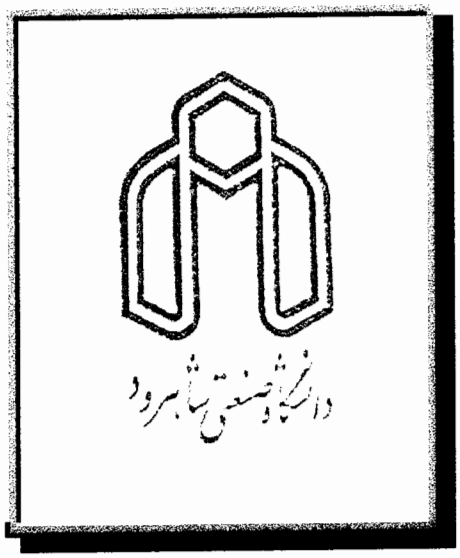


پروژه کارشناسی ارشد

دانشکده مکانیک-گرایش تبدیل انرژی

عنوان :

بررسی و مطالعه رفتار خود مشابهی پدیده انفجار کروی

استاد راهنما :

دکتر محمدجواد مغربی

ارائه دهنده :

سیدابوالفضل مصطفی

بسم الله الرحمن الرحيم

هوالحق

خداوند منان را شاکر و سپاسگزارم که با اعطای بهترین نعمتهای خود زمینه کسب علـم و دانـش را برایم فراهم نمود که اگر عنایت او نبود مسلماً در این راه موفقیتی کسب نمی کردم.

در به پایان رساندن این پروژه از راهنمایی های اساتید بسیاری سود جسته ام که در ایـن راسـتا بـر خود لازم می دانم از زحمات و راهنمایی های ارزنده استاد ارجمندم جناب آقای دکتر مغربی، تشـکر نمایم.

همچنین در اینجا لازم می دانم از همه عزیزانی که وقت ارزشمند خـود را در اختیـار اینجانـب قـرار دادند صمیمانه تشکر نمایم.

”تقدیم به پدر پاکدل و مادر دلسوز و صبورم
آنانکه همواره دستها و دلهایشان پشتوانه زندگیم
و دعاهایشان تکیه گاه تلاشهایم بوده و هست.“

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
چکیده	ه
مقدمه	و
فصل اول	
مقدمه ای برتئوری انفجار	
۱-۱ مقدمه	۱
۱-۲ مفهوم انفجار	۲
۱-۳ فیزیک انفجار	۳
۱-۴ تئوری انفجار	۵
۱-۵ انواع انفجار	۷
۱-۶ شکل موج انفجار	۹
۱-۷ لایه شوک - لایه واکنش	۱۱
۱-۸ معادلات رانکین _ هوگونیوت	۱۲
فصل دوم	
معادلات حالت و محصولات انفجار	
۲-۱ مقدمه	۲۲
۲-۲ چگونگی تعیین معادله حالت گازهای حاصل از انفجار	۲۲
۲-۳ معادله حالت گازهای حاصل از انفجار	۲۳
۲-۳-۱ معادله حالت آبل	۲۳
۲-۳-۲ معادله حالت واندروالس	۲۳
۲-۳-۳ معادله حالت کوک	۲۴
۲-۳-۴ معادله حالت تیلور	۲۴
۲-۳-۵ معادله حالت JWL	۲۴
۲-۳-۶ معادله حالت گرونسن	۲۵
۲-۳-۷ معادله حالت BKW	۲۶
۲-۴ محاسبه انرژی داخلی در چگالی های بالا	۲۷

عنوان **صفحه**

۲-۵ سرعت انفجار و تعیین تجربی آن در مواد منفجره ۲۸
۲-۶ عوامل موثر در سرعت انفجار ۲۹
۲-۷ اندازه گیری سرعت انفجار یا سرعت پیشروی موج ۳۰
۲-۸ محصولات حاصل از انفجار ۳۱

فصل سوم

معادلات حاکم بر انفجار

۳-۱ حل عددی سیستم معادلات انفجار یک بعدی ۳٤
۳-۲ معادلات جریان یک بعدی ۳٤

فصل چهارم

حرکت موج انفجار در هوا

۴-۱ تشکیل موج انفجاردر هوا ٤۳
۴-۲ شکل موج انفجار ٤٤
۴-۳ مروری بر موج شوک عمودی ٤٥
۴-۴ خواص موج انفجار منتشر شده در هوا ٤٦
۴-۴-۱ افزایش فشار ناشی از موج انفجار ٤۷
۴-۴-۲ موج انفجار و سرعت ذرات ٤۸
۴-۴-۳ فشار و دمای سکون انفجار ٤۹
۴-۴-۴ دمای پس ماند بعد از موج شوک ٥۰
۴-۵ پارامترهای مهم در بررسی امواج انفجار ٥۱
۴-۵-۱ شدت موج شوک اولیه یا ماکزیمم فشار ٥۲
۴-۵-۲ زمان تداوم موج ٥۳
۴-۵-۳ ضربه موج انفجار در واحد سطح ٥۳
۴-۵-۴ زمان دریافت موج ٥٤
۴-۵-۵ پارامتر شکل موج ٥٥

عنوان **صفحه**

فصل پنجم

مقدمه ای بر رفتار خودمشابهی

۵-۱ مقدمه ۵۸

۵-۲ حرکتهای خودمشابه ۶۲

۵-۳ شرایط برای حرکت خودمشابه ۶۵

۵-۴ دو نوع حرکت خودمشابه ۶۶

۵-۵ حرکت خودمشابه موجهای صفحه ای،استوانه ای و کروی در یک گاز ۶۸

۵-۵-۱ اصول خودمشابهی ۶۸

۵-۶ شرایط در جلوی موج شوک برای حرکت خودمشابه ۷۱

۵-۷ انتگرال گیری جبری بر روی حرکت خودمشابه ۷۳

۵-۸ انفجار کروی ۷۵

۵-۹ انفجار قوی در یک گاز ۷۷

فصل ششم

مدلسازی و بررسی رفتار خودمشابهی پدیده انفجار کروی

۶-۱ مقدمه ۸۸

۶-۲ حل یک بعدی معادلات بقاء ۸۹

۶-۳ معادلات اختلاف محدود ۹۰

۶-۴ شرایط مرزی ۹۳

۶-۵ برنامه کامپیوتری ۹۵

۶-۵-۱- معرفی پارامترها و متغییرهای اصلی برنامه ۹۵

۶-۵-۲- تشریح برنامه ۹۷

۶-۶ تحلیل عددی ۹۸

۶-۷ مدلهای خودمشابهی توزیع ۱۰۵

۶-۸ تاریخچه تغییرات پارامترها ۱۰۹

۶-۹ مدلهای خودمشابهی تاریخچه ۱۱۴

۶-۱۰ تست وارزیابی کد ۱۱۷

عنوان	صفحه
۶-۱۱ بحث و بررسی نتایج	۱۱۹
نتیجه گیری	۱۲۱
منابع و مراجع	۱۲۲
ضمیمه - الف	۱۲۵

فهرست جداول

عنوان **صفحه**

فصل اول

جدول(۱-۱) مواد منفجره اولیه ۲

جدول(۱-۲) مواد منفجره ثانویه ۲

فصل دوم

جدول(۲-۱) ضرایب $P_S(V)$ ۲۵

جدول(۲-۲) ضرایب G(V) ۲۵

جدول(۲-۳) پارامتر های مهم برای دو ماده منفجره ۲۶

فصل پنجم

جدول(۵-۱) مشخصه های فشار ۱۰۳

جدول(۵-۲) مشخصه های انرژی ۱۰۳

جدول(۵-۳) مشخصه های سرعت ۱۰۴

جدول(۵-٤) مشخصه های چگالی ۱۰۴

فهرست اشکال

عنوان **صفحه**

فصل اول

شکل (۱-۱) مدل حرکت موج انفجار درون ماده منفجّره ۵

شکل(۱-۲) تغییرات شکل موج با طول شارژ در انفجار ایده آل ۹

شکل(۱-۳) تغییرات شکل موج با طول شارژ در انفجار غیر ایده آل ۹

شکل(۱-٤) تغییرات فشار و درجه حرارت و دانسیته در طول منطقه واکنش ۱۱

شکل (۱-۵) حرکت موج انفجار درون ماده منفجره از دید ناظر ثابت ۱۲

شکل (۱-٦) حرکت موج انفجار درون ماده منفجره از دید ناظر سوار بر موج ۱۲

شکل (۱-۷) نمودار خطی ریلی ۱٤

شکل(۱-۸) منحنی رانکین- هوگونیوت ۱۵

فصل دوم

شکل (۲-۱) تاثیر قطر خرج بر انفجار ۲۹

فصل سوم

شکل (۳-۱) شکل شماتیک یک موج انفجار ۳۴

شکل (۳-۲) منحنی فشار- زمان یک موج انفجار ۳۵

شکل (۳-۳) شکل یک موج ساکن ۳۶

شکل (۳-٤) شکل موج ساکن از دید ناظر ثابت ۳۷

شکل (۳-۵) شکل موج ساکن از دید ناظرمستقر روی موج ۳۷

شکل (۳-٦) منحنی فشار- زمان موج انفجار ۴۲

فصل چهارم

شکل(٤-۱) توزیع سرعت پشت جبهه موج انفجار ۶۶

شکل(٤-۲) توزیع فشار پشت جبهه موج انفجار ۶۷

شکل(٤-۳) توزیع دما پشت جبهه موج انفجار ۶۷

شکل(٤-٤) رابطه توابع f_1, f_2, f_3 با نسبت a_1/c ۶۸

شکل (٤-۵) توزیع نسبت فشار P_2/P_1 به a_1/c ۶۹

شکل (٤-٦) توزیع چگالی پشت جبهه موج شوک ۷۳

عنوان	صفحه

شکل (٤-٧) توزیع فشار پشت جبهه موج شوک ٧۴

شکل (٤-٨) توزیع سرعت پشت جبهه موج شوک ٧٤

شکل (٤-٩) توزیع سرعت در یک نقطه انفجار ٧٦

شکل (٤-١٠) توزیع چگالی در یک نقطه انفجار ٧٧

شکل (٤-١١) توزیع فشار در یک نقطه انفجار ٧٧

فصل پنجم

شکل (٥-١) هندسه شبکه حجم محدود ٨٢

شکل (٥-٢) شرایط مرزی متقارن ٨٧

شکل (٥-٣) موقعیت جبهه موج در لحظه $t = 0^+$ ٩٣

شکل (٥-٤) موقعیت بی بعد شده جبهه موج در لحظه $t = 0^+$ ٩٤

شکل(٥-٥) توزیع پارامتر عمومی ψ در یک لحظه زمانی مشخص ٩٤

شکل(٥-٦) نمودار توزیع پارامترهای فشار، انرژی، سرعت، چگالی ٩٦

شکل (٥-٧) نمودار اولین مدل خودمشابهی توزیع پارامترها ٩٨

شکل (٥-٨) نمودار دومین مدل خودمشابهی توزیع پارامترها ١٠٠

شکل (٥-٩) نمودار سومین مدل خودمشابهی توزیع پارامترها ١٠١

شکل(٥-١٠) تاریخچه تغییرات پارامتر عمومی ψ در یک مکان مشخص ١٠٢

شکل(٥-١١) نمودار تاریخچه تغییرات و پارامترهای زمانی فشار، انرژی، سرعت، چگالی ١٠٥

شکل (٥-١٢) نمودار اولین مدل خودمشابهی تاریخچه تغییرات پارامترها ١٠٧

شکل (٥-١٣) نمودار دومین مدل خودمشابهی تاریخچه تغییرات پارامترها ١٠٩

شکل (٥-١٤) نمودار تجربی توزیع فشار برای انفجار یک کیلو گرم TNT در هوا ١١٠

شکل (٥-١٥) نمودار شبیه سازی شده توزیع فشار برای انفجار یک کیلو گرمTNT در هوا ١١٠

فهرست علائم

در زیر تعدادی از متغیرها و دیگر پارامترهایی که دارای اهمیت می‌باشند اشاره می‌گردد.

پارامتر مشخص کننده دستگاه مختصات(برای سیستم دکارتی۱، استوانه۲ و برای کره ۳ می باشد.	ALFA = α
گام زمانی[1]	DT
موقعیت مرزی سلول (در شروع بازه زمانی)	ROH
موقعیت مرزی سلول (در انتهای بازه زمانی)	RNH
حجم سلول (در شروع بازه زمانی)	LO
حجم سلول (در انتهای بازه زمانی)	LN
مساحت سطح مشترک سلول	AH
تعداد نقاط کم (ماکزیمم سایز شبکه)	NPT
سطح مشترکهای سلول در لحظه شروع گام زمانی	RADHO
سطح مشترکهای سلول در لحظه پایان گام زمانی	RADHN
سرعت سطح مشترک سلول	UH
بیانگر اولین سطح مشترک فعال	I۱
بیانگر آخرین سطح مشترک فعال	INP
چگالی نقاط شبکه در شروع	RHOO
چگالی نقاط شبکه در پایان	RHON
اولین ثابت شرایط مرزی	VRHO۱

[1] - Time Step

آخرین ثابت شرایط مرزی	VRHON
اولین مشتق شرایط مرزی	SRHO۱
آخرین مشتق شرایط مرزی	SRHON
ضریب پخش	NULH
ضریب ضد پخش	NULH
ثابت آدیاباتیک یک گاز کامل (برای هوا $\rho = 1.4$)	γ
فشار	P
انرژی	E
سرعت	V
چگالی	ρ
فشار مشخصه ، انرژی مشخصه ، سرعت مشخصه ، چگالی مشخصه	ρ^*, E^*, V^*, P^*
پارامترهای اولیه انفجار	ρ_1, E_1, V_1, P_1
پارامترهای مربوط به هوای ساکن و غیر متلاطم (بعد از جبهه موج کروی)	ρ_2, E_2, V_2, P_2
پارامترهای محاسباتی	ρ_c, E_c, V_c, P_c
پارامتر شکل عمومی و مشخصه عمومی مربوط به هر یک از پارامترها	ψ^* و ψ
زمان	t
فاصله تا مرکز انفجار	r
زمان بی بعد شده	t^*
طول بی بعد شده	r^*

چکیده

مواد منفجره به لحاظ انرژی زیاد و قدرت فوق العاده تخریب در عملیات نظامی برای انهدام اهـداف مورد نظر و در صنعت برای شکل دادن و اندازه کردن قطعات استفاده می گردد. اگر کسی بخواهد از پدیده انفجار برای مقاصد فوق استفاده کند باید از لحاظ کمـی و کیفـی در زمینـه خـواص انفجـار آگاهی کسب کند.

در اثر انفجار یک ماده منفجره در هوا به عنوان یک گاز کامل، موجی انبساطی ایجاد می‌گـردد کـه ناحیه اطراف ماده منفجره را به ناحیه ای پر انرژی تبدیل می نماید. جبهه موج بصورت غشـایی در نظر گرفته می شود دامنه محاسباتی را به دو قسمت یعنی ناحیه بین مرکـز انفجـار و جبهـه مـوج انفجار و ناحیه بعد از موج کروی تبدیل می نماید.

در تحلیلهای عددی کمتر به جنبه رفتار خود مشابهی و بخصوص روشـی کـه در ایـن مقالـه مـورد استفاده قرار گرفته، پرداخته شده است. در شبیه سازی صورت گرفته فرض بر اینسـت کـه جریـان متقارن و یک بعدی و رفتار هوا نیز مانند رفتار یک گاز کامل می‌باشد. از الگوریتم FCT برای حـل معادلات بقا در دامنه‌ای یک بعدی با شرایط مرزی انعکاسی در مرز خروجـی اسـتفاده شـده اسـت. پروفیل توزیع و تاریخچه تغییر پارامترها از جمله فشار، سرعت، انرژی و چگالی در دستگاههای خود مشابه مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است و مدلهای خود مشابه شامل پروفیل توزیع در لحظـات مختلف و تاریخچه تغییر پارامترها در فواصل گوناگون از مرکز انفجار ارائه شده است. مـدلهای ارائـه شده در این مقاله با بهره گرفتن از مدل J.Henrych مورد بررسی قرار گرفته اند.

در فصل اول کلیاتی دربارهٔ انفجار گردآوری شـده اسـت و در فصـل دوم معـادلات حالـت انفجـار و محصولات انفجار آورده شده است. در فصل سوم معادلات حاکم بـر انفجـار آورده شـده و در فصـل چهارم حرکت موج انفجار در هوا بررسی شده است. در بخش پنجم مقدمه ای بر رفتار خود مشابهی گفته شده و در آخر نیز به بررسی رفتار خـود مشـابهی پدیـده انفجـار پرداختـه و نتیجـه گیـری و پیشنهادات برای کارهای آتی ارائه شده است.

مقدمه

انفجار تغییر شیمیائی یا تغییر فیزیکی ناگهانی حالتی از جرم است که همراه بـا آزاد شـدن ناگهـانی انرژی و حرکت شدید ذرات همراه است. انفجار می‌توانـد در فرمهـای مختلفـی بوجـود آیـد، انفجـار شیمیائی (مواد منفجره معمولی)، انفجار هسته‌ای، انفجار الکتریکی (تخلیه الکتریکی) و انفجار ناشـی از آتشفشان را می‌توان از فرمهای متنوع انفجار ذکر نمود.

یکی از اثرات مهم انفجار، تشکیل امواج انبساطی در هوا یا تشکیل موج انفجار میراسـت. ایـن مـوج هنگامی ایجاد می شود که هوای اطراف در اثر انفجار به شدت عقـب رانـده مـی شـود. همـه امـواج انفجاری در نهایت شکل یکسانی به خود می گیرند و شکل نهایی به شکل اولیه پالس بستگی نـدارد یا به عبارت دیگر پالس اولیه تغییرشکل داده و همه امواج انفجار در فاصله معقـولی از مرکـز انفجـار شکل یکسانی به خود می گیرند.

تحلیل عددی پیشروی جبهه شوک کروی در یک محیط گازی یکنواخت ساکن که توسط انفجاری متقارن انجام گرفته است، منجر به توزیعی برای پارامترهای انفجار می‌شـود کـه تاریخچـه تغییـرات پارامترهـا در فواصـل مختلـف از مرکـز انفجـار $\psi(r=r_i,t)$ و توزیـع آنهـا در لحظـات زمـانی گوناگون $\psi(r_i,t=t_i)$ پروفیلهای شبیه بهم را معرفی می‌نمایند. پروفیل توزیع و تاریخچـه تغییـرات پارامترها درپژوهش مورد بررسی قرارگرفته و مدلهایی برای استفاده کاربردی از آنها ارائه شده اسـت و نتایج رفتار خود مشابهی درپدیده انفجار ارائه شده است.

فصل اول

مقدمه ای بر

تئوری انفجار

۱-۱ مقدمه

مواد منفجره به موادی گفته میشود که دارای سرعت واکنش بسیار زیادی می باشند. در اثر واکنش شیمیائی مقدار زیادی انرژی به صورت حرارت آزاد می شود، که در اثر این فرآیند محصولات گازی با فشار و سرعت بالا تولید می شوند. یکی از پارامترهای مهم که در پدیده انفجار اهمیت زیادی دارد شکل موج انفجار است که با استفاده از مباحث تئوری انفجار و شکل دهی موج می توان کل موج انفجار را به گونه ای ایجاد نمود که با هندسه مستقیم حداکثر تطابق داشته باشد.

مواد منفجره از نظر حساسیت به دو گروه کلی تقسیم می شوند:

۱- مواد منفجره اولیه

۲- مواد منفجره ثانویه

مواد منفجره اولیه: این مواد دارای حساسیت زیادی می باشند و در اثر حرارت و فشار به سادگی منفجر می شوند. از این مواد برای تحریک مقدار زیادی از مواد منفجره دارای حساسیت کمتر استفاده می شود. معمولاً این مواد در چاشنی های انفجاری کاربرد دارند.

مواد منفجره ثانویه: این مواد نسبت به مواد منفجره اولیه دارای مقدار بیشتری انرژی هستند اما پایدار و غیر حساس می باشند و در اثر حرارت و فشار کم منفجر نمی شوند و برای انفجار نیاز به یک شوک ناگهانی یا اعمال فشار یا حرارت دارند. در بعضی از این مواد نظیر T.N.T برای شروع انفجار احتیاج به فشار بالا می باشد و نمی توان از چاشنی استفاده کرد، چون در اثر انفجار چاشنی ممکن است خرجها تکه تکه شده (انفجار ناقص) و یا انفجاری ضعیف رخ دهد به همین دلیل از یک ماده حساس تر استفاده می شود که مقدار آن کمتر از ماده منفجره اصلی می باشد. به این سیستم انفجاری که از پوسته و ماده منفجره تشکیل شده است و چاشنی در داخل آن قرار دارد بوستر می گویند. در اثر انفجار چاشنی، بوستر منفجر شده و بر اثر انفجار بوستر، ماده منفجره اصلی منفجر

می شود. بوسترها را از مواد منفجره حساس مانند PETN ، RDX و tetryle و یا ترکیبی از مواد فوق می سازند.

در جدول (۱-۱) و (۱-۲) لیستی از مواد منفجره اولیه و ثانویه آمده است:

جدول (۱-۱) : تعدادی مواد منفجره اولیه

نام مواد منفجره	ترکیب شیمیائی
استیفنات سرب	$PbC_6Ho_2(No_2)O_3$
آزید سرب	$Pb\,N_6$
لمینات جیوه	$Hg\,C_2N_2O_2$

جدول (۱-۲) : تعدادی مواد منفجره ثانویه

نام مواد منفجره	ترکیب شیمیائی
نیتروگلسیرین	$C_3H_5(No_3)_3$
نیتروسلولز	$C_{24}H_{40-x}O_{20-x}(No_3)X$
تری نیتروتولوئن	$C_7H_5(No_2)_3$
تپن	$C_5H_8(No_3)_4$
RDX	$C_3H_6N_3(No_2)_3$
تنریل	$C_7H_5N(No_2)_3$

۱-۲ مفهوم انفجار

وقتی که واکنش شیمیائی با سرعت خیلی زیاد (این سرعت معمولاً ۴۰۰۰-۹۰۰۰ متر بر ثانیه می باشد) و درجه حرارت و فشار بالا انجام می شود و محصولات گازی داغ و پر فشار ایجاد می شود فرآیند انفجار انجام شده است. امواج انفجاری معمولاً با سرعت ثابت حرکت می کنند (این سرعت را می توان با استفاده از قوانین ترموهیدرودینامیک تعیین نمود). عواملی که در سرعت انفجار تاثیر دارند عبارتند از: انرژی شیمیائی آزاد شده در فرآیند انفجار، نرخ آزاد شدن انرژی، چگالی ماده منفجره و ابعاد خرج انفجاری.

بعضی از مواد منفجره مانند NG مایع و ژلاتین مورد استفاده در دینامیت دارای دو سرعت انفجاری مجزا می باشند. سرعت بالای انفجار ممکن است تا ۵ برابر سرعت پایینتر باشد. مثلاً سرعت پایین انتشار موج انفجار در ژلاتین ۱۵۰۰-۲۰۰۰ متر بر ثانیه است در صورتیکه سرعت بالای آن در حدود ۶۵۰۰-۷۵۰۰ متر بر ثانیه می باشد. بعضی از مواقع ماده منفجره، با سرعت پایین منفجر می شوند و ناگهان سرعت انفجار افزایش یافته و به مقدار سرعت حداکثر می رسد.

موج انفجار در حالت دائم در ماده منفجره با سرعت ثابت حرکت می کند. ثابت بودن سرعت انفجار یکی از خصوصیات فیزیکی مهم برای ماده منفجره است. در اثر فرآیند انفجار فشار، دما و چگالی افزایش می یابند. افزایش چگالی در اثر تراکم محصولات انفجار صورت می گیرد.

۱-۳ فیزیک انفجار

انفجار فرآیندی است شیمیائی که طی آن ماده منفجره با اکسیژن ترکیب شده و در مدت زمان کوتاه انرژی بسیار زیادی تولید می شود. در اثر انفجار محصولات گازی داغ و پرفشار ایجاد می شود. فعل و انفعالات شیمیائی انرژی را در حقیقت از ترکیب شیمیائی یک عنصر اکسید شونده (مثل کربن یا هیدروژن) و اکسید کننده (مثل اکسیژن) پدید می آیند. اگر عناصر اکسید شونده و اکسید کننده در دو ماده جدا از هم باشند نیاز به مخلوط کردن این دو ماده و ایجاد جرقه اولیه برای فعل و انفعالات شیمیائی می باشد (مثل بنزین) به این دسته از مواد منفجره مخلوطهای انفجاری می گویند.

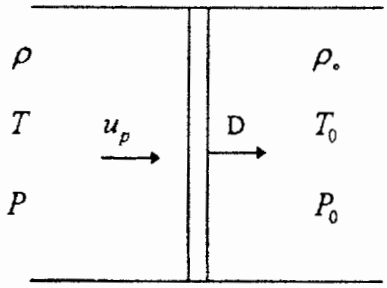
در مقابل موادی وجود دارند که یک مولکول آنها شامل عناصر اکسید شونده و هم اکسید کننده است. برای مثال نیتروگلسیرین $C_3H_5(No_3)_2$ یا مواد منفجره جامد و مایع همگی از این دسته اند. این دسته از مواد، مواد انفجاری یک پایه نامیده می شوند.

فرآیند انفجار به طور کلی به این گونه است که یک موج ضربه ای در مخلوطهای انفجاری و یا ماده انفجاری یک پایه ایجاد شده و پیشروی می کند. پشت این جبهه فعل و انفعالات شیمیائی شروع شده و با آزاد کردن انرژی، حرکت موج ضربه ای را پشتیبانی می کند. به این موج، موج دتونیشن

می گویند. فرق عمده ای که بین انفجار مخلوطهای گازی قابل اشتعال و مواد منفجره وجود دارد در ساختمان شیمیائی مولکولهای این مواد می باشد. باید توجه داشت که سرعت پیشروی موج در مواد منفجره نسبت به مخلوطهای گازی افزایش یافته و ضخامت ناحیه فعل و انفعالات شیمیائی پشت جبهه موج شدیداً کاهش می یابد (این فاصله در مواد منفجره در حد چند دهم میلی متر می باشد در حالیکه در مخلوطهای گازی این فاصله در حدود چند میلیمتر خواهد بود).

کاهش ضخامت ناحیه فعل و انفعالات شیمیایی به صورت نسبی باعث سادگی تحلیل رفتار مواد منفجره در مقایسه با رفتار مخلوطهای گازی درحال انفجار می گردد ولی در مقابل همانطور که گفته خواهد شد مسأله معادله حالت گازهای حاصل از انفجار باعث پیچیدگی شدید آن خواهد گردید.

از نظر تئوری انفجار ایده آل انفجاری است که در آن واکنش در زمان صفر (با سرعت بی نهایت) انجام شود. بنابراین انرژی ناشی از انفجار فوراً آزاد می شود و فشار بسیار بالایی را تولید می کند (انفجاری که در زمان محدود انجام شود انفجار واقعی نامیده می شود). اصولاً زمان بسیار کوتاه یکی از ویژگی های مواد منفجره می باشد. هرچه زمان واکنش کمتر باشد انفجار قوی تر خواهد بود . از نظر فیزیکی امکان ندارد که زمان انفجار صفر باشد زیرا که کلیه واکنشها ی شیمیایی برای کامل شدن به زمان نیاز دارند بنابراین مرز بین مواد واکنش یافته و مواد اولیه دقیقاً بر هم منطبق نبوده و ناحیه ای با ضخامت محدود بین این دو مرز وجود دارد که این ناحیه را ناحیه واکنش گویند و همانطور که گفته شد این ناحیه برای مواد منفجره درحدود دهم میلیمتر می باشد. ضخامت ناحیه واکنش در انفجار ایده آل صفر است و هرچه انفجار به حالت ایده آل نزدیکتر شود ضخامت این ناحیه کمتر است. پس می توان ناحیه واکنش را مطابق شکل زیر شبیه به یک ناپیوستگی تیز دانست که با سرعت انفجار D در طول ماده منفجره حرکت می کند :



شکل (۱-۱) مدل حرکت موج انفجار درون ماده منفجره[۱۱]

همانطور که در شکل نشان داده شده است در سمت راست جبهه انفجار مواد منفجره واکنش نیافته با مشخصات P_0, T_0, ρ_0 قرار دارند و در سمت چپ جبهه انفجار محصولات گازی با خواص P, T, ρ وجود دارند. در اثر انفجار, گازهایی در دمای بالای T و فشار زیاد P به وجود آمده اند و در اثر فشرده شدن گازها دانسیته آنها به ρ رسیده است که از ρ_0 بیشتر می باشد. جبهه موج وقتی رو به جلو حرکت می کند در اثر خلاء نسبی ای که پشت خود ایجاد می کند محصولات را با سرعت القائی u_p به دنبال خود می کشد.

۱-۴ تئوری انفجار

معادلات مربوط به انفجار مواد منفجره مشابه معادلات جریان در مخلوطهای گازی قابل احتراق است. شکل دیفرانسیلی این معادلات بصورت زیر است:

معادله پیوستگی: $$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j}=0 \qquad (۱-۱)$$

معادله ممنتوم: $$\rho\left[\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_y}\right]=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[u(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_j})\right] \qquad (۱-۲)$$

معادله انرژی: $$\rho\left[\frac{\partial e}{\partial t}+u_j\frac{\partial e}{\partial x_j}\right]=-\frac{\partial q_i}{\partial x_j}+\dot{Q}+\frac{\partial \tau_{ij}u_i}{\partial x_i} \qquad (۱-۳)$$

معادله پیوستگی اجزاء شیمیائی: $$\rho\left[\frac{\partial \mathrm{Y}_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial \mathrm{Y}_i}{\partial x_j}\right]+\frac{\partial(\rho \mathrm{Y}_i V_i)}{\partial x_i}=w_i \quad , \quad i=1\ To\ N \qquad (۱-۴)$$

$$e=\frac{1}{2}(u_i.u_i)\sum Yh_i-P/\rho \qquad (۵-۱)$$

$$P=P(\rho.T.V_i) \qquad (۶-۱)$$

درمعادلات بالا پارامترها به صورت زیر تعریف می شوند: ρ چگالی، t زمان، u_j مولفه سرعت درجهت x_j, j متغیر در جهتj, P فشار، μ لزجت، e انرژی داخلی، q_j حرارت تولید شده در جهتj, $\dot{Q}$ نرخ تولید انرژی، τ تنش، Y_i جزء مولی ماده V_i, i جزء حجمی ماده $\dot{W}_i, i$ نرخ تغییرات وزنی، h_i آنتالپی جزء i ام و h_f آنتالپی تشکیل شده جزء i ام، T دما.

درعبارات بالا i از ۱ تا N تغییرمی کند. همانطور که مشخص است این سیستم دارای N+5 معادله و N+5 مجهول است و چون تعداد معادلات و تعداد مجهولات مساوی است می توان سیستم را حل نمود(N تعداد اجزاء شیمیایی می باشد). برای حل کردن این معادلات، معادله حالت گازهای حاصل از انفجار و نیز تعیین مکانیزم واکنش شیمیایی لازم است. همانطور که از شکل معادلات پیداست، حل تحلیلی برای آنها وجود ندارد و حل عددی آنها حتی با فرض اینکه معادلات حالت و مکانیزم واکنش معلوم باشد، بسیار مشکل است. برای بدست آوردن معادلات حالت باید فشار و دما و حجم را اندازه گیری کرد و با ارتباط آنها به هم معادله حالت را بدست آورد(چون فشار و دمای ناشی از انفجار بسیار زیاد است معادله حالت را نمی توان به روش معمولی بدست آورد و برای بدست آوردن این معادلات از روشهای غیرمستقیم استفاده می شود). درصورت داشتن معادله حالت گازهای حاصل از انفجار و معلوم بودن سینتیک شیمیایی با حل معادلات بالا می توان تغییرات دما و سرعت گازهای حاصل از انفجار را، حتی در ناحیه تغییرات شدید (ناحیه واکنش شیمیایی) بدست آورد. با فرض اینکه معادلات را یک بعدی فرض کنیم سیستم معادلات بصورت زیر در می آید.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}=0 \qquad (۷-۱)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u^2+P)}{\partial x}=0 \qquad (۸-۱)$$

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t}+\frac{\partial[\rho u(e+p\rho)]}{\partial x}=0 \qquad (۹-۱)$$

$$\frac{\partial(\rho\lambda)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u\lambda)}{\partial x}=\rho R \qquad (۱۰-۱)$$

$$P=P(\rho,e,\lambda) \qquad (۱۱-۱)$$

λ جزء جرمی محصولات واکنش است و R سرعت پیشرفت واکنش بر واحد جرم می باشد.

۱-۵ انواع انفجار

انفجار ایده آل: سرعت حرکت موج در داخل ماده منفجره یکی از خصوصیات هر ماده منفجره است، این سرعت به عوامل مختلفی از جمله : چگالی ماده منفجره، ابعاد خرج انفجاری، انرژی حاصل از انفجار و سرعت انجام واکنش شیمیائی وابسته است. یکی از عوامل مهمی که می تواند سرعت انفجار را تحت تاثیر قرار دهد، قطر خرج انفجاری است. انفجار ایده آل طبق تعریف به انفجاری گویند که سرعت آن برابر سرعت تئوری باشد.

با افزایش قطر خرج سرعت انفجار نیز افزایش می یابد و مشاهدات تجربی نشان می دهد که این افزایش سرعت تا قطر معینی ادامه دارد و در قطرهای بیش از این قطر، دیگر افزایش قطر تاثیری در سرعت انفجار نخواهد داشت.

علاوه بر این سرعت انفجار به طول پیموده شده در خرج انفجاری نیز وابسته است، پس برای بدست آوردن قطری که در آن انفجار به حالت ایده آل می رسد، باید در فاصله ای که به اندازه کافی از نقطه شروع انفجار قرار دارد سرعت انفجار را اندازه گیری کرد و بتدریج قطر شارژ را افزایش داد. بعد از قطر خاصی دیگر افزایش در سرعت انفجار مشاهده نمی شود، این قطر، قطر مطلوب است. سرعت بدست آمده در این حالت سرعت انفجار ایده آل نامیده می شود.

اگر چاشنی یا بوستر استفاده شده برای انفجار خیلی قوی باشد، سرعت انفجار در ابتدای خرج بیشتر از سرعت انفجار ایده آل خواهد بود، ولی بعد از دور شدن از بوستر سرعت کمتر شده و به مقدار سرعت انفجار ایده آل کاهش می یابد و اگر قطر خرج از قطر لازم برای انفجار ایده آل کمتر باشد در اینصورت سرعت انفجار کمتر از سرعت انفجار ایده آل خواهد بود. انفجاری را که ایده آل نباشد غیر ایده آل گویند.

میزان غیر ایده آل بودن به نرخ تبدیل محصولات انفجار و اتلافات فشار و درجه حرارت جانبی بستگی دارد. با توجه به توضیحات فوق اگر انفجار ثابت و پایدار در خرجی که دارای طول نسبتاً بزرگی است انجام شود و سرعت برابر سرعت ماکزیمم باشد، انفجار ایده آل خواهد بود و اگر در این حالت سرعت از حداکثر سرعت بدست آمده در حالت ایده آل کمتر باشد، انفجار غیر ایده آل خواهد بود.

همه مواد منفجره می توانند انفجار ایده آل و یا غیر ایده آل داشته باشند، برای انفجار ایده آل لازم است که قطر خرج از حد خاصی بزرگتر باشد، قطر مربوط به انفجار ایده آل با d_m نشان داده می شود. برای هر ماده منفجره قطری وجود دارد که اگر قطر شارژ از این قطر کمتر باشد انفجار ناموفق خواهد بود.

d_c نشان دهنده قطر بحرانی است به عبارت دقیقتر انفجاری که در $d_c < d < d_m$ قرار داشته باشد انفجار غیر ایده آل است، انفجار در این محدوده می تواند دارای سرعت یکنواخت و پایداری باشد، در محدوده $d_c < d < d_m$ رفتار انفجار به درجه انسداد و نرخ واکنش ماده منفجره بستگی دارد. نرخ واکنش ماده منفجره به خصوصیات فیزیکی، چگالی و اندازه ذرات آن بستگی دارد. اگر در انفجار غیر ایده آل انسداد افزایش یابد، سرعت انفجار افزایش خواهد یافت. علاوه بر این، افزایش انسداد باعث کاهش d_c و d_m می شود. عموماً افزایش اندازه ذرات ماده منفجره باعث افزایش d_c و d_m خواهد شد.

۱-۶ شکل موج انفجار

یکی از پارامترهای مهم موج انفجار شکل موج انفجار و شعاع انحنای آن است. به دلیل اهمیت این قسمت لازم است که مقداری در این خصوص توضیح داده شود. بسیاری از مباحث مربوط به موج انفجار فرض می شود که جبهه موج انفجار صفحه ای است. در مورد جبهه انفجار می توان مطالب ذیل را بیان نمود:

در اثر شروع انفجار از یک انتهای خرج استوانه ای بدون انسداد شکل موج ایجاد شده در حالت کلی کروی شکل است. این مطلب برای مواد منفجره ایده آل و غیر ایده آل صادق است.

