

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

کنترل فعال ارتعاشات عرضی وسایل نقلیه ریلی

استاد راهنما:

دکتر اردشیر گرمی محمدی

دانشجو:

نسیم آل علی

شهریور ۱۳۸۶

تقدیم به

پدر فداکار

و مادر مهربانم

تشکر و قدر دانی

اکنون که به لطف ایزد منان این پایان نامه به پایان رسیده است بر خود واجب می دانم که از زحمات بی دریغ و راهنماییهای سودمند استاد ارجمندم جناب آقای دکتر کرمی که همواره نظرات مفیدشان در طول مدت تحصیل راه گشای اینجانب بوده صمیمانه قدر دانی نمایم . همچنین بر خود لازم می دانم که از آقایان دکتر ملاطفی و دکتر یونسیان که مرا در این راه یاری نموده اند ، تشکر نمایم و از کلیه اساتید و پرسنل زحمتکش دانشگاه صنعتی شاهرود بخصوص دانشکده مهندسی مکانیک کمال تشکر و قدر دانی را دارم . در پایان از پدر ، مادر ، آقای محمد سرلک ، خانم نصرت سرلک و خانم صباح آل علی نهایت تشکر را دارم و کلیه نتایج را متعلق به آنان می دانم .

چکیده

ارتعاشات عرضی و هانتینگ پدیده شناخته شده ای در دینامیک وسایل نقلیه ریلی می باشد . در این پایان نامه مدلی از یک بوژی معمولی با پنج درجه آزادی شامل دو چرخ و محور هر یک با دو درجه آزادی و یک قاب با یک درجه در نظر گرفته شده است . همچنین فرض شده است که بوژی با سرعت ثابت روی یک خط مستقیم حرکت می کند ، و پروفیل چرخ نیز به صورت مخروطی در نظر گرفته شده است و از تئوری خطی کالکر برای محاسبه نیروهای تماسی استفاده شده است . از طرفی تمام ترمهای غیر خطی ناشی از تماس چرخ و ریل خطی سازی شده است . پس از بدست آوردن معادلات دینامیکی این مدل ، معادلات در فضای حالت ارائه شده و سرعت بحرانی آن مورد بررسی قرار گرفته شده است . پس از آن طرحی برای کنترل این ارتعاشات و بالا بردن سرعت بحرانی داده شده که شامل قرار دادن دو محرک به جای تعلیق طولی بوده است . این مدل نیز در فضای حالت بررسی شده و از روش کنترلی فیدبک حالت سرعت بحرانی مدل افزایش داده شده است . برای بدست آوردن ماتریس بهره از روشهای جایابی قطب و کلاسیک و تابع علامت و کنترل تطبیقی استفاده شده است که با هم مقایسه شده اند .

کلمات کلیدی : کنترل فعال ، وسیله نقلیه ریلی ، هانتینگ ، سرعت بحرانی ، ارتعاشات عرضی

فهرست مطالب

۱ ۱- مقدمه
۵ ۲- مروری بر مطالعات انجام شده
۵ ۱-۲- بررسیهای پایداری وسیله نقلیه ریلی قبل از ۱۹۵۷
۵ ۱-۱-۲- بودکر و ردتنبکر - ۱۸۵۵ تا ۱۸۸۷
۶ ۲-۱-۲- کارتر - ۱۹۱۶ تا ۱۹۲۸
۸ ۳-۱-۲- روکارد - ۱۹۳۵
۹ ۴-۱-۲- ماتسوداریا
۱۰ ۲-۲- بررسیهای پایداری وسیله نقلیه ریلی بعد از ۱۹۵۷
۱۰ ۱-۲-۲- بررسیهای سینماتیکی و هندسی
۱۲ ۲-۲-۲- بررسیهای پایداری خطی
۱۳ ۳-۲- مطالعات کنترلی
۱۳ ۱-۳-۲- یاکومو و اکاموتو ۲۰۰۱
۲۳ ۲-۳-۲- برونی و رستا ۲۰۰۱
۲۵ ۳-۳-۲- گودال و پیرسون ۲۰۰۴
۳۰ ۴-۳-۲- فتوحی و یوسفی ۲۰۰۶
۳۱ ۳- معادلات حرکت سیستم
۳۲ ۱-۳- مختصات و درجات آزادی
۳۳ ۲-۳- ماتریسهای انتقال
۳۴ ۳-۳- خزش چرخ و محور
۳۷ ۴-۳- فرضیات
۳۸ ۵-۳- نیروهای و ممانهای تماسی
۴۱ ۶-۳- نیروها و ممانهای عمودی
۴۳ ۷-۳- معادلات دینامیکی چرخ و محور

۴۵ ۸-۳- معادلات حرکت بوژی
۴۵ ۱-۸-۳ مدل ریاضی
۴۷ ۲-۸-۳ نیروها و ممانهای چرخ و محور
۴۷ ۳-۸-۳ ممانهای وارد بر قاب
۴۸ ۴-۸-۳ معادلات دینامیکی چرخ و محور
۴۹ ۵-۸-۳ معادله دینامیکی قاب
۴۹ ۶-۸-۳ شکل فضای حالت
۵۳ ۴- رفتار هانتینگ برای سیستم غیرفعال
۵۳ ۱-۴- سرعت بحرانی بوژی
۵۴ ۲-۴- سرعت بحرانی بوژی با تعلیق غیرفعال
۵۷ ۳-۴- شبیه سازی مثال عددی
۶۱ ۵- کنترل سیستم فعال
۶۱ ۱-۵- بوژی با تعلیق فعال
۶۵ ۲-۵- روش کنترل کلاسیک
۶۷ ۱-۲-۵- شبیه سازی مثال عددی
۷۰ ۳-۵- تجزیه ماتریس سیستم بر اساس پایداری (روش تابع علامت)
۷۰ ۱-۳-۵- پایداری سیستمهای خطی بزرگ
۷۴ ۲-۳-۵- شبیه سازی مثال عددی
۷۹ ۴-۵- روش جایابی قطب
۷۹ ۱-۴-۵- شبیه سازی مثال عددی
۸۳ ۵-۵- روش کنترل تطبیقی مدل مرجع ساختار متغیر
۸۸ ۱-۵-۵- شبیه سازی مثال عددی
۹۴ ۶- نتایج

۹۴ ۱-۶- نیروها و ممانهای تماسی بین چرخ و ریل
۹۹ ۲-۶- نیروهای کنترلی
۱۰۱ ۲-۶- نتیجه گیری
۱۰۳ فهرست منابع
۱۰۷ ضمیمه
۱۱۰ چکیده انگلیسی
۱۱۱ صفحه عنوان انگلیسی

فصل اول

مقدمه

مطالعه وسایل نقلیه ریلی کاری دشوار است . در خط مستقیم در سرعت‌های پایین قطار دچار نوسانات می شود . در سرعت‌های بالاتر ممکن است که به شدت نوسان کند که اصطلاحاً ممکن است دچار هانتینگ^۱ شود . علاوه بر آن در هنگام عبور از قوس چرخها ممکن است بر اثر افزایش نیروی جانبی بلند شوند و ریل نیز دچار چرخش شود . در ایستگاه نیز قطارهای باری نیز ممکن است از ناحیه کوپلینگ یا تامپونها بر اثر برخورد آسیب ببینند . همچنین این قطارها نیز در اثر زیادی ارتعاشات دچار خرابی شوند . از طرفی قطار در جهت عرضی و عمودی ممکن است دچار کمانش شود . همچنین زیادی نیروهای طولی کششی می تواند موجب جدایی قطار گردد .

تکنیک در آوردن مدل ریاضی قطار و ریل برای فهمیدن دینامیک برهم کنش بین خط و قطار به طور وسیع بکار می رود . برهم کنشهای دینامیکی با شرایط بهره برداری ، نوع زمین ، پروفیل چرخ و ریل و شرایط آب و هوایی تغییر می کند . ساختن یک مدل ریاضی که بتواند تمام جنبه های متفاوت برهم کنشهای دینامیکی قطار و خط را تحت پوشش قرار دهد ، امری غیر ممکن است . بنابراین رفتارهای دینامیکی پیچیده که از این برهم کنشها نشأت می گیرد ، می تواند با استفاده از مدل‌های متفاوت ریاضی مورد مطالعه قرار گیرد که هر کدام از این مدلها بر یک زمینه خاص متمرکز می شوند .

به طور کلی در ساختن مدل ریاضی برای مطالعه رفتار دینامیکی خودروها یا قطارها ، اجزای آنها را به شکل اجسام صلب فرض می کنیم . یک جسم صلب دارای شش درجه آزادی است ، که شامل سه درجه آزادی جابه جایی (طولی ، جانبی و عمودی) و سه درجه آزادی چرخشی (رول^۲ ، پیچ^۳ و

¹ Hunting

² Roll

³ Pitch

یاو^۱) می باشد. چون هر درجه آزادی دینامیکی در معادلات دیفرانسیل مرتبه دو کوپل شده ظاهر می شود، لذا برای نشان دادن سیستم به شکل ریاضی به $6 \times N$ معادله نیاز پیدا خواهیم کرد که در واقع N نماینگر تعداد اجسام صلب یا اجزا سیستم می باشد. حل این معادلات سخت نیست اما زمان بر می باشد.

دیده شده است که کوپل ضعیفی بین حرکت‌های جانبی و عمودی وسیله نقلیه وجود دارد، بنابراین برای یافتن پاسخ جانبی لازم نیست که درجه آزادی عمودی آن لحاظ شود و همین طور این مسأله برای مطالعه روی پاسخ عمودی نیز صدق می کند. برای مطالعه روی پاسخ عمودی ارتعاشات درجه آزادی پیچ و رول حتماً باید در مدل در نظر گرفته شوند. به همین ترتیب برای مطالعه پاسخ جانبی درجات آزادی رول و یاو باید لحاظ شوند. برای مدلی که قصد مطالعه دینامیک طولی را دارد باید علاوه بر درجه آزادی طولی باید درجات آزادی پیچ و رول در مدل موجود باشد. بنابراین بسته به اینکه چه هدفی از مطالعه داشته باشیم می توانیم از درجه آزادی مدل خود کم کنیم. این کار علاوه بر اینکه حجم محاسبات را کم می کند، سبب راحتی در توضیح و تفسیر نتایج نیز می شود. مطالعه رفتار دینامیکی وسایل نقلیه ریلی می تواند به دو بخش تقسیم شود: مطالعه پاسخ دینامیکی و مطالعه پایداری دینامیکی. مطالعه پاسخ به پیش بینی رفتار دینامیکی سیستم در اثر وارد آمدن نیروهای خارجی مربوط می شود. از طرف دیگر مطالعه پایداری دینامیکی در تحقیق کردن در مورد پایداری سیستم تحت شرایط بهره برداری متفاوت کمک می کند.

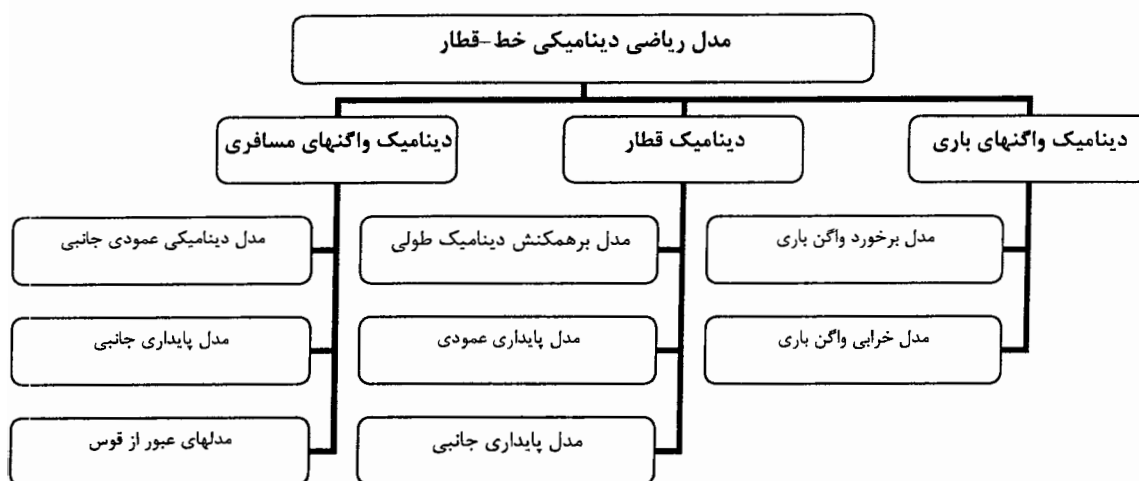
آنالیز مدل سیستم وسیله نقلیه ریلی هم شامل حل ارتعاشات اجباری است و هم شامل حل مسأله پایداری دینامیکی می باشد. در آنالیز ارتعاشات اجباری بسته به اینکه حل در حوزه زمان یا فرکانس انجام شود، پاسخهای فرکانس و پاسخهای زمانی خواهیم داشت.

همان طور که برای سیستم های استاتیکی پایداری و ناپایداری را بررسی می کنیم برای سیستمهای دینامیکی نیز این مسأله وجود دارد. ملاک پایداری سیستم استاتیکی این است که بعد از یک جابه جایی کوچک باید به شرایط اولیه خود باز گردد، همین ملاک نیز برای سیستمهای دینامیکی نیز داریم. سیستم ناپایدار ارتعاشاتی هر جابه جایی بسیار کوچکی را تقویت می کند. در چنین سیستم نوسانی، وقتی که در معرض یک اغتشاش کوچک قرار می گیرد دامنه ارتعاشی آن

^۱ Yaw

خود به خود افزایش می یابد . معمولاً حد ماکزیممی برای دامنه این ارتعاشات خود به خودی وجود دارد .

تعدادی از مدل‌های ریاضی توسط بخش تست و تحقیقات انجمن راه آهن آمریکا (AAR) تحت برنامه دینامیک خط-قطار (TTD) برای مطالعه رفتار دینامیکی قطار توسعه داده شده است . این مدلها می توانند به هشت گروه تقسیم شوند . شکل ۱-۱ این تقسیم بندی را نشان می دهد .



شکل ۱-۱ تقسیم بندی مدل‌های ریاضی وسایل نقلیه ریلی [۲۹]

هانتینگ یک ناپایداری رایج است که وسایل نقلیه ریلی از خود نشان می دهند . پدیده هانتینگ یک نوسان جانبی خود تحریک است که بر اثر حرکت رو به جلوی وسیله نقلیه ریلی و نیروهای برهم کنش بین چرخ و ریل بوجود می آید ، که در واقع ناشی از مخروطی بودن پروفیل چرخ و ریل و مشخصات خزشی-اصطکاکی هندسه تماس چرخ-ریل می باشد . عموماً دو سرعت بحرانی مربوط به پدیده هانتینگ وجود دارد . یکی در سرعت نسبتاً پایین دیده می شود ، و در وسایل نقلیه با میرایی سیستم تعلیق کم دیده می شود . این در ابتدا در اثر نوسان جانبی بزرگ (شامل یاو و رول) بدنه واگن بوجود می آید و شبیه به شرایط رزناسی است که می تواند بوسیله بکارگیری مقدار مناسبی میرایی بین بدنه واگن و قاب بوژی^۱ کنترل شود . در سرعت‌های بالاتر هانتینگ به عنوان یک نوسان جانبی شدید چرخ و محور^۲ و تجهیزات بوژی ظاهر می شود . این یک شرایط ذاتی

^۱ Bogie

^۲ Wheelset

وسایل نقلیه ریلی است که نمی توان آن را به طور کامل حذف کرد . تأثیر نیروهای فلنج چرخ در کنترل کردن نوسانات هانتینگ به شدت به بار محوری ، نیروهای برهم کنش چرخ و ریل و هندسه تماس بستگی دارد . هانتینگ یک پدیده ناخوشایند است چرا که موجب سایش پروفیل چرخ و ریل و ایجاد ناراحتی مسافر می شود .

فصل دوم

مروری بر مطالعات انجام شده

۱-۲- بررسی‌های پایداری وسیله نقلیه ریلی قبل از ۱۹۵۷

۱-۱-۲- بودکر^۱ و ردتنبکر^۲ - ۱۸۵۵ تا ۱۸۸۷

مفهوم پایداری به عنوان یک مسأله از دینامیک وسایل نقلیه ریلی اولین بار توسط ردتنبکر به کار برده شد [۱]. هر چند او روی پدیده رزنانس بیشتر از مسأله پایداری کار کرده بود.

اولین کسی که سعی در آنالیز حرکت هانتینگ یک وسیله نقلیه آزاد دو محوره کرد و اینکه پایدار یا ناپایدار باشد - بدون استفاده از مفهوم پایداری - بودکر بود [۲]. بودکر به طور آشکار کار کلینگل

را ادامه داد. برای حرکت هانتینگ وسیله نقلیه دو محوره همیشه حرکت‌های نسبی بین چرخ و ریل وجود دارد بنابراین نیروهای طولی باید در نظر گرفته شود. برای لحاظ کردن نیروهای مماسی بودکر از قانون کولومب استفاده کرد و تأثیرات اینرسی را حذف کرد و معادلات خود را فرموله کرد.

دنبال کردن نحوه فرموله کردن بودکر ساده نیست. نتایج بهرحال می‌تواند دنبال شود:

* حرکت هانتینگ وسیله نقلیه دو محوره یا یک بوژی، یک حرکت نوسانی با طول موج

$$L = 2\pi \sqrt{\frac{re}{\lambda} \left(1 + \frac{b^2}{e^2}\right)} \quad (1-2)$$

$2b$ = فاصله بین دو محور در بوژی

* بوژی با تعلیق صلب در جهت‌های طولی و افقی و با قاب^۳ صلب همیشه ناپایدار سیر می‌کند.

حرکتی که در آن بر اثر برخورد فلنج چرخ با ریل اتفاق می‌افتد در شکل ۱-۲ نشان داده شده است که از کتاب بودکر گرفته شده است. این حرکت با جزئیات تحلیل نشده اما به طور کیفی به عنوان پدیده شوک بررسی شده است.

¹ Boedecker

² Redtenbacher

³ Frame

که ما الان فرموله می کنیم . با استفاده از همان نوتیشنی که در ابتدا برای یک چرخ و محور در نظر گرفته شد برای بوژی دو محوره یا تعلیق اولیه صلب داریم :

$$m_{bogie} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{1}{v} 4f \frac{dy}{dt} - 4f\psi = Y' \quad (2-2)$$

$$\Theta_{bogie} \frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{1}{v} 4f(e^2 + b^2) + 4f \frac{\lambda e}{r} y = G' \quad (3-2)$$

که در آن داریم

$$m_{bogie} (\Theta_{bogie}) = \text{جرم کل (ممان اینرسی) همه بوژی و چرخ و محور}$$

$$Y' = \text{نیروهای عرضی وارده بر بوژی}$$

$$G' = \text{کوپل خارجی وارده شده}$$

به طور کیفی این دو معادله همانند معادلات یک چرخ و محور تنها بود . برای تحلیل خودش ، کارتر از متغیر x به عنوان یک متغیر مستقل جای t استفاده کرد

$$m_{bogie} \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{v} 4f \frac{dy}{dx} - 4f\psi = Y' \quad (4-2)$$

$$\Theta_{bogie} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{1}{v} 4f(e^2 + b^2) + 4f \frac{\lambda e}{r} y = G' \quad (5-2)$$

بدون نیروهای خارجی G' و Y' حل هر دو معادله مشخص است و جواب آن به صورت یک معادله مشخصه مرتبه چهار در می آید که در آن توان اول مقدار ویژه وجود ندارد که حرکت را ناپایدار می کند . معادله مشخصه بعداً برای حالتی که در آن سرعت وسیله نقلیه صفر در نظر گرفته شده به طور تقریبی حل شده مسلماً جواب آن فقط برای سرعتهای پایین صحیح بود . با این تقریب سازی قسمت حقیقی مقدار ویژه که افزایش دامنه را مشخص می کند بدست آمد .

مشابه این ساده سازی حل لکوموتیو دو محوره که قطار را می کشد ، انجام شد . قسمت عرضی میله کشش به گشتاور G' افزایش یافت که با زاویه یابو ψ متناسب است . یک چند جمله ای مشخص اندکی متفاوت بدست آمده که به طور تقریبی حل شد . مهمترین نتایج کارتر از این قرار بود :

* طول موج حرکت هانتینگ

$$L = 2\pi \sqrt{\frac{re}{\lambda} \left(1 + \frac{b^2}{e^2} \right)} \quad (6-2)$$

که این همان چیزی است که در کتاب بودکر وجود داشت

* بوژی دو محوره یا لکوموتیو با قاب صلب بدون کشش قطار همیشه ناپایدار است
* هنگامی که قطار در حال کشش باشد می تواند پایداری را بدست آورد . این حرکت را به سمت پایداری با منفی کردن ترم حقیقی مقدار ویژه و مستقل از سرعت و متناسب با کشش هدایت می کند .

* عامل دیگری که در پایداری حرکت می تواند وجود داشته باشد ، تعلیق ثانویه است .
روش بدست آوردن کارتر کاملاً صحیح بود . علاوه بر توانایی حل تقریبی معادله مرتبه چهار ، ساده سازی با به ترتیبی انجام شود که در آن سرعت وسیله نقلیه به همان صورت کشش به اندازه کافی کوچک باشد .

۲-۱-۳- روکارد^۱ - ۱۹۳۵

در سال ۱۹۳۵ فیزیکدان فرانسوی روکارد مقاله ای تحت عنوان « پایداری سیر لکوموتیو » چاپ کرد که شامل دو قسمت بوده قسمت دوم را به همراه جولین به چاپ رسانده بود . [۵و۴] روکارد و جولین به مقالات کارتر درباره پایداری و در مورد مکانیک تماسی ارجاع نداده بودند . [۶] می توان این طور گفت که کار کارتر برای آنان ناشناخته بود . در قسمت اول مقاله رفتار پایداری یک تک بوژی مورد نظر گرفته شده بود و پیشنهادهایی برای رفع این عیب نیز ارائه دادند . برخلاف کار کارتر که قاب بوژی و تعلیق اولیه در نظر گرفته شده بود در این کار کاملاً صلب فرض شد . روابط سینماتیکی نیز برابر فرمولهای کارتر بود . ضمناً ضریب خزش f متناسب با ناحیه تماس براساس مدولهای یانگ و هرتز فرض شد . همان طور که ضرایب ثابت مجهول مانند همین قضیه نیز در مقاله کارتر نیز استفاده شد . بالاخره فقط در مقاله کارتر بجای زمان متغیر x استفاده شده بود . بنابراین معادلات هر دو کار و نتایج آنها کاملاً یکسان بودند اما در نوشتن با هم اختلاف داشتند .

^۱ Record

۲-۱-۴- ماتسوداریا^۱

ماتسوداریا مقاله ای در سال ۱۹۵۷ به چاپ رساند که ارائه کاملی بر آنالیز پایداری خطی انجام داد. این مقاله تحلیل و تحقیق کاملی در رفتار هانتینگ وسیله نقلیه دو محوره انجام داد. اساس روش او بر مبنای روش کارتر [۷] و روکارد [۴] بود. ماتسوداریا همان طور که تعلیق طولی را در نظر گرفت تعلیق و سختی فنرهای جانبی و عرضی را در نظر گرفت که روکارد و کارتر آنها را صلب فرض می کردند. تفاوت دوم کار در این بود که پروفیل سایشی چرخ و ریل را با پروفیل‌های دایره ای تخمین زد. استفاده از پروفیل‌های دایره ای منجر به ایجاد پارامترهای به نام اکویولنت کنیسیتی^۲ شد.

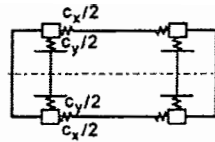
از دیدگاه تئوری باید توجه داشت که ماتسوداریا تفاوت عمده ای بین ارتعاشات اجباری خود تحریک قائل شد. به نظر می رسد که ماتسوداریا اولین کسی بود که بحث ارتعاشات خود تحریک را وارد دینامیک وسائل نقلیه ریلی کرد.

با حذف کردن حرکت رول بدنه واگن رفتار دینامیکی وسیله نقلیه دو محوره توسط معادلات حرکت از مرتبه ۶ توصیف می شود. سرعت بحرانی وسیله دو محوره با استفاده از معیار پایداری روث-هورویتز مشخص می شد. با استفاده از برخی ساده سازیها ماتسوداریا توانست سرعت بحرانی و فرکانس هانتینگ را فرمول بندی می کند.

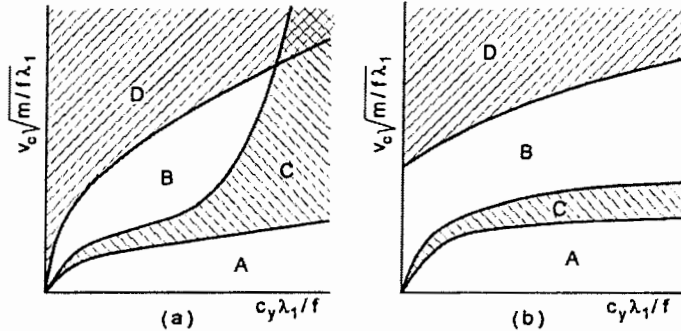
ماتسوداریا نتایجش را همانند کارتر و روکارد به شکل نقشه های پایداری نشان داده شده در شکل ۲-۲ ارائه داد. یکی از یافته های ماتسوداریا این است که نشان داد که دو حرکت هانتینگ اولیه و ثانویه وجود دارد. هانتینگ اولیه در سرعت پایین رخ می دهد و مربوط به حرکت‌های عرضی بالای بدنه واگن می باشد. حرکت هانتینگ ثانویه در سرعت‌های بالا و در اثر حرکت چرخ و محور رخ می دهد. بر اساس این دو حرکت هانتینگ دو ناحیه ناپایداری بالایی و پایینی داریم که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است.

¹ Matsudaira

² Equivalent Conicity



- A : lower stable region
- B : upper stable region
- C : unstable region (primary nosing)
- D : unstable region (secondary nosing)



شکل ۲-۲ نقشه پایداری وسیله نقلیه دو محوره با تعلیق اولیه (بر اساس $[\lambda]$) و c_x/c_y ثابت بوده (حالت a) c_x ثابت بوده (حالت b) $v_{crit} =$ سرعت بحرانی وسیله نقلیه $= c_x(c_y) =$ سختی تعلیق طولی (عرضی) $2m =$ جرم واگن $f =$ ضریب خزشی $2\pi\lambda_1 =$ طول موج هانتینگ چرخ و محور

۲-۲- بررسیهای پایداری وسیله نقلیه ریلی بعد از ۱۹۵۷

۲-۲-۱- بررسیهای سینماتیکی و هندسی

قبل از بکار بردن ORE اکثر تحلیلها با استفاده از پروفیلهای چرخ مخروطی شکل انجام شده بود. اگر چه واضح بود که این امر کافی نیست.

هیومن^۱ [۹] نیز فرمولی برای اکویولنت کنیسیستی λ_e پروفیل چرخهای سایشی با فرض اینکه پروفیلهای چرخ و ریل دایروی هستند، ارائه داد

$$\lambda_e = \frac{\delta_0}{1 - R_{wheel}/R_{rail}} \quad (۷-۲)$$

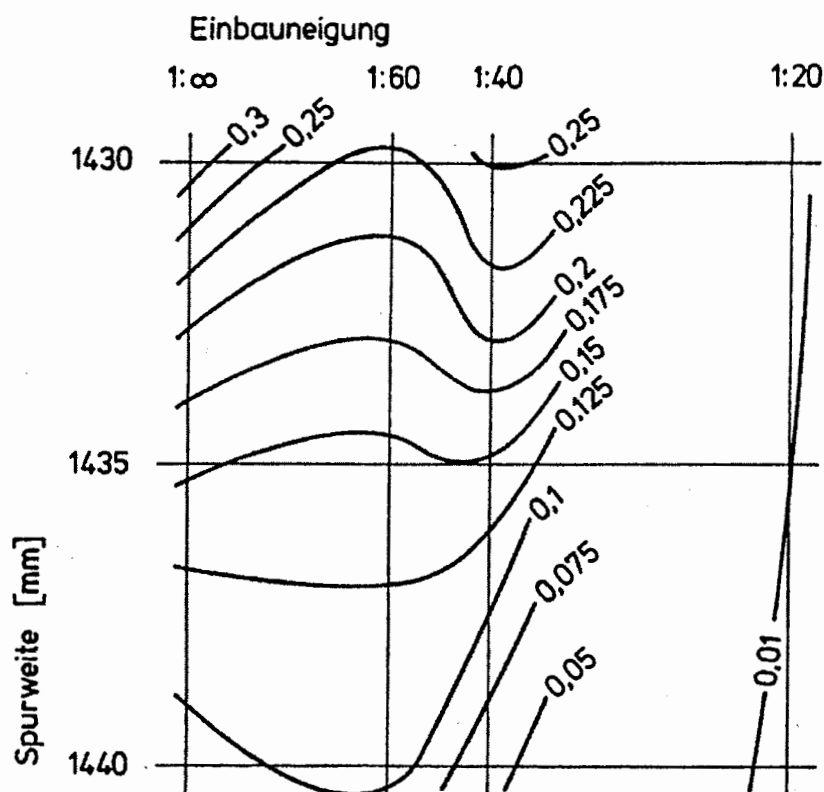
که در آن R_{rail} و R_{wheel} به ترتیب شعاع قوسهای پروفیل سایشی و پروفیل ریل می باشد و δ_0 زاویه تماس برای موقعیت مرکزی می باشد. مشابه این فرمول در کار ماتسوداریا در ORE به کار برده شد [۸]. آنالیز کردن غیر خطی سینماتیکی چرخ/ریل با جزئیات احتمالاً اولین بار توسط یاکوس^۲ [۱۰] و بعداً بوسیله کنوته^۳ [۱۱] انجام شد.

¹ Heumann

² Yokose

³ Knothe

خیلی زود به وضوح روشن شد که ترکیب پروفیل چرخ/ریل یکی از عاملهای مهم در پایداری وسیله نقلیه ریلی می باشد. در مقاله ای که توسط نفزگر چاپ شد، چگونگی اندازه گیری و ارزیابی پروفیلهای چرخ و ریل توضیح داده شده است. با در نظر گرفتن پروفیل UIC 60 برای ریل و پروفیل S1002 برای چرخ نشان داده شده است که اکویی ولنت کنیستی تنها به گيج و شیب خط بستگی ندارد بلکه دامنه حرکت هانتینگ چرخ و محور بستگی دارد. (شکل ۲-۳)



شکل ۲-۳ اکویی ولنت کنیستی بر حسب گيج و شیب برای جابه جایی عرضی با دامنه ± 2 mm

مشابه همین تحقیق توسط کوپرایدر^۱ و گوستلینگ^۲ [۱۲ و ۱۳] انجام شد. کوپرایدر و همکارش چندین پروفیل سایشی را اندازه گیری کردند و تابع هندسی مشخصه آن را تعیین کردند. (مشابه اختلافهای شعاعی غلتشی) که نام آن را توابع توصیفی نهادند.

نفزگر مانند کوپرایدر در مورد مسأله صفحه تماسی بحث کردند که در آن نقطه تماسی و توابع توصیفی فقط به جابه جایی عرضی بستگی دارند. برنامه های هندسی در حال حاضر توانایی این را دارند که مسأله تماس سه بعدی نیز در نظر گیرند که در آن موقعیت تماس نه تنها تحت اثر جا به

¹ Cooperrider

² Gostling

جایی عرضی است بلکه تحت اثر زاویه یابو نیز است . در سال ۱۹۷۰ تماس یک چرخ و محور صلب بر روی ریل صلب و غیر شکل پذیر در نظر گرفته شد . اما در حال حاضر بعضی از برنامه ها (مانند MEDYNA) قادرند که تماس یک چرخ با توجه به یک ریل را تحلیل کنند . برخی از اصلاحات عددی باید در آینده انجام گیرد ، اما به نظر می رسد که عمده کار انجام شده است .

۲-۲-۲- بررسیهای پایداری خطی

در این زمینه ویکنز^۱ نوشته است : با زمینه عملی که در زمینه هوانوردی داشت او به سرعت آگاه شد که مسائل پایداری مانند هانتینگ چرخ و محور و ارتعاشات بال هواپیما را می توان بوسیله معادلات دیفرانسیل کاملاً مشابه عمومیت بخشید و در مورد آنان مشابه هم بحث کرد . اگر چه کتاب روکارد در مورد پایداری به انگلیسی چاپ شده بود اما ویکنز در اولین مقاله اش [۱۵و۱۴و۱۶] فقط کارهای ماتسوداریا و کولف و احتمالاً کارتر و روکارد در مورد پایداری لکوموتیو که برای او آشنا نبودند را، نوشته بود . ویکنز معادلات حرکت را بهبود بخشید و اثراتی چند از قبیل سختی گرانشی را در نظر گرفت که در میرایی و پروفیل سایش شده اهمیت بسزایی دارند . مفاهیم اصلی مکانیک و همین طور تکنیک های مکانیکی برای حل مسائل پایداری به وضوح ارائه شدند . بالاخره تأثیر پارامترهای مختلف به دقت بررسی شد تا اساس طراحی بوژی بهتری در دسترس قرار گرفت . هانتینگ اولیه و ثانویه ماتسوداریا هم اکنون هانتینگ بدنه واگن و چرخ و محور خوانده می شوند .

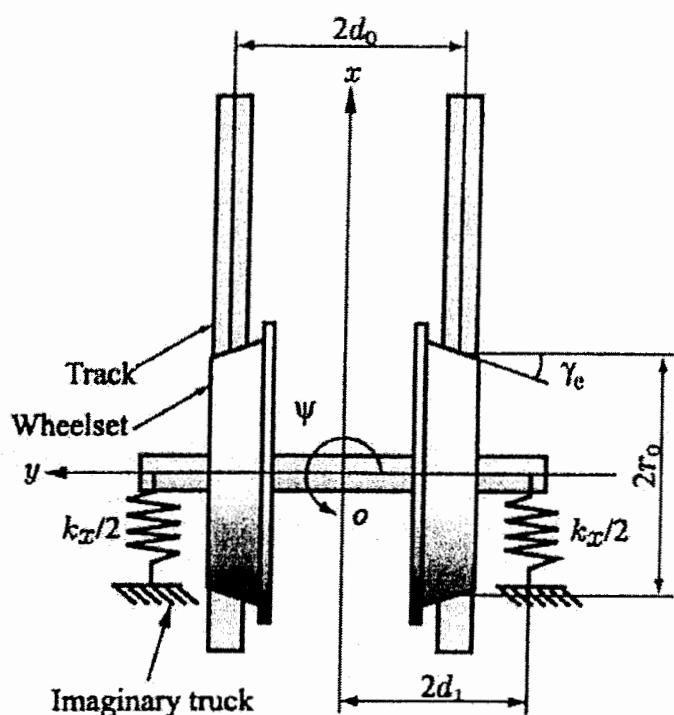
از آن زمان به بعد تعدادی مقاله با مفاهیم متفاوت مسأله پایداری چاپ شد . که می توان از مقاله کیزر یاد کرد که در آن سعی در حل تحلیلی معادله مشخصه با فرضیات مناسب کرده است . در حال حاضر آنالیز پایداری خطی در صنعت برای طراحی جدید وسائل نقلیه ریلی بکار می رود . آنچه هنوز روی آن کار می شود ، آن است که کجا و چه نوع از پایداری در رنج فرکانسی بالا و متوسط رخ می دهد . بررسیهای جانسون^۲ [۱۷و۱۸] و مولر^۳ [۱۹و۲۰] نشان داده است که ناپایداری های فرکانسی بالا همان نوع ، مانند هانتینگ چرخ و محور دلیل ممکن برای شروع چین خوردگی باشد .

¹ Wickens
² Johnson
³ Müller

۳-۲- مطالعات کنترلی

۱-۳-۲- یاکومو^۱ و اکاموتو^۲ ۲۰۰۱

یاکومو و اکاموتو ۲۰۰۱ [۲۲] یک چرخ و محور تعلیق شده در نظر گرفتند که با سرعت ثابت رو به جلو v در مسیر مستقیم حرکت می کند و همان طور که در شکل ۸-۲ دیده می شود مدل ریاضی دارای دو درجه آزادی می باشد یکی در راستای جانبی y ، و دیگری در راستای یاو ψ می باشد که در آن r_0 ، k_x ، γ_e و d_0 به ترتیب شعاع غلتش مرکزی چرخ، سختی طولی، زاویه آج و نصف گیج خط می باشد.



شکل ۸-۲ مدل چرخ و محور [۲۲]

با استفاده از نصف گیج خط، d_0 به عنوان طول و معکوس عدد فرکانس طبیعی، ω_ψ ، به عنوان زمان، معادلات بی بعد شده بدست آمده از حرکت جانبی بی بعد y^* ، حرکت یاو ψ مطابق زیر نوشته شده

$$\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = 0 \quad (۸-۲)$$

¹ Yabuno

² Okamoto

$$x = \begin{bmatrix} y^* \\ \psi \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} d_{11}/v^* & 0 \\ 0 & d_{22}/v^* \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}$$

المانهای ماتریسهای فوق به شکل زیر نوشته شده اند :

$$d_{11} = 2\kappa_y / (md_0\omega_\psi^2), d_{22} = 2\kappa_x d_0 / (I\omega_\psi^2),$$

$$k_{11} = (1 - l_0/l)(\omega_y/\omega_\psi)^2, k_{22} = 1$$

$$k_{12} = -2\kappa_y / (md_0\omega_\psi^2), k_{21} = 2d_0^2\kappa_x\gamma_e / (I r_0\omega_\psi^2)$$

که در آن m ، I ، l ، l_0 و v^* به ترتیب جرم چرخ و محور، ممان اینرسی، طول فنر در حالت تعادل، طول طبیعی فنر و سرعت بی بعد رو به جلو چرخ و محور می باشند. نشان ستاره بیانگر عدد بی بعد شده آن است. κ_x و κ_y ضرایب خزشی در راستاهای x و y هستند. ω_ψ فرکانس طبیعی چرخ و محور است وقتی که حرکت آن در جهت y ثابت شود و ω_y فرکانس طبیعی چرخ و محور است وقتی که حرکت آن در جهت y آزاد شده باشد. با فرض اینکه چرخ و محور در جهت y تعلیق شده باشد یعنی فنرها در شکل ۲-۸ در جهت محور y گذاشته شده باشند. مقادیر پارامترهای عددی که مطابق آن در مطالعات تجربی نیز استفاده شده عبارتند از: $m = 2.13\text{kg}$ ، $\lambda_e = 1/40$ ، $l_0 = 0.035\text{m}$ ، $l = 0.056\text{m}$ ، $r_0 = 0.036\text{m}$ ، $2d_1 = 0.15\text{m}$ ، $2d_0 = 0.098\text{m}$ ، $\kappa_y = 0.8\kappa_x$ ، $\kappa_x = 180\text{N}$ ، $\omega_\psi = 35.0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ، $\omega_y = 19.0 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ، $k_{21} = 0.141$ ، $k_{12} = -2.40$ ، $k_{11} = 0.0758$ ، $d_{22} = 4.15$ ، $d_{11} = 2.40$ (۲-۸) عبارتند از: $k_{22} = 1.00$.

