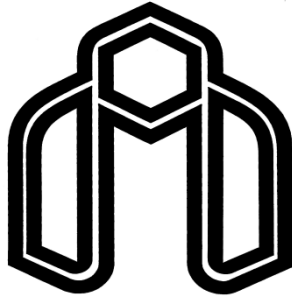


الله محمد



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

گروه تبدیل انرژی

بررسی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در حفره

نگارش:

امیر نقی خانی

استاد راهنما:

دکتر محمد محسن شاه مردان

استاد مشاور:

دکتر محمود نوروزی

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

زمستان ۱۳۹۱



مدیریت تحصیلات تکمیلی
فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره :
تاریخ :
ویرایش :

فرم صورت جلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای امیر نقی‌خانی رشته مکانیک گرایش تبدیل انرژی تحت عنوان « بررسی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در حفره » که در تاریخ ۱۳۹۱/۱۱/۳۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

قبول (با درجه : بسیار خوب امتیاز : ۱۸.۷) دفاع مجدد مردود

۱- عالی (۲۰ - ۱۹) ۲- بسیار خوب (۱۸/۹۹ - ۱۸)

۳- خوب (۱۷/۹۹ - ۱۶) ۴- قابل قبول (۱۵/۹۹ - ۱۴)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	عضو هیأت داوران
	استادیار	محمد محسن شاه مردان	۱- استاد راهنمای اول
			۱- استاد راهنمای دوم
	استادیار	محمود نوروزی	۲- استاد مشاور
	استادیار	پوریا اکبرزاده	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
	استادیار	محسن نظری	۴- استاد ممتحن
	استادیار	علی جباری مقدم	۵- استاد ممتحن

قناد کهنوبی - رئیس دانشکده مکانیک



تقدیم به:

پدر و مادر عزیزم که همواره در تمام طول زندگی بزرگترین حامی، دلسوز، پشتیبان و
یاور من بوده‌اند و تحصیلاتم و تمام موفقیت‌هایم را مدیون محبت‌ها، راهنمایی‌ها و
زحمات آن بزرگواران هستم.

امیر نقی‌خانی

با سپاس از:

- آقای دکتر محمد محسن شاه مردان و آقای دکتر محمود نوروزی که با راهنمایی‌های گره‌گشایشان و تلاش‌هایی که در جهت دلگرم کردن و هدایت من در مسیر صحیح انجام دادند.
- کلیه اساتید گروه مکانیک که در این مدت افتخار شاگردی ایشان را داشتم.

تعهد نامه

اینجانب **امیر نقی خانی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک - گرایش تبدیل انرژی دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان "**بررسی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در حفره**" تحت راهنمایی دکتر محمد محسن شاه مردان و دکتر محمود نوروزی متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده‌است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده‌است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده‌است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده‌است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

فهرست مطالب

فصل ۱. مقدمه و پیشینه تحقیق	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- طبقه بندی سیالات ویسکوالاستیک	۲
۳-۱- برخی رفتارهای سیال ویسکوالاستیک	۶
۱-۳-۱- تغییر شکل سطح آزاد یک سیال در حال چرخش	۶
۲-۳-۱- آماسیدگی جت	۷
۳-۳-۱- بازگشت فنری	۷
۴-۳-۱- تغییر جهت جریانهای ثانویه یک جریان در حال چرخش	۸
۴-۱- پیشینه تحقیق	۸
۱-۴-۱- حفره با سرپوش متحرک	۹
۱-۱-۴-۱- سیال نیوتنی	۱۰
۲-۱-۴-۱- سیال غیرنیوتنی	۱۲
۲-۴-۱- جریان سیال در کانال با یک حفره	۱۷
۱-۲-۴-۱- سیال نیوتنی	۱۷
۲-۲-۴-۱- سیال غیرنیوتنی	۱۸
۳-۲-۴-۱- سیال ویسکوالاستیک	۲۰
۵-۱- انتقال حرارت	۲۹
۶-۱- ضرورت پژوهش حاضر	۳۰
۷-۱- تحقیق حاضر و جنبه‌های نوآوری	۳۰
فصل ۲. معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت	۳۲
۱-۲- مقدمه	۳۳
۲-۲- پارامترهای بی بعد جریان	۳۳
۳-۲- معادلات حاکم بر جریان و شرایط مرزی مربوطه	۳۴
۴-۲- معادله حاکم بر انتقال حرارت و شرایط مرزی مربوطه	۳۶
۵-۲- معادله متشکله	۳۹
۱-۵-۲- معرفی مدل CEF	۳۹
۲-۵-۲- توابع ویسکومتریک	۴۱
۶-۲- چند قضیه معروف	۴۳
۷-۲- معادله متشکله سیال CEF در دستگاه مختصات دکارتی	۴۴
فصل ۳. روش عددی	۴۷
۱-۳- مقدمه	۴۸

- ۳-۲- تحلیل عددی جریانهای دائمی ۴۸
- ۳-۳- تولید شبکه محاسباتی ۴۹
- ۳-۴- گسسته سازی معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت ۵۰
- ۳-۵- شکل گسسته معادلات حاکم ۵۲
- ۳-۶- شرایط مرزی جریان و انتقال حرارت ۵۵
- ۳-۷- پایداری عددی ۵۶
- ۳-۸- الگوریتم تحلیل ۵۷
- فصل ۴. بررسی نتایج ۶۰
- ۴-۱- مقدمه ۶۱
- ۴-۲- شرایط و الگوی همگرایی ۶۱
- ۴-۳- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه ۶۳
- ۴-۴- ارزیابی صحت نتایج ۶۴
- ۴-۵- حل میدان جریان ۶۶
- ۴-۶- حل میدان دما برای جریان ۸۵
- فصل ۵. نتیجه گیری و پیشنهادات ۹۲
- ۵-۱- نتیجه گیری ۹۳
- ۵-۲- پیشنهادات ۹۴

فهرست اشکال

- شکل (۱-۱) طرح شماتیک جریان برشی ساده. ۴
- شکل (۲-۱) اعمال چرخش به سیال نیوتنی (N) - سیال ویسکوالاستیک (V) ۶
- شکل (۳-۱) تورم جت یک سیال ویسکوالاستیک در نزدیکی سر نازل ۷
- شکل (۴-۱) بازگشت فنری یک سیال ویسکوالاستیک ۷
- شکل (۵-۱) تغییر جهت جریان‌های ثانویه در عمق یک جریان در حال چرخش ۸
- شکل (۶-۱) شکل شماتیک حفره با سرپوش متحرک ۹
- شکل (۷-۱) مقایسه خطوط جریان دوبعدی برای سیال نیوتنی در حفره با سرپوش متحرک به ازای رینولدز ۰، ۱۰۰، ۴۰۰، ۱۰۰۰، ۵۰۰۰، ۱۰۰۰۰ ۱۱
- شکل (۸-۱) نمودار سرعت الف) u در امتداد خط $x = 0.5$ ب) v در امتداد خط $y = 0.5$ به ازای رینولدز ۱۰۰۰ ۱۲
- شکل (۹-۱) مقایسه خطوط جریان دوبعدی برای سیال نیوتنی تعمیم‌یافته و ویسکوالاستیک به ازای رینولدز ۱ و ۱۰۰ در حالت‌های مختلف مرزها الف) مرز بالا متحرک ب) مرز بالا و پایین متحرک (هم جهت) ج) مرز بالا و پایین متحرک (خلاف جهت هم) (جریان از چپ به راست) ۱۳
- شکل (۱۰-۱) نمودار سرعت الف) u در امتداد خط $x = 0.5$ ب) v در امتداد خط $y = 0.5$ به ازای رینولدز ۱۰۰ ۱۴
- شکل (۱۱-۱) مقایسه خطوط جریان دوبعدی برای سیال ویسکوالاستیک در حفره با سرپوش متحرک به ازای رینولدز ۱۰۰ ۱۵
- شکل (۱۲-۱) موقعیت مکانی مرکز گردابه اصلی به عنوان تابعی از عدد وایزنبرگ به ازای رینولدز ۱۰۰ ۱۶
- شکل (۱۳-۱) مقایسه خطوط جریان دوبعدی برای سیال نیوتنی در رینولدز ۱۰، ۳۰، ۱۰۰، ۳۰۰ ۱۸
- شکل (۱۴-۱) هندسه پژوهش بین و همکاران ۱۸
- شکل (۱۵-۱) الف) خطوط جریان ب) توزیع سرعت ۱۹
- شکل (۱۶-۱) مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در حفره مربعی با $Re = 5, 10$ ۲۰
- شکل (۱۷-۱) مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در حفره عمیق با $Re = 3, 6$ ۲۱
- شکل (۱۸-۱) مقایسه جریان برای سیال نیوتنی در حفره با $Re = 4.8E - 3, 1, 5, 10$ ۲۲
- شکل (۱۹-۱) مقایسه مشاهدات آزمایشگاهی جریان برای سیال غیرنیوتنی در گذر از حفره با $De = 0.22, 0.38, 1.1, 2.4, 3.6, 7.5$ ۲۳
- شکل (۲۰-۱) شکل شماتیک هندسه پژوهش هسو و همکاران ۲۳

- شکل (۱-۲۱) مقایسه جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در حفره با $Re = 20, 80, 165$ و $E = 0.0005$ ۲۴
- شکل (۱-۲۲) مقایسه جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در حفره با $Re = 20, 80, 165$ و $E = 0.001$ ۲۵
- شکل (۱-۲۳) لزجت و اختلاف تنش عمودی اول سیال بوگر ۲۶
- شکل (۱-۲۴) توزیع تنش نرمال در اعداد وایزبرگ مختلف ۲۷
- شکل (۱-۲۵) الف) خطوط جریان ب) توزیع سرعت ۲۸
- شکل (۱-۲) شکل شماتیک کانال با یک حفره ۳۵
- شکل (۱-۳) شبکه جابجاشده و نحوه تخصیص پارمترهای جریان و انتقال حرارت روی آن ۵۰
- شکل (۱-۴) نمونه‌ی تاریخچه همگرایی برای سیال نیوتنی ($n = 1$) ۶۲
- شکل (۲-۴) نمونه‌ی تاریخچه همگرایی برای سیال نیوتنی تعمیم یافته ($n = 0.7$) ۶۲
- شکل (۳-۴) مقایسه پروفیل سرعت سیال نیوتنی تعمیم یافته در مقطع خروجی به ازای $Re = 0.01$, $\lambda = 1$, $\eta_0 = 1$, $\eta_\infty = 0$ و $n = 0.8$ ۶۶
- شکل (۴-۴) خطوط جریان سیال نیوتنی تعمیم یافته در $Re = 20$ و به ازای $(n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$ ۶۷
- شکل (۴-۵) موقعیت مرکز گردابه اصلی به عنوان تابعی از توان نمایی n به ازای $Re = 20$ ۶۸
- شکل (۴-۶) توزیع سرعت محوری سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ به ازای $Re = 20$ و $(n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$ ۶۹
- شکل (۴-۷) توزیع سرعت عرضی سیال نیوتنی تعمیم یافته در $Re = 20$ و به ازای $(n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$ در مقطع $y = \frac{3}{2}$ ۷۰
- شکل (۴-۸) پروفیل سرعت سیال نیوتنی تعمیم یافته در $Re = 20$ و به ازای $(n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$ در مقطع $x = \frac{1}{2}$ ۷۰
- شکل (۴-۹) توزیع نرخ برش و لزجت بدون بعد سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ به ازای $Re = 20$ ۷۲
- شکل (۴-۱۰) پروفیل لزجت و نرخ برش بدون بعد سیال نیوتنی تعمیم یافته در مقطع $x = 16$ به ازای $Re = 20$ ۷۴
- شکل (۴-۱۱) توزیع فشار بدون بعد سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ به ازای $Re = 20$ ۷۵
- شکل (۴-۱۲) توزیع گرادیان فشار سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ به ازای $Re = 20$ ۷۵
- شکل (۴-۱۳) توزیع تنش برشی سیال نیوتنی و نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ و $Re = 20$ ۷۶
- شکل (۴-۱۴) توزیع سرعت محوری سیال نیوتنی، نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک در $Re = 20$ و $y = 0$ ۷۷
- شکل (۴-۱۵) توزیع سرعت سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در مقطع $x = 17.5$ ۷۸

- شکل (۴-۱۶) توزیع سرعت محوری u در $Re = 20$ برای سیال الف) نیوتنی ب) نیوتنی تعمیم یافته ج) ویسکوالاستیک. ۷۹.....
- شکل (۴-۱۷) توزیع تنش برشی τ_{xy} در $Re = 20$ برای سیال الف) نیوتنی ب) نیوتنی تعمیم یافته ج) ویسکوالاستیک. ۸۰.....
- شکل (۴-۱۸) لزجت η ب) ثابت اختلاف تنش عمودی اول Ψ_1 ج) ثابت اختلاف تنش عمودی دوم Ψ_2 . ۸۱.....
- شکل (۴-۱۹) توزیع ثابت اختلاف تنش عمودی اول در $y = 0$ و $Re = 20$. ۸۳.....
- شکل (۴-۲۰) موقعیت مرکز گردابه اصلی سیال مرتبه دو در حفره به ازای $Re = 20$. ۸۳.....
- شکل (۴-۲۱) مقایسه خطوط جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک ($n = 0.7, We = 0.12$) در نسبت‌های مختلف حفره. ۸۴.....
- شکل (۴-۲۲) توزیع دمای متوسط سیال نیوتنی در طول کانال به ازای $Re = 20$ و $Pr = 0.6$. ۸۶.....
- شکل (۴-۲۳) مقدار ناسلت سیال نیوتنی در طول کانال به ازای $Re = 20$ و $Pr = 0.6$. ۸۶.....
- شکل (۴-۲۴) توزیع دمای متوسط سیال نیوتنی در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$. ۸۷.....
- شکل (۴-۲۵) توزیع دمای متوسط در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$ برای الف) سیال نیوتنی ب) سیال ویسکوالاستیک ($n = 0.7, We = 0.1, \chi = 0.2$). ۸۸.....
- شکل (۴-۲۶) توزیع ناسلت در $Re = 20$ و $Pr = 0$ برای الف) سیال نیوتنی ب) سیال ویسکوالاستیک ($n = 0.7, We = 0.1, \chi = 0.2$). ۸۹.....
- شکل (۴-۲۷) توزیع دمای سیال ویسکوالاستیک در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$ برای اعداد برینکمن مختلف. ۹۰.....
- شکل (۴-۲۸) توزیع دمای سیال ویسکوالاستیک در امتداد محور مرکزی در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$ برای اعداد برینکمن مختلف. ۹۱.....

فهرست جداول

- جدول (۱-۱) سرعت کمینه افقی، سرعت کمینه و بیشینه عمودی در امتداد خطوط $x = 0.5$ و $y = 0.5$ و موقعیت مکانی آن‌ها در حفره به ازای رینولدز ۱۰۰ ۱۶
- جدول (۲-۱) ضرایب مدل توانی از برازش سیال بوگر ۲۶
- جدول (۱-۴) تعداد سلول سه نوع شبکه ۶۳
- جدول (۲-۴) مقادیر سرعت و خطای نسبی سرعت طولی سیال خروجی کانال در $Re = 20$ ۶۴
- جدول (۳-۴) سرعت طولی سیال خروجی کانال در رینولدز ۱ تا ۴۰ ۶۵
- جدول (۴-۴) ضرایب مدل کاریو-یاسودا و خواص سیال ۶۶

علايم اختصاری

$H(m)$	ارتفاع ورودی کانال (ارتفاع مرجع)
$u\left(\frac{m}{s}\right)$	مولفه سرعت افقی
$v\left(\frac{m}{s}\right)$	مولفه سرعت عرضی
$W_0\left(\frac{m}{s}\right)$	سرعت مرجع
$p(Pa)$	فشار
$\tau(Pa)$	تانسور تنش
$\rho\left(\frac{Kg}{m^3}\right)$	چگالی
$\eta_0(Pa.s)$	لزجت در نرخ برش صفر
$\gamma_{(1)}\left(\frac{1}{s}\right)$	مشتق زمانی همبسته نرخ برش اول
$\gamma_{(2)}\left(\frac{1}{s^2}\right)$	مشتق زمانی همبسته نرخ برش دوم
$\Psi_{(1)}(Pa.s^2)$	ثابت اختلاف تنش عمودی اول
$\Psi_{(2)}(Pa.s^2)$	ثابت اختلاف تنش عمودی دوم
$T(k)$	دما
Re	عدد رینولدز
We	عدد وایزنبرگ
Pr	عدد پرانتل

چکیده

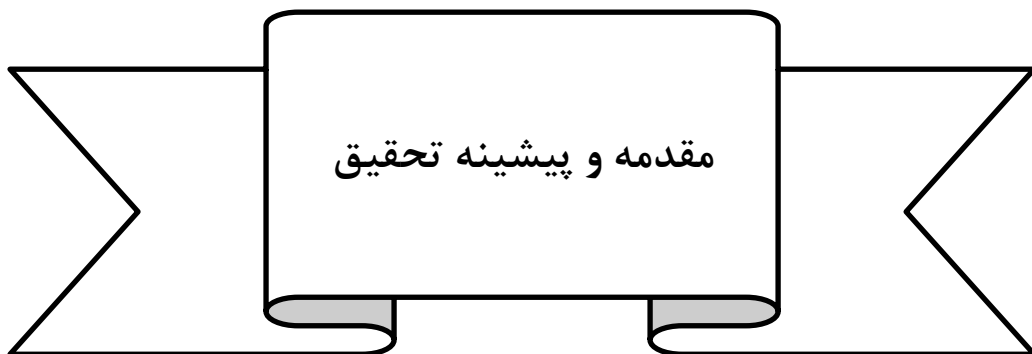
در این پژوهش، مدل‌سازی دوبعدی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره با استفاده از مدل CEF به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در ابتدا، پیرامون سیالات غیرنیوتنی و پیشینه تحقیقات در هندسه یادشده مطالبی گردآوری شده است. در ادامه معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت شامل معادلات پیوستگی، ممنتوم و انرژی در حالت کلی در مختصات دکارتی بیان شده و روابط معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک و توابع ویسکومتریک لزجت، اختلاف تنش عمودی اول و دوم با استفاده از مدل کاریو-یاسودا ارائه گشته است. پس از آن، روش عددی مورد استفاده تشریح و معادلات حاکم با استفاده از روش تفاضل محدود به شکل صریح گسسته‌سازی شده است. بدین ترتیب که تقریب مرکزی مرتبه دو برای مشتقات مکانی و تقریب پیشروی مرتبه اول برای مشتقات زمانی استفاده گردیده است. با توجه به اینکه بین معادلات پیوستگی و ممنتوم وابستگی وجود نداشته و برای استفاده از روش صریح در معادلات، روش تراکم پذیری مصنوعی استفاده گردید و جهت پایداری عددی بیشتر، شبکه جابجا شده به کار گرفته شده است.

نتایج عددی برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک شامل خطوط جریان، توزیع سرعت، توزیع فشار، تنش برشی، لزجت و دما و ... ارائه و در ذیل به گزیده‌ای از نتایج حاصله از این حل عددی اشاره شده است.

- طول توسعه یافتگی جریان سیال نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی بیشتر می‌باشد. در حالت کلی، کاهش اندیس توانی، باعث افزایش طول توسعه یافتگی جریان و افزایش خاصیت الاستیک باعث کاهش این طول می‌شود.
- کاهش توان نمایی باعث کاهش پیشینه سرعت طولی در مرکز کانال می‌شود.
- افت فشار سیال نیوتنی در مقایسه با سیال نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک بیشتر می‌باشد. کاهش اندیس توانی n ، باعث افت فشار کمتر می‌شود.

- با کاهش توان نمایی، گرابه مرکزی به طرف پایین دست و بالای حفره و با افزایش اختلاف تنش نرمال اول گردابه مرکزی به عمق حفره و با اختلاف تنش نرمال دوم گردابه مرکزی به سوی بالادست جریان حرکت می کند.
- نفوذ جریان اصلی (جریان کانال) در حفره با کاهش توان نمایی و اختلاف تنش نرمال دوم، کاهش و با افزایش اختلاف تنش نرمال اول، افزایش می یابد.
- نرخ برش تعمیم یافته سیال در خط مرکزی در قسمت توسعه یافته جریان و مناطق مرکزی گردابه ها مقادیر کوچکی دارد و همین موضوع باعث می شود لزجت بی بعد سیال تقریباً به مقدار یک برسد.
- توزیع ناسلت در ناحیه حفره به دلیل وجود دیواره های عمودی در محل تغییر سطح مقطع، دارای بیشینه محلی می باشد و پس از آن در کانال پایین دست حفره به مقدار ثابتی میل می کند.

کلمات کلیدی: سیال ویسکوالاستیک، مدل کریمنتال-اریکسون-فیلیبی، تحلیل عددی، شبکه جابه جاشده، حفره



در این فصل، بحث اجمالی بر مکانیک سیالات غیرنیوتنی بخصوص سیالات ویسکوالاستیک صورت می‌گیرد. ابتدا ضمن طبقه‌بندی سیالات غیرنیوتنی، در مورد برخی رفتارهای خاص این سیالات بحث می‌شود و پس از آن پیشینه تحقیقات در حفره با مرز متحرک^۱ و کانال با یک حفره ارائه شده است.

۱-۲- طبقه بندی سیالات ویسکوالاستیک

سیال نیوتنی، سیالی است که در آن تنش برشی بدون وجود تنش تسلیم تنها تابعی خطی از نرخ برش است. در این صورت سیال غیرنیوتنی را به عنوان سیالی که فاقد رفتار نیوتنی است می‌توان تعریف نمود. دسته بندی خانواده سیالات غیرنیوتنی به صورت زیر می‌باشد [۱].

- سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان
- سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان
- سیالات ویسکوالاستیک

سیالات غیرنیوتنی وابسته به زمان، سیالاتی هستند که در آن‌ها لزجت علاوه بر نرخ برش، تابع زمان نیز می‌باشد. به طور کلی این سیالات به دو دسته سیالات رئوپکتیک^۲ و سیالات تیکسوتروپیک^۳ تقسیم می‌شوند. در سیالات تیکسوتروپیک، در صورتی که سیال در معرض یک برش ثابت قرار بگیرد بتدریج ساختمان مولکول‌های آن شکسته می‌شود و لزجت سیال با افزایش زمان کاهش می‌یابد. مولکول‌های شکسته شده در صورت برخورد در جهت مناسب، امکان بازگشت به ساختار اولیه خود را دارند. چون مکانیزم شکست و ترمیم هر دو با هم اتفاق می‌افتد بعد از گذشت زمان بین این دو مکانیزم تعادلی به وجود می‌آید و لزجت به مقدار معینی میل می‌کند. سیالات رئوپکتیک سیالات کمیابی هستند که رفتاری برعکس سیالات تیکسوتروپیک از خود نشان می‌دهند. از دیدگاه مولکولی،

1. Lid-driven cavity
2. Rheopectic
3. Thixotropic

این مواد ساختار مولکولی اولیه ای ندارند ولی با ایجاد برش و برخورد مولکول‌ها به یکدیگر شانس تشکیل یک ساختار را پیدا می‌کنند [۱].

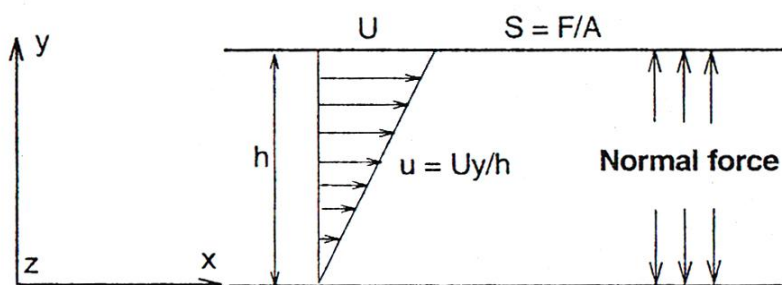
سیالات غیر نیوتنی مستقل از زمان، سیالاتی هستند که در آن‌ها رابطه تنش و نرخ برش به صورت غیرخطی می‌باشد. این سیالات به دو گروه فاقد و دارای تنش تسلیم تقسیم می‌شوند. در سیالات دارای تنش تسلیم، تنش به حد خاصی که برسد ماده جریان پیدا می‌کند و تا قبل از آن ماده مانند یک جامد عمل می‌کند برای این مواد، خمیردندان مثال خوبی می‌باشد به صورتی که فشار وارد بر پوسته به مقدار مشخصی که برسد خمیردندان از پوسته خارج می‌شود [۱].

سیالاتی که فاقد تنش تسلیم هستند، به دو گروه سیالات رقیق شونده^۱ و ضخیم‌شونده^۲ تقسیم می‌شوند نام دیگر این مواد، سیالات نیوتنی تعمیم یافته^۳ می‌باشد. برای این مواد تاکنون مدل‌های مختلفی ارائه شده است. یکی از معروف‌ترین و ساده‌ترین آن‌ها مدل توانی^۴ است بدین صورت که، تنش برشی به عنوان یک تابع توانی از نرخ برش در نظر گرفته می‌شود [۱]. مدل‌های دیگری همچون مدل کراس^۵ و کاریو یاسودا^۶ نیز در مراجع آمده است [۲]. این مدل‌ها نسبت به مدل توانی، کاملتر می‌باشند زیرا مدل توانی لزجت سیالات رقیق شونده را در نرخ برش بی‌نهایت مقدار صفر پیش بینی می‌کند. در مواد رقیق‌شونده لزجت تابعی نزولی از نرخ برش است و در صورت استفاده از مدل توانی مقدار n کوچکتر از یک می‌باشد [۲]. در سیالات غلیظ شونده لزجت سیال با افزایش نرخ برش افزایش می‌یابد و چنانچه از مدل توانی استفاده شود مقدار n بزرگتر از یک خواهد بود [۱].

-
1. Pseudoplastic
 2. Dilatant
 3. Generalized Newtonian fluids
 4. Power-Law
 5. Cross
 6. Carreau-Yasuda

گروه سوم از سیالات غیرنیوتنی، سیالات ویسکوالاستیک هستند که همزمان دارای خواص ویسکوز و الاستیک می‌باشند.

آزمایشی که برای بررسی رفتار جریان سیال ویسکوالاستیک وجود دارد آزمایش جریان برشی ساده است بر طبق شکل (۱-۱)، جریان سیال ویسکوالاستیک بین دو صفحه را در نظر بگیرید که صفحه بالایی با سرعت U حرکت می‌کند. اگر صفحه بالایی بطور ناگهانی متوقف شود، تنش به طور آنی صفر نمی‌شود این در حالی است که تنش در سیالات نیوتنی، همزمان با توقف صفحه بالایی صفر خواهد شد [۴].



شکل (۱-۱) طرح شماتیک جریان برشی ساده [۴].

در صورتی که برای سیالات ویسکوالاستیک، در حالی که صفحه بالایی حرکت می‌کند چنانچه تنش برشی بطور آنی قطع شود یا به عبارت دیگر نیروی روی صفحه قطع و صفحه به حال خود رها گردد، صفحه بالایی مقداری به عقب باز می‌گردد این در حالی است که در سیال نیوتنی توقف صفحه نیز آنی است. در حقیقت بازگشت صفحه بالایی ناشی از خاصیت الاستیک ماده است، اما این بازگشت نسبت به مواد الاستیک (با خواص الاستیک یکسان) کندتر است که این موضوع به علت وجود خاصیت

ویسکوز در این سیالات است. بر این اساس ادعا می‌شود این مواد دارای یک حافظه^۱ جهت دار از تغییر شکل‌های خود بوده و از حالت قبلی خود آگاه هستند [۴].

از مهمترین تفاوت‌های میان سیالات ویسکوالاستیک و سیالات دیگر، وجود اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم در این سیالات است. به عنوان مثال در جریان برشی ساده سیال نیوتنی، تنش‌های عمودی مقداری معین دارد و برابر فشاراستاتیکی است. این در حالی است که در جریان کوئت سیال ویسکوالاستیک اختلافی بین تنش‌های عمودی مشاهده می‌شود [۴]. در جریان برشی ساده، در صورتی که جهت جریان را، جهت x و جهت عمود بر جریان (جهت تغییرات سرعت) جهت y در نظر بگیریم همچنین جهت z نیز معرف جهت راستگرد عمود بر جهات x و y باشد در یک سیال ویسکوالاستیک اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم به شکل زیر تعریف می‌شود [۲]:

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \quad (1-1)$$

$$N_2 = \sigma_{yy} - \sigma_{zz} \quad (2-1)$$

ثابت‌های اختلاف تنش‌های عمودی نیز با توجه به روابط (۱-۱) و (۲-۱) به صورت زیر قابل بیان می‌باشند [۲]:

$$\Psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}^2} \quad (3-1)$$

$$\Psi_2 = \frac{N_2}{\dot{\gamma}^2} \quad (4-1)$$

در رابطه‌های (۳-۱) و (۴-۱)، Ψ_1 و Ψ_2 ثابت‌های اختلاف تنش عمودی اول و دوم و $\dot{\gamma}$ نرخ برش است. اختلاف تنش‌های عمودی و ثابت‌های تنش‌های عمودی همگی توابعی زوج از نرخ برش هستند. در حالت جریان پایدار، لزجت برای یک سیال ویسکوالاستیک به شکل زیر قابل تعریف می‌باشد [۳]:

$$\eta = \frac{\sigma_{xy}}{\dot{\gamma}} \quad (5-1)$$

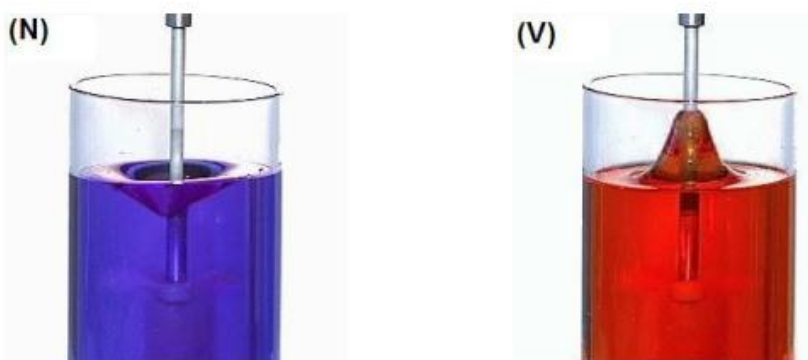
لزجت و ثابت‌های اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم همگی از جمله خواص رئولوژیکی سیالات ویسکوالاستیک محسوب می‌شوند [۵].

۳-۱- برخی رفتارهای سیال ویسکوالاستیک

در این بخش برخی رفتارهای سیالات ویسکوالاستیک که تفاوت‌هایی با رفتار سیال نیوتنی دارد و بیشتر ناشی از اثر اختلاف تنش‌های عمودی هستند، معرفی می‌شوند.

۱-۳-۱- تغییر شکل سطح آزاد یک سیال در حال چرخش

سیال نیوتنی را در یک ظرف که با یک میله چرخان هم زده می‌شود را در نظر بگیرید، سطح سیال در نزدیکی دیوار، بالا و در وسط ظرف پایین می‌رود. در این صورت سطح آزاد سیال به یک سطح مقعر تبدیل می‌شود. این پدیده ناشی از نیروی گریز از مرکز می‌باشد. بار دیگر این آزمایش را با سیال ویسکوالاستیک تکرار می‌کنیم. نتیجه متفاوت با سیال نیوتنی بدست می‌آوریم و سطح سیال به صورت محدب قرار می‌گیرد اصطلاحاً گفته می‌شود سیال تمایل به بالا رفتن از میله دارد. این پدیده به علت اختلاف تنش عمودی اول در این سیالات است رفتار سیال در شکل (۲-۱) نشان داده شده است [۶].



شکل (۲-۱) اعمال چرخش به سیال نیوتنی (N) - سیال ویسکوالاستیک (V) [۶].

۱-۳-۲ - آماسیدگی جت

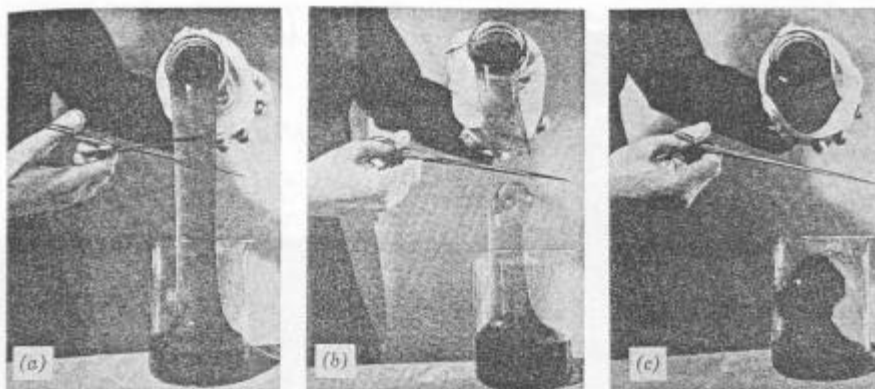
شکل (۳-۱) را در نظر بگیرید جریان جت یک سیال ویسکوالاستیک تمایل بسیاری به گسترش جانبی در نزدیکی نقطه خروج از سر نازل دارد. با توجه به مطالعات انجام شده، این پدیده به علت اختلاف تنش عمودی اول است [۴].



شکل (۳-۱) تورم جت یک سیال ویسکوالاستیک در نزدیکی سر نازل [۳]

۱-۳-۳ - بازگشت فنری

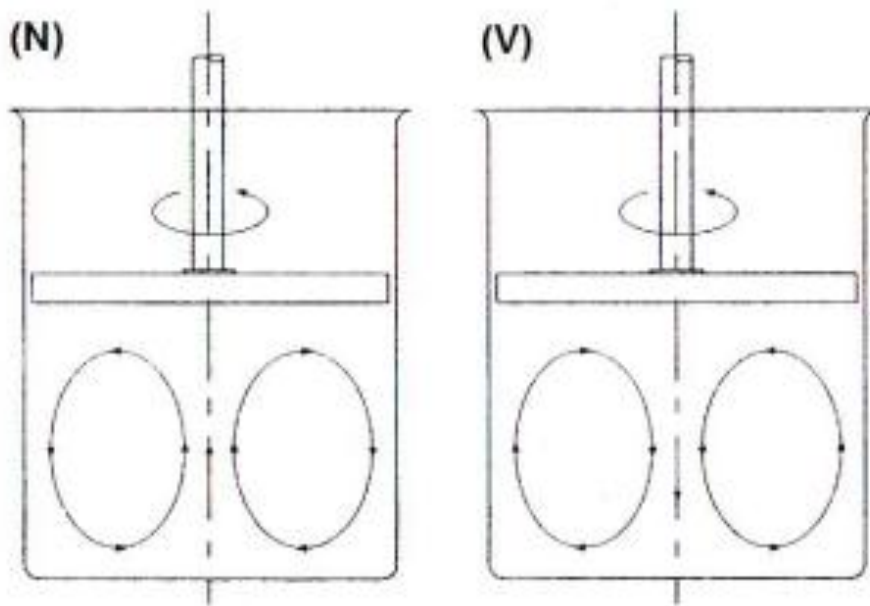
به شکل (۴-۱) نگاه کنید، سیال ویسکوالاستیک در حال خارج شدن از یک ظرف به ظرف دیگری است در صورتی که با قیچی جریان قطع شود، قسمتی از سیال که بالای قیچی قرار دارد دوباره به ظرف اول باز می‌گردد. این پدیده ناشی از خواص الاستیک سیال است و به اصطلاح می‌گویند سیال دارای حافظه است [۷].



