



دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک

بررسی عددی و تجربی کمانش پوسته های استوانه ای دارای گشودگی بیضوی تحت اثر بار محوری و گشتاور خمثی

نگارش:

مسعود مهدی زاده رخی

استاد راهنما:

دکتر محمود شریعتی

شهریور ۱۳۸۶

سپاسگزاری

اکنون که به لطف ایزد منان این پایان نامه به پایان رسیده بر خود واجب می‌دانم که از زحمات بی‌دریغ و راهنمایی‌های سودمند استاد ارجمند جناب آقای دکتر شریعتی که در طی این مدت از هیچ کمکی فروگذار نکردند و همواره نظرات مفیدشان در طول مدت تحصیل، راه گشای اینجانب بوده صمیمانه قدردانی نمایم.

مسعود مهدی زاده رخی

شهریور ۱۳۸۶

چکیده

در کچگونگی تاثیر گشودگی روی ظرفیت تحمل بار و رفتار کمانش و پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای یک مسئله اساسی در طراحی اجزای سازه‌های بکار رفته در اتومبیلها، هواپیماها، سازه‌های دریایی و ... می‌باشد. در این پژوهش شبیه سازی و تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای فولادی با طولها و قطرهای متفاوت، دارای گشودگی‌های بیضوی و شبه بیضوی، تحت بار فشاری محوری و گشتاور خمی، با استفاده از روش عددی اجزای محدود انجام شده و تاثیر تغییر موقعیت، ابعاد، و زاویه گشودگی و نیز نسبت طول به قطر در رفتار کمانش و پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای بررسی شده است. در نهایت با استفاده از یک تقویت کننده، مقاومت پوسته‌ها در برابر کمانش افزایش یافت. برای چندین نمونه، آزمایش کمانش توسط یک دستگاه سرو هیدرولیک INSTRON 8802 انجام شده و نتایج بدست آمده از تستهای تجربی با نتایج عددی مقایسه شده اند. مطابقت بسیار خوبی بین نتایج بدست آمده از شبیه سازی عددی و نتایج تجربی مشاهده می‌شود. در نهایت با استفاده از نتایج تجربی و عددی روابطی برای یافتن بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی‌های بیضوی و شبه بیضوی ارائه شده است.

کلمات کلیدی

کمانش – پوسته‌های استوانه‌ای – گشودگی بیضوی – گشودگی شبیه بیضوی – بار محوری – گشتاور خمی – روش اجزای محدود – روش تجربی

فهرست مطالب

فصل اول

مقدمه

۱	۱-۱- تعریف پوسته ها
۱	۱-۲- کاربرد پوسته ها.....
۳	۳-۱- بررسی روش‌های مختلف حل مسئله کمانش پوسته ها
۴	۴-۱- مروری بر تحقیقات انجام شده

فصل دوم

مروری بر تئوری‌های کمانش پوسته های استوانه‌ای

۱۵	۱-۱- نمونه‌ای از معادلات حاکم بر پوسته های استوانه‌ای
۱۶	۱-۱-۱- تئوری دانل
۲۵	۱-۱-۲- کمانش پوسته های استوانه‌ای تحت فشار محوری
۲۶	۱-۲-۱- روش حل برای کمانش غیرمتقارن محوری
۲۸	۱-۲-۲- روش حل برای کمانش متقارن محوری
۲۹	۱-۲-۳- حل معادلات تعادل برای شرط مرزی S_3

فصل سوم

تحلیل عددی

۳۵	۱-۱-۳- معرفی روش اجزای محدود
۳۸	۱-۱-۳-۱- روش گالرکین
۴۰	۱-۱-۳-۲- معرفی نرم افزار ABAQUS/CAE
۴۱	۱-۱-۳-۳- مدلسازی و ابعاد نمونه ها
۴۲	۱-۱-۳-۴- نامگذاری نمونه ها
۴۳	۱-۱-۳-۵- خواص مکانیکی ماده
۴۴	۱-۱-۳-۶- بارگذاری و شرایط مرزی
۴۵	۱-۱-۳-۷- المان بندي نمونه ها
۴۸	۱-۱-۳-۸- تعیین نوع تحلیل

۴۹.....	Buckle ۱-۸-۳
۵۱.....	Static,Riks ۲-۸-۳
۵۲.....	۹-۳- بار و گشتاور مرجع
۵۳.....	۱۰-۳- نتایج تحلیل عددی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی تحت بار فشاری محوری
۵۳.....	۱۰-۱- بررسی تاثیر تغییر موقعیت گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای
۶۴.....	۱۰-۲- بررسی تاثیر تغییر ابعاد گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای ...
۸۷..	۱۰-۳- بررسی تاثیر تغییر زاویه گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای
۹۵....	۱۱-۳- نتایج تحلیل عددی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی تحت ممان خمی
۱۰۳.....	۱۲-۳- نتایج تحلیل عددی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی تحت بار فشاری محوری
۱۰۴.....	۱۲-۱- تاثیر تغییر موقعیت گشودگی بر رفتار کمانش پوسته های استوانه‌ای
۱۱۰.....	۱۲-۲- تاثیر تغییر ابعاد گشودگی بر رفتار کمانش پوسته های استوانه‌ای
۱۱۶.....	۱۲-۳- بررسی تاثیر تغییر زاویه گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای
۱۱۷.....	۱۳-۳- نتایج تحلیل عددی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای دارای تقویت کننده

فصل چهارم تحلیل تجربی

۱۱۹.....	۱-۴- نتایج تست کشش
۱۲۱.....	۲-۴- نتایج تحلیل تجربی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی
۱۲۲.....	۱-۲-۴- بررسی تاثیر تغییر موقعیت گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای
۱۲۸.....	۲-۲-۴- بررسی تاثیر تغییر ابعاد گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای
۱۳۶..	۲-۳-۴- بررسی تاثیر تغییر زاویه گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای ..
۱۴۰.....	۳-۴- نتایج تحلیل تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی تحت بار فشاری محوری

فصل پنجم

مقایسه نتایج عددی و تجربی و ارائه فرمولهای تجربی - عددی

۱۴۳.....	۱-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی
----------	--

۱-۱-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی مربوط به تحلیل موقعیت گشودگی ۱۴۳
۱-۱-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی مربوط به تحلیل ابعاد گشودگی ۱۴۶
۱-۱-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی مربوط به تحلیل زوایای گشودگی ۱۴۸
۱-۱-۵- مقایسه منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، حاصل از تحلیلهای عددی و تجربی ۱۵۰
۱-۲-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی ۱۹۴
۱-۲-۵- مقایسه منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، حاصل از تحلیلهای عددی و تجربی ۱۹۴
۱-۳-۵- روابط تجربی - عددی ۱۹۹
۱-۳-۵- چند جمله‌ای‌های لاگرانژ ۱۹۹
۲-۳-۵- ضرایب بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی تحت بار فشاری محوری ۲۰۰
۲-۳-۵- ضرایب بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی تحت بار فشاری محوری ۲۰۳

فصل ششم

نتایج و پیشنهادها

۱-۶- نتایج بدست آمده ۲۰۵
۲-۶- پیشنهادات ۲۰۸
مراجع ۲۰۹

فصل اول

مقدمه

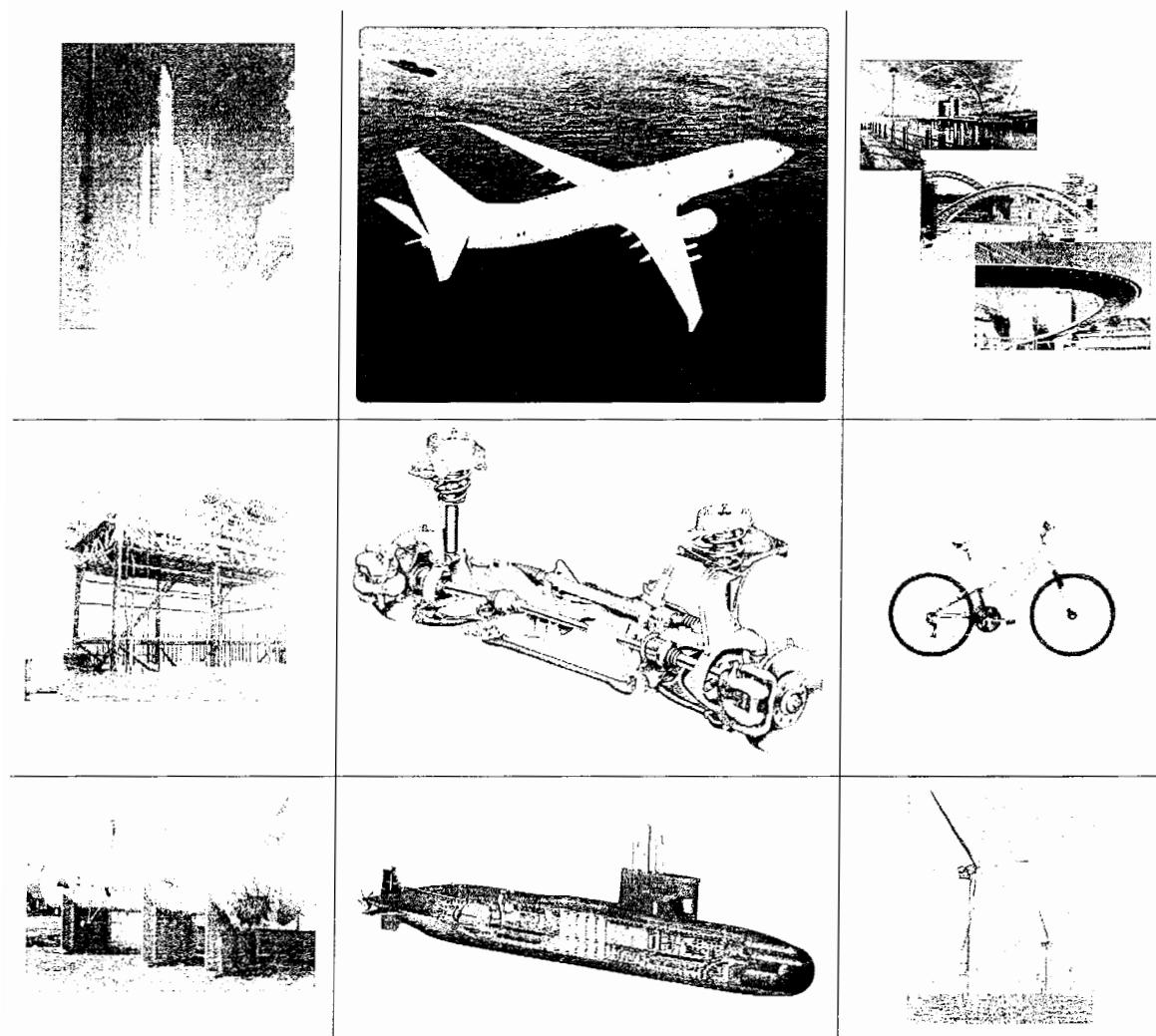
۱-۱- تعریف پوسته‌ها

ورقها و پوسته‌ها سازه‌هایی هستند که شکل اولیه آنها به ترتیب تخت و خمیده می‌باشد و ضخامت آنها نسبت به دو بعد دیگر بسیار کوچکتر است. معیاری که برای تعریف یک ورق یا پوسته نازک بکار برده می‌شود؛ این است که باید نسبت ضخامت به طول ضلع کوچکتر ورق کمتر از $0,05$ باشد. این نسبت در مواردی به کمتر از $0,01$ نیز می‌رسد.

۱-۲- کاربرد پوسته‌ها

امروزه پوسته‌ها و ورقها بخش اعظمی از سازه‌های صنایع مختلف را به خود اختصاص داده‌اند. پوسته‌ها به دلیل وزن کم و مقاومت زیاد کاربرد وسیعی در صنایع دارند. این خواص ناشی از طبیعت هندسی و مادی پوسته است. سازه‌های پوسته‌ای از نظر تحمل بارهای فشاری و ضربه‌ای از بهترین سازه‌ها محسوب می‌شوند و به همین دلیل در طبیعت نیز پوشش اندام گیاهان و جانوران ماهیت پوسته‌ای دارد. با درک ویژگی‌های مهم سازه‌های پوسته‌ای از جمله قدرت تحمل بار، استحکام بالا و

راحتی ساخت، مهندسین همواره از سازه‌های پوسته‌ای در طراحی و ساخت سازه‌های مختلف استفاده می‌کنند. از کاربردهای پوسته‌ها می‌توان در سازه‌های هوایی برای بدنه هواپیماها، روکش بال و دم هواپیما، بدنه موشک و غیره اشاره کرد. استفاده از ورقها و پوسته‌ها در صنایع دیگر نظیر خودروسازی، شناورسازی، مخازن نفت و گاز در صنایع پتروشیمی، خطوط لوله، مخازن نگهداری مایعات و سیلوهای انبار دانه‌های بباتات و غلات، مخازن تحت فشار، سرپوشها یا کله‌گیها، و غیره رایج است. در این تحقیق حالت خاصی از پوسته‌های متقارن محوری یعنی پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی مورد بحث قرار می‌گیرد. همانطور که بیان شد این نوع پوسته‌ها در سازه‌هایی مانند بدنه موشکها، بالگردها، هواپیماها، پایه سکوهای دریایی، کندانسور و دودکش نیروگاهها و تجهیزات ورزشی استفاده فراوان دارند. چند نمونه از کاربردهای پوسته‌های استوانه‌ای در شکل (۱-۱) نشان داده شده است.



شکل ۱-۱- چند نمونه از کاربردهای پوسته‌های استوانه‌ای

این سازه‌ها در طول عمر خود ممکن است تحت بارهای محوری فشاری قرار گرفته و دچار کمانش شوند. به علاوه، این اجزا اغلب در بعضی قسمتها ناپیوستگی‌هایی مانند گشودگی‌ها دارند که این ناپیوستگی‌ها می‌توانند در پایداری سازه‌ها تاثیرگذار باشند. برای طراحی یک پوسته استوانه‌ای تحت بار فشاری لازم است باری که پوسته تحت آن بار کمانش می‌کند، محاسبه شود. کمانش به مفهوم تغییر شکل ناگهانی سازه در برابر بار وارد به آن است. این بار غالباً به صورت فشاری به سازه اعمال می‌گردد. اگرچه برای محاسبه بار کمانش پوسته استوانه‌ای تحقیقات متعددی انجام شده است، ولی تاکنون رابطه دقیقی برای محاسبه بار بحرانی کمانش ارائه نشده است و روابط موجود با کمک فرضیات ساده کننده حاصل شده‌اند. همچنین به علت پیچیدگی معادلات و شرایط مرزی حاکم بر پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی، تا کنون رابطه‌ی دقیقی برای بار کمانش این پوسته‌ها ارائه نشده است و تحقیقات انجام شده در این زمینه، ارائه خواهد شد.

۱-۳- بررسی روش‌های مختلف حل مسئله کمانش پوسته‌ها

استفاده بسیار وسیع از ورقها و پوسته‌ها به عنوان المانهای سازه‌ای باعث شده است که تحقیقات دیرینه و بسیار وسیعی پیرامون آنها انجام شود. تحقیقات به یکی از سه روش زیر استوار هستند:

- ۱- تحقیقات و مطالعات تحلیلی سازه‌ها
- ۲- تحقیقات و مطالعات تجربی سازه‌ها
- ۳- تحقیقات و مطالعات عددی سازه‌ها

امروزه سه روش فوق رایج بوده و گاهی از هر سه روش برای انجام یک تحقیق استفاده می‌شود. حل تحلیلی سازه‌ها، روشی است که بر یک یا چند اصل فیزیکی استوار است؛ که توسط روش‌های ریاضی توسعه داده شده‌اند. این روش حل عمده‌ای برای مسائل و سازه‌های با هندسه‌های ساده و بارگذاری‌ها و شرایط مرزی متقارن جوابهای دقیقی ارائه می‌دهد و حل بسیاری از مسائل ساده در کتابهای منتشر شده موجود است. از روش‌های تحلیلی سازه‌ها می‌توان به تحلیل تنش یک مخزن استوانه‌ای تحت فشار داخلی یا خارجی و یا یک ورق تحت کشش که یک سوراخ در آن ایجاد شده است اشاره نمود. در روش تحلیلی اگر اندکی مسئله از لحاظ هندسه، بارگذاری یا شرایط مرزی

پیچیده شود دست یافتن به جواب دقیق بسیار دشوار و حتی غیر ممکن می‌گردد. در مواردی نیز جوابهای تقریبی برای حل تحلیلی سازه‌ها به دست می‌آید. شاید دلیل تقریبی بودن این جوابهای فرضهای ساده کننده‌ای باشد که برای حل معادلات بکار رفته‌اند. عدم توانایی در حل معادلات دیفرانسیلی که از حل‌های تحلیلی حاصل می‌شوند، از مهمترین مشکلات انجام حل تحلیلی می‌باشد. حل عددی سازه‌ها نیز روش دیگری است که امروزه توسط برنامه‌های قدرتمند اجزای محدود به بازار صنعت آمده است. این روش بسیار ارزان قیمت و مقرر به صرفه است و همواره می‌توان از آن بهره برد. زمانی که استفاده از روش‌های تجربی و آزمایشگاهی گران قیمت و یا غیر ممکن باشد و قادر به انجام حل تحلیلی نیز نباشیم، استفاده از حل عددی می‌تواند کمک زیادی به انجام تحلیل بکند. رایج‌ترین روش عددی که امروزه مورد استفاده مهندسین و محققین قرار می‌گیرد، روش اجزای محدود می‌باشد که بوسیله آن یک سازه پیوسته تبدیل به تعداد محدودی المان سازه‌ای می‌شود. در این زمینه کتابهای بسیار زیادی تألیف و منتشر شده است که بیانگر اهمیت و قابلیت استفاده از این روش در حل مسائل سازه‌ای می‌باشد.

آخرین روش برای حل مسائل سازه‌ای روش آزمایش یا روش تجربی می‌باشد. این روش همواره جواب نهایی مسئله می‌باشد. هیچ گاه نمی‌توان جوابهای حل تحلیلی یا عددی را بر جوابهای حل تجربی ترجیح داد. در بسیاری از مسائل روابط تحلیلی وجود دارند که توسط نتایج آزمایش بهینه شده‌اند. بنابراین اولین معیار مقایسه برای صحت نتایج عددی یا تحلیلی مقایسه با نتایج تجربی می‌باشد. بدست آوردن نتایج تجربی می‌تواند به قیمت بسیار بالایی تمام شود. بنابراین استفاده از آن مستلزم محدودیت در مسائل اقتصادی می‌باشد.

۴-۱- مروری بر تحقیقات انجام شده

مساله کمانش پوسته‌های استوانه‌ای، بیش از یک قرن است که مورد توجه محققین بسیاری قرار گرفته است. در ابتدا محققین روی تعیین بار کمانش در محدوده الاستیک خطی متمرکز شده بودند، اما به سرعت دریافتند که بار کمانش بدست آمده از مشاهدات تجربی بیشتر است. تحقیقات تجربی [۶] و [۷] ثابت کرد که ظرفیت کمانش پوسته‌های استوانه‌ای نازک بسیار کمتر از مقدار پیش‌بینی شده توسط تئوری کلاسیک است [۸].

از تئوری کلاسیک می‌توان برای پیش‌بینی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای نازک تحت بار فشاری محوری یکنواخت، با بکار بردن فرمول زیر، استفاده کرد:

$$N_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{t^2}{R} \right) \quad (1-1)$$

که در آن N ، نیروی محوری بر واحد محیط مقطع استوانه، E مدول یانگ، ν نسبت پواسون، t ضخامت پوسته و R شعاع پوسته است. باید توجه داشت که این معادله، برای پوسته‌های نازک بدون گشودگی با $5 \leq L/R$ ، جواب مناسبی می‌دهد [۹]. این معادله برای پوسته‌های با ضخامت متوسط ($50 < R/t$) نیز اغلب مقداری بیشتر از بار کمانش واقعی را نشان می‌دهد به طوری که پوسته قبل از رسیدن به این بار دچار کمانش می‌شود. باید توجه کرد که معادله (۱-۱) فقط برای پوسته‌هایی که از مواد الاستیک و ایزوتروپ ساخته شده باشند بکار می‌رود.

[۱۰] توزیع تنش را حول یک سوراخ برای یک پوسته استوانه‌ای با گشودگی تحت بارگذاری محوری، پیچشی و فشار داخلی بدست آورد.

[۱۱] مطالعه تجربی روی تاثیر گشودگی دایره‌ای در کمانش پوسته‌های استوانه‌ای Tennyson تحت فشار محوری با نسبت شعاع به ضخامت ۳۳۱ تا ۱۶۲ انجام داد. او بار کمانش تجربی بدست آمده را با نتایج تحلیلی Van Dyke مقایسه نمود و از جمله مقالاتی است که آزمایشات عملی روی استوانه‌های دارای گشودگی انجام داده است.

[۱۲] تاثیر گشودگی‌های مستطیلی تقویت شده روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای را بررسی نموده و ضمناً نتایج تجربی پوسته‌های دارای گشودگی، با و بدون تقویت کننده را با نتایج حاصل از برنامه کامپیوتی STAGS مورد مقایسه قرار داد.

[۱۳] یک مطالعه تجربی روی پوسته‌های استوانه‌ای در محدوده $R/t \leq 150$ با دو ۷۵ گشودگی دایره‌ای مقابل هم انجام داد.

[۱۴] نیز یک مطالعه تجربی روی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی مدور تحت فشار محوری انجام داد. نسبت شعاع به ضخامت پوسته‌ها در این مطالعه از ۴۰۰ تا ۹۶۰ و نسبت شعاع گشودگی به شعاع پوسته از ۵,۰ تا ۵ در نظر گرفته شده بود. بر پایه تجربیات بدست آمده از آزمایشات، او مسئله کمانش را خطی سازی کرد و یک حد بالا برای بار کمانش بوسیله روش

Reyleigh-Ritz بدست آورد. نتایج نشان داد که شعاع گشودگی تعیین کننده رفتار کمانش پوسته است.

- [۱۵]، يازده پوسته استوانه‌ای جدار نازک از جنس آلومینیوم با گشودگی- های مستطیلی و تقویت کننده‌های مختلف که روی هفت نمونه آزمایش نصب شده بود را مورد آزمایش قرار دادند. بار کمانش پوسته‌های تقویت شده با بار کمانش پوسته‌های بدون تقویت کننده مقایسه شد. همچنین نتایج بدست آمده از آزمایشات با نتایج حاصل از برنامه کامپیوتري STAGS مقایسه شد. مشاهده شد که برای پوسته‌های استوانه‌ای نازک با گشودگی‌های کوچک و متوسط، تقویت کننده سودمند نیست مگر اینکه طول پوسته زیاد باشد. همچنین در این مطالعه شکل مناسب تقویت کننده‌ها برای پوسته‌های استوانه‌ای متفاوت و گشودگی‌های با ابعاد مختلف مورد بحث قرار گرفته و پیشنهاداتی برای طراحی اینگونه سازه‌ها ارائه شده است.

[۱۶]، نتایج تجربی را برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی مدور در اندازه‌های مختلف بدست آورد.

Almorth و همکارانش [۱۷] یک تحلیل غیرخطی پیچیده برای پوسته‌های استوانه‌ای تحت فشار محوری با دو گشودگی دایره‌ای مقابل هم انجام دادند. آنها نشان دادند که نتایج عددی بدست آمده با نتایج تجربی بدست آمده توسط Starnes مطابقت خوبی دارد.

[۱۸] یک تحقیق تجربی و عددی دیگر در مورد تاثیر گشودگی‌های دایره‌ای، مربعی و مستطیلی روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت فشار محوری انجام داد.

Susumu Toda [۱۹] تاثیر گشودگی‌های بیضوی و مستطیلی شکل روی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای نازک تحت بار فشاری محوری را به طور تجربی مطالعه کرد. آزمایشات روی پوسته‌هایی با شعاع ۴ اینچ، ضخامت ۱۰،۰۵ و ۱۰ اینچ از جنس پلی استر انجام شد. گشودگی‌های بیضوی دو طرفه با مساحت‌های متغیر در میانه پوسته‌ها ایجاد شده بودند. و نسبت طول محور اصلی به محور فرعی بیضی‌ها ۱،۱،۵ و ۲ در نظر گرفته شده بود. نتایج آزمایشها با نتایج تجربی Starnes و تحلیل‌های عددی Almorth مقایسه شد. همچنین مشاهده شد که شکل گشودگی‌ها با مساحت یکسان تاثیر اندکی روی بار کمانش پوسته استوانه‌ای دارد و رفتار کمانش پوسته تحت تاثیر پارامتر

$a = (A/\pi R t)^{0.5}$ قرار دارد. در حالیکه R و t به ترتیب شعاع و ضخامت پوسته و A مساحت گشودگی است. فرض شد که مدول یانگ و نسبت پواسون به ترتیب: $7.25 \times 10^5 \text{ psi}$ و 0.3 باشند. برای مقادیر a کمتر از 5.0 گشودگی‌ها تاثیر محسوسی روی بار کمانش نداشتند و پوسته‌ها بالگوی الماسی شکل کمانش کردند. او همچنین یک مطالعه تحلیلی ساده بر پایه تحلیل تنش وان-دایک^۱ انجام داد و یک فرمول طراحی تجربی، که یک حد پایین برای داده‌های تجربی محسوب می‌شد، ارائه داد. رابطه ارائه شده به صورت زیر است:

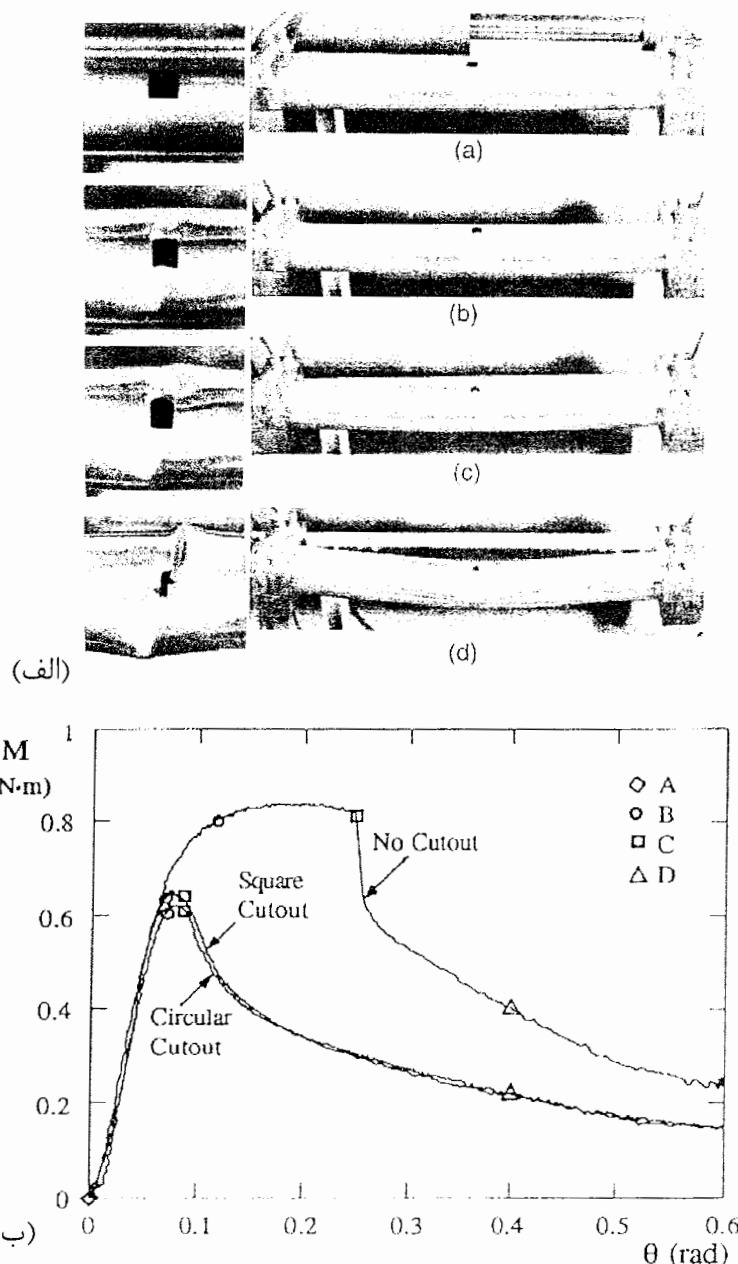
$$\frac{N}{N_{cl}} = \left(\frac{N}{N_{cl}} \right)_0 \left(e^{-\sqrt{\frac{a}{3}}} + 0.01a \right) \quad (2-1)$$

که در این رابطه N بار اعمال شده و N_{cl} بار کمانش پوسته دارای گشودگی است. همچنین $(N/N_{cl})_0$ ، متوسط مقادیر تجربی بدست آمده برای پوسته‌های بدون گشودگی است. Toda [۲۰] یک مطالعه تجربی روی پوسته‌های استوانه‌ای با سوراخ دایره‌ای تحت فشار محوری انجام داد. او همچنین با قرار دادن صفحه‌های حلقوی اطراف گشودگی تاثیر تقویت کننده‌ها را روی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی دایروی مورد بررسی قرار داد. پوسته‌هایی که او مورد آزمایش قرار داد از جنس پلی استر با نسبت شعاع به ضخامت 100 و 400 با دو سوراخ مقابله‌های انتخاب شده بود. مشاهده شد که اگر سوراخ‌ها به اندازه کافی کوچک باشند تاثیر محسوسی روی مقاومت کمانش پوسته استوانه‌ای ندارند. با این وجود گشودگی‌های بزرگ‌تر باعث افت چشمگیری در بار کمانش می‌شوند. وقتی تقویت کننده‌ها اطراف سوراخ‌ها قرار داده شدند، مشاهده شد که با افزایش حجم تقویت کننده‌ها بار کمانش، به بار کمانش پوسته‌های بدون گشودگی نزدیک می‌شود.

در سال ۱۹۹۸ [۷] به طور تجربی و عددی تاثیر گشودگی‌های مربعی، مستطیلی و دایروی، روی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای نازک تحت بار فشاری محوری را بررسی کرد و یک رابطه پارامتری بین شکل و ابعاد گشودگی‌ها ارائه داد. همچنین تاثیر موقعیت و تعداد گشودگی‌ها نیز مورد مطالعه قرار گرفت. نرم افزار اجزای محدود بکار گرفته شده برای تحلیلهای عددی CASTEM2000 بود که توسط کمیسیون انرژی اتمی فرانسه ایجاد شده بود. نتایج نشان داد که بار بحرانی به زاویه گشودگی یا اندازه گشودگی در جهت محیطی حساس است و تابع (بار بحرانی - زاویه گشودگی) برای

^۱ Van Dyke's Stress Analysis

یک نمونه از منحنی‌های ممان – چرخش انتهایی بدست آمده در این تحقیق به همراه تصویر نمونه مورد آزمایش مربوطه، در شکل (۱-۳) نشان داده شده است.



شکل ۱-۳- (الف) تغییر شکل نمونه تحت ممان خمشی. ب) منحنی ممان – چرخش انتهایی بدست آمده از آزمایش برای نمونه نشان داده شده [۲۱]

مطالعات تجربی و عددی انجام شده روی کمانش پوسته‌های کامپوزیتی دارای نقص اولیه [۲۲] نشان می‌دهند که تحلیل کمانش خطی (مقادیر ویژه)، مقدار بار کمانش را کمتر از مقادیر تجربی

بدست می‌دهد. با توجه به توضیحات قبلی اهمیت تحلیلهای غیر خطی و تست‌های تجربی در پیش‌بینی رفتار کمانش پوسته‌ها مشخص می‌شود.

Hilburger [۲۳] و همکارانش رفتار کمانش پنلهای استوانه‌ای کامپوزیتی نازک با گشودگی دایروی مرکزی را بررسی کردند. در این مطالعه تاثیر ابعاد گشودگی، انحنای پنل و نقص‌های هندسی اولیه مورد بررسی قرار گرفت و نتایج عددی با نتایج تجربی مقایسه شد. پارامترهای هندسی در نظر گرفته شده در این تحقیق، $D/t = 390$ ، $L/D = 1$ ، $25, 4, 12, 7$ و $38, 1$ میلیمتر را مطالعه کردند. در این تحقیق، نرم افزار اجزای محدود STAGS که از روش استاندارد arc-length projection استفاده می‌کند، بکار گرفته شد. نتایج نشان داد که افزایش ابعاد گشودگی باعث کاهش سختی موثر پنل قبل از کمانش می‌شود و نیز بار کمانش پنلهای با نسبت قطر گشودگی به عرض پنل کوچک، به نقص‌های هندسی اولیه حساس ترند. و همچنین مشاهده شد که نتایج تحلیلهای غیر خطی بسیار دقیق‌تر از تحلیلهای سنتی خطی است.

به طور مشابه Tafreshi [۲۴] نیز مطالعات عددی را روی رفتار کمانش و پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی هشت لایه $[s \pm 45, 0, 90]$ ، با گشودگی مستطیلی، تحت بارهای فشاری محوری و فشار داخلی با استفاده از نرم افزار ABAQUS انجام داد. او تاثیر اندازه و جهت گشودگی‌ها را مطالعه کرد و دریافت که افزایش فشار داخلی موجب افزایش ظرفیت تحمل در برابر کمانش می‌شود. همچنین بار کمانش با افزایش ابعاد گشودگی کاهش می‌یابد و برای گشودگی‌های با سطح مقطع یکسان، گشودگی با عرض بزرگتر (در جهت مقطع استوانه) بار کمانش کمتری را نتیجه می‌دهد.

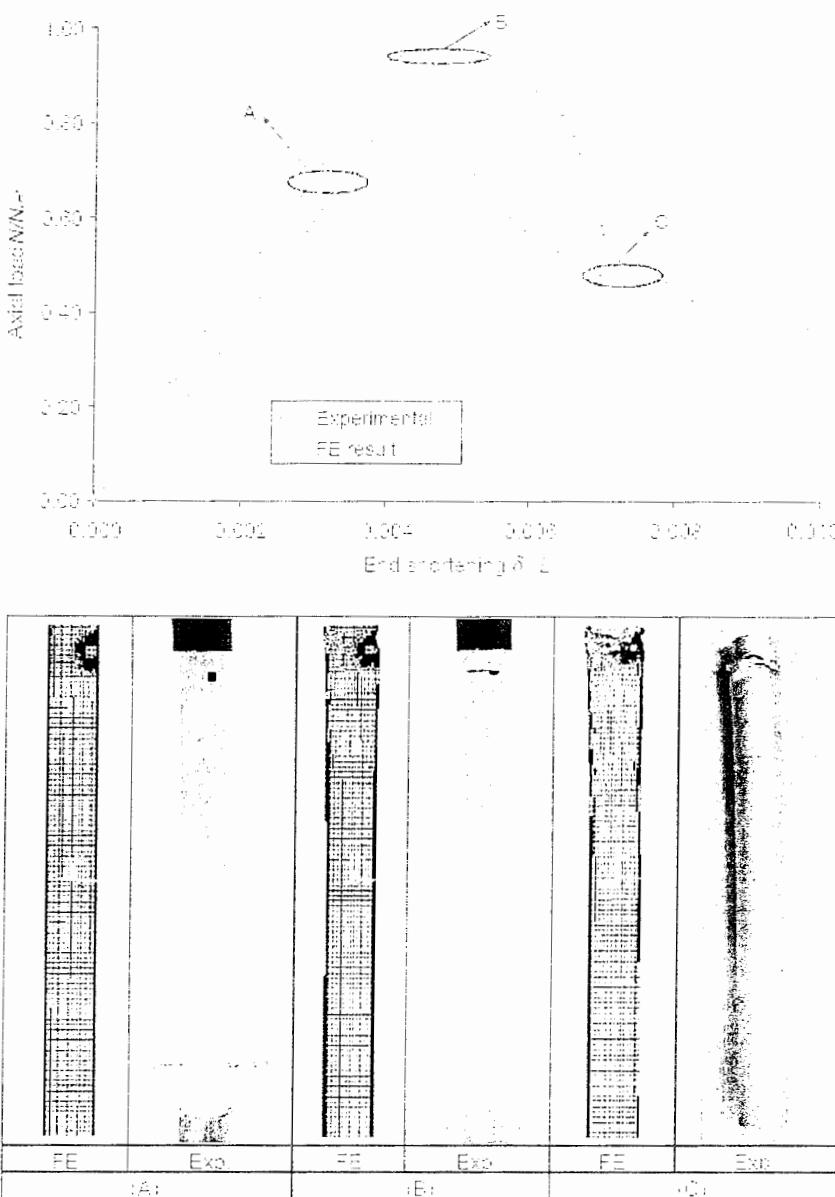
Shu [۲۵] بار حدی پلاستیک را برای لوله‌های جدار نازک با ترکهای محیطی سطحی، داخلی و دررو تحت بار محوری کششی، فشار داخلی و ممان خمشی نامتقارن بدست آورد و همچنین فرمولهایی برای ترکیبی از بارهای فوق ارائه نمود.

رحیمی و پورسعیدی [۱] استحکام پلاستیک پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی‌های مدور و مستطیلی، تحت بارهای محوری فشاری، خمشی و ترکیبی از آنها را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق از روش المان محدود و بکارگیری نرم افزارهای ABAQUS و PATRAN استفاده شد.

آنها پارامترهای مختلفی از قبیل شکل، تعداد و اندازه گشودگی و همچنین تاثیر فاصله گشودگی از انتهای پوسته و تاثیر تقویت اطراف گشودگی را بررسی کردند. نتایج بدست آمده نشان داد که وجود گشودگی باعث کاهش استحکام خمشی و بار بحرانی پوسته استوانه‌ای می‌شود. افزایش طول گشودگی مستطیلی در جهت طول استوانه تاثیر خیلی کمی در کاهش استحکام سازه دارد ولی با افزایش شعاع گشودگی مدور و عرض گشودگی مستطیلی در جهت محیطی، کاهش استحکام استوانه قابل توجه می‌باشد و تاثیر گشودگی مستطیلی اندکی نیز بیشتر از گشودگی مدور است. بعلاوه، ممان خمشی حدی پوسته استوانه‌ای با یک گشودگی در حالتی که گشودگی در سمت فشار یا کشش قرار دارد، دارای مینیمم مقدار است و با تغییر موقعیت گشودگی به سمت محور خنتی، به مقدار ماکزیمم می‌رسد.

همچنین مشاهده شد پوسته‌های جدار نازک در مقایسه با پوسته‌های جدار ضخیم، استحکام آنها با انجام تقویت بیشتر افزایش می‌یابد. بعلاوه با افزایش تعداد گشودگی‌ها، استحکام تقریباً به صورت خطی کاهش می‌یابد.

[۲۶] Haipeng Han و همکارانش با استفاده از تحلیلهای عددی غیر خطی و به کمک نرم افزار ANSYS، تاثیر ابعاد و موقعیت گشودگی‌های مربعی روی پوسته‌های استوانه‌ای با ضخامت‌های کم و متوسط، ($D/t = 45,450$) و طولهای مختلف، ($L/D = 2,5,10$) را بررسی کردند. همچنین به کمک آزمایشات تجربی توسط یک دستگاه آزمایش INSTRON، نتایج تجربی بدست آمده برای پوسته‌های با ضخامت متوسط را با نتایج عددی مقایسه نمودند. مشاهده شد که نتایج تجربی و عددی مطابقت خوبی دارند. نتایج بدست آمده نشان داد که موقعیت و اندازه گشودگی می‌تواند تاثیر مهمی روی ظرفیت کمانش پوسته‌های استوانه‌ای داشته باشد. به علاوه مشخص شد هنگامی که گشودگی در میانه پوسته قرار دارد، پوسته دچار خمش کلی می‌شود؛ اما هنگامی که گشودگی نزدیک لبه پوسته قرار می‌گیرد، کمانش موضعی به وقوع می‌پیوندد. یک نمونه از منحنی‌های بار – جابجایی انتهایی همراه با نمونه مورد آزمایش در این تحقیق در شکل (۴-۱) نشان داده شده است.



شکل ۱-۴- مقایسه نتایج تجربی و عددی برای نمونه‌ای با نسبت $L/D = 10$, $D/t = 45$. [۲۶]

آنها در نهایت روابط پارامتری را براساس نتایج بدست آمده از تحلیل‌های عددی و تجربی و به کمک روش رگرسیون حداقل مربعات، ارائه دادند. روابط بدست آمده به صورت زیر است:

$$K_d = \frac{N_{\text{cutoff}}}{N_{\text{Perfect}}} \quad (3-1)$$

$$K_d(\alpha, \beta) = 1.24 - 0.102\alpha - 0.720\beta + 0.00677\alpha^2 - 0.0147\alpha\beta + 0.485\beta^2 \quad (4-1)$$

$$K_d(\beta, \gamma) = 1.12 - 0.60\beta - 1.14\gamma - 0.26\beta^2 + 1.56\gamma^2 + 0.90\beta^3 - 0.631\gamma^3 \quad (5-1)$$

$$K_d(\alpha, \beta) = 0.472 - 0.0454\alpha - 0.281\beta + 0.00349\alpha^2 - 0.0498\alpha\beta + 0.833\beta^2 \quad (6-1)$$

$$K_d(\alpha, \beta) = 1.27 - 0.0363\alpha - 4.71\beta - 0.046\alpha\beta + 6.55\beta^2 \quad (7-1)$$

$$K_d(\beta, \gamma) = 0.360 - 1.48\beta + 0.064\gamma + 2.07\beta^2 + 0.914\beta\gamma - 1.45\beta^2\gamma \quad (8-1)$$

در این روابط N_{cutout} ، بار کمانش پوسته دارای گشودگی، $N_{Perfect}$ ، بار کمانش پوسته بدون گشودگی، $\gamma = L_0/L$ طول پوسته، D قطر پوسته، a اندازه ضلع مربع و L/D ، $\alpha = L/D$ ، $\beta = a/D$ و $\alpha = L/D$ ، $\beta = a/D$ فاصله مرکز گشودگی از لبه پوسته است.

رابطه (۱-۴)، برای پوسته‌های با ضخامت متوسط با گشودگی در میانه پوسته، رابطه (۱-۵)، برای پوسته‌های با ضخامت متوسط و طول بلند با گشودگی در موقعیت‌های مختلف، روابط (۱-۶) و (۱-۷) به ترتیب، برای پیش‌بینی بارهای کمانش اول و دوم پوسته‌های نازک، با گشودگی در میانه پوسته و رابطه (۱-۸) برای پیش‌بینی بار کمانش پوسته‌های نازک و بلند، با گشودگی در موقعیت‌های مختلف، استفاده می‌شود.

فصل دوم

مروری بر تئوری‌های کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

۱-۲- نمونه‌ای از معادلات حاکم بر پوسته‌های استوانه‌ای

تجزیه و تحلیل پوسته‌های نازک غالباً مبتنی بر دو نظریه متمایز است که بسیار کاربرد دارد. اولی نظریه غشایی است که معمولاً به بخش عمدت‌های از کل پوسته اعمال می‌شود که مطابق آن یک غشا^۱ را خواه مسطح و خواه خمیده، جسمی می‌دانند که دارای همان شکل ورق یا پوسته انعطاف پذیر دو بعدی است؛ جز اینکه می‌تواند در برابر فشار نیز مقاومت کند. نظریه دوم نظریه خمی^۲ یا نظریه عمومی است که شامل تأثیرات خمی می‌شود. نظریه خمی عموماً مشتمل بر یک حل غشایی است که در نواحی دارای تأثیرات انقطاعی برجسته تصحیح شده است. بنابراین هدف این نظریه بهبود حل غشایی نیست، بلکه آنالیز تنشهای و کرنش‌های ناشی از نیروهای لبه‌ای یا بارگذاری‌های مرکز است که نظریه غشایی محض نمی‌تواند آن را انجام دهد. شایان توجه است که نیروهای غشایی مستقل از خمی باشد و به طور کامل با شرایط تعادل استاتیکی تعریف می‌گردد و چون هیچ گونه خواص

¹ membrane

² bending theory

ماده در استخراج این نیروها بکار گرفته نمی‌شود، بنابراین نظریه غشایی برای همه پوسته‌ها، از هر ماده‌ای ساخته شده باشد، قابل اعمال است [۲]. از تئوری غشایی به تنها یعنی نمی‌توان برای حل مسائل کمانش پوسته‌ها استفاده کرد و باید روابط حاصل از تئوری خمشی را بکار گرفت.

در این بخش به منظور آشنایی با معادلات حاکم بر کمانش پوسته‌های استوانه‌ای، شکل گیری یکی از پر کاربردترین معادلات حاکم بر کمانش پوسته‌ها (معادلات دانل) ارائه شده است. اگرچه ساده‌سازی معادلات تا حدی دامنه کاربرد آنها را محدود می‌کند، ولی معادلات دانل اساس اغلب آنالیزهای پایداری پوسته‌های استوانه‌ای در کتب و مقالات را تشکیل می‌دهد. این معادلات برای پنهانی استوانه‌ای که پیش از تغییر شکل نسبتاً مسطح باشند و برای پوسته‌های استوانه‌ای کامل جوابهای خوبی ارائه می‌کند [۳].

معادلات مشابهی توسط فلاگ^۱ و سندرز^۲ برای کمانش پوسته‌ها تحت بارگذاری‌های مختلف ارائه شده است [۲۸]. ولی در اینجا، به عنوان نمونه و به طور مختصر، معادلات دانل و روش حل این معادلات برای پوسته‌های استوانه‌ای کامل ارائه شده و مشکلات استفاده از این معادلات برای پوسته‌های دارای گشودگی مورد بحث قرار گرفته است.

۲-۱-۱- تئوری دانل

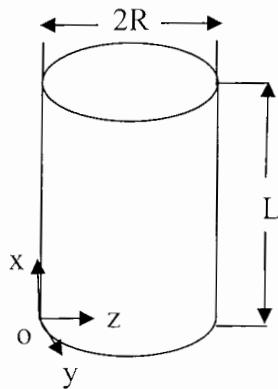
تئوری غیر خطی دانل برای پوسته‌های استوانه‌ای با مقطع دایروی به وسیله دانل در سال ۱۹۳۳ در ارتباط با تحلیل کمانش پیچشی لوله‌های جدار نازک بنا نهاده شد. به علت سادگی نسبی و دقت عملی، این تئوری به طور گسترده‌ای برای تحلیل مسائل کمانش و پس کمانش به کار گرفته شده است. در ادامه نحوه استخراج معادلات دانل و بکارگیری این معادلات برای مسئله کمانش پوسته‌های استوانه‌ای ارائه می‌شود [۲۷].

یک پوسته استوانه‌ای دایره‌ای شکل با شعاع R ، طول L و ضخامت h که از یک ماده همگن، الاستیک و ایزوتروپ تشکیل شده است را در نظر بگیرید. مدول یانگ E و نسبت پواسون ν است.

¹ Flugg

² Sanders

دستگاه مختصات در امتداد صفحه میانی پوسته قرار داده شده است (شکل ۱-۲). جابجایی‌ها با U , V و W به ترتیب در جهات x , y و z نشان داده شده‌اند.



شکل ۱-۲- هندسه پوسته و دستگاه مختصات

تئوری دانل بر پایه فرضیات زیر بنا نهاده شده است:

$$1 - \frac{h}{R} \ll 1, \quad \frac{h}{L} \ll 1$$

۲- کرنش ϵ به اندازه کافی کوچک است: $1 \gg \epsilon$ و قانون هوک صادق است.

۳- خطوط مستقیم که قبل از تغییر شکل عمود بر صفحه میانی هستند، مستقیم و عمود بر صفحه میانی تغییر شکل یافته باقی می‌مانند بدون اینکه طول آنها تغییر کند.

۴- تنش نرمال عمود بر صفحه میانی (تنش شعاعی) در مقایسه با تنש‌هایی که در صفحه عمل می‌کنند، ناچیز است.

۵- تا وقتی که W از مرتبه ضخامت پوسته است، جابجایی‌های U و V بی‌نهایت کوچکند. بنابراین:

$$\begin{aligned} |W| &= O(h) \\ |V| &\ll h, \quad |U| \ll h \end{aligned} \tag{۱-۲}$$

۶- مشتقات W کوچک هستند؛ اما مرتعاشان و منتجه‌های آنها از مرتبه کرنشی هستند که در اینجا بررسی می‌شود. بنابراین:

$$\left\{ \left| \frac{\partial W}{\partial x} \right|, \left| \frac{\partial W}{\partial y} \right| \right\} \ll 1, \quad \left\{ \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2, \left| \frac{\partial W}{\partial x} \cdot \frac{\partial W}{\partial y} \right|, \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \right\} = o(\epsilon) \tag{۲-۲}$$

۷- تغییر انحنا کوچک است و تاثیر U و V در آن ناچیز است. بنابراین، انحنای را می‌توان با یک تابع خطی از W نشان داد. فرضهای ۳ و ۴، فرضیات Krichhoff را تشکیل می‌دهند. در حالی که فرضیات ۵ تا ۷ به تقریب‌های قابل اجرا برای پوسته کم عمق، برای جابجای‌های تحت تاثیر جابجای نرمال W مربوط می‌شوند. بر پایه این فرضیات روابط کرنش – جابجای زیر را داریم [۲۷]:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} + z\kappa_x, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{y0} + z\kappa_y, \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy0} + z\kappa_{xy} \quad (3-2)$$

$$\varepsilon_{x0} = U_{,x} + \frac{1}{2}W^2_{,x}, \quad \varepsilon_{y0} = V_{,y} - R^{-1}W + \frac{1}{2}W^2_{,y}, \quad \gamma_{xy0} = U_{,y} + V_{,x} + W_{,x}W_{,y} \quad (4-2)$$

$$\kappa_x = -W_{,xx}, \quad \kappa_y = -W_{,yy}, \quad \kappa_{xy} = -2W_{,xy} \quad (5-2)$$

در زیر نویسها علامت گاما نشانه مشتقات جزئی است. روابط تنش – کرنش به صورت زیر است:

$$E\varepsilon_x = \sigma_x - v\sigma_y, \quad E\varepsilon_y = \sigma_y - v\sigma_x, \quad \frac{E}{2(1+v)}\gamma_{xy} = \tau_{xy}, \quad (6-2)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-v^2}(\varepsilon_x + v\varepsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{1-v^2}(\varepsilon_y + v\varepsilon_x), \quad \tau_{xy} = G\gamma_{xy} \quad (7-2)$$

اکنون منتجه‌های تنش و ممانها بر واحد طول در امتداد مقاطع x = const. و y = const. به صورت

زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} (N_x, N_{xy}, Q_x) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}) dz \\ (N_{yx}, N_y, Q_y) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{yx}, \sigma_y, \tau_{yz}) dz \\ (M_x, M_{xy}) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \tau_{xy}) z dz \\ (M_{yx}, M_y) &= \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{yx}, \sigma_y) z dz \end{aligned} \quad (8-2)$$

با جایگذاری تنشهای داریم:

$$N_x = J(\varepsilon_{x0} + v\varepsilon_{y0}), \quad N_y = J(\varepsilon_{y0} + v\varepsilon_{x0}), \quad N_{xy} = N_{yx} = J \frac{1-v}{2} \lambda_{xy0} \quad (9-2)$$

$$M_x = D(\kappa_x + v\kappa_y), \quad M_y = D(\kappa_y + v\kappa_x), \quad M_{xy} = M_{yx} = D \frac{1-v}{2} \kappa_{xy} \quad (10-2)$$

J، سختی کششی^۱ و D، سختی خمشی^۲ است، که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

¹ extensional rigidity

² flexural rigidity

$$J = \frac{Eh}{1-v^2}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)}, \quad (11-2)$$

اکنون باید معادلات پایه را از طریق قانون تغییرات استخراج کنیم. انرژی کرنشی الاستیک با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \int_{h/2}^{h/2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz = \quad (12-2)$$

$$\frac{E}{2(1-v^2)} \int_0^L \int_0^{2\pi R} \int_{h/2}^{h/2} (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2v\varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1-v}{2} \gamma_{xy}^2) dx dy dz$$

با فرض نیروهای پایستار انرژی پتانسیل نیروهای خارجی را می‌توان از فرمول زیر محاسبه کرد:

$$V_f = - \int_0^L \int_0^{2\pi R} (P_x U + P_y V + P W) dx dy - \int_0^{2\pi R} [P_x^* U + P_y^* V + P_z^* W - M_x^* W_{,x}]_{x=0}^{x=L} dy \quad (13-2)$$

در حالی که P, P_x, P_y به ترتیب مولفه‌های y ، x و z نیروهای توزیع شده بر واحد سطح پوسته هستند. P_z^*, P_y^*, P_x^* مولفه‌های نیروهای خارجی و M_x^* ممان خمشی خارجی هر کدام بر واحد طول هستند که در امتداد لبه‌ها اعمال شده‌اند. انرژی پتانسیل نهایی $\pi(U, V, W)$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\pi = U_e + V_f \quad (14-2)$$

هنگامی که پوسته در حال تعادل باشد، انرژی پتانسیل نهایی در طی یک جابجایی مجازی هماهنگ با قیود هندسی توصیف شده در امتداد مرزها یک مقدار ثابت فرض می‌شود. بنابراین داریم:

$$\delta\pi = \delta U_e + \delta V_f = 0 \quad (15-2)$$

در حالی که:

$$\begin{aligned} \delta U_e &= \int_0^L \int_0^{2\pi R} \int_{h/2}^{h/2} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy}) dx dy dz = \\ &\int_0^L \int_0^{2\pi R} (N_x \delta \varepsilon_{x0} + N_y \delta \varepsilon_{y0} + N_{xy} \delta \gamma_{xy0} + M_x \delta \kappa_x + M_y \delta \kappa_y + M_{xy} \delta \kappa_{xy}) dx dy \end{aligned} \quad (16-2)$$

$$\delta V_f = - \int_0^L \int_0^{2\pi R} (P_x \delta U + P_y \delta V + P \delta W) dx dy - \int_0^{2\pi R} [P_x^* \delta U + P_y^* \delta V + P_z^* \delta W - M_x^* \delta W_{,x}]_{x=0}^{x=L} dy \quad (17-2)$$

با کمک تئوری گاوس، شرط (۱۵-۲) به فرم معادله زیر تبدیل خواهد شد:

$$\int_0^L \int_0^{2\pi R} (L_1 \delta U + L_2 \delta V + L_3 \delta W) dx dy + \int_0^{2\pi R} [B_1 \delta U + B_2 \delta V + B_3 \delta W + B_4 \delta W]_{x=0}^{x=L} dy = 0 \quad (۱۸-۲)$$

بنابراین با قرار دادن $L_i = 0$, ($i = 1, 2, 3$) معادلات تعادل به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} + P_x &= 0 \\ N_{xy,x} + N_{y,y} + P_y &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + R^{-1}N_y + (N_x W_{,x} + N_{xy} W_{,y})_{,x} + (N_{xy} W_{,x} + N_y W_{,y})_{,y} + P &= 0 \end{aligned} \quad (۱۹-۲)$$

معادله آخر را به فرم زیر می‌توان نوشت:

$$D\nabla^4 W - R^{-1}N_y - N_x W_{,xx} - 2N_{xy} W_{,xy} - N_y W_{,yy} - P + P_x W_{,x} + P_y W_{,y} = 0 \quad (۲۰-۲)$$

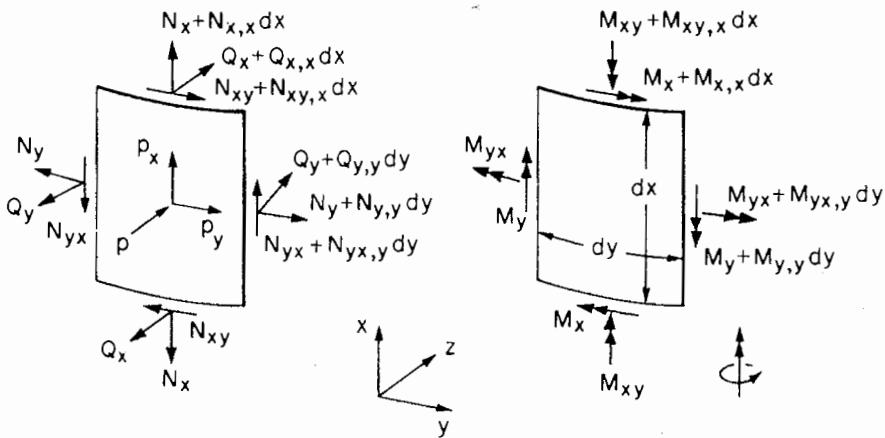
که در آن،

$$\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 \quad (۲۱-۲)$$

شرایط مرزی طبیعی در امتداد مرز با $B_i = 0$, ($i = 1 \dots 4$) داده خواهد شد، در جایی که جابجایی-ها و/یا چرخش‌ها مشخص نیستند. بنابراین شرایط مرزی مناسب در امتداد $x = 0$ و $x = L$ را می‌توان با روابط زیر تعیین کرد:

$$\begin{aligned} N_x &= P_x^* \quad or \quad U = U^* \\ N_{xy} &= P_y^* \quad or \quad V = V^* \\ M_{x,x} + 2M_{xy,y} + N_x W_{,x} + N_{xy} W_{,y} &= P_z^* \quad or \quad W = W^* \\ M_x &= M_x^* \quad or \quad W_{,x} = W_x^* \end{aligned} \quad (۲۲-۲)$$

در حالی که W_x^*, W^*, V^*, U^* به ترتیب مقادیر مولفه‌های جابجایی و چرخش در امتداد مرز هستند. شرایط مرزی مختلف با انتخاب یک شرط از هر جفت از معادلات (۲۲-۲) تشکیل می‌شود. باید اضافه کرد که معادلات (۱۹-۲) و (۲۰-۲) را می‌توان با آزمودن تعادل یک المان بینهایت کوچک بعد از تغییر شکل بدست آورد. جهت مثبت نیروها و ممانها مطابق شکل (۲-۲) است.



شکل ۲-۲- نیروها و ممانهای عمل کننده روی المان پوسته [۲۷]

شرط تعادل گشتاورها حول محورهای x و y معادلات زیر را نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} Q_x &= M_{x,x} + M_{yx,y} = -D \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 W, \\ Q_y &= M_{xy,x} + M_{y,y} = -D \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 W, \end{aligned} \quad (23-2)$$

تعادل نیروها در جهت x و y همراه با معادلات بالا منجر به همان نتایج قبلی می‌شود.

معادلات تعادل (۱۹-۲) و شرایط مرزی بدست آمده، معادلات پایه دائل برای تحلیل پوسته‌های

استوانه‌ای با تغییر شکلهای بزرگ و محدود است.

برای حالتی که $P_x = P_y = 0$ ، دو معادله اول (۱۹-۲) با بکار بردنتابع تنش F به صورت زیر

ارضاء می‌شوند:

$$N_x = F_{,yy}, \quad N_y = F_{,xx}, \quad N_{xy} = -F_{,xy} \quad (24-2)$$

روابط زیر از معادله (۹-۲) بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} Eh[U_{,x} + 0.5W^2_{,x}] &= N_x - vN_y = F_{,yy} - vF_{,xx} \\ Eh[V_{,y} - R^{-1}W + \frac{1}{2}W^2_{,y}] &= N_y - vN_x = F_{,xx} - vF_{,yy} \end{aligned} \quad (25-2)$$

$$Eh(U_{,y} + V_{,x} + W_{,x}W_{,y}) = 2(1+v)N_{xy} = -2(1+v)F_{,xy}$$

با حذف U و V، معادله سازگاری به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\nabla^4 F + Eh(R^{-1}W_{,xx} - W^2_{,xy} + W_{,xx}W_{,yy}) = 0 \quad (26-2)$$

معادله تعادل (۲۰-۲) به صورت زیر نوشته می‌شود :

$$D\nabla^4 W - R^{-1} F_{,xx} - F_{,yy} W_{,xx} + 2F_{xy} W_{,xy} - F_{,yy} W_{,yy} - P = 0 \quad (27-2)$$

معادلات (۲۶-۲) و (۲۷-۲) یک شکل دیگر از معادلات پایه دانل با دوتابع مجهول F و W را ارائه می‌کنند که در مسائل عملی سازگاری بیشتری نسبت به معادلات (۱۹-۲) دارند. در نهایت باید متذکر شد که در حالتی که R بی‌نهایت شود، این معادلات به معادلات شناخته شده کارمان^۱ برای خیزهای بزرگ ورقهای نازک تبدیل می‌شوند.

برای حالتی که $P_x = P_y = 0$ ، معادلات غیر خطی دانل به شکل زیر تبدیل می‌شوند:

$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} &= 0 \\ N_{xy,x} + N_{y,y} &= 0 \\ D\nabla^4 W - R^{-1} N_y - N_x W_{,xx} - 2N_{xy} W_{,xy} - N_y W_{,yy} - P &= 0 \end{aligned} \quad (28-2)$$

معادلات خطی متناظر با معادلات (۲۸-۲)، به طور ساده از حذف همه عبارتهای مرتبه دوم و بالاتر U ، V و W بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} &= 0 \\ N_{xy,x} + N_{y,y} &= 0 \\ D\nabla^4 w - R^{-1} F_{,xx} &= p \end{aligned} \quad (29-2)$$

معادلات بالا، معادلات خمی خطی آنالیز تنش و تغییر مکان پوسته‌های استوانه‌ای است. معادلات غشایی متناظر از برابر صفر قرار دادن پارامتر سختی خمی $D=0$ ، در این معادلات بدست می‌آید. بنابراین معادلات (۲۹-۲) به عبارات زیر تبدیل می‌شوند [۳] :

$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} &= 0 \\ N_{xy,x} + N_{y,y} &= 0 \\ N_y &= -Rp \end{aligned} \quad (30-2)$$

ملاحظه می‌شود که این معادلات به طور استاتیکی معین هستند؛ یعنی سه معادله با فقط سه مجهول وجود دارد. در حالت عمومی، تغییر مکانهای پیش از کمانش پوسته‌های استوانه‌ای شامل خمش و کشش می‌شود.

¹ Karman

با جایگذاری کرنشها از معادلات (۴-۲) در معادلات (۹-۲) داریم:

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{Eh}{1-v^2} [U_{,x} + \frac{1}{2} W_{,x}^2 + v(V_{,y} - R^{-1}W + \frac{1}{2} W_{,y}^2)], \\ N_y &= \frac{Eh}{1-v^2} [V_{,y} + \frac{1}{2} W_{,y}^2 - R^{-1}W + v(U_{,x} + \frac{1}{2} W_{,x}^2)], \\ N_{xy} &= \frac{Eh}{1-v^2} \cdot \frac{1-v}{2} (U_{,y} + V_{,x} + W_{,x}W_{,y}) \end{aligned} \quad (31-2)$$

در حالت پیش کمانش متقارن محوری، جابجایی‌ها و منتجه‌های تنش فقط تابعی از x هستند. بنابراین می‌توان به طور قرار دادی کمیتهای مربوطه را با زیر نویس ۰ مشخص کرد. از معادلات غیرخطی دانل با حذف عباراتی که شامل مشتقهای y می‌باشند، داریم:

$$\begin{aligned} N_{x0,x} &= 0, \quad N_{xy0,x} = 0 \\ DW_{0,xxx} - R^{-1}N_{y0} - N_{x0}W_{0,xx} - P &= 0, \\ N_{x0} &= \frac{Eh}{1-v^2} (U_{0,x} + \frac{1}{2} W_{0,x}^2 - vR^{-1}W_0), \\ N_{y0} &= \frac{Eh}{1-v^2} [-R^{-1}W_0 + v(U_{0,x} + \frac{1}{2} W_{0,x}^2)], \\ 2(1+v)N_{xy0} &= EhV_{0,x} \end{aligned} \quad (32-2)$$

بلافاصله بعد از تقسیم شدن کمانش به دوشاخه (رسیدن به مرحله کمانش از مرحله پیش کمانش) می‌توانیم فرض کنیم که:

$$\begin{aligned} (U, V, W) &= (U_0, V_0, W_0) + (U_1, V_1, W_1), \\ (N_x, N_y, N_{xy}) &= (N_{x0}, N_{y0}, N_{xy0}) + (N_{x1}, N_{y1}, N_{xy1}), \end{aligned} \quad (34-2)$$

کمیات بازیرنویس (۱) مربوط می‌شوند به افزایش (پیشرفت) بینهایت کوچک در کمانش که به طور کلی تابعی از هر دو متغیر y , x درنظر گرفته شده‌اند.

باجانشانی این عبارات در معادلات (۲۸-۲) و با در نظر گرفتن معادلات (۳۲-۲) و فقط با حفظ کردن ترموماتی خطي از جابجایی‌های افزایشی، معادلات تعادل برای حالت کمانش به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} N_{x1,x} + N_{xy1,y} &= 0 \\ N_{xy1,x} + N_{y1,y} &= 0 \\ D\nabla^4 W_1 - R^{-1}N_{y1} - N_{x1}W_{0,xx} - N_{x0}W_{1,xx} - 2N_{xy0}W_{1,xy} - N_{y0}W_{1,yy} &= 0 \end{aligned} \quad (35-2)$$

مشابه معادلات (۳۳-۲) و از معادلات (۳۱-۲) روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} N_{x1} &= J[U_{1,x} + W_{0,x}W_{1,x} + \nu(V_{1,y} - R^{-1}W_1)], \\ N_{y1} &= J[V_{1,y} - R^{-1}W_1 + \nu(U_{1,x} + W_{0,x}W_{1,x})], \\ N_{xy1} &= J.(1-\nu)/2 \cdot (U_{1,y} + V_{1,x} + W_{0,x}W_{1,y}) \end{aligned} \quad (36-2)$$

با جایگذاری این عبارات در معادلات (35-2) روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} U_{1,xx} + \frac{1-\nu}{2}U_{1,yy} + \frac{1+\nu}{2}V_{1,xy} - (\nu R^{-1} - W_{0,xx})W_{1,x} + W_{0,x}W_{1,xx} + \frac{1-\nu}{2}W_{0,x}W_{1,yy} &= 0, \\ \frac{1+\nu}{2}U_{1,xy} + \frac{1-\nu}{2}V_{1,xx} + V_{1,yy} - (R^{-1} - \frac{1-\nu}{2}W_{0,xx})W_{1,y} + \frac{1+\nu}{2}W_{0,x}W_{1,xy} &= 0, \\ (\nu R^{-1} - W_{0,xx})U_{1,x} + (R^{-1} + \nu W_{0,xx})V_{1,y} - R^{-1}(R^{-1} + \nu W_{0,xx})W_1 + (\nu R^{-1} + W_{0,xx})W_{0,x}W_{1,x} \\ - \frac{h^2}{12}\nabla^4 W_1 + J^{-1}(N_{x0}W_{1,xx} + 2N_{xy0}W_{1,xy} + N_{y0}W_{1,yy}) &= 0. \end{aligned} \quad (37-2)$$

اکنون باید شرایط مرزی مناسب را در $x=0$ و $x=L$ بیان کنیم. فرض کنید که برای خیز W , لبه گیردار یا تکیه گاه ساده باشد که با عبارتهای C برای گیردار^۱ و S برای تکیه گاه ساده^۲, مشخص می‌شود. برای شرایط باقیمانده، جابجایی‌های صفحه‌ای^۳ در نظر گرفته می‌شوند. حال باید دو حالت U و P را در نظر بگیریم که در P مقدار بار و در U مقدار جابجایی‌ها تعیین شده‌اند. بنابراین برای تغییر شکل محدود شرایط مرزی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} (C) \quad W = W_x &= 0, & (S) \quad W = W_{xx} &= 0, \\ (P) \quad N_x = P_x^* &, N_{xy} = P_y^* & or & (U) \quad U = U^*, V = V^* \end{aligned} \quad (38-2)$$

بنابراین برای حالت پیش کمانش داریم:

$$\begin{aligned} (C) \quad W_0 = W_{0,x} &= 0, & (S) \quad W_0 = W_{0,xx} &= 0, \\ (P) \quad N_{x0} = P_{x0}^* &, N_{y0} = P_{y0}^* & or & (U) \quad U_0 = U_0^*, V_0 = V_0^* \end{aligned} \quad (39-2)$$

توجه کنید که پوسته بعد از کمانش همان شرایط مرزی حالت قبل از کمانش را ارضاء می‌کند. بنابراین با توجه به رابطه (34-2)، شرایط مرزی جابجایی‌های افزایشی (مرحله‌ی کمانش) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} (C) \quad W_1 = W_{1,x} &= 0, & (S) \quad W_1 = W_{1,xx} &= 0, \\ (P) \quad N_{x1} = 0, N_{y1} &= 0 & or & (U) \quad U_1 = V_1 = 0 \end{aligned} \quad (40-2)$$

¹ clamped

² simply supported

³ in-plane

با مراجعه به معادله (۳۶-۲) شرایط برای حالت P به صورت زیر در می‌آید:

$$(P) \quad U_{1,x} + W_{0,x}W_{1,x} + vV_{1,y} = 0, \quad U_{1,y} + V_{1,x} = 0. \quad (41-2)$$

در ادامه باید ۸ شرط مرزی متفاوت را برای مسئله کمانش بررسی کرد؛ ترکیب دو حالت S، C برای جابجایی عرضی (جابجایی در جهت Z) و با توجه به معادلات (۳۶-۲) و (۴۱-۲) چهار حالت زیر برای جابجایی‌های مماسی به عنوان مثال:

$$(1) U_1 = V_1 = 0 \quad (2) U_1 = P_{y1} = 0 \quad (3) P_{x1} = V_1 = 0 \quad (4) P_{x1} = P_{y1} = 0 \quad (42-2)$$

در حالی که P_{y1} و P_{x1} به ترتیب منتجه‌های نیروی افزایشی در جهت x و y در طی کمانش هستند. این شرایط مرزی با عبارات $C_1 \dots C_4, S_1 \dots S_4$ مشخص می‌شوند. بنابراین داریم:

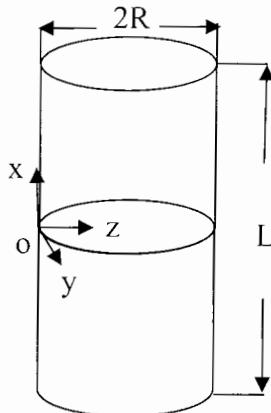
$$\begin{array}{ll} C1: & W_1 = W_{1,x} = U_1 = V_1 = 0, \\ C2: & W_1 = W_{1,x} = U_1 = N_{xy1} = 0, \\ C3: & W_1 = W_{1,x} = N_{x1} = V_1 = 0, \\ C4: & W_1 = W_{1,x} = N_{x1} = N_{xy1} = 0, \end{array} \quad \begin{array}{ll} S1: & W_1 = W_{1,xx} = U_1 = V_1 = 0, \\ S2: & W_1 = W_{1,xx} = U_1 = N_{xy1} = 0, \\ S3: & W_1 = W_{1,xx} = N_{x1} = V_1 = 0, \\ S4: & W_1 = W_{1,xx} = N_{x1} = N_{xy1} = 0, \end{array} \quad (43-2)$$

باید توجه کرد که معادلات (۳۷-۲) یک دسته معادلات دیفرانسیل خطی همگن از W_1, V_1, U_1 را ارائه می‌کنند. با این معادلات همراه با شرایط مرزی همگن خطی (۴۰-۲) یا (۴۳-۲) یا (۴۰-۲) یک مسئله مقدار ویژه خطی داریم که در آن مقدار ویژه، شدت بار در بر گرفته شده در ترمهای پیش کمانش $N_{xy0}, N_{y0}, N_{x0}, W_0$ است. بار کما نش به عنوان کمترین مقدار از مقادیر ویژه محاسبه شده در نظر گرفته می‌شود.

۲-۲- کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت فشار محوری

در این بخش بر اساس معادلات پایه دانل با فرض تغییر شکل پیش کمانش غشایی، حل دقیق مسئله کمانش ارائه می‌شود. همانند قبیل ۸ دسته شرط مرزی در نظر گرفته خواهد شد. فرض کنید یک پوسته استوانه‌ای با مقطع دایروی با شعاع R و طول L و ضخامت h تحت بار فشاری $P = 2\pi R \sigma h$ قرار گرفته که به طور یکنواخت روی لبه‌ها توزیع شده است. دستگاه مختصات انتخاب شده در شکل (۳-۲) نشان داده شده است.

تحت فرض پیش کمانش غشایی، معادلات پایه دانل برای این مسئله کمانش از معادلات (۳۷-۲) به صورت زیر بدست می‌آیند:



شکل ۳-۲ - هندسه پوسته و محورهای مختصات

$$\begin{aligned} U_{1,\phi\phi} + \frac{1-\nu}{2} U_{1,00} + \frac{1+\nu}{2} V_{1,\phi\theta} - \nu W_{1,\phi} &= 0 \\ \frac{1+\nu}{2} U_{1,\phi\theta} + \frac{1-\nu}{2} V_{1,\phi\phi} + V_{1,00} - W_{1,\theta} &= 0 \\ -\nu U_{1,\phi} - V_{1,\theta} + W_1 + k(\nabla^4 W_1 + \lambda_c W_{1,\phi\phi}) &= 0 \end{aligned} \quad (44-2)$$

در حالی که

$$\phi = \frac{x}{R}, \quad \theta = \frac{y}{R}, \quad \lambda_c = \frac{\sigma R^2 h}{D}, \quad k = \frac{h^2}{12R^2}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}. \quad (45-2)$$

همان ۸ دسته از شرایط مرزی $c1$ تا $c4$ در امتداد لبه‌ها، ($x = \pm L/2$)، در نظر گرفته خواهند شد.

۱-۲-۲ - روش حل برای کمانش غیرمتقارن محوری

فرض کنید که پوسته در N موج محیطی کمانش کند، می‌توان جابجایی‌ها را به صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} U_1 &= A \exp(ir\phi) \cos N\theta \\ V_1 &= B \exp(ir\phi) \sin N\theta \\ W_1 &= C \exp(ir\phi) \cos N\theta \end{aligned} \quad (46-2)$$

در حالیکه A, B, C, r ثابت‌هایی هستند که باید تعریف شوند. با قرار دادن این جابجایی‌ها در معادلات (۲-۴) معادله مشخصه زیر را خواهیم داشت:

$$r^8 + (4N^2 - \lambda_c)r^6 + (6N^4 + \frac{1-v^2}{k} - 2N^2\lambda_c)r^4 + N^4(4N^2 - \lambda_c)r^2 + N^8 = 0, \quad (47-2)$$

و نسبت‌های ضرایب به صورت زیر است:

$$\frac{A}{C} = -ir \frac{vr^2 - N^2}{(r^2 + N^2)^2}, \quad \frac{B}{C} = N \frac{(2+v)r^2 + N^2}{(r^2 + N^2)^2} \quad (48-2)$$

هشت ریشه مجازی معادله (47-2) با $(j=1\dots4)$ با مشخص می‌شوند. نمادهای زیر معرفی می‌شوند:

$$\alpha_j = r_j \frac{vr_j^2 - N^2}{(r_j^2 + N^2)^2}, \quad \beta_j = N \frac{(2+v)r_j^2 + N^2}{(r_j^2 + N^2)^2} \quad (49-2)$$

حل کلی رامی‌توان به صورت زیر ارائه کرد:

$$\begin{aligned} U_1 &= -i \sum_j \alpha_j [c_j \exp(ir_j\phi) - C_{-j} \exp(-ir_j\phi)] \cos N\theta, \\ V_1 &= \sum_j \beta_j [c_j \exp(ir_j\phi) + C_{-j} \exp(-ir_j\phi)] \sin N\theta, \\ W_1 &= \sum_j [c_j \exp(ir_j\phi) + C_{-j} \exp(-ir_j\phi)] \cos N\theta \end{aligned} \quad (50-2)$$

در حالیکه c_j, C_{-j} ثابت‌های دلخواه هستند. در اینجا برای راحتی نمادهای زیر معرفی می‌شوند:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{L}{2R}r, \quad \gamma = \frac{L}{2R}N, \quad Z = \sqrt{1-v^2} \frac{L^2}{Rh} \\ \beta &= \frac{L}{\pi R}N, \quad k_c = \left(\frac{L}{\pi R}\right)^2 \lambda_c = \frac{\sigma h L^2}{\pi^2 D}. \end{aligned} \quad (51-2)$$

معادله (47-2) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\rho^8 + (4\gamma^2 - \frac{1}{4}\pi^2 k_c)\rho^6 + (6\gamma^4 - \frac{1}{2}\pi^2 \gamma^2 k_c + \frac{3}{4}Z^2)\rho^4 + \gamma^4(4\gamma^2 - \frac{1}{4}\pi^2 k_c)\rho^2 + \gamma^8 = 0 \quad (52-2)$$

ریشه‌های این معادله با $\rho_j (j=1\dots4)$ مشخص می‌شوند و قرار می‌دهیم:

$$\alpha'_j = \rho_j \frac{v\rho_j^2 - \gamma^2}{(\rho_j^2 + \gamma^2)^2}, \quad \beta'_j = \gamma \frac{(2+v)\rho_j^2 + \gamma^2}{(\rho_j^2 + \gamma^2)^2} \quad (53-2)$$

حل کلی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{L}{2R} \sum_j \alpha'_j [D_j \sin(\rho_j \frac{2x}{L}) - E_j \cos(\rho_j \frac{2x}{L})] \cos \frac{2\gamma y}{L}, \\ V_1 &= \frac{L}{2R} \sum_j \beta'_j [D_j \cos(\rho_j \frac{2x}{L}) + E_j \sin(\rho_j \frac{2x}{L})] \sin \frac{2\gamma y}{L}, \\ W_1 &= \sum_j [D_j \cos(\rho_j \frac{2x}{L}) + E_j \sin(\rho_j \frac{2x}{L})] \cos \frac{2\gamma y}{L}, \end{aligned} \quad (54-2)$$

در حالی که D_j, E_j ($j = 1 \dots 4$) ثابت‌های دلخواه هستند. بنابراین باید توجه کرد که وقتی هر دو لبه پوسته در معرض همان شرایط مرزی مورد نظر ما واقع شوند، حل کلی به دو شاخه تقسیم می‌شود؛ به این صورت که W_1 نسبت به مقطع میانی $x = 0$ متقارن و پادمتقارن است. ما مجازیم برای مدهای متقارن D_j و برای مدهای پادمتقارن از E_j استفاده کنیم. بنابراین وقتی که شرایط مرزی ارضاء شوند، یک دستگاه از چهار معادله خطی همگن از D_j یا E_j داریم بسته به اینکه مدل کمانش متقارن باشد. توجه کنید که این معادلات حل‌های غیر صفر دارند، دترمینان ضرایب Δ باید صفر باشد. توجه کنید که Δ به v, Z, k_c, β وابسته است. بنابراین معادله پایداری زیر را داریم:

$$\Delta(v, Z; k_c, \beta) = 0, \quad (55-2)$$

که از این معادله مقادیر بحرانی β و k_c را می‌توان تعیین کرد.

۲-۲-۲- روش حل برای کمانش متقارن محوری

در حالت خاص وقتی که کمانش شکل متقارن محوری به خود می‌گیرد، جابجایی‌های U_1 و V_1 فقط تابعی از ϕ هستند و W_1 برابر صفر می‌شود. بنابراین معادلات پایه (۴۴-۲) در این حالت به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} U_{1,\phi\phi} - vW_{1,\phi} &= 0, \\ vU_{1,\phi} - W_1 - k(W_{1,\phi\phi\phi\phi} + \lambda_c W_{1,\phi\phi}) &= 0. \end{aligned} \quad (56-2)$$

با فرایندی مشابه آنچه قبل انجام داده شد، حل کلی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{L}{2R} \left\{ \sum_{j=1}^2 \frac{v}{\rho_j} [D'_j \sin(\rho_j \frac{2x}{L}) - E'_j \cos(\rho_j \frac{2x}{L})] + \frac{1}{v} D'_3 \frac{2x}{L} + E'_3 \right\}, \\ W_1 &= \sum_{j=1}^2 [D'_j \cos(\rho_j \frac{2x}{L}) + E'_j \sin(\rho_j \frac{2x}{L})] + D'_3, \end{aligned} \quad (57-2)$$

در حالی که D'_j, E'_j ($j = 1 \dots 3$) ثابت‌های دلخواه هستند.

در معادلات (۵۷-۲) برای مدهای کمانش متقارن قرار می‌دهیم $E_j = 0$ و برای مدهای کمانش پادمتقارن قرار می‌دهیم $D_j = 0$.

با استفاده از معادلات (۵۷-۲) همراه با شرایط مرزی، معادلات پایداری در هر مورد به صورت زیر حاصل می‌شود:

الف) مدهای متقارن

$$\begin{aligned} C1, C2: \quad & \rho_1 \rho_2 (\rho_2 \cos \rho_1 \sin \rho_2 - \rho_1 \sin \rho_1 \cos \rho_2) + v^2 (\rho_1^2 - \rho_2^2) \sin \rho_1 \sin \rho_2 = 0 \\ C3, C4: \quad & \rho_1 \sin \rho_1 \cos \rho_2 - \rho_2 \cos \rho_1 \sin \rho_2 = 0 \\ S1, S2: \quad & \rho_1 \rho_2 (\rho_1^2 - \rho_2^2) \cos \rho_1 \cos \rho_2 - v^2 \rho_1^3 \cos \rho_1 \sin \rho_2 + v^2 \rho_2^3 \sin \rho_1 \cos \rho_2 = 0 \\ S3, S4: \quad & \cos \rho_1 \cos \rho_2 = 0 \end{aligned} \quad (58-2)$$

ب) مدهای پادمتقارن

$$\begin{aligned} C1, C4: \quad & \rho_1 \cos \rho_1 \sin \rho_2 - \rho_2 \sin \rho_1 \cos \rho_2 = 0 \\ S1, S4: \quad & \sin \rho_1 \sin \rho_2 = 0 \end{aligned} \quad (59-2)$$

با این عبارات به آسانی می‌توانیم مقدار بحرانی k_c را برای هر مقدار داده شده v و z پیدا کنیم.

بویژه معادله آخری از معادلات قبلی می‌دهد:

$$k_c = m^2 + \frac{12}{m^2 \pi^4} z^2, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (60-2)$$

در حالی که m برای حالت (الف) مقادیر فرد و برای حالت (ب) مقادیر زوج را می‌گیرد.

۳-۲-۲- حل معادلات تعادل برای شرط مرزی S_3

تحت شرط مرزی S_3 که اغلب شرط تکیه گاه ساده کلاسیک^۱ نامیده می‌شود، مسئله به راحتی به صورت زیر حل می‌شود.

ابتدا مبدا مختصات را به لبه پایینی پوسته انتقال می‌دهیم. حل کلی که شرایط مرزی مربوطه را در $\phi = 0, L/R$ ارضاء می‌کند به صورت زیر ارائه می‌شود:

^۱ Classical Simple Support

$$\begin{aligned} U_1 &= A_m \cos\left(\frac{m\pi R}{L}\phi\right) \cos N\theta, \\ V_1 &= B_m \sin\left(\frac{m\pi R}{L}\phi\right) \sin N\theta, \\ W_1 &= C_m \sin\left(\frac{m\pi R}{L}\phi\right) \cos N\theta \quad , m = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (61-2)$$

در حالی که m تعداد نیم موجها در جهت محوری، N تعداد موجهای محیطی و ضرایب تعیین نشده هستند. با جایگذاری این عبارات در معادلات (44-2) یک دستگاه معادلات خطی همگن از C_m, B_m, A_m بدست می‌آید. از آنجایی که این معادلات حل‌های غیر صفر دارند، دترمینان ضرایب باید صفر باشد که از آنجا بدست می‌آوریم:

$$k_c = \frac{(m^2 + \beta^2)^2}{m^2} + \frac{12Z^2}{\pi^4} \cdot \frac{m^2}{(m^2 + \beta^2)^2} \quad (62-2)$$

فرض کنید که k_c باید یک تابع پیوسته از $(m^2 + \beta^2)^2/m^2$ باشد، با در نظر گرفتن $(m^2 + \beta^2)^2/m^2$ به عنوان یک متغیر و مینیمم کردن k_c نسبت به آن (مشتق گیری k_c نسبت به $(m^2 + \beta^2)^2/m^2$ و برابر صفر قرار دادن عبارت حاصله)، داریم:

$$(k_c)_{\min} = \frac{4\sqrt{3}}{\pi^2} Z, \quad \frac{(m^2 + \beta^2)^2}{m^2} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi^2} Z \quad (63-2)$$

با مراجعه به معادله (51-2)، معادله آخر می‌دهد:

$$(\sigma)_{\min} \equiv \sigma_{cl} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cdot \frac{Eh}{R} \quad (64-2)$$

که مقدار کلاسیک تنش بحرانی برای پوسته‌های استوانه‌ای تحت فشار محوری نامیده می‌شود و در واقع همان معادله کلاسیک (1-1) است. توجه کنید که سمت چپ دومین معادله همیشه بزرگتر از واحد است. مشاهده می‌شود که صحت معادله (64-2)، به حالتی که $z \geq \pi^2 / 2\sqrt{3} \cong 2.85$ محدود شده است؛ زیرا سمت چپ رابطه دوم از معادله (63-2) بزرگتر یا مساوی واحد است. همچنین از دومین معادله (63-2) داریم:

$$\beta^2 = \frac{\sqrt[4]{12}}{\pi} \sqrt{Z} m - m^2 \quad (65-2)$$

وقتی شرط ($z \geq 2.85$) ارضاء شود، شرط بالا برای تعیین m و β واحد کافی نیست. با این وجود به یاد داریم که $\beta = (L/\pi R)N$ و اینگونه استدلال می‌کنیم که احتمالاً یک جفت اعداد صحیح m و

N که تقریباً شرط (۶۵-۲) را ارضاء می‌کنند، وقتی بزرگترین هستند که تغییرات β نسبت به m مینیمم باشد [۲۷]. از (۶۵-۲) به کمک مشتق گیری داریم:

$$m = \frac{\sqrt[4]{12}}{2\pi} \sqrt{Z} = 0.296\sqrt{Z}. \quad (66-2)$$

بنابراین برای مقدار داده شده Z , m از معادله (۶۶-۲)، به عنوان نزدیکترین عدد صحیح به مقدار بدست آمده از معادله (۶۶-۲)، تعیین می‌شود. از طرف دیگر جایگذاری (۶۶-۲) در (۶۵-۲) می‌دهد: $\beta = m = (\sqrt[4]{12}/2\pi)\sqrt{z}$ که از آن رابطه تقریبی زیر بدست می‌آید:

$$N = \left[\frac{3}{4}(1 - v^2) \right]^{1/4} \sqrt{\frac{R}{h}} \cong 0.909 \sqrt{\frac{R}{h}} \quad (for \quad v = 0.3) \quad (67-2)$$

همچنین داریم: $\frac{L}{m} = \frac{\pi R}{N}$ و به این معنی است که طول موجها در جهتهای محوری و محیطی برابر هستند. باید اضافه کرد، هنگامی که Z از ۲,۸۵ کمتر است، مقدار مینیمم k_c از معادله (۶۰-۲) با قرار دادن $1 = \beta = 0, m = 0$ بدست می‌آید:

$$(k_c)_{\min} = 1 + \frac{12}{\pi^4} Z^2 \quad for \quad Z \leq 2.85 \quad (68-2)$$

بنابراین پوسته در حالت متقارن محوری، در بار بحرانی مربوط به حالت خاص معادلات (۶۰-۲) کمانش می‌کند.