ماتریس دمپینگ D در معادله (۲-۸) متقارن است اما ماتریس سختی بخاطر نیروی تماسی (نیروی خزشی) نامتقارن است. از آنجایی که ماتریس نامتقارن را می توان بصورت جمع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پادمتقارن نوشت، لذا داریم:

$$K = K_s + K_u \quad (۲-۹)$$

$$K_s = \frac{1}{2}(K + K^T), K_u = \frac{1}{2}(K - K^T) \quad (۲-۱۰)$$

که در آن K_u ماتریس پادمتقارن است می تواند بخاطر ناپایداری ارتعاشی موجب هانتینگ شود. که K_s و K_u بطور دقیق به شکل زیر تعریف شوند:

$$K_s = \begin{bmatrix} k_{s11} & k_{s12} \\ k_{s12} & k_{s22} \end{bmatrix}, \quad K_u = \begin{bmatrix} 0 & k_{u12} \\ -k_{u12} & 0 \end{bmatrix} \quad (11-2)$$

$$k_{s11} = (1 - l_0/l) (\omega_y / \omega_\psi)^2, k_{s22} = 1$$

$$k_{s12} = d_0^2 \kappa_x \gamma_e / (I r_0 \omega_\psi^2) - \kappa_y / (m d_0 \omega_\psi^2)$$

$$k_{s12} = -d_0^2 \kappa_x \gamma_e / (I r_0 \omega_\psi^2) - \kappa_y / (m d_0 \omega_\psi^2)$$

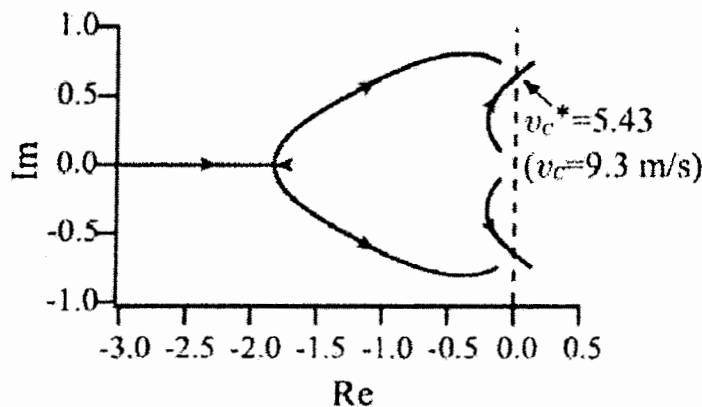
المانهای بی بعد ماتریسهای D ، K_u و K_s مطابق با دستگاههای آزمایشی دارای مقادیر زیر می باشد: $k_{s22} = 1.00$ ، $k_{s12} = -1.13$ ، $k_{s11} = 0.0758$ ، $d_{22} = 4.15$ ، $d_{11} = 2.40$ ، $k_{u12} = -1.27$.

معادله مشخصه (۸-۲) عبارتست از

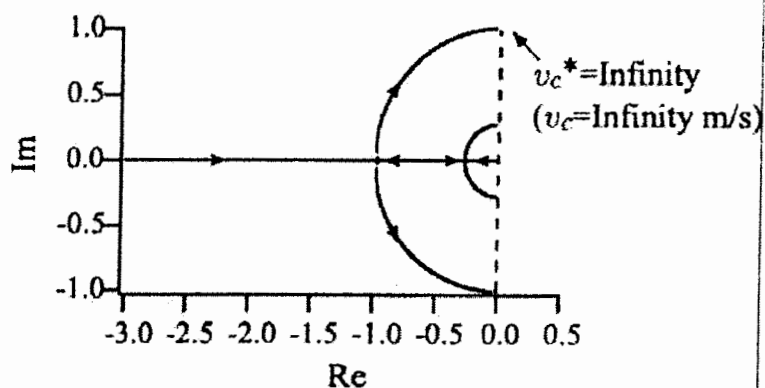
$$(12-2)$$

$$\lambda^4 + \frac{d_{22} + d_{11}}{v^*} \lambda^3 + \left(k_{s22} + k_{s11} + \frac{d_{22} d_{11}}{v^{*2}} \right) \lambda^2 + \frac{d_{11} k_{s22} + d_{22} k_{s11}}{v^*} \lambda + k_{s22} k_{s11} + k_{u12}^2 - k_{s12}^2 = 0$$

ریشه های معادله (۱۲-۲) در طول فلش با افزایش سرعت v^* در شکل ۹-۲ تغییر می کند، سرعتی که در آن روت لوکاس سرعت حرکت هانتینگ رخ می دهد. در سرعت بحرانی ریشه های مشخصه یک جفت از مقادیر موهومی خالص مزدوج و یک جفت مختلط مزدوج با قسمت حقیقی منفی می باشند. بنابراین، چرخ و محور از طریق بایفورکیشن هوف در سرعت بحرانی ناپایدار می شود [۲۳]. هدف از این فصل ارائه روشی برای کنترل پایداری در حرکت هانتینگ می باشد که در آن از روش دینامیک بایفورکیشن-آزاد استفاده شده است.



شکل ۹-۲ روت لوکاس بدون کنترل [۲۲]



شکل ۲-۱۰ روت لوکاس با کنترل [۲۲]

یاکومو و اکاموتو این طور فرض کردند که حرکت هانتینگ بوسیله اجزاء نامتقارن در ماتریس سختی بوجود می آید. بنابراین علاوه بر کاهش تأثیر نامتقارن بودن، آنها نیروی کنترل بی بعد f^* را در جهت جانبی اعمال کردند، که با حرکت در راستای یاب متناسب باشد.

$$f^* = -h^* \psi \quad (۱۳-۲)$$

سپس ماتریس پادمتقارن K_u به K'_u تبدیل می شود

$$K'_u = \begin{bmatrix} 0 & k_{u12} + h^* \\ -k_{u12} & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۴-۲)$$

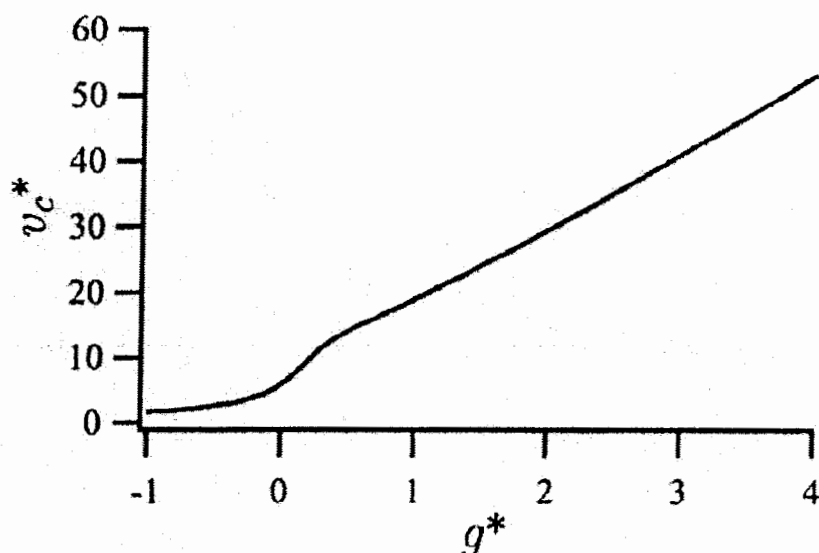
هنگامی که بهره فیدبک $h^* = -2k_{u12}$ را قرار دادند ماتریس K'_u و ماتریس سختی $K = K_s + K_u$ بطور کامل متقارن شدند. سپس روت لوکاس مطابق شکل ۲-۱۰ رسم می شود. این شکل بطور کیفی با شکل قبلی که بدون کنترل بود تفاوت دارد. روت لوکاس فقط در سمت چپ صفحه، در هر سرعت محدودی وجود دارد و همه چهار مقدار ویژه بطور خالص در سرعت نامحدود موهومی هستند. بنابراین در هر سرعت محدودی حرکت هانتینگ وجود ندارد. تحت کنترل فیدبک معادله مشخصه، معادله (۲-۱۳)، به شکل زیر تغییر می یابد.

$$(۱۵-۲)$$

$$\lambda^4 + \frac{d_{22} + d_{11}}{v^*} \lambda^3 + \left(k_{s22} + k_{s11} + \frac{d_{22}d_{11}}{v^{*2}} \right) \lambda^2 + \frac{d_{11}k_{s22} + d_{22}k_{s11}}{v^*} \lambda + k_{s22}k_{s11} + k_{u12}^2 - k_{s12}^2 + h^*(k_{u12} - k_{s12}) = 0$$

سرعت بحرانی بر حرکت هانتینگ نامحدود می شود ، مگر اینکه ماتریس سختی را نتوان به شکل کاملاً متقارن درآورد .

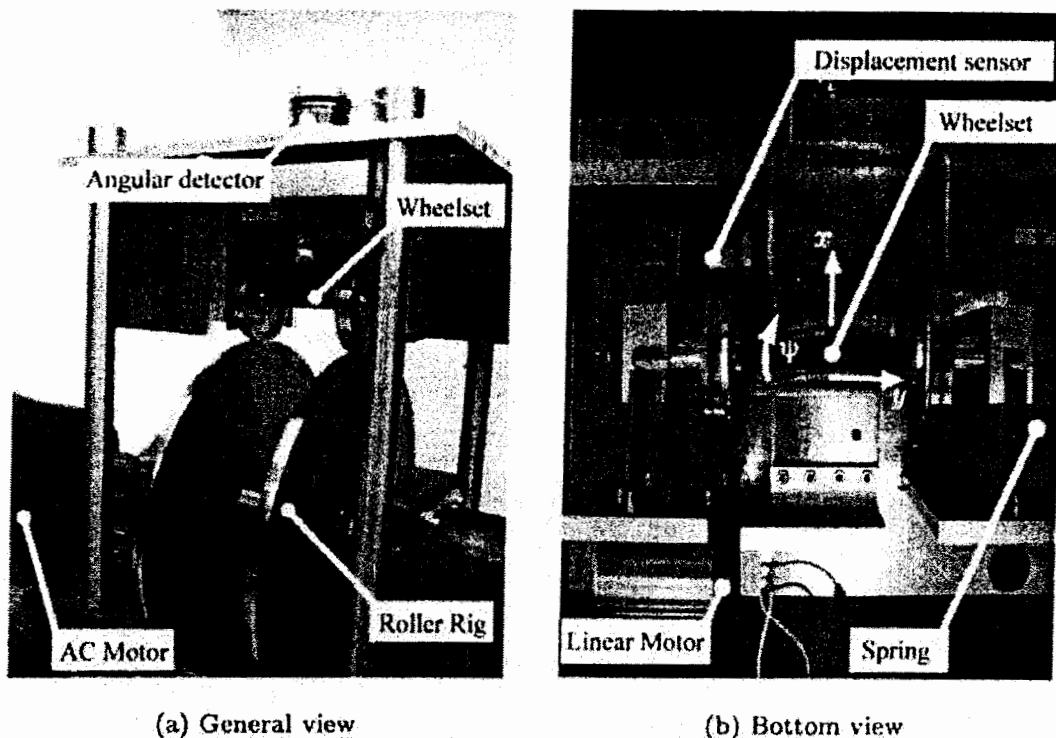
ضمناً ساختن سرعت بحرانی بیشتر از حالت بدون کنترل نیز ممکن است اگر نیروی جانبی متناسب با سرعت جانبی در جهت جانبی اعمال شود . (بهره فیدبک g^* است) با این حال همان طور که در شکل ۲-۱۲ نشان داده شده ، در این روش کنترل ، سرعت بحرانی نمی تواند تحت هر بهره فیدبکی نامحدود شود ، چرا که روت لوکاس آن نسبتاً شبیه حالت بدون کنترل شکل ۲-۹ می باشد .



شکل ۲-۱۲ رابطه بین بهره فیدبک و سرعت بحرانی در حالتی که سرعت جانبی فیدبک شده باشد (تئوری) [۲۲]

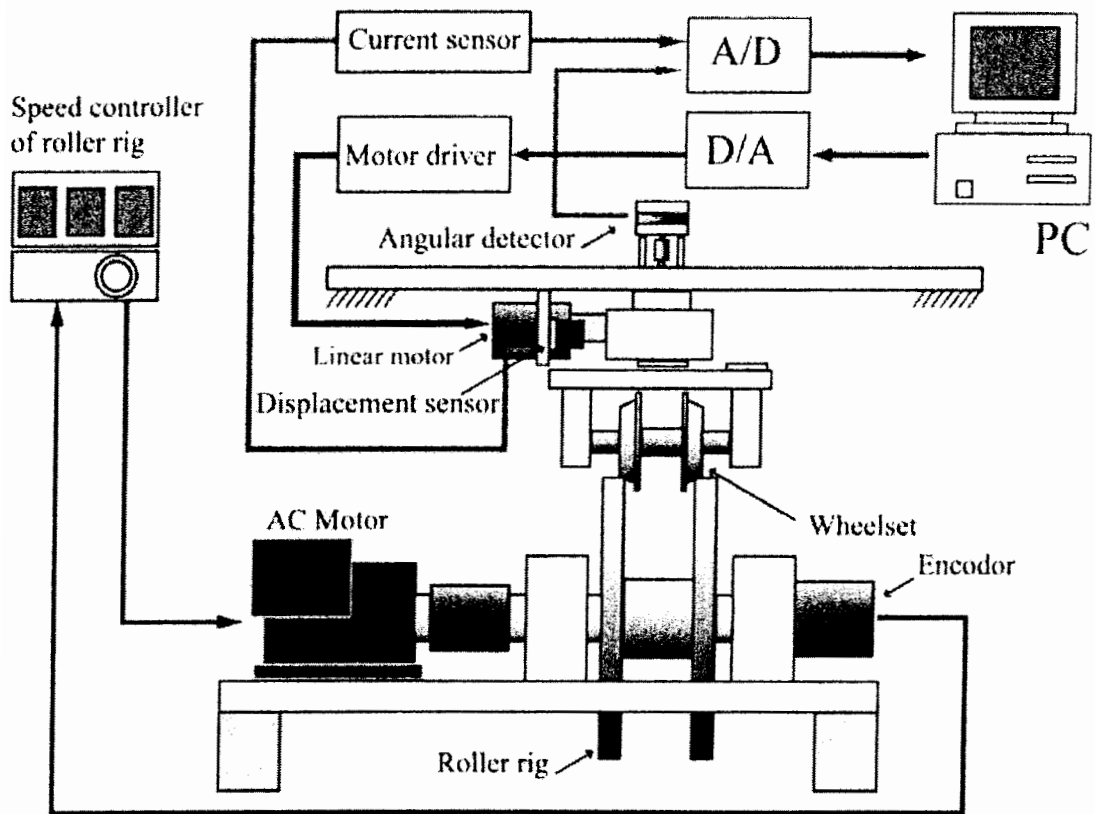
در این قسمت یا کومو و اکاموتو به طور تجربی تأثیر کنترل پایدارسازی را بر روی حرکت هانتینگ بررسی کردند . این دستگاهها در شکل ۲-۱۳ نشان داده شده است . چرخ و محور می تواند به طور آزادانه در هر دو جهت ψ و ψ بچرخد . شعاع رولرریگ $0.15m$ است . همان طور که در شکل ۲-۱۳ نشان داده شده است ، نیروی کنترل در راستای جانبی بوسیله یک موتور خطی تولید می شود . اندازه گیرهای جا به جایی های یاو و جانبی از طریق سنسورها به کامپیوتر وارد می شود و بر اساس معادله (۲-۱۳) موتور خطی کنترل شده و نیروی رانش خود را اعمال می کند . نیروی کنترل با بعد $f = h_r \psi$ است . این مقدار با توجه به بهره محرک موتور و عدد ثابت رانش موتور به ولتاژ تبدیل می شود و سپس از طریق خروجی کامپیوتر به محرک موتور منتقل می شود که در آن

متناسب با ولتاژی که به محرک موتور می رسد ، محرک موتور به موتور جریان می فرستد . (شکل ۲-۱۴ را ببینید) برای چک کردن نیروی کنترل لازم برای موتور جریان ورودی به موتور از طریق سنسور جریان چک می شود .

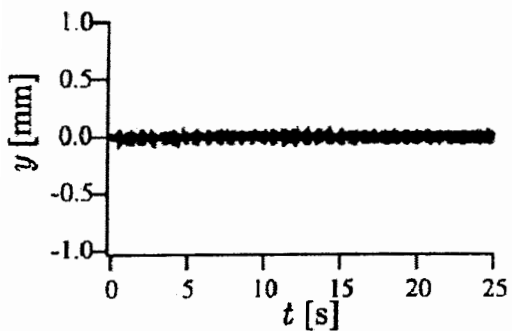


شکل ۲-۱۴ دستگاههای آزمایشگاه یاکومو و اکاموتو [۲۲]

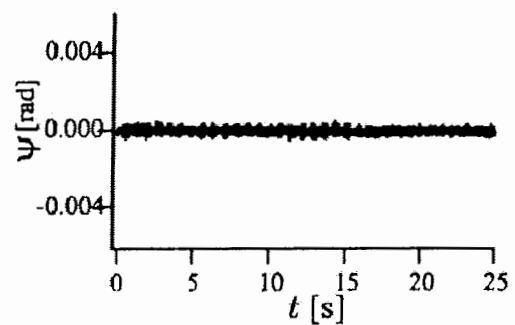
در ابتدا یاکومو و اکاموتو سرعت بحرانی را از طریق روش زیر به طور تجربی بدست آوردند . براساس آنچه آوردند ، در حالتی که سرعت رو به جلو کمتر از حد مشخصی بود ارتعاشات جانبی و یاو در دامنه کمی اتفاق افتادند که در شکل ۲-۱۵ نشان داده شده است در حالتی که سرعت رو به جلو کمتر از مقدار مشخصی بیشتر بود دامنه نوسان جانبی و یاو با زمان افزایش می یافت تا اینکه بر اثر برخورد فلنج چرخ با رولر ریگ دامنه نوسان ثابت می ماند . که در واقع این سرعت بحرانی که مرز بین پایداری و ناپایداری بود را $v_c = 9.3 \frac{m}{s}$ بدست آوردیم .



شکل ۲-۱۴ سیستم کنترل یاکومو و اکاموتو [۲۲]

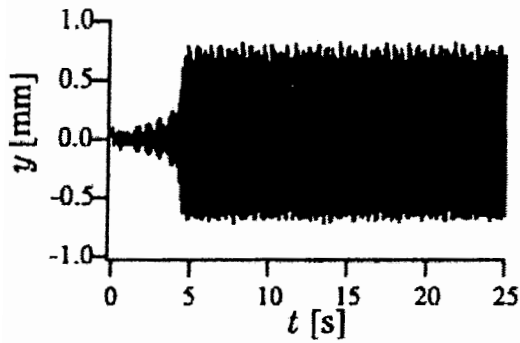


(a) Lateral motion

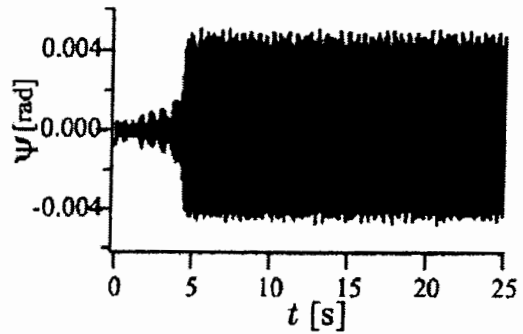


(b) Yawing motion

شکل ۲-۱۵ نمودار حرکت چرخ و محور بر حسب زمان در حالت بدون کنترل (زیر سرعت بحرانی) یاکومو و اکاموتو [۲۲]



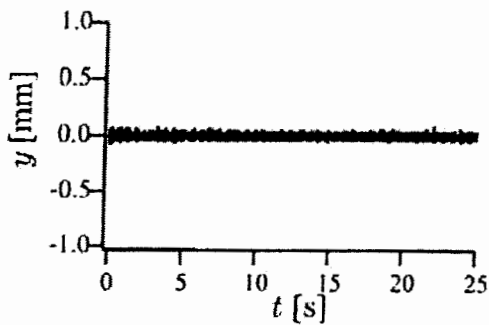
(a) Lateral motion



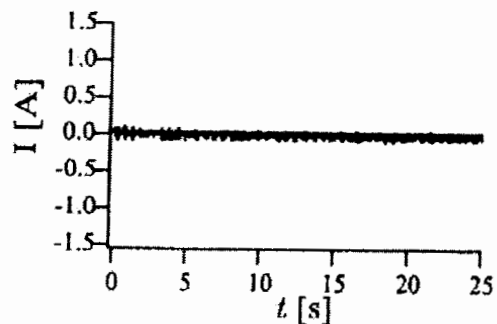
(b) Yawing motion

شکل ۲-۱۶ حرکت چرخ و محور بر حسب زمان بدون کنترل (بالای سرعت بحرانی) یاکومو و اکاموتو [۲۲]

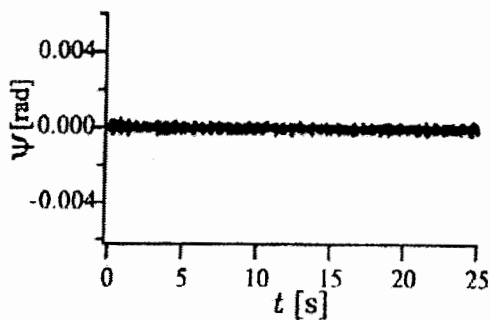
در این حالت وقتی سرعت رو به جلو بالای سرعت بحرانی برسد مثلاً $v = 10 \frac{m}{s}$ ، مشاهده می شود که جابه جایی جانبی و یاو و جریان موتور تحت کنترل پایدارسازی مفروض مطابق شکل ۲-۱۷ انجام می شود . ($h = 144 \frac{m}{s^2}, h_f = 307N$) با مقایسه ای با شکل ۲-۱۶ می توان گفت که با پایدارسازی هانتینگ انجام گرفته است .



(a) Lateral motion

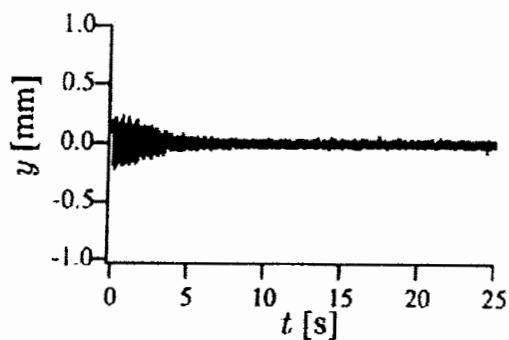


(c) Current of linear motor

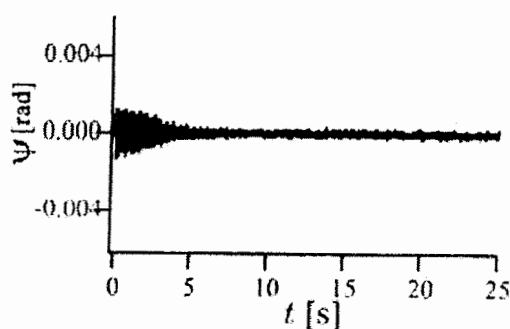


(b) Yawing motion

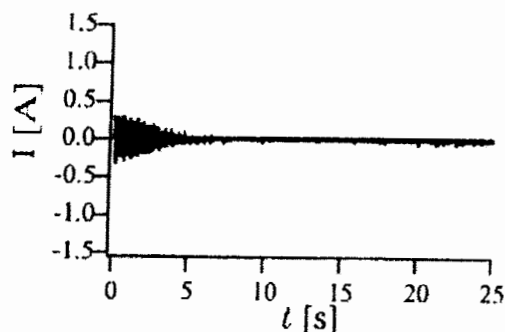
شکل ۲-۱۷ نمودار حرکت چرخ و محور بر حسب زمان کنترل شده (بالای سرعت بحرانی بدون آشوب اولیه) یاکومو و اکاموتو [۲۲]



(a) Lateral motion



(b) Yawing motion

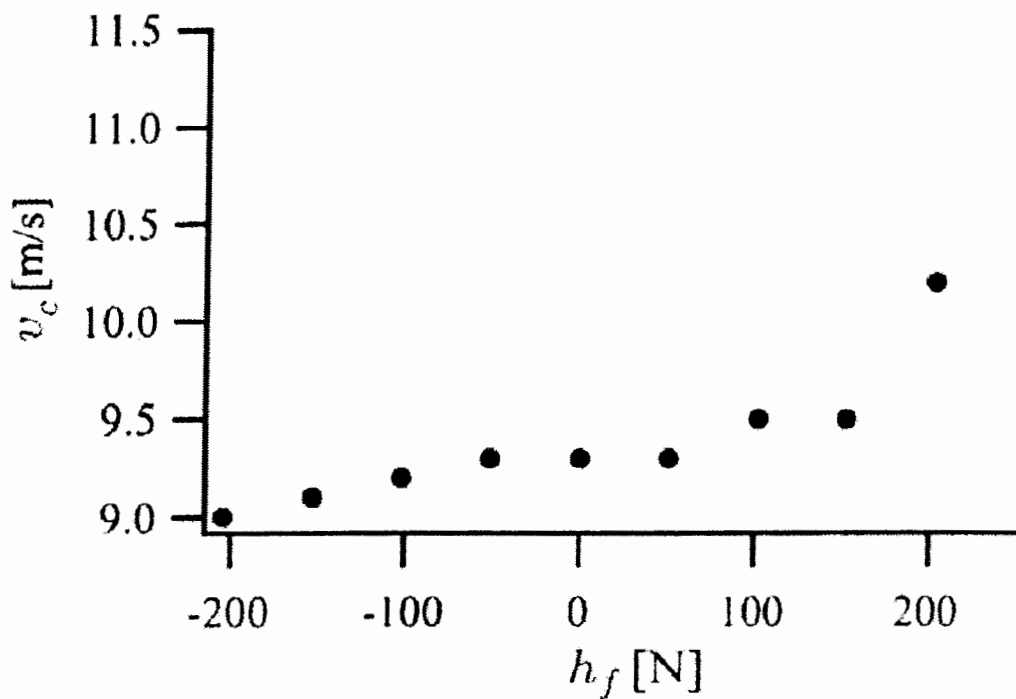


(c) Current of linear motor

شکل ۲-۱۸ نمودار حرکت چرخ و محور بر حسب زمان کنترل شده (بالای سرعت بحرانی با آشوب اولیه) یا کومو و اکاموتو [۲۲]

تحت یک آشوب ساختگی اولیه رفتار چرخ و محور در شکل ۲-۱۷ نشان داده شده است. از نمودار جریان دیده می شود که در پاسخ گذرا موتور برای کنترل پایدارسازی کار انجام داده است، سپس ماکزیمم قدرت تولید شده بوسیله موتور خطی $1.75W$ است که بخاطر این بوده است که مقاومت موتور خطی 5.5Ω می باشد. در حالت پایدار بعد از حالت گذرا جریان موتور بسیار کم است و موتور، کم کار انجام می دهد.

بالاخره در شکل ۲-۱۹ رابطه تجربی بین سرعت بحرانی و بهره فیدبک دیده می شود. این شکل تا حدودی با شکل ۲-۱۱ که از تئوری بدست آمده بود تطابق دارد.



شکل ۲-۱۹ رابطه بین بهره فیدبک و سرعت بحرانی (تجربی) یاکومو و اکاموتو [۲۲]

۲-۳-۲- برونی^۱ و رستا^۲ ۲۰۰۱

در سال ۲۰۰۱ برونی و دیانا [۲۴] بر روی کنترل پدیده هانتینگ به طور عملی کار کردند. آنها برای کنترل هانتینگ دمپر الکترو-مکانیکی طراحی کردند که می توانست جای دمپره‌های یاو به کار گرفته شود. مهمترین قسمت‌های این سیستم شامل یک موتور بدون جاروبک به همراه چرخ دنده، میله ای که برای اعمال نیروی طولی بین بدنه واگن و بوژی بکار می رود و یک مبدل سرعت که برای اندازه گیری ارتعاشات یاو بوژی مورد استفاده قرار می گیرد، می باشد. موتور الکتریکی کنترل می شود تا اینکه نیرویی به بوژی مخالف سرعت یاو وارد شود، تا اینکه ماکزیمم اتلاف انرژی اتفاق افتد.

در این کار علاوه بر مقایسه کارایی این دستگاه با نوع قدیمی آن، نوع اولیه آن ساخته شد و در آزمایشگاه رولر ریگ^۳ بر روی یک بوژی ناپایدار برای بهبود رفتار یاو آن آزمایش شد. (شکل ۲-۲۱ را ببینید) علاوه بر آن مدل ریاضی این سیستم کنترل فعال نیز تعریف شد و با نتایج اندازه

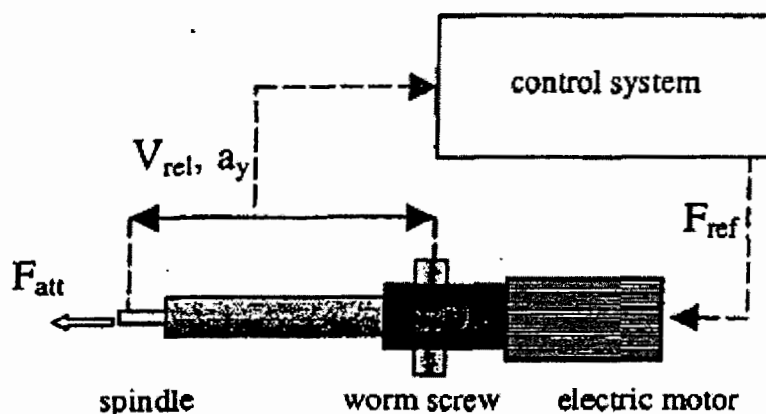
^۱ Bruni

^۲ Resta

^۳ Roller Rig

گیریهای تست رولر ریگ نیز تطبیق داده شد. در پایان مدل دمپر الکترو-ماشینی بر روی یک وسیله نقلیه ریلی نصب شد و با افزایش سرعت بهره برداری آن شد.

دمپر یو فعال از یک موتور الکتریکی بدون جاروبک که به یک پیچ حلزونی برای تبدیل چرخش موتور به جا به جایی نسبی انتهای دمپر متصل است، تشکیل یافته است. موتور با یک نیروی کنترلی کار می کند که همان طور که در شکل ۲-۲۰ نشان داده شده است، نیروی مرجع که دارای مقدار F_{ref} است، به صورت تابعی از سیگنالهای اندازه گرفته شده بوسیله مبدل سرعت v_{rel} و سرو-شتاب سنج a_y . مبدل سرعت، سرعت یو بوژی نسبت به بدنه را اندازه می گیرد در حالی که سرو-شتاب سنج شتاب مطلق یو بوژی را اندازه می گیرد.



شکل ۲-۲۰ مفهوم دمپر فعال یو [۲۴]

دو روش کنترلی مورد مطالعه قرار گرفته شده است. اولی سیگنال نیروی مرجع سرومتر را تعریف می کند که باید با سرعت نسبی، v_{rel} که بوسیله مبدل سرعت اندازه گرفته می شود، متناسب باشد.

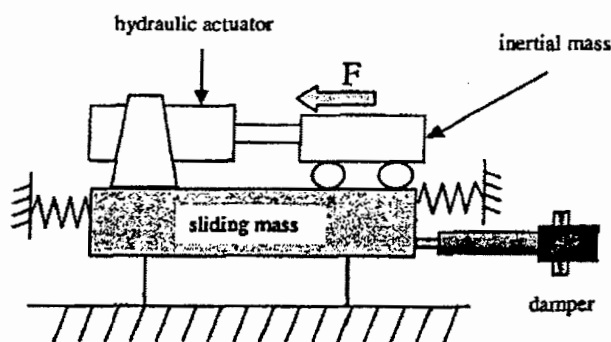
$$F_{ref} = c_v v_{rel} \quad (۱۷-۲)$$

در این حالت بهره c_v کنترلر، ضریب دمپینگ یک دمپر ویسکوز ایده آل معادل دستگاه فعال را نشان می دهد. در واقع مقدار انرژی تلف شده بوسیله دمپر فعال بدلیل مقاومت مکانیکی پیچ حلزونی از دمپر ویسکوز ایده آل با ضریب دمپینگ c_v بیشتر است.

روش دوم کنترلی به این شکل است که سیگنال نیروی مرجع به صورت جمع ترم متناسب با v_{rel} و ترم متناسب با شتاب بوژی a_y اندازه گیری شده بوسیله سرو-شتاب سنج، تعریف می شود.

$$F_{ref} = c_v v_{rel} + m_v a_y \quad (18-2)$$

بر اساس مقدار نیروی مرجع و نسبت انتقال و ضریب جریان-گشتاور موتور ، مقدار جریان مرجع ارزیابی شده و به محرک جریان کنترل داده می شود .



شکل ۲-۲۱ طرح شماتیک آزمایشگاه تست رولر ریگ [۲۴]

۲-۳-۳- گودال^۱ و پیرسون^۲ ۲۰۰۴

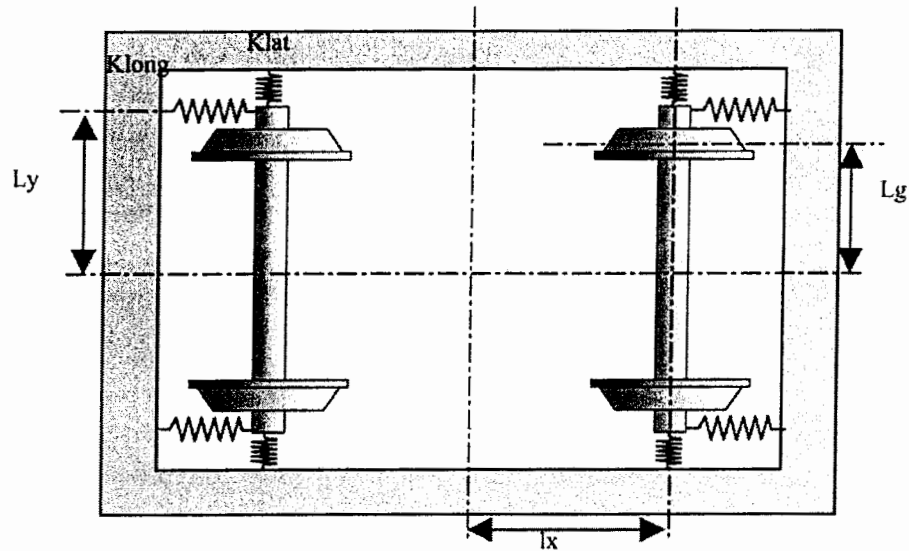
در سال ۲۰۰۴ گودال و پیرسون [۲۵] در زمینه پایدارسازی وسیله نقلیه ریلی مقاله ای را ارائه دادند . این تحقیق مقایسه ای بین الگوریتمهای کنترل برای پایداری فعال چرخ و محورها در وسایل نقلیه ریلی سرعت بالا ارائه را می دهد . هر دو روش کلاسیک و مدرن بهینه شده در نظر گرفته شده اند . شبیه سازی کامپیوتر برای مقایسه این روشها بر حسب توانایی آنها در پایدارسازی در محدوده شرایط بهره برداری و در محدوده پارامترهای نامعلوم و همچنین بر حسب نیازهای محرکها انجام شده است . مدل‌های محرکها نیز نه تنها برای ارزیابی برخورد دینامیکی محرکها در کارایی پایداری فعال سیستم بلکه در بیشتر و بهتر کردن نیازمندیهای مورد نیاز محرکها در اجرای عملی بهبود یافته اند . علاوه بر آن از نتایج عملی و آزمایشات تجربی بر روی وسیله نقلیه با اندازه واقعی استفاده شده است .

در واقع وسیله نقلیه ریلی مورد نظر در این تحقیق از یک بدنه واگن و دو بوژی شامل دو چرخ و محور صلب تشکیل یافته است ، که چرخ و محورها از طریق فنر و دمپرهایی از طریق طولی و عرضی به قاب بوژی متصل اند . در این مورد چون فقط پایداری دینامیکی و فرمانپذیری مورد نظر

¹ Goodall

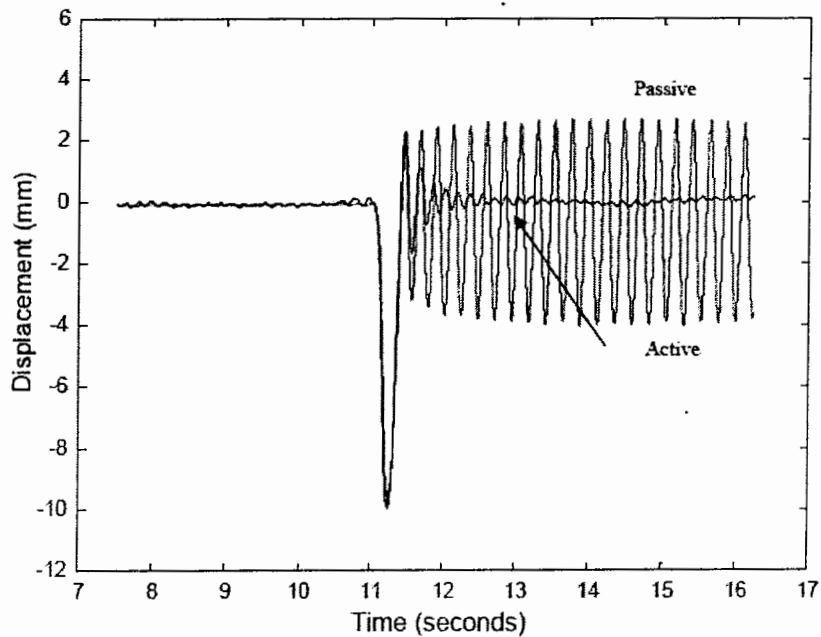
² Pearson

بوده است لذا درجه آزادی رول و عمودی را در نظر نگرفته است . به این ترتیب از تعلیق عمودی نیز صرف نظر شده است . (شکل ۴-۲)



شکل ۴-۲ مدل بوژی در نظر گرفته شده توسط گودال و پیرسون [۲۵]

برای کنترل وسیله نقلیه در این تحقیق از اعمال گشتاور به چرخ و محور استفاده شده است . روش کنترلی استفاده شده در این تحقیق سرعت وسیله نقلیه را به بالای ۳۰۰ کیلومتر بر ساعت رسانده است . در ضمن نتایج تستهای تجربی و آزمایشگاهی در شکل ۵-۲ نشان داده شده است .



شکل ۵-۲ نتایج آزمایشگاهی گودال از مقایسه وسیله نقلیه دارای سیستم کنترل فعال و غیرفعال [۲۵]

روش کنترل کلاسیک که در این تحقیق استفاده شده را می توان به شکل زیر بیان کرد:

آنالیز کنترل یک تک چرخ و محور بدون قید معلوم می کند که پایدارسازی یک چرخ و محور با کنترل فیدبک ساده نسبی امکان پذیر است شکل ۲-۵ و ۲-۶ مدل ساده شده یک چرخ و محور صلب نشان داده است که در آن فرکانسهای بالای مودهای مربوط به جرم و گشتاور اینرسی حذف شده اند. f_{11} و f_{22} ضرایب خزش هستند γ_w و ψ که جا به جایی عرضی چرخ و محور و زاویه یاو است، ارائه شده اند. L ، r_0 و λ گنج خط و شعاع و کنیسیتهی چرخ و محور هستند.

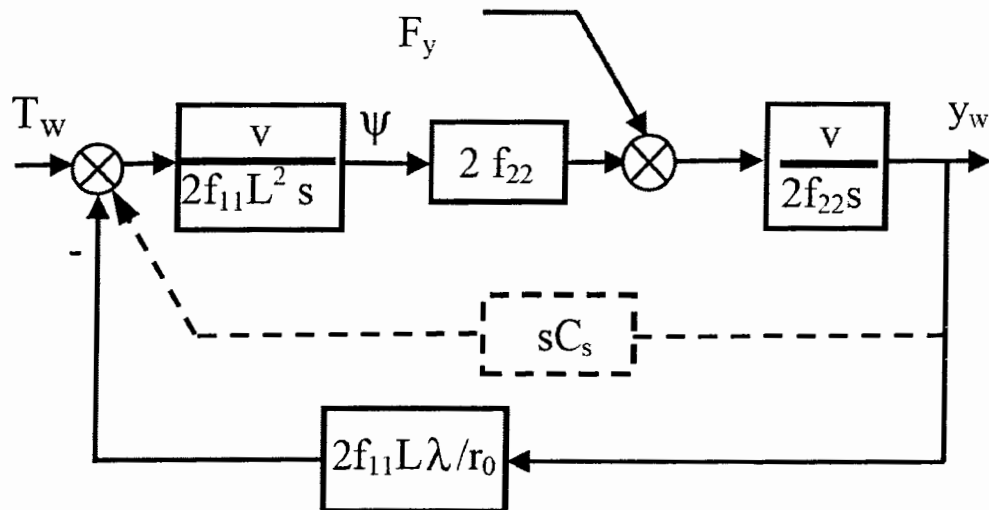
دو نوع میرایی فعال پایداری را برای چرخ و محور خواهد داد یکی وارد کردن گشتاور یاو (T_w) نسبت به سرعت نسبی چرخ و محور به چرخ و محور نشان داده شده با خط چین در شکل ۲-۵ می باشد. میرایی فعال دیگر با خط چین در شکل ۲-۶ داده شده است که در آن پایدارسازی با وارد کردن نیروی جانبی (F_y) نسبت به سرعت یاو چرخ و محور بدست می آید.

