





دانشکده : عمران و معماری

گروه : مهندسی عمران – گرایش سازه

بهبینه سازی توپولوژیک مسائل دو بعدی (تنش و کرنش مسطح)

با استفاده از روش تغییرات مرزی

دانشجو : محسن امدادی

اساتید راهنما :

دکتر بهروز حسنی

دکتر احمد احمدی

مشاور

مهندس ناصر ظریف مقدم

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

تیر ماه ۸۸

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : عمران و معماری

گروه : عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای محسن امدادی

تحت عنوان: بهینه سازی توپولوژیک مسائل دو بعدی (تنش و کرنش مسطح)

با استفاده از روش تغییرات مرزی

در تاریخ ۸۸/۴/۲۴ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه بسیار خوب مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی : مهندس ناصر ظریف مقدم		نام و نام خانوادگی : دکتر بهروز حسنی
			نام و نام خانوادگی : دکتر احمد احمدی

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی : مهندس عباس محمدی		نام و نام خانوادگی : دکتر رضا نادری
			نام و نام خانوادگی : دکتر علی کیهانی

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

تشکر و قدردانی

در اینجا جا دارد از استاد ارجمند جناب آقای دکتر بهروز حسنی به خاطر زحمات و راهنماییهای ایشان در طول این دوره تشکر کنم. علم و دانش ایشان راهگشا و باعث اعتماد به نفس من در طی انجام پایان نامه بودند. برای ایشان آرزوی سلامتی و به روزی را در تمام مراحل زندگی دارم. همچنین از استاد گرامی، جناب آقای دکتر احمدی، برای هدایت و کمک اینجانب در این پایان نامه کمال تشکر را دارم.

از اساتید محترم، آقایان دکتر کلاتجاری، دکتر علایی و دکتر کیهانی، به خاطر زحماتشان در بالا رفتن ارتقای سطح علمی اینجانب تشکر می‌کنم.

از آقایان مهندس ناصر ظریف، مهندس مهدی توکلی و مهندس میثم رضایی به خاطر صبر و حوصله ایشان در پاسخ به مشکلاتی که در این پایان نامه پیش آمد، تشکر و قدردانی می‌کنم.

انجام این پروژه بدون دلگرمیها و حمایتهای پدر و مادر، برادر و خواهر عزیزم هرگز ممکن نبود. از آنها به خاطر تشویقها و محبتهایشان، صمیمانه سپاسگزارم.

تعهد نامه

اینجانب محسن امدادی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران - گرایش سازه دانشکده عمران و معماری دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان **بهینه سازی توپولوژیک مسائل دو بعدی (تنش و کرنش مسطح) با استفاده از روش تغییرات مرزی تحت راهنمایی دکتر بهروز حسنی و دکتر احمد احمدی متعهد می شوم:**

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرکی یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام <<دانشگاه صنعتی شاهرود>> و یا <<shahrood university of technology>> به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افراد که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه / رساله تاثیر گذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ:

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق و نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحوی مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه / رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

بهینه سازی علمی است که در طیف وسیعی از صنایع شامل هوا فضا، اتومبیل، شیمی، الکترونیک و کارخانه‌های صنعتی کاربرد دارد. در مهندسی سازه و مکانیک، به دلیل اینکه هدف ما طراحی سازه‌هایی است که از نظر اقتصادی و کارایی مقرون به صرفه باشند، بهینه سازی از اهمیت زیادی برخوردار است. بنابراین در این پایان نامه بهینه سازی توپولوژیک سازه ها با استفاده از روش تغییرات مرزی مورد توجه قرار گرفته است.

از ویژگیهای این پایان نامه، مدلسازی سازه به وسیله NURBS به دلیل قابلیت آن در تولید منحنیها و سطوح مختلف است، که برنامه آن به زبان فرترن نوشته و اجرا شده است. همچنین نقاط کنترلی مرزهای داخلی و خارجی به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود. پس از مدلسازی، آنالیز اجزا محدود و سپس بهینه سازی روی فضای طراحی انجام می‌شود. در طول فرآیند بهینه سازی علاوه بر شکل، توپولوژی سازه نیز تغییر پیدا کرده و با حرکت نقاط کنترلی مرزهای سازه تغییر می‌کنند. امتیاز این روش نسبت به روش مرسوم بهینه سازی بر اساس معیار بهینگی آن است که در این روش امکان داشتن توابع هدف مختلف، به همراه قیود تغییر مکان و تنش میسر است.

نتایج نشان می‌دهند که استفاده از تکنیک NURBS در تولید شکل سازه ها، متغیرهای طراحی را کاهش داده و در نتیجه باعث صرفه جویی در زمان و هزینه می‌شود؛ طی این روش سرعت همگرایی بهبود پیدا کرده و دقت در حل افزایش می‌یابد. در خاتمه با چند مثال مختلف کارایی روش نشان داده شده است .

فصل اول: مقدمه

- ۱-۱-۱- مقدمه ۲
- ۱-۱-۱- برخی کاربردهای مهندسی بهینه سازی ۳
- ۲-۱- شکل ریاضی مسئله بهینه سازی ۴
- ۳-۱- دسته بندی مسائل بهینه سازی سازه ها ۵
- ۱-۳-۱- دسته بندی بر اساس متغیرهای طراحی ۵
- ۴-۱- مراحل انجام پایان نامه ۶

فصل دوم: بهینه سازی سازه‌ها

- ۱-۲- مقدمه ۱۰
- ۲-۲- متغیرهای طراحی ۱۱
- ۳-۲- تابع هدف ۱۲
- ۴-۲- قیود ۱۴
- ۵-۲- انواع بهینه سازی سازه ۱۵
- ۱-۵-۲- بهینه سازی شکل ۱۶
- الف- روش رشد تطبیقی ۱۶
- ب- روش تغییرات مرزی ۱۹
- ۲-۵-۲- بهینه سازی توپولوژیک (ساختار) ۱۹
- الف- روش همگن سازی ۲۰
- ب- روش چگالی ۲۲
- ج- روش شکل ۲۳
- د- بهینه سازی به وسیله شبیه سازی رشد زیست محیطی ۲۳
- ه- روش Ground Structure ۲۵
- و- روش SIMP ۲۶
- ز- بهینه سازی توپولوژیک به وسیله روش تغییرات مرزی ۲۷
- ز-۱- روش Bubble ۲۸

فصل سوم: تولید مرزهای سازه با استفاده از NURBS

- ۱-۳- مقدمه ۳۲
- ۲-۳- منحنیهای درجه سه Ferguson ۳۴
- ۳-۳- منحنیهای Bezier ۳۵
- ۱-۳-۳- فرم ماتریسی اسپلاین های درجه سه Bezier ۴۱
- ۴-۳- توابع B-spline ۴۲

۴۳	۱-۴-۳- تعریف و خواص توابع پایه B-Spline
۴۶	۵-۳- مشتق توابع پایه B-Spline
۴۷	۶-۳- فرم ماتریسی توابع B-Spline درجه سه
۴۸	۱-۶-۳- شرایط انتهایی برای منحنی های درجه سه B-Spline
۵۰	۷-۳- منحنی NURBS
۵۰	۱-۷-۳- تعریف و خصوصیات منحنی NURBS
۵۴	۸-۳- مشتق منحنی NURBS
۵۶	۹-۳- پیوستگی توابع پارامتریک
۵۸	۱۰-۳- متغیرهای طراحی در بهینه سازی
۵۹	۱-۱۰-۳- استفاده از مختصات گره ها
۵۹	۲-۱۰-۳- استفاده از نقاط کنترلی اسپلاینها
۶۰	۳-۱۰-۳- استفاده از نقاط کلیدی اسپلاینها
۶۰	۴-۱۰-۳- استفاده از چندجمله ای ها
۶۱	۱۱-۳- ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی
۶۲	۱۲-۳- جهت حرکت متغیرهای طراحی

فصل چهارم: تولید مش

۶۴	۱-۴- مقدمه
۶۵	۲-۴- دیدگاه کلی نسبت به تولید مش
۶۵	۳-۴- انواع روشهای تولید کننده مش
۶۷	۴-۴- پارامترهای مش
۷۴	۵-۴- تولید مش مثلثی سازمان نیافته با روش Advancing Front

فصل پنجم: تخمین خطا و آنالیز حساسیت

۸۴	۱-۵- مقدمه
۸۴	۲-۵- تخمین خطا
۸۴	۱-۲-۵- روشهای برآورد خطا مبتنی بر بازیافت تنش
۸۶	۲-۲-۵- روش بازیافت تنش بر مبنای نقاط فوق هم گرا (SPR)
۸۷	۳-۵- معیارهای بیان خطا
۸۸	۴-۵- معیار خطای انرژی
۸۹	۵-۵- درصد خطای نسبی
۹۰	۶-۵- تعریف شاخص γ_i
۹۲	۷-۵- روشهای اصلاح شبکه

۹۲h انواع روشهای اصلاح شبکه
۹۲۱- روش تقسیم المان ها (غنی سازی)
۹۲۲- اصلاح شبکه به روش r
۹۳۳- روش تولید کامل المانها (المانبندی دوباره).
۹۴۸-۸- آنالیز حساسیت
۹۵۱-۸-۵- روشهای آنالیز حساسیت سازه
۹۶۲-۸-۵- روش اختلاف محدود

فصل ششم: الگوریتم و توضیح مثالها

۱۰۱۱-۶- مقدمه
۱۰۱۲-۶- تولید مرزها
۱۰۲۳-۶- تولید مدل اجزای محدود
۱۰۲۴-۶- آنالیز اجزای محدود
۱۰۲۵-۶- تخمین خطا و تطبیق مش
۱۰۳۶-۶- آنالیز حساسیت
۱۰۳۷-۶- بهینه سازی توپولوژیک به وسیله روش تغییرات مرزی
۱۰۴۸-۶- شرح الگوریتم بهینه سازی
۱۰۸مثال (۱) صفحه مربعی با سوراخ دایره‌ای شکل
۱۱۲مثال (۲) تیر طره تحت اثر بار گسترده در انتها
۱۱۸مثال (۳) تیر طره عمیق
۱۲۵مثال (۴) تیر MBB

فصل هفتم: نتایج و پیشنهادات

۱۳۳۱-۷- نتایج
۱۳۳۲-۷- پیشنهادات

پیوست

راهنمای برنامه ADOPT

۱۳۷۱- مقدمه
۱۳۷۲-مدلسازی و تولید مش
۱۳۷mesdat سابروتین
۱۳۸poindat سابروتین

۱۳۸mesgen	سابروتین
۱۳۸مدلسازی	۲-الف
۱۳۸genspl	سابروتین
۱۳۸splcom	سابروتین
۱۳۹تولید مرزها	۲-ب
۱۳۹genbon	سابروتین
۱۳۹findti	سابروتین
۱۳۹findsi	سابروتین
۱۳۹finddi	سابروتین
۱۳۹findbn	سابروتین
۱۴۰تولید مش	۲-ج
۱۴۰comang و setfro و setpar	سابروتین‌های
۱۴۰genmid و genqua و gentri	سابروتین‌های
۱۴۰mesout	سابروتین
۱۴۱اجزای محدود	۳
۱۴۱femdat	سابروتین
۱۴۱femana	سابروتین
۱۴۱femout	سابروتین
۱۴۱تخمین خطا و تطبیق مش	۴
۱۴۱adadat	سابروتین
۱۴۲adafem	سابروتین
۱۴۲optdat	سابروتین
۱۴۲آنالیز حساسیت و بهینه سازی	۵
۱۴۲DOT	سابروتین
۱۴۳مراجع	

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

همانگونه که طبیعت خود را بهینه می‌کند بشر نیز روز به روز در حال تکامل و بهینه کردن زندگی خود است و تمام فعالیت‌هایش را به شکلی انجام می‌دهد که در انرژی و زمان صرفه جویی نماید. علم بهینه‌سازی یکی از علومی است که استفاده از آن در علوم پایه و مهندسی و صنعت روز به روز در حال گسترش است.

بهینه‌سازی می‌تواند به عنوان پروسه یافتن "بهترین" به عنوان یک ابزار در دسترس شناخته شود [۱]؛ به بیانی دیگر بهینه‌سازی فرآیندی است که طی آن بهترین نتیجه تحت اثر شرایط خاص به دست می‌آید [۲].

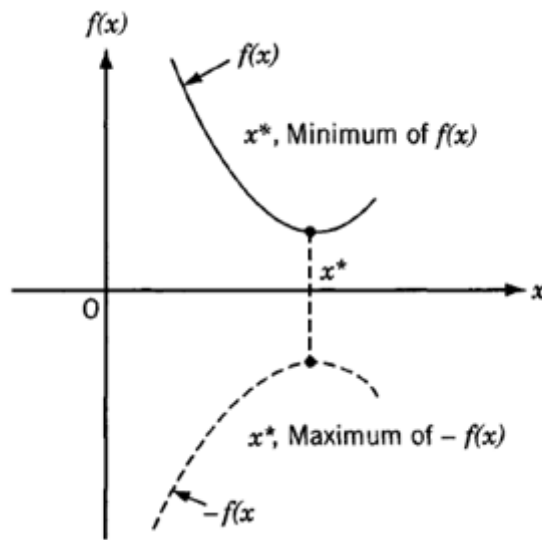
مهندسين طراح به طور سنتی یک پروسه سعی و خطا را به منظور طراحی انجام می‌دهند. این پروسه با یک طرح اولیه که بر اساس خلاقیت، تجربه گذشته، ذوق و دانش طراح است، شروع می‌شود. این روند با یک آنالیز به منظور ارزیابی اجرای طرح دنبال می‌شود، سپس بر اساس اطلاعات جدید این آنالیز، یک طرح جدید ارائه می‌شود. مراحل طراحی-آنالیز-طرح جدید تا آنجا تکرار می‌شود که دیگر تغییر چندانی در طرح دیده نشود [۱].

پیشرفت در تکنولوژی کامپیوتر و قدرت محاسباتی آن انقلابی در پروسه طراحی به وجود آورد. این موضوع در بعضی شاخه‌های مهندسی مثل مهندسی سازه، که در آن بهینه‌سازی به عنوان روشی جایگزین روشهای سنتی سعی و خطا مطرح شده است، دیده می‌شود [۳].

منظور از بهینه‌سازی سازه‌ها، پیدا کردن بهترین سازه ممکن و یا بهینه است، بطوریکه همه نیازهای خواسته شده مثل آنهایی که به وسیله توابع و شرایط ساخت اعمال می‌شود را برآورده کند. یک مسئله بهینه‌سازی سازه ممکن است که به عنوان یک طرح منطقی از طراحی سازه تلقی شود،

که به معنی بهترین طراحی از بین طراحی‌های ممکن با یک هدف از قبل تعریف شده و یک سری از محدودیتها است [۴].

از دید ریاضی، بهینه سازی می تواند به عنوان یک پروسه‌ای از پیدا کردن شرایطی که مقدار ماکزیمم یا مینیمم یک تابع را می دهد بیان شود. اگر نقطه x^* مطابق با مقدار مینیمم تابع $f(x)$ باشد، همین نقطه مطابق با مقدار ماکزیمم منفی تابع یعنی $-f(x)$ است. بنابر این در بهینه سازی می توان ماکزیمم یک تابع را با جستجو کردن مینیمم منفی همان تابع به دست آورد (شکل ۱-۱).



شکل ۱-۱: مینیمم تابع $f(x)$ همان ماکزیمم تابع $-f(x)$

۱-۱-۱- برخی کاربردهای مهندسی بهینه سازی :

- ۱- طراحی هواپیما و سازه های فضایی برای مینیمم کردن وزن
- ۲- مینیمم کردن وزن سازه ها برای مقابله با زلزله، باد و دیگر بارهای تصادفی
- ۳- طراحی پمپ ها، توربین ها و تجهیزات انتقال حرارت برای ماکزیمم راندمان
- ۴- طراحی بهینه سیستم های کنترل و ...

۱-۲- شکل ریاضی مسئله بهینه سازی

یک مسئله بهینه سازی یافتن مقدار مینیمم (یا ماکزیمم) تابع $f(x)$ و بردار متغیر وابسته $x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$ است که آنرا نتیجه می‌دهد. در اینجا f تابع هدف (یا قیمت) نامیده می‌شود. مقادیر $x_i, i = 1, \dots, n$ متغیرهای مسئله بهینه سازی هستند، که معمولاً متغیرهای طراحی^۱ نامیده می‌شوند. توجه کنید که هر بردار x در فضای طراحی n بعدی R^n ، یک طراحی مستقل را بیان می‌کند [۱].