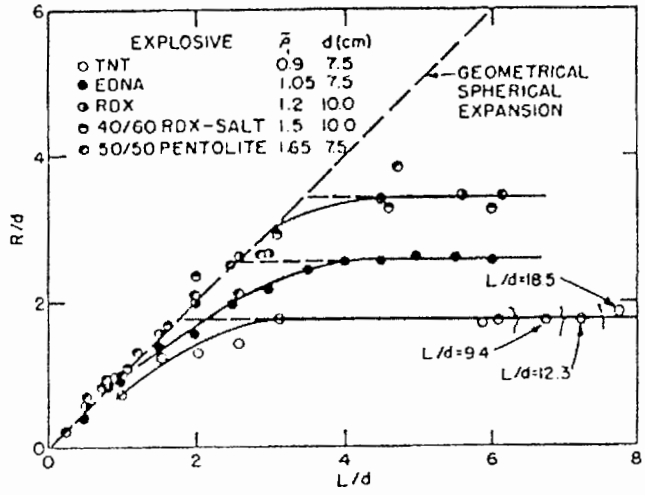
از نقطه نظر شروع انفجار در خرج استوانه ای شعاع انحنای مربوط به موج انفجار کروی افزایش می یابد $(R = L)$، اما بعد از طول خاصی $L \geq L_m$ شعاع انحنا به مقدار ثابت R_m که مربوط به حالت دائم است می رسد.

نسبت شعاع انحنای حالت دائم به قطر R_m/d در قطر بحرانی برابر ۰/۵ است، این نسبت در $d \geq d_c$ حداکثر برابر ۳ تا ۴ می باشد.

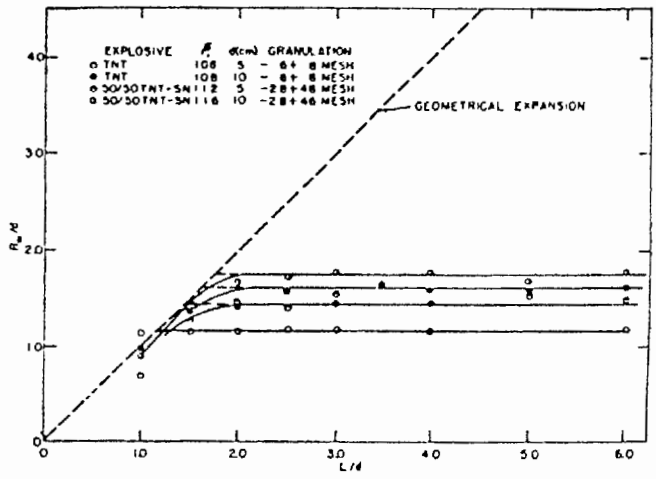
در L/d بزرگ، شکل موج مشاهده شده از نحوه شروع انفجار مستقل است. با افزایش طول شارژ اثرات شروع انفجار در نقطه ای که دور از نقطه شروع قرار دارد، حذف می شود. البته باید توجه نمود وقتی که شروع انفجار به خوبی انجام شود، فرآیند انفجار در قسمتهای اولیه چندان رضایت بخش نخواهد بود. برای مواد منفجره ایده آل نسبت R_m/d معمولاً بین ۲ تا ۳/۵ می باشد، بنابراین در مبحث مواد منفجره ایده آل بدون ایجاد خطای زیاد می توان جبهه موج انفجار را صفحه ای فرض نمود، اما فرض جبهه صفحه ای در مواد منفجره غیر ایده آل و بخصوص در قطرهای نزدیک به قطر بحرانی که نسبت R_m/d به ۰/۵ نزدیک می شود، صحیح نیست. در نتیجه می توان روابط زیر را نوشت:

$$R \approx L \qquad L < R_m$$
$$R = R_m = \text{Constant} \qquad L > R_m$$

شعاع انحنای موج انفجار در ابتدا با افزایش طول خرج زیاد می شود و بعد از طول خاصی دیگر افزایش طول خرج تاثیری در شعاع انحنا نخواهد داشت(شکل۱-۲ و۱-۳).



شکل(۱-۲) تغییرات شکل موج با طول شارژ در انفجار ایده آل[۱۱]



شکل(۱-۳) تغییرات شکل موج با طول شارژ در انفجار غیر ایده آل[۱۱]

بطو خلاصه می توان مطالب زیر را در مورد شعاع انحنای موج انفجار بیان نمود :

۱- با افزایش قطر شعاع انحنای موج انفجار افزایش می یابد، این افزایش تا قطر خاصی ادامه دارد.

۲- با افزایش چگالی ماده منفجره شعاع انحنا موج انفجار افزایش پیدا می کند.

۳- با افزایش طول شارژ شعاع انحنا موج انفجار زیاد می شود، این افزایش تا طول خاصی ادامه دارد و بعد از حد خاصی با افزایش دیگر شعاع انحنا افزایش نخواهد یافت.

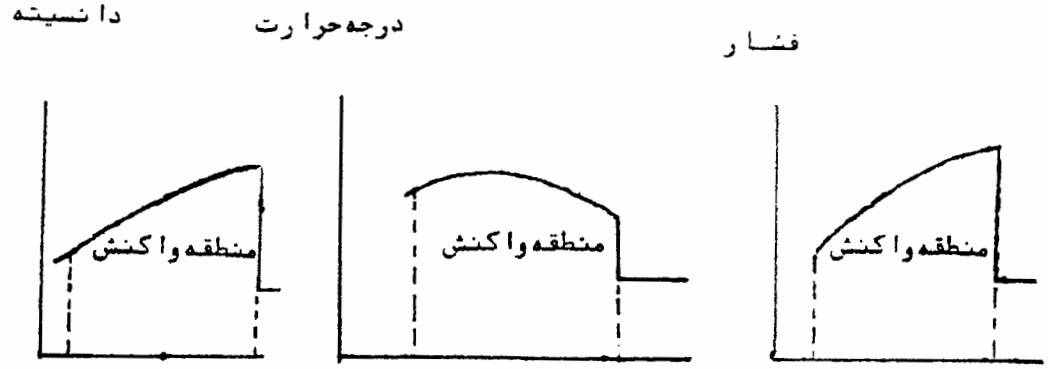
۱-۷ لایه شوک - لایه واکنش

در هر انفجار یک لایه متحرک به نام لایه انفجار وجود دارد که در طول ستون ماده منفجره حرکت کرده و آن را منفجر می کند. سرعت حرکت این لایه معرف سرعت انفجار است و آنچه که معمولاً سرعت انفجار گفته می شود سرعت حرکت این لایه در طول ستون ماده منفجره می باشد. لایه انفجار از دو قسمت تشکیل گردیده است :

الف : لایه شوک با ضخامت حدود 10^{-5} سانتیمتر که به آن موج شوک یا موج ضربه ای هم می گویند و هیچ واکنش شیمیایی در این قسمت انجام نمی گیرد ولی فشار به حداکثر می رسد.

ب: لایه بعدی منطقه انجام واکنشهای شیمیایی است و ضخامت آن در حدود ۰/۱ تا ۱ سانتی متر می باشد به دنبال لایه انفجار نیز محصولات گازی درحرکت هستند. چون انرژی که باعث پیشروی انفجار در طول جسم می گردد از ناحیه واکنش سرچشمه می گیرد، بنابراین چگونگی این ناحیه نشان مهم یک ماده منفجره می باشد که تأثیر زیادی روی سرعتهای انفجار و ابعاد و کارایی خرجهای معمولی دارد.

مواد منفجره ای نظیر TNT زمان واکنش بسیار کوتاهی دارند (حدود ۱ تا ۲ میکرو ثانیه) که نشان می دهد طول ناحیه انفجار بایستی از مرتبه ۲ یا ۳ میلی متر باشد. باتوجه به اینکه واکنش به سرعت صورت می گیرد، کاملاً واضح است که توزیع دما، فشار، دانسیته درطول ناحیه واکنش نمی تواند یکنواخت باشد. توجه شود که قبل از اینکه واکنش شروع شود فشار ناگهان به مقدار ماکزیمم خود می رسد.



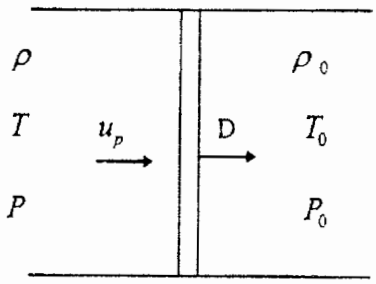
شکل(۱-۴) تغییرات فشار و درجه حرارت و دانسیته در طول منطقه واکنش[۱۴]

به خاطر این افزایش ناگهانی در فشار است که واکنش دائماً شروع می شود. هنگامیکه انفجار پایدار صورت بگیرد، وضعیت بصورت دائم باقی می ماند. فشار زیاد که از واکنشهایی که قبلاً صورت گرفته است ناشی می شود و به قسمت بعدی که تحت واکنش قرارمی گیرد می رسد. به هنگامیکه واکنش کامل گردد، فشار در پشت جبهه موج فوراً افت می کند و به مقدار ثابتی که فشار انفجار است می رسد. تغییرات دانستیه از تغییرات فشار تبعیت می کند، دانستیه ابتدا افزایش می یابد. در یک ماده منفجره با مقدار نامحدود، ابعاد ناحیه واکنش اهمیت ویژه ای ندارد و تأثیر کمی روی سرعت پیشروی جبهه انفجار، دانستیه و مقدار انرژی آزاد شده طی واکنش که پارامترهای کنترل کننده ای می باشند دارد.

۱-۸ معادلات رانکین _ هوگونیوت

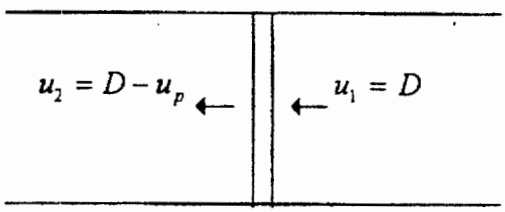
معادلات قبلی، فرم دیفرانسیلی معادلات حاکم می باشد که با حل آنها پارامترهای لازم برای تک تک نقاط بدست می آید، ولی از آنجا که حل معادلات دیفرانسیلی سخت می باشد در ادامه سعی می شود از فرم انتگرالی معادلات استفاده شود. در اثر انفجار مواد منفجره، جبهه انفجار با فشار زیاد از داخل مواد منفجره با سرعت بالا عبورمی کند و واکنش های شیمیایی در فاصله خیلی کم از جبهه موج انفجار انجام می شود. به علت سرعت زیاد واکنش، زمان انجام واکنش بسیار کوتاه است با وجود اتلاف انرژی در طی فرایند ، انرژی آزاد شده در جبهه انفجار موجب تداوم حرکت موج

انفجـاری می شود. سرعت انفجار به طبیعت فیزیکی و شیمیایی ماده منفجره بستگی دارد و از ۱ تا ۹ کیلومتر بر ثانیه تغییرمی کند. محصولات گازی در ناحیه واکنش دارای دمای بسـیار بـالایی مـی باشند ولی به دلیل کوتاه بودن زمان واکنش نمی توانند انبساط زیادی داشته باشند و حجـم اشـغال شده توسط این محصولات تقریباً برابر حجم قبل از واکنش می باشد و این علت اصلی افزایش فشـار در پشت جبهه انفجار است. درمواد منفجره نظامی فشـار پشـت جبهـه انفجـار GPa ۳۵-۱۹ اسـت. همانطورکه گفته شد در حالت کلی موج انفجار را می توان بصورت یک ناپیوستگی تیـز کـه مطـابق شکل زیر در داخل ماده منفجره با سرعت D حرکت می کند در نظر گرفت(ازدید ناظر ثابت) :



شکل (۱-۵) حرکت موج انفجار درون ماده منفجره از دید ناظر ثابت[۱۱]

درجلوی جبهه انفجار حالت ماده منفجره را می توان توسط حجم ویژه V_0 یـا چگـالی ρ_0 ، انـرژی داخلی u_0 , دمای T_0 و فشار P_0 مشخص نمود. اگر دستگاه مختصات بر روی جبهـه مـوج قـرار داده شود در آن صورت مسأله را مـی تـوان دائـم در نظرگرفـت آنگـاه قـوانین بقـا را در چنـین دسـتگاه مختصاتی بررسی می کنیم. با این تغییر مختصات شکل (۱-۵) بصـورت زیـر در مـی آیـد (بـا ایـن فرض که مواد اولیه در حالت سکون قراردارند) :



شکل (۱-۶) حرکت موج انفجار درون ماده منفجره از دید ناظر سوار بر موج[۱۱]

اگر یک جسم معیار در اطراف موج در نظر بگیریم قوانین بقا به شکل زیر بیان می شوند (فرم انتگرالی معادلات بقا) :

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 = \dot{m} \quad : \text{بقای جرم} \qquad (۱-۱۲)$$

$$P_1 + \rho_1 u_1^2 = P_2 + \rho_2 u_2^2 \quad : \text{بقای ممنتوم} \qquad (۱-۱۳)$$

$$h_1 + \tfrac{1}{2} u_1^2 + q = h_2 + \tfrac{1}{2} u_2^2 \quad : \text{بقای انرژی} \qquad (۱-۱۴)$$

$$P_2 = P_2(\rho_2, T_2) \quad , \quad h_2 = h_2(T_2, P_2) \quad : \text{معادله حالت} \qquad (۱-۱۵)$$

فرضیاتی که درنوشتن معادلات (۱-۱۲) تا (۱-۱۵) شده است به قرار زیر است :

۱- جریان یک بعدی و درحالت دائم

۲- صفر بودن نیروهای حجمی

۳- چشم پوشی از اثرات نفوذ مولکولی

۴- فرض تعادل شیمیایی بر محصولات

در رابطه (۱-۱۴) q انرژی حاصل از انفجار بر واحد جرم است یعنی :

$$q = \dot{h}_1 - \dot{h}_2 \qquad (۱-۱۶)$$

$$\dot{h} = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{Y}_i \, \Delta \dot{h}_{\rho,i} \qquad (۱-۱۷)$$

که در این حالات ۵ معادله داریم و تعداد مجهولات ۶ می باشد که عبارتند از :

$$u_1, u_2, P_2, T_2, \rho_2, h_2$$

که با ترکیب معادلات (۱-۱۲) و (۱-۱۳) رابطه زیر بدست می آید :

$$\rho_1^2 u_1^2 = \frac{P_2 - P_1}{1/\rho_1 - 1/\rho_2} = \dot{m}^2 \qquad (۱-۱۸)$$

با مرتب کردن رابطه (۱-۱۸) خواهیم داشت :

$$u_1^2 = \frac{\frac{P_2}{P_1} - 1}{1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}} = \frac{P_1}{\rho_1} \qquad (۱-۱۹)$$

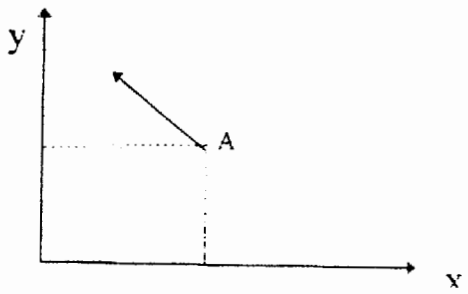
اگر $x = \frac{P_2}{P_1}$ و $y = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_2}{v_1}$ باشد آنگا ه معادله (۱-۱۹) بصورت زیر درخواهد آمد که به آن رابطه خطی ریلی می گویند :

$$y = \left[1 + \frac{\rho_1 u_1^2}{P_1}\right] - \frac{\rho_1 u_1^2}{P_1} x \qquad (۱-۲۰)$$

با فرض $A = 1 + \frac{\rho_1 u_1^2}{P_1}$ و $B = \frac{\rho_1 u_1^2}{P_1}$ خواهیم داشت :

$$y = A - Bx \qquad (۱-۲۱)$$

ملاحظه می شود که شیب خط ریلی منفی است و مقدار آن به شرایط اولیه مسأله و سرعت دتونیشن بستگی دارد. مطابق شکل (۱-۷) واکنش باید در طول خط ریلی صورت بگیرد :



شکل (۱-۷) نمودار خطی ریلی[۹]

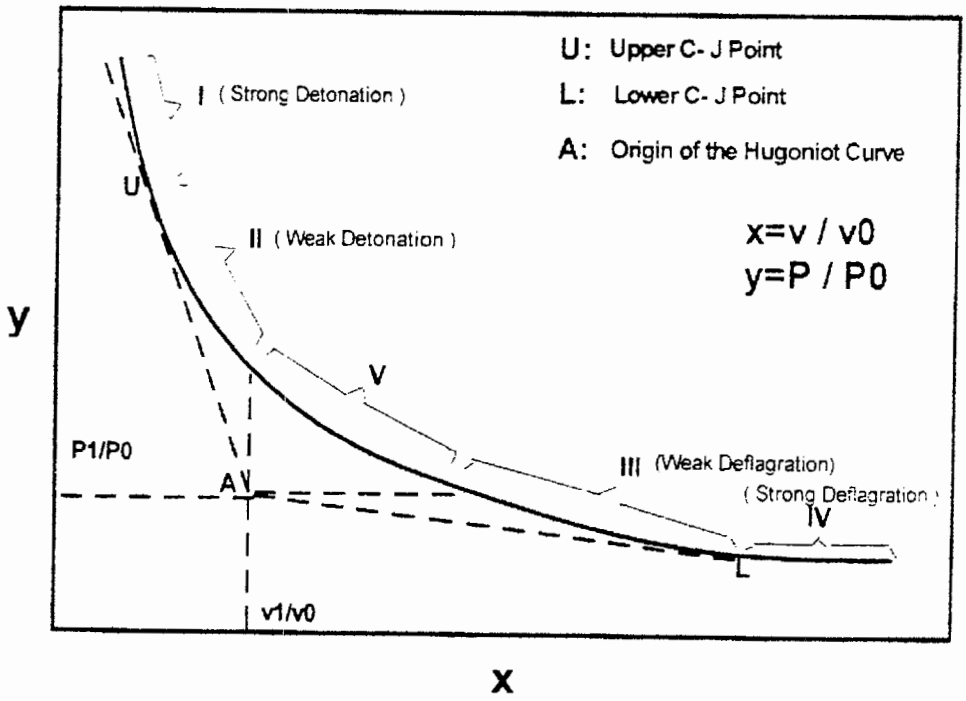
برای آنکه شرایط نهایی واکنش را مشخص کنیم از معادله انرژی (۱-۱۴) استفاده می کنیم. با استفاده از معادلات (۱-۱۲) و (۱-۱۳) معادله (۱-۱۴) به فرم زیر در می آید که به آن رابطه رانکین - هوگونیوت[1] می گویند:

$$h_1 - (h_2 + q) = \frac{1}{2}(P_2 - P_1)\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) \qquad (۱-۲۲)$$

حال مطابق شکل (۱-۸) از برخورد خط ریلی و منحنی هوگونیوت می توان جواب رامشخص نمود.

---

[1] - Rankine Hugoniot Equation



شکل(۱-۸) منحنی رانکین- هوگونیوت[۹]

منحنی هوگونیوت مقادیر مجاز P_2 و $\frac{1}{\rho_2}$ را برای مقادیر معلوم (P_1 و $\frac{1}{\rho_1}$)و q مشخص می کند.

نقطه $A(\frac{1}{\rho_1}$و$P_1)$ را به عنوان نقطه مبدأ منحنی هوگونیوت می شناسند. در حالت کلی خط ریلی و منحنی هوگونیوت نسبت به هم ۳ حالت دارند:

۱- همدیگر را در دونقطه قطع می کنند.

۲- برهم مماسند.

۳- هیچ نقطه تقاطعی ندارند.

برای مشخص کردن جوابهای ممکن مطابق شکل (۱-۸) از نقطه A دو خط مماس بر منحنی هوگونیوت و دو خط افقی و عمودی رسم می کنیم شیب این خطوط معرف محدوده تغییرات شیب خط ریلی می باشند. بارسم این خطوط منحنی هوگونیوت به پنج قسمت تبدیل می شود که همه قسمتها نمی توانند در برگیرنده جواب مطابق با فیزیک مسأله باشند.

درناحیه V داریم : $P_2 > P_1$ و $\frac{1}{\rho_2} > \frac{1}{\rho_2}$ بنابراین طبق رابطه (۱-۱۸) مقدار u_1 منفی می شود. پس ناحیه V ازنظر فیزیکی نمی تواند جواب باشد.

به شاخه بالای ناحیه V شاخه دتونیشن و به شاخه پائینی شاخه شعله می گویند. درقسمت دتونیشن چون اصل فیزیک مسأله تراکم است, جوابها قابل قبول می باشد اما در قسمت شعله چون تراکم نداریم جوابها غیرقابل قبول است.

نقطه مماس به عنوان نقاط چاپمن _ ژوگیوت شناخته می شوند. نقاط مماس پائینی چون در ناحیه شعله قراردارد نمی تواند جواب باشد. دتونیشن طبیعی دائم یک جواب بیشتر ندارد و جواب پایدار جوابی است که از مماس کردن خط ریلی بر هوگونیوت بدست می آید. از این مماس کردن شرط چاپمن - ژوگیوت حاصل می شود که می توان نشان داد که با اعمال این شرط به این نتیجه می رسیم که : سرعت گازهای حاصل از انفجار در پشت موج انفجار برابر سرعت صوت در این مخلوط است. به عبارت دیگر داریم :

$$x_2 = C_2 \qquad (۱-۲۳)$$

با استفاده از معادله (۱-۲۳) تعداد معادلات و تعداد مجهولات با هم برابر شده و می توان خواص بعد از موج دتونیشن را بدست آورد. ملاحظه می شود که برای حل معادلات حاکم بر انفجار به معادله حالت محصولات انفجار نیاز است. در این قسمت فرض می شود که ماده منفجره همگن است و از ناهمگنی های احتمالی در ماده منفجره صرفنظر می شود. مساله انتشار موج در یک محیط همگن اولین بار توسط تیلور و زلدویچ بررسی شد. اگر فرض شود که موج انفجار ثابت باشد مقادیر P, ρ, u بر روی جبهه انفجار ثابت هستند و جریان جبهه انفجار را می توان توسط تیلور معین نمود.

در نقاط Y , K سرعت محصولات گازی برابر سرعت صوت می باشد. شکل فوق بصورت شماتیک منحنی هوگونیوت را برای جریان آدیاباتیک نشان می دهد. نقاط J , K نقاطی هستند که در آنها

خطوط رایلی عبورکننده از نقطه اولیه A بر منحنی هوگونیوت مماس می باشد، هرکدام از آنها بترتیب بیشترین و کمترین شیب را دارا می باشند.

بعداً در قسمتی که خط رایلی را تعریف می کنیم نشان می دهیم که زاویه بین محور**V** و خط رایلی در رابطه زیر صدق می کند.

$$tag\,\alpha = -\rho^2 V^2 \Rightarrow V = \frac{\sqrt{-tag\,\alpha}}{\rho}$$

درمناطق نشان داده شده باعلائم V,IV,II,I مقدار آن منفی است اما در منطقه III , $tag\,\alpha$ مثبت است بطوریکه V موهومی میشود، در نتیجه در ناحیه III حلهای ریاضی معنای فیزیکی ندارد و بخشهای بامعنی فیزیکی منحنی هوگونیوت مناطق V,IV,II,I می باشند. اکنون اگر بر روی منحنی هوگونیوت از منطقه معنی دار فیزیکی I به II میل کنیم α کاهش پیدا کرده و به مقدار ۹۰° درجه نزدیک می شود و $tag\,\alpha$ درجهت منفی افزایش یافته و درحد $\tan\alpha = \infty$ می شود. درنتیجه در مقدارV بصورت زیر خواهد بود :

$$V_y = \frac{\sqrt{-(-\infty)}}{\rho_y} = \infty$$

بدین ترتیب، سرعت محصولات احتراق گازی در پشت موج احتراق بی نهایت است. درنقطه X° $\alpha = 180$ و $\tan\alpha = 0$ است و بدست می آید که

$$V_x = \frac{\sqrt{-(0)}}{\rho_x} = 0$$

از اینرو در نقطه X سرعت محصولات در پشت موج صفر می باشد. همچنین بصورت ساده داریم :

$M_1>1$, $M_2<1$	انفجارقوی	منطقه I
$M_1>1$, $M_2>1$	انفجار ضعیف	منطقه II
$M_1<1$, $M_2>1$	سوختن ضعیف	منطقه III
$M_1<1$, $M_2>1$	سوختن قوی	منطقه IV

M_2, M_1 به ترتیب اعداد ماخ در قبل و بعد از عبور موج احتراق از منطقه می باشند. اکنون نشان می دهیم که در منطقه V هیچ فرآیند فیزیکی حاصل نمی شود. آزاد شدن انرژی احتراق معادل با فرایند اضافه شدن حرارت می باشد. حالتهای منطقه V لازم دارد که جریان مادون صوت ورودی موج احتراق به سرعت های فوق صوت بعد از عبور از میان منطقه احتراق تبدیل می شود. با این حال آنالیز خط رایلی نشان می دهد که فقط با اضافه شدن حرارت، یک جریان مادون صوت نمی توان به سرعت مافوق صوت تبدیل گردد. بنابراین چونکه سرعتهای مافوق صوت درپشت جبهه موج احتراق میسر نیستند پس حالات مربوط به منطقه V از لحاظ فیزیکی قابل تحقق نمی باشند. انفجارات ضعیف در منطقه II را بطور مطلق نمی توان غیر عملی دانست. اما بنظر می رسد که احتمال وقوع آنها خیلی کمتر از انفجارات قوی باشد. انفجارات قوی در منطقه I یا در نقطه J و سوختن ضعیف درمنطقه IV یا نقطه K روی می دهد.

مواد شدید الانفجار فشارهایی از مرتبه $\frac{1}{2}Mbar = 500000\ atm$ وحجم هایی حدود $210\ {}^{cc}/_{mole}$ (۲یا ۳ انگسترم مکعب بر مولکول) را ایجاد می نمایند.

اطلاعات تجربی مربوط به تغییرات D برحسب ρ_0 به تنهایی برای تعیین معادله حالت کافی نیست، حتی درمجاورت نقاط C-J اطلاعاتی همچون درجه حرارت و فشار ضروری می باشند.

درحالت ایده آلی که انفجاربصورت پایدار و دائمی باشد ذرات ماده منفجره از میان فرایند فشاری عبور می کنند که این فرایند فشار برای همه آنها یکسان است. هر ذره از ماده منفجره درهنگامی که جبهه موج شوک از آن گذر می کند فشارش به سرعت بالامی رود و سپس همانطوریکه درمنطقه واکنش واقع می شود با عبور منطقه واکنش از آن معمولاً فشارش کاهش می یابد. هنگامیکه ذره در عقب منطقه واکنش قرارمیگیرد بر اثر شتاب حاصل از محصولات واکنش که به جلو حرکت می کنند تحت فشار قرار می گیرد اما نسبت به حالتی که ذره در جبهه انفجار قرارداشت می توان گفت که دچار انبساط گردیده است .

در عقب جریان جائیکه تبدیل انرژی بر اثر واکنش شیمیایی ناچیز باشد، دیگر جریان دائمی نمی باشد. دراین ناحیه سرعت انتشار اغتشاشات جزئی در فشار (سرعت انتشار صوت) از اختلاف بین سرعت انفجار و سرعت محلی ذرات کمتراست، یعنی جبهه انفجار با ناحیه واکنش مربوطه از عقب میدان جریان دورمی شود و پشت سر آن پروفیل فشار بتدریج مسطح می شود(فشار کاهش می یابد). ازطرف دیگر در قسمت جلویی ناحیه واکنش سرعت انتشار صوت از اختلاف بین سرعت انفجار و سرعت محلی ذرات بزرگتر می باشد بطوریکه سهم فشار حاصله از انرژی واکنش شیمیایی مرتباً خود را جلوی موج شوک نشان می دهد برای اینکه دارای جریان دائمی باشیم لازم است که توافقی بین پروفیل فشار با انرژی آزاد شده در هر منطقه از ناحیه برقرار باشد.

در مورد گازهای ایده آل می توان نشان داد که سرعت اندازه گرفته شده با آن سرعتی که بر اساس تئوری ترموهیدرودینامیک و قانون گاز ایده آل محاسبه می شود موافقت خیلی نزدیک را دارا می باشد.

فصل دوم

معادلات حالت و محصولات انفجار

۲-۱ مقدمه

همانطور که در بخش قبل گفته شد حالت محصولات انفجار یکی از اساسی ترین معادلات لازم برای حل انفجار (پیدا کردن دما، فشار ... بعد از انفجار) است .

معادله حالت محصولات واکنش تابع پیچیده ای از فشار، درجه حرارت و جرم حجمی است. در دانسیته پائین معادله گاز ایده آل تقریب خوبی را بدست می دهد. در دانسیته بالاتر موقعی که حجم مولکولها قسمت قابل ملاحظه ای از حجم کل v را تشکیل می دهد. فشار تقریباً با نسبت عکس حجم آزاد (v-b) بالا می رود. علت اصلی انحراف از معادله گاز ایده آل در این محدوده از دانسیته همین مطلب می باشد.

برای طراحی سیستمهای که با مواد منفجره عمل می نمایند لازم است اطلاعات دقیقی از نحوه ایجاد، پیشروی و گسترش موج انفجار در این مواد بدست آید. در تحلیل رفتار این سیستمها مسأله مهم مشخص نبودن معادله حالت ماده در شرایط غیر متعارف حین انفجار خواهد بود.

۲-۲ چگونگی تعیین معادله حالت گازهای حاصل از انفجار

ایجاد مخلوط گازی تحت فشارهای موجود در حین انفجار فقط از طریق انفجار امکان پذیر می باشد. در نتیجه ایجاد آزمایشهای مستقیم برای تعیین معادله حالت گازهای حاصل از انفجار غیرممکن خواهد بود. تحت فشار گازهای حاصل از انفجار، حس کننده فشار سالم نخواهد ماند و نیز در صورت موجود بودن چنین حس کننده ای کالیبره نمودن این حس کننده عملاً غیرممکن خواهد بود. به علت سرعت بسیار بالای موج انفجار اندازه گیری دمای گازهای حاصل نیز تقریباً غیرممکن می باشد. سرعت پیشروی موج انفجار تقریباً تنها پارامتری است که با دقت قابل قبولی می توان اندازه گیری کرد.

برای تعیین معادله حالت گازهای حاصل از انفجار از روش غیرمستقیم استفاده می شود. در این روش فرمی برای معادله حالت در نظر گرفته می شود که شامل چند پارامتر می باشد و از طریق حل عددی این معادله به همراه معادلات بقاء، پارامترها طوری تنظیم میگردند که نتایج حاصل از

حل عددی و مقادیر اندازه گیری شده سرعت پیشروی موج برهم منطبق گردند. در صورتی که حرکت موج به حالت دائم رسیده باشد سرعت پیشروی آن ثابت می باشد. در ادامه به چگونگی اندازه گیری سرعت پیشروی موج انفجار و همچنین محاسبه عددی آن اشاره خواهیم داشت.

۲-۳ معادله حالت گاز های حاصل از انفجار

تا حال معادلات گوناگونی برای محصولات انفجار پیشنهاد شده است که در ذیل به برخی از آنها اشاره می گردد. در معادلات حالات زیر فرض می شود که تمام محصولات واکنش گاز می باشد.

۲-۳-۱- معادله حالت آبل[۱]

آبل فرمول زیر را برای معادله حالت پیشنهاد نمود :

$$P = \frac{\rho n R T}{1 - \rho_0 b} \qquad (۲-۱)$$

درمعادله آبل داریم :

عکس وزن ملکولی: $n = \frac{1}{M}$

ثابت گاز : R

حجم مولکولها : b

ρ و T و ρ_0 به ترتیب چگالی و دما و چگالی اولیه می باشد. ثابت b از طریق تجربی اندازه گیری می شود.

۲-۳-۲- معادله حالت واندروالس[۲]

این معادله شامل جمله ای برای نیروی بین مولکولها می باشد.

$$P = nR\rho T(1 - b\rho) - aP^2 \qquad (۲-۲)$$

۱- Abel Equation of state

۲- VanderVals Equation of state

۲-۳-۳- معادله حالت کوک [۳]

در این حالت b تابع p می باشد. تجربه نشان داده است که : $b=\exp(-0.4\rho)$

$$P=\frac{nR\rho T}{[1-\rho b-(\rho)]} \qquad (۳-۲)$$

۲-۳-۴- معادله حالت تیلور [۴]

$$PV=nRt\sigma(y) \qquad (۴-۲)$$
$$\sigma_y=1+y+0.65y^2+0.287y^3+0.193y^4$$
$$y=\sum \frac{n_i b_i}{\nu} \qquad n=\sum n_i$$

n_i تعداد مولکهای گازی در یک گرم از محصولات است.

۲-۳-۵- معادله حالت JWL

این معادله یکی از پر استفاده ترین معادلات حالت درمواد منفجره می باشد. از آنجا که جنبه دینامیکی دتونیشن (مانند تغییر ترکیب در اثر تغییرات نرخ واکنش) در تعیین اکثر معادلات حالت از جمله این معادله درنظرگرفته نمی شود، لذا فرض می کنیم که این معادله ترکیب ثابت را توصیف می کند. بدون وابستگی به ترکیب، فشارP به صورت تابعی از چگالی انرژی داخلی ε و حجم نسبی ν بیان می شود :

$$P=A\left[1-\frac{\omega}{R_1\nu}\right]^{-R_1\nu}e+B\left[1-\frac{\omega}{R_2\nu}\right]e^{-R_2\nu}+\frac{\omega(\varepsilon+\varepsilon_0)}{\nu} \qquad (۵-۲)$$

A و Bو R_1 و R_2 ثابت هستند و A و B و ε_0 واحد فشار را دارند و سایرین بدون بعد می باشند .

۳- Cook Equation of state

۴- Taylor

۲-۳-۶- معادله حالت گرونسن[۵]

دراین معادله فرضیات زیر درنظر گرفته شده است :

۱- شرط چاپمن- ژگیوت اعمال می شود.

۲- محصولات دتونیشن یک مرتبه تشکیل می شوند و بنابراین غیر واکنش دار[۶] هستند پس در چگالی متفاوت محصولات یکسان بدست می آید. این فرض بدین معناست که گرما یا انرژی حاصل از دتونیشن (E_0) در هرگرم ثابت است.

۳- از وابستگی پارامتر گرونسن[۷] $G=\frac{V}{C_V}(\frac{\partial P}{\partial T})_v=V(\frac{\partial P}{\partial E})_V$ نسبت به دما چشم پوشی می شود.

یعنی **G=G(V)**

معادله ارائه شده به فرم زیراست :

$$P=P_s\left[\frac{G(V)}{V}\right](E-E_s) \qquad (۶-۲)$$

$$P_s=Ae^{-R_1V}+Be^{-R_2V}+\frac{C}{V^{(1+\omega)}}$$

$$E_s=\frac{A}{R_1}e^{-R_1V}+\frac{B}{R_2}e^{-R_2V}+\frac{C}{\omega V^{\omega}}$$

$$G(V)=A_1\left[1+\tanh A_2(A_3-\frac{\rho}{1.77})\right]+B_1\left[1+\tan h\, B_2(B_3-\frac{\rho}{1.77})\right]+\frac{C_1}{Cosh\left[C_2(C_3-\frac{\rho}{1.77})\right]+D_1}$$

به عنوان نمونه ضرایب معادلات بالا برای ماده منفجره PETN درجدول (۲-۱) و (۲-۲) آمده است :

۵- Gruneisen Equation of state

۶- Non reactive

۷- Gruneisen Parameter

جدول (۲-۲) : ضرایب G(V)

	1	2	3
A	0.11	15.0	1.35
B	0.21	4.5	0.71
C	0.09	7.5	0.25
D	0.4	—	—

جدول (۲-۱) : ضرایب $P_s(V)$

A	7.977
B	0.1943
C	0.00601
R_1	4.8
R_2	1.2
ω	0.23

از معادله نتیجه شده (۲-۶) می توان مقادیر زیر را استخراج کرد :

- فشار C.J بصورت تابع چگالی اولیه $P_{CJ}(\rho_0)$

- رفتار انبساطی محصولات انفجار PETN در چگالی های متفاوت

- دمای C.J برحسب چگالی اولیه $T_{CJ}(\rho_0)$

۲-۳-۷- معادله حالت *BKW*[۸]

چون این معادله دارای ارزش و قدمت بسیاری می باشد سعی می کنیم این معادله را بهتر بشناسیم.

معادله فوق به صورت زیرمشخص می گردد:

$$\frac{PV}{RT}=1+Xe^{-\beta x} \qquad (۲-۷)$$

که در این رابطه K و X بصورت زیر تعریف می شوند :

$$X=\frac{k}{V(T+\theta)^{\alpha}} \qquad K=k\sum_{i=1}^{N} x_j k_i$$

که در آن P, V, T, R به ترتیب فشار، حجم مخصوص مولی، دما و ثابت عمومی گازها می باشند. این معادله با استفاده از چهار پارامتر θ و k و β و α بیان می شود که با تنظیم این پارامترها

---

[۸]- Becker – Kistiokowski - Wilson

می توان رفتار معادله حالت را در نواحی فشار و دمای مورد نظر تنظیم نمود. در این معادلات N تعداد اجزا شیمیایی موجود در مخلوط گازی و K_i ضرایب ثابتی برای هر جز بوده و به عنوان covolume آن جز معرفی می شود. در این معادله درحقیقت ضرایب تراکم پذیری محاسبه می گردد. دسته پارامترهای (θ و k و β و α) مختلفی برای معادله حالت *BKW* پیشنهاد شده است. درجدول (۲-۳) دسته پارامترهای پیشنهادی برای دو خانواده مختلف مواد منفجره آمده است.