تا اینجا نحوه استخراج معادلات دائل و روش حل این معادلات برای پوسته‌های استوانه‌ای بدون گشودگی ارائه شد. مشاهده شد که حل این معادلات مستلزم فرضهای ساده کننده است؛ مثلاً فرض شد که در حالت پیش کمانش جابجایی‌ها و منتجه‌های تنش فقط تابعی از X (مختصات در جهت طولی) هستند در حالی که این فرض برای پوسته‌های دارای گشودگی نادرست است. همچنین در معادلات (۳۵-۲) از ترموهای غیر خطی جابجایی‌های افزایشی صرفنظر شد و غیره.

تا کنون حل دقیقی برای معادلات دائل و معادلات متنابه، ارائه نشده و به نظر می‌رسد با اطلاعات و امکانات موجود، حل کلی و دقیق این معادلات به خصوص برای پوسته‌های دارای گشودگی امکان‌پذیر نباشد؛ مگر اینکه مشابه حل‌های ارائه شده برای پوسته‌های استوانه‌ای کامل بتوان توابعی برای جابجایی‌ها پیدا کرد که علاوه بر پیش‌بینی جابجایی‌ها در اطراف گشودگی و نقاط دیگر پوسته، در شرایط مرزی و معادلات تعادل صدق کنند.

با توجه به مشکلات موجود در حل تحلیلی، بیشتر تحقیقات انجام شده در این زمینه محدود به روش‌های عددی و تجربی می‌باشد. خصوصاً با توجه به سادگی، اقتصادی بودن و دقت بالای روش‌های عددی، استفاده از این روشها رواج زیادی پیدا کرده است. البته باید توجه کرد که ارزش و اعتبار جوابهای بدست آمده از روش‌های آزمایشگاهی بسیار زیادتر از حل‌های عددی است، ولی هزینه انجام این‌گونه آزمایشات بسیار زیاد است.

فصل سوم

تحلیل عددی

افزایش روز افزون نیازهای بشر و تلاش برای برآورده ساختن آنها، منجر به خلق مسائل تازه و پیچیده‌ای در همه زمینه‌های علمی و فنی شده که حوزه مهندسی مکانیک و سازه نیز از این امر مستثنی نبوده است.

در اغلب موارد، نیاز به طراحی و تحلیل قطعات با هندسه و خواص پیچیده تحت بارگذاری‌های نامنظم ایجاد می‌شود و بکارگیری روش‌های کلاسیک موجود (به عنوان مثال تئوری الاستیسیته در مورد توزیع تنش) منجر به یافتن معادلات حاکم بسیار پیچیده، با شرایط مرزی و اولیه متنوع می‌شود؛ که عملاً حل این معادلات به روش تحلیلی را غیر ممکن می‌سازد.

معمولًا مهندسان و فیزیکدانها یک پدیده فیزیکی را به وسیله دستگاهی از معادلات دیفرانسیل معمولی و یا پاره‌ای^۱ که در محدوده خاصی صادق است و شرایط مرزی و آغازین مناسبی را تامین می‌کند، توصیف می‌کنند. در واقع یک معادله دیفرانسیل با شرایط مرزی و اولیه مورد نیاز خود، یک مدل ریاضی کامل از یک پدیده است. برای یافتن توزیع متغیرهای مورد نظر که ارتباط آنها در فرم دیفرانسیلی توسط معادله حاکم بیان می‌گردد، می‌بایست معادله مذکور حل گردد تا بتوان مقدار عددی هر کمیت مرتبط را در نقاط دلخواه بدست آورد. اما با توجه به اینکه تنها می‌توان اشکال بسیار

^۱ Partial

ساده این معادلات آن هم در ناحیه‌های هندسی بسیار ساده را با روش‌های تحلیلی حل نمود، در حل اغلب معادلات حاکم به روش تحلیلی با مشکل بزرگی مواجه هستیم.

برای مقابله با چنین مشکلاتی و نیز جهت استفاده از قدرتمند ترین وسیله موجود در قرن حاضر یعنی کامپیوتر، ضروری است که مساله مورد نظر در یک قالب کاملاً جبری ریخته شود تا حل آنها تنها نیازمند عملیات جبری باشد. برای دستیابی به چنین هدفی می‌توان از انواع مختلف روش‌های گستته سازی یک مساله پیوسته تعریف شده به وسیله معادلات دیفرانسیل استفاده نمود. در این روشها تابع و یا توابع مجھول که می‌توان آنها را با مجموعه‌ای نامتناهی از اعداد نشان داد، بوسیله تعداد متناهی از پارامترهای مجھول جایگزین می‌گردند که طبیعتاً در حالت کلی نوعی تقریب را در بردارد. بدین منظور روش‌های عددی متنوعی برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستمها ایجاد و امروزه به طرز وسیعی مورد استفاده قرار می‌گیرند. سه روش عمده در حل عددی یک معادله دیفرانسیل به شرح زیرند:

۱- روش تفاضل محدود^۱

۲- روش تغییرات^۲

۳- روش‌های باقیمانده وزنی^۳

بسته به نوع روش عددی مورد استفاده و نوع المان بندی، روش‌های مختلفی نظیر حجم محدود^۴، اجزای محدود^۵، تفاضل محدود و غیره حاصل شده است. هر کدام از روش‌های فوق الذکر، در قالب نرم‌افزارهای متنوع به کاربران عرضه شده‌اند. روشی که در اغلب مسائل مکانیک جامدات مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش اجزای محدود است که در قالب نرم افزارهایی چون ABAQUS، ANSYS و NASTRAN و غیره قابل استفاده است.

¹ Finite Difference

² Variational Method

³ Weighted Residual Methods

⁴ Finite Volume

⁵ Finite Element

۱-۳- معرفی روش اجزای محدود

روش قدرتمند اجزای محدود از دهه ۱۹۵۰ آغاز و با گسترش کامپیوترهای عددی رو به توسعه گذاشت. البته در گسترش این روش نمی‌توان از توانایی‌های آن در مقایسه با سایر روشها چشم‌پوشی نمود. روش اجزای محدود را می‌توان ترکیبی از روش تقریبی ریتز^۱ و اصل تغییرات^۲ که در مکانیک محیط‌های پیوسته به کار می‌رود تصور نمود.

روش اجزای محدود یک دستورالعمل عددی جهت حل مسایل فیزیکی می‌باشد که توسط معادلات دیفرانسیل توصیف می‌شوند. این روش دارای دو ویژگی است که آن را از سایر روش‌های عددی متمایز می‌سازد [۴]:

۱- در این روش از یک فرمولبندی انتگرالی ایجاد یک دستگاه معادلات جبری استفاده می‌شود.

۲- در این روش از توابع هموار و به طور قطعه‌ای پیوسته جهت تقریب کمیات مجهول استفاده می‌شود.

مشخصه دوم، روش اجزای محدود را از سایر روش‌های عددی که فرمولبندی انتگرالی دارند، متمایز می‌کند. روش اجزای محدود را می‌توان به پنج مرحله اصلی تقسیم کرد:

۱- تقسیم ناحیه مورد بحث به تعداد زیادی زیر ناحیه کوچک موسوم به المان^۳. نقاط اتصال المانها به یکدیگر، گره^۴ نامیده می‌شود.

۲- تعیین تقریب اولیه برای حل به صورت یکتابع با ضرایب ثابت مجهول که همواره یا خطی^۵ است و یا مرتبه دوم^۶. پس از تعیین شدن مرتبه تقریب اولیه، معادله حاکم در هر گره نوشته می‌شود.

۳- استخراج دستگاه معادلات جبری. در صورت استفاده از روش گالرکین، تابع وزنی برای هر گره مشخص شده و سپس انتگرال باقیمانده وزنی تشکیل می‌گردد. با انتگرال‌گیری، برای هر گره یک معادله جبری ایجاد می‌گردد و پس از استخراج معادلات همه گره‌ها، دستگاه معادلات بوجود می‌آید.

¹ Approximate Ritz method

² variational principle

³ Element

⁴ Node

⁵ Linear

⁶ Quadratic

۴- حل دستگاه معادلات ایجاد شده.

۵- محاسبه سایر کمیات از روی مقادیر گرهی.

در مرحله اول همانگونه که اشاره گردید، هندسه مساله به نواحی کوچکی موسوم به المان تقسیم می‌گردد. نقاط اشتراک المانها، گره‌ها می‌باشند. به مجموعه یک المان با گره هایش یک مش^۱ گفته می‌شود. المانها می‌توانند یک، دو و یا سه بعدی باشند. همچنین بسته به بعد المان، اشكال مختلف برای یک المان قابل تصور است. یک المان دو بعدی می‌تواند به شکل مثلث، مربع و یا شکل دلخواه دیگری باشد. از طرفی یک المان سه بعدی نیز می‌تواند اشكالی مانند چهار وجهی، هرم، منشور و یا مکعب داشته باشد. مش بندی هندسه مساله از مراحل مهم مدل سازی می‌باشد که مستلزم دقت و مهارت مناسب می‌باشد.

در مرحله دوم، در واقع تقریب اولیه برای جواب مساله به صورت یک تابع با ضرایب ثابت مجھول در نظر گرفته می‌شود. این تقریب در محدوده یک المان زده می‌شود و برای کل شکل مساله انجام نمی‌گیرد. (به عنوان مثال $c_1x + c_2 = u$ یک تقریب خطی برای توزیع جابجایی در یک المان یک بعدی است). در خصوص مساوی که توسط نرم افزار حل می‌شوند، چون می‌توان ابعاد المانها را بسیار ریز انتخاب کرد، هیچ گاه تقریبی با درجه بیشتر از دو زده نمی‌شود. به عبارت دیگر تقریب اولیه برای جواب همواره در نرم افزارها یا خطی است و یا سهموی.

در مرحله بعد معادله حاکم برای تک تک گره‌ها نوشته شده و پس از انتگرال‌گیری‌های لازم، به فرم یک معادله جبری تبدیل می‌شود. برای روشن تر شدن موضوع به معرفی مفهوم تابع شکل^۲ می‌پردازیم. همانگونه که ذکر شد در یک تحلیل اجزای محدود ابتدا مقادیر گرهی کمیت مد نظر محاسبه می‌گردد و سپس با میان یابی در هر نقطه دلخواه می‌توان مقدار کمیت مجھول را بدست آورد. بنابراین می‌بایست مرتبه میان یابی معلوم باشد و همانگونه که در مرحله قبل اشاره گردید، یا خطی و یا مرتبه دو است.

یک المان خطی یک بعدی را در نظر می‌گیریم. اگر φ کمیت مجھول باشد که معادله حاکم بر حسب آن است، در این المان حل تقریبی و یا همان تابع میان یابی عبارتست از:

¹ Mesh

² Shape Function

$$\varphi = a_1 + a_2 x \quad (1-3)$$

که در آن a_1 و a_2 مجهول می‌باشند. در صورتی که این المان بین دو گره i و j با موقعیت‌های X_i و X_j واقع شده باشد و مقادیر گرهی φ برابر با ϕ_i و ϕ_j باشد، دو ضریب مجهول a_1 و a_2 قابل محاسبه‌اند.

$$\phi_i = a_1 + a_2 X_i \quad (2-3)$$

$$\phi_j = a_1 + a_2 X_j \quad (3-3)$$

که در نتیجه خواهیم داشت:

$$a_1 = \frac{\phi_i X_j - \phi_j X_i}{X_j - X_i} \quad (4-3)$$

$$a_2 = \frac{\phi_j - \phi_i}{X_j - X_i} \quad (5-3)$$

حال اگر مقادیر a_1 و a_2 را در رابطه اولیه قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\varphi = \left(\frac{X_j - x}{L} \right) \phi_i + \left(\frac{x - X_i}{L} \right) \phi_j \quad (6-3)$$

که در آن L طول المان است. رابطه بدست آمده فوق رابطه‌ای استاندارد برای میان یابی است؛ زیرا ترکیب خطی مقادیر گرهی است که ضرایب آنها نیز توابعی خطی از X می‌باشند. این توابع خطی را با حرف N نمایش می‌دهند و آنها را توابع شکل می‌نامند. در واقع هر گره، تابع شکلی مخصوص به خود دارد که بیانگر سهم مقدار گرهی آن گره در میان یابی می‌باشد. بنا براین توابع شکل به صورت زیر می‌باشند:

$$N_i = \frac{X_j - x}{L} \quad , \quad N_j = -\frac{X_i - x}{L} \quad (7-3)$$

رابطه میان یابی را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$\varphi = N_i \phi_i + N_j \phi_j \quad (8-3)$$

چند نکته در خصوص توابع شکل قابل ذکر است. هر تابع شکل در محل گره خود دارای مقدار یک و در محل گره دیگر دارای مقدار صفر است. مجموع توابع شکل در یک نقطه همواره برابر یک است. همواره مرتبه توابع شکل و میان یابی یکسان است. به عنوان مثال اگر حل تقریبی یا همان

میان یابی تابعی خطی باشد، توابع شکل گره‌ها هم توابعی خطی خواهند بود. از دیگر ویژگی‌های توابع شکل این است که مجموع مشتقات آنها نسبت به یک متغیر (مانند x) برابر صفر است.

۳-۱-۱- روش گالرکین

برای بیان روش گالرکین ابتدا به طور مختصر روش‌های باقیمانده وزنی بیان می‌شود. روش‌های باقیمانده وزنی نیز شامل یک انتگرال می‌باشند. در این روشها ابتدا یک تخمین برای جواب زده می‌شود و در معادله دیفرانسیل مربوطه قرار می‌گیرد. از آنجایی که تقریب اولیه در معادله صدق نمی‌کند، باقیمانده یا خطایی مانند R حاصل می‌شود. فرض کنید تابعی مانند $y = h(x)$ در ابتدا به عنوان تقریب برای معادله دیفرانسیل زیر بکار رود:

$$D \frac{d^2y}{dx^2} + Q = 0 \quad (9-3)$$

با قرار دادن تابع در معادله خواهیم داشت:

$$D \frac{d^2h}{dx^2} + Q = R(x) \neq 0 \quad (10-3)$$

در روش‌های باقیمانده وزنی می‌بایست رابطه زیر برقرار باشد:

$$\int^H W_i(x) R(x) dx = 0 \quad (11-3)$$

باقیمانده معادله در یک تابع وزنی ضرب شده است و انتگرال حاصلضرب می‌بایست برابر صفر باشد. تعداد توابع وزنی مورد نیاز برابر است با تعداد ضرایب مجھول در حل تقریبی. توابع وزنی مختلفی را می‌توان برای حل انتخاب نمود که در زیر به چند نوع مشهورتر آنها اشاره می‌شود:

۱- روش ترتیب^۱: در این روش توابع ضربه انتخاب می‌شوند. این نوع انتخاب بیانگر این است که می‌بایست در نقاط خاصی مقدار باقیمانده صفر باشد. تعداد این نقاط برابر تعداد ضرایب مجھول در حل تقریبی است.

۲- روش تبعی^۲: هر تابع وزنی برابر واحد $W_i(x) = 1$ ، در یک ناحیه خاص انتخاب می‌شود، این نوع انتخاب بیانگر این که می‌بایست در طول فاصله‌ای از یک ناحیه، مجموع (انتگرال) باقیمانده‌ها

¹ Collocation Method

² Subdomain Method

برابر صفر گردد. تعداد فواصل انتگرال‌گیری برابر تعداد ضرایب نامعین در حل تقریبی است.

۳- روش گالرکین^۱: در روش گالرکین همان تابعی که به عنوان حل تقریبی استفاده می‌شود، به عنوان تابع وزنی نیز استفاده می‌شود. این رهیافت، مبنای روش اجزای محدود برای مسایل دارای مشتق مرتبه اول و بسیاری مسایل دیگر است.

۴- روش حداقل مربعات^۲: در این روش مقدار خطای R به عنوان تابع وزنی استفاده می‌شود.

بنابراین انتگرال زیر حاصل می‌شود:

$$Er = \int_a^b [R(x)]^2 dx \quad (12-3)$$

این میزان خطای نسبت به ضرایب نامعلوم موجود در حل تقریبی، مینیمم می‌شود. از روش حداقل مربعات نیز جهت فرموله کردن حل اجزای محدود استفاده می‌شود؛ اما این روش به اندازه روش تغییرات و روش گالرکین مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.

اکنون می‌توان روش گالرکین را بیشتر مورد بررسی قرار داد. ابتدا یک تخمین (به طور مثال $u = c_1x + c_2$ در خصوص توزیع تغییر مکان در المان یک بعدی) برای معادله حاکم زده می‌شود. سپس با انتخاب تابع وزنی مناسب و به تعداد مجهولات موجود در تخمین اولیه، انتگرال حاصلضرب تابع وزنی و باقیمانده محاسبه می‌گردد که عبارتی بر حسب ضرایب نامعلوم تابع تقریب خواهد بود. در روش گالرکین، توابع وزنی همان توابع شکل می‌باشند. به طور مثال در یک المان خطی انتگرال حاصلضرب هر یک از توابع شکل در باقیمانده، محاسبه می‌گردد و در نهایت دو معادله با مجهولات ϕ و ϕ_r بدست می‌آید. (قبل اشاره گردید که ضرایب a_1 و a_2 بر حسب مقادیر گرهی نوشته می‌شوند). به عبارت دیگر به ازای هر گره یک معادله بدست می‌آید. به دلیل اینکه هر معادله شامل بیش از یک مجهول است، به تنهایی قابل حل نخواهد بود و می‌بایست ابتدا به تعداد گره‌ها معادله استخراج شود تا آنگاه تمامی معادلات به صورت یکجا حل گرددند. پس از استخراج معادلات نوبت به حل آنها می‌رسد که روش‌های متنوعی برای حل موجود است. سپس در مرحله بعد و پس از مشخص شدن مقادیر گرهی، با توجه به ابعاد اولیه و خواص هندسی ماده تعریف شده، سایر کمیات نظیر کرنش، تنش، نیرو و گشتاور محاسبه می‌شوند.

¹ Galerkin's Method

² Least Squares Method

۲-۳- معرفی نرم افزار ABAQUS/CAE

ABAQUS یک مجموعه از برنامه‌های مدلسازی بسیار توانمند می‌باشد که مبتنی بر روش اجزای محدود، قابلیت حل مسایل از یک تحلیل خطی ساده تا پیچیده ترین مدلسازی غیر خطی را دارا می‌باشد. این نرم افزار دارای مجموعه المانهای بسیار گسترده‌ای می‌باشد که هر نوع هندسه‌ای را می‌توان به صورت مجازی توسط این المان‌ها مدل کرد. همچنین دارای مدلهای مواد مهندسی بسیار زیادی است که در مدلسازی انواع مواد با خواص و رفتار گوناگون نظیر فلزات، لاستیکها، پلیمرها، کامپوزیت‌ها، بتون تقویت شده، فومهای فنری و نیز شکننده و همچنین مواد موجود در زمین نظیر خاک و سنگ، قابلیت بالایی را ممکن می‌سازد.

نظر به اینکه ABAQUS یک ابزار مدلسازی عمومی و گسترده می‌باشد، استفاده از آن تنها محدود به تحلیل‌های مکانیک جامدات و سازه (تش - تغییر مکان) نمی‌شود. با استفاده از این نرم افزار می‌توان مسایل مختلفی نظیر انتقال حرارت، نفوذ جرم، تحلیل حرارتی اجزای الکتریکی، اکوستیک، مکانیک خاک و پیزو الکتریک را مورد مطالعه قرار داد.

استفاده از نرم افزار ABAQUS با وجود اینکه مجموعه قابلیتهای بسیار گسترده‌ای را در اختیار کاربر قرار می‌دهد، کار نسبتاً ساده‌ای می‌باشد. پیچیده ترین مسایل را می‌توان به آسانی مدل کرد. به عنوان مثال مسایل شامل بیش از یک جزء را می‌توان با ایجاد مدل هندسی هر جزء و سپس نسبت دادن رفتار ماده مربوطه به هر جزء و سپس مونتاژ اجزای مختلف، مدل کرد. در اغلب مدلسازی‌ها، حتی مدلهای با درجه غیر خطی بالا، کاربر می‌باشد تنها داده‌های مهندسی نظیر هندسه مساله، رفتار ماده مربوط به آن، شرایط مرزی و بارگذاری آن مساله را تعیین کند. در یک تحلیل غیر خطی، ABAQUS به طور اتوماتیک میزان نمو بار^۱ و ترانسنهای همگرایی را انتخاب و همچنین در طول تحلیل مقادیر آنها را جهت دستیابی به یک جواب صحیح تعدیل می‌کند. در نتیجه کاربر بندرت می‌باشد مقادیر پارامترهای کنترلی حل عددی مساله را تعیین کند.

ABAQUS/CAE محیط اصلی و گرافیکی ABAQUS می‌باشد که در آن قابلیتهای متنوعی جهت مدلسازی، اجرای فرمان حل و مانیتور کردن آن به طور همزمان و نیز مشاهده نتایج در

^۱ Load Increment

دسترس قرار گرفته است. ABAQUS/CAE به محیط های ده گانه‌ای تقسیم شده است که در هر یک از این محیط ها طبق یک فرآیند منطقی یکی از بخش‌های مدلسازی انجام می‌گیرد. هنگامی که مدلسازی به اتمام رسید، ABAQUS/CAE یک فایل ورودی^۱ ایجاد می‌کند که ساختاری بسیار شبیه به یک کد برنامه نویسی شده دارد و توسط یکی از دو روش ضمنی و یا صریح مورد تحلیل قرار می‌گیرد. حل گر نرم افزار، فایل ورودی را خوانده و طی فرآیند حل اطلاعاتی را به CAE می‌فرستد که قابلیت مانیتور کردن پروسه حل به طور همزمان را ممکن می‌سازد. همچنین نتایج تحلیل در یک فایل خروجی^۲ ذخیره می‌گردد. در نهایت کاربر با استفاده از محیط Visualization فایل خروجی را باز کرده و به مشاهده نتایج به صورت نمودار، کانتور، انیمیشن و یا هر رابط گرافیکی دیگر می‌پردازد

[۲۸]

در این تحقیق از نسخه ABAQUS/CAE 6.4-PR11 برای تحلیلهای عددی استفاده شده است.

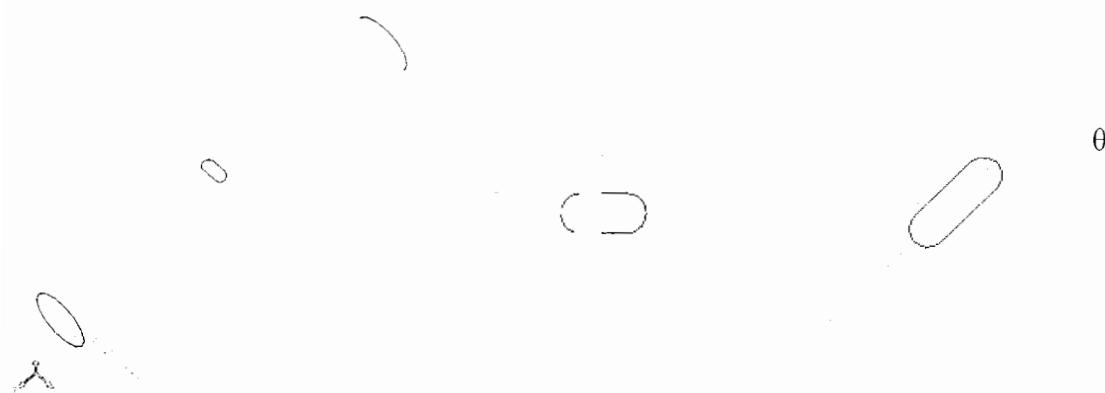
۳-۳- مدلسازی و ابعاد نمونه‌ها

در این تحقیق از پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک با سه طول متفاوت است. هندسه گشودگی‌های ایجاد شده در نمونه‌ها به دو شکل بیضوی و شبه بیضوی در نظر گرفته شده است. همچنین ضخامت نمونه‌ها $t = 0.78mm$ ، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی و $t = 1.2mm$ ، برای پوسته‌های دارای گشودگی شبه بیضوی می‌باشد.

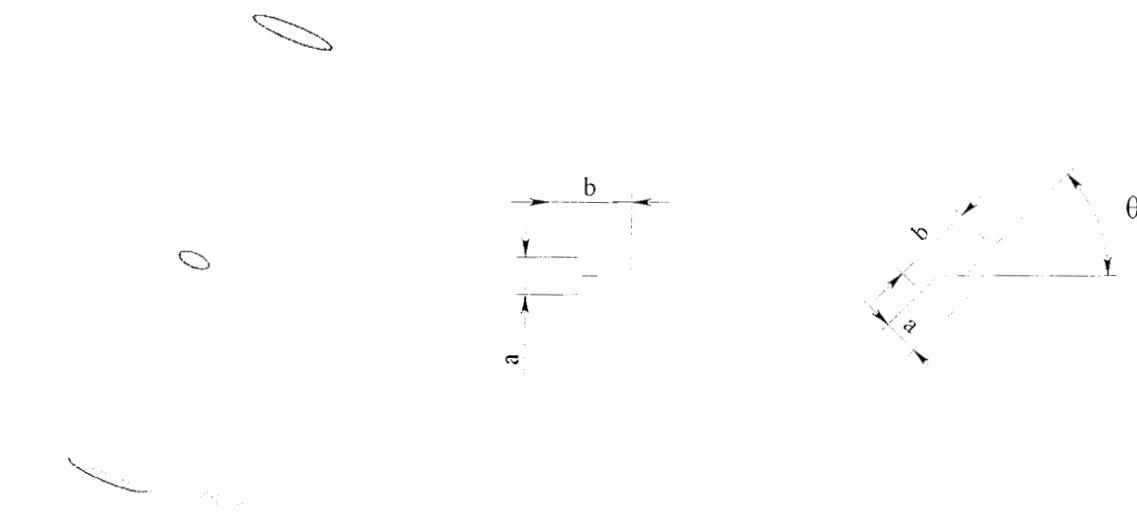
شکلهای (۱-۳) و (۲-۳)، به ترتیب هندسه گشودگی‌های شبه بیضوی و بیضوی را نشان می-دهند. مطابق شکل پارامتر a اندازه گشودگی در جهت محور طولی استوانه و پارامتر b اندازه گشودگی در جهت محیطی است. همچنین θ زاویه گشودگی با صفحه‌ای موازی مقطع استوانه است.

¹ Input file

² Output database



شکل ۳-۱- هندسه گشودگی شبه بیضوی



شکل ۳-۲- هندسه گشودگی بیضوی

پوسته‌های دارای گشودگی شبه بیضوی توسط خود نرم افزار ABAQUS مدلسازی شدند؛ اما برای مدلسازی نمونه‌های دارای گشودگی بیضوی به دلیل محدودیت این نسخه از نرم افزار ABAQUS در مدلسازی بیضوی، از نرم افزار SolidWorks استفاده شد.

۴-۳- نامگذاری نمونه‌ها

نامگذاری نمونه‌ها به عنوان مثال به صورت $D42-L120-L_0 60-a-b-\theta$ انجام شد. در این

کد، عدد بعد از D مشخص کننده قطر نمونه، عدد بعد از L بیان کننده طول نمونه، عدد بعد از L_0 بیانگر فاصله مرکز گشودگی تا لبه پایینی نمونه و حروف a، b و θ به ترتیب نمایانگر قطرهای بیضی در جهات محوری و محیطی و زاویه گشودگی بوده که در اشکال (۱-۳) و (۲-۳) نشان داده شده است. قابل ذکر است که زاویه گشودگی صفر درجه در نامگذاری لحاظ نمی‌شود.

۳-۵- خواص مکانیکی ماده

خواص مکانیکی ماده، مورد نیاز برای نرم افزار با انجام آزمایش کشش استاندارد، مطابق با استاندارد ASTM E8، بدست آمد. جزئیات انجام تست کشش و نحوه بدست آوردن خواص مکانیکی مورد نیاز در فصل چهارم بررسی شده است. در این قسمت فقط نتایج حاصل شده ارائه می‌شود.

خواص مکانیکی ماده تشکیل دهنده پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی به صورت زیر است:

- مدول الاستیسیته، $E = 87.737 GPa$ بدست آمد.

- نسبت پواسون از مقایسه با مواد مشابه، $\nu = 0.33$ در نظر گرفته شد.

- تنش تسلیم $\sigma_y = 212 MPa$.

همچنین خواص مکانیکی ماده تشکیل دهنده پوسته‌های دارای گشودگی شبیه بیضوی در زیر ارائه شده است:

- مدول الاستیسیته، $E = 70 GPa$ بدست آمد.

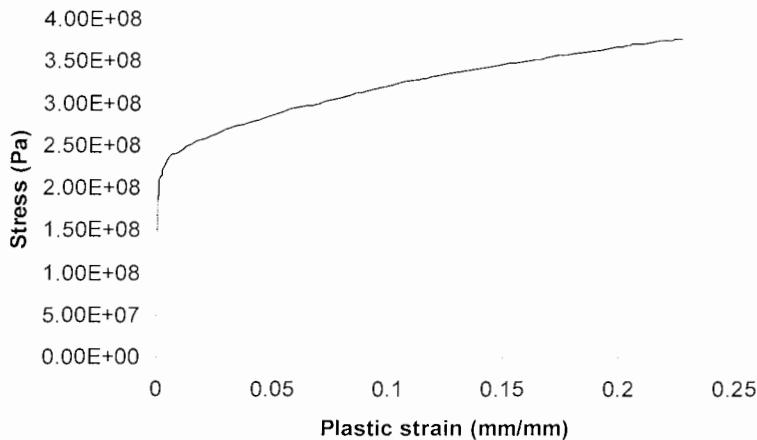
- نسبت پواسون از مقایسه با مواد مشابه، $\nu = 0.33$ در نظر گرفته شد.

- تنش تسلیم $\sigma_y = 204.97 MPa$.

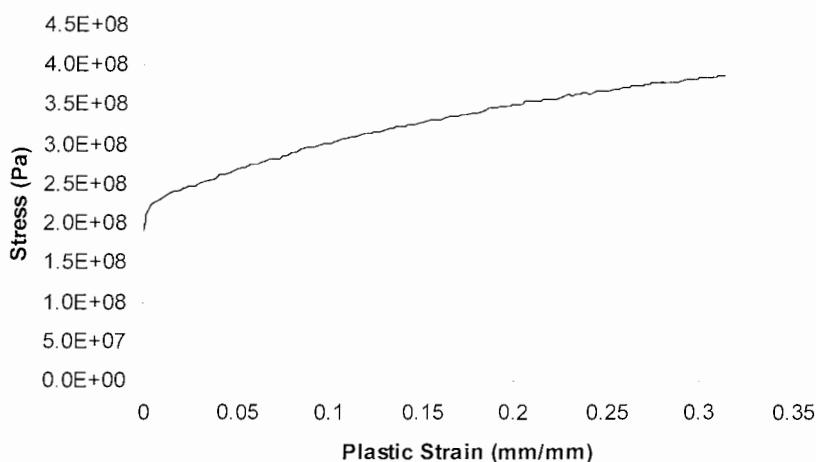
برای در نظر گرفتن خواص پلاستیک ماده لازم است که داده‌های منحنی تنش بر حسب کرنش پلاستیک، وارد نرم افزار شود. این منحنی، با استفاده از قسمت غیر خطی منحنی تنش - کرنش واقعی و با کمک رابطه زیر برای هر نقطه از منحنی حاصل می‌شود:

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon_{real} - \frac{\sigma_{real}}{E} \quad (13-3)$$

منحنی‌های تنش - کرنش پلاستیک بدست آمده برای هر دو ماده در اشکال (۳-۳) و (۴-۳) نشان داده شده است.



شکل ۳-۳- منحنی تنش - کرنش پلاستیک برای پوسته‌های دارای گشودگی شبیه بیضوی



شکل ۴-۴- منحنی تنش - کرنش پلاستیک برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی

۶-۳- بارگذاری و شرایط مرزی

برای اعمال شرایط مرزی روی لبه‌های پوسته استوانه‌ای، از دو صفحه صلب متصل به دو انتهای استوانه استفاده شد.

برای تحلیل کمانش تحت بار محوری مشابه آنچه در آزمایش انجام شد، جابجایی به میزان ۱۰ میلیمتر به صورت متمرکز روی مرکز صفحه بالایی اعمال شد که نتیجه آن ایجاد بار محوری گسترده

و فشاری روی هر دو لبه استوانه می‌باشد. همچنین تمام درجات آزادی صفحه پایینی و نیز تمام درجات آزادی صفحه بالایی بجز حرکت در راستای محور Z، مقید شد.

در فصل چهارم نشان داده خواهد شد که تکیه‌گاه‌های^۱ مورد استفاده در آزمایشات دارای لبه‌ای به ارتفاع ۱۹,۶ میلیمتر می‌باشند. به این دلیل در شبیه سازی عددی، لبه‌های پوسته به اندازه این ارتفاع در تمام جهات بجز در جهت محور استوانه مقید شدند.

برای تحلیل کمانش پوسته‌ها تحت ممان خمشی روی صفحات انتهایی ممانهایی در جهات مخالف یکدیگر و به اندازه N.M 1000 اعمال شد. هم چنین جابجایی‌های خطی این صفحات، به غیر از جابجایی خطی صفحه بالایی در جهت محوری و نیز جابجایی‌های زاویه‌ای این صفحات، بجز در جهت اعمال ممان، در تمام جهات مقید شد.

۷-۳- المان بندی نمونه‌ها

برای المان بندی نمونه‌ها از تکنیک سازه‌ای^۲ استفاده شد. المان بندی به روش سازه‌ای در واقع بهترین تکنیک المان بندی است و کاربر بیشترین کنترل را بر المانها دارد. این نوع المان بندی نوعی المان بندی از پیش ایجاد شده^۳ است که در خصوص بعضی اشکال هندسی خاص دستورالعمل آن در نرم افزار موجود است. هر شکل پیچیده‌ای که کاربر بخواهد توسط این تکنیک المان بندی کند، می‌بایست با استفاده از ابزار Partition، به نواحی ساده‌تری که مانند نواحی از پیش تعیین شده هستند، تقسیم شود.

برای المان بندی از هر دو نوع المان خطی و غیر خطی استفاده شد. سپس تمام نمونه‌ها با هر دو نوع المان تحلیل شدند و نتایج بدست آمده مقایسه شدند. المان خطی استفاده شده S4R، و المانهای غیر خطی استفاده شده S8R و S8R5 هستند. در ادامه خصوصیات این المانها بیان می‌شود.

المان S4R: این المان یک المان چهار گره‌ای است. این المان هم برای پوسته‌های با ضخامت زیاد و هم برای پوسته‌های نازک مورد استفاده قرار می‌گیرد و این قابلیت را دارد که با افزایش ضخامت

¹ Fixtures

² Structure

³ Pre established

تغییر شکل‌های برشی را محاسبه کند. همچنین این المان در مواردی استفاده می‌شود که کرنش‌های غشایی محدود است و چرخش‌ها می‌توانند تا حد دلخواهی بزرگ باشند. بنابراین برای تحلیل تنشهای بزرگ مناسب می‌باشد. تمام نمونه‌ها با این المان تحلیل شده‌اند.

المان S8R5: این المان یک المان هشت گره‌ای، با پنج درجه آزادی برای هر گره است، این المان برای المان بندی پوسته‌های نازک مناسب می‌باشد.
از این المان فقط برای تحلیل پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی که ضخامت کمتری داشتند، استفاده شد.

المان S8R: این المان یک المان هشت گره‌ای، با شش درجه آزادی برای هر گره است. این المان برای المان بندی پوسته‌های نسبتاً ضخیم استفاده می‌شود. در این المان اثر تنش برشی در نظر گرفته شده است.

از این المان فقط برای تحلیل پوسته‌های دارای گشودگی شبیه بیضوی که ضخامت زیادتری داشتند استفاده شد.

تمام این المانها از یک انتگرال کاهش یافته^۱ برای محاسبه ماتریس سختی استفاده می‌کنند. ولی ماتریس‌های جرم و بار به طور دقیق انتگرال‌گیری می‌شوند. انتگرال کاهش یافته معمولاً منجر به نتایج دقیق‌تری می‌شود. مشروط به اینکه المانها خراب نباشند یا تحت بارگذاری خمشی صفحه‌ای^۲ قرار نگرفته باشند. همچنین این روش باعث کاهش زمان تحلیل می‌شود.

جدول (۱-۳) مقادیر ویژه بدست آمده از تحلیل کمانش یک ورق مستطیل شکل با تکیه‌گاه ساده، تحت بار لبه‌ای و بارگذاری حرارتی را نشان می‌دهد. مقدار ویژه بدست آمده از روش تحلیلی برابر با ۹۰,۳۸ است [۲۸]. از روی این نتایج می‌توان تا حدودی دقت المانهای مختلف را سنجید.

از نتایج جدول (۱-۳) مشاهده می‌شود که المانهای S4R، S9R5، S8R5 و S8R نتایج خوبی را بدست می‌دهند. هرچند که اختلاف در نتایج ناچیز است.

برای انتخاب اندازه المانها، نمونه "D42-L420-L₀210-7.9-17.92-90" با المان S8R5 و با تعداد المان‌های متفاوت، تحلیل شد و به کمک نتایج بدست آمده اندازه کلی المانها انتخاب شد.

^۱ Reduced Integration

^۲ In-Plane bending

جدول ۳-۱- مقادیر ویژه کمانش برای ورق مستطیلی با المانهای مختلف [۲۸].

<i>Mesh and element type</i>	<i>Edge load</i>	<i>Thermal load</i>
2 × 2, S8R5	90.52	90.52
2 × 2, S8R	95.32	95.32
2 × 2, S9R5	90.52	90.52
2 × 2, STRI65	89.64	89.64
4 × 4, STRI3	90.47	90.47
4 × 4, S3R	115.92	115.92
4 × 4, S4R	92.80	92.80
4 × 4, S4R5	92.76	92.76
4 × 4, S4	92.35	92.35

نتایج تحلیل در جدول (۲-۳) آمده است.

در جدول (۲-۳) منظور از اندازه کلی المانها، طول یک ضلع از المانهای مربعی بر حسب متر است.

از نتایج بدست مشاهده می‌شود که حتی با المانهای بزرگ، بار کمانش تقریباً ثابت است. که این پدیده همگرایی بسیار خوب جوابهای حاصل از تحلیل با نرم افزار ABAQUS را نشان می‌دهد. با این وجود مشاهده می‌شود که با کمتر شدن اندازه المانها از مقدار ۰,۰۰۳ متر، تغییرات بار کمانش بسیار ناچیز می‌شود. در واقع بار کمانش تغییر محسوسی نمی‌کند. همچنین میانگین نسبت بزرگترین طول به کوچکترین طول المانها^۱، برای اندازه ۰,۰۰۳، بسیار خوب و نزدیک به مقدار ایده‌آل (۱)، است. همچنین میانگین کوچکترین و بزرگترین زاویه المانها بسیار خوب است. نکته دیگری که باید به آن

جدول ۲-۳- نتایج تحلیل نمونه D42 - L420 - L_۰210 - 7.9 - 17.92 - 90 - 90 با ابعاد مختلف

اندازه کلی المانها (M)	تعداد المانها	Average aspect ratio	Average min angle	Average max angle	بار کمانش عددی	در صد اختلاف بار کمانش با مقدار قبلی
0.006	2884	2.04	85.75	94.17	18520.1	-----
0.005	3908	1.97	86.86	93.08	18531.1	0.06
0.004	5132	1.66	87.61	92.35	18549.9	0.1
0.003	8060	1.34	88.48	91.49	18513.6	-0.19
0.0027	9008	1.28	88.64	91.34	18510.1	-0.019
0.0025	10468	1.22	88.83	91.15	18504.4	-0.03

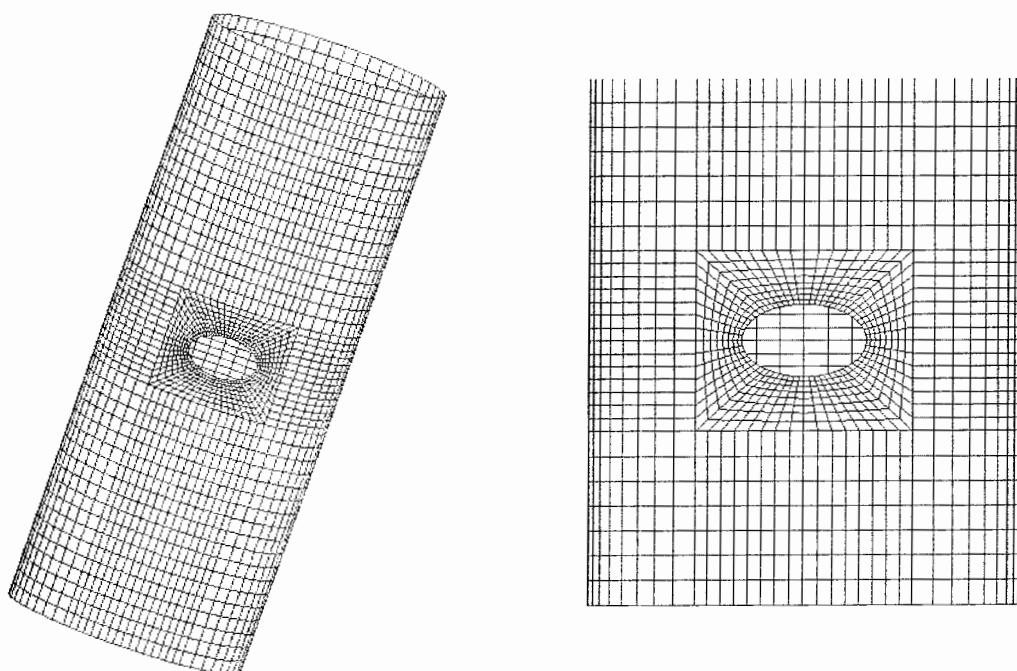
^۱ Aspect Ratio

توجه شود تعداد المانها است که با کاهش اندازه المانها، تعداد آنها افزایش می‌باید و باعث افزایش سیار زیاد در زمان تحلیل می‌شود.

با توجه به نتایج بدست آمده ابعاد کلی المانها برابر با $3,000$ متر در نظر گرفته شد. البته قابل ذکر است که در نواحی اطراف گشودگی اندازه المانها بسیار کوچکتر از نواحی دیگر در نظر گرفته شده است. همچنین برای نمونه‌های کوتاه ($L=120$) از اندازه $27,000$ متر برای ابعاد کلی المانها استفاده شد. زیرا تعداد المانها و زمان تحلیل و جواب حاصل شده تغییر چندانی نمی‌کند. فقط سطح استوانه در تصاویر هموارتر دیده می‌شود. یک نمونه از مدل‌های المان بندی شده در شکل (۳-۵) نشان داده شده است.

۳-۸- تعیین نوع تحلیل

تعريف حلگر مسئله در محیط Step انجام می‌شود. برای تحلیل مسئله کمانش در نرم افزار ABAQUS باید دو نوع تحلیل انجام شود. تحلیل اول Buckle و تحلیل دوم Static,Riks نامیده می‌شود.



شکل ۳-۵- یک نمونه المان بندی شده

Buckle ۱-۸-۳

این فرایند حل، یک تحلیل خطی مقدار ویژه است و برای بدست آوردن مقادیر ویژه کمانش برای سازه‌های الاستیک و سخت^۱ مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر بار بحرانی، تغییر شکلهای بحرانی و نیز شکل مدهای کمانش را بدست می‌دهد. یک مثال ساده از سازه‌های سخت ستون اویلر است.

در یک مسئله مقدار ویژه کمانش به دنبال بارهایی می‌گردیم که در این بارها ماتریس سختی مدل تکین شود. بنابراین مسئله

$$K^{MN} v^M = 0 \quad (14-3)$$

حلهای غیر صفر خواهد داشت. وقتی بار اعمال می‌شود، K^{MN} ماتریس سختی مماسی است. جابجایی‌های مخالف صفر هستند. بارهای اعمال شده می‌توانند شامل فشار، نیروهای مرکزی، جابجایی‌های غیر صفر معین و/یا بارگذاری حرارتی باشند.

فرمول بندی مسئله مقدار ویژه به صورت زیر است:

$$(K_0^{NM} + \lambda_i K_{\Delta}^{NM}) v_i^M = 0 \quad (15-3)$$

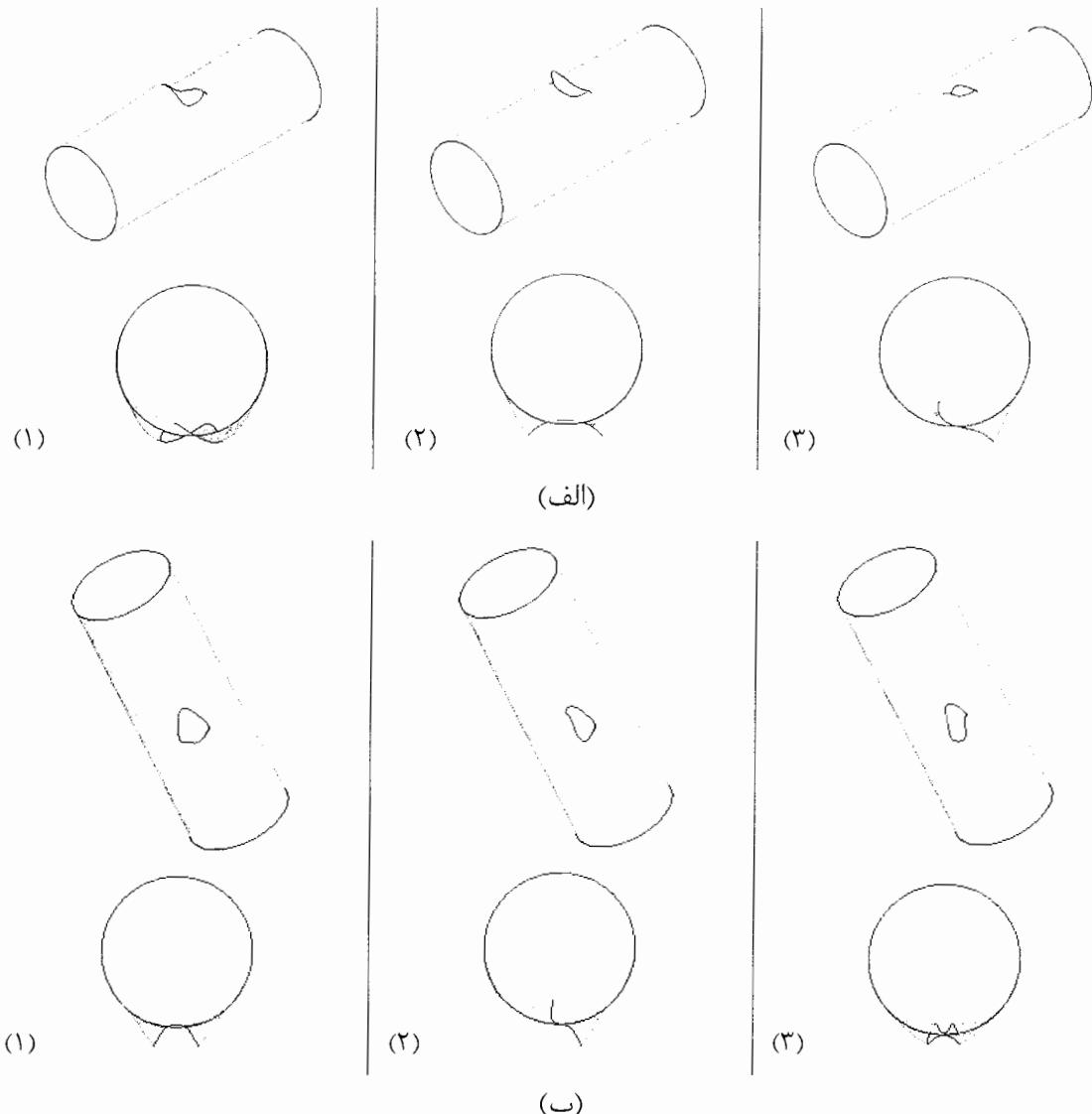
که در این رابطه K_0^{NM} ماتریس سفتی مربوط به حالت اولیه و شامل تاثیرات پیش بارها است. K_{Δ}^{NM} ماتریس سفتی دیفرانسیلی بار و تنش اولیه ناشی از الگوی بارگذاری افزایشی است. λ_i مقادیر ویژه هستند و v_i^M شکل مدهای کمانش (بردارهای ویژه) هستند. M و N مربوط به درجات آزادی کل مدل و i مشخص کننده مد کمانش آم است.

بنابراین ابتدا یک تحلیل خطی (مقدار ویژه) انجام شد تا شکل مدهای ابتدایی که مقدار ویژه کمتری دارند بدست آیند؛ زیرا کمانش معمولاً در این مدها اتفاق می‌افتد. برای این منظور از روش حلگر Subspace در نرم افزار استفاده شد.

لازم به ذکر است که به دلیل وجود قیدهای تماسی بین صفحات صلب و پوسته استوانه‌ای، از روش حلگر Lanczos برای این نمونه‌ها نمی‌توان استفاده کرد.

^۱ Stiff

در این تحقیق سه مد کمانش اول که بار کمانش مشابهی داشتند برای ادامه تحلیل در نظر گرفته شد. جابجایی‌های مربوط به این شکل مدها در فایلی ذخیره شدند و در تحلیل بعدی (Static,Riks) به عنوان نقص اولیه^۱ مورد استفاده قرار گرفتند تا تاثیر شکل مدها در تحلیل کمانش اعمال شود. در غیر این صورت نرم افزار به طور اختیاری مد کمانش را انتخاب می‌کند که این معمولاً به نتایج غیر واقعی منجر می‌شود.



شکل ۳-۶-الف) مدهای کمانش نمونه D42-L119.7-L₀68-a7.7-15.3 ب) مدهای کمانش نمونه D42-L120-L₀60-7.9-17.7-90 . (۱) مد اول کمانش (۲) مد دوم کمانش (۳) مد سوم کمانش.

^۱ Initial Imperfection

به عنوان مثال، در شکل (۳-۶-الف)، سه شکل مد اول از نمونه D42-L₀68-7.7-15.3 با گشودگی شبیه بیضوی و در شکل (۳-۶-ب)، سه شکل مد اول از نمونه D42-L120-L₀60-7.9-17.7-90 با گشودگی بیضوی، تحت بار محوری، نشان داده شده است.

Static,Riks ۲-۸-۳ - تحلیل

این روش حل یک فرایند تحلیل بار - جابجایی غیر خطی است. و برای تعیین بارهای فروپاشی بویژه برای سازه‌های حساس به عیب و نقص^۱ مناسب است. در این تحلیل می‌توان غیر خطی بودن ماده، شرایط مرزی و هندسه را در نظر گرفت.
این تحلیل غالباً باید با یک تحلیل مقدار ویژه کمانش همراه باشد. تا اطلاعات کاملی درباره فروپاشی سازه‌ها ارائه کند.

روش Riks از مقدار بار به عنوان یک مجھول اضافی استفاده می‌کند و بطور همزمان مسئله را برای بارها و جابجایی‌ها حل می‌کند. بنابراین یک کمیت دیگر برای اندازه‌گیری پیشروی حل باید مورد استفاده قرار گیرد. حلگر ABAQUS/Standard از طول کمان^۲، در امتداد مسیر تعادل استاتیکی در فضای بار - جابجایی استفاده می‌کند. این روش منجر به حل مسئله می‌شود صرفنظر از اینکه پاسخ پایدار یا ناپایدار است [۲۸].

در این تحقیق برای بررسی رفتار کمانش و پیدا کردن منحنی‌های بار - جابجایی خطی و ممان - جابجایی زاویه‌ای، از روش Static,Ricks استفاده شد و همانطور که قبل از گفته شد بارگذاری به صورت اعمال جابجایی در این Step صورت گرفت. همچنین تاثیرات مدهای اول، دوم و سوم کمانش که از تحلیل Buckle حاصل شده بودند به صورت نقص اولیه و مطابق با دستورالعمل ABAQUS به ترتیب به میزان ۲ درصد، ۱,۸ درصد و ۱,۵ درصد ضخامت، برای تمام نمونه‌ها در نظر گرفته شد. البته انتخاب تعداد مدها و درصد تاثیر آنها بستگی به تجربه کاربر دارد ولی مطابق با دستورالعمل ABAQUS نباید درصد تاثیر این مدها از ۲ درصد بیشتر انتخاب شود.

^۱ Imperfection

^۲ Arclength

در ادامه نتایج حاصل از تحلیل نمونه‌ها تحت بار محوری و ممان خمی ارائه می‌شود.

۹-۳- بار و گشتاور مرجع

برای ترسیم نمودارها بهتر است که داده‌ها بی‌بعد شوند. به همین منظور بار و ممان مرجع برای نمونه‌ها به صورت زیر تعریف شدند:

$$L_{ref} = \pi D t \times \sigma_y \quad (16-3)$$

$$M_{ref} = \frac{\pi \sigma_y (D^4 - d^4)}{32D} \quad (17-3)$$

در این روابط L_{ref} و M_{ref} به ترتیب بار و ممان مرجع می‌باشند. که در واقع بار و ممان لازم برای تسلیم شدن پوسته استوانه‌ای می‌باشند. D و d به ترتیب قطرهای خارجی و داخلی استوانه‌ها و t ضخامت پوسته‌ها است. σ_y نیز تنیش تسلیم ماده تشکیل دهنده استوانه‌ها است. بنابراین بار و ممان مرجع برای نمونه‌ها به صورت زیر بدست می‌آید:

- پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

الف) $D = 42 \text{ mm}$

$$L_{ref} = \pi \times 42 \text{ mm} \times 0.78 \text{ mm} \times 212 \text{ N/mm}^2 = 21818.738 \text{ N} \quad (18-3)$$

$$M_{ref} = \frac{\pi \times 212 \times 10^6 \text{ N/m}^2 (0.042m^4 - 0.04044m^4)}{32 \times 0.042m} = 216.646 \text{ Nm} \quad (19-3)$$

ب) $D = 48.1 \text{ mm}$

$$L_{ref} = \pi \times 48.1 \text{ mm} \times 0.78 \text{ mm} \times 212 \text{ N/mm}^2 = 24987.65 \text{ N} \quad (20-3)$$

$$M_{ref} = \frac{\pi \times 212 \times 10^6 \text{ N/m}^2 (0.0481m^4 - 0.04654m^4)}{32 \times 0.0481m} = 286.172 \text{ Nm} \quad (21-3)$$

- پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی

$$L_{ref} = \pi \times 42 \text{ mm} \times 1.2 \text{ mm} \times 204.976 \text{ N/mm}^2 = 32454.977 \text{ N} \quad (22-3)$$

برای بی‌بعد کردن جابجایی‌ها برای هر نمونه از طول نمونه استفاده شده است. بنابراین داده‌های کلیه نمودارهای بار - جابجایی به صورت بی‌بعد هستند.

۱۰-۳- نتایج تحلیل عددی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

تحت بار فشاری محوری

در این بخش نتایج تحلیل کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی تحت بار فشاری محوری برای نمونه‌هایی با سه طول مختلف ($L = 120\text{mm}, 273\text{mm}, 420\text{mm}$) و قطرهای $D = 42\text{mm}, 48.1\text{mm}$ ارائه شده است. هدف از انجام این تحلیلهای بررسی تاثیر موقعیت، ابعاد، و زاویه گشودگی‌های بیضوی شکل بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک است. قابل ذکر است که، نتایج بدست آمده برای نمونه‌های تحلیل شده با قطر ۴۲ میلیمتر، برای کلیه نمونه‌هایی با هندسه مشابه، که نسبت قطر به ضخامت و نسبت طول به قطر آنها در رابطه (۲۳-۳) صدق کند و از ماده مشابهی تشکیل شده باشند، صادق است.

$$D/t = 53.846, \quad L/D = 2.857, \quad 6.5, \quad 10 \quad (23-3)$$

همچنین در مورد نمونه‌های دارای قطر ۴۸.۱ میلیمتر، نتایج بدست آمده، برای کلیه نمونه‌هایی با هندسه مشابه، که در رابطه (۲۴-۳) صدق کنند و از ماده مشابهی تشکیل شده باشند، صادق است.

$$D/t = 61.667, \quad L/D = 2.495, \quad 5.676, \quad 8.732 \quad (24-3)$$

۱۰-۳-۱- بررسی تاثیر تغییر موقعیت گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های

استوانه‌ای

برای بررسی تاثیر موقعیت گشودگی روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای، یک گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت 18×8 میلیمتر در فاصله‌هایی برابر با $L_0 = 0.5L, 0.6L, 0.7L, 0.8L, 0.9L$ از لبه پایینی استوانه روی نمونه‌ها ایجاد شد. البته ابعاد گشودگی‌ها برای تعدادی از نمونه‌ها، به ناچار و به دلیل هماهنگی با نمونه‌های آزمایش، مقداری متغیر است که البته در نتیجه‌گیری کلی تاثیری ندارد.

نتایج حاصل از تحلیلهای با دو المان خطی و غیر خطی در جدول (۳-۳) ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهد که تغییر موقعیت گشودگی بر بار کمانش تاثیر می‌گذارد. منحنی‌های بار کمانش (حاصل از تحلیل نمونه‌ها با المانهای غیر خطی)، بر حسب موقعیت گشودگی برای پوسته‌های استوانه‌ای با

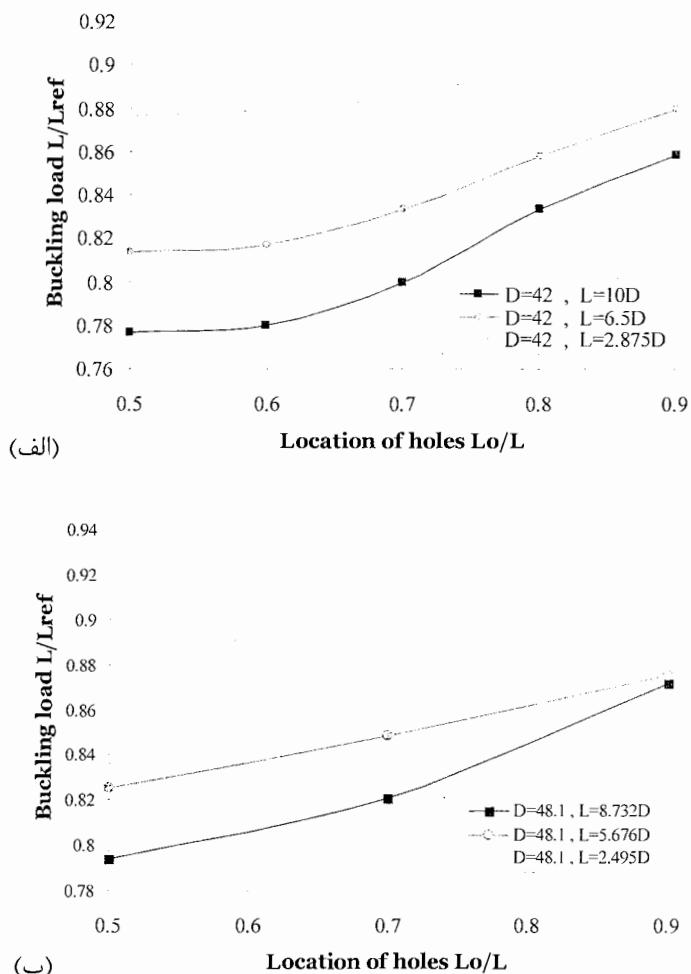
طولهای مختلف در اشکال (۳-۷-الف و ب) به ترتیب برای نسبتهای $D/t = 53.846$ و $D/t = 61.667$ طولهای مختلف در اشکال (۳-۷-الف و ب) به ترتیب برای نسبتهای $D/t = 53.846$ و $D/t = 61.667$ ترسیم شده است.

جدول ۳-۳- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

تأثیر موقعیت گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	موقعیت گشودگی (L_0/L)	بار کمانش (N)	المان S8R5	المان S4R
<i>D42-L420-Perfect</i>	420	----	22792.8	23285.2	
<i>D42-L420-L₀210-8-17.7</i>	420	0.5	16938.7	17670.6	
<i>D42-L420-L₀252-8-18</i>	420	0.6	17020.5	17757.6	
<i>D42-L420-L₀294-8-18.15</i>	420	0.7	17453.2	18157.5	
<i>D42-L420-L₀336-8-18</i>	420	0.8	18185.6	18827	
<i>D42-L420-L₀378-8-18.04</i>	420	0.9	18729.1	19403.3	
<i>D42-L273-Perfect</i>	273	----	22814.8	23447.4	
<i>D42-L273-L₀136.5-8-17.68</i>	273	0.5	17746.4	18477.7	
<i>D42-L273-L₀163.8-8-18</i>	273	0.6	17822.3	18527	
<i>D42-L273-L₀191.1-7.96-18.25</i>	273	0.7	18181.8	18888.5	
<i>D42-L273-L₀218.4-8-18</i>	273	0.8	18714.5	19153.7	
<i>D42-L273-L₀245.7-7.98-17.94</i>	273	0.9	19187.1	19698.5	
<i>D42-L120-Perfect</i>	120	----	22751.6	23404.7	
<i>D42-L120-L₀60-8-17.6</i>	120	0.5	19120.4	19764.8	
<i>D42-L120-L₀72-8-17.6</i>	120	0.6	19174	19761	
<i>D42-L120-L₀84-8-17.6</i>	120	0.7	19338	19828.6	
<i>D42-L120-L₀108-8-17.6</i>	120	0.9	19891.4	20109.5	
<i>D48.1-L420-Perfect</i>	420	----	25876.9	26506.4	
<i>D48.1-L420-L₀210-7.94-17.54</i>	420	0.5	19828.4	20592.8	
<i>D48.1-L420-L₀294-7.94-17.54</i>	420	0.7	20514.1	21237.1	
<i>D48.1-L420-L₀378-7.94-17.54</i>	420	0.9	21778.5	22502.5	
<i>D48.1-L273-Perfect</i>	273	----	25858.7	26426.1	
<i>D48.1-L273-L₀136.5-8.02-17.86</i>	273	0.5	20623.2	21361.6	
<i>D48.1-L273-L₀191.1-8.02-17.86</i>	273	0.7	21192.3	21898.6	
<i>D48.1-L273-L₀245.7-8.02-17.86</i>	273	0.9	21872.9	22796.5	
<i>D48.1-L120-Perfect</i>	120	----	25825.4	26484.7	
<i>D48.1-L120-L₀60-8.04-17.75</i>	120	0.5	22177.3	22827.5	
<i>D48.1-L120-L₀72-8-17.75</i>	120	0.6	22260.7	22830.1	
<i>D48.1-L120-L₀84-8-17.75</i>	120	0.7	22438.9	23006.9	
<i>D48.1-L120-L₀108-8-17.75</i>	120	0.9	22910.2	23734	

مشاهده می‌شود که افزایش قطر پوسته باعث افزایش در بار کمانش می‌شود. اشکال (۳-۷-الف) و (ب) به وضوح نشان می‌دهند که با تغییر موقعیت گشودگی از میانه پوسته به طرف لبه‌های پوسته، بار کمانش افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که پوسته‌های با طول بلندتر، نسبت به تغییر موقعیت گشودگی حساس‌ترند. به عنوان مثال برای پوسته‌های با نسبت $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$ با تغییر موقعیت گشودگی، از میانه پوسته به فاصله ۹۰ درصدی طول پوسته، بار کمانش حدود ۱۱ درصد افزایش می‌یابد؛ در حالی که برای پوسته‌های با نسبت $L/D = 6.5$ و $D/t = 53.846$ ، افزایش در بار کمانش حدود ۸ درصد و برای پوسته‌های با نسبت $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$ ، این افزایش در بار کمانش به ۴ درصد محدود می‌شود.



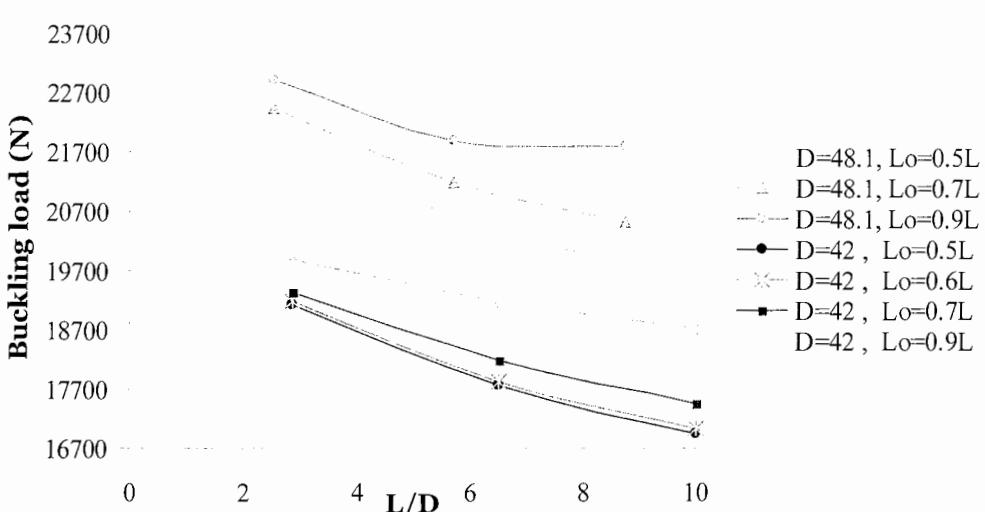
شکل ۳-۷- منحنی بار کمانش - موقعیت گشودگی، برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی و طولهای متفاوت. (الف) پوسته‌های با نسبت $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های با نسبت $D/t = 61.667$

به طور مشابه برای پوسته‌های دارای نسبت $D/t = 61.667$ ، با تغییر موقعیت گشودگی، از میانه پوسته به فاصله ۹۰ درصدی طول پوسته، بار کمانش حدود ۱۶ درصد، ۶ درصد و ۳ درصد، به ترتیب برای نسبتهای ۲.۴۹۵، $L/D = 5.676$ و $L/D = 8.732$ ، افزایش می‌یابد؛

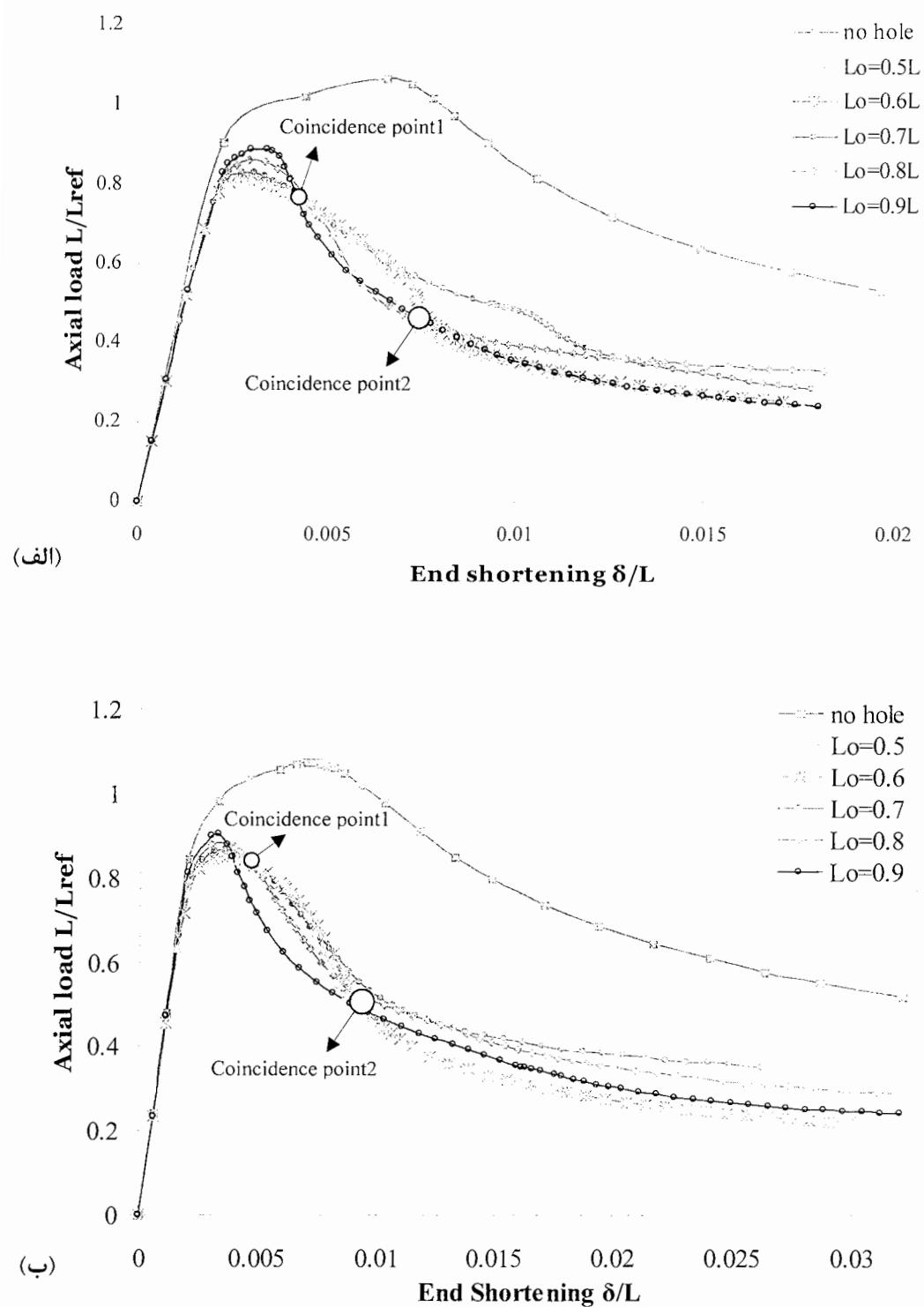
شکل (۸-۳) منحنی‌های بار بر حسب نسبت طول به قطر استوانه، را نشان می‌دهد. واضح است که با افزایش طول پوسته‌های استوانه‌ای، برای گشودگی‌هایی با موقعیت یکسان، بار کمانش کاهش می‌یابد و نیز پوسته‌هایی که دارای قطر بیشتری هستند، بار کمانش بیشتری دارند.

منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای کلیه نمونه‌های جدول (۳-۳) در شکلهای (۹-۳) تا (۹-۱۱) نشان داده شده است. این منحنی‌ها مربوط به تحلیلهای اجزای محدود با المان خطی S4R است. زیرا همانطور که در فصل چهارم توضیح داده خواهد شد، این المانها در مقایسه با سایر المانها ناحیه پس کمانش را بهتر نمایش می‌دهند.

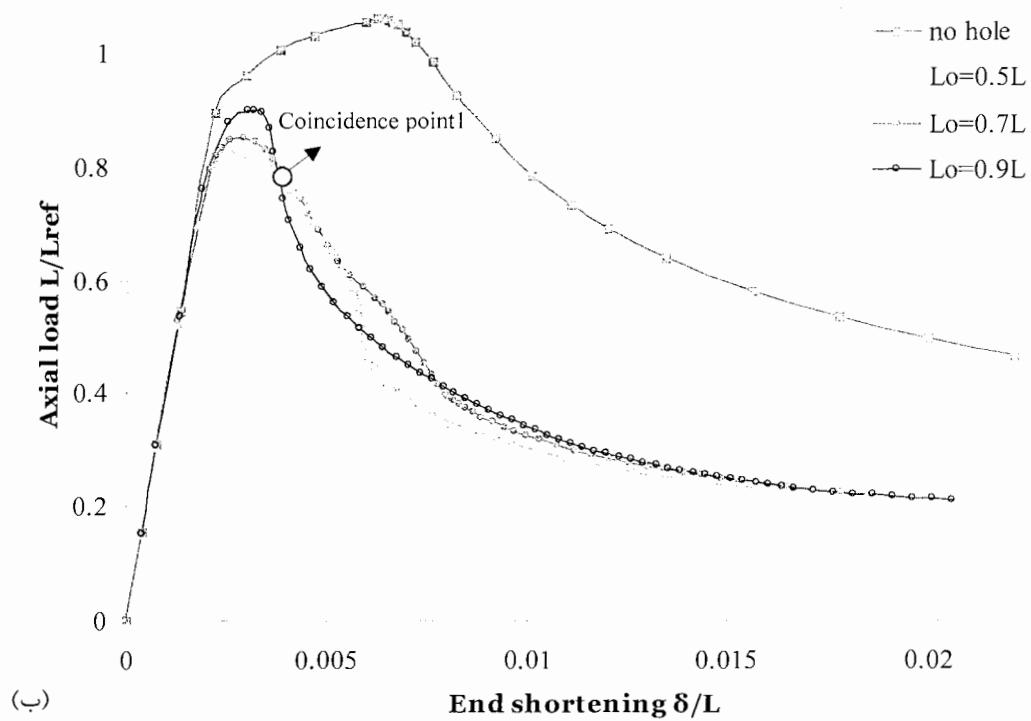
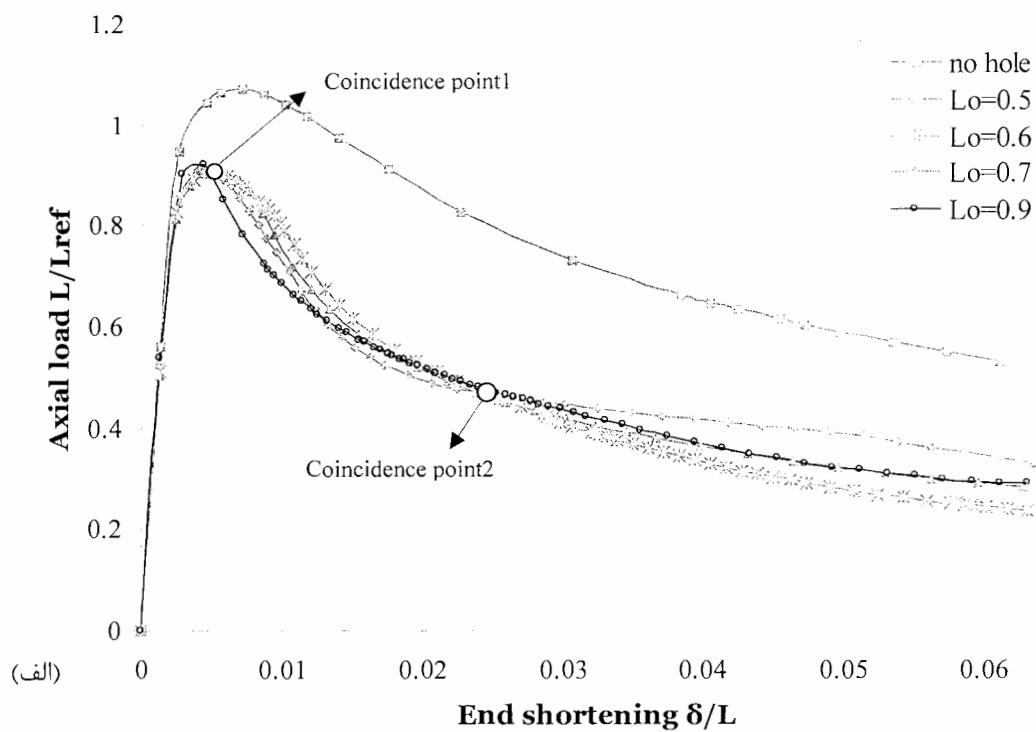
از منحنی‌های بار - جابجایی مذکور مشاهده می‌شود با ایجاد گشودگی در پوسته، بار کمانش پوسته افت چشمگیری پیدا می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود که تمام منحنی‌های مربوط به استوانه‌های دارای طول برابر دو نقطه تلاقی دارند. نقطه تلاقی اول درست پس از رسیدن پوسته به حالت کمانش رخ می‌دهد. قبل از این نقطه منحنی‌های مربوط به نمونه‌های با نسبت L_0/L بزرگتر، بالاتر از



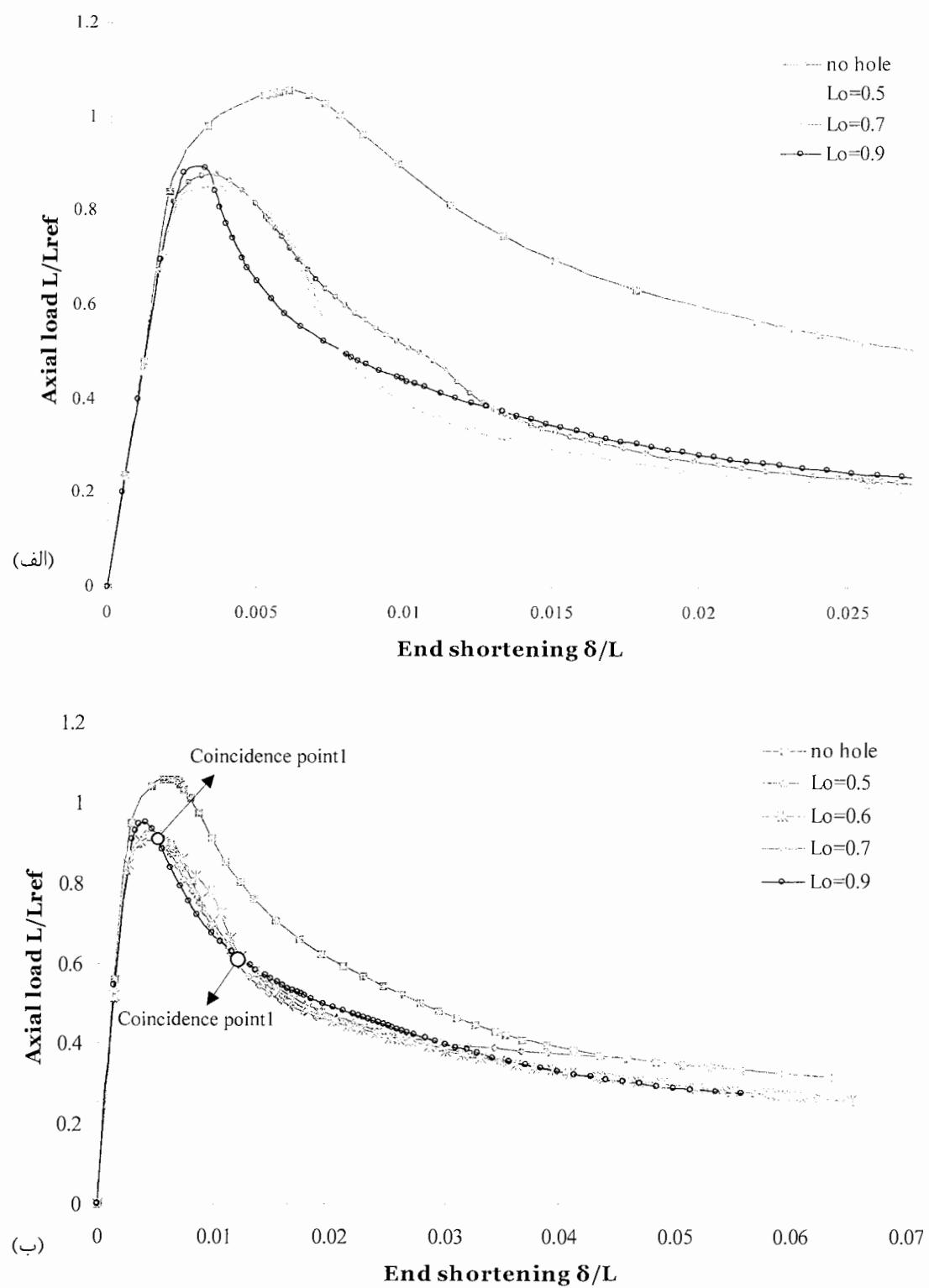
شکل ۸-۳- منحنی‌های بار - نسبت L/D ، برای قطرهای متفاوت و گشودگی‌های بیضوی در موقعیتهای یکسان



شکل ۳-۹- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی در موقعیت‌های مختلف، (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$ و (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 6.5$ و $D/t = 53.846$.



شکل ۳-۱۰- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی در موقعیت‌های مختلف، (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$ و (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 8.732$ و $D/t = 61.667$



شكل ۳-۱۱- منحنی های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته های دارای گشودگی بیضوی در موقعیت های مختلف، (الف) پوسته های استوانه ای با نسبت های $D/t = 61.667$ و $L/D = 5.676$. (ب) پوسته های استوانه ای با نسبت های $D/t = 61.667$ و $L/D = 2.495$ و ای با نسبت های

سایر منحنی‌ها قرار دارند. ولی بعد از این نقطه موقعیت این منحنی‌ها نسبت به هم عوض می‌شود و منحنی‌های مربوط به نمونه‌های با نسبت L_0/L بزرگتر، پایین تر از سایر نمودارها قرار می‌گیرند. این پدیده برای نقطه تلاقی دوم هم اتفاق می‌افتد و دوباره موقعیت منحنی‌ها نسبت به هم عوض می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که با کاهش طول نمونه‌ها نقطه تلاقی اول به سمت نقطه کمانش نزدیک می‌شود. نکته دیگری که از بررسی نمودارها بدست می‌آید برابر بودن شبیب منحنی‌ها در ناحیه پیش کمانش است.

در ادامه، برای سه نمونه با نسبت‌های $L/D = 5.676$ و $D/t = 61.667$ ، دارای گشودگی با ابعاد ثابت در موقعیت‌های متفاوت، ($L_0/L = 0.5$ ، $L_0/L = 0.7$ و $L_0/L = 0.9$)، منحنی‌های بار – جابجایی انتهایی و نماهای ایزومتریک و بالای پوسته، همراه با کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل^۱، به ترتیب، در اشکال (۱۴-۳) تا (۱۲-۳) نشان داده شده است.

کرنش پلاستیک معادل، نواحی تسلیم شده فعال^۲ ماده را مشخص می‌کند و از رابطه زیر بدست می‌آید [۲۸]:

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^{pl} \cdot \dot{\varepsilon}^{pl}} dt \quad (25-3)$$

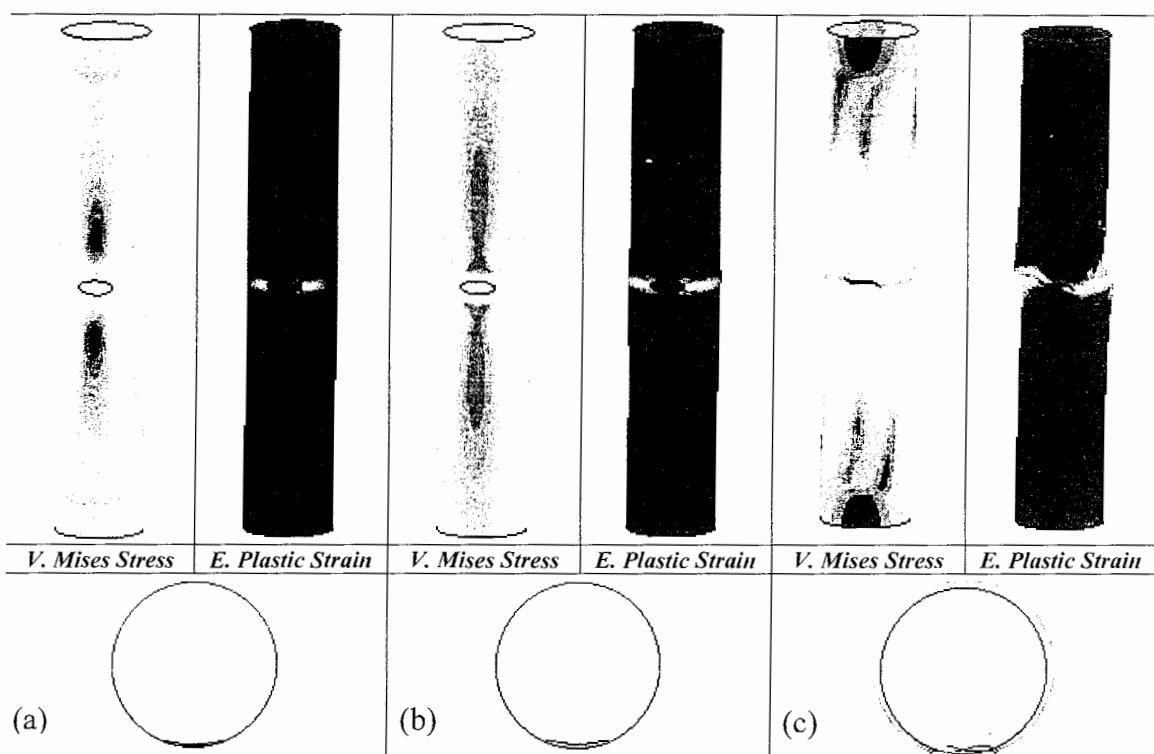
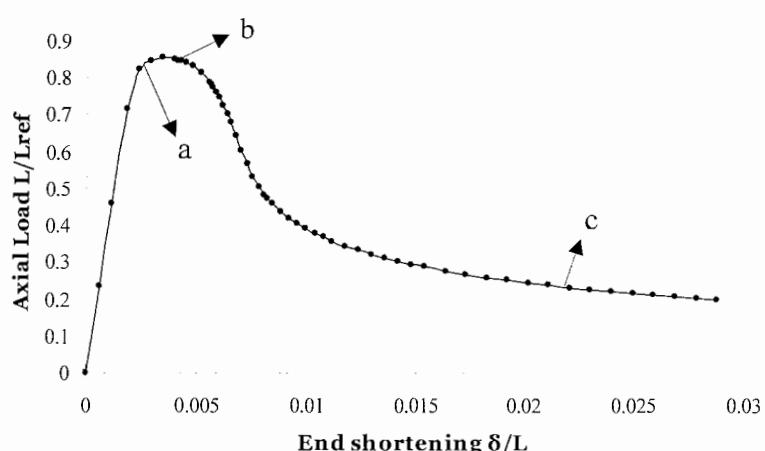
با توجه به شکلهای (۱۲-۳) تا (۱۴-۳)، مشاهده می‌شود که قبل از رسیدن بار به مقدار بحرانی، تنش در بیشتر نواحی پوسته غیر از نواحی اطراف گشودگی، به طور یکنواخت توزیع شده و با افزایش بار، افزایش می‌یابد. کانتورهای تنش برای نمونه دارای گشودگی در میانه پوسته کاملاً متقاض است. ناحیه جلویی پوسته به علت وجود گشودگی، تنش کمتری را تحمل می‌کند (اشکال (۱۲-۳)، (۳-۳) و (۱۴-۳-a)) و تا رسیدن به بار بحرانی وسعت این نواحی افزایش می‌یابد. با این وجود، تنش در نواحی اطراف گشودگی و در جهت محیطی به سرعت بالا رفته به طوری که این نواحی قبل از رسیدن پوسته به حالت کمانش، تسلیم می‌شوند (اشکال (b-۱۲-۳)، (۳-۳-b) و (۱۴-۳-b)). با افزایش بار وسعت این نواحی در جهت محیط پوسته، بیشتر شده و در نهایت پوسته کمانش می‌کند. همانطور که از شکل (۱۲-۳-C) پیداست، بعد از کمانش پوسته، تنش در قسمتهای میانی پوسته و اطراف گشودگی بالا رفته و وسعت نواحی پلاستیک شده افزایش می‌یابد. در عوض تنش در دو لبه

^۱ Equivalent Plastic Strain

^۲ Active yielding

پوسته شروع به کم شدن می‌کند.

