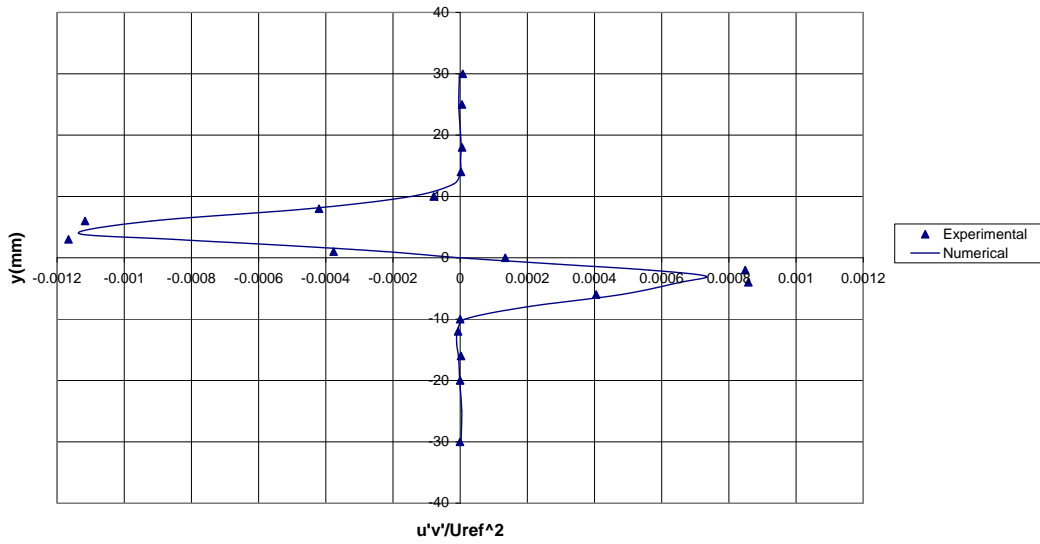


نمودار (۵-۸۷) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=3$

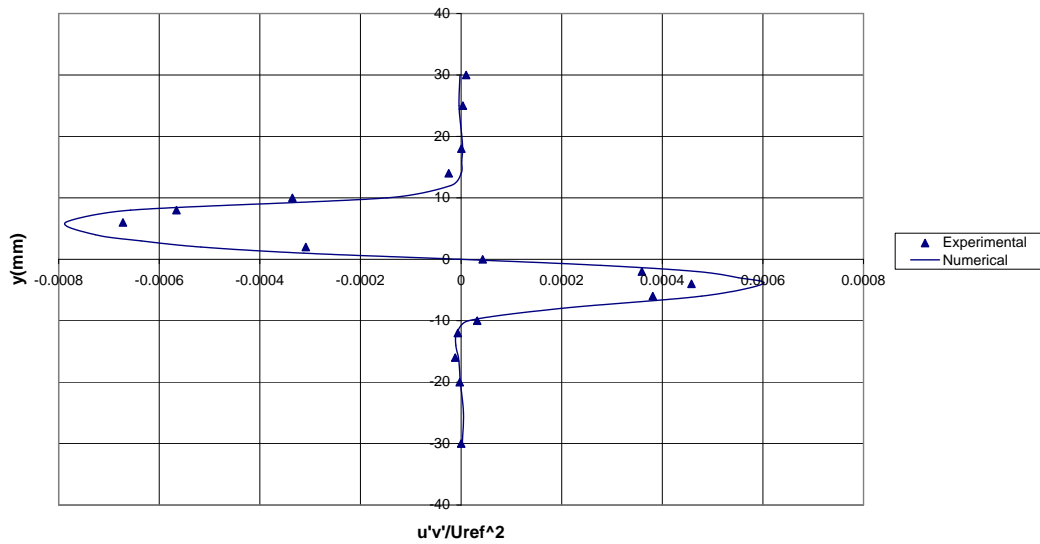


نمودار (۵-۸۸) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر مستقیم در ایستگاه $x/c=4$