روش کنترل کلاسیک به کار برده شده در این مطالعه کنترل چرخ و محورها با سرعت نسبی جانبی می باشد:

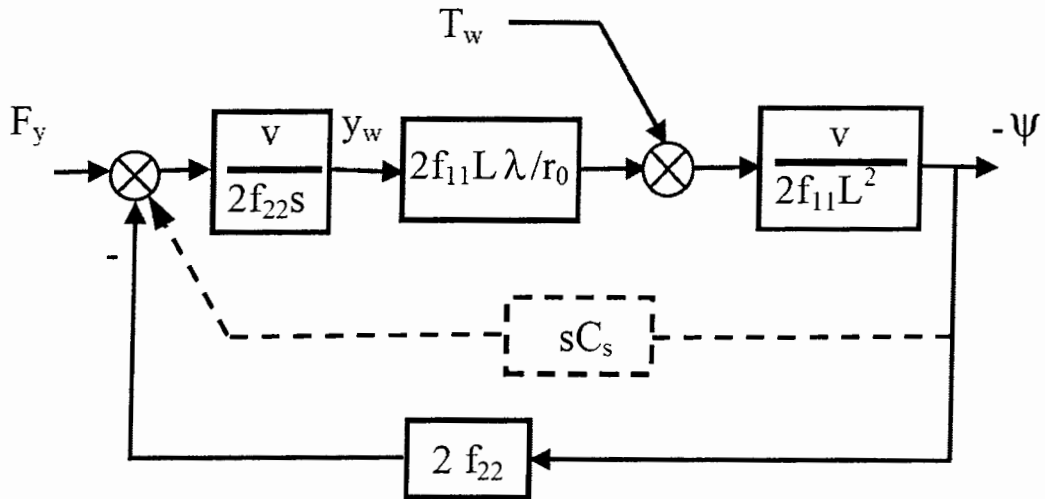
$$T_{w1} = K_{yd} \dot{y}_{w1}$$

$$T_{w2} = K_{yd} \dot{y}_{w2}$$

(۱۹-۲)



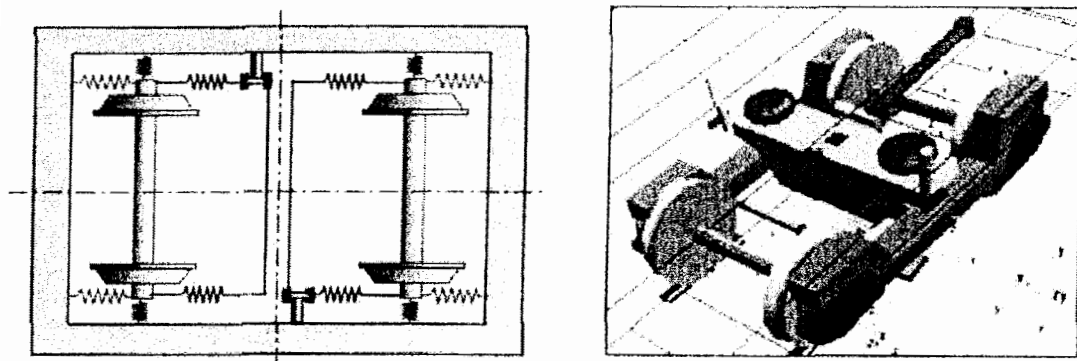
شکل ۲-۶ مدل خطی سازی شده و ساده شده چرخ و محور [۲۵]



شکل ۲-۷ مدل خطی سازی شده و ساده شده چرخ و محور [۲۵]

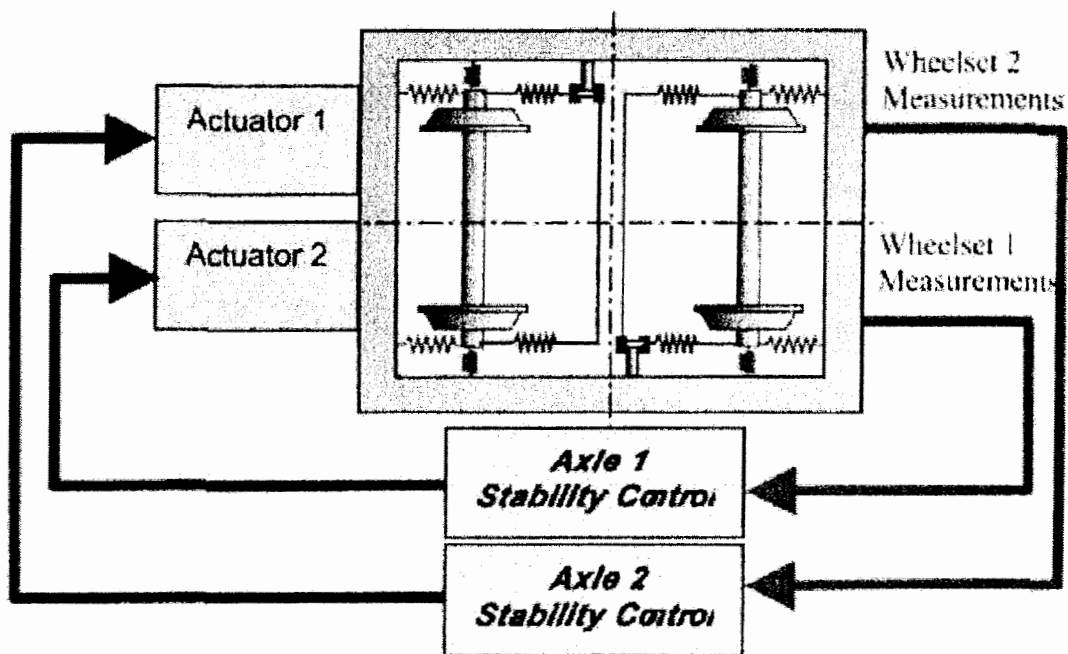
در سال ۲۰۰۴ گودال و پیرسون [۲۶] یک کار تجربی راجع به سیستم پایداری فعال برای وسایل نقلیه پر سرعت انجام دادند که در این کار دو مدل مورد بررسی قرار گرفت یکی برای طراحی سیستم کنترل و دیگری برای ارزیابی کارایی سیستم کنترل. در این کار چند طرح کنترلی ممکن تعریف شده است. این طرحها شامل کنترل محور و کنترل مودال می باشند. در این کار نتایج هم برای شبیه سازی جامع و هم برای کنترل کننده پایداری که بر روی وسیله نقلیه آزمایشی نصب شده است، ارائه شده است.

در این تحقیق دو نوع مدل ریاضی در نظر گرفته شده است. اولی مدلی است که در صفحه تعریف شده است که در آن شامل دو چرخ و محور و یک بدنه می باشد. هر کدام از چرخ و محورها دارای دو درجه آزادی در راستاهای جانبی و یاو می باشند و بدنه نیز دارای درجه آزادی در راستای جانبی می باشد. این مدل در واقع مدلی خطی از یک نیمه واگن می باشد که با نرم افزار Simulink مدل شده است. مدل دیگر در واقع مدلی است که در نرم افزار SIMPACK شبیه سازی شده است مدلی که در این نرم افزار تهیه شده است کاملاً غیر خطی است و دارای ۱۳۰ متغیر حالت است. ترمهای غیر خطی این مدل شامل هندسه غیر خطی تماس چرخ و ریل و غیر خطی بودن تعدادی از قسمتهای تعلیق و جا به جایی ها و چرخشهای بزرگ بین اجزا مدل با دقت بسیار بالا می باشد. (شکل ۲-۸ را ببینید)



شکل ۸-۲ مدل شبیه سازی شده در Simulink (سمت چپ) و SIMPACK (سمت راست) [۲۶]

هر دو مدل با هم تطبیق داده شدند ، علاوه بر آن این دو مدل با نتایج تجربی نیز مقایسه شدند . روش کنترلی که در این تحقیق در نظر گرفته شده است وارد کردن گشتاوری بین قاب بوژی و چرخ و محور است که متناسب با سرعت جانبی چرخ و محور نیز است . شکل ۹-۲ شماتیک این کنترلر را نشان می دهد از طرفی این آنالیزها نشان می دهد که این سیستم کنترلی سبب پایداری این وسیله نقلیه می باشد.



شکل ۹-۲ شماتیک کنترلر طراحی شده بوسیله گودال و پیرسون [۲۶]

روش کنترلی دیگری که در این تحقیق استفاده شده کنترل مودال است . اندازه گیریهای خروجی از دو چرخ و محور از هم جدا سازی می شوند و به صورت سیگنال فیدبک به کنترلرهای یاب و جانبی

داده می شوند و سیگنالهای خروجی از دو کنترلر ، برای کنترل محرکها برای دو چرخ و محور ترکیب می شوند . این عمل قادر می سازد که کنترلرهای یاو و جانبی به طور جداگانه توسعه داده شوند . در این تحقیق علاوه بر منطبق سازی هر دو روش کنترلی با یک تست رولر ریگ این دو کنترلر را تست کردند . و نتایج انطباق خوبی با تئوری داشت . در پایان این تحقیق به این نتیجه رسیده است که سیگنالهای سرعت جانبی می تواند برای کنترل فعال یاو در وسایل نقلیه ریلی به کار رود .

۲-۳-۴- فتوحی و یوسفی ۲۰۰۶

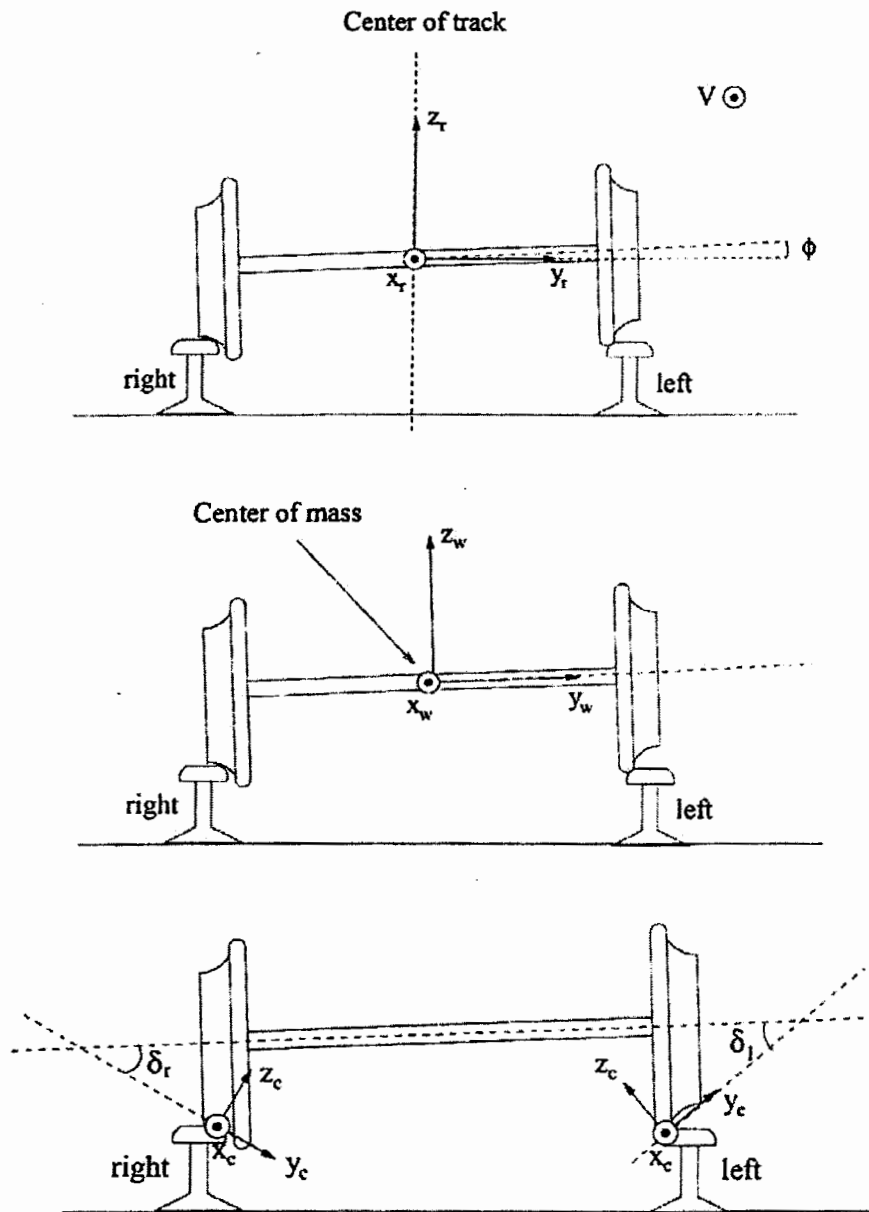
در سال ۲۰۰۶ نیز فتوحی و یوسفی [۲۷] نیز تأثیر تعلیق نیمه فعال بر روی هانتینگ را مورد بررسی قرار داد . تعلیق نیمه فعال شامل محرکهایی در جهت تعلیق اولیه ، علاوه بر دمپرهای عمودی می باشد . او به این نتیجه رسید که سیستم تعلیق نیمه فعال اثرات بد هانتینگ را بهبود می بخشد . روش سویچینگ روشن - خاموش^۱ در اینجا استفاده شده است . محرکها بر اساس جابه جایی چرخ و محور نیروی خود را وارد می کنند . در این تحقیق دو مدل با تعلیق غیر فعال و فعال با هم مقایسه شده است . مدلها هم در MATLAB و هم در نرم افزار ADAMS/Rail اجرا شده اند و نتایج با هم مقایسه شده اند .

^۱ on-off switching

فصل سوم

معادلات حرکت سیستم

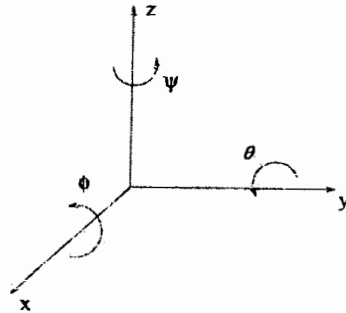
در این فصل معادلات حرکت کل سیستم بوژی روی خط مستقیم ارائه خواهد شد. این معادلات با توجه به مختصاتهای شکل ۱-۳ بدست خواهند آمد. اندیس بالای r و w مربوط به سیستمهای مختصات ریل یا چرخ و محور است. اندیس پایین r و l نیز مربوط به راست یا چپ بودن چرخ می باشد.



شکل ۱-۳ سیستمهای مختصات

۳-۱- مختصات و درجات آزادی

با توجه به آنچه که در دینامیک ریلی رایج است، چرخش حول محور طولی را رول، ϕ ، چرخش حول محور جانبی را پیچ، θ ، چرخش حول محور عمودی را یاو، ψ تعریف می‌کنیم. (شکل ۳-۲ را ببینید) تعریف راست و چپ نیز در شکل ۳-۱ نشان داده شده است.



شکل ۳-۲ جهت مثبت چرخش زوایا

در اینجا فرض می‌کنیم که چرخ و محور دارای ۶ درجه آزادی است سپس تغییرات لازم را اعمال می‌کنیم. پس چرخ و محور به طور کلی دارای درجات آزادی زیر می‌باشد:

x : حرکت طولی چرخ و محور

y : حرکت عرضی چرخ و محور

z : حرکت عمودی چرخ و محور

ϕ : حرکت رول چرخ و محور

θ : حرکت پیچ چرخ و محور

ψ : حرکت یاو چرخ و محور

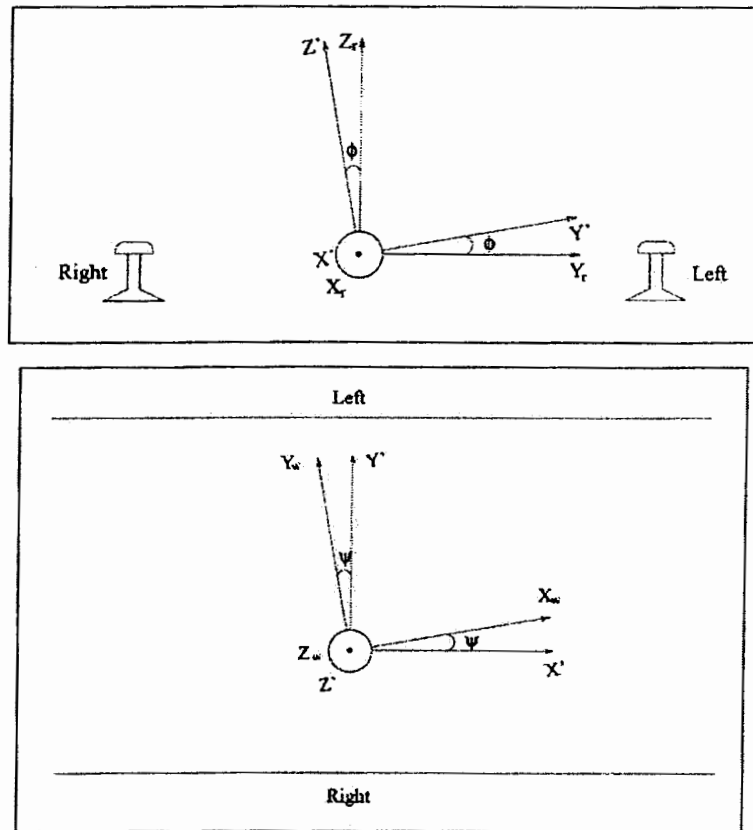
مختصات (X_r, Y_r, Z_r) مختصات مرجعی است که در طول ریل با سرعت وسیله نقلیه حرکت می‌کند و مکان مبدأ آن در مرکز جرم چرخ و محور قرار دارد در حالی که چرخ و محور در موقعیت مرکزی خود قرار داشته باشند.

مختصات (X_w, Y_w, Z_w) مختصاتی است که چسبیده به چرخ و محور است. محورهای این مختصات موازی محورهای اصلی چرخ و محور هستند و مبدأ آن نیز به مرکز جرم آن متصل است.

مختصات (X_c, Y_c, Z_c) مختصاتی است که چسبیده به صفحه تماس بین چرخ و ریل می باشد. مبدأ آن نیز در نقطه تماس قرار دارد.

۳-۲- ماتریسهای انتقال

در این قسمت ماتریسهای انتقال را می خواهیم بدست بیاوریم که رابطه بین مختصات را بیان خواهند کرد.



شکل ۳-۳ چرخش مختصات چرخ

ما مختصات ریل را حول محور X دوران می دهیم و به مختصاتی می رسیم که آن را (X', Y', Z') می نامیم. ماتریس M_ϕ کار انتقال از مختصات ریل به مختصات X', Y', Z' را انجام می دهد:

$$M_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

همچنین ماتریس M_ψ مختصات X', Y', Z' را به مختصات X_w, Y_w, Z_w انتقال می دهد:

$$M_\psi = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

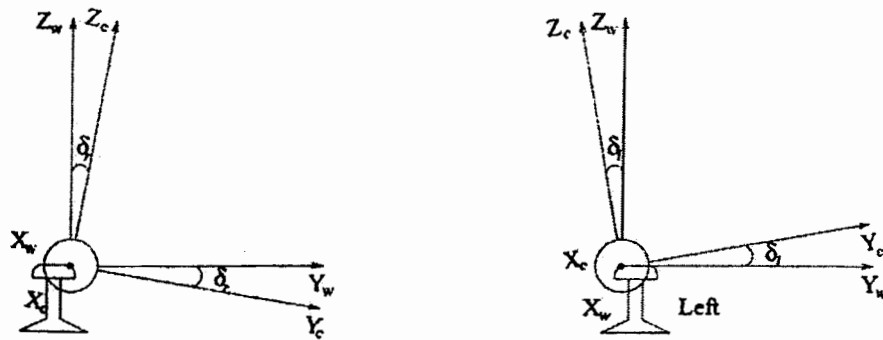
بنابراین ماتریسی که مختصات ریل را به مختصات چرخ منتقل می کند عبارتست از :

$${}_wM_r = M_\psi \cdot M_\phi = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi \cos\phi & \sin\psi \sin\phi \\ -\sin\psi & \cos\psi \cos\phi & \cos\psi \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & \psi & 0 \\ -\psi & 1 & \phi \\ 0 & -\phi & 1 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

ماتریس انتقالی که مختصات تماس را به مختصات چرخ تبدیل می کند عبارتست از :

$${}_wM_{cl} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta_l & -\sin\delta_l \\ 0 & \sin\delta_l & \cos\delta_l \end{bmatrix} \quad \text{چرخ چپ} \quad (4-3)$$

$${}_wM_{cr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta_r & \sin\delta_r \\ 0 & -\sin\delta_r & \cos\delta_r \end{bmatrix} \quad \text{چرخ راست} \quad (5-3)$$



شکل ۴-۳ مختصات تماسی چپ و راست

۳-۳- خزش چرخ و محور

هنگامی که چرخ روی ریل می چرخد هم چرخ و هم ریل به لحاظ الاستیکی تغییر شکل می دهند به همین جهت غلتش خالص رخ نمی دهد. این انحراف از غلتش را خزش می نامیم و برای چرخ و محور به شکل زیر تعریف می شود [۲۸]:

$$\xi_x = \frac{V_{xw} - V_{xr}}{V} \quad \xi_y = \frac{V_{yw} - V_{yr}}{V} \quad \xi_s = \frac{\omega_w - \omega_r}{V} \quad (6-3)$$

که در آن V_{ij} سرعت در مرکز نقطه تماس می باشد ، اندیسهای X و Y جهت‌های سرعت و W و r نمایانگر ریل و چرخ می باشند . V سرعت متوسط بوژی و ω سرعت زاویه ای حول محور عمود بر صفحه تماس می باشد .

سرعت‌های مطلق در مختصات X_c, Y_c, Z_c بیان می شوند . هدف پیدا کردن سرعت نقاط تماس در مختصات X_c, Y_c, Z_c می باشد . سرعت ریل را صفر فرض می کنیم و سرعت نقطه تماس را به شکل زیر بیان می کنیم :

$$V_c = V_{trans} + \omega \times r_c \quad (7-3)$$

که در آن V_c سرعت نقطه تماس و V_{trans} سرعت مرکز جرم چرخ و ω بردار سرعت زاویه ای چرخ و محور و r_c بردار موقعیت نقطه تماس با توجه به مرکز جرم چرخ و محور می باشد .

$$V_{trans} = (V + \dot{x})e_{rx} + \dot{y}e_{ry} + \dot{z}e_{rz} \quad (8-3)$$

$$\omega = \dot{\phi} e_{wx} + \dot{\theta} e_{wy} + \dot{\psi} e_{wz} \quad (9-3)$$

$$r_c = \begin{cases} +a_l e_{wy} - r_l e_{wz} \\ -a_r e_{wy} - r_r e_{wz} \end{cases} \quad (10-3)$$

پارامترهای a_l, a_r, r_r, r_l شعاع‌های غلتشی چرخ چپ و راست و جا به جایی جانبی نقطه تماس مرکز چرخ و محور می باشد . اگر V_{cl}^w نمایانگر سرعت نقطه تماس چپ در سیستم مختصات چرخ و محور باشد و V_{cl}^{cl} نمایانگر سرعت نقطه تماس چپ در سیستم مختصات تماس باشد ، داریم:

$$\begin{aligned} V_{cl}^w &= {}_wM_r \begin{bmatrix} V + \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ a_l \\ -r_l \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \psi & 0 \\ -\psi & 1 & \phi \\ 0 & -\phi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V + \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ a_l \\ -r_l \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} V + \dot{x} + \psi\dot{y} - r_l\dot{\theta} - a_l\dot{\psi} \\ -\psi(V + \dot{x}) + \dot{y} + \phi\dot{z} + r_l\dot{\phi} \\ -\phi\dot{y} + \dot{z} + a_l\dot{\phi} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11-3)$$

$$\begin{aligned}
V_{cl}^{cl} &= {}_{cl}M_w \begin{bmatrix} V + \dot{x} + \psi\dot{y} - r_1\dot{\theta} - a_1\dot{\psi} \\ -\psi(V + \dot{x}) + \dot{y} + \phi\dot{z} + r_1\dot{\phi} \\ -\phi\dot{y} + \dot{z} + a_1\dot{\phi} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_l & \sin \delta_l \\ 0 & -\sin \delta_l & \cos \delta_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V + \dot{x} + \psi\dot{y} - r_1\dot{\theta} - a_1\dot{\psi} \\ -\psi(V + \dot{x}) + \dot{y} + \phi\dot{z} + r_1\dot{\phi} \\ -\phi\dot{y} + \dot{z} + a_1\dot{\phi} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} V + \dot{x} + \psi\dot{y} - r_1\dot{\theta} - a_1\dot{\psi} \\ (-\psi(V + \dot{x}) + \dot{y} + \phi\dot{z} + r_1\dot{\phi})\cos \delta_l + (-\phi\dot{y} + \dot{z} + a_1\dot{\phi})\sin \delta_l \\ -(-\psi(V + \dot{x}) + \dot{y} + \phi\dot{z} + r_1\dot{\phi})\sin \delta_l + (-\phi\dot{y} + \dot{z} + a_1\dot{\phi})\cos \delta_l \end{bmatrix} \\
&\approx \begin{bmatrix} V + \dot{x} + \psi\dot{y} - r_1\dot{\theta} - a_1\dot{\psi} \\ (-\psi V + \dot{y} + r_1\dot{\phi})\cos \delta_l + (\dot{z} + a_1\dot{\phi})\sin \delta_l \\ -(-\psi V + \dot{y} + r_1\dot{\phi})\sin \delta_l + (\dot{z} + a_1\dot{\phi})\cos \delta_l \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{۱۲-۳}$$

برای سرعت زاویه ای داریم :

$$\omega_{cl}^{cl} = {}_{cl}M_w \cdot \omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta_l & \sin \delta_l \\ 0 & -\sin \delta_l & \cos \delta_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \cos \delta_l + \dot{\psi} \sin \delta_l \\ -\dot{\theta} \sin \delta_l + \dot{\psi} \cos \delta_l \end{bmatrix} \tag{۱۳-۳}$$

برای خزش سمت چپ داریم :

$$\xi_{lx} = \frac{V - r_1\dot{\theta} + \dot{x} - a_1\dot{\psi}}{V} \tag{۱۴-۳}$$

$$\xi_{ly} = \left(-\psi + \frac{\dot{y} + r_1\dot{\phi}}{V} \right) \cos \delta_l + \frac{\dot{z} + a_1\dot{\phi}}{V} \sin \delta_l \tag{۱۵-۳}$$

$$\xi_{ls} = \frac{-\dot{\theta} \sin \delta_l + \dot{\psi} \cos \delta_l}{V} \tag{۱۶-۳}$$

همچنین برای سمت راست نیز همین روش را تکرار می کنیم ، و نتایج زیر را دنبال می کنیم :

$$\xi_{rx} = \frac{V - r_r\dot{\theta} + \dot{x} - a_r\dot{\psi}}{V} \tag{۱۷-۳}$$

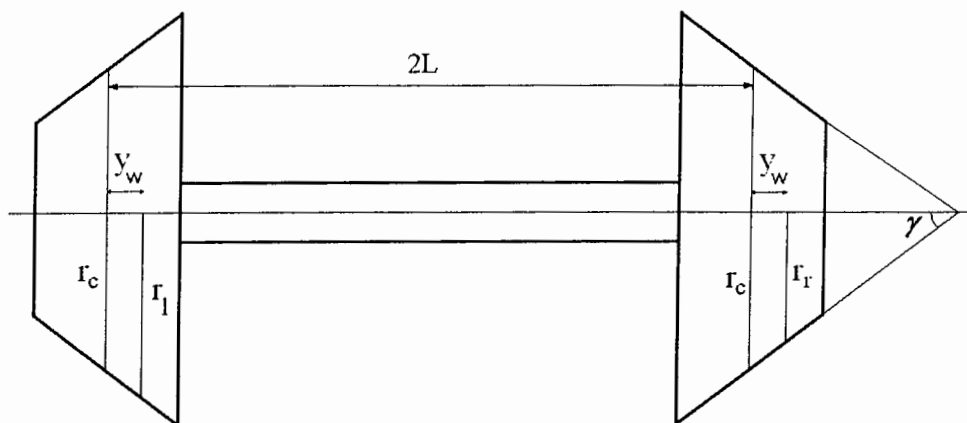
$$\xi_{ry} = \left(-\psi + \frac{\dot{y} + r_r\dot{\phi}}{V} \right) \cos \delta_r + \frac{\dot{z} + a_r\dot{\phi}}{V} \sin \delta_r \tag{۱۸-۳}$$

$$\xi_{rs} = \frac{\dot{\theta} \sin \delta_r + \dot{\psi} \cos \delta_r}{V} \tag{۱۹-۳}$$

۳-۴- فرضیات

فرضیاتی که در این بخش مورد بحث قرار می‌گیرد راجع به هندسه چرخ و محور می‌باشد با توجه به شکل ۳-۵ می‌توان رابطه شعاع غلتشی راست، r_r و شعاع غلتشی چپ، r_l و شعاع غلتشی مرکزی یعنی شعاع غلتشی که چرخ در وضعیت مرکزی خود قرار داشته باشد، r_c را پیدا کنیم. از طرفی فرض می‌کنیم زاویه مخروطی چرخ γ است که این زاویه را کوچک فرض می‌کنیم و پروفیل ریل به شکل دایره می‌باشد.

$$r_r = r_c + y_w \tan \gamma \quad \text{و} \quad r_l = r_c - y_w \tan \gamma \quad (۲۰-۳)$$



شکل ۳-۵ شکل شماتیک چرخ و محور حین جابه‌جایی عرضی

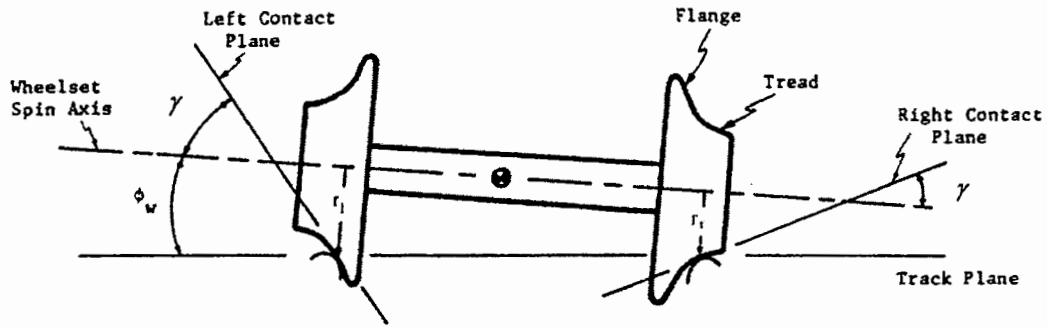
حال به پیدا کردن رابطه‌ای بین درجه آزادی رول و جابه‌جایی عرضی می‌پردازیم، این رابطه را با توجه به شکل ۳-۶ پیدا می‌کنیم:

$$\sin \phi_w = \frac{r_l - r_r}{2L} \quad \phi_w \approx \frac{r_l - r_r}{2L} \quad (۲۱-۳)$$

حل باتوجه به رابطه (۲۱-۳) و (۲۰-۳) داریم:

$$\phi_w = \frac{y_w \tan \gamma}{L} = \frac{\gamma}{L} y_w \quad (۲۲-۳)$$

REAR VIEW:



شکل ۳-۶ شکل شماتیک چرخ و محور حین چرخش رول

حال با مشتق گیری از رابطه (۳-۲۲) داریم :

$$\dot{\phi}_w = \frac{\dot{y}_w \tan \gamma}{L} = \frac{\gamma}{L} \dot{y}_w \quad (۳-۲۳)$$

همچنین برای سرعت پیچ فرض می کنیم که :

$$\dot{\theta}_w = \frac{V}{r_c} \quad (۳-۲۴)$$

از طرفی چون زاویه γ را کوچک فرض کرده ایم داریم :

$$\tan \gamma = \gamma \quad \cos \gamma = 1 \quad \sin \gamma = \gamma \quad \gamma^2 = 0$$

۳-۵- نیروها و ممانهای تماسی

با توجه به اینکه مدل مورد نظر چرخ و محور تنها دارای دو درجه آزادی یاو و جانبی می باشد ، لذا

معادلات خزش را با توجه به فرضیات ۳-۲۲ تا ۳-۲۴ بازنویسی می کنیم ، از طرفی خزش چرخشی

را در نظر می گیریم :

$$\xi_{xl} = \frac{1}{V} \left[-\frac{V\gamma}{r_c} y_w - L\dot{\psi}_w \right] \quad (۳-۲۵)$$

$$\xi_{yl} = \frac{1}{V} \left[\dot{y}_w + \frac{r_c\gamma}{L} \dot{y}_w - V\dot{\psi}_w \right] \quad (۳-۲۶)$$

$$\xi_{ls} = \frac{1}{V} \left[-\frac{\gamma V}{r_c} + \dot{\psi}_w \right] \quad (۳-۲۷)$$

$$\xi_{xr} = \frac{1}{V} \left[\frac{V\gamma}{r_c} y_w + L\dot{\psi}_w \right] \quad (28-3)$$

$$\xi_{yr} = \frac{1}{V} \left[\dot{y}_w + \frac{r_c\gamma}{L} \dot{y}_w - V\dot{\psi}_w \right] \quad (29-3)$$

$$\xi_{ls} = \frac{1}{V} \left[\frac{\gamma W}{r_c} + \dot{\psi}_w \right] \quad (30-3)$$

نیروهای خزشی که در سیستم مختصات تماس بوجود می آیند باید در سیستم مختصات چرخ بازنویسی شود. از آنجایی که این نیروها مخالف جا به جایی وارد می شوند، باعث حرکت نوسانی در صفحه جانبی می شوند.

چهار ضریب خزشی^۱ f_{11} ، f_{12} ، f_{22} و f_{33} به ترتیب جانبی، جانبی چرخشی، چرخشی و طولی وجود دارند که ایجاد نیروی خزشی و ممان خزشی می کنند. این ضرایب برای مقادیر اسمی بارهای عمودی بر اساس تئوری خطی کالکر^۲ [۳۰] محاسبه شده و سپس با ۵۰٪ کاهش یافته است. مقادیر واقعی به بار عمودی F_n بستگی دارد و با بکارگیری رابطه های زیر کاهش می یابند:

$$f_{11} = f_{11}^* (F_n / F_n^*)^{2/3} \quad f_{12} = f_{12}^* (F_n / F_n^*) \quad f_{22} = f_{22}^* (F_n / F_n^*)^{4/3} \quad f_{33} = f_{33}^* (F_n / F_n^*) \quad (31-3)$$

در معادلات بالا ضرایب f_{ij} مقادیر ضرایب خزشی در نیروی عمودی F_n می باشد، در حالی که f_{ij}^* ضرایب خزشی در بار اسمی F_n^* می باشد. ضرایب خزشی تابع هندسه چرخ و ریل و خصوصیات ماده و نیروی عمودی است.

مشخص شده است که استفاده از مقادیر مختلف ضرایب خزشی تأثیر کمی روی سرعت بحرانی دارد [۳۱]. به عبارت دیگر سرعت بحرانی تابع ضعیفی از ضرایب خزشی است. لذا مقادیر ضرایب خزشی را بر اساس [۲۹] انتخاب کرده ایم:

$$f_{11} = 9.43e6 \text{ N} \quad f_{12} = 1.20e3 \text{ N.m} \quad f_{22} = 1.0e3 \text{ N.m}^2 \quad f_{33} = 10.23e6 \text{ N} \quad (32-3)$$

نیروها در جهت مثبت X و Y در صفحه تماس و همچنین ممان حول محور Z در همان صفحه می شود:

¹ Creepage

² Kalker

$$\begin{aligned}
 F'_{cpx} &= -f_{33}\xi_x \\
 F'_{cpy} &= -f_{11}\xi_y - f_{12}\xi_s \\
 M'_{cpz} &= f_{12}\xi_y - f_{22}\xi_s
 \end{aligned}
 \tag{۳۳-۳}$$

در مورد این نیروها باید گفت که ، نیرویی که در جهت y اعمال می شود با حرکت مخالفت می کنند و نقش نیروی اصطکاکی را برای چرخ ومحور بازی می کند . اما نیرویی که در جهت x اعمال می شود ، گشتاوری در جهت y یاو ایجاد می کند ، که حرکت نوسانی را در راستای y یاو بوجود می آورد که خود این نیرو مسبب هانتینگ می باشد . یعنی هنگامی که چرخ به سمت چپ حرکت می کند در اثر حرکت رو به جلو خود ، گشتاور y یاو اعمال می شود و چرخ را به سمت راست می کشاند و بالعکس ، به همین ترتیب هانتینگ بوجود می آید .

از طرفی نیروهای ۳-۳۳ در ثابت اشباع^۱ نیروی خزشی ضرب می شوند و نیروهایی در صفحه تماس بوجود می آورند [۲۹] .

$$\begin{aligned}
 F_{cpx} &= \varepsilon F'_{cpx} \\
 F_{cpy} &= \varepsilon F'_{cpy} \\
 M_{cpz} &= \varepsilon M'_{cpz}
 \end{aligned}
 \tag{۳۴-۳}$$

این نیروها در صفحه تماس محاسبه شده اند ، لذا آنها را در سیستم مختصات ریل محاسبه می کنیم .