ممکن است که متغیرهای طراحی به طور کامل آزاد نباشند و آنها باید بعضی شرایط یا قیود را ارضا کنند. بیشتر مسائل بهینه سازی در عمل از این نوع هستند. این قیود ممکن است به صورت تساوی باشند. این نشان می‌دهد که متغیرهای طراحی مستقل نیستند و فضای طراحی واقعی زیر مجموعه‌ای از R^n است، که ابعاد این فضا n منهای تعداد قیود تساوی وابسته است. قیود نامساوی اکید بعضی محدودیتها را روی مقادیر متغیرهای طراحی $x_i \in R$ و شامل یک زیر مجموعه از فضای طراحی اعمال می‌کند [۱].

$$\text{Min (or Max) } f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Subject to :

$$\begin{aligned} h_j(x) &\leq 0 & j &= 1, 2, \dots, n_h \\ g_k(x) &= 0 & k &= 1, 2, \dots, n_g \\ x_i^l &\leq x_i \leq x_i^u & i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1-2)$$

^۱- design variables

n و n_h ، n_g به ترتیب تعداد قیود مساوی و نا مساوی و متغیرهای طراحی مسئله بهینه سازی هستند. مقادیر x_i^l و x_i^u مرزهای بالا و پایین متغیرهای طراحی x_i هستند. آن دسته از متغیرهای طراحی که همه قیود را ارضا می کنند در فضای شدنی^۱ قرار می گیرند. فضای نشدنی^۲ مجموعه‌ای از همه نقاط طراحی است که حداقل یکی از قیود تجاوز کند [۱].

۱-۳-۳- دسته بندی مسائل بهینه سازی سازه ها

مسائل بهینه سازی به صورتهای مختلفی دسته بندی می شوند، که ما در اینجا دسته بندی بر اساس متغیرهای طراحی را که عمومیت بیشتری دارد بررسی می کنیم.

۱-۳-۱- دسته بندی بر اساس متغیرهای طراحی

- ۱- بهینه سازی اندازه^۳، که برای حداقل کردن ابعاد سازه است .
- ۲- بهینه سازی شکل^۴، بعضی متغیرها برای تعریف هندسه سازه به کار می روند، تغییر در شکل سازه با تغییر در این متغیرها به وجود می آید، مانند تعریف شکل سازه توسط توابع B-SPLINE که با تغییر نقاط کنترلی به عنوان متغیرهای طراحی ، در شکل سازه تغییر حاصل می شود.
- ۳- بهینه سازی توپولوژی^۵ (ساختار)، المانها در طی پروسه طراحی اضافه یا حذف می شوند. در بهینه سازی توپولوژیک ، هدف اصلی پیدا کردن تعداد مناسب حفره ها و محل آنها می باشد.

بهینه سازی شکل و توپولوژی در فصل دوم به طور مفصل بحث خواهد شد.

¹- Feasible direction
²- Infeasible direction
³- Size optimization
⁴- Shape optimization
⁵- Topology optimization

مسائل بهینه سازی به گونه ای هستند که برای حل آنها به زمان زیادی احتیاج است. گاهی اوقات لازم است که تلفیقی از روشهای فوق را برای حل یک مسئله به کار ببریم که آن نیز پیچیدگیهای خاص خود را دارد، مثلاً لازم است که بهینه سازی شکل و توپولوژی را همزمان انجام دهیم. یکی از راههایی که باعث کاهش زمان بهینه سازی می شود این است که تعداد متغیرهای طراحی را کاهش دهیم. از عواملی است که به شدت باعث افزوده شدن زمان محاسبات و دشواری حل مسائل بهینه سازی می شود، تعداد متغیرهای طراحی می باشد. بدین ترتیب اگر بتوانیم تعداد متغیرهای طراحی را کاهش دهیم، با سرعت و احتمال بیشتری به سمت جواب بهینه همگرا خواهیم شد [۲].

هدف این پایان نامه بهینه سازی توپولوژیک سازه های دو بعدی (تنش و کرنش مسطح^۱) با استفاده از روش تغییرات مرزی است. از آنجا که مرزها به وسیله توابع نریز^۲ مدل می شوند متغیرهای طراحی ما به مقدار قابل توجهی کاهش می یابد. علت این امر آنست که به جای اینکه مختصات نقاط اجزای محدود روی مرز به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شود، از مختصات نقاط کنترلی برای متغیر طراحی استفاده می شود.

۱-۴- مراحل انجام پایان نامه

برای انجام فرآیند بهینه سازی توپولوژیک سازه ها به وسیله روش تغییرات مرزی، در ابتدا شکل هندسی سازه را به وسیله توابع NURBS مدل سازی می شود. سپس مش بندی بر روی دامنه صورت می گیرد، بعد از مش بندی آنالیز اجزای محدود^۳ انجام می شود. پس از آنالیز اجزای محدود، تخمین خطا با استفاده از بازیافت تنش در نقاط فوق همگرا بر روی گروه المانهای متصل به یک گره صورت می گیرد، که از این مرحله در صورتی که تخمین خطا و تطبیق مش مورد نظر نباشد صرف نظر

^۱ - Plane stress and Plane strain

^۲ - NURBS

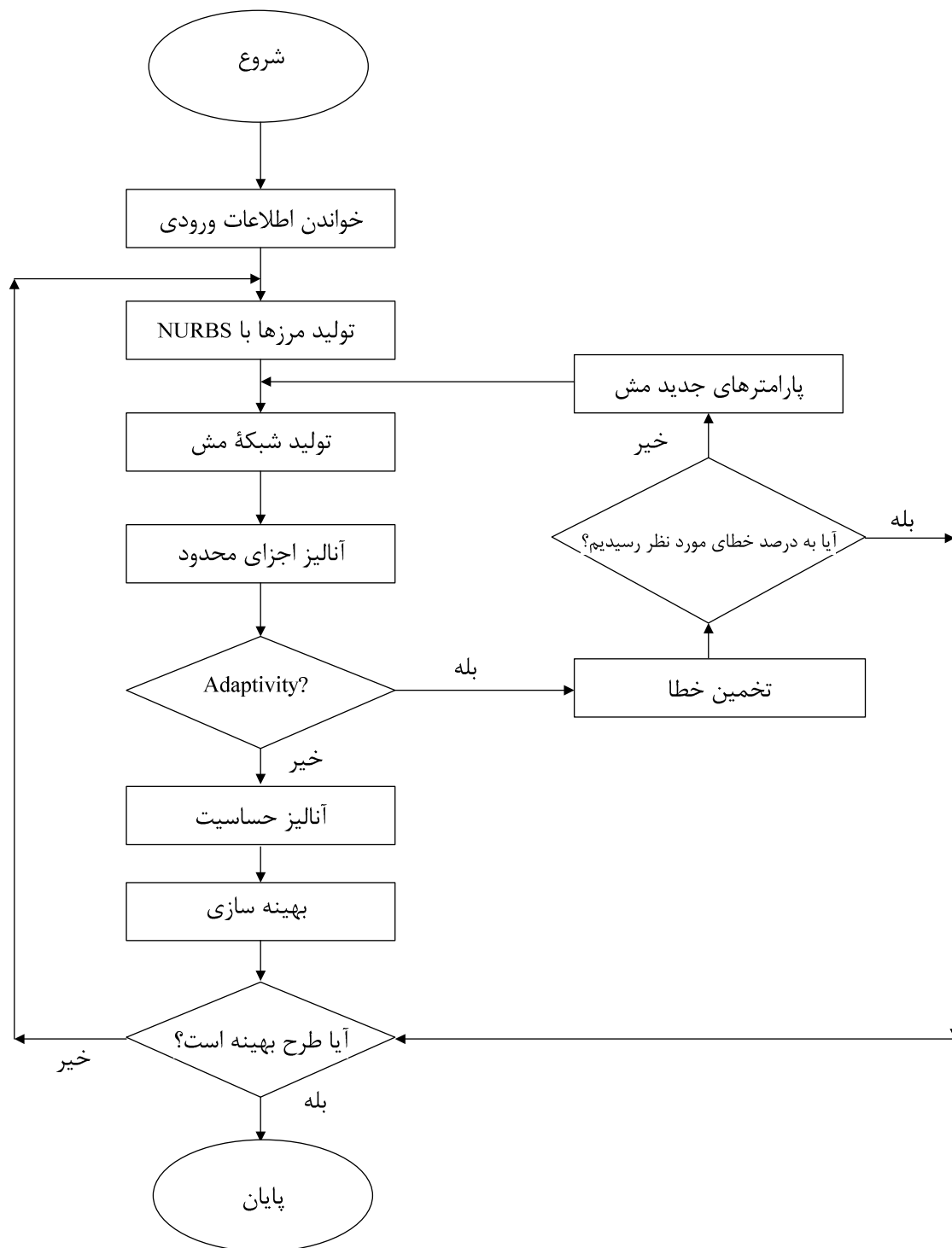
^۳ - Finite element

می‌شود. سپس بهینه‌سازی شکل و توپولوژی روی فضای طراحی انجام گرفته و این روند تا رسیدن به جواب نهایی ادامه می‌یابد. شبکه بندی اجزای محدود، از نوع ساختار نیافته است و اصلاح آن به روش h صورت می‌پذیرد.

در این برنامه برای تولید مرزهای سازه از توابع NURBS درجه ۳ استفاده شده است. در بخش تولید مش از یک تولید کننده مش ساختار نیافته^۲ استفاده شده است. المانهای مورد استفاده در این برنامه المانهای مثلثی خطی (سه گرهی) یا مثلثی درجه دو (شش گرهی) هستند. در بخش اجزا محدود حل مسئله در حالت تنش مسطح و کرنش مسطح ممکن است. مرحله مدلسازی سازه توسط مؤلف به زبان فرترن کد نویسی شده است. تولید مش و آنالیز اجزای محدود و تخمین خطا و تطبیق مش توسط برنامه ADOPT صورت می‌گیرد. در قسمت بهینه‌سازی از برنامه DOT استفاده می‌شود. سابروتینهای این برنامه توسط پروفیسور وندرپلات^۳ و همکارانش آماده گردیده و در تعداد زیادی از برنامه‌های تجاری و دانشگاهی مورد استفاده واقع شده است. بدین ترتیب برای حل مسائل بهینه‌سازی، امکان استفاده از روشهای برنامه ریزی ریاضی^۴ SQP،^۵ SLP و^۶ MMFD فراهم شده است [۵]. توضیحات کامل در مورد روشهای بهینه‌سازی ذکر شده را می‌توان در مراجع [۶]، [۷] و [۸] ملاحظه کرد.

الگوریتم کلی این فرآیند در شکل (۱-۲) نشان داده شده است.

-
- 1 - h-refinement
 - 2 - Unstructured mesh
 - 3 - Vanderplaats
 - 4- Sequential Quadratic Programming
 - 5- Sequential Linear Programming
 - 6- Modified Method of Feasible Direction



شکل ۲-۱: الگوریتم بهینه سازی سازه‌ها

فصل دوم

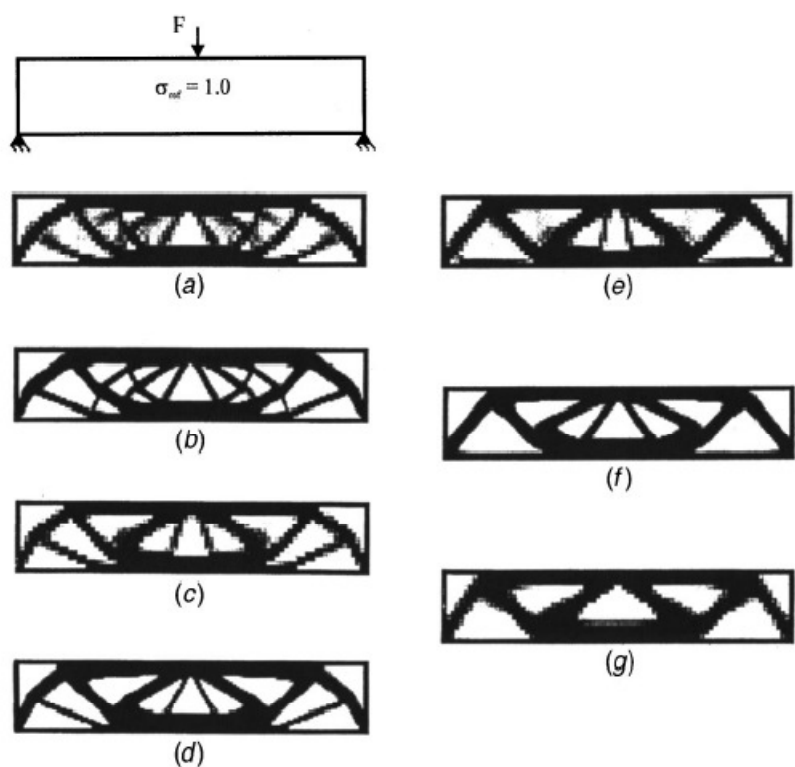
بهینه سازی سازه‌ها

در بازارهای رقابتی دهه‌های گذشته، پروسه سنتی طراحی مهندسی روندی بسیار کند داشت. برای کارخانه‌ها بسیار مهم است که در زمان و هزینه صرفه جویی کرده و کیفیت محصولاتشان را بالا ببرند، بنابراین علم مهندسی ناگزیر است که همزمان با این خواسته صنعت با سرعت بیشتری نسبت به روشهای سنتی گام در این مسیر بگذارد. کلید موفقیت، یک پروسه شامل شروع طراحی نمونه اولیه در یک کامپیوتر و اجرا کردن در محیط صنعتی است [۹].

با بکارگیری تکنیکهای بهینه سازی به جای روشهای طراحی سنتی سرعت قابل قبول و مؤثری به دست آمد. در حقیقت به وسیله یک سیستم بهینه سازی کاملاً یکپارچه، طبیعت طراحی مسئله معکوس شد. به این معنی که، به جای پیشنهاد دادن یک طرح و آنالیز آن برای اینکه ببینیم که آیا آن طرح اهداف و نیازهای ما را برآورده می‌کند یا نه، یک مسئله بهینه سازی بر اساس اهداف و قیود ساخته می‌شود، بنابراین یک طراحی که نامعلوم بود، به دست می‌آید. بهینه سازی یک ابزار با ارزش برای تولید یک طرح ابتکاری مؤثر برای سازه‌هایی است که فراتر از تجربه یک طراح است [۱۰].

در بهینه سازی سازه‌ها، تولید سازه‌هایی مورد نظر است که علاوه بر دارا بودن کارایی مورد نظر به لحاظ اقتصادی نیز مقرون به صرفه باشد، مثلاً با حداقل وزن بتوانیم مقاومت سازه را به بیشترین مقدار خود برسانیم یا اینکه انرژی کرنشی یک سازه را به حداقل برسانیم. این فرآیند در یک فضای مشخص به نام دامنه طراحی^۱ و تحت اثر شرایط مشخص بارگذاری و تکیه گاهی صورت می‌پذیرد [۱۱]. شکل (۱-۲) یک سازه (a) را نشان می‌دهد که در نهایت با استفاده از بهینه سازی به شکل (g) تبدیل شده است.

1-Design domain



شکل ۲-۱: سازه‌ای که تحت یک بار معین بهینه سازی شده است.

در این فصل به طور مفصل راجع به متغیرهای طراحی، قیود، تابع هدف و انواع روشهای بهینه سازی بحث خواهد شد.

۲-۲- متغیرهای طراحی

متغیرهای طراحی پارامترهای فضای طراحی هستند که در طی پروسه بهینه سازی می توانند تغییر پیدا کنند، که حتی ممکن است شامل پارامترهای هندسه سازه نیز باشد [۱۲]. باید توجه داشت که انتخاب متغیرهای طراحی در موفقیت فرآیند بهینه سازی بسیار مؤثر می باشد. نکته حائز اهمیت در انتخاب متغیرهای طراحی برای مسائل بهینه سازی سازه‌ها در هماهنگی بین مدل تحلیل و متغیرهای

طراحی می‌باشد. در این پایان نامه از مختصات نقاط کنترلی به عنوان متغیرهای طراحی استفاده شده است، توضیحات کاملتر در این مورد در فصل سوم ارائه خواهد شد.

۳-۲- تابع هدف

تابع هدف یک تابع ریاضی است که مقدار هر یک از متغیرهای طراحی را مشخص می‌کند. تابع هدف معیاری است که برای مقایسه طرحهای قابل قبول مختلف و انتخاب بهترین آنها در نظر گرفته شده است. بسته به انتخاب تابع هدف، ممکن است ماکزیمم یا مینیمم کردن تابع هدف مورد نظر باشد [۱۳]. مثلاً ممکن است مینیمم کردن وزن سازه یا ماکزیمم کردن سختی را به عنوان تابع هدف در نظر گرفت. در یک مسئله بهینه سازی توابع هدف مختلفی را می‌توان در نظر گرفت، از جمله وزن سازه، حجم مصالح مصرفی، سختی سازه، قیمت سازه و...

در زیر به تعریف چند نمونه از توابع هدف مهم اشاره می‌شود:

الف- وزن سازه^۱

$$W = \int_{\Omega} \rho_l \Omega_l d\Omega \quad (1-2)$$

ب- حجم^۲

$$V = \int_{\Omega} \Omega_l d\Omega \quad (2-2)$$

که W وزن سازه، V حجم سازه، ρ_l چگالی اجزای محدود l ام، Ω حجم المان l ام، $d\Omega$ حجم دیفرانسیلی می‌باشند.