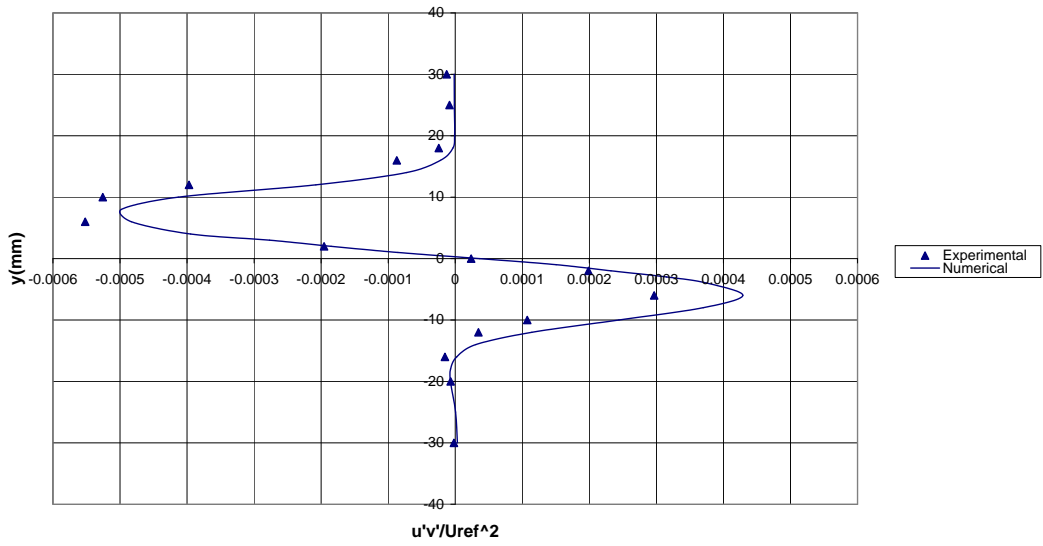
و در انتها چهار نمودار مربوط به حالت دیفیوزر منحنی شکل ارائه می شود:



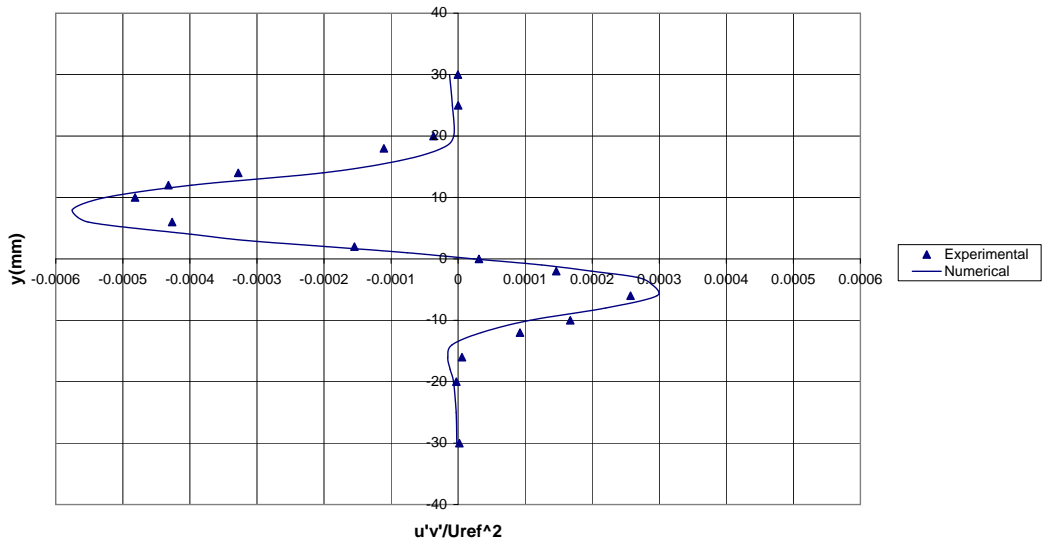
نمودار (۵-۸۹) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=1$



نمودار (۵-۹۰) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=2$



نمودار (۵-۹۱) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=3$



نمودار (۵-۹۲) نمودار تغییرات تنش برشی توربولانسی برای حالت دیفیوزر منحنی شکل در ایستگاه $x/c=4$

نتایج حاصل از بررسی نمودارهای تنش های برشی:

مشاهده می شود در جریانات A، دنباله یک رفتار معمولی از خود نشان می دهد. $\overline{u'v'}$ حول خط مرکز نامتقارن می باشد و مقدار پیک ها در جهات مثبت و منفی از لحاظ بزرگی یکی هستند.