شکل (۴-۱) بازگشت فنری یک سیال ویسکوالاستیک [۷]

۱-۳-۴ - تغییر جهت جریان‌های ثانویه یک جریان در حال چرخش

مطابق شکل (۱-۵)، در صورتی که درب ظرف یک سیال دوران کند، یک جریان ثانویه بین سطح چرخنده و دیواره‌های ثابت بوجود خواهد آمد. درسیالات ویسکوالاستیک اثر اختلاف تنش‌های عمودی اول سبب برعکس شدن جهت جریان ثانویه نسبت به سیال نیوتنی می‌شود [۴].



شکل (۱-۵) تغییر جهت جریان‌های ثانویه در عمق یک جریان در حال چرخش

(سیال نیوتنی (N) - سیال ویسکوالاستیک (V)) [۴].

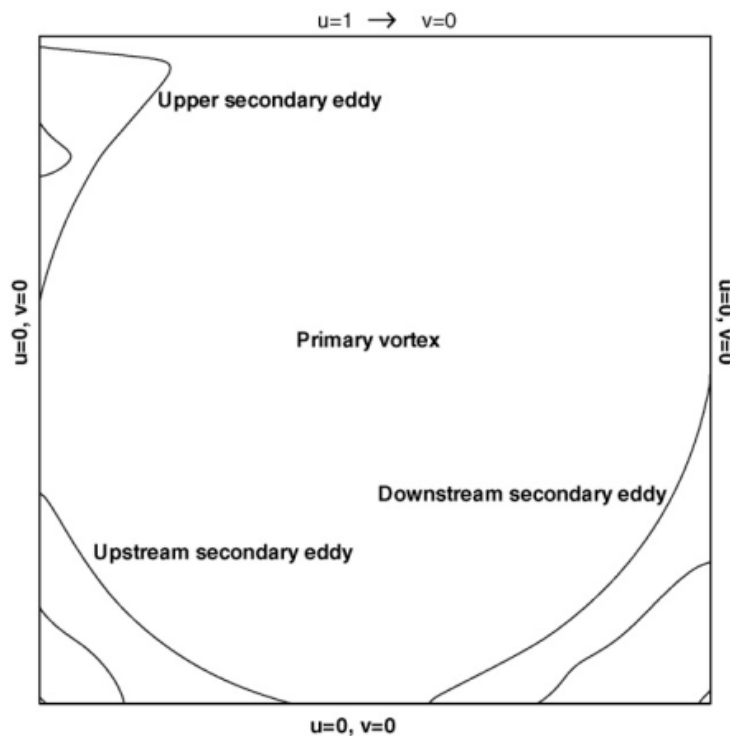
۱-۴ - پیشینه تحقیق

در این قسمت، گزارشی از برخی مطالعات قبلی در زمینه حل عددی و تجربی جریان در حفره با سرپوش متحرک^۱ و کانال با یک حفره ارائه می‌شود.

1. Lid-driven cavity

۱-۴-۱ - حفره با سرپوش متحرک

جریان در حفره مربعی به طور ممتد به صورت مسئله مینا^۱ عددی و آزمایشگاهی استفاده شده است. مطالعات عموماً روی حفره با سرپوش متحرک، روی یک مربع دویعدی یا سه بعدی متمرکز شده و در آن‌ها سرعت یکنواخت افقی به عنوان شرایط مرزی به سرپوش یا مرز بالایی اعمال شده است. هندسه حفره با مرز متحرک در شکل (۶-۱) ارائه شده است.



شکل (۶-۱) شماتیک حفره با سرپوش متحرک [۸].

پژوهش‌های انجام شده شامل دو قسمت می‌باشد:

- سیال نیوتنی
- سیال غیرنیوتنی

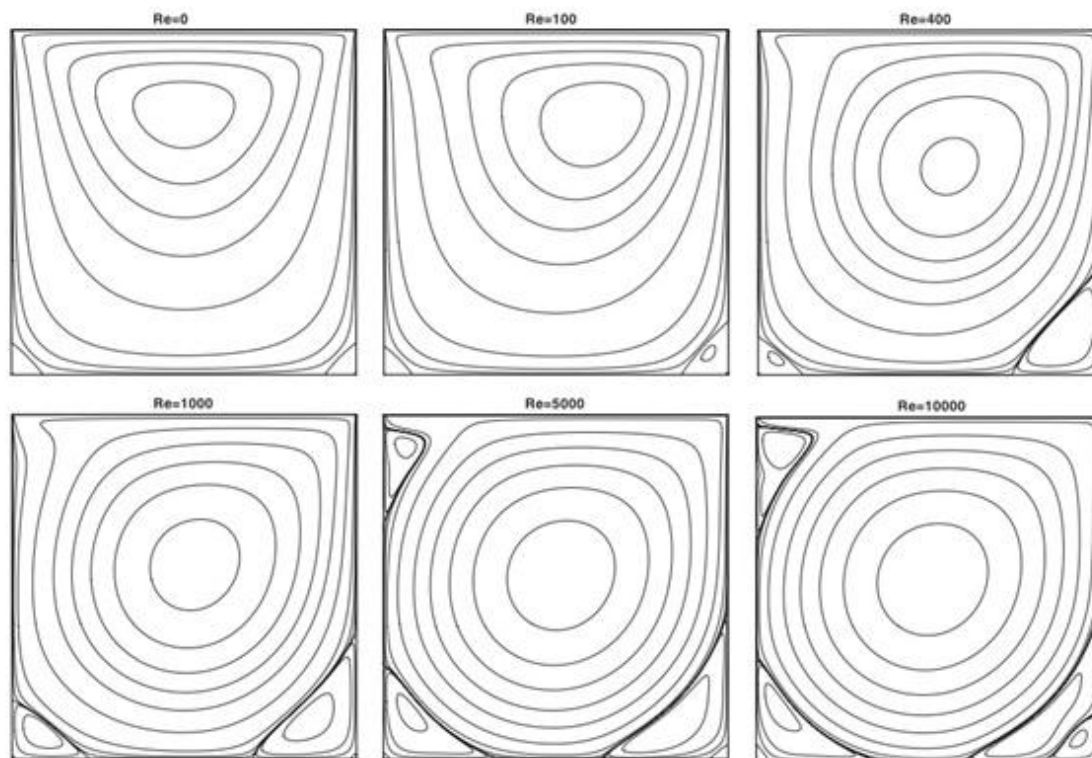
۱-۴-۱-۱ - سیالات نیوتنی

اولین مطالعه عددی جریان سیال نیوتنی در حفره با سرپوش متحرک توسط کاواگوتی^۱ [۹] انجام شده است. او حل عددی را برای اعداد رینولدز ۰، ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲، ۶۴، ۱۲۸ بدست آورد. او در تحقیقات خود مشاهده کرد با افزایش عدد رینولدز گردابه مرکزی به سمت راست (در جهت جریان) حرکت می کند. در پژوهش دیگری پن^۲ و اکریوس^۳ [۱۰] جریان سیال در حفره را برای سیال نیوتنی حالت پایا و عدد رینولدز حدود ۴۰۰ با نسبت شکل های مختلف انجام دادند. بزمن^۴ و دالتون^۵ [۱۱] با استفاده از روش های تفاضل محدود ضمنی جریان را برای سیال نیوتنی در رینولدز ۱۰۰۰ حل کردند و یک جریان ثانویه در پایین تر از وسط حفره با نسبت شکل ۲ بدست آوردند.

یکی از پژوهش های نسبتا جامع در جریان سیال نیوتنی حفره توسط ساهین^۶ و اُونز^۷ [۱۲] انجام شده است. آنها با استفاده از روش حجم محدود ضمنی حل عددی جریان را برای رینولدزهای ۰، ۱۰۰، ۴۰۰، ۱۰۰۰، ۳۲۰۰، ۵۰۰۰، ۷۵۰۰، ۱۰۰۰۰ بدست آوردند. خطوط جریان در شکل (۷-۱) آمده است. همان گونه که در شکل (۷-۱) مشاهده می شود در رینولدز صفر گردابه مرکزی نسبت به محور عمودی تقریبا متقارن بوده و در نزدیک دیواره ی متحرک می باشد. با افزایش عدد رینولدز به ۱۰۰، گردابه مرکزی شکل متقارن خود را از دست می دهد و به سمت راست متمایل می شود و این مورد در حالی است که از مرز بالا نیز فاصله می گیرد. در رینولدزهای ۴۰۰ تا ۱۰۰۰۰ گردابه مرکزی در دورترین محل خود نسبت به دیواره ها یعنی در نزدیکی مرکز قرار گرفته است و دوباره حالت متقارن پیدا کرده است. اما این بار به دلیل انتقال ممنوم از مرز به سیال، گردابه به سمت مرکز حفره رانده شده و تقریبا نسبت به هر دو محور افقی و عمودی تقارن دارد (در رینولدزهای پایین تقارن تنها

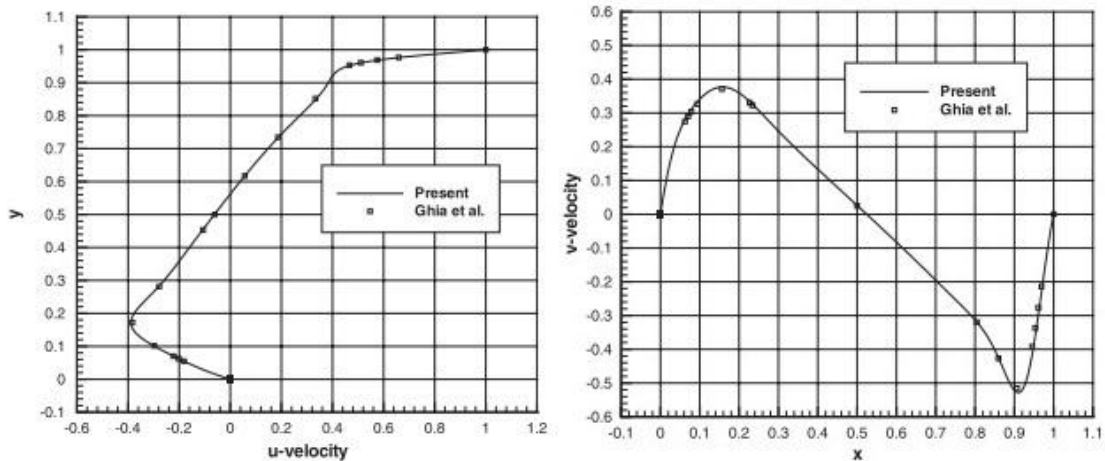
-
1. Kawaguti
 2. Pan
 3. Acrivos
 4. Bozeman
 5. Dalton
 6. Sahin
 7. Owens

نسبت به محور عمودی بود). با این حال با نزدیک شدن به مرز بالا تقارن در خطوط هم‌مقدار تابع جریان بر هم می‌خورد و اندکی کشیدگی در جهت سرعت مرز متحرک مشاهده می‌گردد. البته در گوشه فوقانی سمت چپ خطوط جریان تمایل برای تشکیل یک گردابه جدید با جهت چرخش مخالف گردابه مرکزی را نشان می‌دهد.



شکل (۷-۱) مقایسه خطوط جریان دوبعدی برای سیال نیوتنی در حفره با سرپوش متحرک به ازای رینولدز ۰، ۱۰۰، ۴۰۰، ۱۰۰۰، ۵۰۰۰، ۱۰۰۰۰ (جریان از چپ به راست) [۱۲].

توزیع سرعت u در امتداد خط $x=0.5$ و توزیع سرعت v در امتداد خط $y=0.5$ در عدد رینولدز ۱۰۰۰ در شکل (۸-۱) ارائه گردیده است. نتایج عددی نشان می‌دهند گردابه مرکزی با افزایش عدد رینولدز، تمایل به اندازه سرعت بیشتر به سمت کف حفره دارد. در این تحقیق از تغییرات فشار و سایر پارامترها نتیجه‌ای ارائه نشده است.



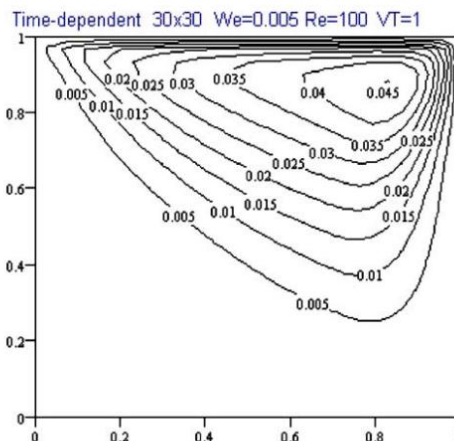
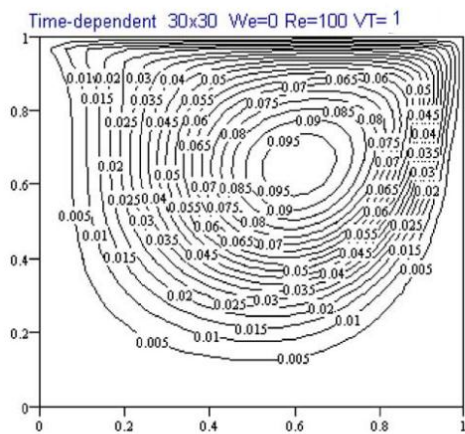
شکل (۸-۱) نمودار سرعت الف) u در امتداد خط $x = 0.5$ ب) v در امتداد خط $y = 0.5$ به ازای رینولدز 1000 [۱۲].

۱-۴-۱-۲ سیال غیرنیوتنی

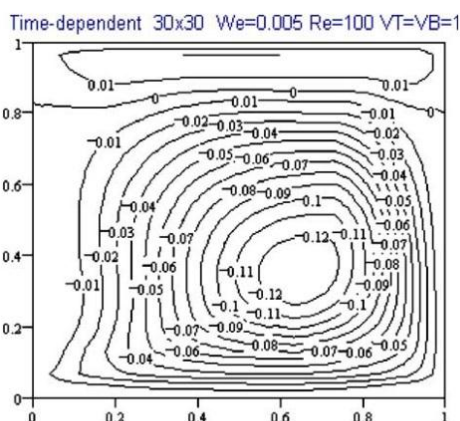
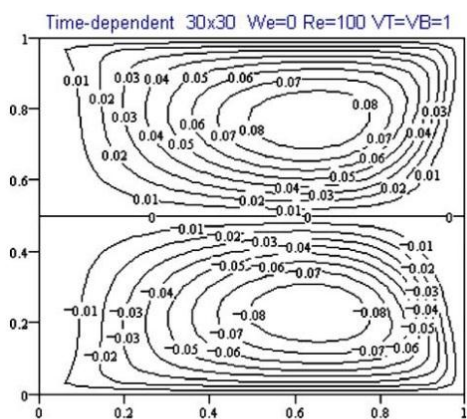
سیالات غیرنیوتنی، به علت خواص متفاوت آن‌ها با سیال نیوتنی، در پژوهش‌های آزمایشگاهی و عددی اغلب مورد توجه قرار می‌گیرند. این سیالات به طور گسترده در فرآیندهای مواد کاربرد دارند و رفتار آن‌ها نسبت به سیال نیوتنی متفاوت بوده و در اکثر مواقع این رفتار متفاوت، پیچیده و قابل توجه (برجسته) است.

یکی از پژوهش‌های عددی انجام شده، پژوهش دمیر^۱ [۱۳] می‌باشد. او با استفاده از مدل کراس ماهیت غیرنیوتنی و با معادله متشکله CEF، جمله‌ی تنش را مدل‌سازی کرده است. نتایج شامل خطوط جریان برای حفره با مرز متحرک بالا، مرز متحرک بالا و پایین هم‌جهت و مرز متحرک بالا و پایین خلاف جهت برای سیال نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک در شکل (۱-۹) ارائه شده است.

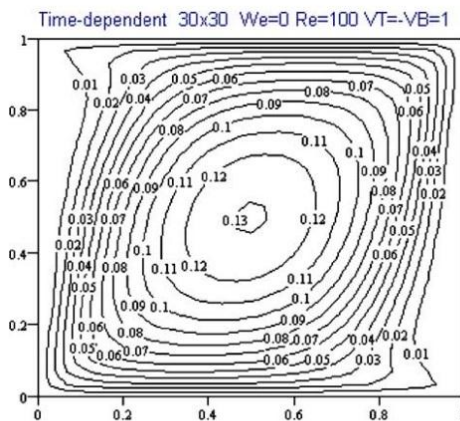
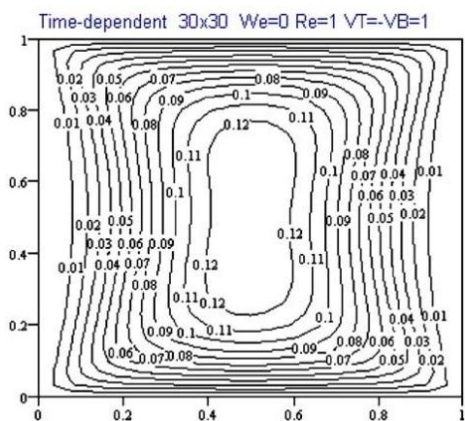
1. Demir



الف



ب

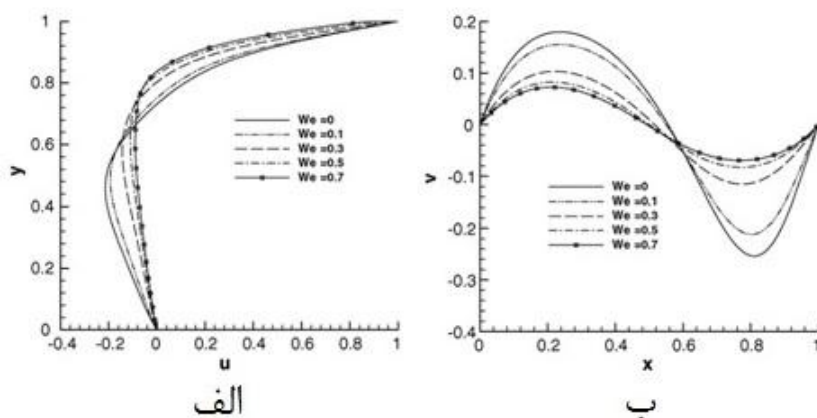


ج

شکل (۹-۱) مقایسه خطوط جریان دوبعدی برای سیال نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک به ازای رینولدز ۱ و ۱۰۰ در حالت های مختلف مرزها (الف) مرز بالا متحرک (ب) مرز بالا و پایین متحرک (هم جهت) (ج) مرز بالا و پایین متحرک (خلاف جهت هم) (جریان از چپ به راست) [۱۳].

تحقیق این پژوهشگران تنها شامل خطوط جریان می‌باشد و درباره‌ی تغییرات لزجت و تنش با نرخ برش و ... بحثی نشده است. چنانچه در فصل معادلات حاکم بحث می‌شود، مدل CEF اثرات اختلاف تنش نرمال اول و دوم را در نظر می‌گیرد. در این تحقیق اثرات اختلاف تنش نرمال دوم بر جریان سیال در نظر گرفته نشده است.

در پژوهش دیگری یاپیکی^۱ و همکاران [۸] حل عددی جریان آرام پایا سیال اولدروید-بی را با استفاده از روش حجم محدود مورد بررسی قرار داده اند. شبکه بندی استفاده شده، به صورت غیر یکنواخت و مربعی می‌باشد. برای حل معادله بقای جرم و ممنتوم از روش تکرار شونده سیمپل^۲ استفاده گردیده است. نتایج شامل مولفه‌های سرعت u و v در شکل (۱-۱۰)، خطوط جریان در شکل (۱-۱۱) و موقعیت گردابه مرکزی در شکل (۱-۱۲) به ازای اعداد وایزنبرگ مختلف بیان شده است.



شکل (۱-۱۰) نمودار سرعت الف) u در امتداد خط $x = 0.5$ ب) v در امتداد خط $y = 0.5$ به ازای رینولدز

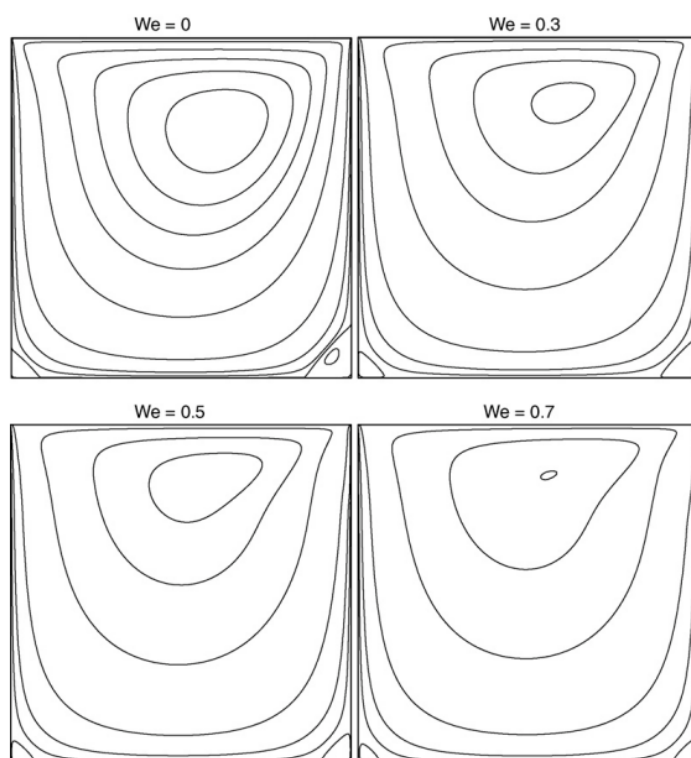
[۸] ۱۰۰.

شکل (۱-۱۰) الف- مولفه‌ی سرعت طولی u را در امتداد خط $x = 0.5$ نشان می‌دهد، چنانچه عدد وایزنبرگ افزایش یابد مقدار کمینه سرعت افقی، افزایش می‌یابد یا قدرمطلق سرعت کمینه کاهش

1. Yapici
2. Simple

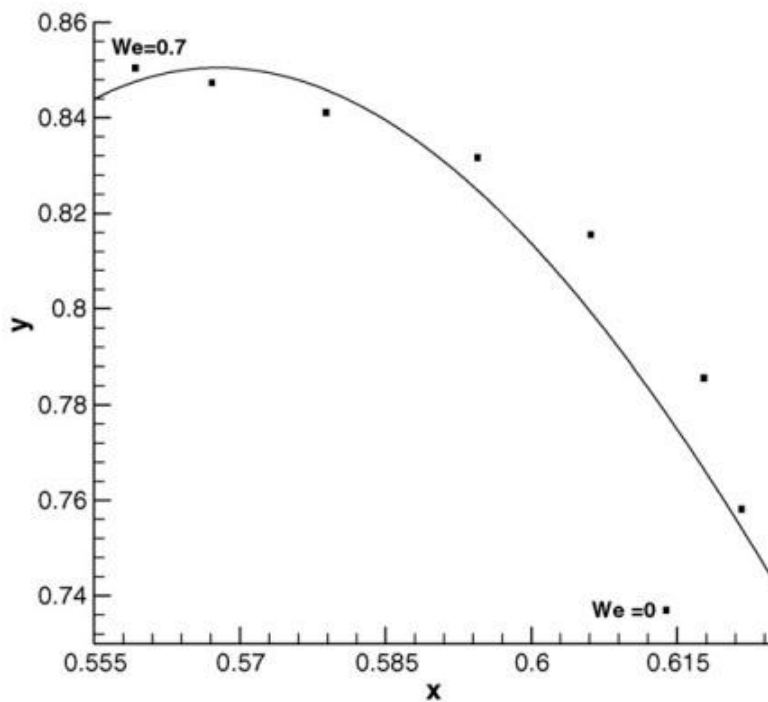
می‌یابد. با توجه به شکل (۱-۱۰) الف مشاهده می‌شود که مکان سرعت کمینه به سوی مرز متحرک حرکت کرده است. شکل (۱-۱۰) ب مولفی سرعت عرضی v را در امتداد خط $y = 0.5$ نشان می‌دهد که در آن مقدارهای حداکثر سرعت عمودی کاهش می‌یابد و کمینه و بیشینه مقادیر با افزایش عدد وایزنبرگ به سمت صفر میل می‌کنند. این میل کردن نشان می‌دهد چنانچه الاستیسیته افزایش یابد جریان در حفره به نزدیکی مرز متحرک محدود می‌شود.

شکل (۱-۱۱) و (۱-۱۲) خطوط جریان و موقعیت مرکز گردابه اصلی را برای اعداد وایزنبرگ مختلف نشان می‌دهد. شکل‌های (۱-۱۱) و (۱-۱۲) نشان می‌دهند با افزایش عدد وایزنبرگ مرکز گردابه اصلی به سمت بالادست جریان حرکت می‌کند و گردابه‌های ثانویه در گوشه پایین بالادست و پایین دست حفره کوچک می‌شوند. مقادیر سرعت طولی کمینه و سرعت عرضی کمینه و بیشینه در امتداد خطوط $y = 0.5, x = 0.5$ و همچنین موقعیت مکانی آن‌ها در حفره به ازای رینولدز ۱۰۰ و اعداد وایزنبرگ مختلف در جدول (۱-۱) ارائه شده است.



شکل (۱-۱۱) مقایسه خطوط جریان دوبعدی برای سیال ویسکوالاستیک در حفره با سرپوش متحرک به ازای رینولدز

۱۰۰ (جریان از چپ به راست) [۸].



شکل (۱-۱۲) موقعیت مکانی مرکز گردابه اصلی به عنوان تابعی از عدد وایزنبرگ به ازای رینولدز ۱۰۰ (جریان از چپ

به راست) [۸].

جدول (۱-۱) سرعت کمینه افقی، سرعت کمینه و بیشینه عمودی در امتداد خطوط $y = 0.5, x = 0.5$ و موقعیت

مکانی آنها در حفره به ازای رینولدز ۱۰۰ [۸].

x_{\min}	v_{\min}	x_{\max}	v_{\max}	y_{\min}	u_{\min}	We
0.80897	-0.25377	0.23838	0.17953	0.45651	-0.21398	0
0.80237	-0.21172	0.23491	0.15513	0.48812	-0.19317	0.1
0.78562	-0.15659	0.23145	0.12599	0.53164	-0.16645	0.2
0.77541	-0.11523	0.22116	0.10311	0.57886	-0.14338	0.3
0.77198	-0.09388	0.21776	0.09005	0.60613	-0.12505	0.4
0.77198	-0.08248	0.21437	0.08231	0.61388	-0.11044	0.5
0.77198	-0.07504	0.21437	0.07687	0.61388	-0.09903	0.6
0.77198	-0.06929	0.21099	0.07252	0.60613	-0.09009	0.7

۱-۴-۲- جریان سیال در کانال با یک حفره

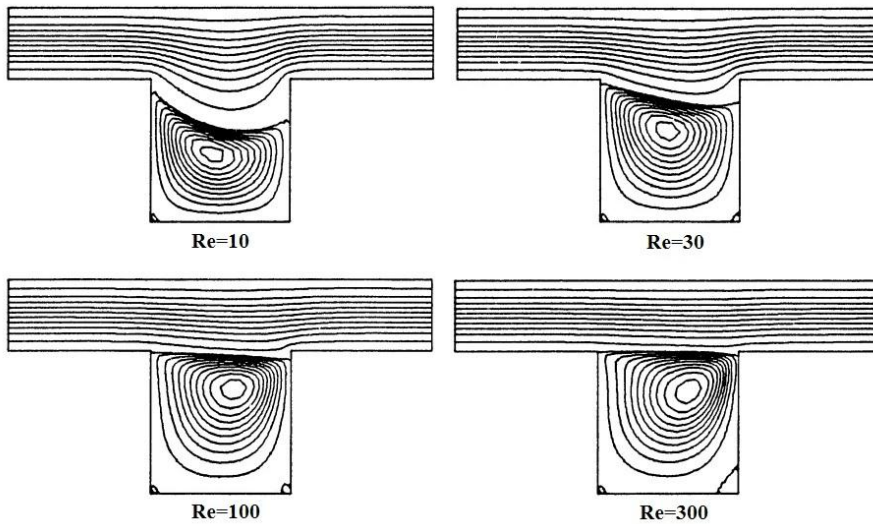
پیشینه تحقیقات در هندسه کانال با یک حفره شامل سه بخش زیر می‌باشد.

- سیال نیوتنی
- سیال غیرنیوتنی مستقل از زمان
- سیالات ویسکوالاستیک

۱-۴-۲-۱- سیال نیوتنی

پژوهشگران زیادی جریان سیال نیوتنی در کانال با یک حفره را با استفاده از روش‌های عددی و تجربی مورد بررسی قرار داده‌اند. یکی از قدیمی‌ترین شبیه‌سازی‌های عددی در این زمینه توسط ترسزینسکل^۱ و آهن^۲ [۱۴] انجام شده است. آن‌ها با استفاده از برنامه دینامیک سیالات محاسباتی (FIDAP) شبیه‌سازی سه‌بعدی سیال نیوتنی در جریان آرام پایا را مورد بررسی قرار دادند. تحقیق نام‌برده نسبت به تحقیق‌های قبل از خود و همچنین نسبت به تحقیقات حفره مربعی با سرپوش متحرک از دو نظر متفاوت بوده است. اولاً بیشتر تحقیق‌های پیش از این بر عدد رینولدز بیشتر از ۱۰۰۰ بحث شده است. (اغلب اوقات ۳۲۰۰ انتخاب شده) که جریان ناپایا است. این تحقیق به عدد رینولدز کمتر محدود شده (فقط تا ۱۰۰۰) به صورتی که در آن پذیرفته می‌شود جریان پایا است. ثانیاً در تحقیقات گذشته، جریان بالای حفره با شرط مرزی سرعت یکنواخت در سرتاسر سرپوش با فیزیک مصنوعی جابجا شده است. نتایج در اعداد رینولدز ۱۰، ۳۰، ۱۰۰ و ۳۰۰ شامل خطوط جریان دوبعدی در شکل (۱-۱۳) ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش عدد رینولدز گردابه اصلی به سمت پایین دست حفره حرکت می‌کند. در این تحقیق نیز نتایجی برای سرعت و سایر پارامترهای جریان ارائه نگردیده است.

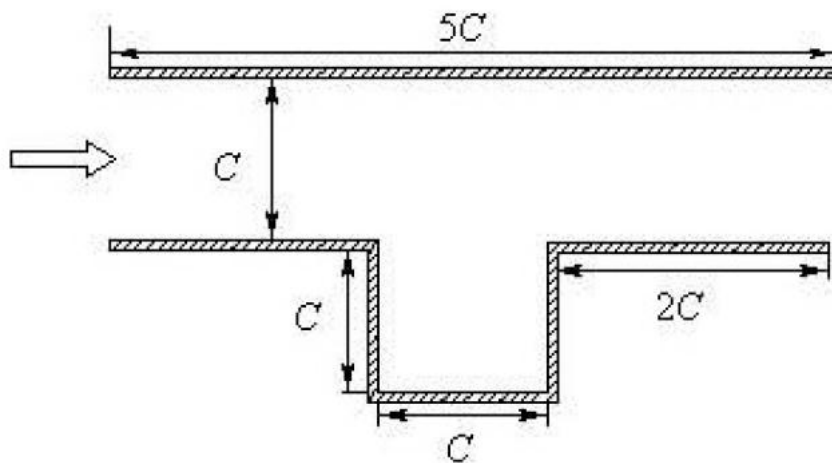
1. Torczynski
2. O'Hern



شکل (۱۳-۱) مقایسه خطوط جریان دوبعدی برای سیال نیوتنی در رینولدز ۱۰، ۳۰، ۱۰۰، ۳۰۰ (جریان از چپ به راست) [۱۴].

۱-۴-۲-۲- سیالات غیرنیوتنی مستقل از زمان

یکی از مطالعاتی که در این هندسه صورت گرفته و شباهت‌هایی نیز به پژوهش حاضر دارد، توسط یین^۱ و همکاران [۱۵] انجام شده است. هندسه بررسی شده توسط این پژوهشگران در شکل (۱۴-۱) ارائه شده است.



شکل (۱۴-۱) هندسه پژوهش یین و همکاران [۱۵].

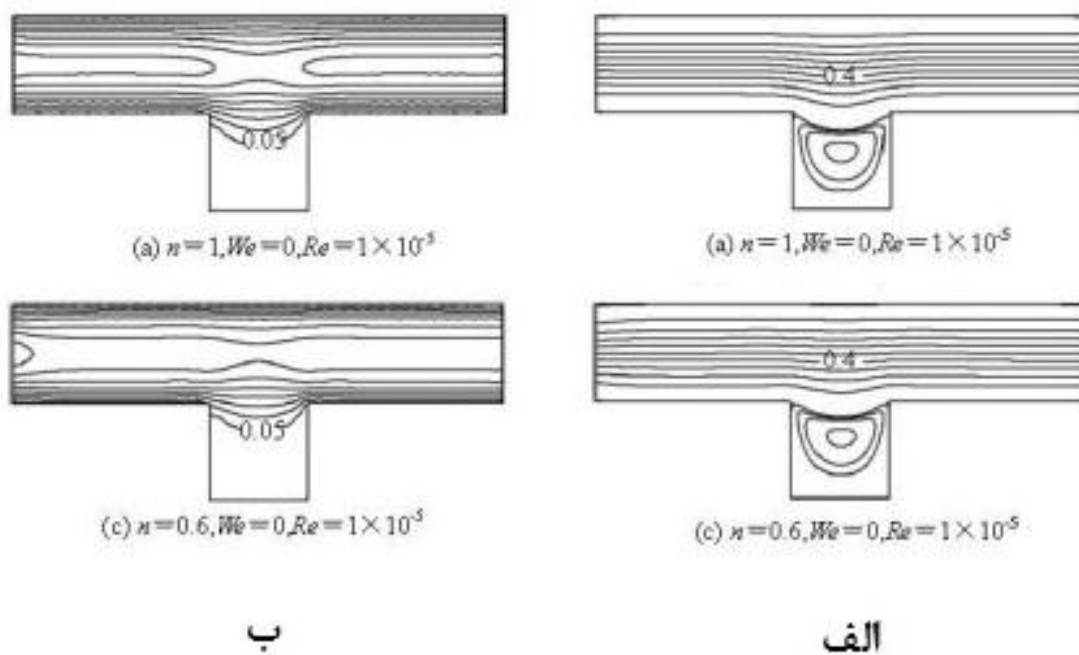
1. Yin

آن‌ها از مدل توانی^۱ برای بیان وابستگی لزجت به نرخ برش استفاده کرده‌اند. شکل توانی عدد رینولدز به سبب استفاده از مدل توانی به صورت رابطه (۶-۱) می‌باشد.

$$Re = \frac{\rho U^n}{KL^{n-2}} \quad (6-1)$$

ρ چگالی، K ضریب ثابت، U, L بترتیب طول و سرعت مشخصه می‌باشد. معادلات با استفاده از روش حجم محدود گسسته‌سازی شده است.