ج- انرژی کرنشی^۱

1- Weight
2- Volume

$$F_{\omega} = \int_{\Omega} \sigma^T D^{-1} \sigma d\Omega \quad (3-2)$$

د- خطای انرژی^۲

$$\|e\| = \left[\int_{\Omega} (\sigma - \bar{\sigma})^T \mathbf{D}^{-1} (\sigma - \bar{\sigma}) d\Omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-2)$$

ه- تعدیل تنش^۳ یا تنش یکنواخت

به منظور رسیدن به یک سازه با تنشهای یکنواخت می‌باشد. در اینجا مینیمم کردن تابع هدف است و در حالت ایده آل برابر صفر شود.

$$S = \int_A (\sigma - \sigma_0)^2 dA \quad (5-2)$$

در این رابطه σ می‌تواند تنش معادل و یا تنش اصلی ماکزیمم باشد و σ_0 تنش پیشنهادی طراح و یا میانگین تنش موجود روی دامنه سازه است.

در سال ۱۹۹۰ شخصی به نام کیمیش^۴ یک تابع هدف اصلاح شده برای حالت تنش یکنواخت و یکسان سازی تنشها ارائه کرد. رابطه او به شکل زیر است [۱۰].

$$F_L = \int_{\Omega} (\sigma^2 - \sigma_0^2)^2 d\Omega \quad (6-2)$$

1- Strain energy
2- Error energy
3- Stress levelling
4 -Kimmich

۲-۴- قیود^۱

در بسیاری از مسائل عملی بهینه سازی مقدار متغیرهای طراحی نمی‌تواند به صورت اختیاری انتخاب شوند، مگر آنکه این متغیرها شرایط توابع معینی را برآورده کنند. این محدودیتها که به منظور رسیدن به یک طرح بهینه اعمال می‌شوند قید نامیده می‌شوند. قیود در مسائل بهینه سازی اهمیت ویژه ای دارند طوریکه طراحی بهینه را تحت تأثیر قرار می‌دهند. قیدهای نامساوی هنگامی که برابر صفر هستند، بحرانی می‌باشند. این قیدها را قیدهای فعال^۲ نیز می‌نامند؛ در حالیکه قیدهای دیگر غیر فعال نامیده می‌شوند. برخی روشهای بهینه سازی نمی‌توانند قیود تساوی را در نظر بگیرند و تنها می‌توان قیود نامساوی را برای آنها تعریف نمود، در چنین مواقعی قید تساوی را با دو قید نامساوی که دارای حد بالا و پایین می‌باشند، جایگزین می‌نماییم که در آنها حد بالا و پایین یکسان در نظر گرفته می‌شود.

در مسائل بهینه سازی قیود متنوع زیادی وجود دارد که بعضی از آنها عبارتند از :

$$g^{\sigma} = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{all}} \geq 0 \quad (7-2)$$

محدودیت تنشها

$$g^D = 1 - \frac{D}{D_{all}} \geq 0 \quad (8-2)$$

محدودیت تغییر مکانها

$$g^V = 1 - \frac{V}{V_{all}} \geq 0 \quad (9-2)$$

محدودیت حجم

$$g^A = 1 - \frac{A}{A_{all}} \geq 0 \quad (10-2)$$

محدودیت سطح

1- Constraints
2- Active constraints

که σ تنش، D تغییر مکان، V حجم، A سطح و all بیانگر مقدار مجاز پارامتر مربوطه اش می‌باشد. برای حل مسائل بهینه سازی ممکن است بعضی از قیود ذکر شده و یا ترکیبی از آنها در حل مسئله بهینه سازی وارد شود.

۲-۵- انواع بهینه سازی سازه

برای هر پروسه طراحی سازه سه مرحله می‌تواند بررسی شود. اولین مرحله ادراکی است، که بر اساس آن سیستم و فرم سازه انتخاب می‌شود. این مرحله شامل بکارگیری قضاوت و تجربه به صورت یک روش کیفی است و پایه الگوریتمی ندارد و بنابراین کامپیوتری کردن آن دشوار است. دومین مرحله طراحی اولیه است که شکل سازه و هندسه آن تعریف می‌شود. مرحله نهایی طراحی جزئیات است [۱۴].

در گذشته پژوهشگران بر روی بهینه سازی ابعاد^۱ تمرکز کرده بودند که برای مثال شامل پیدا کردن خصوصیات سطح مقطع بهینه اعضای یک خرپا یا یک قاب و یا بهینه سازی ضخامت یک ورق^۲ بود. در این مسائل دامنه ثابت و در طی پروسه بهینه سازی تغییر پیدا نمی‌کرد. بهینه سازی ابعاد ممکن است که به عنوان کاربرد بهینه سازی در مرحله طراحی جزئیات استفاده شود [۱].

همگام با پیشرفت این علم، مسائل پیدا کردن مرزهای یک سازه بررسی شد. مثالهایی از این دست عبارتند از پیدا کردن مرزهای یک سازه که در حالت تنش مسطح^۳ بررسی شده و یا پیدا کردن مکان گره‌های یک سازه اسکلتی یا پیدا کردن مقادیر بهینه برای پارامترهایی که سطوح میانی یک لایه پوسته^۴ را تعریف می‌کنند. به این دسته از مسائل بهینه سازی، بهینه سازی شکل^۵ می‌گویند. در

1- Sizing optimization
2- Plate
3- Plane stress
4- Shell
5- Shape optimization

این مسائل شکل دامنه ثابت نیست اما توپولوژی مسئله ثابت است. این نوع بهینه سازی ممکن است که در کاربرد تکنیکهای بهینه سازی به عنوان مرحله اول طراحی استفاده شود [۱].

روشهای بهینه سازی ابعاد و شکل ممکن است منجر به یک نتیجه بهینه کامل نخواهد شد، به طوریکه این روشها با مسائلی که توپولوژی اولیه بهینه ندارند، مشکل دارند. برای غلبه به این کاستی بهینه سازی توپولوژی باید بررسی شود. مخصوصاً در بهینه سازی توپولوژی مسائل دو بعدی و سه بعدی پیوسته هدف تعیین ترکیبی مثل تعداد سوراخها و مکان آنهاست. همچنین پیدا کردن شکل بهینه و قرارگیری گرهها و عضوهای یک سازه اسکلتی می تواند در این دسته قرار بگیرد. ایده آل این است که یک روش برای بهینه سازی همزمان هندسه (شکل و ابعاد) و توپولوژی سازه پیدا کنیم؛ که این را گاهی اوقات بهینه سازی طرح^۱ می نامند [۱۵]. این نوع از مسائل بهینه سازی می تواند به عنوان بهینه سازی در مرحله ادراکی در نظر گرفته شود.

۲-۵-۱- بهینه سازی شکل^۲

دامنه روش اجزای محدود به عنوان متغیر طراحی در بهینه سازی شکل می باشد. اختلاف اصلی بهینه سازی ابعاد و شکل در قسمت مربوط به آنالیز حساسیت می باشد. زمانی که متغیرهای طراحی تغییر می کند اجزای محدود در فضای طراحی نیز تغییر می کند. در زیر چند روش بهینه سازی مورد بررسی قرار می گیرد.

الف- روش رشد تطبیقی^۳

این روش، به صورت یک دریافت درونی و احساسی می باشد که از بهینه سازی شکل سازه با استفاده از روش تغییرات مرزی بدست آمده است و اولین بار توسط شخصی به نام ماتک^۴ در سال ۱۹۸۹ ارائه

1- layout optimization
2- Shape optimization
3- Adaptive Growth Method
4- Mattheck

شد. این روش از روش بهینه سازی شکل با استفاده از تغییرات مرزی ساده تر بوده و بیشتر به آنالیز مساله متکی می باشد [۱].

روش رشد تطبیقی در تلاش است تا برای انجام فرآیند بهینه سازی از شبیه سازی رشد حیوانات و گیاهان استفاده کند. ایده اصلی این روش این است که سیستمهای بیولوژیکی که قابلیت تحمل نیروها را دارند در نتیجه تکامل در طی میلیونها سال بهینه شده اند. این عمل به خاطر وجود رقابتی شدید برای کسب انرژی و فضای زندگی در طبیعت می باشد که به منظور بدست آوردن شانس بیشتر برای زندگی صورت می گیرد، به عبارتی آنها مقاومتی بیشتر را در ازای وزن کمتر جستجو می کنند

از میان سازه های بیولوژیک که توانایی رشد تطبیقی را نیز دارا می باشد می توان به درختها اشاره کرد. آنها به گونه ای شکل گرفته اند که امکان جذب بیشترین نور را داشته باشند^۱ و جهت آنها متمایل به سمت نور بوده و به عبارتی سعی در تولید تاج بزرگتر دارند [۱۱].

ماتک شمار زیادی از درختان طبیعت را جهت تعیین درستی دو قانون مکانیکی حاکم بر رشد درختان مورد مطالعه قرار داد. این دو قانون عبارتند از " مینیمم کردن بار خارجی " و فرضیه " تنش ثابت بر سطح درختان ". مینیمم کردن بار خارجی تلاشی برای بهتر کردن پایداری عمومی به همراه در نظر گرفتن مهمترین حالات بارگذاری می باشد. مثلا می توان به نگه داشتن مرکز ثقل تاج درخت بر روی ریشه آن اشاره کرد. تنش ثابت نیز اصلی بدیهی است و بیان می کند که سازه های بیولوژیک سعی دارند تا به گونه ای رشد کنند که در زمانهای مختلف و تحت اثر حالات مختلف بارگذاری، بر روی سطح آنها تنشی ثابت به وجود آید. این مورد یک حالت بهینه مکانیکی است که سعی دارد تا خطوط شکست را که معمولا از سطح شروع می شوند مینیمم کند. به عبارتی دیگر، هیچ نقطه ای بر

1- Phototropism

روی سطح وجود ندارد که تنش آن بیشتر از نقاط دیگر باشد. موارد دیگری نیز توسط ماتک ارائه شده اند که می توان به رشد شاخ گوزن ها، رشد ناخنهای گربه سانان و غیره اشاره کرد.

پایه این قاعده کلی را می توان در رفتار یک درخت به هنگام ایجاد یک برخورد مکانیکی میان تنه درخت و یک جسم سخت (مانند سنگ) جستجو نمود. مثلاً وقتی که یک درخت دچار بریدگی و جراحت می شود، تنشهای بزرگتری در محل شکاف ایجاد می شود. در نتیجه درخت سعی می کند تا به حالت تنشهای یکنواخت اولیه برگردد و این کار را با اضافه کردن مقدار بیشتری از مواد در محل جراحت انجام می دهد. بدین ترتیب درخت با استفاده از رشد تطبیقی در سطح محل برخورد مکانیکی، تنشهای حداکثر را کاهش می دهد. بیشترین احتمال وقوع شکست (به خصوص توسط بارهای خستگی) نیز در سطوح با تنشهای محلی زیاد است که اغلب سبب این اتفاق، وجود شکافهای سطحی می باشد. بدین ترتیب یک طراحی مکانیکی که توزیع تنش در آن یکنواخت است، (مخصوصاً در سطح آن) را می توان به عنوان طرحی بهینه فرض کرد.

از آنجایی که در بعضی حالات تنشهای سه بعدی وجود دارد، با استفاده از تنشهای فون میزز^۱ نتایج بهتری برای فرضیه تنشهای ثابت بدست می آید. در حالت کلی ممکن است از تنشهای اصلی ماکزیمم و یا چگالی انرژی کرنشی استفاده شود.

پیش از این محققین روشهای زیادی برای بدست آوردن حالت یکنواخت تنشهای فون میزز پیشنهاد کرده اند. اخیراً ماتک روشی را برای بهینه سازی شکل سازه ها با کمک کامپیوتر پیشنهاد کرده است^۲ که در آن از رشد درختان تقلید می شود. ایده اصلی در این روش که بسیار بحث برانگیز نیز می باشد این است که نه تنها محصولات بیولوژیکی بهینه هستند بلکه روشی را هم که آنها در طبیعت برای رسیدن به شکل بهینه طی می کنند بهینه می باشد و به همین خاطر می توان آن را به صورت یک فرآیند بهینه سازی، شبیه سازی نمود. اگرچه که ممکن است تصور شود که فرآیندهای

1 - VonMises

2- Computer Aided Design - CAD

تکاملی در طبیعت دارای روند بسیار کندی هستند. برای اطلاعات بیشتر در زمینه روش پیشنهادی ماتک می‌توان به مرجع [۱] رجوع کرد.

ب- روش تغییرات مرزی^۱

در این روش از توابع پارامتری برای مدل کردن هندسه سازه استفاده می‌شود. توابع B-Spline، Bezier و یا NURBS از جمله توابعی هستند که می‌توانند در این روش بکار روند. برای تعریف توابع NURBS از چندین مشخصه آنها مثل بردار گرهی^۲ و مختصات نقاط کنترلی استفاده کرد. کلمه NURBS مخفف (Non-Uniform Rational B-Spline) است؛ توابع پارامتری B-Spline و Bezier حالت خاصی از این توابع هستند. در این روش ممکن است نقاط کنترلی یا نقاط کلیدی و یا بردار گرهی و یا ترکیبی از آنها به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شود. در اینجا از نقاط کنترلی به عنوان متغیرهای طراحی استفاده می‌شود. یکی از برتریهای این روش کم شدن متغیرهای طراحی و داشتن مرزهای هموار و در نتیجه شکلی صاف است. توضیحات بیشتر در مورد این توابع در فصل سوم ارائه خواهد شد.

۲-۵-۲- بهینه سازی توپولوژیک (ساختار)

بهینه سازی توپولوژیک سازه‌ها فرم مرکبی از بهینه سازی شکل و ابعاد است. بهینه سازی شکل مرسوم به وسیله روش تغییرات مرزی نیاز به چندین مرتبه مش زدن در پروسه بهینه سازی دارد و طرح نهایی و نتایج از نظر توپولوژیک یکسان با طرح اولیه است. تلاش برای تغییر توپولوژی و شکل در طی طرح منجر به پیچیدگی مسئله خواهد شد و آن را یک امر مشکل خواهد کرد. به دلیل این پیچیدگیها این کلاس از مسائل به عنوان یکی از مباحث پر چالش در مکانیک سازه‌ها به شمار می‌رود [۱۶].

1- Boundary variation method
2- Knot vector

روشها برای به دست آوردن توپولوژی بهینه سازه از روشهای پایه ریاضی مشکل (مثل روش همگن سازی^۱) تا بیشتر روشهایی که بر مبنای درک مهندسی است (یعنی روش hardkill/softkill) متغیر است. معمولاً نتایج بهینه سازی توپولوژیک برای سازه‌های پیوسته دو بعدی و سه بعدی، یک نقشه طرح^۲ از چگالی مواد است؛ به طوریکه یک توپولوژی بهینه با استفاده از نوعی پردازش تصویر و یا به صورت شهودی با استفاده از قضاوت مهندسی و یا ترکیبی از این دو به صورت اتوماتیک مشخص شود [۱].

در بهینه سازی توپولوژیک توزیع مواد در فضای طراحی مطرح شده است. از سوی دیگر وجود یا عدم وجود یک المان اجزای محدود تعیین می شود. در ادامه به چند روش در بهینه سازی توپولوژیک اشاره می شود.

الف- روش همگن سازی^۳

این روش و معیار بهینگی برای اولین بار توسط بندسو و کیکوچی^۴ در سال ۱۹۸۸ معرفی شد [۱]. در یک تحقیق برای حل مسائل بهینه سازی توپولوژیک بندسو و کیکوچی [۱۷] روش همگن سازی را که دارای جذابیت برای محققان بسیاری است پیشنهاد کردند. در این روش توپولوژی بهینه توأم با ابعاد و شکل بهینه ناصاف و زبر است ، که به آن گاهی اوقات بهینه سازی شکل تعمیم یافته^۵ گفته می شود.

روش همگن سازی با به دست آوردن معادله یک ماده متخلخل با فرض داشتن تعداد نامحدودی سوراخ شروع می شود. به طور میانگین ماده متخلخل شکل (۲-۲الف) را می توان به شکل (۲-۲ب) که یک سوراخ بزرگ در یک اجزای محدود قرار گرفته است مدل کرد، که اگر سوراخ بزرگتر از یک مقدار معین باشد المان به عنوان یک المان خالی در نظر گرفته شده است.