با مقایسه جریان B,A مشاهده می شود که تأثیر انحنا به شکل افزایش $\overline{u'v'}$ روی سطح داخلی، و کاهش آن روی سطح بیرونی می باشد.

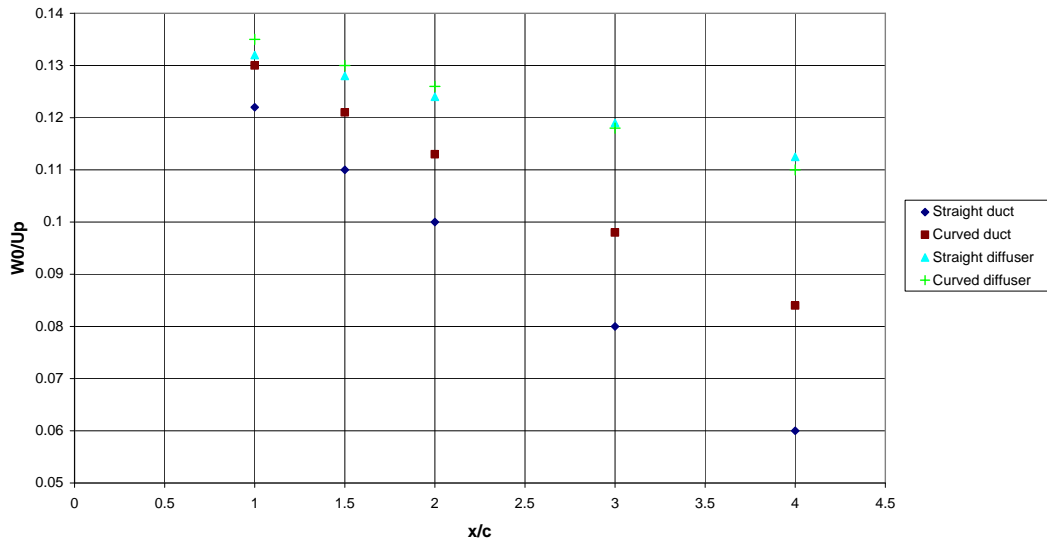
حضور گرادیان فشار در جریان C سبب افزایش مقادیر تنش ها بر روی هر دو سطح دنباله می گردد.

ترکیبی از اثرات انحنا و گرادیان فشار، سبب افزایش پیک روی سطح داخلی و کاهش آن روی سطح بیرونی می گردد. تنش برشی رینولدز در گرادیان فشار صفر و گرادیان فشار معکوس رفتاری مشابه با انرژی جنبشی توربولانسی دارد. با مقایسه مقادیر پیک ها در تنش های گوناگون مشاهده می شود که تغییر نسبی در مقادیر پیک ها، روی سطوح داخلی و خارجی، در پروفیل های تنش برشی بیشتر از پروفیل های تنش نرمال $\overline{u'^2}/u_{ref}^2$ و $\overline{v'^2}/u_{ref}^2$ می باشد. در حالت کلی پیک ها و فرورفتگی ها در $\overline{u'v'}$ ارتباط مستقیمی با مکان و گرادیان سرعت دارد. به معنای دیگر پیک ها در مکانی رخ می دهند که در آنجا گرادیان سرعت ماکزیمم شود و زمانی مقدار تنش برشی صفر می شود که در آن نقطه گرادیان سرعت مینیمم باشد، یعنی:

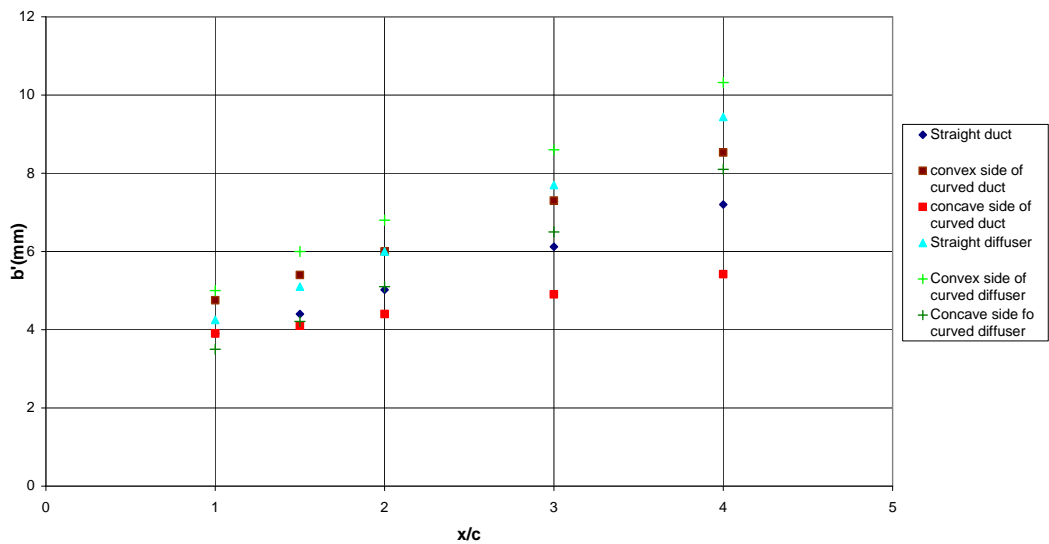
$$\frac{du}{dy} = 0$$

۵-۵ بررسی نمودارهای عددی با همدیگر:

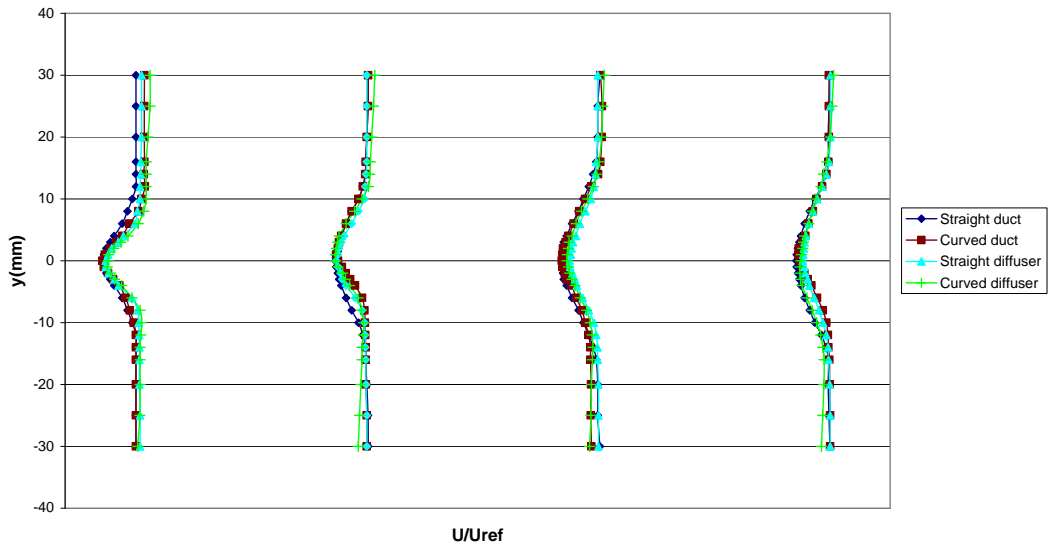
حال برای هر کدام از پارامترها، یک نمودار در چهار حالت تعریف شده و در $x/c=1,2,3,4$ برای مقایسه راحتتر به صورت ادغامی رسم می گردد. در واقع هر نمودار (به غیر از W_0, b') ترکیبی از ۱۶ نمودار ارائه شده قبلی می باشد.