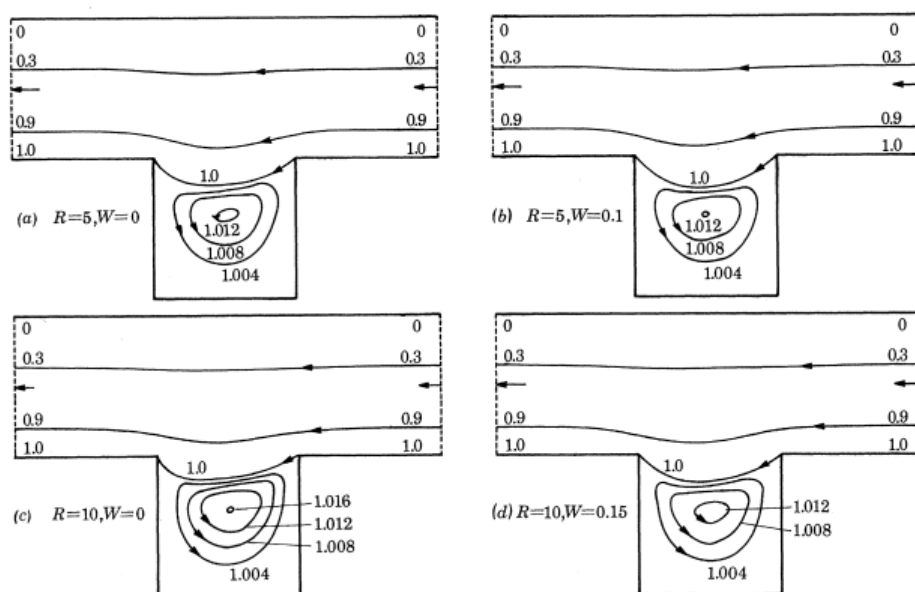
نتایج شامل خطوط جریان، توزیع سرعت و تنش برای جریان خزشی با رینولدز 1×10^{-5} بدست آورده شده است. نتایج در شکل (۱۵-۱) نشان می‌دهد با کاهش توان n از ۱ به 0.6 ، گردابه مرکزی مقدار کمی به سمت بالای حفره (به طرف صفحه‌ی مرکزی) حرکت می‌کند.



شکل (۱۵-۱) الف) خطوط جریان ب) توزیع سرعت [۱۵].

۱-۴-۲-۳- سیالات ویسکوالاستیک

کچرانه^۱ و همکاران [۱۶] شبیه‌سازی عددی و آزمایشگاهی را برای سیال نیوتنی در کانال‌های متنوع با هندسه پیچیده بررسی کرده‌اند. سیال نیوتنی استفاده شده در آزمایش‌ها ترکیبی از ماده قندی و آب است و سیال غیرنیوتنی استفاده شده در آزمایش‌ها محلول رقیق پلی‌اکریلامید^۲ ترکیب شده در آب و ماده قندی می‌باشد. شبیه‌سازی سیال غیرنیوتنی با استفاده از مدل UCM^۳ با زمان‌هایی از تنش 0.03 و محدوده لزجت 0.1 تا 0.3 انجام شده است. آن‌ها نشان دادند که جریان داخل حفره برای سیال نیوتنی و همچنین سیال غیرنیوتنی در اعداد رینولدز خیلی کم تقریباً متقارن است. در صورتی که نرخ جریان افزایش یابد جریان نامتقارن می‌شود. این نویسندگان همچنین نشان دادند که الاستیسیته و اینرسی اثرات مخالف روی جریان دارند و منجر به نامتقارنی در جهت‌های مخالف می‌شوند. خطوط جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک برای حفره مربعی در شکل (۱-۱۶) آورده شده است.

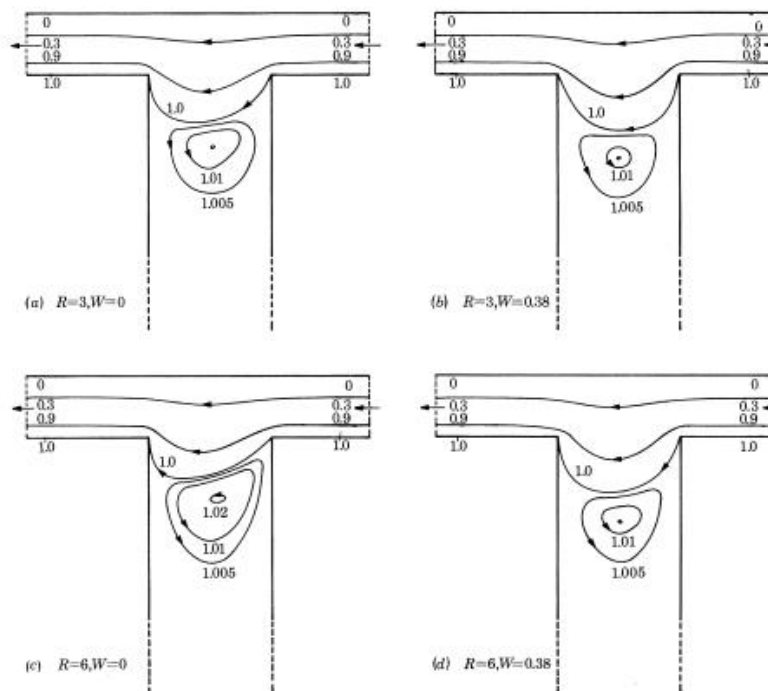


شکل (۱-۱۶) مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در حفره مربعی با $Re = 5, 10$ (جریان از

راست به چپ) [۱۶].

1. Cochrane
2. Polyacrylamide
3. Upper Convected Maxwell Model

خطوط جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک برای حفره عمیق نیز در شکل (۱-۱۶) آورده شده است.



شکل (۱-۱۷) مقایسه خطوط جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در حفره عمیق با $Re = 3, 6$ [۱۶].

در مورد پایداری در کانال با یک حفره نیز پژوهش‌هایی صورت گرفته است. یکی از این تحقیقات، جریان ویسکوالاستیک در گذر از حفره مربعی می‌باشد که توسط کیم^۱ و همکاران [۱۷] به صورت عددی و آزمایشگاهی بررسی شده است. برای مدل‌سازی جمله تنش از مدل اولدرویید-بی استفاده گردیده است. اعداد بدون بعد رینولدز و دیورا به صورت رابطه‌ی (۷-۱) تعریف می‌شوند:

$$De = \frac{\lambda_0 \bar{u}}{h} \quad Re = \frac{\rho \bar{u} h}{\eta_0} \quad (7-1)$$

η_0 لزجت در نرخ برش صفر، \bar{u} سرعت متوسط و λ_0 زمان رهایی از تنش در نرخ برش صفر می‌باشند و

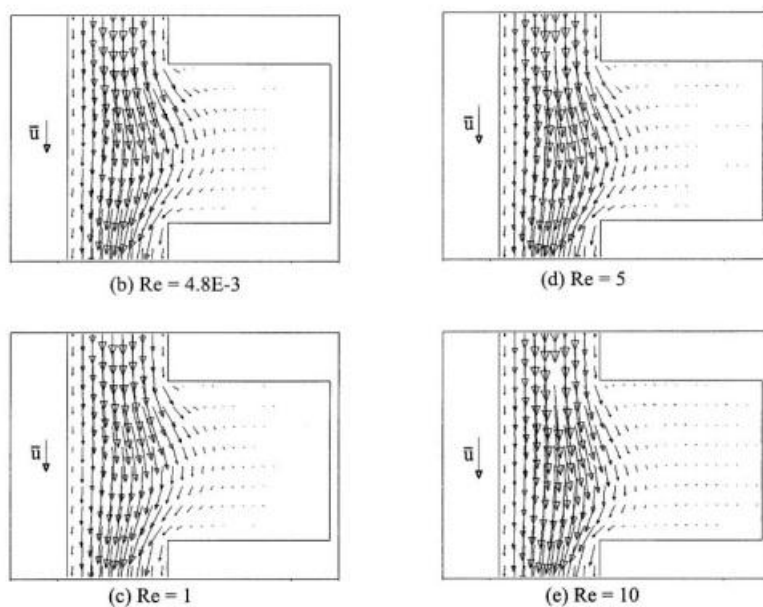
1. Kim

از رابطه (۸-۱) و (۹-۱) بدست می آیند:

$$\eta_0 = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta(\dot{\gamma}) \quad (۸-۱)$$

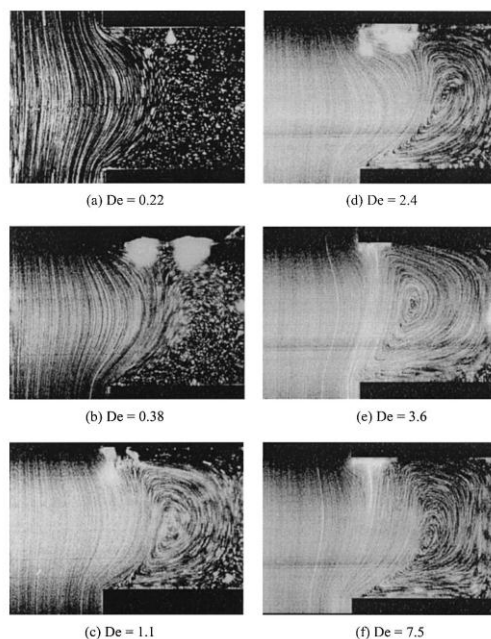
$$\lambda_0 = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \lambda_1(\dot{\gamma}) = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{\psi_1(\dot{\gamma})}{2\eta_p(\dot{\gamma})}. \quad (۹-۱)$$

ψ_1 ضریب تنش نرمال اول، η_p لزجت پلیمر می باشد. مشاهدات آن ها نوعی ناپایداری سلولی را در حفره نشان می دهد. این نویسندگان همچنین فشار را در حفره و کانال بالادست و پایین دست حفره بدست آوردند. فشار اندازه گیری شده تایید می کند جریان سیال در نرخ جریان بالا به طور ضعیفی وابسته به زمان است. چنانچه که ملاحظه می شود. شکل (۱۸-۱) جریان سیال نیوتنی را برای اعداد رینولدز مختلف ($Re = 4.8E - 3, 1, 5, 10$) نشان می دهد. مشاهدات نشان می دهد با افزایش عدد رینولدز گردابه اصلی جریان به سمت پایین دست حفره حرکت می کند.



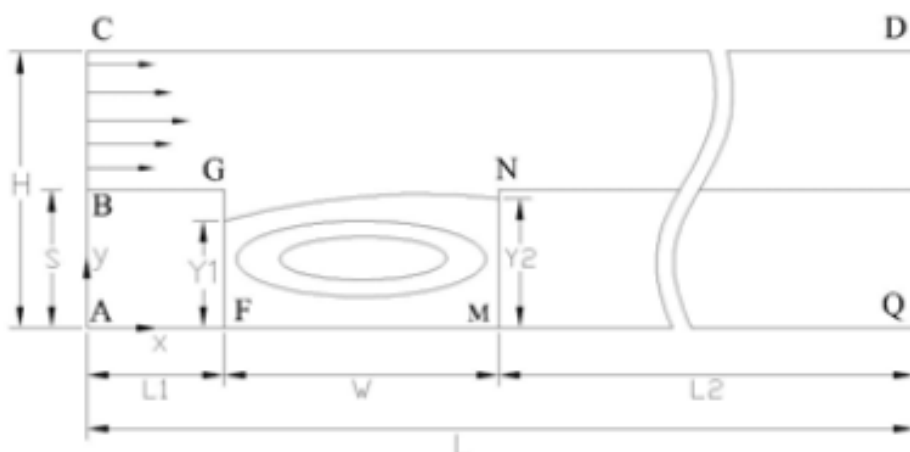
شکل (۱۸-۱) مقایسه جریان برای سیال نیوتنی در حفره با $Re = 4.8E - 3, 1, 5, 10$ [۱۷].

مشاهدات تجربی آن‌ها در شکل (۱۹-۱) آمده است، تصویر جریان برای اعداد دبیورا مختلف نشان داده شده است.



شکل (۱۹-۱) مقایسه جریان برای سیال غیرنیوتنی در گذر از حفره با $De = 0.22, 0.38, 1.1, 2.4, 3.6, 7.5$ [۱۷].

هسو^۱ و همکاران [۱۸] در تحقیق دیگری جریان سیال ویسکوالاستیک مرتبه دوم را مورد بررسی قرار داده‌اند. هندسه استفاده شده در پژوهش آن‌ها، در شکل (۲۰-۱) ارائه گردیده است.



شکل (۲۰-۱) شماتیک هندسه پژوهش هسو و همکاران [۱۸].

برای مدل کردن جمله‌ی تنش، از مدل سیال مرتبه دو استفاده شده است. معادله‌ی متشکله سیال مرتبه دو در رابطه (۱۰-۱) آمده است:

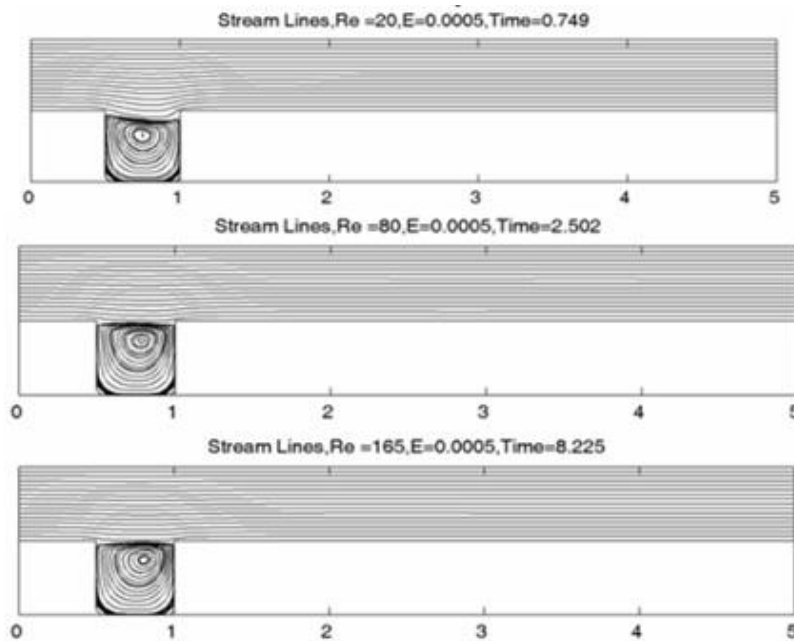
$$T = -pI + \mu A_1 + \alpha_1 A_2 + \alpha_1 A_1^2 \quad (10-1)$$

p فشار، I ماتریس واحد، μ لزجت دینامیکی، α_1, α_2 ضرایب تنش نرمال و همچنین A_1, A_2 تانسور نرخ برش و E الاستیسیته می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$A_1 = \nabla V + (\nabla V)^T \quad (11-1)$$

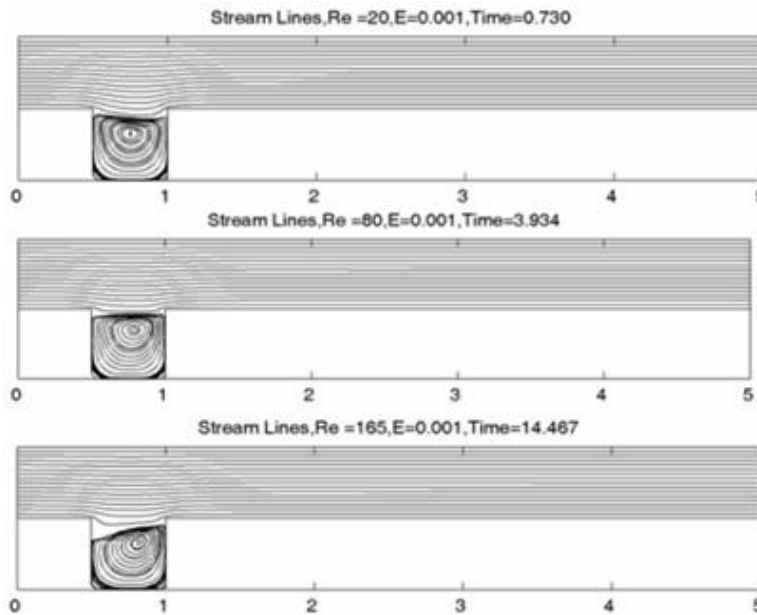
$$A_2 = \frac{d}{dt} A_1 + A_1 \nabla V + (\nabla V)^T A_1 \quad (12-1)$$

$$E = \frac{We}{Re} \quad (13-1)$$



شکل (۲۱-۱) مقایسه جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در حفره با اعداد رینولدز $Re = 20, 80, 165$ و

$$E = 0.0005 \quad [18].$$



شکل (۲۲-۱) مقایسه جریان برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در حفره با اعداد رینولدز $Re = 20, 80, 165$ و

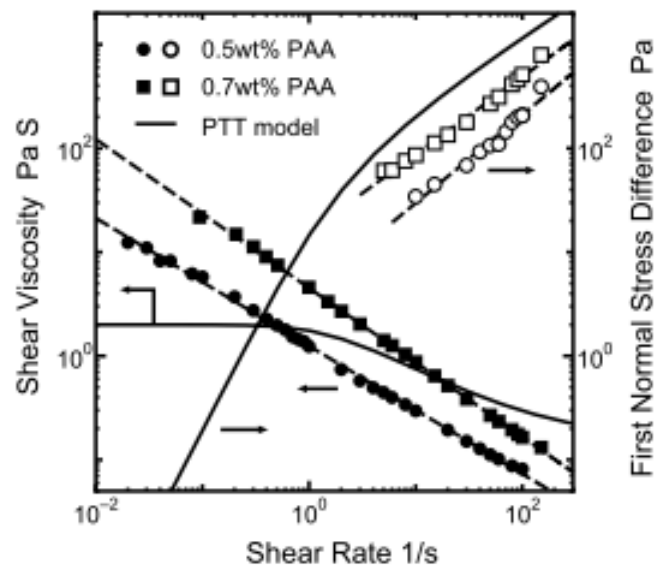
$$E = 0.001 \text{ [۱۸].}$$

نتایج پژوهش در شکل (۲۱-۱) و شکل (۲۲-۱) نشان می‌دهد با افزایش عدد رینولدز ناحیه چرخشی به سوی پایین دست جریان می‌کند. توزیع جریان برای سیال با ضرایب الاستیسیته (E) مختلف در رینولدز کم، بسیار شبیه به یکدیگر است. در اعداد رینولدز بیشتر از ۸۰، اثر افزایش الاستیسیته خود را نشان می‌دهد و خطوط جریان تغییر بیشتری را نشان می‌دهند.

یاماموتو^۱ و همکاران [۱۹] با روش‌های آزمایشگاهی و عددی و با استفاده از مدل PTT^۲ به بررسی سه بعدی هندسه مورد نظر پرداخته‌اند. در این تحقیق از سیال بوگر استفاده شده است. با جمع‌آوری داده‌های آزمایشگاهی از رفتار رئولوژیکی این سیال، ضرایب مدل توانی که لزجت سیال و اختلاف تنش نرمال اول را مدل می‌کند با برازش تعیین شده است. در شکل (۲۳-۱) دیاگرام لزجت و اختلاف تنش عمودی اول بر حسب نرخ برش نشان داده شده است. در جدول (۲-۱) مقادیر ضرایب مدل

1. Yamamoto
2. Phan-Thien-Tanner model

توانی که بر روی شکل (۱-۲۳) برازش شده‌اند، آمده است. در روش عددی از ضرایبی که از برازش بدست آمده، استفاده گردیده است.



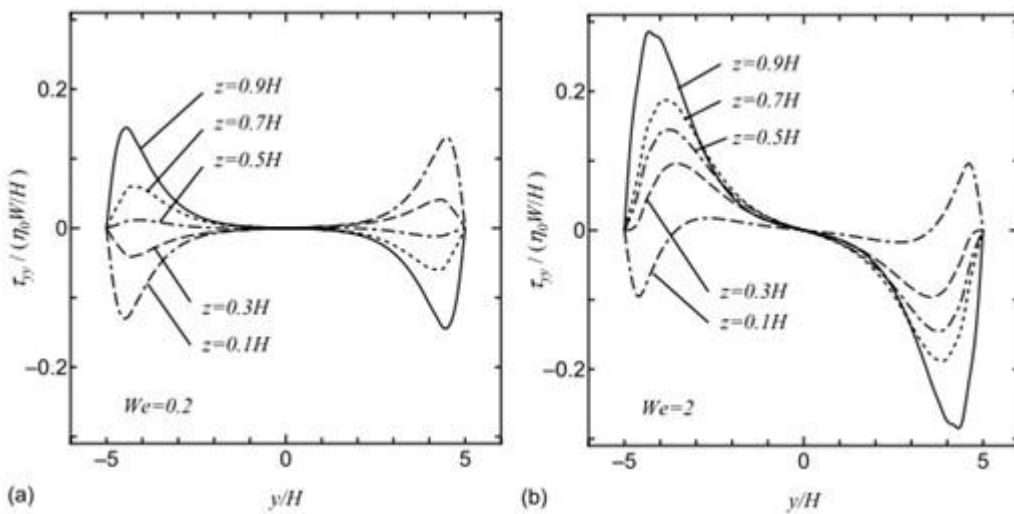
شکل (۱-۲۳) لزجت و اختلاف تنش عمودی اول سیال بوگر [۱۹].

جدول (۱-۲) ضرایب مدل توانی از برازش سیال بوگر [۱۹].

$\eta_0 [Pa.s]$	$\lambda [s]$	β	ϵ
2	10	0.04	0.001

مشاهدات نشان می‌دهد در عدد وایزنبرگ بالا، جریان در حفره به صورت مارپیچی به سوی صفحه مرکزی کانال حرکت می‌کند. همچنین آن‌ها اثر خواص غیرنیوتنی مدل و عدد وایزنبرگ را روی جریان مورد بررسی قرار داده‌اند و نمودار تنش عمودی را در مقاطع مختلف حفره ترسیم کرده‌اند.

نتایج توزیع تنش در شکل (۲۴-۱) نشان می‌دهد با افزایش عدد وایزبرگ مقدار قدرمطلق تنش در کنار دیواره حفره افزایش می‌یابد.



شکل (۲۴-۱) توزیع تنش نرمال $\frac{\tau_{yy} H}{\eta_0 W}$ در امتداد خط‌های $\frac{z}{H} = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ در $\frac{x}{H} = 1.4$

$$We = 2(b), We = 0.2(a) \quad [19]$$

در تحقیق دیگری، که توسط یین^۱ و همکاران [۱۵] انجام شده است. از معادله‌ی ساختاری MUCM^۲ (مدل UCM اصلاح شده) که در رابطه (۱۴-۱) آمده است برای بیان جمله‌ی تنش و از مدل توانی^۳ برای بیان وابستگی لزجت به نرخ برش استفاده کرده‌اند.

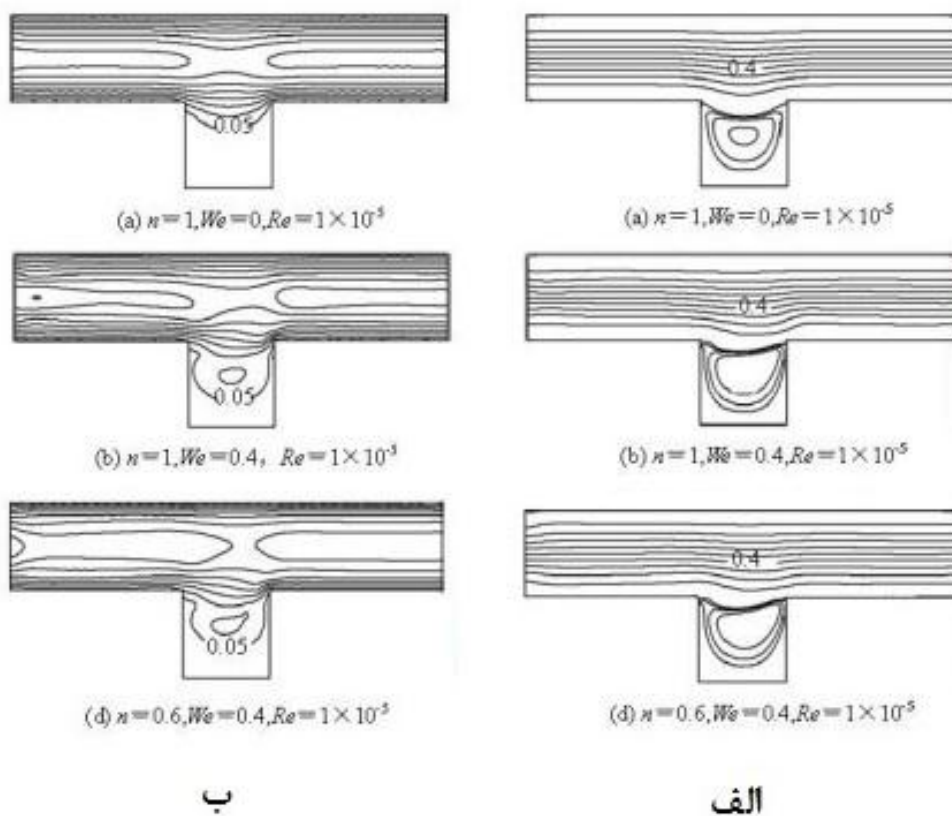
$$T^{ij} + \lambda \frac{\delta}{\delta t} T^{ij} = K (A^{ij})^n \quad (14-1)$$

در رابطه بالا، K ضریب ثابت، λ زمان رهایی از تنش، T تانسور تنش و n توان نمایی مدل توانی می‌باشد. عدد وایزبرگ و رینولدز به سبب استفاده از مدل توانی به صورت رابطه (۱۵-۱) می‌باشند.

1. Yin
2. Modified Upper Convected Maxwell Model
3. Power-Law

$$Re = \frac{\rho U^n}{KL^{n-2}} \quad We = \frac{\lambda U}{L} \quad (15-1)$$

L و U بترتیب طول و سرعت مشخصه می‌باشد. معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود گسسته‌سازی شده و برای حل معادلات از روش مبتنی بر تکرار گوس-سایدل^۱ استفاده شده است. نتایج شامل خطوط جریان، توزیع سرعت و تنش برای جریان خزشی با رینولدز $0.1/0.0001$ بدست آورده شده است. مطابق شکل (۱-۲۵) این پژوهشگران مشاهده کردند با کاهش نمایی n گردابه مرکزی مقدار بسیار کمی به سمت بالای حفره حرکت می‌کند و با افزایش عدد وایزنبرگ اندازه گردابه مرکزی بزرگتر و سبب نفوذ بیشتر جریان اصلی کانال در حفره می‌شود.



شکل (۱-۲۵) الف) خطوط جریان ب) توزیع سرعت [۱۵].

۱-۵- انتقال حرارت

تاکنون تحقیقات بسیار کمی در مورد حل عددی انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره انجام شده است. یکی از مهم‌ترین دلایل این موضوع این است که در سیالات غیرنیوتنی مخصوصاً سیالات ویسکوالاستیک لزجت سیال وابستگی شدیدی به دما دارد. از یک طرف، برای سیالات ویسکوالاستیک این وابستگی به دما باید به صورت یک تابع مشخص شود و از طرف دیگر، برای تحلیل انتقال حرارت سیالات ویسکوالاستیک، باید معادلات پیوستگی و ممنتوم به طور همزمان با معادله انرژی حل شوند. این در حالی است که برای سیالات نیوتنی، معادلات پیوستگی و ممنتوم همزمان حل شده و سپس مقادیر سرعت به دست آمده در معادله انرژی جایگذاری می‌شوند. با این توضیحات، در این قسمت به سه مرجع در مورد انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک اشاره می‌شود.

در سال ۱۹۹۸، طالبی [۲۰] حل عددی را برای جریان توسعه یافته سیالات ویسکوالاستیک در مجاری مستطیلی بسته ارائه نمود. وی مدل تعمیم یافته CEF را جهت شبیه سازی رفتار سیال ویسکوالاستیک به کاربرد و معادلات حاکم را از روش تفاضل محدود گسسته سازی کرده و برای حل آن‌ها از روش ADI استفاده نمود. طالبی نشان داد که اختلاف تنش‌های نرمال اول در شکل پروفیل سرعت محوری و در نتیجه در گرادیان فشار جریان موثر است. وی همچنین بررسی کاملی بر روی میزان انتقال حرارت جریان توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک در حالت‌های دما ثابت و شار ثابت انجام داده است. او نشان داد که فعالیت جریان‌های ثانویه در این جریان‌ها سبب کاهش اثر نامطلوب گوشه‌ها و افزایش انتقال حرارت نسبت به سیالات نیوتنی می‌شود.

تحقیقی دیگر در زمینه انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی در تبدیل واگرا به صورت عددی انجام شده است [۲۱]. در این تحقیق، جریان و انتقال حرارت سیال غیرنیوتنی به صورت وابسته به هم بررسی و توزیع سرعت و افت فشار سیال به دست آمده‌اند. در مدل حرارتی کراس رابطه‌ای به صورت زیر ارائه شده است [۲۱]:

$$\eta(T, |\gamma|) = \frac{\eta_0(T)}{1 + [\lambda(T)|\gamma|]^{1-n(T)}} \quad (16-1)$$

که در آن:

$$\eta_0(T) = a_1 \exp\left(\frac{a_2}{T}\right), \quad \lambda(T) = b_1 \exp\left(\frac{b_2}{T}\right), \quad n(T) = c_1 \exp\left(-\frac{c_2}{T}\right) \quad (17-1)$$

در سال ۲۰۰۳ لتلیر و سیگینر [۲۲] جریان غیردائمی سیال ویسکوالاستیک را با استفاده از مدل گرین-ریولین در مجاری بسته بررسی نمودند. آن‌ها گرادیان فشار نوسانی را برای میدان جریان در نظر گرفتند و بررسی کاملی را بر روی نوسانات سرعت و تغییرات جریان‌های ثانویه انجام دادند.

۶-۱- ضرورت پژوهش حاضر

جریان در کانال‌ها یکی از جریان‌های پایه در مکانیک سیالات می‌باشد. تاکنون تحقیقات بسیاری بصورت عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی در خصوص این جریان انجام شده است. عمدتاً این تحقیقات محدود به سیالات نیوتنی بوده اند و سهم اندکی از این تحقیقات متوجه سیالات غیرنیوتنی می‌باشد. جریان سیالات غیرنیوتنی در کانال‌ها دارای کاربردهای متنوعی نظیر استخراج نفت، تزریق مواد پلیمری، تولید انواع مواد شوینده و... می‌باشد. جریان سیال در هندسه کانال مدل ساده شده‌ای از جریان در تجهیزات صنعتی می‌باشد به همین دلیل با مطالعه و شناخت رفتار سیال در این هندسه می‌توانیم به پیش بینی از رفتار سیالات غیرنیوتنی در تجهیزات صنعتی دست یابیم.

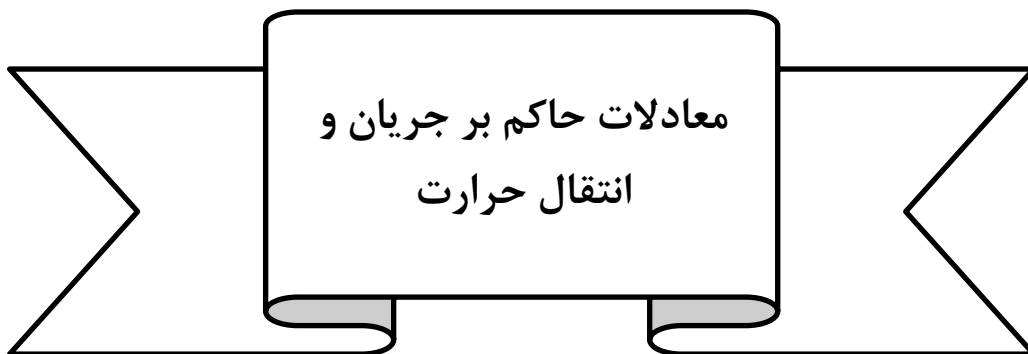
۷-۱- تحقیق حاضر و جنبه‌های نوآوری

در مطالعه حاضر، حل عددی جریان سیال غیرنیوتنی از میان کانال با یک حفره به صورت دو بعدی مطابق شکل (۱-۲) با استفاده از مختصات دکارتی بررسی شده است. ارتفاع ورودی کانال برابر با H است. ارتفاع حفره $A=2H$ و عرض حفره $B=1/5H$ می‌باشد. طول کانال بالادست و پایین دست حفره $L_1=L_2=8H$ می‌باشد. طول کانال در بخش اول و بخش سوم هندسه مسئله به اندازه‌ی کافی بزرگ

در نظر گرفته شده است به صورتی که جریان در هر دو بخش توسعه یافته شود. از مدل غیرنیوتنی کاریو- یاسودا استفاده شده که وابستگی لزجت به نرخ برش را بخوبی می‌توان با آن مدل کرد و برای مدل‌سازی جمله‌ی تنش از مدل CEF استفاده شده است. توان نمایی (n) برای مدل کاریو-یاسودا در محدوده ۰/۷ تا ۱/۰ در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم با استفاده از روش تفاضل محدود روی شبکه جابجاشده^۱ گسسته‌سازی شده و نحوه اختصاص پارامترهای جریان روی شبکه جابجاشده بر اساس روش علامت‌گذاری و سلول^۲ می‌باشد. از روش تراکم‌پذیری مصنوعی برای محاسبه فشار استفاده شده است. تحقیق حاضر سه تفاوت اساسی طبق اطلاع نگارنده با مطالعات قبلی مشابه خود دارد:

- تحقیقات نسبتاً زیادی در هندسه حفره انجام شده اما پژوهش حاضر نخستین تحقیقی محسوب می‌شود که در آن از مدل CEF در هندسه مذکور استفاده گردیده است.
- در این پژوهش از مدل غیرنیوتنی کاریو-یاسودا برای بررسی ماهیت غیرنیوتنی سیال در هندسه یاد شده بهره گرفته شده است.

1. Staggered mesh
2. Marker and cell method



۱-۲- مقدمه

در این فصل معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در دستگاه مختصات دکارتی ارائه می‌گردد. بطور کلی این دستگاه مختصات برای مطالعه جریان و انتقال حرارت در کانال با یک حفره مناسب است. در تحقیق حاضر، تمام پارامترهای جریان و انتقال حرارت بصورت بی‌بعد بررسی شده‌اند. معادلات حاکم ارائه شده در این بخش، برای حل عددی جریان در کانال با یک حفره استفاده و نتایج به دست آمده در فصل چهارم ارائه شده است.