1 - Homogenization

2 - Plot contour

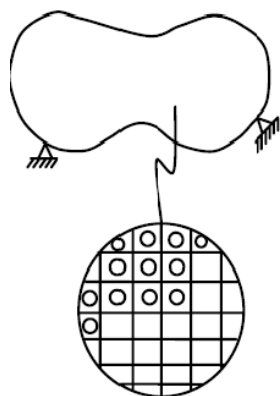
3 - Homogenization

4 - Bendsoe and Kikuchi

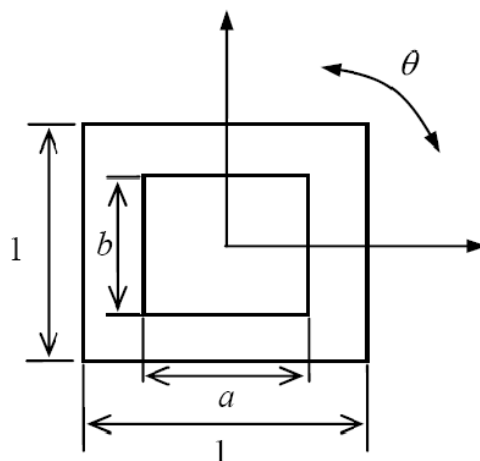
5 - Generalized shape optimization

همچنین این فرض باعث می‌شود که چگالی به طور پیوسته در ماده متخلخل تغییر کند که باعث راحتی‌تر شدن مسئله بهینه‌سازی توپولوژیک شود. ماده‌ای که از این روش به دست می‌آید به طور مؤثری می‌تواند خواص مواد ماکروسکوپیک را که بستگی به هندسه سلول واحد دارد توصیف کند.

این خواص ماکروسکوپیک مؤثر می‌توانند بر اساس روشهای ریاضی محاسبه شوند [۱۸].



شکل ۲-۲-ب : ماده متخلخل

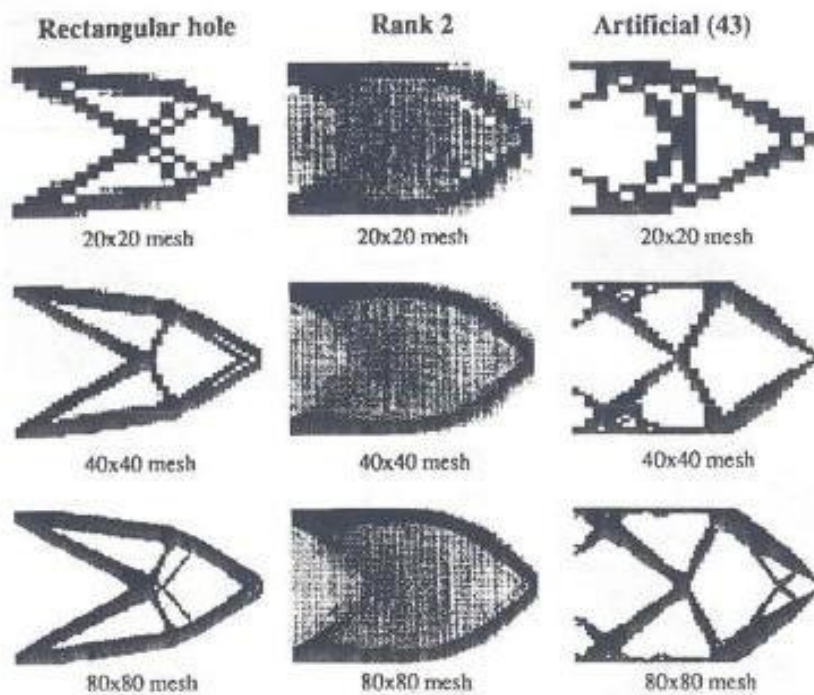


شکل ۲-۲-الف : یک سوراخ در جزء محدود

سلولها در روش همگن سازی

به علت زیاد بودن متغیرهای طراحی در مسائل بهینه‌سازی توپولوژیک، استفاده از روشهای برنامه‌ریزی ریاضی برای حل مساله بسیار زمانبر و پرهزینه خواهد بود. به همین علت برای حل این مسائل از روشهای معیار بهینگی استفاده می‌شود. روشهای معیار بهینگی بر خلاف روشهای برنامه‌ریزی ریاضی که به طور مستقیم تابع هدف را بهینه می‌کنند، به شکل غیر مستقیم برای اقلع

معیارهای مرتبط با رفتار سازه عمل می‌کنند. این معیارها یا به صورت ادراکی و یا با استفاده از روابط ریاضی استخراج می‌شوند. روشهای " طرح بر اساس تنشهای یکنواخت شده^۱ " و " طرح بر اساس مدهای خرابی همزمان^۲ " از جمله مثالهای روشهای معیار بهینگی مبتنی بر درک می‌باشند.



شکل ۲-۳: روش Homogenization برای یک تیر طره عمیق به ازای مش بندی و مصالح مختلف

ب- روش چگالی^۳

در روش چگالی، چگالی یک المان به عنوان یک متغیر طراحی در نظر گرفته می‌شود. اگر چگالی نزدیک به صفر باشد المان متناظر با آن به صورت خالی در نظر گرفته می‌شود. روش چگالی از نظر ریاضی ضعیفتر از روش همگن سازی است، اما به علت سادگی این روش از لحاظ تئوری و عددی بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حقیقت سختی یک سازه در بهینه سازی توپولوژیک ماکزیمم

1-Fully stress design
2-Simultaneous failure design
3-Density method

می‌شود. ماکزیمم کردن سختی معادل است با مینیمم کردن کار خارجی یا مینیمم کردن

[۱۸] Compliance.

ج- روش شکل^۱

روش بهینه سازی به کار رفته در روش شکل بر اساس روش ضرایب لاگرانژ است، پس این روش جزء روشهای معیار بهینگی^۲ به حساب می‌آید. روش شکل اولین بار توسط Atrek مطرح شد که بسیار شبیه روش "بهینه سازی ورقها با ضخامت متغیر"^۳ می باشد که توسط Rossow و Taylor بیان شد. این روش بر اساس این ایده است که در آن فضای مجاز برای بهینه سازی شکل و توپولوژی تبدیل به تعداد زیادی زیر دامنه کوچک شده است که با تکنیک بغل بری^۴ المانهایی که ضخامت آنها در انتهای پروسه برابر با یک مقدار حد پایین مشخص است، ترکیب شده است. در این روش حجم المانهها به عنوان متغیرهای طراحی به کار برده می‌شود. این مقادیر که در پروسه بهینه سازی به دست می‌آیند به صورت صفر و یک در نظر گرفته می‌شوند، به این معنی که یک المان یا برداشته می‌شود یا باقی می‌ماند. باید توجه داشت که این روش به علت وابستگی به نتایج مش اجزای محدود در بعضی از مسائل دارای جواب قابل قبولی نمی باشد [۱۹].

د- بهینه سازی به وسیله شبیه سازی رشد زیست محیطی^۵

روش CAD^۶ و روش SKO^۷ که توسط مرکز تحقیقاتی کارلسروهه ارائه شده است بر اساس تفسیر شبیه سازی رشد زیست محیطی و کاربردهایش در مهندسی است. همانطور که از روشهای طراحی می‌دانیم، تنش بیشتر از حد نهایی، نقطه شروع خرابی در یک سیستم است. اگر نواحی زیر تنش و

1 -Shape method

2-Optimality criteria

3- Variable thickness sheet problems

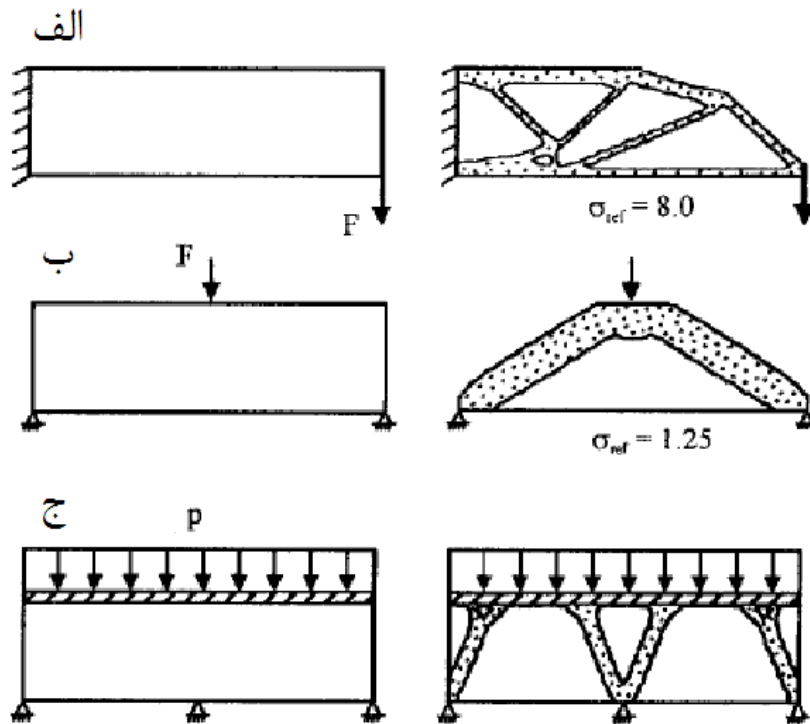
4- Cutting away

5- Simulation of biological growth

6- Computer Aided Optimization

7- Soft Kill Option

بالای تنش نهایی دارای یک مؤلفه باشند نیازاست که در هر نقطه‌ای از سیستم تنش ماکزیمم رخ می‌دهد. این موضوع را بهینه سازی بر اساس طرح تنشهای یکنواخت^۱ می‌نامند.



شکل ۲-۴: بهینه سازی به وسیله روش SKO

بررسی های فوق منجر به ارائه روش CAO می‌شود که یک بهینه سازی شکل بر اساس طرح تنشهای یکنواخت می‌باشد. به منظور استفاده از این روش در بهینه سازی توپولوژیک، این روش با تکنیک المانهای بغل بری تحت تنش^۲ ترکیب شده که تکنیک SKO نامیده می‌شود.

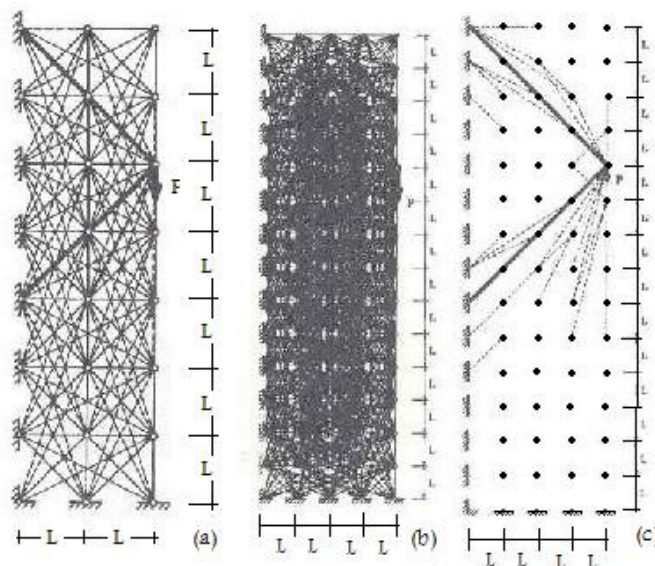
با ترکیب دو روش CAO و SKO یک پروسه طراحی تشکیل می‌شود بر اساس اصل سازه سبک وزن^۳ (حداقل استفاده از مواد) که می‌توان در یک زمان به یک سازه پایدار رسید. روشهای CAO روشهای SKO و CAO برای اینکه استفاده و تأثیر مواد باقیمانده در سازه را بهینه کنند مواد غیر مؤثر

1- Fully stress design
2- cutting away under -stressed
3- lightweight

را حذف می‌کنند؛ همچنین این روشها ساده هستند. شکل (۲-۴) مثالهایی از کاربرد روش SKO با شکل مستطیل و تحت شرایط بارگذاری مختلف را نشان می‌دهد.

ه- روش *Ground Structure* :

این روش، روشی مناسب برای سازه‌های قابی و خریابی می‌باشد و در حقیقت روشی ترکیبی است که بهینه‌سازی توپولوژیک، شکل و ابعاد را به طور همزمان انجام می‌دهد [۱۰]. در این روش مجموعه‌ای از نقاط به عنوان شبکه گره در فضای طراحی در نظر گرفته می‌شود. هر گره با تمام و یا مجموعه‌ای از گره‌های دیگر به وسیله اعضای خریابی متصل می‌شود. با استفاده از روش معیار بهینگی زیر مجموعه‌ای از اعضای موجود از سازه اولیه^۱ استخراج می‌شود که به عنوان توپولوژی بهینه شناخته می‌شود. در این روش از یک سازه پایه شروع کرده و اعضای را که ابعاد آنها در طول فرآیند بهینه‌سازی به مقادیر کوچکی می‌رسد حذف می‌کنیم. جواب این روش نهایتاً سازه‌ای به شکل خرپا می‌باشد. به عنوان مثال به شکل (۲-۵) توجه کنید.



شکل ۲-۵ : بهینه‌سازی توپولوژیک با استفاده از روش *Ground Structure*

و- روش SIMP¹

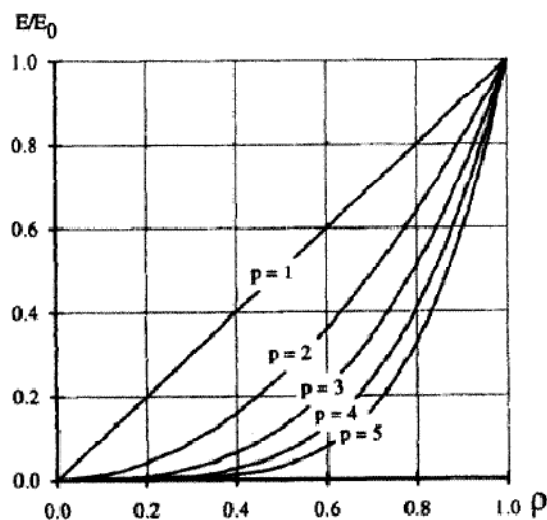
برای روش SIMP [۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵] مدل ماده و تانسور الاستیسیته E_{ijkl} و حجم یک سازه که از یک ماده ساخته شده است به صورت زیر مشخص می‌شود :

$$E_{ijkl}(x) = \rho(x)^p E_{ijkl}^0, \quad p > 1; \quad Volume = \int_{\Omega} \rho(x) dx \quad (11-2)$$

که $\rho(x)$ ، $x \in \Omega$ و $0 \leq \rho(x) \leq 1$ ، یک تابع چگالی از ماده و E_{ijkl}^0 تانسور الاستیسیته یک ماده ایزوتروپیک مشخص است. تابع چگالی $\rho(x)$ در رابطه سختی با توانی بزرگتر از یک ($p > 1$) وارد می‌شود که اثری جریمه‌ای برای چگالیهای بین صفر و یک دارد، از اینرو در چنین چگالیهایی ماده SIMP سختی کمتری نسبت به سختی ماده مرجع دارد [۲۶].

شکل (۲-۶) رابطه نسبت سختی E / E^0 و چگالی حجمی ρ برای مقادیر مختلف توان

جریمه p نشان داده شده است



شکل ۲-۶: سختی نسبی و چگالی حجمی برای ماده مدل SIMP برای مقادیر مختلف توان جریمه P

در شکل (۲-۶) آشکار است که استفاده از مدل ماده SIMP باعث می‌شود که طراحی توپولوژی فقط دارای مقادیر $\rho = 0$ (حفره) و $\rho = 1$ (ماده جامد یا سطح پر از ماده) باشد و بنابراین یک طراحی بر اساس مقادیر 0-1 بوجود می‌آورد. زمانیکه مدل در حال اجرا شدن می‌باشد مقدار توان جریمه p در طی پروسه طراحی توپولوژی، بتدریج از ۱ به ۴ افزایش می‌یابد (که آنرا تکنیک Continuation می‌نامند [۲۶])، یعنی روش SIMP از توزیع پیوسته یک ماده در مسئله، به عنوان متغیر طراحی استفاده می‌کند [۲۷].

یکی از مشکلات مدل SIMP این است که طرح توپولوژی فقط به مقدار p وابسته نیست بلکه بستگی به مش اجزای محدودی که تشکیل می‌شود نیز دارد. البته این مشکل قابل حل است و بهینه سازی توپولوژی با استفاده از روش SIMP یک روش مناسب خواهد شد اگر قید محیط یا مساحت سطح در فرمولبندی مسئله قرار داده شود [۱۸].

حتی اگر این قید در فرمولبندی مسئله قرار داده نشود، مدل SIMP نتایج بسیار خوبی را می‌دهد و سادگی مدل پیاده سازی طرح توپولوژی را در برنامه نویسیهای اجزای محدود تجاری بسیار آسان می‌کند [۱۸].