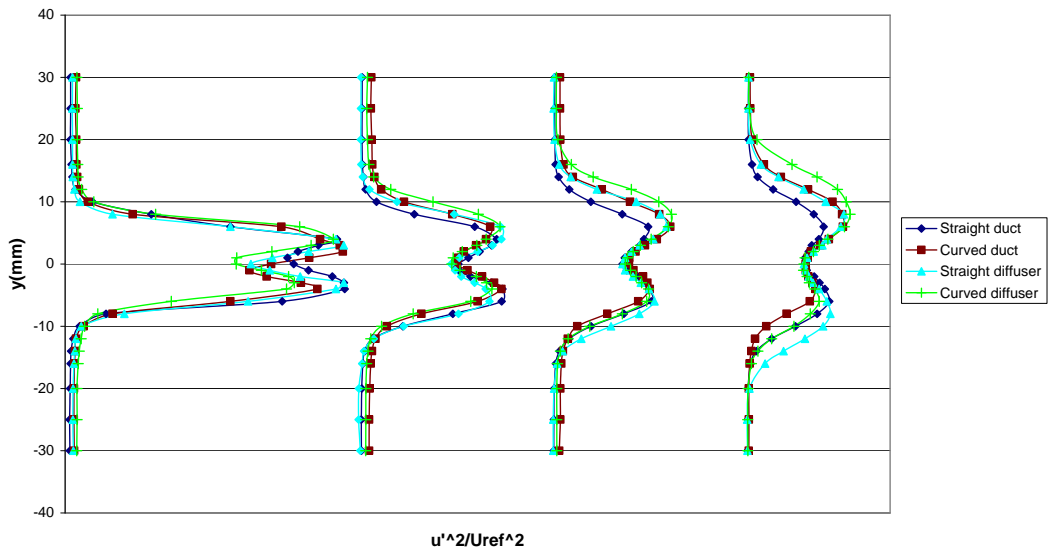
نمودار (۵-۹۳) نمودار مقادیر ماکزیمم سرعت کاهش یافته برای چهار حالت تعریف شده در چهار ایستگاه



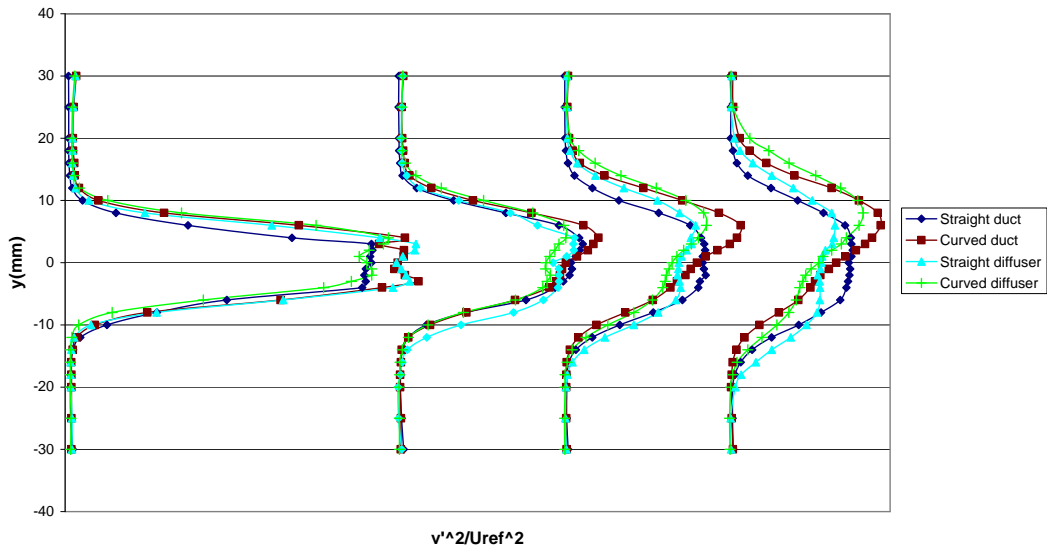
نمودار (۵-۹۴) نمودار مقادیر نیم عرض دنباله برای چهار حالت تعریف شده در چهار ایستگاه