۲-۲- پارامترهای بی بعد جریان

با توجه به شکل (۱-۲)، در این تحقیق از دستگاه مختصات دکارتی برای مطالعه جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره استفاده شده است. پارامترهای بی‌بعد مورد استفاده شامل موارد زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{\tilde{x}}{H} & y &= \frac{\tilde{y}}{H} & u &= \frac{\tilde{u}}{W_0} \\
 v &= \frac{\tilde{v}}{W_0} & p &= \frac{\tilde{p}H}{\eta_0 W_0} & \tau &= \frac{\tilde{\tau}H}{\eta_0 W_0} \\
 \gamma_{(1)} &= \tilde{\gamma}_{(1)} \frac{H}{W_0} & \gamma_{(2)} &= \tilde{\gamma}_{(2)} \left(\frac{H}{W_0} \right)^2 & \eta &= \frac{\tilde{\eta}}{\eta_0} \\
 \Psi_{1,2} &= \frac{\tilde{\Psi}_{1,2}H}{\eta_0 W_0} & \text{Re} &= \frac{\rho W_0 H}{\eta_0} & \text{We} &= \frac{\lambda_1 W_0}{H}
 \end{aligned} \tag{۱-۲}$$

که در آن، \tilde{x} و \tilde{y} معرف جهات دستگاه دکارتی در جهات طولی و عرضی، H ارتفاع ورودی کانال، \tilde{u} و \tilde{v} بترتیب مولفه‌های سرعت طولی و عرضی، W_0 سرعت مرجع (همان سرعت ورودی \tilde{U}_{in})، \tilde{p} فشار، η_0 لزجت در نرخ برش صفر، $\tilde{\tau}$ تانسور تنش، ρ چگالی سیال، $\tilde{\gamma}_{(1)}$ و $\tilde{\gamma}_{(2)}$ مشتقات

زمانی همبسته نرخ برش^۱ مرتبه اول و دوم، $\tilde{\Psi}_1$ و $\tilde{\Psi}_2$ ثابت‌های اختلاف تنش عمودی اول و دوم و $\tilde{\eta}$ لزجت سیال، Re عدد رینولدز، We عدد وایزنبرگ می‌باشد. علامت $-$ در بالای هر متغیر نشانگر متغیر دارای بعد می‌باشد.

۳-۲- معادلات حاکم بر جریان و شرایط مرزی مربوطه

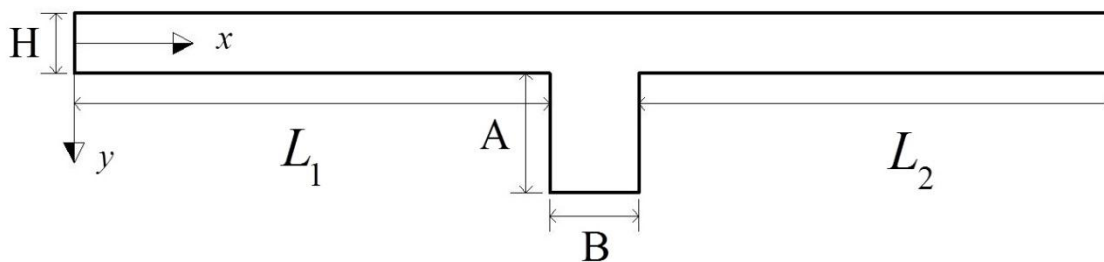
معادلات حاکم بر جریان دائمی سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره شامل معادلات پیوستگی و ممنتوم است:

$$\nabla \cdot \tilde{V} = 0 \quad (۲-۲)$$

$$\rho \tilde{\mathcal{D}} \cdot \nabla \tilde{V} = -\nabla \tilde{p} + \nabla \cdot \tilde{\tau} \quad (۳-۲)$$

که در آن، \tilde{V} معرف بردار سرعت، ρ چگالی، \tilde{p} فشار و $\tilde{\tau}$ تانسور مرتبه دوم تنش می‌باشد. در تحقیق حاضر، جریان دوبعدی دائمی سیال ویسکوالاستیک تراکم‌ناپذیر در حالت آرام از میان کانال با یک حفره در نظر گرفته شده است. شکل (۲-۱)، طرح شماتیک هندسه جریان را نشان می‌دهد. جریان ورودی به صورت یکنواخت در راستای x و برابر با U در نظر گرفته شده است. برای خروجی نیز شرط توسعه یافتگی (به جز برای فشار) قرار داده شده است. ارتفاع ورودی کانال برابر با H است. ارتفاع حفره $A=2H$ و عرض حفره $B=1/5H$ می‌باشد. طول کانال بالادست حفره و پایین دست حفره $L_1=L_2=8H$ است. طول کانال در بخش اول و بخش سوم هندسه مسئله به اندازه‌ی کافی بزرگ در نظر گرفته شده است به صورتی که جریان در هر دو بخش توسعه یافته شود. برای اطمینان از این موضوع، برای حل‌های عددی انجام شده، نمودار سرعت در خروجی کانال رسم شده تا توسعه یافتگی در انتهای کانال مشخص شود. چنین نمودارهایی در فصل نتایج آورده شده است.

1. covariant convected derivative of the shear rate



شکل (۱-۲) شماتیک کانال با یک حفره

معادلات حاکم بر جریان دائمی سیال تراکم ناپذیر شامل معادلات پیوستگی و ممنتوم در جهت‌های طولی و عرضی به شکل زیر می باشند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (۴-۲)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \quad (۵-۲)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) \quad (۶-۲)$$

معادلات (۴-۲) تا (۶-۲)، صورت اصلی معادلات حاکم بر جریان هستند که در این تحقیق برای مطالعه جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره مورد استفاده قرار گرفته‌اند. شکل جریان در این هندسه در رژیم آرام به صورت دو بعدی است ($w = 0$). در معادلات مذکور می‌توان با به کار بردن معادله متشکله هر نوع سیالی در جملات تنش، شکل نهایی معادلات حاکم را برای جریان آن سیال به دست آورد. به عنوان مثال، با جایگذاری مقادیر تنش سیال نیوتنی، صورت بی‌بعد معادلات ممنتوم جریان سیال نیوتنی به دست می‌آید:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (۷-۲)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (۸-۲)$$

در سیالات ویسکوالاستیک نیز همانند سیالات نیوتنی، اعمال شرط مرزی عدم لغزش بر روی دیواره

جامد استفاده می‌شود. به طور کلی اعمال این شرط مرزی برای جامدات ویسکوالاستیک چندان صحیح به نظر نمی‌رسد اما برای سیالات ویسکوالاستیک در محدوده وسیعی از عدد دوبرا این شرط با دقت قابل قبولی صادق است. در این تحقیق از مدل کریمنتال-اریکسون-فیلپی به عنوان معادله متشکله استفاده شده است. این مدل در ناحیه ویسکومتريک دیاگرام پیپکین (در اعداد دوبرای کوچک) صادق بوده و دارای جواب دقیقی در این ناحیه است لذا در جریان این سیال، اعمال شرط مرزی عدم لغزش برای مولفه‌های سرعت کاملاً صحیح به نظر می‌رسد [۷].

$$(at\ Wall): u = 0, \quad v = 0 \quad (9-2)$$

اعمال شرط مرزی برای فشار استاتیکی روی مرزهای هندسه مسئله کار دشواری است و معمولاً در تحلیل‌های عددی از شرط مرزی گرادیان فشار عمودی همگن استفاده می‌شود. در این گزارش، از روش عددی مخصوصی استفاده شده که در آن نیازی به اعمال شرط مرزی برای فشار نیست. جریان ورودی نیز به صورت یکنواخت در راستای x و برابر با U در نظر گرفته می‌شود.

$$at\ (x = 0): u = U_{in}, \quad v = 0 \quad (10-2)$$

در خروجی بخش دوم نیز برای کلیه متغیرها به جز فشار شرط $\partial/\partial x \equiv 0$ قرار داده شده است.

$$(x = x_{end}): \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (11-2)$$

۲-۴- معادله حاکم بر انتقال حرارت و شرایط مرزی مربوطه

در این بخش متغیرهای بی‌بعد انتقال حرارت ارائه می‌شود. پارامترهای بی‌بعد حرارتی مربوط به انتقال حرارت در تحقیق حاضر عبارتند از:

$$T_T = \frac{\tilde{T} - \tilde{T}_w}{\tilde{T}_{in} - \tilde{T}_w} \quad (12-2)$$

$$Pr = \frac{\eta_0}{\rho\alpha} \quad Nu = \frac{hH}{k} \quad (13-2)$$

$$Br_T = \frac{\eta_0 W_0^2}{k (\tilde{T}_{in} - \tilde{T}_w)} \quad (14-2)$$

در رابطه (۱۲-۲) تا (۱۴-۲) T_T دمای بی بعد، \tilde{T}_w دمای دیواره، \tilde{T}_{in} دمای سیال در ورودی کانال، k ضریب هدایت حرارتی، Br_T عدد برینکمن^۱، h ضریب انتقال حرارت جابجایی، α ضریب انتقال حرارت، Pr عدد پранتل^۲ و Nu عدد ناسلت^۳ است.

با اعمال قانون اول ترمودینامیک بر روی یک المان حجم کنترل، معادله انتقال حرارت برای جریان سیالات، طبق رابطه زیر به دست می آید [۲۳]:

$$\underbrace{\rho C_v \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + \underbrace{\tilde{V} \cdot \nabla \tilde{T}}_{\text{Convection}} \right)}_{\text{rate of change}} = \underbrace{\nabla \cdot (k \nabla \tilde{T})}_{\text{Diffusion (conduction)}} + \underbrace{\tilde{\tau} : \nabla \times \tilde{V} - \tilde{T} \left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{T}} \right)_\rho \nabla \cdot \tilde{V}}_{\text{Work}} \quad (15-2)$$

که در آن، \tilde{T} دمای سیال، \tilde{t} زمان، k ضریب هدایت حرارتی، ρ چگالی سیال، \tilde{P} فشار، $\tilde{\tau}$ تانسور تنش و C_v ظرفیت گرمایی ویژه در حجم ثابت جریان سیال است. در رابطه فوق انتقال حرارت هدایتی بر اساس قانون فوریه به دست آمده است. همچنین جمله آخر رابطه، اثر کار تراکم پذیری سیال بر انتقال حرارت جریان را نشان می دهد. از آنجا که مایعات ویسکوالاستیک سیالاتی تراکم ناپذیر هستند، لذا این جمله ($\nabla \cdot \tilde{V}$) در معادله انتقال حرارت این سیالات صفر در نظر گرفته می شود. جمله $\tilde{\tau} : \nabla \times \tilde{V}$ در رابطه فوق، اثر کار میدان تنش بر جریان سیال را بیان می کند و برای سیال نیوتنی همیشه دارای مقدار مثبتی می باشد. مثبت بودن این جمله بیانگر بازگشت ناپذیری کار میدان جریان است. در سیال نیوتنی این جمله به اثر تلفات لزجت معروف است. علی رغم سیال نیوتنی، این جمله برای جریان سیال ویسکوالاستیک ممکن است که به طور موضعی دارای مقداری منفی باشد. منفی بودن این جمله برای این است که بخشی از انرژی در بخش الاستیک سیال ذخیره شده است [۲۳].

نکته دیگر اینکه، چنانچه از وابستگی خواص سیال به دما صرف نظر شود، حل میدان جریان مستقل از

-
1. Brinkman number
 2. Prantel number
 3. Nusselt number

میدان دما می‌شود. تحقیق حاضر بر همین اساس انجام شده است. صورت بی‌بعد معادله انتقال حرارت دائمی جریان سیال ویسکوالاستیک تراکم‌ناپذیر در دستگاه مختصات دکارتی، به صورت زیر بیان می‌شود [۷]:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Br \Phi \right\} \quad (۱۶-۲)$$

رابطه فوق شکل بی‌بعد معادله انرژی برای انتقال حرارت می‌باشد. در رابطه فوق، Φ کار میدان تنش بوده و از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۷]:

$$\Phi = \frac{\partial u}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial v}{\partial y} \tau_{yy} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \tau_{xy} \quad (۱۷-۲)$$

با توجه به بی‌بعدسازی دما، شرط مرزی زیر برای دماهای بی‌بعد روی دیواره‌های هندسه در نظر گرفته می‌شود:

$$T_T = 0 \quad (۱۸-۲)$$

دمای سیال در ورودی برابر مقدار ثابت T_{in} فرض شده است. بنابراین با توجه به رابطه (۱۳-۲)، مقدار T_T در ورودی برابر یک به دست می‌آید. در خروجی کانال پایین دست حفره نیز شرط مرزی توسعه یافتگی در نظر گرفته شده است. در واقع این شرط، یک شرط تقریبی برای دمای خروجی است. با توجه به اینکه طول هندسه در راستای x بلند در نظر گرفته شده و در دیواره‌های هندسه، شرط دما-ثابت برقرار است، می‌توان با اطمینان شرط مرزی نامبرده را استفاده کرد. البته، نتایج عددی که در بخش‌های بعدی ارائه شده است، صحت این شرط مرزی را تأیید می‌کند.

قبل از پرداختن به توسعه یافتگی حرارتی نیاز به تعاریفی است که ابتدا به آن‌ها پرداخته می‌شود. دمای میانگین T_b ، دمای مرجع مناسبی در جریان‌های داخلی (مثلاً جریان درون کانال) به شمار می‌آید که همان نقش دمای جریان آزاد (T_∞) را در جریان‌های خارجی ایفا می‌کند. در حالی که T_∞ در مسیر جریان ثابت است، T_b در این راستا تغییر می‌کند. یعنی اگر انتقال حرارت وجود داشته باشد،

$\frac{dT}{dx}$ هرگز صفر نخواهد شد. اگر انتقال حرارت از سطح به سیال صورت بگیرد ($T_w > T_b$)، مقدار T_b با افزایش x می‌یابد و برعکس اگر $T_w < T_b$ باشد، T_b کاهش می‌یابد.

با توجه به انتقال حرارت جابجایی بین سطح و سیال، دمای سیال به طور پیوسته بر حسب x

تغییر می‌کند. حالت توسعه‌یافتگی حرارتی کاملاً با حالت هیدرودینامیکی که در آن $\left(\frac{\partial u}{\partial x} = 0\right)$

متفاوت است. اگر انتقال حرارت وجود داشته باشد، $\frac{\partial T_b}{\partial x}$ و همچنین $\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)$ در هر قسمت از ارتفاع

کانال صفر نخواهد بود. به همین دلیل، پروفیل دمای $T(y)$ پیوسته با x تغییر می‌کند و به نظر می‌-

رسد شرایط کاملاً توسعه‌یافته برقرار نخواهد شد. می‌توان با استفاده از دمای بی‌بعد این مشکل را

مرتفع نمود. با معرفی اختلاف دمای بی‌بعد به شکل $\frac{T_w - T}{T_w - T_b}$ شرایطی وجود خواهد داشت که در آن

نسبت اختلاف دماها مستقل از x خواهد بود. هر چند که پروفیل دمای $T(y)$ با x تغییر می‌کند،

ولی نسبت اختلاف دماها خیلی تغییر نمی‌کند که به این حالت جریان کاملاً توسعه‌یافته حرارتی می‌-

گویند. برای چنین شرایطی رابطه $\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_w - T}{T_w - T_b} \right] = 0$ برقرار می‌باشد.

۲-۵- معادله متشکله

۲-۵-۱- معرفی مدل CEF

معادله متشکله کریمینال-اریکسون-فیلبی^۱ تعمیم‌یافته معروف به مدل CEF که در این تحقیق،

جهت شبیه‌سازی میدان تنش سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است به صورت زیر تعریف می‌شود

[۲۴ و ۲۵]:

$$\bar{\tau} = \bar{\eta}(\dot{\gamma})\bar{\gamma}_{(1)} - \frac{1}{2}\bar{\Psi}_1(\dot{\gamma})\bar{\gamma}_{(2)} + \bar{\Psi}_2(\dot{\gamma})\{\bar{\gamma}_{(1)} \cdot \bar{\gamma}_{(1)}\} \quad (2-19)$$

1. Criminale-Eriksen-Filbey

در رابطه بالا، جملات $\tilde{\gamma}_{(1)}$ و $\tilde{\gamma}_{(2)}$ معرف مشتقات مرتبه اول و دوم همرفتی پاد همبسته تانسور نرخ برش^۱ می‌باشند که به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\tilde{\gamma}_{(1)} = \nabla \tilde{V} + \nabla \tilde{V}^T \quad (20-2)$$

$$\tilde{\gamma}_{(2)} = \frac{D\tilde{\gamma}_{(1)}}{Dt} - \left\{ (\nabla \tilde{V})^T \cdot \tilde{\gamma}_{(1)} + \tilde{\gamma}_{(1)} \cdot (\nabla \tilde{V}) \right\} \quad (21-2)$$

توابع ویسکومتریکی در این مدل، لزجت ($\tilde{\eta}(\dot{\gamma})$) و اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم ($\tilde{\Psi}_1(\dot{\gamma})$) و $\tilde{\Psi}_2(\dot{\gamma})$ به صورت توابعی از نرخ برش تعمیم‌یافته منظور شده‌اند. نرخ برش تعمیم‌یافته نیز برابر با مانای دوم تانسور نرخ برش می‌باشد:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} II} = \sqrt{\frac{1}{2} tr(\tilde{\gamma}_{(1)} \cdot \tilde{\gamma}_{(1)})} \quad (22-2)$$

معادله متشکله CEF برحسب مشتقات زمانی مرتبه اول و دوم همرفتی همبسته تانسور نرخ برش^۲ نیز قابل بیان می‌باشد مشتقات به شکل زیر بیان می‌شوند [۲]:

$$\tilde{\gamma}^{(1)} = \nabla \tilde{V} + (\nabla \tilde{V})^T \quad (23-2)$$

$$\tilde{\gamma}^{(2)} = \frac{D\tilde{\gamma}^{(1)}}{Dt} + \left\{ (\nabla \tilde{V}) \cdot \tilde{\gamma}^{(1)} + \tilde{\gamma}^{(1)} \cdot (\nabla \tilde{V})^T \right\} \quad (24-2)$$

با توجه به معادله (۲۴-۲)، مقدار مشتق مادی نرخ برش به صورت زیر تعریف می‌شود [۲]:

$$\frac{D\tilde{\gamma}^{(1)}}{Dt} = \tilde{\gamma}^{(2)} - \left\{ (\nabla \tilde{V}) \cdot \tilde{\gamma}^{(1)} + \tilde{\gamma}^{(1)} \cdot (\nabla \tilde{V})^T \right\} \quad (25-2)$$

طبق تعریف مقدار $\gamma^{(1)}$ با $\tilde{\gamma}_{(1)}$ برابر است، بنابراین می‌توان رابطه بالا را به صورت زیر بیان کرد:

$$\tilde{\gamma}_{(2)} = \tilde{\gamma}^{(2)} - \left\{ ((\nabla \tilde{V}) + (\nabla \tilde{V})^T) \cdot \tilde{\gamma}^{(1)} + \tilde{\gamma}^{(1)} \cdot ((\nabla \tilde{V}) + (\nabla \tilde{V})^T) \right\} \quad (26-2)$$

در این صورت:

$$\tilde{\gamma}_{(2)} = \gamma^{(2)} - 2\{\gamma^{(1)} \cdot \gamma^{(1)}\} \quad (27-2)$$

-
1. The first and second contravariant convected derivative of the shear rate tensor
 2. The first and second covariant convected derivative of the shear rate tensor

بنابراین چنانچه مقدار $\tilde{\gamma}_{(2)}$ از معادله فوق در معادله (۲-۱۹) جایگزین شود و با توجه به برابری مقدار $\tilde{\gamma}_{(1)}$ با $\tilde{\gamma}^{(1)}$ خواهیم داشت:

$$\bar{\tau} = \tilde{\eta}(\dot{\gamma})\tilde{\gamma}^{(1)} - \frac{1}{2}\tilde{\Psi}_1(\dot{\gamma})\tilde{\gamma}^{(2)} + (\tilde{\Psi}_1(\dot{\gamma}) + \tilde{\Psi}_2(\dot{\gamma}))\{\tilde{\gamma}^{(1)}.\tilde{\gamma}^{(1)}\} \quad (2-28)$$

معادله فوق، شکل معادله متشکله سیال CEF بر حسب مشتقات زمانی همرفتی همبسته تانسور نرخ برش می‌باشد که در برخی از مراجع مورد استفاده قرار گرفته است.

معادله متشکله CEF بر اساس بسط مشتقات نرخ برش (مشتقات بر مبنای ضرایب زمان‌های تاخیر سیال^۱) توسعه داده شده است. در تحقیق بریس و همکاران^۲ [۲۶] نشان داده شد که پاسخ معادله ساختاری CEF در اعداد دورای^۳ کوچک با پاسخ سایر مدل‌های ویسکوالاستیک (مانند مدل وایت متزنر) یکسان می‌باشد. دقیق‌ترین پاسخ‌های مدل CEF مربوط به جریان دائمی برش سیالات ویسکوالاستیک می‌باشد [۲]. این مدل، در حالت‌های زیر به مدل‌های دیگری تبدیل می‌شود:

- اگر $\tilde{\eta}$ ، $\tilde{\Psi}_1$ و $\tilde{\Psi}_2$ مستقل از نرخ برش باشند ($\tilde{\Psi}_2(\dot{\gamma}) = \tilde{\Psi}_{2,0}$ ، $\tilde{\Psi}_1(\dot{\gamma}) = \tilde{\Psi}_{1,0}$ ، $\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) = \tilde{\eta}_0$) معادله CEF به مدل سیال مرتبه دو قابل تبدیل است.
- اگر $\tilde{\Psi}_1 = 0$ ، معادله CEF به مدل سیال راینر-ریولین ساده می‌شود.
- اگر $\tilde{\Psi}_1 = 0$ ، $\tilde{\Psi}_2 = 0$ ، $\tilde{\eta} = \tilde{\eta}(\dot{\gamma})$ ، معادله CEF به سیال نیوتنی تعمیم‌یافته تبدیل می‌شود.
- اگر $\tilde{\eta} = \tilde{\eta}_0$ ، $\tilde{\Psi}_1 = 0$ ، $\tilde{\Psi}_2 = 0$ ، مدل به سیال نیوتنی ساده می‌شود.

۲-۵-۲- توابع ویسکومتریکی

در اکثر مواد ویسکوالاستیک (به‌ویژه در محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری)، وابستگی لزجت به نرخ برش به صورت رقیق شونده^۴ است (کمتر شدن لزجت با ازدیاد نرخ برش). حالت غلیظ‌شوندگی لزجت بسیار

1. Retardation times expansion
 2. Beris et al
 3. Deborah Number
 4. Pseudoplastic

کمیاب می‌باشد. به‌همین دلیل، بسیاری از توابع ویسکومتریکی به‌صورت رقیق شونده در نظر گرفته شده‌اند. مدل ویسکومتریکی مورد استفاده در این تحقیق، مدل کاربو-یاسودا می‌باشد. در این مدل، توابع ویسکومتریکی برای لزجت و ضرایب اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم به‌شکل زیر تعریف می‌شوند [۲]:

$$\frac{\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) - \tilde{\eta}_\infty}{\tilde{\eta}_0 - \tilde{\eta}_\infty} = \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^a \right]^{(n-1)/a} \quad (29-2)$$

$$\Psi_1(\dot{\gamma}) = 2\lambda_1(\tilde{\eta}_0 - \tilde{\eta}_\infty) \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^a \right]^{(n-1)/a} \quad (30-2)$$

$$\Psi_2(\dot{\gamma}) = -\chi \Psi_1(\dot{\gamma}) \quad (31-2)$$

که در (۲۹-۲) تا (۳۱-۲)، $\tilde{\eta}_0$ لزجت در نرخ برش صفر، $\tilde{\eta}_\infty$ لزجت در نرخ برش بی‌نهایت، λ ثابت زمانی مدل، λ_1 ثابت زمانی تاخیر سیال، χ نسبت اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم، n توان نمایی و a ثابت بی‌بعدی است که ناحیه انتقال بین نرخ برش صفر و ناحیه نمایی را بیان می‌کند. مقدار a برای بسیاری از محلول‌های پلیمری برابر ۲ اعلام شده است. همچنین در اکثر محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری مقدار $\tilde{\eta}_\infty$ حدود 10^1 تا 10^4 بار از $\tilde{\eta}_0$ کوچکتر در نظر گرفته شده است. به همین دلیل، در برخی از کاربردهای مهندسی مقدار $\tilde{\eta}_\infty$ برابر صفر فرض شده است. $\tilde{\eta}_\infty$ در واقع بیانگر بخش نیوتنی رفتار ماده می‌باشد که معمولاً در محلول‌های پلیمری مقدار آن کوچک می‌باشد. در اکثر آزمایشات رئولوژیکی از اندازه‌گیری مستقیم مقدار اختلاف تنش دوم صرف‌نظر می‌شود و این مقدار تنها به‌صورت نسبی از اختلاف تنش عمودی اول در نظر گرفته می‌شود. در اینجا نیز چنین کاری انجام شده و ضریب χ به‌عنوان نسبت اختلاف تنش‌های عمودی منظور شده است. در بیشتر مواد ویسکوالاستیک، اختلاف تنش عمودی دوم دارای مقداری منفی می‌باشد، در حالی که همیشه مقادیر مثبتی برای اختلاف تنش عمودی اول اعلام شده است. در اکثر مواد ویسکوالاستیک مقدار اختلاف تنش عمودی دوم از ۲۰٪ اختلاف تنش عمودی اول کمتر بوده ($\chi < 0.2$) و در بسیاری از محلول‌ها و مذاب‌های پلیمری نیز مقدار اختلاف تنش دوم حدود ۱۰٪ اختلاف تنش عمودی اول

گزارش شده است ($\chi \approx 0.1$). مدل کاریو-یاسودا یک مدل چند ثابت است که از انعطاف پذیری کافی برای برازش مناسب بر روی توابع ویسکومتریکی بسیاری از مواد ویسکوالاستیک برخوردار است. به طور کلی پس از جمع آوری داده‌های کافی آزمایشگاهی از رفتار رئولوژیکی ماده، می‌توان این مدل را بر روی داده‌ها برازش داد و ضرایب مربوطه را تعیین نمود. مدل کاریو-یاسودا در واقع حالت تعمیم یافته مدل معروف کراس می‌باشد [۲۷]:

$$\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) = \tilde{\eta}_\infty + (\tilde{\eta}_0 - \tilde{\eta}_\infty) / [1 + \lambda \dot{\gamma}^{(1-n)}] \quad (32-2)$$

$$\Psi_1(\dot{\gamma}) = 2\lambda_1(\tilde{\eta}_0 - \tilde{\eta}_\infty) / [1 + \lambda \dot{\gamma}^{(1-n)}] \quad (33-2)$$

در مدل کراس، لزجت در نرخ برش صفر برابر $\tilde{\eta}_0$ و در نرخ برش بی‌نهایت برابر $\tilde{\eta}_\infty$ در نظر گرفته می‌شود و بین این دو مقدار حدی، مدل کراس به مدل نمایی نزدیک می‌شود. از مزایای مدل کاریو-یاسودا نسبت به مدل کراس^۱ این است که در این مدل رفتار رئولوژیکی غیرخطی به شکل دقیق‌تری محاسبه می‌شود. مزیت دیگر هر دو مدل نسبت به مدل نمایی، امکان محاسبه $\tilde{\eta}_\infty$ در این مدل‌ها می‌باشد (در مدل نمایی مقدار $\tilde{\eta}_\infty$ همواره برابر صفر محاسبه می‌شود).

۲-۶- چند قضیه معروف

چنانچه در سیال CEF توابع ویسکومتریکی مستقل از نرخ برش باشند، معادله متشکله CEF به مدل سیال مرتبه دو ساده می‌شود. در این حالت قضایای معروفی بر جریان سیال حاکم است که برخی از آن‌ها در تحقیق حاضر برای ارزیابی صحت نتایج عددی به کار گرفته شده‌اند. در اینجا تنها به صورت قضایا اشاره شده و برای اثبات آن‌ها به مرجع [۲] رجوع نمایید. این قضایا عبارتند از:

• قضیه گیسکاس^۲ در مورد جریان خزشی سه بعدی سیال مرتبه دو: یک میدان سرعت \vec{V} و

میدان فشار \tilde{P}_N که معادلات جریان خزشی سه بعدی سیال نیوتنی را ارضا می‌کند، در حالت

1. Cross
2. Giesekus

میدان جریان خزشی سه بعدی سیال مرتبه دو نیز صدق می کند. به عبارت دیگر در حالت $\tilde{\Psi}_2 = -\tilde{\Psi}_1/2$ ، میدان جریان خزشی سه بعدی سیال مرتبه دو نظیر میدان خزشی سه بعدی سیال نیوتنی است.

- قضیه تنر در مورد جریان صفحه‌ای سیال مرتبه دو: یک میدان سرعت \tilde{V} و میدان فشار \tilde{P}_N که معادلات حاکم بر جریان خزشی صفحه‌ای سیال نیوتنی را ارضا می کند، در معادلات جریان خزشی صفحه‌ای سیال مرتبه دو نیز صدق می کند.
- قضیه لانگلوئیس، ریولین و پپکین^۱ در مورد جریان مستقیم الخط^۲ سیال مرتبه دو: چنانچه یک میدان سرعت \tilde{V} و میدان فشار \tilde{P}_N که معادلات حاکم بر جریان مستقیم الخط سیال نیوتنی را ارضا کند، میدان سرعت \tilde{V} در معادلات حاکم بر جریان مستقیم الخط سیال مرتبه دو نیز صدق می کند و توزیع فشار میدان سیال مرتبه دو (\tilde{P}) نیز دارای رابطه مشخصی با میدان سرعت و فشار سیال نیوتنی است:

$$\tilde{P} = \tilde{P}_N - \frac{\tilde{\Psi}_1}{2\eta} \frac{\partial \tilde{P}_N}{\partial t} + \frac{\tilde{\Psi}_2}{\eta} (\tilde{V} \cdot \nabla \tilde{P}_N) - \frac{\tilde{\Psi}_1}{8} (\gamma : \gamma) + \left(\frac{\tilde{\Psi}_2}{2} - \frac{\tilde{\Psi}_1}{4} \right) (\nabla \tilde{V} : \nabla \tilde{V}^T) \quad (۳۴-۲)$$

به عبارت دیگر قضیه لانگلوئیس، ریولین و پپکین نشان می دهد که میدان سرعت جریان مستقیم الخط سیال مرتبه دو و سیال نیوتنی یکسان است و میان توزیع فشار آن‌ها نیز رابطه (۳۴-۲) برقرار است.

۷-۲- معادله متشکله سیال CEF در دستگاه مختصات دکارتی

همانگونه که پیشتر ذکر شد، در این تحقیق از دستگاه مختصات دکارتی برای بررسی عددی جریان

1. Langlois, Rivlin and Pipkin
2. Rectilinear flow

سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره استفاده شده است. برای همین منظور، در این قسمت مولفه‌های تانسور تنش سیال و مشتقات مربوطه در دستگاه مختصات دکارتی ارائه شده است. صورت بی‌بعد معادله ساختاری سیال CEF به شکل زیر می‌باشد:

$$\tau = \eta \gamma_{(1)} - \frac{1}{2} \Psi_1 \gamma_{(2)} + \Psi_2 \{ \gamma_{(1)} \cdot \gamma_{(1)} \} \quad (35-2)$$

شایان ذکر است که مقادیر بی‌بعد $\gamma_{(1)}$ و $\gamma_{(2)}$ از روابطی مشابه روابط (2-20) و (2-21) و با حذف علامت - از بالانویس پارامترها قابل محاسبه هستند.

در دستگاه مختصات دکارتی، مولفه‌های تانسور تنش بی‌بعد سیال CEF از معادلات زیر محاسبه می‌شوند:

$$\tau_{xx} = \gamma_{(1)xx} - \frac{1}{2} \Psi_1 \gamma_{(2)xx} + \Psi_2 (\gamma_{(1)xx}^2 + \gamma_{(1)xy}^2) \quad (36-2)$$

$$\tau_{xy} = \gamma_{(1)xy} - \frac{1}{2} \Psi_1 \gamma_{(2)xy} + \Psi_2 (\gamma_{(1)yy} \gamma_{(1)xy} + \gamma_{(1)xy} \gamma_{(1)xx}) \quad (37-2)$$

$$\tau_{yy} = \gamma_{(1)yy} - \frac{1}{2} \Psi_1 \gamma_{(2)yy} + \Psi_2 (\gamma_{(1)xy}^2 + \gamma_{(1)yy}^2) \quad (38-2)$$

که در آن، η ، Ψ_1 و Ψ_2 توابعی از نرخ برش تعمیم‌یافته ($\dot{\gamma}$) می‌باشند. با توجه به تعریف نرخ برش تعمیم‌یافته، این مقدار از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} (\tilde{\gamma}_{xx(1)}^2 + \tilde{\gamma}_{yy(1)}^2 + 2\tilde{\gamma}_{xy(1)}^2)} \quad (39-2)$$

در روابط (2-36) تا (2-38)، $\gamma_{(1)}$ تانسور نرخ برش بوده و مولفه‌های آن برای جریان توسعه یافته مورد مطالعه به شکل زیر است:

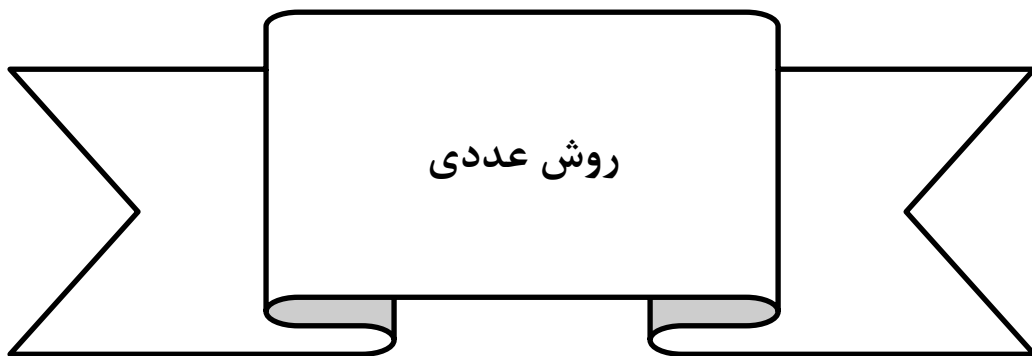
$$\gamma_{(1)yy} = 2 \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{(1)xx} = 2 \frac{\partial u}{\partial x} \quad \gamma_{(1)xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (40-2)$$

شایان ذکر است که برای جریان مورد مطالعه با توجه به هندسه مسئله، همچنین $\gamma_{(2)}$ مشتق همرفتی پاد همبسته نرخ برش مرتبه دو بوده و در دستگاه مختصات دکارتی به شکل زیر قابل محاسبه می‌شود:

$$\gamma_{(2)xx} = (\mathbf{V} \cdot \nabla) \gamma_{(1)xx} - 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \gamma_{(1)xx} + \frac{\partial u}{\partial y} \gamma_{(1)xy} \right) \quad (41-2)$$

$$\gamma_{(2)xy} = (\mathbf{V} \cdot \nabla) \gamma_{(1)xy} - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \gamma_{(1)yy} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \gamma_{(1)xy} + \frac{\partial v}{\partial x} \gamma_{(1)xx} \right) \quad (42-2)$$

$$\gamma_{(2)yy} = (\mathbf{V} \cdot \nabla) \gamma_{(1)yy} - 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \gamma_{(1)yy} + \frac{\partial v}{\partial x} \gamma_{(1)xy} \right) \quad (43-2)$$



در این تحقیق، از روش تفاضل محدود برای تحلیل جریان و انتقال حرارت در کانال با یک حفره استفاده شده است. معادلات حاکم به صورت صریح گسسته‌سازی شده‌اند. تقریب مرکزی مرتبه دوم برای مشتقات مکانی و تقریب پیشروی مرتبه اول برای مشتق زمانی (مجازی) به کار گرفته شده است. در اینجا، از شبکه جابجاشده استفاده گردیده است که در آن پارامترهای جریان مطابق روش علامتگذاری و سلول^۱ روی گره‌های محاسباتی اختصاص یافته‌اند. همچنین برای اصلاح فشار استاتیکی در طی گام‌های زمان مجازی، روش تراکم‌پذیری مصنوعی به کار گرفته شده است.