جدول (۲-۳) پارامتر های مهم برای دو ماده منفجره

پارامتر	α	β	K	θ
خانوادهRDX	0.5	0.160	10.91	400
خانوادهT.N.T	0.5	0.096	12.68	400

۲-۴ محاسبه انرژی داخلی در چگالی های بالا

با توجه به آن که گازهای حاصل از انفجار در فشار بالایی قراردارند، رفتار گازها غیرایده آل بوده و مقدار انرژی داخلی سیال علاوه بر دما به چگالی مخلوط گازی بستگی خواهد داشت. با استفاده از روابط ترمودینامیکی و معین بودن معادله حالت سیال می توان انرژی سیال را در چگالی های بالا تعیین نمود. برای تعیین انرژی داخلی ازرابطه زیر می توان استفاده نمود :

$$E = \sum_{i=1}^{N} x_i E_i \qquad (۸-۲)$$

$$E_i = A_0 + A_1 T + A_2 T^2 + \ldots\ldots + A_6 T^6 + \int_{V_0}^{V} (T\frac{\partial P}{\partial T} - V)dV$$

ترم اول انرژی داخلی تشکیل و ترمهای دوم تا هفتم وابستگی انرژی به دما و ترم آخر وابستگی به چگالی را نشان می دهد. ضرایب $A_0, A_1, \ldots, A_6$ ضرایب ثابت می باشند. باید توجه نمود که مشاهدات و نتایج آزمایش نشان می دهد که در اکثر مواد منفجره مخصوصاً T.N.T مقدار اکسیژن موجود در

مولکول برای اکسید شدن کامل تمامی کربن موجود کافی نمی باشد. لذا یکی از محصولات اصلی انفجار، کربن آزاد خواهد بود که در فشار بسیار بالای موجود در حین انفجار، بصورت گرافیت آزاد می گردد. برای این جزء شیمیایی جامد، دیگر نمی توان از معادلات حالت پیشنهاد شده استفاده نمود و از معادله حالتی که توسط Cowan پیشنهاد گردیده است، استفاده شده است. این معادله را می توان بصورت زیر بیان نمود.

$$P = P_1(\eta) + \alpha(\eta) T_r + b(\eta) T_r^2 \quad ; \quad \eta = \frac{\rho}{\rho_0} \tag{۹-۲}$$

$$P_1(\eta) = -2.4673 + 6.7692\eta^2 - 6.9555\eta + 3.0405\eta^3 - 0.3869\eta^4$$
$$\alpha(\eta) = -0.2267 + 0.2712\eta$$
$$b(\eta) = 0.08316 - 0.07804\eta^{-1} + 0.03068\eta^{-2}$$

که در آن $\rho_0 = 2.2\ {}^{gr}/_{cc}$ چگالی گرافیت درشرایط متعارف بوده و T_r به صورت $\frac{T}{11605}$ تعریف شده و با پارامترهای فوق مقدار فشار بر حسب Mbar تعیین می گردد.

۲-۵ سرعت انفجار و تعیین تجربی آن در مواد منفجره

سرعت انفجار همان سرعت تجزیه شدن یا سوختن ماده منفجره یا به عبارت دیگر حرکت موج انفجار در سرتاسر ماده منفجره می باشد. اگر سرعت سوختن ماده منفجره بیش از سرعت صوت باشد آنرا انفجار یا دتونیشن می گویند و چنانچه کمتر از سرعت صوت باشد این پدیده را سوزش می نامند. به عنوان مثال در مورد مواد منفجره صنعتی باروت جز مواد ضعیف یا کند سوز و سایرین جزء مواد منفجره قوی هستند.

سرعت انفجار از مهمترین خواص یک ماده منفجره است و تعیین کننده بازده بسیاری از ادوات منفجره نظامی می باشد. به عنوان مثال از مهمترین عناصر مشخص کننده قدرت یک خرج سرعت انفجار ماده منفجره آن می باشد. برای انتخاب یک ماده منفجره اگر ۲ عامل مهم مدنظر باشد حتماً یکی از آنها سرعت انفجار آن است. سرعت انفجار از خواص شناسایی هر ماده منفجره است.

۲-۶ عوامل موثر در سرعت انفجار

سرعت انفجارتابع عوامل زیراست :

الف- وزن مخصوص:

ارتباط سرعت انفجار با وزن مخصوص مطابق فرمول زیراست :

$$V_{Di} = V_{D0} + M(\rho_i - \rho_0)$$

که درآن

V_{Di}- سرعت انفجارچگالی ρ_i

V_{Do}- سرعت انفجارچگالی ρ_0

M- عدد ثابتی است که بسته به نوع ماده منفجره از ۳۰۰۰ تا ۴۰۰۰ متر بر ثانیه تغییر می کند.

از فرمول بالا نتیجه می شود که ازدیاد وزن مخصوص سبب بالا رفتن سرعت انفجار می گردد و به همین دلیل هر چه میزان فشردگی خرج بیشتر باشد سرعت انفجار آن بیشتر است. سرعت انفجار در حالت غیر فشرده ۷۰ تا ۸۰ درصد موقعی است که ماده منفجره فشرده باشد. برخی از مواد منفجره از فرمول فوق مستثنی هستند و ازدیاد فشردگی نه تنها باعث بالارفتن سرعت انفجار آنها نمی شود بلکه سرعت انفجار را پایین می آورد. به عنوان مثال افزودن آلومینیوم به ماده منفجره سبب کم شدن سرعت انفجار می گردد.

ب- ابعاد ذرات :

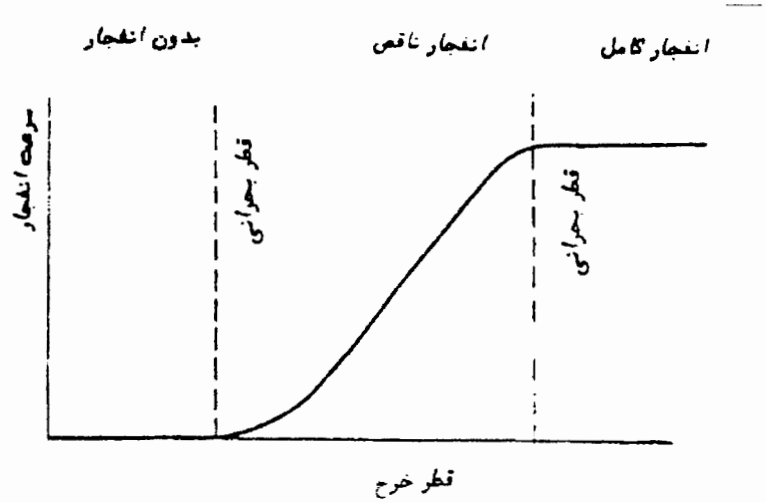
هرچه ابعاد ذرات ماده منفجره کمتر باشد سرعت انفجار آن بیشتر است .

ج- نوع چاشنی :

چاشنی ضعیف یا تحریک ضعیف مواد منفجره موجب انفجار ناقص یا فقط سوختن ماده منفجره میگردد و باعث می شود که انفجار رخ ندهد و سوزش داشته باشیم. پس برای شروع انفجار احتیاج به چاشنی با قدرت کافی داریم.

د- قطر ماده منفجره :

برای مواد منفجره یک قطر حداقل وجود دارد که با قطر کمتر از آن منفجر نخواهد شد و آنرا قطر حداقل یا قطر بحرانی می نامند. مقدار قطر بحرانی برای انواع مواد منفجره متفاوت است. برخی از مواد منفجره مثل آنفوبه تغییر قطر بیشتر حساس اند. مطابق شکل (۳-۱) وقتی قطر از قطر بحرانی بیشتر باشد سرعت انفجار ثابت می ماند.



شکل (۲-۱) تاثیر قطر خرج بر انفجار[۸]

۲-۷ اندازه گیری سرعت انفجار یا سرعت پیشروی موج انفجار

برای تعیین سرعت پیشروی موج در مواد منفجره با چگالی های مختلف، ابتدا پودر این مواد تا چگالی مورد نظر متراکم شده و سپس سرعت پیشروی موج در آنها اندازه گیری می شود.

درمواد انفجاری هموژن، سرعت انفجارثابت بعد از یک فاصله از شروع انفجار قابل دسترسی است. اندازه گیری سرعت شامل اندازه گیری مدت زمانی است که طول می کشد تا جبهه انفجار یک مسافت مشخص درطول یک ستون از ماده انفجاری را طی کند. جهت اجتناب از داشتن یک توقف خیلی کوتاه جهت اندازه گیری دقیق سرعت لازم است دقت شود که فاصله اندازه گیری زیاد یا کوتاه نشود (باید بین ۱۰۰و ۳۰۰ میلی متر باشد). زمان سپری شده توسط زمان سنجهای الکترونیکی اندازه گیری می شود.

۲-۸ محصولات حاصل از انفجار

محصولاتی که به طور مستقیم از واکنش شیمیایی انفجار به وجود می آینـد همـان مـواد حاصـل از احتراق می باشند که عبارتند از: $Co, Co_2, H_2, H_2O, N_2, O_2, No$

محصولات ممکن است موادی باشند که در دمای اتاق ناپایدارند نظیر N, O, H, OH و ذرات کوچـک یون و همچنین الکترون.

در انفجار، محصولات ابتدا در دما و فشار انفجار بصورت تعادل شیمیایی شکل مـی گیرنـد و سـپس وقتی که سرد می شوند مواد ناپایدار از بین می روند. این تغییرترکیب محصولات تا زمانی ادامه مـی یابد که واکنش شیمیایی تقریباً متوقف شده و ترکیب ثابت می ماند. طبیعت این ترکیـب ثابـت بـه فاکتورهایی از قبیل نرخ سردشدن، نسبت سطح به حجم بستگی دارد.

ترکیب مواد حاصل از انفجار با تغییر شرایط محیط فرق می کند. اگر دما و فشار محصـولات انفجـار معلوم باشد می توان از نظر ترمودینامیکی مقادیر تعادل اجزاء گوناگون را مشخص نمود، ترکیب می تواند شامل اجزاء گوناگون باشد که به تعداد اجزاء معادلات مناسب که اکثـراً غیرخطـی مـی باشـند داریم (معادلات تعادل و بالانس عناصر).

پیچیدگی و متغییر بودن طبیعت محصولات انفجار باعث می شـود کـه نتـوان آنهـا را بطـور دقیـق مشخص و تشریح نمود اما برای آشنایی و قیاس معمولاً مشخص کردن اجزاء اصلی مفید مـی باشـد.

در انفجارات معمولی همه نیتروژن موجود به فرم مولکول نیتـروژن (N_2) در محصـولات ظـاهر مـی شود.

اکسیژن موجود در انفجار با توجه به فشار و درجه حرارت محصـولات انفجـار بـه فرمهـای گونـاگون ظاهر می گردد. برای مواد منفجرهای که شامل C-H-N-O می باشند بطور معمول می توان بصورت زیر ترکیب محصولات را پیش بینی کرد :

۱- درفشارهای بالا (حدود فشارهای حاصل از دتونیشـن) اکسـیژن بـه ترتیـب زیـر در محصـولات ظاهر می شود :

بخار آب (H_2O) ، دی اکسید کربن (C_{O2}) و نهایتاً بصورت مولکول اکسیژن (O_2) .

کربن و هیدروژن اضافی بصورت مولکولی در محصولات ظاهر می گردند.

۲- در فشار و دمای متوسط اکسیژن به ترتیب زیر در محصولات ظاهر می شود :

منواکسید کربن (C_O) ، آب (H_2O) .

سپس منوکسید کربن به دی اکسید کربن تبدیل می شود. هیدروژن و کربن اضافی به صورت مولکولی ظاهر می شود.

۳- در فشار و دماهای نسبتاً پایین مانند زمانی که محصولات منبسط می شوند و فشارشان کاهش می یابد، اکسیژن به صورت زیر در محصولات ظاهر می شود :

منوکسید کربن (C_O) ، بخارآب (H_2O) ، مولکول اکسیژن (O_2) . مقادیر کربن و هیدروژن اضافی بصورت مولکولی ظاهر می شوند.

برای انفجاراتی که شامل آلومینیوم یا منگنز می باشند اکسیژن ابتدا به صورت اکسید فلز ظاهر شده و سپس بصورت بقیه اجزا ظاهر می گردد. (ظاهراً وجود اکسیدهای فاز جامد باعث می شود که تعادل شیمیایی گازها ناپایدار گردد).

هر جز قلیایی موجود در انفجار نظیر پتاسیم بصورت کربنات درمحصولات دیده میشود. سولفور بصورت دی اکسید ظاهر می گردد.

فصل سوم

معادلات حاکم بر انفجار

۳-۱ حل عددی سیستم معادلات انفجار یک بعدی و دائم

معادلات حاکم عبارتند از :

۱- معادله بقای جرم (۱-۱۲)

۲- معادله بقای ممنتوم (۱-۱۳)

۳- معادله بقای انرژی (۱-۱۴)

۴-شرط چاپمن – ژوگیوت (۱-۲۱)

۵-معادله حالت مثلاً BKW (۲-۷)

۶-معادله تعیین انرژی داخلی (رابطه کالریک)(۲-۸)

مجهولات عبارتند از :

۱- P_2 فشارمحصولات انفجار

۲- T_2 دمای محصولات انفجار

۳- U_2 سرعت محصولات انفجارنسبت به شاک

۴- U_1 سرعت موج انفجار

۵- h_2 آنتاپی محصولات انفجار

۶- ρ_2 چگالی محصولات انفجار

۳-۲ معادلات جریان یک بعدی (معادلات بقای لاگرانژی)

معادلات بقای لاگرانژی برای صفحه، استوانه و کره عبارتست از :

بقای جرم

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho U}{\partial r}+\alpha\frac{\rho U}{r}=0$$

بقای ممنتوم

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t}+\frac{\partial \rho U(U+\frac{P}{\rho U})}{\partial r}+\alpha\frac{\rho U}{r}U=0$$

بقای انرژی

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t}+\frac{\partial \rho U(E+\frac{P}{\rho})}{\partial r}+\alpha\frac{\rho U}{r}(E+\frac{P}{\rho})=0$$

و معادله حالت

$$P=\rho RT$$

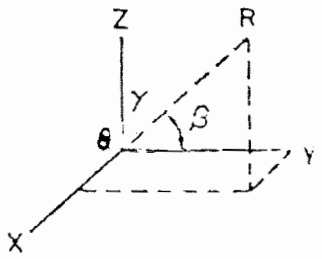
dM جرم یک المان در واحد زاویه فضایی است اگر α برابر ۲ یا ۳ باشد و اگر $\alpha=1$ باشد dM جرم یک المان بر واحد سطح است.

الف- معادله پیوستگی یا بقای جرم :

معادله پیوستگی در دیدگاه اویلری بصورت زیر می باشد :

$$(\frac{\partial}{\partial t}+\mathrm{U}.\nabla)\rho=-\rho\nabla.\mathrm{U}$$

γ,β,ϑ در شکل (۳-۱) بترتیب زوایای بردار R با محورهای X و Y و Z می باشند. اگر سرعت را در امتداد R را U_r بنامیم با توجه به شکل خواهیم داشت :



شکل(۳-۱) به کمک این شکل معادلات بقاء برای یک جسم Slab نوشته می شود[۱۶]

$$\mathrm{U_x}=\mathrm{U_r}\,\mathrm{Cos}\,\theta$$

$$\mathrm{U_y}=\mathrm{U_r}\,\mathrm{Cos}\beta \qquad \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{y}}=\frac{\mathrm{y}}{\mathrm{R}}=\mathrm{Cos}\,\beta$$

$$\mathrm{U_Z}=\mathrm{U_r}\,\mathrm{Cos}\gamma$$

$$\mathrm{R}=\sqrt{\mathrm{X}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{Z}^2} \qquad \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{X}}=\frac{\mathrm{X}}{\mathrm{R}}=\mathrm{Cos}\,\theta \qquad \frac{\partial \mathrm{R}}{\partial \mathrm{Z}}=\frac{\mathrm{Z}}{\mathrm{R}}=\mathrm{Cos}\,\gamma$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial X}=\frac{\partial}{\partial x}(U_r Cos\theta)=U_r\frac{\partial}{\partial x}Cos\theta+Cos\theta\frac{\partial U_r}{\partial X}=\frac{R^2-X^2}{R^3}U_r+Cos\theta\frac{\partial U_r}{\partial R}\frac{X}{R}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial X}=\frac{\partial \rho}{\partial R}\frac{\partial R}{\partial X}=\frac{\partial \rho}{\partial R}Cos\,\theta$$

با قرار دادن روابط بالا در معادله اولیه خواهیم داشت :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+U_r\,Cos^2\theta\frac{\partial \rho}{\partial R}+U_r\,Cos^2\beta\frac{\partial \rho}{\partial R}+U_r\,Cos^2\gamma\frac{\partial \rho}{\partial R}=-\rho\left[Cos^2\theta\frac{\partial U_r}{\partial R}+Cos^2\beta\frac{\partial U_r}{\partial R}+\right.$$

$$\left.+Cos^2\gamma\frac{\partial U_r}{\partial R})+\frac{U_r}{R}(\frac{R^2-X^2}{R^2}+\frac{R^2-y^2}{R^2}+\frac{R^2-Z^2}{R^2})\right]$$

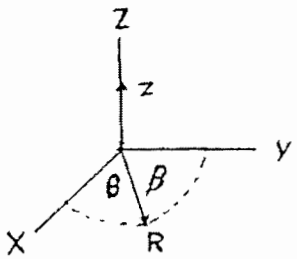
$$\longrightarrow\quad \frac{\partial \rho}{\partial t}+U_r\frac{\partial \rho}{\partial R}=-\rho(\frac{\partial U_r}{\partial R}+2\frac{U_r}{R})=-\frac{\rho}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}R^2U_r \qquad (الف۳-۱)$$

و برای دستگاه مختصات کارتزین می توان نوشت :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+U_r\frac{\partial \rho}{\partial R}=-\rho\frac{\partial U_r}{\partial r} \qquad (ب۳-۱)$$

برای دستگاه مختصات استوانه نیز می توان نوشت (شکل ۳-۲) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+U_r\frac{\partial \rho}{\partial R}=-\rho(\frac{\partial U_r}{\partial r}+\frac{U_r}{R})=-\frac{\rho}{R}\frac{\partial}{\partial R}(RU_r) \qquad (ج۳-۱)$$



شکل (۳-۲) به کمک این شکل معادلات بقاء برای یک جسم استوانه ای نوشته می شود[۱۶]

سه معادلات فوق را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+U_r\frac{\partial \rho}{\partial R}=\frac{\rho}{R^{\alpha-1}}\frac{\partial}{\partial R}R^{\alpha-1}U_r \qquad (۳-۲)$$

در رابطه فوق مقدار α برای حالت کارتزین، استوانه ای و کروای به ترتیـب ۱ و ۲ و ۳ مـی باشـد.

رابطه تبدیل لاگرانژی به اویلری عبارتست از :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=\frac{\partial \rho}{\partial t}+U_r \frac{\partial \rho}{\partial R}=(\frac{\partial}{\partial t}+U.\nabla)\rho$$

بنابراین رابطه (۳-۲) در دیدگاه لاگرانژی به صورت زیر در می آید :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=\frac{\rho}{R^{\alpha-1}}\frac{\partial}{\partial R}R^{\alpha-1}U_r \qquad (۳-۳)$$

$$\frac{\partial}{\partial M}=\frac{1}{\rho}\frac{1}{R^{\alpha-1}}\frac{\partial}{\partial R} \qquad (۳-۴)$$

رابطه (۳-۴) مختصات جرمی لاگرانژی را نشان می دهد.

با جایگزینی رابطه (۳-۴) در (۳-۳) خواهیم داشت :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=-\frac{\rho^2 R^{\alpha-1}}{R^{\alpha-1}}\frac{\partial}{\partial M}R^{\alpha-1}U_r=-\frac{1}{V^2}\frac{\partial}{\partial M}R^{\alpha-1}U_r \qquad (۳-۵)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=-\frac{1}{V^2}\frac{\partial}{\partial M}R^{\alpha-1}U_r$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}(\frac{1}{V^2})=-\frac{1}{V^2}\frac{\partial V}{\partial t}=-\frac{1}{V^2}\frac{\partial}{\partial M}R^{\alpha-1}U_r \qquad (۳-۶)$$

$$\longrightarrow \frac{\partial V}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial M}R^{\alpha-1}U_r$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}=\frac{\partial}{M}R^{\alpha-1}U_r=U_r\frac{\partial}{\partial M}R^{\alpha-1}+R^{\alpha-1}\frac{\partial U_r}{\partial M}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}=\frac{\partial R}{\partial M}\frac{\partial M}{\partial t}\frac{\partial R^{\alpha-1}}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial M}+R^{\alpha-1}\frac{\partial^2 R}{\partial t\,\partial M} \qquad (۳-۷)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}=\frac{\partial R}{\partial M}\frac{\partial R^{\alpha-1}}{\partial t}+(\frac{\partial R}{\partial M})=\frac{\partial}{\partial t}(R^{\alpha-1}\frac{\partial R}{\partial M})$$

$$\longrightarrow V=R^{\alpha-1}\frac{\partial R}{\partial M}$$

ب- معادله بقای ممنتوم :

$$\rho(\frac{\partial}{\partial t}+U.\nabla)U=-\nabla.\sigma+\rho g \qquad (۳-۸)$$

$$\sigma_{ij}=\delta_{ij}P-S_{ij}$$

رابطه (۳-۸) معادله بقای ممنتوم از دیدگاه اویلری را نشان می دهـد و اگـر آن را بسـط دهـیم بـه صورت زیر در می آید :

$$\rho\left[\frac{\partial U_x}{\partial t}+U_x(\frac{\partial U_x}{\partial x})+U_y(\frac{\partial U_x}{\partial y})+U_z(\frac{\partial U_x}{\partial Z})\right]=\frac{-\partial(P-S_x)}{\partial x} \qquad (۹-۳)$$
$$+\frac{\partial S_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial S_{xZ}}{\partial Z}+\rho g_x$$

با استفاده از شکل (۳-۱) خواهیم داشت :

$$\frac{\partial U_x}{\partial X}=\frac{R^2-X^2}{R^3}U_r+Cos^2\theta+\frac{\partial U_r}{\partial R}$$
$$\frac{\partial U_x}{\partial y}=\frac{-xy}{R^3}U_r+Cos\ \theta\ \frac{\partial U_r}{\partial R}\ Cos\beta \qquad (۱۰-۳)$$
$$\frac{\partial U_x}{\partial Z}=\frac{-xz}{R^3}U_r+Cos\ \theta\ Cos\gamma\ \frac{\partial U_r}{\partial R}$$

با استفاده از روابط (۳-۱۰) و قرار دادن در (۳-۹) می توان نوشت :

طرف اول رابطه (۳-۹) $=\rho Cos\theta\left[\frac{\partial U_r}{\partial t}+U_r(\frac{R^2-X^2}{R^3})U_r+Cos^2\theta\frac{\partial U_r}{\partial R}+Cos^2\beta\right.$

$$\left.(\frac{\partial U_r}{\partial R}-\frac{U_r}{R})+Cos^2\gamma\ (\frac{\partial U_r}{\partial R}-\frac{U_r}{R})\right]$$

طرف اول رابطه (۳-۹) $=\rho Cos\theta\left[\frac{\partial U_r}{\partial t}+U_r\ \frac{\partial U_r}{\partial R}\right.$

اگر از نیروی ثقل و تنش های انحرافی (S_{ij}) صرفنظر کنیم طرف دوم رابطـه (۳-۹) برابـر خواهـد بود:

$$=-\frac{\partial P}{\partial x}=-\frac{\partial P}{\partial R}Cos\theta\longrightarrow\rho\ Cos\theta\left[\frac{\partial U_r}{\partial t}+U_r\frac{\partial U_r}{\partial R}\right]=-Cos\theta\times\frac{\partial P}{\partial R}$$

$$\longrightarrow\rho\left[\frac{\partial U_r}{\partial t}+U_r\frac{\partial U_r}{\partial R}\right]=-\frac{\partial P}{\partial R} \qquad (۱۱-۳)$$

در دیدگاه لاگرانژی رابطه (۳-۱۱) تبدیل مي شد به :

$$\rho\frac{\partial U_r}{\partial t}=-\frac{\partial P}{\partial R} \qquad (۱۲-۳)$$

از رابطه (۳-۴) خواهیم داشت :

$$\frac{\partial}{\partial \mathrm{R}}=\rho \mathrm{R}^{\alpha-1}\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}} \qquad (۱۳-۳)$$

از جایگزینی رابطه (۳-۱۳) در رابطه (۳-۱۲) خواهیم داشت:

$$\rho\frac{\partial U_r}{\partial t}=-\rho R^{\alpha-1}\frac{\partial P}{\partial M} \qquad (۱۴-۳)$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial t}=-R^{\alpha-1}\frac{\partial P}{\partial M} \qquad (۱۵-۳)$$

ج - معادله بقای انرژی :

$$\rho(\frac{\partial}{\partial t}+U.\nabla)I=-\sigma=\nabla U+\lambda\nabla^2 T \qquad (۱۶-۳)$$

بطوریکه :

$$\sigma=\nabla U=\sigma_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

رابطه (۳-۱۶) که اصل بقای انرژی را در دیدگاه اویلری بیان می کند به شکل زیـر هـم مـی تـوان نوشت :

$$\rho\left[\frac{\partial I}{\partial t}+U_x(\frac{\partial I}{\partial x})+U_y(\frac{\partial I}{\partial y})+U_z(\frac{\partial I}{\partial z})\right]=-\left[(P-S_x)\frac{\partial U_x}{\partial x}+(P-S_y)\frac{\partial U_x}{\partial y}\right.$$
$$\left.+(P-S_z)\frac{\partial U_z}{\partial z}\right]+S_{xy}(\frac{\partial U_y}{\partial x}+\frac{\partial U_x}{\partial y})+S_{xz}(\frac{\partial U_z}{\partial x}+\frac{\partial U_x}{\partial z})+S_{yz}(\frac{\partial U_z}{\partial y}+ \qquad (۱۷-۳)$$
$$\frac{\partial U_y}{\partial z})+\lambda(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2})$$

طرف اول رابطه (۳-۱۷) $= \rho\left[\frac{\partial I}{\partial t}+U_r\frac{\partial I}{\partial R}Cos^2\theta+U_r\frac{\partial I}{\partial R}Cos^2\beta+U_r\frac{\partial I}{\partial R}Cos^2\gamma\right]$

$$=\rho\left[\frac{\partial I}{\partial t}+U_r\frac{\partial I}{\partial R}\right]$$

اگر از تنش انحرافی صرفنظر کنیم طرف دوم رابطه (۳-۱۷) بصورت زیر بدست خواهد آمد :

$$\text{طرف دوم رابطه (۳-۱۷)} = -P\left[\overbrace{\frac{\partial U_x}{\partial x}+\frac{\partial U_y}{\partial y}+\frac{\partial U_z}{\partial z}}^{I}\right]+\lambda\,(\overbrace{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}^{II})$$

$$\mathrm{I}=-\mathrm{P}\left[\mathrm{U_r}\,\frac{\mathrm{R}^2-\mathrm{X}^2+\mathrm{R}^2-\mathrm{Y}^2+\mathrm{R}^2-\mathrm{Z}^2}{\mathrm{R}^3}+\frac{\partial \mathrm{U_r}}{\partial \mathrm{R}}\right]$$

$$=-\mathrm{P}\left[\frac{2\mathrm{U_r}}{\mathrm{R}}+\frac{\partial \mathrm{U_r}}{\partial \mathrm{R}}\right]=\frac{-\mathrm{P}}{\mathrm{R}^2}\,\frac{\partial}{\partial \mathrm{R}}(\mathrm{R}^2\mathrm{U_r})$$

در حالت کلی برای کره ها و استوانه ها و ورق ها بدست می آید :

$$I=\frac{-p}{R^{\alpha-1}}\frac{\partial}{\partial R}R^{\alpha-1}U_r=-P\rho\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}R^{\alpha-1}U_r$$

$$II=\lambda\left(\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{Y}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial Z^2}\right)=\lambda\left(\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial X}\right)\cos\theta+\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{Y}}\right)\cos\beta\right)$$

$$+\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial Z}\right)Cos\gamma=\lambda\left(Cos^2\theta\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right)+Cos^2\beta\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right)+Cos^2\gamma\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right)\right)=\lambda\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right)$$

بااستفاده از رابطه (۳-۴) خواهیم داشت :

$$II=\lambda\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right)$$

و در حالت کلی تبدیل می شود به :

$$II=\lambda\rho\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}\left(R^{\alpha-1}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right)$$

$$\mathrm{I}+II=-\rho\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}\left(PU_rR^{\alpha-1}\right)+\lambda\rho\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}\left(R^{\alpha-1}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right)=\text{طرف دوم رابطه (۳-۱۷)}$$

درنتیجه رابطه (۳-۱۷) بصورت زیر می باشد.

$$\rho\left[\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial t}+U_r\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial R}\right]=-\rho\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}\left(PU_rR^{\alpha-1}\right)+\lambda\rho\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}\left(R^{\alpha-1}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right)$$

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial t}+U_r\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial R}=-\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}\left(PU_rR^{\alpha-1}\right)+\lambda\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}R^{\alpha-1}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}$$

در دیدگاه لاگرانژی خواهیم داشت :

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}\left(PU_r R^{\alpha-1}\right) + \lambda \frac{\partial}{\partial \mathrm{M}} R^{\alpha-1} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R} \qquad (۱۸-۳)$$

اگر تنش انحرافی را در نظر بگیریم رابطه (۳-۱۸) بصورت زیر در خواهد آمد :

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma U R^{\alpha-1}}{\partial \mathrm{M}} + \lambda \frac{\partial}{\partial \mathrm{M}}\left(R^{\alpha-1} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial R}\right) \qquad (۱۹-۳)$$

$$\mathrm{E}=\mathrm{I}+0.5\mathrm{U}^2 \qquad (۲۰-۳)$$

از قرار دادن رابطه (۳-۲۰) در (۳-۱۹) خواهیم داشت :

$$\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma U R^{\alpha-1}}{\partial \mathrm{M}} + \lambda \frac{\partial}{\partial M}(R^{\alpha-1} \frac{\partial T}{\partial R}) \qquad (۲۱-۳)$$

اگر از ترم حرارت صرفنظر شود رابطه (۳-۲۱) بصورت زیر درخواهد آمد :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma U R^{\alpha-1}}{\partial M} \qquad (۲۲-۳)$$

و اگر تنش انحرافی هم در نظر گرفته نشود معادله انرژی تبدیل می شود به :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\partial P U R^{\alpha-1}}{\partial M} \qquad (۲۳-۳)$$

فصل چهارم

حرکت موج انفجار در هوا

۴-۱ تشکیل موج انفجار در هوا

یکی از اثرات مهم انفجار، تشکیل امواج انفجاری[۱] در هوا یا تشکیل موج انفجار میرا است. این موج هنگامی ایجاد می شود که هوای اطراف در اثر انفجار به شدت عقب رانده می شود. برای تشریح چگونگی شکل گیری موج انفجار یک پالس فشار با شکل اولیه دلخواه نظیر شکل (۴-۱-a) در نظر می گیریم.

هر قسمت این پالس با سرعت مشخص که برابر سرعت صوت در نقطه مربوط[۲] به آن می باشد به سمت بیرون حرکت می کند.

قسمتی از پالس که بیشترین فشار را دارد بالطبع بیشترین دما را داشته و بنابراین بالاترین سرعت را دارد زیرا :

$$u = c = \sqrt{\gamma RT} \qquad (۱-۴)$$

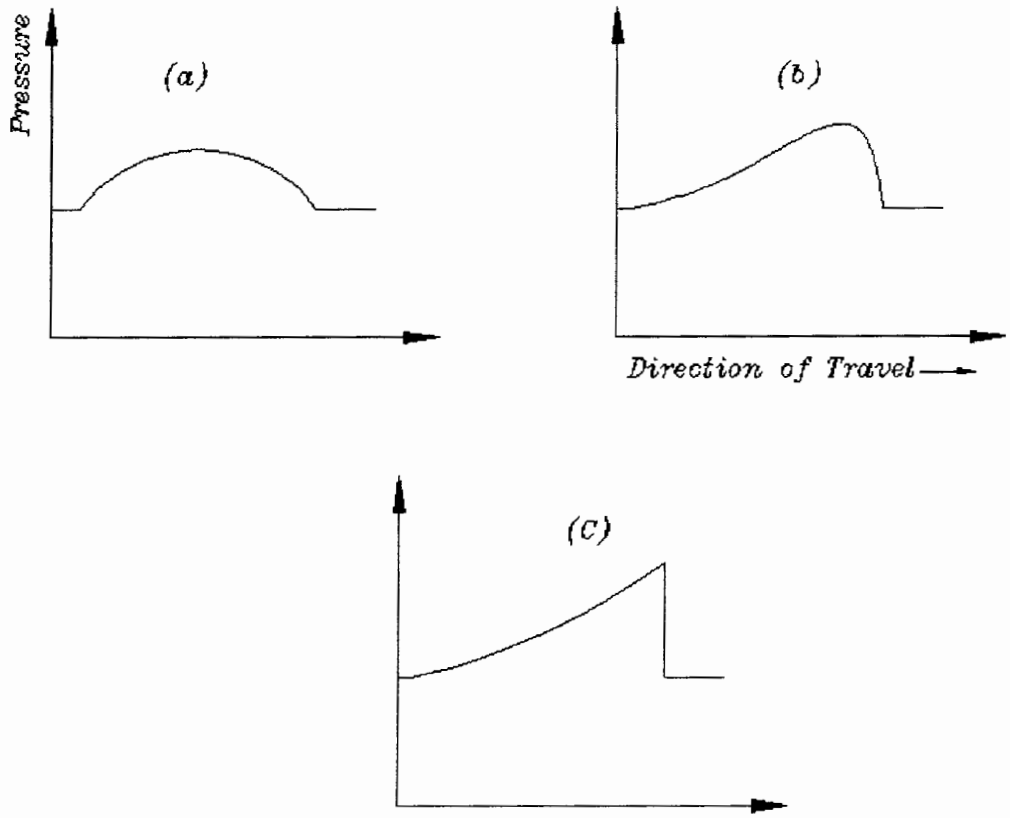
با زیاد شدن دما طبق رابطه (۴-۱) سرعت صوت و در نتیجه سرعت پالس افزایش می یابد. بنابراین این قسمت سریعتر از بقیه نقاط که فشارکمتری دارند به جلو حرکت می کند. به همین ترتیب میزان حرکت هر نقطه به میزان فشارش بستگی دارد. در اثر یکسان نبودن حرکت نقاط مطابق شکل (۴-۱-b) در منحنی فشار خمیدگی ایجاد شده و در نهایت مطابق شکل (۴-۱-c) تبدیل به یک ناپیوستگی می شود که به آن موج ضربه ای[۳] می گوئیم. این ناپیوستگی قسمت جلو سیستم موج را تشکیل می دهد. همه امواج انفجاری در نهایت شکلی شبیه شکل (۴-۱-c) به خود می گیرند و شکل نهایی به شکل اولیه پالس بستگی ندارد. یا به عبارت دیگر پالس اولیه تغییرشکل داده و همه امواج انفجار در فاصله معقولی از مرکز انفجار شکل یکسانی به خود می گیرند.

---

[۱] - Blast

[۲]- Immediate medium

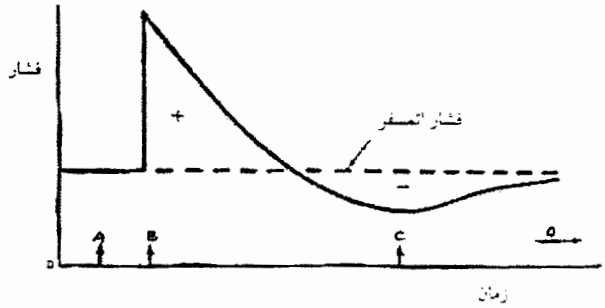
[۳]- Explosive Shock



شکل (۴-۱) شکل شماتیک یک موج انفجار[۱۶]

۴-۲ شکل موج انفجار

بعد از ایجاد امواج انفجاری منحنی فشار- زمان در هر نقطه مشابه شکل (۴-۲) می باشد. مطابق این شکل فشار در هر نقطه در زمان دریافت موج (ta) بطور ناگهانی به مقدار ماکزیمم رسیده و هر جسم که در این مکان قرار داشته باشد تحت نیروی زیادی قرار می گیرد. اما این شرایط ناپایدار است و فشار ماکزیمم خیلی سریع به صورت تقریباً نمایی شروع به کاهش می کند.



شکل (۶-۲) منحنی فشار- زمان یک موج انفجار[۸]

در شکل (۴-۲) در زمان A هوا هنوز تحت تاثیر موج انفجار قرارنگرفته است. زمان B (ta) زمانی است که قسمت جلو موج انفجار به جسم برخورد می کند و نیرویی متناسب با فشار ایجاد شده و مساحت جسم به آن وارد می کند که به آن نیروی باد انفجار[۱] می گوییم. این فشار بصورت تقریباً نمایی کاهش یافته تا به فشار محیط برسد[۲] ($\Delta P = 0$).

بعد از آن فشار شروع به کاهش می کند و ماکزیمم کاهش آن درنقطه C می باشد. در این حالت فشار از فشار محیط کمتر شده و جهت موج انفجار عکس حالت قبل می باشد. از نقطه D به بعد فشار به فشار اتمسفر می رسد. موج انفجار در حقیقت شاک عمودی متحرک می باشد پس لازم است به روابط موج شوک عمودی اشاره ای شود.