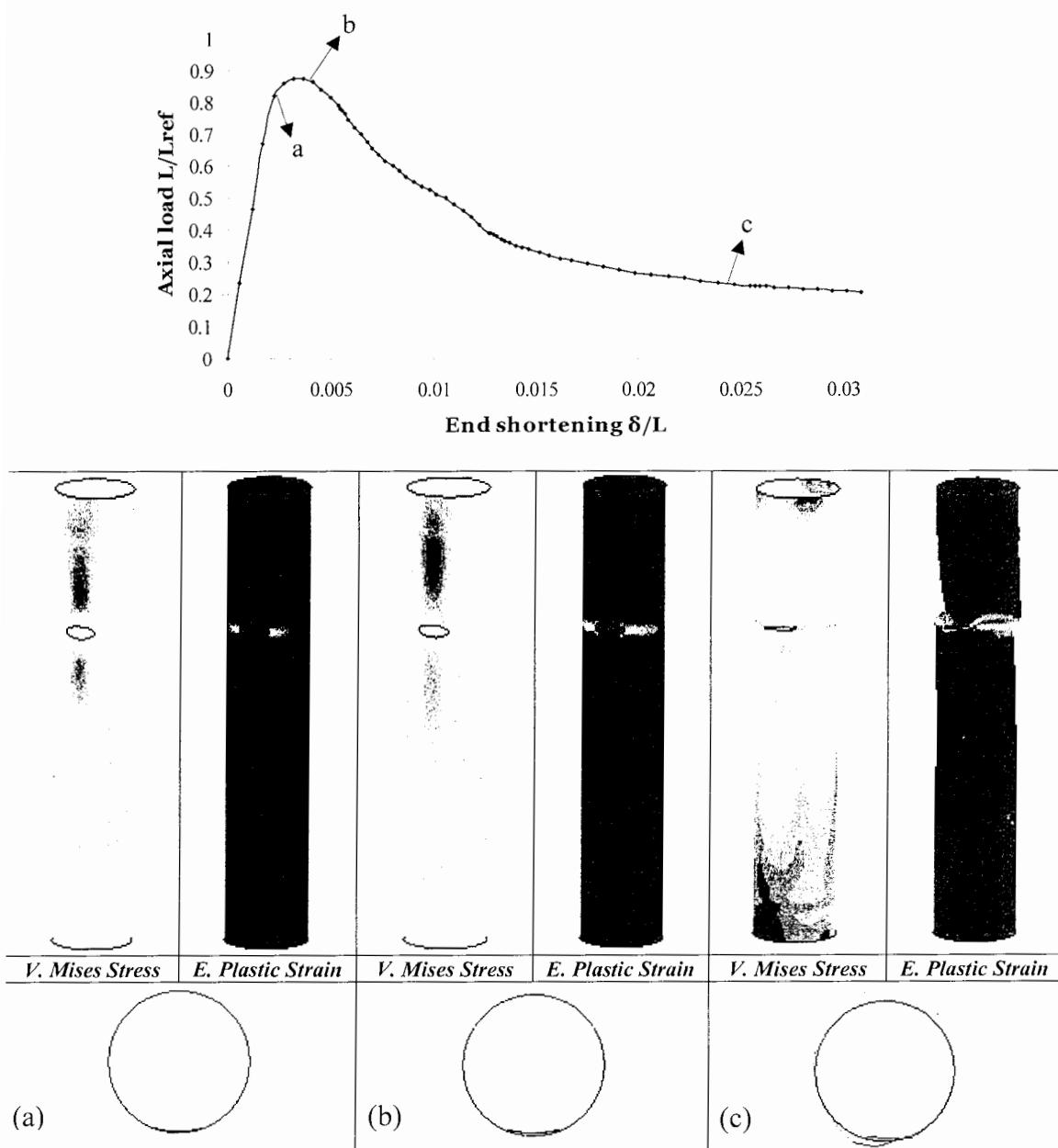
دلیل اینگونه توزیع تنش در پوسته این است که چون در ابتدا پوسته تحت فشار محوری قرار دارد، با افزایش نیروی محوری تنش در پوسته بالا می‌رود؛ ولی نواحی بالا و پایین گشودگی نمی‌توانند نیروی زیادی را تحمل کنند و تنش در این نواحی افزایش چندانی نشان نمی‌دهد. بعد از کمانش، بار فشاری محوری، افت پیدا می‌کند و پوسته کم دچار خمش کلی می‌شود. بنابراین، تنش در لبه‌ها که کمتر تحت تاثیر خمش قرار دارند، کاهش ولی در نواحی اطراف گشودگی افزایش می‌یابد.



شکل ۳-۱۲- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه

$$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 8.02 - 17.86$$

با مقایسه شکل‌های (۱۲-۳)، (۱۳-۳) و (۱۴-۳) می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش نسبت L_0/L ، توزیع تنش چه قبیل و چه بعد از کمانش یکنواخت تر می‌شود و در واقع به جز در نواحی اطراف گشودگی، به توزیع تنش پوسته کامل نزدیک می‌شود. به عبارت دیگر نواحی بیشتری از پوسته با رفشاری را تحمل می‌کنند. این می‌تواند دلیل افزایش بار کمانش با افزایش نسبت L_0/L باشد.

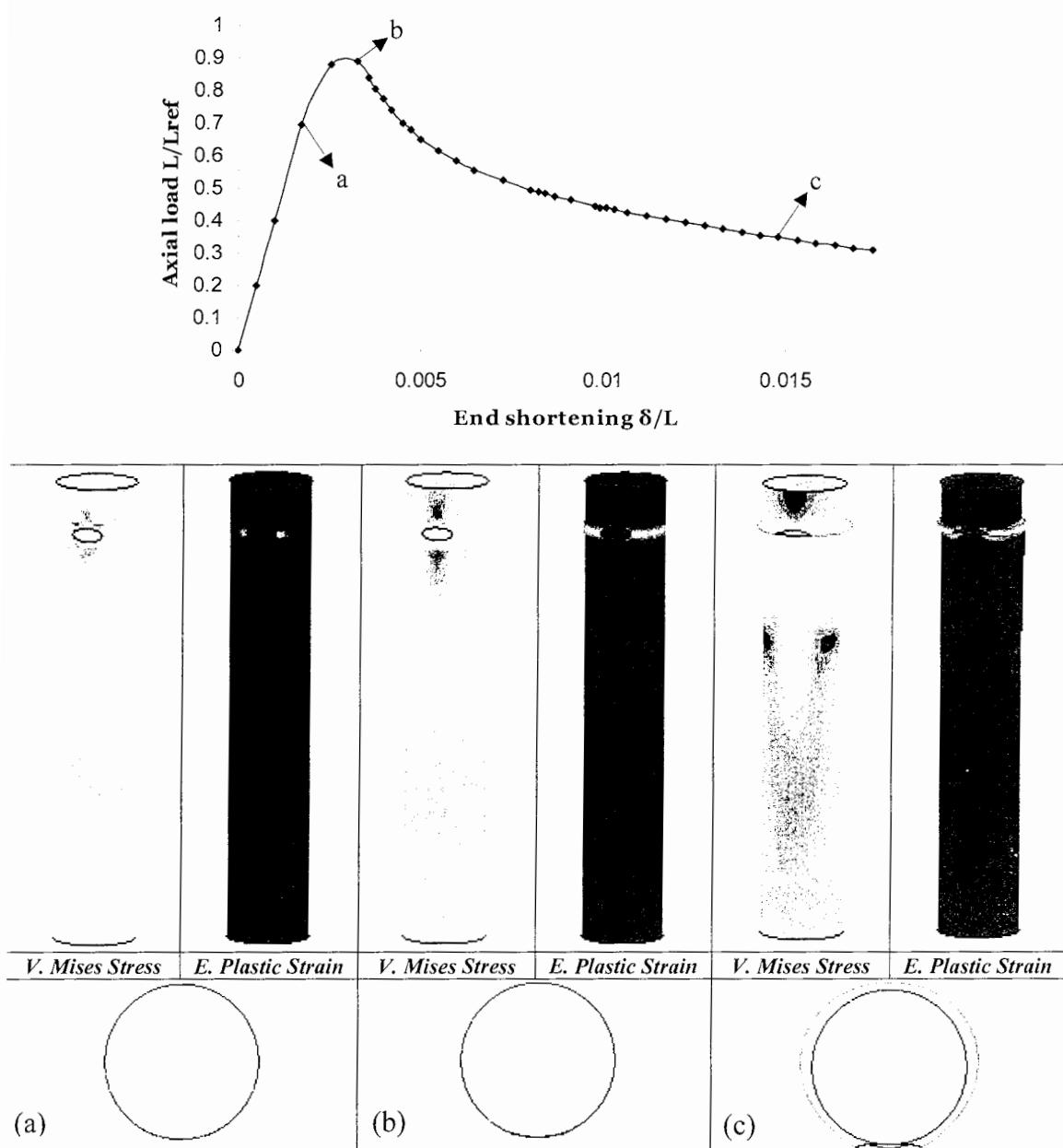


شکل ۳-۱۳- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه

$$D48.1 - L273 - L_0 191.1 - 8.02 - 17.86$$

در فصل پنجم مشاهده خواهید کرد که تغییر شکل پوسته‌ی کامل شبیه به پوسته دارای گشودگی در موقعیت $L = 0.9L_0$ ، (شکل ۱۴-۳) می‌باشد.

همانطور که دیده می‌شود، کمانش به صورت موضعی^۱ اتفاق می‌افتد و سپس پوسته دچار خمش کلی می‌شود. نتایج بدست آمده از نرم افزار نیز این گفته را تایید می‌کند. زیرا مقدار بدست آمده برای



شکل ۱۴-۳- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کونش پلاستیک معادل، برای نمونه

$$D48.1 - L273 - L_0 245.7 - 8.02 - 17.86$$

^۱ Local

جابجایی زاویه‌ای پوسته حول محور عمود بر محور طولی استوانه و موازی با امتداد گشودگی در جهت محیطی، در حالت کمانش و در نواحی اطراف گشودگی، برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبتهاي $L_0/L = 0.9$ و $L_0/L = 0.7$ ، به ترتیب حدود $0, 15, 0, 2$ و $0, 1$ رادیان و برای نواحی دیگر حدود $0, 0, 0, 0, 0, 6$ و $0, 0, 0, 9$ رادیان است.

۳-۱۰-۲- بررسی تاثیر تغییر ابعاد گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

الف- تاثیر تغییر ارتفاع گشودگی با عرض ثابت روی رفتار کمانش

برای بررسی تاثیر تغییر ارتفاع گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای، گشودگی‌هایی با عرض ثابت (۱۸ میلیمتر) در پوسته‌ها ایجاد شد. سپس با تغییر ارتفاع گشودگی‌ها از ۶ تا ۱۴ میلیمتر، تغییرات بار کمانش، بررسی شد. البته همانطور که قبلاً ذکر شد، به دلیل هماهنگی با نمونه‌های آزمایش، ابعاد گشودگی‌ها در بعضی از نمونه‌ها کمی متفاوت است که این موضوع خللی در نتیجه-گیری کلی وارد نمی‌کند. نتایج تحلیلها در جدول (۳-۴) ارائه شده است. همچنین منحنی‌های بار کمانش (حاصل از تحلیل نمونه‌ها با المانهای غیر خطی)، بر حسب نسبت a/b و L/D به ترتیب در اشکال (۳-۱۵) و (۳-۱۶) نشان داده شده است. برای مقایسه تغییرات بار با تغییر قطر نمونه، بار کمانش در این نمودارها بدون بعد نشده است.

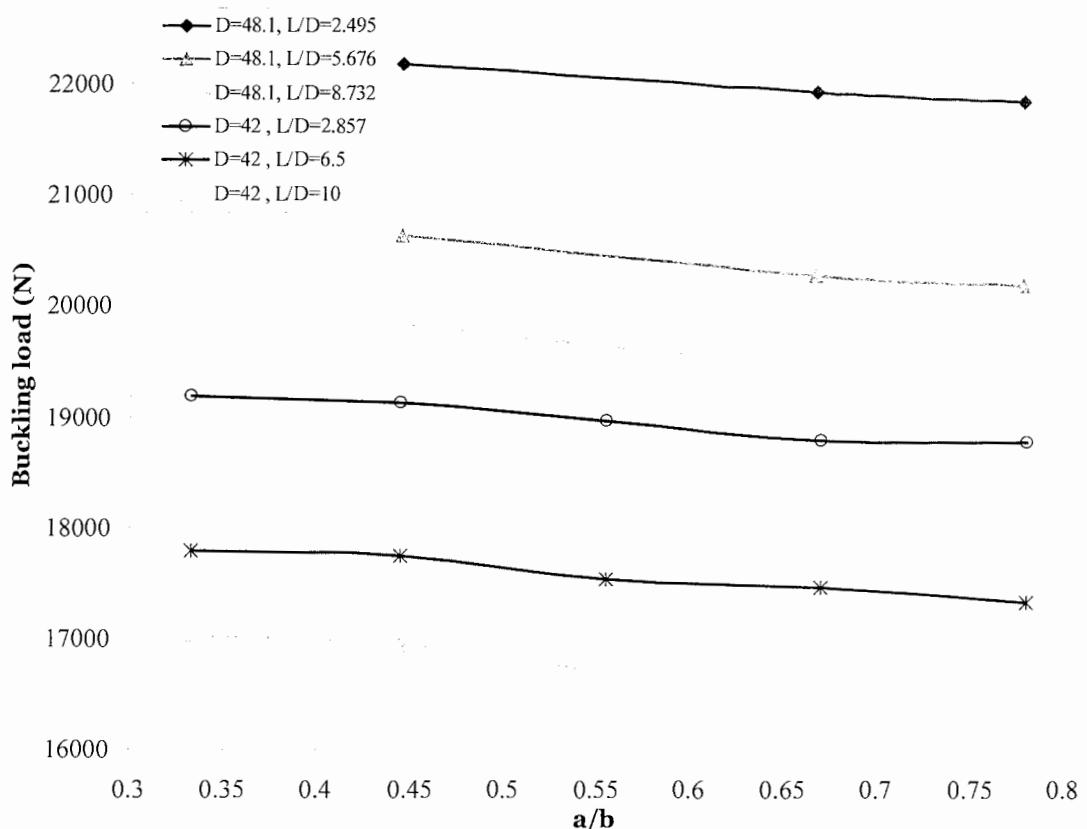
شکل (۳-۱۵) نشان می‌دهد که با افزایش ارتفاع گشودگی، بار کمانش کاهش می‌یابد. اما این کاهش در بار کمانش ناچیز است. تغییرات بار کمانش با افزایش ارتفاع گشودگی از ۶ میلیمتر تا ۱۴ میلیمتر برای پوسته‌های بلند، ($L=420$)، متوسط ($L=273$) و کوتاه ($L=120$) با قطر ۴۲ میلیمتر، به ترتیب حدود ۳ درصد، ۲,۶ درصد و ۲,۱ درصد است. برای پوسته‌های دارای قطر ۴۸,۱ میلیمتر، با افزایش ارتفاع گشودگی از ۸ تا ۱۴ میلیمتر بار کمانش حدود ۲,۶، ۲,۱ و ۱,۵ درصد، به ترتیب برای پوسته‌های بلند، متوسط و کوتاه، کاهش می‌یابد. بنابراین مشاهده می‌شود که پوسته‌های بلندتر و با قطر کمتر، نسبت به تغییرات ارتفاع گشودگی حساس‌ترند. هر چند که این تغییرات ناچیزند. همچنین از شکل (۳-۱۶) واضح است که پوسته‌های دارای قطر بیشتر و دارای گشودگی مشابه، مقاومت بیشتری در برابر کمانش از خود نشان می‌دهند.

منحنی‌های بار – جابجایی انتهایی برای نمونه‌های جدول (۴-۳) و نمونه‌های بدون گشودگی در شکل‌های (۳-۱۷) تا (۳-۱۹) نشان داده شده است. می‌توان دید که منحنی بار – جابجایی انتهایی برای نمونه‌های دارای طول و قطر برابر و گشودگی با عرض ثابت، کاملاً مشابهند و اختلاف ناچیزی دارند. اما اختلاف این منحنی‌ها با منحنی مربوط به نمونه بدون گشودگی بسیار زیاد است. در واقع با

جدول ۳-۴- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

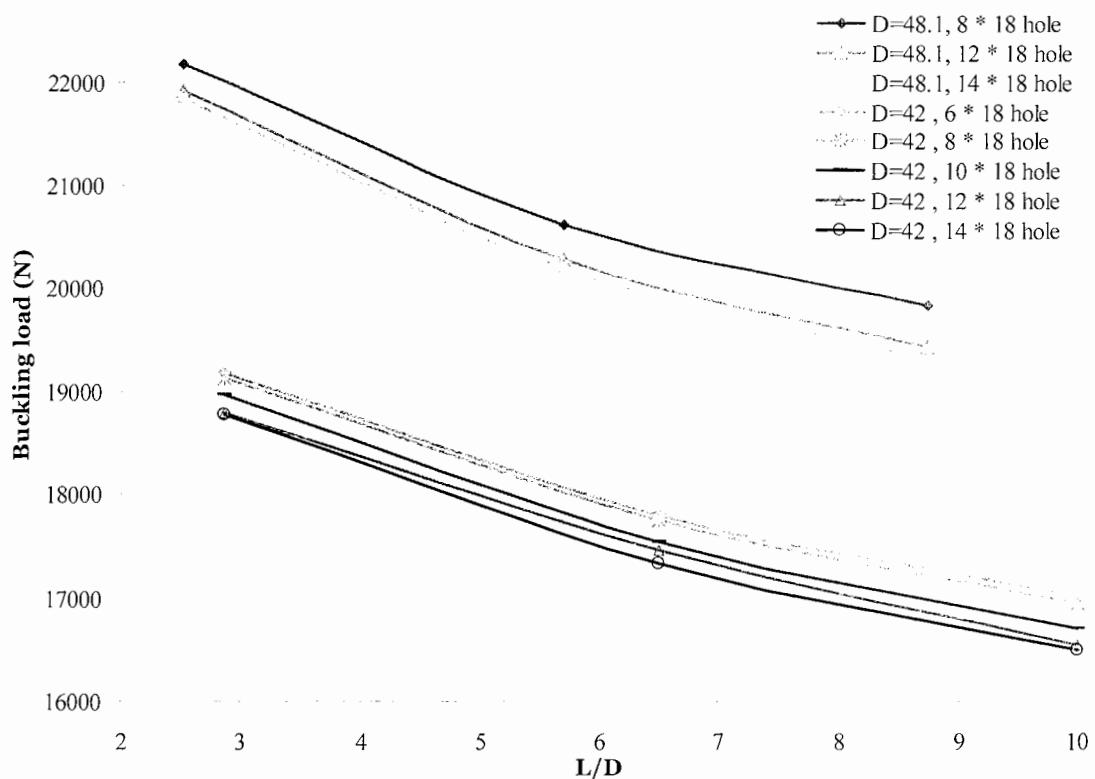
تأثیر تغییر ارتفاع گشودگی با عرض ثابت، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول	بعاد گشودگی		بار کمانش (N)
			المان S8R5	المان S4R	
				$a \times b$ (mm × mm)	
17030.8	17880.2	420	6 × 17.95	17.95	D42 – L420 – L_0 210 – 6 – 17.95
16938.7	17670.6	420	8 × 17.7	17.7	D42 – L420 – L_0 210 – 8 – 17.7
16701.9	17396.2	420	10 × 17.95	17.95	D42 – L420 – L_0 210 – 10 – 17.95
16540.1	17240	420	12.05 × 17.95	17.95	D42 – L420 – L_0 210 – 12.05 – 17.95
16500.2	17173.3	420	14.05 × 17.95	17.95	D42 – L420 – L_0 210 – 14.05 – 17.95
17793.7	18637.9	273	6 × 18	18	D42 – L273 – L_0 136.5 – 6 – 18
17746.4	18477.7	273	8 × 17.68	17.68	D42 – L273 – L_0 136.5 – 8 – 17.68
17533.9	18244.1	273	10 × 18	18	D42 – L273 – L_0 136.5 – 10 – 18
17459.7	18159.8	273	12 × 17.8	17.8	D42 – L273 – L_0 136.5 – 12 – 17.8
17332.2	17981.2	273	14.08 × 18	18	D42 – L273 – L_0 136.5 – 14.08 – 18
19179.6	19870.5	120	6 × 18	18	D42 – L120 – L_0 60 – 6 – 18
19120.4	19764.8	120	8 × 17.6	17.6	D42 – L120 – L_0 60 – 8 – 17.6
18967.5	19573.7	120	10 × 18	18	D42 – L120 – L_0 60 – 10 – 18
18782	19382.8	120	12.1 × 18	18	D42 – L120 – L_0 60 – 12.1 – 18
18772.1	19331.3	120	14.05 × 18	18	D42 – L120 – L_0 60 – 14.05 – 18
19828.4	20592.8	420	7.94 × 17.54	17.54	D48.1 – L420 – L_0 210 – 7.94 – 17.54
19432.9	20111.7	420	12 × 18	18	D48.1 – L420 – L_0 210 – 12 – 18
19302.4	19981.1	420	14 × 18	18	D48.1 – L420 – L_0 210 – 14 – 18
20623.2	21361.6	273	8.02 × 17.86	17.86	D48.1 – L273 – L_0 136.5 – 8.02 – 17.86
20276.7	21041.2	273	12 × 18	18	D48.1 – L273 – L_0 136.5 – 12 – 18
20184.1	20931.8	273	14 × 18	18	D48.1 – L273 – L_0 136.5 – 14 – 18
22177.3	22827.5	120	8.04 × 17.75	17.75	D48.1 – L120 – L_0 60 – 8.04 – 17.75
21918.6	22534.8	120	12 × 18	18	D48.1 – L120 – L_0 60 – 12 – 18
21836.4	22438.3	120	14 × 18	18	D48.1 – L120 – L_0 60 – 14 – 18



شکل ۳-۱۵- منحنی‌های بار کمانش - نسبت a/b ، برای گشودگی‌های بیضوی با عرض ثابت و ارتفاع متغیر

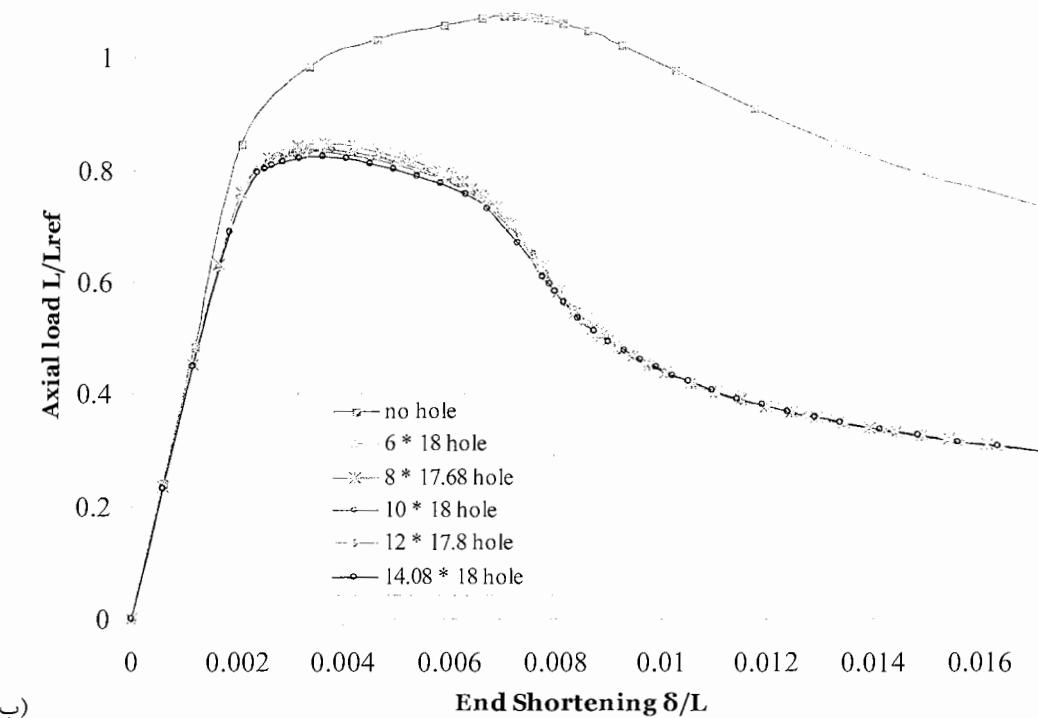
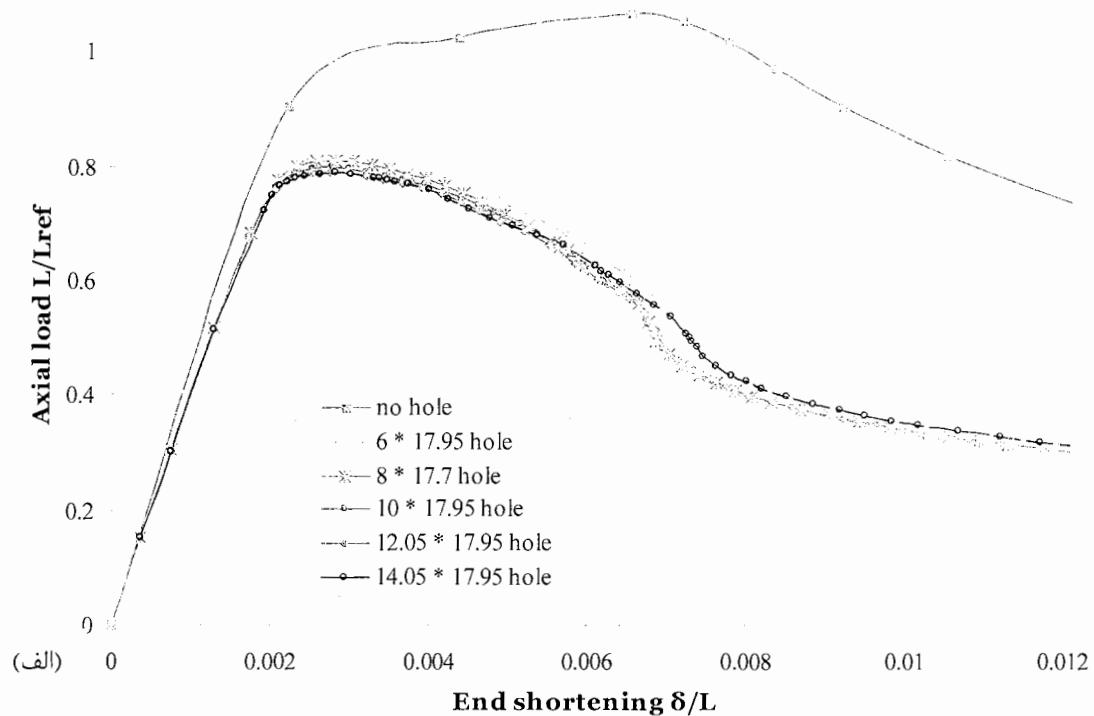
ایجاد گشودگی مقاومت در برابر کمانش افت زیادی پیدا می‌کند. همانند قبل می‌توان مشاهده کرد که شیب منحنی بار - جابجایی انتهایی برای تمامی نمونه‌های دارای گشودگی برابر است و شیب منحنی مربوط به نمونه‌های کامل آنکه زیادتر است. همانطور که قبلاً گفته شد، از منحنی‌های نشان داده شده، واضح است که نمونه‌هایی که ارتفاع گشودگی در آنها زیادتر است، مقاومت کمتری در برابر گشودگی از خود نشان می‌دهند. نکته دیگری که از نمودارهای نشان داده شده می‌توان دریافت این است که اگر یک گشودگی با ابعاد یکسان در پوسته‌های بلند، متوسط و کوتاه ایجاد شود، پوسته‌های استوانه‌ای با طول بلندتر، نسبت به ایجاد این گشودگی حساسترند و در ناحیه پس کمانش با افت شدیدتری در قابلیت تحمل بار مواجه می‌شوند. دلیل این پدیده، قابلیت ایجاد خمچ بیشتر در این پوسته‌ها است.



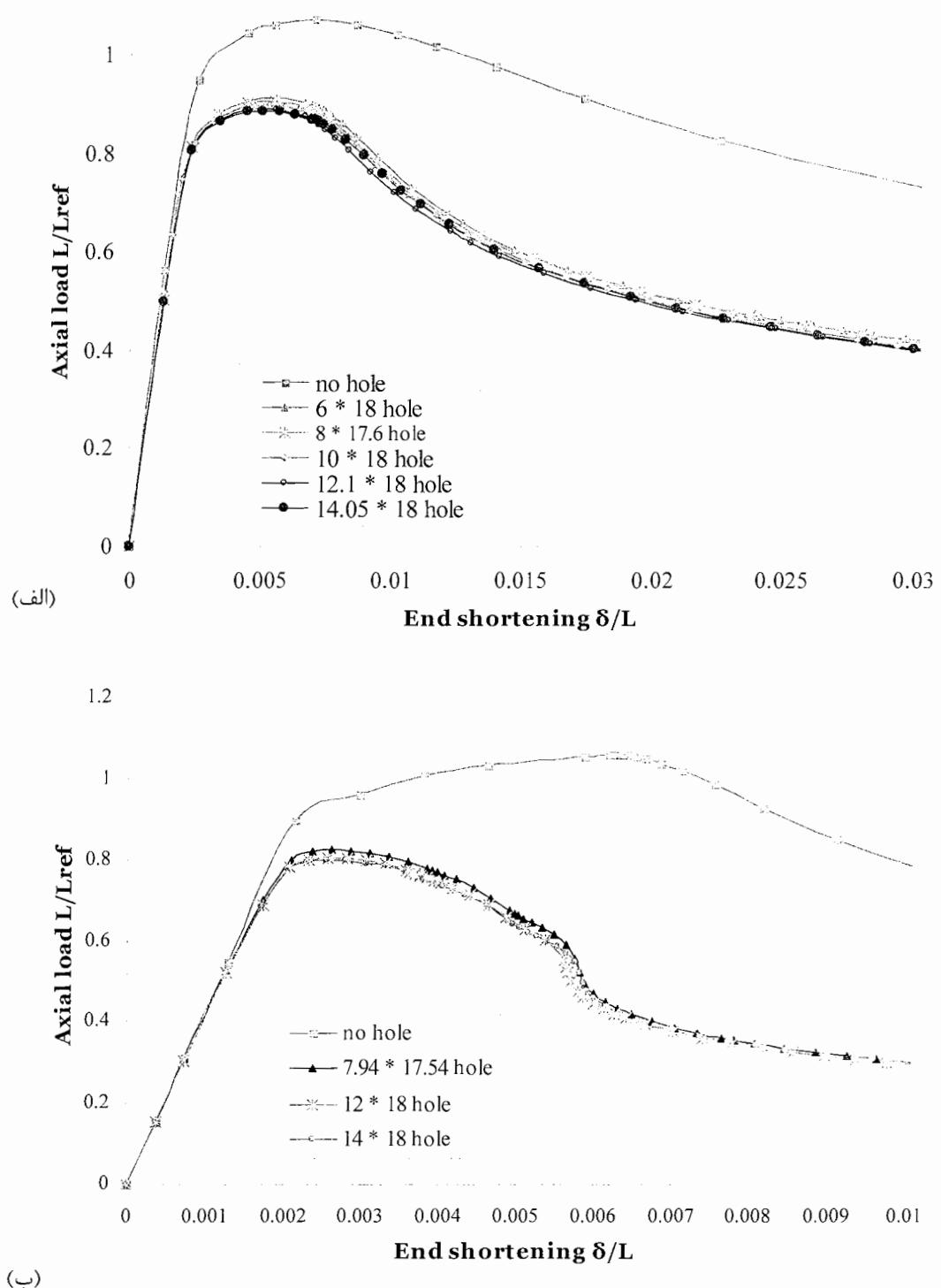
شکل ۳-۱۶- منحنی های بار کمانش - نسبت L/D ، برای گشودگی های بیضوی با عرض ثابت و ارتفاع متغیر

در قسمت قبل کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه‌ای با نسبت‌های $L/D = 5.676$ و $D/t = 61.667$ ، دارای گشودگی با ابعاد حدود ۸ در ۱۸ میلیمتر ارائه شد. در این بخش دو نمونه دیگر با همان نسبت‌های $L/D = 5.676$ و $D/t = 61.667$ و دارای گشودگی‌هایی با ابعاد 18×12 و 18×14 مورد بررسی قرار می‌گیرد.

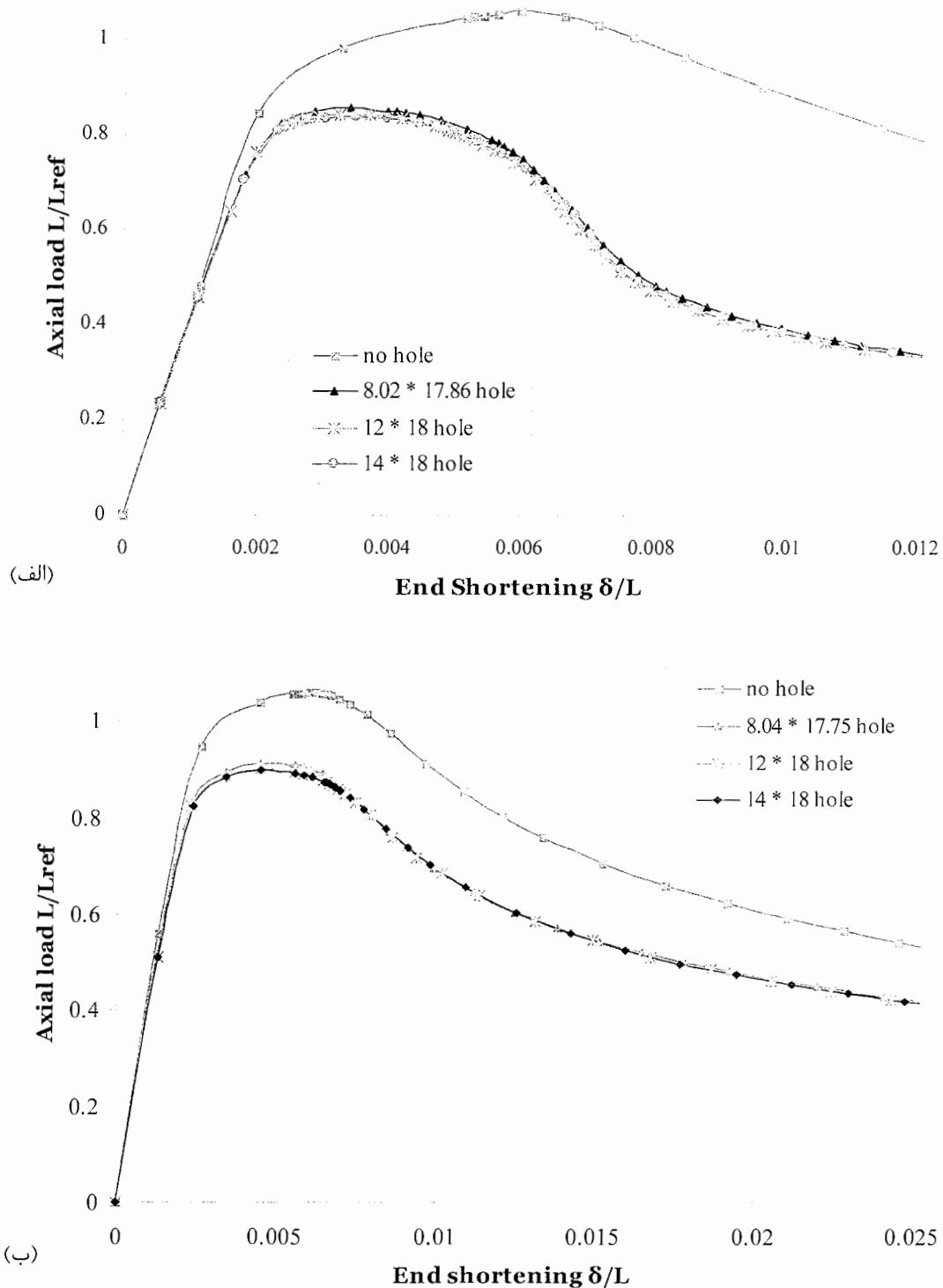
منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل برای این نمونه‌ها در اشکال (۲۰-۳) و (۲۱-۳) ارائه شده است.



شکل ۳-۱۷- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با عرض ثابت و ارتفاع متغیر. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 6.5$ و $D/t = 53.846$.

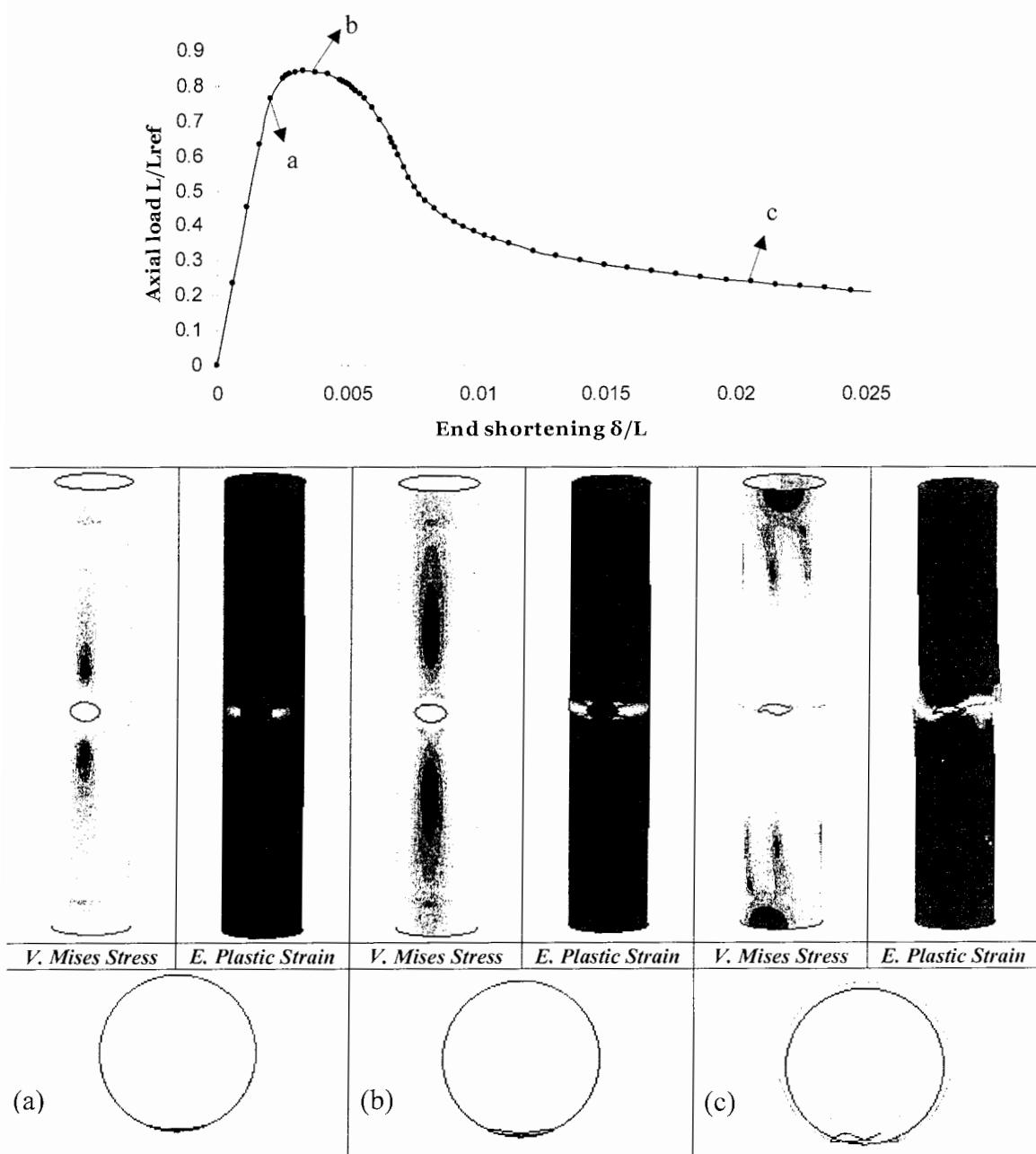


شکل ۳-۱۸- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با عرض ثابت و ارتفاع متغیر. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 8.732$ و $D/t = 61.667$



شکل ۳-۱۹- منحنی های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته های دارای گشودگی بیضوی با عرض ثابت و ارتفاع متغیر. (الف) پوسته های استوانه ای با نسبت های $L/D = 5.676$ و $D/t = 61.667$. (ب) پوسته های استوانه ای با نسبت های $L/D = 2.495$ و $D/t = 61.667$

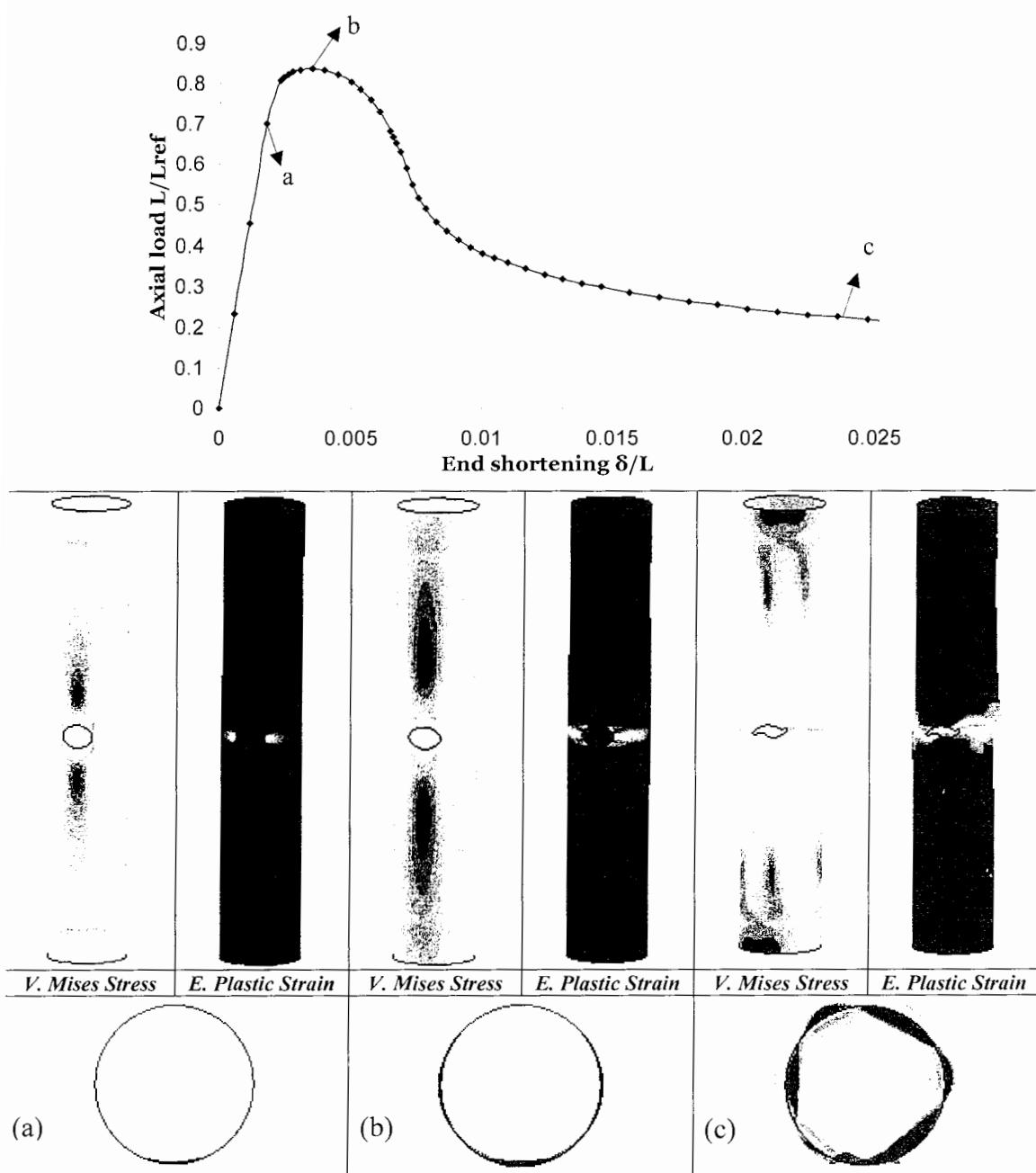
مشاهده می‌شود وضعیت کانتورهای تنش و کرنش پلاستیک برای هر دو نمونه بسیار مشابه است. که توجیهی بر تغییرات ناچیز بار کمانش با افزایش ارتفاع پوسته می‌باشد.



شکل ۲۰-۳- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه

$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 12 - 18$

با مقایسه کانتورهای تنش مربوط به سه گشودگی با ارتفاعهای ۸، ۱۲ و ۱۴ و عرض ثابت، در اشکال (۱۲-۳)، (۲۰-۳) و (۲۱-۳)، نکته دیگری بدست می‌آید و آن کاهش تنش در حالت کمانش، به صورت دو ناحیه نیم بیضی در بالا و پایین گشودگی با افزایش ارتفاع گشودگی است.



شکل ۲۱-۳- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه

$$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 14 - 18$$

ب- تاثیر تغییر عرض گشودگی با ارتفاع ثابت روی رفتار کمانش

در این بخش، تاثیر تغییر عرض گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای بررسی می‌شود. به این منظور گشودگی‌هایی با ارتفاع ثابت ۸ میلیمتر، در نمونه‌ها ایجاد شد. سپس با تغییر عرض گشودگی‌ها از ۱۰ تا ۱۸ میلیمتر، تغییرات بار کمانش بررسی شد. نتایج تحلیلهای در جدول (۳-۵) ارائه شده است.

جدول ۳-۵- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

تاثیر تغییر عرض گشودگی با ارتفاع ثابت، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول	ابعاد گشودگی $a \times b$ (mm × mm)	بار کمانش (N)	المان	
					S8R5	S4R
D42-L420-L ₀ 210-8-9.98	420	8×9.98	18654.3	19170.7	19149.5	19149.5
D42-L420-L ₀ 210-8-12	420	8×12	18146.6	18819.5	18791.7	18791.7
D42-L420-L ₀ 210-8-14.05	420	8×14.05	17691.1	18366.2	18477.7	18477.7
D4-L420-L ₀ 210-8-16	420	8×16	17270.9	17993.6	18028.9	18028.9
D42-L420-L ₀ 210-8-17.7	420	8×17.7	16938.7	17670.6	17746.4	17746.4
D42-L273-L ₀ 136.5-8-9.95	273	8×9.95	19224.3	19843.6	19828.4	19828.4
D42-L273-L ₀ 136.5-8-12	273	8×12	18775.3	19425.6	20241.7	20241.7
D42-L273-L ₀ 136.5-7.96-13.84	273	7.96×13.84	18406.7	19149.5	19949.7	19949.7
D42-L273-L ₀ 136.5-8-16	273	8×16	18028.9	18791.7	20300.5	20300.5
D42-L273-L ₀ 136.5-8-17.68	273	8×17.68	17746.4	18477.7	19343.2	19343.2
D42-L120-L ₀ 60-8-10.88	120	8×10.88	20241.7	20844.3	19120.4	19120.4
D42-L120-L ₀ 60-8-12	120	8×12	19949.7	20619.7	21550.2	21550.2
D42-L120-L ₀ 60-8.27-14.07	120	8.27×14.07	19691.7	20300.5	20644.5	20644.5
D42-L120-L ₀ 60-8-16	120	8×16	19343.2	20053.9	19828.4	19828.4
D42-L120-L ₀ 60-8-17.6	120	8×17.6	19120.4	19764.8	22104.3	22104.3
D48.1-L420-L ₀ 210-7.95-9.88	420	7.95×9.98	21550.2	22173.7	22808.8	22808.8
D48.1-L420-L ₀ 210-7.96-13.84	420	7.96×13.84	20644.5	21345	21293.2	21293.2
D48.1-L420-L ₀ 210-7.94-17.54	420	7.94×17.54	19828.4	20592.8	20623.2	20623.2
D48.1-L273-L ₀ 136.5-8.02-9.92	273	8.02×9.92	22104.3	22808.8	23512.5	23512.5
D48.1-L273-L ₀ 136.5-8.02-13.92	273	8.02×13.92	21293.2	22055	22824.9	22824.9
D48.1-L273-L ₀ 136.5-8.02-17.86	273	8.02×17.86	20623.2	21361.6	22177.3	22177.3
D48.1-L120-L ₀ 60-8-9.9	120	8×9.9	23512.5	24134.4	22827.5	22827.5
D48.1-L120-L ₀ 60-8.04-13.85	120	8.04×13.85	22824.9	23481.7		
D48.1-L120-L ₀ 60-8.04-17.75	120	8.04×17.75	22177.3			

منحنی‌های بار کمانش (حاصل از تحلیل نمونه‌ها با المانهای غیر خطی)، بر حسب نسبت b/a و L/D ، به ترتیب در اشکال (۲۲-۳) و (۲۳-۳) نشان داده شده‌اند. برای مقایسه تغییرات بار با تغییر قطر نمونه، بار کمانش در نمودارها بی بعد نشده است.

نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عرض گشودگی و ثابت ماندن ارتفاع، بار کمانش کاهش می‌یابد. همانطور که از شکل (۲۲-۳) پیداست، برخلاف افزایش ارتفاع که تاثیر زیادی در مقاومت کمانش پوسته‌ها نداشت، با ثابت ماندن ارتفاع و افزایش عرض گشودگی، بار کمانش افت چشمگیری پیدا می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت L/D ، بار کمانش کاهش می‌یابد.

تغییرات بار کمانش با افزایش عرض گشودگی از ۱۰ میلیمتر تا ۱۸ میلیمتر برای پوسته‌های بلند، متوسط ($L=120$) و کوتاه ($L=273$) با قطر ۴۲ میلیمتر، به ترتیب حدود ۹ درصد، ۷,۷ درصد و ۵,۵ درصد، است.

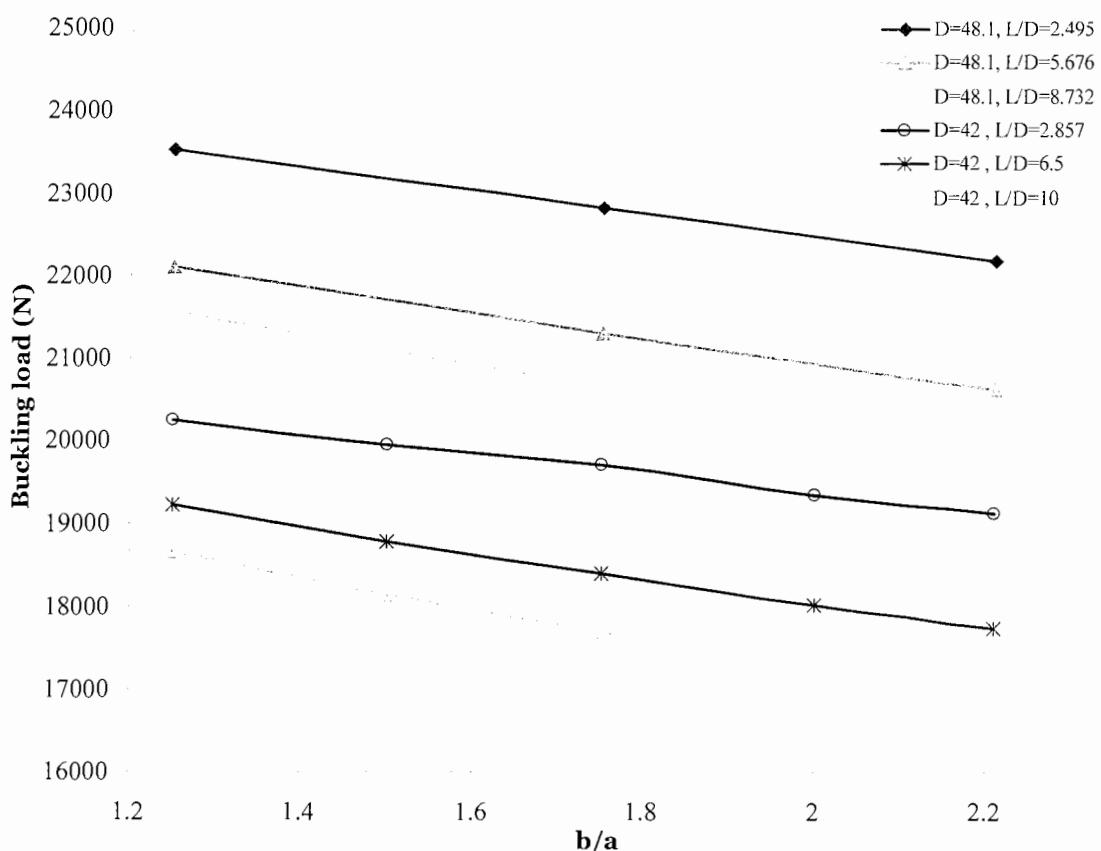
برای پوسته‌های دارای قطر ۴۸,۱ میلیمتر، با افزایش عرض گشودگی از ۱۰ تا ۱۸ میلیمتر، بار کمانش حدود ۸، ۷ و ۶,۷ درصد، به ترتیب برای پوسته‌های بلند، متوسط و کوتاه، کاهش می‌یابد. بنابراین مشاهده می‌شود که پوسته‌های بلندتر و با قطر کمتر، نسبت به تغییرات عرض گشودگی حساس‌ترند.

نکته جالبی که از این نتایج در مقایسه با بخش قبل بدست می‌آید این است که، هنگامی که ارتفاع گشودگی ثابت است و عرض به اندازه ۸ میلیمتر افزایش می‌یابد، کاهش در مقاومت کمانش پوسته در حدود سه برابر زمانی است که عرض گشودگی ثابت است و ارتفاع به اندازه ۸ میلیمتر افزایش می‌یابد. بنابراین توصیه می‌شود در طراحی این گونه پوسته‌ها، تا حد امکان، بعد بزرگتر گشودگی در امتداد محور طولی استوانه در نظر گرفته شود.

منحنی‌های بار – جابجایی انتهایی برای نمونه‌های جدول (۳-۵) و نمونه‌های بدون گشودگی در شکلهای (۲۴-۳) تا (۲۶-۳) نشان داده شده است.

به منظور بررسی وضعیت تنش و کرنش پلاستیک با تغییرات عرض گشودگی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل برای دو نمونه با نسبتهای $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$ ، دارای گشودگی‌هایی با ابعاد 10.88×8 و 17.6×8 در شکلهای (۲۷-۳) و (۲۸-۳) نشان داده شده است.

مشاهده می‌شود که حالت کانتورهای تنش و کرنش پلاستیک با افزایش عرض گشودگی تغییر

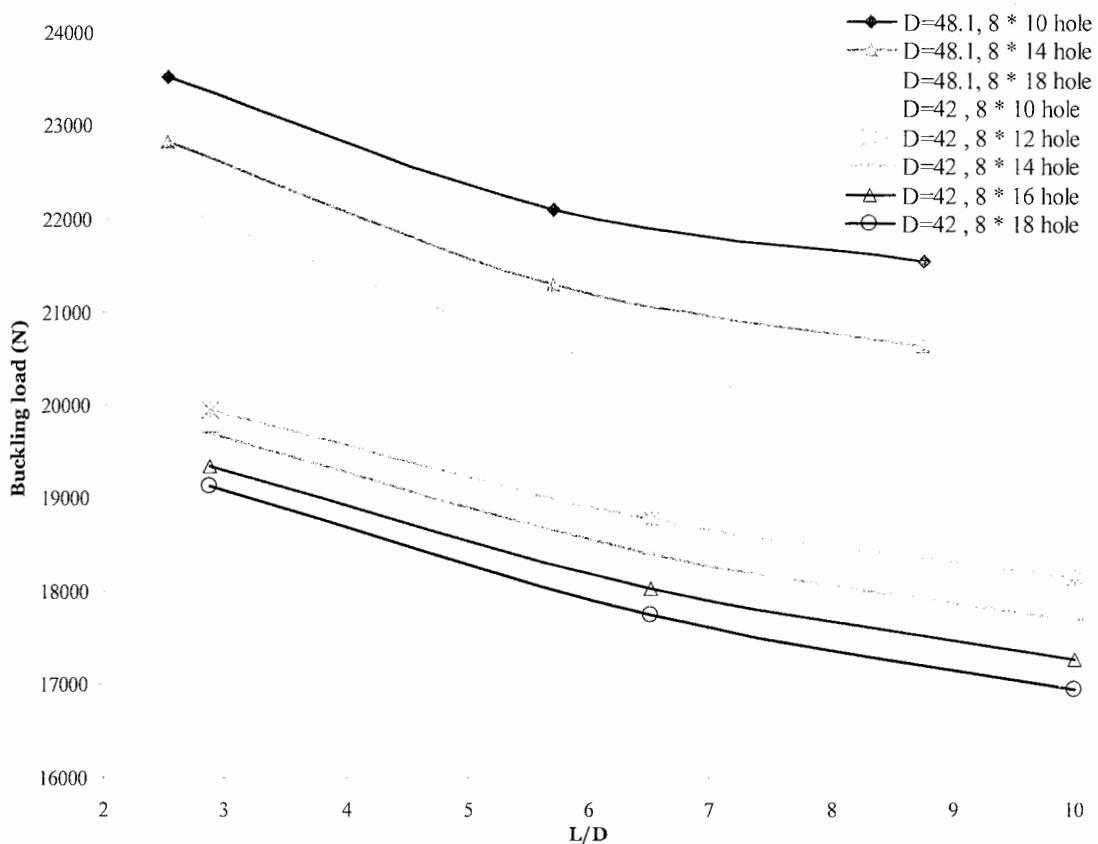


شکل ۳-۲۲- منحنی‌های بار کمانش - نسبت b/a ، برای گشودگی‌های بیضوی با ارتفاع ثابت و عرض متغیر

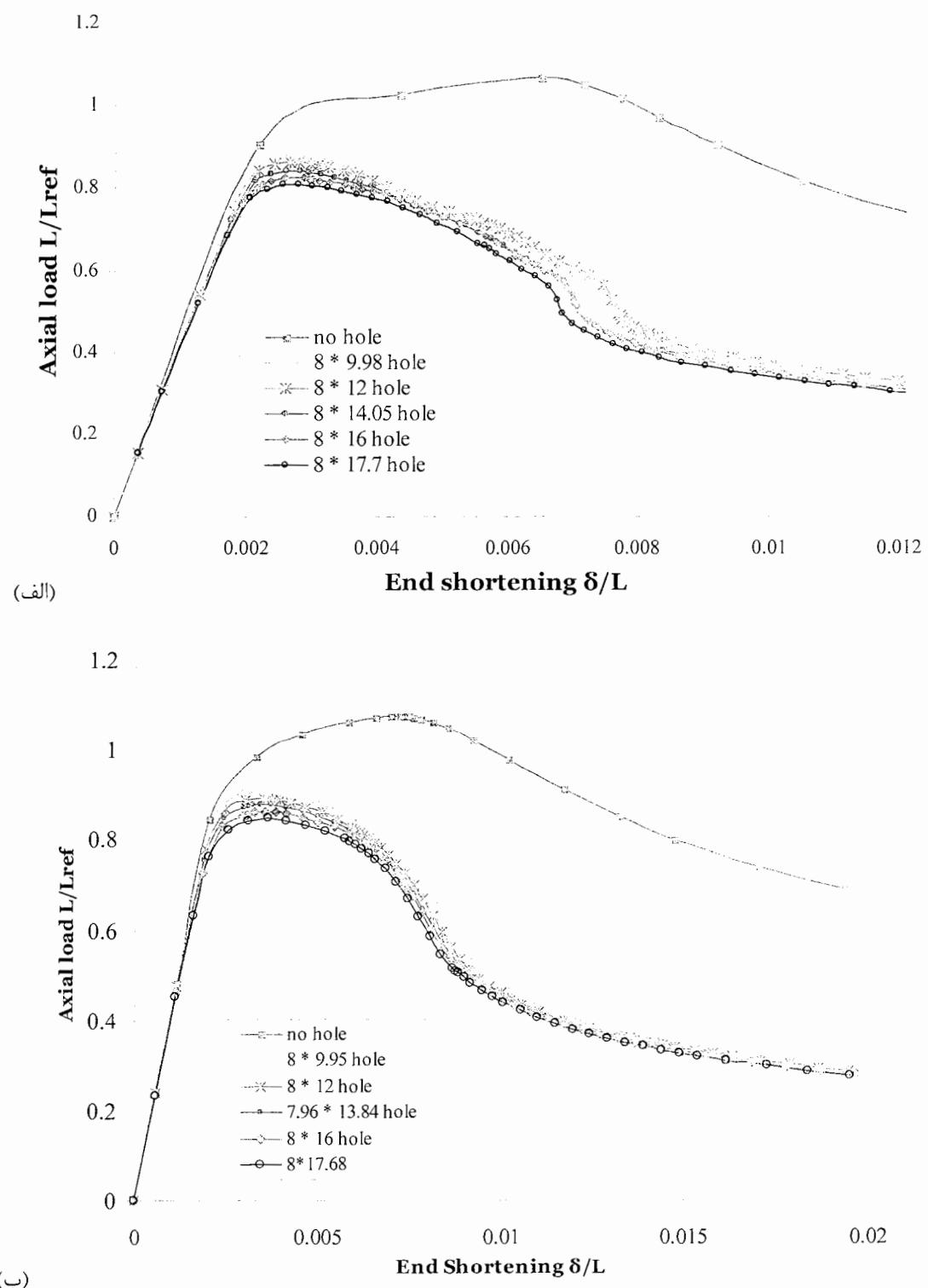
زیادی نمی‌کند. با افزایش عرض گشودگی در حالت‌های کمانش و پس کمانش، وجه جلویی پوسته که گشودگی در آن قرار دارد، تنش کمتری را تحمل می‌کند. قسمت‌هایی که با رنگ تیره در شکلهای (۳-۲۷) و (۳-۲۸) نشان داده شده‌اند مربوط به کمترین تنشهای در نمونه می‌باشند؛ که برای گشودگی‌های با ابعاد بزرگتر وسعت این نواحی زیادتر است.

مشاهده می‌شود که برای هر دو نمونه کمانش به صورت موضعی اتفاق می‌افتد. با این تفاوت که در ناحیه پس کمانش تغییر شکل پوسته‌ی دارای گشودگی بزرگتر به صورت متقاض محوی و بسیار شبیه به پوسته بدون گشودگی است.

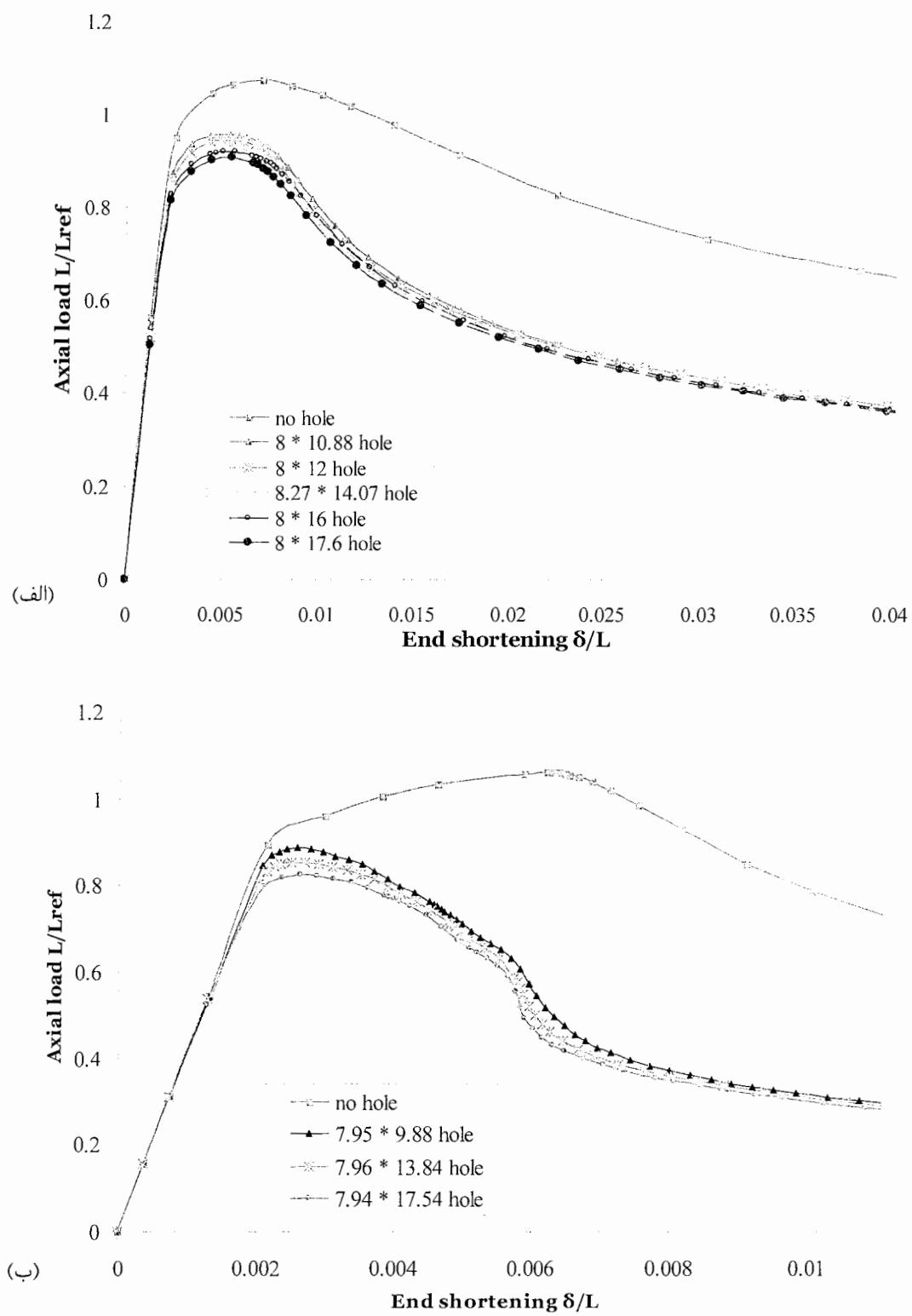
همچنین از شکلهای (۳-۲۷) و (۳-۲۸) واضح است که با افزایش عرض گشودگی تمرکز تنش در میانه پوسته واقع می‌شود و اختلاف تنش لبه‌های پوسته با میانه پوسته زیاد است.



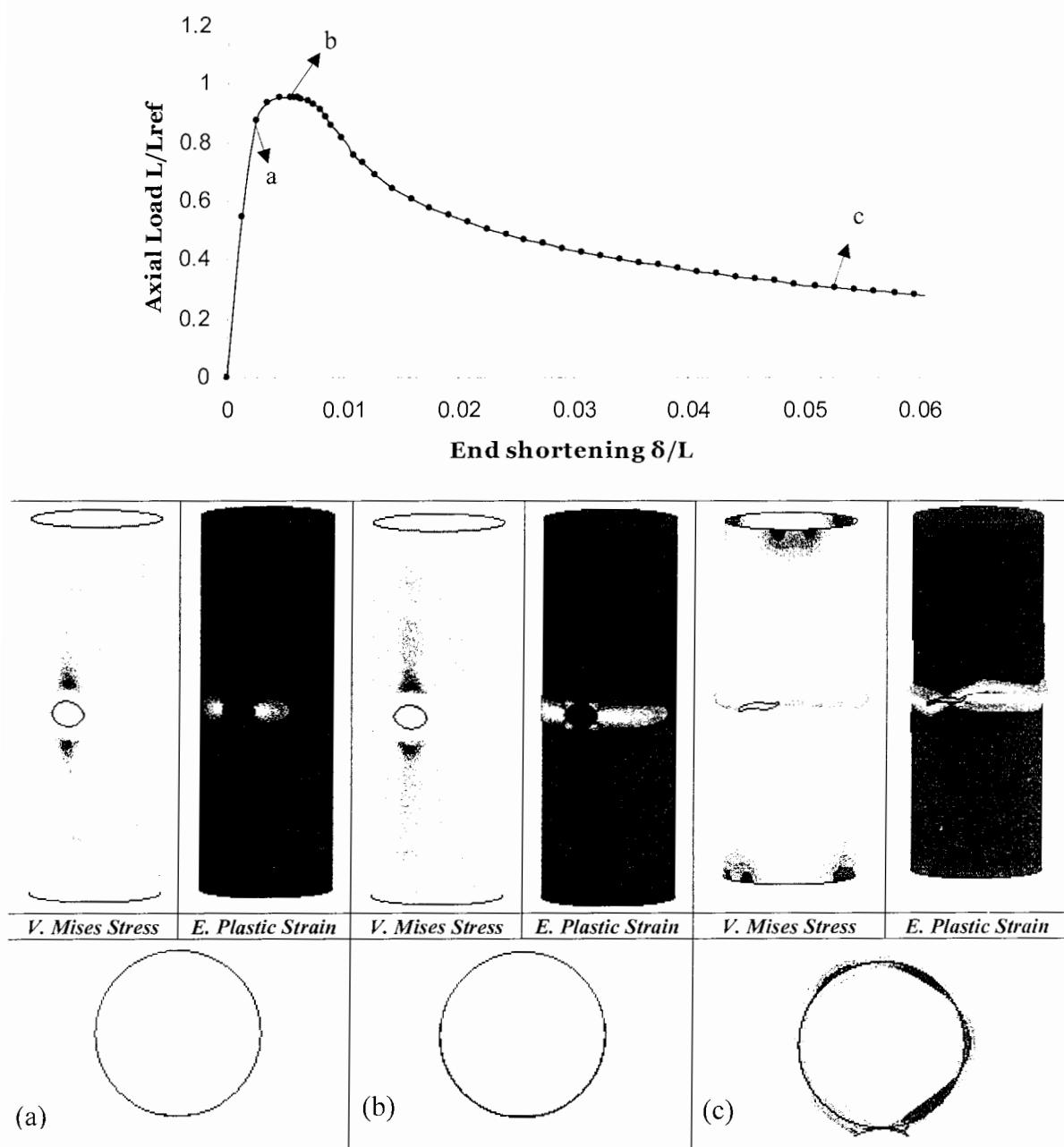
شکل ۳-۲۳- منحنی‌های بار کمانش - نسبت L/D ، برای گشودگی‌های بیضوی با ارتفاع ثابت و عرض متغیر



شکل ۳-۲۴- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ارتفاع ثابت و عرض متغیر. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 6.5$ و $D/t = 53.846$.



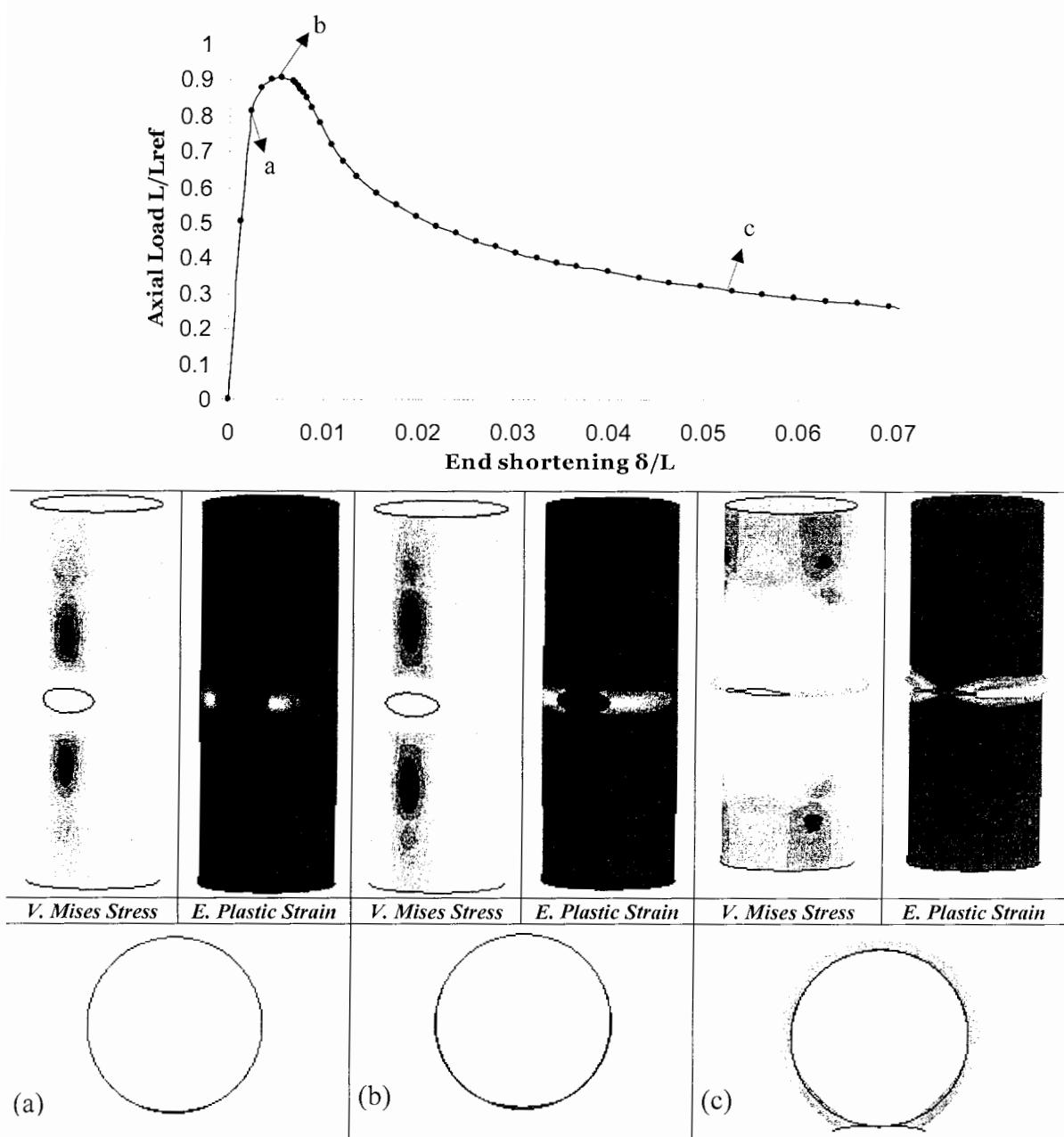
شکل ۳-۲۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیپسوزی با ارتفاع ثابت و عرض متغیر. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$ و (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 8.732$ و $D/t = 61.667$



شکل ۳-۲۷- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میزز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه $D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 10.88$

ج) تاثیر تغییر ابعاد گشودگی‌ها با مساحت ثابت، روی رفتار کمانش

در بخش‌های گذشته رفتار کمانش پوسته‌ها با تغییر ارتفاع و عرض گشودگی مورد بررسی قرار گرفت. در این بخش تغییرات عرض و ارتفاع گشودگی به صورت همزمان صورت می‌گیرد به نحوی که



شکل ۲۸-۳- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میزز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه $D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.6$

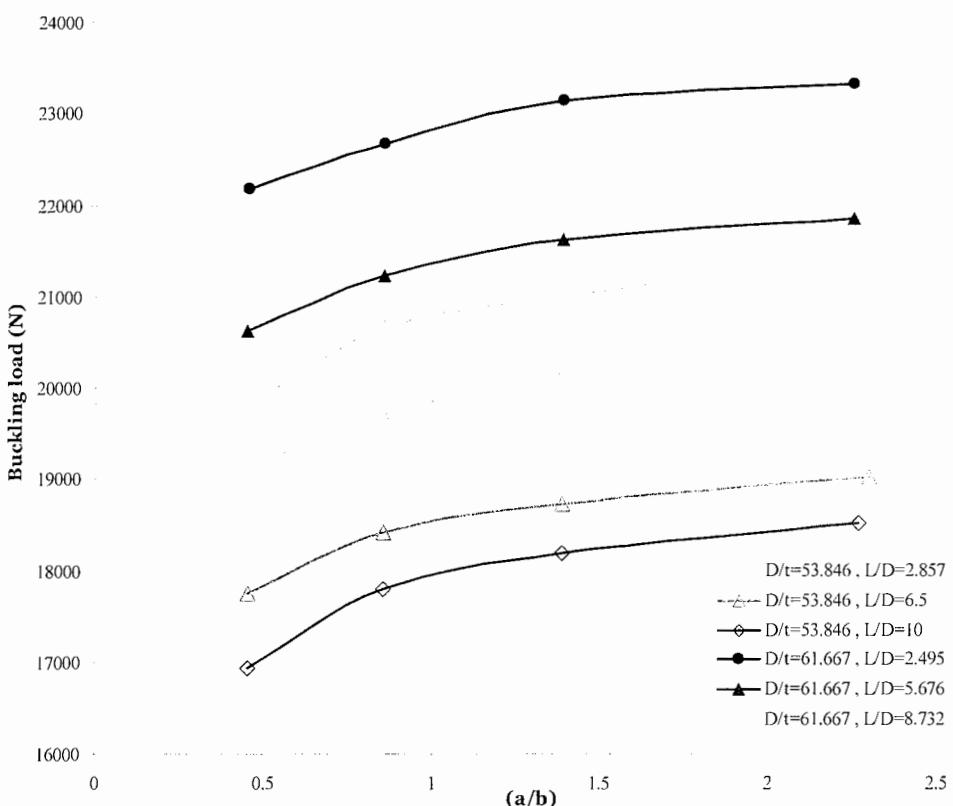
حاصلضرب عرض و ارتفاع که نماینده مساحت گشودگی است ثابت بماند. برای این منظور یک گشودگی با مساحت تقریبی $A = 111.2 \text{ mm}^2$ درنظر گرفته شد و چهار مقدار برای ارتفاع گشودگی بین ۸ تا ۱۸ میلیمتر انتخاب شد و عرض مربوطه بدست آمد. جزئیات نمونه‌های طراحی شده و نتایج تحلیل آنها در جدول (۶-۳) ارائه شده است.

جدول ۳-۶- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

تأثیر تغییر ابعاد گشودگی با مساحت ثابت، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

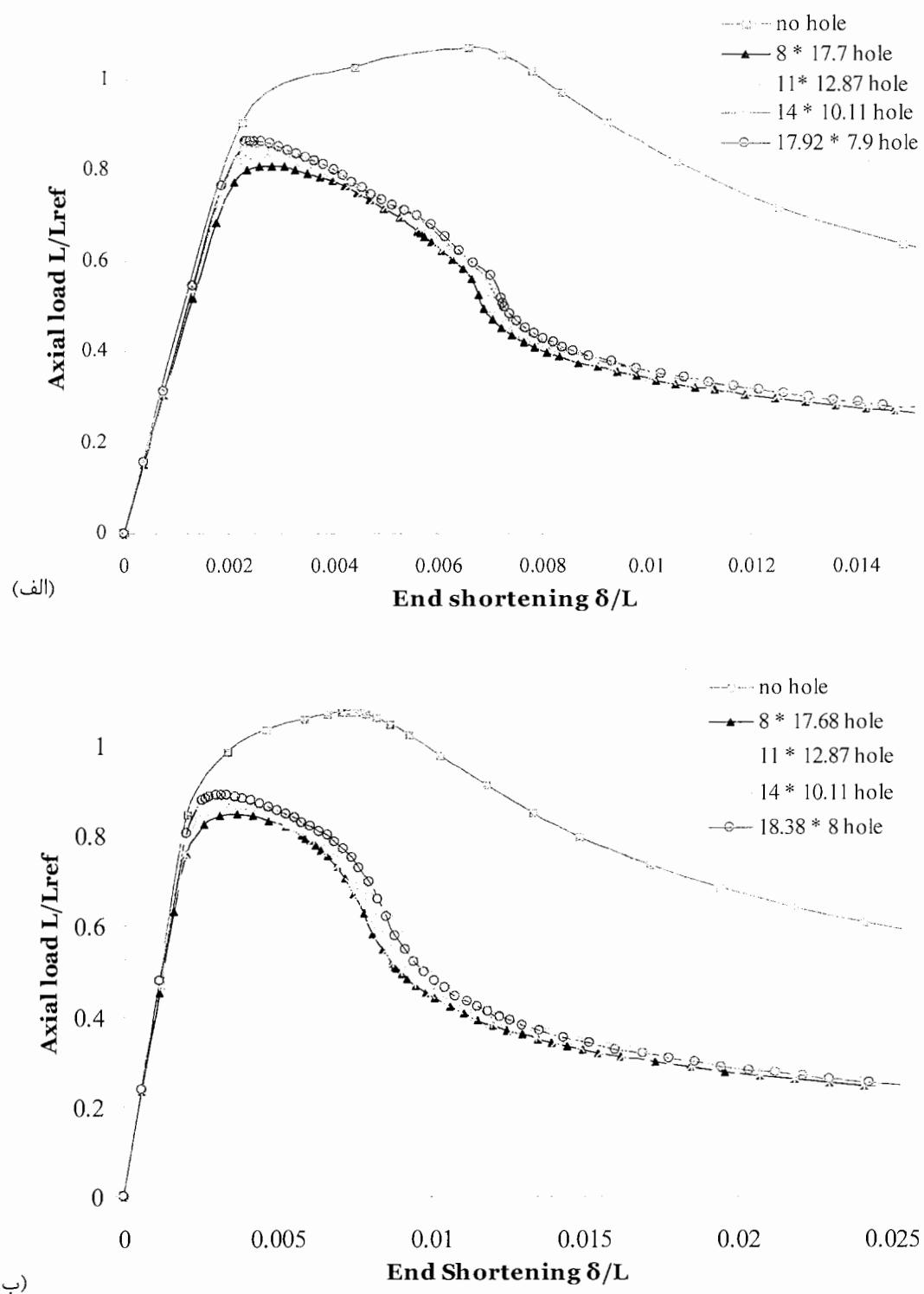
المان S8R5	المان S4R	بار کمانش (N)	اطبعات گشودگی $a \times b$ (mm × mm)	استوانه (mm)	عنوان نمونه	
					طول	استوانه
16938.7	17670.6		8×17.7	420	$D42 - L420 - L_0 210 - 8 - 17.7$	
17798.7	18253.3		11×12.87	420	$D42 - L420 - L_0 210 - 11 - 12.87$	
18194.5	18593.8		14×10.11	420	$D42 - L420 - L_0 210 - 14 - 10.11$	
18513.6	18847.3		17.92×7.9	420	$D42 - L420 - L_0 210 - 17.92 - 7.9$	
17746.4	18477.7		8×17.68	273	$D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 17.68$	
18419.9	19016.6		11×12.87	273	$D42 - L273 - L_0 136.5 - 11 - 12.87$	
18732.7	19268		14×10.11	273	$D42 - L273 - L_0 136.5 - 14 - 10.11$	
19027.9	19411.7		18.38×8	273	$D42 - L273 - L_0 136.5 - 18.38 - 8$	
19120.4	19764.8		8×17.6	120	$D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.6$	
19713.9	20252.3		11×12.87	120	$D42 - L120 - L_0 60 - 11 - 12.87$	
20086.4	20513.6		14×10.11	120	$D42 - L120 - L_0 60 - 14 - 10.11$	
20293.5	20728.5		17.7×7.9	120	$D42 - L120 - L_0 60 - 17.7 - 7.9$	
19828.4	20592.8		7.94×17.54	420	$D48.1 - L420 - L_0 210 - 7.94 - 17.54$	
20656.5	21124.5		11×12.87	420	$D48.1 - L420 - L_0 210 - 11 - 12.87$	
20992.8	21512.4		14×10.11	420	$D48.1 - L420 - L_0 210 - 14 - 10.11$	
21431.2	21675.5		18×8	420	$D48.1 - L420 - L_0 210 - 18 - 8$	
20623.2	21361.6		8.02×17.86	273	$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 8.02 - 17.86$	
21222.3	21917.8		11×12.87	273	$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 11 - 12.87$	
21609.4	22122.2		14×10.11	273	$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 14 - 10.11$	
21838.7	22232.8		18×8	273	$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 18 - 8$	
22177.3	22827.5		8.04×17.75	120	$D48.1 - L120 - L_0 60 - 8.04 - 17.75$	
22661.1	23396.6		11×12.87	120	$D48.1 - L120 - L_0 60 - 11 - 12.87$	
23127.5	23661.4		14×10.11	120	$D48.1 - L120 - L_0 60 - 14 - 10.11$	
23318.7	23773.8		18×8	120	$D48.1 - L120 - L_0 60 - 18 - 8$	

منحنی‌های بار کمانش بر حسب نسبت a/b (ارتفاع تقسیم بر عرض گشودگی)، در شکل (۲۹-۳) نشان داده شده است. نتایج ارائه شده در این نمودار از تحلیل المانهای غیر خطی بدست آمده است. با توجه به منحنی‌های شکل (۲۹-۳)، همانطور که انتظار می‌رفت، می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش نسبت a/b بار کمانش افزایش می‌یابد. مشاهده می‌شود که تقریباً برای نسبتهای $a/b < 1$ منحنی بار بر حسب a/b غیر خطی و برای نسبتهای $a/b > 1$ خطی است.