صفحه تماس چپ :

$$\begin{aligned}
 F_{cxl} &= F_{cpxl} \\
 F_{cyl} &= F_{cpyl} \cos(\gamma + \phi_w) \\
 F_{czl} &= F_{cpyl} \sin(\gamma + \phi_w) \\
 M_{cxl} &= 0 \\
 M_{cyl} &= -M_{cpzl} \sin(\gamma + \phi_w) \\
 M_{czl} &= M_{cpzl} \cos(\gamma + \phi_w)
 \end{aligned}
 \tag{۳۵-۳}$$

صفحه تماس راست :

$$\begin{aligned}
 F_{cxr} &= F_{cpxr} \\
 F_{cyr} &= F_{cpyl} \cos(\gamma - \phi_w) \\
 F_{cyr} &= -F_{cpyl} \sin(\gamma - \phi_w) \\
 M_{cxr} &= 0 \\
 M_{cyr} &= M_{cpzl} \sin(\gamma - \phi_w) \\
 M_{cyr} &= M_{cpzl} \cos(\gamma - \phi_w)
 \end{aligned}
 \tag{۳۶-۳}$$

¹ Saturation Coefficient

حالا فرضیات ۳-۲۰ تا ۳-۲۴ و خزشها را در ۳-۳۵ و ۳-۳۶ اعمال می کنیم .

$$F_{cxl} = \frac{-\mathcal{E}f_{33}}{V} \left[-\frac{V\gamma}{r_c} y_w - L\dot{\psi}_w \right]$$

$$F_{cyl} = \frac{-\mathcal{E}f_{11}}{V} \left[\dot{y}_w + \frac{r_c\gamma}{L} \dot{y}_w - V\psi_w \right] - \frac{\mathcal{E}f_{12}}{V} \left[-\frac{\gamma V}{r_c} + \dot{\psi}_w \right]$$

$$F_{czl} = \frac{-\mathcal{E}f_{11}\gamma}{V} [\dot{y}_w - V\psi_w] - \frac{\mathcal{E}f_{12}\gamma}{V} \dot{\psi}_w \quad (37-3)$$

$$M_{cxl} = 0$$

$$M_{cyl} = -\frac{\mathcal{E}f_{12}\gamma}{V} [\dot{y}_w - V\psi_w] + \frac{\mathcal{E}f_{22}\gamma}{V} \dot{\psi}_w$$

$$M_{czl} = \frac{\mathcal{E}f_{12}}{V} \left[\dot{y}_w + \frac{r_c\gamma}{L} \dot{y}_w - V\psi_w \right] - \frac{\mathcal{E}f_{22}}{V} \left[-\frac{\gamma V}{r_c} + \dot{\psi}_w \right]$$

$$F_{cxr} = \frac{-\mathcal{E}f_{33}}{V} \left[\frac{V\gamma}{r_c} y_w + L\dot{\psi}_w \right]$$

$$F_{cyr} = \frac{-\mathcal{E}f_{11}}{V} \left[\dot{y}_w + \frac{r_c\gamma}{L} \dot{y}_w - V\psi_w \right] - \frac{\mathcal{E}f_{12}}{V} \left[\frac{\gamma V}{r_c} + \dot{\psi}_w \right]$$

$$F_{cyr} = \frac{\mathcal{E}f_{11}\gamma}{V} [\dot{y}_w - V\psi_w] + \frac{\mathcal{E}f_{12}\gamma}{V} \dot{\psi}_w \quad (38-3)$$

$$M_{cxr} = 0$$

$$M_{cyr} = \frac{\mathcal{E}f_{12}\gamma}{V} [\dot{y}_w - V\psi_w] - \frac{\mathcal{E}f_{22}\gamma}{V} \dot{\psi}_w$$

$$M_{cyr} = \frac{\mathcal{E}f_{12}}{V} \left[\dot{y}_w + \frac{r_c\gamma}{L} \dot{y}_w - V\psi_w \right] - \frac{\mathcal{E}f_{22}}{V} \left[\frac{\gamma V}{r_c} + \dot{\psi}_w \right]$$

۳-۶- نیروها و ممانهای عمودی

نیروهای عمودی روی هر دو ریل نیاز به محاسبه در هر مرحله زمانی دارند ، چرا که مقدار دقیق نیروی عمودی به زاویه تماس و رول بستگی دارد . محاسبه نیروهای عمودی در صفحه تماسی با حل همزمان معادلات رول و عمودی چرخ و محور ، میسر است [۳۲] . نیروهای عمودی در صفحه تماسی چپ و راست به شکل زیر بدست آیند :

$$F_{NR} = \frac{v_R}{\Delta} , \quad F_{NL} = \frac{v_L}{\Delta} \quad (39-3)$$

که در آن

$$v_L = F_z^* \{ L \cos(\gamma - \phi_w) - r_r \sin(\gamma - \phi_w) \} + M_\phi^* \cos(\gamma - \phi_w)$$

$$v_R = F_z^* \{ L \cos(\gamma + \phi_w) - r_l \sin(\gamma + \phi_w) \} - M_\phi^* \cos(\gamma + \phi_w) \quad (40-3)$$

$$\Delta = 2L \cos(\gamma + \phi_w) \cos(\gamma - \phi_w) - r_r \cos(\gamma + \phi_w) \sin(\gamma - \phi_w) - r_l \sin(\gamma + \phi_w) \cos(\gamma - \phi_w)$$

در معادلات ۳-۴۰ و F_z^* و M_ϕ^* نیروی عمودی معادل و ممان رول معادل می باشند که :

$$\begin{aligned} F_z^* &= -F_{czl} - F_{czr} - F_{suspzw} + m_w g \\ M_\phi^* &= L(F_{czr} - F_{czl}) - r_l(F_{cyl} - \psi_w F_{cxl}) - r_r(F_{cyr} - \psi_w F_{cxr}) - \psi_w(M_{cyl} + M_{cyr}) - I_{wy} \dot{\theta}_w \dot{\psi}_w \end{aligned} \quad (۴۱-۳)$$

حال با اعمال فرضیات ۳-۲۰ تا ۳-۲۴ داریم :

$$\begin{aligned} F_z^* &= -F_{suspzw} + m_w g \\ M_z^* &= \frac{2\epsilon f_{11}(L\gamma + r_c)}{V} [\dot{y}_w - V\psi_w] + \frac{2r_c^2 \epsilon f_{11} \gamma}{VL} \dot{y}_w + \frac{2\epsilon f_{12}(L\gamma + r_c)}{V} \dot{\psi}_w - \frac{I_{wy} V}{r_c} \dot{\psi}_w \end{aligned}$$

$$v_L = m_w g \left\{ L - r_c \gamma + \frac{r_c \gamma \dot{y}_w}{L} \right\} - (L - r_c \gamma) F_{suspzw}$$

$$\frac{2\epsilon f_{11}(L\gamma + r_c)}{V} [\dot{y}_w - V\psi_w] + \frac{2r_c^2 \epsilon f_{11} \gamma}{VL} \dot{y}_w + \frac{2\epsilon f_{12}(L\gamma + r_c)}{V} \dot{\psi}_w - \frac{I_{wy} V}{r_c} \dot{\psi}_w$$

$$v_R = m_w g \left\{ L - r_c \gamma - \frac{r_c \gamma \dot{y}_w}{L} \right\} - (L - r_c \gamma) F_{suspzw}$$

$$- \frac{2\epsilon f_{11}(L\gamma + r_c)}{V} [\dot{y}_w - V\psi_w] - \frac{2r_c^2 \epsilon f_{11} \gamma}{VL} \dot{y}_w - \frac{2\epsilon f_{12}(L\gamma + r_c)}{V} \dot{\psi}_w + \frac{I_{wy} V}{r_c} \dot{\psi}_w$$

$$\Delta = 2(L - r_c \gamma)$$

$$\begin{aligned} F_{nl} &= \frac{m_w g}{2(L - r_c \gamma)} \left\{ L - r_c \gamma + \frac{r_c \gamma \dot{y}_w}{L} \right\} - \frac{F_{suspzw}}{2} \\ &+ \frac{\epsilon f_{11}(L\gamma + r_c)}{V(L - r_c \gamma)} [\dot{y}_w - V\psi_w] + \frac{r_c^2 \epsilon f_{11} \gamma}{LV(L - r_c \gamma)} \dot{y}_w + \frac{\epsilon f_{12}(L\gamma + r_c)}{V(L - r_c \gamma)} \dot{\psi}_w - \frac{I_{wy} V}{2r_c(L - r_c \gamma)} \dot{\psi}_w \end{aligned} \quad (۴۲-۳)$$

$$\begin{aligned} F_{nr} &= \frac{m_w g}{2(L - r_c \gamma)} \left\{ L - r_c \gamma + \frac{r_c \gamma \dot{y}_w}{L} \right\} - \frac{F_{suspzw}}{2} \\ &- \frac{\epsilon f_{11}(L\gamma + r_c)}{V(L - r_c \gamma)} [\dot{y}_w - V\psi_w] - \frac{r_c^2 \epsilon f_{11} \gamma}{LV(L - r_c \gamma)} \dot{y}_w - \frac{\epsilon f_{12}(L\gamma + r_c)}{V(L - r_c \gamma)} \dot{\psi}_w + \frac{I_{wy} V}{2r_c(L - r_c \gamma)} \dot{\psi}_w \end{aligned} \quad (۴۳-۳)$$

حال که نیروهای عمودی نرمال چرخهای چپ و راست را بدست آورده ایم باید این نیروها را که بر

صفحه تماس عمود هستند ، را در مختصات ریل بدست بیاوریم :

$$\begin{aligned} F_{nyl} &= -F_{nl} \sin(\gamma + \phi_w) \\ F_{nzl} &= F_{nl} \cos(\gamma + \phi_w) \\ F_{nyr} &= F_{nr} \sin(\gamma - \phi_w) \\ F_{nzc} &= F_{nr} \cos(\gamma - \phi_w) \end{aligned} \quad (۴۴-۳)$$

بنابراین با فرضهای تعریف شده در ۳-۲۰ تا ۳-۲۴ و معادلات ۳-۴۳ و ۳-۴۲ داریم .

$$F_{nyl} = -\frac{m_w g \gamma (L + y_w)}{2(L - r_c \gamma)} + \frac{\gamma F_{suspzw}}{2} - \frac{\mathcal{E}f_{11} r_c}{V(L - r_c \gamma)} [\dot{y}_w - V \psi_w] - \frac{\mathcal{E}f_{12} r_c}{V(L - r_c \gamma)} \dot{\psi}_w + \frac{I_{wy} V \gamma}{2r_c (L - r_c \gamma)} \ddot{\psi}_w$$

$$F_{nzt} = \frac{m_w g}{2(L - r_c \gamma)} \left\{ L - r_c \gamma + \frac{r_c \gamma y_w}{L} \right\} - \frac{F_{suspzw}}{2} + \frac{\mathcal{E}f_{11} (L \gamma + r_c)}{V(L - r_c \gamma)} [\dot{y}_w - V \psi_w] + \frac{r_c^2 \mathcal{E}f_{11}}{LV(L - r_c \gamma)} \dot{y}_w + \frac{\mathcal{E}f_{12} (L \gamma + r_c)}{V(L - r_c \gamma)} \dot{\psi}_w - \frac{I_{wy} V}{2r_c (L - r_c \gamma)} \ddot{\psi}_w$$

$$F_{nyr} = \frac{m_w g \gamma (L - y_w)}{2(L - r_c \gamma)} - \frac{\gamma F_{suspzw}}{2} - \frac{\mathcal{E}f_{11} r_c}{V(L - r_c \gamma)} [\dot{y}_w - V \psi_w] - \frac{\mathcal{E}f_{12} r_c}{V(L - r_c \gamma)} \dot{\psi}_w + \frac{I_{wy} V \gamma}{2r_c (L - r_c \gamma)} \ddot{\psi}_w$$

$$F_{nzt} = \frac{m_w g}{2(L - r_c \gamma)} \left\{ L - r_c \gamma + \frac{r_c \gamma y_w}{L} \right\} - \frac{F_{suspzw}}{2} - \frac{\mathcal{E}f_{11} (L \gamma + r_c)}{V(L - r_c \gamma)} [\dot{y}_w - V \psi_w] - \frac{r_c^2 \mathcal{E}f_{11}}{LV(L - r_c \gamma)} \dot{y}_w - \frac{\mathcal{E}f_{12} (L \gamma + r_c)}{V(L - r_c \gamma)} \dot{\psi}_w + \frac{I_{wy} V}{2r_c (L - r_c \gamma)} \ddot{\psi}_w$$

۳-۷- معادلات دینامیکی چرخ و محور

معادلات دینامیکی یک تک چرخ و محور ، از قانون نیوتن بدست آمده است . بنابراین جمع همه نیروهای وارده به چرخ و محور در راستاهای جانبی و عمودی مساوی ضرب جرم در شتابهای جانبی و عمودی خواهد بود . بطور مشابه جمع همه ممانهای وارده حول هر محوری مساوی ضرب ممان اینرسی در همان محور در شتاب زاویه ای خواهد بود . همچنین گشتاورهای ژیرسکوپیک (وقتی سرعتهای زاویه ای حول محورهای عمود برهم متقابل به رأس در نظر گرفته شوند) نیز در این معادلات در نظر گرفته شده است .

دیگرام آزاد چرخ و محور در شکل ۳-۷ نشان داده شده است . معادلاتی که در زیر ارائه شده است با این فرض نوشته شده اند که کسینوس زوایای رول و یاو ، یک و سینوس آنها مساوی خود زوایا می باشند . برای راستای جانبی داریم :

$$F_{cyl} + F_{cyr} + F_{nyr} + F_{nyl} + F_{suspzw} - m_w g \phi_w = m_w \ddot{y}_w \quad (۳-۴۵)$$

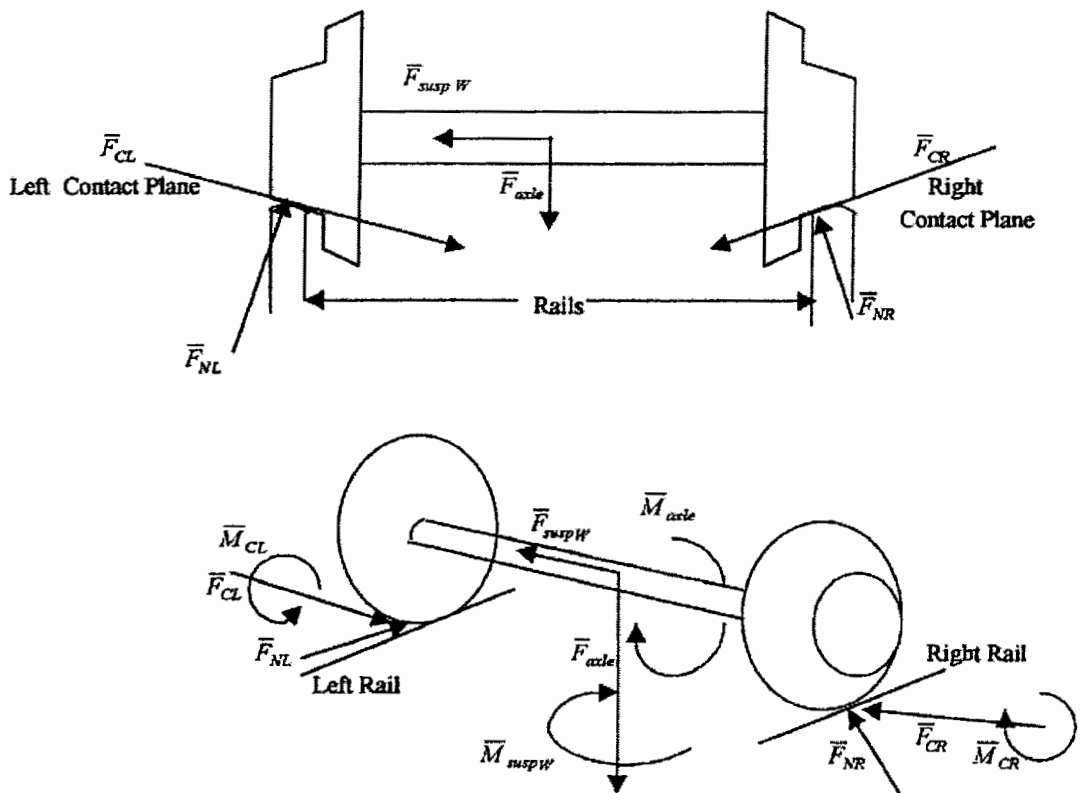
و برای راستای یاو داریم :

$$I_{wz} \ddot{\psi}_w = -I_{wy} \dot{\theta}_w \dot{\phi}_w - L(F_{cxl} - F_{cxr}) + M_{czt} + M_{czt} - \phi_w (M_{cyl} + M_{cyr}) - \psi_w [(L - r_t \tan(\gamma + \phi_w))(F_{cyl} + F_{nyl}) - (L - r_t \tan(\gamma - \phi_w))(F_{cyr} + F_{nyr})] + M_{suspzw} \quad (۳-۴۶)$$

بنابراین با توجه به معادلات ۳-۳۷ و ۳-۳۸ و ۳-۴۲ و ۳-۴۳ و با توجه به این که نیروهای تعلیق صفر هستند، برای ۳-۴۵ و ۳-۴۶ داریم:

$$m_w \ddot{y}_w + \frac{2ef_{11}}{V} \left[\dot{y}_w + \frac{r_c \gamma}{L} \dot{y}_w - V \psi_w \right] + \frac{2ef_{11} r_c}{V(L-r_c \gamma)} [\dot{y}_w - V \psi_w] - \frac{I_{wy} V \gamma}{r_c (L-r_c \gamma)} \dot{\psi}_w + \frac{2ef_{12}}{V} \dot{\psi}_w + \frac{2ef_{12} r_c}{V(L-r_c \gamma)} \dot{\psi}_w + \frac{m_w g \gamma}{L} y_w = F_{susp yw} \quad (47-3)$$

$$I_{wz} \ddot{\psi}_w + \frac{I_{wy} V \gamma}{r_c L} \dot{y}_w + \frac{2Lef_{33}}{V} \left[\frac{V \gamma}{r_c} y_w + L \dot{\psi}_w \right] - \frac{m_w g \gamma L^2}{(L-r_c \gamma)} \psi_w + \frac{2Lef_{12} \gamma}{r_c} \psi_w - \frac{2ef_{12}}{V} \left[\dot{y}_w + \frac{r_c \gamma}{L} \dot{y}_w - V \psi_w \right] + \frac{2f_{22}}{V} \dot{\psi}_w = M_{susp zw} \quad (48-3)$$



شکل ۷-۳ دیاگرام آزاد چرخ و محور تحت نیروهای تماسی [۳۱]

۳-۸- معادلات حرکت بوژی

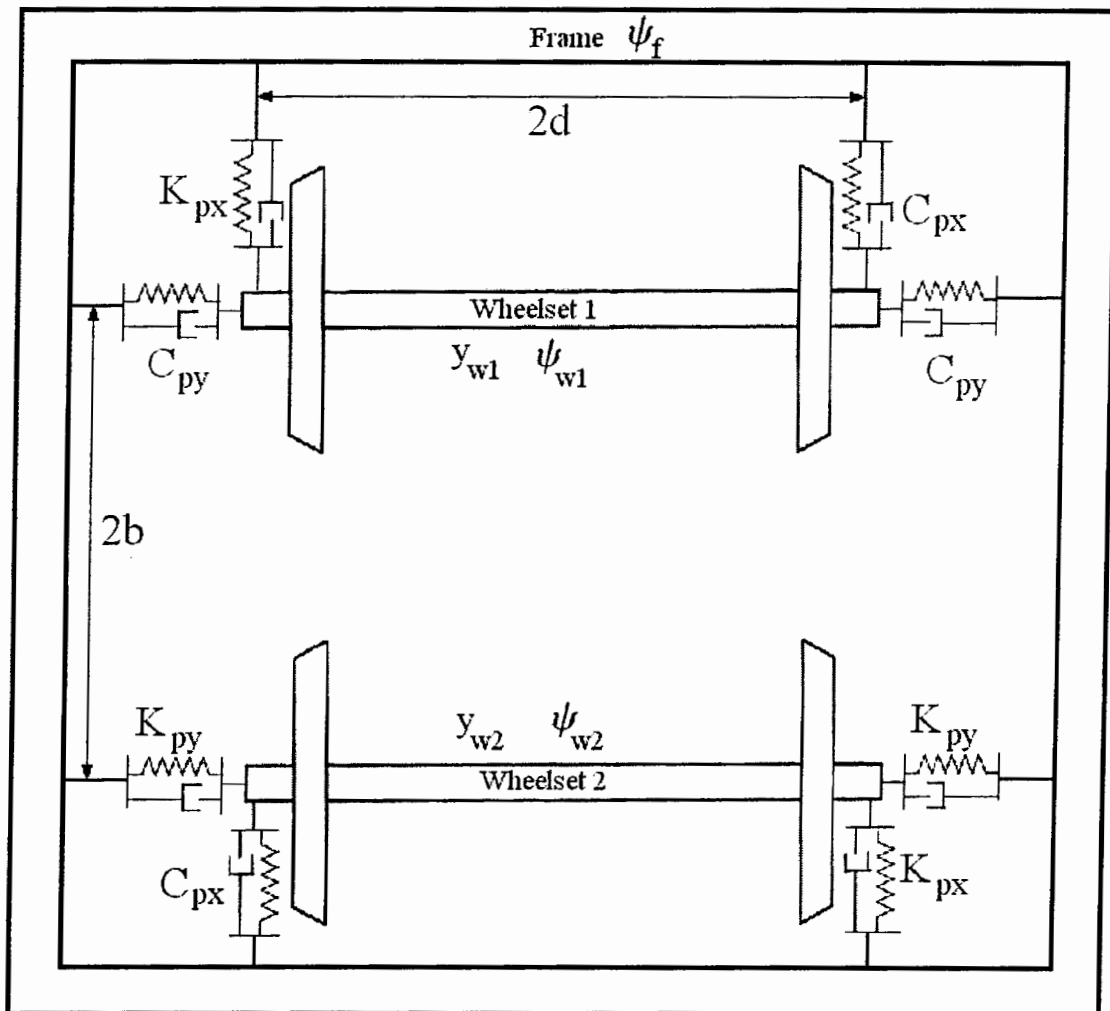
در این قسمت به معادلات حرکت بوژی پرداخته شده است ، ممانهای یاو و نیروهای جانبی که به بوژی وارد می شوند ، مورد بررسی قرار گرفته اند . بوژی که در این مدل در نظر گرفته شده یک بوژی معمولی است که شامل دو چرخ و محور است که به قاب بوژی متصل است . هرکدام از چرخ و محورها دارای دو درجه آزادی در راستای جانبی و یاو هستند و قاب بوژی نیز دارای یک درجه آزادی در راستای یاو می باشد ، بنابراین مدل بوژی دارای مجموعاً پنج درجه آزادی است .

۳-۸-۱- مدل ریاضی

بوژی معمولی شامل دو چرخ و محور جدا از هم است که هر کدام شبیه دیگری است . پیکر بندی بوژی شامل سیستم تعلیق اولیه می باشد . هر چرخ و محور شامل دو فنر و دمپر طولی و عرضی می باشد . تنها عاملی که باعث کوپل شدن دو چرخ و محور عقبی و جلویی می شود قاب بوژی می باشد .

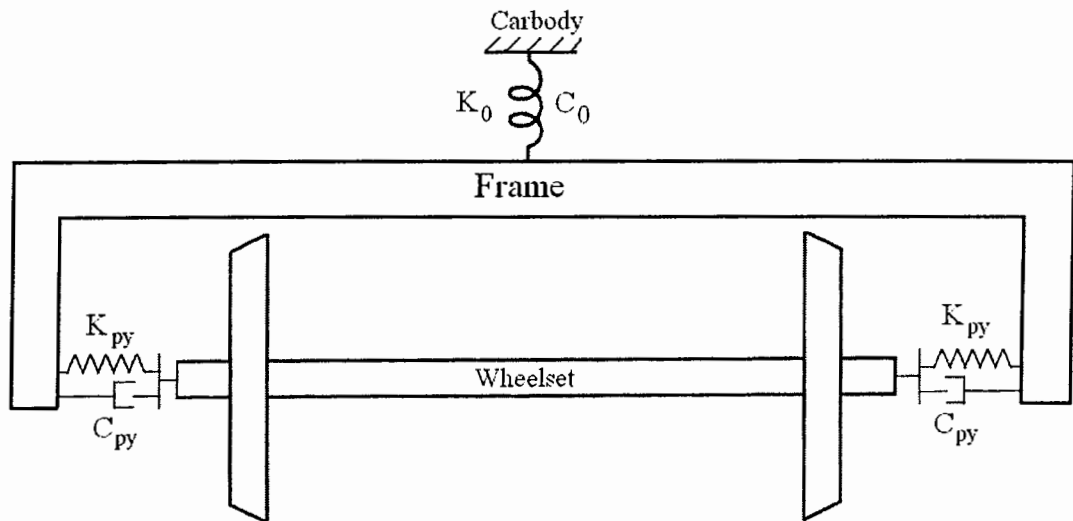
شکل ۳-۸ بوژی معمولی را نشان می دهد که چرخ و محور عقبی و جلویی در آن نشان داده شده است که بوسیله تعلیق اولیه از طریق فنر و دمپر به قاب بوژی وصل است . در حالی که چرخ و محور جلویی با اندیس یک و چرخ و محور عقبی با اندیس دو نشان داده شده است .

وقتی که چرخ و محورها حرکت می کنند نیروی عرضی برابندی را بر روی قاب بوژی بوجود می آورند ، که قاب را در همان جهتی که چرخ و محورها حرکت کرده اند ، هدایت می کنند . همچنین وقتی که چرخ و محور در جهت یاو حرکت می کند ، ترکیب فنرهای طولی بوژی سبب چرخش قاب در جهت یاو می شود ، بنابراین کل نیروهایی که به قاب وارد می شود از طریق محاسبه برابندی نیروهای چرخ و محور بدست می آیند .



شکل ۸-۳ شماتیک بوژی با چرخ و محور عقب (۲) و جلو (۱)

قاب بوژی از طریق یک فنر پیچشی در راستای یابو به بدنه واگن متصل می باشد این المان نیرویی بین قاب و بدنه واگن به این صورت تعریف می شود که ضریب میرایی و سختی این المان به ترتیب C_0 و K_0 می باشد. شکل ۹-۳ را ببینید.



شکل ۹-۳ شماتیک بوژی و طریقه اتصال آن به بدنه واگن

۳-۸-۲- نیروها و ممانهای چرخ و محور

نیروها و ممانهای تعلیق از طریق چرخ و محور در اثر تعلیق طولی و جانبی وارد می شوند. در این آنالیز درجه آزادی رول و عمودی چرخ و محور در نظر گرفته نشده است، بنابراین نیروهای تعلیق رول و عمودی صفر فرض می شوند.

نیروها و ممانهای تعلیق که به چرخ و محور وارد می شوند عبارتند از:

$$F_{suspyw1} = -2K_{py}y_{w1} + 2bK_{py}\psi_f - 2C_{py}\dot{y}_{w1} + 2bC_{py}\dot{\psi}_f \quad (۴۹-۳)$$

$$M_{suspzw1} = -2d^2K_{px}\psi_{w1} + 2d^2K_{px}\psi_f - 2d^2C_{px}\dot{\psi}_{w1} + 2d^2C_{px}\dot{\psi}_f \quad (۵۰-۳)$$

برای نیروی راستای جانبی و ممان راستای یابو که به چرخ و محور عقبی وارد می شود، داریم:

$$F_{suspyw2} = -2K_{py}y_{w2} - 2bK_{py}\psi_f - 2C_{py}\dot{y}_{w2} - 2bC_{py}\dot{\psi}_f \quad (۵۱-۳)$$

$$M_{suspzw2} = -2d^2K_{px}\psi_{w2} + 2d^2K_{px}\psi_f - 2d^2C_{px}\dot{\psi}_{w2} + 2d^2C_{px}\dot{\psi}_f \quad (۵۲-۳)$$

۳-۸-۳- ممانهای وارد بر قاب

ممانهای تعلیق وارد بر قاب و بوژی که از المانهای تعلیق طولی و جانبی نشأت می گیرند، به قاب وارد می شود. شکل ۹-۳ تعلیق ثانویه را نشان می دهد.

ممان یابو که به قاب بوژی وارد می شود، به شکل زیر نوشته می شود.

$$M_{suspzf} = 2bK_{py}y_{w1} + 2d^2K_{px}\psi_{w1} - 2bK_{py}y_{w2} + 2d^2K_{px}\psi_{w2} + 2bC_{py}\dot{y}_{w1} - 2bC_{py}\dot{y}_{w2} + (-4d^2K_{px} - 4b^2K_{py})\psi_f + (-4d^2C_{px} - 4b^2C_{py})\dot{\psi}_f + 2d^2C_{px}\dot{\psi}_{w1} + 2d^2C_{px}\dot{\psi}_{w2} - C_0\dot{\psi}_f - K_0\psi_f \quad (53-3)$$

۳-۸-۴- معادلات دینامیکی چرخ و محور در بوژی

با توجه به اینکه در بخش ۳-۷ همین فصل معادلات چرخ و محور را بدست آورده ایم ، هم اکنون می توانیم معادلات دینامیکی چرخ و محور عقب و جلو را بدست بیاوریم . از معادلات ۳-۴۷ و ۳-۴۸ تا ۳-۴۹ تا ۳-۵۲ داریم .

برای چرخ جلویی

$$m_w\ddot{y}_{w1} + \left\{ \frac{2\mathcal{E}f_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{(L-r_c\gamma)} \right) + \frac{2r_c\mathcal{E}f_{11}}{V(L-r_c\gamma)} + 2C_{py} \right\} \dot{y}_{w1} + \left\{ \frac{m_w g \gamma}{L} + 2K_{py} \right\} y_{w1} + \left\{ -\frac{I_{wy}V\gamma}{r_c(L-r_c\gamma)} + \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{L-r_c\gamma} \right) \right\} \dot{\psi}_{w1} - 2\mathcal{E}f_{11} \left(1 + \frac{r_c}{(L-r_c\gamma)} \right) \psi_{w1} - 2bC_{py}\dot{\psi}_f - 2bK_{py}\psi_f = 0 \quad (54-3)$$

$$I_{wz}\ddot{\psi}_{w1} + \left\{ \frac{2L^2\mathcal{E}f_{33}}{V} + \frac{2f_{22}}{V} + 2d^2C_{px} \right\} \dot{\psi}_{w1} + \left\{ -\frac{m_w g \gamma L^2}{(L-r_c\gamma)} + \frac{2L\mathcal{E}f_{12}\gamma}{r_c} + 2\mathcal{E}f_{12} + 2d^2K_{px} \right\} \psi_{w1} + \left\{ \frac{I_{wy}V\gamma}{r_cL} - \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{L} \right) \right\} \dot{y}_{w1} + \frac{2L\mathcal{E}f_{33}\gamma}{r_c} y_{w1} - 2d^2C_{px}\dot{\psi}_f - 2d^2K_{px}\psi_f = 0 \quad (55-3)$$

برای چرخ عقبی

$$m_w\ddot{y}_{w2} + \left\{ \frac{2\mathcal{E}f_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{(L-r_c\gamma)} \right) + \frac{2r_c\mathcal{E}f_{11}}{V(L-r_c\gamma)} + 2C_{py} \right\} \dot{y}_{w2} + \left\{ \frac{m_w g \gamma}{L} + 2K_{py} \right\} y_{w2} + \left\{ -\frac{I_{wy}V\gamma}{r_c(L-r_c\gamma)} + \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{L-r_c\gamma} \right) \right\} \dot{\psi}_{w2} - 2\mathcal{E}f_{11} \left(1 + \frac{r_c}{(L-r_c\gamma)} \right) \psi_{w2} + 2bC_{py}\dot{\psi}_f + 2bK_{py}\psi_f = 0 \quad (56-3)$$

$$I_{wz}\ddot{\psi}_{w2} + \left\{ \frac{2L^2\mathcal{E}f_{33}}{V} + \frac{2f_{22}}{V} + 2d^2C_{px} \right\} \dot{\psi}_{w2} + \left\{ -\frac{m_w g \gamma L^2}{(L-r_c\gamma)} + \frac{2L\mathcal{E}f_{12}\gamma}{r_c} + 2\mathcal{E}f_{12} + 2d^2K_{px} \right\} \psi_{w2} + \left\{ \frac{I_{wy}V\gamma}{r_cL} - \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{L} \right) \right\} \dot{y}_{w2} + \frac{2L\mathcal{E}f_{33}\gamma}{r_c} y_{w2} - 2d^2C_{px}\dot{\psi}_f - 2d^2K_{px}\psi_f = 0 \quad (57-3)$$

۳-۸-۵- معادله دینامیکی قاب

در این قسمت به معادله دینامیکی قاب بوژی می پردازیم . قاب بوژی دارای یک درجه آزادی یاو است و تنها از طریق یک المان نیروی پیچشی به بدنه واگن متصل می شود . معادله دینامیکی یاو قاب بوسیله اعمال اصل ممتمم زاویه ای در جهت یاو بدست آمده است . با فرض اینکه زوایا کوچک باشند داریم :

$$I_{fz} \ddot{\psi}_f = M_{suspzf} \quad (۵۸-۳)$$

حال با توجه به معادله ۳-۵۳ برای ۳-۵۸ و نیز با توجه به فرض ۲-۲۲ داریم :

$$\begin{aligned} I_{fz} \ddot{\psi}_f + (4d^2 C_{px} + 4b^2 C_{py} + C_0) \dot{\psi}_f + (4d^2 K_{px} + 4b^2 K_{py} + K_0) \psi_f \\ - 2bC_{py} \dot{y}_{w1} - 2bK_{py} y_{w1} - 2d^2 C_{px} \dot{\psi}_{w1} - 2d^2 K_{px} \psi_{w1} + 2bC_{py} \dot{y}_{w2} + 2bK_{py} y_{w2} \\ - 2d^2 C_{px} \dot{\psi}_{w2} - 2d^2 K_{px} \psi_{w2} = 0 \end{aligned} \quad (۵۹-۳)$$

۳-۸-۶- شکل فضای حالت

در این قسمت ما می خواهیم معادلات ۳-۵۴ تا ۳-۵۷ و ۳-۵۹ را به فرم فضای حالت بنویسیم . بنابراین با فرض

$$a_1 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{2ef_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L - r_c \gamma} \right) + \frac{2r_c \varepsilon f_{11}}{LV} + 2C_{py} \right\} \quad a_2 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{m_w g \gamma}{L} + 2K_{py} \right\}$$

و

$$a_3 = -\frac{I_{wy} V \gamma}{m_w r_c (L - r_c \gamma)} + \frac{2ef_{12}}{V m_w} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L - r_c \gamma} \right) \quad a_4 = \frac{-2ef_{11}}{m_w} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L - r_c \gamma} \right)$$

و

$$a_5 = \frac{-2bC_{py}}{m_w} \quad a_6 = \frac{-2bK_{py}}{m_w}$$

داریم

$$\ddot{y}_{w1} + a_1 \dot{y}_{w1} + a_2 y_{w1} + a_3 \dot{\psi}_{w1} + a_4 \psi_{w1} + a_5 \dot{\psi}_f + a_6 \psi_f = 0 \quad (۶۰-۳)$$

همچنین با فرض

$$b_1 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ \frac{2L^2 ef_{33}}{V} + 2d^2 C_{px} + \frac{2f_{22}}{V} \right\} \quad b_2 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ -\frac{m_w g \gamma L^2}{(L - r_c \gamma)} + 2d^2 K_{px} + \frac{2L ef_{12} \gamma}{r_c} + 2ef_{12} \right\}$$

$$b_3 = \frac{I_{wy}V\gamma}{I_{wz}r_cL} - \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{VI_{wz}} \left(1 + \frac{r_c\gamma}{L}\right) \quad b_4 = \frac{2L\mathcal{E}f_{33}\gamma}{I_{wz}r_c} \quad b_5 = \frac{-2d^2C_{px}}{I_{wz}} \quad b_6 = \frac{-2d^2K_{px}}{I_{wz}}$$

می توان عبارت زیر را بدست آورد

$$\ddot{\psi}_{w1} + b_1\dot{\psi}_{w1} + b_2\psi_{w1} + b_3\dot{y}_{w1} + b_4y_{w1} + b_5\dot{\psi}_f + b_6\psi_f = 0 \quad (۶۱-۳)$$

از طرفی با فرض

$$c_1 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{2\mathcal{E}f_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{(L-r_c\gamma)}\right) + \frac{2r_c\mathcal{E}f_{11}}{LV} + 2C_{py} \right\} \quad c_2 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{m_w g\gamma}{L} + 2K_{py} \right\}$$

9

$$c_3 = -\frac{I_{wy}V\gamma}{m_w r_c (L-r_c\gamma)} + \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{Vm_w} \left(1 + \frac{r_c\gamma}{L-r_c\gamma}\right) \quad c_4 = \frac{-2\mathcal{E}f_{11}}{m_w} \left(1 + \frac{r_c}{(L-r_c\gamma)}\right)$$

9

$$c_5 = \frac{2bC_{py}}{m_w} \quad c_6 = \frac{2bK_{py}}{m_w}$$

داریم

$$\ddot{y}_{w2} + c_1\dot{y}_{w2} + c_2y_{w2} + c_3\dot{\psi}_{w2} + c_4\psi_{w2} + c_5\dot{\psi}_f + c_6\psi_f = 0 \quad (۶۲-۳)$$

و نیز می توان فرض کرد که

$$d_1 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ \frac{2L^2\mathcal{E}f_{33}}{V} + 2d^2C_{px} + \frac{2f_{22}}{V} \right\} \quad d_2 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ -\frac{m_w g\gamma L^2}{(L-r_c\gamma)} + 2d^2K_{px} + \frac{2L\mathcal{E}f_{12}\gamma}{r_c} + 2\mathcal{E}f_{12} \right\}$$

9

$$d_3 = \frac{I_{wy}V\gamma}{I_{wz}r_cL} - \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{VI_{wz}} \left(1 + \frac{r_c\gamma}{L}\right) \quad d_4 = \frac{2L\mathcal{E}f_{33}\gamma}{I_{wz}r_c} \quad d_5 = \frac{-2d^2C_{px}}{I_{wz}} \quad d_6 = \frac{-2d^2K_{px}}{I_{wz}}$$

و نوشت که

$$\ddot{\psi}_{w2} + d_1\dot{\psi}_{w2} + d_2\psi_{w2} + d_3\dot{y}_{w2} + d_4y_{w2} + d_5\dot{\psi}_f + d_6\psi_f = 0 \quad (۶۳-۳)$$

و با فرض این که

$$e_1 = \frac{4d^2C_{px} + 4b^2C_{py} + C_0}{I_{fz}} \quad e_2 = \frac{4d^2K_{px} + 4b^2K_{py} + K_0}{I_{fz}} \quad e_3 = \frac{-2bC_{py}}{I_{fz}}$$

9

$$e_4 = \frac{-2bK_{py}}{I_{fz}} \quad e_5 = \frac{-2d^2C_{px}}{I_{fz}} \quad e_6 = \frac{-2d^2K_{px}}{I_{fz}} \quad e_7 = \frac{2bC_{py}}{I_{fz}}$$

$$e_8 = \frac{2bK_{py}}{I_{fz}} \quad e_9 = \frac{-2d^2C_{px}}{I_{fz}} \quad e_{10} = \frac{-2d^2K_{px}}{I_{fz}}$$

داریم

$$\begin{aligned} \ddot{\psi}_f + e_1\dot{\psi}_f + e_2\psi_f + e_3\dot{y}_{w1} + e_4y_{w1} + e_5\dot{\psi}_{w1} + e_6\psi_{w1} + e_7\dot{y}_{w2} + e_8y_{w2} \\ + e_9\dot{\psi}_{w2} + e_{10}\psi_{w2} = 0 \end{aligned} \quad (64-3)$$

حال با معادلات (۶۰-۳) تا (۶۴-۳) می توان مدل فضای حالت را تعریف کرد. اگر متغیرهای حالت

را به شکل زیر تعریف کنیم

$$\begin{aligned} x_1 &= y_{w1} & x_2 &= \dot{y}_{w1} \\ x_3 &= \psi_{w1} & x_4 &= \dot{\psi}_{w1} \\ x_5 &= y_{w2} & x_6 &= \dot{y}_{w2} \\ x_7 &= \psi_{w2} & x_8 &= \dot{\psi}_{w2} \\ x_9 &= \psi_f & x_{10} &= \dot{\psi}_f \end{aligned} \quad (65-3)$$

می توان معادله فضای حالت را به شکل زیر تعریف کرد

$$\{\dot{x}\} = A\{x\} \quad (66-3)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2 & -a_1 & -a_4 & -a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_6 & -a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_4 & -b_3 & -b_2 & -b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b_6 & -b_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & -c_1 & -c_4 & -c_3 & -c_6 & -c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_4 & -d_3 & -d_2 & -d_1 & -d_6 & -d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -e_4 & -e_3 & -e_6 & -e_5 & -e_8 & -e_7 & -e_{10} & -e_9 & -e_1 & -e_2 \end{bmatrix} \quad (67-3)$$

$$\{\dot{x}\} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \end{bmatrix}$$

$$\{x\} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix}$$

فصل چهارم

رفتار هانتینگ برای سیستم غیرفعال

۴-۱- سرعت بحرانی^۱ بوژی

سرعت بحرانی در دینامیک وسیله نقلیه ریلی می تواند به عنوان سرعت رو به جلو وسیله نقلیه تعریف شود که بیشتر از آن سرعت تغییرات ناگهانی در دینامیک وسیله نقلیه دیده شود. در سرعت پایین تر از سرعت بحرانی، سیستم حول مبدأ پایدار است (جا به جایی جانبی صفر و جا به جایی یابو صفر). بنابراین حول مبدأ، سیستم خطی سازی شده دارای مقادیر ویژه با قسمت حقیقی منفی می باشد. در سرعتهای بالاتر از سرعت بحرانی سیستم ناپایدار شده و دارای مقادیر ویژه با قسمت حقیقی مثبت خواهد بود.

هنگامی که سرعت رو به جلو وسیله نقلیه مساوی سرعت بحرانی شود، سیستم از حالت پایدار به حالت ناپایدار منتقل شده و در آن نقطه سیستم خطی دارای مقادیر ویژه کاملاً مختلط خواهد بود. برای سیستمهای دینامیکی خطی سازی شده، سرعت بحرانی می تواند از طریق رابطه زیر محاسبه شود:

$$|A - \lambda I| = 0 \quad (4-1)$$

در رابطه فوق A ، نمایانگر ماتریس سیستم خطی سازی شده و λ نیز نمایانگر مقادیر ویژه سیستم و I نیز نمایانگر ماتریس همانی می باشد. تعداد ریشه های $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ معادله مشخصه، به مرتبه A بستگی دارد.