۴-۳ مروری بر موج شوک عمودی[۳]

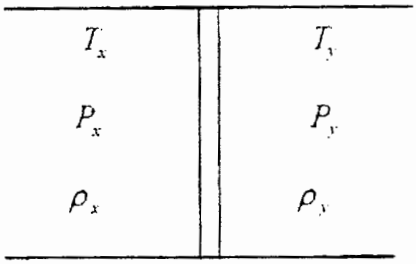
در عبور از موج شوک قائم (عمودی) که ضخامتش ازمرتبه 10^{-3} تا 10^{-5} میلی متر است خواص سیال (ρ, P, T) بطور ناگهانی تغییر می کند. تغییرات به این صورت است که دما و فشار و چگالی افزایش می یابند. درشکل (۴-۳) یک موج شوک ساکن نشان داده شده است.

---

[۳]- Blast wind

[۴]- Zero Over Pressure

[۵]- Normal Shock



شکل (۶-۳) شکل یک موج ساکن[۱۱]

معمولاً خواص قبل از موج شوک را با اندیس $\underline{x}$ و بعد از موج شوک را با اندیس y مشخص می کنند. خواص بعد از موج شوک را می توان برحسب عدد ماخ قبل از موج شوک بیان نمود. برای اینکار از قوانین بقای جرم، بقای ممنتوم، بقای انرژی و معادله حالت استفاده می شود.

با فرض گاز کامل خواهیم داشت :

$$M_y^2=\frac{2+(\gamma-1)M_x^2}{2\gamma M_x^2-(\gamma-1)} \quad ; \quad \gamma=\frac{C_P}{C_V} \tag{۱-۴}$$

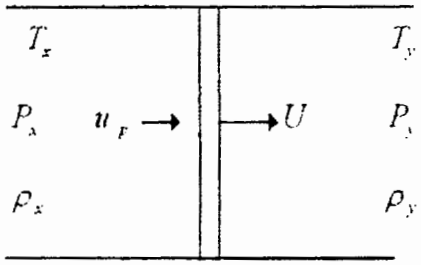
$$\frac{T_y}{T_x}=\frac{\left[2+(\gamma-1)M_x^2\right]\left[2\gamma M_x^2-(\gamma-1)\right]}{(\gamma+1)^2 M_x^2} \tag{۲-۴}$$

$$\frac{u_y}{u_x}=\frac{2+(\gamma-1)M_x^2}{(\gamma+1)M_x^2} \tag{۳-۴}$$

$$\frac{P_y}{P_x}=\frac{2\gamma M_x^2-(\gamma-1)}{\gamma+1} \tag{۴-۴}$$

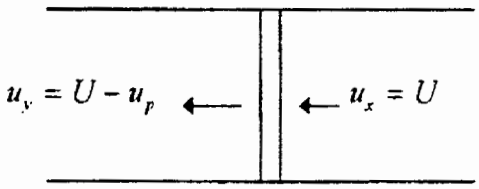
۴-۴ خواص موج انفجار منتشر شده در هوا

در این حالت موج شوک قائم با سرعت U در حال حرکت به سمت هوای ساکن می باشد (شکل ۴-۴) :



شکل (۴-۴) از دید ناظر ثابت[۱۱]

در اثر حرکت موج شوک و تولید خلاء نسبی در پشت آن، ذرات پشت موج شوک با سرعت u_p (سرعت القایی) هم جهت با موج شوک شروع به حرکت می کنند. برای تبدیل مسأله به حالت دائم مختصات را روی موج شوک در نظرمی گیریم بنابراین مسأله به فرم زیر درمی آید (شکل ۴-۵).



شکل (۴-۵) از دید ناظرمستقر روی موج[۱۱]

با در نظرگرفتن موج شوک متحرک (موج انفجار در حال حرکت) به صورت دائم می توان از روابط موج شوک عمودی استفاده نمود و باتوجه به این نکته که :

$$M_x = \frac{u_x}{c_x} = \frac{U}{C_x} \qquad \text{و} \qquad M_y = \frac{u_y}{c_y} = \frac{U - u_p}{C_y}$$

در ادامه با استفاده از روابط موج شوک قائم، خواص هوا بعد از عبور موج انفجار را می توان بدست آورد.

۴-۴-۱- افزایش فشار ناشی از موج انفجار

مقدار افزایش فشار ناشی از شوک موج انفجار را Overpressure گویند. اگر فشار قبل و بعد از موج شوک به ترتیب P_X , P_y باشد داریم :

$$\Delta P = P_y - P_x$$

از رابطه (۴-۴) داریم:

$$\Delta P = P_y - P_x = \frac{2\gamma (M_x^2 - 1)}{\gamma + 1} P_x \qquad (۵-۴)$$

از رابطه (۴-۵) می توان M_x را محاسبه نمود.

$$M_x = \sqrt{1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{\Delta P}{P_x}} \qquad (۶-۴)$$

برای هوا ۱,۴ = γ است بنابراین :

$$\Delta P = \frac{7(M_x^2 - 1)}{6} P_x \quad ; \quad M_x = \sqrt{1 + \frac{6\Delta P}{7Px}} \qquad (۷-۴)$$

به همین ترتیب می توان بقیه خواص بعد از موج شوک را به عدد ماخ قبل از موج شوک ارتباط داد. یکی از این روابط، رابطه افزایش فشار با سرعت حرکت موج شوک است که بصورت زیر بدست می آید :

$$\Delta P = \frac{2\rho_x}{\gamma + 1} (u_x^2 - C_x^2) \qquad (۸-۴)$$

با استفاده از تعریف عدد ماخ خواهیم داشت :

$$\Delta P = \frac{2\rho_x C_x^2}{\gamma + 1} (M_x^2 - 1) \qquad (۹-۴)$$

رابطه (۴-۹) نشان می دهد که هرگاه افزایش فشار داشته باشیم ($\Delta P > 0$) قبل از موج شوک، ماخ از یک بیشتر است. در موج انفجار چون افزایش فشار داریم ماخ از یک بیشتر است، با دور شدن از مرکز انفجار موج انفجار به موج صوتی نزدیک می شود و این بدین معناست که در نهایت هر موج انفجاری به موج صوتی تبدیل می گردد.

۴-۴-۲- موج انفجار و سرعت ذرات

موج انفجار ناشی از حرکت غیر طبیعی و شدید ذرات بلافاصله بعد از موج شوک می باشد. جهت و مقدار اولیه این حرکت را می توان بوسیله معادلات موج شوک بدست آورد. سرعت حرکت ذرات بعد از موج شوک همان U_p می باشد. از شکل (۴-۵) داریم :

$$u_P = u_x - u_y$$

$$u_P = M_x C_x - M_y C_y = C_x \left[M_x - M_y \left(\frac{T_y}{T_x}\right)^{1/2} \right] \qquad (۴-۱۰)$$

با استفاده از معادلات (۴-۱) و (۴-۲) داریم :

$$\frac{u_P}{C_x} = \frac{2(M_x^2 - 1)}{(\gamma + 1) M_x} \qquad (۴-۱۱)$$

برای هوا داریم : $(\gamma = 1.4)$

$$\frac{u_P}{C_x} = \frac{5(M_x^2 - 1)}{6 M_x} \qquad (۴-۱۲)$$

رابطه (۶-۱۲) را می توان برحسب فشار نوشت :

$$\left[\frac{u_P}{u_x}\right]^2 = \frac{\frac{2}{\gamma}\left(\frac{P_y}{P_x} - 1\right)^2}{(\gamma + 1)\frac{P_y}{P_x} + (\gamma - 1)} \qquad (۴-۱۳)$$

برای هوا خواهیم داشت : $(\gamma = 1.4)$

$$\left[\frac{u_P}{u_x}\right]^2 = \frac{25\left(\frac{P_y}{P_x} - 1\right)^2}{42\left(\frac{P_y}{P_x}\right) + 7} \qquad (۴-۱۴)$$

۴-۴-۳- فشار و دمای سکون انفجار[۱]

فشار سکونی که به وسیله موج انفجار ایجاد می شود را فشار سکون انفجار می نامند. برای بدست آوردن فشار سکون انفجار از رابطه (۴-۱۰) و رابطه ایزونتروپیک استفاده می کنیم :

$$u_P = M_x C_x - M_y C_y = C_x\left[M_x - M_y\left(\frac{T_y}{T_x}\right)^{1/2}\right] \qquad (۱۵-۴)$$

طبق رابطه ایزونتروپیک برای تغییرات فشار داریم :

$$\frac{P_{stag}}{P_y} = \left[1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M_y^2\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \qquad (۱۶-۴)$$

همانطور که می دانیم :

$$\frac{u_P}{C_x} = \frac{u_P}{C_y}\frac{C_y}{C_z} \quad \text{و} \quad \frac{P_{Stag}}{P_x} = \frac{P_{Stag}}{P_y}\frac{P_y}{P_x} \qquad (۱۷-۴)$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$P_{Stag} = P_y\left[1 + \frac{(\gamma-1)\left(\frac{u_P}{C_x}\right)^2}{2\left(\frac{T_y}{T_x}\right)}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \xrightarrow{\gamma=1.4} = P_y\left[1 + \frac{\left(\frac{u_P}{C_x}\right)}{5\left(\frac{T_y}{T_x}\right)}\right]^{3.5} \qquad (۱۸-۴)$$

حال از آنجا که $\frac{u_P}{C_x}$ و $\frac{T_y}{T_x}$ و $\frac{P_y}{P_x}$ را می توان با روابطی به M_X ربط داد بنابراین می توان P_{stag} را بر حسب M_x بدست آورد. اگر به طریقه مشابه برای دمای سکون انفجارعمل کنیم خواهیم داشت :

$$\frac{T_{Stag}}{T_x} = \frac{T_y}{T_x} + \frac{1}{2}(\gamma-1)\left(\frac{u_P}{C_x}\right)^2 \qquad (۱۹-۴)$$

۶- Blast stagnation and pressure and Temperature

۴-۴-۴- دمای پس ماند بعد از موج شوک[۱]

با عبور موج شوک از هر نقطه دما و فشار به P_y, T_y رسیده و سرعت موج انفجار به U_p می رسد. اما این حالت ناپایدار بوده و بعد از عبور موج شوک فشار به مقدار اولیه بازگشته و موج انفجار از بین می رود. اما یک تغییر پایدار در دما به خاطر طبیعت بازگشت ناپذیر موج شوک ایجاد می گردد. انبساط بعد از موج شوک از Py به فشار Px یک پروسه بدون اتلاف انرژی بوده و بنابراین تغییرات دما نیز در این انبساط ایزونتروپیک

می باشد.

در انبساط بعد از موج ضربه ای حاصل از انفجار، دما مطابق رابطه زیر از Ty به Tx تغییر می کند.

$$\frac{T_y}{T_x} = (\frac{P_y}{P_x})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad (۲۰-۴)$$

در انبساط بعد از موج شوک دما با ضریب $(\frac{P_x}{P_y})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ کاهش می یابد. بنابراین با توجه به سرعت صوت در گاز داریم :

$$\frac{C_P}{C_x} = \frac{\frac{C_y}{C_x}}{(\frac{P_y}{P_x})^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}} \qquad (۲۱-۴)$$

با توجه به رابطه موج شوک برای هوا خواهیم داشت :

$$\frac{T_{PS}}{T_x} = (\frac{C_{Ps}}{C_x})^2 = \frac{(\frac{P_y}{P_x}+6)(\frac{P_y}{P_x})^{5/7}}{6(\frac{\rho_y}{\rho_x})+1} \qquad (۲۲-۴)$$

در رابطه (۴-۲۲) C_{ps}, T_{ps} به ترتیب دما و سرعت صوت ماندگار بعد از عبور موج می باشد. (زمانی که فشار به مقدار اولیه باز می گردد). ps مخفف Post- Shock می باشد.

---

v- Post Shock Temperatures

۴-۵ پارامترهای مهم در بررسی امواج انفجار

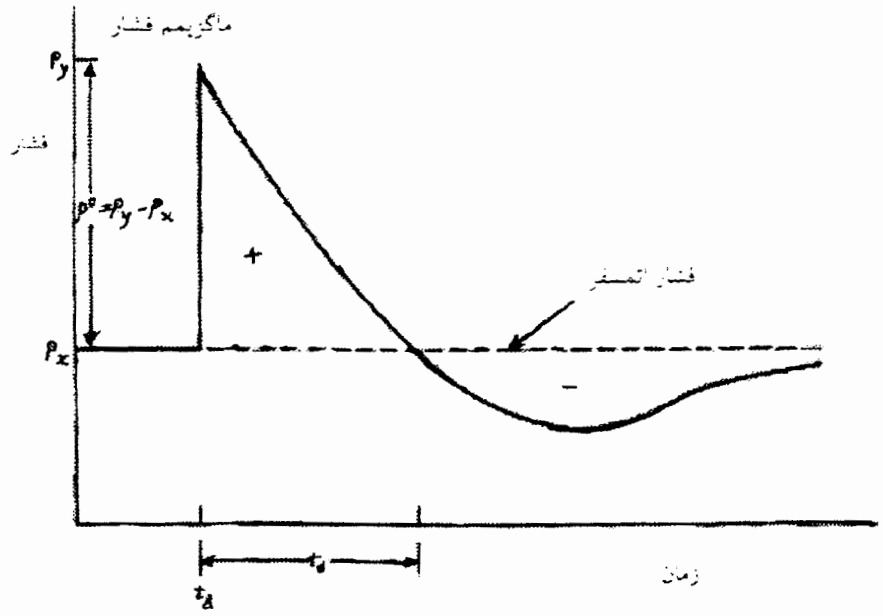
برای بررسی اثر امواج انفجار در یک محیط خنثی دانستن سه مشخصه آن لازم است :

۱- شدت موج شوک اولیه یا ماکزیمم فشار[۱]

۲- زمان تداوم موج[۲]

۳- ضربه در واحد سطح برای امواج فشاری[۳]

مضافاً این که برای اکثر مقاصد زمان رسیدن موج[۴] را نیز باید بدانیم. زمان دریافت عبارتست از زمانی که لازم است تا جبهه موج از مرکز انفجار به نقطه مورد نظر برسد که آن را به (ta) نمایش می دهیم در شکل (۴-۷) پارامترهای لازم نشان داده شده است :



شکل (۴-۶) منحنی فشار- زمان موج انفجار[۸]

۸- Peak Overpressure

۹- Duration of the Blast ware

۱۰- Impulse per unit Area

۱۱- Arrival time

۴-۵-۱ شدت موج شوک اولیه یا ماکزیمم فشار

مطابق شکل (۴-۶) ماکزیمم فشار Py می باشد و شدت آن از رابطه $\frac{\Delta P}{P_a}$ مشخص گردد. می توان شدت موج شوک را به عدد ماخ جریان ارتباط داد.

$$\frac{P_y}{P_a} = \frac{2\gamma M_x^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \qquad (۲۳-۴)$$

می توان نوشت :

$$\frac{\Delta P}{P_a} = \frac{2\gamma (M_x^2 - 1)}{\gamma + 1} \qquad (۲۴-۴)$$

۴-۵-۲- زمان تداوم موج (t_d)

مطابق منحنی فشار- زمان شکل (۴-۶) دیاگرام فشار دارای دو فاز مثبت و دیگری منفی است. فاز مثبت بیشترین خسارت را وارد می کند و بیشترین فشار در این ناحیه واقع است. مدت زمانی که فاز مثبت فشار ادامه می یابد را زمان تداوم موج می نامند. این زمان بین شروع ماکزیمم فشار و پایان فاز مثبت واقع است.

در فاز منفی منحنی فشار- زمان، گازهای حاصل از انفجار بیش از اندازه منبسط شده و درون موج تقریباً خلاء ایجاد می شود در نتیجه هوا به داخل مکیده می شود تا فشار منفی جبران گردد. مقدار فشار برای فاز منفی کوچکتر از فاز مثبت است در حالیکه زمان تداوم فاز منفی بیشتر است. برای بدست آوردن زمان تداوم موج از رابطه تجربی زیر(رابطه ۴-۲۵) استفاده می کنیم :

$$\frac{t_d}{\omega^{1/3}} = \frac{980\left[1 + (\frac{z}{0.54})^{10}\right]}{\left[1 + (\frac{z}{0.02})^{3}\right]\left[1 + (\frac{z}{0.74})^{6}\right]\sqrt{1 + (\frac{z}{6.9})^{2}}} \qquad (۲۵-۴)$$

در رابطه بالا $\frac{t_a}{\omega^{1/3}}$ زمان تأخیر به میلی ثانیه برای یک کیلوگرم T.N.T می باشد. برای هر ماده منفجره خاص می توان مقداری ازجسم را قرار داد که به اندازه یک کیلوگرمT.N.T انرژی تولید کند. Z در رابطه (۴-۲۶) فاصله تراز شده برحسب متر می باشد و از رابطه زیر محاسبه می شود :

$$Z = \frac{r(\rho_a)^{1/3}}{E^{1/3}} \qquad (۴-۲۶)$$

که E انرژی آزاد شده به ازای واحد جرم، ρ چگالی هوا و r فاصله واقعی می باشد.

۴-۵-۳- ضربه موج انفجار در واحد سطح (I)

ضربه مهمترین عاملی است که باعث ایجاد خسارت شده و می توان آن را درموقعیتهای مختلف کنترل کرد. میزان ضربه برای امواج انفجاری مساحت زیر منحنی فشار- زمان می باشد. قسمت عمده ضربه در فاز مثبت فشار اتفاق می افتد. بنابراین ضربه مثبت بر واحد سطح یکی از مشخصات مهم برای امواج انفجاری است. ضربه انفجار در واحد سطح را می توان از رابطه تجربی زیر محاسبه نمود :

$$\frac{I}{A} = \frac{0.067\sqrt{1+(\frac{Z}{0.23})^4}}{Z^2\sqrt[3]{1+(\frac{Z}{1.55})^3}} \qquad (۴-۲۷)$$

۴-۵-۴- زمان دریافت موج (ta)

همانطورکه گفته شد زمان دریافت موج، زمانی است که طول می کشد تا انفجار به ماکزیمم فشار برسد. فرض می کنیم C_X, U_X به ترتیب سرعت موج و سرعت صوت درهوای آزاد باشند، بنابراین از تعریف سرعت خواهیم داشت :

$$u_x = \frac{dr}{dt} = M_x C_x \longrightarrow dt = \frac{dr}{M_x C_x} \qquad (۴-۲۸)$$

با انتگرال گیری داریم :

$$t_a = \frac{1}{C_x} \int_{r_c}^{r} (\frac{1}{M_x}) dr \qquad (۲۹-۴)$$

t_a زمان دریافت موج ، r فاصله از مرکز انفجار و r_c شعاع خرج می باشد. با محاسبه M_x از رابطه (۴-۷) و جایگذاری در رابطه (۴-۲۹) داریم :

$$t_a = \frac{1}{C_x} \int_{r_c}^{r} \left[\frac{1}{1+\frac{6P}{7P_x}} \right]^{1/2} dr \qquad (۳۰-۴)$$

در رابطه اخیر $P_x = P_{atm} = P_0$ می باشد.

برای انتگرال گیری رابطه بالا از رابطه تجربی زیر استفاده می کنیم.

$$\frac{\Delta P}{P_x = P_0} = \frac{808\left[1+(\frac{z}{4.5})^2\right]}{\sqrt{1+(\frac{z}{0.048})^2}\ \sqrt{1+(\frac{z}{0.32})^2}\ \sqrt{1+(\frac{z}{1.32})^2}} \qquad (۳۱-۴)$$

ملاحظه می شود با داشتن فاصله از مرکز انفجار (r) می توان زمان دریافت (t_a) و با استفاده از زمان دریافت می توان M_x را مشخص کرد. اگر موج ضربه ای در مدت زمان t_a، فاصله r را بپیماید سرعت متوسط در این فاصله σ خواهد بود. می توان نوشت :

$$\sigma = \frac{r}{t_a} \longrightarrow r = \sigma t_a$$

با مشتق گیری از طرفین رابطه نسبت به σ خواهیم داشت:

$$\sigma(\frac{dt_a}{dr}) + t_a(\frac{d\sigma}{dr}) = 1 \qquad (۳۲-۴)$$

با استفاده از رابطه (۴-۲۸) می توان نوشت:

$$M_x = \frac{\sigma}{\sigma_x}\left[\frac{1}{1-(\frac{\gamma}{\sigma})(\frac{d\sigma}{dr})}\right] = \frac{\sigma}{\sigma_x}\left[\frac{1}{1-\frac{d\,Ln\,\sigma}{d\,Ln\,r}}\right] \qquad (۳۳-۴)$$

در مجموع می توان نتیجه گرفت که نرخ پیشروی موج بستگی به شدت موج یعنی $\Delta P = P_y - P_x$ دارد.

۴-۵-۵- پارامتر شکل موج[۱]

برای استفاده بهینه و مطلوب از موج انفجار بایستی بتوان تغییرات فشار با زمان را پیش بینی نمود. نمودار تغییرات فشار- زمان همان پارامتر شکل موج می باشد. پروفیل فشار- زمان موج(شکل ۴-۲) رفتاری تقریباً نمایی رابرای فشارنسبت به زمان نشان می دهد. تعیین این پروفیل هایی که تا کنون پیشنهاد شده اند دارای ضرایب ثابتی می باشند که در شرایط خاص تعیین می شوند. در ادامه به دو پروفیل پیشنهاد شده اشاره می شود.

۱- پروفیل اول :

رابطه فشار- زمان به صورت زیر تعریف می گردد:

$$P(t) = P_0 (1 - \frac{t}{t_d}) e^{\frac{-\alpha t}{t_d}} \qquad (۳۴-۴)$$

t_d زمان تداوم امواج در فاز مثبت فشار، P فشارلحظه ای و P_o فشار اتمسفر می باشد. α از رابطه زیر بدست می آید :

$$\frac{I}{A} = \text{ضربه بر واحد سطح} = \int_0^t P\,dt = P_0 t_a \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2}(a - e^{-\alpha})\right] \qquad (۳۵-۴)$$

در رابطه فوق زمان صفر زمانی است که ماکزیمم فشار را داریم.

۲- پروفیل دوم :

$$P = P_0 (1 - \frac{t}{t_d})(a_e^{-\alpha\tau} + b e^{-\beta\tau}) \;\; ; \;\; \tau = \frac{t}{t_d} \qquad (۳۶-۴)$$

۱۲- Wave Form Parameter

a و b و α و β توابعی از فشار هستند. لازم به ذکر است که مقادیر M_x و $\frac{\Delta P}{P_x}$، t_a، σ، t_d، $\frac{I}{A}$،

α برحسب Z در جداول موجود می باشند.

فصل پنجم

مقدمه ای بر رفتار خود مشابهی

۵-۱ مقدمه

در این بخش به بررسی حرکتهای خود مشابه می‌پردازیم. در ادامه نشان خواهیم داد که چگونه حلهای خودمشابه برای معادلات دینامیک گاز وجود دارد و خواص کلی حرکتهای خودمشابه آورده خواهد شد. همچنین در بررسی معادلات فرض می‌کنیم که گاز کامل و جریان آدیاباتیک و یک بعدی می باشد. سیستم معادلات برای چگالی، فشار و سرعت به عنوان تابعهای موقعیت و زمان بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial Ln\,\rho}{\partial t}+u\frac{\partial Ln\,\rho}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial r}+(\alpha-1)\frac{u}{r}=0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}=0 \qquad (۱-۵)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}LnP\rho^{-\gamma}+u\frac{\partial}{\partial r}LnP\rho^{-\gamma}=0$$

در معادله پیوستگی $\alpha=1,2,3$ بترتیب برای حالت صفحه‌ای، استوانه ای و کروی می‌باشد. متغیر r بیانگر راستای x در مختصات صفحه ای و شعاع در موارد کروی و استوانه‌ای می‌باشد.

در معادلات فوق متغیر t که بیانگر زمان می‌باشد و فقط در ترمهای مشتقات زمان وارد می‌شود بنابراین یک پرش در زمان به وسیله متغیر $t'=t+t_0$ بیان می‌شود بطوریکه معادلات تغییر نکند. بطور کلی مسائل خود مشابه می تواند در مواردی که بیش از دو پارامتر داشته باشیم و بخواهیم نمودارهای متعدد بدست آمده را به نمودارهای واحد که همپوشانی دارند تبدیل کنیم کاربرد دارند. مسائل دیفرانسیلی پاره ای[۱] جالب و مهمی وجود دارد که هیچ نوع مقیاس مشخصه طبیعی برای متغیرهای مستقلی که در فرمولبندی مسأله ظاهرشدند، وجود ندارد و هیچ مقیاس مشخصه ای برای طول یا زمان در این مسائل وجود ندارد در نتیجه می توان نشان داد که حل خود مشابهی

---

[۱] -PDE

باید وجود داشته باشد. با توجه به اینکه همه مسائل فیزیکی قابل بیان به شکل بی بعد مـی باشـند، لذا باید راههایی برای بی بعدسازی این مسائل وجود داشته باشد. یک راه ممکن، تلفیق متغیرهـا در گروه بی بعد می باشد. تحلیل بی بعدسازی بوسیله ترکیـب متغیرهـای مسـتقل، مقیـاس مشخصـه هندسه، شرایط مرزی یا شرایط اولیه، تحلیل خود مشابه نامیده می شود.

با متغیر متشابه، خانواده پروفیلها که در زمانهای مختلف وجود دارند به یک منحنی واحـد تبـدیل می شود و این اساس خود مشابهی است. هر چند که تابع یکتایی وجـود خواهـد داشـت لـذا یـک معادله دیفرانسیل معمولی[۲] خواهیم داشت. این یک مزیت کـاربردی مسـائل خـود مشـابهی بـا دو متغیـر مسـتقل (x,t) مـی باشـد. همـواره خـود مشـابهی، تعـداد متغیرهـای مسـتقل را بـه یـک متغیرکاهش می دهد.

به طور خلاصه، حل خود مشابهی زمانی وجود دارد که مسأله مقیـاس مشـابه[۳] نداشـته باشـد، بـه عبارتی مقیاسهای مشخصه[۴] برای متغیرهـای مسـتقل در فرمـول مسـأله وجـود نداشـته باشـد. در مسائل با دو متغیر مستقل، حلهای خودمشابه یک خانواده از منحنی هـا را بـه صـورت تـابعی از دو متغیر به تابعی واحد با متغیر متشابه تبدیل می کند. معادله دیفرانسیل پاره ای به وسیله حل خـود مشابه به معادله دیفرانسیل معمولی کاهش می یابد که ممکن اسـت توسـط برخـی تحلیـل هـای مناسب یا روش عددی حل شود. شکل مناسب تبدیل به معادله فـوق، بـه شـرایط اولیـه و شـرایط مرزی وابسته است.

بطور خلاصه دیده شد که حل های خود مشـابه وقتـی کـه هـیچ نـوع مقیـاس مشخصـه ای بـرای متغیرهای مستقل در فرمول بندی مسأله وجود ندارد استفاده می شوند. همواره تبـدیل خودمشـابه تعداد متغیرهای مستقل را به یکی کاهش می دهـد لـذا مسـأله دیفرانسـیل پـاره ای بـا دو متغیـر

---

۲ - ODE
۳ - Scale-Similar
۴ - Characteristic Scales

مستقل به یک معادله دیفرانسیل معمولی تبدیل می شود. مراحل اصولی حل خود مشابه به صورت زیر است :

۱) با استفاده از شرایط مرزی و ابتدایی، حل کلی را برای تبدیل درنظر می گیریم. فرمی از متغیرها را استفاده می کنیم که معادلات پیچیده را به فرم ساده ای تبدیل می کند.

۲) شرایط مرزی و ابتدایی را به فرم تبدیل تشابه بیان می کنیم و تحقیق می کنیم که بتوان توسط تبدیل فرض شده ارضا شوند و اگر نشدند درجه آزادی اضافی درنظرمی گیریم.

۳) یکی یا تعداد بیشتری از متغیرهای مستقل را با متغیر تشابه حذف می کنیم. سپس پارامترهای مجهول تبدیل را طوری تعیین می کنیم که مسأله دیفرانسیل پاره ای را به یک معادله دیفرانسیل معمولی یا مسأله دیفرانسیل پاره ای مرتبه پایینتر کاهش دهیم.

۴) شرایط مرزی و شرایط اولیه مسأله را کاهش داده و مسأله را به کمک روشهای تقریبی حل می کنیم

در معادلات دینامیک گاز پنج مقدار ابعادی t, r, u, P, ρ وجود دارد که ابعاد ۳ تا از اینها مستقل می‌باشد. به عنوان مثال اگر چگالی، فاصله و زمان را به عنوان مقادیر ابعادی پایه انتخاب کنیم، آنگاه ابعاد سرعت و فشار بصورت زیر خواهند بود.

$$[u]=\frac{[r]}{[t]} \qquad \text{و} \qquad [P]=\frac{[\rho][r^2]}{[t^2]} \tag{۲-۵}$$

در زیر سه حالت بدست آوردن معادلات مشابه آورده شده است:

۱- فرض کنیم تابع $\rho = f_1(r,t)$ ، $P = f_2(r,t)$ و $u = f_3(r,t)$ بیانگر حلهای معادلات برای تعدادی حرکت مشخص باشند. مقیاس چگالی را بدون اینکه مقیاسهای زمان و راستا تغییر کند، با معرفی متغیرهای جدید $\rho' = K\rho$ و $P' = KP$ تغییر می دهیم، لازم بذکر است که بقیه متغیرها بدون تغییر باقی می‌مانند بطوریکه این تبدیلات معادلات را تغییر نمی‌دهد.

اگر در همان زمان، تبدیل مشابه شرایط مرزی و اولیه را بوسیله ضرب کـردن چگـالی و فشـار در k انجام دهیم، حرکت جدید بدست خواهد آمد، که بوسیله توابع زیر بیان می‌شود:

$$\rho' = kf_1(r,t) \qquad P' = k f_2(r,t) \qquad u = f_3(r,t) \qquad (۳-۵)$$

حرکت جدید مشابه حرکت قبلی خواهد بود و تفاوت آنها فقط در مقیاس چگالی و فشار می‌باشد.

۲- فرض کنیم که مقیاس طول را بدون اینکه مقیاس زمان و چگالی تغییر کند، تغییر دهـیم. اگـر متغیرها را بصورت زیر تغییر دهیم، معادلات تغییر نمی‌کند.

$$r' = mr \quad , \quad u' = mu \quad , \quad p' = m^2 p \qquad (۳-۵)$$

و متغیرهای ρ و t بدون تغییر می ماند.

$$\rho' = \rho \quad و \quad t' = t \qquad (۴-۵)$$

بدین معنی که اگر حرکت را بصورت تابع تعریف کنیم با یک تغییر ساده مقیاس‌هـا مـی‌تـوان یـک حرکت جدید بدست آورد بصورتی که فواصل و سرعتها با ضرب کردن فاکتور m و فشار را با ضـرب کردن فاکتور m^2 و بدون اینکه چگالی تغییر کند، تعریف کرد. برای حرکت جدید راه حلی بصـورت زیر می توان بیان نمود.

$$\rho' = f_1(r',t) \quad و \quad P' = m^2 f_2(r',t) \quad و \quad u' = mf_3(r',t) \qquad (۵-۵)$$

۳- فرض کنیم که مقیاس زمان را تغییر دهیم بـدون اینکـه مقیـاس طـول و چگـالی تغییـر کنـد. معادلات اجازه تبدیل زیر را می‌دهد.

$$r' = r \quad و \quad \rho' = \rho \quad و \quad P' = \frac{P}{n^2} \quad و \quad u' = \frac{u}{n} \quad و \quad t' = nt \qquad (۶-۵)$$

بدین معنی که اگر سرعت را در فاکتور n^{-1} و فشار را در n^{-2} ضـرب کنـیم و چگـالی بـدون تغییـر بماند یک فرآیند جدید مشابه قبلی وجود خواهد داشت.

۵-۲ حرکتهای خودمشابه

همانطور که در بالا آورده شد معادلات دینامیک گاز اجازه تبدیلات متشابه را می‌دهد. یعنی جریانات متفاوت ولی مشابه با یکدیگر که مشتق شده از یکدیگر می‌باشند بوسیله تغییر مقیاسهای طول، زمان و چگالی وجود دارد.

حرکت بوسیله دو متغیر r و t و توابع $\rho = (r,t)$ ، $P = (r,t)$ و $u = (r,t)$ تعریف می‌شود. این توابع شامل پارامترهایی هستند که در شرایط اولیه و مرزی مساله وارد می‌شوند. این حرکات را خود مشابه گویند.

منحنی هر یک از متغیرها نسبت به زمان یا فاصله دارای شکل یکسان می‌باشند. با فرض اینکه مقیاس فشار $\Pi(t)$ و مقیاس طول $R(t)$ باشد در هنگام تغییرات منحنی توزیع فشار بدون تغییر باقی می‌ماند.

تابع $P = (r,t)$ را می توان بصورت $P(r,t) = \Pi(t)\,\pi(r/R)$ تعریف کرد بطوریکه مقیاسهای ابعادی Π و R به زمان وابسته می‌باشد و نسبت بدون بعد $\frac{P}{\Pi} = \pi(\frac{r}{R})$ نیز موجود می‌باشد. تابع مختصات بدون بعد جدید بصورت زیر $\xi = \frac{r}{R}$ تعریف می‌شود.

$P(r)$ منحنی توزیع فشار به عنوان یک تابع موقعیت برای هر زمان t می‌باشد. متغیرهای دیگر جریان یعنی چگالی و سرعت را می‌توان بصورت مشابه تعریف کرد.

در حرکات خودمشابه سیستم معادلات دیفرانسیل پاره‌ای دینامیک گاز به سیستم معادلات دیفرانسیلی معمولی، با متغیر مشابه $\xi = \frac{r}{R}$ کاهش می یابد. در ادامه حل معادلات دیفرانسیل پاره-ای (۵-۱) با متغیر مشابه ξ آورده شده است.

$$R = R(t) \qquad (۵-۷)$$

$$\xi = \frac{r}{R}$$

مقیاسهای فشار، چگالی، سرعت و طول همگی مستقل از یکدیگر نیستند، اگر $\rho_\circ$ و R را بعنوان مقیاسهای پایه انتخاب کنیم، آنگاه مقدار $\frac{dR}{dt}=\dot{R}$ را به عنوان مقیاس سرعت و $\rho.R^2$ را به عنوان مقیاس فشار در نظر می‌گیریم.

ما به دنبال راه حلی بصورت زیر می‌باشیم:

$$P=\rho_\circ \dot{R}^2\pi(\xi) \qquad \rho=\rho_\circ g(\xi) \qquad u=\dot{R}v(\xi) \tag{۵-۸}$$

در حالیکه g ، π، v توابع بدون بعد جدید می‌باشند. حال روابط (۵-۸) را در معادلات (۵-۱) جایگذاری می‌کنیم :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=\frac{d\rho_\circ}{dt}.g-\rho_\circ\frac{dg}{d\xi}\frac{r}{R^2}\frac{dR}{dt}=\dot{\rho}_\circ g-\rho_\circ g'\xi\frac{\dot{R}}{R}\ ,$$
$$\frac{\partial\rho}{\partial r}=\frac{\rho_\circ g'}{R} \tag{۵-۹}$$

بعد از مرتب کردن معادلات خواهیم داشت :

$$\frac{\dot{\rho}_\circ}{\rho_\circ}+\frac{\dot{R}}{R}\left[v'+(v-\xi)(Lng)'+(v-1)\frac{v}{\xi}\right]=0$$
$$\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2}v+(v-\xi)v'+\frac{\pi'}{g}=0 \tag{۵-۱۰}$$
$$\frac{R}{\dot{R}}\frac{d}{dt}(Ln\rho_\circ^{t-\gamma}\dot{R}^2)+(v-\xi)(Ln\pi g^{-\gamma})'=0$$

برای اینکه معادلات دارای معنی و مفهوم باشد لازم است که در معادلات (۵-۱۰) متغیرهای ξ و t از یکدیگر جدا شوند. به همین منظور در معادله دوم باید مقدار $\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2}=Const$ را قرار دهیم. بطوریکه $Const\neq 1$.

$$R=At^\alpha \tag{۵-۱۱}$$

برای مثال فرض می کنیم چگالی اولیه گاز در نقطه‌ایی که موج شاک در لحظه t واقـع شـده اسـت دارای $\rho_\circ$ می‌باشد (R مختصات جبهه شاک می‌باشد). روابط بین β و δ نشان می‌دهد:

$$\beta = \alpha\delta \qquad (۱۶-۵)$$

برای $\beta = 0$ آنگاه $\rho_\circ = const$، توابع P، u، ρ در رابطه (۵-۹) را می‌توان بصورت زیر نوشت :

$$P = Const \quad , \quad t^{2(\alpha-1)}\pi(\xi) = Const \quad , \quad R^{2(\alpha-1)/\alpha}\pi(\xi) \qquad (۱۷-۵)$$

$$u = Const \quad , \quad t^{\alpha-1}\nu(\xi) = Const \quad , \quad R^{\alpha-1/\alpha}\nu(\xi) \qquad (۱۸-۵)$$

$$\rho = Const\ g(\xi) \qquad (۱۹-۵)$$

۵-۳ شرایط برای حرکت خودمشابه

این سوال طبیعی است که چه شرایطی در یک مساله باید ارضاء شـود تـا یـک حرکـت خودمشـابه باشد. در معادلات دینامیک گاز (۵-۱) متغیرهای وابسته P، u، ρ و متغیرهای مستقل r و t وجود دارد. از آنجا که ابعاد فشار و چگالی شامل واحد جرم می‌باشند، حداقل یکی از پارامترهـا در مسـاله باید شامل واحد جرم باشد مثل چگالی اولیه گاز $(\rho_\circ)$ که دارای بعد $[ML^3]$ می‌باشـد، آنگـاه توزیـع مکانی چگالی بوسیله رابطه زیر داده می‌شود :

$$\rho_{00} = br^{\delta} \qquad (۲۰-۵)$$

در این صورت پارامتر b دارای بعد $[b]=ML^{-3-\delta}$ می‌باشد. در ادامه پـارامتر واحـد جـرم بوسـیله a نشان داده شده است. در بیشتر موارد $[a] = ML^kT^s$ می‌باشد در نتیجه:

$$[u] = LT^{-1} \qquad و \qquad [\rho] = ML^{-3} \qquad و \qquad [P] = ML^{-1}T^{-2} \qquad (۲۱-۵)$$

بدون اینکه کلیت مساله را از دست بدهیم می‌توان روابط زیر را پیشنهاد کرد:

$$P=\frac{a}{r^{k+1}t^{s+1}}P \quad \text{و} \quad \rho=\frac{a}{r^{k+3}t^{s}}G \quad \text{و} \quad u=\frac{r}{t}V \qquad (۲۲-۵)$$

بطوریکه V، G ،P توابع بدون بعد که وابسته به پارامترهای مساله و t, r متغیرهای مساله می‌باشند. در حالت کلی دو متغیر بدون بعد $\frac{t}{t_\circ}$, $\frac{r}{r_\circ}$ وجود دارد. $r_\circ$ و $t_\circ$ پارامتر با ابعاد طول و زمان می‌باشند. در این حالت توابع V، G ،P بطور جداگانه به r و t وابسته خواهند بود. در اینصورت مساله خود مشابه نخواهد بود.