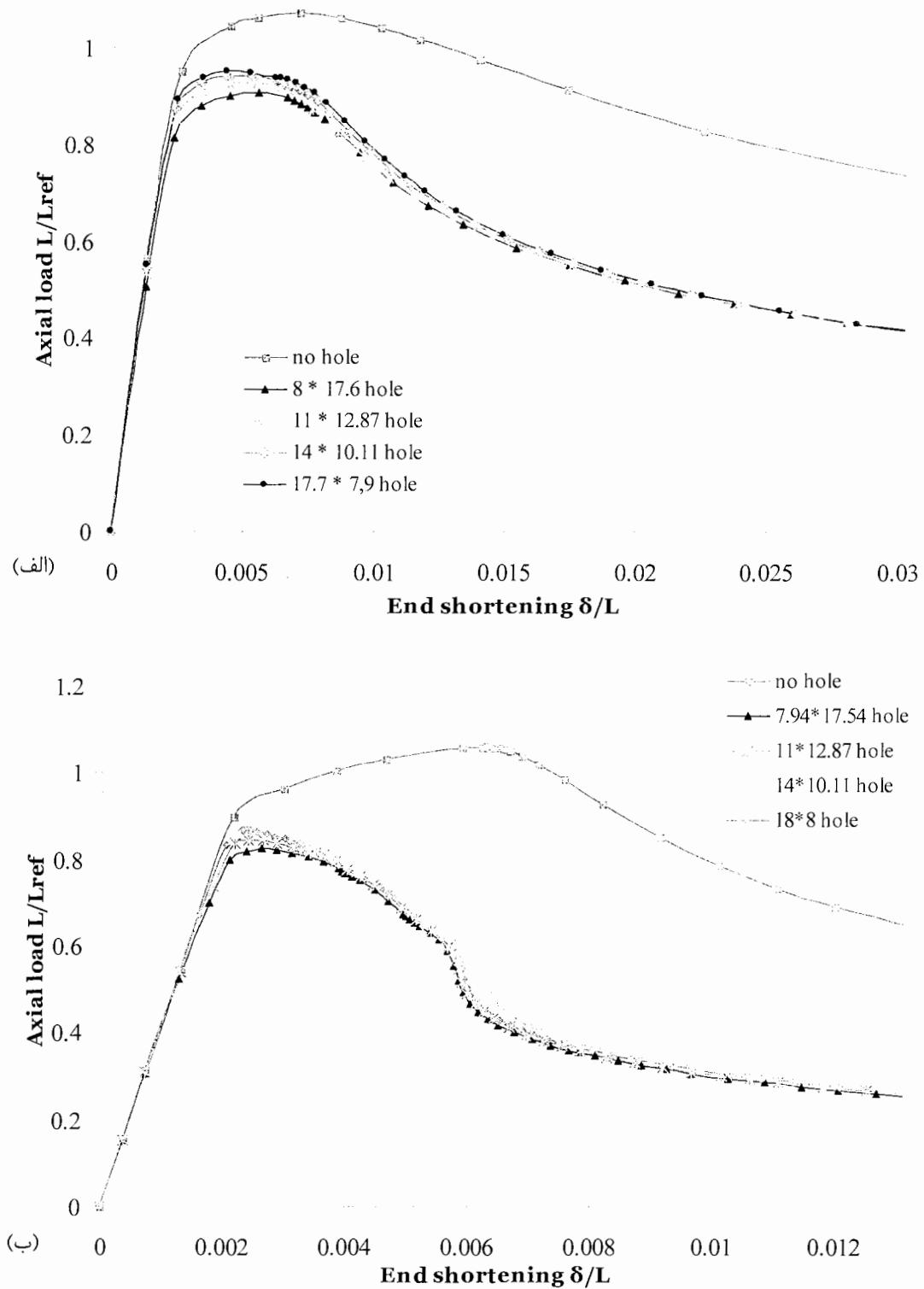


شکل ۳-۲۹- منحنی‌های بار کمانش - نسبت a/b ، برای نمونه‌های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت

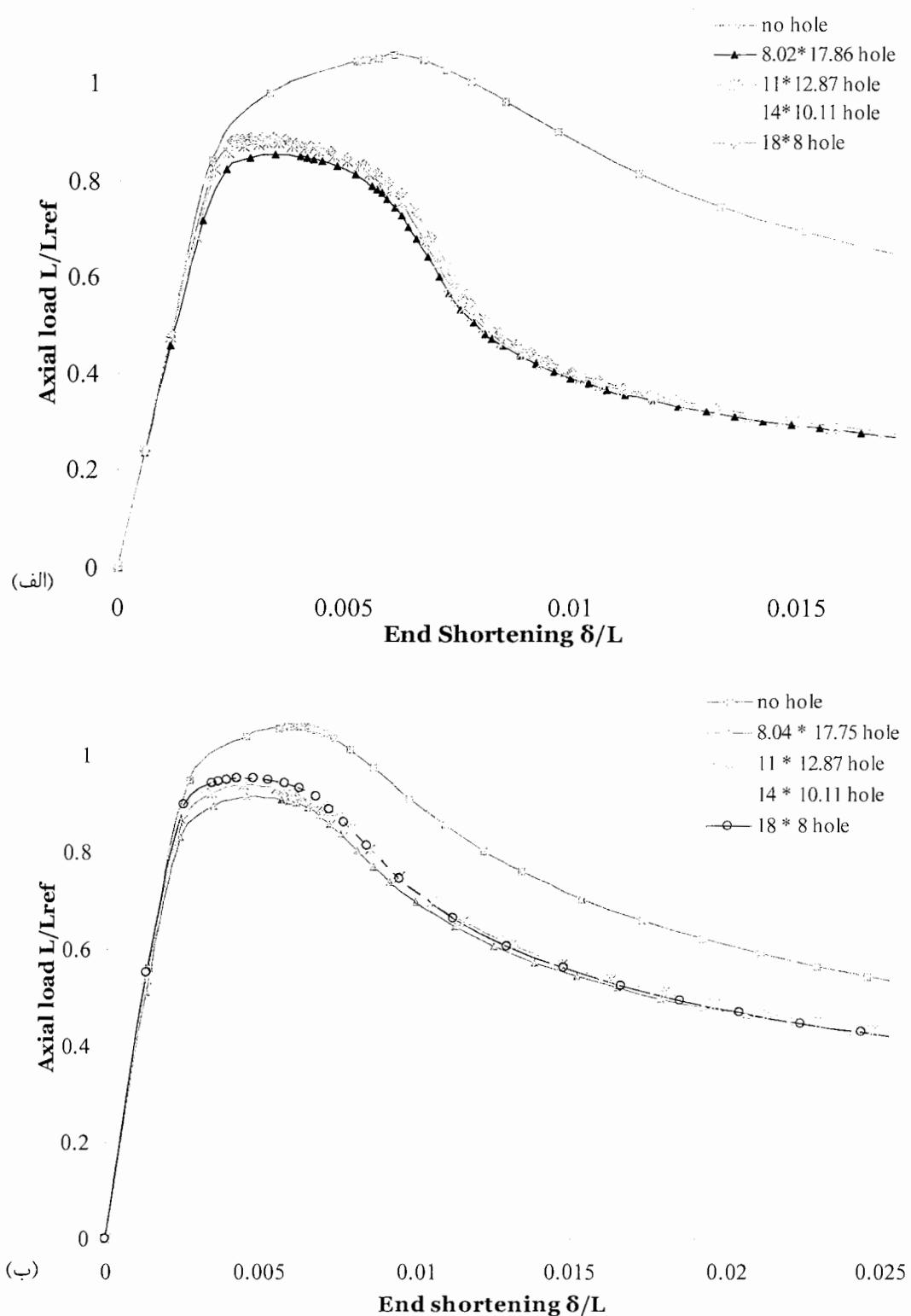
از نمودار (۳-۲۹) باز هم نتیجه می‌شود، پوسته‌هایی که نسبت L/D کمتر و D/t بیشتری دارند، در برابر کمانش مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهند و بار کمانش بیشتری دارند. از منحنی‌های شکل (۳-۲) مشاهده می‌شود که تاثیر نسبت D/t در مقاومت کمانش اندکی بیشتر از تاثیر نسبت L/D است. به عنوان مثال برای نمونه‌های تحلیل شده، از جدول (۶-۳) نتیجه می‌شود، برای نسبتهای $D/t = 53.846$ و $a/b \approx 0.45$ ، با افزایش نسبت L/D به اندازه ۷,۱۲۵ واحد، بار کمانش حدود ۱۱ درصد کاهش می‌یابد. اما برای نسبتهای $L/D \approx 6$ ، $a/b \approx 0.45$ ، با افزایش نسبت D/t به اندازه ۷,۸۲۱ واحد، بار کمانش حدود ۱۶ درصد افزایش می‌یابد. منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی برای نمونه‌های جدول (۶-۳) در شکلهای (۳-۲۹) تا (۳-۳۱) ارائه شده است. واضح است که منحنی‌های مربوط به نسبتهای L/D بزرگتر بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار گرفته‌اند. همچنین منحنی‌های مربوط به نمونه‌های بلند ($L = 420$)، در ناحیه پس کمانش با افت ناگهانی مواجه می‌شوند که مرتبط با خمس کلی پوسته در آن ناحیه است.



شکل ۳۰-۳- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت.
 (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$. ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 53.846$ و $L/D = 6.5$



شکل ۳-۳۱- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت.
 الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$. ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 8.732$ و $D/t = 61.667$



شکل ۳-۳- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت.

الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 61.667$ و $L/D = 5.676$ و ب) پوسته‌های استوانه‌ای با

نسبت‌های $D/t = 61.667$ و $L/D = 2.495$

کانتورهای تنش ون میزز، و کرنش پلاستیک معادل برای این نمونه‌ها، مشابه نمونه‌های ارائه شده در اشکال (۳-۲۰)، (۳-۱۰)، (۲۷-۳) و (۳-۲۸) است. که در بخش‌های مربوطه بررسی شدند.

۳-۱۰-۳- بررسی تاثیر تغییر زاویه گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های

استوانه‌ای

برای بررسی نحوه تغییرات بار کمانش با تغییرات زاویه گشودگی، در پوسته‌های استوانه‌ای یک گشودگی با ابعاد ثابت (18×8 میلیمتر) با زوایای متغیر بین صفر تا 90° درجه ایجاد شد. نتایج تحلیل نمونه‌ها در جدول (۳-۷) ارائه شده است.

نتایج نشان می‌دهند که با افزایش زاویه گشودگی مقاومت پوسته در برابر کمانش زیاد می‌شود و باز بحرانی افزایش می‌یابد. به عنوان مثال با افزایش زاویه گشودگی از صفر تا 90° درجه، بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای بلند، ($L=420$)، متوسط ($L=273$) و کوتاه ($L=120$) با قطر 42 میلیمتر، به ترتیب حدود 9 درصد، 7 درصد و 6 درصد افزایش می‌یابد.

همچنین برای پوسته‌های استوانه‌ای بلند، ($L=420$)، متوسط ($L=273$) و کوتاه ($L=120$) با قطر $48,1$ ، بار کمانش به ترتیب حدود 8 درصد، 6 درصد و 5 درصد افزایش می‌یابد. بنابراین پوسته‌های بلندتر و دارای قطر کمتر، نسبت به تغییرات زاویه گشودگی حساسیت بیشتری نشان می‌دهند.

منحنی‌های بار کمانش بر حسب نسبت L/D برای نمونه‌های تحلیل شده با المانهای غیر خطی در شکل (۳-۳۳) ارائه شده است.

مشاهده می‌شود که برای یک گشودگی با زاویه ثابت با افزایش نسبت L/D ، بار کمانش کاهش می‌یابد. همچنین مانند نمودارهای (۳-۲۳) و (۳-۱۶)، منحنی‌های مربوط به نمونه‌های دارای قطر بیشتر بالاتر از منحنی‌های مربوط به نمونه‌های با قطر کمتر قرار گرفته‌اند. بنابراین نتایج حاصله یکدیگر را تایید می‌کنند.

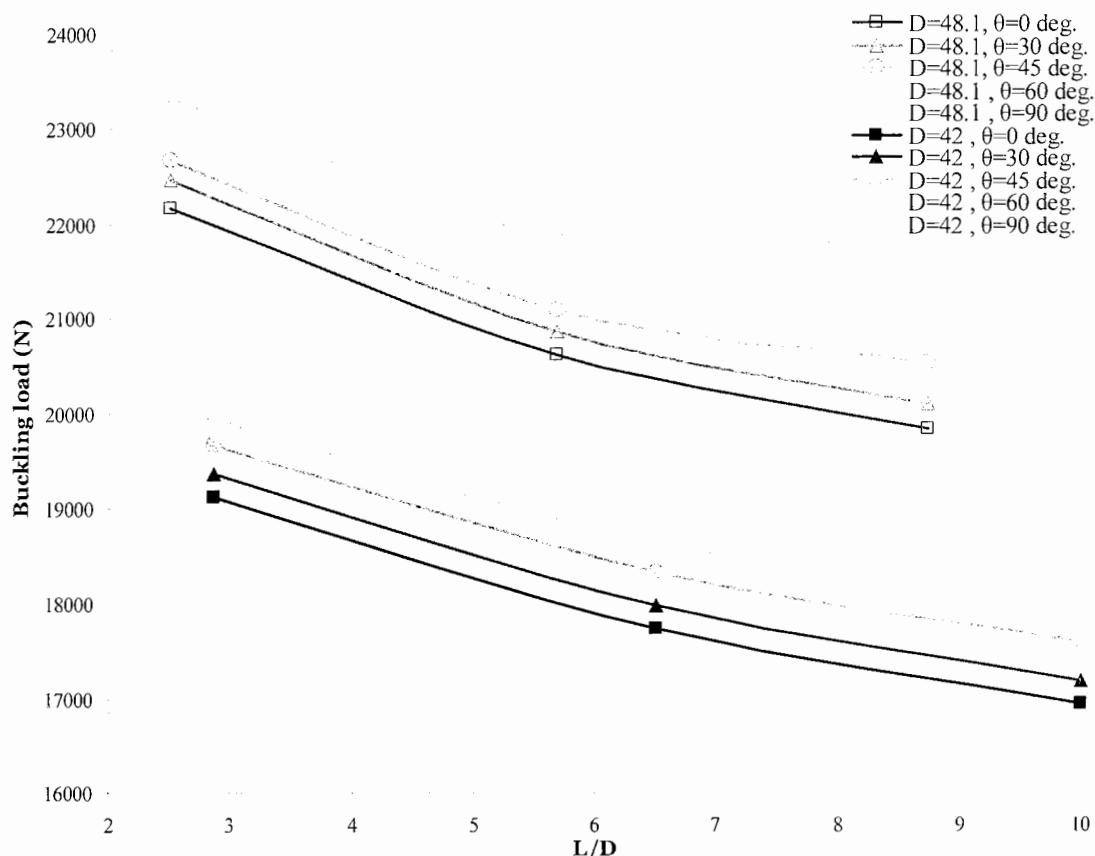
منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی برای تمامی نمونه‌های تحلیل شده در جدول (۳-۷) در شکل - های (۳-۳۴) تا (۳-۳۶) نشان داده شده است.

در نمودارهای بار - جابجایی انتهایی نشان داده شده در شکل‌های (۳-۳۴) تا (۳-۳۶)، مشاهده می‌شود که منحنی مربوط به نمونه‌های دارای گشودگی‌های با زاویه بیشتر بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار

جدول ۳-۷- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

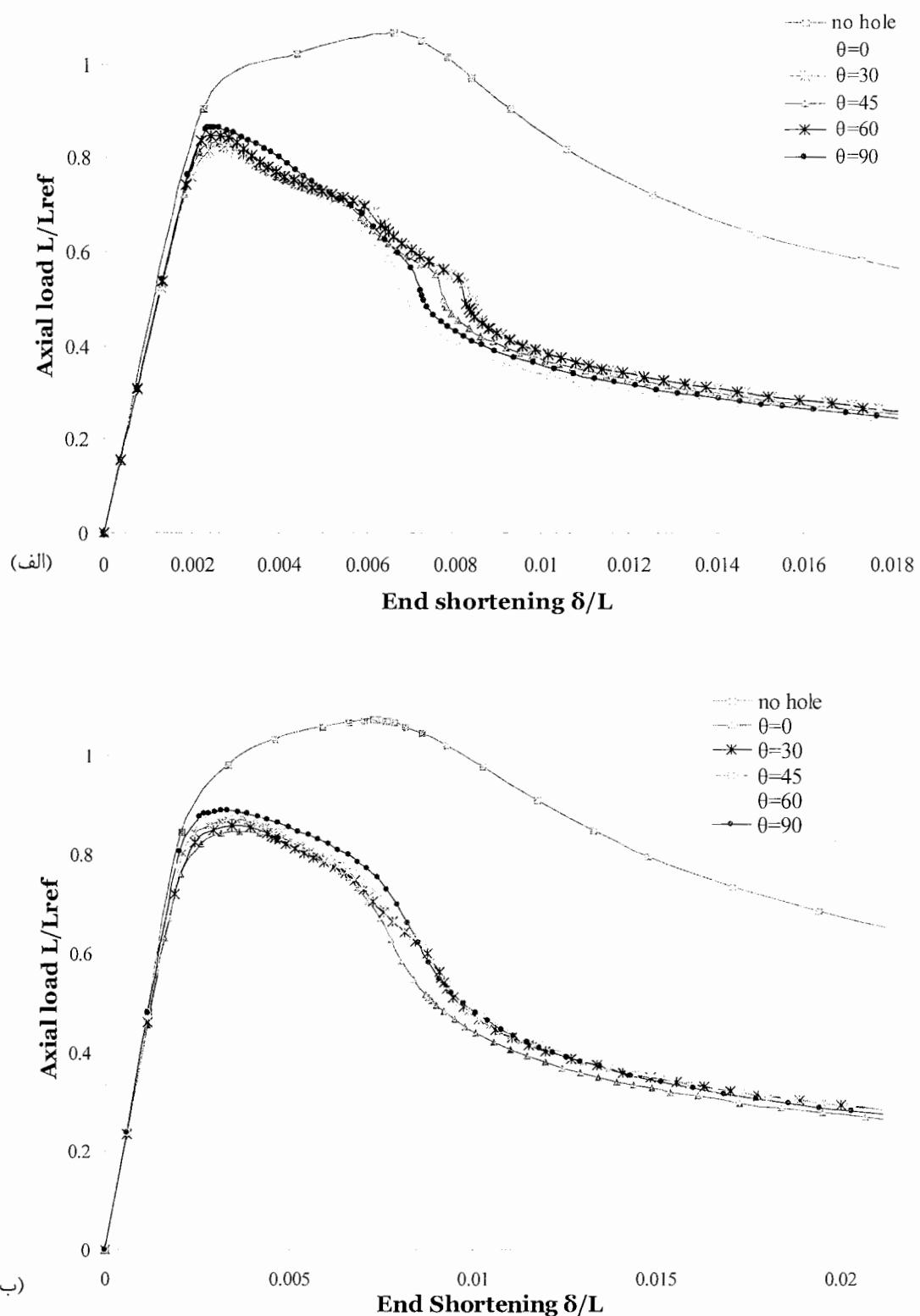
تأثیر تغییر زاویه گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول	زاویه گشودگی θ (deg)	بار کمانش (N)	المان S8R5	المان S4R	المان
$D42 - L420 - L_0 210 - 8 - 17.7$		420	0	16938.7	17670.6		
$D42 - L420 - L_0 210 - 8 - 18 - 30$		420	30	17187.8	17947		
$D42 - L420 - L_0 210 - 7.95 - 18 - 45$		420	45	17611.8	18194.8		
$D42 - L420 - L_0 210 - 8 - 18 - 60$		420	60	18011.2	18469.3		
$D42 - L420 - L_0 210 - 7.9 - 17.92 - 90$		420	90	18513.6	18847.3		
$D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 17.68$		273	0	17746.4	18477.7		
$D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 18 - 30$		273	30	17986	18713.7		
$D42 - L273 - L_0 136.5 - 7.98 - 17.68 - 45$		273	45	18333	18991.6		
$D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 18 - 60$		273	60	18634.4	19196		
$D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 18.38 - 90$		273	90	19027.9	19411.7		
$D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.6$		120	0	19120.4	19764.8		
$D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.7 - 30$		120	30	19366	19995.4		
$D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.75 - 45$		120	45	19654.2	20283.5		
$D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.7 - 60$		120	60	19940.7	20507.9		
$D42 - L120 - L_0 60 - 7.9 - 17.7 - 90$		120	90	20293.5	20728.5		
$D48.1 - L420 - L_0 210 - 7.94 - 17.54$		420	0	19828.4	20592.8		
$D48.1 - L420 - L_0 210 - 8 - 18 - 30$		420	30	20094.2	20794.8		
$D48.1 - L420 - L_0 210 - 7.96 - 17.66 - 45$		420	45	20526.8	21183.5		
$D48.1 - L420 - L_0 210 - 8 - 18 - 60$		420	60	20823.2	21333.7		
$D48.1 - L420 - L_0 210 - 8 - 18 - 90$		420	90	21431.2	21675.5		
$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 8.02 - 17.86$		273	0	20623.2	21361.6		
$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 18 - 30$		273	30	20856.4	21630.9		
$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 18 - 45$		273	45	21096.7	22064.4		
$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 18 - 60$		273	60	21481.8	21867.7		
$D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 18 - 90$		273	90	21838.7	22232.8		
$D48.1 - L120 - L_0 60 - 8.04 - 17.75$		120	0	22177.3	22827.5		
$D48.1 - L120 - L_0 60 - 8 - 18 - 30$		120	30	22467.4	23091.1		
$D48.1 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.75 - 45$		120	45	22682	23379.8		
$D48.1 - L120 - L_0 60 - 8 - 18 - 60$		120	60	22932.7	23564.3		
$D48.1 - L120 - L_0 60 - 8 - 18 - 90$		120	90	23318.7	23773.8		

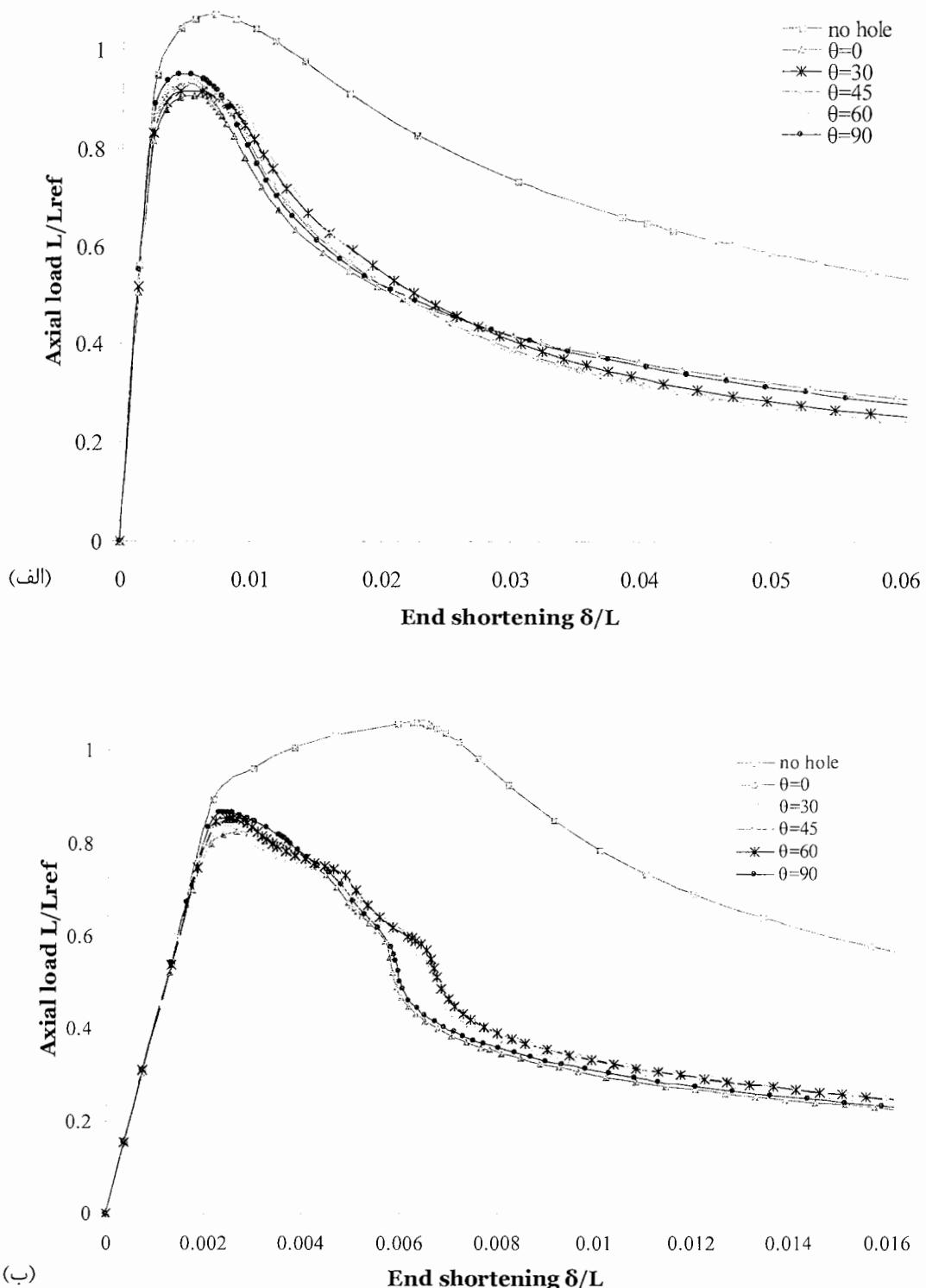


شکل ۳-۳۳- منحنی‌های بار کمانش - نسبت L/D ، برای گشودگی‌های بیضوی با ابعاد ثابت و زوایای مختلف

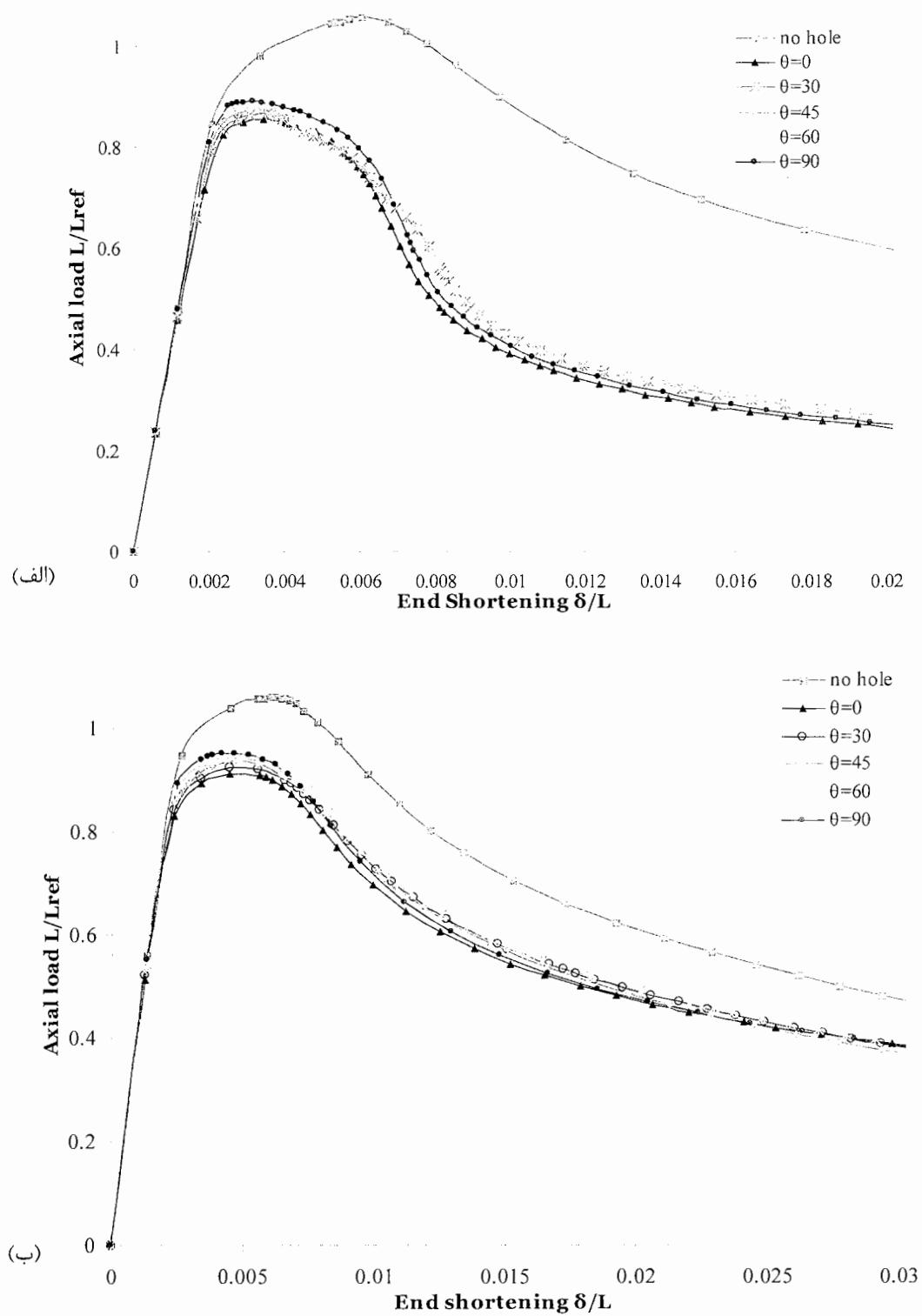
دارند. همچنین مشاهده می‌شود که شیب تمام نمودارها تقریباً یکسان است. بنابراین می‌توان گفت که ایجاد گشودگی روی سختی نمونه‌ها قبل از کمانش تاثیری ندارد. کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل برای دو نمونه دارای گشودگی با زوایای 30° و 60° درجه، به ترتیب در شکل‌های (۳۷-۳) و (۳۸-۳) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود با افزایش زاویه گشودگی کانتورهای تنش در حالت کمانش و قبل از آن در نواحی بیشتری از پوسته یکنواخت هستند و تمام نقاط پوسته، بجز اطراف گشودگی، تنش یکسانی را تحمل می‌کنند. که این باعث می‌شود حالت پوسته، به پوسته بدون گشودگی نزدیکتر شود و بار کمانش افزایش یابد. همچنین ملاحظه می‌شود که همانند نمونه‌های قبلی کمانش به صورت موضعی و در لبه‌های گشودگی اتفاق می‌افتد.



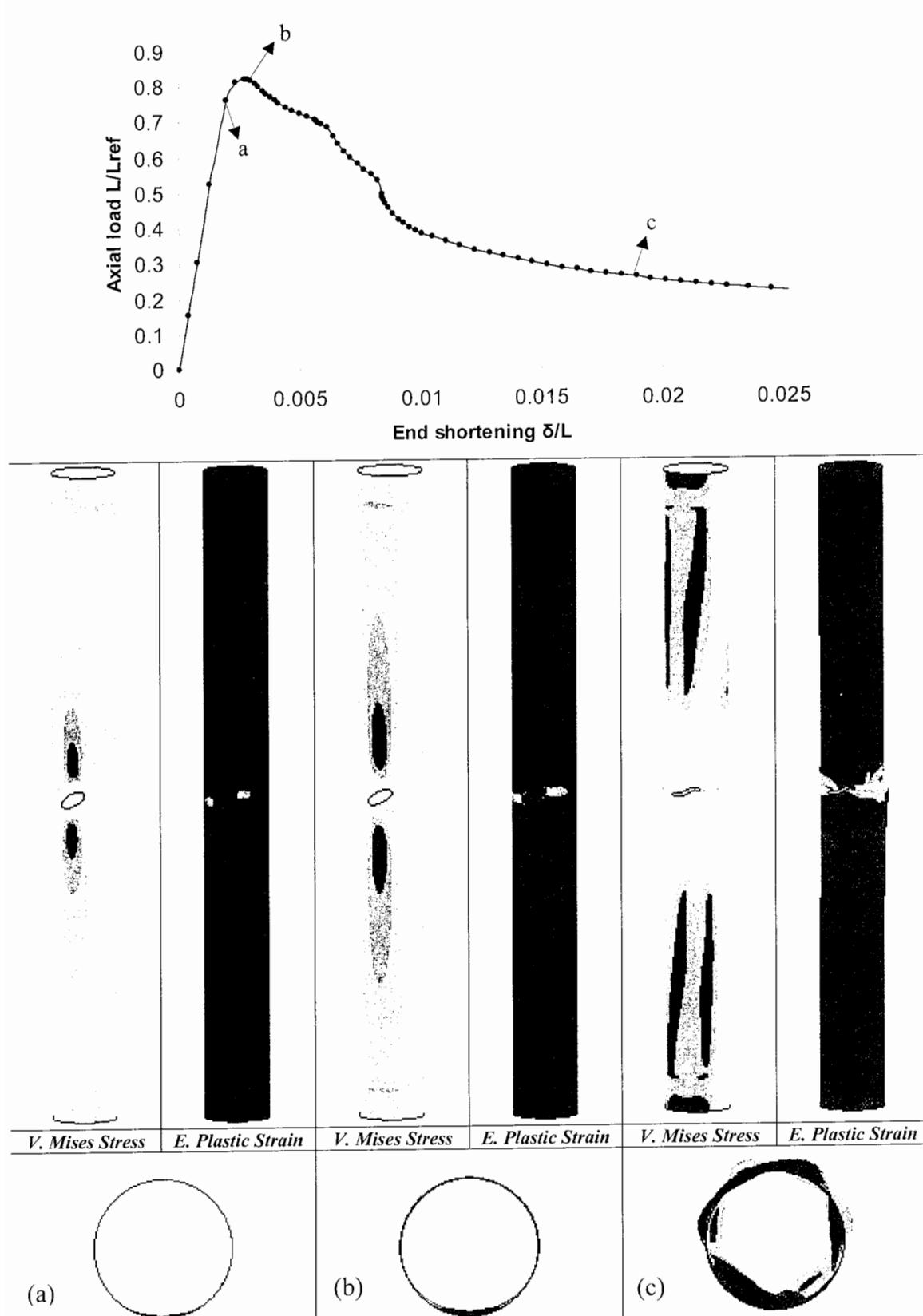
شکل ۳-۳۴- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت و زوایای مختلف. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 6.5$ و $D/t = 53.846$



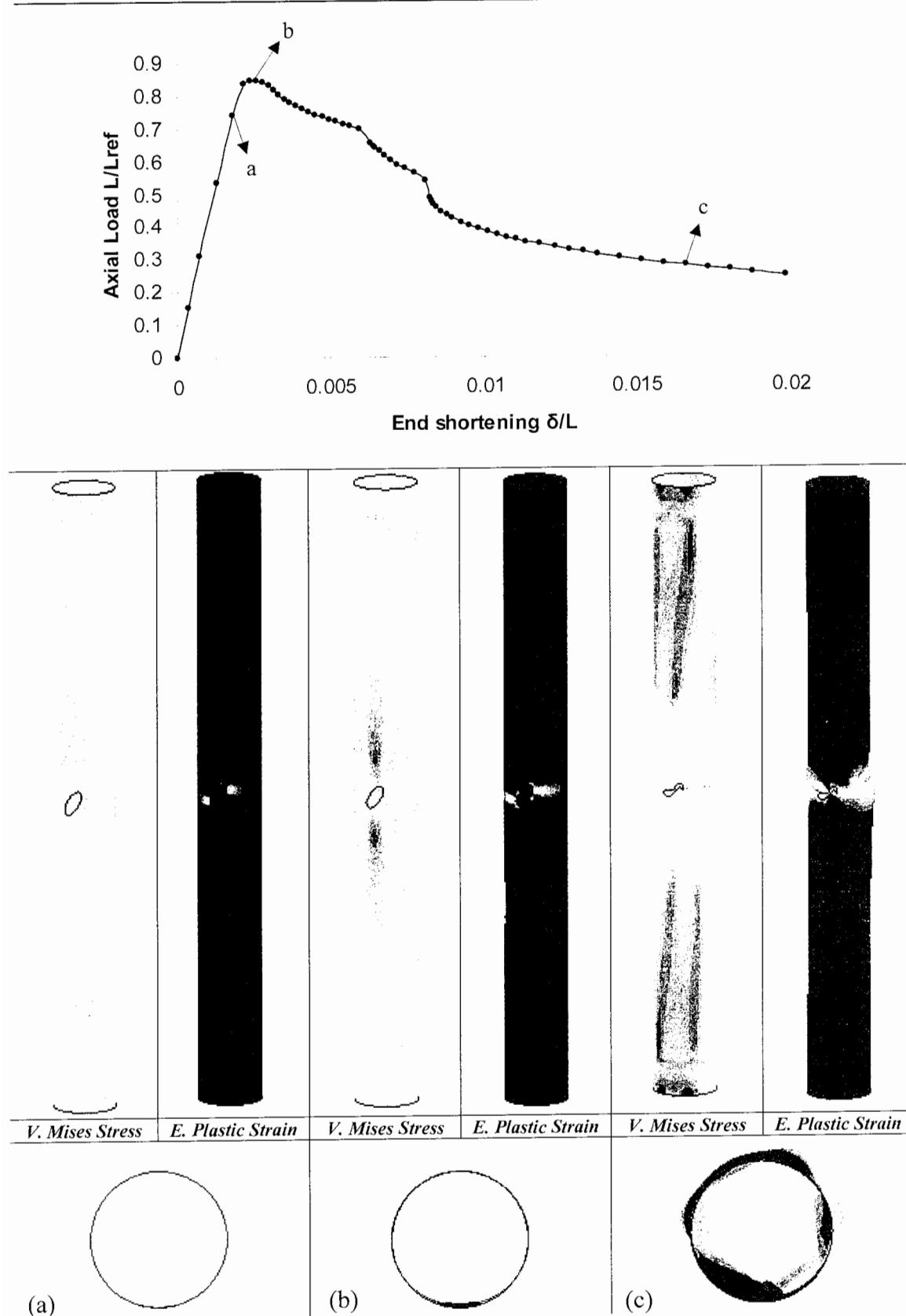
شکل ۳-۳۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت و زوایای مختلف. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 8.732$ و $D/t = 61.667$



شکل ۳-۳۶- منحنی های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته های دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت و زوایای مختلف. (الف) پوسته های استوانه ای با نسبت های $L/D = 5.667$ و $D/t = 61.667$. ب) پوسته های استوانه ای با نسبت های $D/t = 61.667$ و $L/D = 2.495$



شکل ۳-۳۷- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه $D42 - L420 - L_0 210 - 8 - 18 - 30$



شکل ۳-۳۸- منحنی بار - جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه D42 - L420 - L_0 210 - 8 - 18 - 60

۱۱-۳- نتایج تحلیل عددی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

تحت ممان خمشی

در این بخش نتایج تحلیل عددی پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت، تحت ممان خمشی ارائه شده است. برای این منظور یک گشودگی با مساحت تقریبی $A = 111.2 \text{ mm}^2$ درنظر گرفته شد و چهار مقدار برای ارتفاع گشودگی بین ۸ تا ۱۸ میلیمتر انتخاب شد و عرض مربوطه بدست آمد.

در بخش مربوط به بارگذاری توضیح داده شد که ممان خمشی به دو صفحه صلب متصل به دولبه پوسته اعمال شد و جهت خمش پوسته به سمت گشودگی در نظر گرفته شد. نتایج تحلیلها در جدول (۸-۳) ارائه شده است.

نتایج نشان می‌دهد که با ایجاد گشودگی در پوسته، گشتاور کمانش افت زیادی می‌کند به عنوان مثال با ایجاد یک گشودگی با ابعاد 17.7×8 میلیمتر، در یک پوسته با نسبتها $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$ گشتاور کمانش حدود ۳۷ درصد افت پیدا می‌کند.

منحنی‌های گشتاور کمانش بر حسب نسبت a/b در نمودار شکل (۴۰-۳) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت a/b ، مشابه بارگذاری محوری، در این حالت نیز گشتاور کمانش افزایش می‌یابد. همچنین پوسته‌های دارای قطر بیشتر مقاومت بیشتری دربرابر کمانش از خود نشان می‌دهد.

در شکل (۴۰-۳) منحنی‌های گشتاور کمانش بر حسب نسبت L/D نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که برای نسبتها $6 < L/D < 10$ ، گشتاور کمانش با افزایش نسبت D/L ، کاهش می‌یابد؛ اما برای نسبتها $10 < L/D < 16$ ، گشتاور کمانش تقریباً ثابت است.

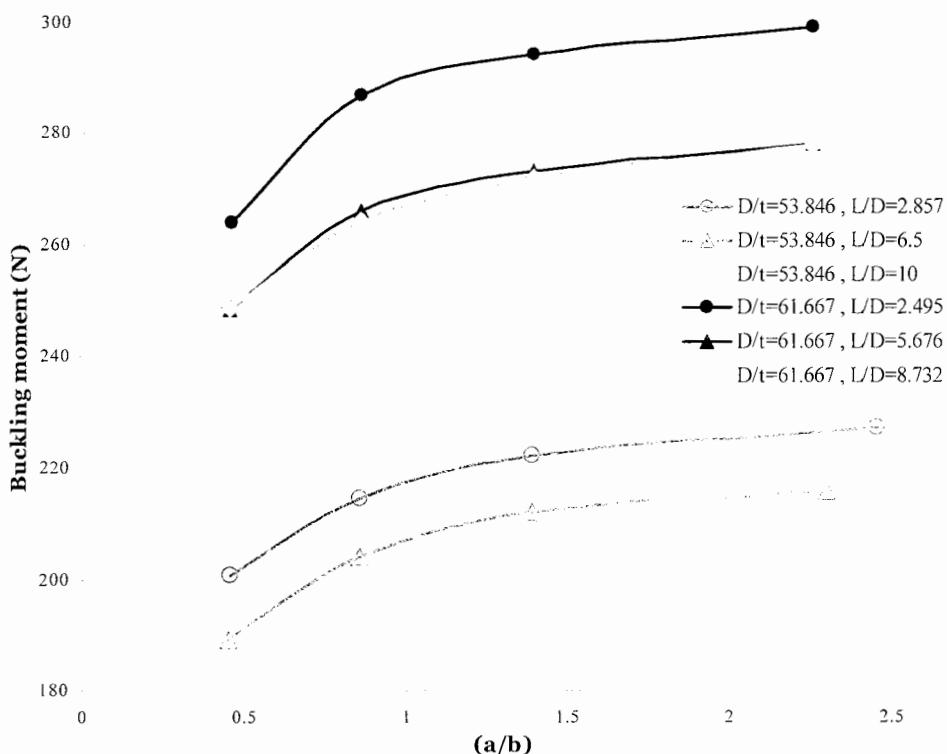
منحنی‌های ممان - جابجایی زاویه‌ای لبه‌های انتهایی، در شکلهای (۴۱-۳) تا (۴۳-۳) نشان داده شده است. دیده می‌شود که پوسته‌های با نسبتها a/b بزرگتر، بالاتر از منحنی‌های دیگر قرار می‌گیرند.

کانتورهای تنش و کرنش پلاستیک معادل برای دونمونه با نسبتها $L/D = 6.5$ و $D/t = 53.846$ در شکلهای (۴۴-۳) و (۴۵-۳) نشان داده شده است.

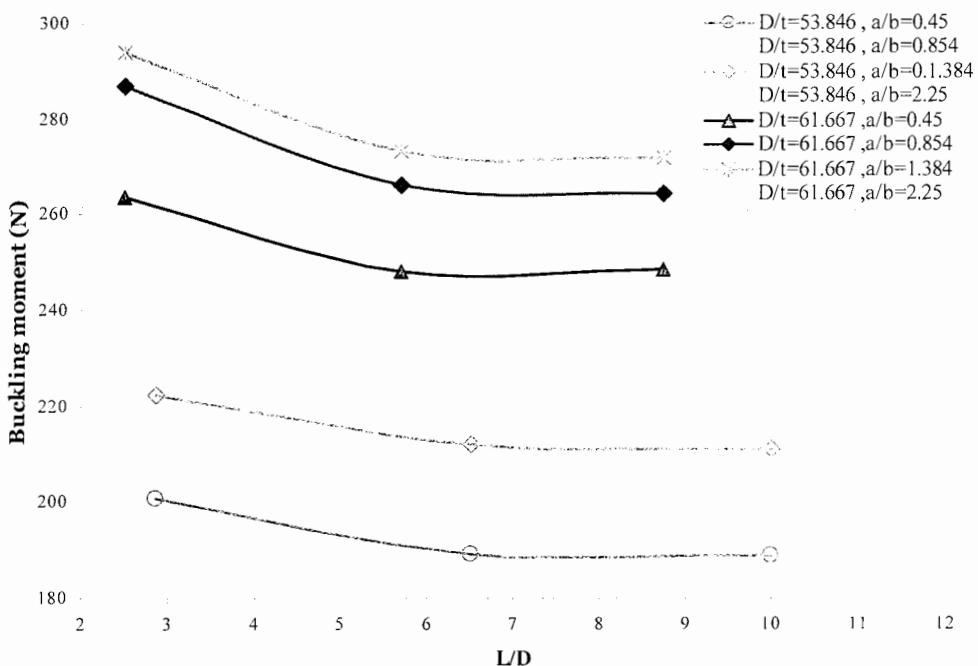
جدول ۳-۸- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

تأثیر تغییر ابعاد گشودگی با مساحت ثابت، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت ممان خمی

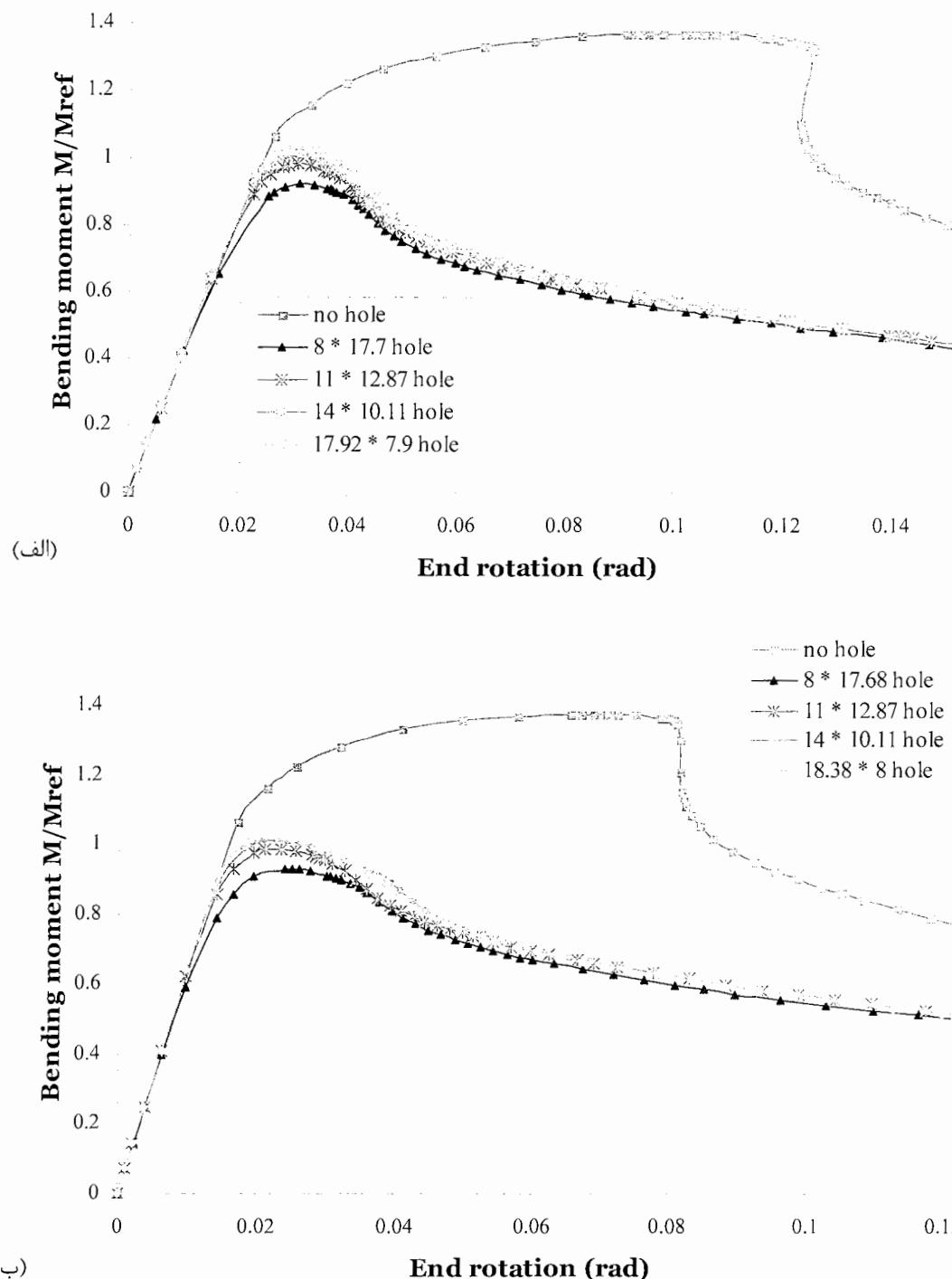
المان S8R5	المان S4R	گشتاور کمانش (N.m)	ابعاد گشودگی $a \times b$ (mm × mm)	طول استوانه (mm)	عنوان نمونه	
297.646	297.162	-----	420	D42 - L420 - Perfect		
188.674	200.265	8 × 17.7	420	D42 - L420 - L ₀ 210 - 8 - 17.7		
203.249	213.377	11 × 12.87	420	D42 - L420 - L ₀ 210 - 11 - 12.87		
211.026	219.499	14 × 10.11	420	D42 - L420 - L ₀ 210 - 14 - 10.11		
216.773	223.366	17.92 × 7.9	420	D42 - L420 - L ₀ 210 - 17.92 - 7.9		
297.891	298.399	-----	273	D42 - L273 - Perfect		
189.28	201.664	8 × 17.68	273	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 8 - 17.68		
204.143	214.018	11 × 12.87	273	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 11 - 12.87		
212.012	219.611	14 × 10.11	273	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 14 - 10.11		
215.683	222.186	18.38 × 8	273	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 18.38 - 8		
297.157	300.05	-----	120	D42 - L120 - Perfect		
200.732	211.248	8 × 17.6	120	D42 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 17.6		
214.494	223.419	11 × 12.87	120	D42 - L120 - L ₀ 60 - 11 - 12.87		
222.349	229.233	14 × 10.11	120	D42 - L120 - L ₀ 60 - 14 - 10.11		
227.255	233.564	17.7 × 7.9	120	D42 - L120 - L ₀ 60 - 17.7 - 7.9		
385.329	385.219	-----	420	D48.1 - L420 - Perfect		
248.432	262.843	7.94 × 17.54	420	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.94 - 17.54		
264.185	274.21	11 × 12.87	420	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 11 - 12.87		
271.742	281.068	14 × 10.11	420	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 14 - 10.11		
277.77	285.563	18 × 8	420	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 18 - 8		
385.13	380.265	-----	273	D48.1 - L273 - Perfect		
248.19	263.789	8.02 × 17.86	273	D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 8.02 - 17.86		
265.995	277.195	11 × 12.87	273	D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 11 - 12.87		
273.145	282.985	14 × 10.11	273	D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 14 - 10.11		
278.064	286.76	18 × 8	273	D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 18 - 8		
399.861	404.359	-----	120	D48.1 - L120 - Perfect		
263.802	284.04	8.04 × 17.75	120	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8.04 - 17.75		
286.812	297.811	11 × 12.87	120	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 11 - 12.87		
294.165	303.781	14 × 10.11	120	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 14 - 10.11		
299.222	306.17	18 × 8	120	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 18 - 8		



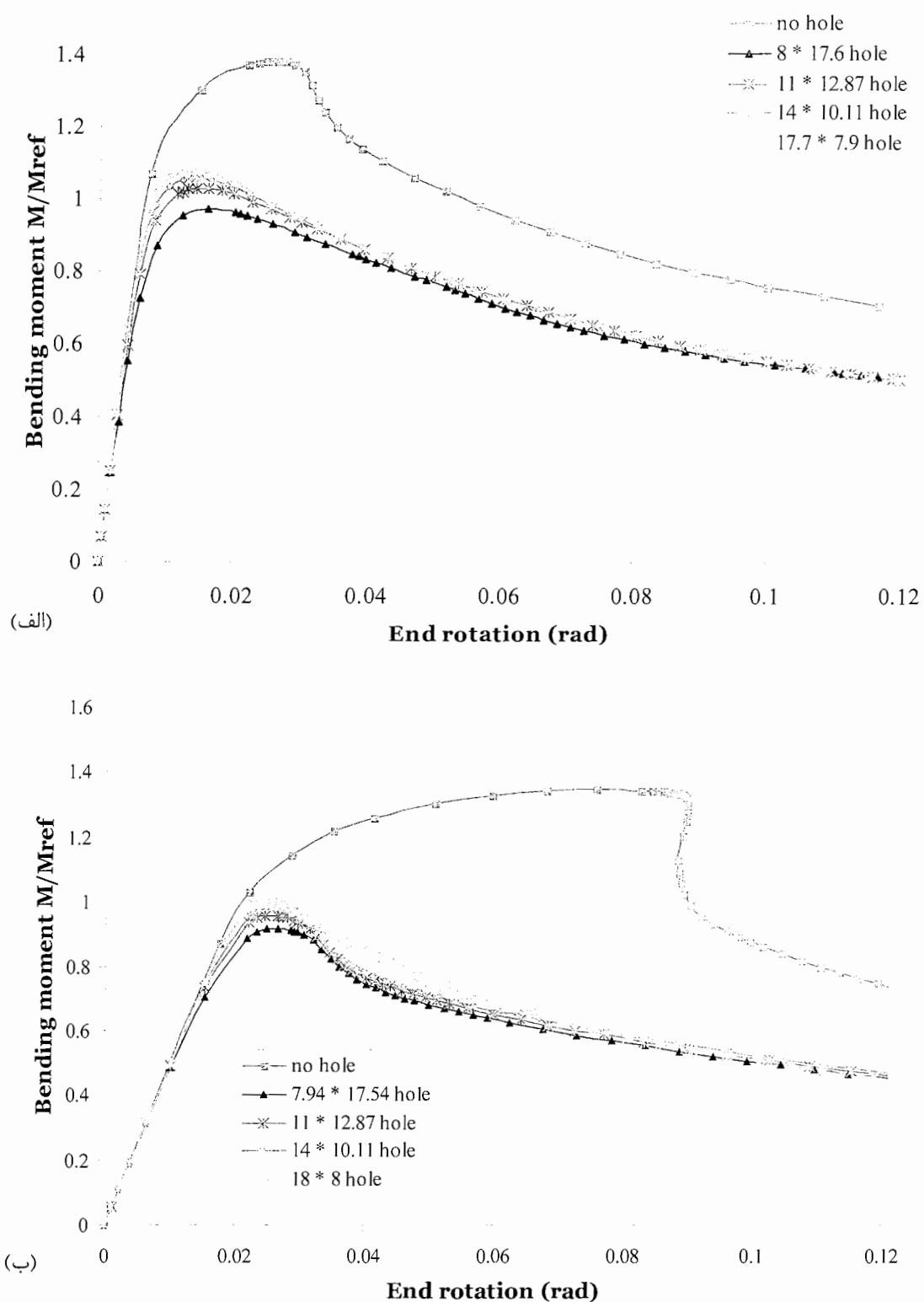
شکل ۳-۳۹- منحنی‌های گشتاور کمانش بر حسب نسبت a/b برای نمونه‌های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت



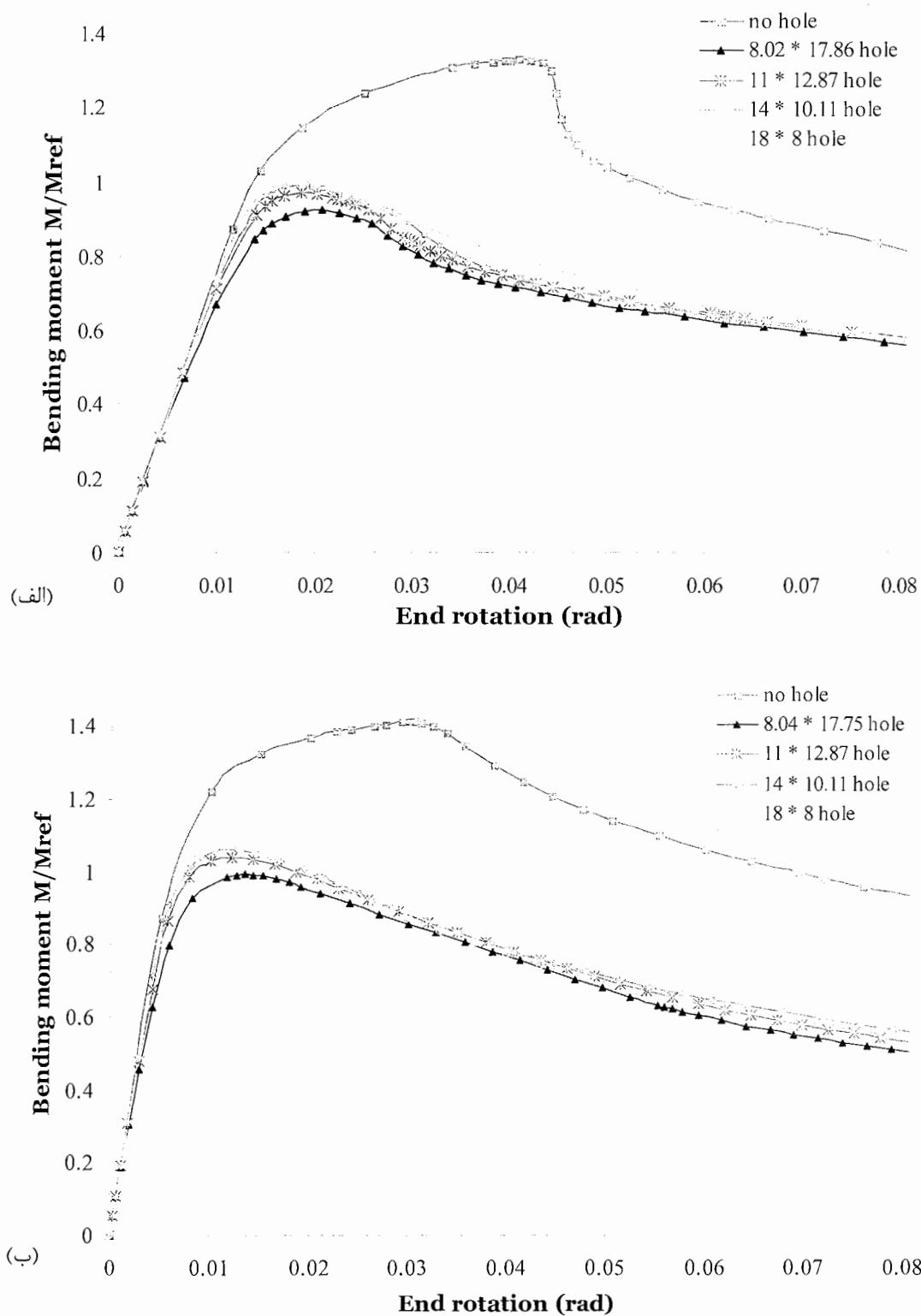
شکل ۳-۴۰- منحنی‌های گشتاور کمانش بر حسب نسبت L/D برای نمونه‌های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت



شکل ۳-۴۱-۳- منحنی‌های گشتاور- چرخش انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 53.846$ و $L/D = 6.5$.

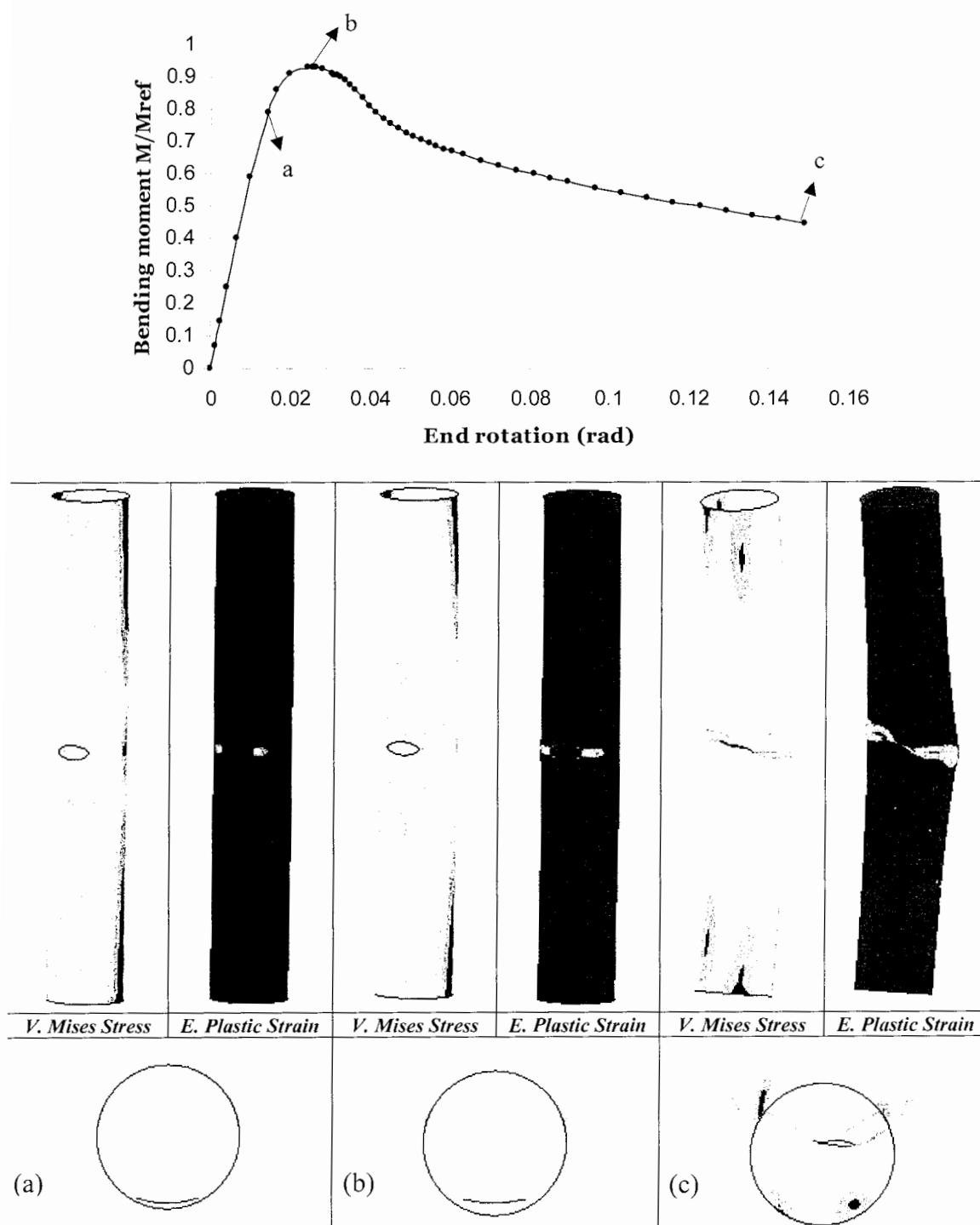


شکل ۳-۴۲- منحنی های گشتاور - چرخش انتهایی، برای پوسته های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت. (الف) پوسته های استوانه ای با نسبت های $D/t = 53.846$ و $L/D = 2.857$ (ب) پوسته های استوانه ای با نسبت های $D/t = 61.667$ و $L/D = 8.732$



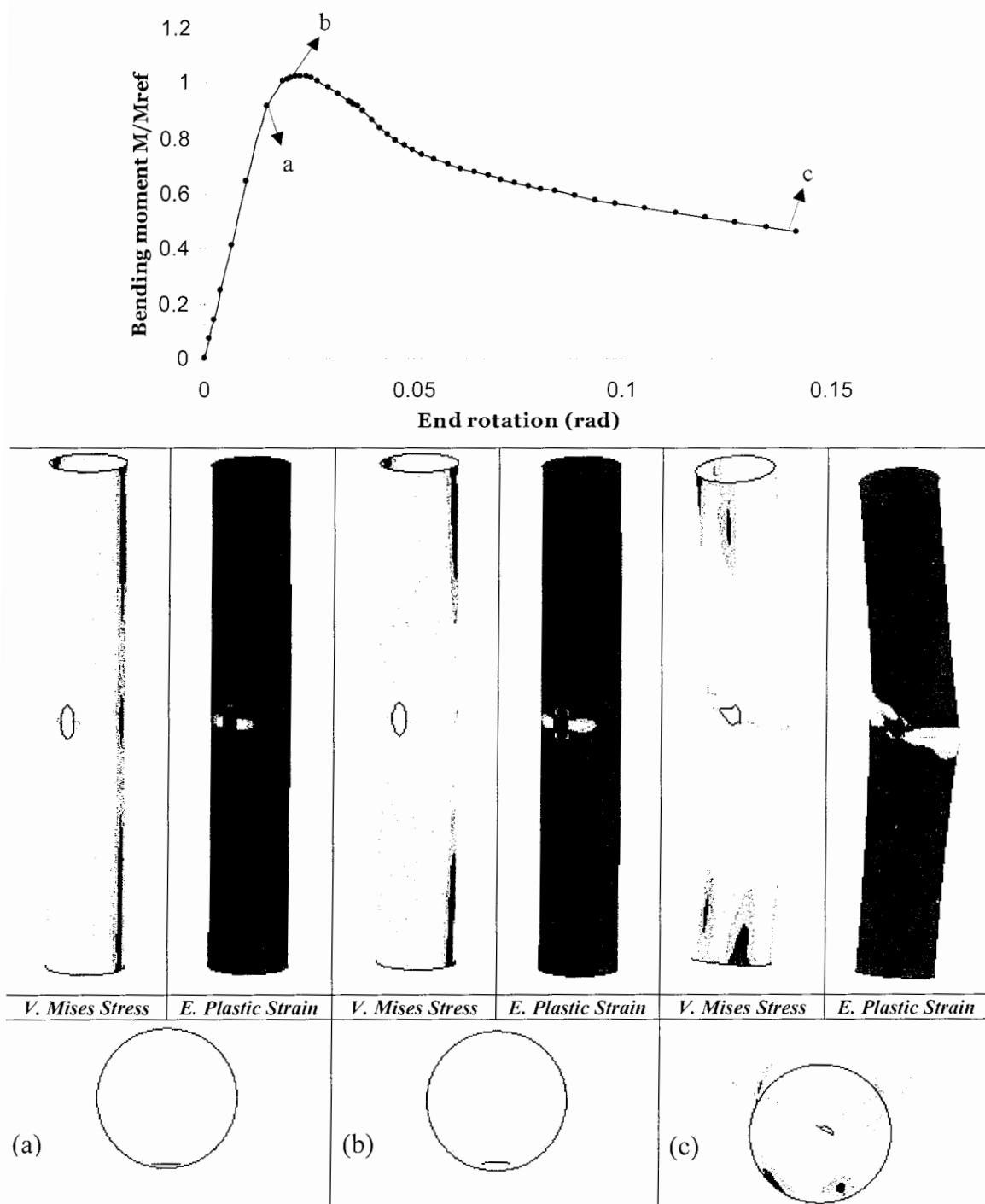
شکل ۳-۳- منحنی‌های گشتاور - چرخش انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 5.667$ و $D/t = 61.667$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.495$ و $D/t = 61.667$

از شکل (۴۴-۳) مشخص است که کمانش تحت ممان خمی به هر دو صورت موضعی و کلی رخ می‌دهد، زیرا در هنگام کمانش لبه‌های پوسته حدود ۰,۰۳ رادیان چرخش کرده‌اند.



شکل ۴۴-۳- منحنی گشتاور - چرخش انتهایی، کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 17.68

با مقایسه کانتورهای تنش همچنین دیده می‌شود که با افزایش نسبت a/b ، توزیع تنش در وجه دارای گشودگی بجز اطراف گشودگی یکنواخت‌تر است.



شکل ۳-۴۵- منحنی‌های گشتاور - چرخش انتهایی، کانتورهای تنش ون میزز و کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه ۸- $D42-L273-L_0136.5-18.38-8$

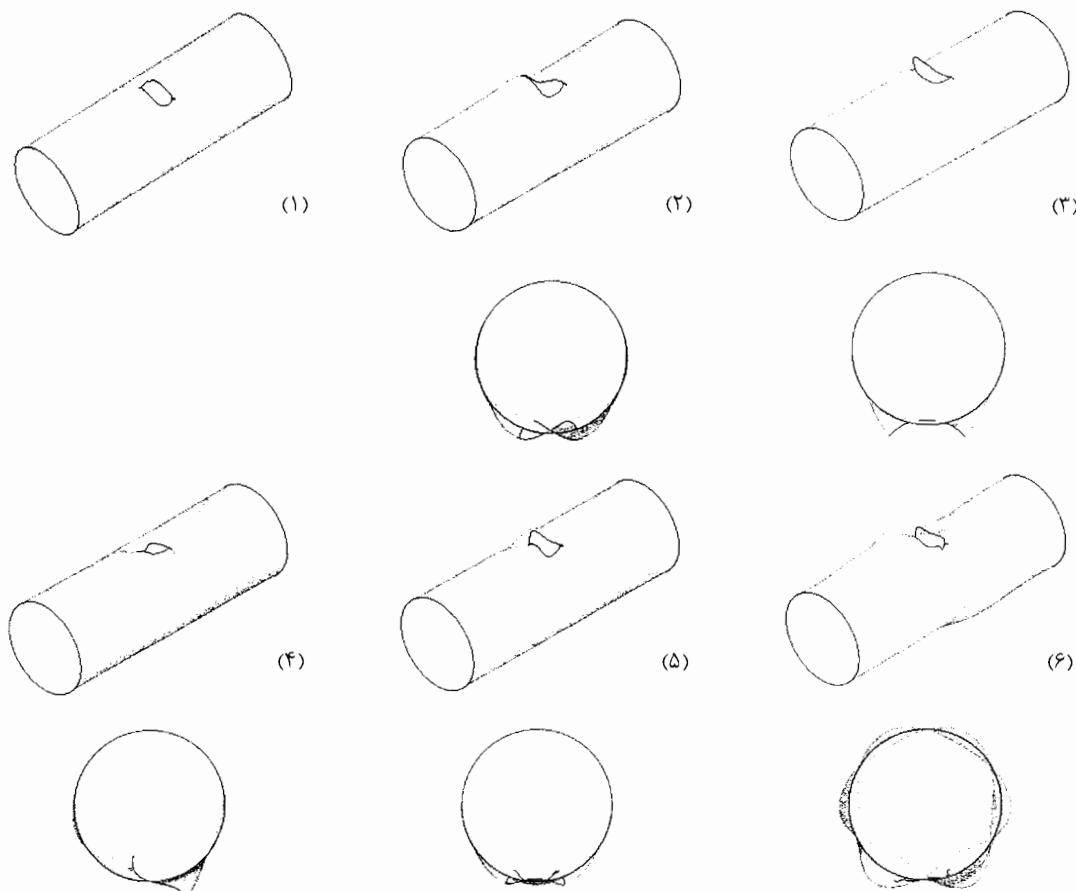
۱۲-۳- نتایج تحلیل عددی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه

بیضوی تحت بار فشاری محوری

در این بخش نتایج تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای با ضخامت ۱,۲ میلیمتر و قطر ۴۲ میلیمتر، دارای گشودگی شبه بیضوی ارائه شده است.

در شکل (۴۶-۳) شکل مدهای کمانش، حاصل از تحلیل خطی مقدار ویژه Buckle، برای یک نمونه با نسبتهاي $D/t = 35$ و $L/D = 2.85$ نشان داده شده است.

مشاهده می‌شود که شکل مدهای این پوسته‌ها، مشابه پوسته‌های دارای گشودگی شبه بیضوی است.



شکل ۳-۴۶- مدهای کمانش نمونه (۱) نمونه قبل از کمانش (۲) مد اول کمانش (۳) مد دوم کمانش (۴) مد سوم کمانش (۵) مد چهارم کمانش (۶) مد پنجم کمانش

۳-۱-۱۲-۳- تاثیر تغییر موقعیت گشودگی بر رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

نتایج تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی یکسان، با ابعاد $7 \times 16 \times 7$ میلیمتر در موقعیتهای مختلف در جدول (۹-۳) آرائه شده است.

نتایج نشان می‌دهد که تغییر موقعیت گشودگی بر بار کمانش تاثیر می‌گذارد. شکل (۴۷-۳) به وضوح نشان می‌دهد که با تغییر موقعیت گشودگی از میانه پوسته به طرف لبه‌های پوسته، بار کمانش افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که پوسته‌های با طول بلندتر، نسبت به تغییر موقعیت گشودگی حساس‌ترند. به عنوان مثال برای پوسته‌های با نسبت $L/D = 10$ ، با تغییر موقعیت گشودگی، از میانه پوسته به فاصله ۹۰ درصدی طول پوسته، بار کمانش حدود ۱۰ درصد افزایش می‌یابد؛ در

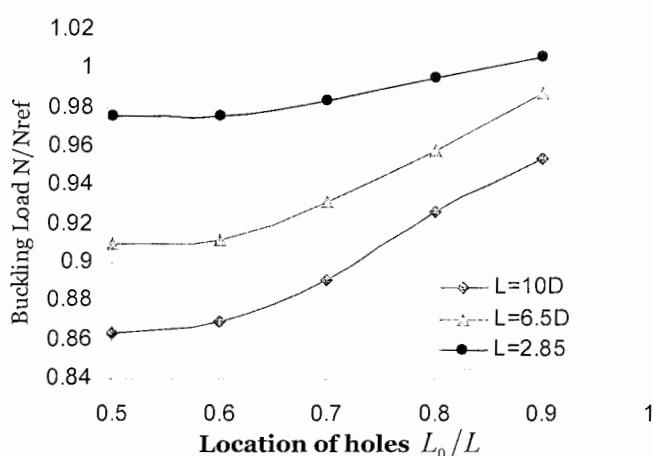
جدول ۹-۳- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی

تاثیر تغییر موقعیت گشودگی با ابعاد ثابت، در بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

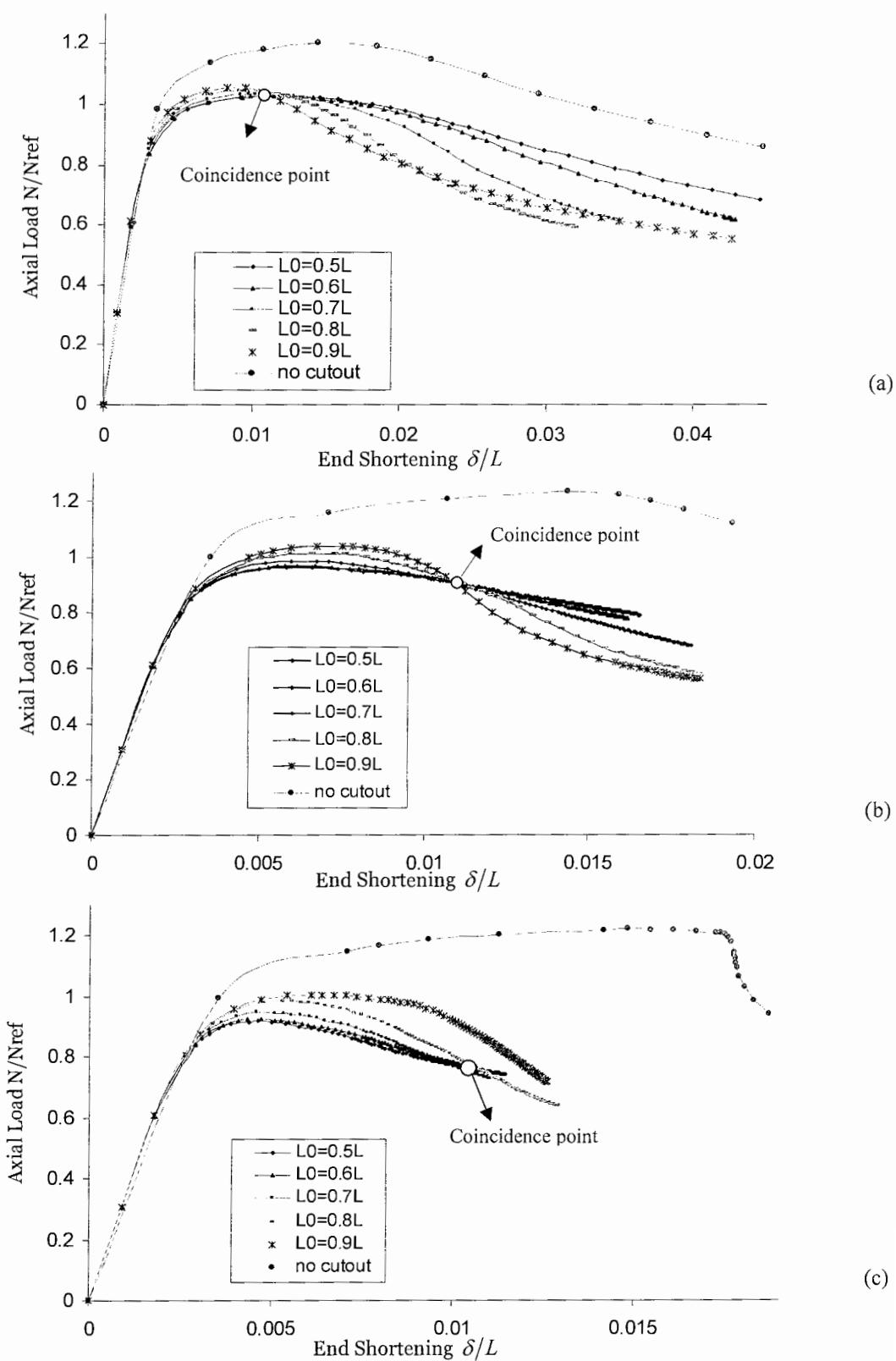
عنوان نمونه	استوانه (mm)	طول	موقعیت گشودگی L_0/L	بار کمانش (N)	
				مان S8R5	مان S4R
<i>D42 - L420 - Perfect</i>	420	420	----	38063.2	39543.14
<i>D42 - L420 - L₀210 - 7 - 16</i>	420	420	0.5	28031.36	29774.2
<i>D42 - L420 - L₀252 - 7 - 16</i>	420	420	0.6	28222.85	30014.36
<i>D42 - L420 - L₀294 - 7 - 16</i>	420	420	0.7	28917.38	30728.37
<i>D42 - L420 - L₀336 - 7 - 16</i>	420	420	0.8	30085.76	31870.79
<i>D42 - L420 - L₀378 - 7 - 16</i>	420	420	0.9	30968.54	32633.48
<i>D42 - L273 - Perfect</i>	273	273	----	38206	39887.17
<i>D42 - L273 - L₀136.5 - 7 - 16</i>	273	273	0.5	29400.96	31163.27
<i>D42 - L273 - L₀163.8 - 7 - 16</i>	273	273	0.6	29592.45	31377.47
<i>D42 - L273 - L₀191 - 7 - 16</i>	273	273	0.7	30238.3	31912.98
<i>D42 - L273 - L₀218.4 - 7 - 16</i>	273	273	0.8	31098.36	32808.74
<i>D42 - L273 - L₀245.7 - 7 - 16</i>	273	273	0.9	32052.54	33642.83
<i>D42 - L119.7 - Perfect</i>	119.7	119.7	----	37978.81	39066.06
<i>D42 - L119.7 - L₀59.85 - 7 - 16</i>	119.7	119.7	0.5	31656.58	33279.33
<i>D42 - L119.7 - L₀71.82 - 7 - 16</i>	119.7	119.7	0.6	31659.83	33315.03
<i>D42 - L119.7 - L₀83.79 - 7 - 16</i>	119.7	119.7	0.7	31922.72	33525.99
<i>D42 - L119.7 - L₀95.76 - 7 - 16</i>	119.7	119.7	0.8	32312.18	33831.07
<i>D42 - L119.7 - L₀107.7 - 7 - 16</i>	119.7	119.7	0.9	32656.2	34282.19

حالی که برای پوسته‌های با نسبت $L/D = 2.85$ ، این افزایش در بار کمانش کمتر از ۴ درصد است. همچنین واضح است که پوسته‌های بلندتر، بار کمانش کمتری دارند. منحنی‌های بار-فسردگی انتهایی برای تمامی نمونه‌های جدول (۹-۳) در شکل (۴۸-۳) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود با ایجاد گشودگی در پوسته، بار کمانش پوسته افت چشمگیری پیدا می‌کند. همچنین ملاحظه می‌شود که پوسته‌های بلندتر نسبت به ایجاد گشودگی حساس‌ترند. به عنوان مثال، با ایجاد یک گشودگی به ابعاد 16×7 میلی‌متر در میانه پوسته، بار کمانش برای پوسته‌های بلند ($L/D = 10$)، متوسط ($L/D = 6.5$) و کوتاه ($L/D = 2.85$)، به ترتیب حدود ۲۶ درصد، ۲۳ درصد و ۱۵ درصد کاهش می‌یابد. مشاهده می‌شود که تمام منحنی‌های شکل (۴۶-۳)، بعد از رسیدن به بار ماکزیمم و در ناحیه پس کمانش یک نقطه تلاقي دارند.

قبل از نقطه تلاقي، منحنی‌های مربوط به پوسته‌های با نسبت L_0/L بزرگ‌تر، بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار دارند؛ اما بعد از نقطه تلاقي این منحنی‌ها پایین تر از منحنی‌های با نسبت L_0/L کوچک‌تر قرار می‌گيرند. دلیل این پدیده را می‌توان ایجاد تغییر شکلها و نواحی پلاستیک شده بزرگ‌تر در اطراف گشودگی در اثر اعمال بار بیشتر بر پوسته‌های با نسبت L_0/L بزرگ‌تر دانست. توجه کنید که شیب تمامی منحنی‌ها قبل از کمانش (ناحیه خطی) بدون توجه به موقعیت گشودگی، یکسان است. البته شیب منحنی پوسته‌های دارای گشودگی، نسبت به منحنی پوسته‌های بدون گشودگی، اندکی زیادتر است که این نکته جالب توجه است.



شکل ۴۷-۳- منحنی‌های بار-موقعیت گشودگی، برای پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی شبیه بیضوی با طولهای متفاوت و نسبت $D/t = 35$



شکل ۳-۴۸- منحنی بار - جابجایی انتهایی برای پوسته استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی در موقعیت‌های متفاوت و بدون گشودگی. (a) پوسته‌های کوتاه ($L=2.85D$) (b) پوسته‌های با طول متوسط ($L=6.5D$) و (c) پوسته‌های بلند ($L=10D$).

یک نمونه از منحنی‌های بار بر حسب تغییر طول استوانه برای نمونه با نسبت‌های $L/D = 6.5$ و $D/t = 35$ ، با گشودگی در میانه پوسته، در شکل (۴۹-۳) نشان داده شده است. همچنین نمای ایزومتریک و نمای بالای پوسته استوانه‌ای در شکل ارائه شده است؛ و کانتورهای تنش ون میزز و کرنش پلاستیک معادل در موقعیت‌های مشخص شده روی نمودار، را نشان می‌دهد. توجه کنید که منحنی‌های بار - فشردگی انتهایی، که در این قسمت ارائه شده اند، مربوط به تحلیل با المان خطی (S4R) است؛ زیرا همانطور که در بخش چهارم ملاحظه خواهد شد، المانهای خطی در مقایسه با سایر المانها، برای ماده مورد مطالعه، ناحیه پس کمانش بهتری را نتیجه می‌دهند.

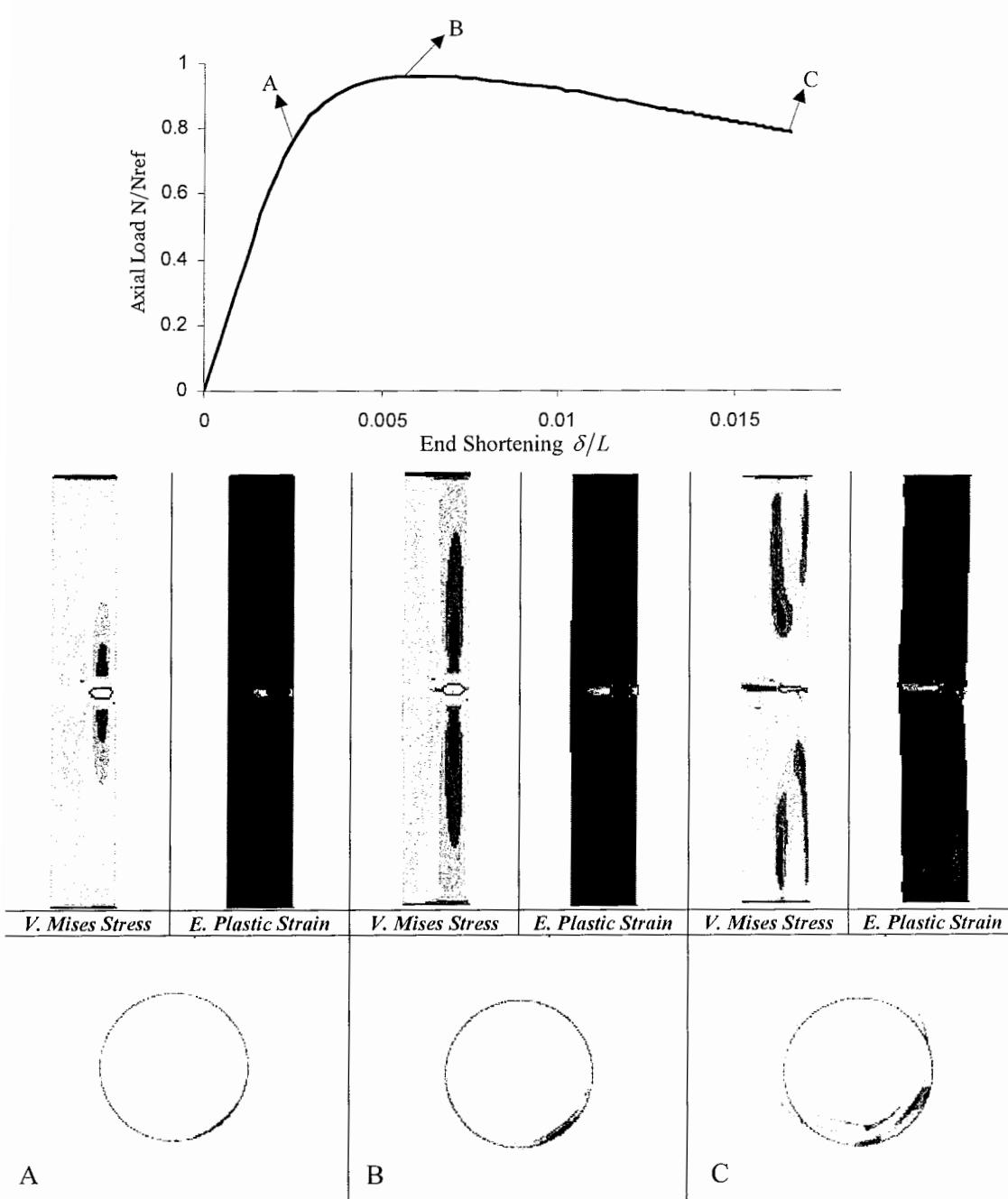
همانطور که از شکل (۴۹-۳) پیداست، قبل از اینکه نمونه دچار کمانش شود (قسمت خطی منحنی شکل (۴۹-۳))، نواحی اطراف گشودگی در جهت جانبی تسلیم شده و لبه‌های گشودگی دچار خمش موضعی می‌شوند که این پدیده به علت پایین بودن تنش تسلیم ماده رخ می‌دهد. با افزایش بار، وسعت این نواحی پلاستیک شده افزایش می‌یابد. هنگامی که بار به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد، پوسته در اطراف گشودگی دچار کمانش موضعی می‌شود. سپس بار اعمال شده به پوسته افت پیدا می‌کند. مشاهده می‌شود پس از رسیدن بار به مقدار ماکزیمم، تغییر شکلهای قابل توجهی در اطراف ناحیه گشودگی رخ می‌دهد. این بار ماکزیمم به عنوان بار آستانه شروع کمانش پوسته در نظر گرفته می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود پوسته به سمت گشودگی دچار خمش کلی می‌شود. لبه‌های بالا و پایین گشودگی به هم نزدیک می‌شوند و جابجایی‌های شعاعی نزدیک گشودگی در مقایسه با شعاع پوسته خیلی بزرگ می‌شوند. هنگامی که بار تا حد معینی افت پیدا می‌کند، نواحی نزدیک دو انتهای پوسته و در سمت مخالف گشودگی با انحنای قابل توجهی کمانش می‌کنند. این نواحی که به حالت پلاستیک رسیده‌اند با سرعت زیادتری تغییر شکل می‌دهند. گسترش نواحی تسلیم شده در نهایت منجر به خمش و فروپاشی سریعتر پوسته می‌شود. باید توجه کرد که کمانش کلی پوسته استوانه‌ای کاملاً شبیه کمانش ستون اویلری است. [۲۶]

شکل (۵۰-۳) منحنی بار - فشردگی انتهایی، را برای یک نمونه دیگر با نسبت‌های $L/D = 6.5$ و $D/t = 35$ و گشودگی در فاصله $L_0/L = 0.7$ ، نشان می‌دهد. همچنین نمای ایزومتریک و نمای بالای این نمونه همراه با کانتورهای تنش ون میزز و کرنش پلاستیک معادل ارائه شده است. همانطور که از منحنی پیداست؛ مشابه نمونه قبلی، بار به صورت خطی تا ماکزیمم مقدار خود افزایش می‌یابد.