با توجه به اینکه $\lambda = f(V)$ ، که در آن V سرعت رو به جلو وسیله نقلیه می باشد، بنابراین داریم [۳۴]:

$$\text{Re}(\lambda) = 0 \Leftrightarrow V = V_c \quad (4-2)$$

¹ Critical Velocity

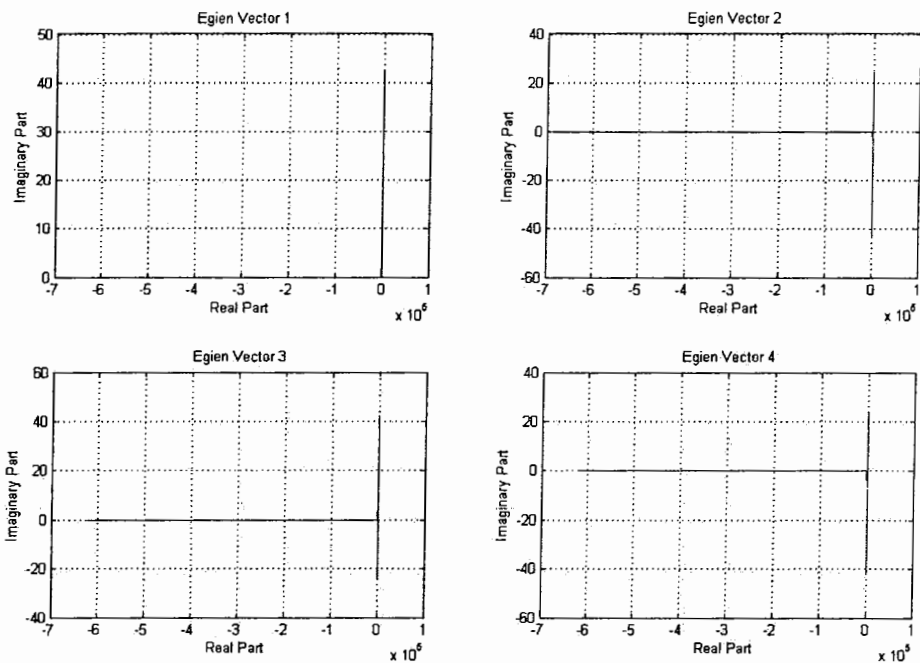
۴-۲- سرعت بحرانی بوژی با تعلیق غیرفعال

با توجه به آنچه گفته شد ، هم اکنون یک بوژی معمولی را در نظر می گیریم ، که مشخصات آن در جدول ۴-۱ آورده شده است [۲۹].

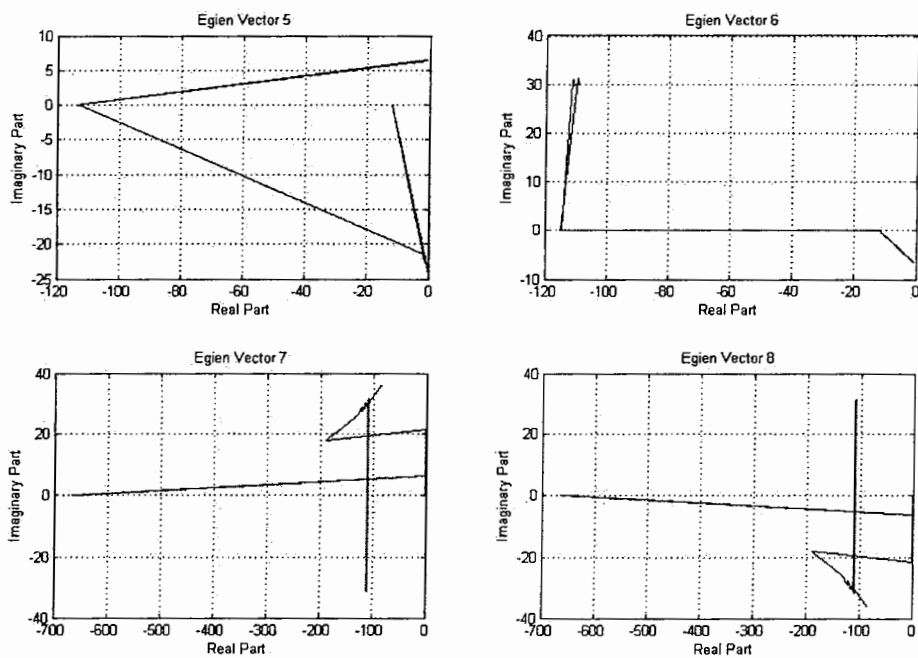
جدول ۴-۱ مشخصات مدل در نظر گرفته شده [۲۹]

پارامتر	تعریف	مقدار
m_w	جرم چرخ و محور	1751kg
I_{wy}	ممان اینرسی پیچ چرخ و محور	130kg.m ²
I_{wz}	ممان اینرسی یابو چرخ و محور	761kg.m ²
I_{fz}	ممان اینرسی یابو قاب بوژی	3371kg.m ²
γ	زاویه مخروطی چرخ	0.125
f_{11}	ضریب خزشی جانبی	9.43e6N
f_{12}	ضریب خزشی جانبی چرخشی	1.20e3N.m
f_{22}	ضریب خزشی چرخشی	1.00e3N.m ²
f_{33}	ضریب خزشی طولی	10.23e6N
ε	ثابت اشباع نیروی خزشی	0.5
r_c	شعاع غلتشی مرکزی چرخ	0.43m
L	نصف گیج خط	0.716m
b	نصف فاصله طولی چرخ و محورها	1.295m
d	نصف فاصله عرضی تعلیق طولی اولیه	0.61m
K_{px}	سختی طولی تعلیق اولیه	9e5
C_{px}	دمپینگ طولی تعلیق اولیه	8376.9
K_{py}	سختی جانبی تعلیق اولیه	3.9e5
C_{py}	دمپینگ جانبی تعلیق اولیه	9048.2
K_0	سختی المان پیچشی بین گهواره و قاب بوژی	5e5
C_0	دمپینگ المان پیچشی بین گهواره و قاب بوژی	3.5e5

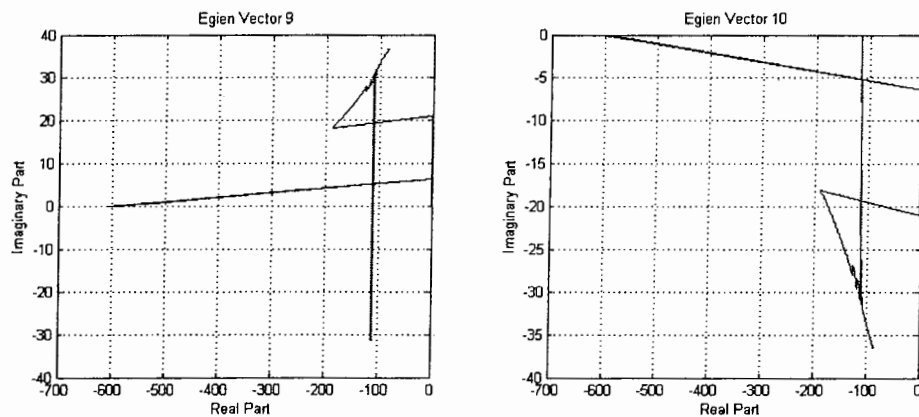
با توجه به مدل مورد نظر با استفاده از نرم افزار MATLAB به رسم مقادیر ویژه در محدوده سرعت صفر تا ۱۰۰ متر بر ثانیه پرداخته ایم که هرکدام از مؤلفه های آن مطابق شکل‌های ۱-۴ تا ۳-۴ جداگانه رسم شده اند .



۱-۴ چهار مؤلفه اول بردار ویژه مدل با تعلیق غیرفعال

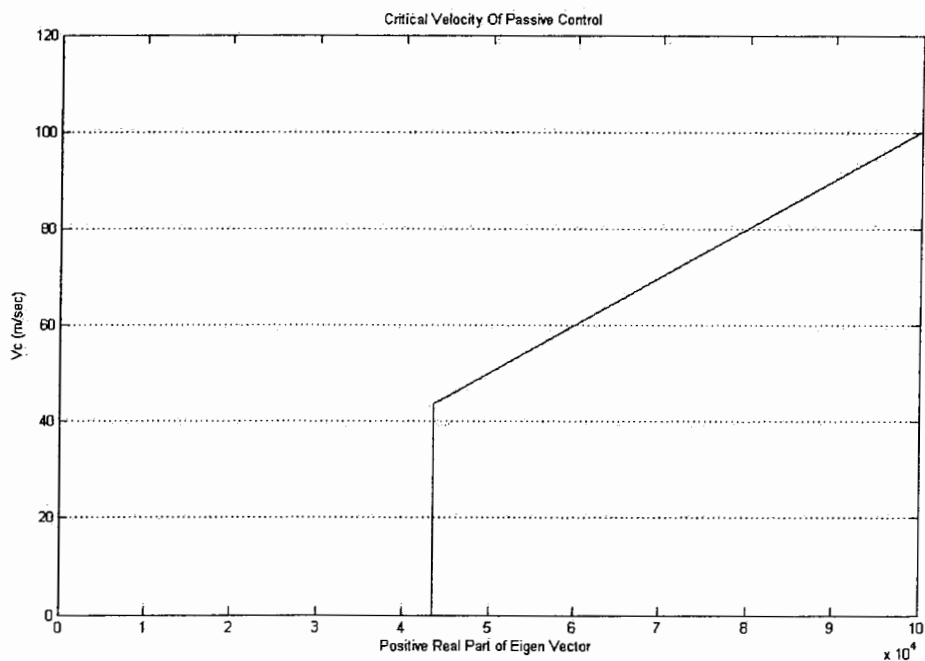


۲-۴ چهار مؤلفه دوم بردار ویژه مدل با تعلیق غیرفعال



۳-۴ مؤلفه نهم و دهم بردار ویژه مدل با تعلیق غیرفعال

از طرفی سرعتهایی که در آن مقادیر ویژه دارای مقادیر حقیقی منفی شده اند، در شکل ۴-۴ رسم شده اند. همان طور که دیده می شود سرعت بحرانی $43/55$ متر بر ثانیه است.

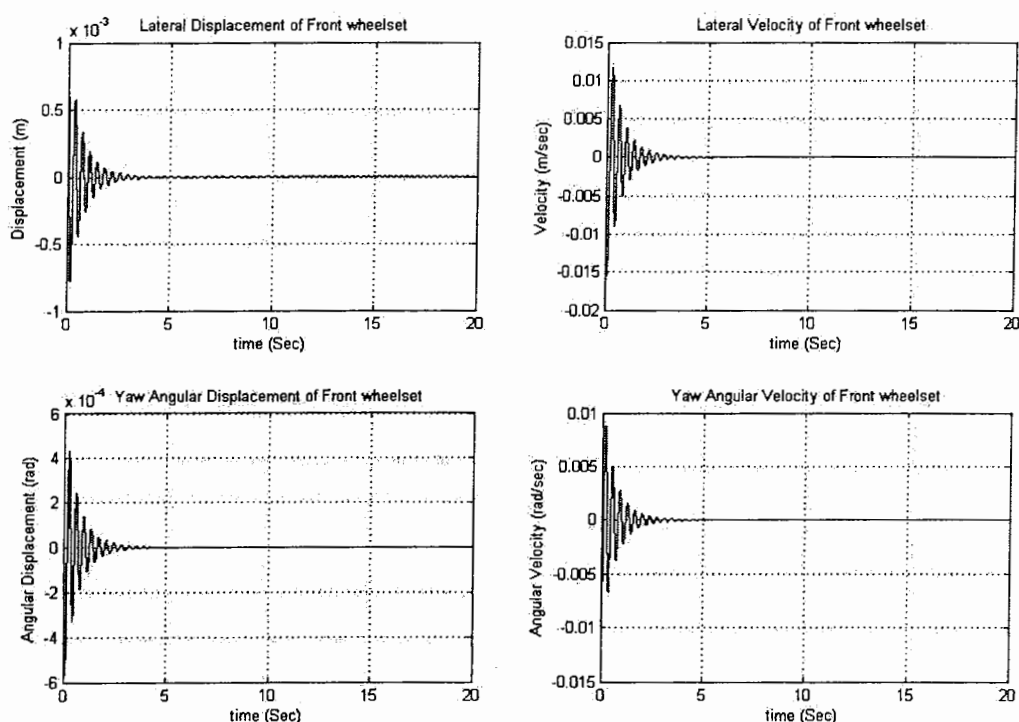


شکل ۴-۴ سرعت بوژی بر حسب مثبت بودن قسمت حقیقی مقادیر ویژه

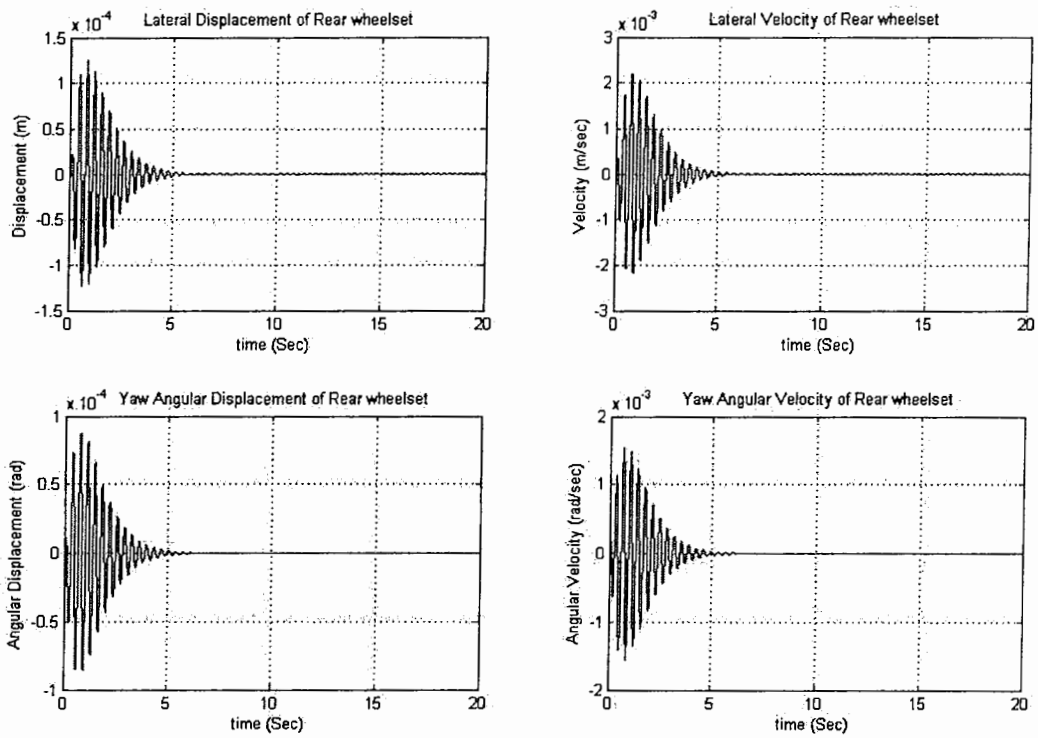
۴-۳- شبیه سازی مثال عددی

در این بخش به شبیه سازی مدل بوژی برای حالت تعلیق غیرفعال می پردازیم. در این شبیه سازی یک شرایط اولیه به سیستم اعمال می کنیم که شامل جا به جایی جانبی چرخ جلویی به اندازه یک میلیمتر می باشد. این شبیه سازی توسط نرم افزار Simulink انجام شده است. که جزئیات آن در ضمیمه آورده شده است.

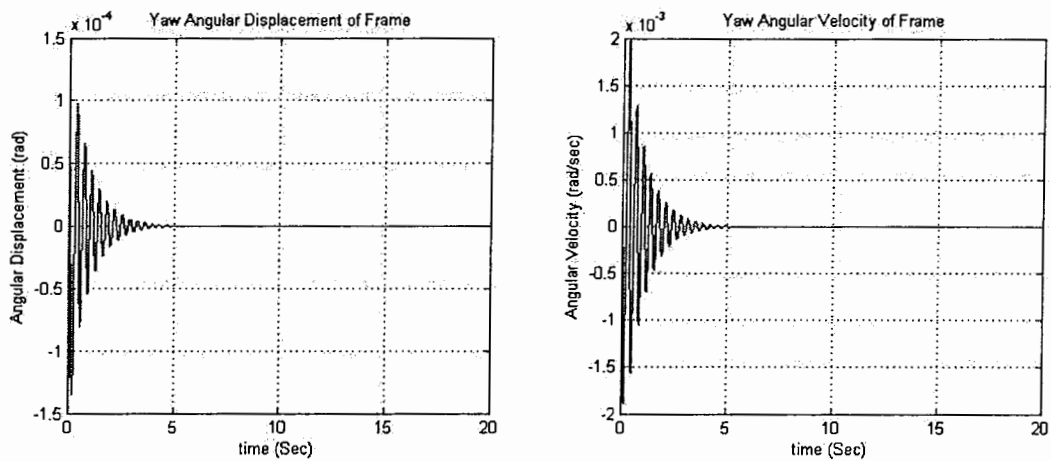
حال در این قسمت بوژی را که با تعلیق غیرفعال مدل کرده بودیم را با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه که زیر سرعت بحرانی است شبیه سازی می کنیم. که نتایج این شبیه سازی در شکل‌های ۴-۵ تا ۴-۷ نشان داده شده است.



شکل ۴-۵ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ جلویی با تعلیق غیر فعال با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه

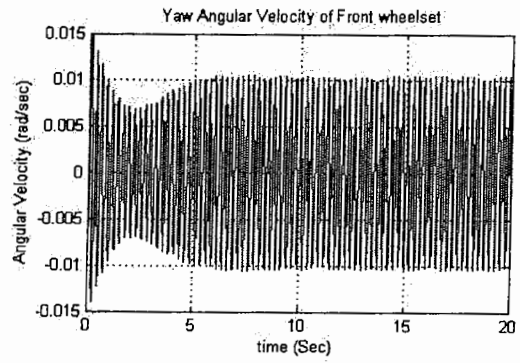
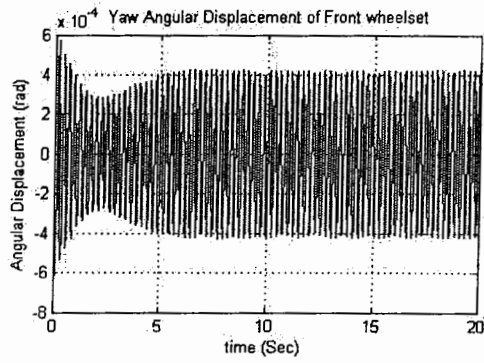
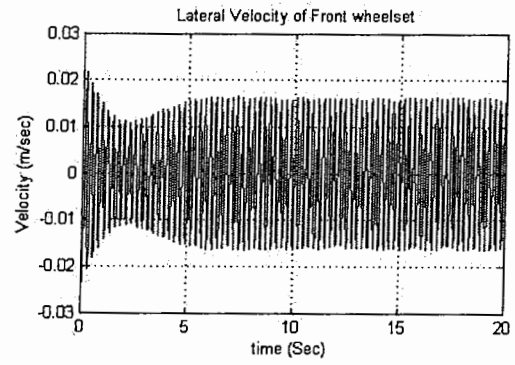
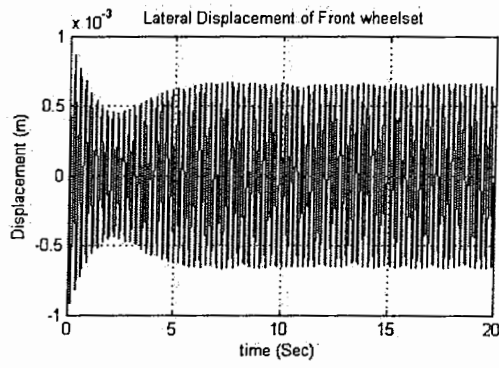


شکل ۴-۶ نمودارهای جابه جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ عقبی با تعلیق غیر فعال با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه

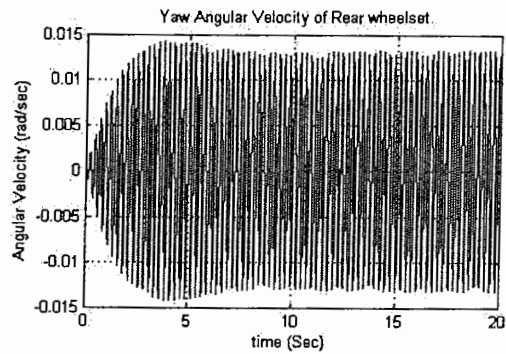
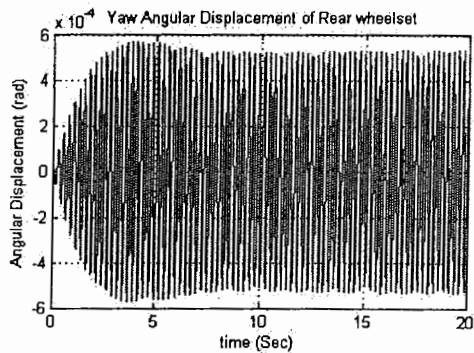
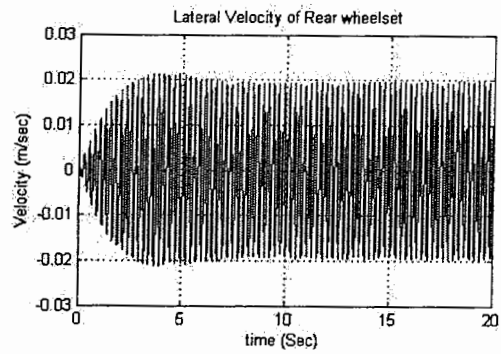
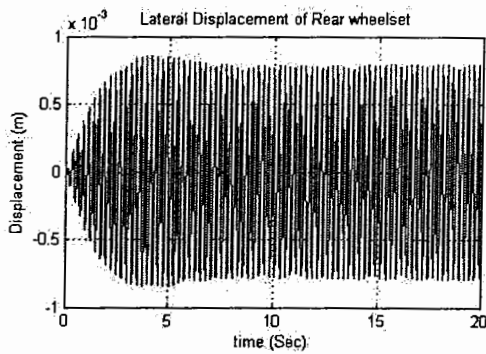


شکل ۴-۷ نمودارهای جابه جایی و سرعت یاو قاب بوژی با تعلیق غیر فعال با سرعت ۳۰ متر بر ثانیه

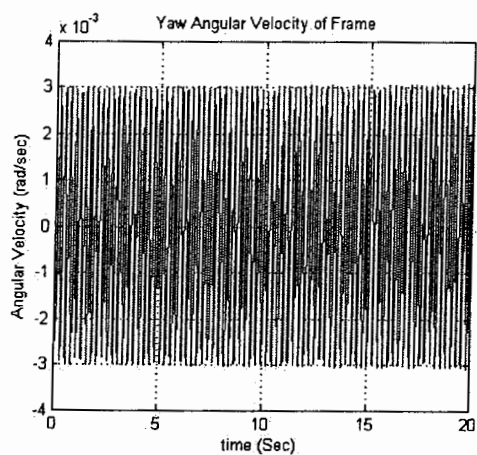
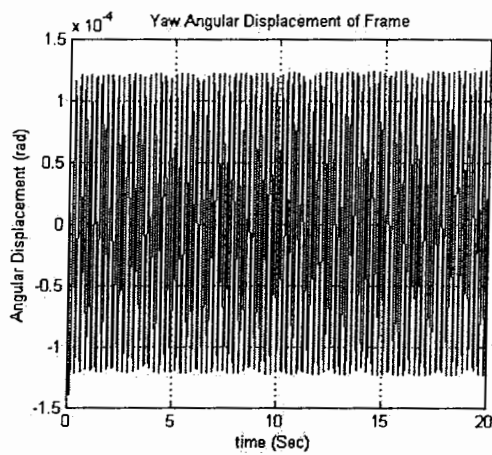
حال مدل را با سرعت بحرانی یعنی با سرعت ۴۳/۵۵ متر بر ثانیه شبیه سازی می کنیم. همان طور که در این شکل‌های ۴-۸ تا ۴-۱۰ دیده می شود سیستم دچار ناپایداری شده پدیده هانتینگ در این شکلها به وضوح دیده می شود.



شکل ۴-۸ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ جلویی با تعلیق غیر فعال با سرعت بحرانی



شکل ۴-۹ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ عقبی با تعلیق غیرفعال با سرعت بحرانی



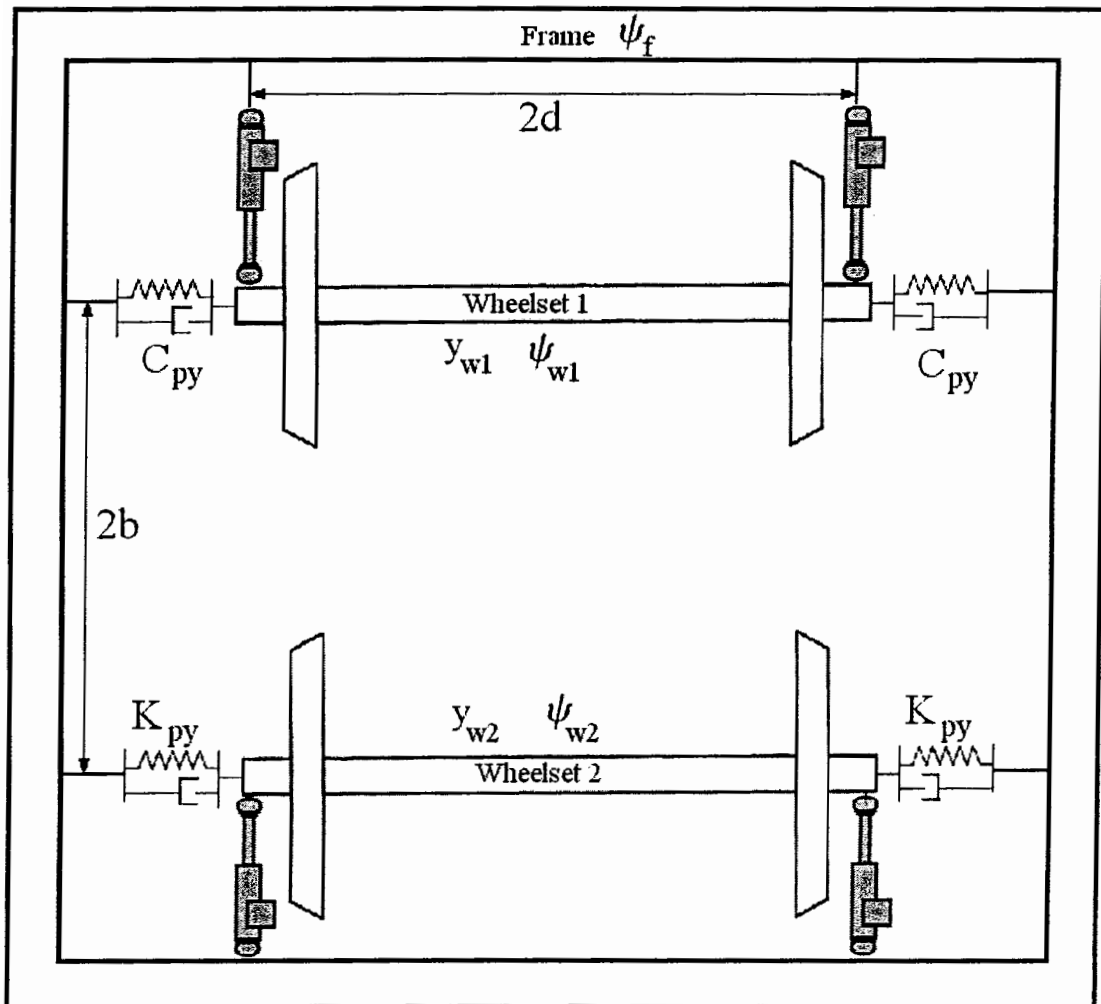
شکل ۴-۱۰ نمودارهای جا به جایی و سرعت یاو قاب بوژی با تعلیق غیر فعال با سرعت بحرانی

فصل پنجم

کنترل فعال سیستم

۱-۵- بوژی با تعلیق فعال

حال با توجه به اینکه مدل مورد بررسی شده در فصل قبل دارای سرعت بحرانی $43/55$ متر بر ثانیه می باشد باید روشی کنترلی پیدا کنیم که بتوانیم این سرعت بحرانی را افزایش دهیم. بنابراین برای این منظور محرکهایی را به جای تعلیق طولی در بوژی مطابق شکل ۱-۵ در نظر گرفته ایم.



۱-۵ بوژی دارای محرکه های طولی

با توجه به مدل شکل ۵-۱ معادلات حرکت تغییر می کند. بر این اساس نیروی هر جفت محرک را مساوی u_1 و u_2 قرار داده که u_1 مربوط به محرک جلویی است و u_2 مربوط به محرک عقبی می باشد.

بنابراین با فرض

$$a_1 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{2\epsilon f_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{L - r_c \gamma} \right) + \frac{2r_c \epsilon f_{11}}{LV} + 2C_{py} \right\} \quad a_2 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{m_w g \gamma}{L} + 2K_{py} \right\}$$

و

$$a_3 = -\frac{I_{wy} V \gamma}{m_w r_c (L - r_c \gamma)} + \frac{2\epsilon f_{12}}{V m_w} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L - r_c \gamma} \right) \quad a_4 = \frac{-2\epsilon f_{11}}{m_w} \left(1 + \frac{r_c}{L - r_c \gamma} \right)$$

و

$$a_5 = \frac{-2bC_{py}}{m_w} \quad a_6 = \frac{-2bK_{py}}{m_w}$$

داریم

$$\ddot{y}_{w1} + a_1 \dot{y}_{w1} + a_2 y_{w1} + a_3 \dot{\psi}_{w1} + a_4 \psi_{w1} + a_5 \dot{\psi}_f + a_6 \psi_f = 0 \quad (۱-۵)$$

همچنین با فرض

$$b_1 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ \frac{2L^2 \epsilon f_{33}}{V} + \frac{2f_{22}}{V} \right\} \quad b_2 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ -\frac{m_w g \gamma L^2}{(L - r_c \gamma)} + \frac{2L \epsilon f_{12} \gamma}{r_c} + 2\epsilon f_{12} \right\}$$

و

$$b_3 = \frac{I_{wy} V \gamma}{I_{wz} r_c L} - \frac{2\epsilon f_{12}}{V I_{wz}} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L} \right) \quad b_4 = \frac{2L \epsilon f_{33} \gamma}{I_{wz} r_c}$$

می توان عبارت زیر را بدست آورد

$$\ddot{\psi}_{w1} + b_1 \dot{\psi}_{w1} + b_2 \psi_{w1} + b_3 \dot{y}_{w1} + b_4 y_{w1} = 2du_1 \quad (۲-۵)$$

از طرفی با فرض

$$c_1 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{2\epsilon f_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{L - r_c \gamma} \right) + \frac{2r_c \epsilon f_{11}}{LV} + 2C_{py} \right\} \quad c_2 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{m_w g \gamma}{L} + 2K_{py} \right\}$$

و

$$c_3 = -\frac{I_{wy} V \gamma}{m_w r_c (L - r_c \gamma)} + \frac{2\epsilon f_{12}}{V m_w} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L - r_c \gamma} \right) \quad c_4 = \frac{-2\epsilon f_{11}}{m_w} \left(1 + \frac{r_c}{L - r_c \gamma} \right)$$

$$c_5 = \frac{2bC_{py}}{m_w} \quad c_6 = \frac{2bK_{py}}{m_w}$$

داریم

$$\ddot{y}_{w2} + c_1 \dot{y}_{w2} + c_2 y_{w2} + c_3 \dot{\psi}_{w2} + c_4 \psi_{w2} + c_5 \dot{\psi}_f + c_6 \psi_f = 0 \quad (3-5)$$

و نیز می توان فرض کرد که

$$d_1 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ \frac{2L^2 \mathcal{E}f_{33}}{V} + \frac{2f_{22}}{V} \right\} \quad d_2 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ -\frac{m_w g \gamma L^2}{(L - r_c \gamma)} + \frac{2L \mathcal{E}f_{12} \gamma}{r_c} + 2\mathcal{E}f_{12} \right\}$$

9

$$d_3 = \frac{I_{wy} V \gamma}{I_{wz} r_c L} - \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{VI_{wz}} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L} \right) \quad d_4 = \frac{2L \mathcal{E}f_{33} \gamma}{I_{wz} r_c}$$

و می توان نوشت که

$$\ddot{\psi}_{w2} + d_1 \dot{\psi}_{w2} + d_2 \psi_{w2} + d_3 \dot{y}_{w2} + d_4 y_{w2} = 2du_2 \quad (4-5)$$

و با فرض این که

$$e_1 = \frac{4b^2 C_{py} + C_0}{I_{fz}} \quad e_2 = \frac{4b^2 K_{py} + K_0}{I_{fz}} \quad e_3 = \frac{-2bC_{py}}{I_{fz}}$$

9

$$e_4 = \frac{-2bK_{py}}{I_{fz}} \quad e_5 = \frac{2bC_{py}}{I_{fz}} \quad e_6 = \frac{2bK_{py}}{I_{fz}}$$

داریم

$$\ddot{\psi}_f + e_1 \dot{\psi}_f + e_2 \psi_f + e_3 \dot{y}_{w1} + e_4 y_{w1} + e_5 \dot{y}_{w2} + e_6 y_{w2} = -2d(u_1 + u_2) \quad (5-5)$$

حال با معادلات (1-5) تا (5-5) می توان مدل فضای حالت را تعریف کرد. اگر متغیرهای حالت را

به شکل (3-65) تعریف کنیم، می توان معادله فضای حالت را به شکل زیر تعریف کرد:

$$\{\dot{x}\} = A\{x\} + B\{u\} \quad (6-5)$$

که در آن

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2 & -a_1 & -a_4 & -a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_6 & -a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_4 & -b_3 & -b_2 & -b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & -c_1 & -c_4 & -c_3 & -c_6 & -c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_4 & -d_3 & -d_2 & -d_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -e_4 & -e_3 & -e_6 & -e_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_1 & -e_2 \end{bmatrix} \quad (7-5)$$

9

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2d & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2d \\ 0 & 0 \\ -2d & -2d \end{bmatrix} u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (8-5)$$

برای کنترل بوژی مورد نظر از فیدبک حالت استفاده شده است. به این ترتیب که بردار u را به شکل زیر در نظر گرفته ایم.

$$\{u\} = -K\{x\} \quad (9-5)$$

طبیعت سیستم دینامیکی مورد نظر به شدت به سرعت بوژی بستگی دارد. از طرفی برای هر مقدار ماتریس بهره K یک سرعت بحرانی می توان تعریف کرد، که بیشتر از آن سرعت بوژی ناپایدار می شود. لذا سیستم دینامیکی به شکل زیر تغییر می کند [۳۴].

$$\{\dot{x}\} = A\{x\} - BK\{x\} = (A - BK)\{x\} = H\{x\} \quad (10-5)$$

با توجه به معادله ۱۰-۵ به این نتیجه می توان رسید که ماتریس سیستم از A به $A - BK$ تغییر یافته است. لذا سرعت بحرانی را برای سیستم جدید با توجه به اینکه H خود تابعی از سرعت بوژی V است، به شکل زیر تعریف می کنیم.

$$|H - \lambda I| = 0 \Rightarrow \text{Re}(\lambda) = 0 \Leftrightarrow V = V_c \quad (11-5)$$

۵-۲- روش کنترل کلاسیک

روش کنترلی که در اینجا مورد بررسی قرار گرفته ، روشی است که قبلاً در بخش ۲-۳-۳ راجع به آن بحث شده است . استفاده از این روش صرفاً جهت مقایسه بین روشهای انجام شده و روشهای پیشنهادی مطرح شده است .

اگر ماتریس بهره K را به شکل زیر تعریف کنیم [۲۵ و ۲۶] :

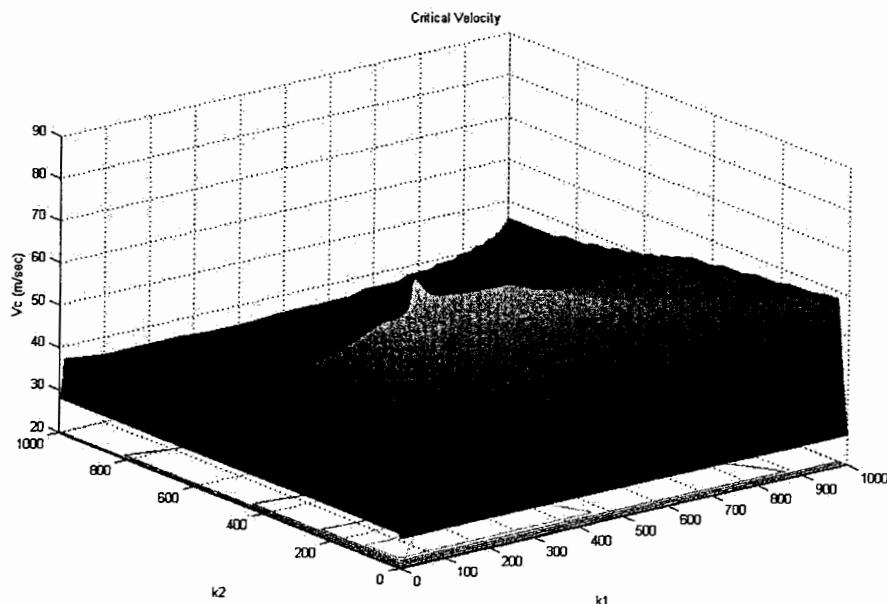
$$K = \begin{bmatrix} 0 & k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۲-۵)$$

اعمال کنترل را بر سرعت جانبی چرخها انجام داده ایم یا به عبارت دیگر بردار u را به شکل زیر در نظر گرفته ایم .