حقیقت این است که امکان کاهش یک سیستم معادلات دیفرانسیلی پاره‌ای به یک سیستم معادلات دیفرانسیلی معمولی مساله را از دیدگاه ریاضی بسیار ساده می‌کند و همچنین امکان پیدا کردن حل‌های تحلیلی دقیق نیز در بسیاری موارد وجود دارد.

۵-۴ دو نوع حل خودمشابه

در واقع دو نوع حل خودمشابه متفاوت وجود دارد. خاصیت حل نوع اول اینست که t,r,α در همه مقیاسها بوسیله بررسیهای ابعادی یا از قوانین بقاء بدست می‌آیند. در این حالت توانها کسرهایی با صورت و مخرج صحیح می‌باشند. در این نوع مسائل همیشه دو پارامتر با ابعاد مستقل وجود دارد.

این پارامترها برای ایجاد یک پارامتر که دارای ابعاد واحد جرم می‌باشد مورد استفاده قرار می‌گیرند. پارامتر A شامل واحدهای طول و زمان می‌باشد. بوسیله دومین پارامتر یعنی A می‌توان یک ترکیب بدون بعد بصورت زیر ایجاد کرد :

$$\xi = r/At^{\alpha} \qquad (۲۳-۵)$$

ابعاد پارامتر A یعنی $LT^{-\alpha}$ بوسیله α تعیین می‌شود. مساله یک موج رقیق شده خودمشابه و مساله یک انفجار قوی از این دسته می‌باشد.

در مورد اول دو پارامتر ابعادی مستقل، فشار اولیه و چگالی اولیه $P_\circ$ و $\rho_\circ$ می‌باشند. این دو پارامتر را می‌توان با یکدیگر ترکیب نمود بطوریکه شامل واحد جرم نباشد، در نتیجه سرعت صوت اولیه $C_\circ = (\frac{\gamma P_\circ}{\rho_\circ})$ می باشد.

به همین ترتیب خواهیم داشت :

$$\xi = \frac{r}{C_\circ t} \qquad \alpha = 1 \qquad (۲۴-۵)$$

در مساله انفجار قوی پارامترها شامل چگالی اولیه گاز $\rho_\circ \sim NL^{-3}$ و انرژی انفجار $E \sim ML^2T^{-2}$ می‌باشد. انرژی E در واقع همیشه برابر با انرژی نهایی می‌باشد. فشار اولیه و سرعت صوت $P_\circ, C_\circ$ در مساله انفجار قوی فرض می‌شود برابر صفر می‌باشد، در نتیجه این مقادیر جزء پارامترهای مساله در نظر گرفته نمی‌شود.

پارامتر $\rho_\circ$ و E برای ایجاد یک پارامتر که شامل جرم نباشد $A = (\frac{E}{\rho_\circ})^{1/5} \sim LT^{2/5}$ بکار می رود

بنابراین متغیر تشابه بصورت زیر می‌باشد :

$$\xi = \frac{r}{(E/\rho_\circ)^{1/5} t^{2/5}} \qquad \text{و} \qquad \alpha = \frac{2}{3} \qquad (۲۵-۵)$$

در یک انفجار قوی در یک محیط با چگالی اولیه متغیر $\rho_{\circ\circ} = br^\delta$، انرژی انفجار $E \sim ML^2T^{-2}$ و ضریب $b \sim ML^{-3-\alpha}$ به عنوان دو پارامتر مساله می‌باشند. این دو پارامتر می‌توانند برای ایجاد پارامتر A که شامل واجد جرم نمی‌باشد بکار رود.

$$A = (\frac{E}{b})^{1/(5+\delta)} \sim LT^{-2/(\delta+5)} \qquad (۲۶-۵)$$

متغیر تشابه هم بصورت زیر می‌باشد:

$$\xi = \frac{r}{(\frac{E}{b})^{1/(5+\delta)} t^{2/(5+\delta)}} \qquad \alpha = \frac{2}{5+\delta} \qquad (۲۶-۵)$$

همانطور که قبلاً نشان داده شد توان تشابه به عنوان یک پارامتر در سیستم معادلات دیفرانسیلی وارد می‌شود. تا تعداد توابع را کاهش دهد. در مسائل خود مشابه از این نوع، عدد α فوراً از بررسیهای ابعادی (یا از قوانین بقاء) بدست می‌آید، بنابراین مساله به انتگرال‌گیری از سیستم معادلات با شرایط مرزی و پارامترهای مشخص کاهش می‌یابد.

در مسائل خود مشابه از نوع دوم، α را نمی‌توان از بررسیهای ابعادی یا از قوانین بقاء بدون حل معادلات بدست آورد. در این حالت برای تعیین α باید از معادلات دیفرانسیلی معمولی انتگرال گرفت.

برای مثال بارگذاری آنی و انفجار درونی موج شاک از نوع دوم مسائل خودمشابه می‌باشند.

۵-۵ حرکت خود مشابه موجهای صفحه ای ، کروی و استوانه ای در یک گاز

۵-۵-۱- اصول خود مشابهی

حرکت یک گاز، مایع یا جامد هنگامی یک بعدی گفته می شود که همه خواص به یک جهت و زمان بستگی داشته باشد. از روشهای تحلیل ابعادی می‌توان برای پیدا کردن راه حلهای دقیق برای مسائل حرکت یک بعدی تراکم پذیر ناپایدار استفاده کرد. از راه حلهای دقیق می توان برای مطمئن شدن از حلهای تقریبی و قابل قبول دانستن آنها در حل مسائل دینامیک گاز استفاده کرد. برای متمایز کردن مسائلی که می توان با استفاده از روشهای تحلیل ابعادی حل نمود، ابتدا به تحلیل متغیرها ی وابسته و پارامترهای مشخصه حرکت یک بعدی می پردازیم. متغیرهای فیزیکی پایه در مختصات اویلری عبارتند از سرعت V، چگالی ρ، فشار P و پارامترهای مشخصه عبارتند از r، زمان t و خواصی که در معادلات ، شرایط اولیه و شرایط مرزی وارد می شوند. با فرض اینکه ثابت a یک پارامتر مشخصه می باشد ، بدون از دست دادن اصول کلی می توان سرعت، چگالی و فشار را به صورت زیر بنویسیم.

$$[a]=M L^k T^s$$

$$v=\frac{r}{t}V^* \quad \text{و} \quad \rho=\frac{a}{r^{k+3}t^s}R^* \quad \text{و} \quad P=\frac{a}{r^{k+1}t^{s+2}}P^* \qquad (۲۸-۵)$$

مقادیر P^*,R^*,V^* مقادیر دلخواهی هستند که بـه ترکیبـات بـدون بعـد t , r و دیگـر پارامترهـای مساله بستگی دارند. ثابت b را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$[b]=L^m T^n$$

n می تواند عددی صحیح ، کسری و یا غیر جبری باشد. تنها متغیر مستقل بدون بعد عبارتسـت از λ که می توان آنرا به صورت زیر نوشت:

$$\lambda=\frac{r}{b^{1/m}t^{\delta}} \quad \text{و} \quad m\neq 0 \quad \text{و} \quad \delta=-\frac{n}{m} \qquad (۲۹-۵)$$

اگر $m=۰$ باشد آنگاه V ,R ,P فقط به زمان t بستگی دارد و سرعت V هم متناسب با r مـی باشـد. حل اینگونه معادلات دیفرانسیلی معمولی را به دو روش حـل دقیـق و حـل تقریبـی بـا اسـتفاده از انتگرال گیری عددی می توان انجام داد که اینگونه حرکات را خود مشـابه[۵] مـی گوینـد . در ادامـه تعدادی از این مسائل را می توان به راحتی با این روش حل نمود، فرموله می کنیم.

همانطور که گفته شد فرض بر این است که گاز کامل ، غیرلزج و بدون هدایت حرارتـی مـی باشـد بنابراین حرکت هیچ گونه تغییرات شیمیایی و فیزیکی ندارد. معـادلات پیوسـتگی انـدازه حرکـت و انرژی به صورت زیر می باشد .

---

[۵] - Self- Similar

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial t}+\alpha\dfrac{\partial v}{\partial r}+\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial r}=0 \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t}+\dfrac{\partial \rho v}{\partial r}+(\alpha-1)\dfrac{\rho v}{r}=0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(\dfrac{P}{\rho^{\gamma}})+v\dfrac{\partial}{\partial r}(\dfrac{P}{\rho^{\gamma}})=0 \end{cases} \qquad (۳۰-۵)$$

بـه طوریکـه $\gamma=1.4$ مـی باشـد و در حالـت صـفحه ای $\alpha=1$، در حالـت اسـتوانه ای $\alpha=2$ و در حالت کروی $\alpha=3$ می باشد. مساله خود مشابهی حرکت را می توان با تعـدادی پـارامتر بـا ابعاد مستقل و شرایط اضافی مساله تعیین نمود.

در معادلات دینامیک گاز تنها یک ثابت و جود دارد و آن سـرعت نـور در خـلاء مـی باشـد و تنهـا متغیر بدون بعد در حرکت یک بعدی گاز عبارتست از :

$$\lambda=\frac{r}{(ct)}$$

در ادامه به بررسی مساله انفجار قوی می پردازیم.

وقتی یک انفجار در یک گاز صورت می گیرد مقدار محدودی انرژی $E_{\circ}$ فوراً آزاد می شـود. در ایـن روش فرمولاسیون از جرم و ابعاد انرژی آزاد شده ماده صرف نظر می کنیم. سه ثابت با ابعاد مسـتقل وجود دارد که عبارتند از:

ρ_1 چگالی اولیه گاز، P_1 فشار اولیه و انرژی انفجار $E_{\circ}$

تحت شرایط آدیاباتیک پارامترهای ویژه حرکت گاز آشفته شده در اثر انفجـار را مـی تـوان بوسـیله مقادیر E_1, P_1, ρ_1 تعریف کرد. تحلیل ابعادی نشان می دهد که مقـادیر بـدون بعـد وابسـته را مـی توان تنها بوسیله پارامترهای بدون بعد زیر نمایش داد.

$$\gamma \quad \text{و} \quad \frac{P_1^{\rho/6}\,t}{E_{\circ}^{1/3}\,\rho_1^{1/2}} \quad \text{و} \quad \lambda=\frac{\rho_1^{1/5}\,r}{E_{\circ}^{1/5}\,t^{2/5}} \qquad (۳۱-۵)$$

τ, λ متغیرها می باشند. تجربه نشان می دهد که یک پرش ناگهانی در خـواص در مرزهـا در طـول انفجار رخ می دهد و یک موج شوک شکل می گیرد و شعاع آن با افزایش زمان، افزایش می یابد. فشار اولیه P_1 به خاطر شرایط دینامیکی موج شوک وارد مساله می شود. به طور کلـی اگـر انفجـار قوی باشد(E_0بزرگ باشد)، آنگاه فشار پشت موج شوک تولید شده توسـط انفجـار بسـیار بزرگتـر از انفجار اولیه در گاز خواهد بود و حرکت گاز در فواصل کوچک از مرکز انفجار مستقل از فشـار اولیـه خواهد بود از اینرو دو ثابت ρ_1 و E_0 لازم و ضروری می باشد. حذف فشار اولیـه معـادل قـرار دادن $P_1 = 0$ در معادلات موج شاک می باشد، در اینصورت حرکت گاز را می توان خـود مشـابه بررسـی کرد . از آنجا که نمی توان P_1 را نادیده گرفت حرکت گـاز آشـفته در اثـر انفجـار در فواصـل دور از انفجار خود مشابه خواهد بود. با داشتن فشار اولیه کوچک P_1، زمان t می توان مساله خـود مشـابهی پخش شدن یک انفجار قوی در یک محیط با چگالی متغیر را تعیین نمود. همانطور کـه گفتـه شـد حرکت یک بعدی گاز ایده‌ال در حالت آدیاباتیک یک حرکت خود مشابه خواهد بود.

۵-۶ شرایط در جلوی موج شوک برای حرکت خود مشابه

در این مورد خاص ثابت Q یک پارامتر کلیدی می باشد از آنجایی که Q دارای ابعاد زیر می باشد.

$$[Q]=L^2\,T^{-2}$$

می توان فرض کرد n =-۲, m = ۲ , δ =۱ می باشد بنابراین

$$\lambda=\frac{\beta r}{\sqrt{Q}\,t}$$

در حالیکه β یک ثابت می باشد.

ثابت ابعادی دوم عبارتست از A که دارای بعد $[A]=M\,L^{\omega-3}$ می باشد. اگر از پدیده خـود مشـابهی استفاده کنیم خواهیم داشت که در t = ۰ مقدار چگالی و فشار به صورت زیر خواهد بود.

$$\rho_1=k_1\,\frac{A}{r^{\omega}} \qquad \text{و} \qquad P_1=k_2\,\frac{AQ}{r^{\omega}} \tag{۳۲-۵}$$

بطوریکه k_1 و k_2 ثابت می باشند.

اگر فرض کنیم که گاز در ابتدا ساکن بوده هیچ نیرویی به آن وارد نمی شود. آنگاه داریم:

$\omega \neq 0$ و $k_2 = 0$

بنابراین در یک محیط آشفته شده در حالت تعادل داریم:

$P_1 = 0$

اگر $\omega = 0$ آنگاه $P = cte$ و مخالف صفر می باشد. برای حرکت خود مشابه با پخش حرارتی داریم:

$$\begin{cases} R_1 (V_1 - 1) = R_2 (V_2 - 1) \\ V_1 - 1 + \dfrac{z_1}{\gamma_1 (v_1 - 1)} = V_2 - 1 + \dfrac{Z_2}{\gamma_2 (V_2 - 1)} \\ \dfrac{1}{2}(V_1 - 1)^2 + \dfrac{Z_1}{\gamma_1 - 1} + \dfrac{Q}{C^2} = \dfrac{1}{2}(V_2 - 1)^2 + \dfrac{Z_2}{\gamma_2 - 1} \end{cases} \qquad (۳۳-۵)$$

به طوریکه در موج شوک داریم:

$\lambda = \lambda^* = Const$

برای حرکت موج شوک داریم:

$$\frac{\beta^2}{\lambda^{*2}} = \frac{Q}{C^2} \quad \text{و} \quad C = \frac{d/2}{dt} = \frac{\lambda^*}{\beta}\sqrt{Q} = \frac{r_2}{t} \quad \text{و} \quad r_2 = \frac{\lambda^*}{\beta}\sqrt{Q}\, t \qquad (۳۴-۵)$$

اگر تعدادی موج شوک داشته باشیم آنگاه می توان برای یکی از این امواج $\lambda^* = 1$ قرار داده و از شرط چاپمن – ژوگیوت نتیجه می شود.

$$Z_2 = (V_2 - \delta)^2 \qquad (۳۵-۵)$$

اگر موج شوک در یک گاز کامل در حال سکون پخش شده باشد آنگاه $V_1 = 0$ و خواهیم داشت:

$$R_2 = R_1 \left[\frac{\gamma_2}{\gamma_2 + 1}(1 + \frac{Z_1}{\gamma_1})(1 - \Lambda) \right]^{-1}$$

$$V_2 = 1-\left[\frac{\gamma_2}{\gamma_2+1}(1+\frac{Z_1}{\gamma_1})(1-\Lambda)\right]$$

$$Z_2 = \frac{\gamma_2^2}{(\gamma_2+1)^2}(1+\frac{Z_1}{\gamma_1})^2(1-\Lambda)(1+\gamma_2\Lambda) \qquad (۳۶-۵)$$

$$\Lambda^2 = 1-\frac{(\gamma_2^2-1)\left[\frac{2}{\gamma_1-1}Z_1+1+\frac{2Q}{C^2}\right]}{\gamma_2^2(1+\frac{Z_1}{\gamma_1})^2}$$

شرط چاپمن – ژوگیوت معادل $\Lambda = 0$ می باشد اما شرط چاپمن – ژوگیوت ارضاء نمی شود و آنگاه $V_1 = Z_1 = 0$

$$R_2 = R_1\frac{\gamma_2+1}{\gamma_2(1-\Lambda)} \quad و \quad V_2 = \frac{1+\gamma_2-\Lambda}{\gamma_2+1} \quad و \quad Z_2 = \frac{\gamma_2^2}{(\gamma_2^2+1)^2}(1-\Lambda)(1+\gamma_2\Lambda) \qquad (۳۷-۵)$$

مقدار V_2 و Z_2 در پشت شاک بر روی سهمی زیر واقع شده اند.

$$Z_2 = \gamma_2 V_2(1-V_2) \qquad (۳۸-۵)$$

سهمی از مبدا می گذرد جائیکه $\Lambda = -\frac{1}{\gamma_2}$ و مقدار Λ وقتی که در منحنی رو به جلو حرکت می کنیم از مبدا افزایش پیدا می کند.

۵-۷ انتگرال گیری جبری بر روی حرکت خود مشابه

انتگرال گیری از معادلات دیفرانسیلی را می توان با استفاده از شرایط مرزی و اولیه و تحلیل ابعادی حرکت خود مشابه بدست آورد. به عبارت دیگر مرتبه معادلات را کاهش داد.

در اینجا به بررسی حرکت آدیاباتیک یک بعدی و ناپایدار یک گاز کامل در مختصات کروی می-پردازیم. بنابراین معادلات زیر را داریم :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho v}{\partial r}+\frac{(\alpha-1)\rho v}{r} = 0 \qquad (۳۹-۵)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial r} = \sigma_\alpha \rho r^{\alpha-1} \qquad (۴۰-۵)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{G\mu}{r^{\alpha-1}} = 0 \qquad (۴۱-۵)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + v\frac{\partial S}{\partial r} = 0 \qquad (۴۲-۵)$$

بطوریکه:

$$\sigma_v = 2(\alpha-1)\pi + (\frac{1}{2})(\alpha-2)(\alpha-3) \qquad (۴۳-۵)$$

$$[G]=M^{-1}L^3T^{-2} \quad \text{و} \quad [\mu]=ML^{\upsilon-3} \qquad (۴۴-۵)$$

G ثابت ثقلی، S آنتروپی و μ جرم می باشد. ابتدا به بررسی حرکتهای خود مشابه ارائه شده با دو ثابت a, b می پردازیم.

$$[a]=ML^kT^S \quad \text{و} \quad [b]=L^mT^n \qquad (۴۵-۵)$$

برای $m \neq 0$ می توانیم داشته باشیم.

$$a_1 = ab^{(-k-3)/m} \quad \text{و} \quad [b]=L^mT^n \qquad (۴۶-۵)$$

برای حرکتهای خود مشابه وقتی $m \neq 0$ می توان نوشت:

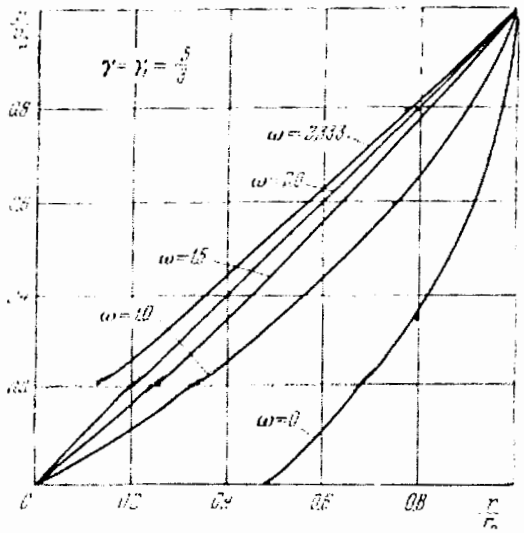
$$\begin{cases} \lambda=\dfrac{r}{b_1 t^\delta} \quad , \quad v=\dfrac{r}{t}V(\lambda) \quad , \quad \rho=\dfrac{a}{r^{k+3}t^S}R(\lambda) \\ P=\dfrac{ar^2}{r^{k+3}t^{S+2}}P(\lambda) \quad , \quad \mu=\dfrac{ar^\alpha}{r^{k+3}t^S}M(\lambda) \end{cases} \qquad (۴۷-۵)$$

با ترکیب کردن معادلات فوق می توان یک سیستم ۴ معادله دیفرانسیلی برای $V(\lambda)$، $R(\lambda)$، $P(\lambda)$ و $M(\lambda)$ داشت.

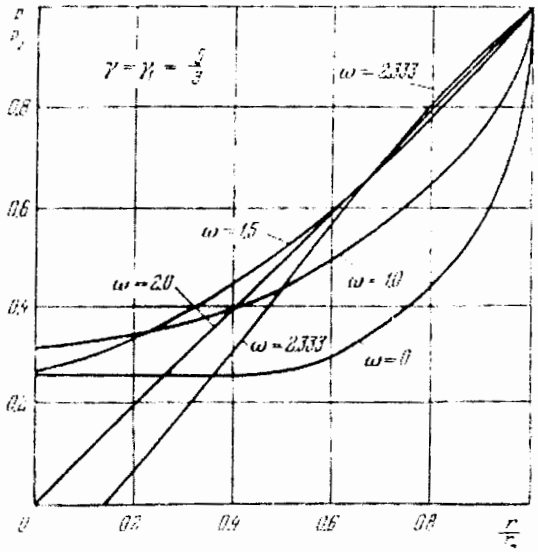
۵-۸ انفجار کروی

در این قسمت به بررسی آشفتگی ایجاد شده در مرکز یک سیستم متقارن در اثر انفجار می پردازیم. فرض می‌کنیم در لحظه $t = 0$ گاز در حالت غیر آشفته می باشد و در لحظه $t > 0$ در اثر عبور موج انفجار که در داخل گاز انتشار می یابد گاز بصورت آشفته در می آید. همچنین فرض می کنیم که فقط در جبهه موج شوک گرما تولید می شود و در پشت موج شوک، حرکت گاز آدیاباتیک می باشد. مقادیر ρ_1 چگالی و فشار P_1 یک مقدار ثابت و غیر صفر می باشند. حرکت گاز کامل آشفته شده را بوسیله پارامترهای $r, t, \gamma, \gamma_1, \rho_1, P_1, Q$ تعیین می کنیم بطوریکه Q گرمای جابجا شده در واحد جرم گاز در جبهه موج می باشد. γ_1 و γ مقادیر مناسب نسبت گرمای ویژه می باشد. γ_1 در جلوی جبهه موج شوک و γ در پشت جبهه موج شوک می باشد.

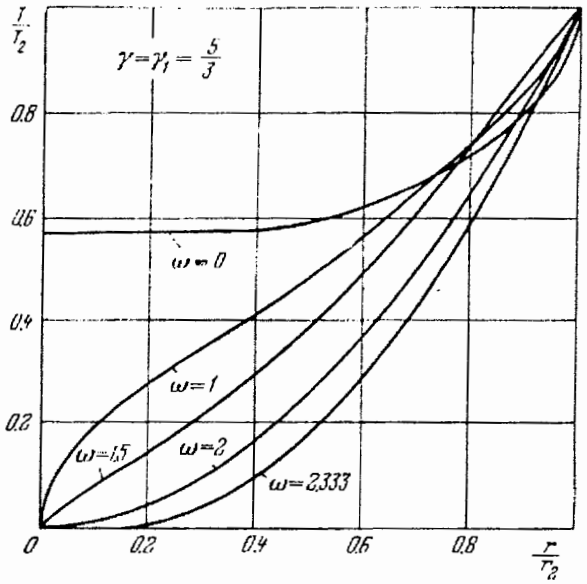
با توجه به فرضیات فوق، حرکت انفجار کروی یک حرکت خود مشابه خواهد بود. شکلهای (۵-۱ الی ۵-۳) نیز موید همین مطلب می باشد.



شکل(۵-۱) توزیع سرعت پشت جبهه موج انفجار $(P_1 = 0, \rho_1 = A/r^{\omega})$ [۱۳]



شکل(۵-۲) توزیع فشار پشت جبهه موج انفجار $(P_1=0\,,\rho_1=A/r^{\omega})$ [۱۳]



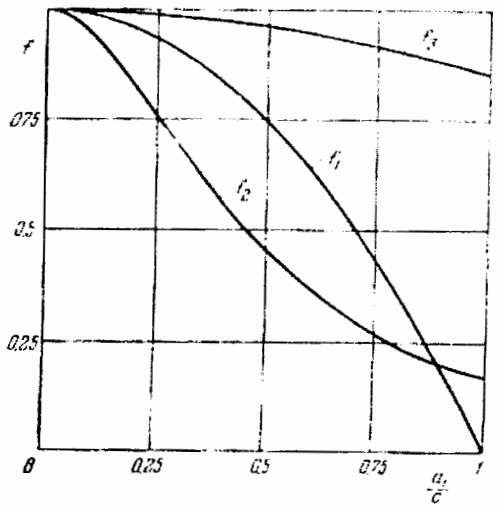
شکل(۵-۳) توزیع دما پشت جبهه موج انفجار $(P_1=0\,,\rho_1=A/r^{\omega})$ [۱۳]

۵-۹ انفجار قوی در یک گاز

استدلالهایی که در ادامه خواهد آمد نشان می‌دهد که در یک انفجار قوی هوای آشفته شده بوسیله یک موج شوک از گاز یا هوای غیر آشفته جدا می‌شود. همانطوریکه قبلاً اشاره شد در انفجار قوی از فشار در جلوی موج شوک می‌توان در مقایسه با پشت موج شوک صرفنظر نمود. ابتدا به بررسی این موضوع می‌پردازیم که دقت این حالت برای کدام موج شوکها قابل قبول می‌باشد. با استفاده از این خاصیت که $V_1 = 0$ می‌باشد شرایط موج شوک را دوباره بازنویسی می‌کنیم.

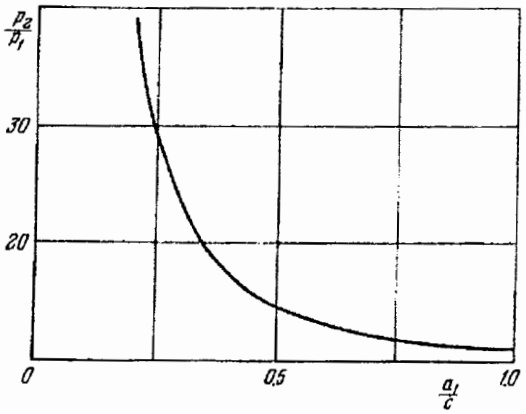
$$\begin{cases} v_2 = \dfrac{2}{\gamma+1}\left[1-\dfrac{a_1^2}{C^2}\right] = \dfrac{2C}{\gamma+1} f_1 \\ \rho_2 = \dfrac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_1\left[1+\dfrac{2}{\gamma-1}\dfrac{a_1^2}{C^2}\right]^{-1} = \dfrac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_1 f_2 \\ P_2 = \dfrac{2}{\gamma+1}\rho_1 C^2\left[1-\dfrac{\gamma-1}{2\gamma}\dfrac{a_1^2}{C^2}\right] = \dfrac{2}{\gamma+1}\rho_1 C^2 f_3 \end{cases} \qquad (۴۸-۵)$$

بطوریکه C سرعت انتشار موج شاک می‌باشد (شکل۵-۴).



شکل(۵-۴) رابطه توابع f_1, f_2, f_3 با نسبت a_1/c [۱۳]

همانطور که در شکل نمایان است برای داشتن موج شوک قویتر، نسبت $\frac{a_1}{C}$ کوچکتر لازمست. در شکل فوق f_1, f_2, f_3 به عنوان تابعهای $\frac{a_1}{C}$ می‌باشند. در شکل (۵-۵) نسبت $\frac{P_2}{P_1}$ تحت عنوان تابع نسبت $\frac{a_1}{C}$ برای $\gamma = 1.4$ نشان داده شده است.



شکل (۵-۵) توزیع نسبت فشار P_2/P_1 به a_1/c [۱۳]

هنگامی که $(\frac{a_1}{C} < 0.1)$ باشد مقادیر f_1, f_2, f_3 متفاوت از مقدار واحد می‌باشد. اگر قرار دهیم

$\frac{a_1}{C} = 0$ آنگاه

$f_1, f_2, f_3 = 1$

در معادله (۵-۴۳) اگر $P_1 = 0$ قرار دهیم آنگاه یک خطای کمتر از ۵ درصد در مقادیر ρ_2, P_2, ν_2 به وجود می‌آید و شرایط در موج شوک بصورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases} v_2 = \dfrac{2}{\gamma+1} C \\ \rho_2 = \dfrac{\gamma+1}{\gamma-1} \rho_1 \\ P_2 = \dfrac{2}{\gamma+1} \rho_1 C^2 \end{cases} \qquad (۴۹-۵)$$

باید یادآور شد که E دارای ابعادی مشابه $E_\circ$(انرژی که در اثر انفجار آزاد می‌شود)می‌باشد. ابعـاد E عبارتند از:

در مختـــصات کـروی $[E]=M L^2 T^{-2}$

در مختصات استـوانه‌ای $[E]=M L T^{-2}$

در مختصات صفحه‌ای $[E]=M T^{-2}$

همه موارد فوق را می‌توان بصورت فرم ساده زیر نوشت:

$$[E]=M L^{\alpha-1} T^{-2}$$

واضح است که ثابت E مستقیماً متناسب با $E_\circ$ می‌باشد و α نیز یک ثابت می‌باشد.

$$E_\circ = \alpha E \qquad (۵۰-۵)$$

در این مورد، فقط پارامتر بی بعد λ توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\lambda = \frac{r}{(\frac{E}{\rho_1})^{1/(2-\lambda)} t^{\frac{2}{(2+\alpha)}}} \qquad (۵۱-۵)$$

حرکت موج شوک به راحتی بدون حل کردن معادلات حرکت گاز تعیین می‌شود که نیاز به ثابت-های ضروری با ابعاد مستقل از E, ρ_1 نـدارد. بـویژه اینکـه لازم نیسـت فـرض کنـیم کـه ضـریب $\gamma = \frac{C_P}{C_v}$ در معادلات یک مقدار ثابتی است.

مختصات موج شوک r_2 یک تابع زمان t می‌باشد و توسط رابطه زیر داده می‌شود.

$$r_2 = (\frac{E}{\rho_1})^{1/(2,\alpha)}\ t^{2/(2+\alpha)}\ \lambda^* \qquad (۵۲-۵)$$

بطوریکه $\lambda^* = Const$ و می‌تواند هر عدد غیر صفر باشد. مقدار E را می‌توان از مقدار انرژی شار E_0 محاسبه کرد و ثابت α در فرمول (۵-۴۵) را از حل معادلات حرکت تعیین کرد. بمنظور سادگی $\lambda^* = 1$ در نظر می‌گیریم بنابراین در مختصات کروی، حرکت موج شوک توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$r_2 = (E/\rho_1)^{1/5}\ t^{2/5} \qquad \text{و} \qquad C = \frac{2}{5}\ (\frac{E}{\rho_1})^{1/4} \qquad \text{و} \qquad \frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{\rho_1}}\ \frac{1}{r_2} \qquad (۵۳-۵)$$

در مختصات استوانه‌ای:

$$r_2 = (E/\rho_1)^{1/5}\ t^{2/5} \qquad \text{و} \qquad C = \frac{1}{2}\ (\frac{E}{\rho_1})^{1/4} \qquad \text{و} \qquad \frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{\rho_1}}\ \frac{1}{r_2} \qquad (۵۴-۵)$$

در مختصات صفحه‌ای:

$$r_2 = (\frac{E}{\rho_1})^{1/3}\ t^{2/3} \qquad \text{و} \qquad C = \frac{2}{3}\ (\frac{E}{\rho_1})^{1/3} \qquad \text{و} \qquad t^{-1/3} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{E}{\rho_1}}\ \frac{1}{\sqrt{r_2}} \qquad (۵۵-۵)$$

این فرمولها نشان می‌دهد که قانون میرایی موج شوک به شکل شارژ وابسته می‌باشد. فرمولهای فوق در مختصات کروی با نتایج تجربی انطباق خیلی خوبی دارد. دمای هوا در منطقه آشفته شده در فاصله‌های نزدیک به مرکز انفجار خیلی بالاست. دمای پشت موج شوک، با افزایش زمان کاهش می‌یابد.

به دلیل افزایش چگالی شکل ظاهری جبهه موج به صورت شکل اولیه خود باقی می ماند. تیلور رابطه بین شعاع r_2 موج شوک کروی و زمان اندازه گیری شده از لحظه شروع انفجار را پیدا نمود. محدودهٔ شعاع در زمان 0.1×10^{-3} تا 62×10^{-3} ثانیه از ۱۱ الی ۱۸۵ متر می باشد. فرمول سرعت موج شوک را می توان بصورت زیر نوشت:

$$C=\frac{2}{\alpha+2}\ \frac{r}{t} \qquad (۵۶-۵)$$

با جایگزین کردن رابطه فوق بر C در روابط (۵-۴۹) و تغییر دادن آن به متغیرهای بدون بعد $R، P$ و V مقادیر $Z=\gamma\frac{P}{R}$ در پشت جبهه موج شاک می توان بدست آورد.

$$\begin{cases} V_2=\dfrac{4}{(\gamma+1)(\nu+2)} \\ R_2=\dfrac{\gamma+1}{\gamma-1} \\ Z_2=\dfrac{\gamma\gamma(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2(\alpha+2)^2} \end{cases} \qquad (۵۷-۵)$$

بنابراین می توان اثبات کرد که یک حل خود مشابه برای مسأله انفجار قوی وجـود دارد. فرمولهـای استاندارد، جداول، منحنی داده شده برای $P_1=0$ و هر مقدار اولیه برای ρ_1 و انرژی انفجـار اولیـه E_0 قابل قبول می باشد.