در این مرحله تغییر شکل ناچیز است. اما نواحی اطراف گشودگی شروع به تسلیم شدن می‌کنند

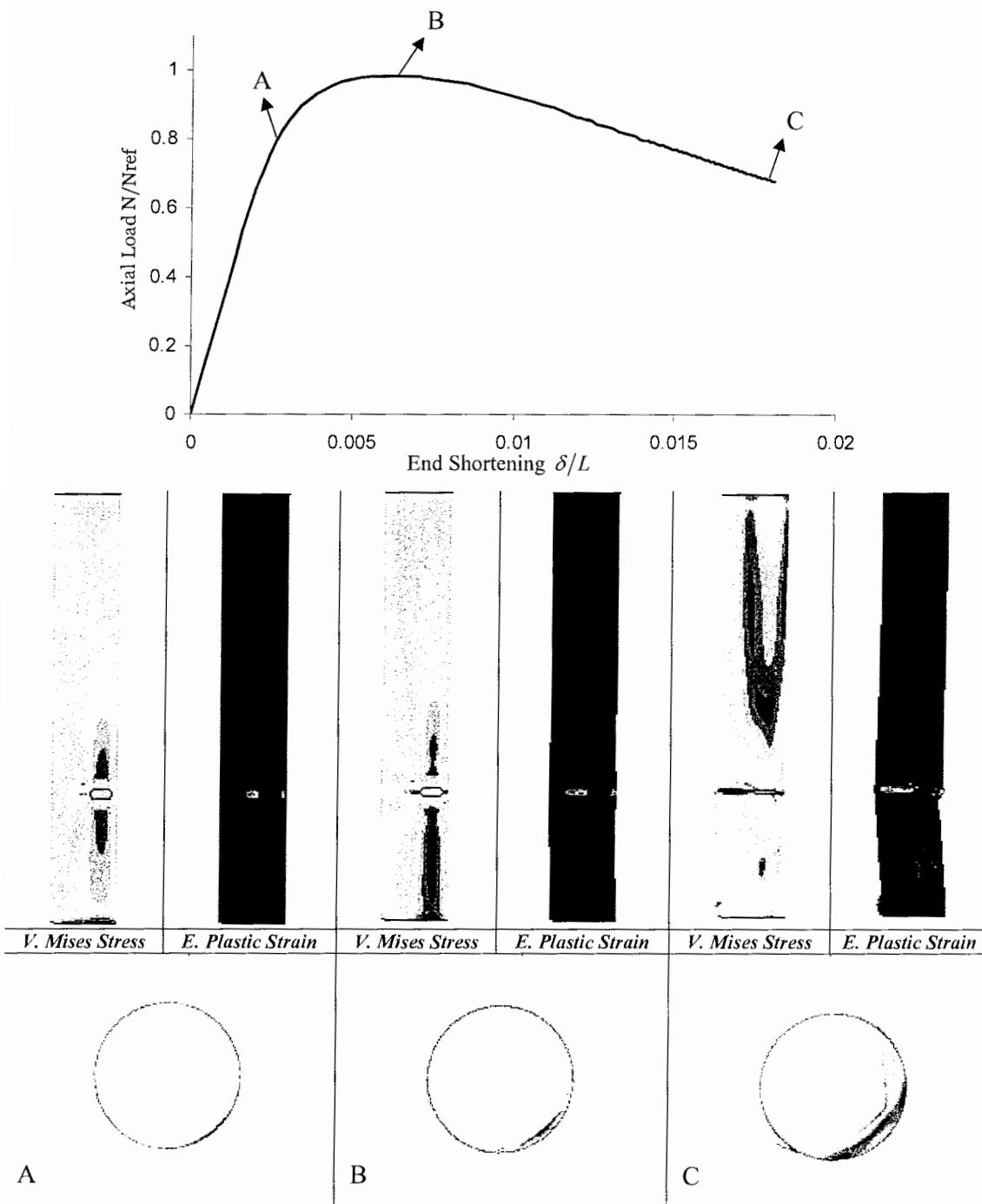
(شکل (۵۰-۳) مرحله A را ببینید.)

از مقایسه این نمونه با نمونه قبلی، مشاهده می‌شود که کانتورهای تنش و نواحی پلاستیک شده



شکل ۳-۴۹-۳- منحنی بار- جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میزز، کانتورهای کرنش پلاستیک معادل،
برای نمونه D42-L273-L₀136.5-7-16

برای دو نمونه کاملاً مشابه‌هند؛ فقط هنگامی که گشودگی به یک لبه پوسته نزدیک می‌شود، بعد از رسیدن پوسته به بار کمانش، مقادیر تنش و جابجایی‌ها در نزدیکی این لبه و سمت مخالف گشودگی، افزایش می‌یابد.



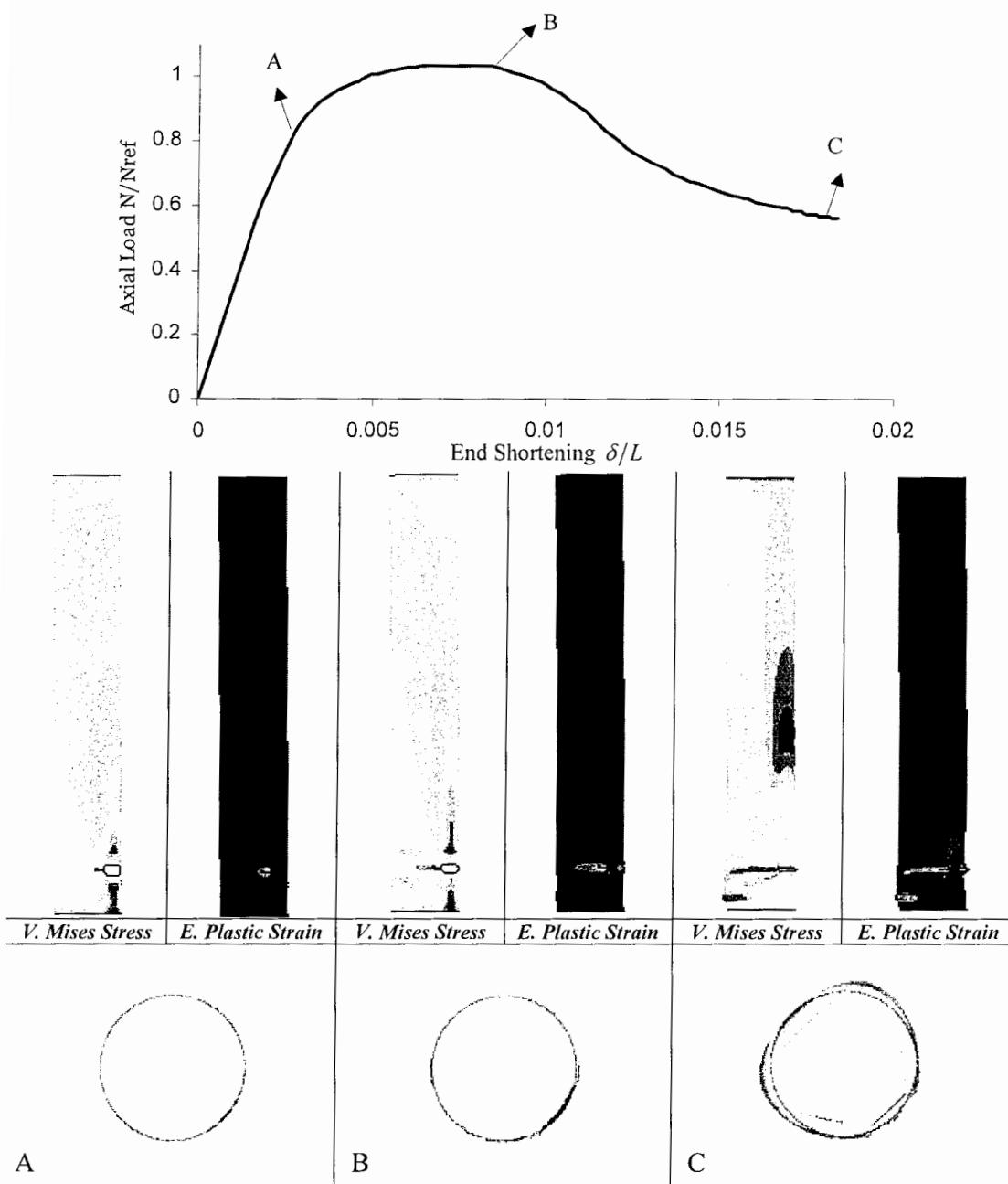
شکل ۳-۵- منحنی بار- جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میزز، کانتورهای کرنش پلاستیک معادل، برای نمونه D42-L273-L₀191-7-16

شکل (۵۱-۳) منحنی بار - جابجایی انتهایی، برای نمونه دیگری با نسبتهای $L/D = 6.5$ و $D/t = 35$ و دارای گشودگی در فاصله $L_0/L = 0.9$ را نشان می‌دهد. همچنین نمای ایزومتریک و نمای بالای این نمونه همراه با کانتورهای تنش ون میز و کرنش پلاستیک معادل ارائه شده است. همانطور که از منحنی پیداست بار به صورت خطی تا ماکزیمم مقدار خود افزایش می‌یابد. در این مرحله تغییر شکل ناچیز است. اما نواحی اطراف گشودگی شروع به تسلیم شدن می‌کنند. (شکل (۳-۵) مرحله A را ببینید). با ادامه فشرده شدن پوسته همانند حالت قبل، نواحی تسلیم شده در جهت جانبی گسترش یافته و لبه‌های کناری گشودگی دچار خمش و کمانش موضعی می‌شوند. با نزدیک شدن لبه‌های بالا و پایین گشودگی به یکدیگر، پوسته به طرف گشودگی دچار خمش می‌شود و کمانش رخ می‌دهد. البته باید توجه کرد که میزان خمش پوسته به سمت گشودگی در این حالت، نسبت به حالتی که گشودگی در میانه پوسته قرار دارد، کمتر است. بنابراین بار کمانش پوسته افزایش می‌یابد. بعد از رسیدن بار به مقدار ماکزیمم، بار اعمال شده به پوسته با شبیه‌بیشتری نسبت به منحنی شکل (۴۷-۳)، افت پیدا می‌کند. از شکل (۵۱-۳) قسمت (C)، مشاهده می‌شود که پوسته در سمت مخالف گشودگی و نواحی نزدیک به انتهای پوسته تسلیم می‌شود. همچنین این نواحی با ا enhنای قابل توجهی دچار کمانش می‌شوند که این پدیده می‌تواند دلیل افت ناگهانی بار باشد. مشاهده می‌شود که تغییر شکلها به نواحی نزدیک لبه پایینی که گشودگی در آنجا قرار دارد محدود می‌شوند و حتی اگر تغییر شکل این ناحیه قابل توجه باشد، نواحی بالای گشودگی دست نخورده باقی می‌مانند.

۳-۱۲-۳- تاثیر تغییر ابعاد گشودگی بر رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

نتایج تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی در میانه پوسته، با عرض ثابت و ارتفاع متغیر، در جدول (۱۰-۳) و شکل (۵۲-۳) ارائه شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش ارتفاع گشودگی بار کمانش افت پیدا می‌کند. به عبارت دیگر، گشودگی‌های بزرگتر باعث افت در بار کمانش پوسته می‌شوند [۲۶]. البته برای پوسته‌های مورد مطالعه، کاهش بار کمانش با افزایش ارتفاع گشودگی ناچیز است. از نتایج ارائه شده مشاهده می‌شود که حداقل کاهش در بار کمانش، با افزایش ارتفاع گشودگی از ۵ به ۱۱ میلیمتر، حدود ۱,۵ درصد و متعلق به پوسته‌های بلند است. همچنین از جدول (۱۰-۳) ملاحظه می‌شود، با افزایش ارتفاع گشودگی از ۱۱ به ۵۰ میلیمتر، حدود ۶ درصد و با افزایش ارتفاع

گشودگی از 50° به 70° میلیمتر، حدود ۱.۵ درصد، بار کمانش افت پیدا کرده است. می‌توان نتیجه گرفت که برای گشودگی‌های با عرض ثابت، افزایش ارتفاع گشودگی بیشتر از 20° ارتفاع پوسته تاثیر چندانی در بار کمانش پوسته ندارد.

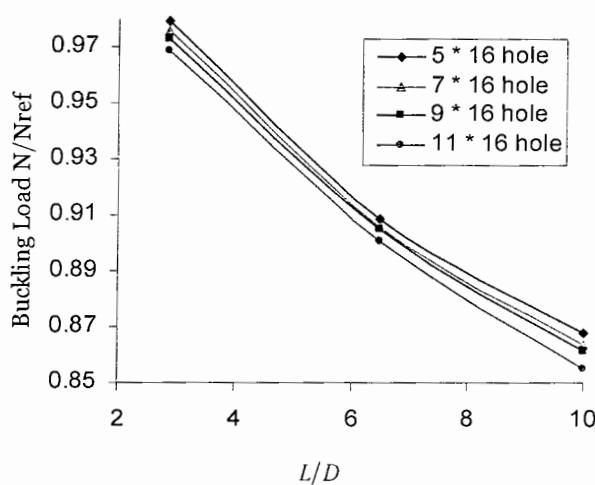


شکل ۳-۵۱- منحنی بار- جابجایی انتهایی، کانتورهای تنش ون میزز، کانتورهای کرنش پلاستیک معادل،
برای نمونه D42 - L273 - L_0 254.7 - 7-16

جدول ۳-۱۰- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی

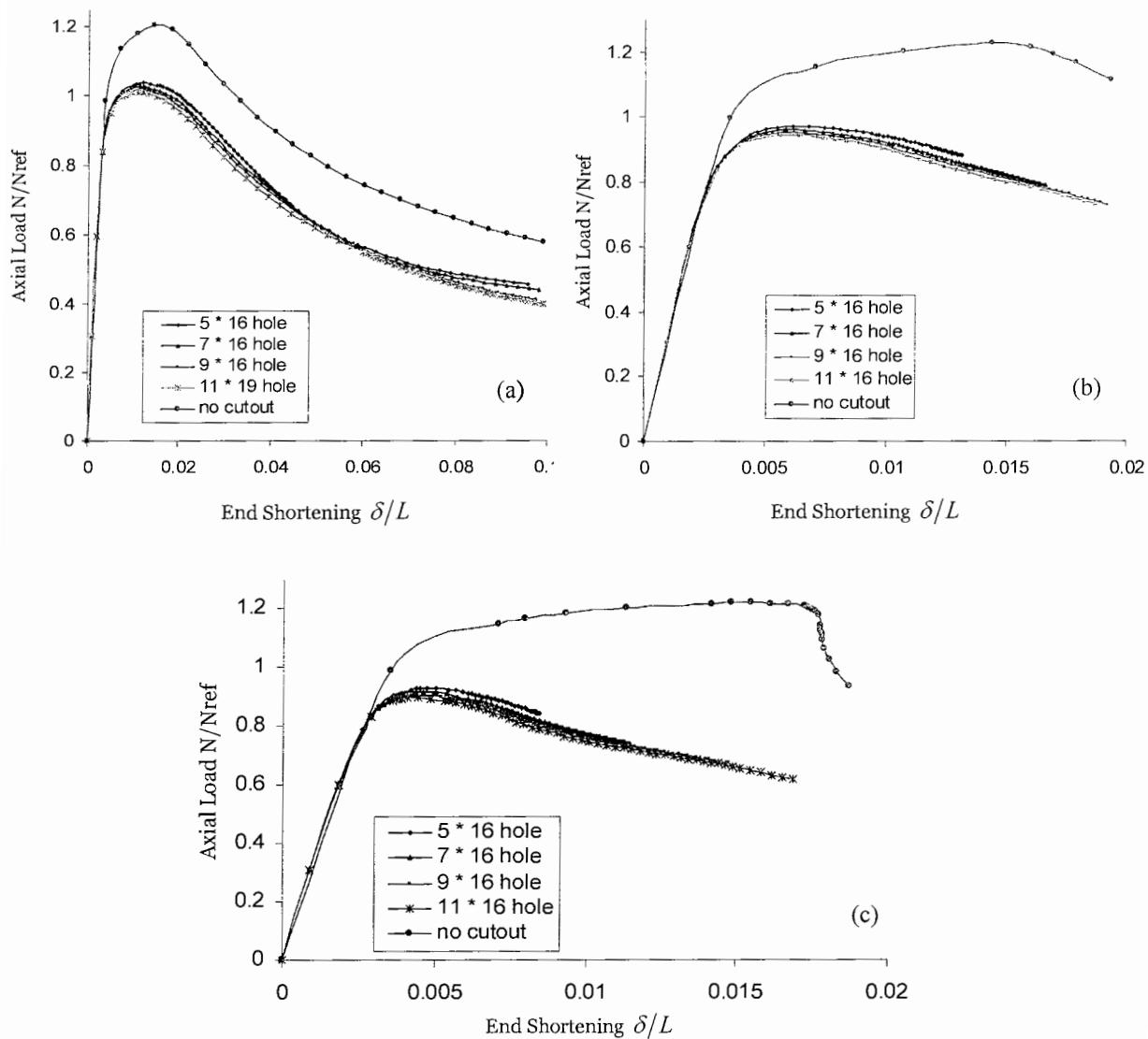
تأثیر تغییر ارتفاع گشودگی در بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول (mm)	ابعاد گشودگی $a \times b$ (mm \times mm)	بار کمانش (N)	المان	
					S8R5	S4R
D42-L420-L ₀ 210-5-16	420	5 \times 16	28157.94	30215.58		
D42-L420-L ₀ 210-7-16	420	7 \times 16	28031.36	29774.2		
D42-L420-L ₀ 210-9-16	420	9 \times 16	27953.47	29443.16		
D42-L420-L ₀ 210-11-16	420	11 \times 16	27745.76	29173.78		
D42-L420-L ₀ 210-20-16	420	20 \times 16	27057.71	-----		
D42-L420-L ₀ 210-30-16	420	30 \times 16	26502.73	-----		
D42-L420-L ₀ 210-50-16	420	50 \times 16	26113.27	-----		
D42-L420-L ₀ 210-70-16	420	70 \times 16	25678.38	-----		
D42-L273-L ₀ 136.5-5-16	273	5 \times 16	29478.86	31546.24		
D42-L273-L ₀ 136.5-7-16	273	7 \times 16	29400.96	31163.27		
D42-L273-L ₀ 136.5-9-16	273	9 \times 16	29368.51	30887.4		
D42-L273-L ₀ 136.5-11-16	273	11 \times 16	29241.93	30637.5		
D42-L119.7-L ₀ 59.85-5-16	119.7	5 \times 16	31789.65	33649.32		
D42-L119.7-L ₀ 59.85-7-16	119.7	7 \times 16	31656.58	33279.33		
D42-L119.7-L ₀ 59.85-9-16	119.7	9 \times 16	31568.96	33016.45		
D42-L119.7-L ₀ 59.85-11-16	119.7	11 \times 16	31439.14	32750.32		



شکل ۳-۵۲- منحنی بار کمانش - نسبت L/D ، برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 35$ ، دارای گشودگی‌های شبه بیضوی با عرض ثابت و ارتفاع متغیر

منحنی های بار- فشردگی انتهایی برای این نمونه‌ها در شکل (۵۳-۳) ارائه شده است. مشاهده می‌شود شبیه منحنی در قسمت پیش کمانش برای تمام نمونه‌ها یکسان است. منحنی‌ها بعد از رسیدن به مقدار ماکزیمم افت پیدا می‌کنند، اما برخلاف منحنی‌های مربوط به تغییر موقعیت گشودگی، این منحنی‌ها تغییر موقعیت نمی‌دهند و منحنی‌های مربوط به گشودگی‌های کوچکتر، بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار می‌گیرند.



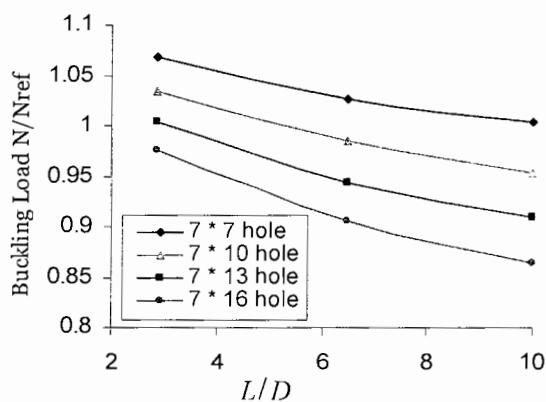
شکل ۳-۵۳- منحنی های بار- جابجایی انتهایی، برای پوسته های استوانه ای با نسبت $D/t = 35$ ، دارای گشودگی شبیه بیضوی با ارتفاع متفاوت در میانه استوانه (a) پوسته های با نسبت $L/D = 2.85$ ، (b) $L/D = 6.5$ و (c) پوسته های با نسبت $L/D = 10$ ،

نتایج تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی با عرض متغیر و ارتفاع ثابت، در میانه پوسته، در جدول (۱۱-۳) و شکل (۵۴-۳) آرائه شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش عرض گشودگی، بار کمانش کاهش می‌یابد. همچنین ملاحظه می‌شود که تغییر عرض گشودگی نسبت به تغییر ارتفاع، در بار کمانش تاثیر بیشتری دارد و نیز پوسته‌های بلندتر نسبت به تغییر عرض گشودگی حساس‌ترند. به عنوان مثال، با ثابت ماندن ارتفاع و تغییر عرض گشودگی از ۷ میلیمتر به ۱۶ میلیمتر، بار کمانش برای پوسته‌های بلند ($L/D = 10$)، متوسط ($L/D = 6.5$) و کوتاه ($L/D = 2.85$) به ترتیب حدود ۱۴ درصد، ۱۲ درصد و ۹ درصد کاهش می‌یابد.

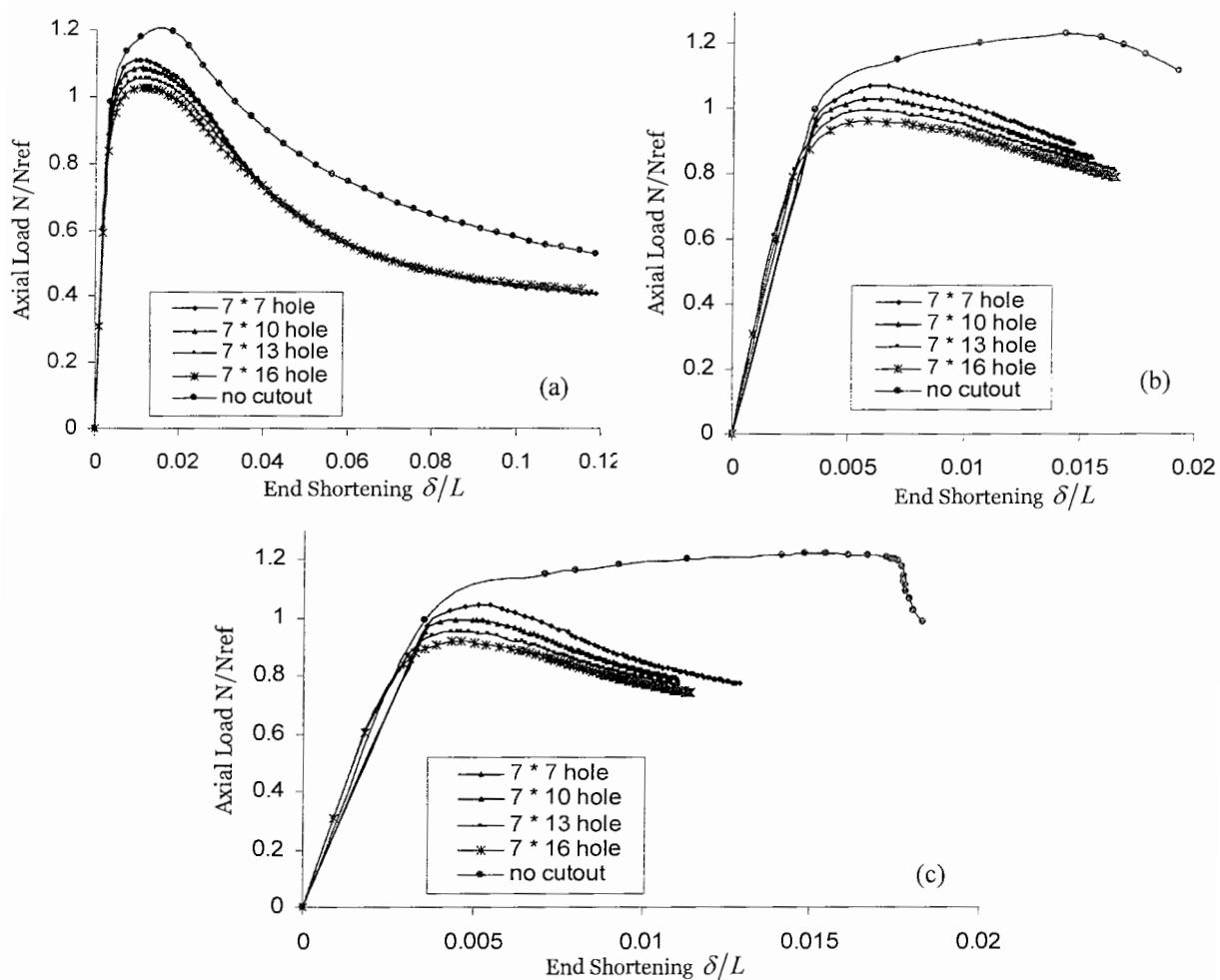
منحنی‌های بار – فشردگی انتهایی برای این نمونه‌ها در شکل (۵۵-۳) نشان داده شده است. همانند حالت قبل مشاهده می‌شود شب منحنی در قسمت پیش کمانش برای تمام نمونه‌ها یکسان است. منحنی‌ها بعد از رسیدن به مقدار ماکریمم افت پیدا می‌کنند. همچنین منحنی‌های مربوط به گشودگی کوچکتر، بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار دارند.

جدول ۱۱-۳- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی تاثیر تغییر عرض گشودگی در بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

المان S8R5	المان S4R	بار کمانش (N)	بعاد گشودگی $a \times b$ (mm × mm)	طول استوانه (mm)	عنوان نمونه	
					D42-L420-L ₀ 210-7-7	D42-L420-L ₀ 210-7-10
32597.78	33895.98		7×7	420	D42-L420-L ₀ 210-7-7	
30910.12	32257		7×10	420	D42-L420-L ₀ 210-7-10	
29511.31	30939.33		7×13	420	D42-L420-L ₀ 210-7-13	
28031.36	29774.2		7×16	420	D42-L420-L ₀ 210-7-16	
33292.32	34723.58		7×7	273	D42-L273-L ₀ 136.5-7-7	
31945.43	33418.89		7×10	273	D42-L273-L ₀ 136.5-7-10	
30601.8	32263.49		7×13	273	D42-L273-L ₀ 136.5-7-13	
29400.96	31163.27		7×16	273	D42-L273-L ₀ 136.5-7-16	
34665.16	35992.57		7×7	119.7	D42-L119.7-L ₀ 59.85-7-7	
33548.71	35168.21		7×10	119.7	D42-L119.7-L ₀ 59.85-7-10	
32594.53	34214.04		7×13	119.7	D42-L119.7-L ₀ 59.85-7-13	



شکل ۳-۵۴- منحنی بار کمانش - نسبت L/D ، برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 35$ ، دارای گشودگی‌های شبیه بیضوی با عرض ثابت و ارتفاع متغیر



شکل ۳-۵۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 35$ ، دارای گشودگی شبیه بیضوی با عرض متفاوت در میانه استوانه (a) پوسته‌های با نسبت $L/D = 2.85$ ، (b) پوسته‌های با نسبت $L/D = 6.5$ و (c) پوسته‌های با نسبت $L/D = 10$ ،

۱۲-۳-۳- بررسی تاثیر تغییر زاویه گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های

استوانه‌ای

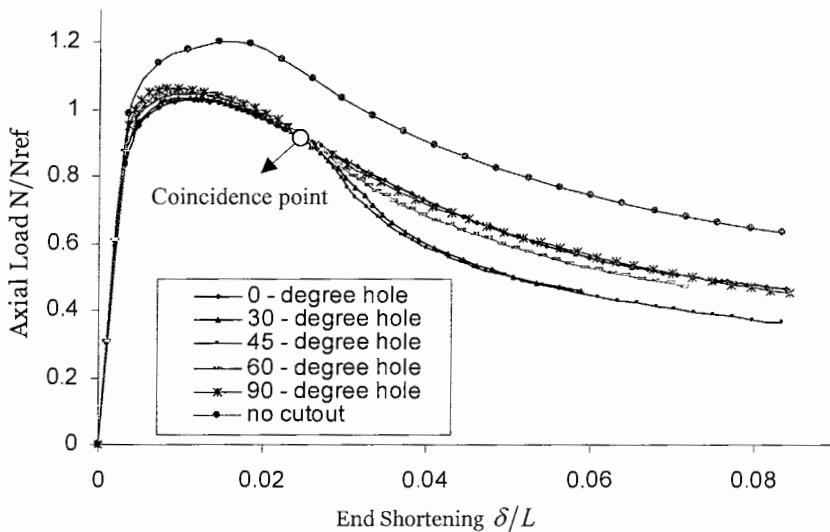
در جدول (۱۲-۳) و شکل (۵۶-۳) نتایج تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای با تغییر زاویه گشودگی‌ها نسبت به مقطع میانی، برای استوانه‌های کوتاه $L/D = 2.85$ و با ضخامت $1,2$ میلیمتر، ارائه شده است. اندازه گشودگی در تمام نمونه‌ها 16×7 میلیمتر است. و گشودگی در میانه پوسته ایجاد شده است.

نتایج نشان می‌دهد که برای گشودگی‌های هم اندازه، تاثیر افزایش زاویه روی بار کمانش چشمگیر است و با تغییر زاویه گشودگی از 0° تا 90° ، بار کمانش برای پوسته کوتاه حدود $5,3$ درصد افزایش می‌یابد.

منحنی‌های بار در مقابل کوتاه شدن پوسته در شکل (۵۶-۳) نشان داده شده‌اند. مشاهده می‌شود شبی ناحیه پیش‌کمانش برای تمام منحنی‌ها یکسان است. و منحنی‌های مربوط به گشودگی‌های با زاویه بزرگتر، بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار دارند. همچنین می‌توان دید که بعد از رسیدن بار به مقدار ماکزیمم و در ناحیه پس‌کمانش، یک نقطه تلاقی برای منحنی‌ها وجود دارد و بعد از این نقطه موقعیت منحنی‌ها نسبت به هم عوض می‌شوند به طوری که منحنی‌های مربوط به زوایای گشودگی کمتر، بالاتر از منحنی‌های دیگر قرار می‌گیرند.

جدول ۱۲-۳- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی
تاثیر تغییر زاویه گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول	زاویه گشودگی θ (deg)	بار کمانش (N)	المان S8R5	المان S4R
$D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 7 - 16$		119.7	0		31656.58	33279.33
$D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 7 - 16 - 30$		119.7	30		31961.66	33561.69
$D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 7 - 16 - 45$		119.7	45		32399.8	33918.7
$D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 7 - 16 - 60$		119.7	60		32889.87	34171.85
$D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 7 - 16 - 90$		119.7	90		33418.89	34421.75

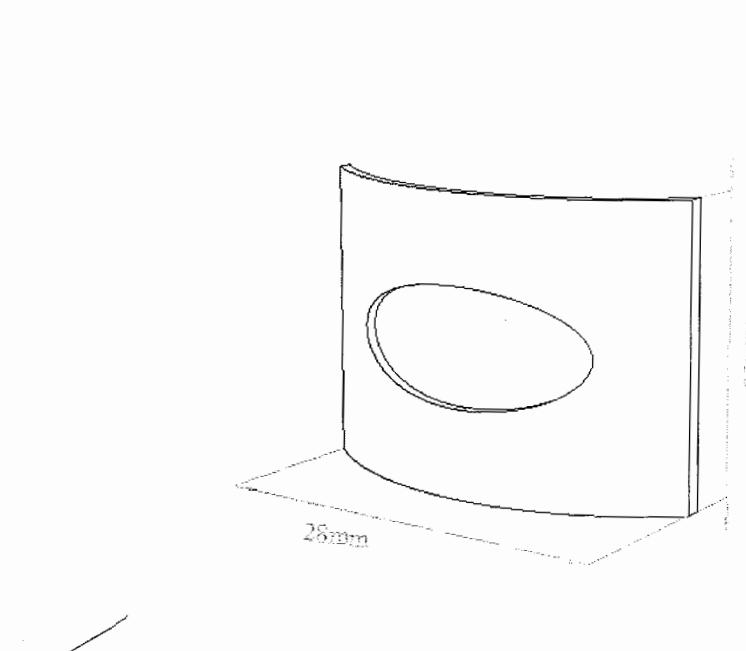


شکل ۳-۵۶- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.85$ و $D/t = 35$ ، دارای گشودگی شبیه بیضوی با زوایای متفاوت در میانه استوانه

همانند حالتهای قبل در این مورد نیز نتایج بدست آمده برای پوسته‌های استوانه‌ای کوتاه، برای پوسته‌های استوانه‌ای با طولهای دیگر، قابل تعمیم است.

۳-۱۳- نتایج تحلیل عددی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای دارای تقویت کننده

در این بخش از یک نوع تقویت کننده که در شکل (۳-۵۷) نشان داده شده است، برای تقویت پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی بیضوی با ابعاد $a \times b = 8 \times 18\text{mm}$ استفاده شد. برای این منظور دو تقویت کننده با ضخامتی مساوی ضخامت پوسته، در جداره داخلی و خارجی پوسته قرار داده شد. نتایج تحلیل چند نمونه با این تقویت کننده، با المانهای غیر خطی در جدول (۳-۱۳) ارائه شده است. مشاهده می‌شود با استفاده از این نوع تقویت کننده‌ها بار کمانش پوسته دارای گشودگی، به مقدار زیادی افزایش یافته و به بار کمانش پوسته کامل بسیار نزدیک می‌شود. بنابراین استفاده از این نوع تقویت کننده‌ها برای طراحی اینگونه سازه‌ها توصیه می‌شود.



شکل ۳-۵۷- هندسه تقویت کننده برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

قابل ذکر است که این تقویت کننده، در افزایش بار کمانش پوسته‌های با طول بلندتر تاثیر بیشتری دارد.

جدول ۳-۱۳- نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی دارای تقویت کننده

عنوان نمونه	بار کمانش (N)	در صد			
		نمونه بدون گشودگی	باستفاده از تقویت کننده	بدون تقویت کننده	افزایش بار کمانش
D42-L420-L ₀ 210-8-17.7	22792.8	22337.6	16938.7	31.9	
D42-L420-L ₀ 294-8-18.15	22792.8	22337.9	17453.2	28	
D42-L273-L ₀ 136.5-8-17.68	22814.8	22577.5	17746.4	27.2	
D42-L273-L ₀ 191.1-7.96-18.25	22814.8	22545.5	18181.8	24	
D42-L120-L ₀ 60-8-17.6	22751.6	22707.3	19120.4	18.8	
D48.1-L420-L ₀ 210-7.94-17.54	25876.9	25714	19828.4	29.7	
D48.1-L273-L ₀ 136.5-8.02-17.86	25858.7	25774.2	20623.2	25	
D48.1-L120-L ₀ 60-8.04-17.75	25825.4	25703.9	22177.3	15.9	

فصل چهارم

تحلیل تجربی

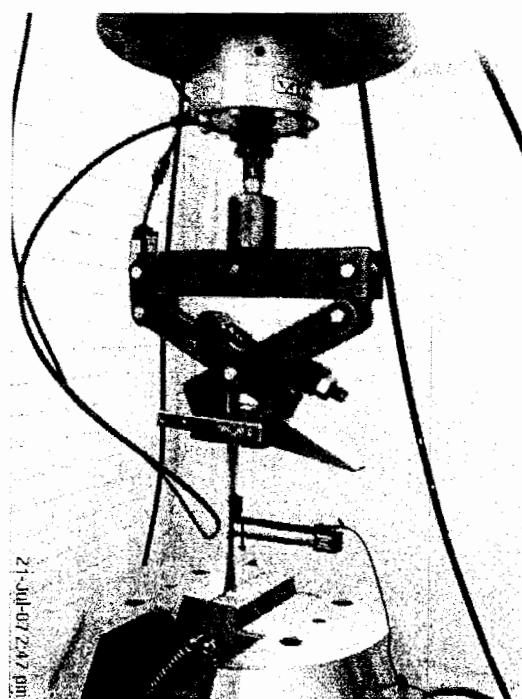
همانطور که گفته شد، به دلیل ناتوانی در حل معادلات کمانش برای پوسته‌های دارای گشودگی، محققین و صنعتگران از روش‌های عددی برای پیش‌بینی رفتار کمانش پوسته‌های دارای گشودگی استفاده می‌کنند. اما باید توجه داشت که این تحلیلهای در صورتی ارزشمند است که با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شوند و مطابقت داشته باشند. به همین دلیل در این تحقیق نیز یک سری آزمایشات روی تعدادی از نمونه‌ها انجام شد و نتایج این آزمایشات در این فصل ارائه شده است.

۴-۱- نتایج تست کشش

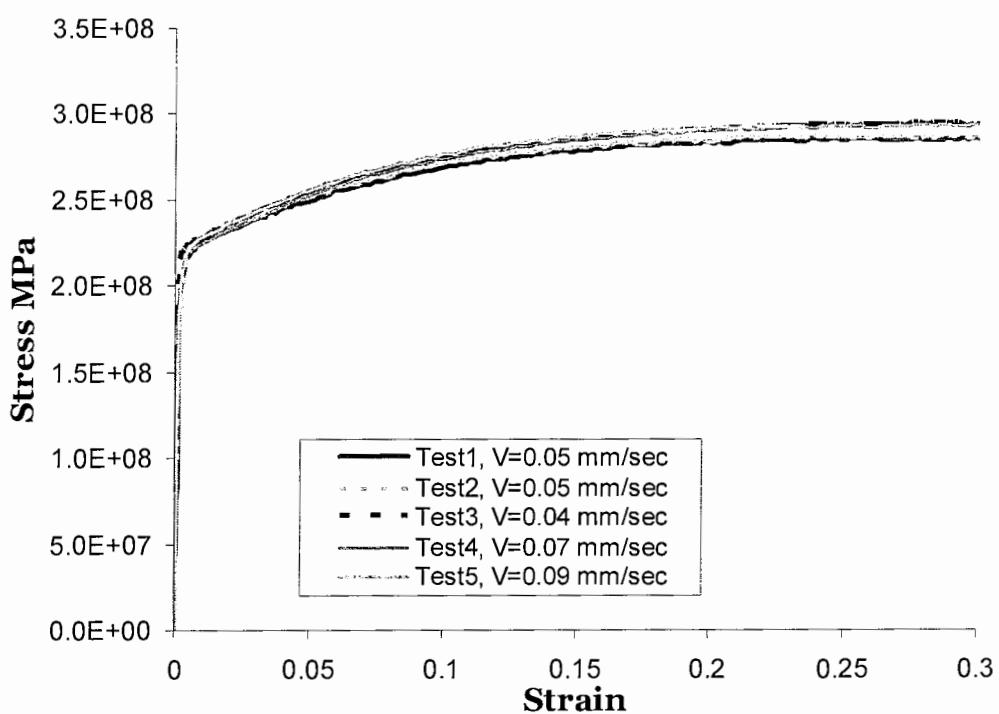
همانطور که در فصل قبل گفته شد، برای انجام تحلیلهای عددی با نرم افزار ABAQUS، به منحنی تنش - کرنش ماده نیاز بود. به همین منظور تعدادی نمونه کشش ساده، از پوسته‌های در نظر گرفته شده برای آزمایشات، مطابق با استاندارد ASTM E8 تهیه شد و با استفاده از دستگاه سرو هیدرولیک INSTRON 8802 آزمایش کشش ساده، در سرعتهای مختلف انجام شد.

شکل (۱-۴) انجام آزمایش کشش ساده روی یک نمونه تهیه شده را نشان می‌دهد. به منظور افزایش دقت از یک نیروسنج با ظرفیت ۲۵ کیلو نیوتون برای انجام آزمایشات استفاده شد. منحنی‌های تنش - کرنش بدست آمده در شکل (۲-۴) نشان داده شده‌اند. مدول یانگ و نسبت پواسون در بخش

۵-۳ ارائه شده است.



شکل ۴-۱- انجام آزمایش کشش ساده



شکل ۴-۲- منحنی‌های تنش - کرنش مهندسی، حاصل از انجام تست کشش ساده با سرعتهای مختلف

مشاهده می‌شود منحنی‌ها تقریباً یکسان هستند. این نکته می‌تواند تضمینی بر صحت نتایج حاصله باشد.

از منحنی آزمایش دوم، که با سرعت $5,000$ میلیمتر بر ثانیه انجام شد برای استفاده در نرم افزار استفاده شد. برای این منظور، منحنی تنش - کرنش واقعی و تنش - کرنش پلاستیک، با استفاده از روابط زیر بدست آمد.

$$\varepsilon_{real} = \ln(1 + \varepsilon_{Eng.}), \quad \sigma_{real} = \sigma_{Eng.}(1 + \varepsilon_{Eng.}) \quad (1-4)$$

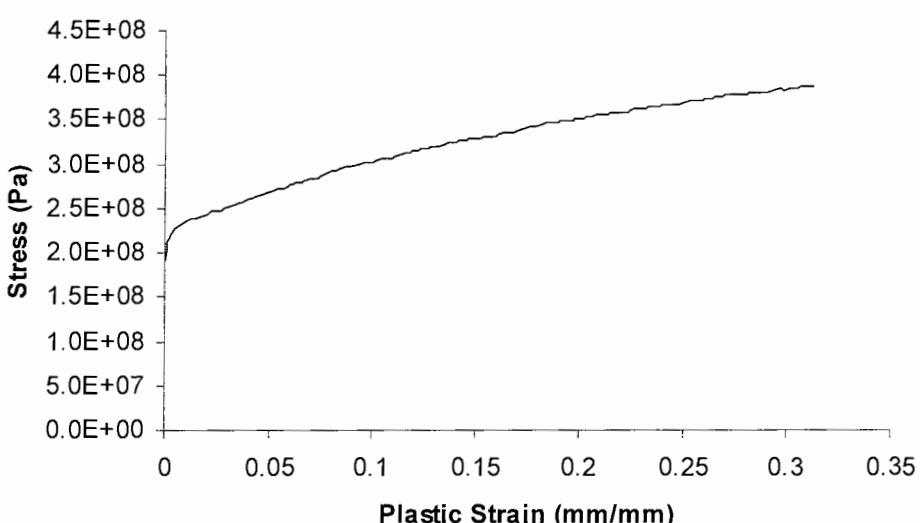
$$\varepsilon_{Pl} = \varepsilon_{real} - \frac{\sigma_{real}}{E} \quad (2-4)$$

منحنی تنش - کرنش پلاستیک بدست آمده در شکل (۳-۴) نشان داده شده است.

۴-۲- نتایج تحلیل تجربی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی

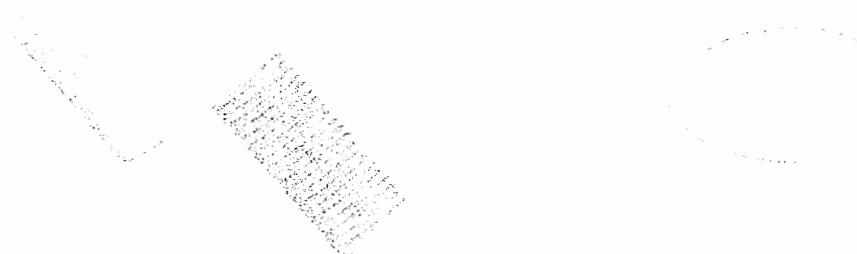
بیضوی

برای انجام آزمایشات از یک دستگاه سرو هیدرولیک INSTRON 8802، استفاده شد. نمونه‌ها در ابعاد $t = 0.78mm$ و $D = 42mm$ ، $L = 120,273,420mm$ با گشودگی‌های بیضوی شکل با



شکل ۳-۴- منحنی تنش - کرنش پلاستیک

استفاده از یک دستگاه فرز CNC در نمونه‌ها ایجاد شدند. تعدادی از نمونه‌ها در شکل (۴-۵) نشان داده شده است. برای مقید کردن نمونه‌ها از فیکسچر نشان داده شده در شکل (۴-۴)، که از فولاد سخت تهیه شد، استفاده گردید. قطر داخلی این فیکسچر ۴۸,۱ میلیمتر در نظر گرفته شد. با توجه به اینکه استوانه‌ها دارای دو قطر متفاوت بودند از حلقه‌های نشان داده شده در شکل (۴-۴)، به منظور اندازه کردن قطر داخلی فیکسچر، برای پوسته‌های دارای قطر ۴۲ میلیمتر، استفاده شد.

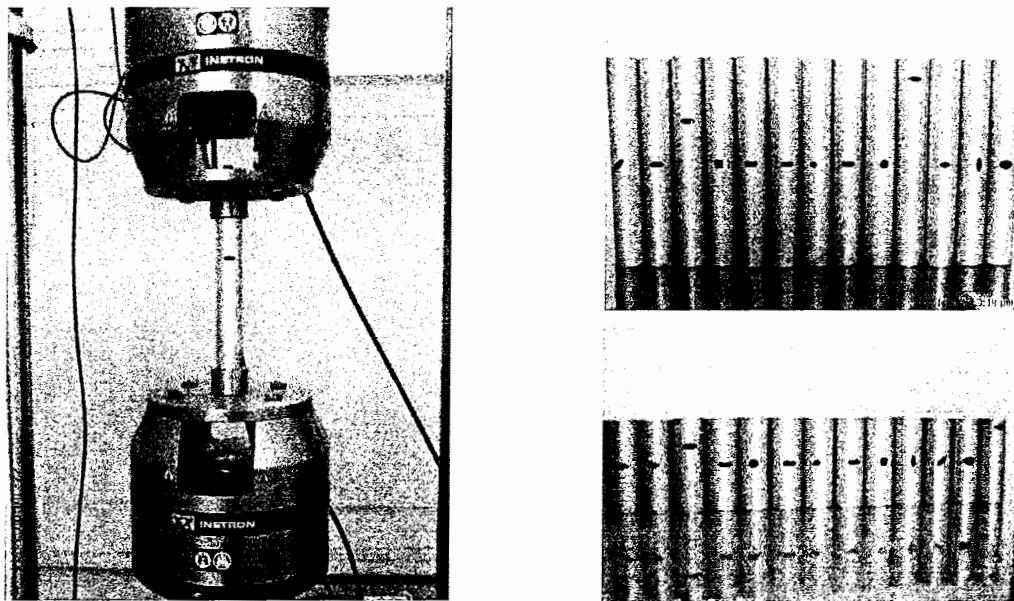


شکل ۴-۴- فیکسچر استفاده شده در آزمایشات

تمامی آزمایشات با سرعت $V = 0.00976 \text{ mm/sec}$ و در حالت کنترل جابجایی انجام شد. در ادامه نتایج بدست آمده ارائه شده است.

۴-۱- بررسی تاثیر تغییر موقعیت گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

ابعاد نمونه‌های آزمایش شده، همان ابعادی هستند که در فصل پیش برای تحلیل عددی استفاده شد. فقط تعداد نمونه‌های آزمایش شده کمتر است. البته لزومی نیست که تعداد نمونه‌های بیشتری آزمایش شوند و همین تعداد آزمایش برای مقایسه و تایید نتایج بدست آمده از روش عددی کفایت



شکل ۴-۵- تعدادی از نمونه‌های آزمایش - انجام آزمایش با دستگاه INSTRON

می‌کند. نتایج آزمایشات در جدول (۱-۴) ارائه شده است. همچنین منحنی بار کمانش بر حسب نسبت L_0/L برای نمونه‌های بلند، در شکل (۲-۴)، نشان داده شده است. همانطور که از تحلیلهای عددی نتیجه شد، در اینجا نیز مشاهده می‌شود که با ایجاد گشودگی در پوسته، بار کمانش افت زیادی پیدامی‌کند. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت L_0/L ، مقاومت در برابر کمانش افزایش می‌یابد. منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی برای تمامی نمونه‌های جدول (۱-۴) در شکلهای (۶-۴) تا (۶-۸) ارائه شده است.

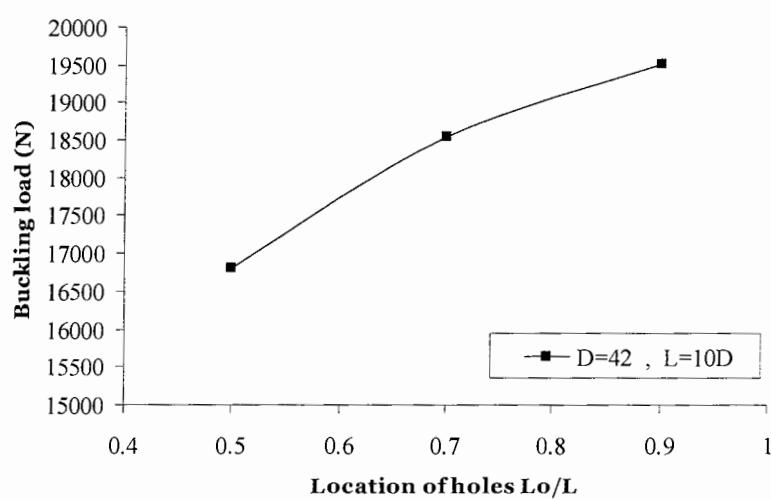
ملاحظه می‌شود که قبل از کمانش، منحنی‌های مربوط به نمونه‌های با نسبت L_0/L بیشتر، بالاتر از سایر نمودارها و البته زیر نمودار مربوط به نمونه بدون گشودگی قرار گرفته‌اند. همچنین شب منحنی‌ها قبل از کمانش تقریباً برابر است.

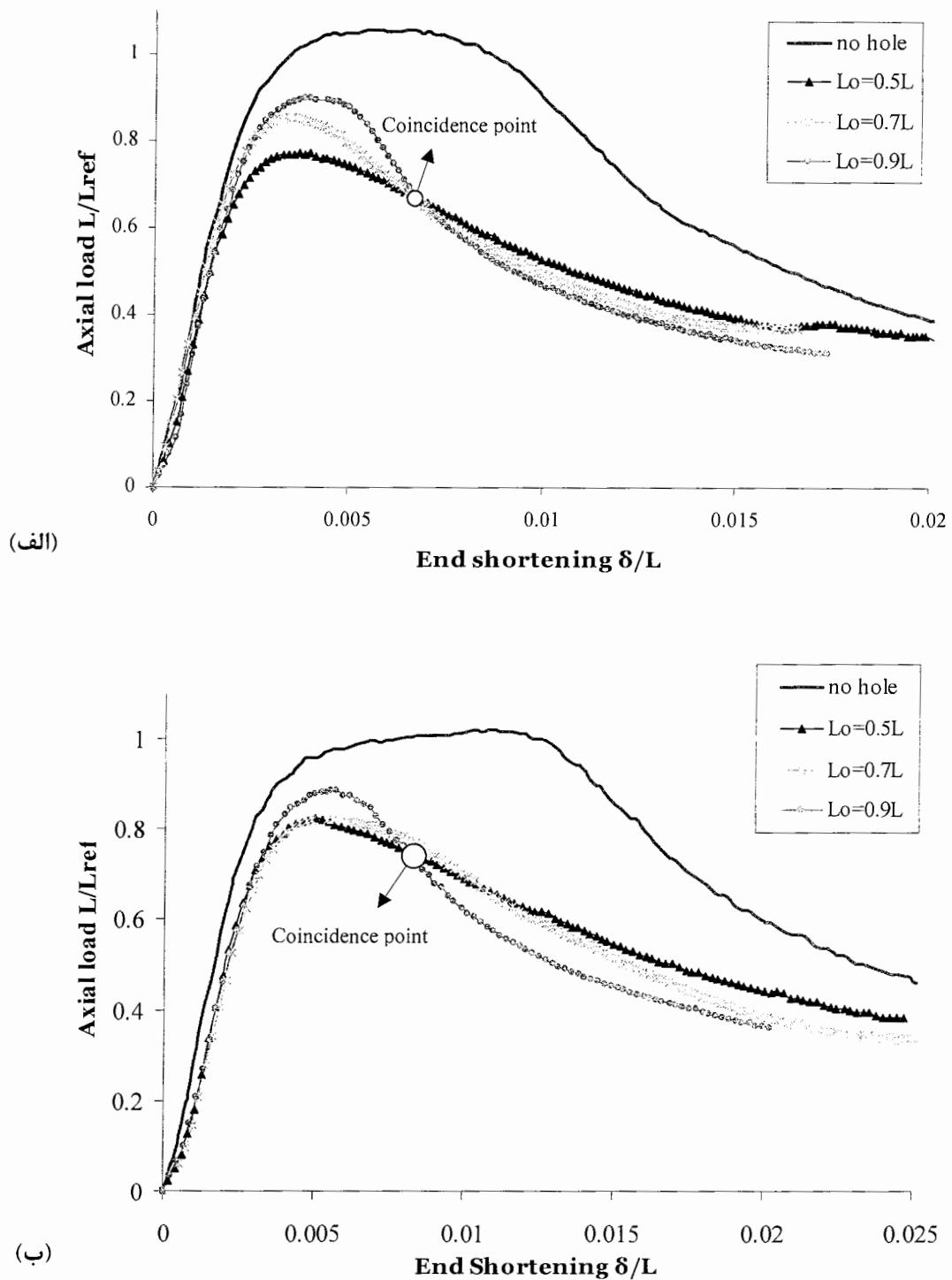
همانند منحنی‌های حاصل از روش عددی، در اینجا نیز مشاهده می‌شود که بعد از ناحیه کمانش، منحنی‌ها در یک نقطه تلاقی می‌کنند. تا قبل از این نقطه منحنی‌های مربوط به L_0/L بیشتر، بالاتر از منحنی‌های دیگر قرار گرفته‌اند؛ اما بعد از نقطه تلاقی موقعیت آنها عوض شده و پایین‌تر از سایر منحنی‌ها قرار می‌گیرند.

جدول ۴-۱- نتایج تحلیل تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

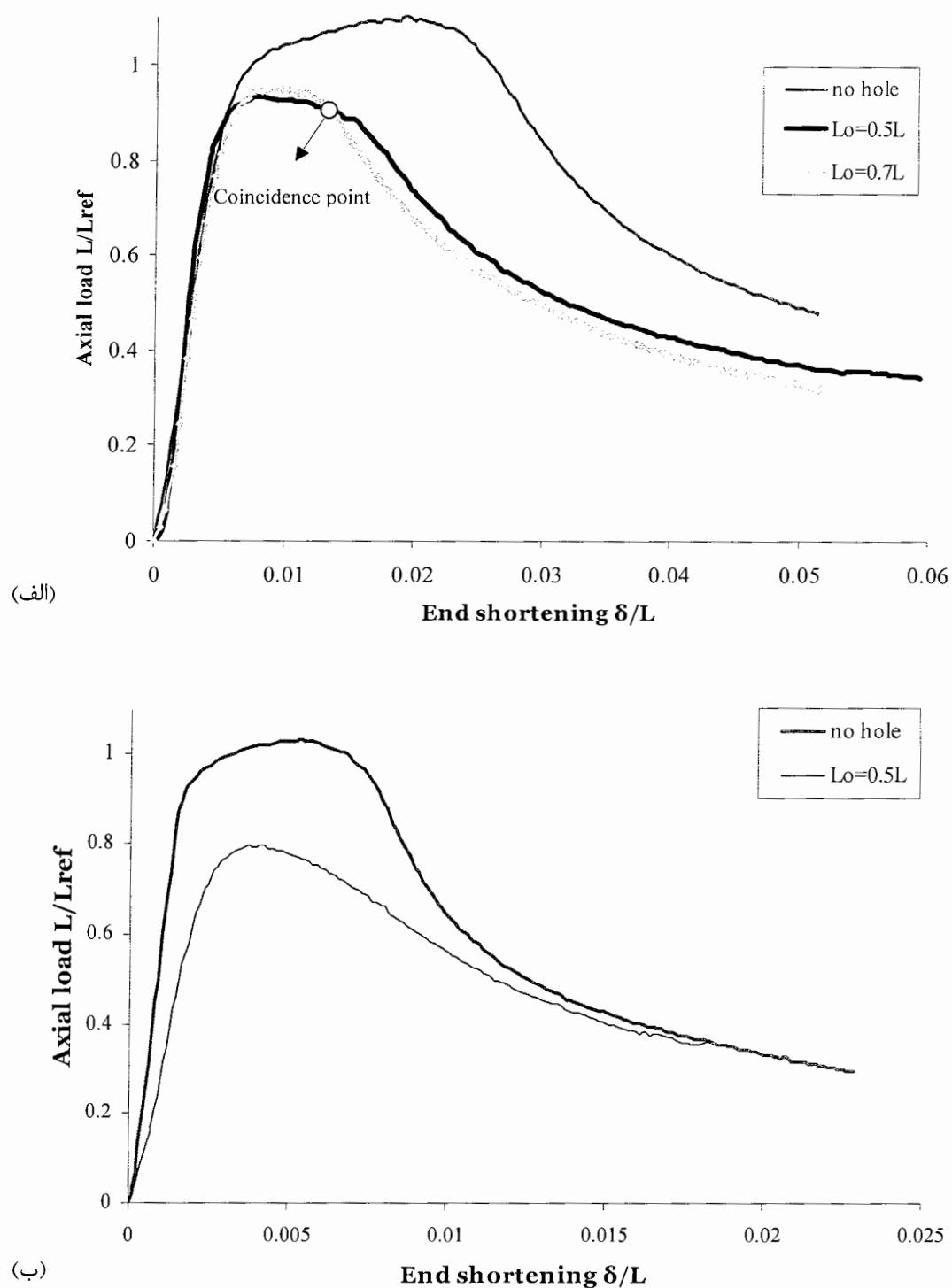
تأثیر موقعیت گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول	موقعیت	بار کمانش
	(mm)		گشودگی	(N)
	(L_0/L)			
<i>D42 - L420 - Perfect</i>	420		----	23018.3
<i>D42 - L420 - L₀210 - 8 - 17.7</i>	420		0.5	16809.8
<i>D42 - L420 - L₀294 - 8 - 18.15</i>	420		0.7	18555.2
<i>D42 - L420 - L₀378 - 8 - 18.04</i>	420		0.9	19525
<i>D42 - L273 - Perfect</i>	273		----	22245.6
<i>D42 - L273 - L₀136.5 - 8 - 17.68</i>	273		0.5	17945.8
<i>D42 - L273 - L₀191.1 - 7.96 - 18.25</i>	273		0.7	17979.1
<i>D42 - L273 - L₀245.7 - 7.98 - 17.94</i>	273		0.9	19296.2
<i>D42 - L120 - Perfect</i>	120		----	23925.7
<i>D42 - L120 - L₀60 - 8 - 17.6</i>	120		0.5	20274.9
<i>D42 - L120 - L₀84 - 8 - 17.6</i>	120		0.7	20691.3
<i>D48.1 - L420 - Perfect</i>	420		----	25775.3
<i>D48.1 - L420 - L₀210 - 7.94 - 17.54</i>	420		0.5	19909.4
<i>D48.1 - L273 - Perfect</i>	273		----	26123.8
<i>D48.1 - L273 - L₀136.5 - 8.02 - 17.86</i>	273		0.5	20855.3
<i>D48.1 - L120 - Perfect</i>	120		----	26967.3
<i>D48.1 - L120 - L₀60 - 8.04 - 17.75</i>	120		0.5	21914

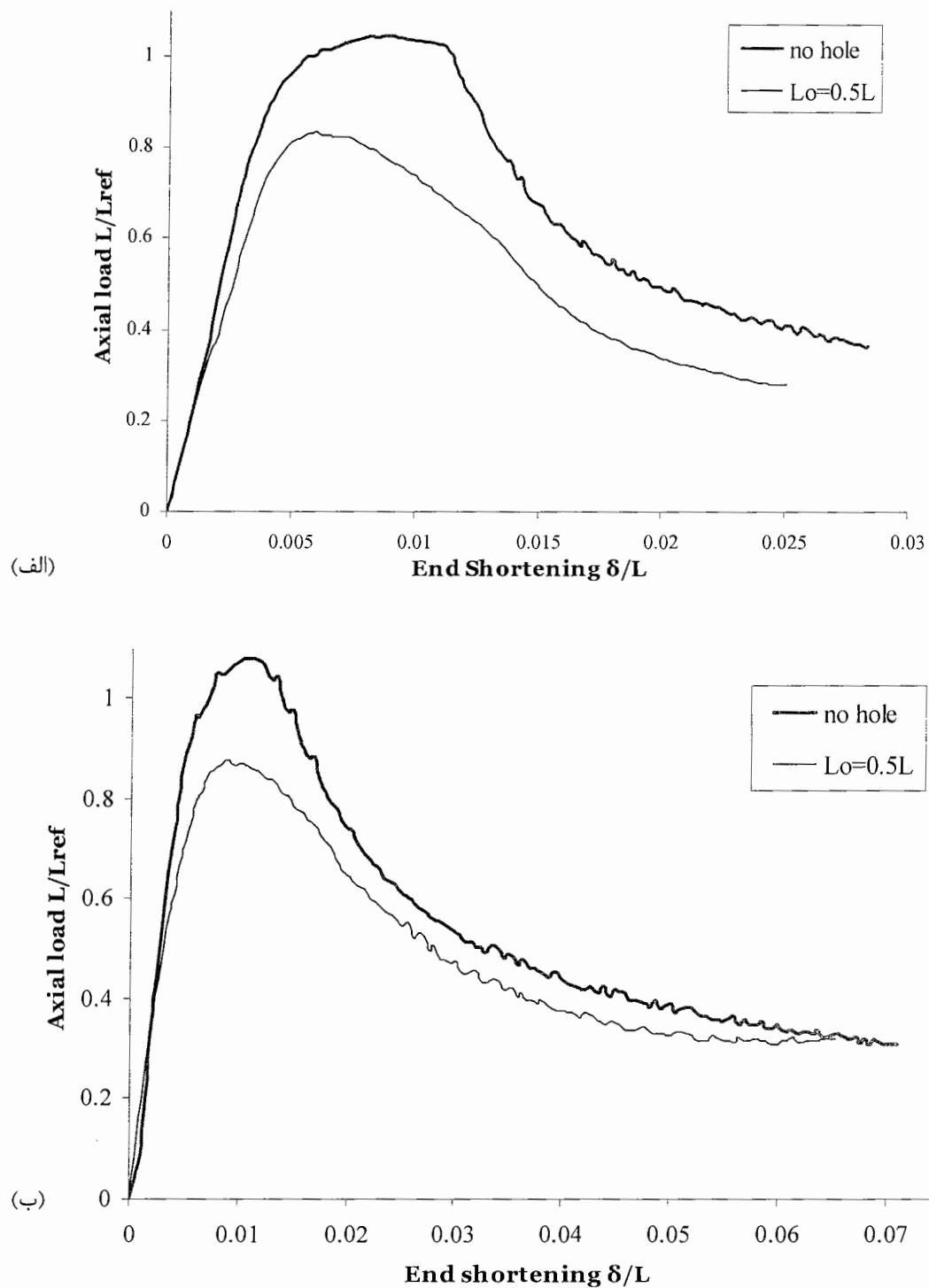
شکل ۴-۶- منحنی بار - نسبت L_0/L ، برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی



شکل ۴-۷- منحنی های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته های دارای گشودگی بیضوی در موقعیت های مختلف، (الف) پوسته های استوانه ای با نسبت های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته های استوانه ای با نسبت های $L/D = 6.5$ و $D/t = 53.846$



شکل ۴-۸- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی در موقعیت‌های مختلف، (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 61.667$ و $L/D = 8.732$



شکل ۹-۴- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی در موقعیت‌های مختلف، (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 61.667$ و $L/D = 5.667$ و (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 61.667$ و $L/D = 2.495$

۴-۲-۲- بررسی تاثیر تغییر ابعاد گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

الف) تاثیر تغییر ارتفاع گشودگی با عرض ثابت

برای بررسی تاثیر تغییر ارتفاع گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای، گشودگی‌هایی با عرض ثابت (۱۸ میلیمتر) در پوسته‌ها ایجاد شد. و با تغییر ارتفاع گشودگی‌ها از ۸ تا ۱۴ میلیمتر، تغییرات بار کمانش، بررسی شد. نتایج در جدول (۴-۲) ارائه شده است. به علاوه منحنی‌های بار کمانش بر حسب نسبت a/b ، در شکل (۴-۱۰) نشان داده شده است.

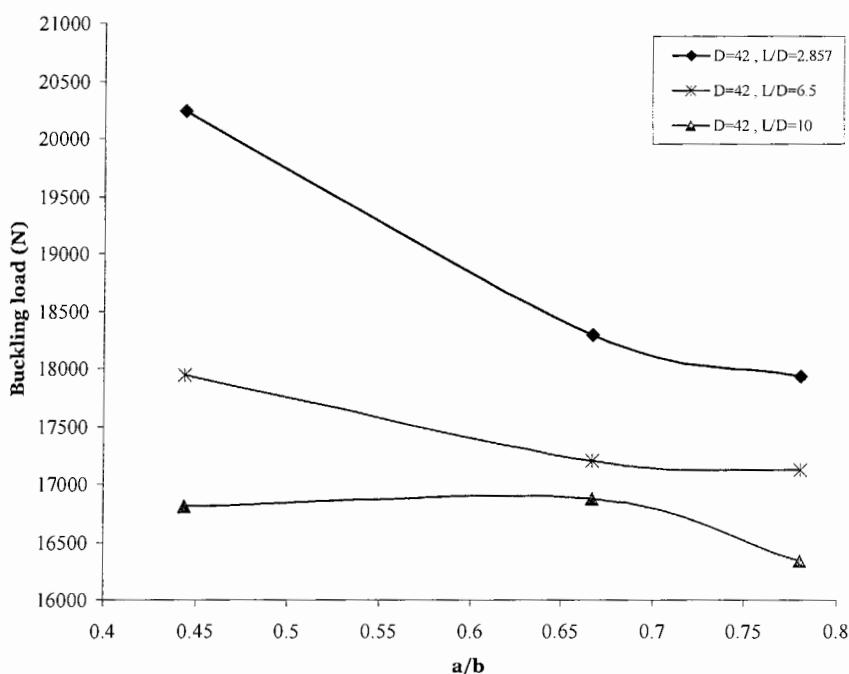
همانند قبل مشاهده می‌شود که، برای یک عرض ثابت با افزایش ارتفاع گشودگی بار کمانش افت پیدا می‌کند. فقط در مورد نمونه $L_0 210 - 8 - D42 - L420$ مشاهده می‌شود که بار کمانش آن اندکی کمتر از نمونه مشابه با گشودگی 18×12 است. واضح است که در تحلیلهای تجربی انجام شده، احتمال ایجاد خطأ و کاهش دقیقت در نتایج وجود دارد. زیرا نمونه‌های استفاده شده ایدآل و بدون عیب و نقص نیستند.

مشاهده می‌شود که با افزایش طول پوسته‌های دارای گشودگی، بار کمانش این پوسته‌ها کاهش می‌یابد.

جدول ۴-۲- نتایج تحلیل تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

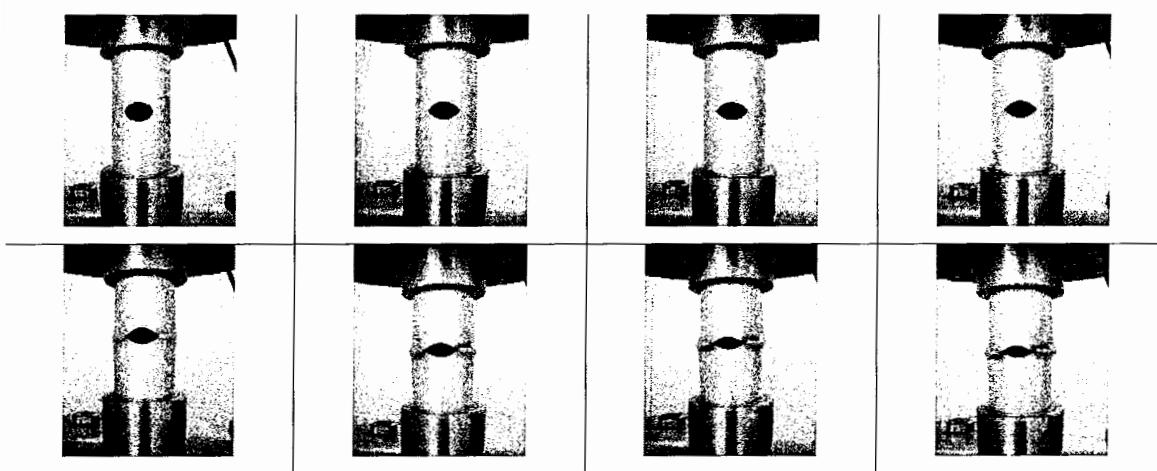
تاثیر تغییر ارتفاع گشودگی با عرض ثابت، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول	ابعاد گشودگی	بار کمانش (N)
	(mm)		$a \times b$ (mm × mm)	
$D42 - L420 - L_0 210 - 8 - 17.7$	420		8×17.7	16809.8
$D42 - L420 - L_0 210 - 12.05 - 17.95$	420		12.05×17.95	16871.4
$D42 - L420 - L_0 210 - 14.05 - 17.95$	420		14.05×17.95	16335.8
$D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 17.68$	273		8×17.68	17945.8
$D42 - L273 - L_0 136.5 - 12 - 17.8$	273		12×17.8	17202.4
$D42 - L273 - L_0 136.5 - 14.08 - 18$	273		14.08×18	17129
$D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.6$	120		8×17.6	20274.9
$D42 - L120 - L_0 60 - 12.1 - 18$	120		12.1×18	18294.4
$D42 - L120 - L_0 60 - 14.05 - 18$	120		14.05×18	17936.1

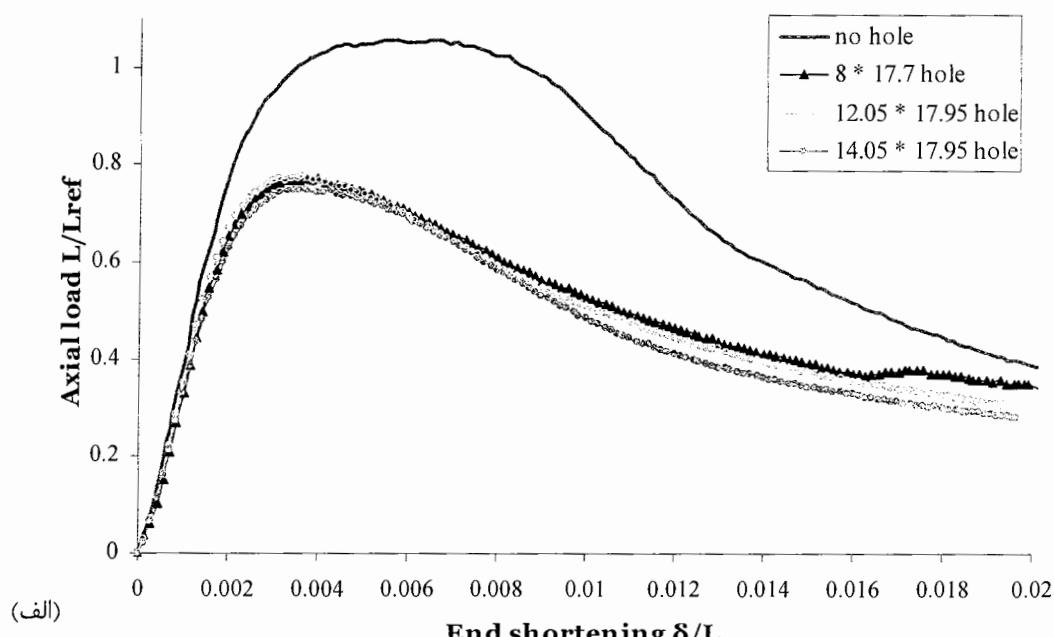


شکل ۱۰-۴- منحنی‌های بار کمانش - نسبت a/b ، برای گشودگی‌های بیضوی با عرض ثابت و ارتفاع متغیر

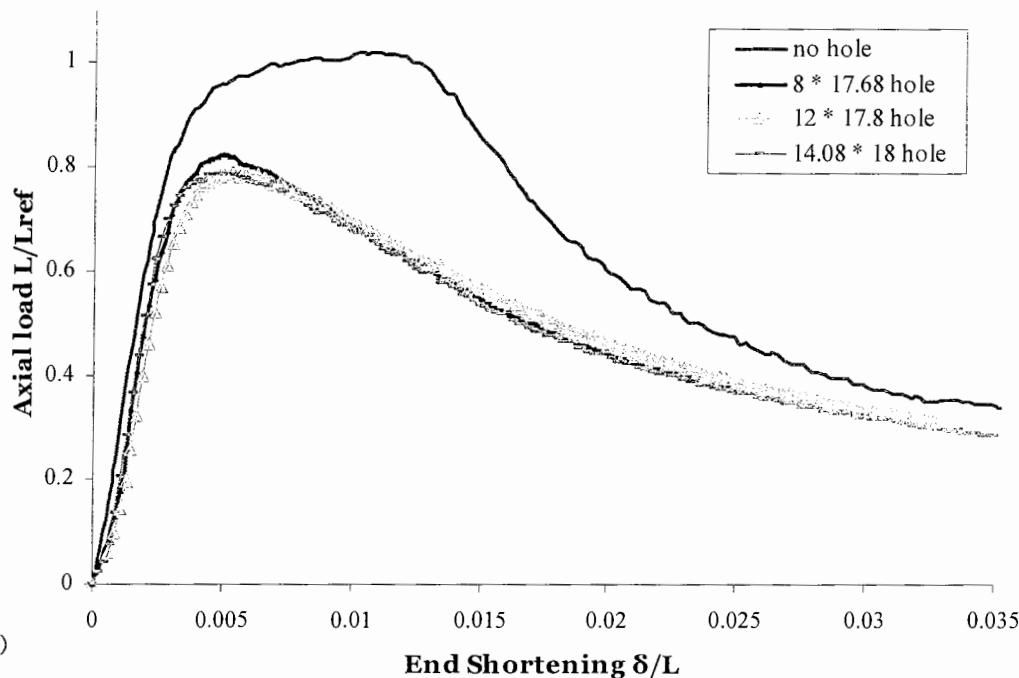
به عنوان مثال، مراحل کمانش نمونه ۱۸- L₀60-12.1-18 در شکل (۱۱-۴) نشان داده شده است. منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی برای تمامی نمونه‌های جدول (۲-۴) در شکل‌های (۱۲-۴) و (۱۳-۴) نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که منحنی‌های مربوط به گشودگی‌های بزرگتر، بالاتر از سایر منحنی‌ها و زیر منحنی مربوط به نمونه بدون گشودگی قرار گرفته‌اند.



شکل ۱۱-۴- مراحل کمانش نمونه ۱۸- L₀60-12.1-18

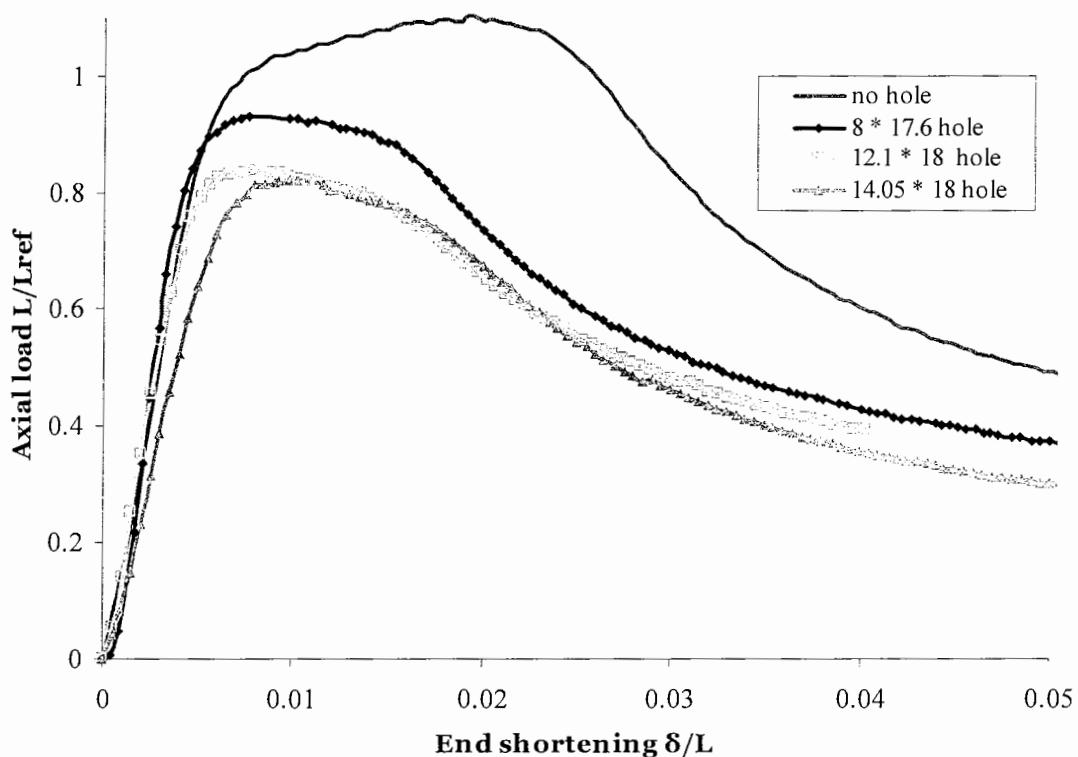


(الف)



(ب)

شکل ۴-۱۲- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ارتفاع متغیر و عرض ثابت. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 53.846$ و $L/D = 6.5$



شکل ۱۳-۴- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ارتفاع متغیر و عرض ثابت برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 53.846$ و $L/D = 2.857$

ب) تاثیر تغییر عرض گشودگی با ارتفاع ثابت

برای بررسی تاثیر تغییر عرض گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای، گشودگی‌هایی با ارتفاع ثابت (۸ میلیمتر) در پوسته‌ها ایجاد شد. سپس با تغییر عرض گشودگی‌ها از ۱۰ تا ۱۸ میلیمتر، تغییرات بار کمانش، بررسی شد. نتایج در جدول (۳-۴) ارائه شده است. به علاوه منحنی‌های بار کمانش بر حسب نسبت b/a ، در شکل (۱۴-۴) نشان داده شده است.

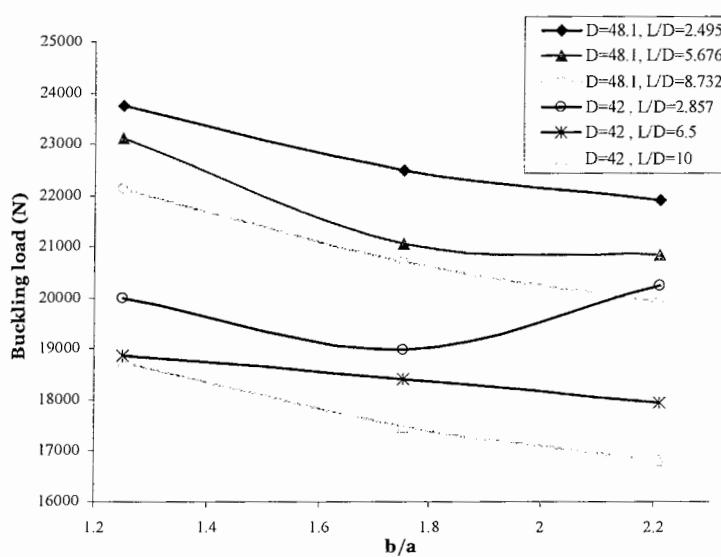
همانند قبل مشاهده می‌شود که، برای یک ارتفاع ثابت با افزایش عرض گشودگی، بار کمانش افت پیدا می‌کند. همچنین نمونه‌های با قطر بیشتر و طول کوتاه‌تر، بار کمانش بیشتری دارند. البته واضح است که بار کمانش بدست آمده برای نمونه $17.6 - 8 - L_60 - D42$ ، مقداری خطأ دارد.

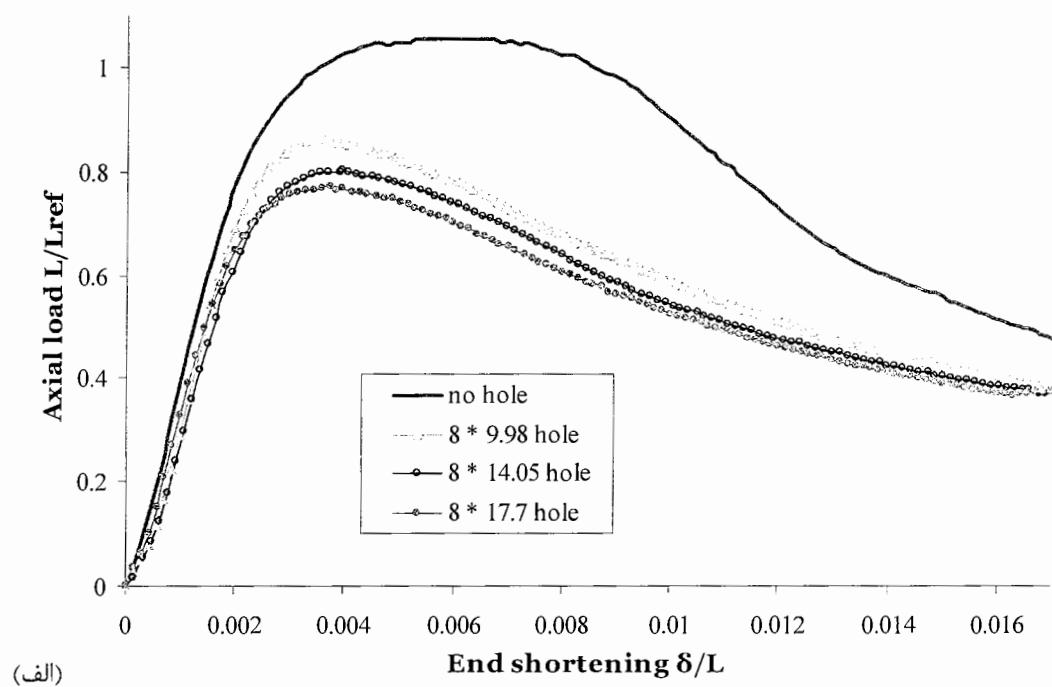
منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی برای تمامی نمونه‌های جدول (۳-۴) در شکل‌های (۱۵-۴) و (۱۶-۴) ارائه شده اند.