ز-بهینه سازی توپولوژیک به وسیله روش تغییرات مرزی

بطور کلی در طراحی شکل اجسام مکانیکی، یک شکل به وسیله منحنیهای مرزی یا سطوح مرزی آن تعریف می‌شود و در بهینه سازی شکل، فرم بهینه این مرزها محاسبه می‌شود. این روش بعنوان یک روش مناسب شناخته شده است و در حال گسترش است. از طرفی دیگر، چگونگی توزیع مواد، یک تخمین خوبی از مرزهای یک سازه می‌دهد، اما در اینجا برای محاسبه دقیق جزئیات ریز مرزهای سازه، نیاز به مدلهای اجزای محدود در ابعاد بزرگ است [۲۸]؛ بدین معنی که اگرچه بهینه سازی توپولوژی بر اساس روش سلولی به عنوان یک روش جذاب در بهینه سازی سازه شناخته شده

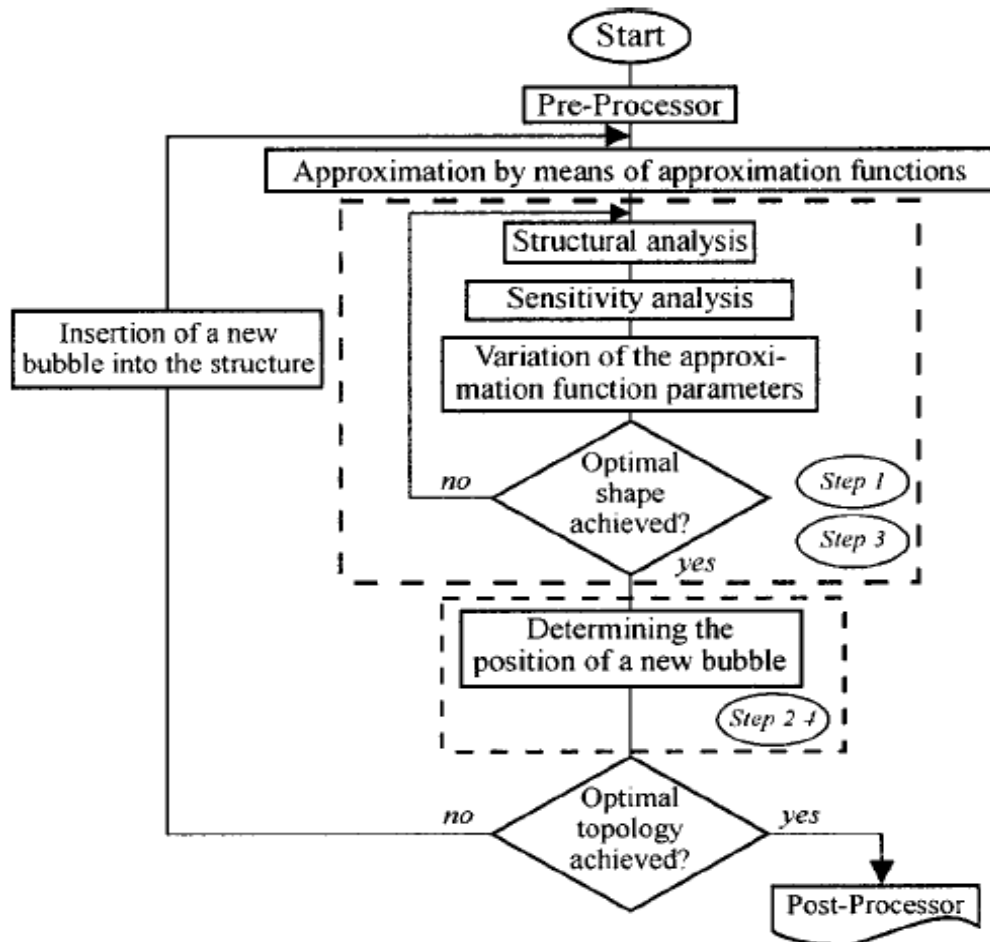
است، اما در این روشها به دلیل نداشتن مرزهای صاف^۱ باید از روشهایی مثل پردازش تصویر برای صاف کردن مرزها استفاده کرد که این روشها باعث بالا رفتن زمان محاسبه در بهینه سازی برای کاربردهای عملی می شود [۲۹]. از جمله این روشها می توان به روش Bubble اشاره کرد.

ز-۱- روش Bubble

رفتار بهینه یک جسم پس از بهینه سازی شکل مرزهای خارجی می تواند با قرار گیری یک سوراخ جدید یا حباب افزایش یابد، که این به معنی تغییر توپولوژی این جسم است [۳۰]. بنابراین مختصات موقعیت بهینه یک سوراخ باید تعیین شود. برای توابع بهینه پیچیده، موقعیت یابی به وسیله پروسه جستجوی عددی (الگوریتم MP) انجام می شود. روش Bubble به صورت عددی، به وسیله پروسه بهینه سازی (برنامه آنالیز سازه و پروسه بهینه سازی) یا SAPOP^۲ انجام می شود. برای این منظور SAPOP باید به مدل موقعیت یابی متناظر اضافه شود. شکل (۲-۷) فلوجارت روش Bubble را نشان می دهد.

1-Smooth

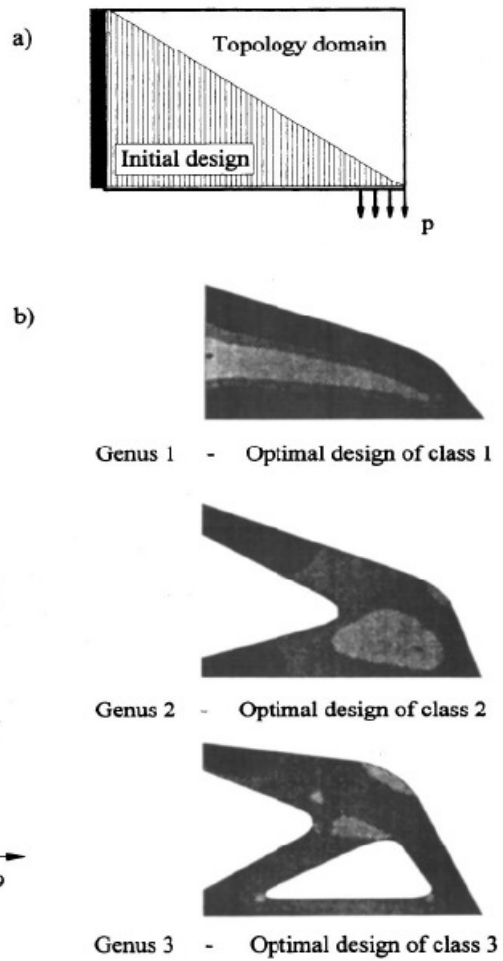
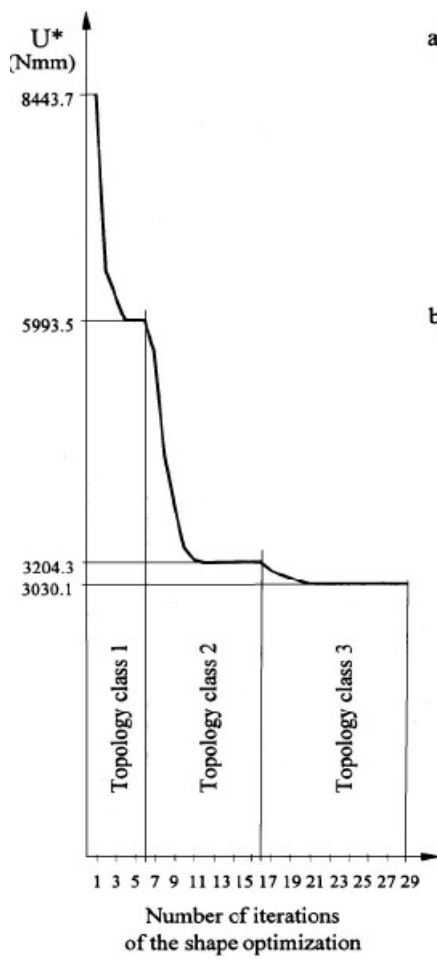
2-Structural Analysis Program and Optimization Procedure



Flowchart of the bubble method

شکل ۲-۷: الگوریتم روش Bubble

در این روش از آنالیز اجزای محدود در طی پروسه بهینه سازی استفاده می شود. مش اجزای محدود در هر سیکل بهینه سازی تولید می شود که به وسیله یک تولید کننده مش خودکار انجام می شود. شکل (۲-۸) بهینه سازی یک تیر عمیق در روش Bubble را نشان می دهد.



Optimization of a cantilever disk within three topology classes

شکل ۲-۸: مثالی از بهینه سازی به روش Bubble

فصل سوم

تولید مرزهای سازه
با استفاده از NURBS

در این فصل می‌خواهیم روشی برای تولید مرزهای شکل سازه بیان کنیم. از آنجا که در این پایان نامه در هر مرحله بهینه سازی، مرزها و در نتیجه مش تغییر می‌کند استفاده از یک روش مناسب و دارای انعطاف و در عین حال ساده که بتواند مرزهای ما را تولید کند، ضروری است.

هر منحنی می‌تواند به صورت ضمنی به شکل $y = f(x)$ در صفحه xy بیان شود. این فرمهای ضمنی یک معادله یا یک شکل بستگی به مختصات سیستمی دارد که استفاده می‌شود. پیشرفتهایی که در طراحی هندسی به وسیله کامپیوتر (CAGD)^۱ به دست آمد [۳۱-۳۳] (که مرتبط با بیان، آنالیز و طراحی شکل به وسیله کامپیوتر است) منجر به توسعه منحنی‌ها و سطوح پارامتریک شد که مستقل از انتخاب سیستم مختصات هستند. چنین منحنی‌های پارامتریکی از یک تعریف ریاضی، که ارزیابی و درست کردن نقاط روی منحنی را آسان می‌کند، استفاده می‌کنند [۱۳].

B-Spline های نسبی غیر یکنواخت نریز یا NURBS^۲ شکل پیشرفته کار دکتر پی‌یر بزیر^۳ Pierre Bezier در اواخر ۱۹۶۰ و اوایل ۱۹۷۰ است. به علت افزایش قابلیت و انعطاف پذیری این منحنیها، از منحنیهای B-Spline استفاده شد. سپس منحنیهای B-Spline نسبی و منحنیهای B-Spline نسبی غیر یکنواخت برای رسیدن به انعطاف پذیری و دقت بیشتر به دست آمد؛ مخصوصاً توانایی NURBS در بیان دقیق منحنیها و سطوح مخروطی حائز اهمیت است. بنابراین با مدلسازی یک سیستم به وسیله NURBS می‌توان برای بیان دامنه وسیعی از منحنیها و سطوح استفاده کرد، از خطوط راست و صفحات مسطح گرفته تا دایره‌ها و اجسام کروی دقیق و سطوح اصلاح شده پیچیده. این خصوصیت منحصر به فرد NURBS، کلیدی است برای یک سیستم مدلسازی هوشمند، که باعث استفاده از مدلسازی کامپیوتری اتومبیلها، هواپیماها، کشتیها، کفشها و غیره و یا استفاده از بازیهایی

1- Computer Aided Geometric Design
2- Non-Uniform Rational B-Spline
3- Pierre Bezier

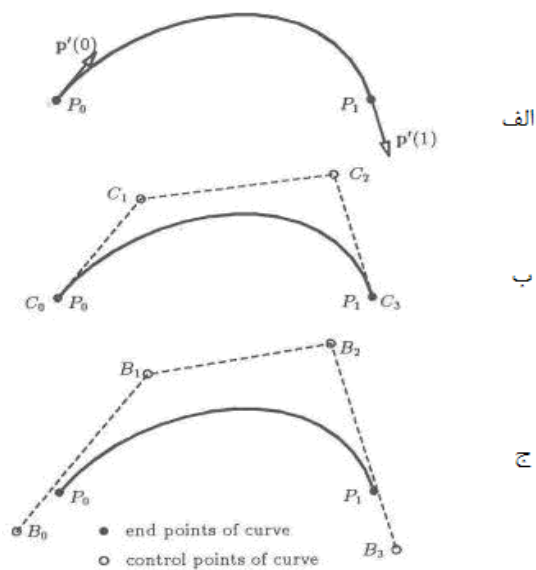
کامپیوتری با استفاده از این منحنیها می‌شود. به عنوان یک نتیجه NURBS یک سیستم مدلسازی استاندارد به وسیله کامپیوتر و کارهای گرافیکی است [۳۴].

شکلهای مختلف پارامتریک زیادی برای بیان یک منحنی وجود دارد مانند منحنی‌های NURBS، منحنی‌های B-Spline و Bezier و Ferguson. منحنی‌های NURBS از بین انواع مختلف منحنی‌های پارامتریک، دارای خواص بهتری نسبت به بقیه هستند که در ادامه به این خصوصیات اشاره خواهد شد. در اینجا از منحنی‌های درجه سه NURBS برای مدلسازی هندسی مسئله استفاده می‌شود، زیرا این منحنیها پایین ترین درجه منحنی با پیوستگی C^2 هستند و قادر به مدلسازی بیشتر مسائلی که کاربرد عملی دارند هستند.

روشی دیگر نیز برای بیان منحنیهای پارامتریک نیز وجود دارد که آنرا درونیابی^۱ می‌نامند، بدین صورت که با داشتن مختصات چند نقطه روی منحنی می‌توان منحنی را بدست آورد. برای اطلاعات بیشتر در این زمینه می‌توان به [۳۵] رجوع کرد.

منحنی‌های Spline درجه سه (منحنیهای Ferguson)، منحنی‌های Bezier درجه سه و منحنی‌های B-Spline درجه سه را می‌توان صورتهای مختلفی از توابع Spline درجه سه در نظر گرفت. اختلاف اساسی بین این منحنی‌ها در این است که در منحنی پارامتریک Ferguson، منحنی Spline درجه سه بر حسب مختصات یک سری از نقاط و مشتقهایش بیان می‌شود، در صورتی که فرمهای B-Spline و Bezier بر حسب نقاط کنترلی یک پلی‌گون بیان می‌شود (شکل ۳-۱). بایستی به این نکته توجه کرد که هر سه نوع منحنی نامبرده، هنگامی که از کلیه نقاط ورودی می‌گذرند، منحنی‌های مشابهی را تولید می‌کنند [۱۳]. شکل (۳-۱) این موضوع را نشان می‌دهد.

1- Interpolation



شکل ۱-۳ : الف) منحنی درجه سه فرگوسن

ب) منحنی درجه سه بزیئر

ج) منحنی درجه سه B-Spline

در این فصل ابتدا توضیحات مختصری در مورد منحنیهای درجه سه Ferguson بررسی خواهد شد، در ادامه به توضیح منحنیهای Bezier و B-spline خواهیم پرداخت که مقدمه‌ای برای توضیح منحنیهای NURBS هستند. در آخر منحنیهای NURBS و خصوصیات آن را بررسی می‌کنیم.

۲-۳- منحنی‌های درجه سه Ferguson

از منحنی‌های درجه سه Ferguson و Bezier می‌توان برای تعریف پارامتری شکل یک قطعه مورد استفاده قرار داد. این روشها را می‌توان به راحتی به فرم ماتریسی نوشت و از آن جهت تولید برنامه‌های کامپیوتری استفاده نمود. فرم ماتریسی منحنی Ferguson به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P(h) = H.R.M \quad (۱-۳)$$

که در آن خواهیم داشت :

$$H = [h^3 \quad h^2 \quad h \quad 1] \quad , \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (۲-۳)$$

M و R نیز به نوع منحنی اسپلاین مورد استفاده بستگی خواهند داشت.

در مورد این دسته از اسپلاین ها داریم :

$$R = R_{fer} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = M_{fer} = \begin{bmatrix} p(0)^T \\ p(1)^T \\ p'(0)^T \\ p'(1)^T \end{bmatrix}, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (3-3)$$

که در روابط فوق $p(0)$ و $p(1)$ بردارهای موقعیت و $p'(0)$ و $p'(1)$ بیانگر شیب منحنی در $h=0$ و $h=1$ ، یعنی نقاط ابتدایی و انتهایی اسپلاین می‌باشند. (به شکل ۲-۳ توجه شود)



شکل ۲-۳: منحنی درجه سه Ferguson

۳-۳- منحنی‌های Bezier

نوع دیگری از منحنی های چند جمله ای پارامتریک منحنی های Bezier هستند. منحنی های Bezier برای بیان توابع مختصات از چند جمله ایها استفاده می کنند.

یک منحنی درجه n بزیر به صورت زیر تعریف می شود:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) P_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (4-3)$$

تابع چند جمله ای $B_{i,n}(u)$ تابع چند جمله ای درجه n ام برن اشتاین^۱ است که به صورت زیر تعریف می شود.

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (۵-۳)$$

به ضرایب هندسی این فرم یعنی P_i ها ، نقاط کنترلی نامیده می شود.

برای $n=1$ از معادله (۴-۳) داریم:

$$B_{0,1}(u) = 1-u \quad B_{1,1}(u) = u \quad (۶-۳)$$

پس شکل منحنی به شکل زیر است :

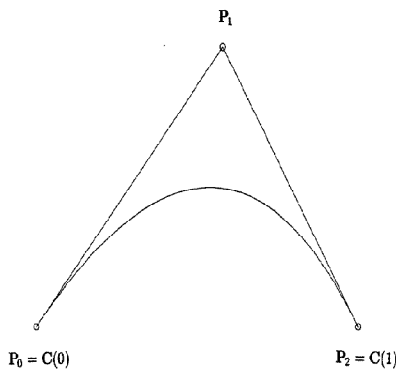
$$C(u) = (1-u)P_0 + uP_1 \quad (۷-۳)$$

که معادله یک خط راست از P_0 تا P_1 است.