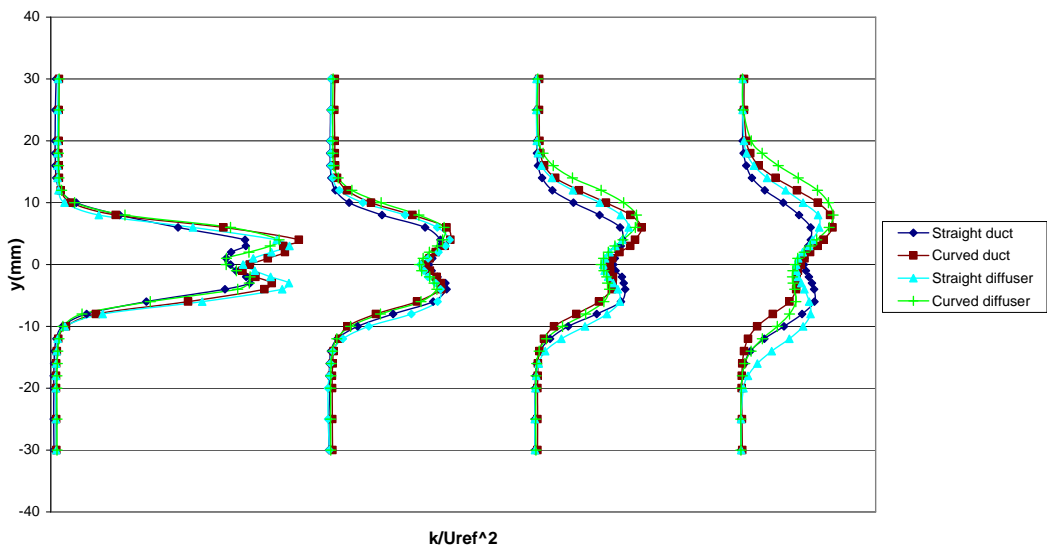
نمودار (۵-۹۵) مقایسه پروفیل های سرعت برای چهار حالت تعریف شده به ترتیب از چپ به راست در ایستگاه های $x/c=1$, 2, 3 و 4.



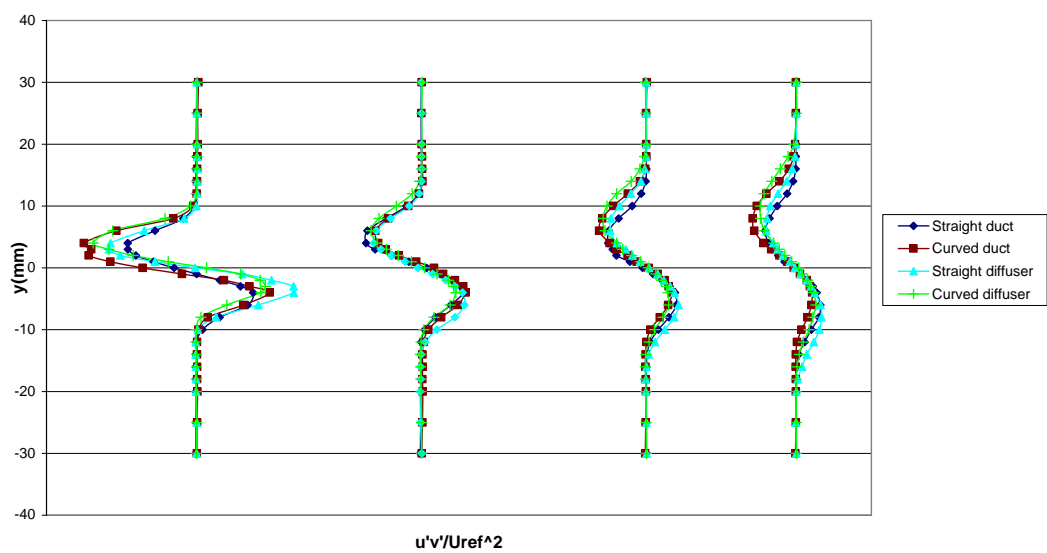
نمودار (۵-۹۶) مقایسه پروفیل های تنش های نرمال در جهت x برای چهار حالت تعریف شده به ترتیب از چپ به راست در ایستگاه های $x/c=1$, 2, 3 و 4.