۳-۲- تحلیل عددی جریانهای دائمی

تحلیل عددی مسائل جریان دائمی بیشتر به صورت شبه گذرا انجام می‌پذیرد و پس از اعمال یک شرط اولیه مناسب، معادلات حاکم در حالت غیردائم حل می‌شوند تا جواب‌ها به سمت پاسخ‌های جریان دائمی همگرا شوند [۲۸]. در ابتدا لازم است که در مورد مشکلی که حل معادلات حاکم بر جریان سیالات لزج در حالت غیردائم دارد، صحبت شود. معادلات ممنتوم و معادله انتقال حرارت دارای ترم تابع زمان برای مؤلفه‌های سرعت و دما می‌باشند. از همین رو، مؤلفه‌های سرعت و دما به صورت غیردائم موجود هستند، ولی فشار در این معادلات دارای ترم تابع زمان نیست. برای حل این مشکل، با تغییراتی در معادله پیوستگی، فشار نیز قابل محاسبه می‌شود [۲۸].

برای انجام این کار، جمله فشار تابع زمان به معادله پیوستگی اضافه می‌شود که به آن روش تراکم‌پذیری مصنوعی^۲ می‌گویند [۲۹]. کاربرد این روش برای جریان دائمی سیالات تراکم‌ناپذیر بوده و از سوی چورین^۳ [۲۸] ارائه شده است. در این روش، معادله پیوستگی با اضافه کردن یک عبارت

1. Marker and cell method
2. Artificial Compressibility
3. Chorin

فشار تابع زمان، به صورت زیر در می آید:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{\tau} \nabla \cdot V = 0 \quad (1-3)$$

که در آن t ، تراکم پذیری مصنوعی سیال نامیده می شود. شایان ذکر است با توجه به رابطه فوق، در حالت حدی، وقتی که حالت دائم حاصل می شود ($t \rightarrow \infty$)، معادله (1-3) به شکل معادله پیوستگی

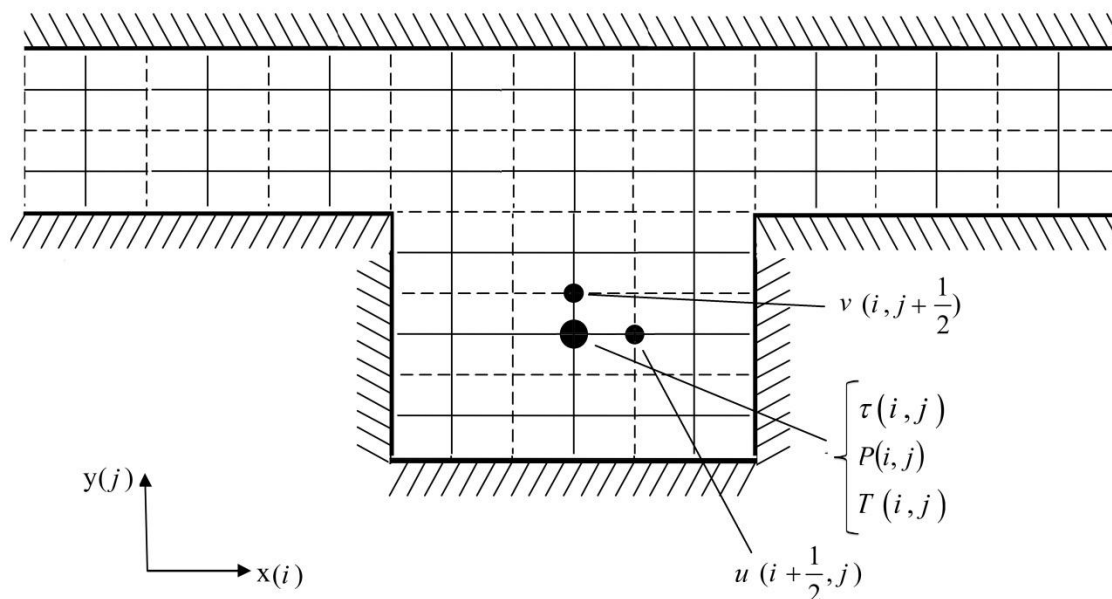
$$\text{تراکم ناپذیر معمولی ساده می شود. (چون در حالت دائم } \frac{\partial P}{\partial t} \text{ برابر صفر می شود.)}$$

۳-۳- تولید شبکه محاسباتی

برای حل عددی گام به گام جریان سیالات، استفاده از شبکه محاسباتی موسوم به شبکه جابجا شده متداول است. استفاده از این شبکه، باعث می شود که متغیرها به یکدیگر جفت شده و پایداری حل عددی بهتر شود.

شبکه جابجا شده را می توان به روش های متفاوتی تولید کرد. در تحقیق حاضر، مطابق شکل (1-3)، شبکه در امتداد یکی از خطوط مختصات به اندازه نصف فاصله دو نقطه جابجا شده است. از دو شبکه غیرمنطبق بر هم استفاده شده که آنها را شبکه های اولیه و ثانویه می نامند. همچنین شبکه اولیه با خطوط ممتد و شبکه ثانویه با خطوط خط چین نشان داده شده است. گره های محاسباتی شبکه اولیه با i و j نشان داده می شود. شبکه ثانویه نیز، با فواصل نصف مشخص می گردد.

اعمال شرط مرزی فیزیکی مناسب برای فشار یکی از دشواری های مربوط به روش های عددی مختلف محسوب می شود. گسسته سازی تفاضل محدود معادلات حاکم بر روی شبکه جابجا شده را می توان به شکلی انجام داد که نیازی به استفاده از این شرط مرزی نباشد. با توجه به اینکه، مرزها بر روی شبکه ثانویه تعریف می شوند و فشار بر روی شبکه اولیه اختصاص یافته و در معادلات حاکم فاقد مشتق مرتبه دوم است، بنابراین در اینجا نیازی به اعمال شرط مرزی برای فشار نیست.



شکل (۳-۱) شبکه جابجاشده و نحوه تخصیص پارامترهای جریان و انتقال حرارت روی آن.

در شکل (۳-۱) نحوه اختصاص پارامترهای جریان و انتقال حرارت روی شبکه جابجاشده نشان داده شده است. مطابق شکل، فشار استاتیکی (P) و مولفه‌های میدان تنش (τ) روی شبکه اولیه محاسبه می‌شوند. مولفه‌های سرعت u و v نیز بر روی موقعیت‌های ویژه‌ای در محل اتصال شبکه اولیه با شبکه ثانویه قرار می‌گیرند. مولفه سرعت طولی u ، در امتداد طولی (X) روی شبکه ثانویه و در امتداد عرضی (Y) روی شبکه اولیه قرار دارد ($u_{(i+1/2,j)}$)، حال آنکه این موضوع برای مولفه سرعت عرضی v برعکس می‌باشد ($v_{(i,j+1/2)}$).

۳-۴- گسسته‌سازی معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت

استفاده از گسسته‌سازی به روش تفاضل محدود بر روی شبکه جابجاشده توسط هارلو و ولچ^۱ [۳۰] ارائه شده که هدف از ایجاد آن بررسی جریان‌های تراکم‌ناپذیر دائمی بوده است. در این روش، برای

1. Harlow & Welch

گسسته‌سازی معادلات حاکم از تقریب تفاضل محدود پیشرو مرتبه اول برای مشتق زمان و تقریب تفاضل محدود مرکزی مرتبه دوم برای مشتقات مکانی استفاده می‌شود. در این گسسته‌سازی، نحوه اختصاص پارامترهای جریان به شبکه جابجا شده مطابق روش علامتگذاری و سلول می‌باشد.

این روش عمدتاً برای مطالعه جریان سیالات نیوتنی استفاده شده است. برای مطالعه جریان و انتقال حرارت سیال CEF در کانال با یک حفره این روش به کار رفته است. استفاده از این روش، در شکل گسسته معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی باعث پیچیدگی شده و اعمال شرایط مرزی را دشوار می‌کند. اما از فواید این روش آن است که پایداری حل عددی را به طور قابل توجهی افزایش می‌دهد و نسبت به روش معمول تفاضل محدود ساده دارای پایداری عددی بسیار مناسب‌تری می‌باشد [۲۸]. شایان ذکر است که در اعداد الاستیک بالا نیاز به شبکه محاسباتی دارای گره‌های بیشتر می‌باشد.

استفاده از این روش برای جریان سیال نیوتنی بسیار مناسب می‌باشد زیرا در معادلات ناویر استوکس، جملات دیورژانس تنش سیال نیوتنی به ترم لاپلاسین میدان سرعت ساده می‌شود که این جمله به سادگی بر روی شبکه جابجا شده گسسته‌سازی شده و اعمال شرایط مرزی روی آن بسیار ساده‌تر است. از آنجا که جمله تنش ویسکوز نقش فراوانی در پایداری تحلیل عددی دارد به همین دلیل جمله مربوط به این تنش (ترم لاپلاسین میدان سرعت) به طور جداگانه گسسته‌سازی شده است. برای این منظور میدان تنش بی‌بعد سیال CEF به صورت زیر بیان شده است [۵]:

$$\tau = \eta \gamma_{(1)} + \tau^E \quad (2-3)$$

که در آن τ^E معرف تنش ناشی از اثر الاستیک سیال بوده و با توجه رابطه (۲-۱۹) برای سیال CEF به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\tau^E = -\frac{1}{2} \Psi_1 \gamma_{(2)} + \Psi_2 \{ \gamma_{(1)} \cdot \gamma_{(1)} \} \quad (3-3)$$

در این تحقیق از صورت بقایی معادلات حاکم بر جریان استفاده شده است. بنابراین با توجه به رابطه (۲-۳)، صورت بقایی معادلات ممنتوم حاکم بر جریان سیال CEF (معادلات (۲-۵) و (۲-۶)) به

صورت زیر می‌شود:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ -\frac{\partial P}{\partial x} + \eta(\nabla^2 u) + \left(2 \frac{\partial u}{\partial x}\right) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xx}^E}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}^E}{\partial y} \right\} \quad (4-3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ -\frac{\partial P}{\partial y} + \eta(\nabla^2 v) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \left(2 \frac{\partial v}{\partial y}\right) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}^E}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}^E}{\partial y} \right\} \quad (5-3)$$

۳-۵- شکل گسسته معادلات حاکم

در این قسمت شکل گسسته معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت ارائه می‌شود. با توجه به شبکه مورد استفاده و نحوه تخصیص پارامترهای جریان روی آن، صورت گسسته معادله ممنوم در جهت شعاعی (X) به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} & \frac{u^{n+1}_{i+\frac{1}{2},j} - u_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta t} + \frac{(u^2)_{i+1,j} - (u^2)_{i,j}}{\Delta x} + \frac{(uv)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - (uv)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} = \\ & -\frac{1}{\text{Re}} \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x} + \frac{\eta_{i,j}}{\text{Re}} \frac{u_{i+\frac{1}{2},j} - 2u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{3}{2},j}}{(\Delta x)^2} \\ & + \frac{\eta_{i,j}}{\text{Re}} \frac{u_{i+\frac{1}{2},j} - 2u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{3}{2},j}}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\gamma_{xx,i,j} + \gamma_{xx,i+1,j}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{i+1,j} - \eta_{i,j}}{\Delta x} \right) \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\gamma_{xy,i,j} + \gamma_{xy,i+1,j}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{i,j+1} + \eta_{i+1,j+1} - \eta_{i,j-1} - \eta_{i+1,j-1}}{4\Delta y} \right) \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\tau_{xx,i+1,j}^E - \tau_{xx,i,j}^E}{\Delta x} \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \frac{(\tau_{xy,i,j+1}^E + \tau_{xy,i+1,j+1}^E) - (\tau_{xy,i,j-1}^E + \tau_{xy,i+1,j-1}^E)}{4\Delta y} \end{aligned} \quad (6-3)$$

در رابطه فوق، برخی از جملات بر روی شبکه اختصاص یافته خود قرار ندارند. بنابراین لازم است که این جملات از روابط زیر در معادله فوق جایگزین شوند:

$$(u^2)_{i+1,j} = \frac{1}{4}(u_{i+\frac{3}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j})^2 \quad (7-3)$$

$$(u^2)_{i,j} = \frac{1}{4}(u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i-\frac{1}{2},j})^2 \quad (8-3)$$

$$(uv)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}(u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j+1})(v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i+1,j+\frac{1}{2}}) \quad (9-3)$$

$$(uv)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}(u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j-1})(v_{i,j-\frac{1}{2}} + v_{i+1,j-\frac{1}{2}}) \quad (10-3)$$

همچنین معادله ممنتوم در جهت محوری (Z) نیز به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} & \frac{v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - v_{i,j+\frac{1}{2}}^n}{\Delta t} + \frac{(uv)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - (uv)_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \\ & \frac{(v^2)_{i,j+1} - (v^2)_{i,j}}{\Delta y} = -\frac{1}{\text{Re}} \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta y} + \\ & \frac{\eta_{i,j}}{\text{Re}} \frac{v_{i-1,j+\frac{1}{2}} - 2v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i+1,j+\frac{1}{2}}}{(\Delta x)^2} + \frac{\eta_{i,j}}{\text{Re}} \frac{v_{i,j-\frac{1}{2}} - 2v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i,j+\frac{3}{2}}}{(\Delta y)^2} + \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\gamma_{yy_{i,j}} + \gamma_{yy_{i,j+1}}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{i,j+1} - \eta_{i,j}}{\Delta y} \right) + \\ & \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\gamma_{xy_{i,j+1}} + \gamma_{xy_{i,j}}}{2} \right) \left(\frac{\eta_{i+1,j+1} + \eta_{i+1,j} - \eta_{i-1,j+1} - \eta_{i-1,j}}{4\Delta x} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\tau_{yy_{i,j+1}}^E - \tau_{yy_{i,j}}^E}{\Delta y} \\ & + \frac{1}{\text{Re}} \frac{(\tau_{xy_{i+1,j+1}}^E + \tau_{xy_{i+1,j}}^E) - (\tau_{xy_{i-1,j+1}}^E + \tau_{xy_{i-1,j}}^E)}{4\Delta x} \end{aligned} \quad (11-3)$$

در رابطه فوق، برای جملاتی که بر روی محل مناسب گره‌های محاسباتی قرار ندارند، داریم:

$$(uv)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}(u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j+1})(v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i+1,j+\frac{1}{2}}) \quad (12-3)$$

$$(uv)_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}(u_{i-\frac{1}{2},j} + u_{i-\frac{1}{2},j+1})(v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i-1,j+\frac{1}{2}}) \quad (13-3)$$

$$(v^2)_{i,j+1} = \frac{1}{4}(v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i,j+\frac{3}{2}})^2 \quad (14-3)$$

$$(v^2)_{i,j} = \frac{1}{4}(v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i,j-\frac{1}{2}})^2 \quad (15-3)$$

شایان ذکر است که در روابط فوق، بالانویس $n+1$ معرف گام زمانی تحلیل در لحظه جدید است. برای سادگی، بالانویس سایر متغیرهایی که در گام زمانی n محاسبه می‌شوند، در روابط فوق درج نشده است. همچنین در اینجا مولفه‌های میدان تنش و تانسور نرخ برش مرتبه اول و دوم بر روی شبکه اولیه محاسبه شده‌اند. با توجه به رابطه (۲-۴۰)، روابط زیر برای تانسور نرخ برش برقرار است:

$$\gamma_{xx_{i,j}} = 2 \left(\frac{u_{i+\frac{1}{2},j} - u_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x} \right) \quad (۱۶-۳)$$

$$\gamma_{xy_{i,j}} = \left(\frac{v_{i-\frac{1}{2},j+1} + v_{i+\frac{1}{2},j+1} - v_{i-\frac{1}{2},j-1} - v_{i+\frac{1}{2},j-1}}{4\Delta x} \right) + \left(\frac{u_{i+1,j+\frac{1}{2}} + u_{i+1,j-\frac{1}{2}} - u_{i-1,j+\frac{1}{2}} - u_{i-1,j-\frac{1}{2}}}{4\Delta y} \right) \quad (۱۷-۳)$$

$$\gamma_{yy_{i,j}} = 2 \left(\frac{v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right) \quad (۱۸-۳)$$

نرخ برش تعمیم‌یافته را می‌توان بر اساس روابط فوق و معادله (۲-۳۹) به دست آورد. با جایگزینی نرخ برش تعمیم‌یافته در معادلات (۲-۲۹) تا (۲-۳۱)، می‌توان توابع ویسکومتریکی شامل لزجت و توابع اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم را به دست آورد. همچنین با ترکیب معادلات (۳-۱۶) تا (۳-۱۸) و روابط (۲-۴۱) تا (۲-۴۳)، مولفه‌های تانسور نرخ برش مرتبه دوم نیز مشخص می‌شوند. در نهایت با استفاده از توابع ویسکومتریکی و نرخ‌های برش مرتبه اول و دوم می‌توان مقادیر τ^E را از رابطه (۳-۲) روی شبکه اولیه تعیین نمود.

شکل گسسته معادله پیوستگی به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau} \left(\frac{u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} + u_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{v_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - v_{i-\frac{1}{2},j}^{n+1}}{\Delta y} \right) = 0 \quad (۱۹-۳)$$

با توجه به اینکه دما روی شبکه اولیه تعریف می‌شود، صورت گسسته معادله انتقال حرارت (۲-۱۶) نیز

به شکل زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} & \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}}{\Delta t} + \left(v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i,j-\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{4\Delta y} \right) \\ & + \left(u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i-\frac{1}{2},j} \right) \left(\frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{4\Delta x} \right) = \quad (20-3) \\ & \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} + Br\Phi_{i,j} \right) \end{aligned}$$

جمله کار میدان تنش ($\Phi_{i,j}$) نیز از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Phi_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\gamma_{xx_{i,j}} \tau_{xx_{i,j}} + \gamma_{yy_{i,j}} \tau_{yy_{i,j}} \right) + \gamma_{xy_{i,j}} \tau_{xy_{i,j}} \quad (21-3)$$

۳-۶- شرایط مرزی جریان و انتقال حرارت

در این تحقیق میدان جریان بصورت توسعه یافته در نظر گرفته شده، در این صورت فقط نیاز به اعمال شرایط مرزی بر روی مرزهای جانبی کانال است. هندسه دارای شش دیواره جامد، یک مرز ورودی و یک مرز خروجی است. روی دیواره‌های جامد به سادگی می‌توان شرط مرزی عدم لغزش برای مولفه‌های سرعت به کار برد. همانگونه که در بخش‌های قبلی ذکر شد، در این تحقیق به دلیل استفاده از روش شبکه جابجاشده، نیازی به اعمال شرط مرزی برای فشار استاتیکی نیست. در اینجا مرزهای دامنه محاسباتی بر روی شبکه ثانویه در نظر گرفته شده است. اعمال شرایط مرزی درون شبکه جابجاشده دشواری‌هایی دارد. مشکل اصلی برای اعمال شرط مرزی، عدم قرارگیری گره‌های محاسباتی برخی از مولفه‌های سرعت بر روی مرزهای جریان می‌باشد. در این حالت یک ردیف گره محاسباتی در پشت مرز محاسباتی و خارج از دامنه محاسباتی در نظر گرفته می‌شود. مثلاً چنانچه آخرین مولفه‌های سرعت در نزدیکی مرز جامد را با V^+ و مولفه‌های سرعت پشت مرز جامد و بر روی گره‌های مجازی را با V^- نشان دهیم، داریم [۷]:

$$V^+ = -V^- \quad (22-3)$$

همچنین، در صورتی که n و t به ترتیب به صورت جهت‌های عمود و مماس بر مرز تعریف شوند،

در این صورت برای مرز جامد رابطه زیر بایستی بین مشتقات سرعت بر روی اولین گره‌های داخل شبکه (+) و گره‌های مجازی (-) برقرار باشد.

$$\frac{\partial V^+}{\partial t} = -\frac{\partial V^-}{\partial t} \quad (23-3)$$

$$\frac{\partial V^+}{\partial n} = +\frac{\partial V^-}{\partial n} \quad (24-3)$$

برای مرز خروجی نیز می‌توان روابط مشابهی برای محاسبه سرعت‌ها و مشتقات آن در گره‌های مجازی بیرون از مرز به دست آورد:

$$u^+ = u^- , \quad v^+ = v^- \quad (25-3)$$

در ادامه شرایط مرزی مربوط به معادله انتقال حرارت بررسی می‌شود. با توجه به رابطه (۲-۱۲)، شرط مرزی زیر برای دماهای بی‌بعد روی دیواره کانال برقرار است:

$$T_r = 0 \quad (26-3)$$

در این تحقیق، دمای سیال در ورودی برابر مقدار ثابت \tilde{T}_{in} فرض شده است. بنابراین با توجه به رابطه (۲-۱۲)، مقدار دما برابر یک خواهد بود. در خروجی نیز شرط مرزی توسعه یافتگی برقرار است.

۳-۷- پایداری عددی

شایان ذکر است که مشکل ناپایداری عددی در تحلیل جریان سیالات ویسکوالاستیک بسیار حادتر از سیالات نیوتنی می‌باشد. این مشکل مخصوصاً برای اعداد رینولدز و وایزنبرگ بالا غیرقابل اجتناب است. همانطور که می‌دانیم در جریان سیال نیوتنی، همه جملات میدان تنش خطی می‌باشند و جمله تنش ویسکوز نقش فراوانی در پایداری حل عددی دارا می‌باشد. در جریان سیال نیوتنی، رفتار غیرخطی تنها از جملات اندازه حرکت به وجود می‌آید. در جریان سیال CEF این مشکل بسیار بزرگ‌تر می‌باشد، زیرا علاوه بر جملات اندازه حرکت، مولفه‌های میدان تنش نیز به شدت از خود رفتار غیرخطی نشان می‌دهند و وجود مشتقات مرتبه فرد در دیورژانس میدان تنش این سیالات نیز سهم

عمده‌ای در بروز ناپایداری ایفا می‌کند. همچنین نوع رفتار غیرخطی میدان تنش سیال CEF به صورت کسری است که این امر تحلیل پایداری این جریان را با مشکل جدی روبرو می‌کند. در این تحقیق از برخی تکنیک‌های عددی استفاده شده که پایداری حل عددی را به‌نحو قابل ملاحظه‌ای بهبود بخشیده است. به‌طور خلاصه عواملی که سبب افزایش پایداری حل عددی در تحقیق اخیر شده‌اند، عبارتند از [۵]:

- استفاده از شبکه جابجا شده و اختصاص متغیرهای جریان به روش علامت‌گذاری و سلول.
- جداسازی جمله تنش ویسکوز (لاپلاسین میدان سرعت) از میدان تنش سیال CEF و گسسته‌سازی آن به‌طور جداگانه (این جمله نقش مهمی در پایداری حل عددی دارد).
- محاسبه تنش‌های ناشی از اثر اختلاف تنش‌های عمودی (τ^E) بر روی گره‌های مجازی.
- با اختصاص میدان تنش، تانسورهای نرخ برش و لزجت روی شبکه اولیه هزینه محاسباتی نسبت به محاسبه جداگانه آنها بر روی گره‌های مختص هر معادله ممنوم به‌شدت کاهش می‌یابد.

۳-۸- الگوریتم تحلیل

در این بخش الگوریتم برنامه CFD حل عددی جهت مطالعه جریان و انتقال حرارت تشریح می‌شود. به‌طور خلاصه در اینجا از الگوریتم زیر برای تحلیل جریان استفاده شده است:

۱. مشخص نمودن متغیرهای جریان و سیال مانند ابعاد هندسی، تعداد گره‌های محاسباتی، عدد رینولدز، متغیرهای غیرنیوتنی (شامل ضرایب و ثابت‌های توابع ویسکومتریک مربوط به لزجت و اختلاف تنش‌های عمودی اول و دوم)، گام زمانی و ...
۲. اعمال شرایط اولیه به مولفه‌های میدان سرعت، فشار، نرخ برش مرتبه اول و دوم و مولفه‌های تانسور تنش.

۳. محاسبه گرادیان‌های سرعت و مولفه‌های تانسور نرخ برش در لحظه فعلی (n) روی شبکه اولیه.

۴. محاسبه تانسور نرخ برش مرتبه دوم و نرخ برش تعمیم‌یافته در لحظه فعلی (n) بر اساس تانسور برش محاسبه شده در مرحله ۳.

۵. محاسبه توابع ویسکومتریکی بر اساس نرخ برش تعمیم‌یافته محاسبه شده در مرحله ۴.

۶. محاسبه مولفه‌های تنش τ^E بر اساس تانسور نرخ برش (محاسبه شده در مرحله ۳)، نرخ برش مرتبه دو (محاسبه شده در مرحله ۴) و توابع ویسکومتریکی (محاسبه شده در مرحله ۵).

۷. محاسبه مولفه‌های سرعت در گام زمانی جدید ($n+1$) بر اساس شکل گسسته معادلات و مقادیر متغیرهای جریان و میدان تنش در لحظه فعلی (n).

۸. تخمین فشار در گام زمانی جدید ($n+1$) بر اساس معادله پیوستگی اصلاح‌شده و نیز مولفه‌های سرعت محاسبه شده در مرحله ۷.

۹. اعمال شرایط مرزی بر روی میدان سرعت در لحظه ($n+1$) و نیز تخمین سرعت روی گره‌های مجازی.

۱۰. محاسبه مقادیر باقیمانده معادلات ممنتوم و پیوستگی و مقایسه حداکثر مقادیر باقیمانده معادلات حاکم با مقدار تفرانس همگرایی.

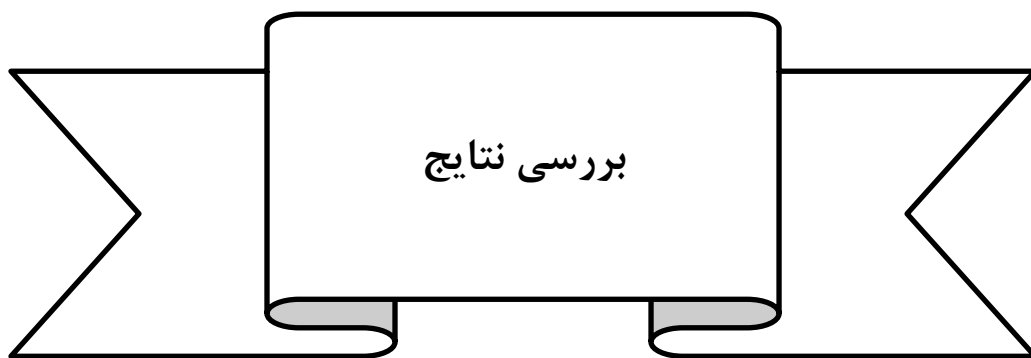
۱۱. چنانچه مقدار حداکثر باقیمانده از تفرانس بیشتر بود، مقادیر محاسبه شده در گام زمانی جدید ($n+1$) به‌عنوان مقادیر پیش‌فرض محاسبه بعدی در نظر گرفته می‌شود و با بازگشت به مرحله ۳ محاسبه تکرار می‌شود. اگر مقدار باقیمانده از تفرانس کمتر بود، محاسبه پایان می‌یابد.

از آنجا که در این تحقیق، چگالی و توابع ویسکومتریکی مستقل از دما فرض شده، لذا حل معادلات جریان مستقل از معادله انتقال حرارت صورت می‌گیرد. به‌عبارت دیگر حل معادلات جریان بایستی

پیش از حل معادله انتقال حرارت صورت گیرد و از نتایج میدان سرعت برای حل میدان دما استفاده شود. به طور خلاصه الگوریتم حل معادله انتقال حرارت به شرح زیر است:

۱. مشخص نمودن پارامترهای انتقال حرارت، شامل عدد پرانتل، عدد برینکمن، گام زمانی مربوط به معادله انتقال حرارت، تفرانس همگرایی و ...
۲. محاسبه کار میدان تنش (برای میدان جریان مورد نظر).
۳. اعمال شرایط اولیه به میدان دما
۴. محاسبه میدان دما در گام زمانی جدید ($n+1$).
۵. اعمال شرایط مرزی بر روی میدان دما در لحظه ($n+1$).
۶. محاسبه باقیمانده معادله انتقال حرارت و مقایسه حداکثر مقدار باقیمانده معادلات انرژی با مقدار تفرانس همگرایی
۷. چنانچه مقدار حداکثر باقیمانده از تفرانس بیشتر بود، مقادیر محاسبه شده در گام زمانی جدید ($n+1$) به عنوان مقادیر پیش فرض محاسبه بعدی در نظر گرفته می شود و با بازگشت به مرحله ۴ محاسبه تکرار می شود. اگر مقدار باقیمانده از تفرانس کمتر بود، محاسبه پایان می یابد.

شایان ذکر است که در این تحقیق از هیچ گونه نرم افزار تحلیل جریان تجاری استفاده نشده است. همچنین برنامه های کامپیوتری مربوط به جریان و انتقال حرارت توسط نرم افزار MATLAB نوشته شده و کلیه نتایج گرافیکی به وسیله این نرم افزار بدست آمده است.



۴-۱- مقدمه

در این فصل، نتایج حاصل از حل عددی برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره ارائه شده است. در ابتدای فصل، استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی بررسی شده و صحت نتایج حاصل از حل عددی ارزیابی می‌شود. جهت ارزیابی صحت نتایج عددی، نتایج با روابط تحلیلی جریان نیوتنی و حل عددی سیال غیرنیوتنی مقایسه شده است. در بخش‌های بعدی، نتایج حل میدان جریان و دما به صورت نمودار، توزیع و جدول ارائه گردیده است.

۴-۲- شرایط و الگوی همگرایی

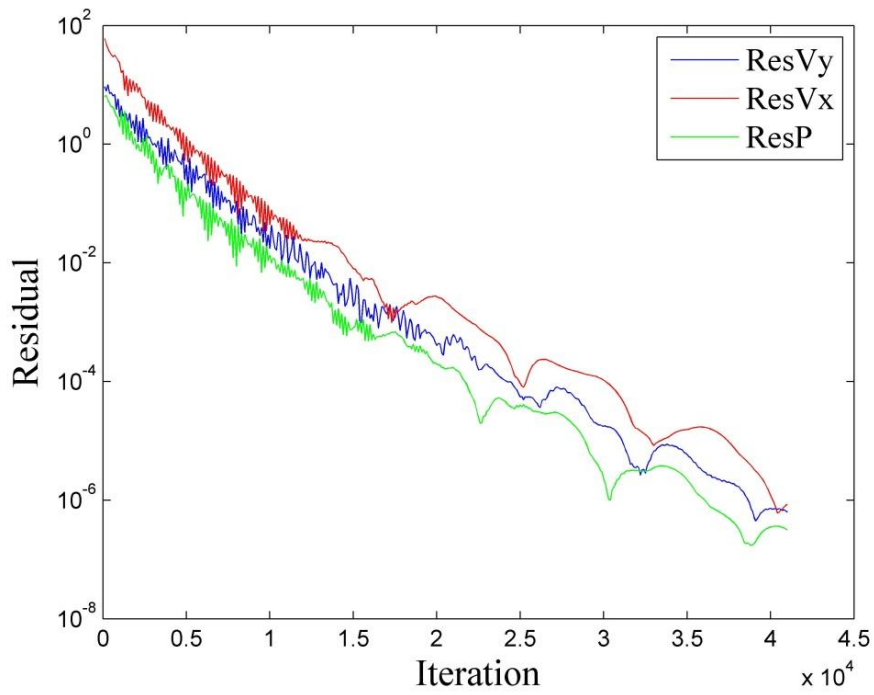
در این قسمت، بر طبق چند نمونه شبیه‌سازی عددی، شرایط و الگوی همگرایی معادلات حاکم بررسی می‌شود. در این تحقیق، باقی‌مانده معادلات ممنوم و پیوستگی به صورت زیر تعریف شده است:

$$R_{M,i} = \max \left\{ \left| \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \right| \right\} \quad (1-4)$$

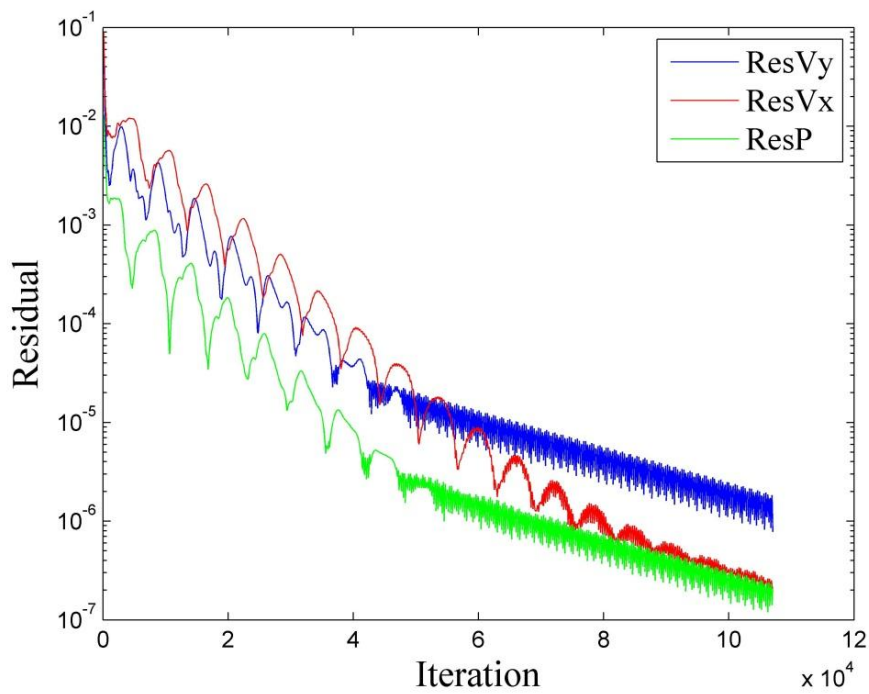
$$R_C = \max \left\{ \left| \frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{c^2 \Delta t} \right| \right\} \quad (2-4)$$

در رابطه فوق، $R_{M,i}$ باقی‌مانده معادله ممنوم در جهت i و R_C باقی‌مانده معادله پیوستگی است همچنین بالانویس هر پارامتر (مقادیر n و $n+1$) نیز معرف شماره گام زمانی است.

در شکل (۱-۴) و شکل (۲-۴) به ترتیب تاریخچه همگرایی برای سیال نیوتنی ($n=1$) و سیال نیوتنی تعمیم یافته ($n=0.7$) نشان داده شده است. مسلم است که پس از گذشت تعداد گام محاسباتی کافی، مقادیر باقی‌مانده معادلات پیوستگی و ممنوم به سمت مقادیر ثابت بسیار کوچکی میل می‌کنند. شایان ذکر است که با در نظر گرفتن هر دو فاکتور زمان بالای همگرایی و میزان دقت جواب‌ها در بدست آوردن نتایج عددی، تolerانس همگرایی 10^{-6} در نظر گرفته شده است.