اگر $n=2$ باشد داریم :

$$C(u) = (1-u)^2 P_0 + 2u(1-u)P_1 + u^2 P_2 \quad (۸-۳)$$

که یک کمان درجه دوم از P_0 تا P_2 است (شکل ۳-۳).



شکل (۳-۳): پلی گون و منحنی مربوط به آن

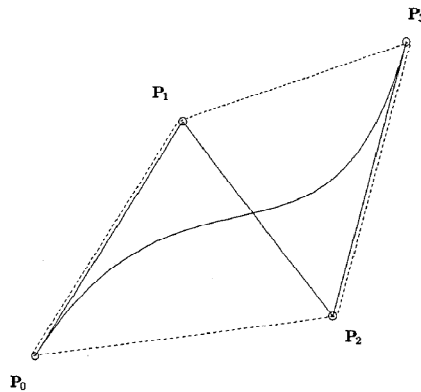
چند ضلعی که به وسیله نقاط P_0 و P_1 و P_2 تشکیل می شود چند ضلعی پلی گون^۱ نامیده می شود که شکل منحنی را با تقریب خوبی بیان می کند.

چند نکته در ارتباط با منحنی *Bezier* ضروری است:

$$P_n = C(n) \quad \text{و} \quad P_0 = C(0) \quad -$$

- جهت‌های مماسی برای نقاط انتهایی منحنی برابر با $P_1 - P_0$ و $P_n - P_{n-1}$ است .
- خاصیت پوسته محدب^۲: منحنی در پوسته محدبی که نقاط کنترلی آنرا تعریف کرده اند قرار گرفته است (شکل ۳-۴).
- خاصیت نزولی تغییرات^۳: هر خط راست منحنی را کمتر از نقاط کنترلی آن منحنی قطع می کند. (در سه بعد به جای خط راست از صفحه استفاده می شود)

خاصیت نزولی تغییرات نشان می دهد که منحنی *Bezier* تابع پلی گونهای کنترلی اش است.

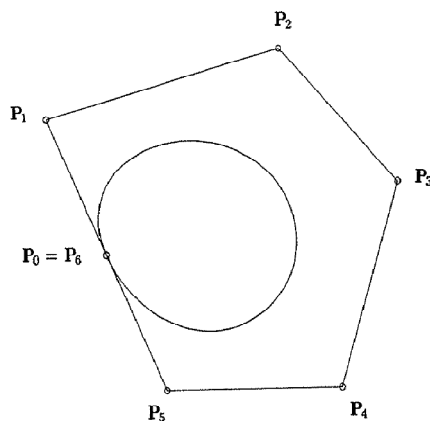


شکل ۳-۴ (خصوصیت پوسته محدب)

1-polygon
2-convex hull
3 -variation diminishing property

- در صورتی که بردارهای مماسی در ابتدا و انتها با هم برابر باشند و ما یک حلقه^۱ داشته

باشیم منحنی صاف^۲ یا نرم است (شکل ۵-۳)



شکل (۵-۳): تشکیل یک حلقه صاف بدلیل تساوی بردارهای مماسی ابتدا و انتها

در هر منحنی و سطح، انتخاب توابع اساسی^۳ خصوصیات هندسی شکل را تعیین می کند.

خصوصیات این توابع به شکل زیر است :

$$B_{i,n}(u) = 0 \quad 0 \leq u \leq 1 \quad \text{۱- مثبت هستند}$$

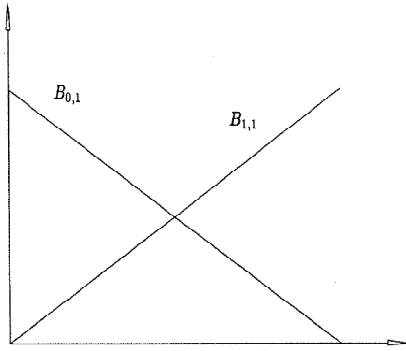
$$\sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) = 1 \quad \text{۲- جمع آنها برابر واحد است}$$

$$B_{0,n}(u) = B_{n,n}(u) = 1 \quad \text{۳-}$$

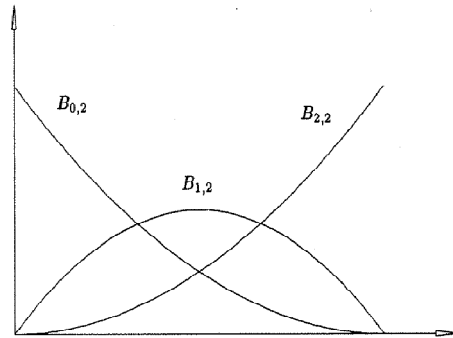
$$\text{۴- } B_{i,n}(u) \text{ دقیقاً به مقدار ماکزیمم یک در فاصله } [0,1] \text{ می رسد.}$$

اشکال (۶-۳ الف)، (۶-۳ ب) و (۶-۳ ج) این خصوصیات را نشان می دهند

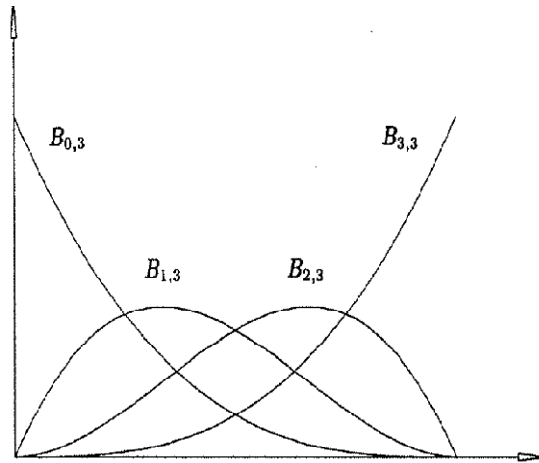
1-loop
2-smooth
3-Basis function



شکل ۶-۳ ب) تابع برن اشتاین درجه



شکل ۶-۳ الف) تابع برن اشتاین درجه (۲)



شکل ۶-۳ ج) تابع برن اشتاین درجه (۳)

۵- تعریف باز گشتی:

$$B_{i,n}(u) = (1-u)B_{i,n}(u) + uB_{i-1,n-1}(u) \quad (۹-۳)$$

$$B_{i,n}(u) \equiv 0 \quad \text{if} \quad i < 0 \quad \text{or} \quad i > n$$

۶- تعریف مشتق

$$B'_{i,n}(u) = \frac{dB_{i,n}(u)}{du} = n(B_{i-1,n-1}(u)B_{i,n-1}(u)) \quad (۱۰-۳)$$

با توجه به اینکه

$$B_{-1,n-1}(u) \equiv B_{n,n-1}(u) \equiv 0$$

با استفاده از تعریف (۳-۱۰) عبارت عمومی برای مشتق منحنی‌های Bezier به دست می‌آید.

$$C'(u) = \sum_{i=0}^n B'_{i,n}(u)P_i = n \sum_{i=0}^{n-1} B_{i,n-1}(u)(P_{i+1} - P_i) \quad (۱۱-۳)$$

از معادله (۱۱-۳) می‌توان مشتق نقاط انتهایی را به دست آورد:

$$C'(0) = n(P_1 - P_0)$$

$$C'(1) = n(P_n - P_{n-1}) \quad (۱۲-۳)$$

مثلاً برای منحنی درجه $n=2$ داریم :

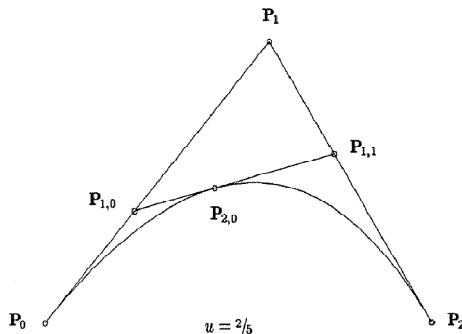
$$C(u) = (1-u)^2 P_0 + 2u(1-u)P_1 + u^2 P_2$$

این معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت :

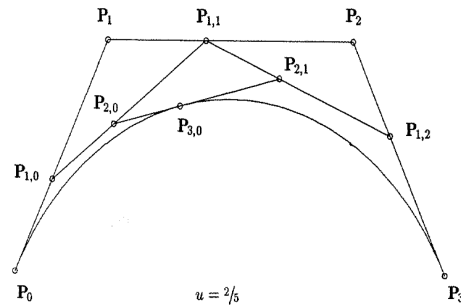
$$C(u) = (1-u) \left(\underbrace{(1-u)P_0 + uP_1}_{\text{linear}} \right) + u \left(\underbrace{(1-u)P_1 + P_2}_{\text{linear}} \right) \quad (۱۳-۳)$$

پس منحنی $C(u)$ از ترکیب خطی دو منحنی Bezier درجه اول به دست می‌آید و هر نقطه

روی منحنی به وسیله درونیابی خطی به دست می‌آید.



شکل ۳-۷ ب. به دست آوردن یک نقطه روی منحنی



شکل ۳-۷ الف. به دست آوردن یک نقطه روی منحنی

۳-۳-۱- فرم ماتریسی اسپلاین های درجه سه Bezier

مانند منحنیهای Ferguson فرم ماتریسی منحنیهای Bezier به صورت زیر است

$$P(h) = H.R.M$$

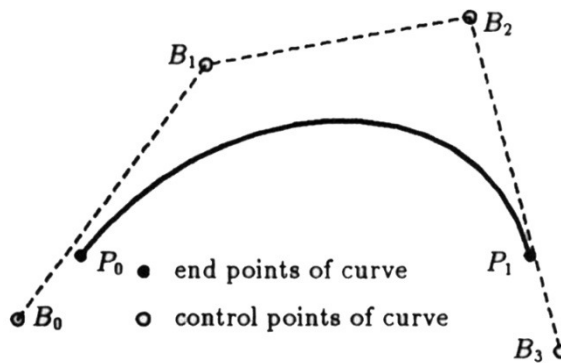
که در آن خواهیم داشت :

$$H = [h^3 \quad h^2 \quad h \quad 1] \quad , \quad 0 \leq h \leq 1$$

در مورد این دسته از اسپلاین ها داریم :

$$R = R_{bez} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad M = M_{bez} = \begin{bmatrix} c_0^T \\ c_1^T \\ c_2^T \\ c_3^T \end{bmatrix} \quad , \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (۳-۱۴)$$

که در روابط فوق c_0 ، c_1 ، c_2 و c_3 ، بردارهای موقعیت در رئوس کنترلی C_0 ، C_1 ، C_2 و C_3 می باشند. این رئوس کنترلی بیانگر چندضلعی مشخصه منحنی هستند. برای منحنی های اسپلاین درجه سه بزیر ، نقاط C_0 و C_3 بر روی نقاط ابتدایی و انتهایی منحنی منطبق می باشند. (به شکل ۳-۸) توجه شود.



شکل ۳-۸: منحنی درجه سه B-spline

۳-۴- توابع B-spline

چنانچه یک منحنی فقط شامل یک چندجمله ای یا یک قطعه ای باشد نا مناسب است، چون:

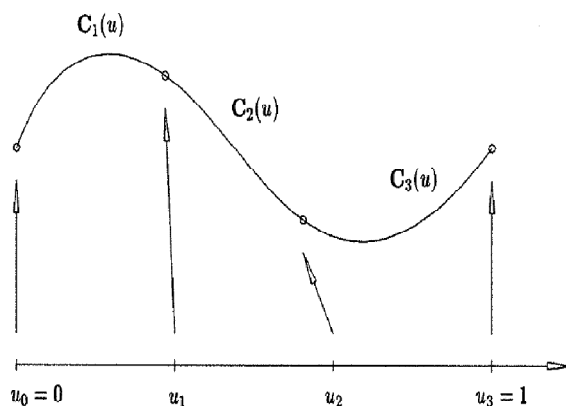
- منحنی های درجه بالا از نظر عددی نا پایا هستند .
- منحنی های (سطوح) تک قطعه ای برای تغییرات طرح شکل مناسب نیستند.

این مشکلات را می توان با استفاده از چند جمله ای قطعه ای^۱ حل کرد . شکل (۳-۹) یک

منحنی $C(u)$ سه بخشی را نشان می دهد یعنی $m = 3$ که $u \in [0,1]$ مقادیر پارامتری $u_0 = 0 \leq u_1 \leq u_2 \leq u_3 = 1$ نقاط شکست نامیده می شوند. ما قطعه ها را با $C_i(u)$ و $0 \leq i \leq m$ نشان می دهیم . قطعه ها با پیوستگی های مختلف به هم وصل می شوند.

یک منحنی در نقطه شکست u_i دارای پیوستگی C^k است، هر گاه :

$$C_i^{(j)}(u_i) = C_{i+1}^{(j)}(u_i) \quad \text{for all} \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (3-15)$$



شکل ۳-۹. چند جمله ای درجه ۳ قطعه ای با سه قطعه

1 -piecewise polynomial

ما یک منحنی را به شکل زیر بیان می کنیم :

$$C(u) = \sum_{i=0}^n f_i(u) P_i \quad (۱۶-۳)$$

که P_i ها همان نقاط کنترلی هستند و $\{f_i(u), i = 0, \dots, n\}$ توابع چند جمله ای قطعه ای هستند. باید توجه کرد که پیوستگی منحنی به وسیله تابع پایه تعیین می شود، حتی با تغییر مکان نقاط کنترلی پیوستگی تغییر نمی کند. توابع پایه $\{f_i\}$ خواص تحلیلی خوبی دارند، یعنی خاصیت پوسته محدب، خاصیت نزولی تغییرات، انتقال ثابت. یکی از خواص مهم در توابع پایه B-Spline و NURBS خاصیت تکیه گاه محلی است که $f_i(u)$ را در فواصل داخلی که غیر صفر است تعیین می کند. تغییر P_i روی شکل منحنی فقط در فواصلی که $f_i(u)$ غیر صفر است تأثیر می گذارد.

۳-۴-۱- تعریف و خواص توابع پایه B-Spline

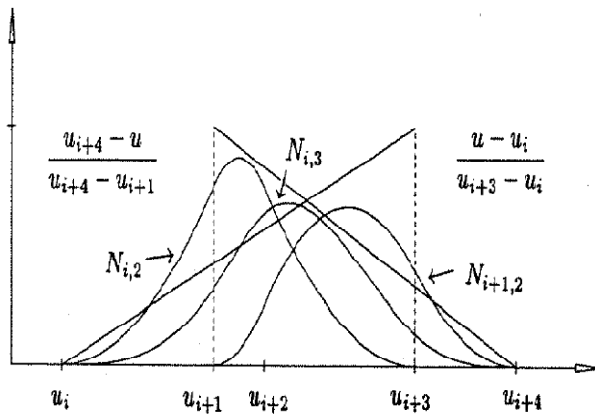
برای تعریف توابع پایه B-Spline ما از یک فرمول بازگشتی استفاده می کنیم. اگر بردار $U = \{u_0, \dots, u_m\}$ یک بردار صعودی از مقادیر حقیقی باشد یعنی $u_i \leq u_{i+1}$ باشد طوریکه $i = 0, \dots, m-1$. هر کدام از مقادیر u_i یک گره نامیده می شود و U بردار گرهی است. i امین تابع پایه B-Spline از درجه P که با $N_{i,p}(u)$ نشان داده می شود به صورت زیر تعریف می شود [۳۵]:

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{i,p} = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1} + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (۱۷-۳)$$

- $N_{i,0}$ یک تابع پله ای است .
- برای $P > 0$ ، $N_{i,p}$ ترکیبی خطی از تابع پایه از درجه $P-1$ است .
- محاسبه این توابع پایه احتیاج به تعیین بردار گرهی U و درجه P است .
- معادله (۳-۱۷) گاهی اوقات برابر 0% می شود که در این صورت آنرا برابر صفر قرار می دهیم.

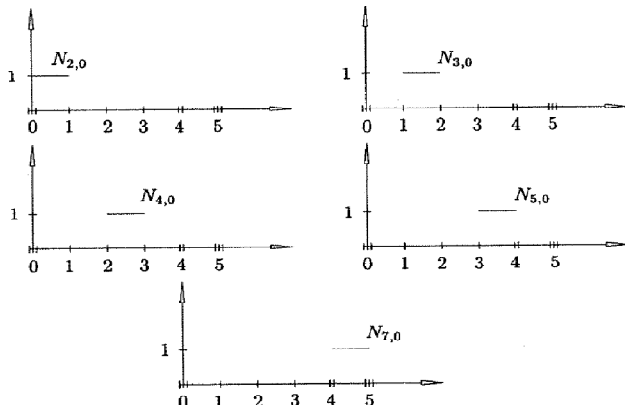
- $N_{i,p}$ یک چند جمله ای قطعه ای است.
- فاصله نیمه باز $[u_i, u_{i+1})$ دهانه گرهی i ام نامیده می شود ، که می تواند صفر هم باشد که زمانی رخ می دهد که مقادیر گرهی یکسان باشند .