جدول ۴-۳- نتایج تحلیل تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

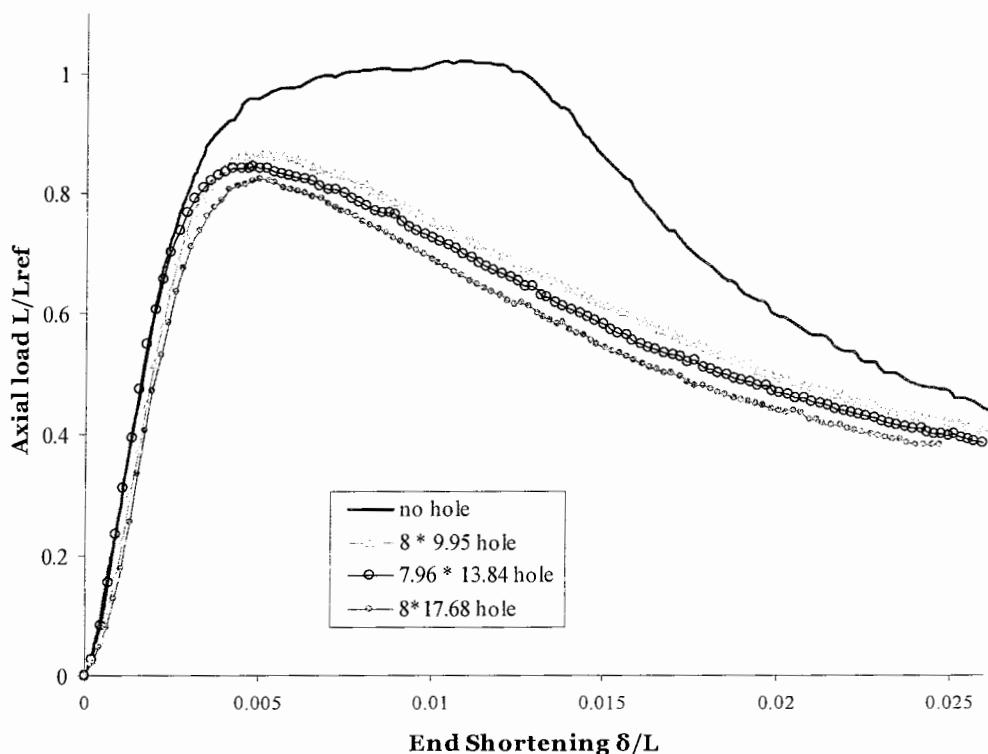
تأثیر تغییر عرض گشودگی با ارتفاع ثابت، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول	ابعاد گشودگی		(N)
			بار کمانش	$a \times b$	
				(mm × mm)	(mm)
D42 - L420 - L ₀ 210 - 8 - 9.98	D42 - L420 - L ₀ 210 - 8 - 9.98	420	8 × 9.98	8 × 9.98	18745
D42 - L420 - L ₀ 210 - 8 - 14.05	D42 - L420 - L ₀ 210 - 8 - 14.05	420	8 × 14.05	8 × 14.05	17488.9
D42 - L420 - L ₀ 210 - 8 - 17.7	D42 - L420 - L ₀ 210 - 8 - 17.7	420	8 × 17.7	8 × 17.7	16809.8
D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 8 - 9.95	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 8 - 9.95	273	8 × 9.95	8 × 9.95	18875.9
D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 7.96 - 13.84	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 7.96 - 13.84	273	7.96 × 13.84	7.96 × 13.84	18398.2
D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 8 - 17.68	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 8 - 17.68	273	8 × 17.68	8 × 17.68	17945.8
D42 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 10.88	D42 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 10.88	120	8 × 10.88	8 × 10.88	19981.2
D42 - L120 - L ₀ 60 - 8.27 - 14.07	D42 - L120 - L ₀ 60 - 8.27 - 14.07	120	8.27 × 14.07	8.27 × 14.07	18988.5
D42 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 17.6	D42 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 17.6	120	8 × 17.6	8 × 17.6	20274.9
D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.95 - 9.88	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.95 - 9.88	420	7.95 × 9.98	7.95 × 9.98	22134.6
D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.96 - 13.84	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.96 - 13.84	420	7.96 × 13.84	7.96 × 13.84	20692.2
D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.94 - 17.54	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.94 - 17.54	420	7.94 × 17.54	7.94 × 17.54	19909.4
D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 8.02 - 9.92	D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 8.02 - 9.92	273	8.02 × 9.92	8.02 × 9.92	23117.8
D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 8.02 - 13.92	D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 8.02 - 13.92	273	8.02 × 13.92	8.02 × 13.92	21066.4
D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 8.02 - 17.86	D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 8.02 - 17.86	273	8.02 × 17.86	8.02 × 17.86	20855.3
D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 9.9	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 9.9	120	8 × 9.9	8 × 9.9	23730.1
D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8.04 - 13.85	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8.04 - 13.85	120	8.04 × 13.85	8.04 × 13.85	22493.6
D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8.04 - 17.75	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8.04 - 17.75	120	8.04 × 17.75	8.04 × 17.75	21914

شکل ۴-۴- منحنی‌های بار کمانش - نسبت b/a ، برای گشودگی‌های بیضوی با ارتفاع ثابت و عرض متغیر

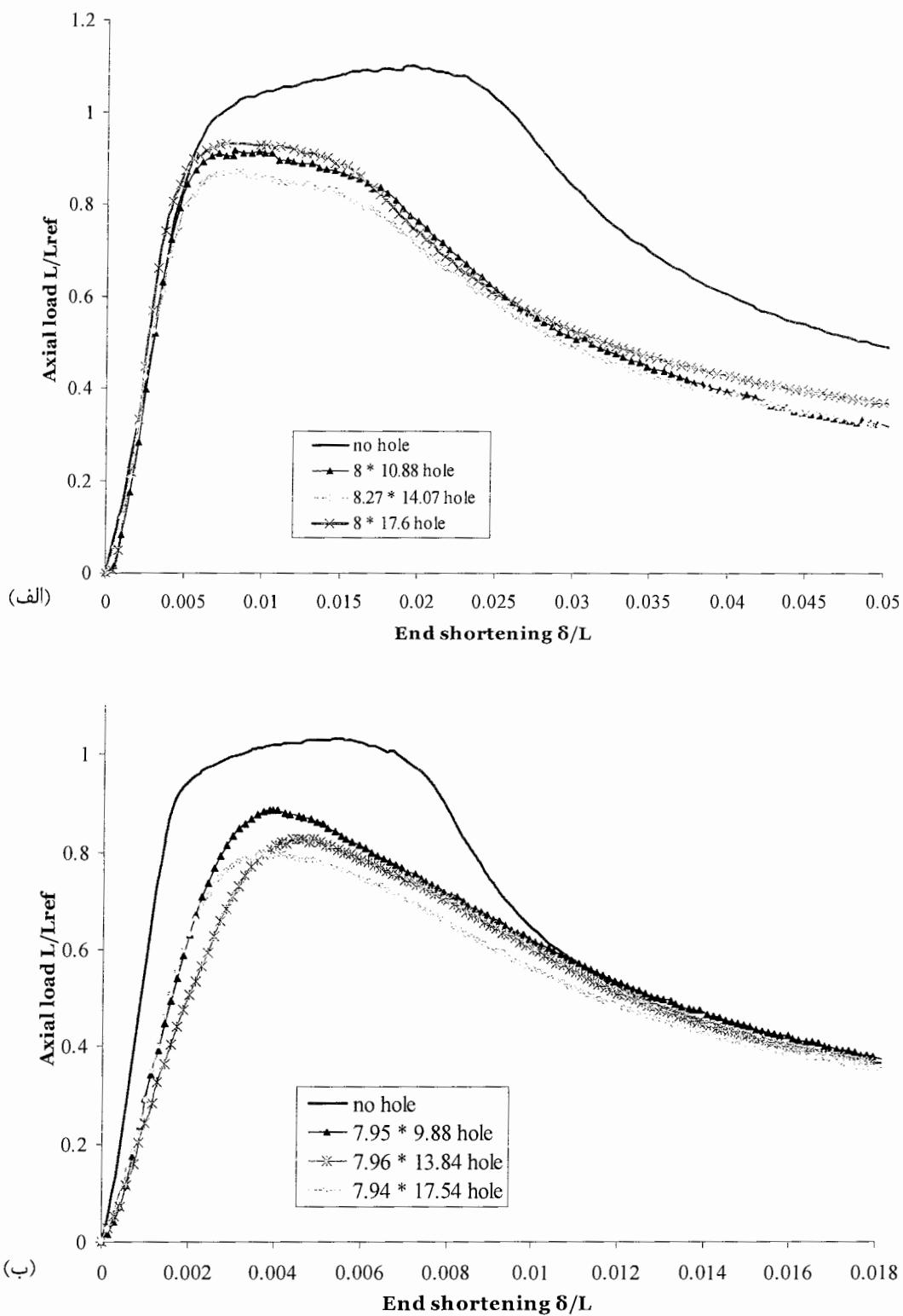


(الف)

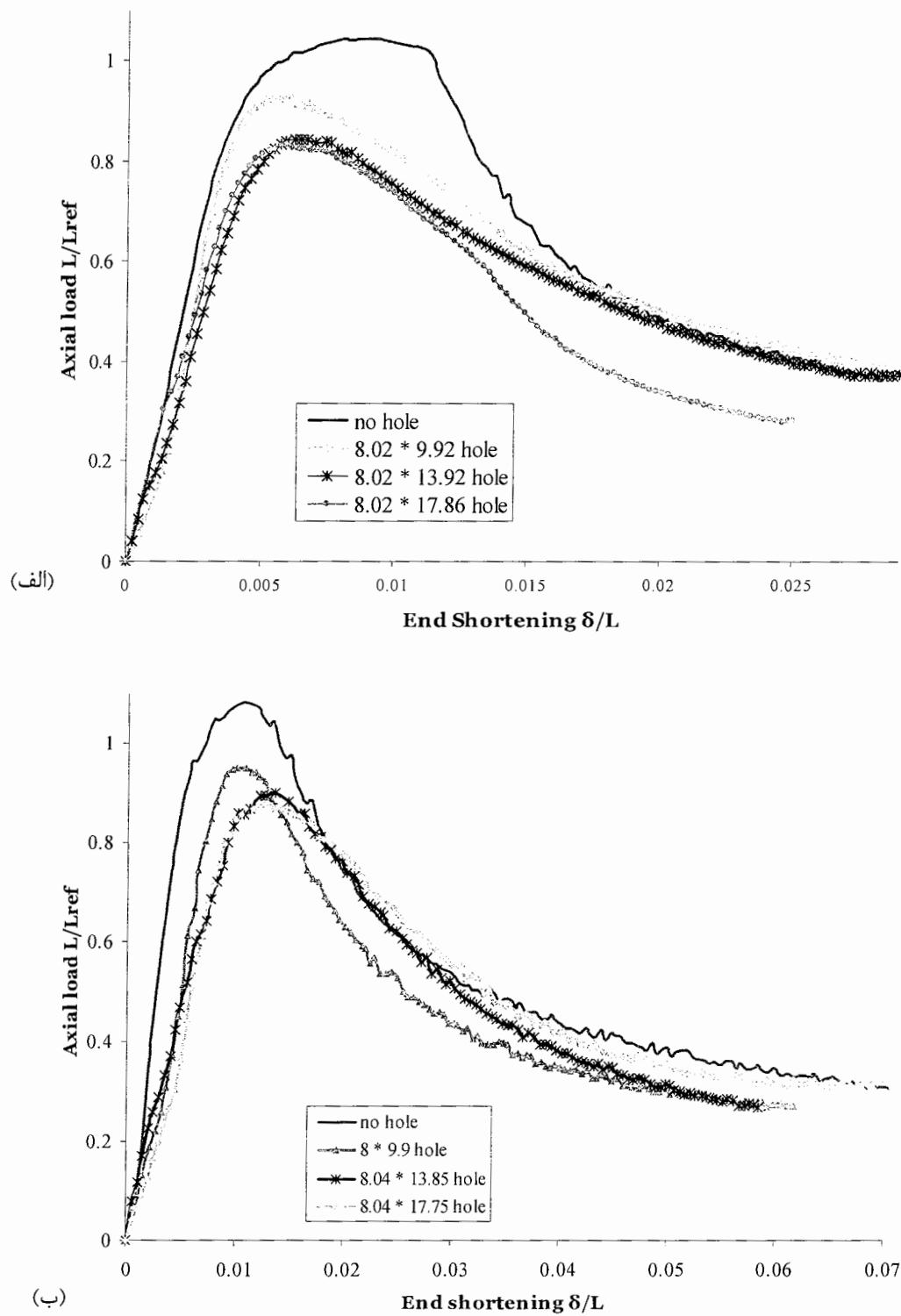


(ب)

شکل ۴-۱۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ارتفاع ثابت و عرض متغیر. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 10$ و $D/t = 53.846$. (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 6.5$ و $D/t = 53.846$



شکل ۴-۱۶- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ارتفاع ثابت و عرض متغیر. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$ و (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 8.732$ و $D/t = 61.667$



شکل ۴-۱۷- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ارتفاع ثابت و عرض متغیر. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 5.676$ و $D/t = 61.667$ و (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 61.667$ و $L/D = 2.495$

۴-۲-۳- بررسی تاثیر تغییر زاویه گشودگی بر روی رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

برای بررسی نحوه تغییرات بار کمانش با تغییرات زاویه گشودگی، در پوسته‌های استوانه‌ای یک گشودگی با ابعاد ثابت (18×8 میلیمتر) با زوایای صفر درجه، ۴۵ درجه و ۹۰ درجه، ایجاد شد. نتایج تحلیل تجربی نمونه‌ها در جدول (۴-۴) آرائه شده است.

نتایج نشان می‌دهند که با افزایش زاویه گشودگی مقاومت پوسته در برابر کمانش زیاد می‌شود و بار بحرانی افزایش می‌یابد. همچنین پوسته‌های بلندتر و دارای قطر کمتر، نسبت به تغییرات زاویه گشودگی حساسیت بیشتری نشان می‌دهند.

منحنی‌های بار کمانش بر حسب نسبت L/D برای نمونه‌های آزمایش شده، در شکل (۱۸-۴) آرائه شده است. مشاهده می‌شود بار کمانش بدست آمده برای نمونه ۱۳۶.۵ - L_0 ۸ - ۱۷.۶۸، مقداری خطأ دارد.

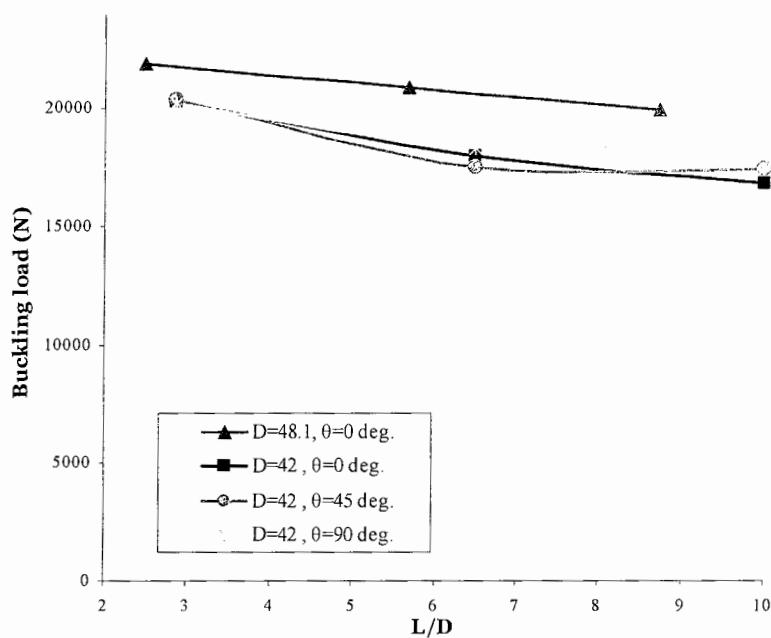
مشاهده می‌شود که برای یک گشودگی با زاویه ثابت، با افزایش نسبت L/D ، بار کمانش کاهش می‌یابد. همچنین منحنی‌های مربوط به نمونه‌های دارای قطر بیشتر، بالاتر از منحنی‌های مربوط به نمونه‌های با قطر کمتر قرار گرفته‌اند. بنابراین نتایج بدست آمده تا اینجا، در تایید یکدیگر هستند. منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی برای تمامی نمونه‌های تحلیل شده در جدول (۴-۴) در شکل - های (۱۹-۴) تا (۲۱-۴) نشان داده شده است.

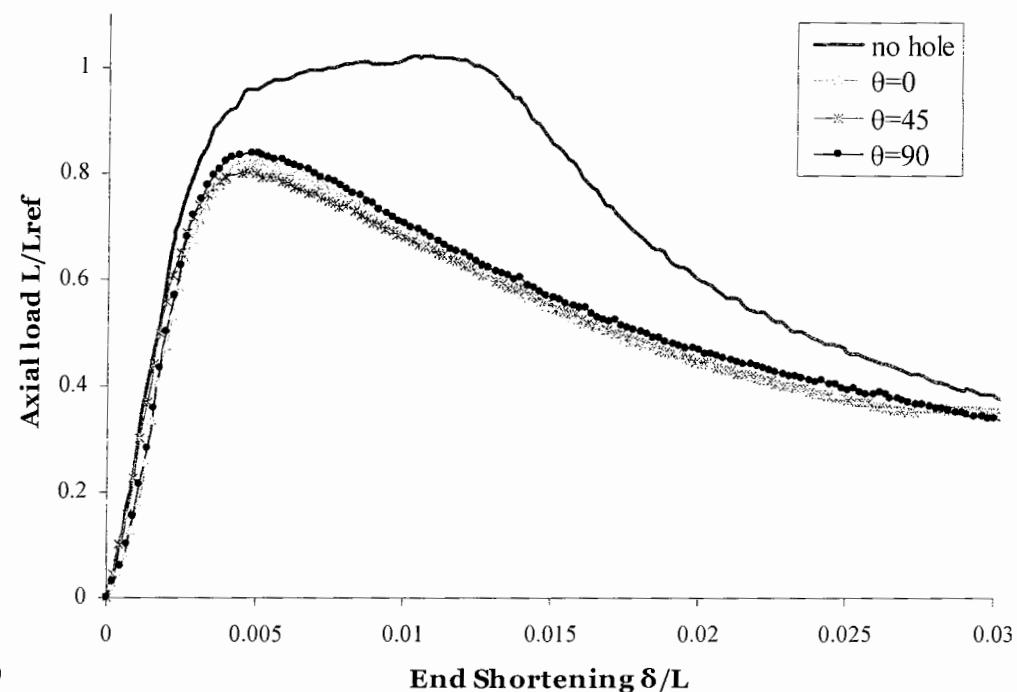
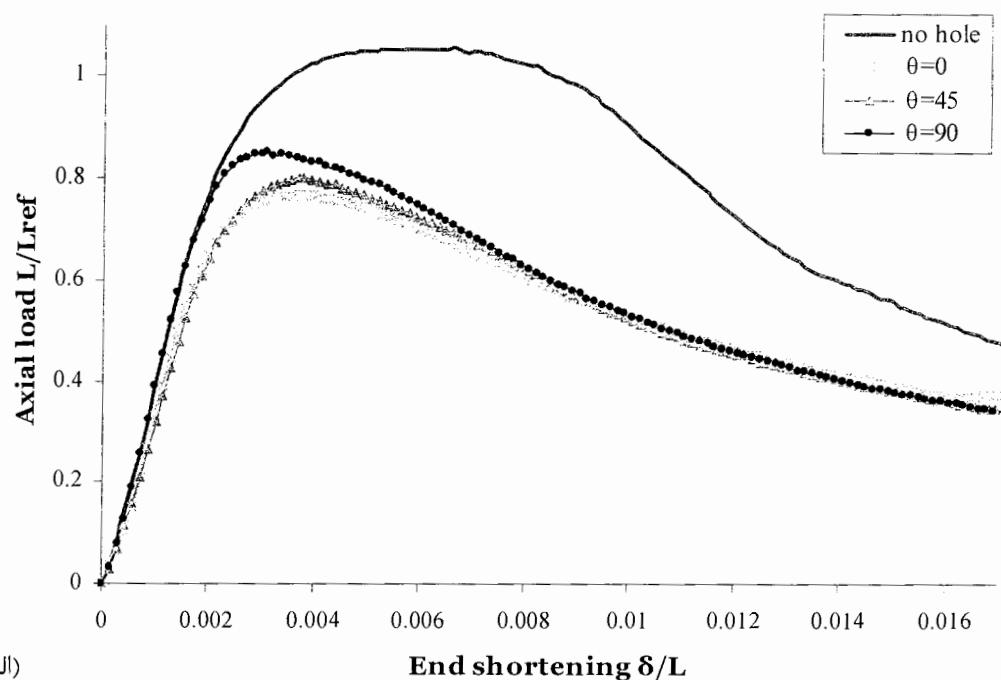
در نمودارهای بار - جابجایی انتهایی نشان داده شده در شکل‌های (۱۹-۴) تا (۲۱-۴)، مشاهده می‌شود که منحنی مربوط به نمونه‌های دارای گشودگی‌های با زاویه بیشتر، بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار دارند. همچنین مشاهده می‌شود که شبیه تمام نمودارها تقریباً یکسان است. بنابراین می‌توان گفت که ایجاد گشودگی روی سفتی نمونه‌ها، قبل از کمانش تاثیر زیادی ندارد. با وجود اینکه، نمونه‌های بدون گشودگی، شبیه بیشتری دارند.

جدول ۴-۴- نتایج تحلیل تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

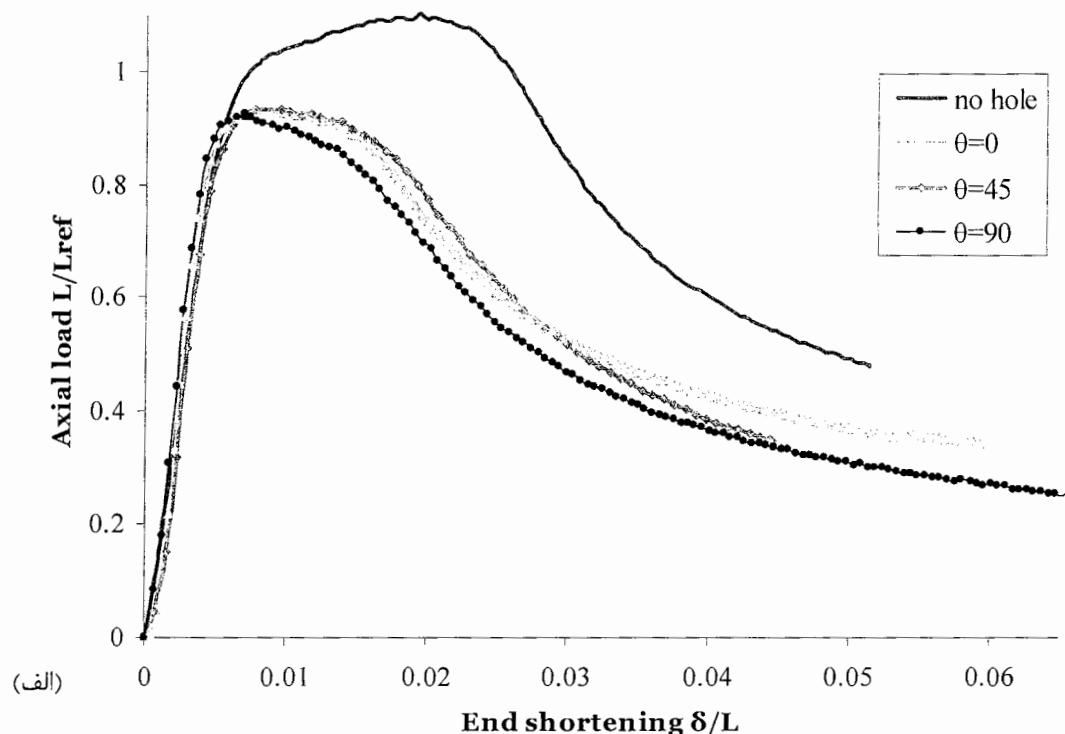
تأثیر تغییر زاویه گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

عنوان نمونه	استوانه	طول	زاویه		(N)
			بار کمانش	گشودگی	
				θ (deg)	
			16809.8	0	420 <i>D42 - L420 - L₀ 210 - 8 - 17.7</i>
			17426.4	45	420 <i>D42 - L420 - L₀ 210 - 7.95 - 18 - 45</i>
			18545.7	90	420 <i>D42 - L420 - L₀ 210 - 7.9 - 17.92 - 90</i>
			17945.8	0	273 <i>D42 - L273 - L₀ 136.5 - 8 - 17.68</i>
			17480.1	45	273 <i>D42 - L273 - L₀ 136.5 - 7.98 - 17.68 - 45</i>
			18275.2	90	273 <i>D42 - L273 - L₀ 136.5 - 8 - 18.38 - 90</i>
			20274.9	0	120 <i>D42 - L120 - L₀ 60 - 8 - 17.6</i>
			20341.5	45	120 <i>D42 - L120 - L₀ 60 - 8 - 17.75 - 45</i>
			20188.4	90	120 <i>D42 - L120 - L₀ 60 - 7.9 - 17.7 - 90</i>
			19909.4	0	420 <i>D48.1 - L420 - L₀ 210 - 7.94 - 17.54</i>
			20219.3	45	420 <i>D48.1 - L420 - L₀ 210 - 7.96 - 17.66 - 45</i>
			20855.3	0	273 <i>D48.1 - L273 - L₀ 136.5 - 8.02 - 17.86</i>
			21914	0	120 <i>D48.1 - L120 - L₀ 60 - 8.04 - 17.75</i>
			21428.1	45	120 <i>D48.1 - L120 - L₀ 60 - 8 - 17.75 - 45</i>

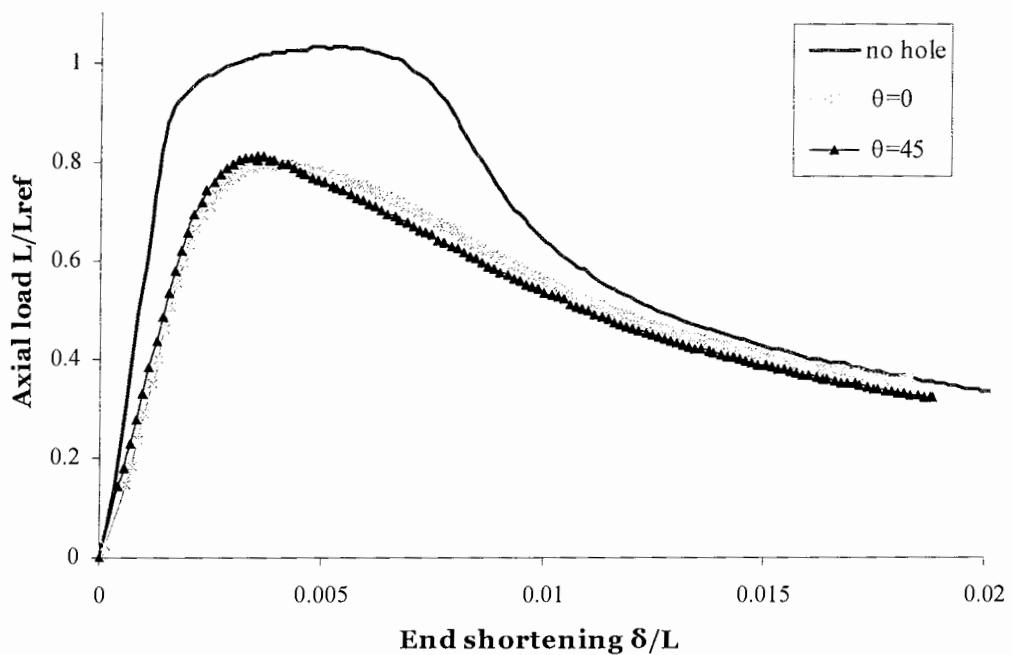
شکل ۴-۱۸- منحنی‌های بار کمانش - نسبت L/D ، برای گشودگی‌های بیضوی با ابعاد ثابت و زوایای مختلف



شکل ۴-۱۹- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت و زوایای مختلف. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 53.846$ و $L/D = 10$ و (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $D/t = 53.846$ و $L/D = 6.5$.

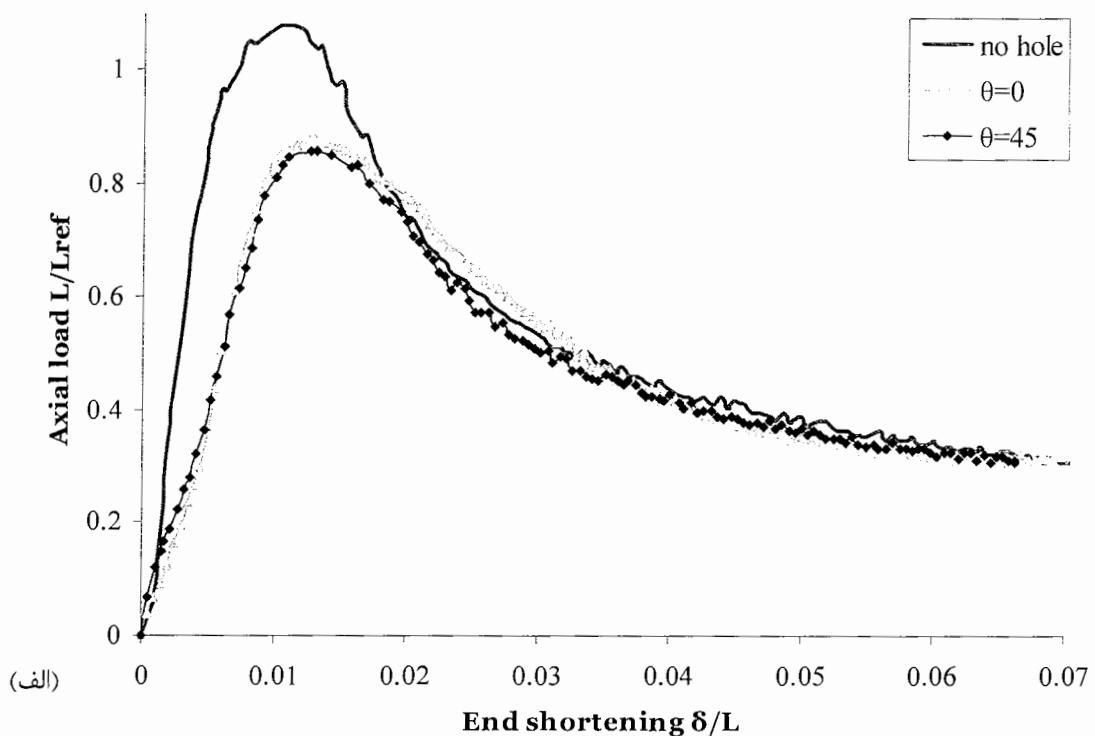


(الف)



(ب)

شکل ۴-۲۰- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت و زوایای مختلف. (الف) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 2.857$ و $D/t = 53.846$ و (ب) پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت‌های $L/D = 8.732$ و $D/t = 61.667$



شکل ۴-۲۱- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت و
 $D/t = 61.667$ و $L/D = 2.495$ زوایای مختلف برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبتیهای

۴-۳- نتایج تحلیل تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی تحت بار فشاری محوری

در این بخش نتایج تحلیل تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با ضخامت ۱,۲ میلیمتر و قطر ۴۲ میلیمتر، دارای گشودگی شبه بیضوی ارائه شده است. تعداد نمونه‌های آزمایش شده برای این نوع گشودگی ۱۲ عدد است و فقط به منظور تایید نتایج عددی انجام شده است. نتایج در جدول (۵-۴) ارائه شده است.

جدول ۴-۵- نتایج تحلیل تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی

بار کمانش (N)	موقعیت L_0/L	بعاد گشودگی $a \times b$ (mm × mm)	طول استوانه (mm)	عنوان نمونه
				گشودگی
34954.01	----	----	420	D42-L420-Perfect
30170.15	0.5	11.5×11.5	420	D42-L420-L ₀ 210-11.5-11.5
29095.89	0.5	9×15	420	D42-L420-L ₀ 210-9-15
30926.35	0.5	15.5×7.5	420	D42-L420-L ₀ 210-15.5-7.5
31990.87	0.74	15×8	420	D42-L420-L ₀ 310-15-8
30150.67	0.74	7.5×15.5	420	D42-L420-L ₀ 310-7.5-15.5
31997.36	0.88	15×9.5	420	D42-L420-L ₀ 370-15-9.5
39221.84	----	----	273	D42-L273-Perfect
33240.39	0.74	12×11	273	D42-L273-L ₀ 202-12-11
33207.93	0.5	11.5×11.5	119.7	D42-L119.7-L ₀ 59.85-11.5-11.5
33525.99	0.5	15×8.5	119.7	D42-L119.7-L ₀ 59.85-15-8.5
33931.68	0.5	7.5×15.5	119.7	D42-L119.7-L ₀ 59.85-7.5-15.5

فصل پنجم

مقایسه نتایج عددی و تجربی و ارائه

فرمولهای تجربی - عددی

در این فصل نتایج حاصل از تحلیل عددی کمانش پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی، با نتایج حاصل از روش تجربی مقایسه شده و دقت و صحت نتایج عددی مورد بحث قرار گرفته است. در نهایت، با استفاده از داده‌های عددی و تجربی روابطی برای پیدا کردن بار کمانش پوسته‌های دارای گشودگی، از روی بار کمانش پوسته‌های بدون گشودگی ارائه شده است.

۱-۱-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی پوسته‌های استوانه‌ای با

گشودگی بیضوی

۱-۱-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی مربوط به تحلیل موقعیت گشودگی

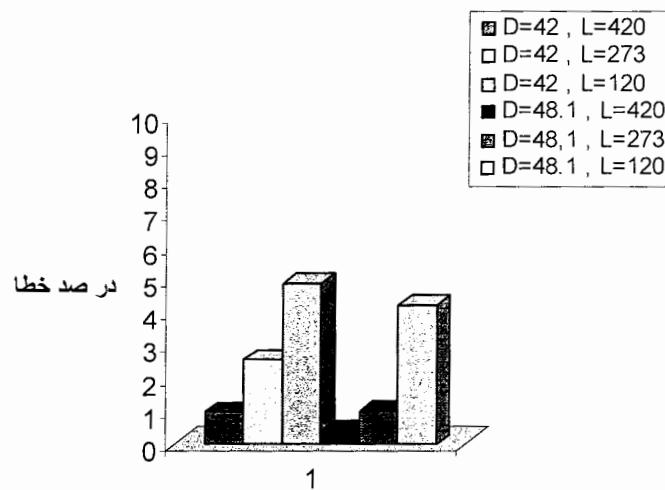
نتایج تحلیلهای عددی و تجربی همراه با درصد اختلاف بین این نتایج در جدول (۱-۵) و اشکال (۱-۵) و (۲-۵) ارائه شده است. مشاهده می‌شود که اختلاف بین نتایج بسیار ناچیز است. به عنوان

مثال حداکثر اختلاف نتایج بدست آمده از تحلیل کمانش با المانهای غیر خطی S8R5 در مقایسه با نتایج تجربی، ۶,۵۴ درصد و برای المان S4R، ۵,۴ درصد است. می‌توان دید که بیشترین اختلاف در نتایج مربوط به نمونه‌های دارای طول کوتاه است. دلیل این موضوع مربوط به تئوری خمی پوسته‌ها است که با کاهش نسبت L/t جواب بهتری می‌دهد و در نرم افزار از این تئوری استفاده شده است. مشاهده می‌شود اختلاف نتایج بدست آمده از تحلیل کمانش با المانهای غیر خطی در مقایسه با نتایج تجربی برای ۱۰ نمونه کمتر از ۱,۲ درصد است. همچنین میانگین درصد اختلاف نتایج تحلیل عددی با المان S4R در مقایسه با نتایج عددی، ۲,۸۹ درصد، و میانگین درصد اختلاف نتایج تحلیل عددی با المان S8R5، ۲,۰۵ درصد است. بنابراین می‌توان گفت نتایج حاصل از تحلیل با المانهای غیر

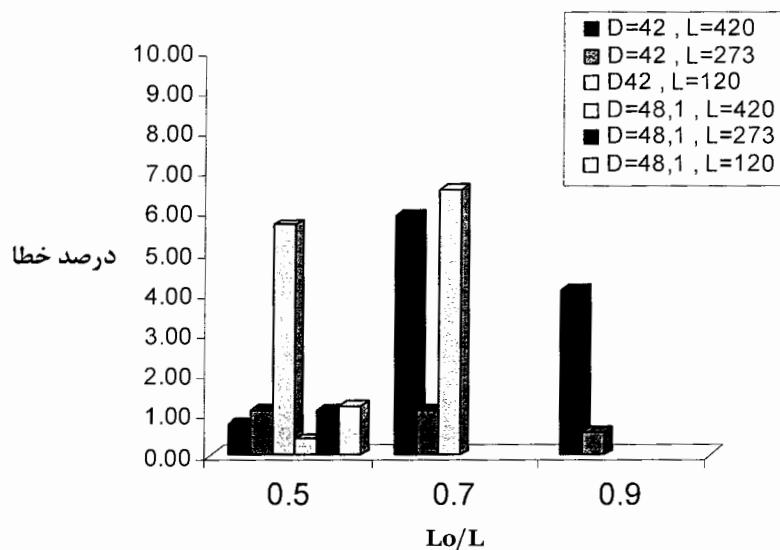
جدول ۵-۱- مقایسه نتایج تحلیل‌های عددی و تجربی برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی
تأثیر موقعیت گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

درصد اختلاف		بار کمانش (N)	بار کمانش (N)		عنوان نمونه		
نتایج عددی با							
تجربی	تجربی		تجربی	تجربی			
المان	المان		المان	المان			
S8R5	S4R	(N)	S8R5	S4R			
0.98	1.16	23018.3	22792.8	23285.2	D42-L420-Perfect		
0.77	5.12	16809.8	16938.7	17670.6	D42-L420-L ₀ 210-8-17.7		
5.93	2.14	18555.2	17453.2	18157.5	D42-L420-L ₀ 294-8-18.15		
4.07	0.62	19525	18729.1	19403.3	D42-L420-L ₀ 378-8-18.04		
2.56	5.4	22245.6	22814.8	23447.4	D42-L273-Perfect		
1.11	2.96	17945.8	17746.4	18477.7	D42-L273-L ₀ 136.5-8-17.68		
1.13	5.06	17979.1	18181.8	18888.5	D42-L273-L ₀ 191.1-7.96-18.25		
0.56	2.08	19296.2	19187.1	19698.5	D42-L273-L ₀ 245.7-7.98-17.94		
4.90	2.17	23925.7	22751.6	23404.7	D42-L120-Perfect		
5.69	2.51	20274.9	19120.4	19764.8	D42-L120-L ₀ 60-8-17.6		
6.54	4.16	20691.3	19338	19828.6	D42-L120-L ₀ 84-8-17.6		
0.39	2.84	25775.3	25876.9	26506.4	D48.1-L420-Perfect		
0.40	3.43	19909.4	19828.4	20592.8	D48.1-L420-L ₀ 210-7.94-17.54		
1.01	1.16	26123.8	25858.7	26426.1	D48.1-L273-Perfect		
1.11	2.43	20855.3	20623.2	21361.6	D48.1-L273-L ₀ 136.5-8.02-17.86		
4.23	1.79	26967.3	25825.4	26484.7	D48.1-L120-Perfect		
1.2	4.17	21914	22177.3	22827.5	D48.1-L120-L ₀ 60-8.04-17.75		

خطی خطای کمتری دارد.



شکل ۱-۵- درصد اختلاف نتایج عددی با المان S8R5 و نتایج تجربی برای نمونه‌های بدون گشودگی



شکل ۱-۶- درصد اختلاف نتایج عددی با المان S8R5 و نتایج تجربی برای نمونه‌های دارای گشودگی در موقعیتهای مختلف

۱-۲-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی مربوط به تحلیل ابعاد گشودگی

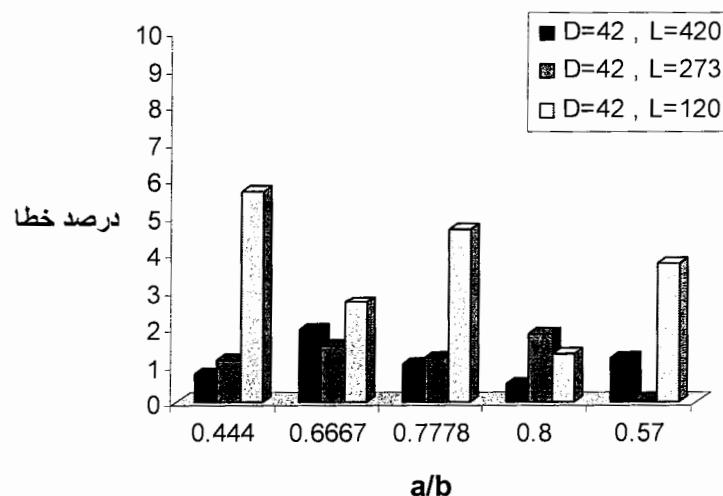
نتایج تحلیلهای عددی و تجربی همراه با درصد اختلاف این نتایج در جدول (۲-۵) و اشکال (۳-۵) و (۴-۵) ارائه شده است.

جدول ۲-۵- مقایسه نتایج تحلیلهای عددی و تجربی برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی تاثیر تغییر ابعاد گشودگی با عرض ثابت، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

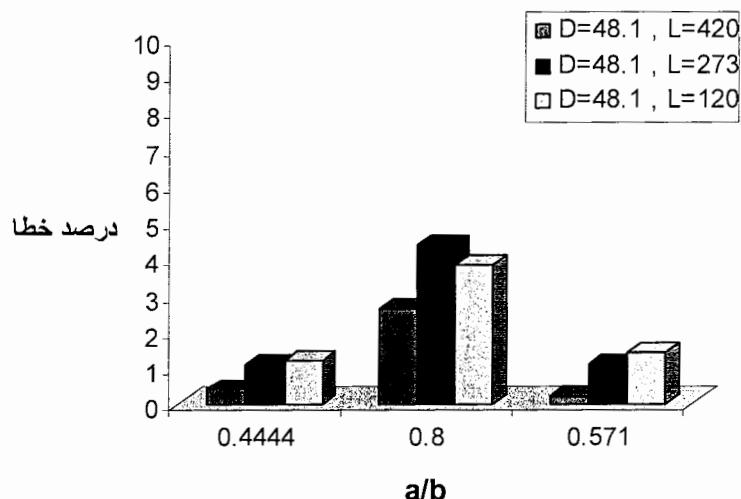
درصد اختلاف				عنوان نمونه	
نتایج عددی با تجربی		بار کمانش (N)			
مان	مان	تجربی (N)	مان	مان	
S8R5	S4R	S8R5	S8R5	S4R	
0.77	5.12	16809.8	16938.7	17670.6	D42-L420-L ₀ 210-8-17.7
1.96	2.18	16871.4	16540.1	17240	D42-L420-L ₀ 210-12.05-17.95
1.01	5.12	16335.8	16500.2	17173.3	D42-L420-L ₀ 210-14.05-17.95
0.48	2.27	18745	18654.3	19170.7	D42-L420-L ₀ 210-8-9.98
1.16	5.01	17488.9	17691.1	18366.2	D42-L420-L ₀ 210-8-14.05
1.11	2.96	17945.8	17746.4	18477.7	D42-L273-L ₀ 136.5-8-17.68
1.5	5.56	17202.4	17459.7	18159.8	D42-L273-L ₀ 136.5-12-17.8
1.19	4.97	17129	17332.2	17981.2	D42-L273-L ₀ 136.5-14.08-18
1.85	5.12	18875.9	19224.3	19843.6	D42-L273-L ₀ 136.5-8-9.95
0.05	4.08	18398.2	18406.7	19149.5	D42-L273-L ₀ 136.5-7.96-13.84
5.69	2.51	20274.9	19120.4	19764.8	D42-L120-L ₀ 60-8-17.6
2.67	5.94	18294.4	18782	19382.8	D42-L120-L ₀ 60-12.1-18
4.66	7.77	17936.1	18772.1	19331.3	D42-L120-L ₀ 60-14.05-18
1.3	4.32	19981.2	20241.7	20844.3	D42-L120-L ₀ 60-8-10.88
3.7	6.90	18988.5	19691.7	20300.5	D42-L120-L ₀ 60-8.27-14.07
0.4	3.43	19909.4	19828.4	20592.8	D48.1-L420-L ₀ 210-7.94-17.54
2.64	0.17	22134.6	21550.2	22173.7	D48.1-L420-L ₀ 210-7.95-9.88
0.23	3.15	20692.2	20644.5	21345	D48.1-L420-L ₀ 210-7.96-13.84
1.11	2.42	20855.3	20623.2	21361.6	D48.1-L273-L ₀ 136.5-8.02-17.86
4.38	1.33	23117.8	22104.3	22808.8	D48.1-L273-L ₀ 136.5-8.02-9.92
1.08	4.69	21066.4	21293.2	22055	D48.1-L273-L ₀ 136.5-8.02-13.92
1.2	4.16	21914	22177.3	22827.5	D48.1-L120-L ₀ 60-8.04-17.75
3.81	1.04	23730.1	22824.9	23481.7	D48.1-L120-L ₀ 60-8-9.9
1.4	1.48	22493.6	22177.3	22827.5	D48.1-L120-L ₀ 60-8.04-13.85

مشاهده می‌شود که اختلاف بین نتایج بسیار ناچیز است. به عنوان مثال حداکثر اختلاف نتایج بدست آمده از تحلیل کمانش با المانهای غیر خطی S8R5 در مقایسه با نتایج تجربی، ۵,۶۹ درصد و برای المان S4R، ۷,۷۷ درصد است. همانند قبل می‌توان دید که بیشترین اختلاف در نتایج مربوط به نمونه‌های دارای طول کوتاه است.

مشاهده می‌شود اختلاف نتایج بدست آمده از تحلیل کمانش با المانهای غیر خطی در مقایسه با نتایج تجربی برای ۱۲ نمونه کمتر از ۱,۲ درصد است. همچنین میانگین درصد اختلاف نتایج تحلیل عددی با المان S4R در مقایسه با نتایج عددی، ۳,۸۲ درصد، و میانگین درصد اختلاف نتایج تحلیل عددی با المان S8R5، ۱,۸۸ درصد است. بنابراین می‌توان گفت نتایج حاصل از تحلیل با المانهای غیر خطی دقیق‌تر است.



شکل ۳-۵- درصد اختلاف نتایج عددی با المان S8R5 و نتایج تجربی برای نمونه‌های با قطر ۴۲ میلیمتر، دارای گشودگی در ابعاد مختلف



شکل ۵-۴- درصد اختلاف نتایج عددی با المان S8R5 و نتایج تجربی برای نمونه‌های با قطر ۴۸,۱ میلیمتر، دارای گشودگی در ابعاد مختلف

۳-۱-۵- مقایسه نتایج عددی و تجربی مربوط به تحلیل زوایای گشودگی

نتایج تحلیلهای عددی و تجربی همراه با درصد اختلاف این نتایج در جدول (۳-۵) و شکل (۵-۵) ارائه شده است.

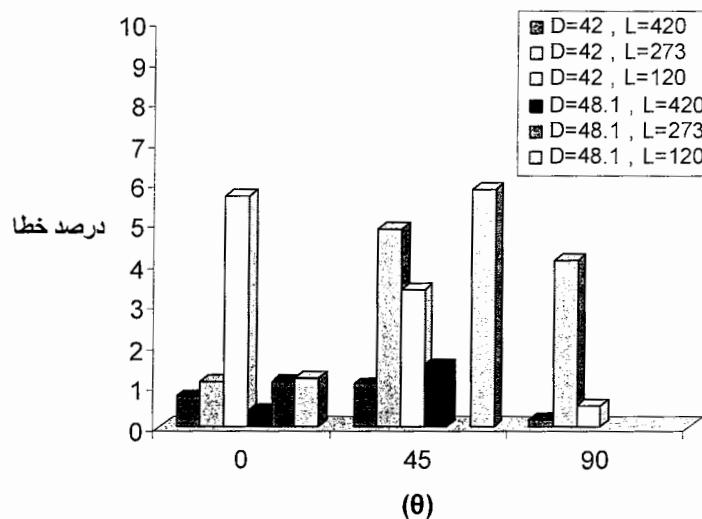
مشاهده می‌شود که اختلاف بین نتایج بسیار ناچیز است. به عنوان مثال حداکثر اختلاف نتایج بدست آمده از تحلیل کمانش با المانهای غیر خطی S8R5 در مقایسه با نتایج تجربی، ۵,۸۵ درصد و برای المان S4R، ۹,۱ درصد است. باز هم مشاهده می‌شود که بیشترین اختلافات مربوط به پوسته‌های با طول کوتاهتر است.

نتایج بدست آمده از تحلیل کمانش با المانهای غیر خطی در مقایسه با نتایج تجربی برای ۸ نمونه کمتر از ۱,۳ درصد است. همچنین میانگین درصد اختلاف نتایج تحلیل عددی با المان S4R در مقایسه با نتایج عددی، ۴,۱۶ درصد، و میانگین درصد اختلاف نتایج تحلیل عددی با المان S8R5 ۲,۲۶ درصد است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که نتایج حاصل از تحلیل با المانهای غیر خطی با نتایج تجربی مطابقت بیشتری دارند.

جدول ۵-۳- مقایسه نتایج تحلیل‌های عددی و تجربی برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی

تأثیر تغییر زاویه گشودگی، روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

درصد اختلاف		نتایج عددی با تجربی	بار کمانش (N)	عنوان نمونه	
مان	المان			مان	المان
S8R5	S4R			S8R5	S4R
0.76	5.12	16809.8	16938.7	17670.6	D42 - L420 - L ₀ 210 - 8 - 17.7
1.06	4.40	17426.4	17611.8	18194.8	D42 - L420 - L ₀ 210 - 7.95 - 18 - 45
0.17	1.62	18545.7	18513.6	18847.3	D42 - L420 - L ₀ 210 - 7.9 - 17.92 - 90
1.11	2.96	17945.8	17746.4	18477.7	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 8 - 17.68
4.87	8.64	17480.1	18333	18991.6	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 7.98 - 17.68 - 45
4.11	6.21	18275.2	19027.9	19411.7	D42 - L273 - L ₀ 136.5 - 8 - 18.38 - 90
5.69	2.51	20274.9	19120.4	19764.8	D42 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 17.6
3.37	0.28	20341.5	19654.2	20283.5	D42 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 17.75 - 45
0.52	2.67	20188.4	20293.5	20728.5	D42 - L120 - L ₀ 60 - 7.9 - 17.7 - 90
0.40	3.43	19909.4	19828.4	20592.8	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.94 - 17.54
1.52	4.76	20219.3	20526.8	21183.5	D48.1 - L420 - L ₀ 210 - 7.96 - 17.66 - 45
1.11	2.42	20855.3	20623.2	21361.6	D48.1 - L273 - L ₀ 136.5 - 8.02 - 17.86
1.20	4.16	21914	22177.3	22827.5	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8.04 - 17.75
5.85	9.10	21428.1	22682	23379.8	D48.1 - L120 - L ₀ 60 - 8 - 17.75 - 45

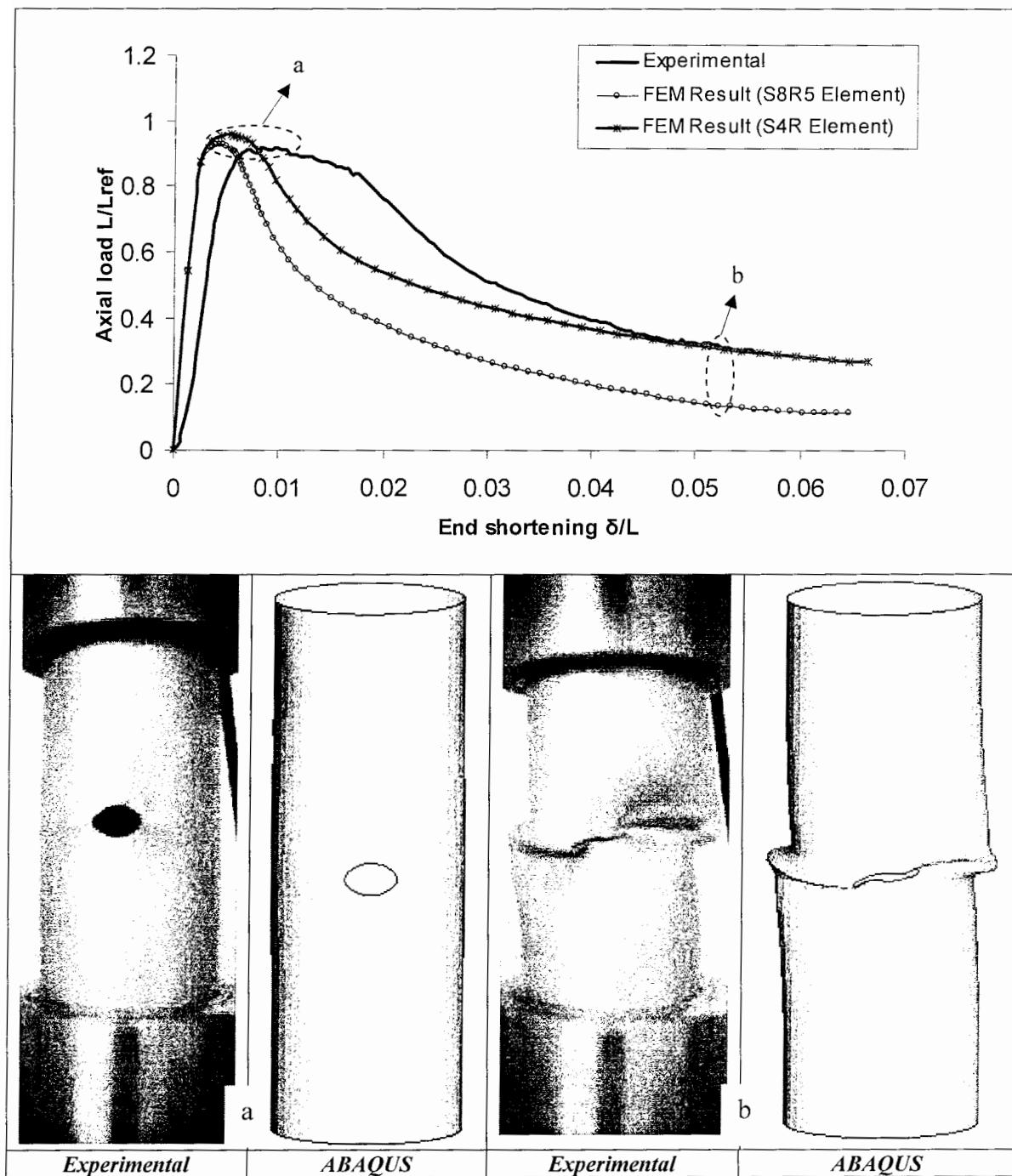


شکل ۵-۵- درصد اختلاف نتایج عددی با المان S8R5 و نتایج تجربی برای نمونه‌های دارای گشودگی با زوایای مختلف

۴-۱-۵- مقایسه منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، حاصل از تحلیلهای عددی و

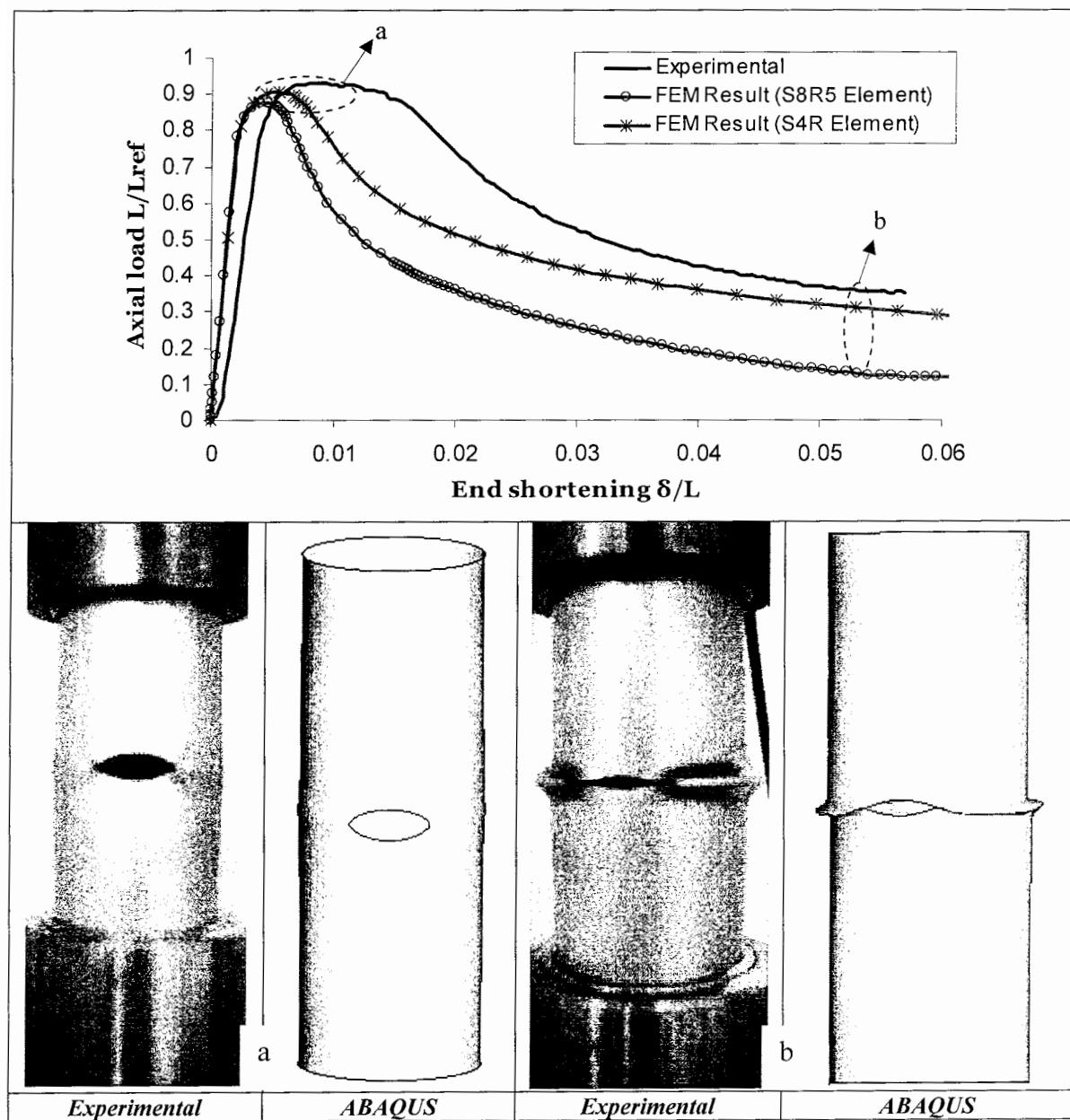
تجربی

منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی، حاصل از تحلیلهای عددی و تجربی، برای تمامی نمونه‌های آزمایش در شکل‌های (۶-۵) تا (۵۲-۵) ارائه شده است. همچنین تغییر شکل نمونه‌ها در حالت‌های کمانش و پس کمانش برای هر دو روش تجربی و عددی در این اشکال مقایسه شده است. از مقایسه منحنی‌های عددی با تجربی نتیجه می‌شود که منحنی‌های عددی و تجربی مطابقت بسیار خوبی دارند. برای تعدادی از نمونه‌ها با گشودگی بیضی شکل، در شکل‌های (۶-۵) تا (۸-۵)، (۵-۱۹) و (۵-۲۰)، (۵-۲۹)، (۵-۳۳) و (۵-۳۷)، منحنی‌های حاصل از نتایج عددی با هر دو المان خطی و غیرخطی ارائه شده است. مشاهده می‌شود که منحنی‌های حاصل از روش عددی با المانهای خطی S4R، نسبت به منحنی‌های حاصل از المانهای غیر خطی ناحیه پس کمانش بهتری را نتیجه می‌دهند. اما بار کمانش بیشتری را ارائه می‌کنند.



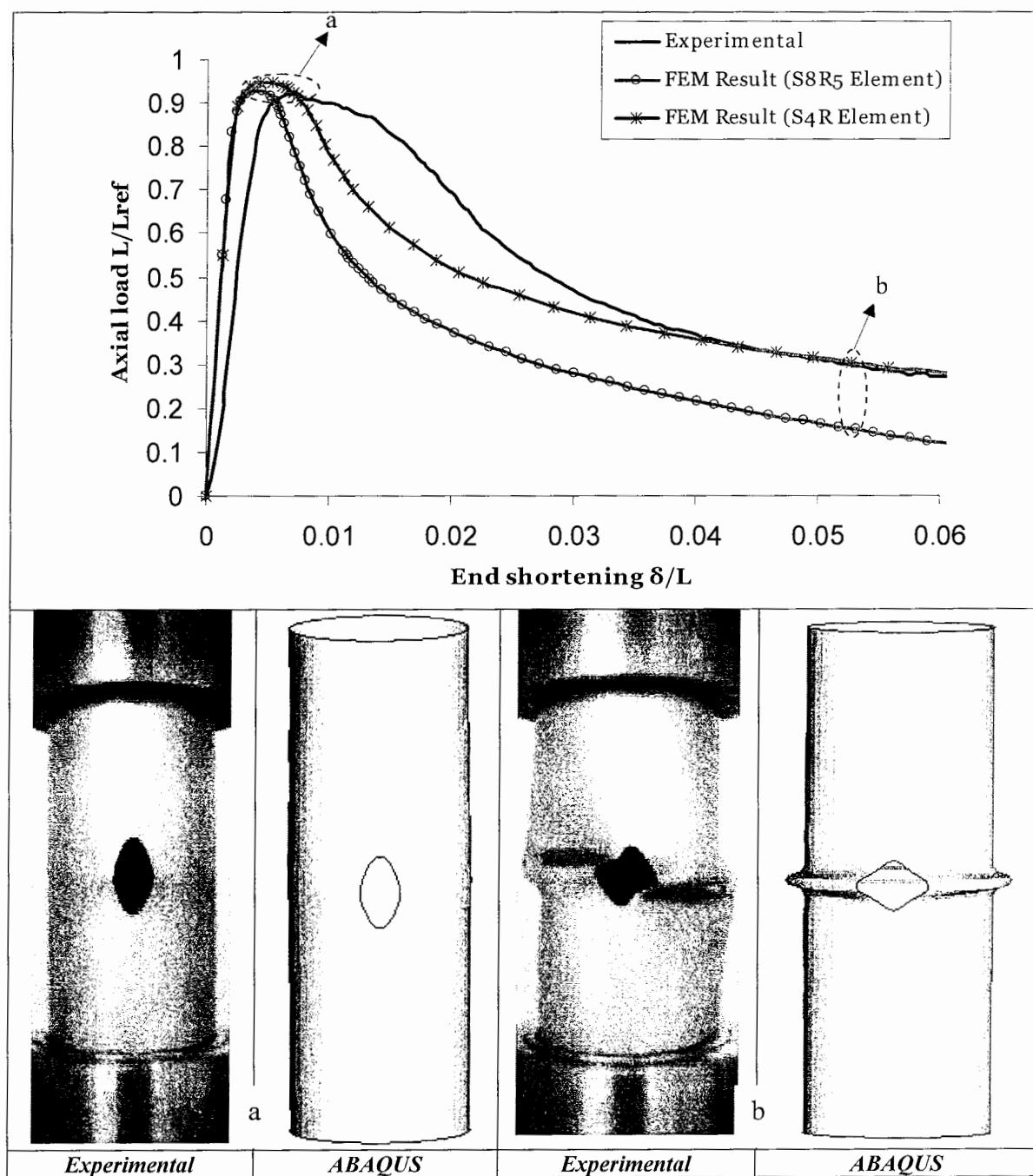
شکل ۵-۶- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 10.88$



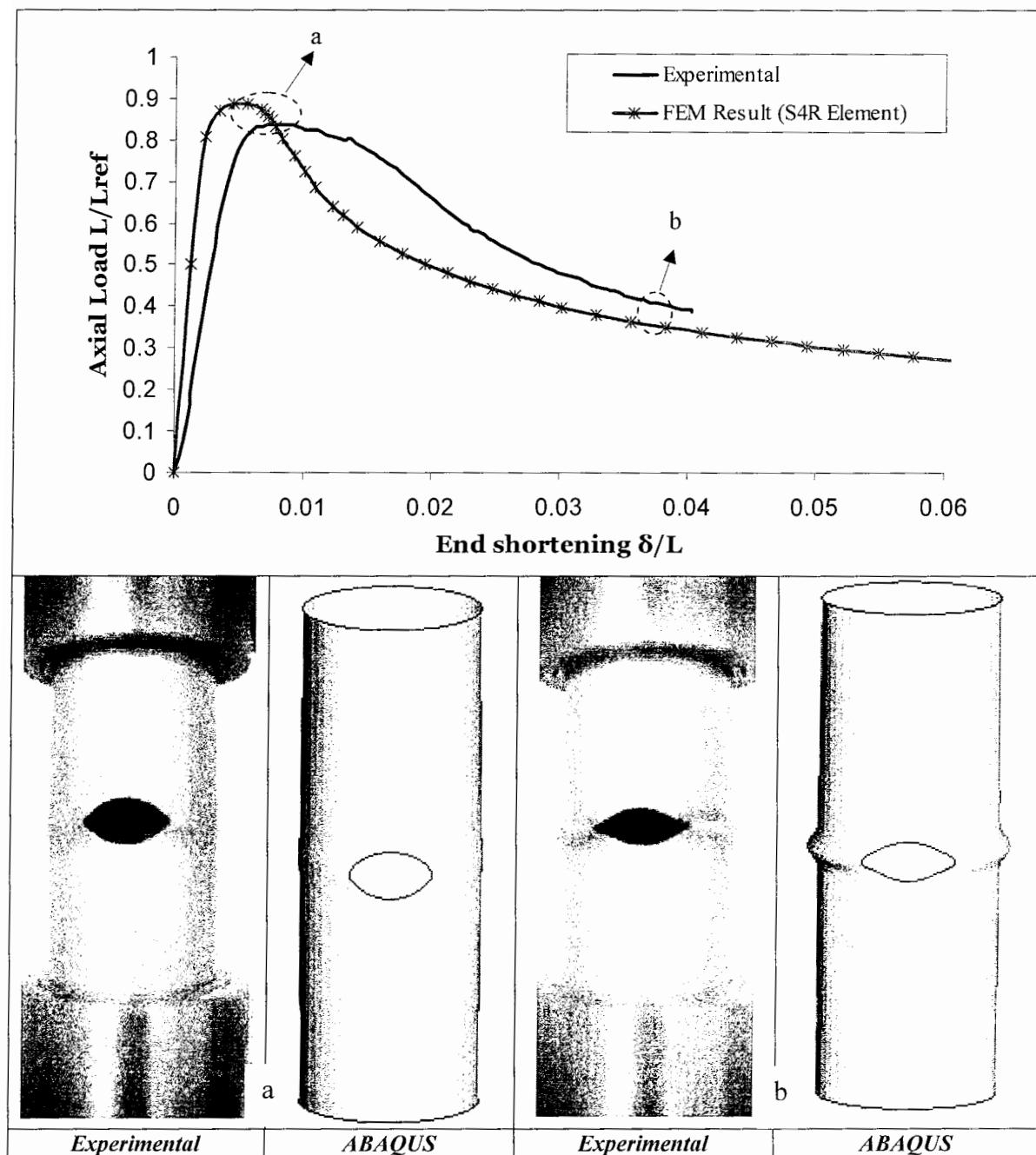
شکل ۷-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17.6$



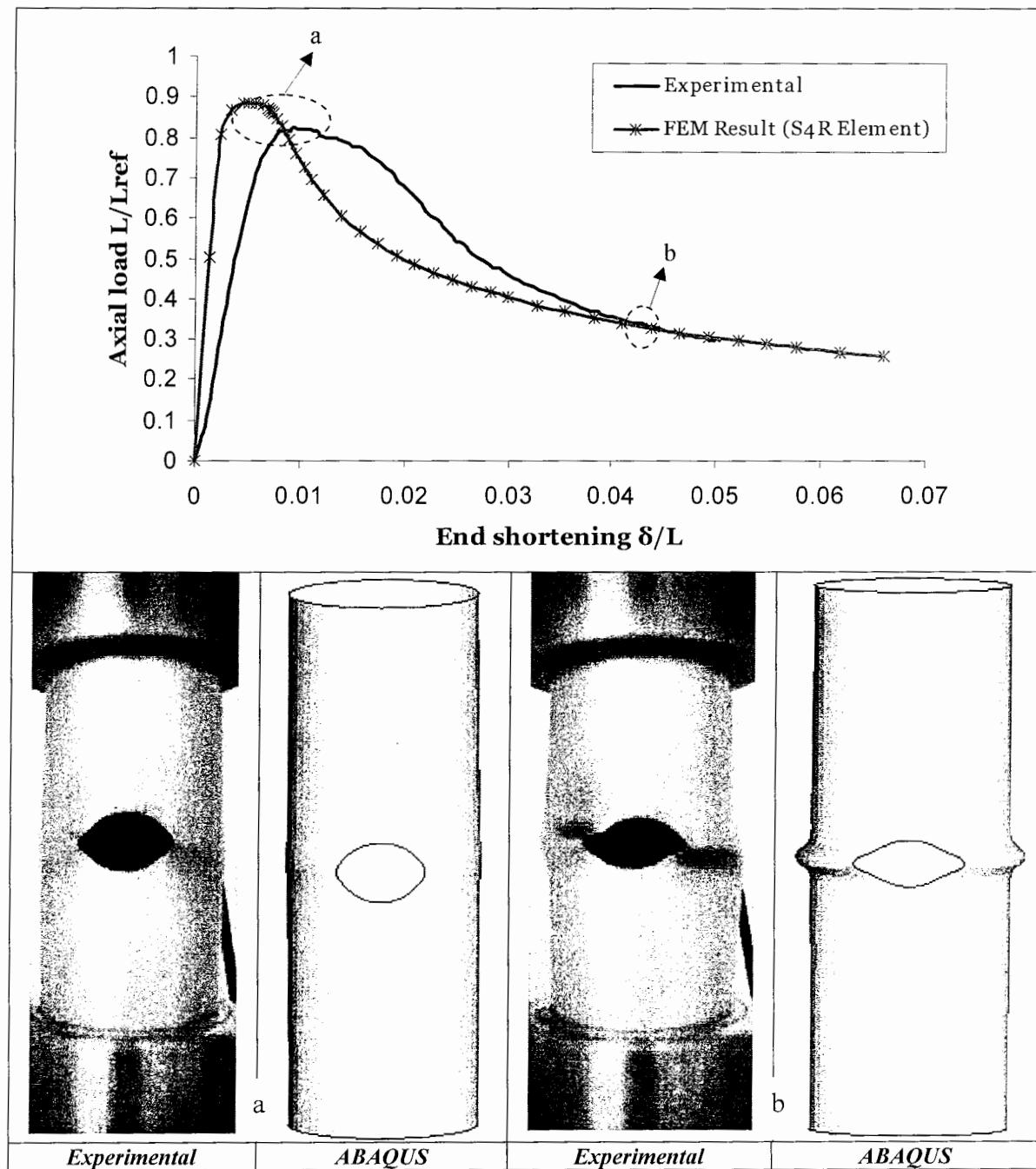
شکل ۸-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42 - L120 - L_0 60 - 7.9 - 17.7 - 90$



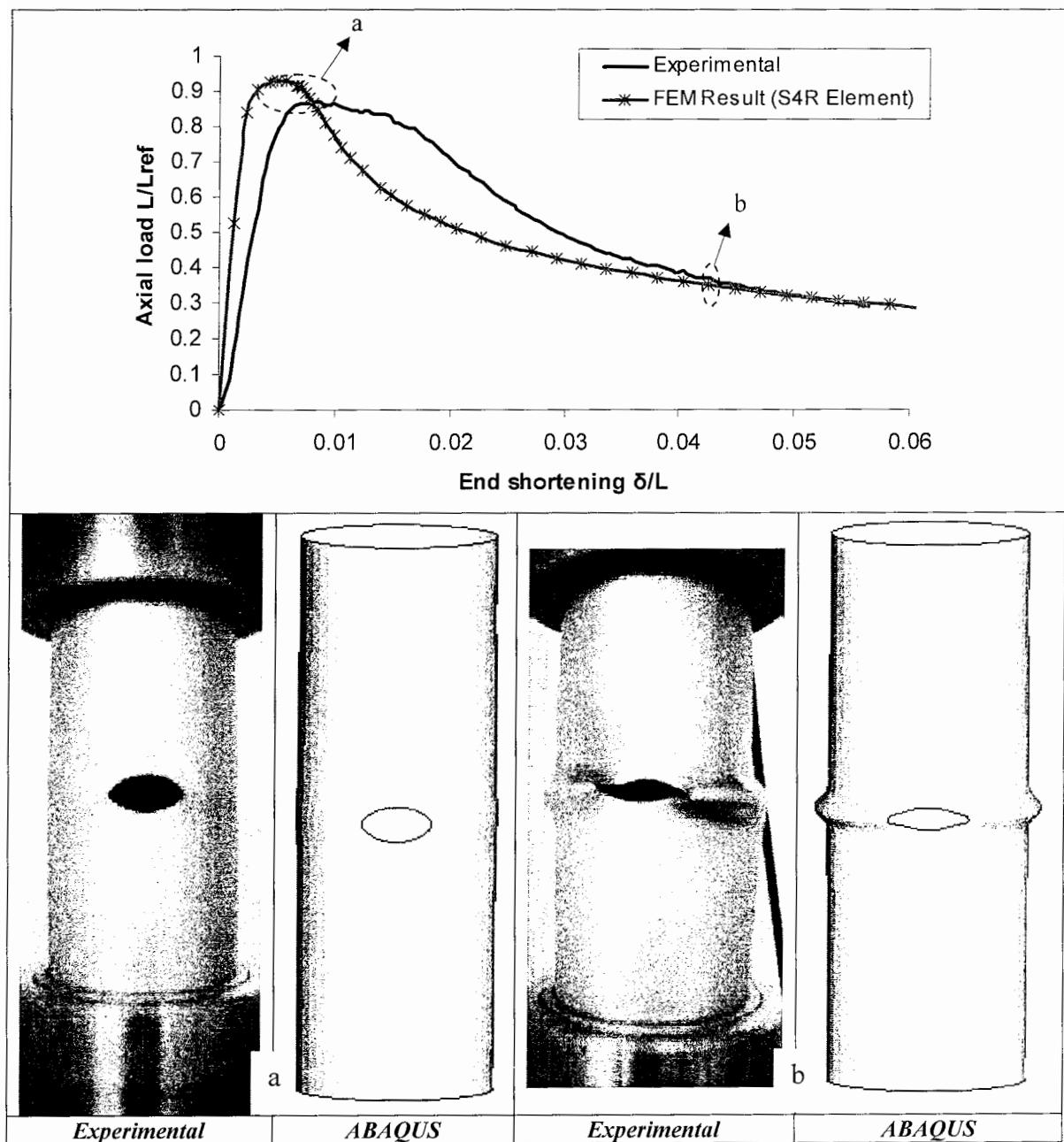
شکل ۹-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

D42 - L120 - L_0 60 - 12.1 - 18 در حالت‌های کمانش و پس کمانش



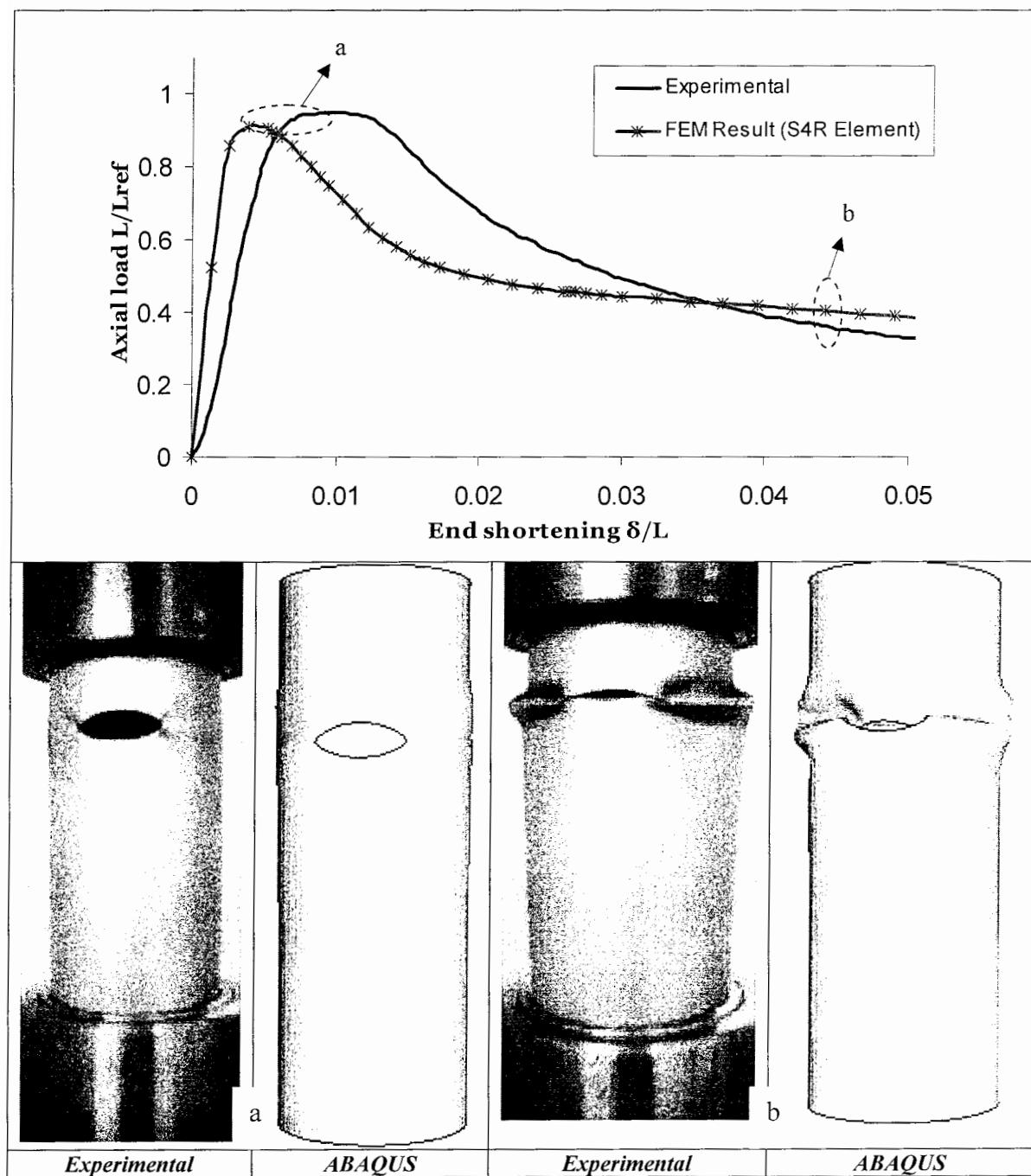
شکل ۱۰-۵- منحنی های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالتهای کمانش D42 - L120 - L_0 60 - 14.05 - 18



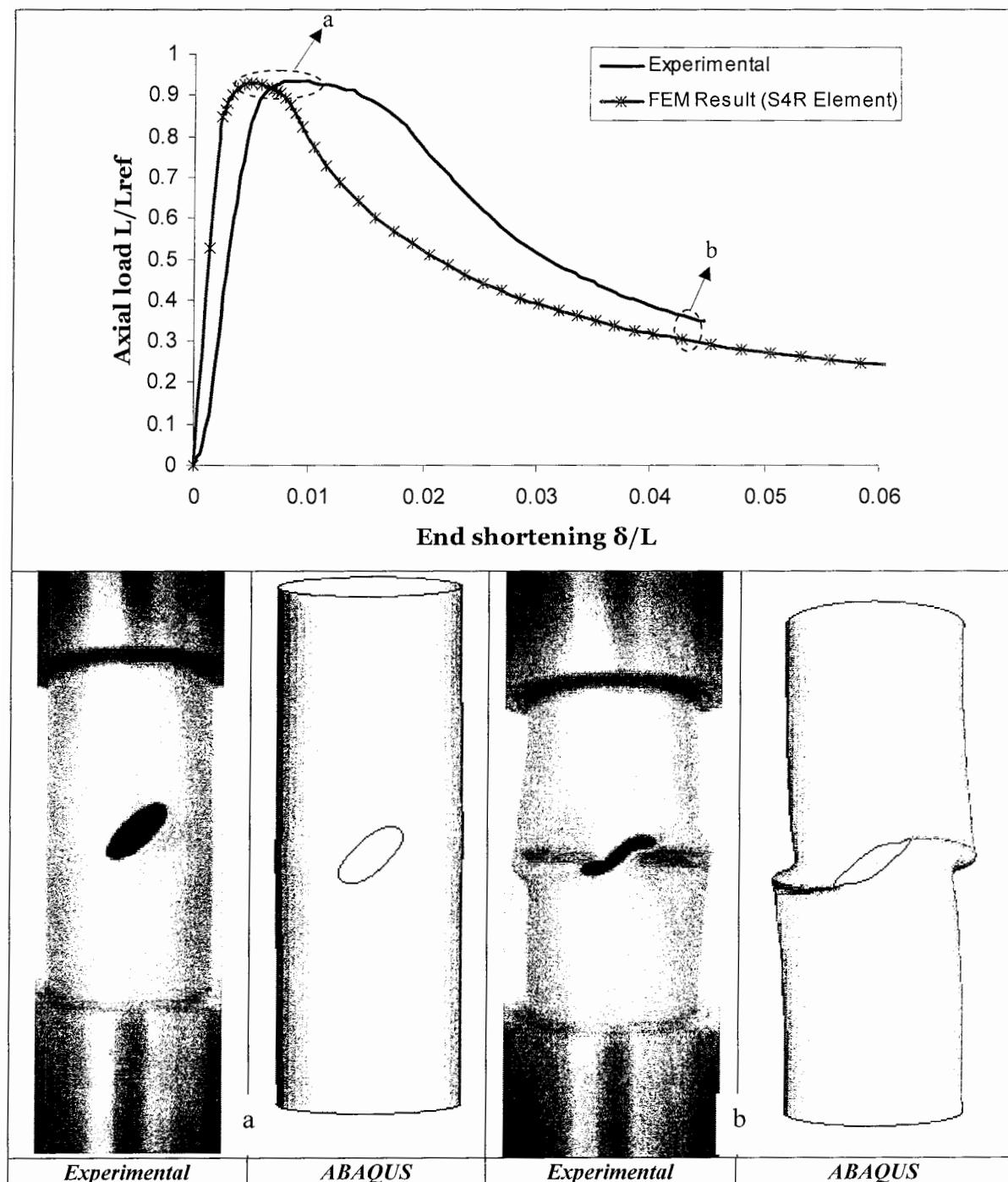
شکل ۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42 - L120 - L_0 60 - 8.27 - 14.07$



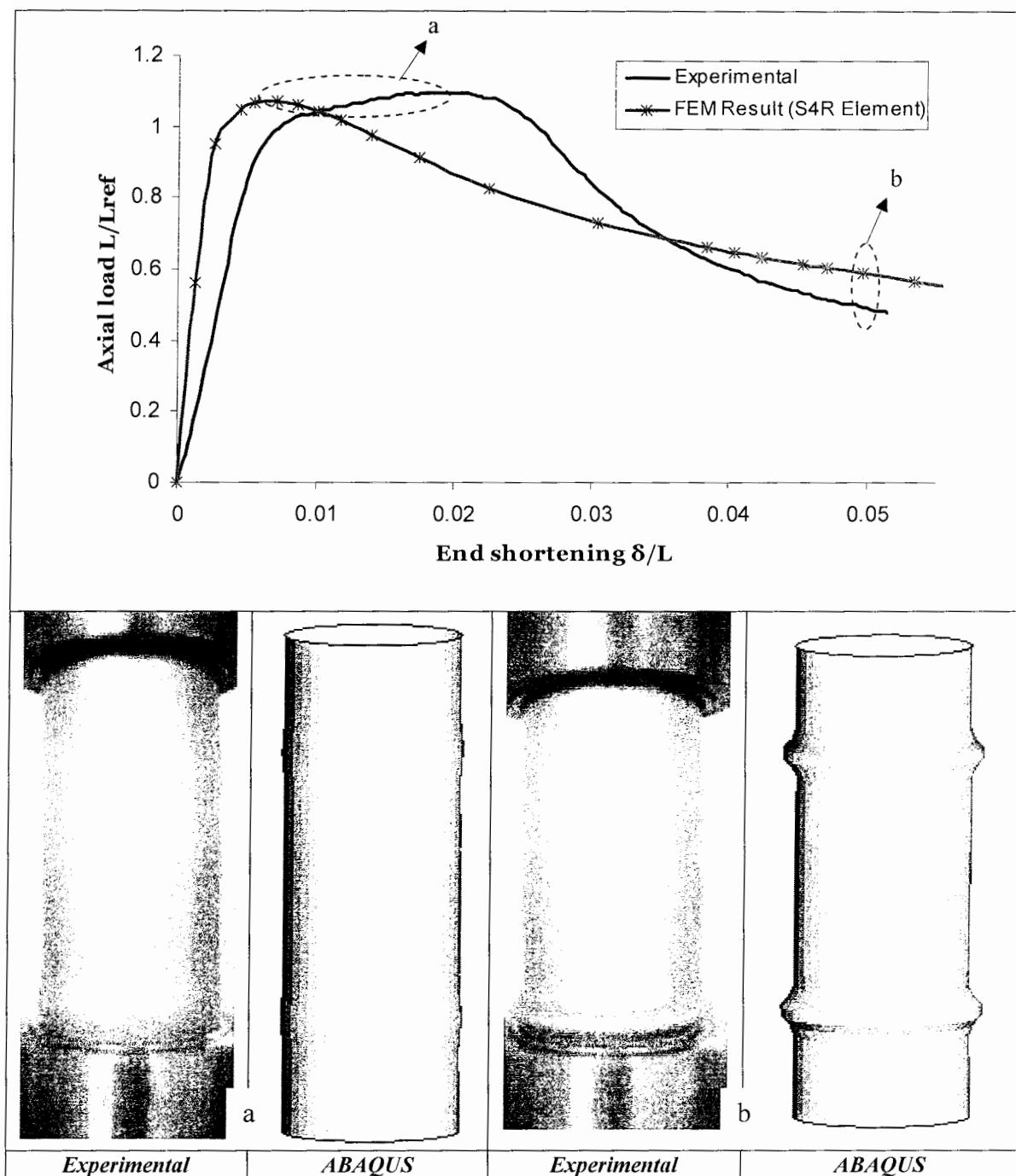
شکل ۱۲-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش D42 - L120 - L_0 84 - 8 - 17.6

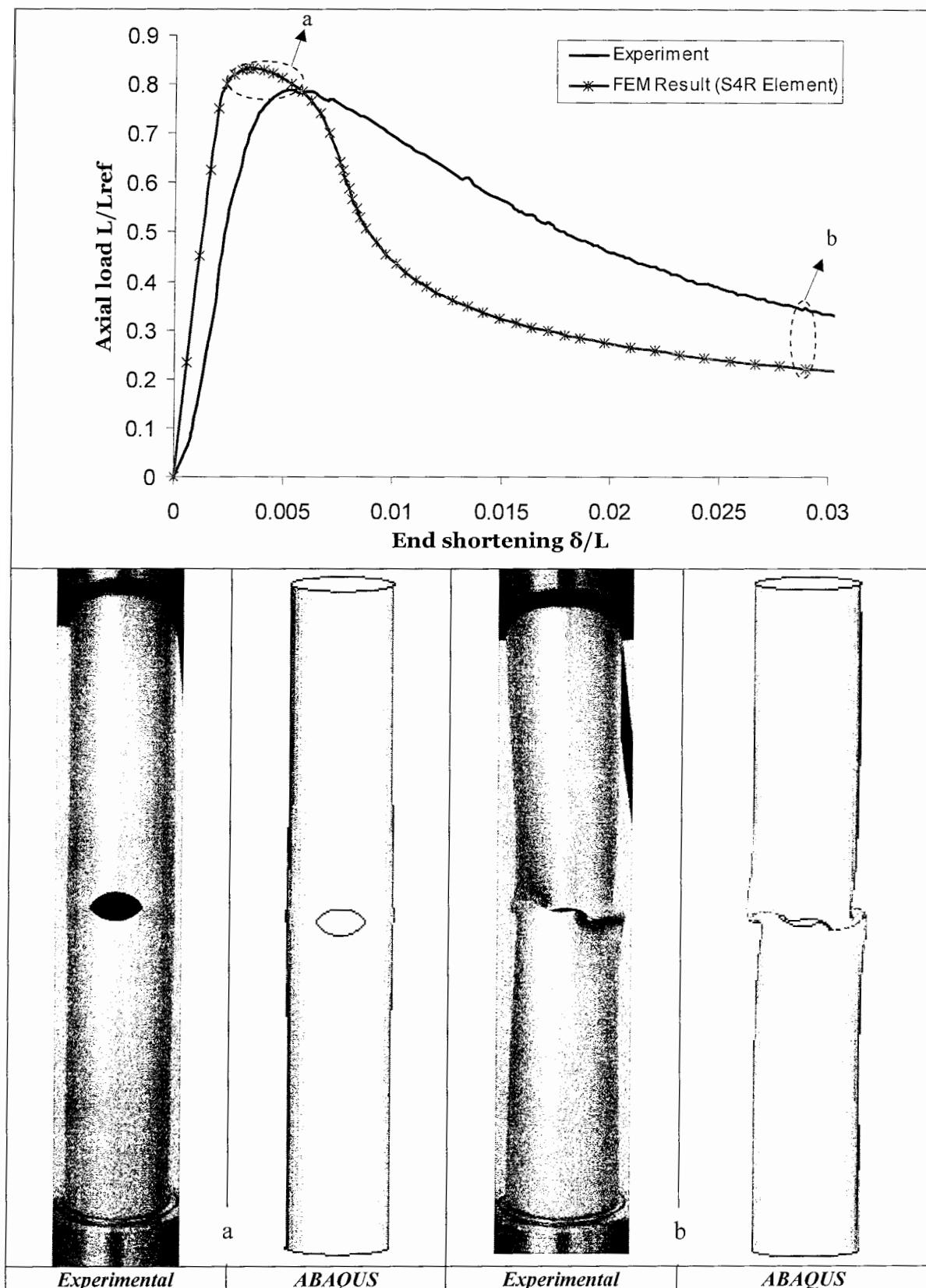


شکل ۱۳-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42 - L120 - L_0 60 - 8 - 17,75 - 45$