شکل (۱-۴) نمونه‌ی تاریخچه همگرایی برای سیال نیوتنی ($n = 1$).



شکل (۲-۴) نمونه‌ی تاریخچه همگرایی برای سیال نیوتنی تعمیم یافته ($n = 0.7$).

۳-۴- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه

در این قسمت، استقلال روش عددی از شبکه را بررسی می‌کنیم. بدین منظور از جریان سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در $Re = 20$ استفاده شده است. بطور کلی ریز کردن اندازه شبکه از یک‌سوی سبب دقیق‌تر شدن مقادیر عددی شده و از سوی دیگر هزینه محاسباتی را افزایش می‌دهد. به همین علت محدوده حل با شبکه‌های مختلفی بررسی شده است. همانطور که در شکل (۱-۲) مشاهده می‌شود، هندسه مسئله از سه قسمت تشکیل می‌گردد. شامل قسمت‌های کانال بالادست حفره، حفره و کانال پایین دست حفره که آن‌ها به ترتیب با بخش (۱)، بخش (۲) و بخش (۳) معرفی شده است. برای شبکه‌های مختلف، تعداد سلول‌های متفاوتی در راستای طولی و عرضی برای هر بخش در نظر گرفته می‌گردد. نام‌گذاری این سه شبکه با توجه به تعداد سلول‌ها به ترتیب $M1$ ، $M2$ ، $M3$ می‌باشد. مشخصات شبکه‌ها در جدول (۱-۴) ارائه شده است.

جدول (۱-۴) تعداد سلول سه نوع شبکه			
M3	M2	M1	
$N_x \times N_y$	$N_x \times N_y$	$N_x \times N_y$	
۳۰×۲۴۰	۲۴×۱۹۲	۱۸×۱۴۴	بخش ۱
۹۰×۴۵	۷۲×۳۶	۵۴×۲۷	بخش ۲
۳۰×۲۴۰	۲۴×۱۹۲	۱۸×۱۴۴	بخش ۳
۱۸۴۵۰	۱۱۸۰۸	۶۶۴۲	تعداد کل سلول

در اینجا از شبکه یکنواخت مربعی $M4$ به عنوان حالت مرجع استفاده شده است. با توجه به اینکه پاسخ‌ها برای این شبکه دقیق بوده پاسخ‌های مربوط به شبکه درشت‌تر با پاسخ این حالت مقایسه شده

است. جدول (۲-۴) مقادیر مربوط به سرعت طولی را برای جریان سیال نیوتنی تعمیم یافته در $Re = 20$ و $n = 1.0, 0.9, 0.8$ برای ۴ شبکه به همراه خطاهای نسبی نشان می دهد. مقادیر در مرکز خروجی کانال پایین دست حفره بدست آمده است.

جدول (۲-۴) مقادیر سرعت و خطای نسبی سرعت طولی سیال خروجی کانال در $Re = 20$

EM3(%)	EM2(%)	EM1(%)	Ref	M3	M2	M1	Re = 20
۰/۰۴	۰/۱۱	۰/۲۶	۱/۴۹۸۸	۱/۴۹۸۲	۱/۴۹۷۲	۱/۴۹۴۸	n=1.0
۰/۰۵	۰/۱۶	۰/۴۶	۱/۴۷۳۵	۱/۴۷۲۷	۱/۴۷۱۱	۱/۴۶۷۴	n=0.9
۰/۰۴	۰/۱۲	۰/۲۴	۱/۴۴۸۲	۱/۴۴۷۶	۱/۴۴۶۴	۱/۴۴۴۷	n=0.8

۴-۴- ارزیابی صحت نتایج

شبه سازی عددی جریان سیال غیرنیوتنی در هندسه مورد نظر با شبکه بندی M3 انجام شده است. این شبکه بندی هم در دقت حل و هم در زمان محاسبات مناسب می باشد. همچنین با توجه به واگرایی بسیار زیاد جریان سیال ویسکوالاستیک سعی شده است تا از شبکه بندی ریزتری برای محاسبات استفاده شود. برای صحت گذاری، نتایج حل عددی با نتایج تحلیلی و عددی سایر مراجع مقایسه شده است. دو موردی که حل عددی با آن ها مورد ارزیابی قرار می گیرد عبارتند از:

۱. نتایج حل تحلیلی جریان توسعه یافته در کانال

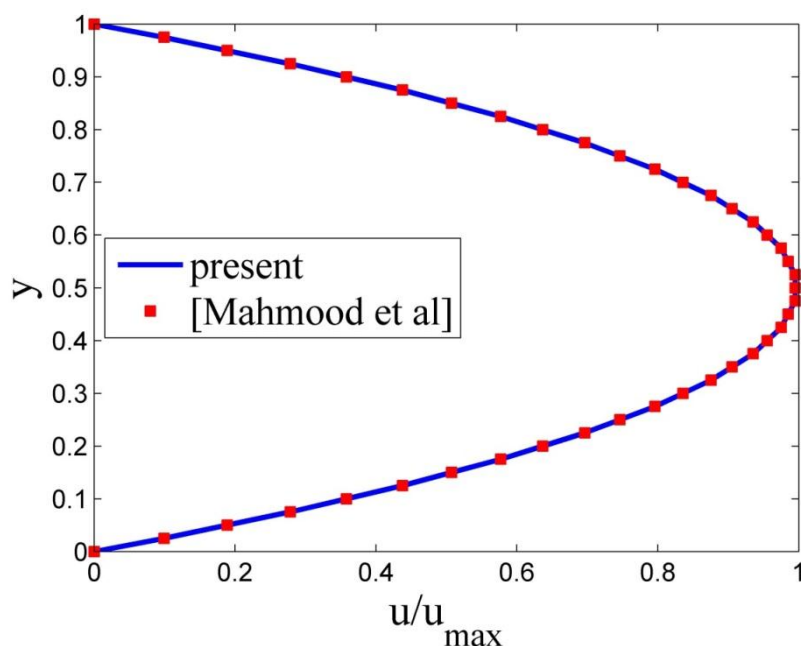
۲. نتایج عددی محمود^۱ و همکاران [۳۱] برای جریان سیال نیوتنی تعمیم یافته

همانطور که قبلاً گفته شد، مدل غیرنیوتنی کاریو-یاسودا در حالت n برابر یک به سیال نیوتنی ساده می‌شود. برای صحه گذاری جریان مورد بررسی، نتایج عددی بدست‌آمده را با نتایج تحلیلی مقایسه می‌کنیم. با توجه به فرض جریان توسعه یافته در خروجی کانال، مقدار سرعت ماکزیمم در وسط کانال وقوع یافته و برابر $1/5$ می‌باشد. مقدار سرعت حاصل از حل عددی در مرکز کانال خروجی سیال برای رینولدزهای مختلف در جدول (۳-۴) آمده است. نتایج نشان می‌دهد سرعت خروجی کانال، اختلاف بسیار کمی با حل تحلیلی دارد.

جدول (۳-۴) سرعت طولی سیال خروجی کانال در رینولدز ۱ تا ۴۰

				Re	
	۴۰	۳۰	۲۰	۱۰	۱
	۱/۴۹۸۲۱۹	۱/۴۹۸۲۲۰	۱/۴۹۸۲۲۶	۱/۴۹۸۲۲۱	۱/۴۹۸۲۲۰
					u

جهت ارزیابی نتایج عددی مربوط به جریان سیال نیوتنی تعمیم یافته از نتایج عددی محمود و همکاران [۳۱] استفاده شده است. این پژوهشگران جریان کانال را با استفاده از مدل کاریو-یاسودا مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج عددی در کانال با نسبت طول به عرض ۶ در $Re = 0.01$ به ازای ضرایب $\lambda = 1$ ، $\eta_0 = 1$ ، $\eta_\infty = 0$ و $n = 0.8$ بدست آمده است. پروفیل سرعت در مقطع خروجی کانال (پروفیل توسعه‌یافتگی) برای برنامه CFD مطالعه حاضر تهیه شده و با نتایج محمود و همکاران [۳۱] در شکل (۳-۴) ارائه گردیده است. نتایج دو تحقیق مطابقت بسیار خوبی با یکدیگر دارند.



شکل (۴-۳) مقایسه پروفیل سرعت سیال نیوتنی تعمیم یافته در مقطع خروجی به ازای

$$n = 0.8, \eta_{\infty} = 0, \eta_0 = 1, \lambda = 1, Re = 0.01$$

۴-۵- حل میدان جریان

در این بخش نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره مورد بررسی قرار می‌گیرد. این نتایج شامل خطوط جریان، توزیع سرعت، توزیع تنش و ... می‌باشد. در اینجا از سیال CEF، با ضرایب مدل کاریو- یاسودا و خواص سیال مندرج در جدول (۴-۴) استفاده می‌شود.

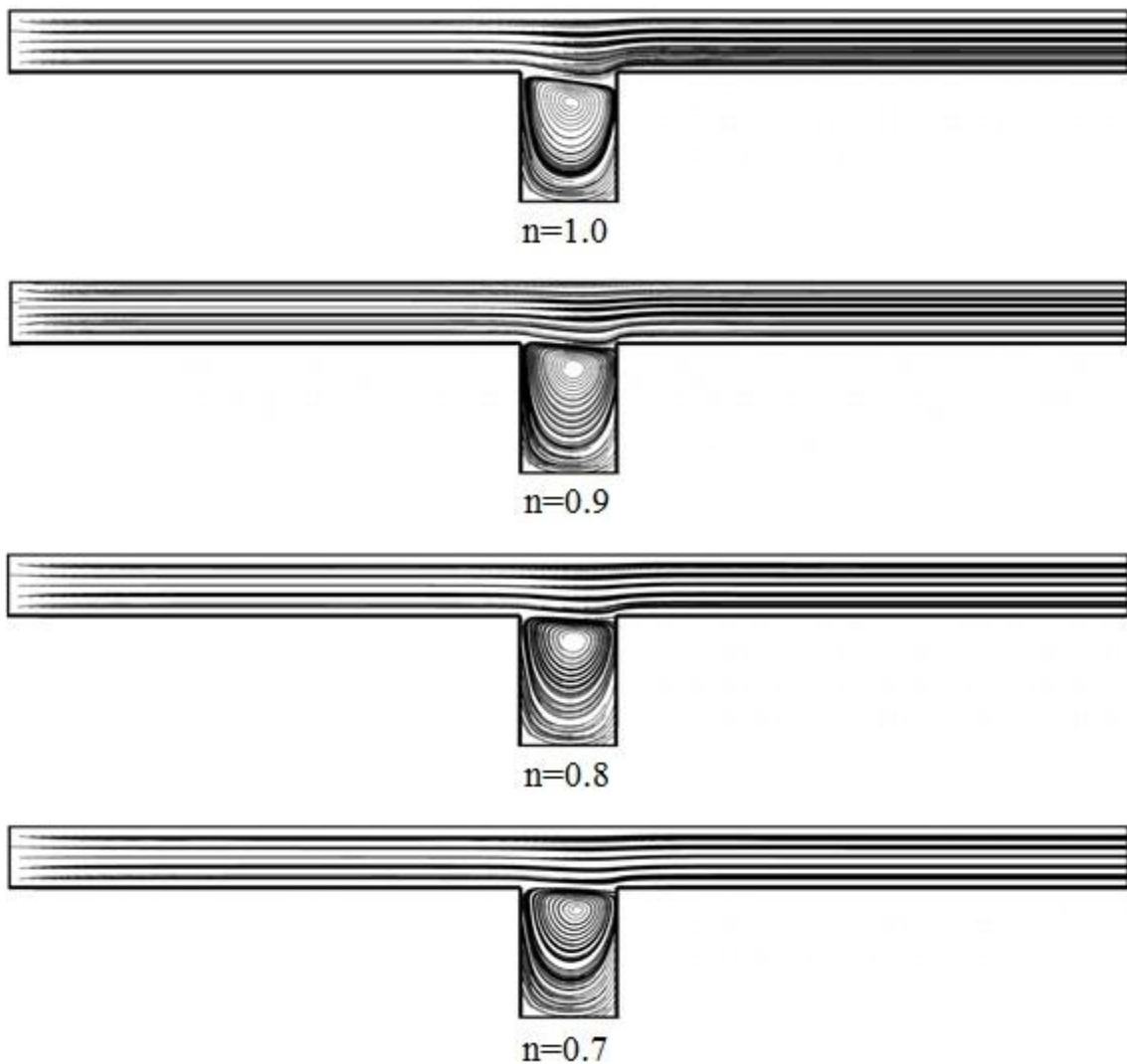
جدول (۴-۴) ضرایب مدل کاریو- یاسودا و خواص سیال

$\eta_0 [Pa.s]$	$\eta_{\infty} [Pa.s]$	$\lambda [s]$	a	n	$\rho \left[\frac{kg}{m^3} \right]$
135	5	0.036	2	$0.7 \leq n \leq 1$	800

عدد رینولدز جریان بر اساس سرعت یکنواخت ورودی (W_0)، ارتفاع کانال در بالادست جریان (H) و لزجت در نرخ برش صفر (η_0) تعریف می‌شود:

$$Re = \frac{\rho W_0 H}{\eta_0} \quad (3-4)$$

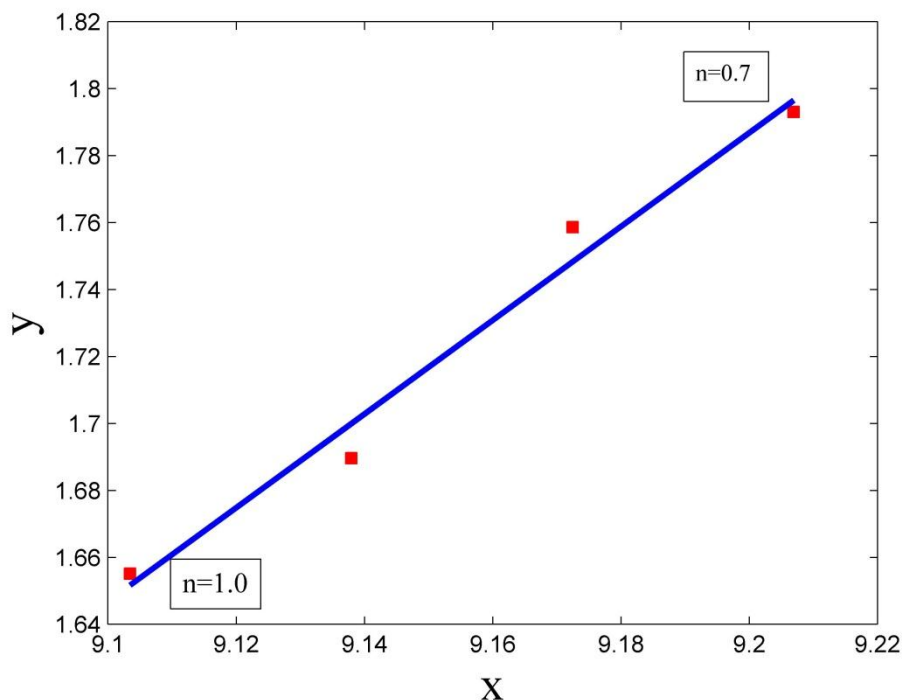
خطوط جریان سیال نیوتنی تعمیم‌یافته به‌ازای $Re=20$ و ($n=1, 0.9, 0.8, 0.7$) در شکل (۴-۴) ترسیم و تاثیر خاصیت غیرنیوتنی سیال (n) بر روی گردابه اصلی مشخص شده است.



شکل (۴-۴) خطوط جریان سیال نیوتنی تعمیم‌یافته در $Re = 20$ و به‌ازای

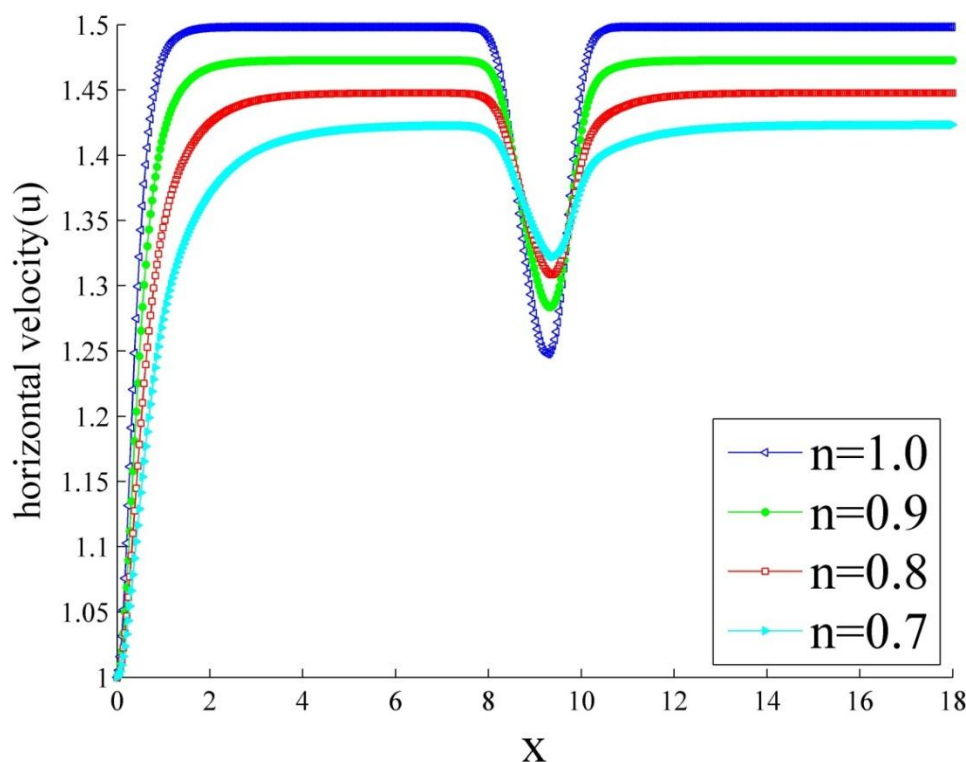
$(n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$.

موقعیت مرکز گردابه اصلی در شکل (۴-۵) نشان داده شده است. مطابق شکل مرکز گردابه با کاهش توان نمایی به طرف پایین دست و بالای حفره حرکت می کند.



شکل (۴-۵) موقعیت مرکز گردابه اصلی به عنوان تابعی از توان نمایی n به ازای $Re = 20$.

شکل (۴-۶) توزیع سرعت محوری سیال را به ازای توان نمایی مختلف n در $Re=20$ نشان می دهد. بی بعدسازی سرعت با استفاده از سرعت یکنواخت در بالادست جریان (U) صورت گرفته است. نسبت هندسی بدون بعد L_1 و L_2 باید به قدر کافی بزرگ باشد که جریان در کانال بالادست و پایین دست حفره به حالت توسعه یافته درآید. توسعه یافتگی جریان در هر دو قسمت از نمودار شکل (۴-۶) مشخص است. سرعت در مرکز کانال برای سیال نیوتنی ($n=1$) به مقدار $1/5$ که برابر با حل تحلیلی این مقدار می باشد، می رسد. با کاهش توان نمایی n ، اولاً طول توسعه یافتگی افزایش پیدا می کند و دوماً سرعت بیشینه در مرکز کانال کاهش می یابد. با توجه به ثابت بودن دبی، سرعت در کنار دیواره با کاهش توان نمایی n ، افزایش پیدا می کند.

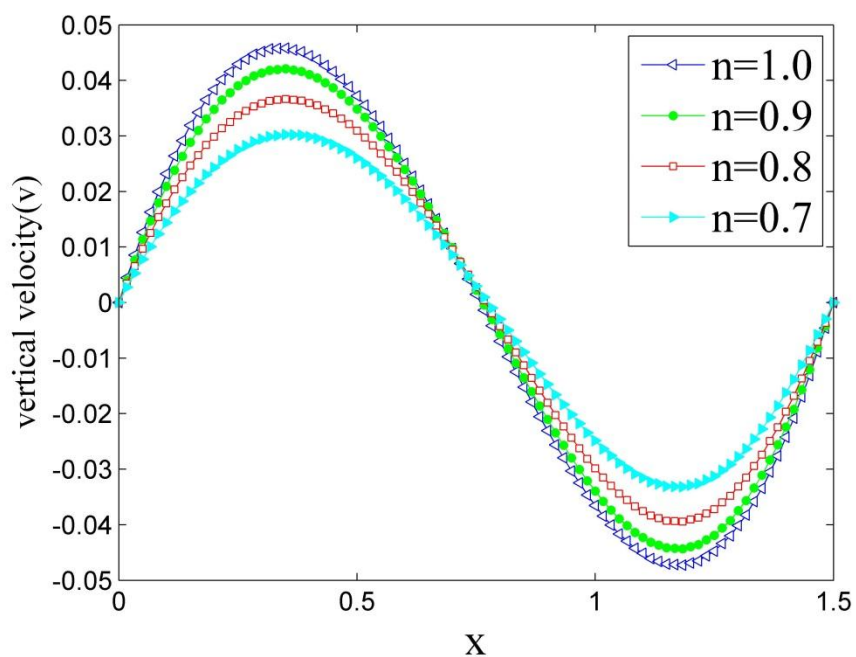


شکل (۴-۶) توزیع سرعت محوری سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ به ازای $Re = 20$ و

$$(n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$$

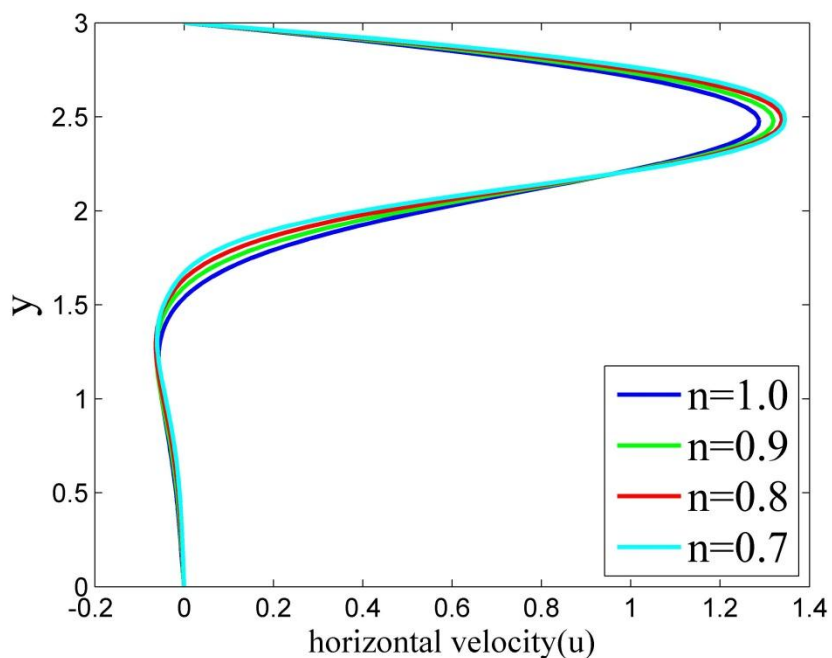
شکل (۴-۷)، نشان دهنده سرعت عرضی در مقطع $y = \frac{3}{2}$ به ازای $(n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$ می باشد. با کاهش توان نمایی مقادیرهای حداکثر سرعت عمودی کاهش می یابد و کمینه و بیشینه مقادیر (v_{min}, v_{max}) به سمت صفر میل می کنند. این میل کردن نشان می دهد با کاهش توان نمایی، گردابه اصلی جریان به سوی بالای حفره حرکت می کند.

شکل (۴-۸)، نشان دهنده سرعت محوری در مقطع $x = \frac{1}{2}$ به ازای $(n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$ می باشد. با کاهش توان نمایی n مکان سرعت کمینه (u_{min}) به سوی بالای حفره حرکت می کند و ناحیه ی دارای سرعت منفی افزایش می یابد. این اثر به علت افزایش رینولدز محلی و حرکت گردابه اصلی جریان به بالای حفره می باشد.



شکل (۷-۴) توزیع سرعت عرضی سیال نیوتنی تعمیم یافته در $Re = 20$ و به ازای

$$.y = \frac{3}{2} \text{ در مقطع } (n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$$



شکل (۸-۴) پروفیل سرعت سیال نیوتنی تعمیم یافته در $Re = 20$ و به ازای

$$.x = \frac{1}{2} \text{ در مقطع } (n = 1, 0.9, 0.8, 0.7)$$

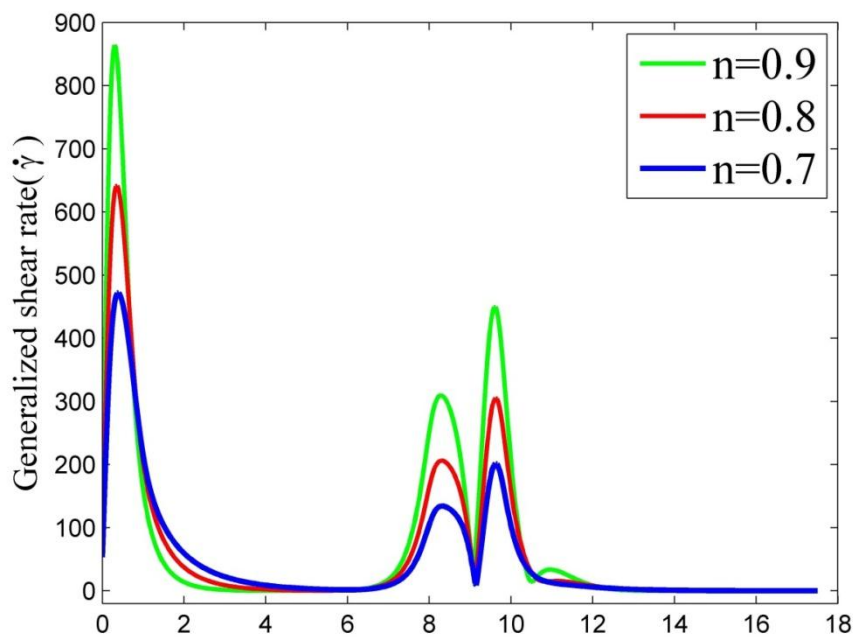
شکل (۹-۴)، توزیع لزجت و نرخ برش تعمیم یافته سیال نیوتنی تعمیم یافته را در مرکز کانال از ابتدا تا انتهای آن نشان می دهد. محور عمودی شکل (۹-۴) الف، بیانگر نرخ برش تعمیم یافته و محور عمودی شکل (۹-۴) ب، بیانگر لزجت می باشد. به منظور مقایسه راحت تر لزجت و نرخ برش تعمیم یافته، شکل ها در کنار یکدیگر رسم شده است. از آنجا که مدل کاریو- یاسودا یک مدل رقیق برشی است، لزجت سیال با افزایش نرخ برش کاهش می یابد. این رفتار سیال به طور واضح در شکل (۹-۴) دیده می شود. برای مقادیر مختلف n مقدار کمینه لزجت و بیشینه نرخ برش هر دو در یک محل اتفاق افتاده است. مورد دیگری که ذکر آن اهمیت دارد این است که نرخ برش تعمیم یافته و لزجت نیز به مانند سایر خواص جریان (بجز فشار) در ناحیه توسعه یافته ثابت هستند. همانطور که در شکل (۹-۴) مشاهده می شود در دو ناحیه ی کانال بالادست حفره و کانال پایین دست حفره بترتیب با فاصله از ابتدای کانال و حفره جریان توسعه یافته می شود. در ناحیه توسعه یافته مقدار نرخ برش تعمیم یافته به صفر ($\dot{\gamma} \rightarrow 0$) و لزجت به یک ($\eta \rightarrow 1$) میل می کند. در صورتی که بخواهیم این مورد را به صورت تحلیلی بررسی کنیم. تانسور نرخ برش $\dot{\gamma}$ برای پژوهش حاضر به صورت زیر می باشد.

$$\dot{\gamma} = \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2 \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (۴-۴)$$

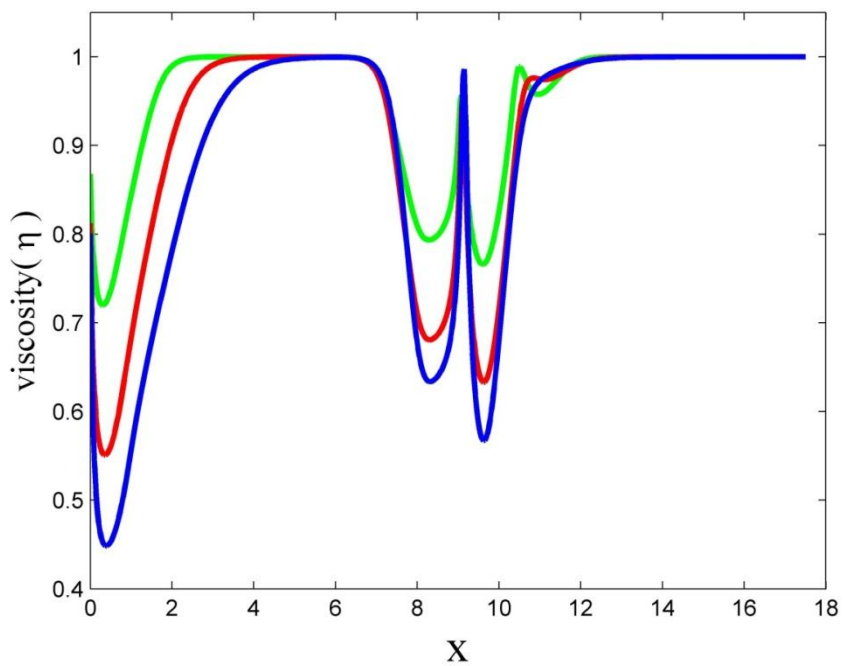
در بازنویسی ماتریس نرخ برش در ناحیه جریان توسعه یافته، جمله های $\frac{\partial}{\partial x}$ و $\frac{\partial}{\partial y}$ برابر صفر می باشند،

جمله $\frac{\partial u}{\partial y}$ نیز در $y = 0$ ، در ناحیه ی توسعه یافته برابر صفر است. بنابراین ماتریس نرخ برش $\dot{\gamma}$ برابر

صفر و نرخ برش تعمیم یافته $\dot{\gamma}$ نیز برابر صفر می شود.



الف



ب

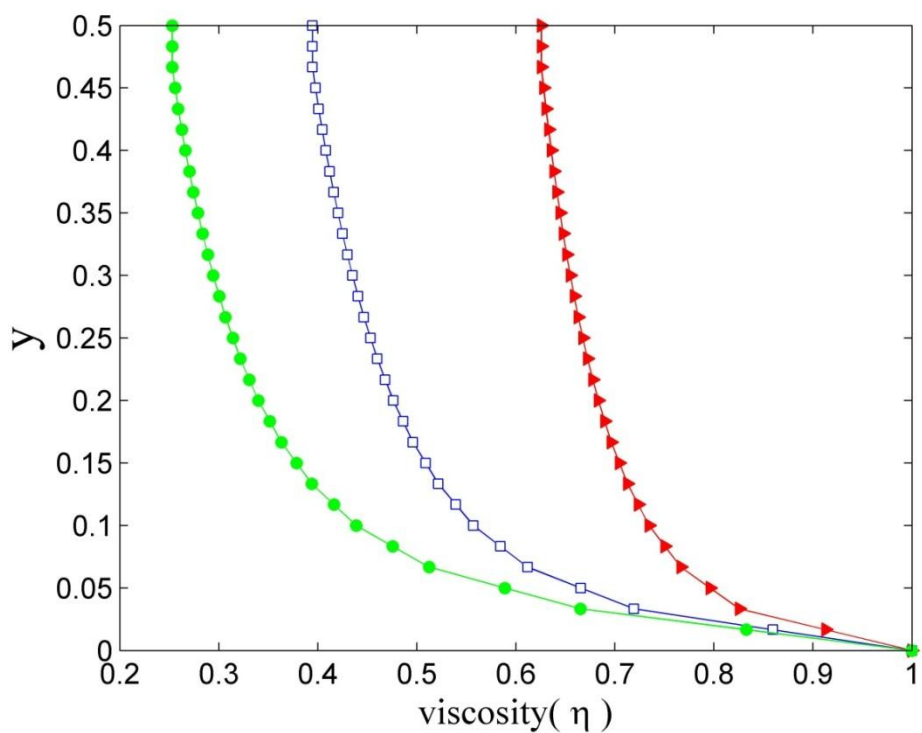
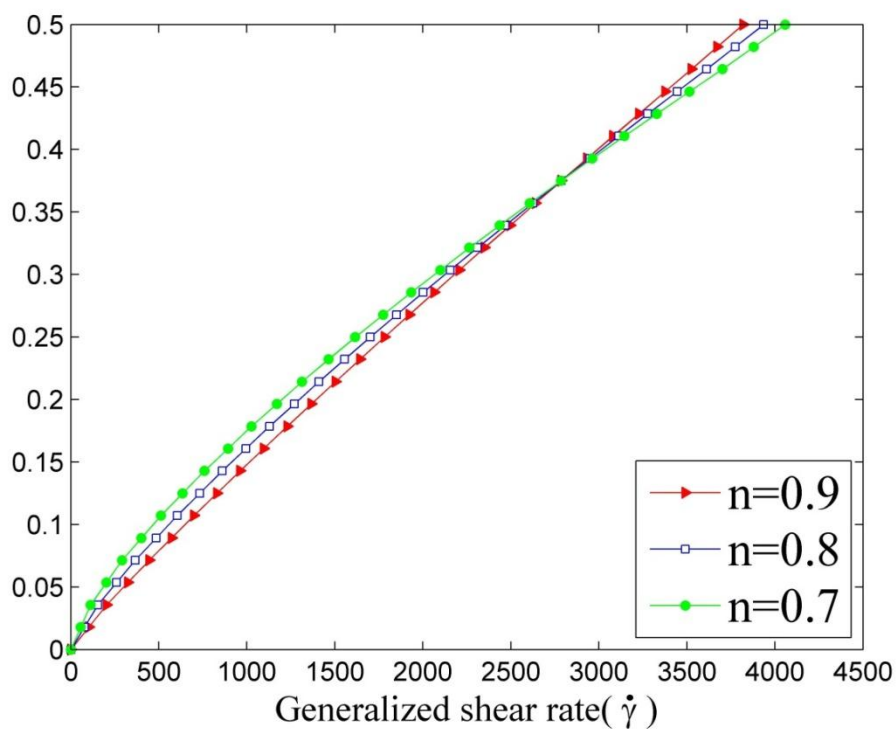
شکل (۹-۴) توزیع نرخ برش و لزجت بدون بعد سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ به ازای

$$Re = 20$$

شکل (۴-۱۰)، توزیع لزجت و نرخ برش در مقطع $x = 16$ نشان داده شده است. محور عمودی در این شکل نشان‌دهنده ارتفاع از مرکز کانال و محورهای افقی شکل (۴-۱۰) به ترتیب بیانگر نرخ برش تعمیم یافته و لزجت می‌باشند. مقطع $x = 16$ جایی است که جریان به‌ازای کلیه توان‌های نمایی n ، توسعه یافته شده است. نرخ برش در دیواره به مقدار بیشینه خود می‌رسد. لزجت نیز رفتار معکوسی با نرخ برش دارد و به مقدار کمینه خود در کنار دیواره می‌رسد. همانطور که از شکل (۴-۱۰) پیداست تغییرات نرخ برش با کاهش توان نمایی تغییرات چندانی ندارد ولی توزیع لزجت تغییرات بیشتری دارد. همچنین لزجت کمینه در کنار دیواره با کاهش n کمتر می‌شود.