شکل ۳-۱۰: تعریف بازگشتی توابع B-Spline

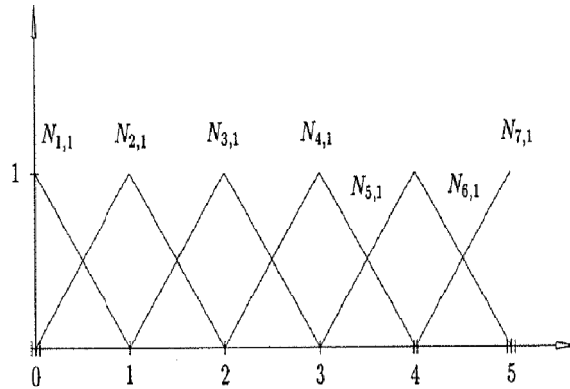
در صورتیکه بردار گرهی $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5\}$ باشد شکل توابع پایه B-Spline به شکل

زیر است :

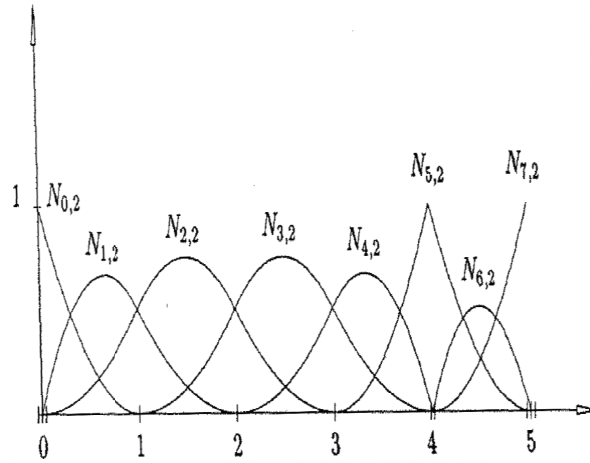


شکل ۳-۱۱: توابع پایه درجه صفر غیر

صفر بردار $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5\}$



شکل ۳-۱۲: توابع پایه یک درجه غیر صفر بردار گرهی $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5\}$



شکل ۳-۱۳: توابع پایه دو درجه غیر صفر بردار گرهی $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5\}$

خصوصیات توابع پایه B-Spline به شرح زیر است در صورتی که از درجه P و بردار گرهی به شکل

$$U = \{u_0, \dots, u_m\} \text{ باشد :}$$

$$N_{i,p}(u) = 0 \text{ اگر } u \text{ خارج از فاصله } [u_i, u_{i+p+1}) \text{ باشد.} \quad -۱$$

-۲ در هر دهانه گرهی $[u_i, u_{i+1})$ حداکثر $P+1$ تابع پایه $N_{i,p}$ غیر صفر وجود دارد، که توابع

پایه $N_{j-p,p}, \dots, N_{j,p}$ هستند.

$$N_{i,p} = 0 \quad -۳$$

$$4- \text{ برای هر دهانه گرهی دلخواه } [u_i, u_{i+1}) \text{ داریم } \sum_{j=i-p}^i N_{i,p}(u) = 1$$

5- همه مشتقهای $N_{i,p}(u)$ برای هر دهانه داخلی وجود دارد. در هر گره، $N_{i,p}(u)$ دارای پیوستگی $P-k$ است که k تعداد دفعات تکرار هر گره است.

مثلاً در بردار گرهی $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5\}$ در صورتیکه $P=2$ باشد $N_{5,2}(u)$ در نقطه $u=3$ دارای پیوستگی $(P-k=2-1=1)$ ، C^1 است.

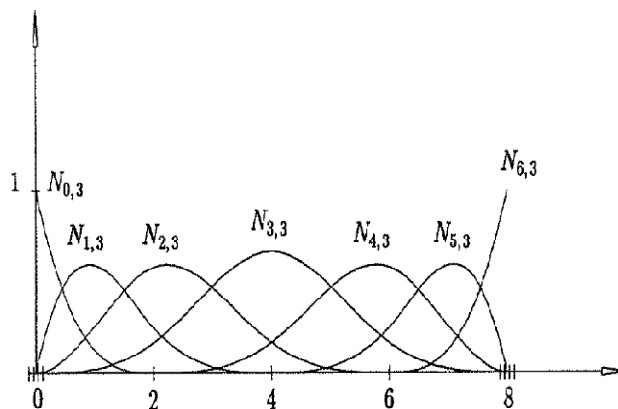
3-5- مشتق توابع پایه B-Spline

مشتق اول تابع B-Spline به صورت زیر به دست می آید:

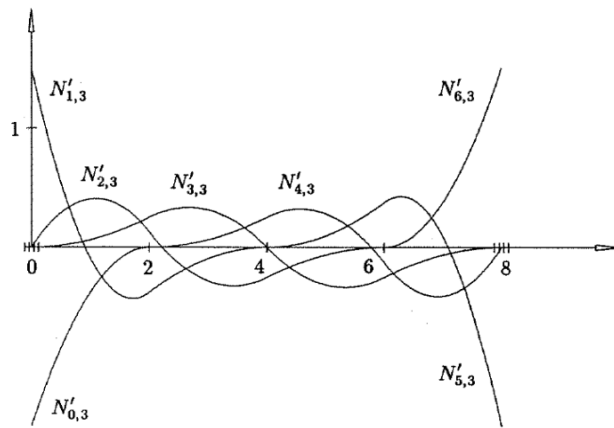
$$N'_{i,p} = \frac{1}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{P}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (18-3)$$

با مشتق گیری تکراری از معادله (18-3) مشتق k ام تابع B-Spline به دست می آید که با $N_{i,p}^k$ نشان داده می شود:

$$N_{i,p}^k(u) = p \left(\frac{N_{i,p-1}^{(k-1)}}{u_{i+p} - u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}^{(k-1)}}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) \quad (19-3)$$



شکل 3-14: توابع پایه درجه 3



شکل ۳-۱۵: مشتقات متناظر با توابع پایه

۳-۶- فرم ماتریسی توابع B-Spline درجه سه

به طور مشابه همانند توابع درجه سه Bezier و Ferguson داریم :

که در آن

$$H = \begin{bmatrix} h^3 & h^2 & h & 1 \end{bmatrix}, \quad 0 \leq h \leq 1$$

در مورد این دسته از اسپلاین ها داریم :

$$R = R_B = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = M_B = \begin{bmatrix} b_0^T \\ b_1^T \\ b_2^T \\ b_3^T \end{bmatrix}, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (3-20)$$

که در روابط فوق b_0, b_1, b_2, b_3 بردارهای موقعیت در رئوس کنترلی B_0, B_1, B_2 و

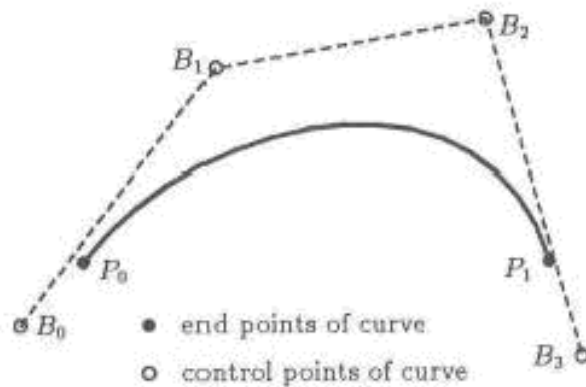
B_3 می باشند. این رئوس کنترلی بیانگر چندضلعی مشخصه منحنی هستند. برای منحنی های

اسپلاین درجه سه B-Spline بر خلاف منحنی های اسپلاین درجه سه Bezier، نقاط B_0 و B_3 بر

روی نقاط ابتدایی و انتهایی منحنی منطبق نیستند. (به شکل ۳-۱۶ توجه شود).

در این پایان نامه از منحنی های NURBS در انجام مدل سازی شکل سازه ها استفاده شده

است.



شکل ۳-۱۶: تابع B-Spline درجه سه

۳-۶-۱- شرایط انتهایی برای منحنی های درجه سه B-Spline

کلیه نقاط واقع بر روی منحنی درجه سه B-Spline در میان پوسته محدب^۱ واقع می شوند که بیان کننده شکل چندضلعی^۲ مشخصه اسپلاین هستند. همچنین می توان مشتق اول هر نقطه روی منحنی درجه سه B-Spline را با استفاده از روابط زیر محاسبه نمود.

$$p'(h) = [3h^2 \quad 2h \quad 1 \quad 0] R_B \cdot M_B, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (۳-۲۱)$$

بدین ترتیب بردار شیب در هر نقطه روی منحنی درجه سه B-Spline، به شکل زیر بدست می آید.

$$t(h) = \begin{bmatrix} p'_x(h) \\ p'_y(h) \end{bmatrix} \quad (۳-۲۲)$$

مشتق دوم هر نقطه روی منحنی درجه سه B-Spline را می توان از رابطه (۳-۲۳) بدست آورد.

1- Convex hull
2- Polygon

$$p''(h) = [6h \ 2 \ 0 \ 0] R_B \cdot M_B, \quad 0 \leq h \leq 1 \quad (23-3)$$

با استفاده از این رابطه و رابطه (۳-۶) می‌توان انحنای هر نقطه روی منحنی درجه سه B-Spline را از رابطه زیر محاسبه نمود.

$$c(h) = \frac{p'_x(h)p''_y(h) - p''_x(h)p'_y(h)}{[p'_x(h)^2 + p'_y(h)^2]^{3/2}} \quad (24-3)$$

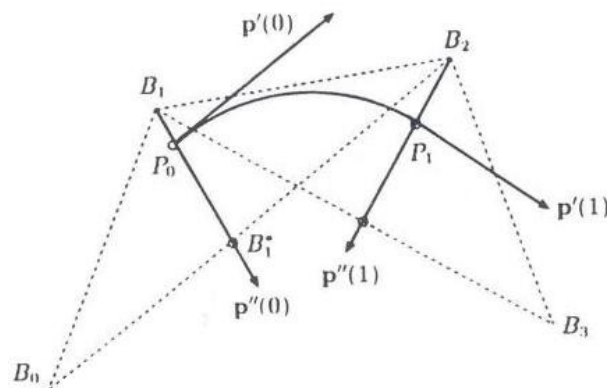
بدین ترتیب می‌توان روابطی که در زیر آمده اند را به آسانی از روابط فوق استخراج نمود. این روابط جهت استفاده در کامپیوتر و دستکاری و ایجاد تغییرات در شکل بسیار مفید هستند [۱۳].

$$p(0) = \frac{1}{6}(b_0 + 4b_1 + b_2), \quad p(1) = \frac{1}{6}(b_1 + 4b_2 + b_3) \quad (25-3)$$

$$p'(0) = \frac{1}{2}(b_2 - b_0), \quad p'(1) = \frac{1}{2}(b_3 - b_1) \quad (26-3)$$

$$p''(0) = (b_2 - b_1) + (b_0 - b_1), \quad p''(1) = (b_3 - b_2) + (b_1 - b_2) \quad (27-3)$$

کلیه روابط مذکور در فوق دارای توجیه هندسی نیز می‌باشند. به عنوان مثال شکل (۳-۱۷) را ملاحظه کنید.



شکل ۳-۱۷: خواص هندسی منحنی درجه سه B-Spline

در این شکل بعضی از روابط هندسی مربوط به منحنی درجه سه B-Spline قابل مشاهده می‌باشد. همانگونه که ملاحظه می‌شود، نقطه شروع P_0 بر روی میانه $B_1B_1^*$ از مثلث $B_0B_1B_2$ واقع گردیده است. همچنین بردار شیب $P'(0)$ در نقطه ابتدا، موازی با ضلع B_0B_2 از مثلث $B_0B_1B_2$ بوده و به لحاظ اندازه، نصف ضلع B_0B_2 می‌باشد.

۳-۷- منحنی NURBS

۳-۷-۱- تعریف و خصوصیات منحنی NURBS^۱

یک منحنی NURBS از درجه p ام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i} \quad a \leq u \leq b \quad (3-28)$$

که P_i نقاط کنترلی هستند و $\{w_i\}$ وزن‌ها و $\{N_{i,p}(u)\}$ توابع پایه B-Spline از درجه p هستند که روی بردار گرهی غیر نوسانی تعریف می‌شود:

$$U = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \right\} \quad (3-29)$$

فرض می‌کنیم که $a=0$ و $b=1$ و $w_i > 0$ ، قرار می‌دهیم:

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u) w_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(u)} \quad (3-30)$$

1- Non-Uniform Rational B-Spline (Nurbs)

پس معادله (۳-۲۸) را می توان به صورت زیر نوشت :

$$C(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) P_i \quad (۳-۳۱)$$

$R_{i,p}$ تابع پایه نسبی^۱ است ، که یک تابع پایه قطعه ای در فاصله $u \in [0,1]$ است. $R_{i,p}$ دارای خصوصیات زیر است :

$$-۱ \quad R_{i,p} \geq 0 \text{ در فاصله } u \in [0,1]$$

$$-۲ \quad \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) = 1 \text{ در فاصله } u \in [0,1]$$

$$-۳ \quad R_{0,p} = R_{n,p} = 1$$

-۴ برای $p > 0$ ، $R_{i,p}$ دقیقاً یکبار به مقدار ماکزیمم خود می رسد.

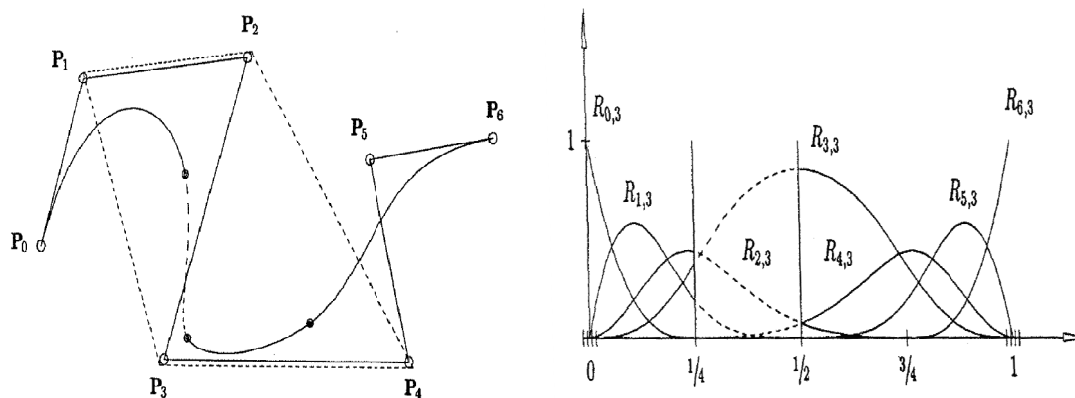
-۵ تکیه گاه محلی^۲ : $R_{i,p}(u) = 0$ برای گره‌هایی که خارج از فاصله $u \in [u_i, u_{i+p+1}]$ قرار می گیرند، صفر است.

-۶ همه مشتق های $R_{i,p}(u)$ در داخل یک دهانه گرهی وجود دارند ، که آن یک تابع نسبی با کسر غیر صفر است .

-۷ اگر $w_i = 1$ برای تمام مقادیر i باشد پس : $R_{i,p}(u) = N_{i,p}(u)$

^۱-Rational basis function

^۲-Local support



شکل (۳-۱۸ الف) یک منحنی درجه سه Nurbs با بردارگرهی $U = \{0, 0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1, 1\}$ و $\{w_0, \dots, w_6\} = \{1, 1, 1, 3, 1, 1, 1\}$ و توابع پایه مربوط به منحنی

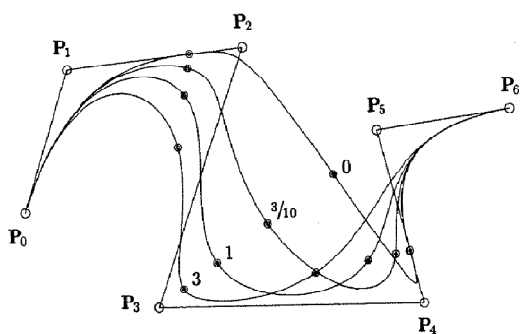
$$C(1) = P_n \text{ و } C(0) = P_0 \quad -۸$$

-۹ ویژگی پوسته محدب قوی

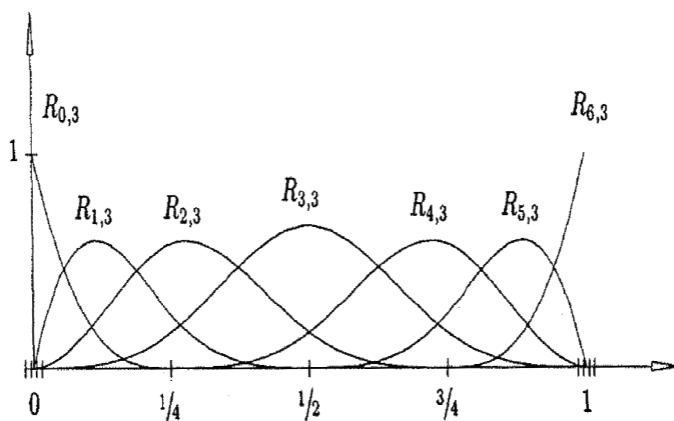
-۱۰ خاصیت نزولی تغییرات: هیچ خطی، منحنی را بیشتر از نقاط کنترلی آن منحنی قطع نمی کند.