نمودار (۵-۹۷) نمودار مقایسه پروفیل های تنش های نرمال در جهت y برای چهار حالت تعریف شده به ترتیب از چپ به راست در ایستگاه های $x/c=1$, 2, 3 و 4.



نمودار (۵-۹۸) نمودار مقایسه پروفیل های انرژی های جنبشی توربولانسی برای چهار حالت تعریف شده به ترتیب از چپ به راست در ایستگاه های $x/c=1$, 2, 3 و 4.



نمودار (۹۹-۵) نمودار مقایسه پروفیل های تنش های برشی توربولانسی برای چهار حالت تعریف شده به

ترتیب از چپ به راست در ایستگاه های $x/c=1$ ، 2، 3 و 4.

۵-۶ نتایج کلی:

۵-۶-۱ تأثیرات انحنا:

از مقایسه دو حالت دنباله، A, B، می توان دریافت تأثیر انحنا برروی مولفه های سرعت متوسط و توربولانس، عمدتاً به دو صورت زیر است:

(a) شیفت دادن خطر مرکز دنباله به سمت دیواره واگراشونده

(b) نامتقارن نمودن گسترش انرژی جنبشی توربولانسی

۵-۶-۲ تأثیرات گرادیان فشار معکوس:

از مقایسه دو حالت دنباله به همراه گرادیان فشار معکوس و گرادیان فشار صفر، A, C، می توان دریافت اثرات گرادیان فشار معکوس به صورت زیر می باشد:

(a) افزایش نرخ انتشار دنباله:

همان طور که مشاهده شد، انتشار دنباله در حالت گرادیان فشار معکوس بیشتر از دنباله در حالت گرادیان فشار صفر می باشد. زیرا در حالت گرادیان فشار معکوس، میزان تولید انرژی جنبشی توربولانسی افزایش می یابد.

همچنین نرخ پراکندگی در جهتی از دنباله منحنی شکل که دیواره واگراشونده را مشاهده می کند، به طور واضحی بیشتر از جهت مخالف می باشد. این امر به علت گرادیان فشار معکوس بیشتر در این جهت صفحه است که سبب تولید انرژی جنبشی توربولانسی بیشتری می گردد.

(b) افزایش مقادیر تنش های رینولدز در هر دو سمت دنباله

در حالت کلی ترکیب انحنا و گرادیان فشار معکوس سبب می گردد، نامتقارنی ها افزایش یابد. انحنا بر روی جریان و گرادیان سرعت متوسط، بسته به جهت انحنا تأثیرگذار است.

زمانی که سرعت متوسط با افزایش فاصله از مرکز انحنا زیاد می شود، جریان به پایداری بیشتری رسیده است و در نتیجه، کاهش انتشار دنباله و تولید انرژی جنبشی توربولانسی کمتری را در مقایسه با زمانی که سرعت با افزایش فاصله از مرکز انحنا کم می گردد، به همراه خواهد داشت.

منابع

و

مراجع

References

1. E.G. Tulapurkara, J. Lakshminarasimhan, Numerical scheme to predict the development of wake in a curved stream, Indian institute of technology, December 1990.
2. A.B. Khoshnevis, A study of wake boundary layer interaction subjected to curvature and adverse pressure gradient, PHD thesis, IIT madras, 2000.
3. N. Duquesne, AIAA computation of turbulent wake flows in variable pressure gradient, Royal institute of technology , stockholm-sweden, June 28 1999.
4. S.W. Yuan, Foundations of fluid mechanics, prentice hall Inc, Newjeresy, 1967.
5. B.R. Ramaprian, Turbulent wake development behind streamlined bodies, Iowa institute of hydraulic research, July 1981.
6. Hermann Schlichting, Klaus Gersten, Boundary layer theory, Physics and astronomy Inc, 1968.
7. Tuncer cebeci, Jean constein, Modelling and computation of boundary layer flows, Horizons publishing, 1999.