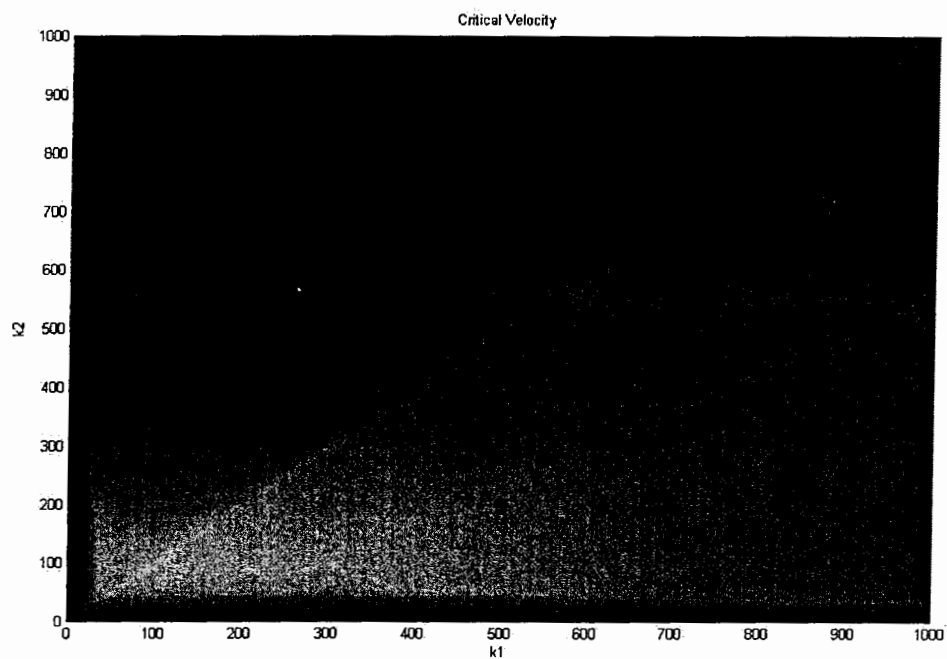
$$\{u\} = \begin{Bmatrix} -k_1 \dot{w}_1 \\ -k_2 \dot{w}_2 \end{Bmatrix} \quad (۱۳-۵)$$

با توجه به فرض فوق و تعریف ۵-۱۱ سرعت بحرانی سیستم را بوسیله نرم افزار MATLAB محاسبه کرده ایم که برنامه آن در ضمیمه آورده شده است . در این برنامه سرعت بحرانی سیستم در محدوده ایی بین ۱ تا ۱۰۰۰ برای k_1 و k_2 رسم شده است و ماکزیمم آن را نیز بدست آورده ایم .

$$k_1 = k_2 = 80 \frac{s.N}{m} \Rightarrow V_c = 82 \frac{m}{s} \quad (۱۶-۵)$$

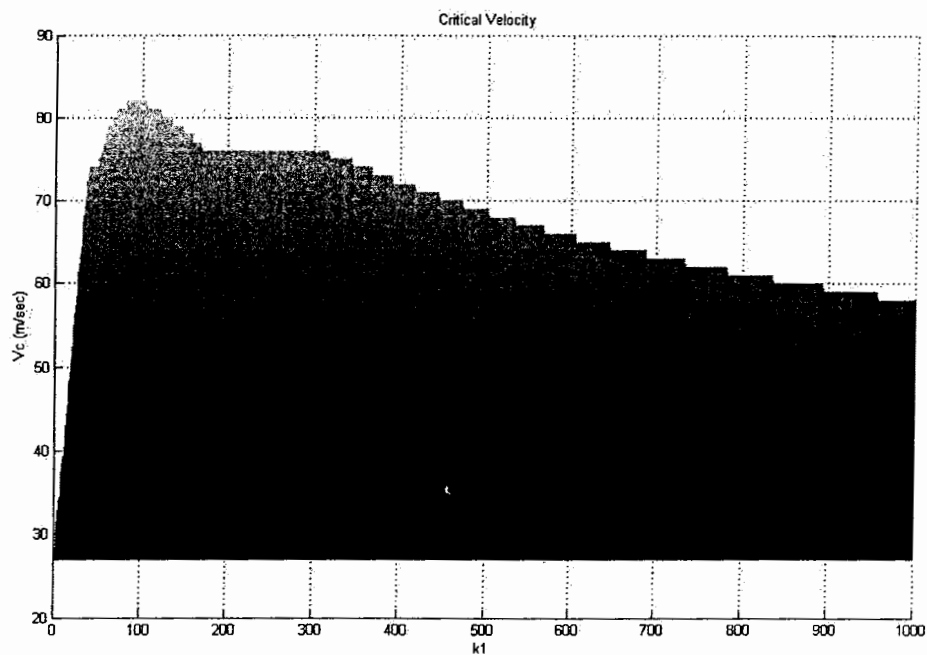


شکل ۵-۲ سرعت بحرانی سیستم برحسب k_1 و k_2 برای اعمال کنترل از طریق سرعتهای جانبی



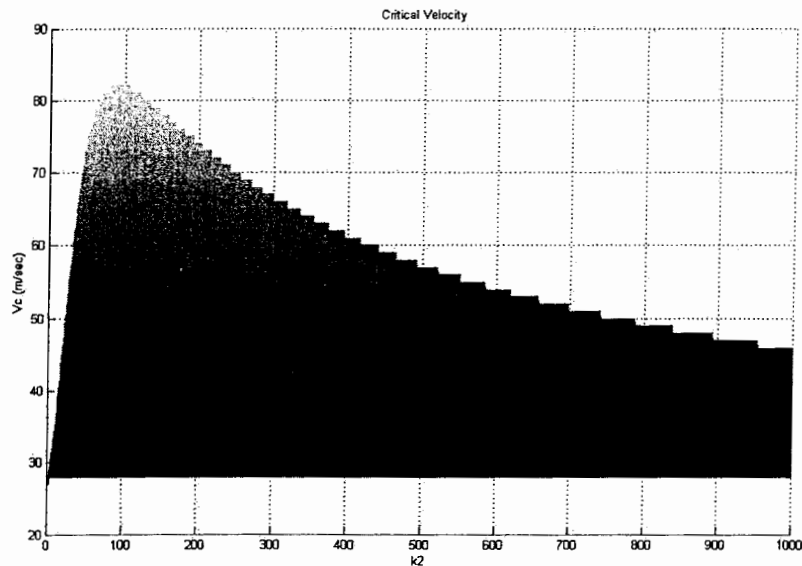
شکل ۳-۵ سرعت بحرانی سیستم برحسب k_1 و k_2 برای اعمال کنترل از طریق سرعتهای جانبی در صفحه k_1 و

k_2



شکل ۳-۵ سرعت بحرانی سیستم برحسب k_1 و k_2 برای اعمال کنترل از طریق سرعتهای جانبی در صفحه k_1 و

V_c

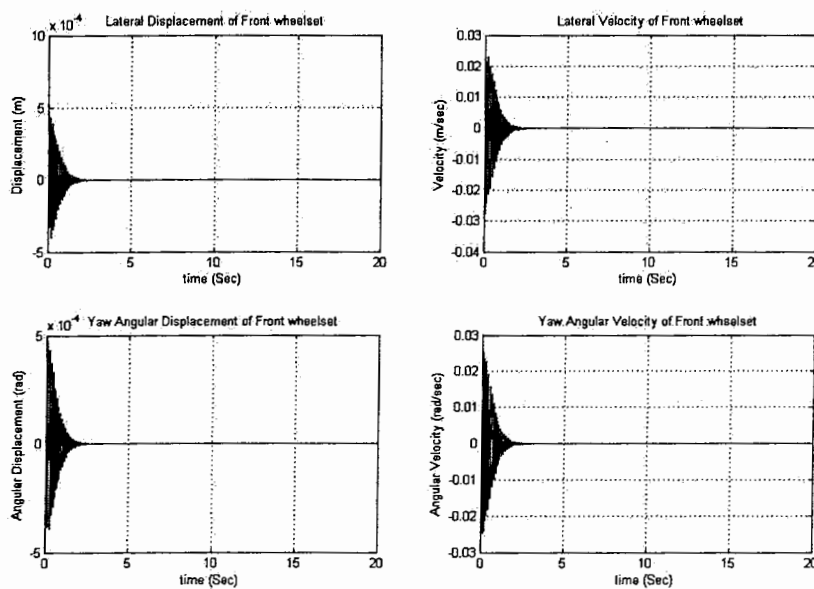


شکل ۴-۵ سرعت بحرانی سیستم برحسب k_1 و k_2 برای اعمال کنترل از طریق سرعت‌های جانبی در صفحه k_2 و

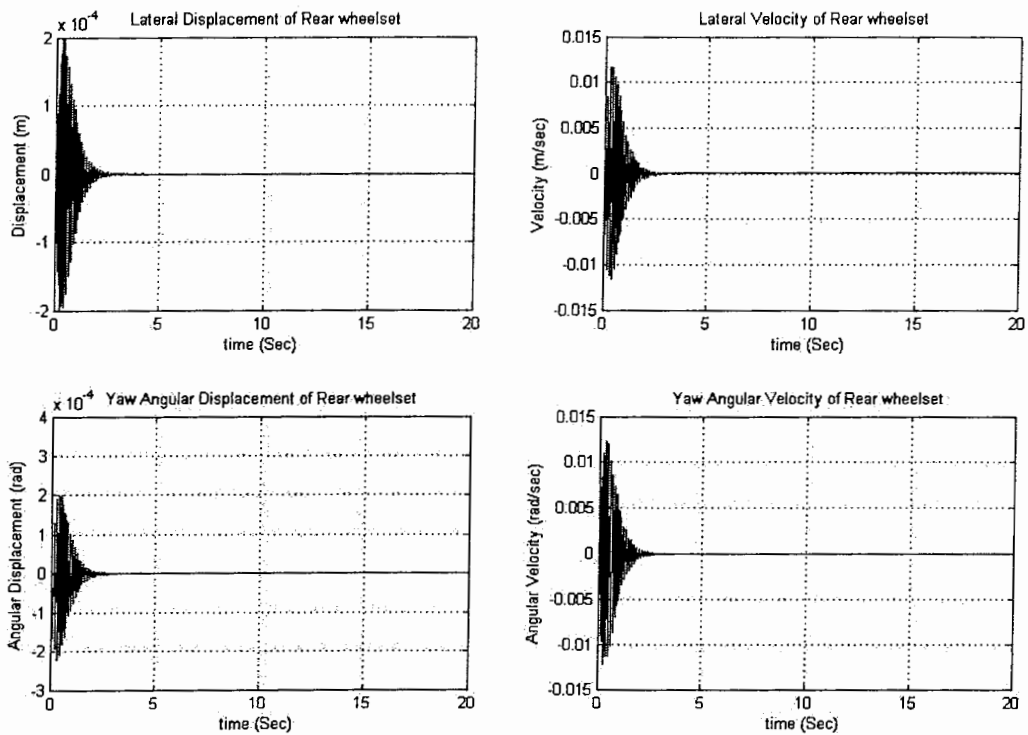
$$V_c$$

۵-۲-۱- شبیه سازی مثال عددی

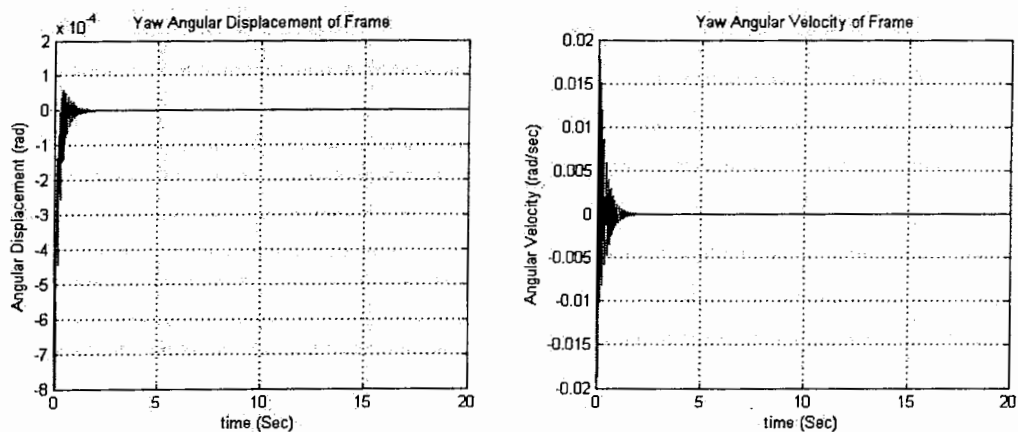
حال در این قسمت بوژی را که با تعلیق فعال مدل کرده بودیم را با سرعت ۷۵ متر بر ثانیه که زیر سرعت بحرانی است شبیه سازی می کنیم. که نتایج این شبیه سازی در شکل‌های ۵-۵ تا ۵-۷ نشان داده شده است.



شکل ۵-۵ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاء چرخ جلویی با تعلیق فعال با سرعت ۷۵ متر بر ثانیه

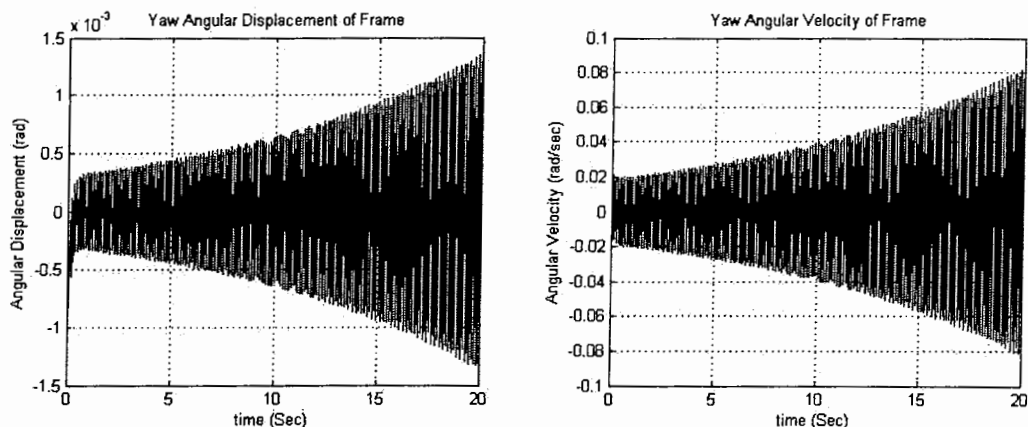


شکل ۵-۶ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاء چرخ عقبی با تعلیق فعال با سرعت ۷۵ متر بر ثانیه



شکل ۵-۷ نمودارهای جا به جایی و سرعت یاء قاب بوژی با تعلیق فعال با سرعت ۷۵ متر بر ثانیه

حال مدل را با سرعت بحرانی یعنی با سرعت ۸۲ متر بر ثانیه شبیه سازی می کنیم . همان طور که در این شکل‌های ۵-۸ تا ۵-۱۰ دیده می شود سیستم دچار ناپایداری شده و پدیده هانتینگ در این شکلها به وضوح دیده می شود .



شکل ۵-۱۰ نمودارهای جا به جایی و سرعت یاو قاب بوزی با تعلیق فعال با سرعت بحرانی

۵-۳- تجزیه ماتریس سیستم بر اساس پایداری (روش تابع علامت)^۱

۵-۳-۱- پایدارسازی سیستمهای خطی بزرگ

سیستم خطی کنترلی زیر را در نظر بگیرید

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad x(0) = x_0 \quad (5-17)$$

که در آن A یک ماتریس حقیقی $n \times n$ و B نیز یک ماتریس حقیقی $n \times m$ می باشد. ما در اینجا روی مسأله انتخاب ماتریس فیدبک $m \times n$ ، F بحث می کنیم تا فیدبک $u = Fx$ سیستم را پایدار کند. یعنی همه مقادیر ویژه $A + FB$ در سمت چپ صفحه قرار داشته باشند.

ماتریس فیدبک پایدارساز می تواند به روشهای متفاوت انتخاب شود یکی از این روشها جایابی قطبی^۲ می باشد [۳۶]. این روش به نوبه خود دارای مشکلاتی در حل عددی می باشد. یکی از این مشکلات در سیستمهای بزرگ رخ می دهد. اما بزرگترین مشکل آن در انتخاب مقادیر ویژه ای است که باید در این روش انتخاب شود چرا که هیچ دیدی نسبت به انتخاب این مقادیر ویژه در این روش وجود ندارد. اما با این حال در ماتریسهای با ابعاد کم این روش می تواند عملی باشد.

روش دیگری که می تواند در پایدارسازی مورد استفاده قرار گیرد، کنترل بهینه^۳ درجه دوم خطی است که در حلهای عددی مناسب می باشد:

¹ Sign Function

² Pole Placement

³ Optimal Control

$$J = \min_u \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (18-5)$$

که رابطه فوق با توجه به رابطه (5-17) و مثبت معین بودن ماتریس R و همچنین نامنفی معین بودن $Q = C^T C$ تعریف می شود.

تئوری استاندارد برای اینچنین مسأله کنترل بهینه ای نشان می دهد [37 و 38] که اگر سیستم کنترل پذیر و رؤیت پذیر باشد، آنگاه مسأله بهینه درجه دوم خطی (5-17) و (5-18) حل یکتای زیر را دارد

$$u = Fx = -R^{-1} B^T Xx \quad (19-5)$$

که در آن X حل یکتای مثبت معین معادله ریکاتی¹ زیر می باشد

$$A^T X + XA - XB R^{-1} B^T X + C^T C = 0 \quad (20-5)$$

که سیستم حلقه بسته معادل آن می شود

$$\dot{x} = (A + BF)x = (A - BR^{-1} B^T X)x \quad (21-5)$$

که پایدار می باشد.

مسأله مهم در اینجا انتخاب ماتریسهای Q و R می باشند بطوریکه هم مثبت معین باشند و هم در مقابل اغتشاشات پایداری خود را حفظ کنند.

حال در اینجا راجع به استفاده از ماتریس تابع - علامت در قسمت بندی ماتریس سیستم به زیر ساختارهایی با در نظر گرفتن مقادیر ویژه پایدار و ناپایدار بحث می کنیم.

ماتریس تابع علامت اولین بار توسط رابرت در یک گزارش فنی به شکل زیر معرفی کرد [39]

$$\text{sign}(A) := \frac{1}{\pi i} \int_{\gamma} (zI - A)^{-1} dz - I \quad (22-5)$$

که در آن γ یک سطح بسته متصل در صفحه مختلط می باشد که شامل همه مقادیر ویژه A با قسمت حقیقی مثبت می باشد. با استفاده از فرم کانونیکال جردن تعریف دیگر در اصطلاحات ماتریسی توسط بیورز و دنمن داده شده است [40 و 41].

ما تعریف زیر را برای فرم شور² استفاده می کنیم [42].

$$W^T A W = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \quad (23-5)$$

¹ Riccati

² Schur

بنابراین رابطه $0 \leq Q_2 \leq Q_1$ منجر می شود به $J(Q_2) \leq J(Q_1)$ که در آن $J(Q)$ شاخص عملکردی است که تابع Q است .

با استفاده از لم فوق می توان نشان داد که در برخی حالت‌های خاص مقدار شاخص عملکرد $J(Q)$ کاهش پیدا می کند .

واضح است که اگر بعد ستون ماتریس B بوسیله اضافه کردن ستونها افزایش پیدا کند مقدار بهینه شاخص عملکرد کاهش می یابد . که این مطلب را می توان در رابطه زیر آن را نشان داد

$$\min_{u_1, u_2} \int_0^{\infty} \left(x^T Q x + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \right) dt \leq \min_{u_1} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u_1^T R_{11} u_1) dt$$

که در رابطه فوق عبارت سمت چپ مربوط به سیستم $\dot{x} = Ax + \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ و سمت راست مربوط به سیستم $\dot{x} = Ax + B_1 u_1$ با در نظر گرفتن $u_2 = 0$ می باشد .

قضیه ۱: اگر

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

و ماتریس A به فرم شور باشد . و نیز $Q = \text{diag}(Q_1, Q_2)$ که در آن Q_1 مثبت نیمه معین با بعد مناسب باشد و همچنین $J(Q)$ مینیمم شاخص عملکرد باشد . بنابراین با در نظر گرفتن

$$J_2 := \int_0^{\infty} (x_2^T Q_2 x_2 + x_2^T X_2 B_2 R^{-1} B_2^T X_2 x_2) dt$$

برای زیرساختار $\dot{x}_2 = A_{22} x_2 + B_2 u$ به عنوان مقدار شاخص عملکرد بدست آمده از وارد کردن $u_2 = -R^{-1} B_2^T X_2 x_2$ از کنترل بهینه که از معادله ریکاتی بدست آمده است

$$A_{22}^T X_2 + X_2 A_{22} - X_2 B_2 R^{-1} B_2^T X_2 + Q_2 = 0$$

می توان گفت که $J_2 \leq J(Q)$.

با توجه به این نتایج دیدیم که با افزایش بعد B و با کاهش مناسب ماتریس Q در شاخص عملکرد می توان مینیمم شاخص عملکرد را کاهش داد .

قضیه ۲: اگر شاخص عملکرد را به عنوان تابعی از Q در نظر بگیریم

$$\min_{Q \geq 0} J(Q) = J(0)$$

همچنین اگر برای همه $\lambda \in \lambda(A)$ داشته باشیم $\text{Re}(\lambda) > 0$ و فرض کنیم که

$$A^T X + XA - XBR^{-1}B^T X = 0$$

نسبت به X حل غیر یکتا داشته باشد. و نیز $F = -R^{-1}B^T X$ را به عنوان فیدبک در نظر بگیریم
 آنگاه مقادیر ویژه $A + BF$ منفی مقادیر ویژه A هستند.

۵-۳-۲- شبیه سازی مثال عددی

در این روش ماتریس سیستم A را به فرم Schur محاسبه کرده ایم.

$$W^T A W = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \quad (۲۸-۵)$$

که در آن مقادیر ویژه ماتریس A_{11} در نیمه چپ صفحه و مقادیر ویژه A_{22} در نیمه راست صفحه
 قرار دارند. و ماتریس W ماتریسی اورتوگونال می باشد. از طرفی برای ماتریس B داریم.

$$W^T B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (۲۹-۵)$$

حال با توجه به معادلات (۲۸-۵) و (۲۹-۵) می توان نوشت.

$$\{\dot{x}_2\} = A_{22} \{x_2\} + B_2 \{u\} \quad (۳۰-۵)$$

حال فرض می کنیم که معادله فوق دارای ماتریس فیدبک K_2 می باشد. از طرفی ماتریس فیدبک
 حالت کل سیستم به شکل زیر تعریف می شود.

$$K = [0 \quad K_2] W^T = K_2 W_2^T \quad (۳۱-۵)$$

با توجه به معادله (۳۱-۵) می توان گفت که ماتریس W به دو ماتریس W_1 و W_2 قسمت بندی
 شده است.

$$W = [W_1 \quad W_2] \quad (۳۲-۵)$$

با توجه به معادلات (۳۱-۵) و (۲۸-۵) و (۲۹-۵) می توان ماتریس H را به شکل زیر نوشت.

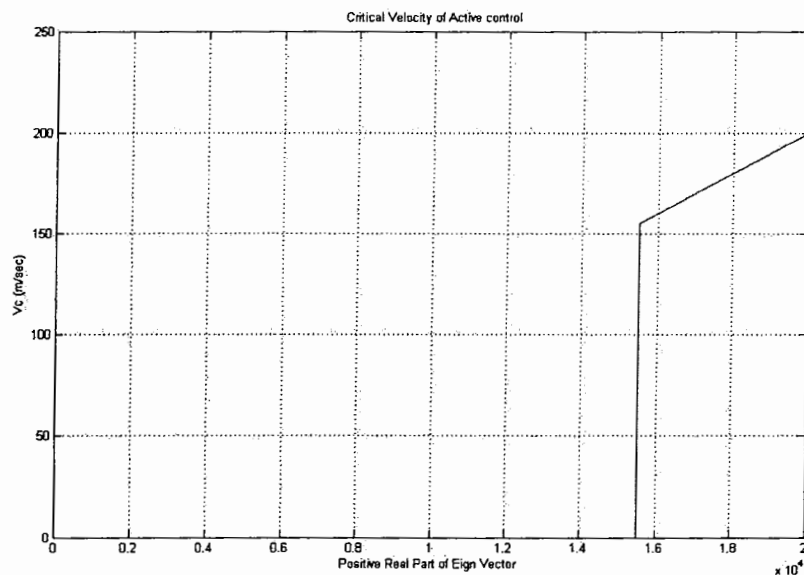
$$H = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} [0 \quad K_2] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} - B_1 K_2 \\ 0 & A_{22} - B_2 K_2 \end{bmatrix} \quad (۳۳-۵)$$

برای محاسبه K_2 از کنترل بهینه خطی استفاده شده است، از طرفی با توجه به بخش ۵-۳-۱ و
 [۳۵]، از آنجایی که همه مقادیر ویژه ماتریس A_2 مثبت هستند، جهت مینیمم کردن نرم ماتریس
 فیدبک، K_2 فرض می کنیم $Q = 0$. همچنین برای سهولت در امر محاسبات فرض می کنیم

$R = I$. بنابراین با توجه به فرضیات ذکر شده و نیز با فرض $P = Y^{-1}$ معادله ریکاتی (۵-۲۶) به معادله لیاپانوف تبدیل می شود . که در آن Y را می توان از حل معادله لیاپانوف^۱ زیر بدست آورد .

$$A_{22}Y + YA_{22}^T = B_2B_2^T \quad (۲-۳۴)$$

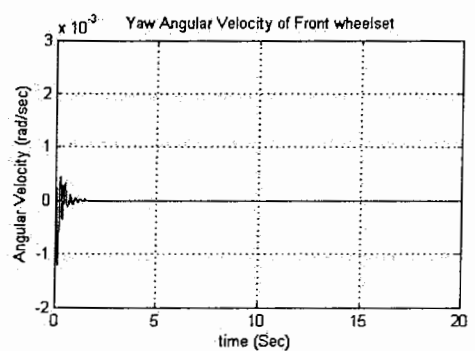
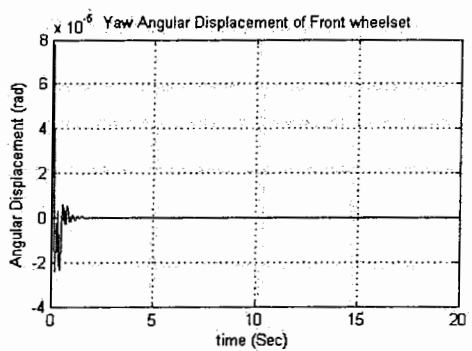
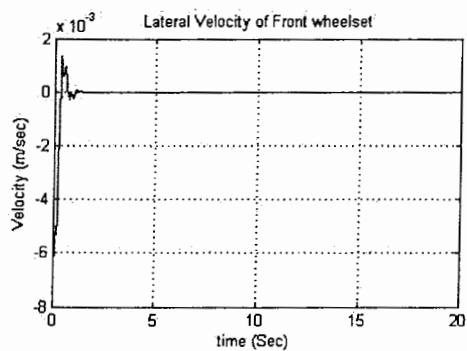
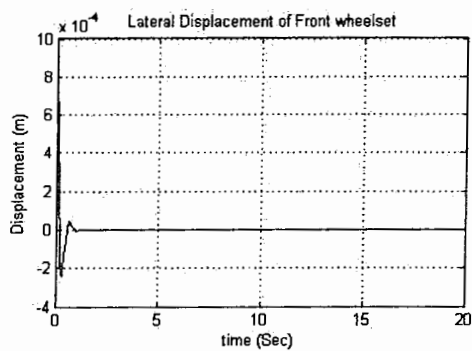
حال با توجه به آنچه گفته شد ، ماتریس سیستم را بر اساس سرعت ۶۰ متر بر ثانیه محاسبه کرده ایم و ماتریس فیدبک حالت را برای آن بدست آورده ایم . که در این روش کنترلی سرعت بحرانی سیستم را با توجه به شکل ۵-۱۱ ، ۱۵۵/۰۷ متر بر ثانیه بدست آورده ایم .



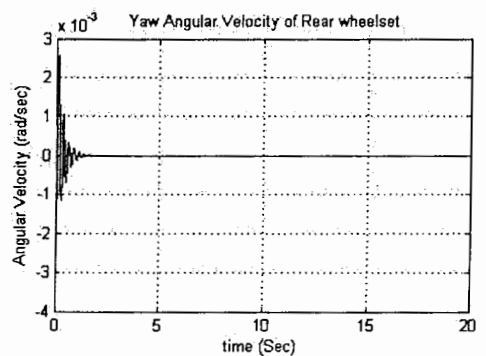
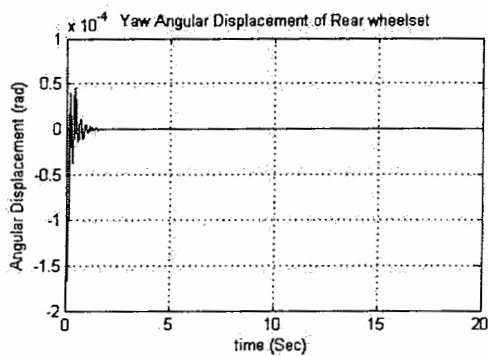
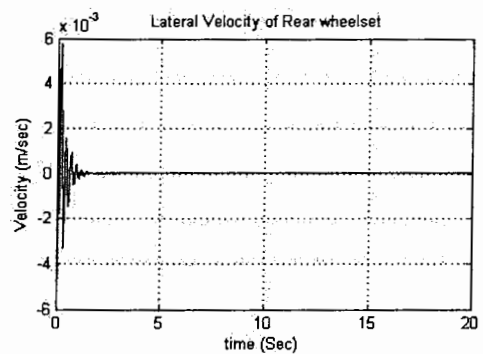
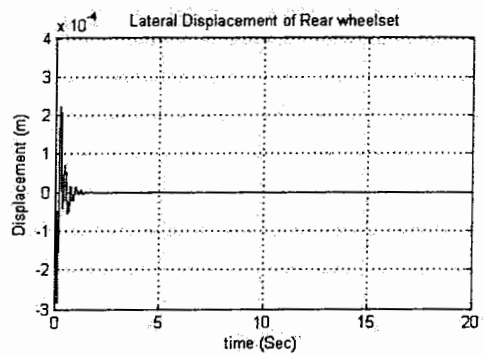
شکل ۵-۱۱ سرعت بوژی بر حسب مثبت بودن قسمت حقیقی مقادیر ویژه برای حالت کنترل فعال

در این قسمت نیز مدل را با سرعت ۱۰۰ متر بر ثانیه که زیر سرعت بحرانی است ، شبیه سازی کرده ایم . در این شبیه سازی به چرخ جابه جایی اولیه یک میلیمتر اعمال کرده ایم که نتایج آن در شکل‌های ۵-۱۲ تا ۵-۱۴ آورده شده است .

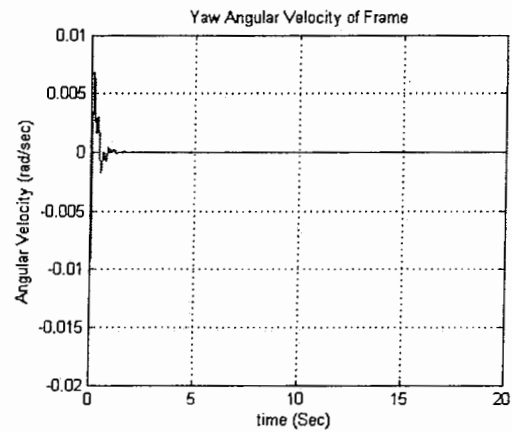
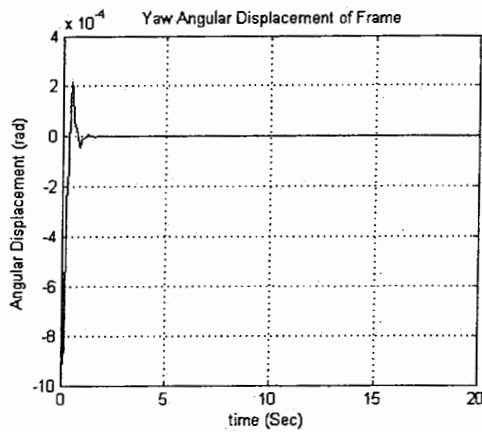
^۱ Lyapunov



شکل ۵-۱۲ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ جلویی با تعلیق فعال با سرعت ۱۰۰ متر برثانیه

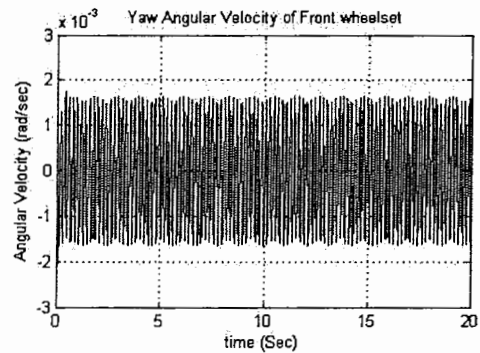
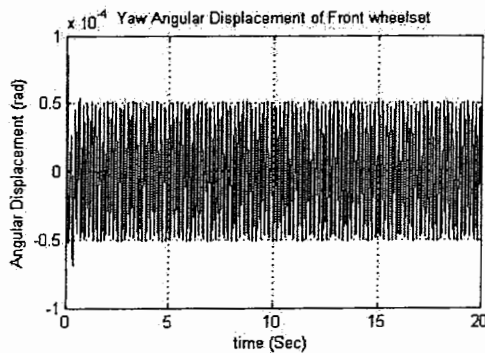
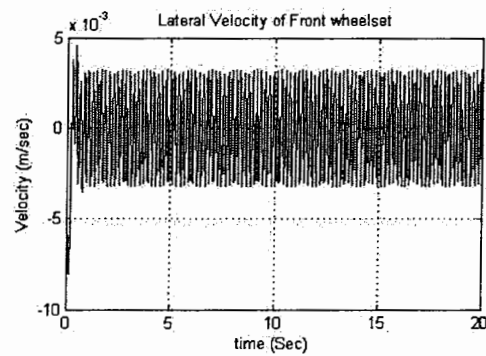
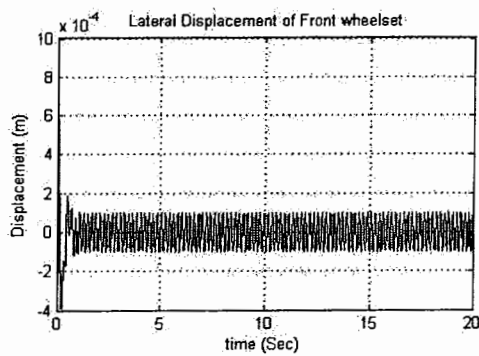


شکل ۵-۱۳ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ عقبی با تعلیق فعال با سرعت ۱۰۰ متر برثانیه



شکل ۵-۱۴ نمودارهای جابه جایی و سرعت یاو قاب بوزی با تعلیق فعال با سرعت ۱۰۰ متر برثانیه

حال مدل را با سرعت بحرانی یعنی با سرعت $155,07$ متر بر ثانیه شبیه سازی می کنیم. همان طور که در این شکل‌های ۵-۱۵ تا ۵-۱۷ دیده می شود سیستم دچار ناپایداری شده و پدیده هانتینگ در این شکلها به وضوح دیده می شود.



شکل ۵-۱۵ نمودارهای جابه جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ جلویی با کنترل تجزیه ای با سرعت بحرانی

۵ - ۴ - روش جایابی قطب

در این بخش از فیدبک حالت برای رسیدن به مقادیر ویژه مطلوب در سیستم استفاده می کنیم . البته قبل از آن باید کنترل پذیر^۱ بودن آن بررسی شود . الگوریتم این روش به شرح زیر است :

۱- برای هر λ_i ماتریس $[(\lambda_i I - A)B]$ را تشکیل می دهیم

۲- فضای پوچی^۲ ماتریس فوق را بدست می آوریم . که این فضا شامل تمام بردارهای مستقل^۳

$$\text{خطی معادله } [(\lambda_i I - A)B]U = 0$$

۳- ماتریس U را با جدا کردن ۱۰ سطر اول آن به عنوان ماتریس $\Psi(\lambda_i)$ قسمت بندی می کنیم که بعد این ماتریس 10×2 می باشد

۴- ۲ سطر باقیمانده U را به عنوان ماتریس $F(\lambda_i)$ با بعد 2×2 در نظر می گیریم

۵- آنگاه ماتریسهای $\Omega = [\Psi(\lambda_1), \Psi(\lambda_2), \dots, \Psi(\lambda_{10})]$ و $\Lambda = [F(\lambda_1), F(\lambda_2), \dots, F(\lambda_{10})]$ را

تشکیل می دهیم . ماتریس فیدبک حالت از معادله $K\Omega = \Lambda$ بدست می آید .

نکته ای که در این روش وجود دارد انتخاب مناسب λ_i ها می باشد که به شدت بر نتایج اثر می گذارند .

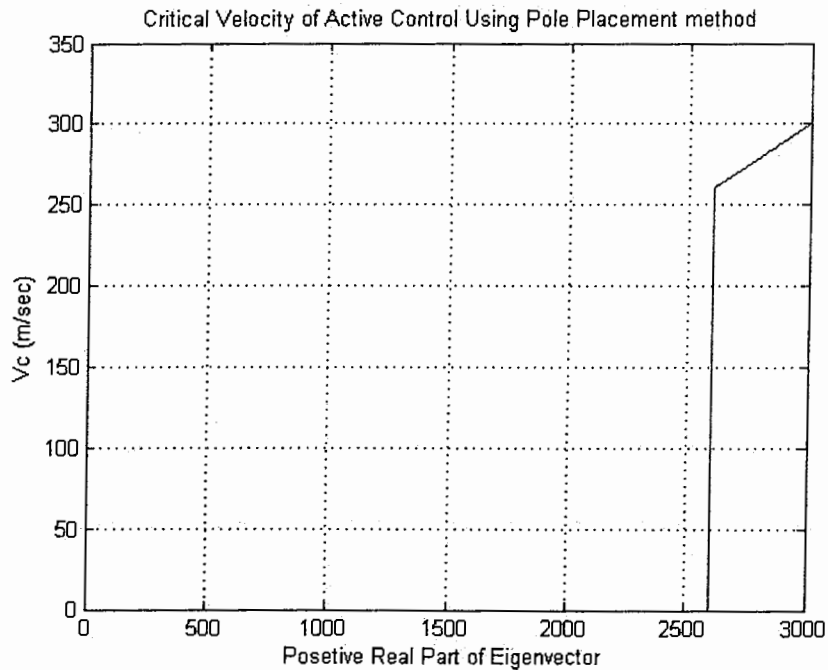
۵ - ۴ - ۱ شبیه سازی مثال عددی

در این سیستم اگر $u = 0$ باشد سرعت بحرانی آن $25/4$ متر بر ثانیه می شود . لذا در سرعت 21 متر بر ثانیه مقادیر ویژه سیستم را محاسبه کرده ایم . این مقادیر را به عنوان مقادیر ویژه مرجع بر گزیده ایم . همان طور که در شکل ۵-۱۸ ملاحظه می شود سرعت بحرانی سیستم $259/68$ متر بر ثانیه محاسبه می شود .

¹ Controllability

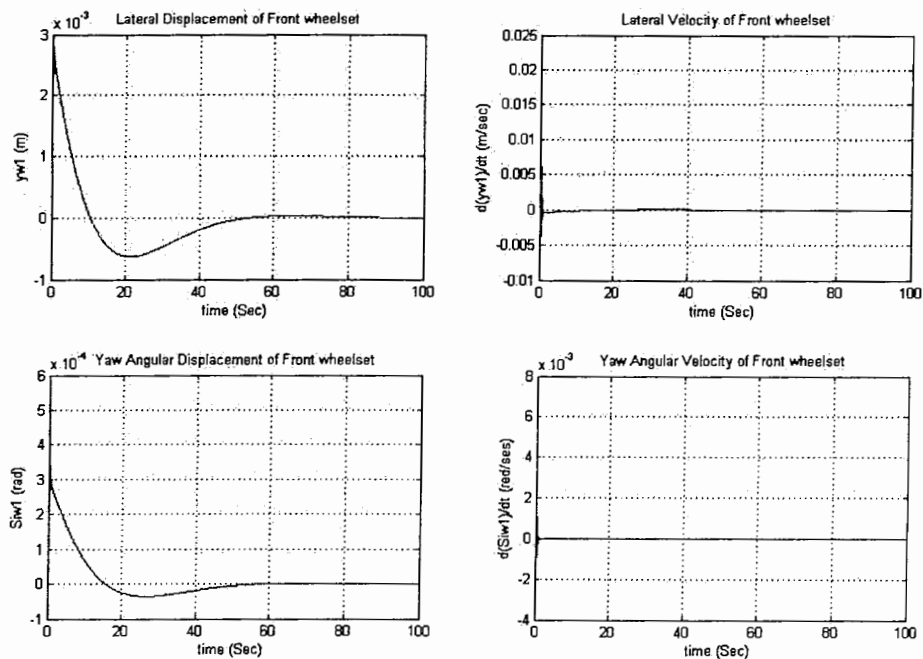
² Null Space

³ Independent Vectors

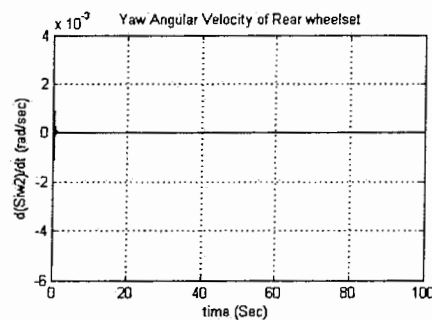
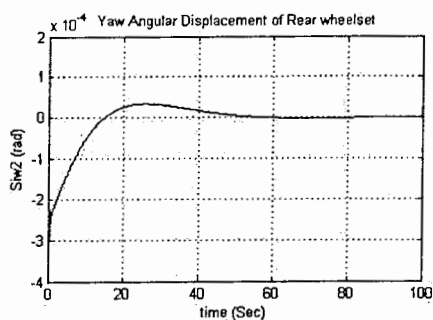
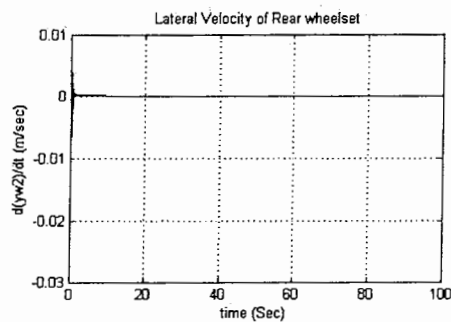
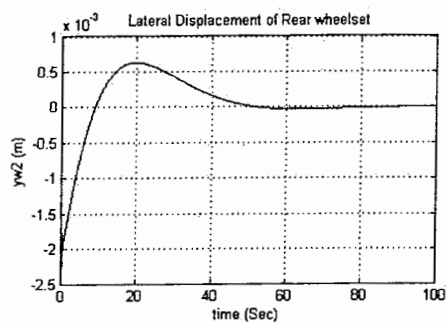


شکل ۵-۱۸ سرعت بحرانی بوژی برای حالت کنترل فعال با روش جایابی قطب

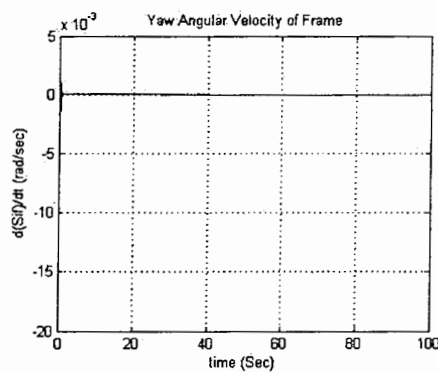
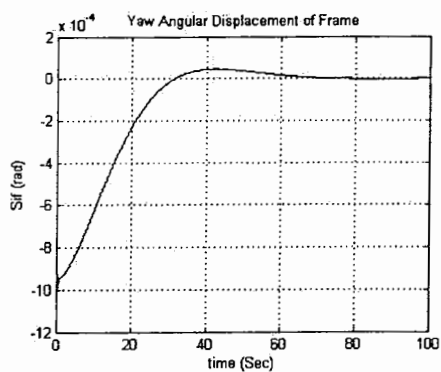
در این قسمت نیز مدل را با سرعت ۲۰۰ متر بر ثانیه که زیر سرعت بحرانی است، شبیه سازی کرده ایم. در این شبیه سازی به چرخ جابه جایی اولیه یک میلیمتر اعمال کرده ایم که نتایج آن در شکل‌های ۵-۱۹ تا ۵-۲۱ آورده شده است.