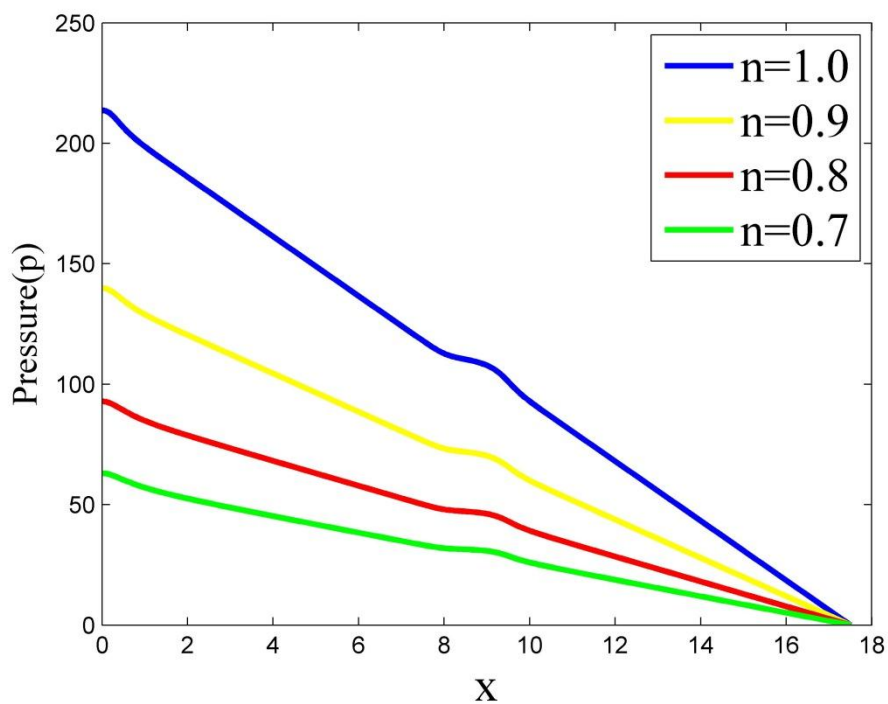
شکل (۴-۱۱)، توزیع فشار طولی را برای سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ نمایش می‌دهد. توزیع فشار خطی در منطقه کانال بالادست و پایین‌دست حفره نشان‌دهنده جریان توسعه‌یافته قبل و بعد از حفره می‌باشد. همان‌طور که در شکل (۴-۱۱) نیز مشخص می‌باشد در ناحیه حفره بدلیل افزایش سطح مقطع، سرعت کاهش یافته و فشار افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج بدست آمده در مورد فشار، افت فشار سیال نیوتنی تعمیم یافته کمتر از سیال نیوتنی است. در واقع، هر چه سیال رقیق‌تر باشد افت فشار جریان نیز کمتر می‌شود.

برای بهتر نشان دادن تغییرات فشار در تحقیق حاضر، گرادین فشار در طول کانال برای سیال نیوتنی تعمیم یافته در شکل (۴-۱۲) ارائه شده است. مطابق شکل گرادین فشار منفی در ناحیه توسعه یافته، این مطلب را تایید می‌کند که فشار در طول کانال در حال کاهش است. در ناحیه حفره نیز به سبب افزایش و سپس کاهش سطح مقطع، شیب نمودار تغییر می‌کند. یکی از مهمترین دستاوردهای این تحقیق در کاربردهای عملی، این است که با توجه به افت فشار کمتر سیالات رقیق شونده، این دسته از سیالات، جایگزین مناسبی برای سیالات نیوتنی در صنعت می‌باشند.

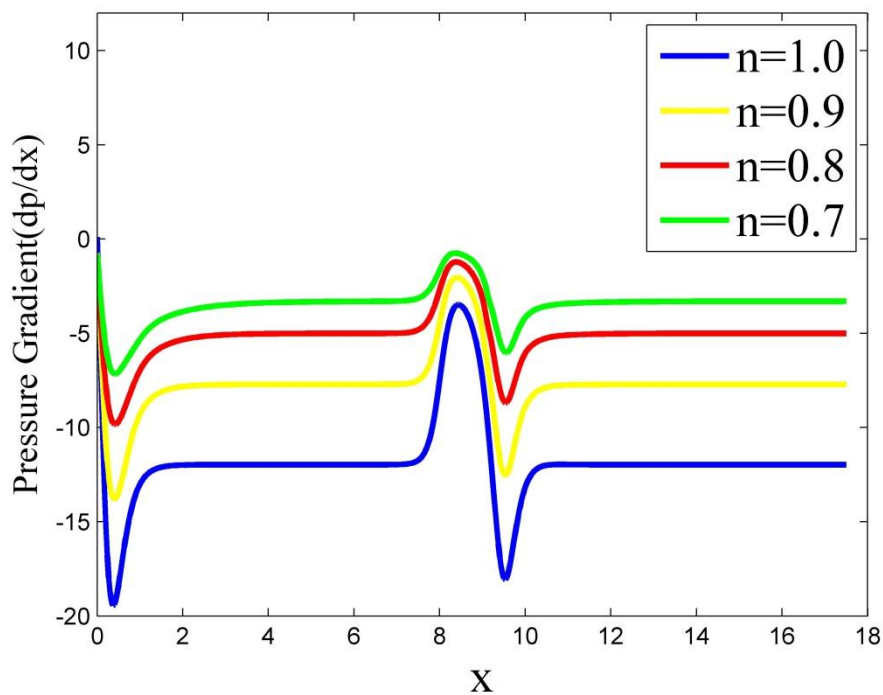


شکل (۴-۱۰) پروفیل لزجت و نرخ برش بدون بعد سیال نیوتنی تعمیم یافته در مقطع $x=16$ به ازای

$$.Re = 20$$

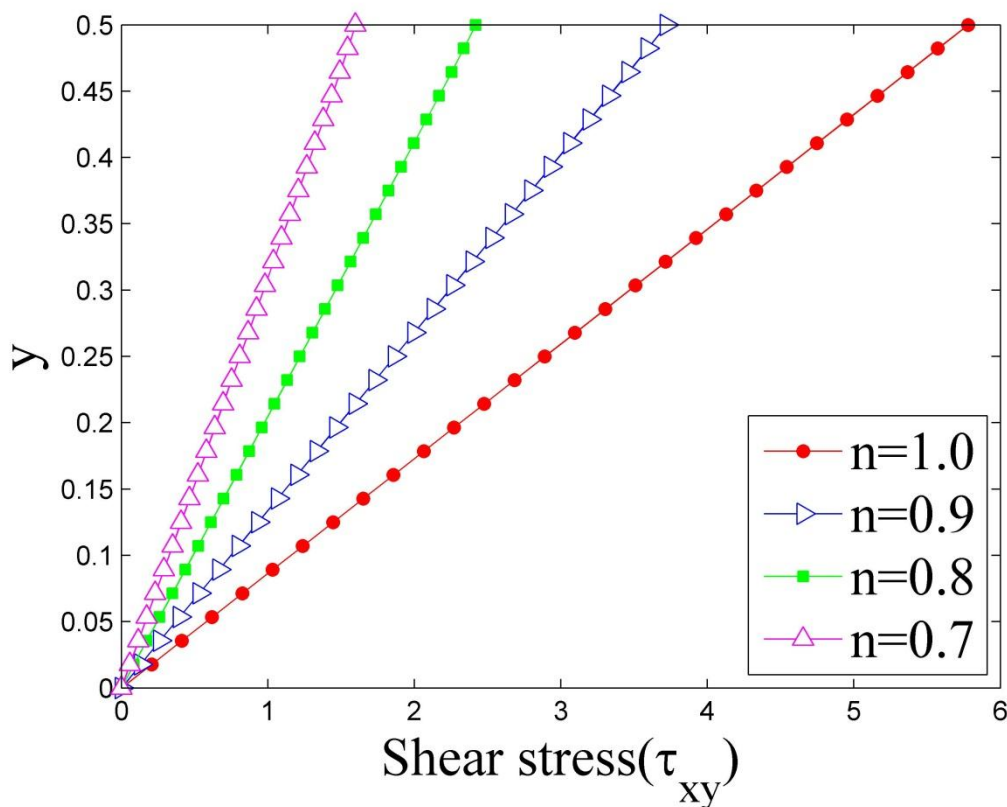


شکل (۴-۱۱) توزیع فشار بدون بعد سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ به ازای $Re = 20$.



شکل (۴-۱۲) توزیع گرادیان فشار سیال نیوتنی تعمیم یافته در $y = 0$ به ازای $Re = 20$.

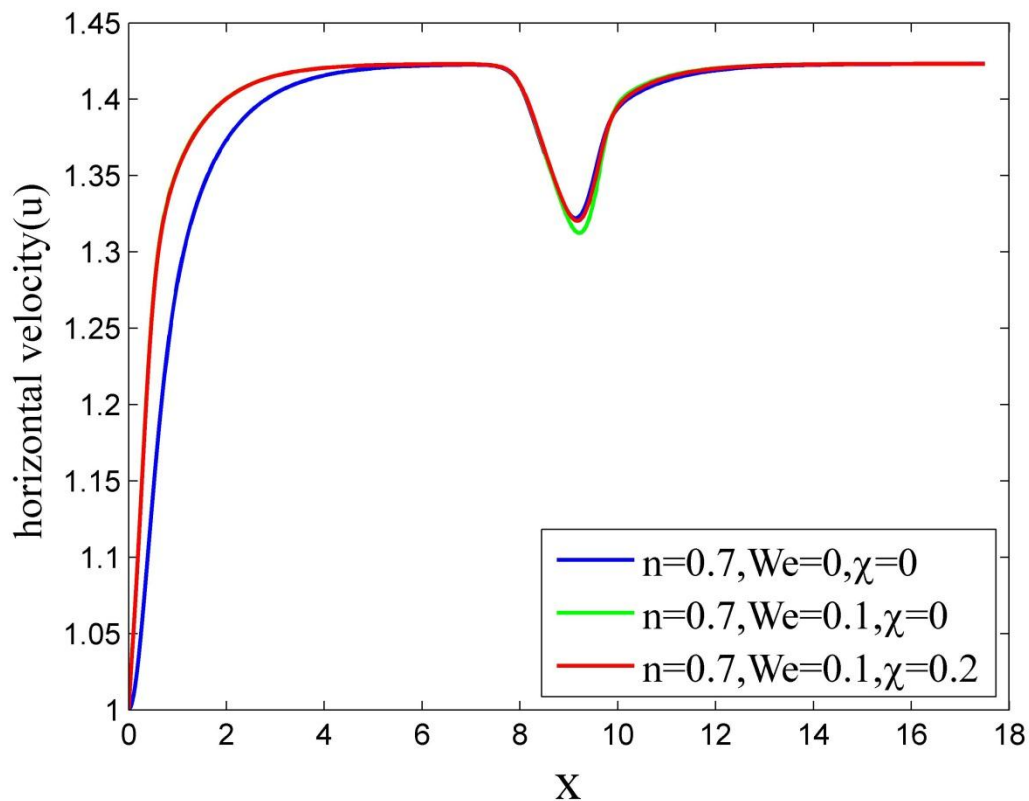
توزیع تنش برشی سیال نیوتنی و نیوتنی تعمیم یافته در شکل (۴-۱۳) از $y = 0$ تا دیواره‌ی کانال در مقطع $x = 16$ ارائه شده است. همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، مقطع $x = 16$ جایی است که جریان به‌ازای کلیه توان‌های n ، توسعه یافته شده است. برای هر ۴ نمودار رسم شده، به سبب صفر بودن نرخ برش در $y = 0$ ، مقدار تنش برشی صفر می‌باشد. ماهیت رقیق برشی سیال نیوتنی تعمیم یافته باعث می‌شود با کاهش توان n ، لزجت کاهش یافته و با توجه به تغییرات اندک نرخ برش (توضیحات شکل (۴-۱۰))، تنش برشی کاهش یابد.



شکل (۴-۱۳) توزیع تنش برشی سیال نیوتنی و نیوتنی تعمیم‌یافته در $y = 0$ و $Re = 20$.

شکل (۴-۱۴) سرعت محوری سیال نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک را در $Re=20$ نشان می‌دهد. اعمال اختلاف تنش نرمال اول و دوم سه تاثیر قابل ذکر را در سرعت محوری ایجاد می‌کند. اولاً طول توسعه یافتگی جریان با اعمال و افزایش اختلاف تنش نرمال اول کاهش می‌یابد و اختلاف

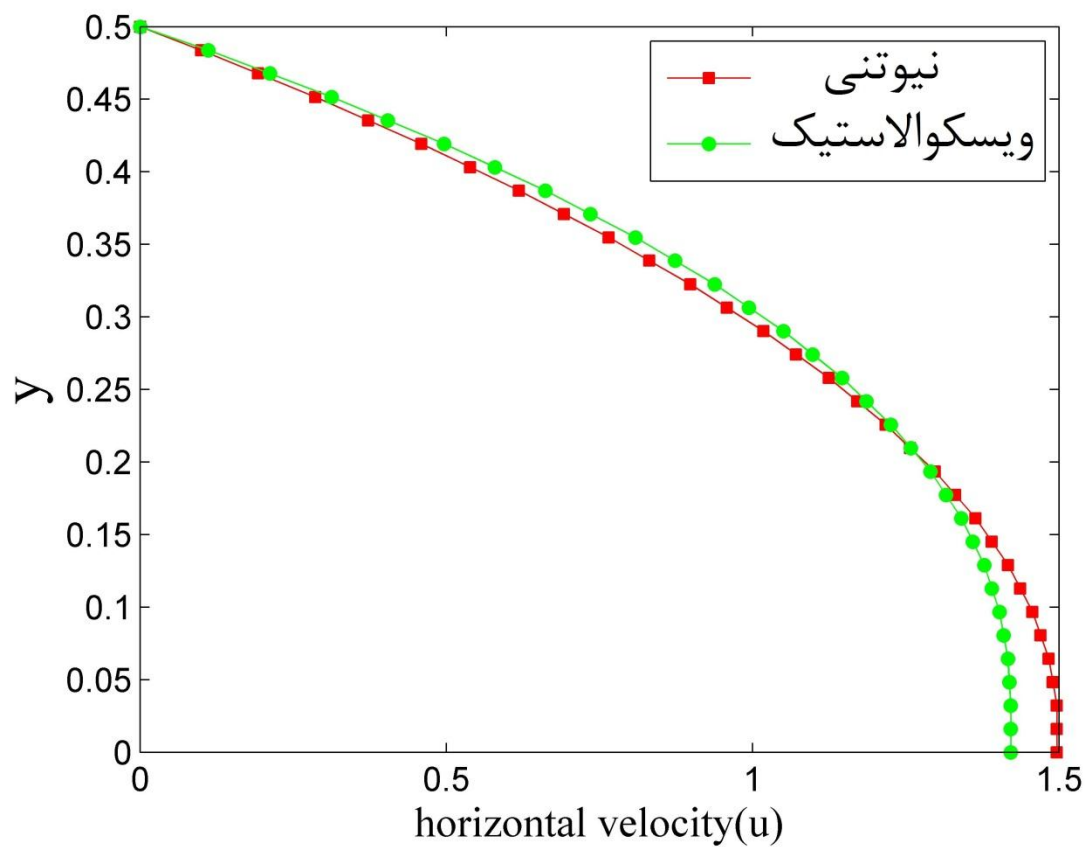
تنش نرمال دوم تاثیری بر طول توسعه یافتگی ندارد. دوما با افزایش اختلاف تنش نرمال اول گردابه مرکزی به عمق حفره حرکت می کند و اختلاف تنش نرمال دوم تاثیری بر محل گردابه مرکزی در مدل CEF ندارد. سوماً نفوذ جریان اصلی (جریان کانال) به داخل حفره با افزایش اختلاف تنش نرمال اول، افزایش می یابد که این نتیجه مشابه یافته های یاماموتو^۱ و همکاران [۱۹] می باشد و اعمال اختلاف تنش نرمال دوم، سبب کاهش نفوذ جریان در حفره می شود.



شکل (۴-۱۴) توزیع سرعت محوری سیال نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک در $y = 0$

$$.Re = 20$$

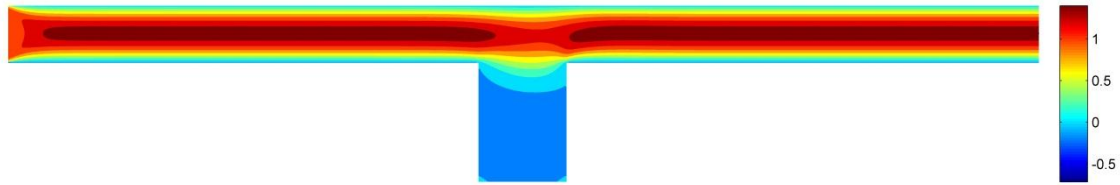
در شکل (۴-۱۵)، پروفیل سرعت سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در پایین دست حفره، در ناحیه توسعه یافته ترسیم شده است. همانگونه که از شکل پیداست مقدار بیشینه سرعت محوری (سرعت در مرکز کانال) برای سیال ویسکوالاستیک کمتر از مقدار مشابه برای سیال نیوتنی می باشد. می توان پیش بینی نمود که با توجه به ثابت بودن دبی، سرعت در کنار دیواره برای سیال ویسکوالاستیک بیشتر از سیال نیوتنی است.



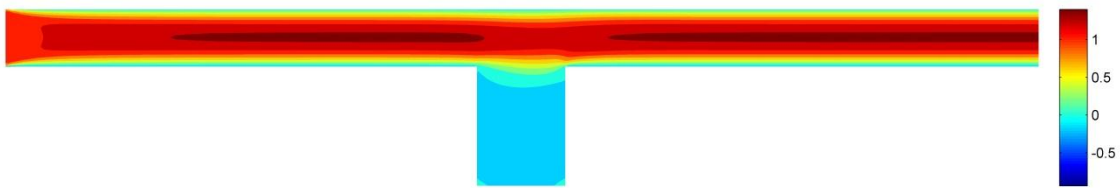
شکل (۴-۱۵) توزیع سرعت سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در مقطع $x = 17.5$.

توزیع سرعت محوری (u) سیال نیوتنی، نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک در شکل (۴-۱۶) نشان داده شده است. همانطور که پیش بینی می شد سرعت در نواحی محور کانال دارای بیشترین مقدار و در مناطق کنار دیواره دارای کمترین مقدار خود می باشد. محدوده سرعت محوری منفی در حفره،

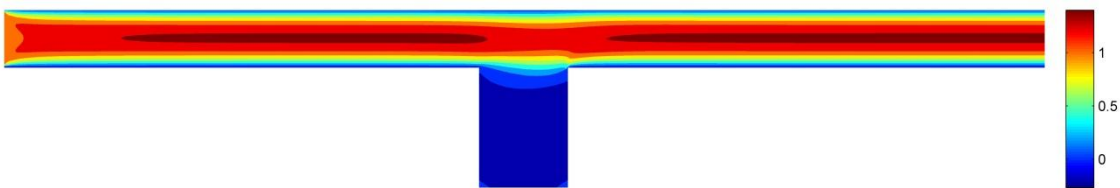
نشانه تشکیل گردابه در این ناحیه می‌باشد. دو گردابه‌ی ثانویه کوچک در پایین دست و بالادست حفره نیز مشاهده می‌شود.



الف) نیوتنی



ب) نیوتنی تعمیم یافته ($n = 0.7$)



ج) ویسکوالاستیک ($n = 0.7, We = 0.1, \chi = 0.2$)

شکل (۴-۱۶) توزیع سرعت محوری u در $Re = 20$ برای سیال الف) نیوتنی ب) نیوتنی تعمیم یافته ج) ویسکوالاستیک.

شکل (۴-۱۷) توزیع تنش برشی را برای سیال نیوتنی، نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک نشان می‌دهد. در شکل (۴-۱۷) الف) توزیع تنش برشی برای سیال نیوتنی ارائه شده است. لزجت در سیال نیوتنی ثابت است و تابع نرخ برش نمی‌باشد. توزیع نرخ برش در کانال در هر مقطع از روی دیواره پایین تا محور کانال، مثبت و از محور کانال تا دیواره بالا، منفی است. با توجه به ثابت بودن لزجت، توزیع تنش برشی نیز با یک ضریب به همین صورت می‌باشد. در شکل (۴-۱۷) ب) توزیع تنش برشی

سیال نیوتنی تعمیم یافته نشان داده شده است. ماهیت رقیق برشی سیال غیرنیوتنی سبب می شود، تنش برشی کاهش یابد. در شکل (۴-۱۷) ج توزیع تنش برشی سیال ویسکوالاستیک ارائه شده است با اعمال خاصیت الاستیک تنش برشی افزایش می یابد.



الف) نیوتنی



ب) نیوتنی تعمیم یافته ($n = 0.7$)



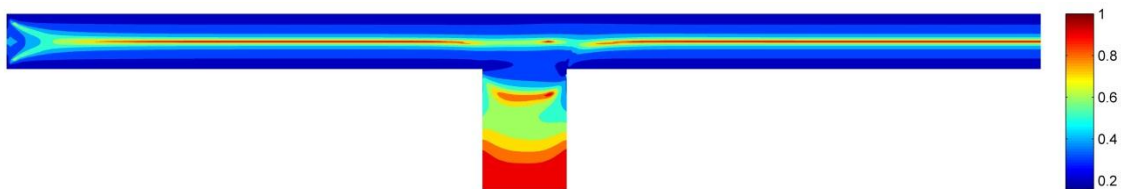
ج) ویسکوالاستیک ($n = 0.7, We = 0.1, \chi = 0.2$)

شکل (۴-۱۷) توزیع تنش برشی τ_{xy} در $Re = 20$ برای سیال الف) نیوتنی ب) نیوتنی تعمیم یافته ج)

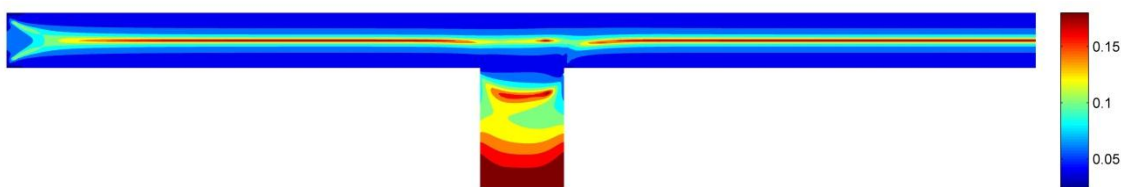
ویسکوالاستیک

شکل (۴-۱۸) توزیع لزجت، ثابت اختلاف تنش عمودی اول و ثابت اختلاف تنش عمودی دوم را نشان می دهد. بدلیل استفاده از توابع ویسکومتریک رقیق شونده لزجت رابطه ای عکس با نرخ برش دارد. در نواحی که سطح مقطع تغییر می کند سرعت تغییرات ناگهانی داشته و نرخ برش افزایش می یابد و به تبع آن لزجت کاهش می یابد. در دو ناحیه لزجت بیشینه می باشد. در ناحیه مرکز گردابه ها، همانا

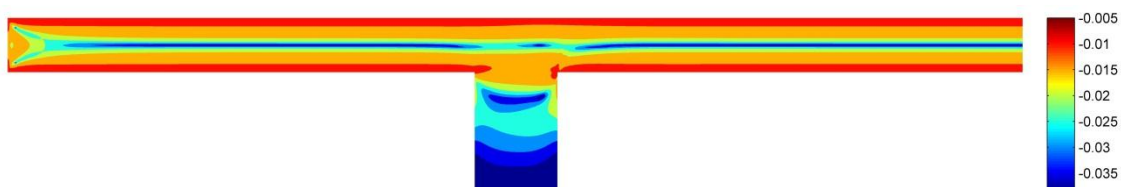
سرعت‌ها در آن منطقه بسیار ناچیز بوده، نرخ برش تعمیم‌یافته $\dot{\gamma}$ در این ناحیه مقدار کمی می‌شود و مقدار لزجت نیز به مقدار آن در نرخ برش صفر میل می‌کند ($\eta \rightarrow 1$). ناحیه دیگری که لزجت در آن بیشینه است در ناحیه توسعه‌یافته می‌باشد توضیحات آن در شکل (۴-۹) داده شده است.



الف) لزجت



ب) ثابت اختلاف تنش عمودی اول



ج) ثابت اختلاف تنش عمودی دوم

شکل (۴-۱۸) توزیع الف) لزجت η ب) ثابت اختلاف تنش عمودی اول Ψ_1 ج) ثابت اختلاف تنش عمودی دوم Ψ_2 .

همانطور که می‌دانیم تنش برشی رابطه مستقیمی با لزجت دارد، ولی با مقایسه شکل (۴-۱۷) ج و شکل (۴-۱۸) الف، این سوال پیش می‌آید که چه طور ممکن است ناحیه‌ای که لزجت دارای

پایین‌ترین مقدار خود می‌باشد، اندازه تنش برشی بیشینه باشد. برای بیان دلیل این موضوع، ابتدا رابطه تنش برشی برای سیال ویسکوالاستیک ارائه می‌شود:

$$\tau_{xy} = \eta(\dot{\gamma})\gamma_{xy} = \eta(\dot{\gamma})\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \tau_{xy}^E \quad (5-4)$$

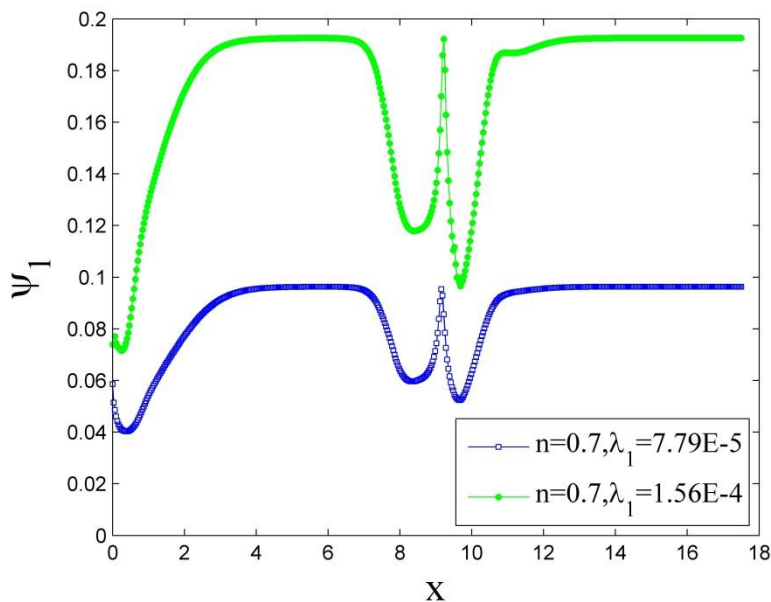
که در آن τ_{xy}^E تنش برشی حاصل از خاصیت الاستیک سیال می‌باشد. با توجه به معادله (5-4) تنش برشی رابطه مستقیم با لزجت و نرخ برش دارد. این معادله، یک رابطه دوگانه و معکوس بین تنش و نرخ برش را بیان می‌کند. یعنی از طرفی طبق معادله (5-4)، افزایش نرخ برش ($\dot{\gamma}_{xy}$) باعث افزایش اندازه تنش می‌شود و از طرف دیگر، با توجه به خاصیت رقیق‌شوندگی سیال، افزایش نرخ برش باعث کاهش لزجت و همچنین کاهش اندازه تنش می‌شود. برای سیال نیوتنی، تنش تنها یک رابطه مستقیم با نرخ برش دارد زیرا لزجت سیال نیوتنی مستقل از نرخ برش می‌باشد. بنابراین نمی‌توان تنها بر اساس توزیع لزجت در مورد تنش اظهار نظر نمود. توزیع ثابت‌های اختلاف تنش عمودی اول و دوم از نظر کیفی (و نه کمی) در شکل (4-18) بسیار شبیه به توزیع لزجت در این شکل می‌باشد. این شباهت، به صورت اتفافی برای مسئله حاضر رخ نداده است. در واقع معادله متشکله CEF (مدل رئولوژیکی کاریو-یاسودا) این چنین خاصیتی دارد. با دقت در معادلات (2-30) و (2-31) به راحتی می‌توان رابطه‌ای خطی بین لزجت و اختلاف تنش عمودی اول (یا دوم) به صورت زیر پیدا کرد:

$$\Psi_1(\dot{\gamma}) = 2\lambda_1(\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) - \tilde{\eta}_\infty) = A_1 + A_2\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) \quad (6-4)$$

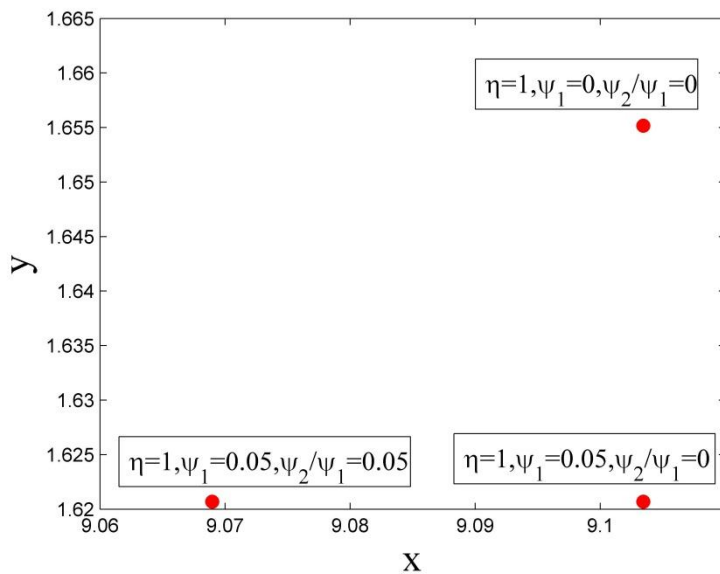
$$\Psi_2(\dot{\gamma}) = -\chi\Psi_1(\dot{\gamma}) = -2\chi\lambda_1(\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) - \tilde{\eta}_\infty) = B_1 + B_2\tilde{\eta}(\dot{\gamma}) \quad (7-4)$$

در شکل (4-19) توزیع ثابت اختلاف تنش نرمال اول در امتداد خط $y = 0$ و به ازای $Re = 20$ ارائه شده است. با افزایش مقدار λ_1 ، اندازه ثابت اختلاف تنش نرمال اول نیز افزایش می‌یابد و نمودار به سوی مقادیر بزرگتر جابجا می‌شود. این افزایش، با دقت در رابطه (4-6) قابل پیش‌بینی بوده زیرا رابطه‌ی بین ثابت اختلاف تنش عمودی اول و لزجت یک رابطه خطی می‌باشد.

همان‌گونه که در فصل ۲ در بخش معادله متشکه ذکر شد، چنانچه توابع ویسکومتری لزجت و ثابت‌های اختلاف تنش عمودی اول و دوم مستقل از نرخ برش باشند ($\eta(\dot{\gamma}) = \eta_0$, $\Psi_1(\dot{\gamma}) = \Psi_{1,0}$), معادله CEF به مدل سیال مرتبه دو قابل تبدیل است.

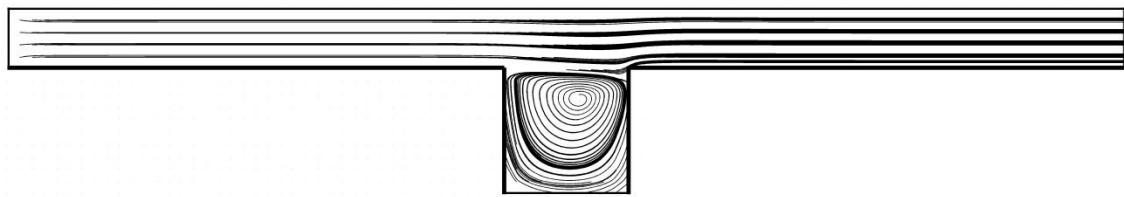
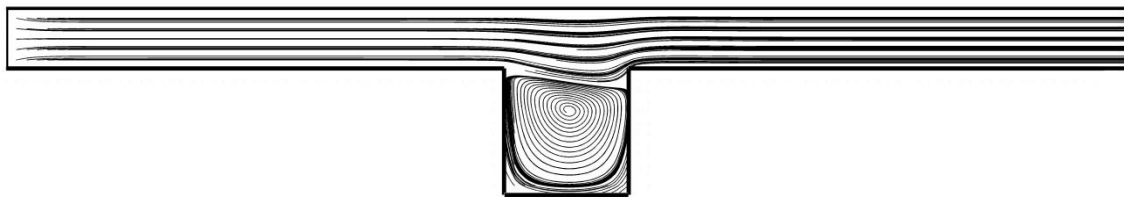


شکل (۴-۱۹) توزیع ثابت اختلاف تنش عمودی اول در $y = 0$ و $Re = 20$.

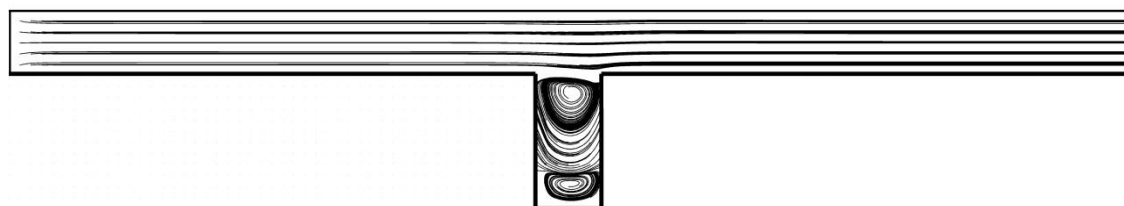
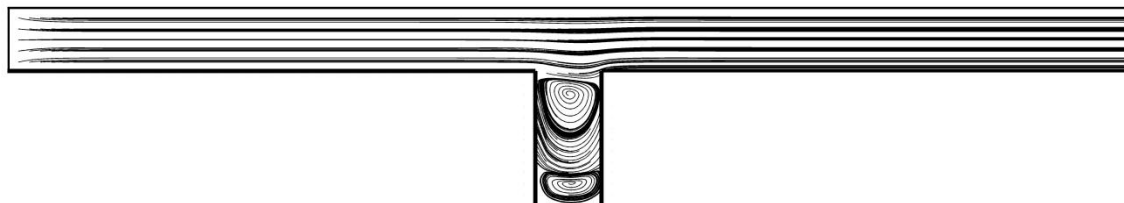


شکل (۴-۲۰) موقعیت مرکز گردابه اصلی سیال مرتبه دو در حفره به ازای $Re = 20$.