با استفاده از روابط موج شوک داریم:

$$\begin{cases} \dfrac{r}{r_2},\lambda \quad , \quad \dfrac{\nu}{\nu_2}=f=\dfrac{(\nu+2)(\gamma+1)}{4}\lambda V \\ \dfrac{\rho}{\rho_2}=g=\dfrac{\gamma-1}{\gamma+1}R \quad , \quad \dfrac{P}{P_2}=h=\dfrac{(\nu+2)^2(\gamma+1)}{\gamma\gamma}\lambda^2 RZ \end{cases} \qquad (۵۸-۵)$$

$$\begin{cases} \rho_2=\dfrac{\gamma+1}{\gamma-1}\rho_1 \\ P_2=\dfrac{\gamma E}{(\nu+2)^2(\gamma+1)}\dfrac{1}{r_2\nu} \\ T_2=\dfrac{P_2}{R\rho_2} \end{cases} \qquad (۵۹-۵)$$

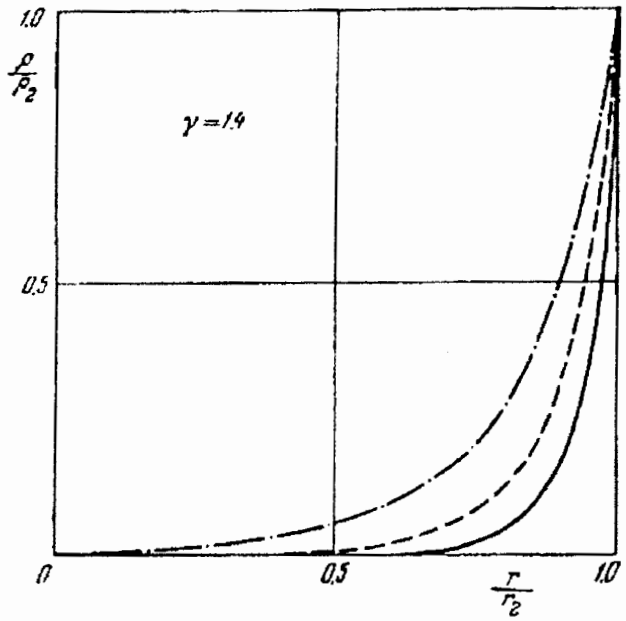
مختصات اولیه یک جزء گاز را در مختصات لاگرانژی، r_0 در نظر می گیریم. بدیهی است که مختصات r_0 برای هر جزء برابر شعاع r_2 موج شوک در لحظه ایی است که جزء گاز می گذرد. با توجه به شرط آدیاباتیک بودن جریان پشت جبهه موج، شرایط موج شوک از رابطه زیر پیروی می کند:

$$\frac{P}{\rho^\gamma}=\frac{P_2}{\rho_2^\gamma}(r_0)=\frac{\gamma(\gamma-1)^\gamma}{(\nu+2)^2(\gamma+1)^{\gamma+1}}\ \frac{E}{\rho_1\gamma}\ \frac{1}{r_0^\nu} \qquad (۶۰-۵)$$

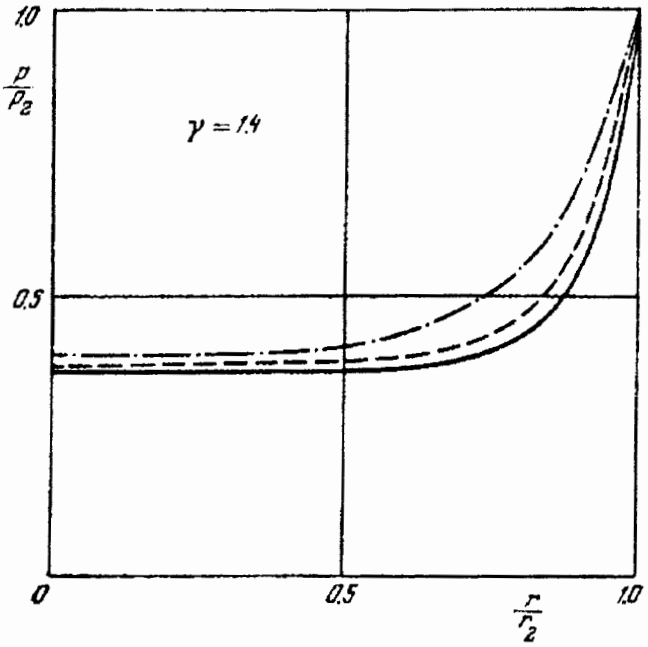
در نتیجه خواهیم داشت:

$$(\frac{r_0}{r_2})^\nu=\frac{\gamma\gamma(\gamma-1)^\gamma}{(\nu+2)^2(\gamma+1)^{\gamma+1}}\ \frac{R^{\gamma-1}}{\lambda^2 Z} \qquad (۶۱-۵)$$

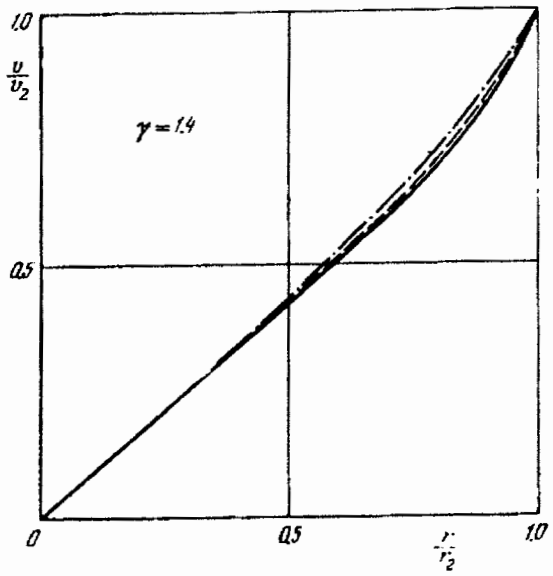
نمودارهای توزیع سرعت، چگالی و فشار پشت جبهه موج شوک در شکلهای(۵-۶ الی ۵-۸) آورده شده است. لازم بذکر است که در شکلهای زیر خط توپر، خط چین و خط نقطه بترتیب برای حالت کروی، استوانه ای و صفحه ای می باشد.



شکل (۵-۶) توزیع چگالی پشت جبهه موج شوک[۱۳]



شکل (۵-۷) توزیع فشار پشت جبهه موج شوک[۱۳]



شکل (۵-۸) توزیع سرعت پشت جبهه موج شوک[۱۳]

با استفاده از مختصات لاگرانژی مطابق رابطهٔ زیر داریم:

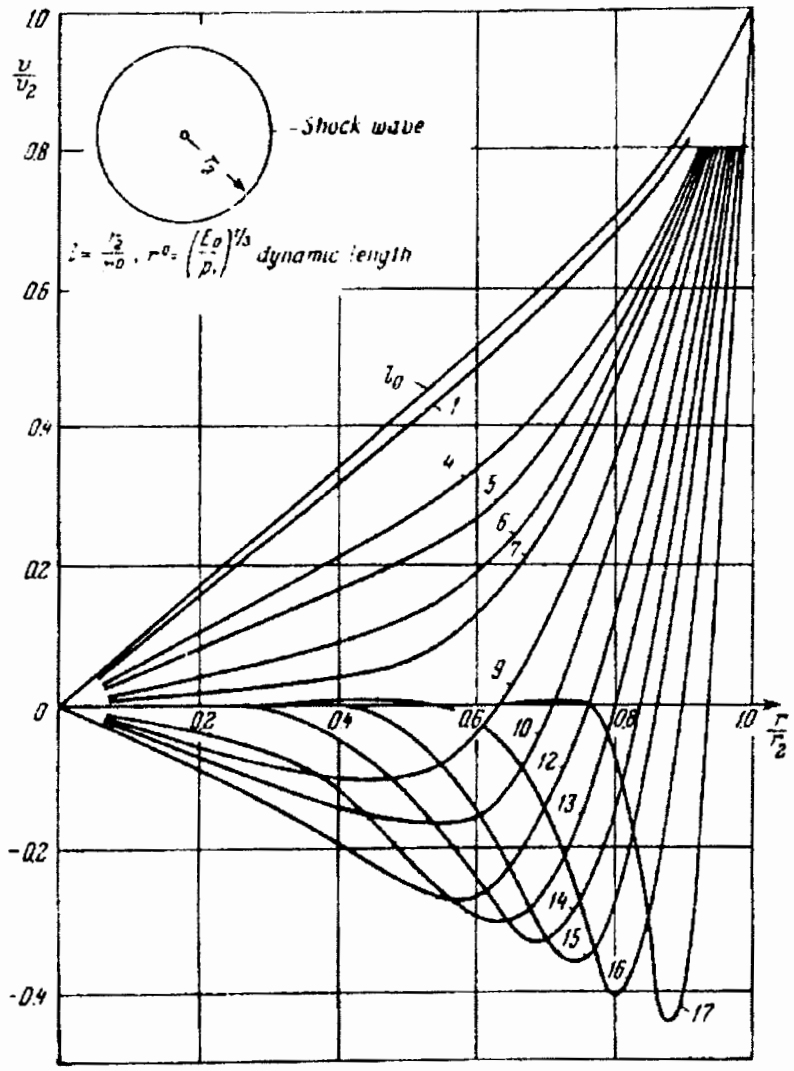
$$\frac{P_2}{P_2} = \left(\frac{r_2}{r_\circ}\right)^{-\alpha} \qquad \text{و} \qquad \frac{v_2}{v_{20}} = \left(\frac{r_2}{r_\circ}\right)^{-\alpha/2} \tag{۶۲-۵}$$

بطوریکه P_{20}, v_{20} سرعت و فشار پشت جبهه موج شوک در لحظهٔ عبور موج شوک از نقطه با مختصات $r.$ می باشد. سرعت در مرکز نزدیک به صفر می باشد و فشار غیر صفر و در راستای r ثابت می باشد و چگالی تمایل به صفر شدن دارد و دما تمایل به بی نهایت شدن دارد، به راحتی می توان دریافت که آنتروپی هم تمایل به بی نهایت شدن دارد. گرادیانهای بزرگ دما در نزدیک مرکز انفجار اتفاق می افتد. هدایت گرما هم یک فاکتور مهم می باشد. اگر هدایت گرما را در نظر بگیریم آنگاه دما در مرکز انفجار یک مقدار محدود خواهد بود.

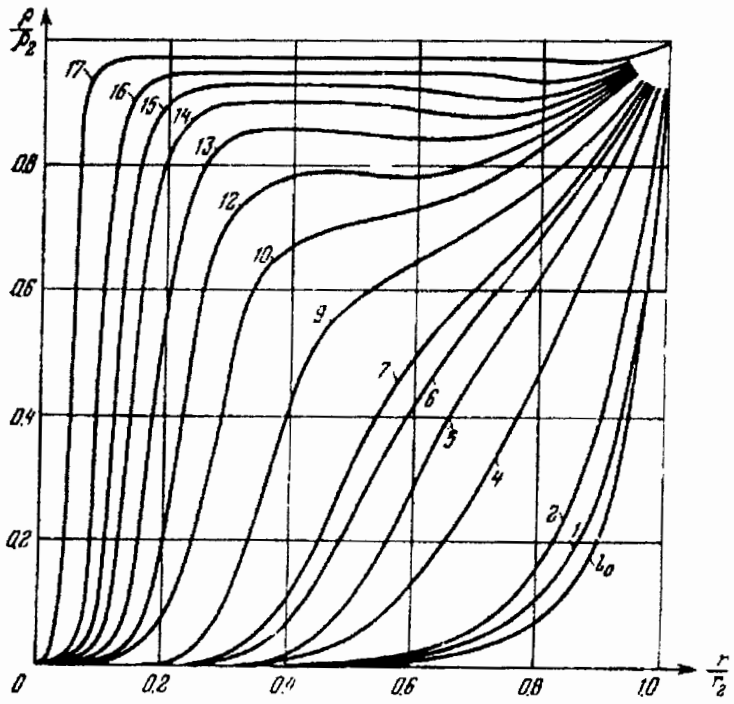
جرم گاز از مرکز انفجار پراکنده می شود (جائیکه در $r = 0 \leftarrow \rho \approx 0$) و فشار هم یک مقدار محدود می‌باشد و وقتی زمان افزایش می یابد در مرکز تمایل به صفر شدن دارد. واضح است که در انفجار قوی یک جریان برگشتی گاز به سمت مرکز انفجار رخ می دهد.

نمودارهای توزیع سرعت، چگالی و فشار برای یک نقطه انفجار در شکلهای زیر آورده شده است.

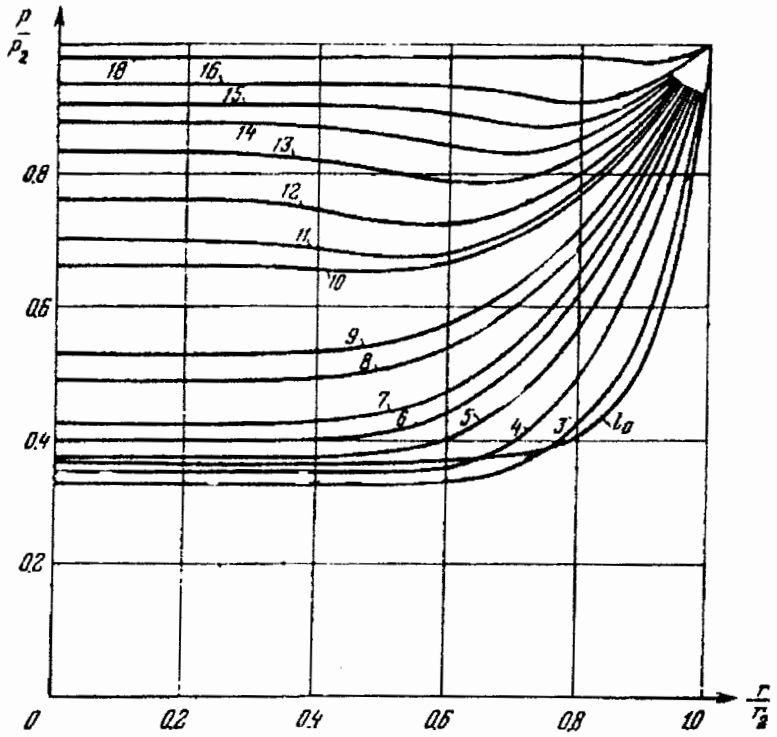
همچنین مقادیر عددی مطمئن درکاربردهای عملی در جداول آورده شده است.



شکل (۵-۹) توزیع سرعت در یک نقطه انفجار[۱۳]



شکل (۵-۱۰) توزیع چگالی در یک نقطه انفجار[۱۳]



شکل (۵-۱۱) توزیع فشار در یک نقطه انفجار[۱۳]

فصل ششم

مدلسازی و بررسی رفتار خود مشابهی پدیده انفجار کروی

۶-۱ مقدمه

انفجار تغییر شیمیائی یا تغییر فیزیکی ناگهانی حالتی از جرم است که همراه بـا آزاد شـدن ناگهـانی انرژی و حرکت شدید ذرات همراه است. انفجار می‌توانـد در فرمهـای مختلفـی بوجـود آیـد، انفجـار شیمیائی (مواد منفجره معمولی)، انفجار هسته‌ای، انفجار الکتریکی (تخلیه الکتریکی) و انفجار ناشـی از آتشفشان را می‌توان از فرمهای متنوع انفجار ذکر نمود.

در اثر پدیده انفجار متقارن، موجی کروی بوجود می آید ناحیه اطراف ماده منفجره را بـه ناحیـه ای پر انرژی تبدیل می نماید و جبهه موج که به صورت غشائی فرضی در نظر گرفتـه مـی شـود دامنـه محاسباتی را به دو قسمت (ناحیه بین مرکز انفجار و جبهه موج و ناحیه بعد از موج کـروی) تبـدیل می نماید.

تحلیل عددی پیشروی جبهه شوک کروی در یک محیط گازی یکنواخت ساکن که توسط انفجـاری متقارن انجام گرفته است، منجر به توزیعی برای پارامترهای انفجار می‌شـود کـه تاریخچـه تغییـرات پارامترها در فواصل گوناگون از مرکز انفجار $\psi(r=r_i,t)$ و توزیع آنهـا در لحظـات زمـانی گونـاگون $\psi(r,t=t_i)$ پروفیلهای شبیه بهم را معرفی می‌نمایند. پروفیل توزیع و تاریخچه تغییرات پارامترهـا در این پژوهش مورد بررسی قرارگرفته و مدلهایی برای استفاده کاربردی از آنها ارائه شده است.

جوابهای عمومی و جوابهای تحلیلی خود مشابه در نواحی دور از انفجـار توسـط محققـانی از جملـه Zeldovich & Raizer (۱۹۶۸)، Van Dyke(۱۹۸۲) مورد بررسی قرار گرفته است. جوابهای عمـومی در نواحی نزدیک انفجار در دهه‌های اخیر با توسعه امکانات سخت افزاری و نرم افزاری امکـان پـذیر شده است و مـی‌تـوان بـه تحقیقـات Boris & Book(۱۹۷۶) ، Joseph Henrych(۱۹۷۹) ، Colella &Woodward (۱۹۸۴)، Jay P. Boris(۱۹۹۳) اشاره کرد. در تحلیلهای عددی فوق کمتر به جنبـه رفتار خود مشابهی و بخصوص روشی که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته، پرداخته‌اند.

۶-۲ حل یک بعدی معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی

همانطور که گفته شد برای بررسی امواج انفجاری نیاز به حل معادلات بقای جرم، بقای ممنتوم و بقای انرژی می‌باشد. همچنین برای برابر شدن تعداد معادلات و مجهولات نیاز به معادله حالت داریم که در اینجا معادله حالت گاز کامل را در نظر می‌گیریم. با توجه به ۴ معادله فوق می‌توان پارامترهای فشار، چگالی، سرعت و انرژی را محاسبه نمود.

برای انتگرال گیری از معادلات زیر از روش رانج کوتا مرتبه دو استفاده شده است.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla.\rho V \qquad (۱-۶)$$

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} = -\nabla.(\rho VV) - \nabla P \qquad (۲-۶)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\nabla.EV - \nabla.(VP) \qquad (۳-۶)$$

$$P = \rho RT \qquad (۴-۶)$$

برای دستیابی به جوابهای با دقت بالا انتگرالگیری را به دو بخش تقسیم می‌کنیم. یک انتگرال گیری از زمان قبلی $\{t\}$ تا نصف گام زمانی $\{t^0 + \frac{\Delta t}{2}\}$ و سپس انتگرال گیری $\{t^0\}$ تا $\{t^0 + \Delta t\}$ محاسبه می شود.

۱- با فرض اینکه تمام مقادیر در لحظه t^0 موجود می‌باشند روند انتگرالگیری بصورت زیر خواهد بود:

a) محاسبه $\{V_i^0\}$ و $\{P_i^0\}$ با استفاده از مقادیر قبلی $\{P_i^0\}$ و $\{P_i^0 V_i^0\}$ بطوریکه مقدار $\{E_i^0\}$ در لحظه شروع گام زمانی معلوم می باشد.

b) انتقال $\{\rho_i^0\}$ به نیم گام زمانی بعدی $\{\rho_i^{1/2}\}$

c) ارزیابی $-\nabla P^0$ برای معادله اندازه حرکت

d) انتقال $\{P_i^0 V_i^0\}$ به $\{P_i^{1/2} V_i^{1/2}\}$ با استفاده از $-\nabla P^0$

e) ارزیابی $-\nabla.(P^0 V^0)$ برای معادله انرژی

f) انتقال $\{E_i^0\}$ به $\{E_i^{1/2}\}$ با استفاده از $-\nabla.(P^0V^0)$

۲) برای دستیابی به نتایج کامل گام زمانی($t^0+\Delta t$) از معادلات انتگرالگیری می‌کنیم.

a) محاسبه $\{V_i^{1/2}\}$ و $\{\rho_i^{1/2}\}$ با استفاده از مقادیر $\{\rho_i^{1/2}\}$ ، $\{\rho_i^{1/2}V_i^{1/2}\}$ و $\{E_i^{1/2}\}$

b) انتقال $\{\rho_i^0\}$ به $\{\rho_i^1\}$

c) ارزیابی $-\nabla P^{1/2}$ برای معادله اندازه حرکت

d) انتقال $\{\rho_i^0V_i^0\}$به $\{\rho_i^1V_i^1\}$ با استفاده از $-\nabla P^{1/2}$

e) ارزیابی $-\nabla.P^{1/2}V^{1/2}$ برای معادله انرژی

f) انتقال $\{E_i^0\}$ به $\{E_i^1\}$ با استفاده از $-\nabla.P^{1/2}V^{1/2}$

۳) عملیات فوق برای بازه زمانی $\{t^1\}$ به $\{t^2\}$ تکرار می‌شود. همچنین انتگرال گیری طی۲ مرحله با دقت مرتبه دو باعث بالا رفتن دقت محاسبات و همگرایی بهتر نتایج می شود.

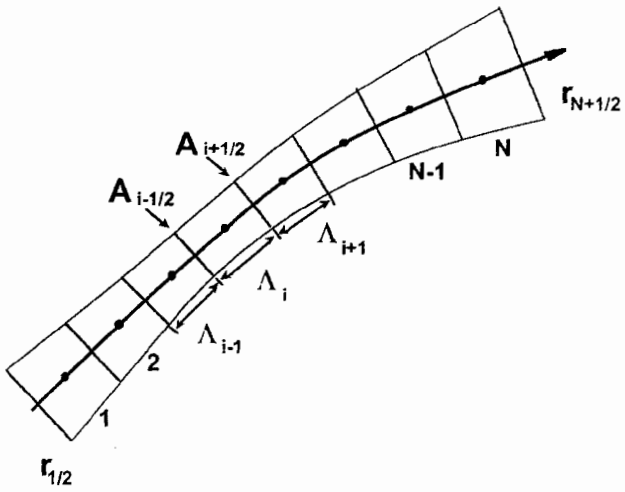
۶-۳ معادلات اختلاف محدود

برای حل عددی معادلات جریان از تکنیک اختلاف محدود استفاده شده و معادلات جریان بر اساس آن منفصل شده است. مقادیر فشار، درجه حرارت، انرژی، حجم مخصوص در مراکز جرم المانها در نظر گرفته شده و مقدار سرعت ذرات در مرز بین المانها بررسی شده اند. در این بخش فرم منفصل شده معادلات بقاء و سایر روابط مورد احتیاج بیان می‌شود. برای منفصل کردن معادلات پیوستگی یک بعدی از حل صریح[۱] استفاده شده است.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=\frac{1}{r^{\alpha-1}}\frac{\partial}{\partial r}(r^{\alpha-1}\rho v)-\frac{1}{r^{\alpha-1}}\frac{\partial}{\partial r}(r^{\alpha-1}D_1)+C_2\frac{\partial D_2}{\partial r}+D_3 \qquad (۵-۶)$$

۱- Explicit

متغیرهای D_1، D_2 و D_3 مربوط به جملات تولیدی[۱] و α متغیر هندسی می‌باشد. در شکل(۶-۱) هندسه یک بعدی حرکت سیال درون یک لوله نشان داده شده است. در حالت یک بعدی فرض بر این است که تغییرات متغیرهای سیال در جهت عمود بر راستای محور لوله بسیار ناچیز است.



شکل (۶-۱) هندسه شبکه حجم محدود[۷]

متغیرr ، فاصله را در طول لوله معرفی می‌کند و سرعت v_f سرعت سیال در طول r می‌باشد.

موقعیت سطح مشترک در لحظه شروع حل عددی $\{r^0_{i+1/2}\}$ می‌باشد و در پایان مرحله زمانی Δt، سطح مشترک در $\{r^n_{i+1/2}\}$ قرار دارد، پس خواهیم داشت:

$$r^n_{1+1/2} = r^0_{i+1/2} + v^g_{i+1/2}\,\Delta t \qquad \text{i=۰،۱,....,N} \qquad (۶-۶)$$

که مقادیر $\{v^g_{i+1/2}\}$ سرعت شبکه[۲]، سرعت میانگین سطح مشترک المان در طول Δt می‌باشد. در شکل (۶-۱) همچنین حجمهای المان $\{\Lambda_i\}$ و مساحت سطح مشترک $\{A_{i+1/2}\}$ نشان داده شده است. مقادیر $\{\Lambda_i\}$ و $\{A_{i+1/2}\}$ در محدوده المان باید متناسب با موقعیت شبکه قدیم و جدید محاسبه شوند. موقعیت مرکز المان $\{r^{0,n}_i\}$ را می توان بصورت زیر از موقعیت سطح مشترک تفکیک کرد:

$$r^{0,n}_i = \frac{1}{2}\left[r^{0,n}_{i+1/2} + r^{0,n}_{i-1/2}\right] \qquad \text{و} \qquad i=1,2,....,N \qquad (۶-۷)$$

---

۱ - Source Term
۲ - grid Velocity

اندیس‌های n و ۰ بیانگر شبکه قدیم و جدید در شروع و انتهای مرحله زمانی می‌باشد. موقعیت r_i^0 و r_i^n برای محاسبه ترمهای پخش[۱] معادله (۶-۵) بکار میرود. فرض بر این است که سرعت سیال در مراکز المان معلومند و سرعت در سطح مشترک بوسیله رابطه زیر بدست می‌آید:

$$v_{i+1/2}^f = \frac{1}{2}\left(v_{i+1/2}^f + v_i^f\right) \qquad i = 1,2,\ldots\ldots\ldots\ldots,N-1 \qquad (۶-۸)$$

همچنین می‌توان نوشت:

$$\Delta v_{i+1/2} = v_{i+1/2}^f - v_{i+1/2}^g \qquad i = 1,2,\ldots\ldots\ldots\ldots,N-1 \qquad (۶-۹)$$

سرعت در نقاط انتهایی ($v_{1/2}^f$ و $v_{N+1/2}^f$) بوسیله موقعیت $r_{1/2}^{0,n}$ و $r_{N+1/2}^{0,n}$ محاسبه می شوند.

برای تعیین شار در مرزهای المان، نیاز به چگالی در سطح مشترک المان می‌باشد در نتیجه خواهیم داشت:

$$\rho_{i+1/2}^0 = \frac{1}{2}\left[\rho_{i+1}^0 + \rho_h^0\right] \qquad \text{و} \quad i = 1,2,\ldots\ldots\ldots\ldots,N-1 \qquad (۶-۱۰)$$

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n - \frac{v\Delta t}{\Delta x}(\rho_i^n - \rho_{i-1}^n) \qquad (۶-۱۱)$$

$$\rho_i^{n+1} = a_i\,\rho_{i-1}^n + b_i\,\rho_i^n + c_i\,\rho_{i+1}^n \qquad (۶-۱۲)$$

حال اگر Δx و Δt ثابت باشند معادله فوق را می‌توان بصورت زیر می نویسیم تا پایداری مساله حفظ شود.

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n - \frac{1}{2}\left[\varepsilon_{i+1/2}(\rho_{i+1}^n + \rho_i^n) - \varepsilon_{i-1/2}(\rho_i^n - \rho_{i-1}^n)\right] + \left[v_{i+1/2}(\rho_{i+1}^n - \rho_i^n) - v_{i-1/2}(\rho_i^n - \rho_{i-1}^n)\right] \qquad (۶-۱۳)$$

$$\varepsilon_{i+1/2} \equiv v_{i+1/2}\,\frac{\Delta t}{\Delta x} \qquad (۶-۱۴)$$

بطوریکه $\{\gamma_{i+1/2}\}$ ضریب پخش می‌باشد. همچنین شرط دیگر پایداری معادله فوق عبارتست از:

$$a_{i+1} + b_i + c_i = 1 \qquad (۶-۱۵)$$

و شرط مثبت بودن چگالی هم نیازمند مثبت بودن $\{a_i\}$ و $\{b_i\}$ و $\{c_i\}$ برای همه مقادیر i می‌باشد. البته اگر $\{v_{i+1/2}\}$ مثبت باشد مطمئناً $\{\rho_i^{n+1}\}$ هم مثبت است.

---

[۱]- Diffusion terms

۶-۴ شرایط مرزی

برای جریان یک بعدی شرایط مرزی زیر ممکن است که تحقق بیابند. شرایط مرزی بسته به نوع مدل کردن می‌تواند یک ناحیه محاسباتی محدود یا نامحدود باشد و بسته به نوع شرایط فیزیکی در سیستم شبیه سازی شده دقت رفتار شرایط مرزی بسیار متفاوت خواهد بود.

در سیستمهای هذلولی موجها ممکن است که سریعتر از جریان حرکت کنند. این موجها اطلاعات را در همه راستاها می‌توانند ببرند بنابراین اطلاعات همانطورکه شبکه را ترک کرده می‌تواند وارد شبکه شود.در سیستمهای سهوی اطلاعات ناحیه محاسباتی معمولاً در یک جهت پیشرفت می‌کنند.

۳ راه متفاوت برای اجراء شرایط مرزی وجود دارد.

۱- متغیرهای سیال پیوسته را که شرایط مرزی هر کدام مشخص شده است را گسترش داد.

۲- فرمولهای اختلاف محدود را برای مقادیر سلول مرزی توسعه دهیم. این فرمولها اغلب شامل فرمولاسیون تحلیلی ساده برای متغیرهای مرزی می‌باشد که با استفاده از اطلاعات رفتار سیستم در نزدیکی دیواره و خود دیواره را می‌دهد.

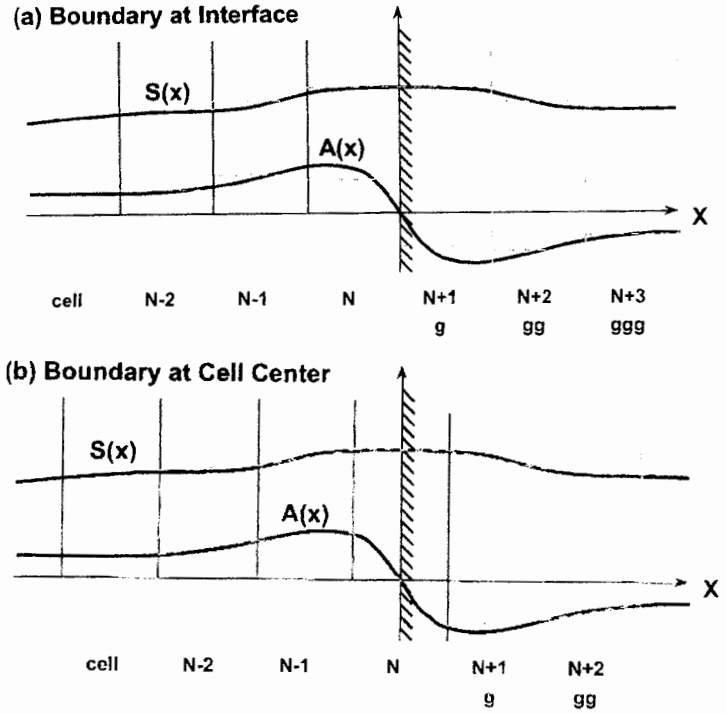
۳- گسترش بیرون یابی از قسمت داخلی تا مرزهای بیرونی ناحیه محاسباتی.

در بین سه حالت فوق، حالت سوم از بقیه ساده‌تر می‌باشد و قابلیت تطبیق بیشتری با برنامه دارد و جوابهای با دقت بالاتری را ارائه می دهد.

فرض براینست که شبکه N سلول در راستای مورد نظر دارد که از x_L تا x_R ادامه پیدا کرده است. در لحظه شروع بازه زمانی مقادیر معلومند و با گذشت زمان در طول بازه زمانی مقادیر در المان مرزی تغییر کرده و بطور مداوم خود را با مقدار جدید تطبیق می‌دهند.

شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای بازه محدود و متقارن می باشد. مقادیر المان مرزی از مقادیر و موقعیت المان داخلی بدست می آید.

شکل (۶-۲) آخرین المان یک شبکه یک بعدی و مرز سمت راست را نشان می‌دهد. لبه شبکه در شکل سایه دار شده است که بیانگر دیواره می‌باشد. همچنین مشابه این شکل را می‌توان برای سمت چپ و اولین المان شبکه داشت.



شکل (۶-۲) شرایط مرزی متقارن [۷]

پایستاری سیستم با کنترل شارها در سطح مشترک المان ها کنترل می شود. سه متغیر S(x) معرف تقارن، A(x) بیانگر غیر تقارن و P(x) بیانگر تابع پریودیک می‌باشد. در سیستم پریودیک که معمولاً در سیستمهای دایروی بکار می رود. مقادیر متغیرها در المان N+۱ برابر با المان ۱ می‌باشد و فرض می‌کنیم که المان مرزی هم اندازه المانهای داخلی است.

جدول (۶-۱) فرمولهای المان مرزی را برای حالتهای متقارن، غیر متقارن و پریودیک را نشان می‌دهد.

جدول (۶-۱) فرمولهای سلول محافظ[۷]

مرز سطح مشترک IN+۱	مرز در سطح مشترک I۱
$S_{IN+1} = S_{IN}$	$S_{I-1} = S_{I1}$

$S_{I1-2} = S_{I1+1}$	$S_{IN+2} + S_{IN-1}$
$A_{I1-1} = A_{I1}$	$A_{IN+1} = -A_{IN}$
$A_{I1-2} = A_{I1+1}$	$A_{IN+2} = -A_{IN-1}$
$P_{I-1} = P_{IN}$	$P_{IN+1} = -P_{I1}$
$P_{I1-2} = P_{IN-1}$	$P_{IN+2} = -P_{I1+1}$

وقتی جریان با دو مولفه عمومی و مماسی در جهت عمود بر یک دیواره حرکت می‌کند، شرایط در المانهای مرزی را می‌توان از مقادیر المان داخلی مجاور آن بدست آورد. در شرایط متقارن چگالی، دما و فشار دارای شیب صفر برروی دیوراه می‌باشند. مقادیر المان مرز در زیر آورده شده است:

$$\rho_G = \rho_{IE} \qquad (۱۶-۶)$$

$$T_G = T_{IE} \qquad (۱۷-۶)$$

$$P_G = P_{IE} \qquad (۱۸-۶)$$

اندیسG مربوط به المان مرزی (I۱-۱ یا سلول IN+۱) می‌باشد و اندیس IE بیانگر مرز یا المان انتهایی بازه محاسباتی (I۱ یا IN) می‌باشد.

۶-۵ برنامه کامپیوتری

۶-۵-۱ معرفی پارامترها و متغیرهای اصلی برنامه

در برنامه متغیرهایی وجود دارند که باید آنها را در نقاط مختلف و زمانهای متفاوت محاسبه نمود، برای نمایش اینگونه متغیرها از رشته‌های دوبعدی استفاده می‌گردد که بعد اول بیانگر موقعیت مکانی و بعد دوم نشان دهنده موقعیت زمانی متغیر می‌باشد. متغیرهایی که در رشته‌های یک بعدی معرفی شده‌اند آنهایی هستند که مستقل از زمان بوده و تنها به موقعیت مکانی وابسته می‌باشند. در زیر تعدادی از متغیرها و دیگر پارامترهایی که دارای اهمیت می‌باشند اشاره می‌گردد.

پارامتر مشخص کننده دستگاه مختصات(برای سیستم دکارتی۱، استوانه۲ و برای کره ۳ می باشد.	ALFA = α
پله زمانی[۱]	DT
موقعیت مرزی سلول (در شروع بازه زمانی)	ROH
موقعیت مرزی سلول (در انتهای بازه زمانی)	RNH
حجم سلول (در شروع بازه زمانی)	LO
حجم سلول (در انتهای بازه زمانی)	LN
مساحت سطح مشترک سلول	AH
تعداد نقاط کم (ماکزیمم سایز شبکه)	NPT
سطح مشترکهای سلول در لحظه شروع گام زمانی	RADHO
سطح مشترکهای سلول در لحظه پایان گام زمانی	RADHN
سرعت سطح مشترک سلول	UH
بیانگر اولین سطح مشترک فعال	I۱
بیانگر آخرین سطح مشترک فعال	INP
چگالی نقاط شبکه در شروع	RHOO
چگالی نقاط شبکه در پایان	RHON
اولین ثابت شرایط مرزی	VRHO۱
آخرین ثابت شرایط مرزی	VRHON
اولین مشتق شرایط مرزی	SRHO۱
آخرین مشتق شرایط مرزی	SRHON
ضریب پخش	NULH

[۱] - Time Step

ضریب ضد پخش	NULH
ثابت آدیاباتیک یک گاز کامل (برای هوا $\rho = 1.4$)	γ
فشار	P
انرژی	E
سرعت	V
چگالی	ρ
فشار مشخصه ، انرژی مشخصه ، سرعت مشخصه ، چگالی مشخصه	ρ^*, E^*, V^*, P^*
پارامترهای اولیه انفجار	ρ_1, E_1, V_1, P_1
پارامترهای مربوط به هوای ساکن و غیر متلاطم (بعد از جبهه موج کروی)	$\rho_\circ, E_\circ, V_\circ, P_\circ$
پارامترهای محاسباتی	ρ_c, E_c, V_c, P_c
پارامتر شکل عمومی و مشخصه عمومی مربوط به هر یک از پارامترها	ψ^* و ψ
زمان	t
فاصله تا مرکز انفجار	r
زمان بی بعد شده	t^*
طول بی بعد شده	r^*

۶-۵-۲ تشریح برنامه

کد از یک برنامه اصلی و ده برنامه فرعی[۱] تشکیل شده است. نحوه اجرای برنامه بدین صورت است که بعد از دادن پارامترهای ورودی اجرای برنامه وارد حلقه Do که متغیر آن زمان است می‌گردد و برای سیکل اول زمانی با استفاده از نه زیربرنامه که درون این حلقه فرا خوانده می شود بترتیب مقادیر لازمه محاسبه می‌شوند.

---

[۱] - Subroutine

با تکمیل شدن محاسبات در سیکل اول زمانی، برنامه دوباره همین ترتیب را ادامه می‌دهد و مقادیر کمیت‌های فوق الذکر را برای سیکل دوم زمانی محاسبه می‌نماید. اگر تعداد سیکل زمانی برابر N باشد بعد از N بار طی شدن مراحل فوق اجرای برنامه به پایان می‌رسد و نتایج در فایل خروجی به چاپ می‌رسد. در ضمیمه لیست برنامه‌هایی که در دیدگاه اویلری مورد نیاز است آورده شده است.

در زیر برنامه MAKEGRID پارامترهای شبکه و حجمهای المان و مساحت سطح مشترک محاسبه شده و اطلاعات محاسبه شده را در اختیار زیر برنامه‌های VELOCITY، SOURCES و ... قرار می‌دهد. در زیر برنامه VELOCITY پس از اینکه فاکتورهای هندسی شبکه محاسبه شد، ضرایب وابسته سرعت برای پخش محاسبه می‌شود. هر زمان که سرعت انتقال تغییر کند این برنامه فرا خوانده می شود. اگر سرعت در واحد زمان ثابت باقی بماند فقط یکبار فراخوانده می شود. همچنین هر زمان که موقعیت شبکه تغییر می‌کند حتی اگر سرعت تغییر نکند زیر برنامه Velocity، فراخوانده می شود. در زیر برنامه Sources ترمهای منابع[۱] محاسبه شده و به برنامه اصلی انتقال می‌یابد. دو زیر برنامه ZEROFLUX و ZERODIFF برای اصلاح ضرایب وابسته سرعت برای شرایط مرزی ویژه بکار برده می‌شود و همچنین شارهای پخشی و غیر پخشی محاسبه می‌شود. پس از محاسبه تمام موارد فوق در برنامه اصلی انتگرال گیری و بهینه کردن متغیرها صورت می‌گیرد.