8. So, R.M.C and Mellor, G.L., (1973), Experiments on convex curvature in turbulent boundary layers, *Journal of fluid mechanics*, Vol. 60.
9. F.T.Smith, Free disturbances and spot formation on a surface roughness in a near wake and under pressure gradient, Department of mathematics, University college London, September 2000.
10. M.T. Schobeiri, K.Pappu, Experimental and theoretical investigation on the development of two dimensional wakes within curved channels, *Turbomachinery performance*, Texas university, 1994.
11. Hoffenberg, R., Sullivan, J.P., and Schenider, S.P., Wake Measurements in a strong Adverse Pressure Gradient, AIAA 95-1912, 13th AIAA Applied Aerodynamics Conference, san Diego CA, June 1995.
12. Lin, X., Thomas, F.O., and Nelson, R.C., An Experimental Investigation of Wake Development in Arbitrary Pressure Gradient, AIAA 99-0677, 37th Aerospace Meeting & Exhibit, Reno NV, January 1999.
13. Gatski, T.B., and Rumsey, C.L., "Linear and Non-linear Eddy Viscosity Models," *Closure Strategies for Turbulent and Transitional Flows*, (B. E. Launder and N. D. Sandham, eds.), Cambridge University Press, 1999.

14. Ramaprian, B.R. and Patel, V.C., "The symmetric Turbulent wake of a Flat Plate", AIAA Journal, Vol. 20, No. 9, 1978, pp. 80-89.'
15. Savill, The turbulence structure of a highly curved two-dimensional wake, IUTAM Symposium on Complex turbulent Flow, (R. Dumas and L. Fulachier, Eds.) Springer-Verlag, Berlin, 185-197, 1983.
16. Tulapurkara E.G., V. Ramjee and M.M. Krishna Rao (1997) Computation of curved wake using Reynolds stress model, Proceeding the Asian Congress of Fluid Mechanics, Dec 8-12, 1997, Channia (Madras), 525-528.
17. Tulapurkara E.G., V. Ramjee and G. Jacob, Prediction of airfoil wake subjected to the effect of curvature and pressure, Int. J. Num. Methods in Fluids, 1996.
18. Nakayama, A., (1987), Curvature and pressure gradient effects on a small-defect wake, J. Fluid Mech., 175, 215, 246.
19. weygandt, J.H. and R.D. Mehta, (1995), Three-dimensional structure of straight and curved plane wakes, J. Fluid Mech. 282, 279-311.
20. Hill, P.G., U.W. Schaub and Y. Senoo, (1963), Turbulent wakes in pressure gradient, Trans. ASME, J. Appl. Mech., 30,518-524.

21. P. Bradshaw, (1976), The turbulence structure of a highly curved mixing layer, *J. Fluid Mech.*, 73, 265-304.
22. John, J. and M.T. Schobeiri, (1996), Development of a two-dimensional turbulent wake in a curved channel with a positive streamwise pressure gradient, *ASME, J. of Fluids Eng.*, 118, 292-299.
23. Patankar, S.V. and Spalding, D.B., (1967), A finite difference procedure for solving the equation of two-dimensional boundary layer, *International journal of heat and mass transfer*, Vol.10.
24. Ramjee, V. and Neelakandan, D., (1990), Curvature effects on airfoil wake, *Journal of aeronautical society of India*, Vol.42 .
25. A.B. Khoshnevis, Experimental study of wake of an airfoil subjected to curvature and adverse pressure gradient, 11th Annual conference of mechanical engineering, Mashhad, May 2003.

مراجع فارسی

۲۶. شیمز، ایروینگ هرمن، ۱۹۲۳، مکانیک سیالات، ترجمه بهرام پوستی، تهران، نشر علوم دانشگاهی.

۲۷. صنیعی نژاد، مهدی، خرداد ۱۳۸۳، مقدمه ای بر مفاهیم جریان های آشفته و مدلسازی آنها، انتشارات دانشگاه شریف.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.