شکل ۵-۱۹ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ جلویی با تعلیق فعال با سرعت ۲۰۰ متر بر ثانیه

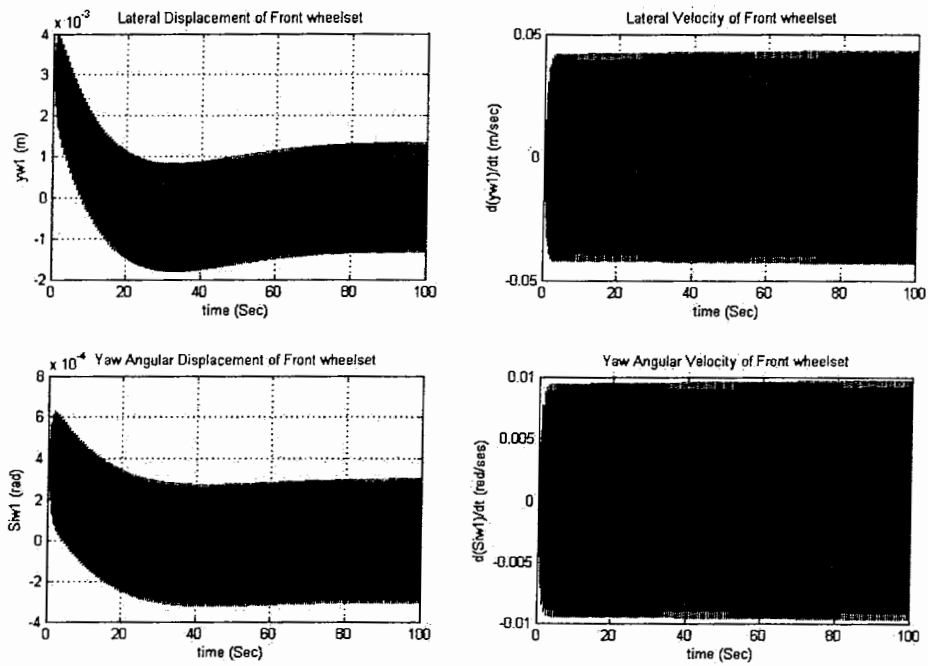


شکل ۵-۲۰ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ عقبی با تعلیق فعال با سرعت ۲۰۰ متر برثانیه

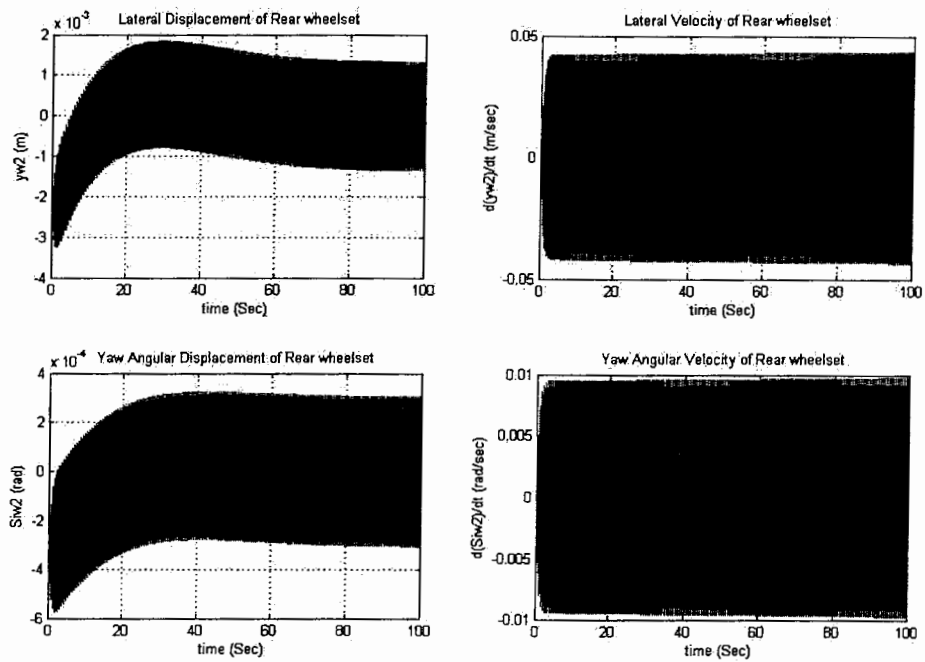


شکل ۵-۲۱ نمودارهای جابه جایی و سرعت یاقاب بوژی با تعلیق فعال با سرعت ۲۰۰ متر برثانیه

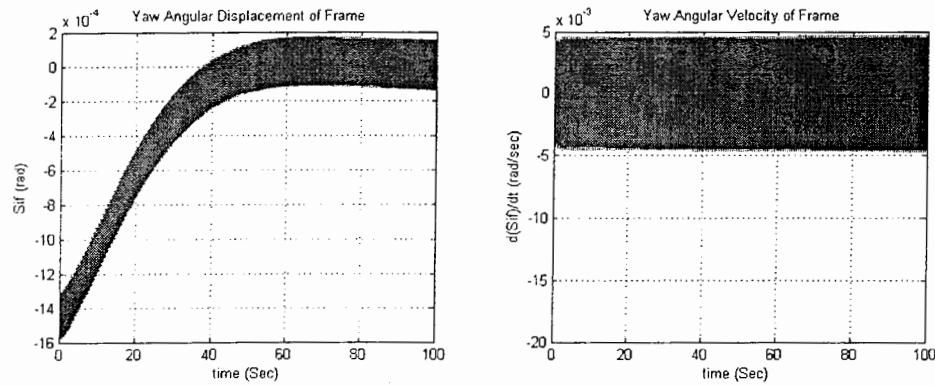
حال مدل را با سرعت بحرانی یعنی با سرعت $259/68$ متر بر ثانیه شبیه سازی می کنیم . همان طور که در این شکل‌های ۵-۲۲ تا ۵-۲۴ دیده می شود سیستم دچار ناپایداری شده و پدیده هانتینگ در این شکلها به وضوح دیده می شود .



شکل ۲۲-۵ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ جلویی با کنترل جایابی قطب با سرعت بحرانی



شکل ۲۳-۵ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یاو چرخ عقبی با کنترل جایابی قطب با سرعت بحرانی



شکل ۵-۲۴ نمودارهای جا به جایی و سرعت یاو قاب بوژی با کنترل جایابی قطب با سرعت بحرانی

۵-۵- روش کنترل تطبیقی مدل مرجع ساختار متغیر^۱

سیستمهای ساختار متغیر بطور مفصل در [۴۳ و ۴۴ و ۴۵] بررسی شده اند. اساس مفهوم کنترل ساختار متغیر به کنترل مود لغزشی مربوط می باشد. توابع کنترل سویچینگ برای ساختن صفحات لغزشی یا مودهای لغزشی^۲ در فضای حالت معمولاً طراحی شده اند. [۴۵] وقتی این امر میسر می شود که توابع لغزشی تراژکتوری^۳ را بر صفحات لغزشی نگه دارند.

سیستم خطی متغیر بر حسب زمان را در نظر بگیرید که پارامترهای نامعلوم دارد که در آن حدود این پارامترها مشخص می باشد. این سیستم می تواند تحت معادله زیر تعریف شود که دارای مرتبه n می باشد.

$$\dot{X} = AX + BU \quad (۳۵-۵)$$

که در آن A ماتریس $n \times n$ مجهول می باشد در حالی که ماتریس B یک ماتریس معلوم $n \times m$ می باشد که به شکل $B = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_m]$ تعریف می گردد. U نیز یک بردار کنترل m بعدی می باشد همچنین ماتریسهای A و B کنترل پذیر نیز فرض می شوند.

مدل مرجع با یک معادله دیفرانسیل خطی نامتغیر با زمان به شکل زیر تعریف می گردد.

$$\dot{X}_m = A_m X_m + B_m V \quad (۳۶-۵)$$

^۱ Variable Structure Model Reference Adaptive Control

^۲ Sliding Mode

^۳ Trajectory

که در آن A_m یک ماتریس پایدار مجانبی می باشد و B_m نیز یک ماتریس معلوم است و V یک بردار ورودی m بعدی با المانهای محدود می باشد. هدف پیدا کردن بردار کنترل U می باشد که در آن خطای حالت

$$e = X - X_m \quad (37-5)$$

در زمان محدود به طور نمایی به صفر میل کند.

ماتریس B_m مدل مرجع می تواند به شکل زیر انتخاب شود.

$$B_m = BQ^* \quad (38-5)$$

که در آن Q^* یک ماتریس $m \times m$ معلوم می باشد. فرض دیگری که می توان کرد این است که ماتریس مجهول $m \times n$ θ^* به شکل زیر وجود دارد.

$$A + B\theta^* = A_m \quad (39-5)$$

بردار کنترلی U را می توان با اعمال قانون کنترل به شکل زیر بدست آورد.

$$U = \Psi X + Q^* V \quad (40-5)$$

که در آن Ψ ماتریس فیدبک $m \times n$ با درایه های ψ_{ij} می باشد. این درایه ها با استفاده از روش ساختار متغیر و با طراحی توابع سوئیچینگ¹ ψ_{ij} بدست می آیند. [46] با کم کردن معادله (36-5) از (35-5) و با استفاده از معادلات (38-5) و (39-5) و (40-5) معادله خطا به شکل زیر بدست می آید.

$$\dot{e} = A_m e + B(\Psi - \theta^*)X \quad (41-5)$$

تابع لیاپانوف به شکل زیر در نظر گرفته می شود.

$$\Lambda = e^T P e \quad (42-5)$$

که در آن P یک ماتریس مثبت معین متقارن می باشد که معادله لیاپانوف زیر را ارضا می کند.

$$A_m^T P + P A_m = -Q_0 \quad (43-5)$$

که در آن Q_0 یک ماتریس متقارن مثبت معین می باشد.

با دیفرانسیل گیری از (42-5) بر حسب زمان در طول تراژکتوری (41-5) داریم

$$\dot{\Lambda} = -e^T Q_0 e + 2e^T P B (\Psi - \theta^*) X = -e^T Q_0 e + 2 \sum_{i=1}^m \left[e^T P b_i \sum_{j=1}^n (\psi_{ij} - \theta_{ij}^*) x_j \right] \quad (44-5)$$

¹ Switching Function

حال با بکار بردن توابع سوئیچینگ ψ_{ij} به شکل زیر

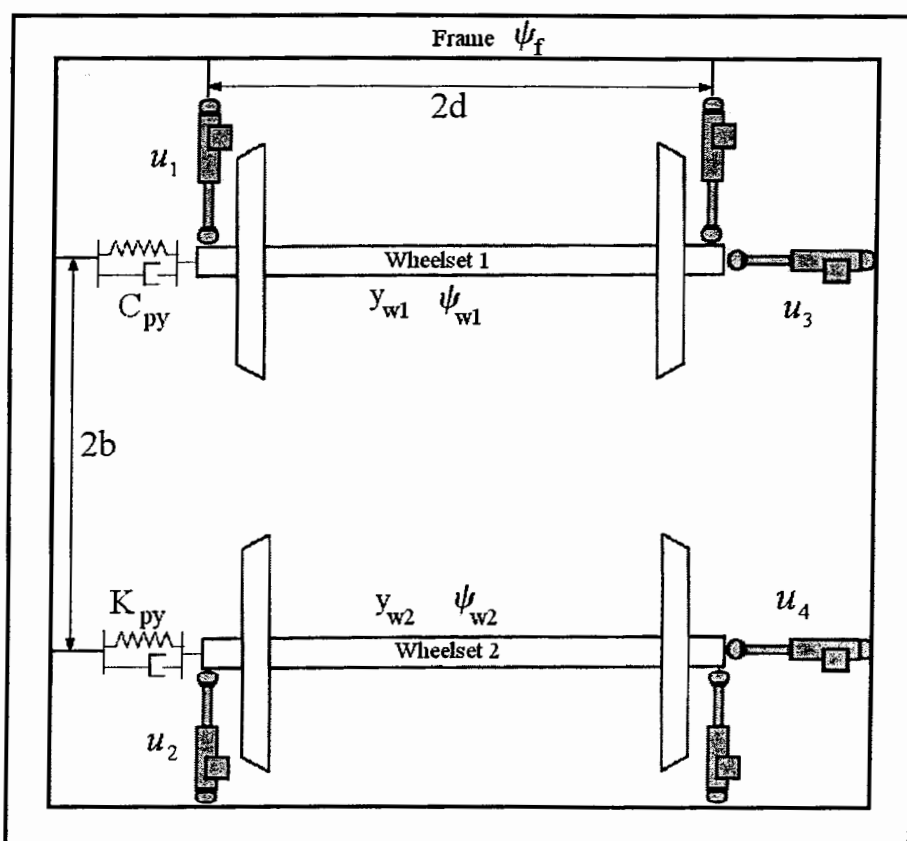
$$\psi_{ij} = -\bar{\theta}_{ij} \operatorname{sgn}(e^T P b_i x_j) \quad \bar{\theta}_{ij} > |\theta_{ij}^*| \quad (45-5)$$

و با جایگزینی آن در (44-5) داریم

$$\begin{aligned} \dot{\Lambda} &= -e^T Q_0 e + 2 \sum_{i=1}^m \left\{ e^T P b_i \sum_{j=1}^n [-\bar{\theta}_{ij} \operatorname{sgn}(e^T P b_i x_j) - \theta_{ij}^*] x_j \right\} \\ &= -e^T Q_0 e - 2 \sum_{i=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^n [\bar{\theta}_{ij} |e^T P b_i x_j| + \theta_{ij}^* (e^T P b_i x_j)] \right\} \end{aligned} \quad (46-5)$$

ترمهایی که بوسیله سیگما جمع شده اند همیشه مثبت هستند و بنابراین $\dot{\Lambda} < 0$ و باتوجه به معادله (42-5) می توان گفت که $\|e\|$ به طور نمایی کاهش پیدا می کند لذا می توان این نتیجه را گرفت که معادله (41-5) پایدار می شود.

حال با توجه به روش کنترل تطبیقی پیشنهادی برای افزایش سرعت بحرانی مدل بوژی را با جایگزینی محرکهای جدید بهبود می دهیم. بنابراین برای این منظور محرکهایی را به جای تعلیق طولی و جانبی در بوژی مطابق شکل 25-5 در نظر گرفته ایم.



شکل 25-5 بوژی دارای محرکهای طولی

با توجه به مدل شکل ۵-۲۵ معادلات حرکت تغییر می کنند. بر این اساس نیروهای محرکها شامل u_1 و u_2 و u_3 و u_4 می باشند که u_1 مربوط به جفت محرک جلویی است و u_2 مربوط به جفت محرک عقبی می باشد همچنین u_3 و u_4 مربوط به محرکهای جانبی جلویی و عقبی می باشند. بنابراین با فرض

$$a_1 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{2\mathcal{E}f_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{L-r_c\gamma} \right) + \frac{2r_c \mathcal{E}f_{11}}{LV} + C_{py} \right\} \quad a_2 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{m_w g \gamma}{L} + K_{py} \right\}$$

و

$$a_3 = -\frac{I_{wy} V \gamma}{m_w r_c (L-r_c\gamma)} + \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{V m_w} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L-r_c\gamma} \right) \quad a_4 = \frac{-2\mathcal{E}f_{11}}{m_w} \left(1 + \frac{r_c}{L-r_c\gamma} \right)$$

و

$$a_5 = \frac{-bC_{py}}{m_w} \quad a_6 = \frac{-bK_{py}}{m_w}$$

داریم

$$\ddot{y}_{w1} + a_1 \dot{y}_{w1} + a_2 y_{w1} + a_3 \dot{\psi}_{w1} + a_4 \psi_{w1} + a_5 \dot{\psi}_f + a_6 \psi_f = u_3 \quad (۴۷-۵)$$

همچنین با فرض

$$b_1 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ \frac{2L^2 \mathcal{E}f_{33}}{V} + \frac{2f_{22}}{V} \right\} \quad b_2 = \frac{1}{I_{wz}} \left\{ -\frac{m_w g \gamma L^2}{(L-r_c\gamma)} + \frac{2L \mathcal{E}f_{12} \gamma}{r_c} + 2\mathcal{E}f_{12} \right\}$$

و

$$b_3 = \frac{I_{wy} V \gamma}{I_{wz} r_c L} - \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{V I_{wz}} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L} \right) \quad b_4 = \frac{2L \mathcal{E}f_{33} \gamma}{I_{wz} r_c}$$

می توان عبارت زیر را بدست آورد

$$\ddot{\psi}_{w1} + b_1 \dot{\psi}_{w1} + b_2 \psi_{w1} + b_3 \dot{y}_{w1} + b_4 y_{w1} = 2du_1 \quad (۴۸-۵)$$

از طرفی با فرض

$$c_1 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{2\mathcal{E}f_{11}}{V} \left(1 + \frac{r_c}{L-r_c\gamma} \right) + \frac{2r_c \mathcal{E}f_{11}}{LV} + C_{py} \right\} \quad c_2 = \frac{1}{m_w} \left\{ \frac{m_w g \gamma}{L} + K_{py} \right\}$$

و

$$c_3 = -\frac{I_{wy} V \gamma}{m_w r_c (L-r_c\gamma)} + \frac{2\mathcal{E}f_{12}}{V m_w} \left(1 + \frac{r_c \gamma}{L-r_c\gamma} \right) \quad c_4 = \frac{-2\mathcal{E}f_{11}}{m_w} \left(1 + \frac{r_c}{L-r_c\gamma} \right)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2 & -a_1 & -a_4 & -a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_6 & -a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -b_4 & -b_3 & -b_2 & -b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & -c_1 & -c_4 & -c_3 & -c_6 & -c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_4 & -d_3 & -d_2 & -d_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -e_4 & -e_3 & -e_6 & -e_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_1 & -e_2 \end{bmatrix} \quad (53-5)$$

9

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2d & -2d & b & -b \end{bmatrix} u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (54-5)$$

۵ - ۵ - ۱ شبیه سازی مثال عددی

برای بدست آوردن ماتریس Θ^* مدل مرجع بوژی شکل ۳-۸ با سرعت ۵ متر بر ثانیه انتخاب شده است.

$$A + B\Theta^* = A_m \quad (55-5)$$

$$\begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-a_2 & -a_1 & -a_4 & -a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a_6 & -a_5 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-b_4 & -b_3 & -b_2 & -b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & -c_1 & -c_4 & -c_3 & -c_6 & -c_5 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -d_4 & -d_3 & -d_2 & -d_1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
-e_4 & -e_3 & -e_6 & -e_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_1 & -e_2
\end{bmatrix} +
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
2d & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 2d & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
-2d & -2d & b & -b
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\theta_{11}^* & \theta_{12}^* & \theta_{13}^* & \theta_{14}^* & \theta_{15}^* & \theta_{16}^* & \theta_{17}^* & \theta_{18}^* & \theta_{19}^* & \theta_{1,10}^* \\
\theta_{21}^* & \theta_{22}^* & \theta_{23}^* & \theta_{24}^* & \theta_{25}^* & \theta_{26}^* & \theta_{27}^* & \theta_{28}^* & \theta_{29}^* & \theta_{2,10}^* \\
\theta_{31}^* & \theta_{32}^* & \theta_{33}^* & \theta_{34}^* & \theta_{35}^* & \theta_{36}^* & \theta_{37}^* & \theta_{38}^* & \theta_{39}^* & \theta_{3,10}^* \\
\theta_{41}^* & \theta_{42}^* & \theta_{43}^* & \theta_{44}^* & \theta_{45}^* & \theta_{46}^* & \theta_{47}^* & \theta_{48}^* & \theta_{49}^* & \theta_{4,10}^*
\end{bmatrix} = A_m \quad (56-5)$$

بر اساس این مدل مرجع با حل این معادله به روابط زیر می‌رسیم

$$\Theta^* = \begin{bmatrix}
\theta_{11}^* & \theta_{12}^* & \theta_{13}^* & \theta_{14}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{25}^* & \theta_{26}^* & \theta_{27}^* & \theta_{28}^* & 0 & 0 \\
\theta_{31}^* & \theta_{32}^* & \theta_{33}^* & \theta_{34}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{39}^* & \theta_{3,10}^* \\
0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{45}^* & \theta_{46}^* & \theta_{47}^* & \theta_{48}^* & \theta_{49}^* & \theta_{4,10}^*
\end{bmatrix} \quad (57-5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\theta_{31}^* = a_2 - a_2^m \\
\theta_{11}^* = \frac{b_4 - b_4^m}{2d} \\
\theta_{31}^* = \frac{e_4 - e_4^m + 2d\theta_{11}^*}{b}
\end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l}
\theta_{32}^* = a_1 - a_1^m \\
\theta_{12}^* = \frac{b_3 - b_3^m}{2d} \\
\theta_{32}^* = \frac{e_3 - e_3^m + 2d\theta_{12}^*}{b}
\end{array} \right. \quad (58-5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\theta_{33}^* = a_4 - a_4^m \\
\theta_{13}^* = \frac{b_2 - b_2^m}{2d} \\
\theta_{33}^* = \frac{e_6 - e_6^m + 2d\theta_{13}^*}{b}
\end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l}
\theta_{34}^* = a_3 - a_3^m \\
\theta_{14}^* = \frac{b_1 - b_1^m}{2d} \\
\theta_{34}^* = \frac{e_5 - e_5^m + 2d\theta_{14}^*}{b}
\end{array} \right.$$

$$\begin{cases} \theta_{45}^* = c_2 - c_2^m \\ \theta_{25}^* = \frac{d_4 - d_4^m}{2d} \\ \theta_{45}^* = \frac{-2d\theta_{25}^*}{b} \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_{46}^* = c_1 - c_1^m \\ \theta_{26}^* = \frac{d_3 - d_3^m}{2d} \\ \theta_{46}^* = \frac{-2d\theta_{26}^*}{b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_{47}^* = c_4 - c_4^m \\ \theta_{27}^* = \frac{d_2 - d_2^m}{2d} \\ \theta_{47}^* = \frac{-2d\theta_{27}^*}{b} \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_{48}^* = c_3 - c_3^m \\ \theta_{28}^* = \frac{d_1 - d_1^m}{2d} \\ \theta_{48}^* = \frac{-2d\theta_{28}^*}{b} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_{39}^* = a_6 - a_6^m \\ \theta_{49}^* = c_6 - c_6^m \\ \theta_{39}^* = \frac{e_1 - e_1^m}{b} + \theta_{49}^* \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_{3,10}^* = a_5 - a_5^m \\ \theta_{4,10}^* = c_5 - c_5^m \\ \theta_{3,10}^* = \frac{e_2 - e_2^m}{b} + \theta_{4,10}^* \end{cases}$$

برای محاسبه ماتریس A پارامترهای مدل به گونه ای در نظر گرفته شده اند که با تغییر آنها پایداری سیستم افزایش پیدا کند. پارامترهایی که برای این کار انتخاب شده اند شامل ضرایب خزشی و ثابتهای فنرها و دمپرها و ممانهای اینرسی و جرم چرخ و محور و شعاع و زاویه مخروطی چرخ می باشند. هر یک از پارامترها تأثیری بر روی پایداری دارند که اثر افزایش هر یک بر روی پایداری به شکل زیر بیان می شود.

$$\begin{array}{lll} I_{wz} \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \downarrow & I_{wy} \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \uparrow & m_w \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \uparrow \\ r_c \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \uparrow & \gamma \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \downarrow & I_{fz} \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \uparrow \\ C_o \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \uparrow & K_y \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \uparrow & C_y \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \downarrow \\ f_{12} \uparrow \Rightarrow \text{Not Effect} & f_{11} \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \downarrow & K_o \uparrow \Rightarrow \text{Not Effect} \\ & f_{33} \uparrow \Rightarrow \text{Stability} \uparrow & f_{22} \uparrow \Rightarrow \text{Not Effect} \end{array}$$

هر یک از پارامترهای فوق در t ضرب شده اند که خود t در بازه $[0.9 \ 1.1]$ قرار دارد.

سپس فرض کردیم که درایه های θ_{11}^* و θ_{12}^* θ_{13}^* θ_{14}^* θ_{25}^* θ_{26}^* θ_{27}^* θ_{28}^* θ_{49}^* $\theta_{4,10}^*$ معلوم هستند بر اساس آنها بقیه مجهولات بدست می آیند. مثلاً برای بدست آوردن بازه θ_{31}^* ابتدا θ_{11}^* بدست آمد سپس برای θ_{31}^* از دو معادله هر یک جوابهای جداگانه ای بدست آمد

$$\theta_{11}^* = \frac{b_4 - b_4^m}{2d} \Rightarrow [0 \quad -3.7274e-13] \Rightarrow \begin{cases} \theta_{31}^* = a_2 - a_2^m \Rightarrow [0.1713 \quad -0.1713] \\ \theta_{31}^* = \frac{e_4 - e_4^m + 2d\theta_{11}^*}{b} \Rightarrow [0 \quad -3.7310e-13] \end{cases}$$

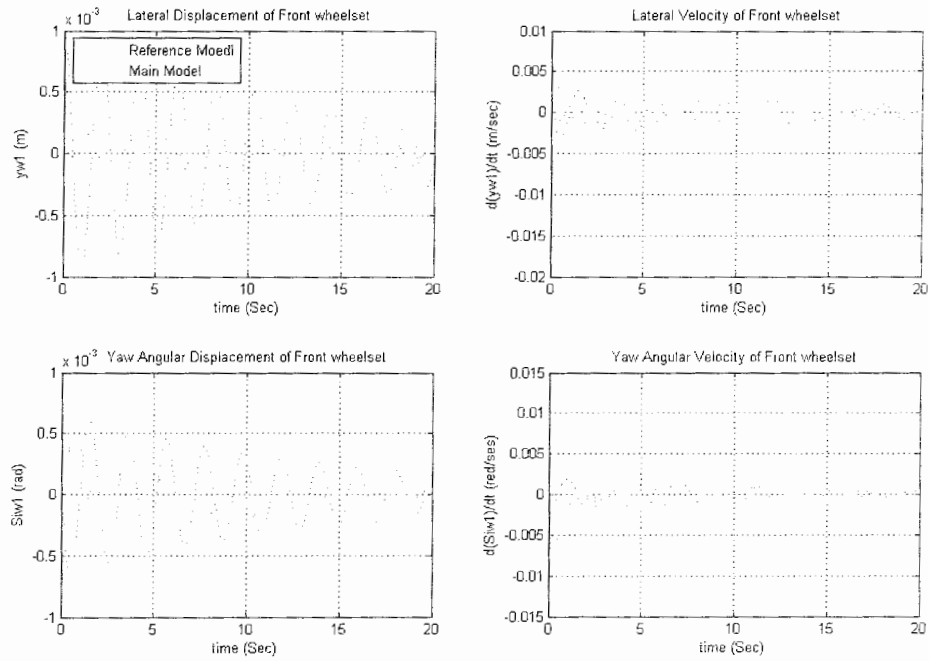
بنابراین برای انتخاب مقدار $\bar{\theta}_{31}$ مقدار ماکزیمم آن یعنی 0.1713 برگزیده شد. در نهایت مقدار $\bar{\Theta}$ را برای این روش به شکل زیر محاسبه کردیم.

$$\bar{\Theta} = \begin{bmatrix} 0.1 & 1 & 1 & 260 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.1 & 1 & 1 & 260 & 0.01 & 0.01 \\ 2 & 300 & 1400 & 250 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 15 & 10 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 2 & 300 & 1400 & 250 & 0.01 & 5 \end{bmatrix} \quad (59-5)$$

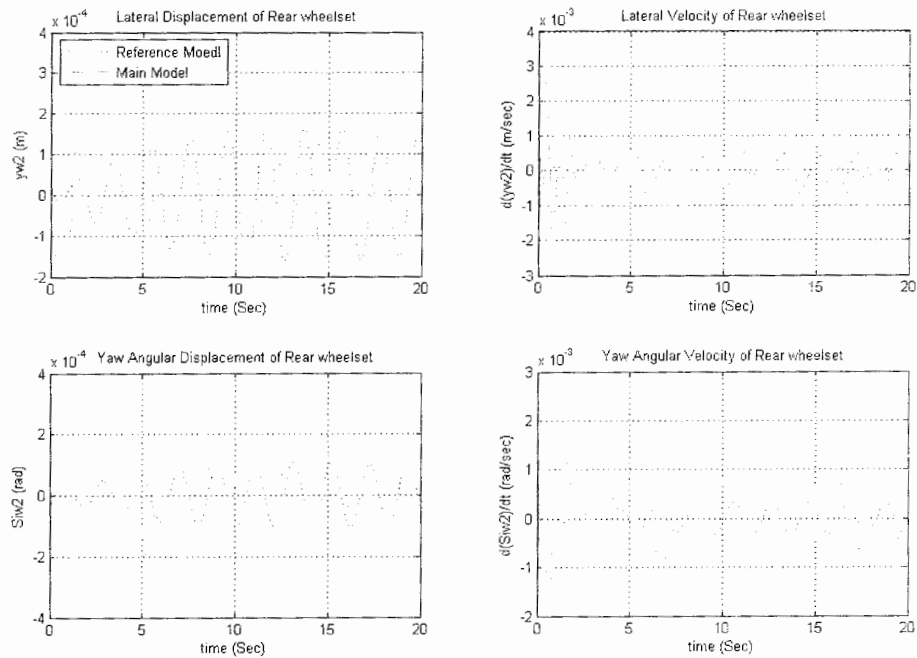
از طرفی Q به شکل زیر در نظر گرفته می شود

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 60 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (60-5)$$

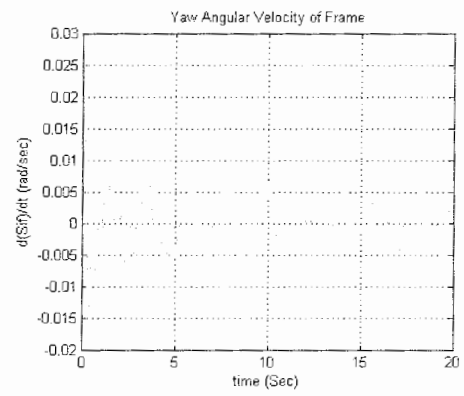
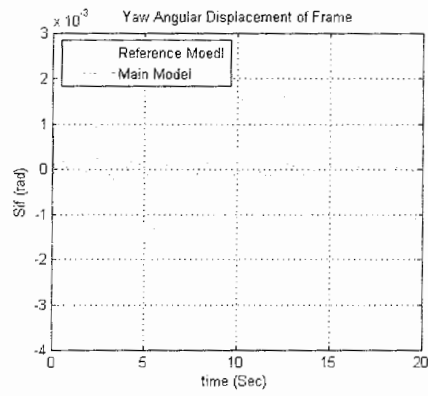
با توجه به مطالب فوق می توان نتایج شبیه سازی را برای این مدل در شکل‌های ۵-۲۶ و ملاحظه نمود. این شبیه سازی با سرعت 200 متر برثانیه و با جابه جایی اولیه یک میلیمتر انجام شده است. همان طور که در این شکل دیده می شود هانتینگ برای این سیستم وجود ندارد و کنترلر به گونه ای طراحی شده است که از مدل مرجع تبعیت می کند.



شکل ۲۶-۵ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یو چرخ جلویی با کنترل تطبیقی در سرعت ۲۰۰ متر ثانیه



شکل ۲۷-۵ نمودارهای جا به جایی و سرعت جانبی و یو چرخ عقبی با کنترل تطبیقی در سرعت ۲۰۰ متر ثانیه



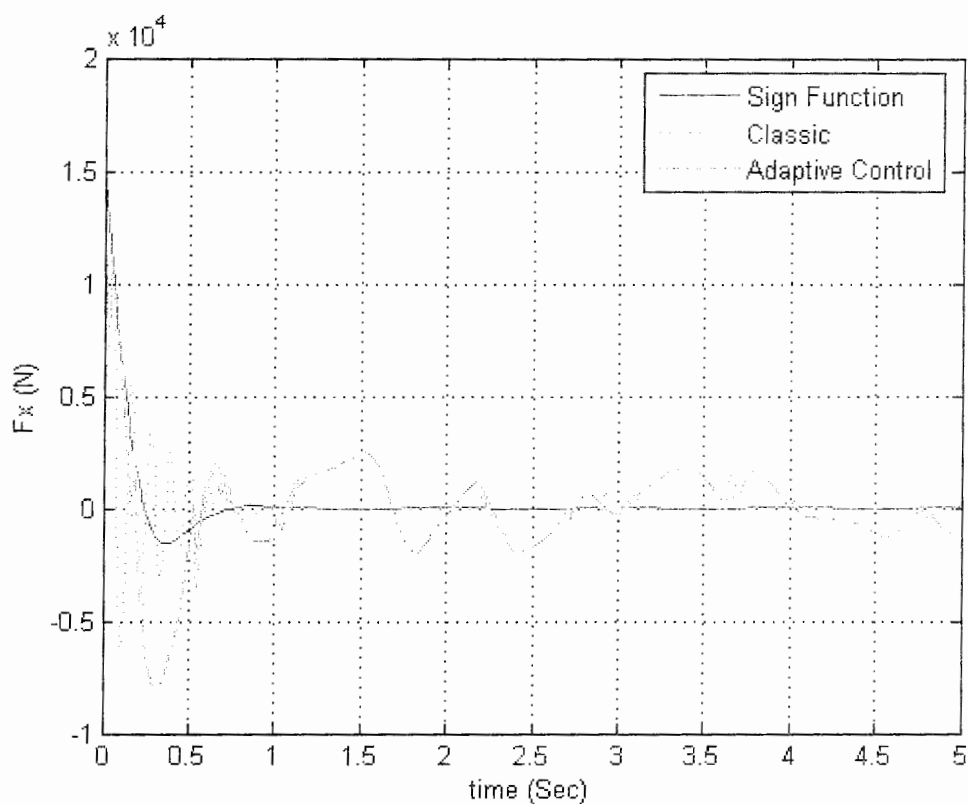
شکل ۵-۲۸ نمودارهای جا به جایی و سرعت یاوقاب بوزی کنترل تطبیقی در سرعت ۲۰۰ متر ثانیه

فصل ششم

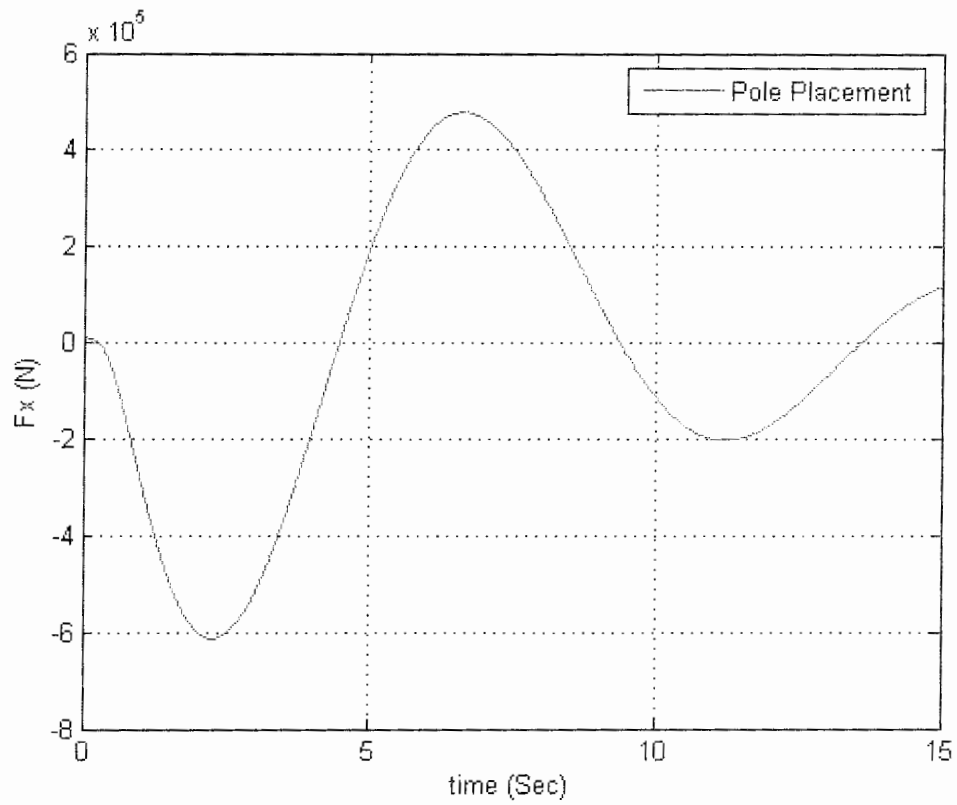
نتایج

۶-۱- نیروها و ممانهای تماسی بین چرخ و ریل

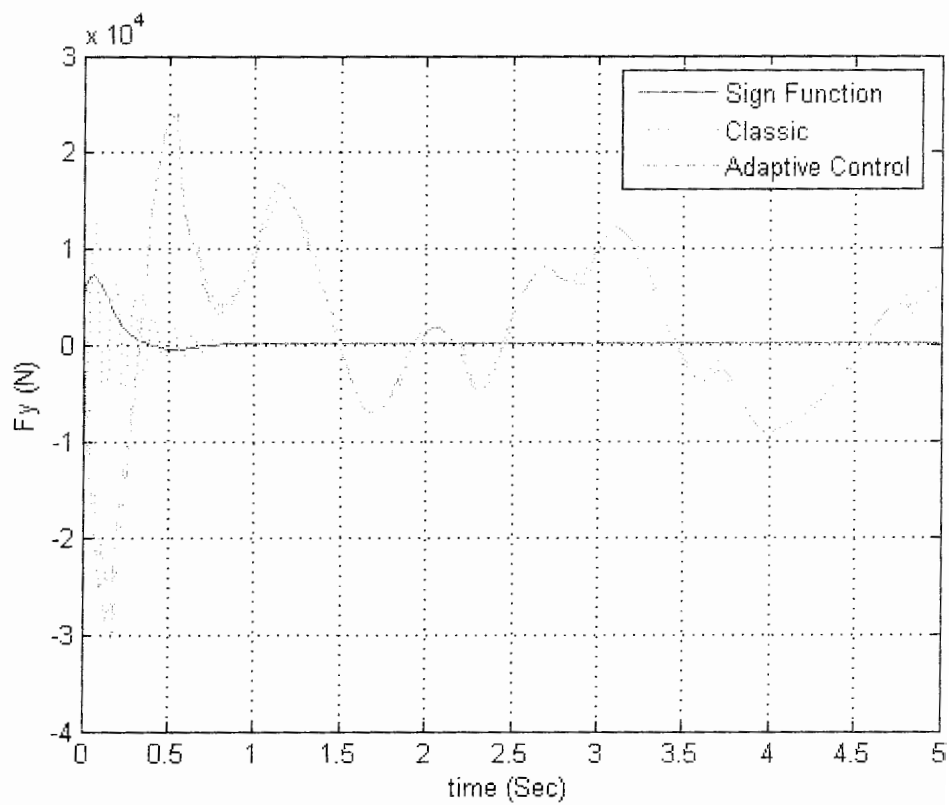
نیروهای تماسی چرخ و ریل برای همه روشهای کنترلی محاسبه شده اند این محاسبات در سرعت ۷۰ متر بر ثانیه انجام شده است که نتایج آن برای چرخ جلویی سمت چپ در شکل‌های ۶-۱ تا ۶-۱۰ نشان داده شده است .