۶-۶ تحلیل عددی

در اثر انفجار یک ماده منفجره در هوا به عنوان یک گاز کامل، موجی انبساطی ایجاد می‌گردد. در گذشته جوابهای تحلیلی خود مشابه[۲] در فاصله ای دور از انفجار، مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته است[۱،۲،۴،۶]. جوابهای عمومی در نواحی نزدیک انفجار در دهه‌های اخیر با توسعه امکانات سخت افزاری و نرم افزاری امکان پذیر شده است. در تحلیلهای عددی کمتر به جنبه رفتار خود مشابهی و بخصوص روشی که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته، پرداخته شده است. در شبیه

---

۱ -Source terms
۲ - Self Similar

سازی صورت گرفته فرض بر اینست که جریان متقارن، یک بعدی، غیر دائمی و بدون لزجت است و رفتار سیال شبیه رفتار یک گاز کامل می‌باشد. از الگوریتم FCT[۱] برای حل معادلات بقا در دامنه‌ای یک بعدی با شرایط مرزی انعکاسی در مرز خروجی استفاده شده است. پروفیل توزیع تغییرات پارامترهای فشار، سرعت، انرژی و چگالی در دستگاههای مختصات خود مشابه[۲] مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. مدلهای خود مشابه پروفیل توزیع مربوط به یک لحظه زمانی خاص و پروفیل تاریخچه تغییرات مربوط به یک مکان خاص می‌باشد. مدلهای خود مشابه با استفاده از مشخصه های منحصر بفرد هر منحنی با روش عددی در دستگاه مختصات بی بعد ارائه شده اند و بدینوسیله رفتار خود مشابهی پروفیلهای توزیع و تاریخچه بررسی شده اند.

در این تحقیق از کد LCPFCT [۷]جهت بررسی رفتار خودمشابهی پدیده انفجار کروی استفاده شده است. این کد معادلات بقاء جرم، بقای ممنتوم و بقای انرژی را با استفاده از الگوریتم FCT در دستگاه مختصات دکارتی ($\alpha = 1$)، استوانه ای ($\alpha = 2$) و کروی ($\alpha = 3$) حل می‌نماید. الگوریتم فوق با دقتی از مرتبه چهارم، بصورت یک بعدی در قالب زیر برنامه به زبان فرترن کدبندی شده است.

با استفاده از تکنیک شکست مرحله زمانی[۳][۷] امکان حل مسائل دو بعدی و سه بعدی نیز وجود دارد. شبکه محاسباتی می‌تواند غیر یکنواخت باشد و همچنین شبکه می‌تواند طی هر مرحله زمانی، حرکت کند. یعنی می‌توان محاسبات را علاوه بر حالت اویلری می توان بصورت لاگرانژی نیز انجام داد. دامنه حل مساله از یک منطقه پرانرژی (منطقه محدود به مرکز انفجار و جبهه موج) و منطقه جلوی جبهه موج (که خواص آن هنوز خواص سیال ساکن هواست) تشکیل شده است. در این منطقه معادلات بقاء و معادله حالت گاز کامل برقرار می باشد.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U}{\partial r} + \alpha \frac{\rho U}{r} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \rho U}{\partial t} + \frac{\partial \rho U (U + \frac{P}{\rho U})}{\partial r} + \alpha \frac{\rho U}{r} U = 0 \qquad (۱۹-۶)$$

---

۱ - Flux Corrected Transport
۲ - Self Similar Coordinates
۱- Time Step Splitting

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t}+\frac{\partial \rho U(E+\frac{P}{\rho})}{\partial r}+\alpha\frac{\rho U}{r}(E+\frac{P}{\rho})=0 \qquad (۲۱-۶)$$

$$P=\rho RT \qquad (۲۲-۶)$$

خواص در این نواحی در شروع محاسبات بعنوان شرایط اولیه مساله در نظرگرفته می‌شود. خواص داخل منطقه پرفشار بصورت زیر یکنواخت فرض می‌شود. پارامترهای زیر توسط J.Henrych پیشنهاد شده است. این پیشنهاد با توجه به زمان بسیار کوچک انفجار، در ناحیه ماده منفجره بصورت یکنواخت فرض شده است.[۳]

$$P_1=\frac{P_D}{2} \quad , \quad \rho_1=\frac{3}{4}\rho_D \quad , \quad u_1=0 \qquad (۲۳-۶)$$

اندیس D مربوط به خواص ماده منفجره پس از انفجار است.[۳]

$$\rho_D=1.63\ (^{gr}/_{cm^3}) \quad , \quad P_D=0.21(Mbar) \qquad (۲۴-۶)$$

قابل ذکر است که هر مساله انفجار به دو قسمت داخلی و خارجی تقسیم می‌شود. قسمت داخلی مربوط به پروسه‌ای است که در درون ماده بخاطر آزاد شدن انرژی اتفاق می‌افتد. مسلماً معادله حالت گاز داخل این ناحیه با معادله حالت گاز کامل متفاوت است و توزیع پارامترها با توزیع یکنواخت فرض شده متفاوت است. بنابراین فرض می شود که در یک لحظه تمام ماده منفجره با یک غشای فرضی که ناحیه پرانرژی را از محیط اطراف جدا می‌کند، تفکیک گردد. این ناحیه را حاوی گاز کامل ($\gamma=1.4$) با انرژی اولیه ای که توسط ماده آزاد می‌گردد، در نظر می‌گیریم. با در نظر گرفتن جرمی برای ماده منفجره قادر خواهیم بود شعاع آن را با لحاظ نمودن جرم حجمی ماده بدست آوریم. یعنی:

$$m=\rho V \Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{m}{\rho} \quad \Rightarrow \quad R=(\frac{3m}{4\pi\rho})^{1/3} \qquad (۲۵-۶)$$

پارامترهای انفجار در این تحقیق با مقیاسهای مرتبطی همچون شعاع ماده منفجره (R) بی بعد شده‌اند. با استفاده از این مقیاسها هر یک از پارامترهای فیزیکی (در حالت کلی ψ) بصورت زیر به

پارامترهای محاسباتی (ψ_c)تبدیل می‌گردند.در این روابط ψ^* معرف پارامتر مقیاس[۱] یا پارامتر مشخصه[۲] می باشد.

$$\psi = \psi_c \times \psi^* \qquad (۲۶-۶)$$

بنابراین:

$$R = R_c \times R^* \qquad (۲۷-۶)$$

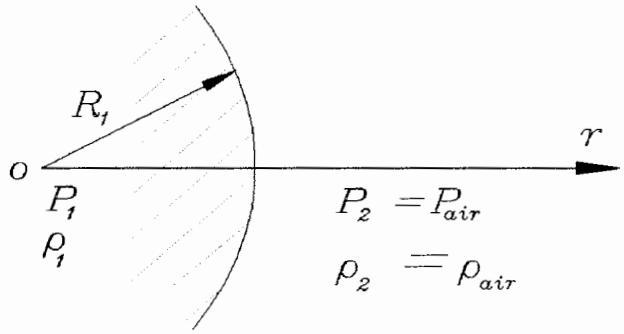
$$P = P_c \times P^* \qquad (۲۸-۶)$$

$$\rho = \rho_c \times \rho^* \qquad (۲۹-۶)$$

$$V = V_c \times V^* \qquad (۳۰-۶)$$

$$t = t_c \times t^* \qquad (۳۱-۶)$$

در این تحقیق سعی شده است که مقیاس‌ها به گونه‌ای اختیار شوند که مساله حتی‌المقدور مستقل از شرایط اولیه گردد. بنابراین پارامترهای دخیل در انفجار را بعنوان پارامترهای مشخصه بصورت زیر در نظر می‌گیریم که در شکل(۶-۳) نمایان می باشد.



شکل (۶-۳) موقعیت جبهه موج در لحظه $t = 0^+$

$$P^* = \frac{(P_1 + P_2)}{2} \qquad (۳۲-۶)$$

$$\rho^* = \frac{(\rho_1 + \rho_2)}{2} \qquad (۳۳-۶)$$

---

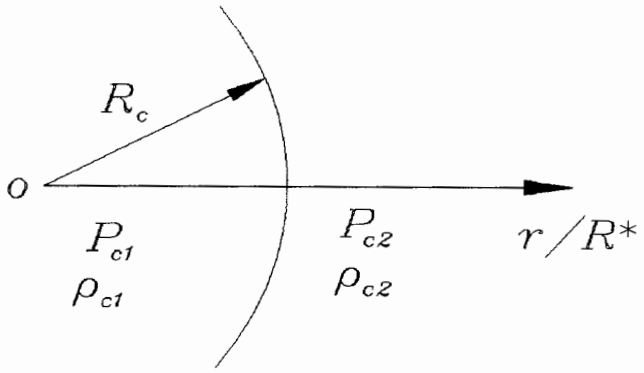
۱ - Scale Factor
۲ - Characteristic Factor

شعاع ماده منفجره $= R^*$

$$V^* = (\frac{P^*}{\rho^*})^{1/2} \quad (۳۴-۶)$$

$$t^* = \frac{R^*}{V^*} \quad (۳۵-۶)$$

در شکل (۲) نقطه o و شعاع R_1 معرف مرکز و شعاع کره‌ای است که حاوی ماده منفجره است. بنابراین دامنه محاسباتی که در شکل(۶-۴) نشان داده شده است با توجه به توضیحی که ذکر شد بصورت زیر خواهد بود.



شکل (۶-۴) موقعیت بی بعد شده جبهه موج در لحظه $t = 0^+$

$$P_{C_1} = P_1 / P^* \quad (۳۶-۶)$$

$$\rho_{C_1} = \rho_1 / \rho^* \quad (۳۷-۶)$$

$$P_{C_2} = P_2 / P^* \quad (۳۸-۶)$$

$$\rho_{C_2} = \rho_2 / \rho^* \quad (۳۹-۶)$$

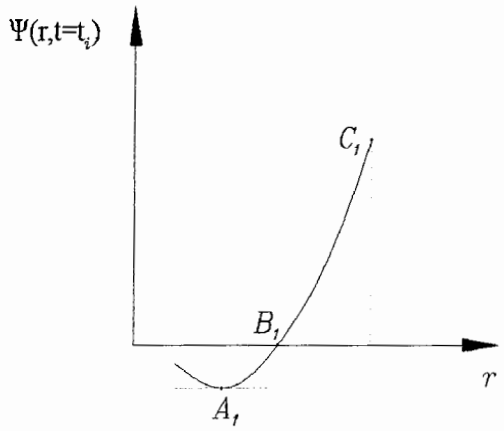
$$R_C = R_1 / R^* = 1 \quad (۴۰-۶)$$

همچنین بین متغیرهای محاسباتی ناحیه اول و دوم رابطه زیر برقرار است:

$$\rho_{C_1} = 2 - \rho_{C_2} \quad (۴۱-۶)$$

$$P_{C_2} = 2 - P_{C_2} \quad (۴۲-۶)$$

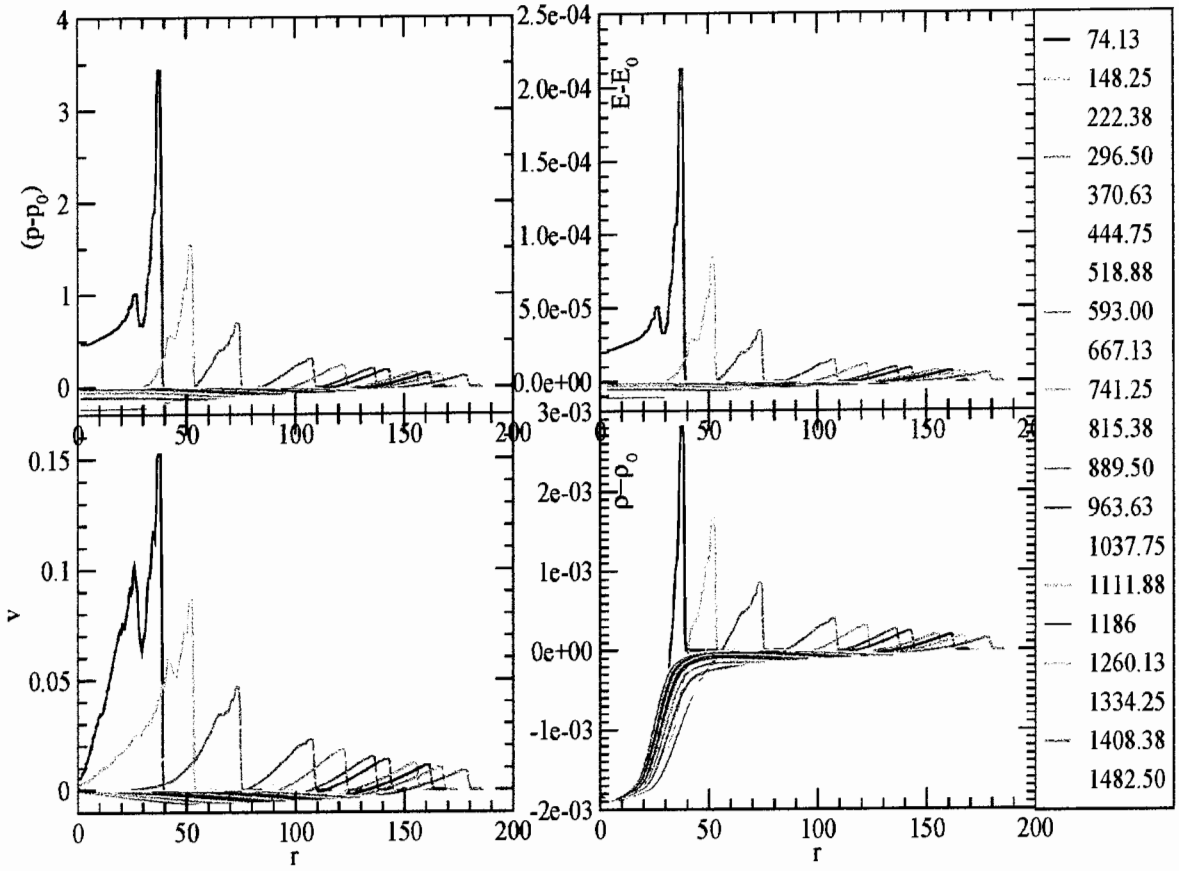
چنانچه به توزیع پارامترها در یک لحظه زمانی توجه نمائیم، نمودارهائی که در حالت عمومی بصورت شکل (۶-۵) نشان داده شده است، بدست می آید.



شکل(۶-۵) توزیع پارامتر عمومی ψ در یک لحظه زمانی مشخص

مختصات نقاط $A_1(r_{\min},\psi_{\min})$ ، $B_1(r_0,0)$ ، $C_1(r_{\max},\psi_{\max})$ در پروفیل توزیع معرف مشخصات موج انبساطی می باشند. از مختصات این نقاط برای معرفی مدلهای متفاوتی که بیانگر رفتار خود مشابه می باشند استفاده شده است. همچنین هر یک از مختصات نقاط A_1, B_1, C_1 برای یک دامنه زمانی بصورت $\sum_{j=0}^{4} a_j t^j$ قابل ارائه اند بنابراین چنانچه تغییرات زمانی مشخصه ها($\sum_{j=0}^{4} a_j t^j$) را بدست آوریم در اینصورت به کمک مدلهای زیر می توان به مطالعه خود مشابهی این پروفیلها پرداخت.

پروفیلهای توزیع پارامترهای فشار، انرژی، چگالی و سرعت در لحظات زمانی متفاوت شکلهایی را معرفی می‌نمایند که شباهت عمومی زیادی به یکدیگر دارند و در شکل (۶-۶) نشان داده شده است که البته اختلافاتی نیز در پروفیلها دیده می شود. چنانچه مشخصه‌های هر یک از این پروفیل‌ها بدست آیند با تقسیم مولفه های افقی و عمودی هر توزیع مشخصه متناظر، عمده تفاوت بین توزیع‌های گوناگون حذف می‌گردد. به عبارت دیگر، اختلاف هر یک از پروفیلها نسبت به پروفیل دیگر، بعنوان مشخصه آن پروفیل در نظر گرفته می‌شود.



شکل(۶-۶) نمودار توزیع پارامترهای فشار، انرژی، سرعت، چگالی

پروفیل توزیع پارامترها در یک لحظه زمانی خاص نشان می‌دهد که نقطه ماکزیمم همه این پروفیلها بصورت تابعی نمایی سیر نزولی دارند. شکل عمومی این تغییرات برای فشار، انرژی و سرعت تقریباً یکسان و برای پروفیل چگالی کمی متفاوت است.

بنابراین به منظور تحقیق رفتار خودمشابهی هر یک از پارامترها که در شکل عمومی، به صورت $\psi(r,t)$ معرفی می‌گردند در دامنه مکانی $\psi(r,t=t_i)$ و در دامنه زمانی $\psi(r=r_i,t)$ بر مقیاس‌های

متناسبی که مبین تفاوت بین پروفیلها است تقسیم می‌گردند و در دستگاه مختصات جدید[۱] توزیع ψ^* برحسب r^* مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند.

فشار، چگالی (دانسیته)، انرژی، سرعت از جمله پارامترهایی هستند که در این تحقیق جهت مطالعه رفتار خودمشابه مورد بررسی قرارگرفته‌اند. این پارامترها از دو دیدگاه یعنی پروفیل توزیع در دامنه مکانی برای لحظات زمانی مختلف و از نقطه نظر نحوه تغییرات زمانی(تاریخچه تغییرات) برای مکانهای مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

۶-۷ مدلهای خود مشابهی توزیع

الف) اولین مدل به صورت زیر در بازه $r_{B1} \le r \le r_{C1}$ مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته است. این مدل برای پارامتر عمومی زیر در نظر گرفته می شود.

$$\psi_\circ = \frac{\psi_{(r,t)} - \psi_\circ}{\psi_{\max} - \psi_\circ} = r_\circ(r,t)\, e^{a(t)(1-r_\circ(r,t))} \qquad (۴۳-۶)$$

که در آن

$$\psi^* = r^* e^{a(1-r^*)} \qquad (۴۴-۶)$$

$$\psi^* = \frac{\psi}{\psi_{\max}} \quad , \quad r^* = {(r - r_{B1})}\Big/{(r_{\max} - r_{B1})} \qquad (۴۵-۶)$$

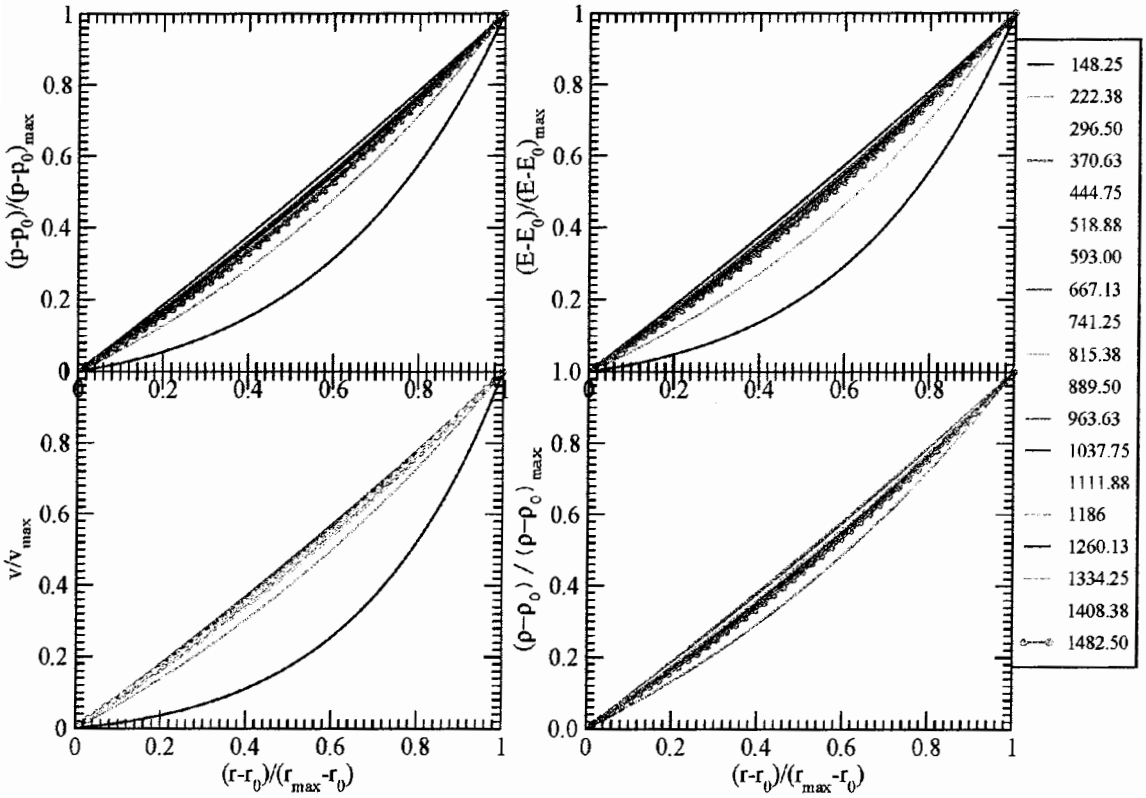
با توجه به مدل ملاحظه می‌کنیم که چنانچه پروفیل توزیع در دستگاه مختصات خودمشابه (r^*,ψ^*)رسم شود در آنصورت تمام پروفیلها در این دستگاه مختصات بین صفر و یک تغییر خواهند نمود.

$$0 \le \psi^* \le 1 \qquad \text{و} \qquad 0 \le r^* \le 1$$

با توجه به منحنیهای ψ^* برحسب r^* شکل(۶-۷) ملاحظه می‌شود که این منحنی‌ها در لحظات زمانی اندکی پس از شروع انفجار به هیچوجه رفتار خودمشابه از خود نشان نمی‌دهند ولی با گذشت

[۱] - Self - Similar

زمان، پروفیلها تقریباً برروی هم منطبق می‌شوند به عبارت دیگر این رفتار، خودمشابهی توزیع پروفیلها را نشان می‌دهد. مشابهت پروفیلهای توزیع فشار و انرژی بوضوح در شکل(۶-۷) نمایان است.



شکل (٦-٧) نمودار اولین مدل خودمشابهی توزیع پارامترها

ب) دومین مدل توزیع پارامترها در بازه $r_{A1} \le r \le r_{C1}$ بصورت زیر برای پارامتر عمومی $\psi(r,t)$ در نظر گرفته شده است.

$$\psi^* = r^{*n}\ e^{A(1-r^*)(r^*-r^*_{B1})} \qquad (۴۶-۶)$$

که در آن

$$\psi^*(r,t) = \frac{(\psi - \psi_{\min}(t))}{(\psi_{\max}(t) - \psi_{\min}(t))} \qquad (۴۷-۶)$$

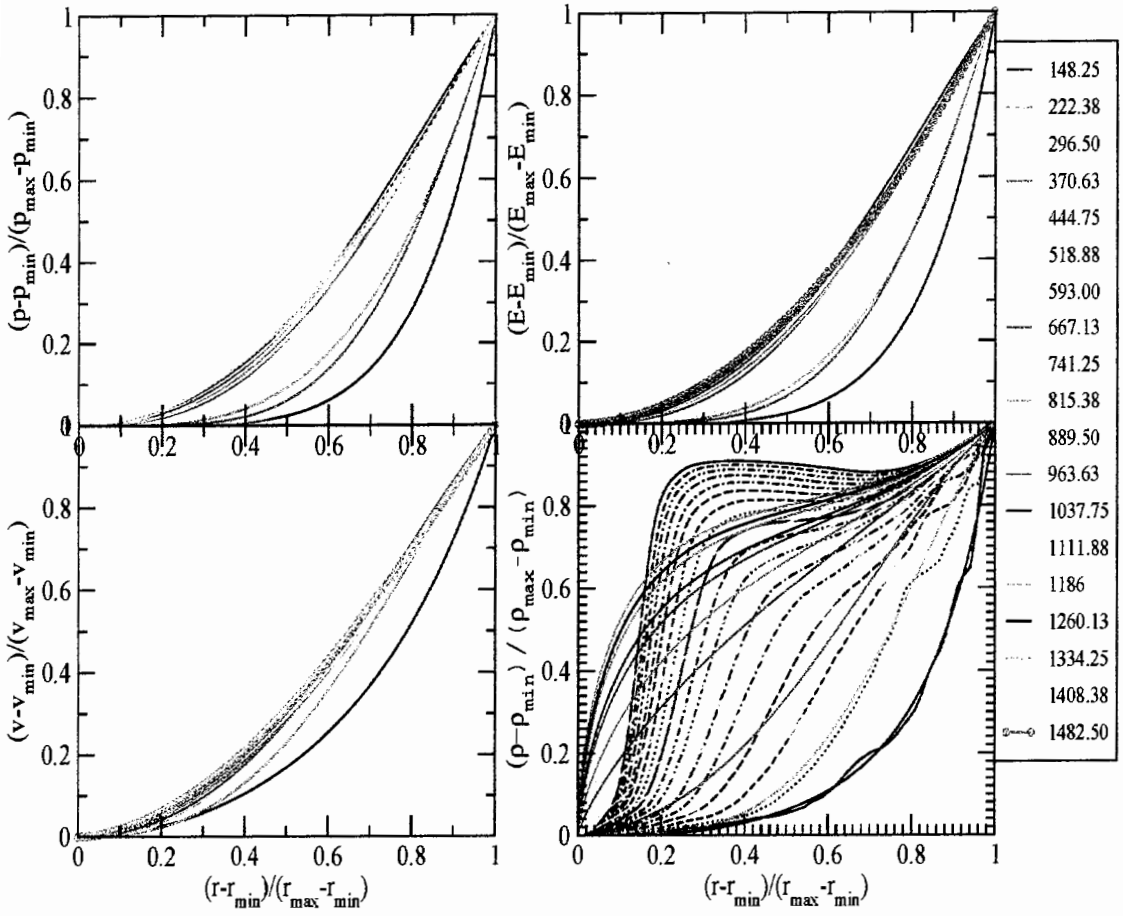
$$r^* = \frac{(r - r_{\min}(t))}{(r_{\max}(t) - r_{\min}(t))} \qquad (۴۸-۶)$$

$$r^*_{B1}(t) = (r_{B1}(t) - r_{\min}(t)) \Big/ (r_{\max}(t) - r_{\min}(t)) \quad (۴۹-۶)$$

$$n(t) = Ln\,\psi^*_{B1}(t) \Big/ Ln\,r^*_{B1}(t) \quad (۵۰-۶)$$

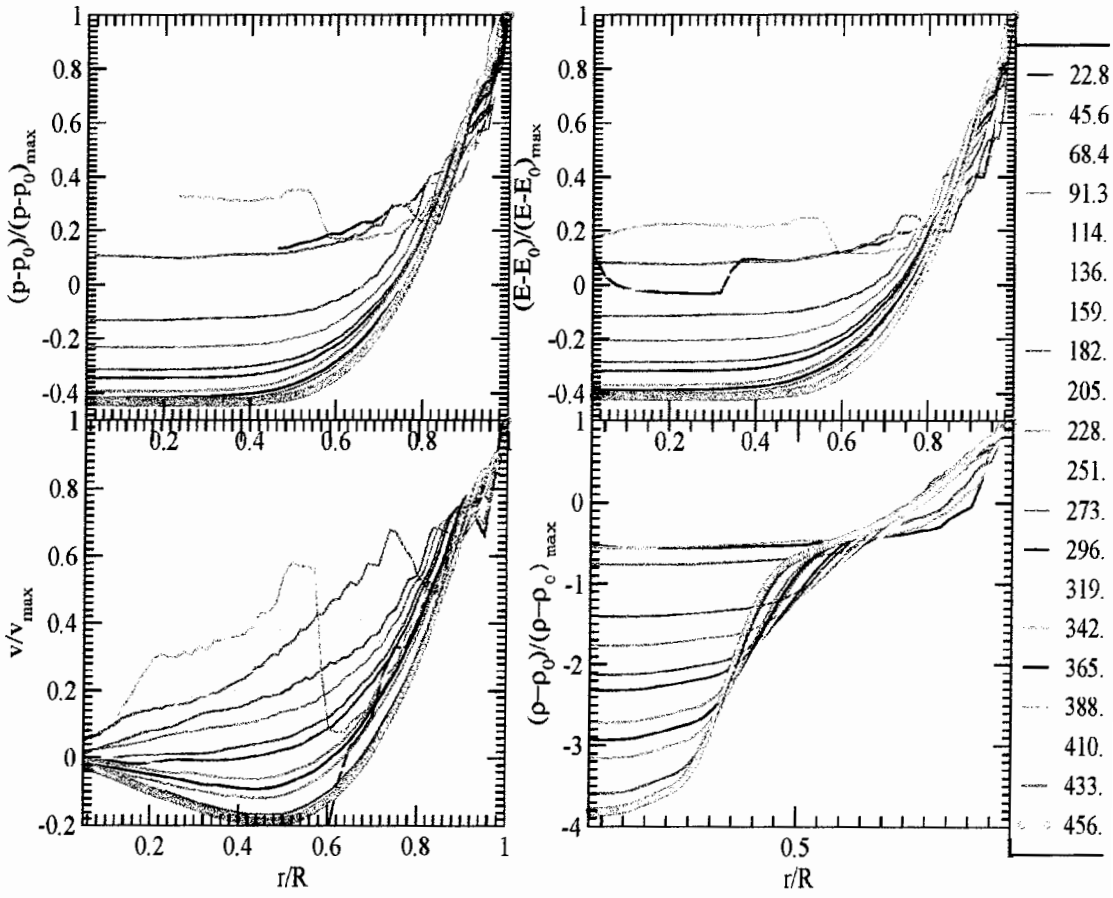
$$\psi^*_{B1}(t) = |\psi_{\min}(t)| \Big/ (\psi_{\max}(t) - \psi_{\min}(t)) \quad (۵۱-۶)$$

این مدل از نقاط C_1, B_1, A_1 عبور می‌نماید. چنانچه به پروفیل توزیع پارامترها در دستگاه مختصات خود مشابه (r^*, ψ^*) توجه کنیم ملاحظه می‌نمائیم که رفتار خودمشابهی در آنها دیده نمی‌شود. این اختلاف و عدم خودمشابهی را می‌توان به این واقعیت مربوط نمود که مختصات نقطه A_1با توجه به پروفیل توزیع شکل (۶-۵) بخوبی قابل دستیابی نیست و ارائه مدل دیگری که در۰ = r شیبی معادل صفر داشته باشد مناسبتر است. ضمناً بخاطر تغییرات شدید و منفی چگالی این مدل برای چگالی به هیچ وجه مناسب نیست. نمودارهای خود مشابهی توزیع پارامترها در شکل(۶-۸) نشان داده شده است.



شکل (٦-٨) نمودار دومین مدل خودمشابهی توزیع پارامترها

ج) در این مدل توزیع پارامترها در لحظات زمانی متفاوت ارائه شده که با مختصات نقطه $C_1(\psi_{\max}, r_{\max})$ بی بعد شده اند، معرفی می گردند. این نمودارکه در شکل (۶-۹) نشان داده شده نیز رفتار خود مشابهی را در لحظات زمانی دوردست و پس از انفجار تایید می نماید. تشابه نمودارهای فشار وانرژی دوباره بخوبی ملاحظه می گردد. لازم بذکر است برای این نمودارها مدل ریاضی ارائه نشده است.

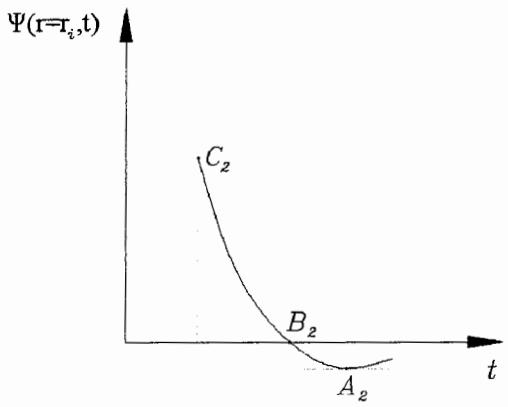


شکل (٦-٩) نمودار سومین مدل خودمشابهی توزیع پارامترها

۶-۸ تاریخچه تغییرات پارامترها

تاریخچه تغییرات دریک فاصله مشخص از مرکز انفجار نشان می دهد که تمامی این پروفیلها بصورت تابعی نهایی سیر نزولی دارند. شکل عمومی برای تمامی پارامترها تقریباً یکسان است.

چنانچه به تاریخچه تغییرات پارامترها در یک نقطه ثابت که در فاصله مشخصی از مرکز انفجار قرار گرفته است. توجه نمائیم، نموداری که در فرم عمومی بصورت شکل (۶-۱۰) نشان داده شده است بدست می آید.



شکل(۶-۱۰) تاریخچه تغییرات پارامتر عمومی ψ در یک مکان مشخص

مختصات نقاط $A_2(T+\tau+\tau_1,\psi_{\min})$ ، $B_2(T+\tau,0)$ و $C_2(T,\psi_{\max})$ در پروفیل تاریخچه معرف مشخصات موج انبساطی می باشند. از مختصات این نقاط برای معرفی مدلهای متفاوتی که بیانگر رفتار خود مشابه می باشند استفاده شده است. هر یک از مختصات نقاط A_2, B_2, C_2 بصورت $\sum_{j=0}^{4} a_j r^j$ ارائه شده اند. این مختصات از طرفی معرف اختلاف بین تاریخچه یک پارامتر در یک مکان نسبت به مکان دیگر می باشد و از طرفی معرف مشخصه تاریخچه می باشد. بنابراین چنانچه با بی بعد نمودن تاریخچه، اختلافات را از بین ببریم در این صورت تمامی این تاریخچه بر روی یکدیگر قرار می گیرند و رفتار خود مشابهی تاریخچه محقق می گردد.

علاوه بر مختصات نقاط A_2 , B_2 , C_2 بعنوان مشخصات تاریخچه تغییرات پارامترها، ضربان موج i_m مطابق تعریف زیر نیز یکی دیگر از مشخصاتی است که مورد بررسی قرار گرفته است.

$$i_m = \int_{T}^{T+\tau} p(t)dt \qquad (۵۲-۶)$$

بنابراین از مشخصه ها در هر ایستگاه استفاده شده است تا مدلی بصورت $\sum_{j=0}^{4} a_j r^j$ معرفی گردند که در جداول زیر آورده شده است. قابل ذکر است که در مختصات نقاط، T زمان دریافت موج ضربه ای، τ زمان تداوم موج و τ_1 زمانی است که موج از مقدار صفر به حداقل مقدار خود تقلیل می یابد. در ادامه به کمک مدلهای زیر می توان به مطالعه رفتار خود مشابهی پروفیلها پرداخت.