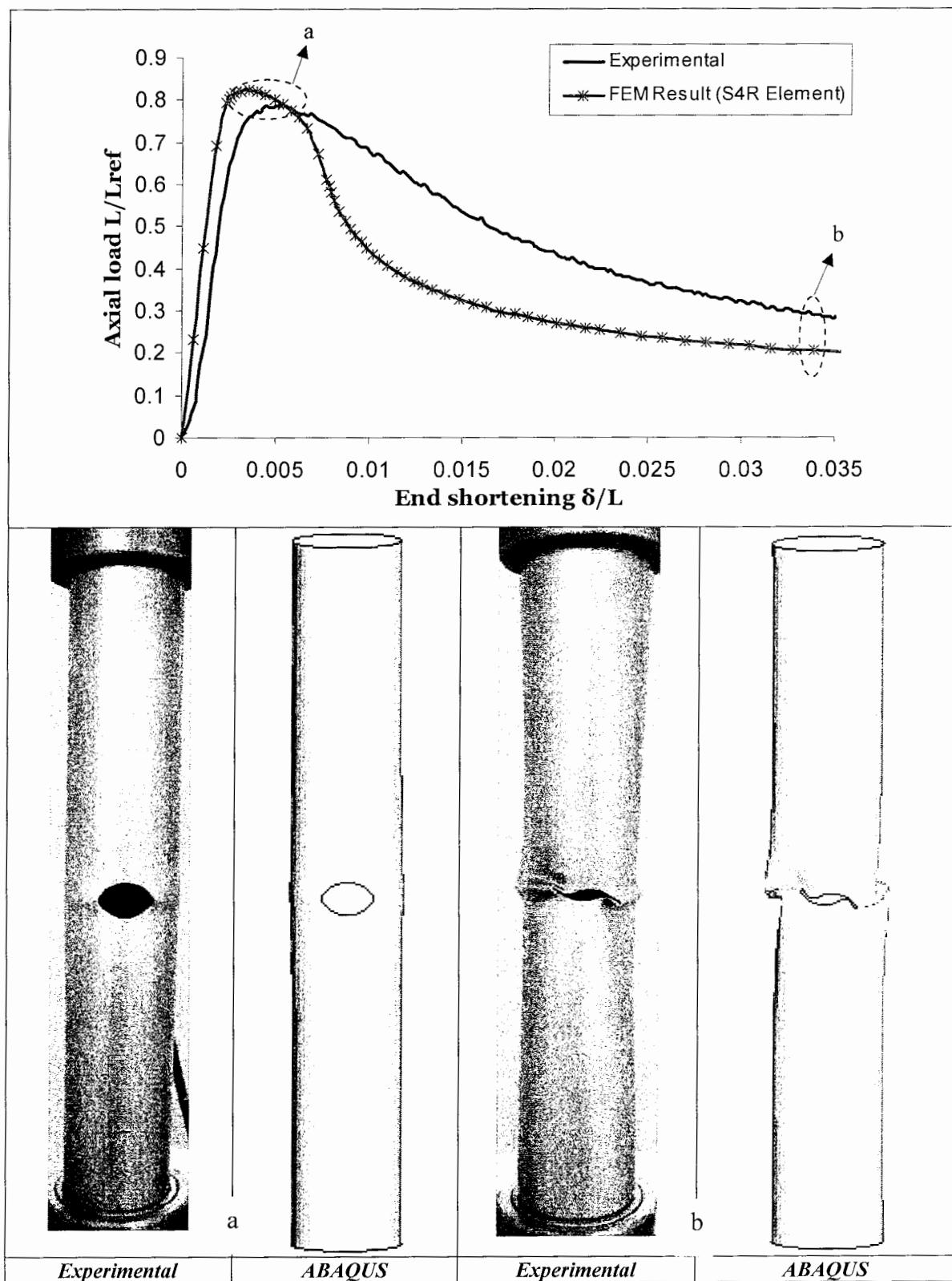


شکل ۱۴-۵- منحنی‌های بار - جایجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه D42-L120-Perfect در حالت‌های کمانش و پس کمانش



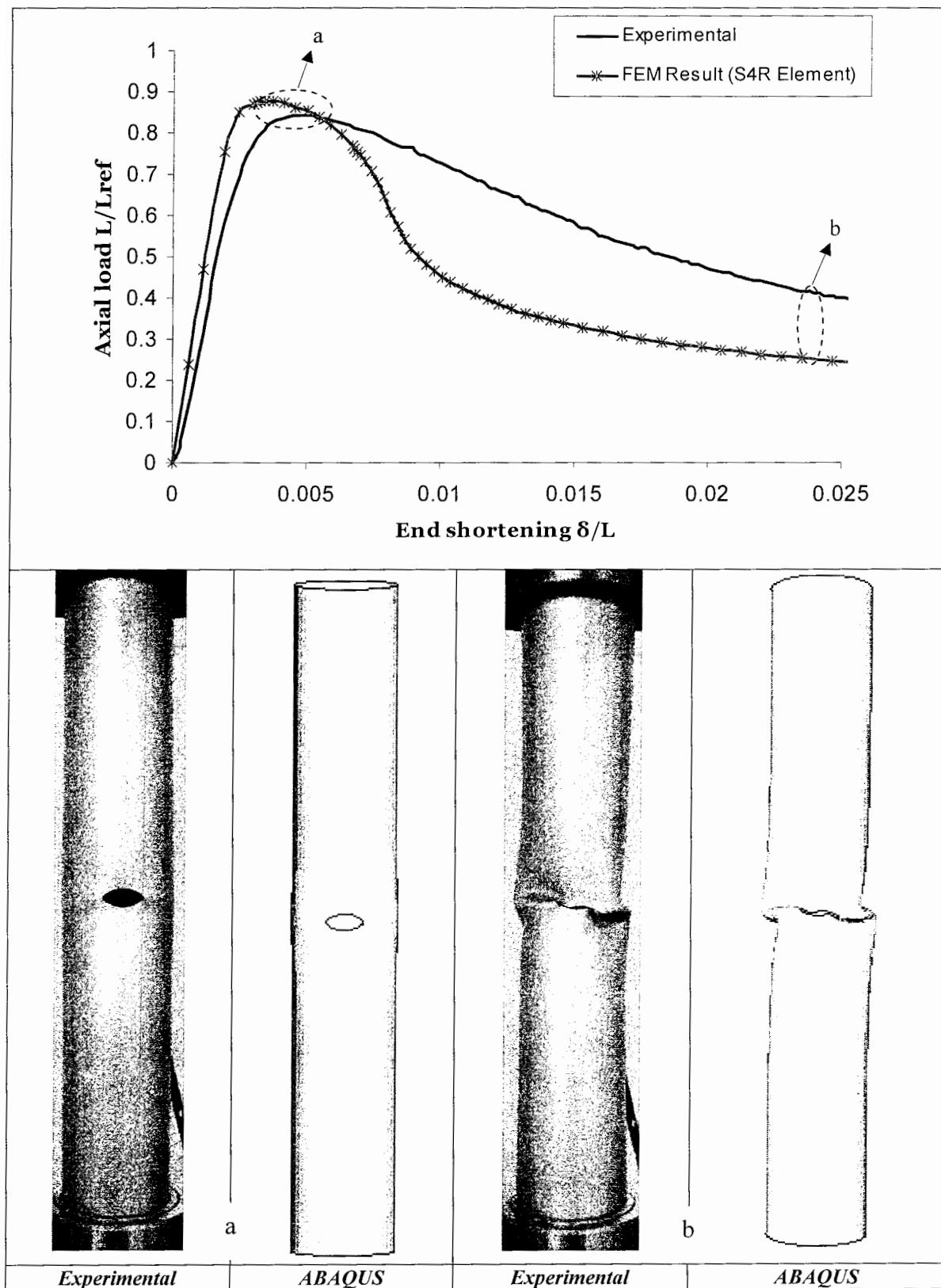
شکل ۱۵-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

$D42 - L273 - L_0 136.5 - 12 - 17.8$ در حالتهای کمانش و پس کمانش



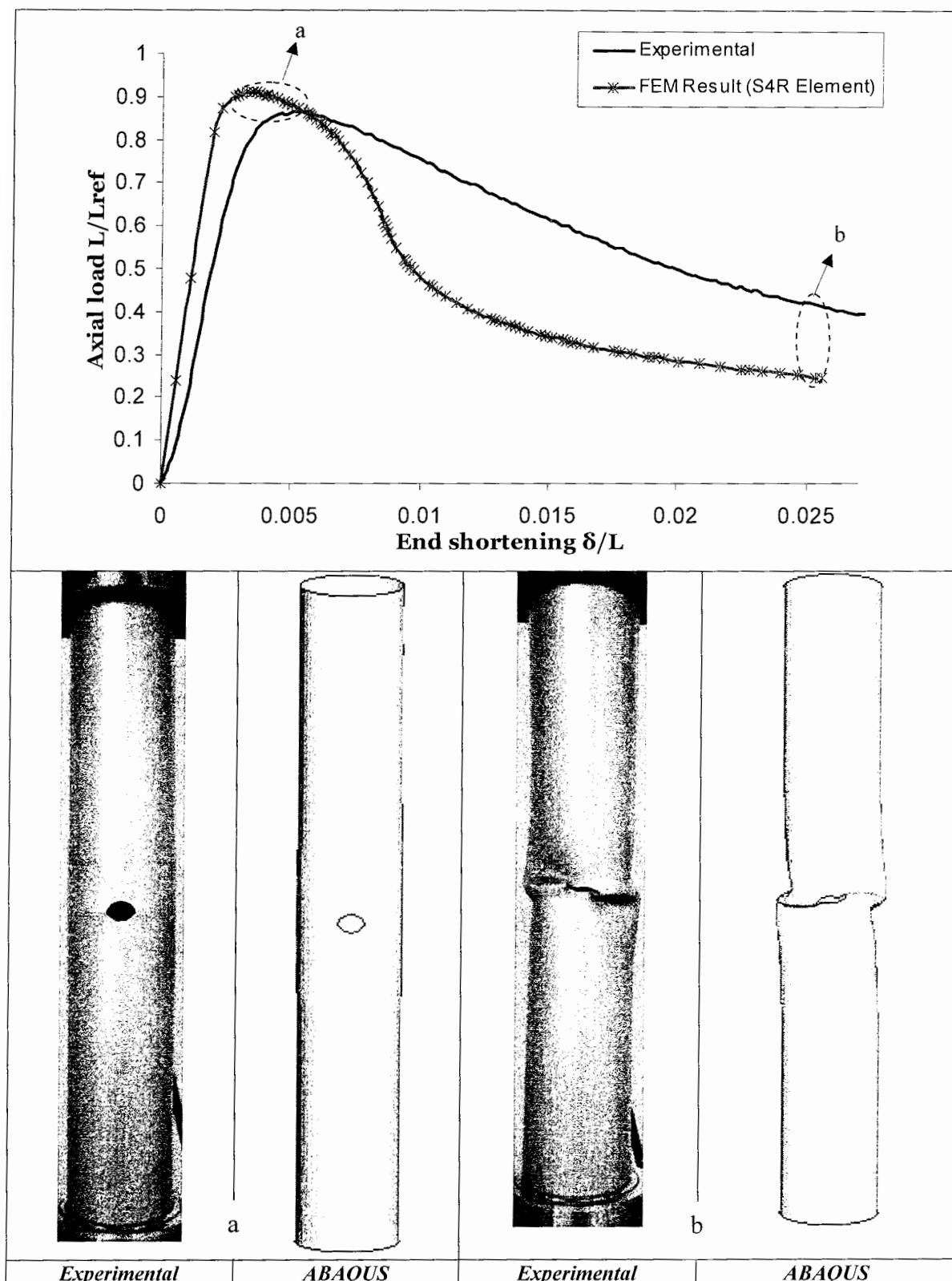
شکل ۵-۱۶- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42 - L273 - L_0 136.5 - 14.08 - 18$

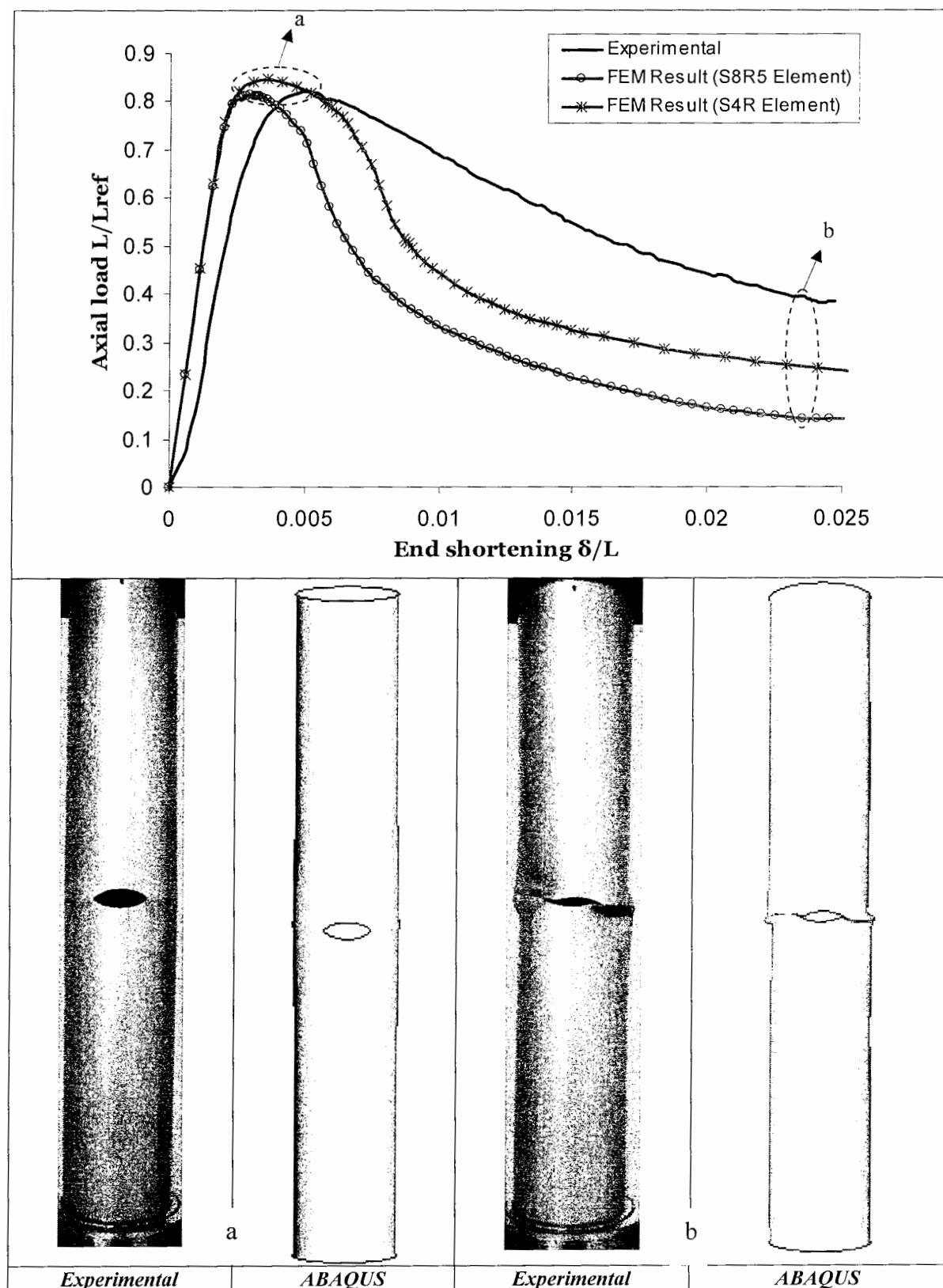


شکل ۱۷-۵- منحنی‌های بار - جایگایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42 - L273 - L_0 136.5 - 7.96 - 13.84$

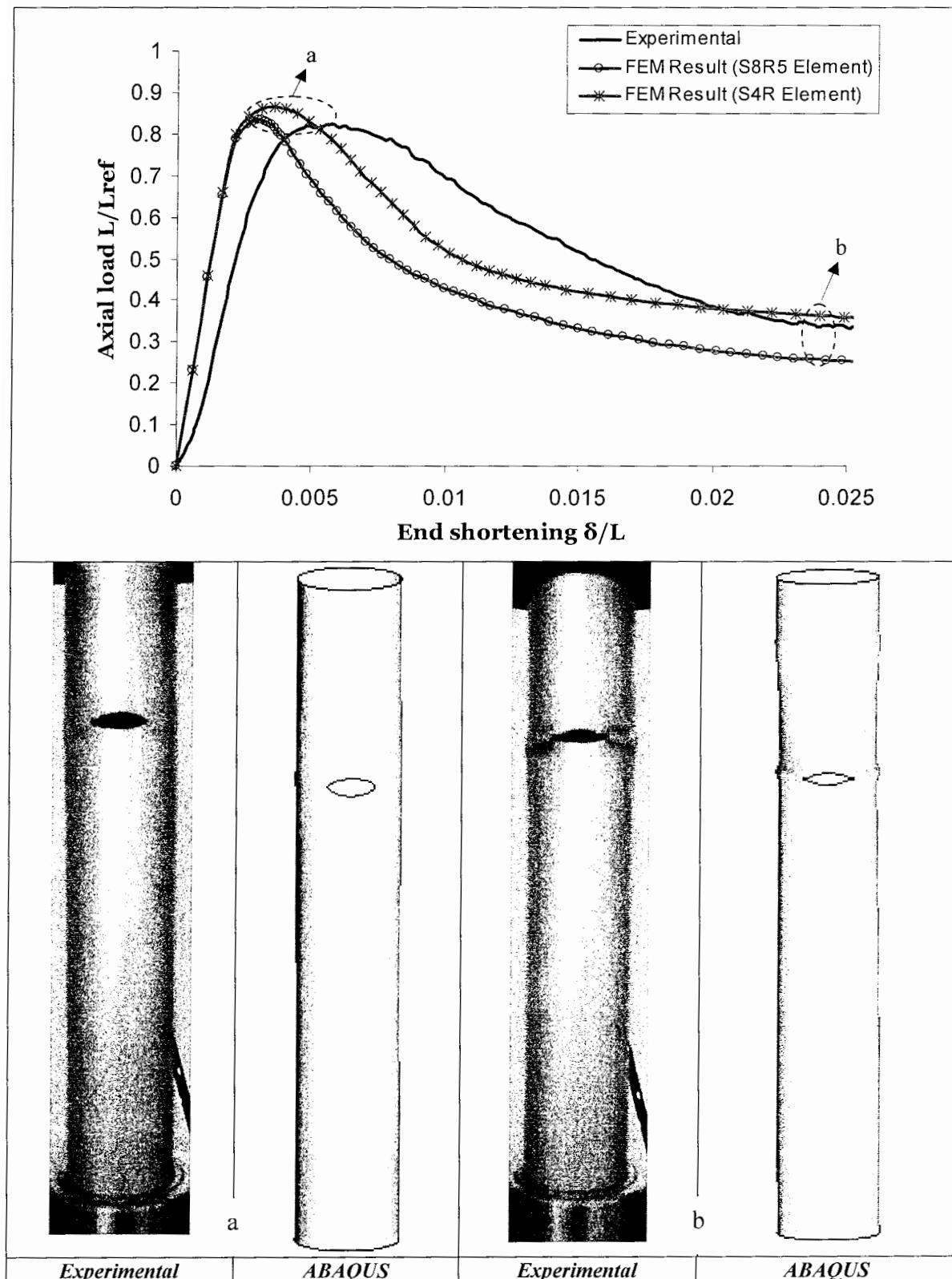


شکل ۱۸-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه در حالت‌های کمانش D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 9.95



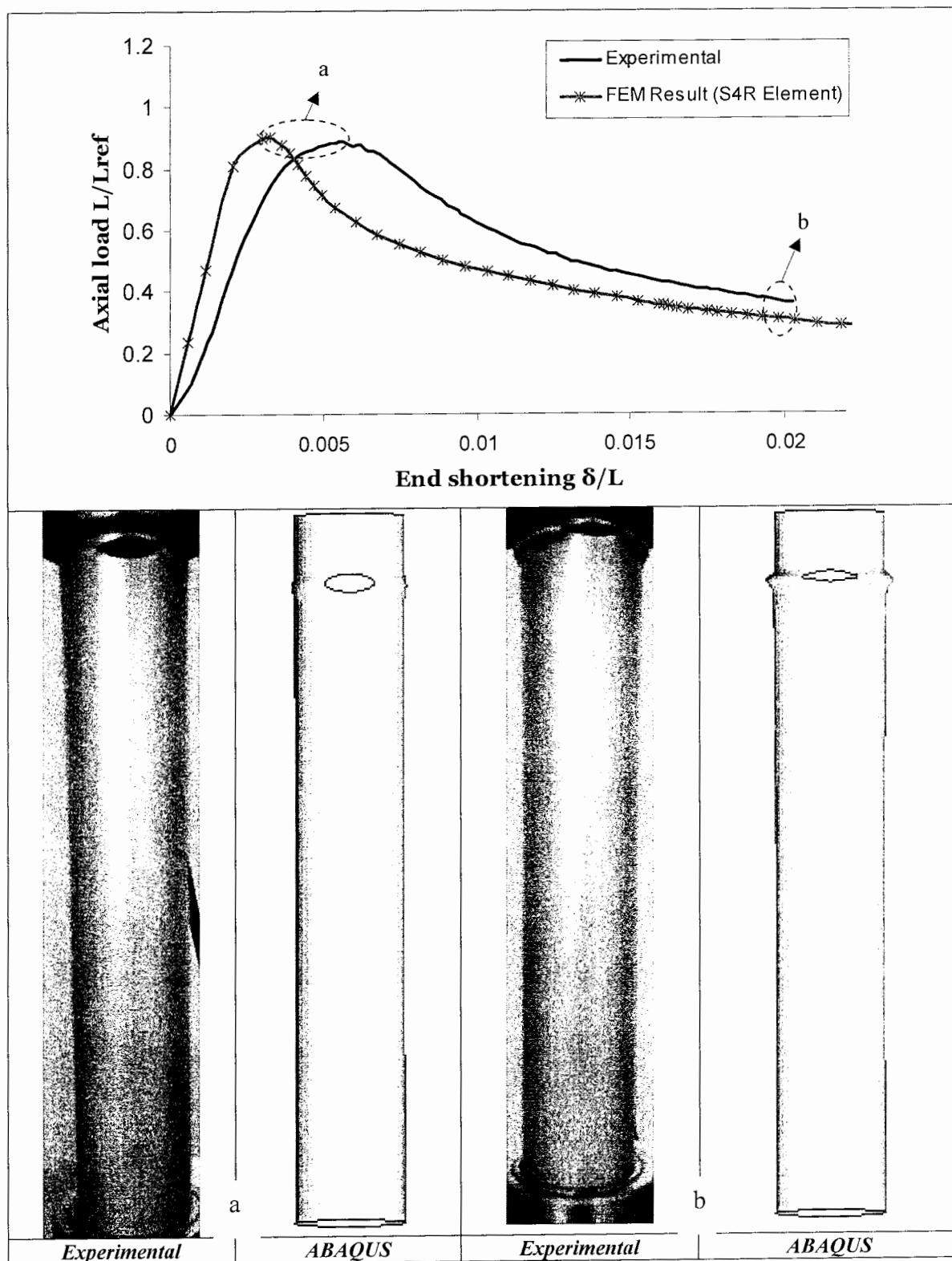
شکل ۵-۱۹- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالتهای کمانش و پس کمانش $D42-L273-L_0136.5-8-17.68$



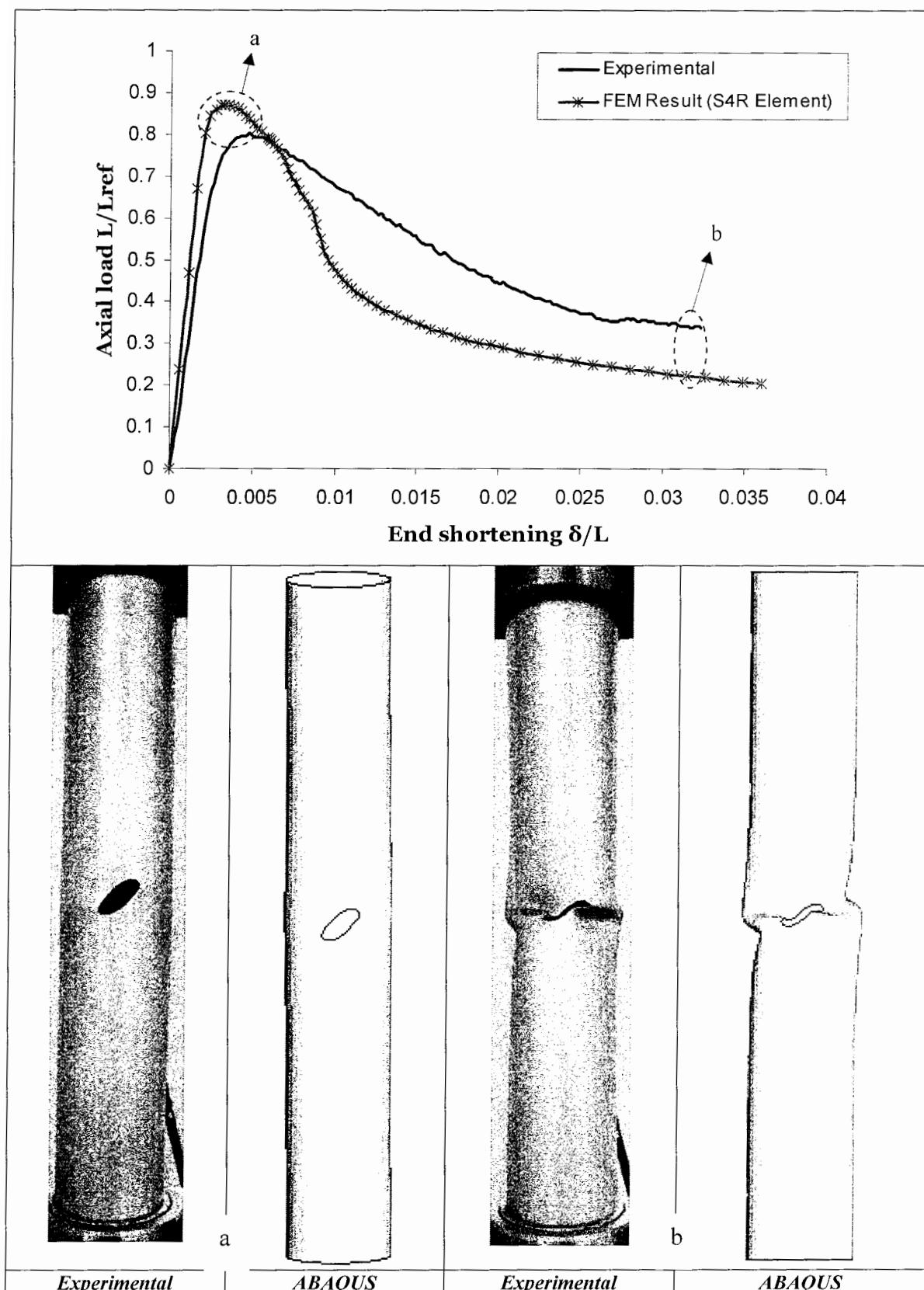
شکل ۲۰-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42-L273-L_0191.1-7.96-18.25$

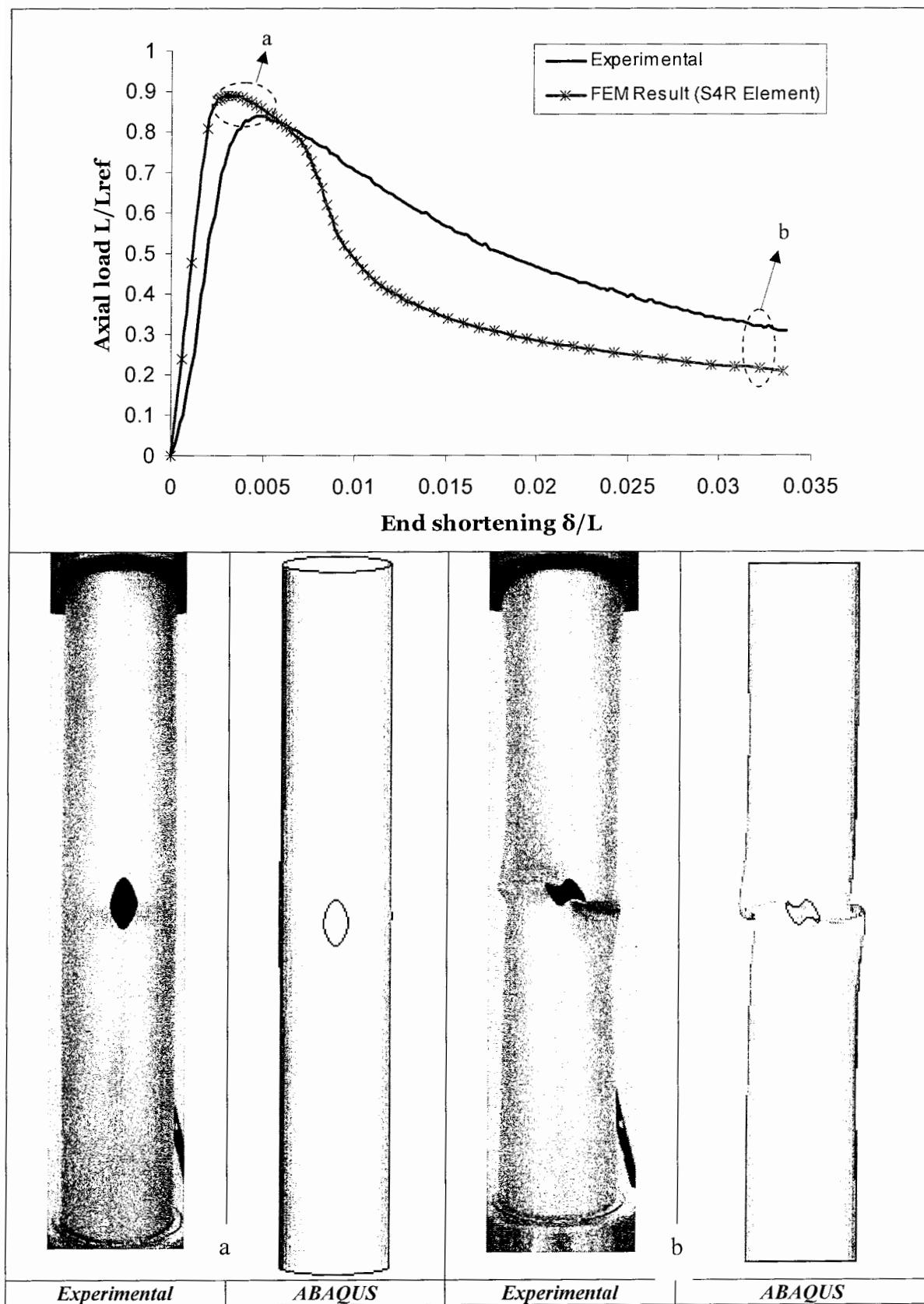


شکل ۲۱-۵- منحنی های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

$D42 - L273 - L_0 245.7 - 7.98 - 17.94$

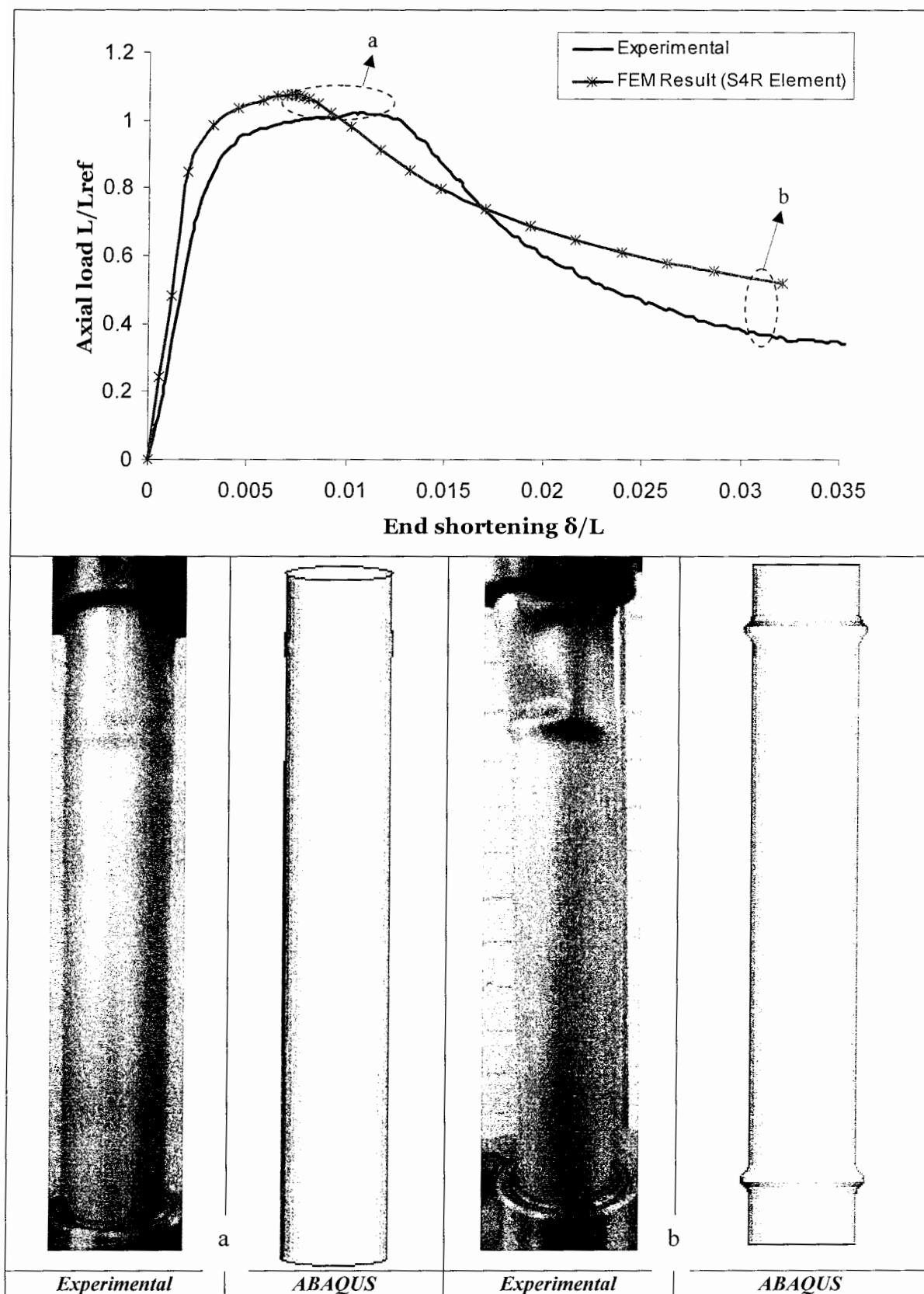


شکل ۲۲-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه
در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42-L273-L_0 136.5-7.98-17.68-45$

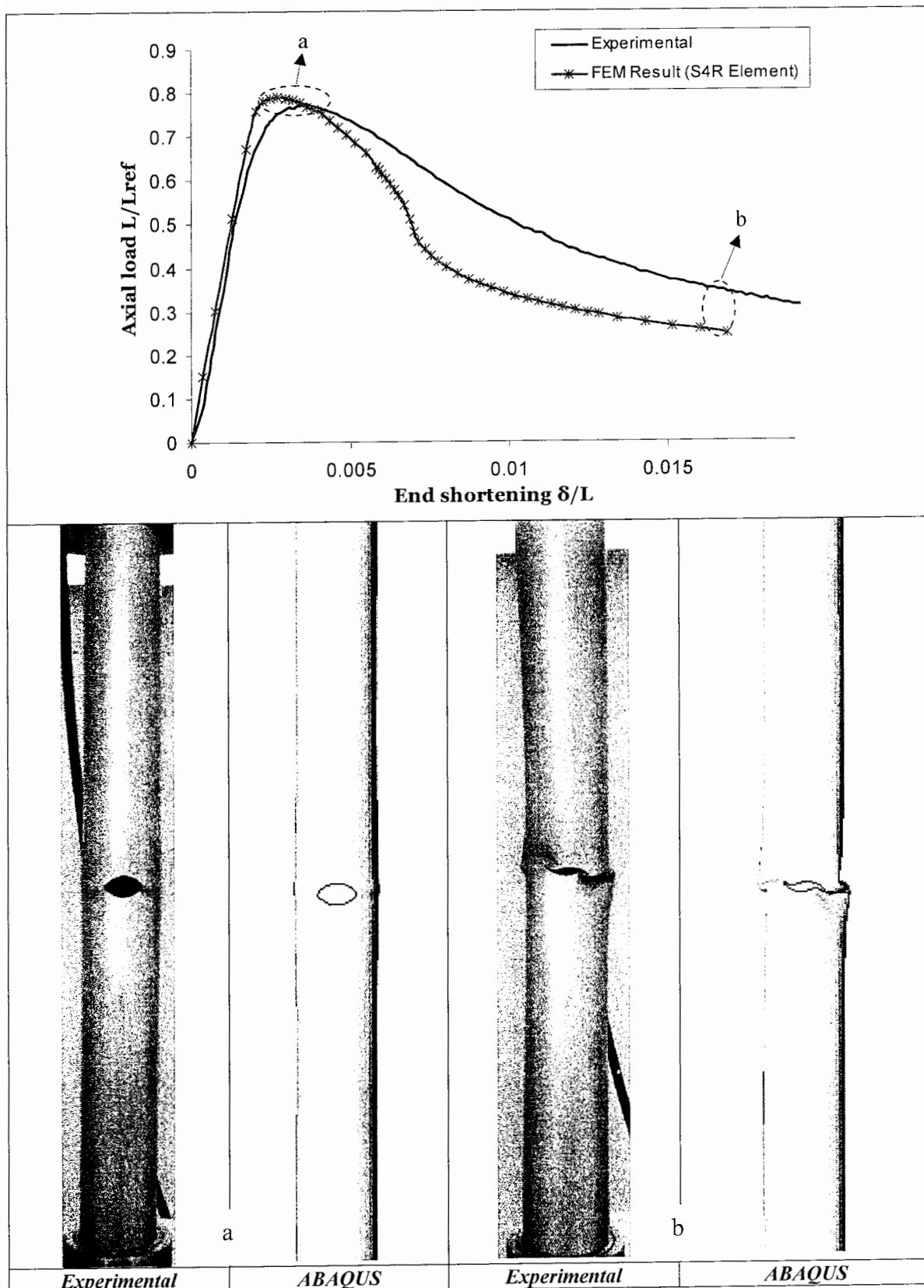


شکل ۵-۲۳- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های D42 - L273 - L_0 136.5 - 8 - 18.38 - 90 کمانش و پس

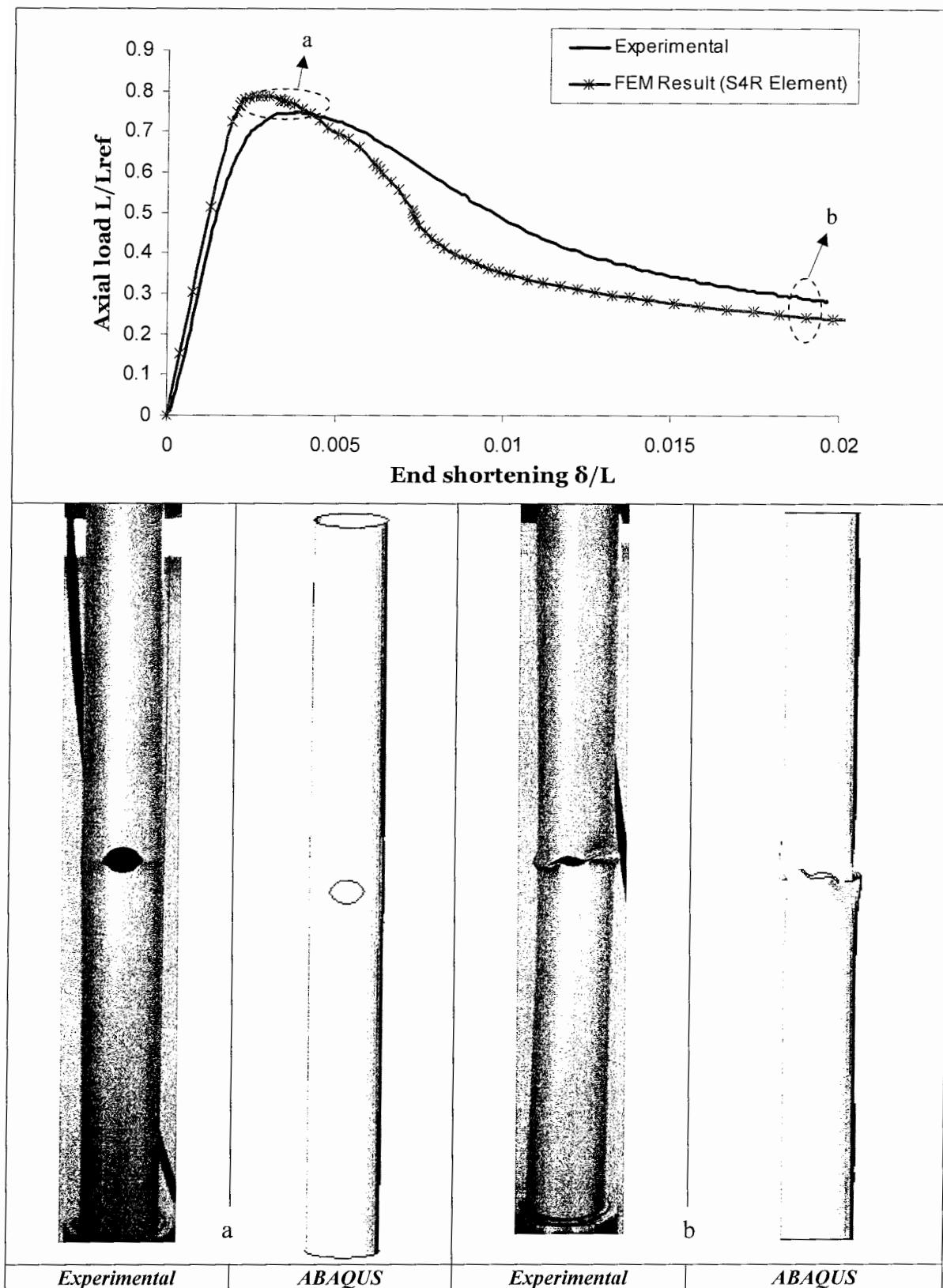


شکل ۲۴-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه D42-L273-Perfect در حالت‌های کمانش و پس کمانش



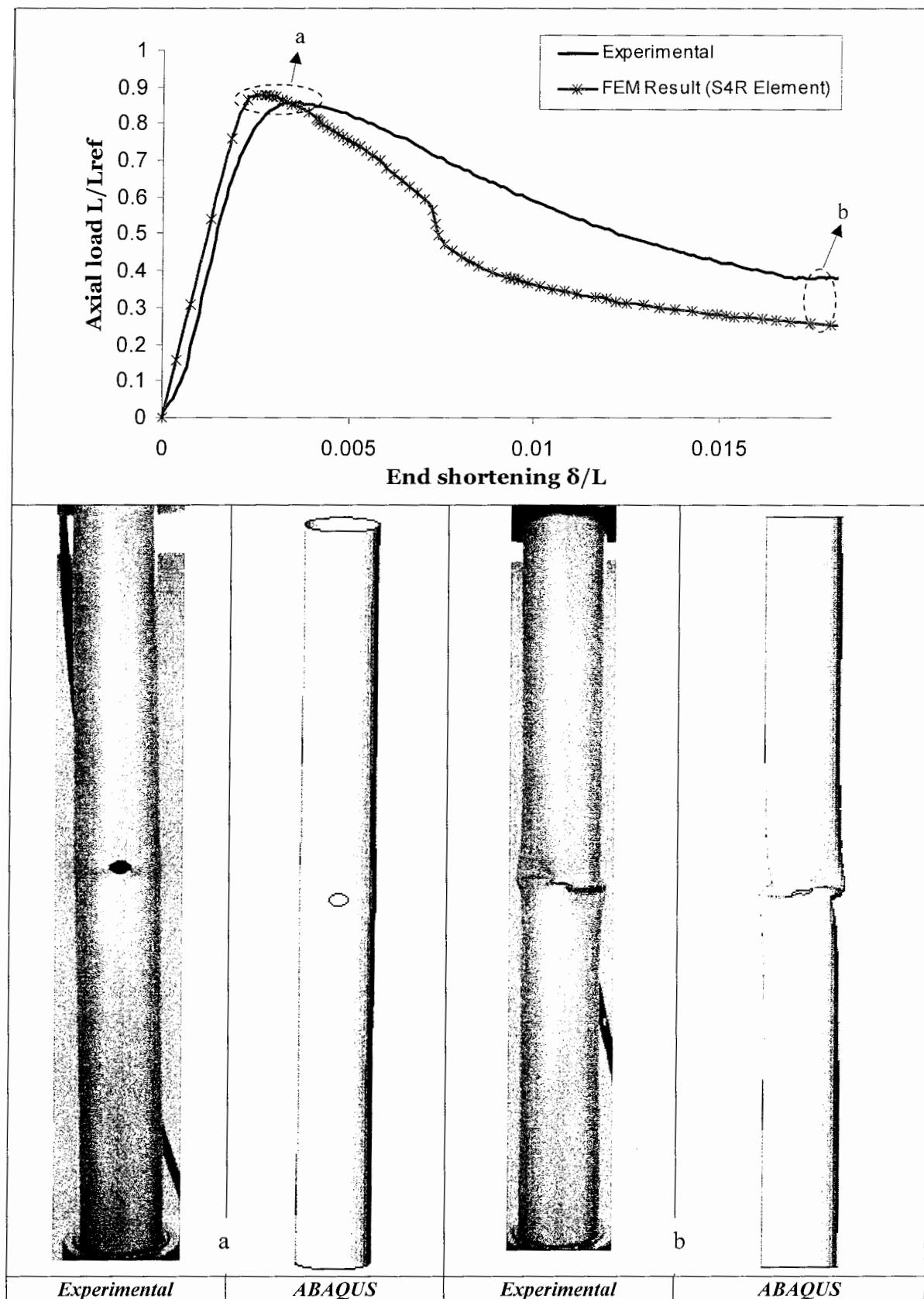
شکل ۵-۲۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

D42 - L420 - L_0 210 - 12.05 - 17.95 در حالتهای کمانش و پس کمانش



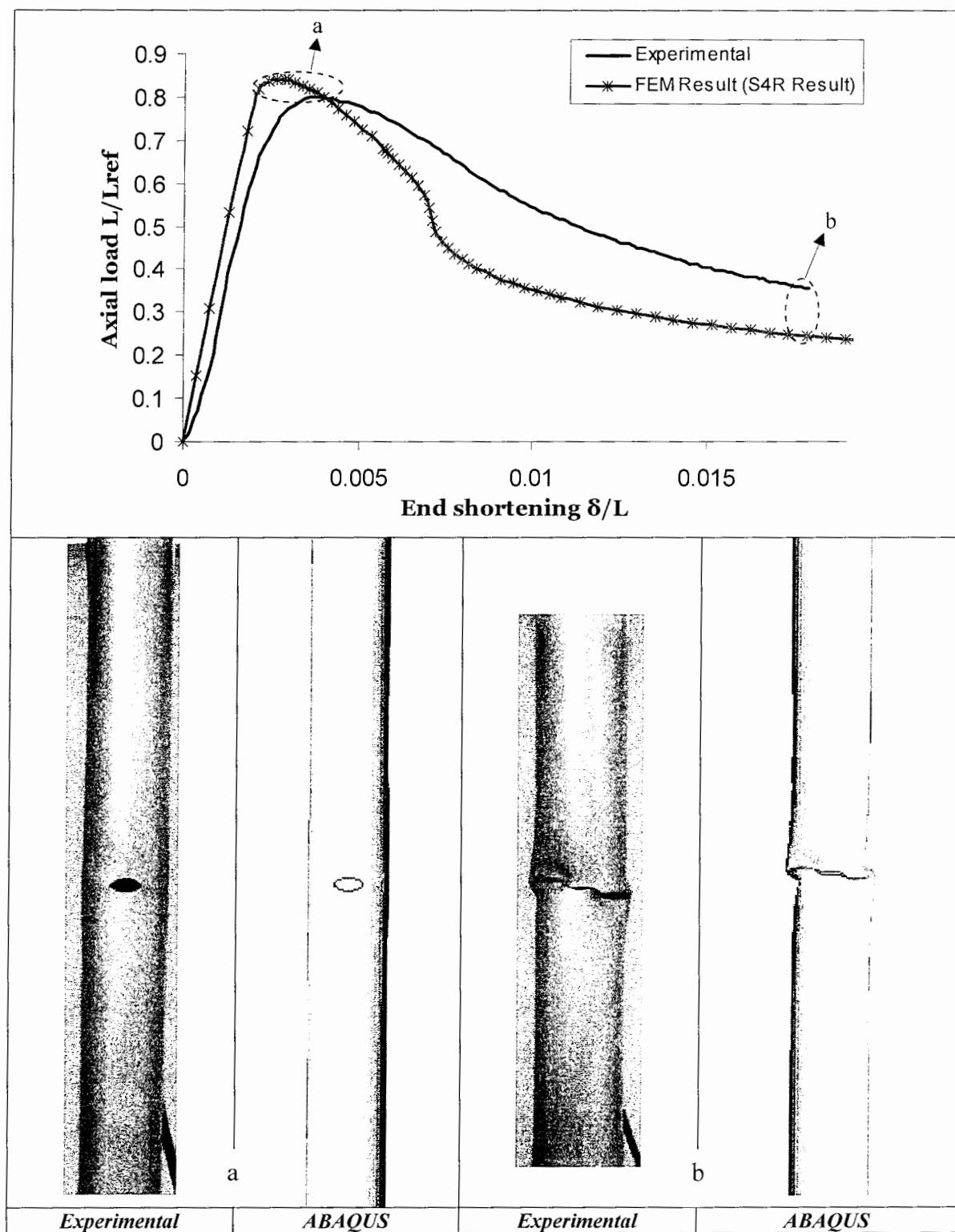
شکل ۵-۲۶- منحنی‌های بار - جایجاپی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42 - L420 - L_0 210 - 14.05 - 17.95$



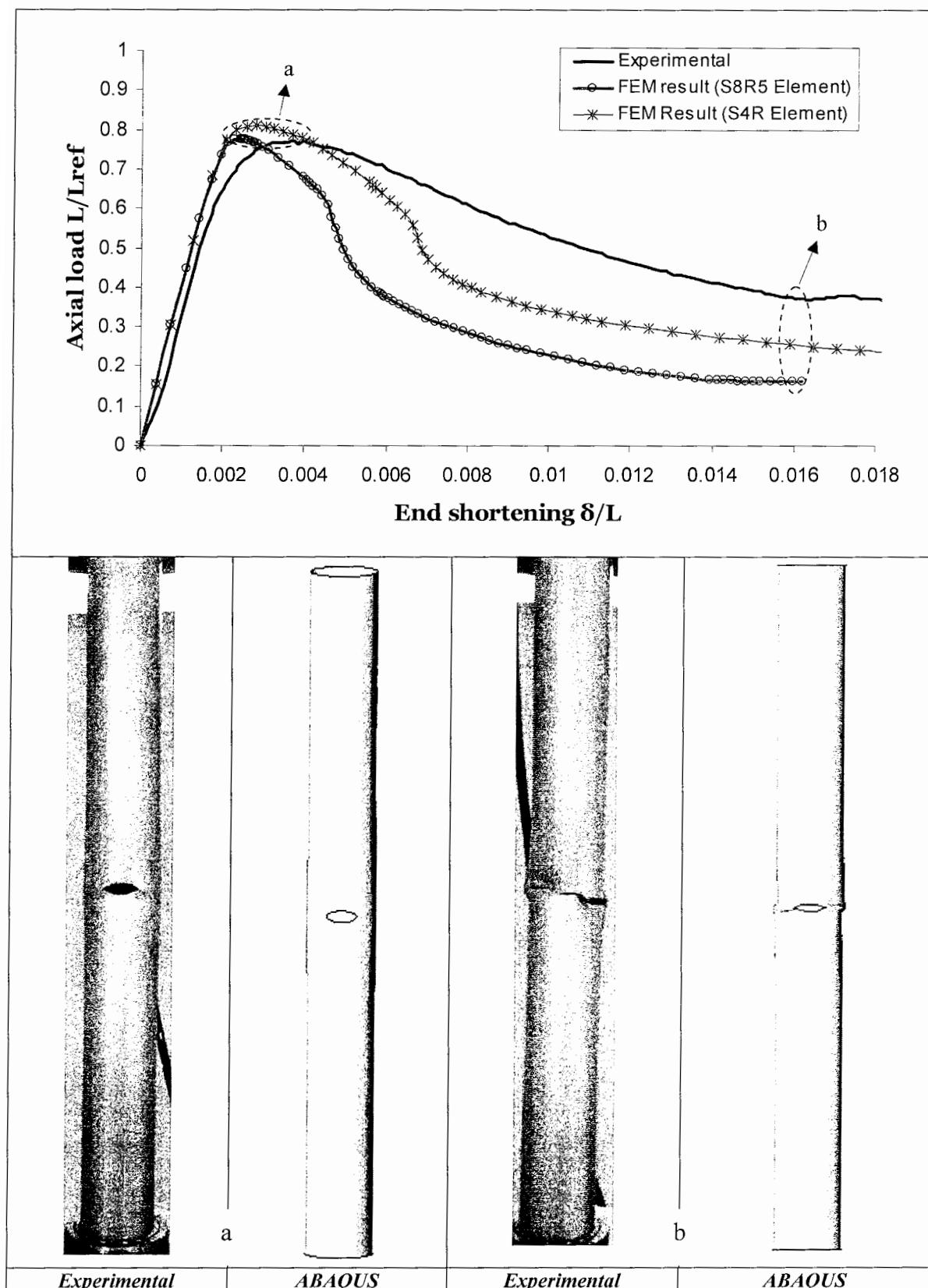
شکل ۵-۲۷- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالتهای $D42 - L420 - L_0 210 - 8 - 9.98$ کمانش و پس کمانش



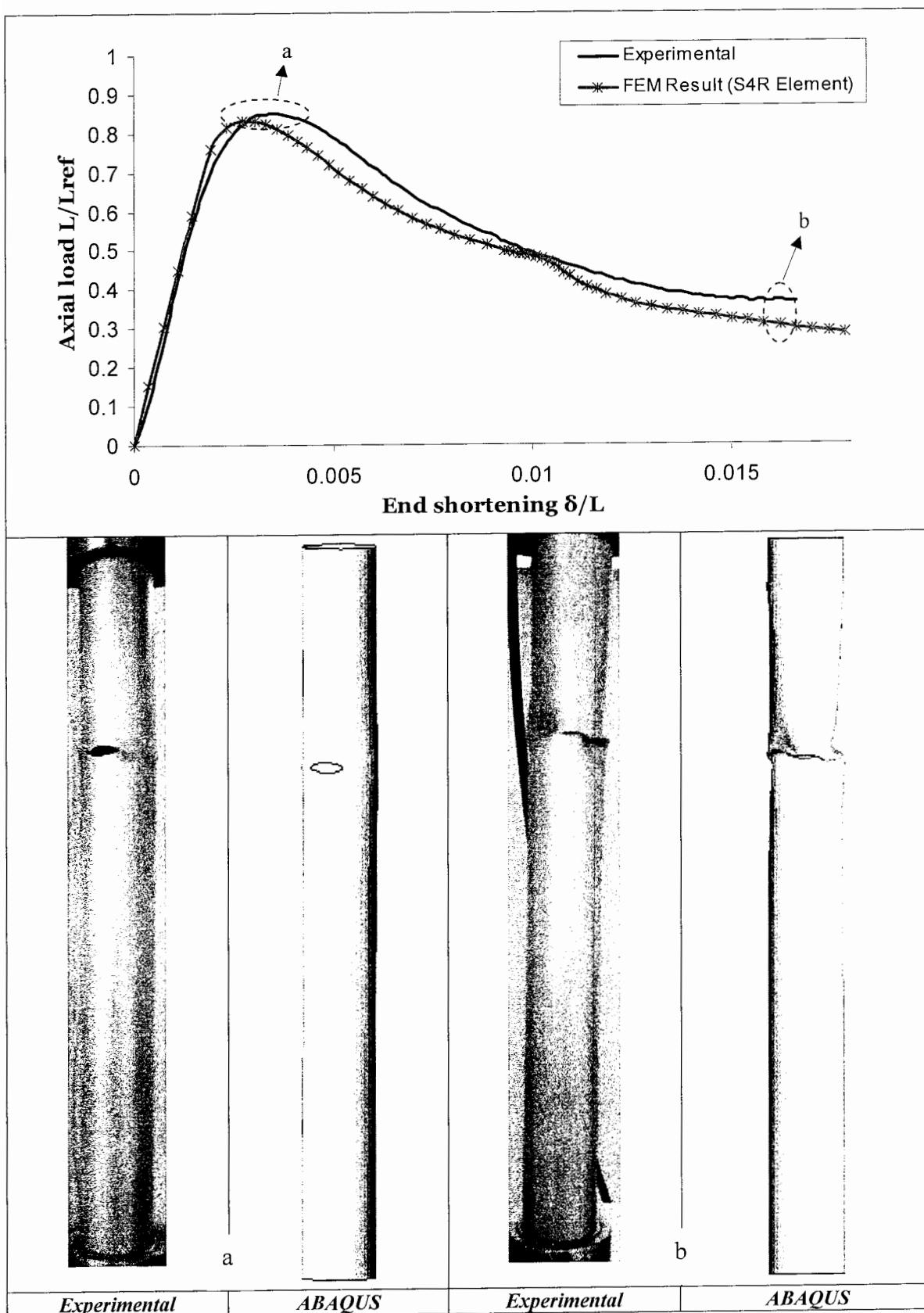
شکل ۵-۲۸-۵- منحنی‌های بار - جایجاوی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالتهای کمانش D42-L420- L_0 210-8-14.05 پس کمانش



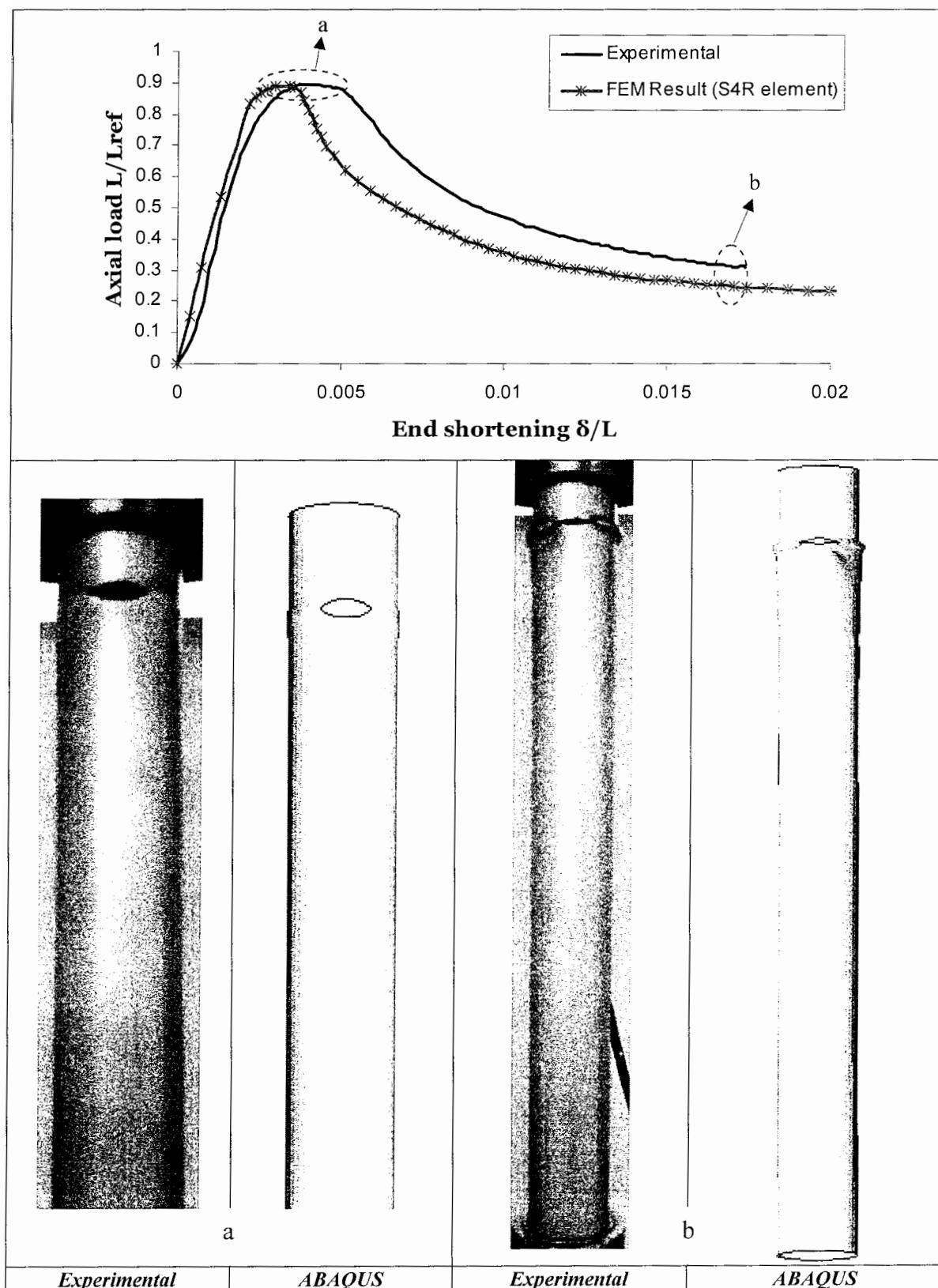
شکل ۲۹-۵- منحنی های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت های کمانش و پس کمانش $D42-L420-L_0 210-8-17.7$



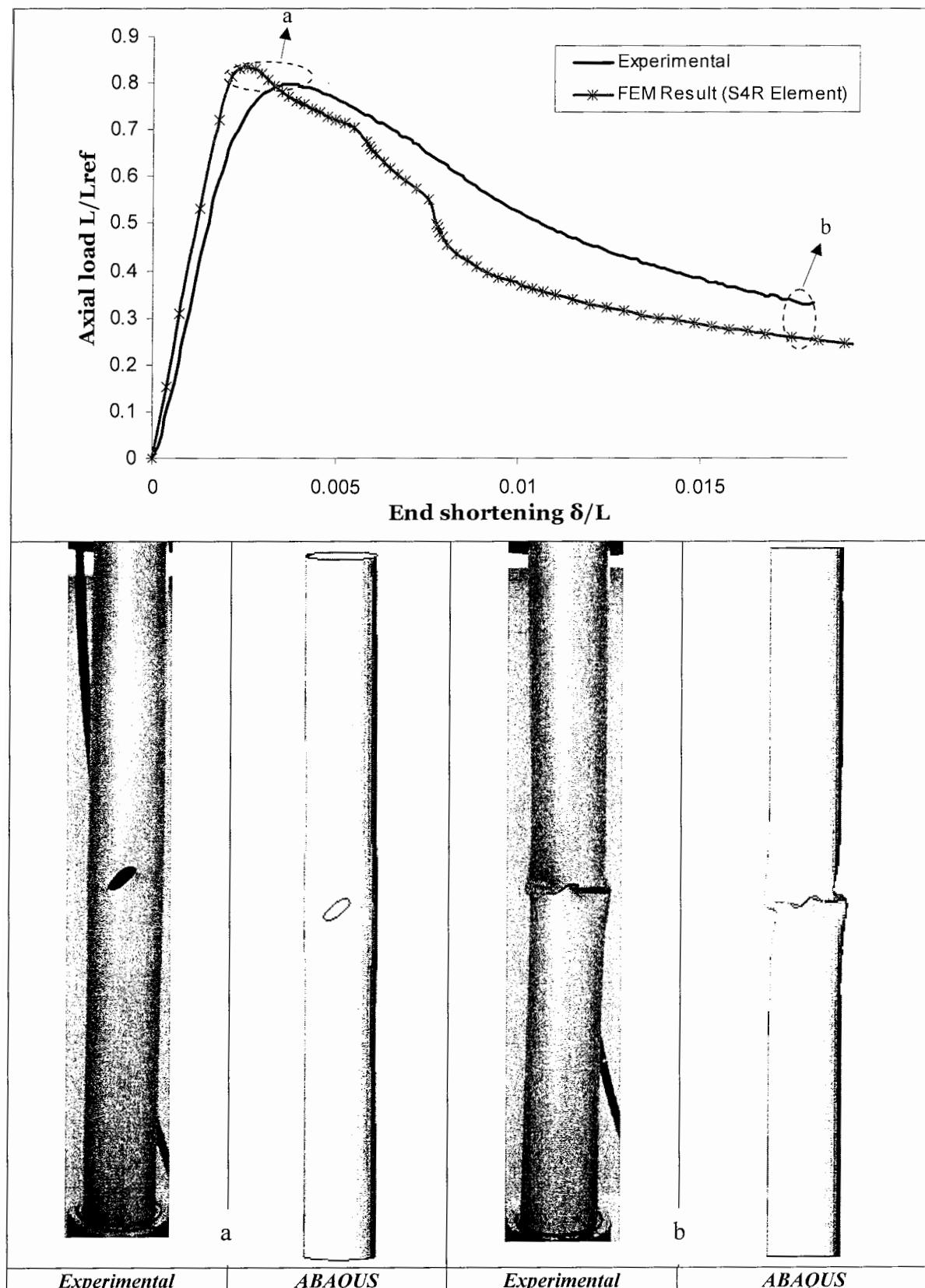
شكل ۳۰-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های D42 - L420 - L_0 294 - 8 - 18.15 کمانش و پس کمانش



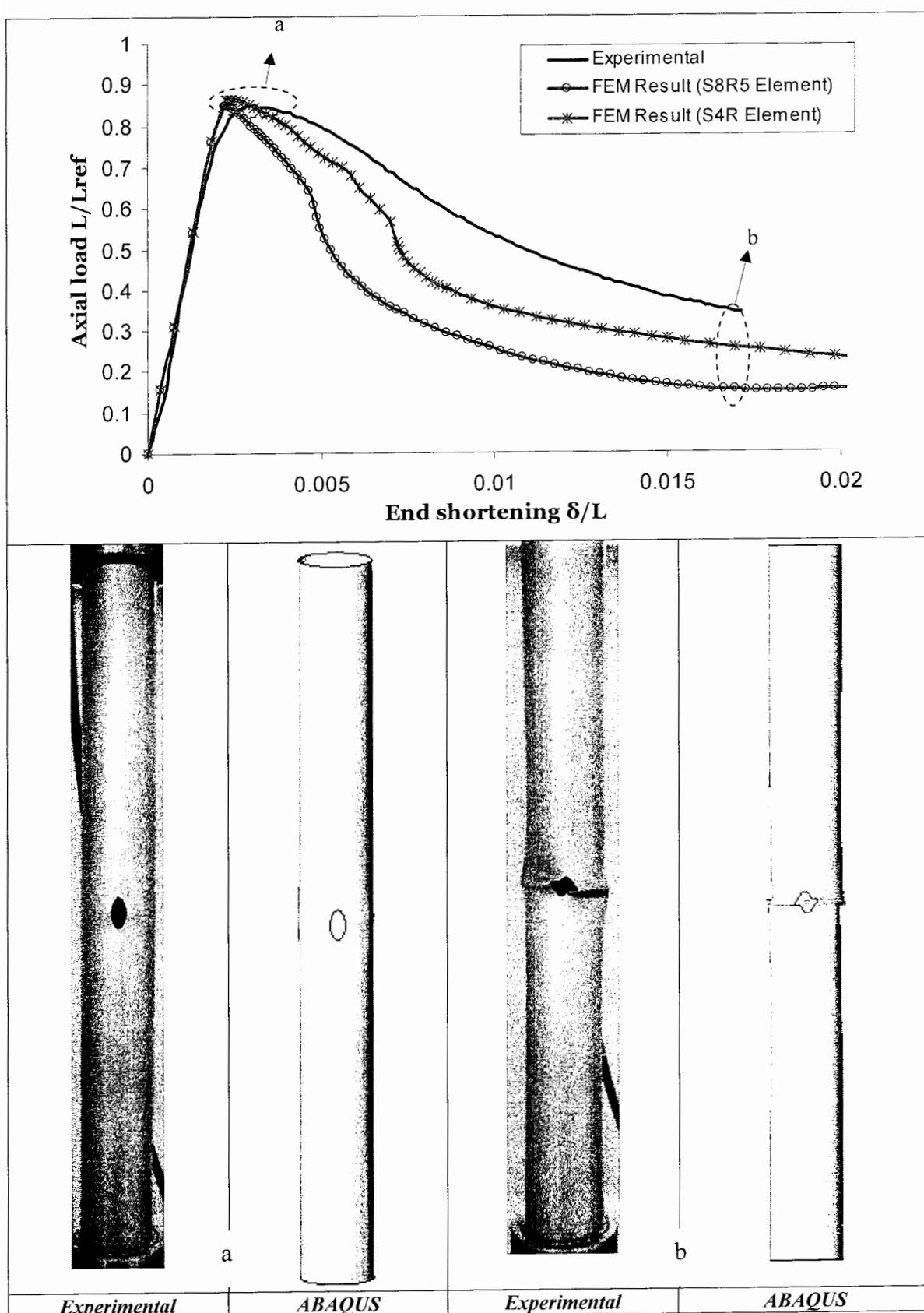
شکل ۳۱-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42-L420-L_0378-8-18.04$



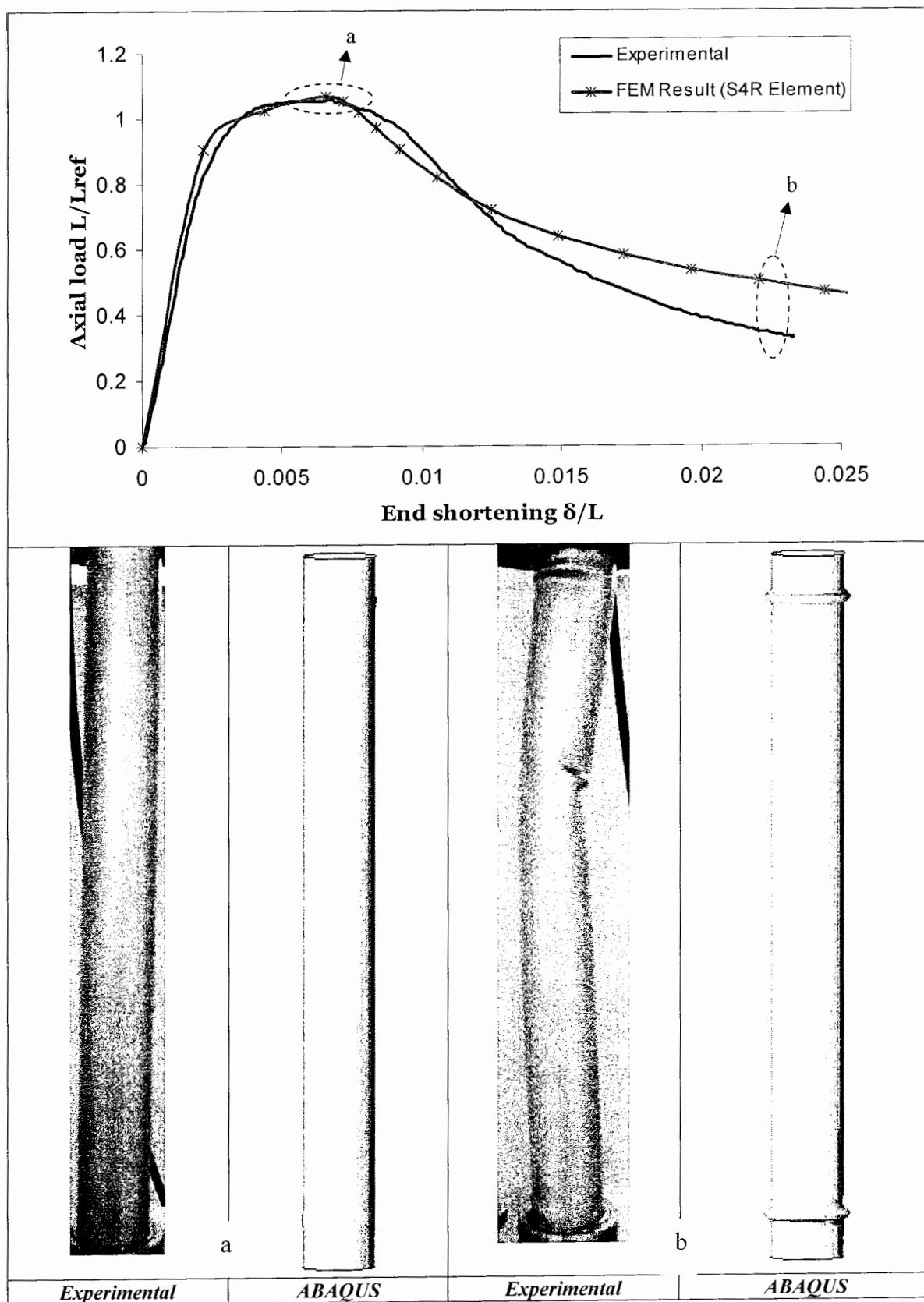
شکل ۵-۳۲- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش D42 - L420 - L_0 210 - 7.95 - 18 - 45 پس کمانش

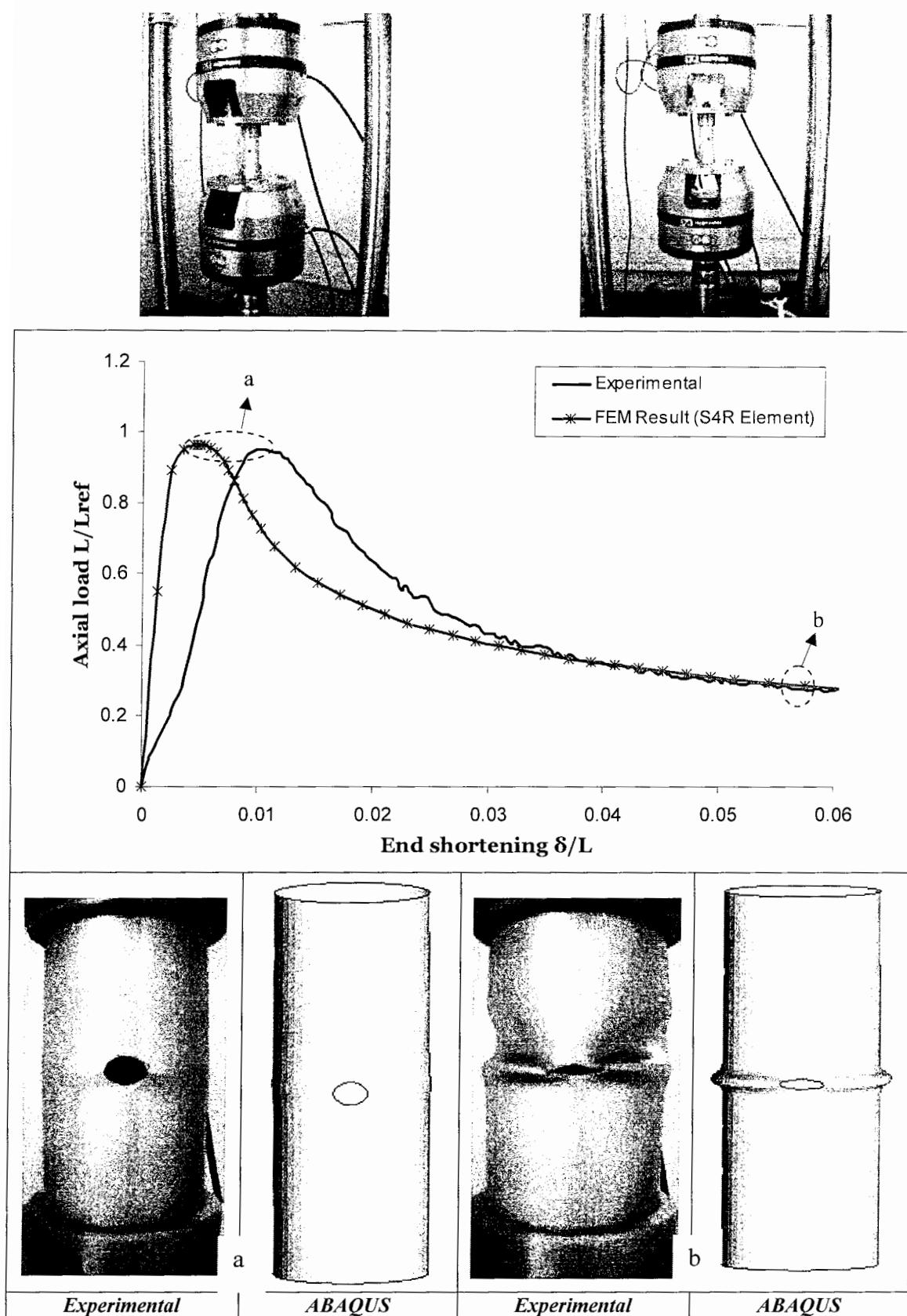


شکل ۵-۳۳- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

$D42 - L420 - L_0 210 - 7.9 - 17.92 - 90$ در حالت‌های کمانش و پس کمانش

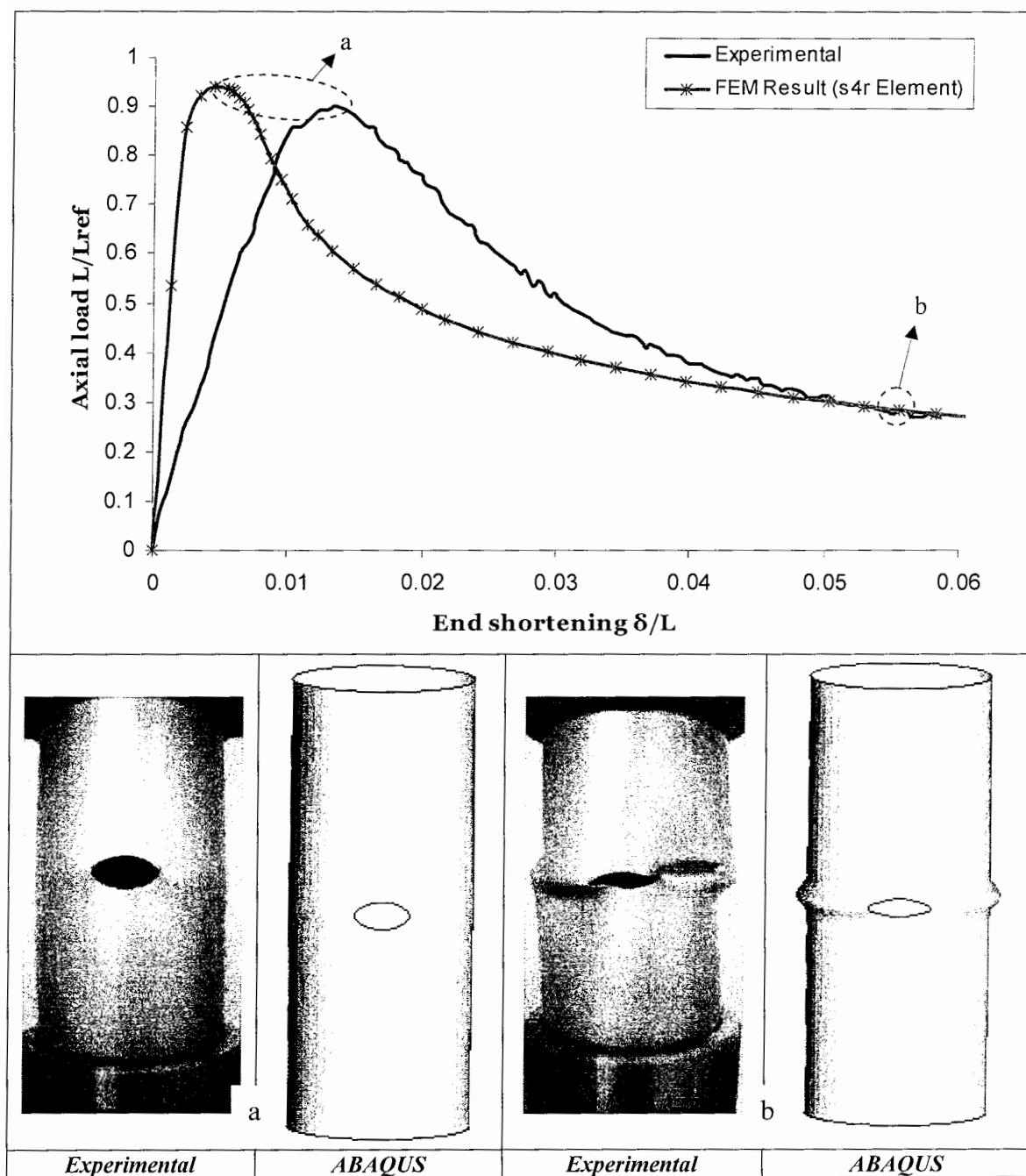


شکل ۵-۳۴-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه D42-L420 - Perfect در حالت‌های کمانش و پس کمانش



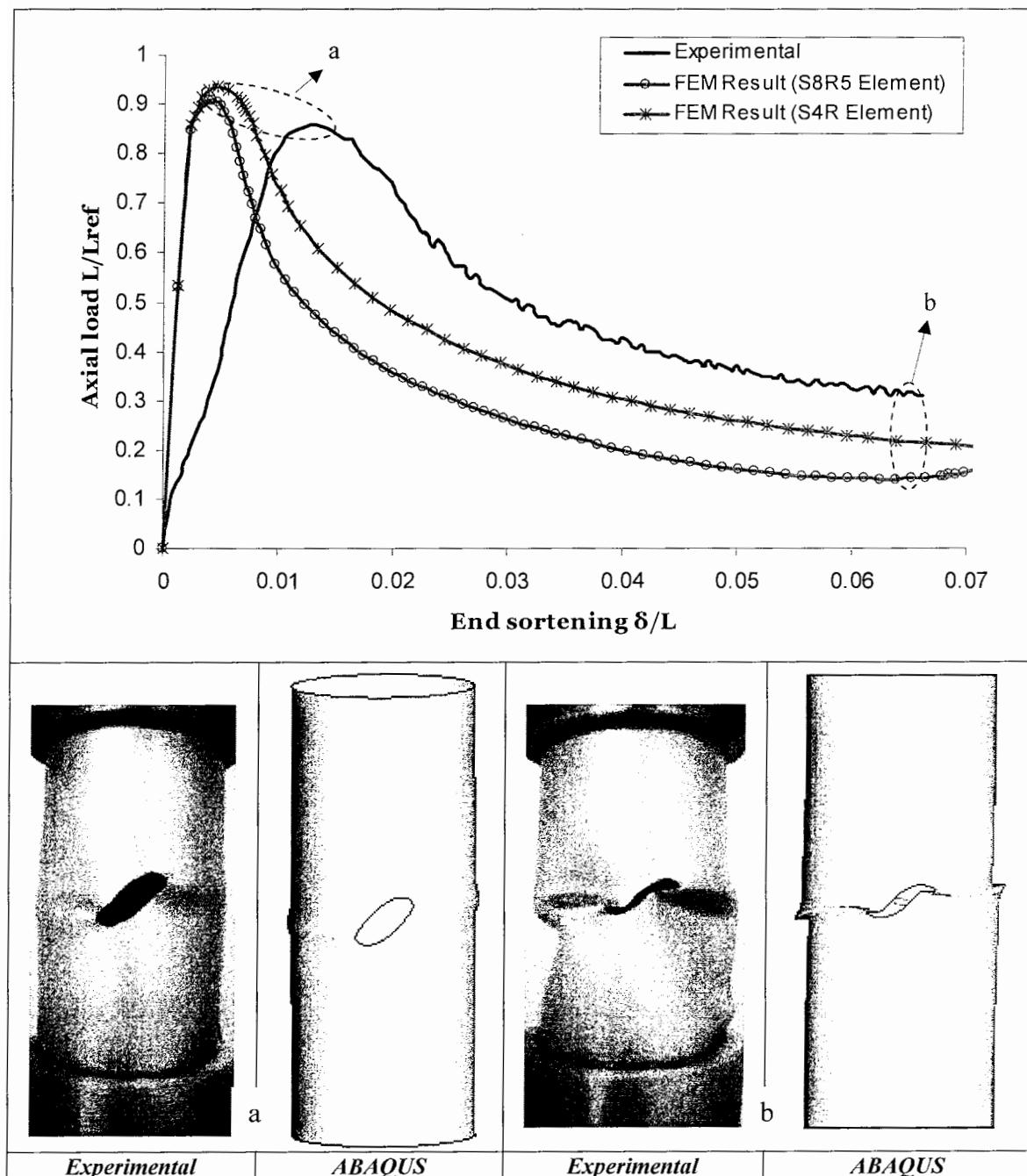
شکل ۵-۳۵- منحنی‌های بار- جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

$D48.1-L120-L_0 60-8-9.9$ در حالت‌های کمانش و پس کمانش



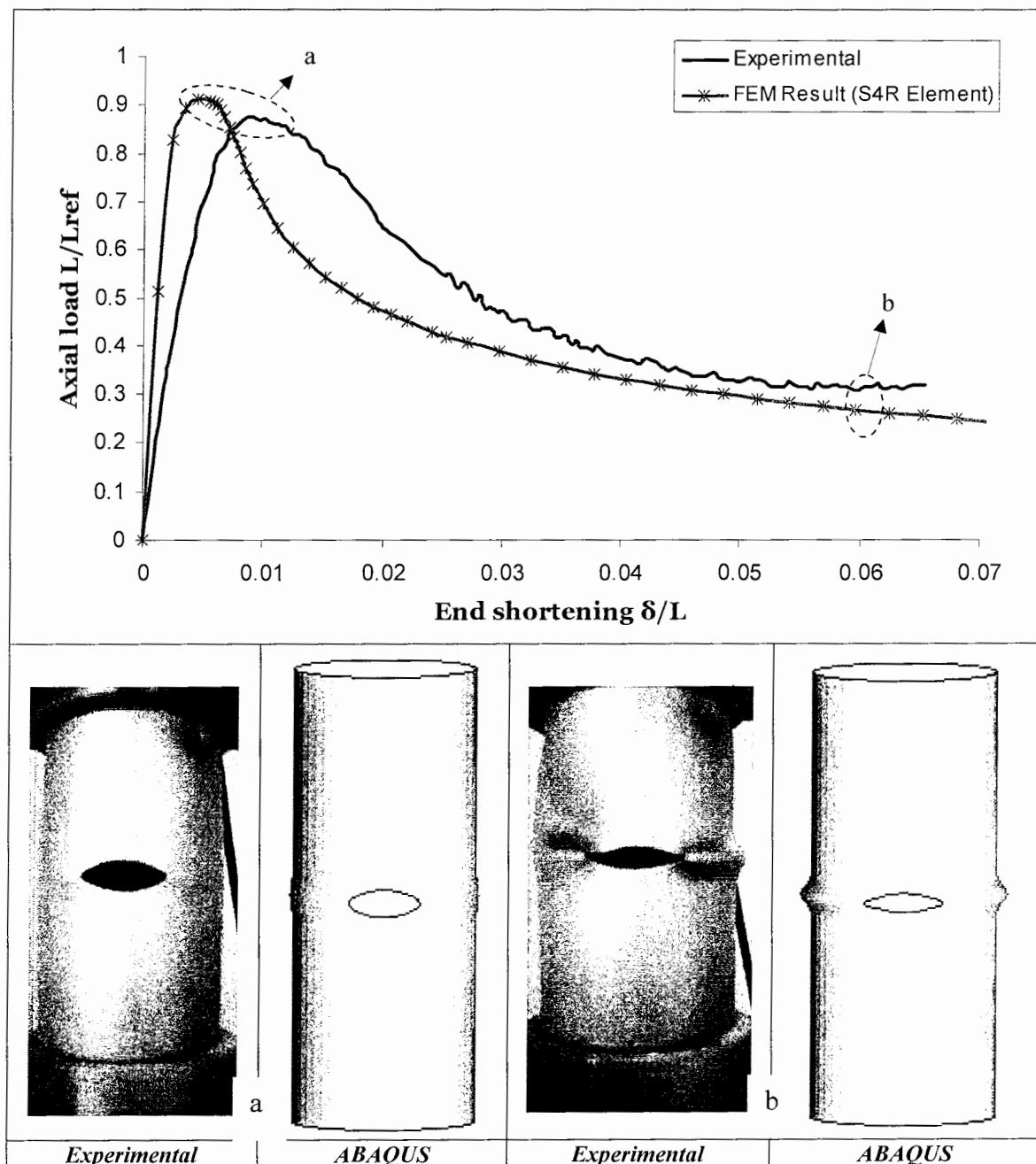
شکل ۵-۳۶- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D48.1 - L120 - L_0 60 - 8.04 - 13.85$