برای مشاهده‌ی تاثیر ثابت‌های اختلاف تنش عمودی اول و دوم بر مطالعه‌ی حاضر از مدل سیال مرتبه دو استفاده شده است. شکل (۴-۲۰) موقعیت مرکز گردابه اصلی حفره را برای مقادیر مختلف ثابت‌های اختلاف تنش عمودی اول و دوم نشان می‌دهد. بر اثر اعمال اختلاف تنش عمودی اول گردابه مرکزی به عمق حفره حرکت می‌کند و با اعمال اختلاف تنش نرمال دوم مرکز گردابه به سوی بالادست حفره می‌رود. در شکل (۴-۲۱) خطوط جریان سیال نیوتنی در مقایسه با سیال ویسکوالاستیک در نسبت‌های طول به عرض مختلف ترسیم شده است.



الف) نسبت طول به عرض حفره، برابر ۱



ب) نسبت طول به عرض حفره برابر ۲

شکل (۴-۲۱) مقایسه خطوط جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک ($n = 0.7, We = 0.12$) در

نسبت‌های مختلف حفره.

۴-۶- حل میدان دما برای جریان

در این قسمت، گزارش مختصری از انتقال حرارت جریان اینرسی در کانال با یک حفره ارائه می‌شود. نتایج انتقال حرارت برای حالتی گزارش می‌شود که دمای دیواره‌ها ثابت باشد. برای ورودی شرط دما ثابت در نظر گرفته شده است (در این حالت سیال با دمای مشخصی وارد می‌شود). در خروجی نیز، با توجه به اینکه طول کل کانال به قدر کافی بزرگ در نظر گرفته شده است، با تقریب خوبی می‌توان از

$$\text{شرط مرزی } \frac{\partial T}{\partial x} = cte \text{ استفاده کرد.}$$

مقدار انتقال حرارت از سیال به سمت دیواره به صورت زیر به دست می‌آید:

$$q(x) = h(x)(T_b(x) - T_w) \quad (۸-۴)$$

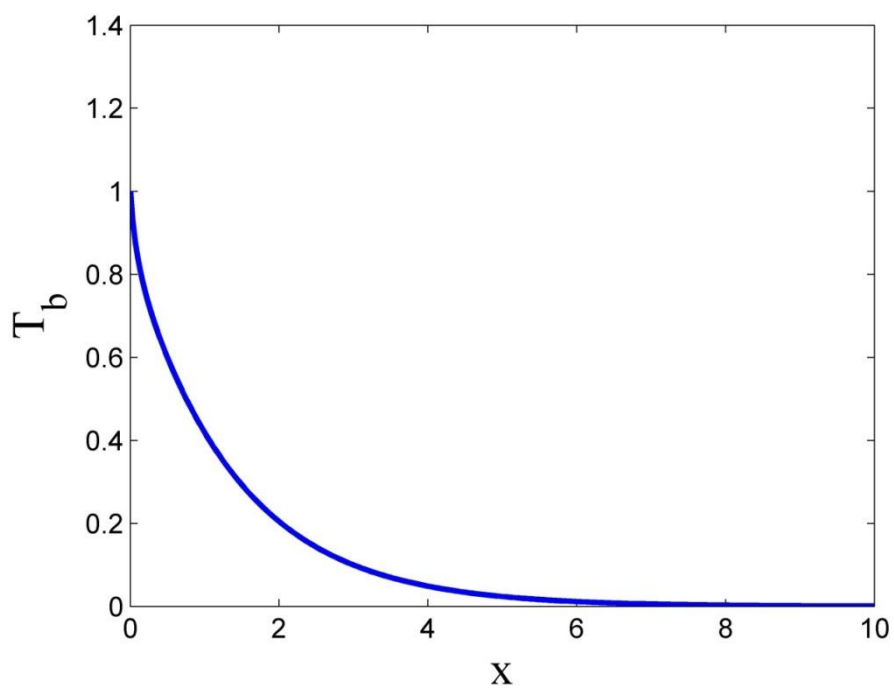
که در آن $q(x)$ انتقال حرارت بر واحد سطح، $h(x)$ ضریب انتقال حرارت جابجایی، $T_b(x)$ دمای متوسط سیال و T_w دمای دیواره می‌باشد. از میان پارامترهای فوق، تنها دمای دیواره ثابت است و متغیرهای دیگر تابع طول ورودی x می‌باشند. از طرف دیگر نیز می‌توان انتقال حرارت هدایتی از دیواره را به صورت زیر نوشت:

$$q(x) = -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H/2} \quad (۹-۴)$$

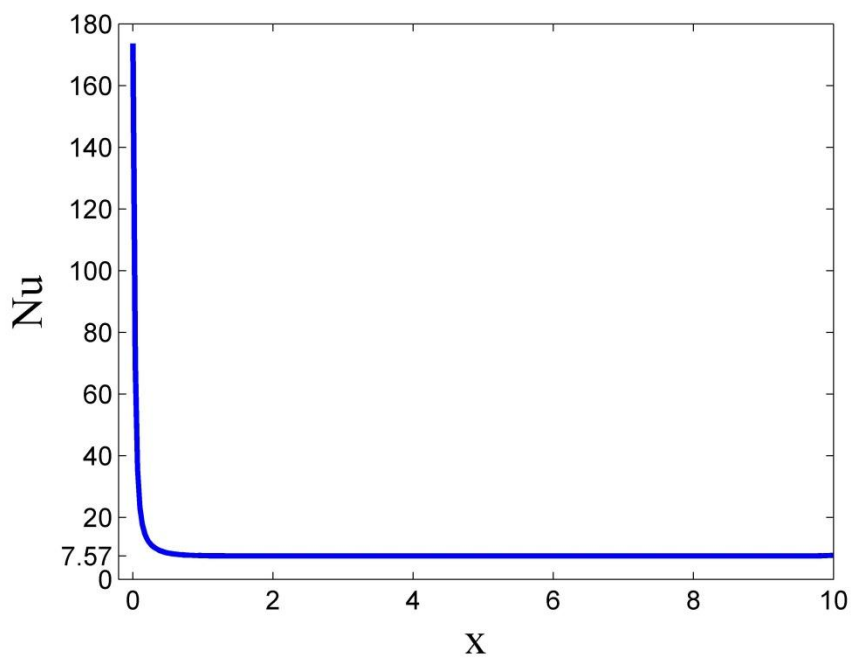
با ترکیب روابط (۸-۴) و (۹-۴) می‌توان عدد بی بعد ناسلت را به دست آورد:

$$Nu = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H/2} \frac{2H}{(T_w - T_b(x))} \quad (۱۰-۴)$$

برای اطمینان از صحت حل عددی معادله انرژی، ابتدا نتایج برای انتقال حرارت سیال نیوتنی در کانال ارائه می‌شود. به همین منظور با صرف نظر از اتلافات، توزیع دمای متوسط در شکل (۴-۲۲) و ناسلت در شکل (۴-۲۳) در طول کانال ارائه شده است.



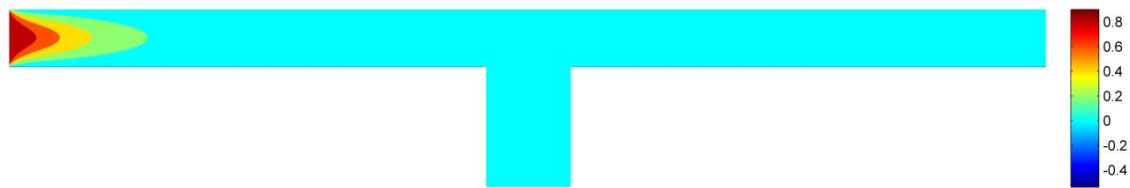
شکل (۴-۲۲) توزیع دمای متوسط سیال نیوتنی در طول کانال به‌ازای $Re = 20$ و $Pr = 0.6$.



شکل (۴-۲۳) مقدار ناسلت سیال نیوتنی در طول کانال به‌ازای $Re = 20$ و $Pr = 0.6$.

همانطور که از شکل (۴-۲۳) پیداست، مقدار ناسلت در طول کانال کاهش پیدا کرده و به مقدار $7/57$ می‌رسد که مطابقت خوبی با حل تحلیلی آن دارد [۳۲]. با توجه به این حل، می‌توان از صحت گسسته‌سازی و حل عددی معادله انرژی اطمینان حاصل کرد.

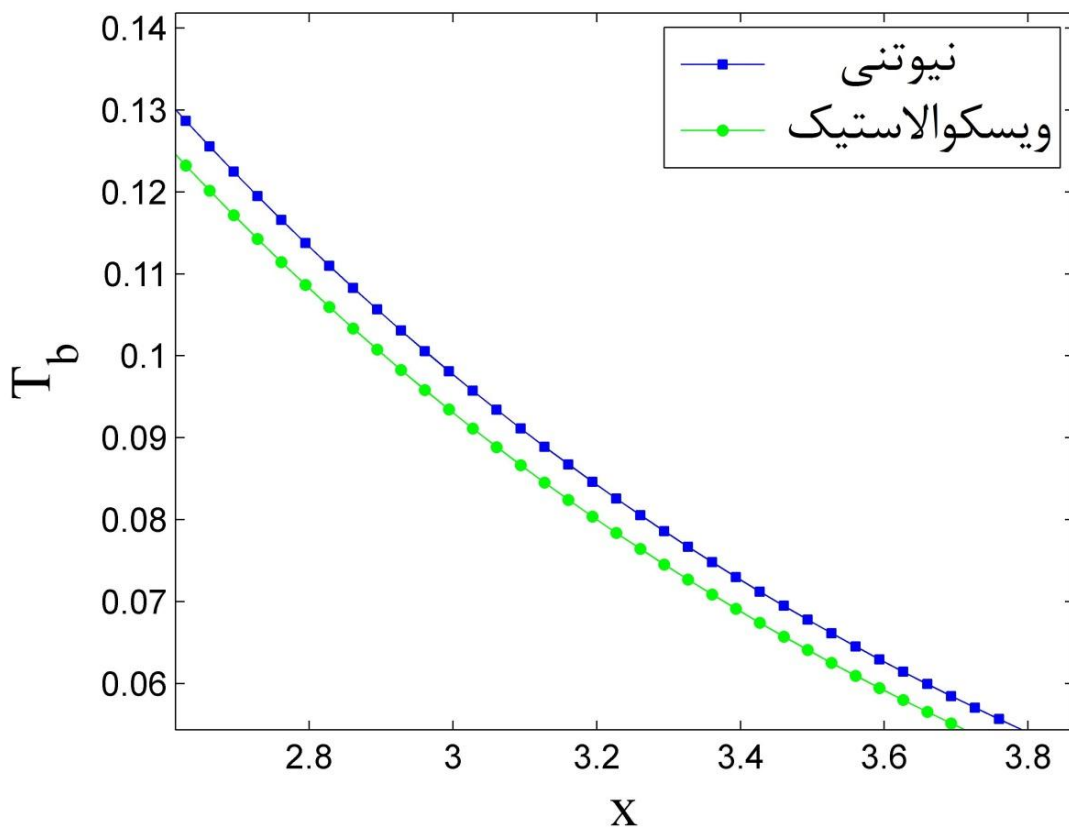
توزیع دمای سیال در نواحی مختلف هندسه برای سیال نیوتنی در شکل (۴-۲۴) نشان داده شده است. تاثیر دمای ثابت دیواره‌ها، از یک طرف با فاصله گرفتن از ورودی باعث کاهش دمای سیال می‌شود و از طرف دیگر، با نزدیک شدن به دیواره‌ها دمای سیال کاهش می‌یابد. این بدین خاطر است که دمای ورودی برابر با ۱ و دمای دیواره برابر با صفر در نظر گرفته شده است. نکته دیگر اینکه، دمای سیال قبل از رسیدن به حفره، برابر با دمای دیواره‌ها شده و پس از آن تغییرات چندانی ندارد.



شکل (۴-۲۴) توزیع دمای متوسط سیال نیوتنی در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$.

شکل (۴-۲۵) دمای متوسط را در طول محور x نشان می‌دهد. دمای آن از مقدار ۱ (در ورودی) آغاز شده و با پیشروی در طول محور x به سمت دمای دیواره‌ها (صفر) میل می‌کند. با توجه به اینکه اختلاف دو نمودار دمای متوسط محوری سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک بسیار اندک می‌باشد، برای نشان دادن تفاوت میان دو توزیع دما در قسمتی از نمودار درشت‌نمایی شده است. چنانچه در شکل (۴-۲۵) نیز مشخص است دمای سیال ویسکوالاستیک اندکی از مقدار سیال نیوتنی کمتر می‌باشد. شکل (۴-۲۶) توزیع ناسلت را در طول هندسه برای سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک نشان می‌دهد. همانطور که پیش‌بینی می‌شد، ناسلت در ورودی برای هر دو نوع سیال مقادیر بالایی دارد و با پیشروی جریان کاهش پیدا می‌کند. در ناحیه حفره با تغییر سطح مقطع به دلیل وجود دیواره عمودی

ناسلت (انتقال حرارت) به طور موضعی افزایش یافته و پس از آن دوباره با کاهش سطح مقطع مقدار ناسلت به صورت تدریجی کاهش می یابد تا به مقدار ثابتی برسد. در داخل حفره مقدار ناسلت نیوتنی از ویسکوالاستیک بیشتر می باشد.



شکل (۴-۲۵) توزیع دمای متوسط در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$ برای الف) سیال نیوتنی ب) سیال

ویسکوالاستیک ($n = 0.7, We = 0.1, \chi = 0.2$).

شایان ذکر است که منظور از جمله $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=H/2}$ ، گرادیان دما بر روی دیواره های افقی است. منظور از

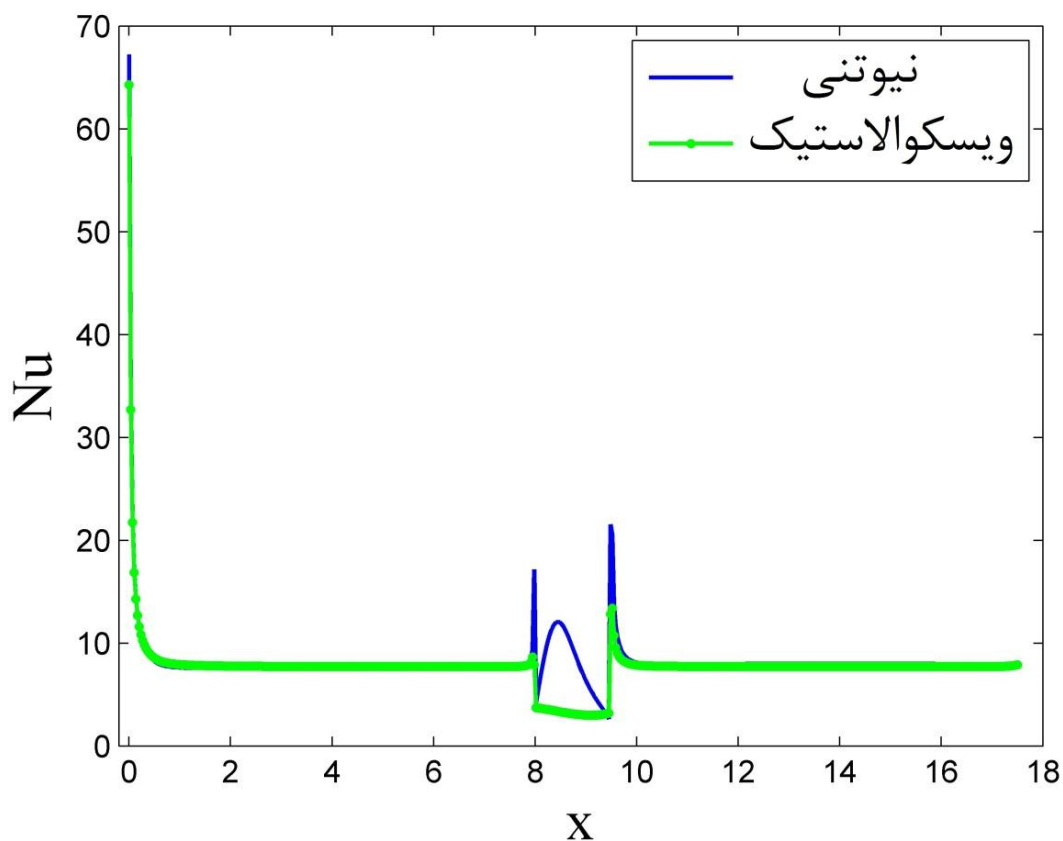
$y = \frac{H}{2}$ در رابطه (۴-۱۰) فاصله دیوار افقی از مرکز می باشد که برای ناحیه قبل و بعد از حفره

استفاده می شود.

در منطقه تغییر سطح مقطع ، به دلیل وجود دیواره عمودی انتقال حرارت هدایتی در جهت x می باشد و نمی توان از رابطه (۴-۱۰) استفاده کرد. رابطه ای که برای به دست آوردن ناسلت در این منطقه استفاده شده است عبارتست از:

$$Nu = \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(x=x_c, H/2 < y < 5H/2)} \frac{2H}{(T_w - T_b(x_c))} \quad (۴-۱۱)$$

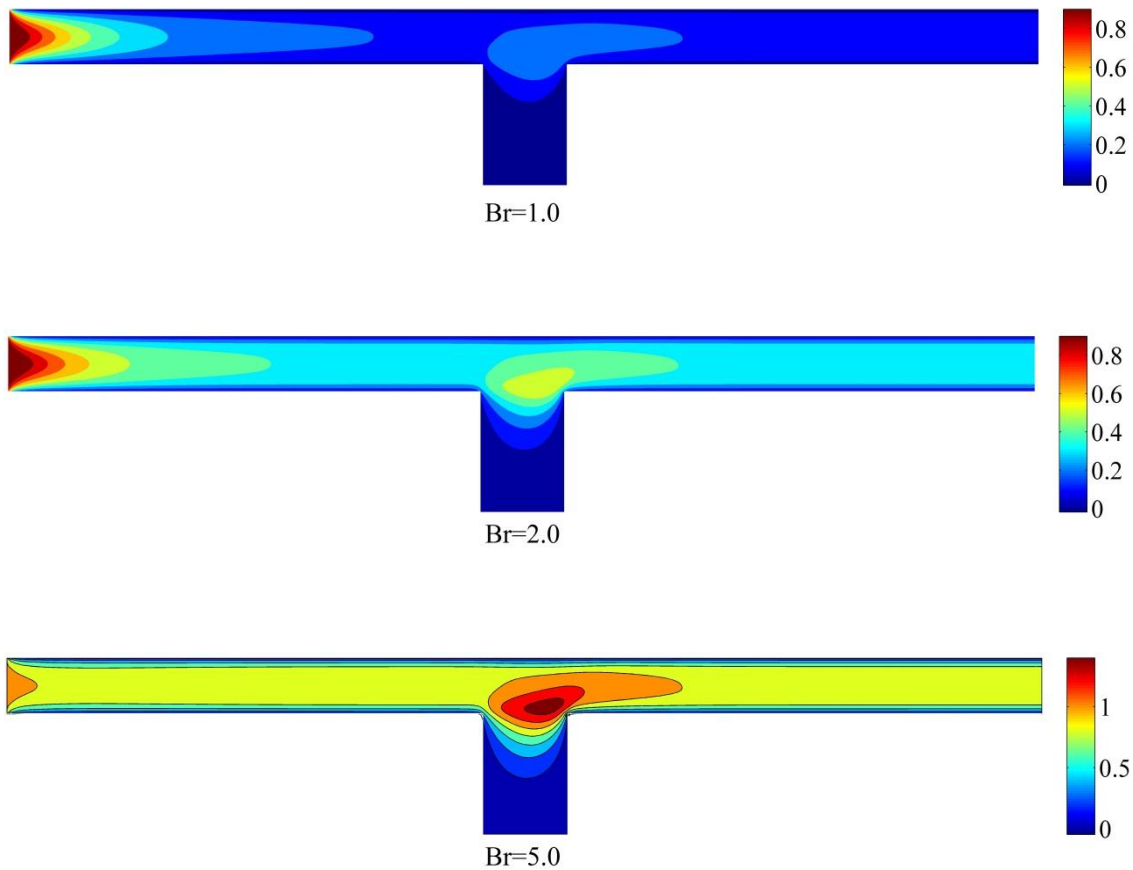
که در آن، x_c محل تغییر سطح مقطع بوده و $\frac{H}{2} \leq y \leq \frac{5H}{2}$ ارتفاع حفره می باشد.



شکل (۴-۲۶) توزیع ناسلت در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$ برای الف) سیال نیوتنی ب) سیال

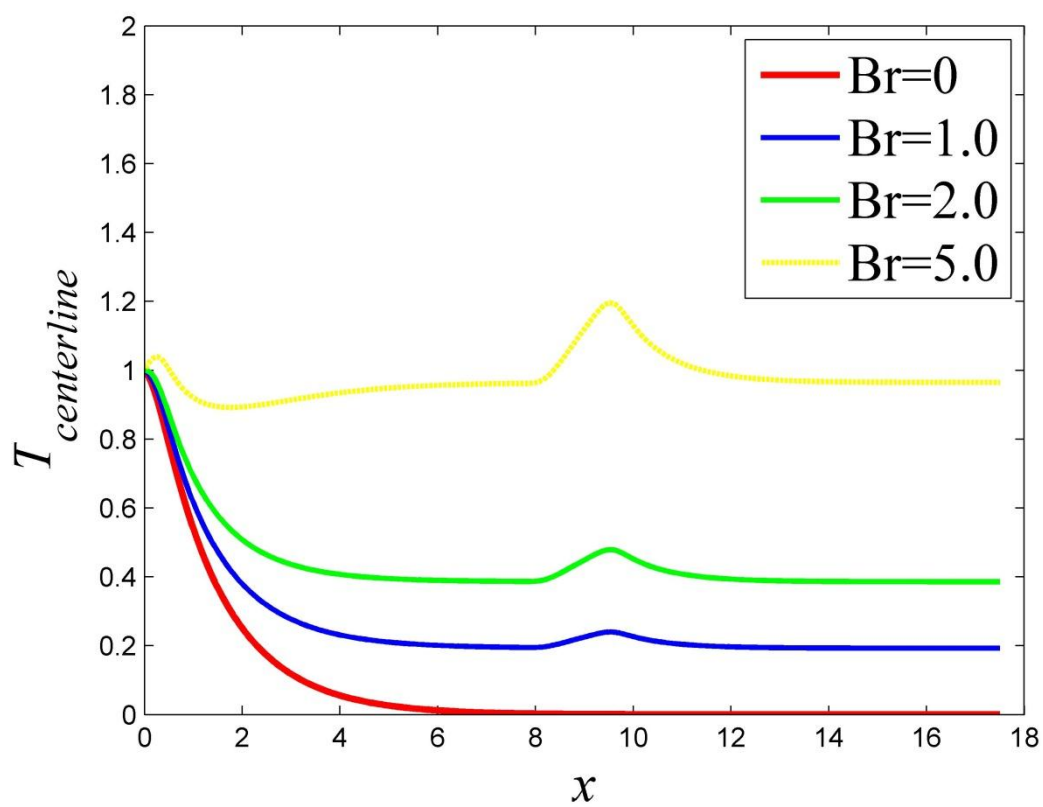
ویسکوالاستیک ($n = 0.7, We = 0.1, \chi = 0.2$).

در شکل (۴-۲۷) توزیع دمای سیال ویسکوالاستیک برای اعداد برینکمن مختلف ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش عدد برینکمن اثرات اتلافات لزجی در حفره بیشتر نمایان می‌شود.

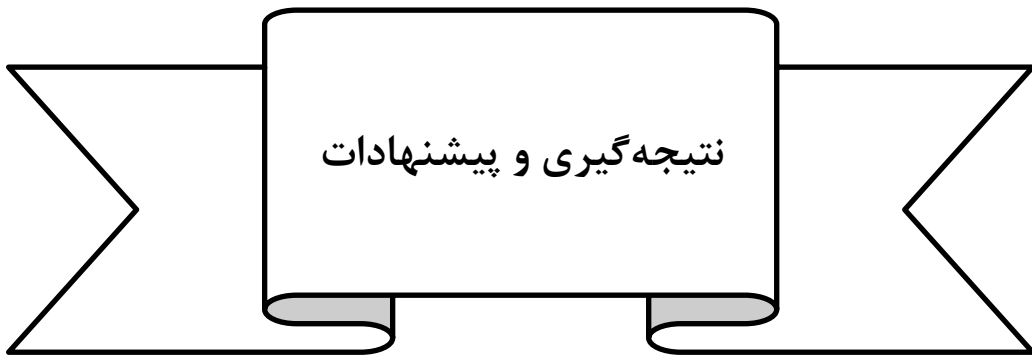


شکل (۴-۲۷) توزیع دمای سیال ویسکوالاستیک در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$ برای اعداد برینکمن مختلف.

شکل (۴-۲۸) توزیع دمای سیال در امتداد محور کانال نشان داده شده است. با افزایش عدد برینکمن اندازه دما در ناحیه ی توسعه یافته به مقدارهای بیشتری می‌رسد. در ناحیه حفره به سبب افزایش اتلافات لزجی بیشینه محلی در نمودار مشاهده می‌شود.



شکل (۴-۲۸) توزیع دمای سیال ویسکوالاستیک در امتداد محور مرکزی در $Re = 20$ و $Pr = 0.5$ برای اعداد برینکمن مختلف.



۵-۱- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدل‌سازی دوبعدی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره با استفاده از مدل CEF به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل نتایج، ابتدا استقلال حل عددی از شبکه مورد بررسی قرار گرفت. پس از آن، برای صحت‌گذاری نتایج حل میدان جریان با روابط تحلیلی و مطالعات قبلی مقایسه شد. در این فصل، نتایج عددی برای سیال نیوتنی، نیوتنی تعمیم‌یافته و ویسکوالاستیک شامل خطوط جریان، توزیع سرعت‌های طولی و عرضی، توزیع فشار، لزجت، تنش برشی، ضرایب اختلاف تنش نرمال اول و دوم، دما و ... ارائه و در ذیل به نتایج حاصله از این حل عددی اشاره شده است.

- طول توسعه یافتگی جریان سیال نیوتنی تعمیم یافته و ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی بیشتر می‌باشد. در حالت کلی، کاهش اندیس توانی، باعث افزایش طول توسعه یافتگی جریان و افزایش خاصیت الاستیک باعث کاهش این طول می‌شود.
- کاهش توان نمایی باعث کاهش بیشینه سرعت طولی در مرکز می‌شود.
- با کاهش توان نمایی، گرابه مرکزی به طرف پایین دست و بالای حفره و با افزایش اختلاف تنش نرمال اول گردابه مرکزی به عمق حفره و با اختلاف تنش نرمال دوم گردابه مرکزی به سوی بالادست جریان حرکت می‌کند.
- نفوذ جریان اصلی (جریان کانال) در حفره با کاهش توان نمایی و اختلاف تنش نرمال دوم، کاهش و با افزایش اختلاف تنش نرمال اول، افزایش می‌یابد.
- ماهیت رقیق‌شوندگی سیال و دبی ثابت در هر مقطع باعث می‌شود با کاهش توان نمایی سرعت در کنار دیواره‌ها افزایش و در مرکز کانال کاهش یابد.
- افت فشار سیال نیوتنی در مقایسه با سیال نیوتنی تعمیم‌یافته و ویسکوالاستیک بیشتر می‌باشد به بیان دیگر کاهش اندیس توانی n ، باعث افت فشار کمتر می‌شود.

- نرخ برش تعمیر یافته سیال در کنار دیواره‌ها و در ناحیه‌ای که تغییر سطح مقطع وجود دارد افزایش بسیاری می‌یابد و با توجه به ماهیت رقیق شونده سیال نیوتنی تعمیر یافته، همین امر باعث کاهش لزجت سیال در این مناطق می‌شود.
- نرخ برش تعمیر یافته سیال در خط مرکزی در قسمت توسعه یافته جریان و مناطق مرکزی گردابه‌ها مقادیر کوچکی دارد و همین موضوع باعث می‌شود لزجت بی‌بعد سیال تقریباً به مقدار یک برسد.
- توزیع دمای متوسط سیال نیوتنی مقدار کمی از سیال ویسکوالاستیک بیشتر است.
- توزیع ناسلت در ناحیه حفره به دلیل وجود دیواره‌های عمودی در محل تغییر سطح مقطع، دارای بیشینه محلی می‌باشد و پس از آن در کانال پایین دست حفره به مقدار ثابتی میل می‌کند.

۲-۵- پیشنهادات

- می‌توان برای ادامه تحقیق در زمینه جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره، موضوعات زیر را بررسی نمود:
- حل عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در کانال با حفره در حالت غیر دائم.
- حل عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک با استفاده از مدل‌های مختلف ویسکوالاستیک و مقایسه نتایج آن‌ها.
- حل عددی همزمان جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در کانال با یک حفره (اعمال وابستگی لزجت و چگالی و... به دما).
- حل تحلیلی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک با استفاده از تکنیک مرتبه بزرگی.

مراجع

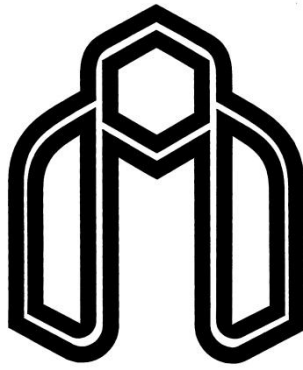
- [۱] شیخی نارانی م، (۱۳۷۱) "بررسی خواص، جریان و انتقال حرارت و اختلاط سیالات غیرنیوتنی"، چاپ اول، جهاد دانشگاهی صنعتی امیرکبیر، تهران.
- [2] Bird B. R., Armstrong R.C., and Hassager O., (1987). "Dynamics of Polymer Liquids", Vol. 1, Second Edition, John Wiley & sons.
- [3] Malkin, A. Y. (1994), "Rheology Fundamentals", First Edition, Chem. Tech. Publishing, Toronto.
- [4] Phan-Thien, N. (2002), "Understanding Viscoelasticity", First Edition, Springer, Berlin.
- [5] Tanner, R. I. (2000), "Engineering Rheology", First Edition, Springer, Berlin.
- [6] Huilgol, R. R. and Phan- Thien, N. (1997), "Fluid Mechanic of Viscoelasticity", First Edition, Elsevier.
- [۷] نوروزی م، (۱۳۸۸)، پایان نامه دکتری: "بررسی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در مجاری خمیده دارای مقطع مستطیلی و در حالت‌های ایستا و چرخان"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [8] Yapici K., Karasozen B., Uludag Y. (2009), "Finite volume simulation of viscoelastic laminar flow in a lid-driven cavity", J. Non-Newtonian Fluid Mech, 164, pp 51-65.
- [9] Kawaguti M. (1961), "Numerical solution of the Navier–Stokes equations for the flow in a two dimensional cavity", J. Phys. Soc. Jpn, 16, 2307.
- [10] Pan F., Acrivos A. (1967), "Steady flows in rectangular cavities", J. Fluid Mech. 28, 643-655.
- [11] Bozemann J.D., Dalton C. (1973), "Numerical study of viscous flow in a cavity", J. Comput. Phys, 12, pp. 348-363.
- [12] Sahin M., Owens R.G. (2003), "A novel fully implicit finite volume method applied to the lid-driven cavity problem. Part I. High Reynolds number flow calculations", Int. J. Numer. Fluids, 42, pp. 57-77.
- [13] Demir H. (2005), "Numerical modelling of viscoelastic cavity driven flow using finite difference simulations", Applied Mathematics and Computation, 166, pp. 64-83.

- [14] Torczynski J.R., O'Hern T.J. (1994), "Numerical simulations of flow in a Three-dimensional cavity-channel geometry", Engineering Sciences Center Sandia National Laboratories.
- [15] Yin H.J., Zhong H.Y., FU C.Q. (2007), "Numerical simulation of viscoelastic flows through one slot channel", Journal of hydrodynamics, pp. 210-216.
- [16] Cochrane T., Walters K., Webster M.F. (1981), "On Newtonian and Non-Newtonian flow in complex geometries", Philosophical Transactions of The Royal Society, pp. 163-181.
- [17] Kim J.H., Öztekin A., Netti S. (2000), "Instabilities in viscoelastic flow past a square cavity", J. Non-Newtonian Fluid Mechanics, 90, pp. 261-281.
- [18] Hsu C.H., Kuo C.C., Kung K.Y., Chan C.C. (2010), "Analysis of a second grade viscoelastic fluid past a square cavity in a horizontal channel", 8th IASME, New Aspects of fluid mechanics heat transfer and environment,.
- [19] Yamamoto T., Ishiyama M., Nakajima M., Nakamura K., Mori N. (2003), "Three-dimensional viscoelastic flows through a rectangular channel with a cavity", J. Non-Newtonian Fluid Mechanics, 114, pp. 13-31.

[۲۰] طالبی ف.، (۱۳۷۵)، پایان نامه دکتری: "بررسی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در مجاری مستطیلی"، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان.

- [21] Dean, W. R. (1927), "Note on the motion of a fluid in a curved pipe", Phil. Mag., 4, pp. 208-233.
- [22] Letelier, M. F. and Siginer, D. A. (2003), "Secondary flows of viscoelastic liquids in straight tubes", International Journal of Solids and Structures, 40, pp. 5081-5095.
- [23] Bird, R. B., Stewart, W. E., and Lightfoot, E. N. (1960). "Transport Phenomena", First Edition, John Wiley.
- [24] Crimnale, W. O., Ericksen, J. L., and Filbey, G. L. (1958). "Steady Shear Flow of Non-Newtonian Fluids", Arc. Rat. Mech. Anal., 1, pp. 410-417.
- [25] Ericksen, J. L. and Borgen, J. T. (1960). "Viscoelasticity: Phenomenological Aspects", First Edition, Academic press, New York.
- [26] Beris, A., Armstrong, R. C., and Brown, R. A. (1983). "Perturbation theory for viscoelastic fluids between eccentric rotating cylinders", J. Non-Newtonian Fluid Mech. 13, pp. 109-148.

- [27] Cross, M. M. (1965), "Rheology of non-Newtonian Fluids: A New Flow Equation for Pseudoplastic Systems", *Journal of Colloid Science*, 20, pp. 417-437.
- [28] K. A., Hoffman, Chiang, S. T. (1989), "Computational Fluid Dynamics for Engineers", First ed., EES, Texas.
- [29] Chorin, A. J., (1967), "A numerical method for solving incompressible viscous flow problems", *J. Comput. Phys.*, 2, pp. 12-26.
- [30] Harlow, F. H. and Welch, J. E. (1965), "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface," 8, pp. 2182-2189.
- [31] Mahmood, R. (2012), Ph. D. Thesis, "Implicit, Monolithic Simulation of Newtonian and Non-Newtonian Flows on Unstructured Grids Based on the Lattice Boltzmann Equations" Dortmund University of Technology, Dortmund.
- [32] Kays, W. M. and Crawford, M. E. (1993). "Convective Heat and Mass Transfer", Third edition, McGraw-Hill, New York.



Shahrood University of Technology
Faculty of Mechanical Engineering

The numerical investigation of viscoelastic flow and heat transfer in cavity

Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of
Master of Science (M.Sc)

Amir Naghikhani

Supervisor

Dr. M. M. Shahmardan

Advisor

Dr. M. Norouzi

Date: February 2013