جدول (۶-۳) : مشخصه های سرعت (r در بازه [۱۵۲,۵، ۵۵] قابل قبول می باشد)

$V_{max}(r)$ = ۰,۳۸۴۰۴ - ۰,۰۱۰۰۹ r + ۰,۰۰۰۱۱۰۲۴ r^۲ - ۵,۵۹۴۵ e-۰۷ r^۳ + ۱,۰۸۶۴ e-۰۹ r^۴
$V_{min}(r)$ = -۰,۰۰۳۸۶۹۱ - ۰,۰۰۰۱۲۶۷۶ r + ۲,۳۶۴۴ e-۰۶ r^۲ - ۱,۴۵۹۷ e-۰۸ r^۳ + ۳,۲۲۹۲ e-۱۱ r^۴
T(r) = ۲۱,۰۸۶ - ۱,۹۹ r + ۰,۱۰۵۱۷ r^۲ - ۰,۰۰۰۴۵۱۵۴ r^۳ + ۹,۵۱۳۴ e-۰۷ r^۴
$T(r)+\tau(r)$ = ۲۷۱,۱۴ - ۴,۰۵۶ r + ۰,۱۵۸۱۳ r^۲ - ۰,۰۰۰۸۱۲۶۸ r^۳ + ۱,۸۰۰۳ e-۰۶ r^۴
$T(r)+\tau(r)+\tau_1(r)$ = ۳۲۳,۸۸ - ۰,۲۳۰۰۱ r + ۰,۱۱۸۲۶ r^۲ - ۰,۰۰۰۵۵۸۶۳ r^۳ + ۱,۱۵۸ e-۰۶ r^۴
n(r) = ۵,۳۳۳۲ - ۰,۰۵۴۳۳۱ r + ۰,۰۰۰۲۸۶۳۵ r^۲ - ۳,۳۸۸۶e-۰۷ r^۳ - ۶,۴۶۴۴ e-۱۰ r^۴
A(r) = -۱۶,۲۱۲ + ۰,۴۳۴۱۸ r - ۰,۰۰۴۲۱۸۴ r^۲ + ۱,۹۱۸۴ e-۰۵ r^۳ - ۳,۷۲۲۹ e-۰۸ r^۴
a(r) = ۷,۱۳۷۳ - ۰,۱۷۳۶۷ r + ۰,۰۰۱۷۰۲۵ r^۲ - ۷,۵۵۳۹ e-۰۶ r^۳ + ۱,۲۸۳۲ e-۰۸ r^۴

جدول (۶-۴) : مشخصه های چگالی (r در بازه [۱۵۲,۵، ۵۵] قابل قبول می باشد)

$D_{max}(r)$ = ۰,۰۱۰۱۹۱ - ۰,۰۰۰۲۷۶۰۶ r + ۳,۱۴۳۶ e-۰۶ r^۲ - ۱,۶۸۱۵ e-۰۸ r^۳ + ۳,۴۶۷۸ e-۱۱ r^۴
$D_{min}(r)$ = -۰,۰۰۲۸۹۹۳ + ۹,۶۰۱۴ e-۰۵ r - ۱,۲۶۲۵ e-۰۶ r^۲ + ۷,۴۳۷ e-۰۹ r^۳ - ۱,۶۳۲ e-۱۱ r^۴
T(r) = ۲۱,۵۷۵ - ۱,۳۳۲۵ r + ۰,۰۶۸۷۱۶ r^۲ - ۰,۰۰۰۲۶۵۰۳ r^۳ + ۵,۵۵۳۶e-۰۷ r^۴
$T(r)+\tau(r)$ = -۲۵۸,۸۸ + ۹,۸۷۴۹ r - ۰,۰۳۵۷۴۴ r^۲ + ۰,۰۰۰۲۵۵۷۱ r^۳ - ۴,۸۲۷۱e-۰۷
$T(r)+\tau(r)+\tau_1(r)$ = ۱۴,۹۳۸ + ۲,۸۹۸۹ r + ۰,۱۱۲۳۸ r^۲ - ۰,۰۰۰۹۲۹۱۹ r^۳ + ۲,۸۷۷۴ e-۰۶ r^۴
n(r) = ۱۴,۵۸۵ - ۰,۳۵۹۸۱ r + ۰,۰۰۴۲۴۱۸ r^۲ - ۲,۲۵۹۷ e-۰۵ r^۳ + ۴,۳۳۰۹ e-۰۸ r^۴
A(r) = -۵۹,۸۳۵ + ۲,۰۴۴ r - ۰,۰۲۷۱۴۹ r^۲ + ۰,۰۰۰۱۶۵۱۶ r^۳ - ۳,۸۲۸۳ e-۰۷ r^۴
a(r) = ۵,۵۵۰۹ - ۰,۱۳۶۳ r + ۰,۰۰۱۶۰۵۲ r^۲ - ۹,۵۸۷۳e-۰۶ r^۳ + ۲,۲۸۲۴ e-۰۸ r^۴

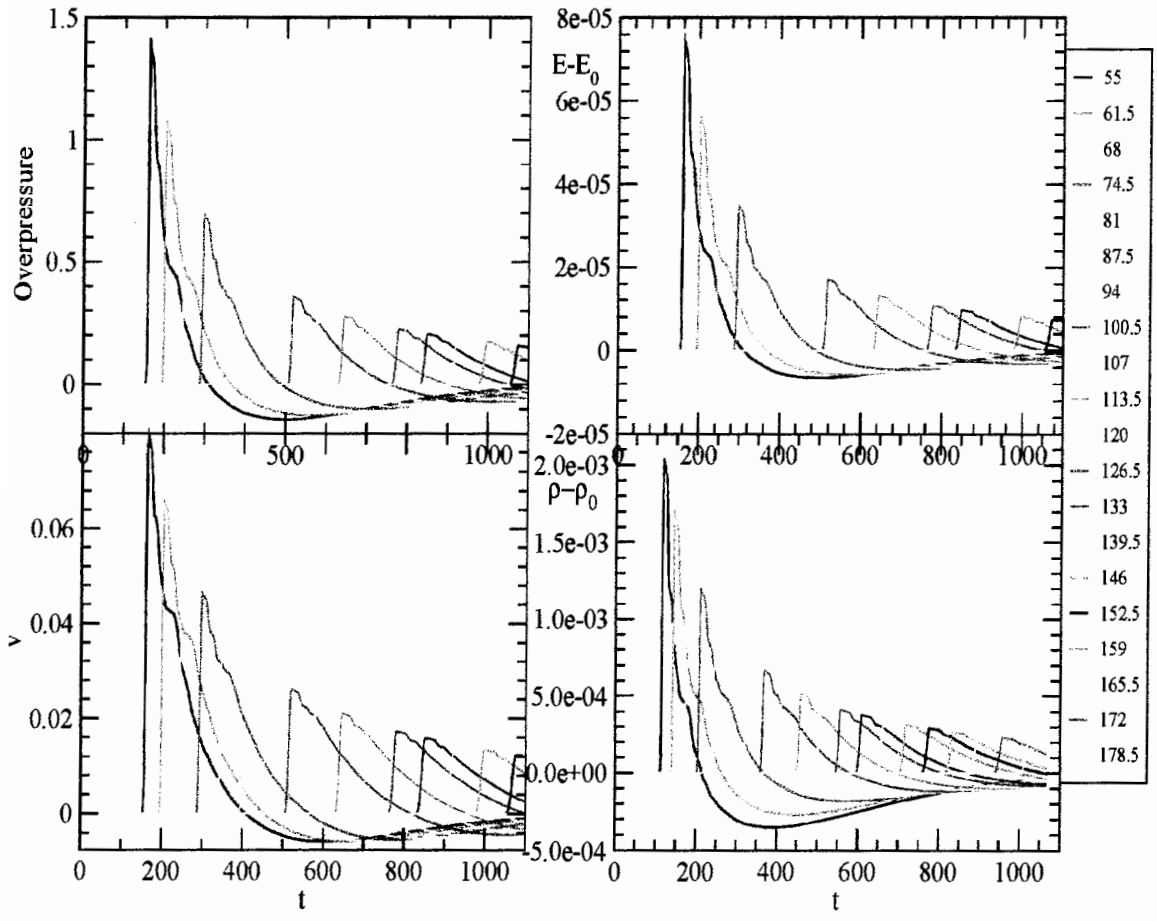
جدول (۶-۱) : مشخصه های فشار (r در بازه [۱۵۲,۵، ۵۵] قابل قبول می باشد)

$P_{max}(r)$ = ۹,۸۴۳۹ - ۰,۳۰۰۳۳ r + ۰,۰۰۳۶۴۵۶ r^۲ - ۲,۰۰۵۹ e-۰۵ r^۳ + ۴,۱۵۶۲ e-۰۸ r^۴
$P_{min}(r)$ = -۰,۵۰۰۸۶ + ۰,۰۱۱۷۴۱ r - ۰,۰۰۰۱۲۸۰۸ r^۲ + ۶,۸۱۲۳e-۰۷ r^۳ - ۱,۴۱۶۱e-۰۹ r^۴
T(r) = -۶۰,۸۷۶ + ۱,۵۶۰۷ r + ۰,۰۴۹۲۵۶ r^۲ - ۷,۸۹۹۹e-۰۵ r^۳ + ۶,۰۰۳۶e-۰۸ r^۴
T(r) + $\tau(r)$ = ۱۶,۸۱۹ + ۱,۸۰۸۳ r + ۰,۰۲۲۳۵۵ r^۲ - ۰,۰۰۰۲۵۴۵۶ r^۳ + ۷,۳۳۱۶e-۰۷ r^۴
T(r) + $\tau(r)$ + $\tau_1(r)$ = ۳۵۶,۷۷ - ۶,۰۷۷۹ r + ۰,۲۱۲۶۲ r^۲ - ۰,۰۰۱۱۰۷۸ r^۳ + ۲,۱۷۴۹e-۰۶ r^۴
N (r) = ۱۷,۸۷ - ۰,۴۸۷۱ r + ۰,۰۰۵۹۰۱۵ r^۲ - ۳,۲۲۶۲e-۰۵ r^۳ + ۶,۶۱۲۸e-۰۸ r^۴
i_m (r) = ۱۵۴,۵۳ - ۲,۳۵۸۵ r + ۰,۰۱۸ r^۲ - ۷,۱۶۳۶ e-۰۵ r^۳ + ۱,۱۶۹۸ e-۰۷ r^۴
a (r) = ۷,۶۹۴۱ - ۰,۱۸۷۰۷ r + ۰,۰۰۱۸۱۰۶ r^۲ - ۷,۸۸۱۸ e-۰۶ r^۳ + ۱,۳۱۶۹ e-۰۸ r^۴
A(r) = -۴۱,۳۵۸ + ۱,۲۶۵۱ r - ۰,۰۱۴۴۸۸ r^۲ + ۷,۵۴۷۸e-۰۵ r^۳ - ۱,۵۲۶۹e-۰۷ r^۴

جدول (۶-۲) : مشخصه های انرژی (r در بازه [۱۵۲,۵، ۵۵] قابل قبول می باشد)

$E_{max}(r)$ = ۰,۰۰۰۵۵۶۸۷ -۱,۷۲۵۸e-۰۵ r + ۲,۱۰۶۴e-۰۷ r^۲ - ۱,۱۶۰۱e-۰۹ r^۳ + ۲,۴۰۱۱e-۱۲ r^۴
$E_{min}(r)$ = -۲,۱۰۳۸e-۰۵+۴,۵۱۹۱e-۰۷ r - ۴,۴۴۶۴e-۰۹ r^۲ + ۲,۱۰۷۶e-۱۱ r^۳ - ۳,۸۵۴۸e-۱۴ r^۴
T(r) = -۶۰,۸۷۶ + ۱,۵۶۰۷ r + ۰,۰۴۹۲۵۶ r^۲ - ۷,۸۹۹۹e-۰۵ r^۳ + ۶,۰۰۳۶e-۰۸ r^۴
T(r)+$\tau(r)$ = ۲۷۱,۱۴ - ۴,۰۵۶ r + ۰,۱۵۸۱۳ r^۲ - ۰,۰۰۰۸۱۲۶۸ r^۳ + ۱,۸۰۰۳e-۰۶ r^۴
T(r)+ $\tau(r)$+$\tau_1(r)$ = -۲۶۹,۶۷ + ۱۹,۱۹۴ r - ۰,۱۴۳۸۲ r^۲ + ۰,۰۰۰۹۹۳۷ r^۳ - ۲,۱۸۸۸e-۰۶ r^۴
n(r) = ۱۰,۶۹۲ - ۰,۱۸۷۰۶ r + ۰,۰۰۱۵۷۵۳ r^۲ - ۵,۸۰۳۹e-۰۶ r^۳ + ۷,۲۶۲۱e-۰۹ r^۴
A(r) = -۴۰,۶۰۴ + ۱,۱۷۵۶ r - ۰,۰۱۲۵۵۵ r^۲ + ۶,۰۳۹e-۰۵ r^۳ - ۱,۱۲۹۱e-۰۷ r^۴
a(r) = ۷,۱۳۷۳ - ۰,۱۷۳۶۷ r + ۰,۰۰۱۷۰۲۵ r^۲ - ۷,۵۵۳۹e-۰۶ r^۳ + ۱,۲۸۳۲e-۰۸ r^۴

تشابه در پروفیل فشار و انرژی بوضوح دیده می شود که در شکل (۶-۱۱) نشان داده شده است. تمامی این پروفیل ها نشان می دهند چنانچه در یک نقطه ثابتی از فضا تغییرات زمانی پارامترها اندازه گیری شوند، پس از مدتی (با توجه به فاصله نقطه از مرکز انفجار) ناگهان موج شدیدی دریافت می گردد و با تغییرات زیادی این موج، موقعیت آن نقطه را ترک می کند و جای خود را به امواج ضعیفتر دیگری می دهد. این جانشینی به مقادیر منفی نیز می رسد و مشاهده کننده موج شوک، پس از گذشت زمان کوتاهی، فشار منفی و پارامترهای منفی را تجربه می نماید. سپس با فاصله گرفتن موج قوی از دریافت کننده موج، با شیب ملایمی فشار منفی به فشار محیط اطراف تعدیل می یابد.



شکل(۶-۱۱) نمودار تاریخچه تغییرات و پارامترهای زمانی فشار، انرژی، سرعت، چگالی

۶-۹ مدلهای خود مشابهی تاریخچه

الف) در این مدل هر یک از پارامترها در محدودهٔ $T \le t \le T + \tau$ (محدودهٔ زمان تداوم موج) مورد بررسی قرار می گیرد و برای پارامتر عمومی زیر در نظر گرفته می شود.

$$\psi_{\circ} = (1 - t_{\circ})\, e^{-a t_{\circ}} \qquad (۵۳-۶)$$

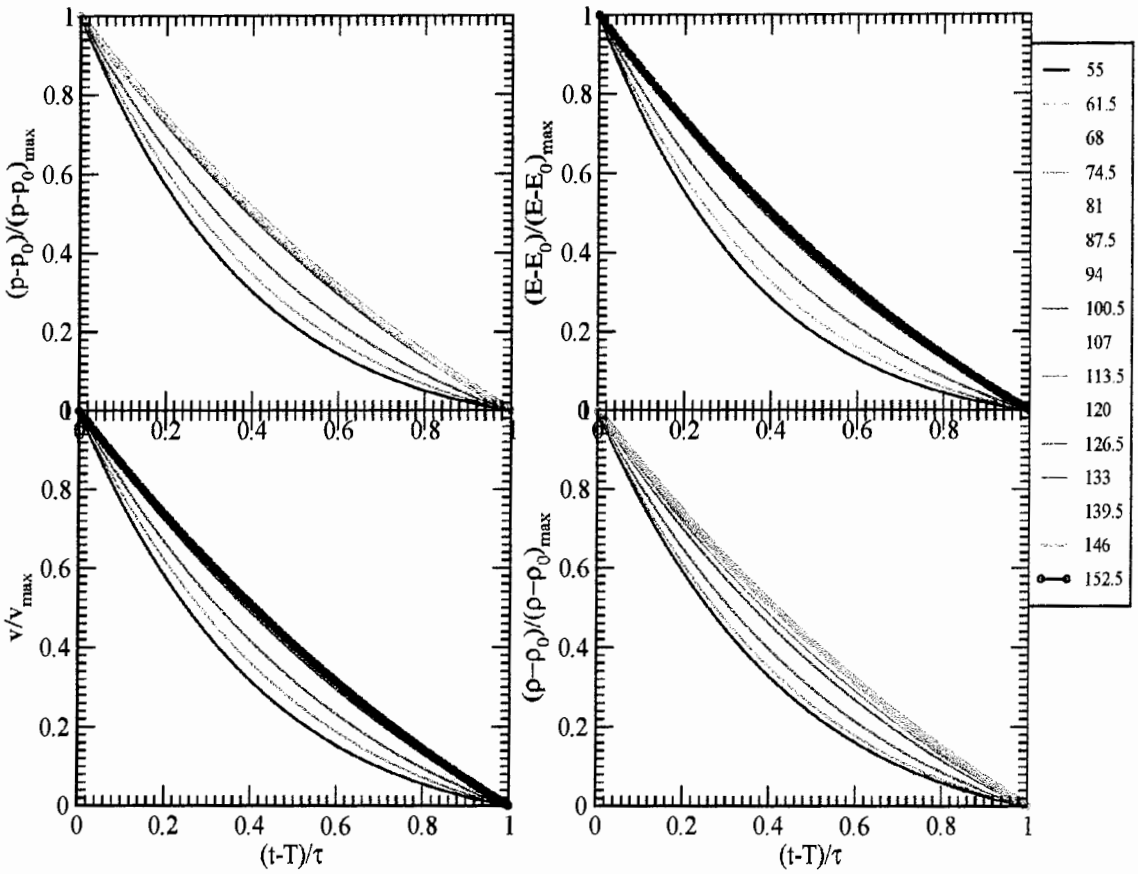
که در آن

$$\psi^*(r,t) = \left(\psi - \psi^*(r)\right) \Big/ \left(\psi_{\max} - \psi^*(r)\right) \qquad (۵۴-۶)$$

$$t^*(r,t) = \left(t - T(r)\right) \Big/ \tau(r) \qquad (۵۵-۶)$$

$$a = a(r) \qquad (۵۶-۶)$$

در دستگاه مختصات جدید (t^*, ψ^*) که دقیقاً شرایط نقاط $B_۲$, $C_۲$ را ارضاء می نماید، رفتار خود مشابهی دیده می شود. در شکل (۶-۱۲) این رفتار که با نزدیک شدن به ایستگاه های دور دست رفتار خود مشابهی بهتر و شدیدتر می شود نشان داده شده است.



شکل (٦-١٢) نمودار اولین مدل خودمشابهی تاریخچه تغییرات پارامترها

ب) این مدل که در محدودهٔ $T \le t \le T + \tau + \tau_1$ معتبر است و مختصات نقاط A_2, B_2, C_2 در آن صدق می کند. این مدل برای پارامتر عمومی زیر در نظر گرفته می شود.

$$\psi^*(r,t) = \left(1 - t^*(r,t)\right) e^{A(r)\, t^* \left(t^* - t^*_{B2}\right)} \qquad (۵۷-۶)$$

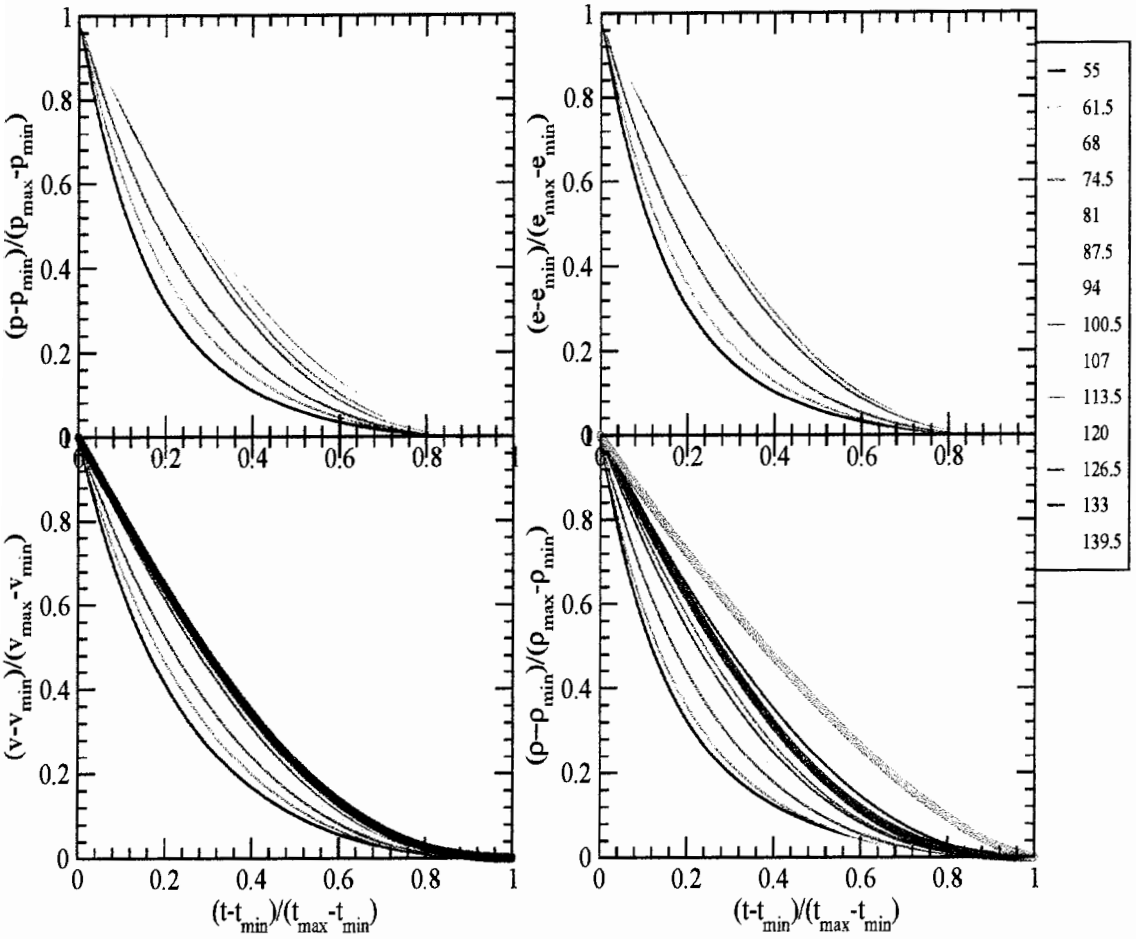
که درآن

$$\psi^* = \left(\psi(r,t) - \psi_{\min}(r)\right) \Big/ \left(\psi_{\max}(r) - \psi_{\min}(r)\right) \qquad (۵۸-۶)$$

$$t^*(r,t) = \left(t - T(r)\right) \Big/ \left(\tau(r) + \tau_1(r)\right) \qquad (۵۹-۶)$$

$$t^*_{B2}(r) = \left(t_{B_2}(r) - T(r)\right) \Big/ \left(\tau(r) + \tau_1(r)\right) \qquad (۶۰-۶)$$

رفتار خود مشابهی نمودار مدل فوق برای ایستگاههای دور از انفجار بخوبی دیده می شود و تشابه زیادی بین تاریخچه فشار و تاریخچه انرژی دیده می شود. در منحنی تغییرات چگالی، تناقضی در رفتار خود مشابهی، دور از مرکز انفجار دیده می شود که این بخاطر عدم تعیین دقیق نقطه $A_۲$ برای یستگاه دور دست می باشد. در حقیقت منحنی در آن ایستگاه به حداقل خود نرسیده است و با محدودیتهائی به لحاظ عدم مجهز بودن به شرط(Convective outflow boundary condition) و انعکاس موج از دیواره ناگزیر به اجرای کد تا لحظه ای هستیم که این اتفاق رخ ندهد. به عبارت دیگر با عدم احراز شرط انتقال موج در مرز خروجی نمی توانیم این نقطه را برای ایستگاههای نزدیک مرز خروجی، بدست آوریم. چنانچه این امر میسر شود می توان مدل تاریخچه فوق را با مدل توزیع پروفیل وقتی $r = r_.$ است مقایسه نمود. با توجه به منحنی ها در می یابیم که هر چه به ایستگاههای دور دست نزدیک می شویم، منحنی ها همپوشانی بیشتری نسبت به یکدیگر از خود نشان می دهند که این امر در شکل (۶-۱۳) کاملا مشهود می باشد. این رفتار به وضوح معرف پدیده خود مشابهی تاریخچه تغییرات می باشد.

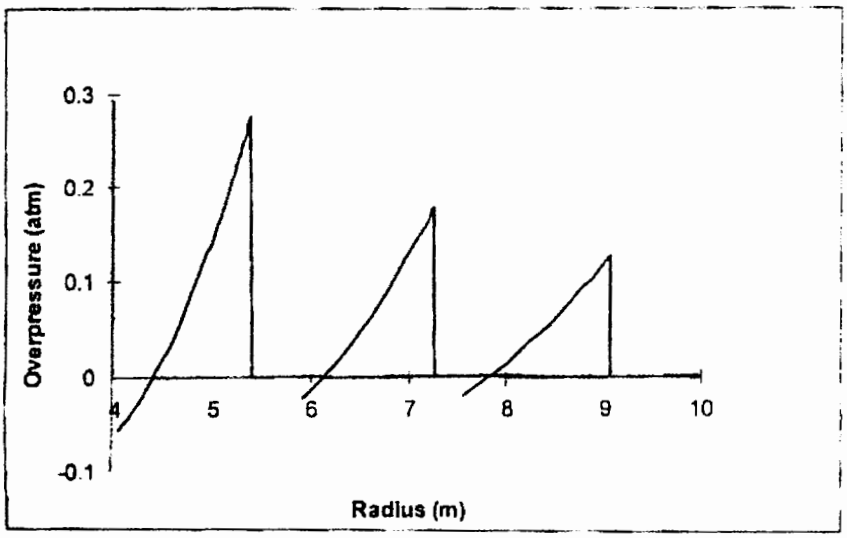


شکل (٦-١٣) نمودار دومین مدل خودمشابهی تاریخچه تغییرات پارامترها

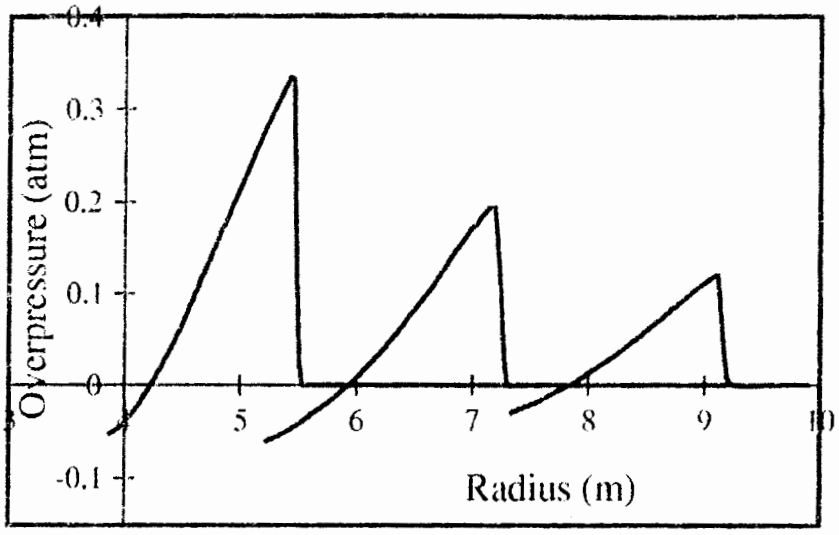
۶-۱۰ تست و ارزیابی کد

پارامترهای شبیه سازی جهت مقایسه جوابها با جوابهای تست واقعی سیستم Air Blast برای انفجار ۱ کیلوگرم TNT در لحظات زمانی ۱۰، ۱۵و۲۰ میلی ثانیه پس از انفجار، تعیین و مقایسه شده‌اند که در شکلهای (۶-۱۴) و (۶-۱۵) آورده شده است. با مقایسه نتایج شبیه سازی و توزیع تست درمی-یابیم که کد بخوبی با جوابهای تست واقعی قابل انطباق است و پروفیل‌های توزیع تقریباً یکسانی را گزارش می‌کنند. این مقایسه صحت کد را بخوبی روشن می‌نماید. اختلاف جزئی که در مقدار

ماکزیمم[۱] ملاحظه می‌شود مربوط به عدم اطلاع دقیق از شرایط اولیه انفجار که در اینجا پروفیل هایی با توزیع یکنواخت فرض شده است می‌باشد.



شکل (٦-١٤) نمودار تجربی توزیع فشار برای انفجار یک کیلو گرم TNT در هوا



شکل (٦-١٥) نمودار شبیه سازی شده توزیع فشار برای انفجار یک کیلو گرمTNT در هوا

[۱] - Peak

۶-۱۱ بحث و بررسی نتایج

در این تحقیق رفتار خودمشابهی پارامترها و مشخصه‌های یک انفجار در مختصات کروی در مدلهای مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. همانطوریکه مشاهده شد رفتار خود مشابهی توزیع پارامترها در زمانهای مختلف و تاریخچه تغییرات پارامترها در فواصل دور از مرکز انفجار در نمودارهای فشار، انرژی ، چگالی و سرعت بخوبی دیده می شود.همچنین تشابه زیادی بین منحنی های فشار و انرژی دیده می شود.

با توجه به منحنی ها در می یابیم که هر چه به ایستگاههای دور دست نزدیک می شویم،منحنی ها همپوشانی بیشتری نسبت به یکدیگر از خود نشان می دهند.

نتایج شبیه سازی شده نیز با نتایج تست واقعی بسیار نزدیک می باشد و اختلاف اندک مشاهده شده ناشی از عدم اطلاع دقیق از شرایط اولیه می باشد.

نتیجه گیری

بحث و نتیجه گیری

در *این تحقیق* به بررسی رفتار خود مشابهی پارامترها و مشخصه ها و نتایج یک انفجار در مختصات کروی در یک محیط ساکن، که در اینجا هوا فرض شده، پرداخته شده است. بدین منظور جریان را یک بعدی، تراکم پذیر،بدون لزجت و متقارن در نظر گرفته شده و با توجه به این فرضیات مدلسازی انجام شده و در ادامه به بررسی رفتار خودمشابهی پرداخته شده است.

با توجه به الگوریتم FCT که یک روش پیوسته گودنفی برای حل جریانات تراکم پذیر میباشد و با در نظر گرفتن شرایط مرزی انعکاسی در مرز خروجی و شرایط اولیه که بصورت یکنواخت در نظر گرفته شده است کد کامپیوتری تهیه شده است و با استفاده از نرم افزار (Xmgrace) به بررسی رفتار خودمشابهی پارامترها و مشخصه های یک انفجار پرداخته شده است.با توجه به نمودارهای توزیع و تاریخچه پارامترهای فشار، انرژی، سرعت و چگالی مشاهده می شود که هرچه از مرکز انفجار دور می شویم مقدار ماکزیمم منحنی ها کاهش می یابد که این خود حاکی از صحت کد می باشد زیرا که با دور شدن از مرکز انفجار شدت موج انفجار کاهش می یابد بنابراین باید مقدار ماکزیمم مقادیر پارامترها کاهش یابد.

برای بررسی رفتار خودمشابهی سه مدل برای توزیع پارامترها ارائه شده و در دستگاه خودمشابه یا دستگاه صفر و یک رسم شده اند. با توجه به تعریف خودمشابهی که قبلاً آورده شده مشاهده می شود که منحنی ها بر روی یکدیگر قرار می گیرند و با یکدیگر همپوشانی دارند و هرچه از مرکز انفجار دور می شویم همپوشانی بیشتر می شود و منحنی ها کاملاً بر روی یکدیگر می افتند که این امر با مطالبی که در فصل چهارم آورده شد[۱۳] مطابقت دارد که این امر نیز خود بیانگر صحت کد می باشد. در ادامه نیز دو مدل برای بررسی رفتار خودمشابهی تاریخچه تغییر پارامترها آورده شده که همه آنها بیانگر رفتار خودمشابهی نمودارها می باشد.

همچنین برای بررسی صحت کد نتایج حاصله از کد با نتایج تجربی نمودار تاریخچه فشار در زمانهای ۱۰و ۱۵و ۲۰ مقایسه شده است و همانطور که مشاهده می شود نتایج کد بخوبی با نتایج

تست واقعی قابل انطباق است و پروفیلهای توزیع یکسانی را گزارش می کند. این مقایسه صحت کد را بخوبی روشن می نماید.

اختلاف جزئی که در مقدار ماکزیمم ملاحظه می شود مربوط به عواملی چند از جمله عدم اطلاع دقیق از شرایط اولیه انفجار که در اینجا پروفیل توزیع یکنواخت فرض شده و شرایط مرزی در نظر گرفته شده و همچنین خطای محاسبات می باشد.

برای بهبود نتایج می توان ابتدا یک انفجار (در واقع ناحیه پر انرژی) که قبلاً توضیح داده شد را مدلسازی نمود و از نتایج خاصله به عنوان شرایط اولیه شبیه سازی ناحیه کم انرژی استفاده نمود و از آنجا تغییرات در ناحیه پر انرژی بسیار سریع اتفاق می افتد و مدلسازی آن بسیار مشکل می باشد فرض شده که توزیع آن بصورت یکنواخت می باشد که عملاً مشاهده می شود فرض خیلی اشتباهی نمی باشد و برای شرایط مرزی در نظر گرفته شده باید شرایط مرزی دیگر را تست نمود و نتایج را با نتایج فعلی مقایسه نمود و امکان دارد به نتایج بهتری دست پیدا نمود.

شبیه سازی صورت گرفته حرکت موج انفجار در هوا از دیدگاه اویلری مورد بررسی قرار گرفته که می توان مدلسازی را بر اساس دیدگاه لاگرانژی انجام داد ونتایج بدست آمده را با نتایج موجود مقایسه نمود.

همچنین در این تحقیق به بررسی رفتار خودمشابهی در ناحیه کم انرژی پرداخته شده است که می توان به بررسی رفتار خودمشابهی در ناحیه پر انرژی پرداخت و صحت رفتار خودمشابهی پارامتر های فشار، انرژی، سرعت و چگالی را موردتحقیق و بررسی قرار داد و مدلهایی را برای آن ارائه نمود.

منابع و مراجع

[1] Zeldovich Y.B. & Raizer, Y.P, "Physics of Shock wave and High temperature Hydrodynamic Phenomena" , Vol II,1968.

[2] Boris, J.P. and D.L. Book, "Solution of Continuity Equation by the Method of FCT", Methods in Computtational Physics, 16, 85-129, 1976.

[3] Henrych, J, "the dynamics of Explosion and Its Use", Czechoslovak academy of Sciences , 1979.

[4] Van Dyke, M. & Guttmann, A.J. "The converging Shock wave from a Spherical or Cylindrical Piston" J. Fluid Mech. Vol 120, PP 451-462, 1982.

[5] Colella, P. & Woodward P.R., "the Piecewise Parabolic Method (PPM) for Gas Dynamical Simulations", J. Comp. Phys, 54, 174-201.1984.

[6] Woodward, P. & P. Colella, "The Numerical Simulation of Two – Dimensional Fluid Flow with strong shock", J. Comp. Phys. 54. PP. 115-173. 1984.

[7] LCPFCT – Flux – Corrected Transport Algorithm for Solving Generalized Continuity Equations, J.B. Borrs, A.M. Landsberg, E.S. Oran, J.H. Gardener, 1993.

[8] G.F.Kinny and K.J.Graham, "Explosive Shock Wave in Air", Spring Verlag, 1985.

[9] Ch.L.Mader, "Numerical Modeling of Detonation", University of Califonia, 1979.

[10] W.C.Davis, "Introduction to Explosive Effects and Applications" ,1980.

[11] C.h.johansson, " Detonics of High explosive", 1970.

[12] H.C.Horingetal, "Equation of State of Detonation products", California,1970.

[13] Sedov,L.I. "Similarity and dimentional methods in Mechanics", Moscow, 1982.

[14] Lidov,M.L. "Sperical Shock Wave with Variables Shock Sterength" ,1955.

[15] purohit,S,C. "Self-Similar Homothemal Flow of Self-Gravitating gas" ,J.Phy-soc.japan,1974,36,288.

[16] Taylor,J.L. "An Exact Solution of Spherical Blast Wave Problem" , Philosophical magazine,1955,P46,316.

[17] Sedov,L.I. "Unsteady Motion of Comprissible Media with Blast Wave", America Mathematical Society, 1967.

[18] Brode,H.L. "A calculation of the Blast Wave from a Spherical Charge of TNT ", SantaMonica, CA ,1974.

[19] Brode,H.L. "Numerical Solution of spherical Blast Waves" ,J.Appl.Phys,26, 766(1955).

[20] Baker,W.E & Westire,P.S and Dodge,F.T, "Similarity Methods in Engineering Dynamics" ,SanAntania, Texas(1980).

[21] Liepman and Roshko, "Elements of Gas Dynamics", Wiley,New York(1957).

[22] Emmons,H.W. "fundamentals of gas Dynamics", Princeton University Press, Princton,N.J.(1958)

Z (m)	M_s	p^*/P_s	t_e (ms)	σ (m/s)	t_d (ms)	I/A (bar-ms)	z
2.40	1.457	1.327	2.656	903	1.383	0.667	1.04
2.50	1.422	1.209	2.860	874	1.434	0.640	0.99
2.60	1.391	1.105	3.069	847	1.485	0.614	0.94
2.70	1.363	1.015	3.281	823	1.535	0.590	0.90
2.80	1.338	0.935	3.498	800	1.584	0.567	0.86
2.90	1.316	0.865	3.72	780	1.63	0.546	0.82
3.00	1.296	0.802	3.94	761	1.68	0.526	0.79
3.10	1.277	0.746	4.17	743	1.73	0.507	0.76
3.20	1.261	0.697	4.40	727	1.77	0.490	0.74
3.30	1.246	0.652	4.64	712	1.82	0.473	0.72
3.50	1.219	0.575	5.11	685	1.91	0.443	0.67
3.75	1.192	0.498	5.72	655	2.01	0.410	0.63
4.00	1.170	0.437	6.34	631	2.11	0.382	0.60
4.25	1.152	0.387	6.98	609	2.21	0.357	0.57
4.50	1.137	0.347	7.62	591	2.30	0.336	0.54
4.75	1.125	0.313	8.27	575	2.39	0.317	0.52
5.00	1.114	0.285	8.92	560	2.47	0.300	0.50
5.50	1.097	0.240	10.25	537	2.63	0.271	0.47
5.75	1.090	0.223	10.92	526	2.70	0.259	0.46
6.00	1.084	0.207	11.60	517	2.76	0.248	0.45
6.25	1.079	0.194	12.28	509	2.83	0.238	0.44
6.50	1.074	0.182	12.96	502	2.89	0.229	0.43
6.75	1.070	0.171	13.64	495	2.95	0.220	0.42
7.00	1.066	0.162	14.33	488	3.00	0.213	0.41
7.50	1.060	0.146	15.71	477	3.10	0.199	0.39
8.0	1.055	0.132	17.1	468	3.19	0.187	0.38
8.5	1.050	0.121	18.5	459	3.27	0.176	0.37
9.0	1.046	0.112	19.9	452	3.34	0.167	0.36
9.5	1.043	0.104	21.3	446	3.41	0.158	0.35
10.0	1.040	0.097	22.7	440	3.47	0.151	0.34
11.0	1.036	0.086	25.5	431	3.57	0.138	0.33
12.0	1.032	0.077	28.4	423	3.65	0.127	0.31
13.0	1.029	0.070	31.2	416	3.72	0.118	0.30
14.0	1.027	0.064	34.1	411	3.78	0.110	0.29
15.0	1.025	0.059	37.0	406	3.83	0.103	0.28
16.0	1.023	0.055	39.8	402	3.87	0.097	0.28
18.0	1.020	0.048	45.6	395	3.93	0.087	0.26
20.0	1.018	0.043	51.4	389	3.98	0.078	0.25
22.5	1.016	0.038	58.6	384	4.03	0.070	0.24
25.0	1 014	0.034	65.8	380	4.06	0.063	0.23