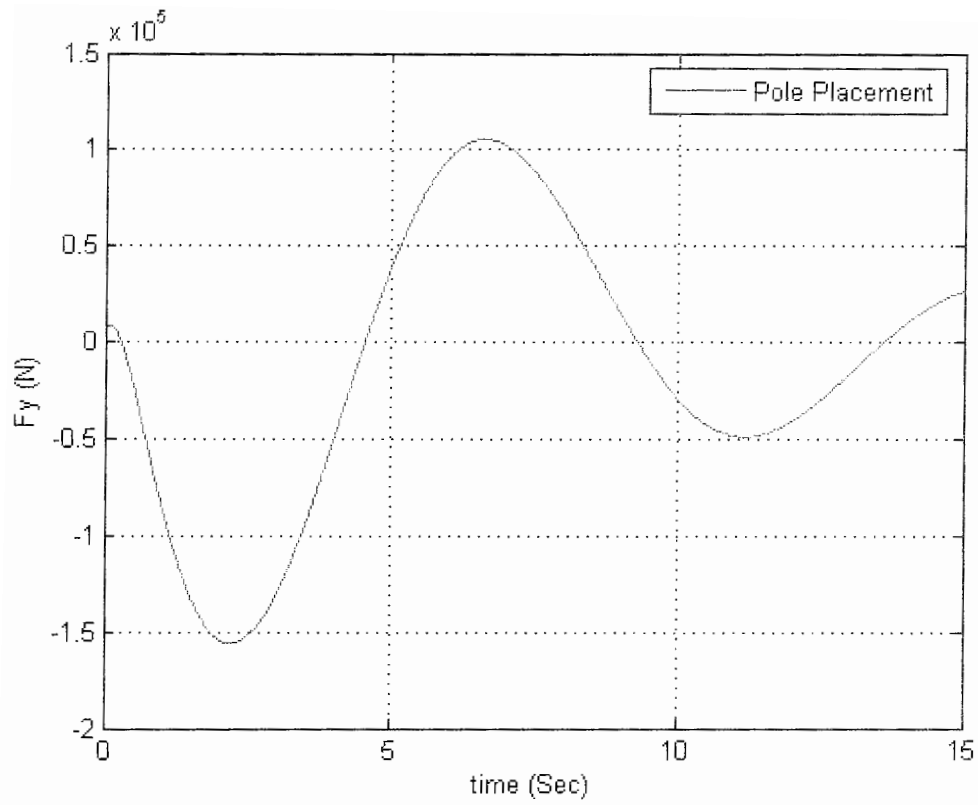
شکل ۶-۱ نیروی تماسی در جهت X چرخ جلویی سمت چپ



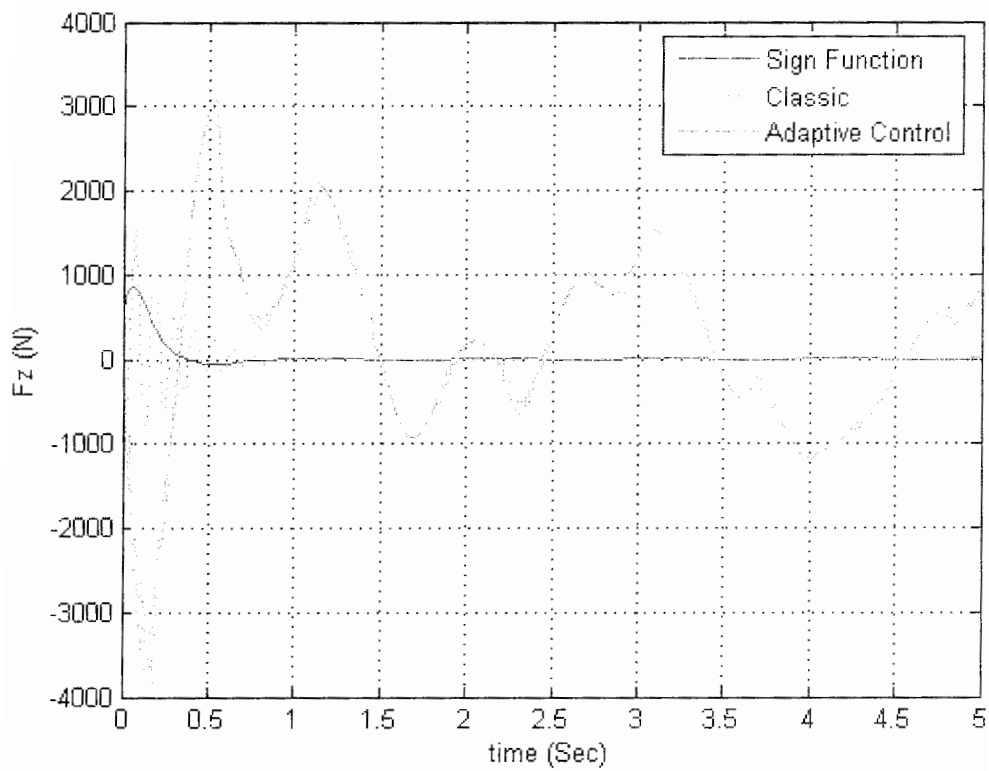
شکل ۲-۶ نیروی تماسی در جهت X چرخ جلویی سمت چپ برای روش جایابی قطب



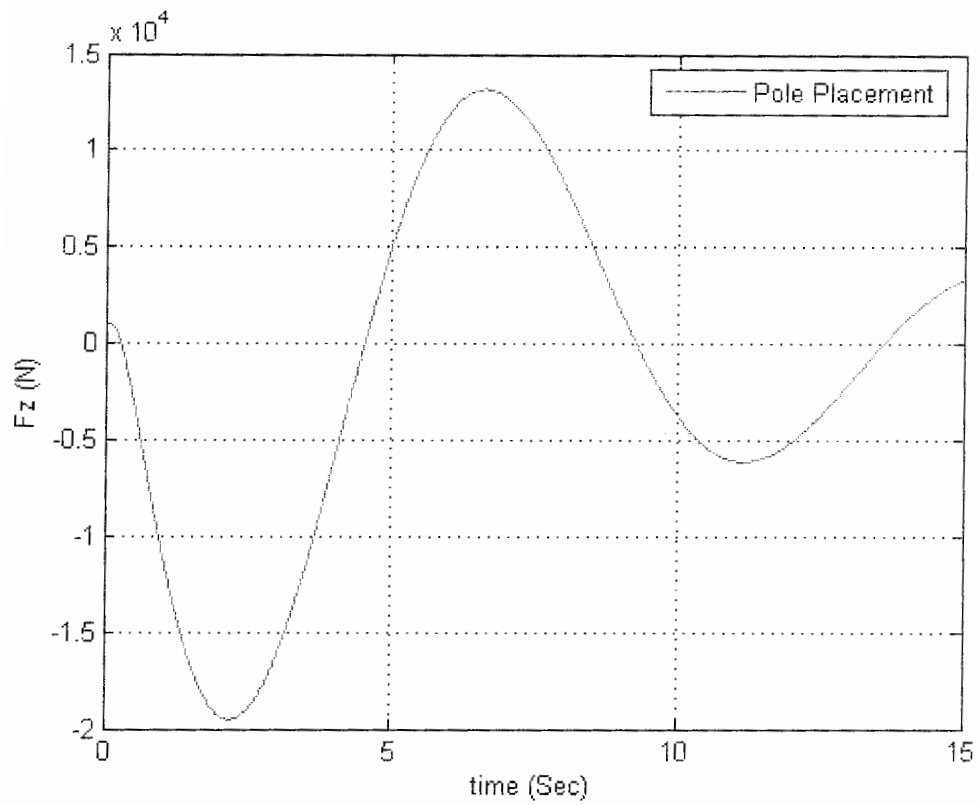
شکل ۳-۶ نیروی تماسی در جهت Y چرخ جلویی سمت چپ



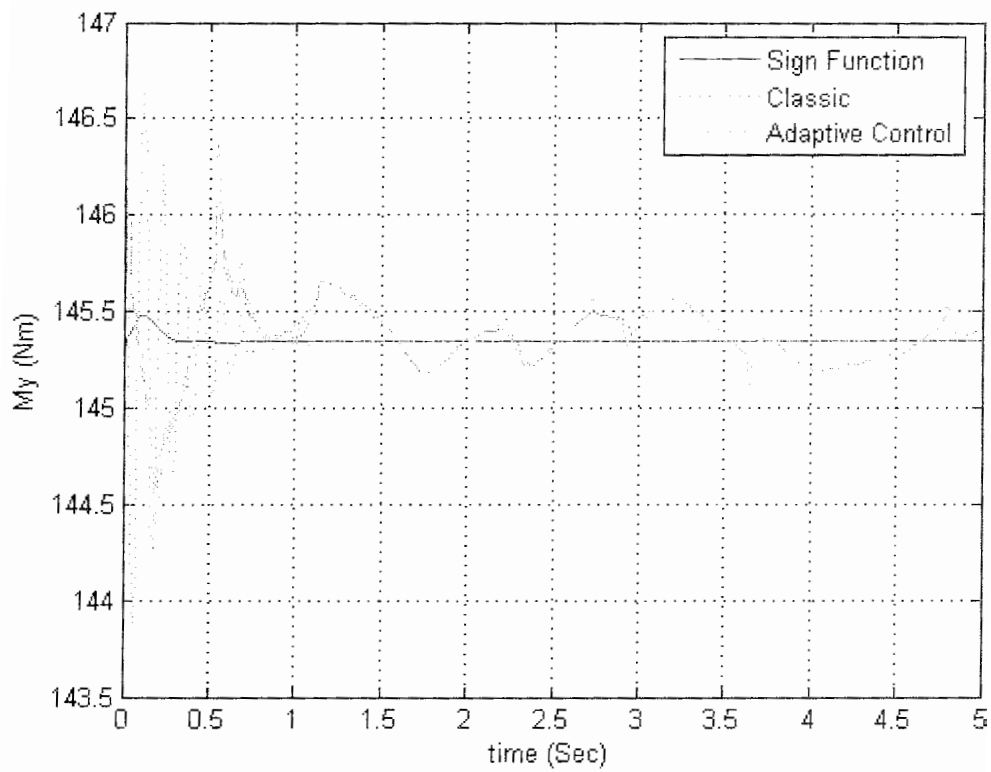
شکل ۴-۶ نیروی تماسی در جهت Y چرخ جلویی سمت چپ جایابی قطب



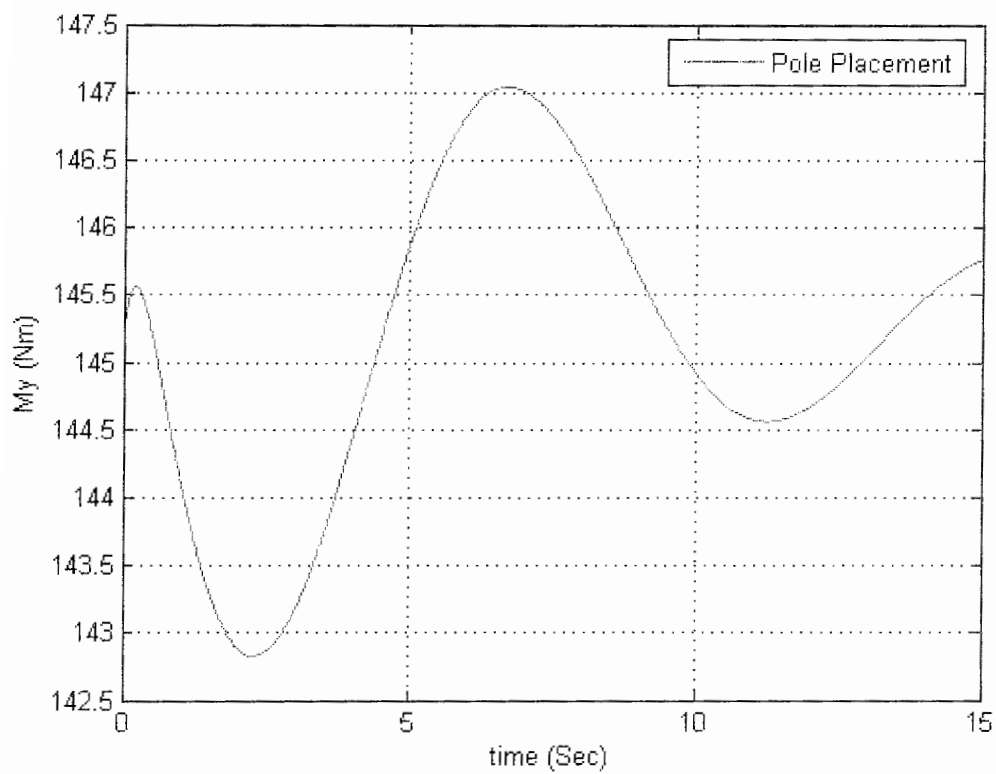
شکل ۵-۶ نیروی تماسی در جهت Z چرخ جلویی سمت چپ



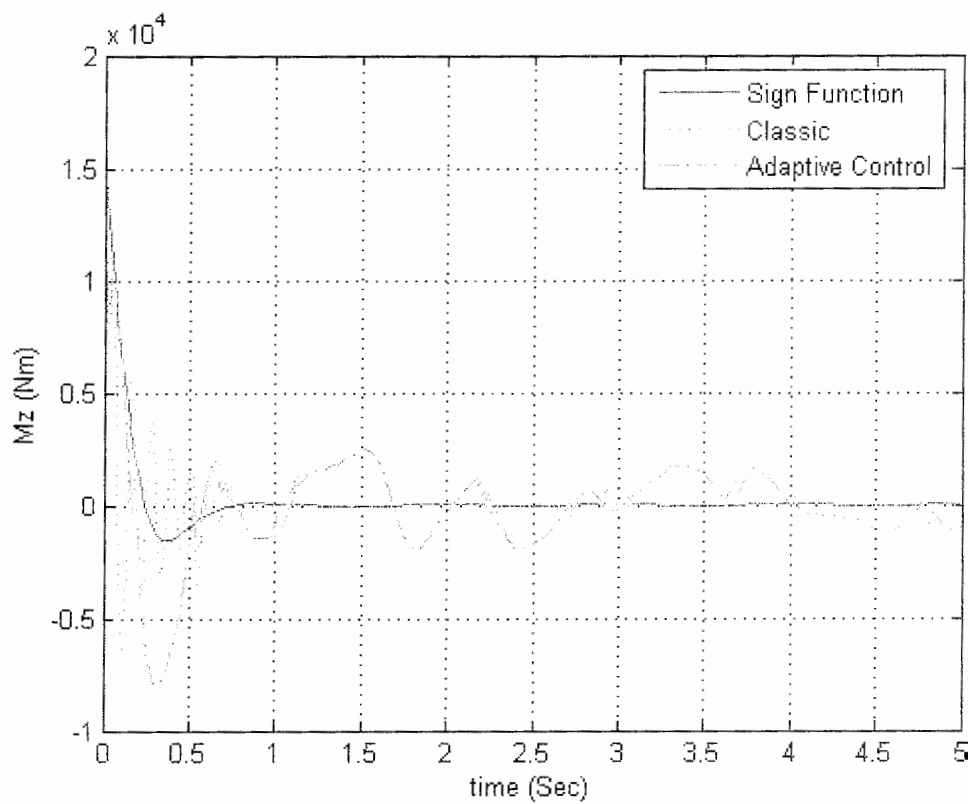
شکل ۶-۶ نیروی تماسی در جهت Z چرخ جلویی سمت چپ برای روش جایابی قطب



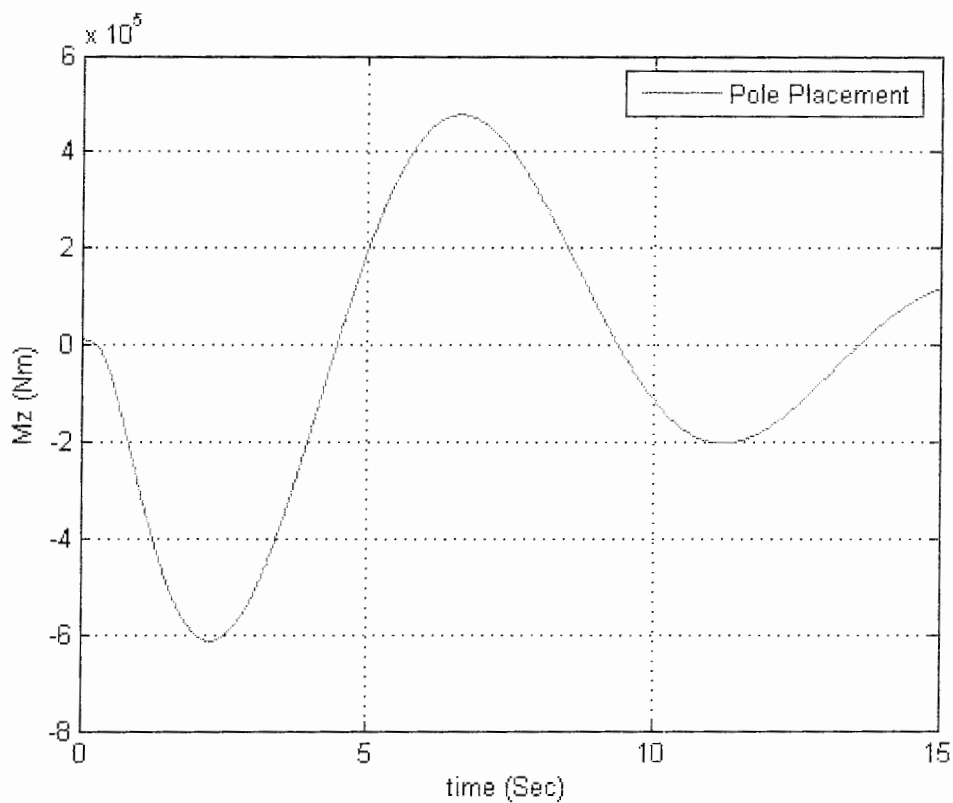
شکل ۶-۷ مماسی در جهت Y چرخ جلویی سمت چپ



شکل ۸-۶ ممان تماسی در جهت Y چرخ جلویی سمت چپ برای روش جایابی قطب



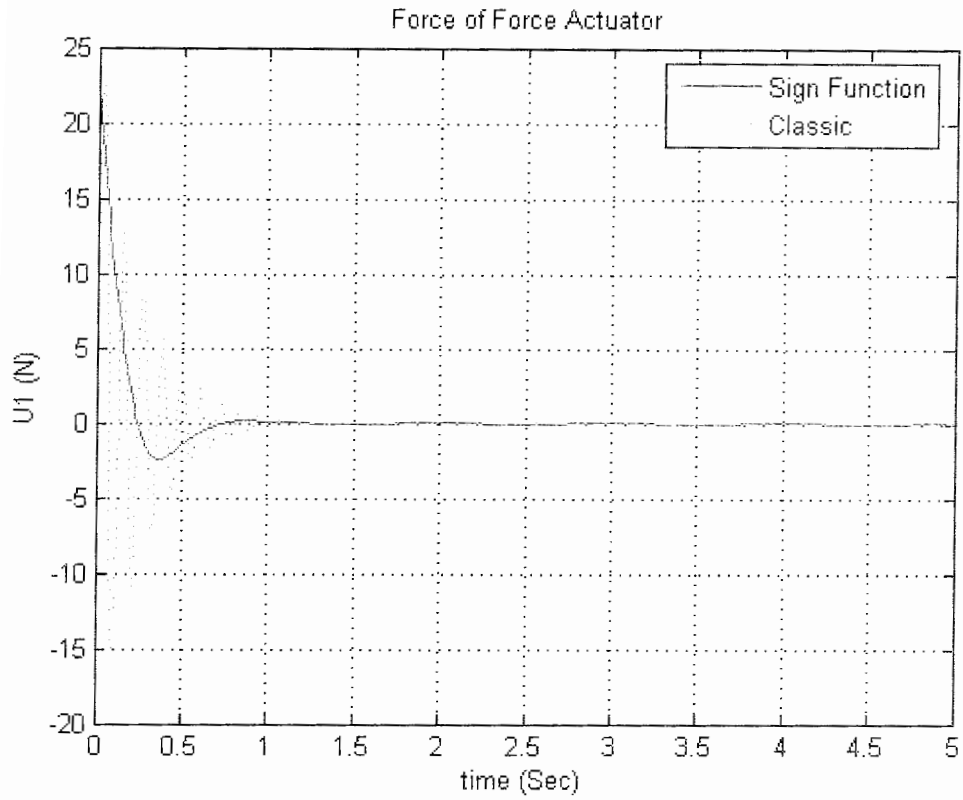
شکل ۹-۶ ممان تماسی در جهت Z چرخ جلویی سمت چپ



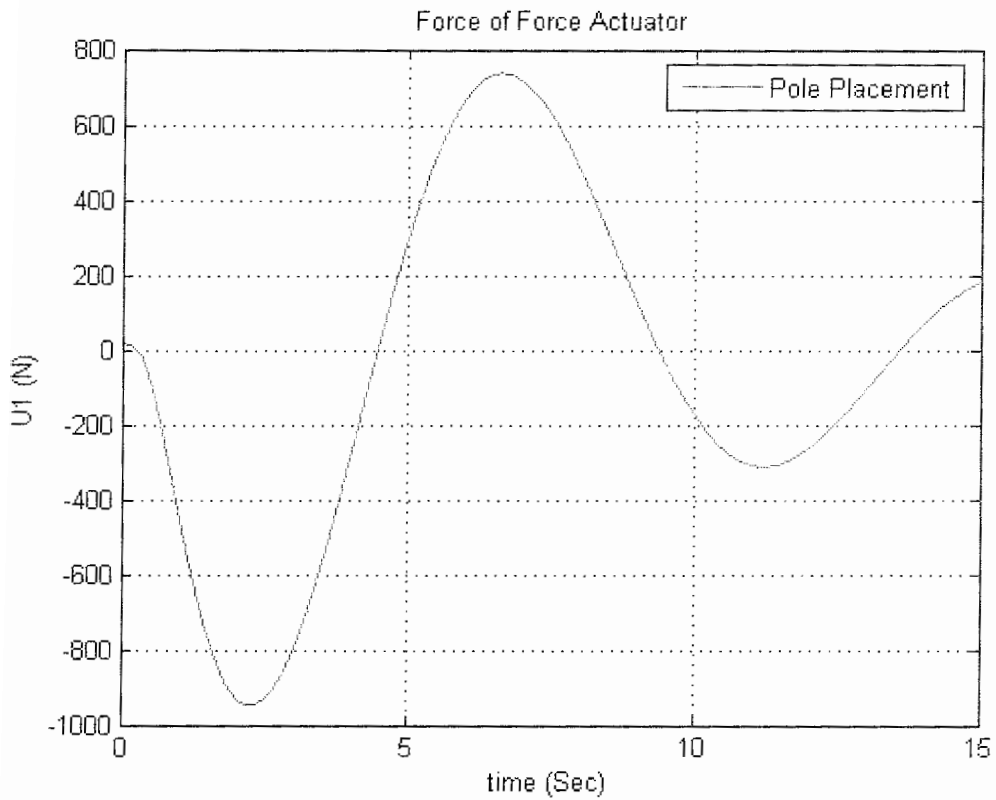
شکل ۶-۱۰ ممان تماسی در جهت Z چرخ جلویی سمت چپ برای روش جایابی قطب

۶-۳- نیروهای کنترلی

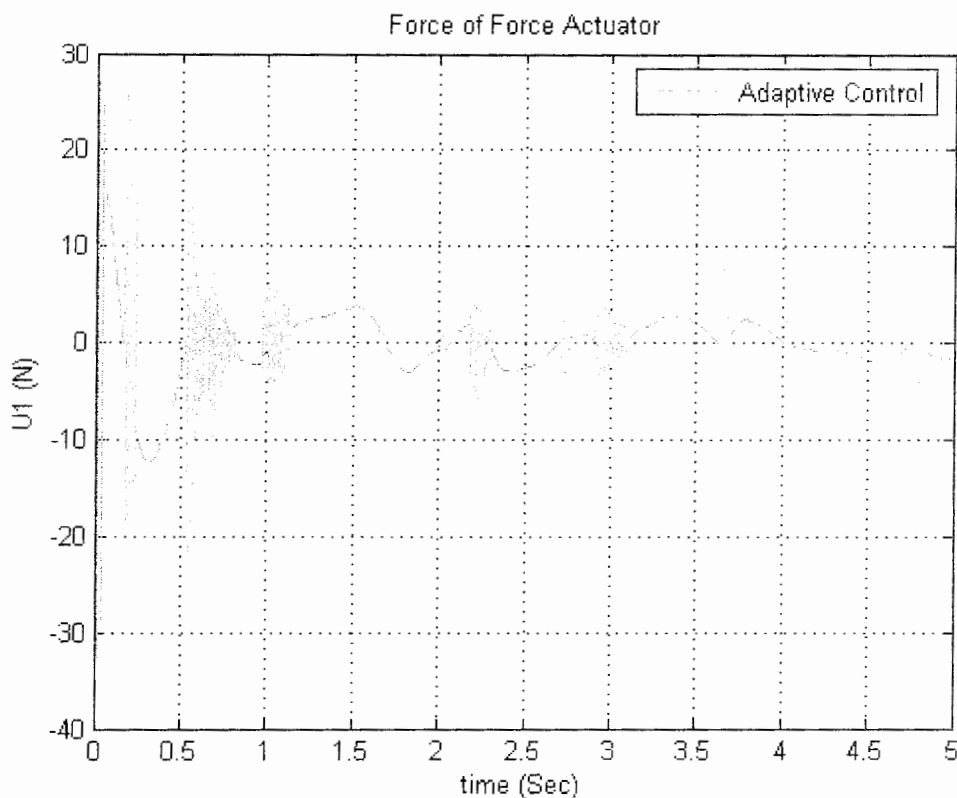
جهت مقایسه نیروهای کنترلی شبیه همه مدل‌های کنترلی در سرعت یکسان ۷۰ متر بر ثانیه انجام شده است. این شبیه سازی در ازای جابه جایی یک سانتیمتر چرخ انجام شده است. نتایج این شبیه سازی در شکل ۶-۶ ملاحظه می شود.



شکل ۶-۱۱ نمودار نیروهای کنترلی u_1 برای روش تابع علامت و روش کلاسیک



شکل ۶-۱۲ نمودار نیروهای کنترلی u_1 برای روش جایابی قطب



شکل ۱۱-۶ نمودار نیروهای کنترلی u_1 برای روش کنترل تطبیقی

۲-۶- نتیجه گیری

با توجه به آنچه تاکنون بدست آمده می توان گفت که با کنترلرهایی که برای این سیستم دینامیکی طراحی شده است می توان به سرعت‌های بالاتر دست پیدا کرد چرا که سرعت بحرانی قبل از اعمال کنترلر $43/55$ بر ثانیه بوده ولی بعد از اعمال کنترلرها سرعت‌های بحرانی $259/68$ و $155/07$ و 82 متر بر ثانیه بدست آمده اند. همچنین در این تحقیق نشان داده شده است کنترلی که بر اساس جایابی قطب طراحی شده است دارای سرعت بحرانی بالاتری می باشد.

بررسی نیروهای تماسی از لحاظ سایش دارای اهمیت زیادی می باشند اما در این مدل بدلیل این که مدل خطی فرض شده است نمی توان روی سایش بررسی دقیقی انجام داد لذا این بررسیها به صورت کیفی انجام داده می شود. نیروها و ممانهای چرخ و ریل نیز همانطور که در شکل‌های ۱-۶ تا ۵-۶ دیده می شوند برای کنترلر جایابی قطب از همه آنها بیشتر است و دلیل آن این است که در طراحی ماتریس بهره به روش جایابی قطب هیچ گونه ملاحظاتی راجع به بهینه سازی این ماتریس وجود ندارد. بنابراین نیروهای کنترلی و همچنین نیروها و ممانهای تماسی نیز به شدت از بقیه

روشها بیشتر شده اند. اما از همه کمتر کنترلر تابع علامت بوده است که به دلیل کنترل بهینه ای بوده که روی مودهای ناپایدار انجام داده است. روش کنترل تطبیقی نیز روشی مناسب بوده چرا که در تئوری این روش سرعت بحرانی وجود ندارد. اما به دلیل انطباق آن با مدل مرجع نیروهای کنترلی و تماسی به سرعت به صفر میل نمی کنند. لذا این روش نیز می تواند با انتخاب مدلی بهتر بهینه سازی شود.

فهرست منابع

1. F.J. Redtenbacher. 1855. Die Gesetze des Locomotiv-Bause. *Verlag von Friedrich Basserman Mannheim.*
2. Chr. Boedecker. 1887. Die Wirkungen zwischen Rad und Schiene und ihre Einflüsse auf den Lauf und den Bewegungswiderstand der Fahrzeuge in den Eisenbahnzügen. *Hahn'sche Buchhandlung, Hannover.*
3. F.W. Carter. 1915. The electric locomotive. *Proc. Inst. Civil Engrn., 201:221-252.*
4. Y. Rocord. 1935. La stabilité de route des locomotives, première partie, avec une note de M. R. Lévy. *Hermann & Cie., Paris.*
5. M. Julién and Y. Rocard. 1935. La stabilité de route des locomotives, deuxième partie. *Hermann & Cie., Paris.*
6. F.W. Carter. 1926. on the action of a locomotive driving wheel. *Proc. R. Soc. Lond., A 112:115-157.*
7. F.W. Carter. 1928. on the stability of running of locomotives. *Proc. Roy. Soc., A 121:585-610.*
8. T. Matsudaira. 1960. paper awarded prize in the competition sponsored by Office of Research and Experiment (ORE) of the International Unions of Railways (UIC). *ORE-Report RP2/SVA-C9, UIC, Utrecht.*
9. H. Heumann. 1937. Lauf der Drehgestell-Radsätze in der Geraden. *Organ Fortscher. Eisenb.-wes., 92:149-137.*
10. K. Yokose. 1971. Design theory of N-form wheel tread (in Japanese). *Report No.71-168, Railway Technical Research institute.*
11. K. Knothe. 1975. Die geometrisch nichtlinearen Beziehungen für einen starren Radsatz, der auf einer starren Schiene quer verschoben wird. *ILR-Mitt. 17, Institut für Luft- und Raumfahrt, TU Berlin.*
12. R.J. Gostling. 1973. The Measurement of Real Wheel and Track Profiles and their Use in Finding Contact Conditions, Equivalent Conicity, and Equilibrium, Rolling Line. *TNDA 22, BR Research Department, Advanced Project Division.*
13. N.K. Cooperrider, E.H. Law, R. Hull, P.S. Kadala, and J.M. Tuten. 1975. Analytical and Experimental Determination of Nonlinear Wheel/Rail Geometric Constraints. *Interim Report No. FRA-OR & D, U.S. Department of Transportation.*

14. A.H. Wickens. 1965. The dynamic stability of railway vehicle wheelsets and bogies having profiled wheels. *Int. J. Solids Structures*, 1:319-341.
15. A.H. Wickens. 1965. The dynamics of railway vehicles on straight track: fundamental consideration of lateral stability. *Proc. I. Mech. Engrs*, 180(3F):1-16.
16. A.H. Wickens. 1965. The Dynamics Stability of a simplified four-wheeled vehicle having profiled wheels. *Int. J. Solids Structures*, 1:385-406.
17. A. Bhaskar, K.L. Johnson, G.D. Wood, and J. Woodhouse. 1997. Wheel-rail dynamics with closely conformal contact. Part 1: Dynamic modeling and stability analysis. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 211(F):11-26.
18. A. Bhaskar, K.L. Johnson and J. Woodhouse. 1997. Wheel-rail dynamics with closely conformal contact. Part 2: Forced response, results and conclusions. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 211(F):27-40.
19. S. Müller. 1998. Linearized Wheel-Rail Dynamics – Stability and Corrugation. In *Fortschritt-Berichte VDI (also Dissertation TU Berlin)*, Reihe 12, Nr. 386. VDI- Verlag, Düsseldorf.
20. S. Müller and K. Knothe. 1997. Stability of wheelset-track dynamics for high frequencies. *Archive of Applied Mechanics*, 67:353-363.
21. K. Knothe and F. Böhm. 1999. History of Stability of Railway and Road Vehicles. *Vehicle System Dynamics*, 31, pp. 283 – 323.
22. H. Yabuno, T. Okamoto and N. Aoshima. 2001. Stabilization Control for the Hunting Motion of a Railway Wheelset. *Vehicle System Dynamics Supplement* 35, pp. 41-55.
23. J. Guckenheimer and P. Holmes. 1983. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. *Springer-Verlag (New York)*.
24. S. Bruni and F. Resta. 2001. Active control of railway vehicles to avoid hunting instability. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Proceedings 8 – 12 July, Como, Italy*.
25. J.T. Pearson, R.M. Goodall, T.X. Mei and G. Himmelstein. 2004. Active stability control strategies for a high speed bogie. *Control Engineering Practice* 12 1381-1391.
26. J.T. Pearson, R.M. Goodall, T.X. Mei, S. Shen, C. Kossmann, O. Polach G. Himmelstein. 2004. Design and experimental implementation of an active stability system for a high speed bogie. *Vehicle System Dynamics Supplement* 41, p. 43-52.
27. A. Fotouhi and A. Yousefi-Koma. 2006. Improve hunting of a railway vehicle using semi-active primary suspension. *8th Biennial ASME Conference on Engineering Systems Design and Analysis, ESDA, Jul 4-7, Torino, Italy*.

28. H. Molatefi. 2006. Completely Nonlinear Hunting of Conventional and Steering Railway Trucks. *PhD thesis in Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shiraz University.*
29. A. Mohan and M. Ahmadian. 2004. Nonlinear Investigation of the Effect of Primary Suspension on the Hunting Stability of Rail Wheelset. *Proceeding of the ASME/IEEE Joint Rail Conference April 6-8, Baltimore, Maryland, USA.*
30. J.J. Kalker. 1990. Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact. *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.*
31. A. Mohan. 2004. Nonlinear Investigation of the use of Controllable Primary Suspension to Improve Hunting in Railway Vehicles. *Master of Science thesis in Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute.*
32. M.L. Nagurka. 1983. Curving Performance of Rail Passenger Vehicles. *PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, M.I.T.*
33. H. Baruh. 1999. Analytical Dynamics. *WBC/McGraw-Hill.*
34. W.L. Brogan. 1991. Modern Control Theory. *Prentice Hall.*
35. C. He and V. Mehrmann. 1995. Stabilization of Large Linear Systems.
36. M. Arnold. 1993. Algorithms and conditioning for eigenvalue assignment. *Phd thesis, Northern Illinois University, Department of Mathematical Science.*
37. T. Kailath. 1980. System theory. *Prentice – Hall, Englewood Cliffs, New York.*
38. H.W. Knobloch and H. Kwakernaak. 1985. Lineare Kontrolltheorie. *Springer – Verlag, Berlin.*
39. J. Roberts. 1980. Linear model reduction and solution of the algebraic Riccati equation by the use of the sign function. *J. Control, vol. 32, pp. 667-687.*
40. A.N. Beavers and E.D. Denman. 1973. A computational method for eigenvalues and eigenvectors of a matrix with real eigenvalues. *Numer. Math. Vol. 21, pp. 389-396.*
41. E. Denman and R. Beaver. 1976. The matrix sign function and computations in systems. *Appl. Math. Comput., vol. 2, pp. 63-94.*
42. R. Byers, C. He and V. Mehrmann. 1994. The matrix sign function method and the computation of invariant subspaces. *Tech. Rep., Fakultät f. mathematik, TU Chemnitz-Zwischau, PSF 964, D-09009 Chemnitz, FRG.*
43. J.Y. Hung, W. Gao and J.C. Hung. 1993. Variable Structure Control: A Survey. *IEEE Trans. On Indust. Elect. Vol. 40, no. 1, pp. 2-22.*

44. U. Itkis. 1976. Control Systems of Variable Structure. *John Wiley & sons Inc. NewYork.*
45. V.I. Utkin. 1978. Sliding Modes and their Application in Variable Structure Systems. *NewYork: MIR.*
46. A. Karami Mohammadi. 2004. Variable Structure Model Reference Adaptive Control for SIMO Systems. *Proceedings of ICCA2004, August 25-27 Bangkok, Thailand.*

ضمیمه

برنامه ای که در زیر آورده شده ، برنامه ای است که سرعت بحرانی سیستم با تعلیق فعال را محاسبه می کند .

```
clc
clear

d=0.61;
B=[0 0;0 0;0 0;2*d 0;0 0;0 0;0 0;0 0;0 2*d;0 0;-2*d -2*d];
Mw=1751;      Iwy=130;      Iwz=761;
Ifz=3371;
Rc=0.43;      L=0.716;      Lan=0.125;      b=1.295;      d=0.61;
Kpy=3.9e5;    Cpy=9048.2;
Co=3.5e5;     Ko=5e5;
F11=4.71e6;  F12=0.6e3;  F22=0.5e3;  F33=5.1e6;
g=9.81;

for i=1:1000
    for j=1:1000

        K=[0 i 0 0 0 0 0 0 0 0;0 0 0 0 0 j 0 0 0 0];

n=1;
for V=1:100

%-----
a1=(2.*F11./V.*(1+Lan.*Rc./(L-Rc.*Lan)) +2.*Rc.*F11.*Lan./L./V +
2.*Cpy )./Mw;
a2=(Mw.*g.*Lan./L + 2.*Kpy )./Mw;
a3=-Iwy.*V.*Lan./Mw./Rc./(L-Rc.*Lan) + 2.*F12./V./Mw.*(1+Rc.*Lan./(L-
Rc.*Lan));%%
a4=-2.*F11.*(1+Lan.*Rc./(L-Rc.*Lan))./Mw;
a5=-2.*b.*Cpy./Mw;
a6=-2.*b.*Kpy./Mw;
%-----
b1=( 2.*L.^2.*F33./V + 2.*F22./V )./Iwz; %%
b2=(-Mw.*g.*Lan.*L.^2./(L-Rc.*Lan) + 2.*L.*F12.*Lan./Rc + 2.*F12
)./Iwz; %%
b3=Iwy.*V.*Lan./Rc./Iwz./L -2.*F12./V./Iwz.*(1+Rc.*Lan./L) ; %%
b4=2.*L.*F33.*Lan./Rc./Iwz;

%-----
c1=a1;
c2=a2;
c3=a3;
c4=a4;
c5=-a5;
c6=-a6;
%-----
d1=(2.*L.^2.*F33./V + 2.*F22./V )./Iwz; %%
d2=(-Mw.*g.*Lan.*L.^2./(L-Rc.*Lan) + 2.*L.*F12.*Lan./Rc +
2.*F12 )./Iwz; %%
d3=b3;
d4=2.*L.*F33.*Lan./Rc./Iwz;
```

```

%-----
e1=(4.*b.^2.*Cpy + Co)./Ifz;
e2=(4.*b.^2.*Kpy + Ko )./Ifz;
e3=-2.*b.*Cpy./Ifz;
e4=-2.*b.*Kpy./Ifz;
e5=2.*b.*Cpy./Ifz;
e6=2.*b.*Kpy./Ifz;

%-----
A(1,2)=1;
A(2,1)=-a2; A(2,2)=-a1; A(2,3)=-a4; A(2,4)=-a3; A(2,9)=-a6;
A(2,10)=-a5;
A(3,4)=1;
A(4,1)=-b4; A(4,2)=-b3; A(4,3)=-b2; A(4,4)=-b1;
A(5,6)=1;
A(6,5)=-c2; A(6,6)=-c1; A(6,7)=-c4; A(6,8)=-c3; A(6,9)=-c6;
A(6,10)=-c5;
A(7,8)=1;
A(8,5)=-d4; A(8,6)=-d3; A(8,7)=-d2; A(8,8)=-d1;
A(9,10)=1;
A(10,1)=-e4; A(10,2)=-e3; A(10,3)=-e6; A(10,4)=-e5; A(10,9)=-e2;
A(10,10)=-e1;

AA=A-B*K;
t=eig(AA);
x(1:10,n)=real(t);

temp=0;
for m=1:10
    if x(m,n)>0
        Vc(i,j)=V;
        temp=1;
        break
    end
end
if temp==1
    break
end

n=n+1;
end

end
end
% Find maximum of Vc
mVc=1;
for i=1:100
    for j=1:100
        if Vc(i,j)>mVc
            mVc=Vc(i,j);
            k1=i;
            k2=j;
        end
    end
end
disp(mVc)
disp(k1)
disp(k2)

```

Abstract

Lateral vibration and hunting is known phenomenon in dynamics of railway vehicles. In this thesis we have investigated the conventional bogie consist of two wheelsets with two degrees of freedom and one frame with one degree of freedom. We have assumed the forward velocity is constant and it travels in straight line. Using the linear Kalker's theory we have calculated contact forces. We have linearized all the nonlinear terms in equations of motion.

After deriving the dynamic equations we have been represented these equations in state-space form and investigated critical velocity in this system. And then we have designed a controller for controlling these vibrations and increasing critical velocity with using two actuators replaced by longitudinal suspension. This model also has been represented in state space and using state feedback we have increased the critical velocity. Designs of controllers are done by classical, pole assignment and sign function methods. These methods are compared.

Keywords: Railway Vehicle, Active Control, Hunting, Lateral Vibration, Stabilization, Critical Velocity.