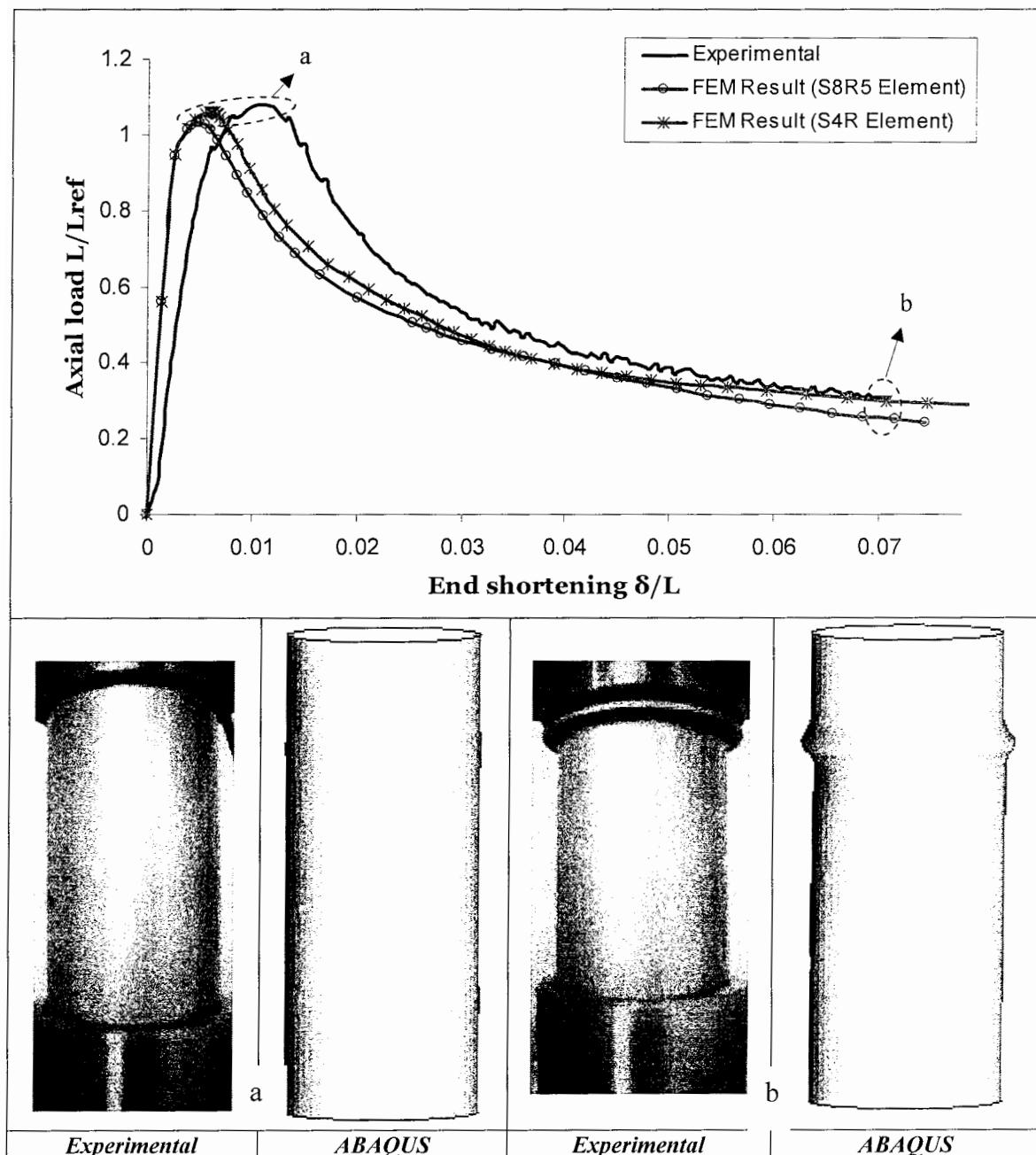
شکل ۵-۳۷-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D48.1-L120-L_060-8-17.75-45$



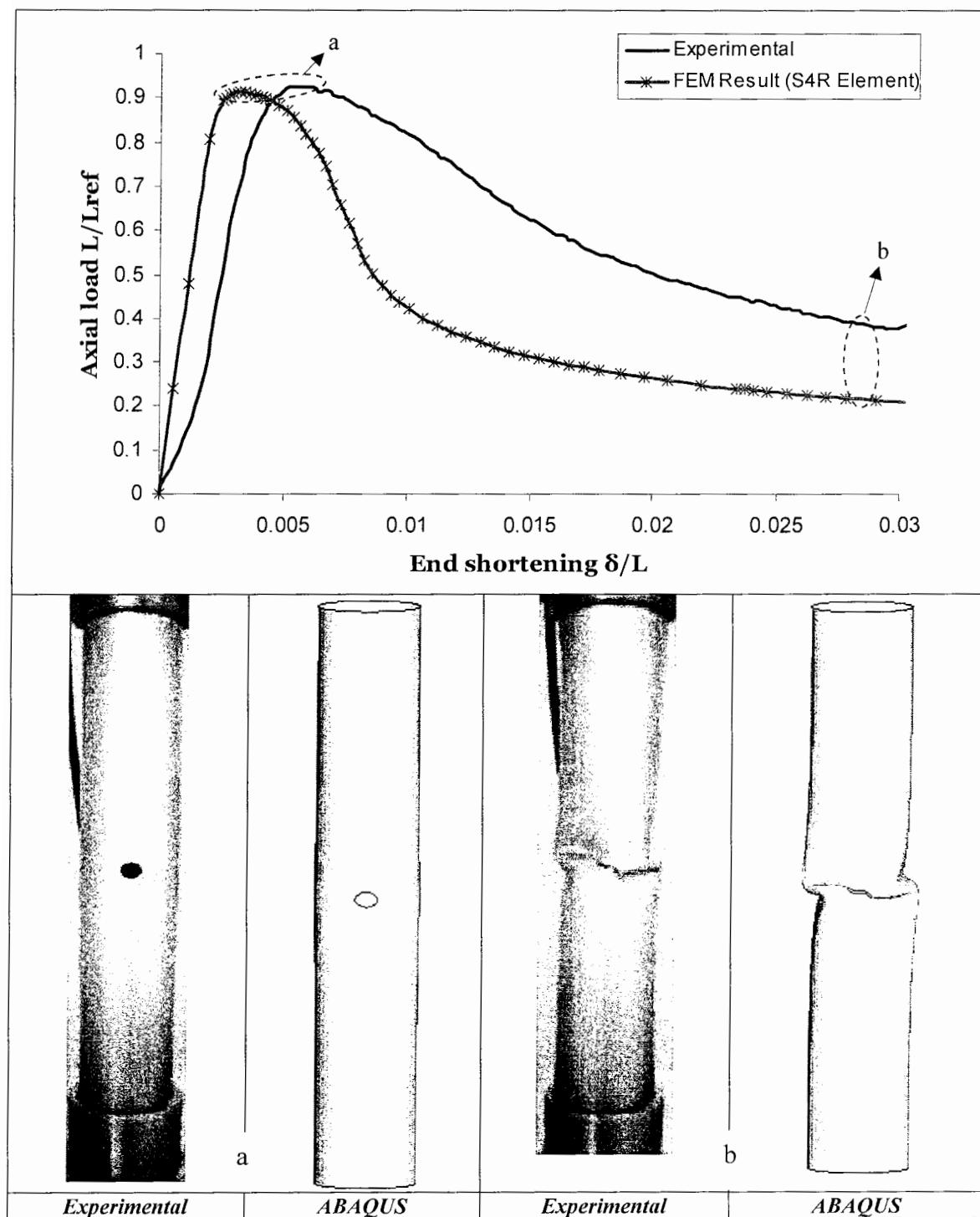
شکل ۵-۳۸-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D48.1 - L120 - L_0 60 - 8.04 - 17.75$



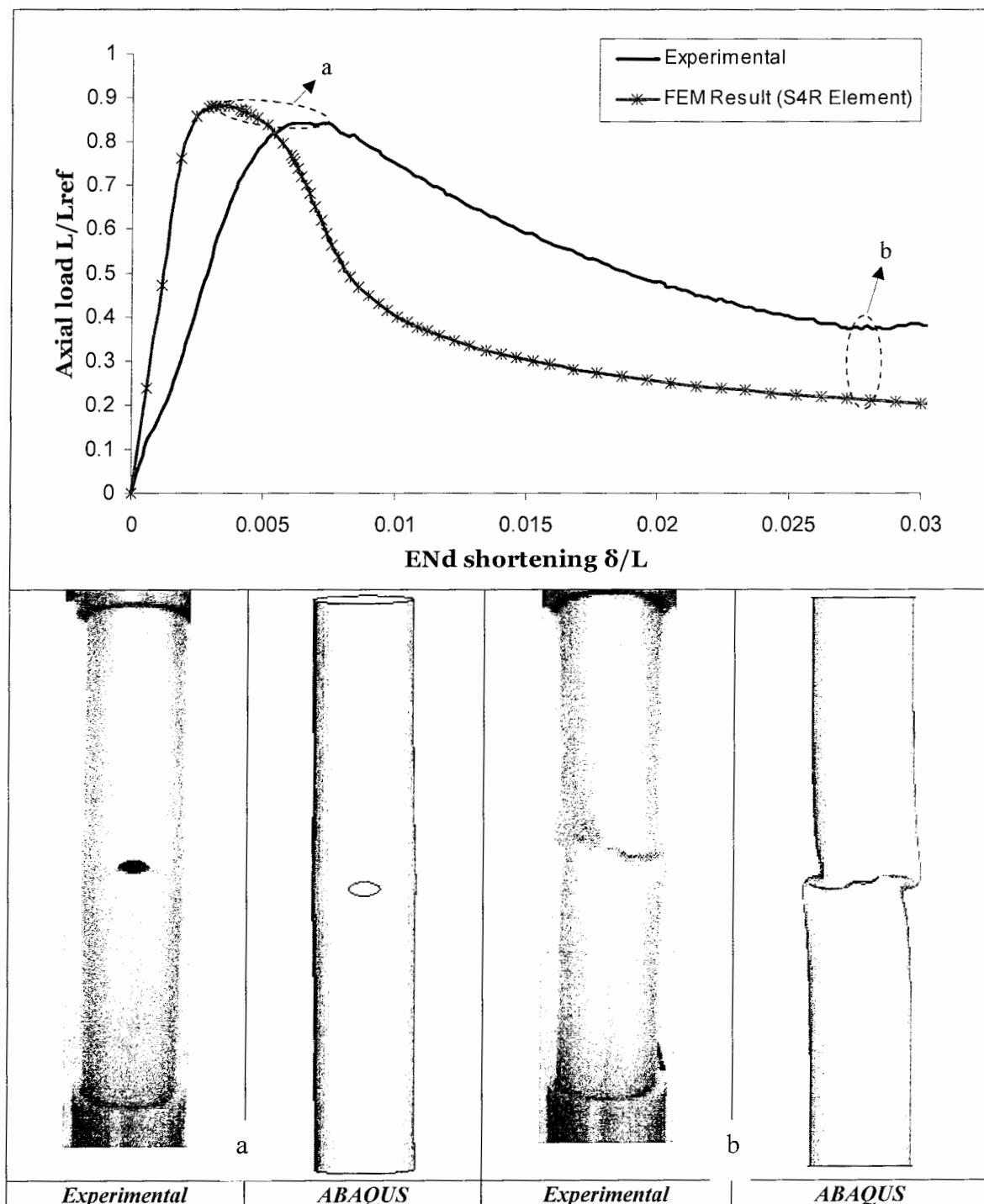
شکل ۳۹-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش *D48.1-L120-Perfect*

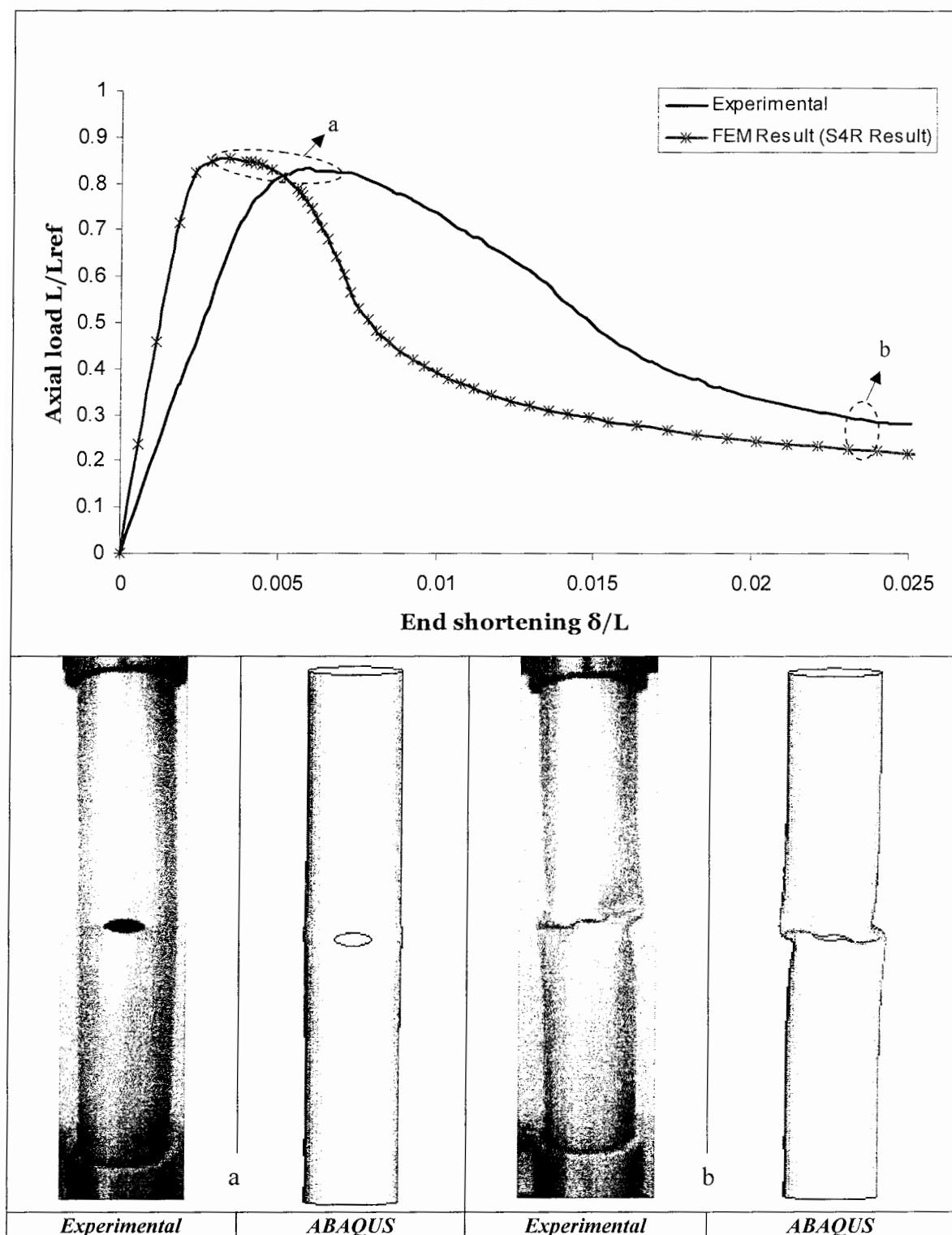


شکل ۵-۴۰-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

D48.1-L273-L₀136.5-8.02-9.92 در حالت‌های کمانش و پس کمانش

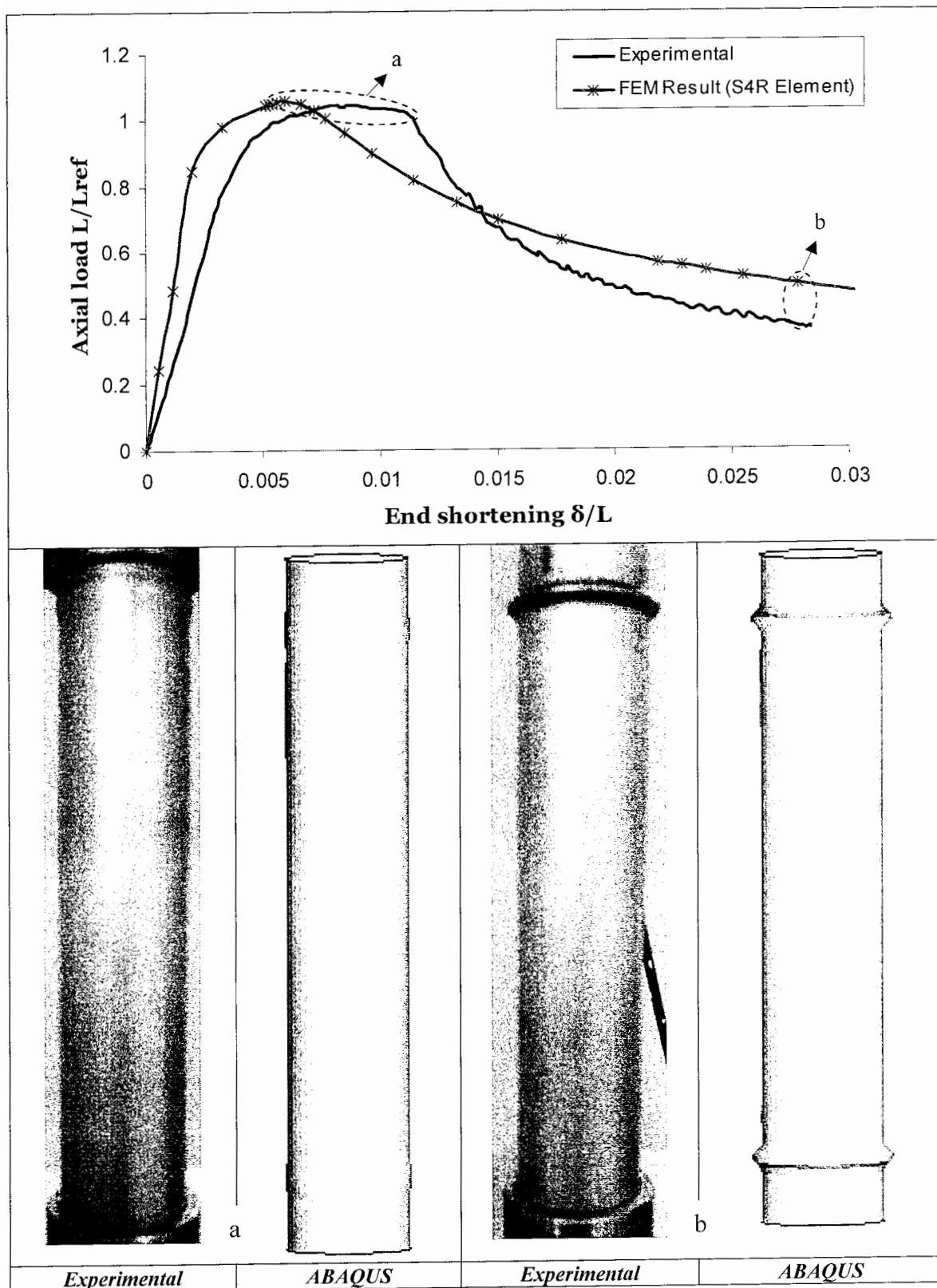


شکل ۴۱-۵- منحنی های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه
در حالت های کمانش و پس کمانش $D48.1-L273-L_0136.5-8.02-13.92$



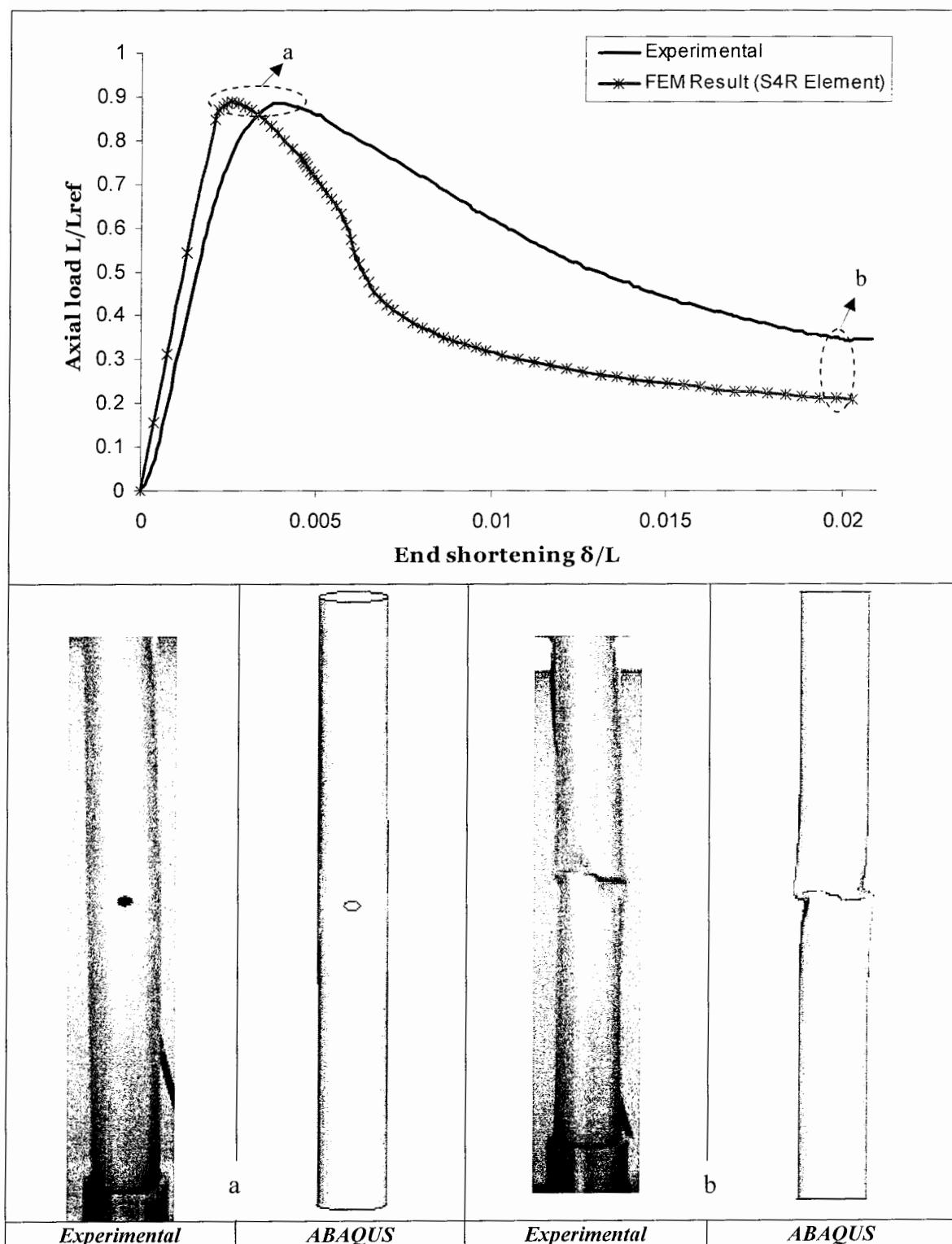
شکل ۴۲-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D48.1 - L273 - L_0 136.5 - 8.02 - 17.86$



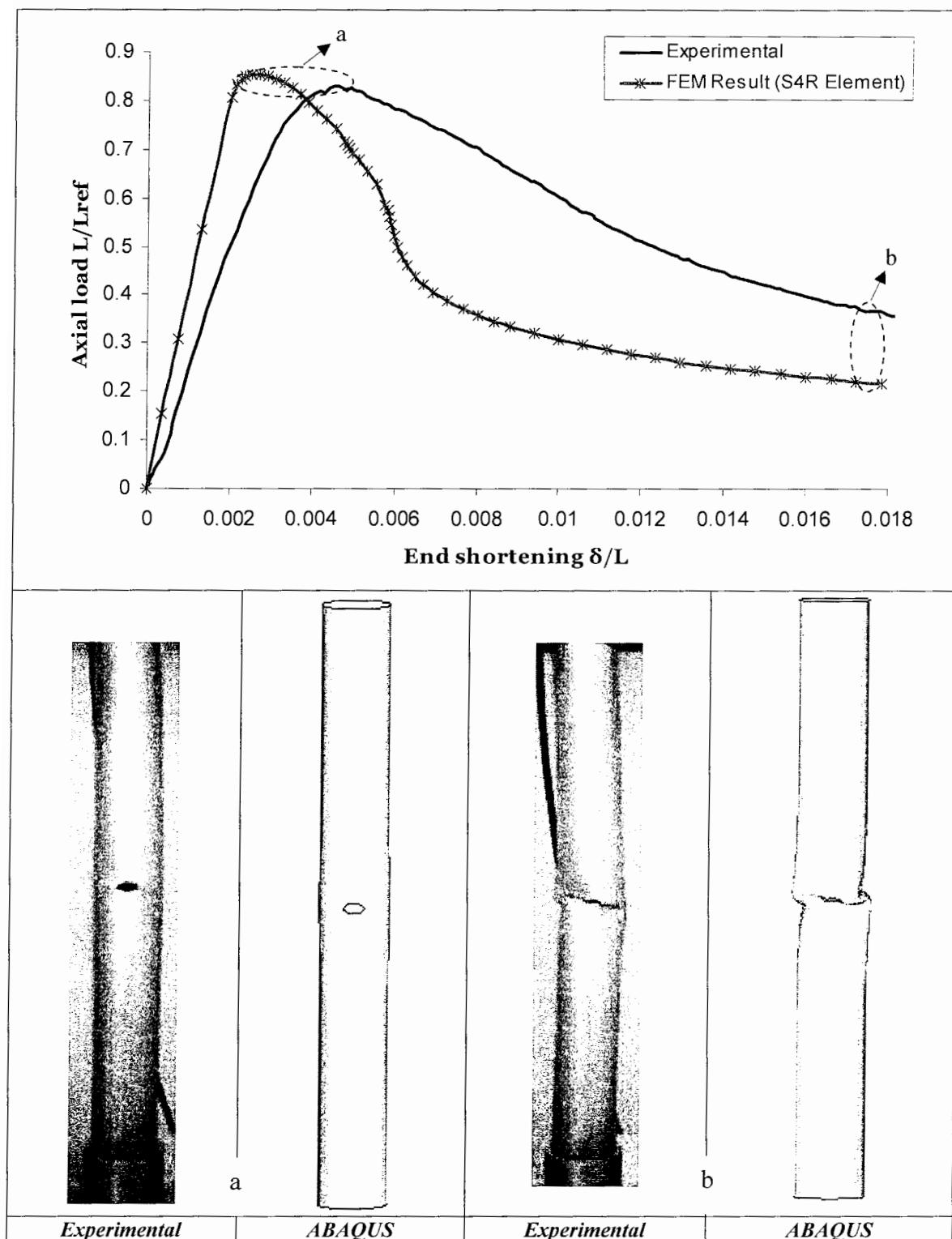
شکل ۴۳-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

D48.1-L273-Perfect در حالت‌های کمانش و پس کمانش



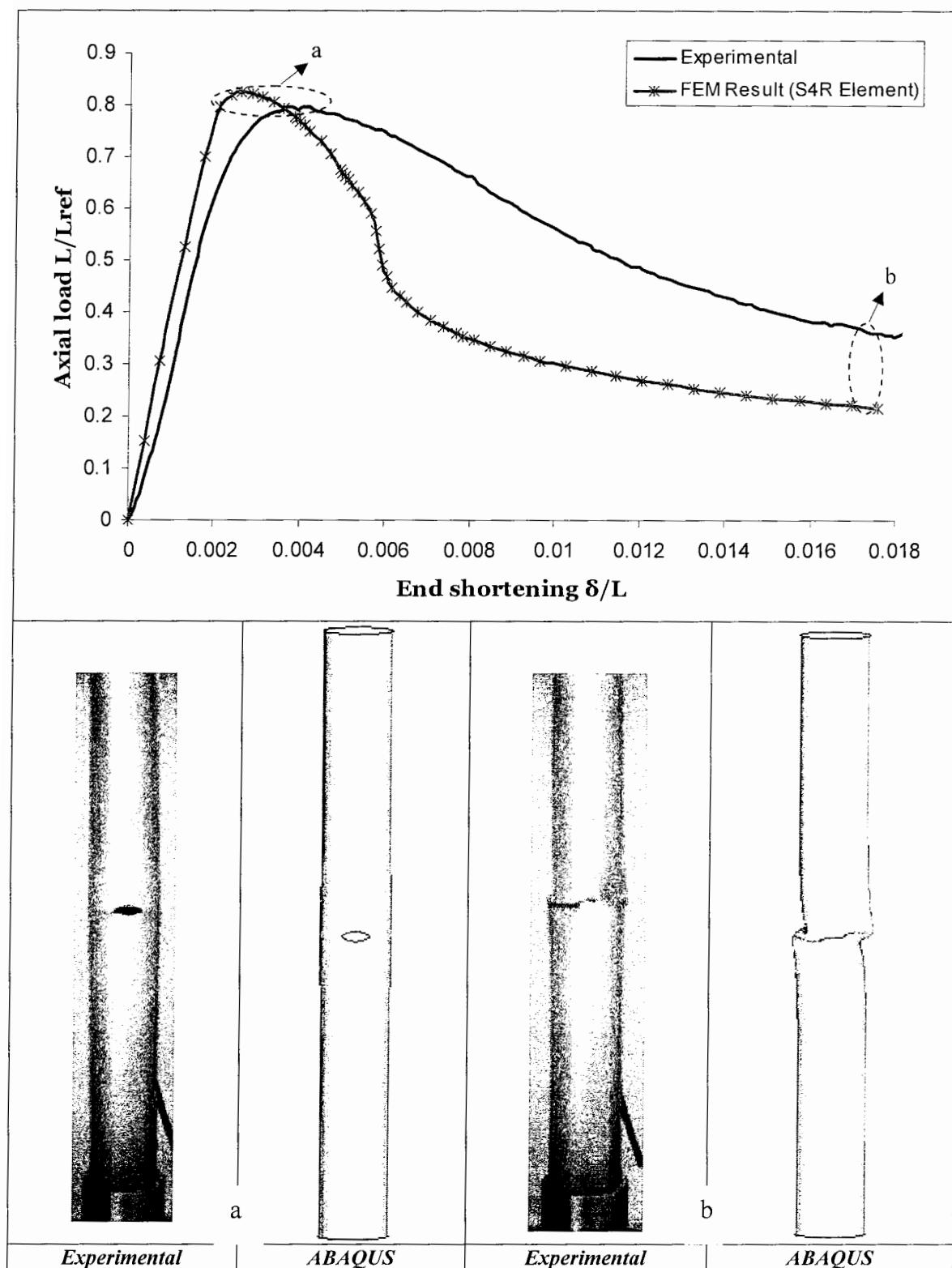
شکل ۴۴-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالتهای کمانش و پس کمانش $D48.1 - L420 - L_0 210 - 7.95 - 9.88$



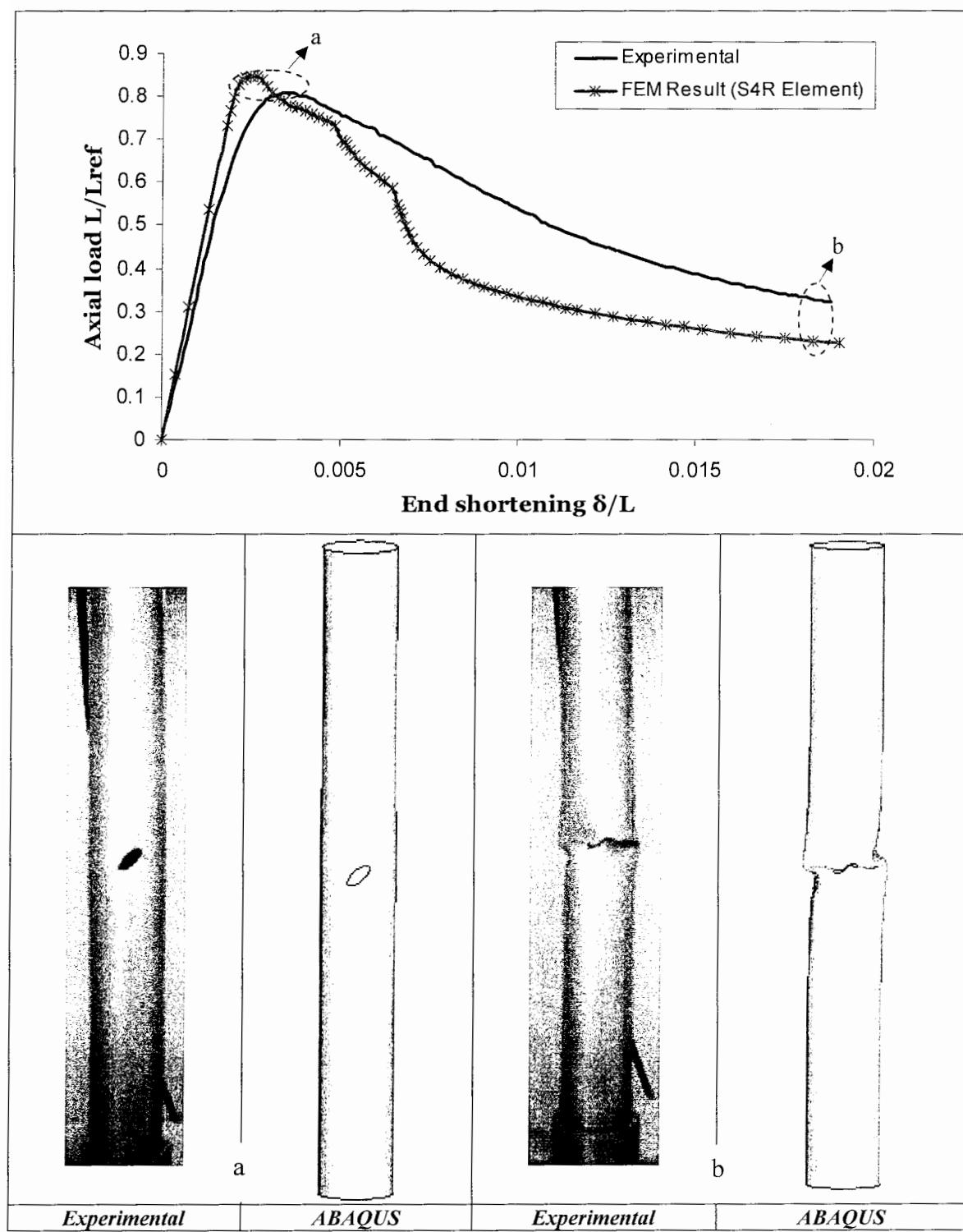
شکل ۵-۴۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D48.1-L420-L_0210-7.96-13.84$



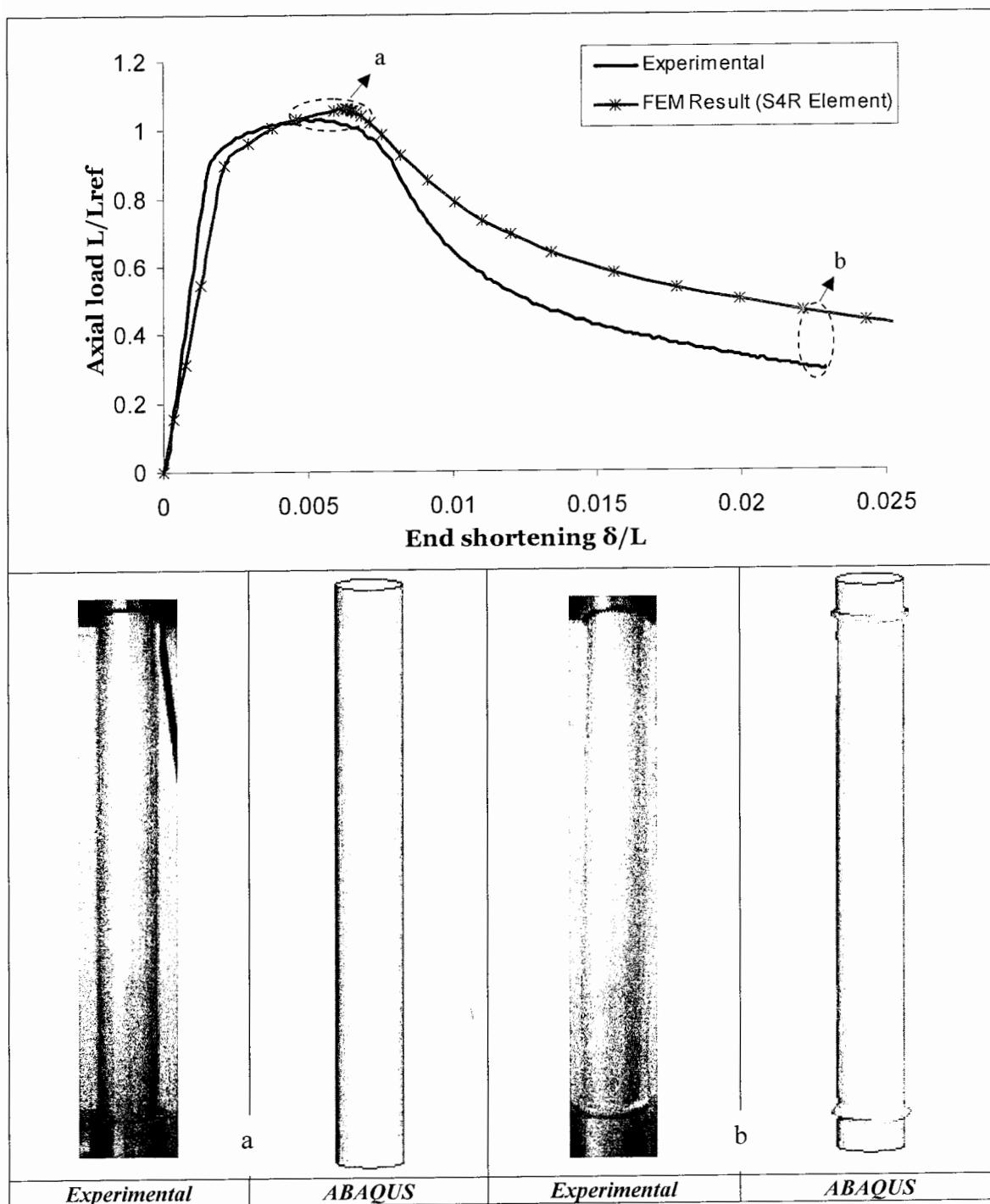
شکل ۵-۴۶- منحنی‌های بار- جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D48.1 - L420 - L_0 210 - 7.94 - 17.54$



شکل ۴۷-۵- منحنی‌های بار- جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D_{48.1} - L_{420} - L_0 210 - 7.96 - 17.66 - 45$



شکل ۴۸-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالتهای کمانش و پس کمانش *D48.1-L420-Perfect*

۲-۵ مقایسه نتایج عددی و تجربی برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی

نتایج تحلیلهای عددی و تجربی همراه با درصد اختلاف بین این نتایج در جدول (۴-۵) ارائه شده است. مشاهده می‌شود به جز برای نمونه $D42 - L420 - Perfect$ ، اختلاف بین نتایج برای سایر نمونه‌ها بسیار ناچیز است. اختلاف نتایج بدست آمده برای نمونه $D42 - L420 - Perfect$ می‌توان به علت وجود عیوب و نقصهای ماده یا عیوب هندسی نمونه باشد.

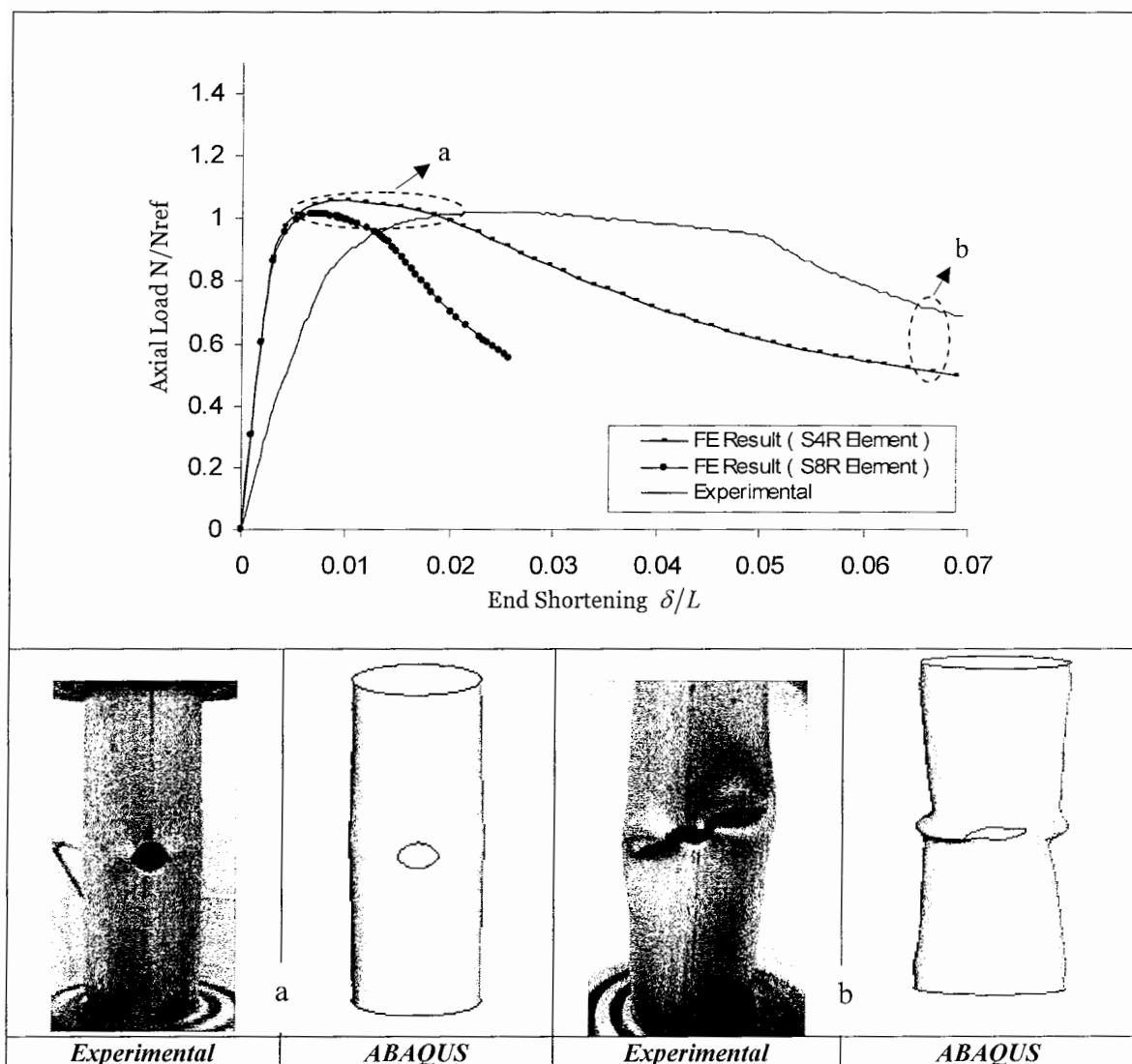
۲-۱-۵ مقایسه منحنی‌های بار – جابجایی انتهایی، حاصل از تحلیلهای عددی و تجربی

منحنی‌های بار – جابجایی انتهایی، حاصل از تحلیلهای عددی و تجربی، برای تعدادی از نمونه‌های آزمایش در شکل‌های (۴۹-۵) تا (۵۲-۵) ارائه شده است. همچنین تغییر شکل نمونه‌ها در

جدول ۴-۵- مقایسه نتایج تحلیلهای عددی و تجربی برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبیه بیضوی

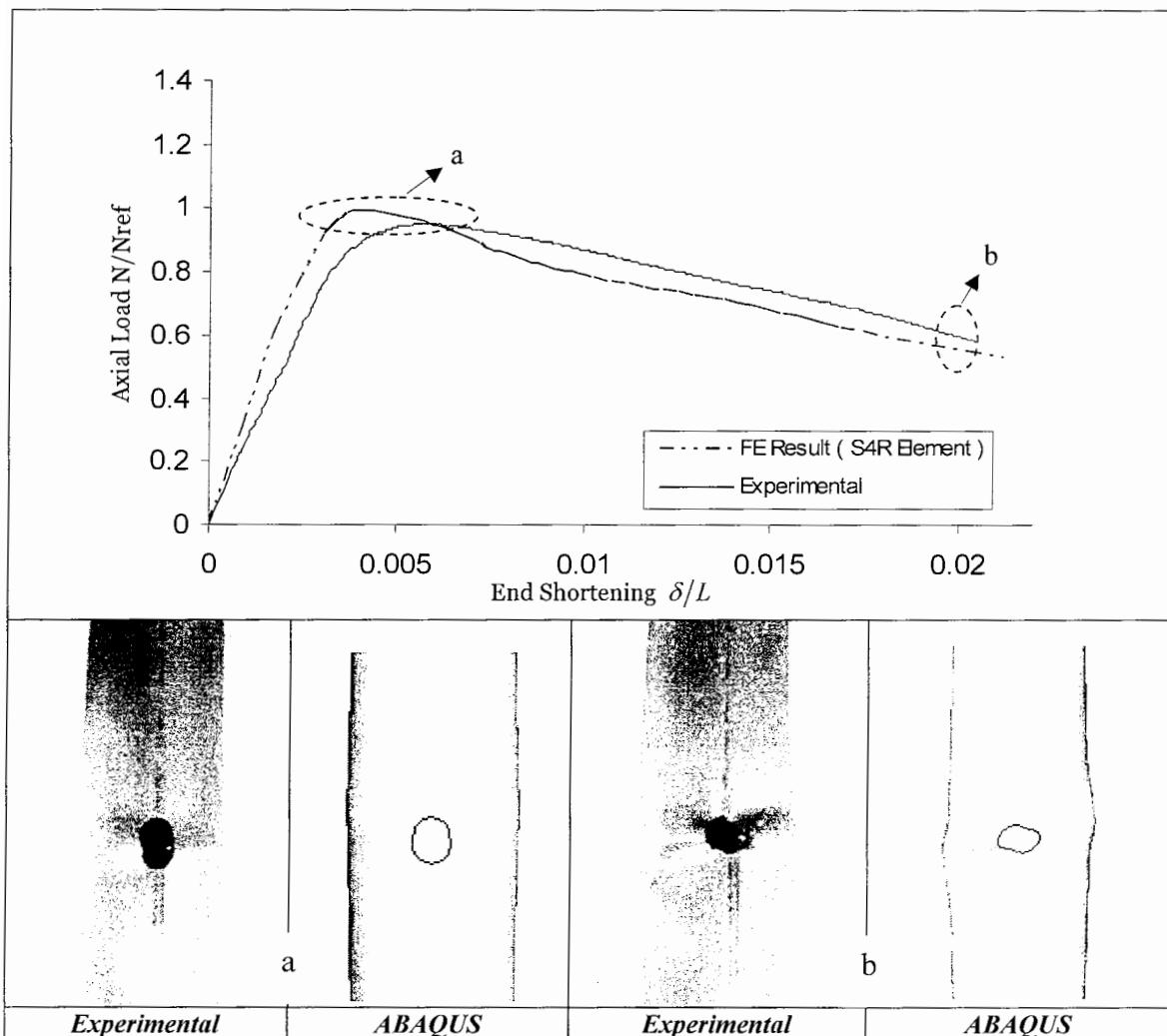
درصد اختلاف		نمونه	بار کمانش (N)		عنوان نمونه		
			تجربی	تجربی	تجربی	تجربی	
مان	مان		(N)	S8R5	S4R	المان	
8.88	13.12	34954.01	38059.95	39543.14	$D42 - L420 - Perfect$		
0.45	3.71	30170.15	30033.84	31289.84	$D42 - L420 - L_0 210 - 11.5 - 11.5$		
1.46	3.55	29095.89	28670.73	30131.2	$D42 - L420 - L_0 210 - 9 - 15$		
1.25	4.09	30926.35	31315.81	32192.09	$D42 - L420 - L_0 210 - 15.5 - 7.5$		
0.05	2.81	31990.87	31974.64	32889.87	$D42 - L420 - L_0 310 - 15 - 8$		
1.16	4.41	30150.67	29800.16	31481.33	$D42 - L420 - L_0 310 - 7.5 - 15.5$		
1.24	4.67	31997.36	32396.56	33493.54	$D42 - L420 - L_0 370 - 15 - 9.5$		
2.58	1.69	39221.84	38209.24	39887.17	$D42 - L273 - Perfect$		
2.45	1.27	33240.39	32425.77	33665.55	$D42 - L273 - L_0 202 - 12 - 11$		
0.59	3.40	33207.93	33009.96	34337.37	$D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 11.5 - 11.5$		
0.23	2.89	33525.99	33448.1	34496.4	$D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 15 - 8.5$		
5.57	0.82	33931.68	32039.55	33652.57	$D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 7.5 - 15.5$		

حالتهای کمانش و پس کمانش برای هر دو روش تجربی و عددی در این اشکال مقایسه شده است. از مقایسه منحنی‌های عددی با تجربی نتیجه می‌شود که منحنی‌های عددی و تجربی مطابقت بسیار خوبی دارند. همچنین دیده می‌شود که منحنی‌های حاصل از روش عددی با المانهای خطی S4R، نسبت به منحنی‌های حاصل از المانهای غیر خطی ناحیه پس کمانش بهتری را نتیجه می‌دهند. اما بار کمانش بیشتری را ارائه می‌کنند.



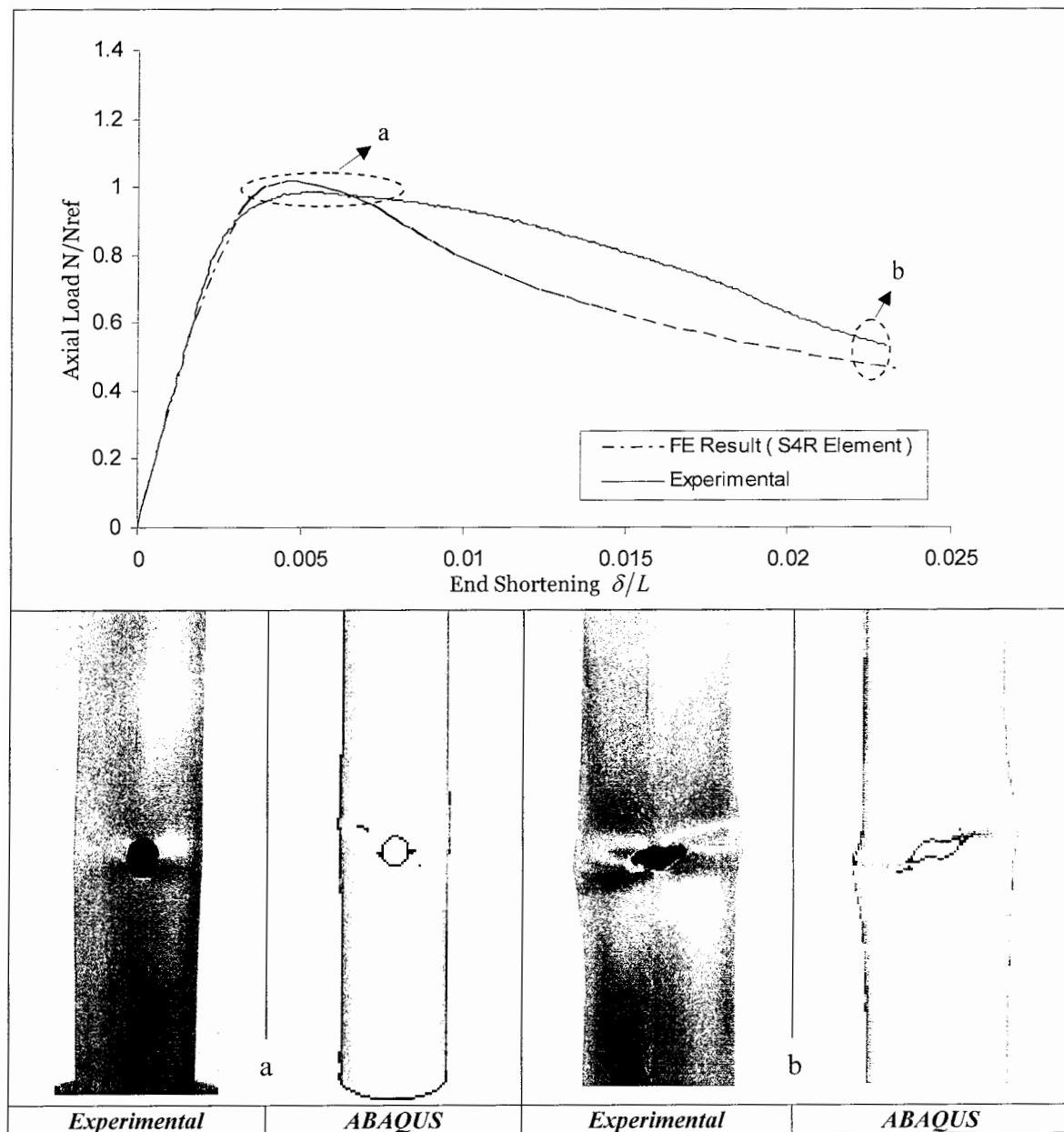
شکل ۵-۴۹- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالتهای کمانش و پس کمانش $D42 - L119.7 - L_0 59.85 - 11.5 - 11.5$



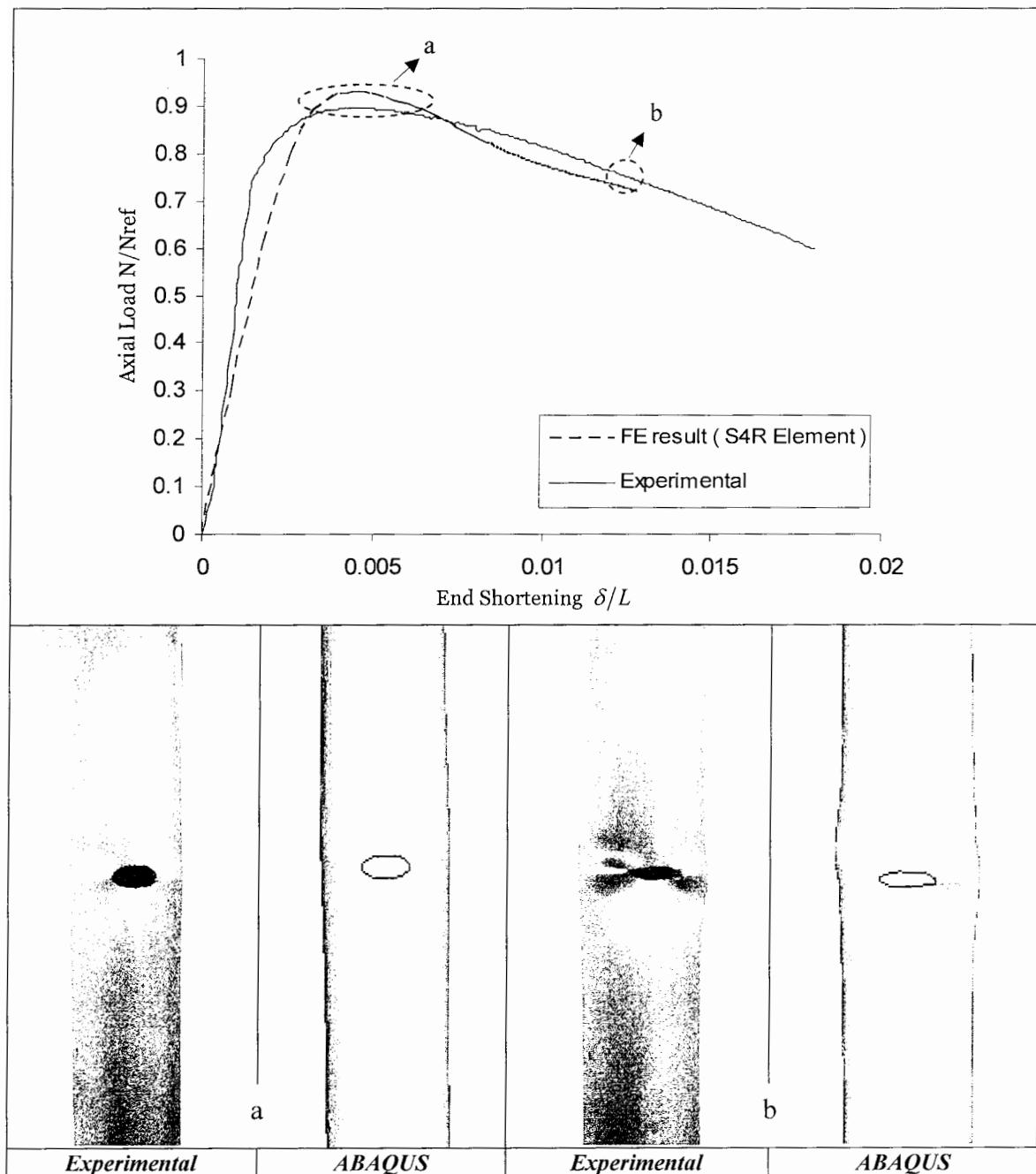
شکل ۵-۵- منحنی‌های بار- جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42-L420-L_0210-15.5-7.5$



شکل ۵-۵۱- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

42 - L420 - L_0 310 - 15 - 8 در حالت‌های کمانش و پس کمانش



شکل ۵-۵- منحنی‌های بار - جابجایی انتهایی و تصاویر تغییر شکل یافته نمونه

در حالت‌های کمانش و پس کمانش $D42-L420-L_0 210-9-15$

۳-۵- روابط تجربی - عددی

در این بخش با استفاده از چند جمله‌ای‌های لاغرانژ^۱ و نتایج تجربی و عددی بدست آمده روابطی برای محاسبه بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی و شبه بیضوی، تحت بار فشاری محوری ارائه شده است. برای استفاده از این روابط باید بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای بدون گشودگی معلوم باشد.

ضریب K_{cutout} را به صورت زیر تعریف شد:

$$K_{cutout} = \frac{L_{cutout}}{L_{perfect}} \quad (1-5)$$

که در این رابطه $L_{perfect}$ ، بار کمانش پوسته‌های بدون گشودگی، L_{cutout} و K_{cutout} به ترتیب بار کمانش و ضریب تصحیح برای پوسته‌های دارای گشودگی است. فرم کلی ضریب K_{cutout} به صورت زیر است:

$$K_{cutout}(\alpha, \beta, \gamma, \theta) = A + B\alpha + C\alpha^2 + D\beta + E\beta^2 + F\gamma + G\gamma^2 + H\lambda + I\lambda^2 + J\alpha\gamma + K\beta\gamma + L\lambda\gamma + M\theta + N\theta^2 + P\eta + Q\eta^2 + \dots \quad (2-5)$$

که در این عبارتها $\lambda = L_0/L$ ، $\gamma = L/D$ ، $\eta = a/b$ ، $\beta = b/D$ ، $\alpha = a/D$ و θ زاویه گشودگی است. برای محاسبه ضرایب A، B، C و ...، از روش چند جمله‌ای‌های لاغرانژ استفاده شد.

۱-۳-۵- چند جمله‌ای‌های لاغرانژ

چند جمله‌ای‌های لاغرانژ ساده‌ترین راه برای نمایش چند جمله‌ای درونیاب برای داده‌هایی با فواصل نا مساوی است. یک چند جمله‌ای درجه n لاغرانژ به صورت زیر تعریف می‌شود [۵].

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n \phi_i(x) f_i \quad (3-5)$$

به طوری که

$$\begin{aligned} \phi_i(x) &= \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1})(x - x_{i+2}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \\ &\begin{cases} \phi_i(x_i) = 1 \\ \phi_i(x_j) = 0 \quad i \neq j \end{cases} \end{aligned} \quad (4-5)$$

^۱ Lagrangian polynomial

واضح است که چند جمله‌ای لاگرانژ از کلیه نقاط داده شده می‌گذرد. می‌توان از چند جمله‌ای‌های لاگرانژ برای رویه‌ها استفاده کرد. با ثابت در نظر گرفتن یک متغیر، چند جمله‌ای‌های لاگرانژ را برای درونیابی مقادیر داده شده نسبت به متغیر دیگر می‌نویسیم و بعد این مقادیر را با چند جمله‌ای نهایی لاگرانژ ترکیب می‌کنیم. نتیجه نهایی یک چند جمله‌ای لاگرانژ می‌باشد که فاکتورهای تابع آن با چند جمله‌ای‌های لاگرانژ جایگزین شده‌اند.

۲-۳-۵- ضرایب بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی تحت بار فشاری محوری

روابط بدست آمده برای محاسبه بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی در جداول (۵-۵) و (۶-۵) ارائه شده است. برای استخراج این روابط از داده‌های تجربی و داده‌های عددی با المان S8R5 (برای تعدادی از نمونه‌ها که داده تجربی نداشتند)، استفاده شد.

جدول ۵-۵- ضرایب تصحیح بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 53.846$ ، دارای گشودگی بیضوی

ضرایب تصحیح	پارامترها	شماره معادله
$K_{Cutout} = 0.548\gamma - 3.517\lambda^2 - 0.0447\gamma^2 - 0.62 - 0.0978\gamma^2\lambda^2 + 0.1353\gamma^2\lambda + 1.288\gamma\lambda^2 - 1.735\gamma\lambda + 4.702\lambda$	γ, λ	(۵-۵)
$K_{Cutout} = 0.0151\gamma - 0.00876\gamma^2 - 0.15019\gamma^2\alpha^2 + 0.0668\gamma^2\alpha + 0.8802\gamma\alpha^2 - 2323\gamma\alpha - 2.601\alpha + 1.2529 + 2.597\alpha^2$	γ, α	(۶-۵)
$K_{Cutout} = -8.997\beta + 0.0233\gamma^2 + 0.2518\gamma^2\beta^2 - 0.1658\gamma^2\beta - 3.7786\gamma\beta^2 + 2.4219\gamma\beta - 0.3411\gamma + 13.984\beta^2 + 2.1389$	γ, β	(۷-۵)
$K_{Cutout} = 0.8516 - 0.07677\gamma\theta + 0.00609\gamma^2\theta - 0.1084\theta^2 + 0.179\theta - 0.00318\gamma^2\theta^2 - 0.00149\gamma^2 + 0.0444\gamma\theta^2 + 0.0028\gamma$	γ, θ	(۸-۵)
$K_{Cutout} = -0.1163\eta^3 - 0.75229\eta + 0.000775\gamma^2 + 0.17221\gamma\eta + 0.0208\gamma\eta^3 - 0.11429\gamma\eta^2 - 0.000539\gamma^2\eta^3 + 0.00409\gamma^2\eta^2 - 0.00676\gamma^2\eta + 1.0896 + 0.5519\eta^2 - 0.0536\gamma$	γ, η	(۹-۵)

رابطه (۵-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 53.846$ و طولهای مختلف ($2.857 \leq L/D \leq 10$)، دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت 18×8 میلیمتر، در موقعیتهای مختلف، ارائه می‌دهد.

رابطه (۶-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 53.846$ و طولهای مختلف ($2.857 \leq L/D \leq 10$)، دارای گشودگی بیضوی با عرض ثابت ($b/D = 0.4286$) و ارتفاعهای مختلف ($0.1905 \leq a/D \leq 0.3333$)، در میانه پوسته را ارائه می‌دهد.

رابطه (۷-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 53.846$ و طولهای مختلف ($2.857 \leq L/D \leq 10$)، دارای گشودگی بیضوی با ارتفاع ثابت ($a/D = 0.1905$) و عرضهای مختلف ($0.2381 \leq b/D \leq 0.428$)، در میانه پوسته، ارائه می‌دهد.

جدول ۵-۶- ضرایب تصحیح بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 61.667$ ، دارای گشودگی بیضوی

ضرایب تصحیح	پارامترها	شماره معادله
$K_{Cutout} = 0.4171\lambda + 0.6544 - 0.00333\gamma^2 - 0.00138\gamma^2\lambda^2 + 0.00608\gamma^2\lambda + 0.0708\gamma\lambda^2 - 0.1314\gamma\lambda + 0.0487\gamma - 0.1928\lambda^2$	γ, λ	(۱۰-۵)
$K_{Cutout} = 0.10968\gamma - 0.1375\gamma^2\alpha^2 + 0.073\gamma^2\alpha + 1.77\gamma\alpha^2 - 0.9494\gamma\alpha + 0.56938 - 0.00898\gamma^2 - 4.1643\alpha^2 + 2.1681\alpha$	γ, α	(۱۱-۵)
$K_{Cutout} = +3.052\beta - 0.0292\gamma^2 - 0.3382\gamma^2\beta^2 + 0.2028\gamma^2\beta + 3.8113\gamma\beta^2 - 2.3034\gamma\beta + 0.329\gamma - 5.639\beta^2 + 0.4622$	γ, β	(۱۲-۵)
$K_{Cutout} = 0.1647\theta^2 - 0.20166\theta + 0.00349\gamma^2\theta^2 - 0.000639\gamma^2 - 0.04609\gamma\theta^2 + 0.00727\gamma + 0.81477 - 0.0043\gamma^2\theta + 0.05989\gamma\theta$	γ, θ	(۱۳-۵)
$K_{Cutout} = 0.0229\gamma + 0.75717 + 0.002277\gamma^2\eta^3 - 0.010069\gamma^2\eta^2 + 0.01396\gamma^2\eta - 0.023389\gamma\eta^3 + 0.1055\gamma\eta^2 - 0.1497\gamma\eta - 0.003289\gamma^2 + 0.4384\eta - 0.274178\eta^2 + 0.05646\eta^3$	γ, η	(۱۴-۵)

رابطه (۸-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 53.846$ و طولهای مختلف ($2.857 \leq L/D \leq 10$)، دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت 18×8 میلیمتر، و زوایای مختلف ($0 \leq \theta \leq 90$)، در میانه پوسته، ارائه می‌دهد.

رابطه (۹-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 53.846$ و طولهای مختلف ($2.857 \leq L/D \leq 10$)، دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت $A = 111.2mm^2$ و ابعاد مختلف $2.25 \leq a/b \leq 0.444$ ، در میانه پوسته، ارائه می‌دهد.

رابطه (۱۰-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 61.667$ و طولهای مختلف ($2.4948 \leq L/D \leq 8.732$)، دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت 18×8 میلیمتر، در موقعیتهای مختلف، ارائه می‌دهد.

رابطه (۱۱-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 61.667$ و طولهای مختلف ($2.4948 \leq L/D \leq 8.732$)، دارای گشودگی بیضوی با عرض ثابت ($b/D = 0.3742$) و ارتفاعهای مختلف ($0.1663 \leq a/D \leq 0.291$)، در میانه پوسته، ارائه می‌دهد.

رابطه (۱۲-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 61.667$ و طولهای مختلف ($2.4948 \leq L/D \leq 8.732$)، دارای گشودگی بیضوی با ارتفاع ثابت ($a/D = 0.1663$) و عرضهای مختلف ($0.2079 \leq b/D \leq 0.374$)، در میانه پوسته، ارائه می‌دهد.

رابطه (۱۳-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 61.667$ و طولهای مختلف ($2.4948 \leq L/D \leq 8.732$)، دارای گشودگی بیضوی با ابعاد ثابت 18×8 میلیمتر، و زوایای مختلف ($0 \leq \theta \leq 90$)، در میانه پوسته، ارائه می‌دهد.

رابطه (۱۴-۵)، ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 61.667$ و طولهای مختلف ($2.4948 \leq L/D \leq 8.732$)، دارای گشودگی بیضوی با مساحت ثابت $A = 111.2mm^2$ و ابعاد مختلف $2.25 \leq a/b \leq 0.444$ ، در میانه پوسته، ارائه می‌دهد.

۵-۳-۲- ضرایب بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی

تحت بار فشاری محوری

روابط بدست امده برای محاسبه بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی در جدول (۵-۷) ارائه شده است. برای استخراج این روابط از داده‌های عددی (المانهای غیر خطی) استفاده شد زیرا تعداد نمونه‌های آزمایش شده برای این پوسته‌ها کم بود.

جدول ۵-۷- ضرایب تصحیح بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی

ضرایب تصحیح	پارامترها	شماره معادله
$K_{cutout} = -0.3559\alpha - 0.0301\gamma + 0.9404 + 0.00145\gamma^2 - 0.00124\gamma^2\alpha - 0.7137\gamma\alpha^3 + 0.3483\gamma\alpha^2 - 0.0259\gamma\alpha - 1.6734\alpha^3 + 1.1195\alpha^2 + 0.0155\gamma^2\alpha^3 - 0.0069\gamma^2\alpha^2$	$\gamma \text{ و } \alpha$	(۱۵-۵)
$K_{cutout} = -2.9017\beta + 9.7184\beta^2 - 0.0957\gamma + 0.0077\gamma^2 + 1.2297 - 11.4007\beta^3 - 0.3758\gamma^2\beta^3 + 0.3136\gamma^2\beta^2 - 0.0822\gamma^2\beta + 4.454\gamma\beta^3 - 3.7157\gamma\beta^2 + 0.9467\gamma\beta$	$\gamma \text{ و } \beta$	(۱۶-۵)
$K_{cutout} = -9.9022\lambda^4 + 26.5331\lambda^3 + 0.8989\gamma - 26.2575\lambda^2 + 11.3101\lambda - 0.4383\gamma^2\lambda^4 + 1.1941\gamma^2\lambda^3 - 1.2053\gamma^2\lambda^2 + 0.5314\gamma^2\lambda + 4.5738\gamma\lambda^4 - 12.5283\gamma\lambda^3 + 12.7608\gamma\lambda^2 - 5.6741\gamma\lambda - 0.884 - 0.0851\gamma^2$	$\gamma \text{ و } \lambda$	(۱۷-۵)
$K_{cutout} = -0.00742\theta^4 - 0.00791\theta^3 + 0.0566\theta^2 - 0.011\theta + 0.8335$	θ	(۱۸-۵)

رابطه (۱۵-۵) ضریب تصحیح بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 35$ و طولهای مختلف ($2.85 \leq L/D \leq 10$)، دارای گشودگی شبه بیضوی، با عرض ثابت $b/D = 0.381$ و ارتفاع متغیر $0.119 \leq a/D \leq 0.2619$ ، در میانه پوسته را ارائه می‌دهد.

رابطه (۱۶-۵) ضریب تصحیح بار کمانش برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 35$ و طولهای مختلف ($2.85 \leq L/D \leq 10$)، دارای گشودگی شبه بیضوی با عرض متغیر $a/D = 0.1667$ و ارتفاع ثابت $b/D = 0.3809$ در میانه پوسته، را ارائه می‌دهد.

رابطه (۱۷-۵) ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با نسبت $D/t = 35$ و طولهای مختلف ($2.85 \leq L/D \leq 10$)، دارای گشودگی شبه بیضوی با ابعاد ثابت ($7 \times 16 \text{ mm}$) و در موقعیتهای متفاوت را ارائه می‌دهد.

در نهایت رابطه (۱۸-۵) ضریب تصحیح بار کمانش برای پوسته های استوانه‌ای با نسبت $L/D = 2.85$ ، دارای گشودگی شبه بیضوی با ابعاد ثابت ($7 \times 16 \text{ mm}$)، در میانه استوانه، $D/t = 35$ با زوایای مختلف را ارائه می‌دهد.

باید توجه شود که این روابط برای پوسته‌هایی کاربرد دارند که جنس آنها، مشابه ماده بکار رفته برای پوسته‌های استوانه‌ای استفاده شده در این تحقیق باشد.

فصل ششم

نتایج و پیشنهادها

همانطور که مشاهده شد، در این پروژه کمانش پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک با ابعاد مختلف، دارای گشودگی‌های بیضوی و شبه بیضوی، تحت بارگذاری محوری و ممان خمی، با روش‌های عددی و تجربی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج حاصل از تحلیلها در بخش‌های مربوطه، به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار گرفت. در این بخش نتایج بدست آمده به طور خلاصه و فهرستوار گردآوری شده است. همچنین پیشنهاداتی برای انجام کارهای بعدی و برای علاقهمندان به مطالعه و تحقیق در این زمینه ارائه شده است.

۶-۱- نتایج بدست آمده

-۱ حل معادلات تحلیلی بدست آمده برای مسئله ناپایداری پوسته‌های استوانه‌ای بدون گشودگی دشوار و همراه با فرضیات ساده کننده زیادی است که باعث می‌شوند از دقت جوابها کاسته شود همچنین حل این معادلات برای پوسته‌های دارای گشودگی بسیار دشوارتر است و تا کنون هیچ حل تحلیلی دقیقی برای اینگونه سازه‌ها پیدا نشده است. بنابراین روش‌های عددی و تجربی برای تحلیل مسئله کمانش پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند.

- ۲ نتایج بدست آمده از تحلیل اجزای محدود با نرم افزار ABAQUS، حتی برای المانهای با ابعاد بزرگ، کاملاً همگرا و دقیق می‌باشد.
- ۳ با ایجاد گشودگی در پوسته، بار کمانش پوسته افت چشمگیری پیدا می‌کند.
- ۴ با تغییر موقعیت گشودگی از میانه پوسته به طرف لبه‌های پوسته، بار کمانش افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که پوسته‌های با طول بلندتر، نسبت به تغییر موقعیت گشودگی حساس‌ترند.
- ۵ افزایش قطر پوسته، برای یک ضخامت ثابت، باعث افزایش در بار کمانش می‌شود.
- ۶ با افزایش طول پوسته‌های استوانه‌ای، برای گشودگی‌هایی با موقعیت یکسان، بار کمانش کاهش می‌یابد. در واقع با افزایش نسبت L/D ، بار کمانش کاهش می‌یابد.
- ۷ برای پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی، کمانش به صورت موضعی اتفاق می‌افتد و در ادامه، پوسته دچار خمش کلی می‌شود.
- ۸ برای یک گشودگی با عرض ثابت، با افزایش ارتفاع گشودگی، بار کمانش کاهش می‌یابد. اما این کاهش در بار کمانش ناچیز است. همچنین مشاهده می‌شود که پوسته‌های بلندتر و با قطر کمتر نسبت به تغییرات ارتفاع گشودگی حساس‌ترند.
- ۹ برای پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی‌های شبه بیضوی با عرض ثابت، افزایش ارتفاع گشودگی بیشتر از ۰,۲ ارتفاع پوسته تاثیر چندانی در بار کمانش پوسته ندارد.
- ۱۰ شیب منحنی بار - جابجایی انتهایی، حاصل از روش عددی، برای تمامی نمونه‌های دارای گشودگی برابر است. همچنین شیب منحنی مربوط به نمونه‌های کامل اندکی زیادتر است.
- ۱۱ با افزایش عرض گشودگی و ثابت ماندن ارتفاع، بار کمانش افت چشمگیری پیدا می‌کند. برخلاف افزایش ارتفاع که تاثیر زیادی در مقاومت کمانش پوسته‌ها ندارد. بنابراین بهتر است برای طراحی پوسته‌ها بعد بزرگتر گشودگی در امتداد محور طولی استوانه باشد. همچنین پوسته‌های بلندتر و با قطر کمتر نسبت به تغییرات عرض گشودگی حساس‌ترند.
- ۱۲ برای پوسته‌های دارای گشودگی با مساحت ثابت، با افزایش نسبت a/b بار کمانش افزایش می‌یابد.

- ۱۳- تاثیر نسبت D/t در مقاومت کمانش پوسته‌های دارای گشودگی، اندکی بیشتر از تاثیر نسبت L/D است.
- ۱۴- افزایش زاویه گشودگی باعث می‌شود که مقاومت پوسته در برابر کمانش زیاد شود و بار بحرانی افزایش می‌یابد. همچنین پوسته‌های بلندتر و دارای قطر کمتر، نسبت به تغییرات زاویه گشودگی حساسیت بیشتری نشان می‌دهند.
- ۱۵- با افزایش نسبت a/b ، مشابه بارگذاری محوری، در حالت بارگذاری خمشی، گشتاور کمانش افزایش می‌یابد. همچنین پوسته‌های دارای قطر بیشتر، مقاومت بیشتری دربرابر کمانش از خود نشان می‌دهد.
- ۱۶- برای پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی بیضوی با نسبتهای $6 < L/D < 10$ ، گشتاور کمانش با افزایش نسبت L/D ، کاهش می‌یابد؛ اما برای نسبتهای $L/D > 10$ ، گشتاور کمانش تقریباً ثابت است.
- ۱۷- استفاده از تقویت کننده‌های پیشنهاد شده باعث افزایش بار کمانش پوسته‌های دارای گشودگی تا حدود بار کمانش پوسته‌های کامل می‌شود. همچنین این تقویت کننده در افزایش بار کمانش پوسته‌های با طول بلندتر تاثیر بیشتری دارد.
- ۱۸- از مقایسه منحنی‌های حاصل از روش عددی و تجربی نتیجه می‌شود که این منحنی‌ها مطابقت بسیار خوبی دارند. همچنین منحنی‌های مربوط به المانهای خطی، در مقایسه با المانهای غیر خطی، ناحیه پس کمانش را بهتر نشان می‌دهند. در حالی که المانهای غیر خطی بار کمانش را بهتر نشان می‌دهند.
- ۱۹- اختلاف بین مقادیر بار کمانش حاصل از روش عددی و روش تجربی برای اکثر نمونه‌ها کمتر از ۲ درصد است. ضمناً بیشترین اختلافها مربوط به نمونه‌های کوتاه‌تر است. همچنین تغییر شکل نمونه‌ها، حاصل از روش اجزا محدود و روش تجربی، در حالت‌های کمانش و پسکمانش کاملاً شبیه یکدیگر است.
- ۲۰- در نهایت ضرایبی برای بدست آوردن بار کمانش پوسته‌های دارای گشودگی، از روی بار کمانش پوسته‌های کامل، ارائه شد که برای محدوده وسیعی از گشودگی‌ها کاربرد دارد.

۶-۲- پیشنهادات

- ۱- تحلیل تجربی کمانش پوسته‌ها تحت بار خمی به کمک طراحی یک فیکسچر که قابلیت تبدیل حرکت خطی به چرخش را داشته باشد.
- ۲- انجام تحلیل تجربی و عددی کمانش برای پوسته‌هایی با مقاطع متفاوت و گشودگی‌هایی با اشکال و هندسه‌های مختلف. به عنوان مثال پوسته‌هایی با مقطع مربعی یا مستطیلی دارای گشودگی‌های مدور یا مربعی.
- ۳- تحلیل تجربی و عددی پوسته‌های دارای گشودگی ساخته شده از مواد پر کاربرد دیگر مثل آلومینیوم یا مس.
- ۴- تحلیل عددی کمانش پوسته‌های کامپوزیتی دارای گشودگی و پیدا کردن یک ترکیب بهینه برای مقاومت پوسته در برابر کمانش.
- ۵- انجام تحلیلهای بیشتر برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی بیضوی و ارائه روابط کلی تر.
- ۶- استفاده از تقویت کننده‌های متفاوت و مقایسه کارایی آنها در بهبود مقاومت کمانش.
- ۷- تحلیل کمانش پوسته‌های دارای گشودگی تحت بارگذاری دینامیکی.

مراجع

- [۱] رحیمی، غلامحسین. و پورسعیدی، اسماعیل: مطالعه پارامتری استحکام پلاستیک پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی تحت بار محوری و ممان خمشی. مجله مهندسی مکانیک. انجمن مهندسان مکانیک ایران. سال ششم. شماره اول. آبان ماه ۱۳۸۳.
- [۲] یوگورال، ای. سی.: تنش در ورقها و پوسته‌ها. ترجمه غلامحسین رحیمی، چاپ اول، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، تهران ۱۳۷۵.
- [۳] المورث، بو. بروش، دان: کمانش میله‌ها، ورقها و پوسته‌ها. ترجمه مجتبی قمری زاده و غلامحسین رحیمی. انتشارات دانشگاه امام حسین (ع). ۱۳۸۳.
- [۴] سورگی، حسین: راه اندازی و تهیه دستورالعمل کاربردی نرم افزار ABAQUS/CAE. پژوهه کارشناسی. دانشگاه فردوسی مشهد ۱۳۸۴.
- [۵] پورپاک، علی محمد. محاسبات عددی. انتشارات جهاد دانشگاهی، ۱۳۸۳، ۱۷۰-۱۷۱.
- [6] Arbocz J, Hol JMAM. "Collapse of axially compressed cylindrical shells with random imperfections." AIAA J; Vol 29 pp2247-56, (1991)
- [7] Jullien JF, Limam A. "Effect of openings on the buckling of cylindrical shells subjected to axial compression." Thin Wall Struct; Vol 31: pp187-202, (1998).
- [8] Timoshenko SP, Gere J. M. "Theory of elastic stability." 2nd ed., McGraw-Hill, New York, (1961).
- [9] Ugural AC. "Stresses in plates and shells." NY, USA: McGraw-Hill; (1981).
- [10] Van Dyke P, "Stresses About a Circular Hole in a Cylindrical Shells." AIAA J., Vol.3 3, No. 9, pp. 1733-1742, (1965).
- [11] Tennyson, R.C., "The Effects of Unreinforced Circular Cutouts on the Buckling of Circular Cylindrical Shells under Axial Compression." J. Eng. For Industry, ASME , Vol. 90. pp. 541-546, (1968).
- [12] Brogan, F.A., and Almorth, B.O., "Buckling of Cylindrical Shells with Cutouts." AIAA J., Vol. 8. No. 2. pp. 236-240, (1970).
- [13] Jenkins, W. C., "Buckling of Cylinders With Cutouts under Combined Loading." MDAC Paper WD 1390, McDonnel- Douglas Astronautics Co., Western Division, (1970).
- [14] Starnes, J. H., Jr., "The Effect of a Circular Hole on the Buckling of Cylindrical Shells." Ph. D. Thesis, California Institute of Technology, (1970).

- [15] Almorth, B.O., and Holmes, A.M.C., "Buckling of Shells with Cutouts, Experiment and Analysis." Int.J. Solids and Structures, No.8.pp. 1057-1071, (1972).
- [16] Starnes, J.H., "Effect of Circular Hole on the Buckling of Cylindrical Shells Loaded by Axial Compression." AIAA J., Vol. 10. No.8. pp. 1466-1472, (1972).
- [17] Almorth, B. O., Brogan, F. A. and Marlowe, M. B., "Stability Analysis of Cylinders with Circular Cutouts." AIAA Journal, Vol. 11, No. 11, pp. 1582-1584, Nov. (1973).
- [18] Starnes, J. H., Jr., "The Effects of Cutouts on the Buckling of Thin Shells." Thin-Shell Structures, edited by Fung, Y. C. and Sechler, E. E., Prentic Hall, pp. 289-304, (1974).
- [19] Susumu Toda, "The Effects of Elliptic and Rectangular Cutouts on The Buckling of Cylindrical Shells Loaded By Axial Compression." California Institute of Technology, (1975).
- [20] Susumu Toda, "Buckling of cylinders with cutouts under axial compression." Experimental Mechanics, Vol. 23, No. 4, pp. 414-417, (1983).
- [21] Yeh MK, Lin MC, Wu WT. "Bending buckling of an elastoplastic cylindrical shell with a cutout." Eng Struct; Vol21: pp996–1005, (1999).
- [22] Chryssanthopoulos MK, Elghazouli AY, Esong IE. "Validation of FE models for buckling analysis of woven GFRP shells." Compos Struct; Vol49 : pp355–67, (2000).
- [23] Mark W. Hilburger, Vicki O. Britt, Michael P. Nemeth, "Buckling behavior of compression-loaded quasi-isotropic curved panels with a circular cutout." International Journal of Solids and Structures, Vol 38, pp 1495-1522, (2001).
- [24] Tafreshi A. "Buckling and postbuckling analysis of composite cylindrical shells with cutout subjected to internal pressure and axial compression load." Int J Pressure Vessel Piping;Vol79: pp351–9, (2002).
- [25] Shu Hengmu, "The Plastic Limit Load of Circumferentially Cracked Thin Walled Pipes under Axial Force." Internal Pressure and Asymmetrical Bending. Vol. 79. pp. 377-382,(2002).
- [26] Haipeng Han, Jinquan Cheng, Farid Taheri, Neil Pegg. "Numerical and experimental investigations of the response of aluminum cylinders with a cutout subject to axial compression." Thin-Walled Structures 44 pp 254-270 (2006)
- [27] Yamaki N. "Elastic Stability of circular cylindrical shells." North Holland, (1984).
- [28] ABAQUS 6.4 Documentation.

ABSTRACT

Understanding how a cutout influences the load bearing capacity and buckling and postbuckling behavior of cylindrical shells is fundamental problem in the design of structural components used in automobiles, aircrafts, marine structures and....In this project, simulation and analysis of steel cylindrical shells with various lengthes and diameter, include elliptical and quasi elliptical cutouts, subjected to axial compression and bending moment, were systematically carried out using finite element numerical method and the investigation examined the influence of change the cutout position, size and cutout angle and also the shell aspect ratio (L/D) on the buckling and postbuckling behavior of cylindrical shells. Finally with using a reinforcer, the buckling strength of shells increased.

For several specimens, an experimental investigation was also carried out via an *INSTRON 8802* servo hydrolic machine. And the results obtained from the experiments were compared with numerical results. A very good accordance was observed between the results obtained from the finite element simulation and the experiments. Finally, with using experimental and numerical resultes, some equations were presented for finding buckling load of cylindrical shells with elliptical and semi elliptical cutouts.

KEYWORDS

Buckling - cylindrical shells – Elliptical cutout - Semi elliptical cutout – Axial load – Bending moment – Finite element method – Experimental method.