-۱۱ یک منحنی NURBS بدون گره های داخلی یک منحنی Bezier نسبی است، طوریکه $N_{i,p}$ تبدیل به $B_{i,n}(u)$ می شود.

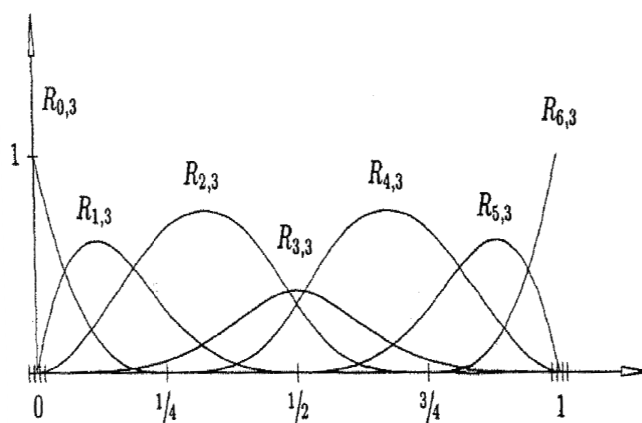
-۱۲ تقریب محلی: اگر نقطه کنترلی P_i تغییر مکان دهد یا وزن w_i تغییر کند، منحنی در دهانه داخلی $u \in [u_i, u_{i+p+1})$ تغییر می کند. (شکل ۳-۱۹)



شکل ۱۹-۳: منحنی های B-Spline درجه سه نسبی که w_3 در آن تغییر می کند.



شکل ۲۰-۳ الف: تابع پایه منحنی شکل ۱۹-۳ با $w_i = 1$



شکل ۲۰-۳ ب: تابع پایه منحنی شکل ۱۹-۳ با $w_i = 1/3$

استفاده از مختصات همگن یک روش مؤثر برای بیان منحنی های NURBS است. اگر H را نداشت پرسپکتیو در نظر بگیریم، برای یک سری از نقاط کنترلی، $\{P_i\}$ ، و وزنها $\{w_i\}$ ، ما نقاط کنترلی وزنی $P_i^w = (w_i x_i, w_i y_i, w_i z_i, w_i) = w_i P_i$ را می سازیم. پس منحنی B-Spline (چند جمله ای قطعه ای) غیر نسبی در فضای چهار بعدی به صورت زیر تعریف می شود:

$$C^w(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i^w \quad (32-3)$$

با اعمال نگاشت پرسپکتیو H به $C^w(u)$ یک منحنی B-Spline نسبی مطابق با $C(u)$ (نسبی قطعه ای در فضای سه بعدی) به دست می آید.

$$C(u) = H \{C^w(u)\} = H \left\{ \sum_{i=0}^n N_{i,p} P_i^w \right\} = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p} w_i P_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i} = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) P_i \quad (33-3)$$

۳-۸- مشتق منحنی NURBS

مشتق های توابع نسبی پیچیده هستند و شامل کسرهایی با توان بالا هستند. در این بخش فرمولی را ارائه می دهیم که مشتقهای $C(u)$ به صورت جمله هایی از مشتقهای $C^w(u)$ بیان می شود. داریم:

$$C(u) = \frac{w(u)C^w(u)}{w(u)} = \frac{A(u)}{w(u)} \quad (34-3)$$

که $A(u)$ یک تابع برداری است. با توجه به معادله (۳۹-۳) داریم:

$$C'(u) = \frac{w(u)A'(u) - w'(u)A(u)}{w(u)^2} = \frac{A'(u) - w'(u)C(u)}{w(u)} \quad (35-3)$$

فرمولی که برای مشتقات بالاتر استفاده می شود به شکل معادله (۳۶-۳) است:

$$C^k(u) = \frac{A^k(u) - \sum_{i=1}^k \binom{k}{i} w^i(u) C^{(k-i)}(u)}{w(u)} \quad (36-3)$$

حال عباراتی برای مشتق اول منحنی NURBS را در نقاط انتهایی اش ($u=0, u=1$) به دست می آوریم. با استفاده از معادله (3-41) داریم :

$$C'(0) = \frac{\frac{p}{u_{p+1}}(w_1 P_1 - w_0 P_0) - \frac{p}{u_{p+1}}(w_1 - w_0) P_0}{w_0} \quad (37-3)$$

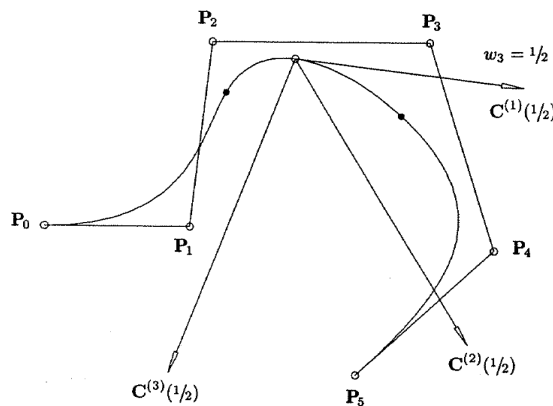
که نتیجه می شود

$$C'(0) = \frac{p}{u_{p+1}} \frac{w_1}{w_0} (P_1 - P_0) \quad (38-3)$$

$$C'(1) = \frac{p}{1-u_{m-p-1}} \frac{w_{n-1}}{w_n} (P_n - P_{n-1}) \quad (39-3)$$

شکل (3-21) مشتق های اول ، دوم و سوم یک منحنی درجه سه NURBS را نشان می دهد ، که در

آن $u = 1/2$ و $w_3 = 1/3$ و $w_i = 1$ به طوریکه $i \neq 3$



شکل 3-21: مشتق و جهت آن در نقطه گرهی $u=1/2$ و در وزنهای مختلف

۳-۹- پیوستگی توابع پارامتریک

یکی از مسائل مهم چگونگی پیوستگی توابع پارامتریک است. از آنجا که منحنیهای Bezier قادر به تعریف هر نوع منحنی نبودند و دارای انعطاف پذیری زیادی نبودند از منحنیهای B-Spline و سپس NURBS برای مدلسازی هندسی اشکال استفاده شد. منحنیهایی مثل Bezier که فقط یک چند جمله‌ای یا یک قطعه دارند دارای نواقص زیر هستند :

الف- به منظور ارضا کردن تعداد زیادی از قیود نیاز است که منحنی Bezier از n نقطه روی منحنی عبور کند که این موضوع احتیاج به یک منحنی با درجات بالا دارد. به هر حال استفاده از یک منحنی با درجات بالا برای یک پروسه غیر مؤثر هستند و از نظر عددی ناپایدار هستند.

ب- یک منحنی با درجه بالا نیاز است برای اینکه بعضی شکلهای پیچیده را بیان کنیم.

ج- منحنیها(سطوح) تک قطعه‌ای برای طراحی یک شکل مناسب نیستند، اگر چه منحنیهای Bezier می‌توانند به وسیله نقاط کنترلی (و وزنهایش)، یک شکل را بیان کنند، اما کنترل روی شکل به اندازه کافی محلی نیست.

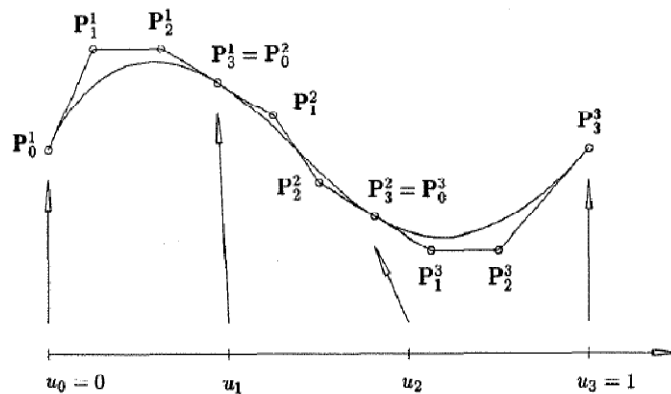
راه حل این است که از منحنیهای چند جمله‌ای قطعه‌ای استفاده کنیم. یک تابع چند جمله‌ای قطعه‌ای یک تابع قطعه‌ای است که هر کدام از قطعات آن یک منحنی پارامتریک می‌باشد. یکی از مباحث مهم چگونگی اتصال این قطعات به یکدیگر است. محلی که این توابع قطعه‌ای به یکدیگر وصل می‌شوند در منحنی‌ها گره^۱ نامیده می‌شود (شکل ۳-۲۲) و در سطوح وصله^۲ نامیده می‌شود. معادلاتی که چگونگی این اتصال را به وجود می‌آورند قیود پیوستگی^۳ نامیده می‌شوند. در CAGD قیود

1 - Joints

2 - Patch

3 - Continuity constraints

پیوستگی به طور نمونه برای بیان کردن یک مرتبه خاصی از همواری^۱ منحنی انتخاب شده‌اند. مرتبه همواری به طور طبیعی بسته به کاربرد آن انتخاب می‌شود [۳۶].



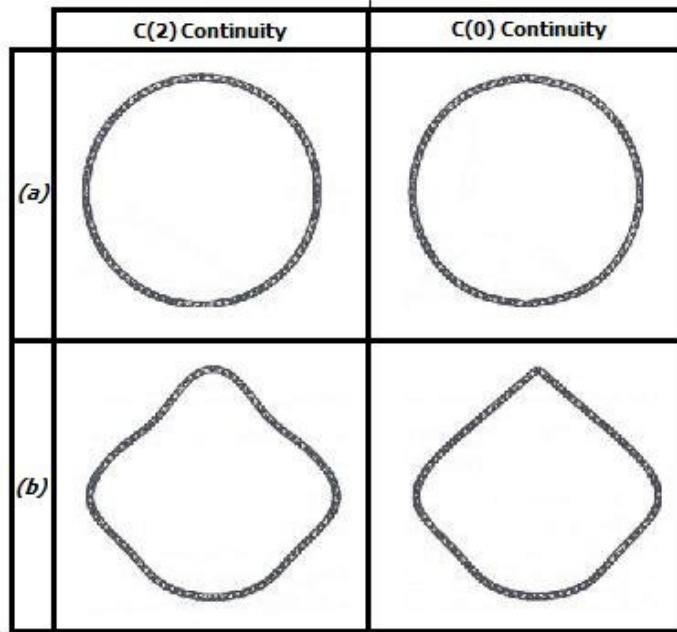
شکل ۳-۲۲: پیوستگی تابع پارامتریک در نقاط گرهی

ممکن است این قطعات با پیوستگیهای مختلف به هم وصل شوند. در اینجا چند پیوستگی با درجات مختلف را تعریف می‌کنیم.

پیوستگی $C(0)$: به لحاظ دیدگاه عملی، در بعضی حالات به این نوع پیوستگی نیاز است. مثلاً در محل برخورد بال و جان یک قطعه فولادی جعبه ای شکل که ممکن است چندین قطعه منحنی به یکدیگر متصل شوند (شکل ۳-۲۳).

پیوستگی $C(2)$: همچنین حالت‌های دیگری نیز وجود دارد که به اینگونه از پیوستگی نیاز می‌باشد. در این حالت بایستی در محل تقاطع، شیب بردار یکه دو سر منحنیها و همچنین انحنای آنها با یکدیگر مساوی باشد (شکل ۳-۲۳).

1- Smoothness



شکل ۳-۲۳: مثالی جهت نشان دادن پیوستگی $C(0)$ و $C(2)$ در محل اتصال

همانگونه که در شکل (۳-۲۳) ملاحظه می‌شود برای پیوستگی $C(0)$ ، در محل تقاطع دو قطعه شکستگی وجود دارد ولی برای پیوستگی $C(2)$ ، در محل تقاطع، شیب و انحنای دو قطعه مساوی بوده و منحنی به صورت پیوسته می‌باشد.

۳-۱۰- متغیرهای طراحی در بهینه سازی

یکی از نکات مهم در فرآیند بهینه سازی، چگونگی انتخاب متغیرهای طراحی شکل می‌باشد. متغیرها بهتر است به گونه ای باشند که بتوان یک وابستگی مستقیم بین تغییرات آنها و تغییرات حاصله در شکل بوجود آورد. مواردی که در ادامه می‌آید، تعدادی از انواع متغیرهای معمول برای بهینه سازی به وسیله روش تغییرات مرزی می‌باشد.

۳-۱۰-۱ - استفاده از مختصات گره ها

در اولین کارهایی که برای بهینه سازی انجام شد، مختصات گره های واقع بر روی مرزهای سازه به عنوان متغیرهای طراحی مساله بهینه سازی در نظر گرفته می شد. این گره ها حاصل مش بندی شکل سازه بودند و در این میان می توان به کارهای زینکوویچ^۱ و کمپبل^۲ در سال ۱۹۷۳ اشاره نمود [۱۳]. این روش بسیار ساده است ولی از اشکالات مهم آن زیاد بودن تعداد متغیرهای طراحی می باشد. همچنین ایجاد سازگاری و پیوستگی شیب بین گره ها به آسانی میسر نمی شود و غالباً به نتایج غیر عملی منجر می شود.

۳-۱۰-۲ - استفاده از نقاط کنترلی اسپلینها

این روش اولین بار توسط فلوری^۳ و برایبانت^۴ در سال ۱۹۸۴ برای مدل سازی شکل سازه ها مورد استفاده واقع شد [۱۳]؛ آنها روش خود را "روش طراحی المان"^۵ نامیدند. در این روش بخشی از شکل سازه که در فرآیند بهینه سازی دستخوش تغییرات می شود، با یک یا چند المان طراحی مدل می شود. از توابع ترکیبی نیز برای تعیین مختصات المان طراحی استفاده می شود. بدین ترتیب متغیرهای طراحی عبارتند از مختصات نقاطی که المان طراحی را کنترل می کنند. کاربرد این روش نیز ما را به سمت استفاده از تعداد کمتر متغیرهای طراحی رهنمون می شود. این روش یک روش عمومی می باشد ولی تعداد المانهای طراحی و درجه منحنی ها تاثیر قابل ملاحظه ای بر کارایی روش دارند. در این پایان نامه از مختصات نقاط کنترلی به عنوان متغیر طراحی استفاده شده است

انتخاب نقاط کنترلی به عنوان متغیرهای طراحی دارای امتیازات زیر است:

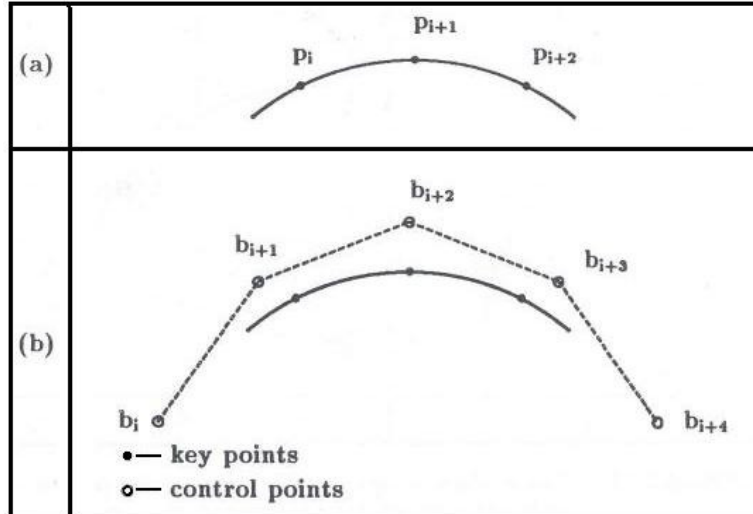
- کاهش چشمگیر در تعداد متغیرهای طراحی

1- Zienkiewicz
2- Kampbell
3- Fleury
4- Braibant
5- Design Element Technique

- برای شکل‌های پیچیده به راحتی می‌توان موقعیت متغیرهای طراحی را تعریف کرد.
- امکان تعریف جهت حرکت برای متغیرهای طراحی
- امکان ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی

۳-۱۰-۳- استفاده از نقاط کلیدی اسپلاینها

در این روش مختصات نقاط کلیدی واقع بر روی اسپلاین به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شوند. به عنوان مثال مرزهای سازه با تابع NURBS درجه سه که از این نقاط کلیدی عبور می‌کنند مدل می‌شود. این روش در سالهای اخیر مورد بحث محققین علم بهینه سازی بوده است. شکل (۳-۲۴) مدلسازی یک منحنی را با استفاده از نقاط کلیدی و نقاط کنترلی نشان می‌دهد.



شکل ۳-۲۴: روشهای مختلف انتخاب متغیر طراحی (الف) نقاط کلیدی (ب) نقاط کنترلی

۳-۱۰-۴- استفاده از چندجمله ای ها

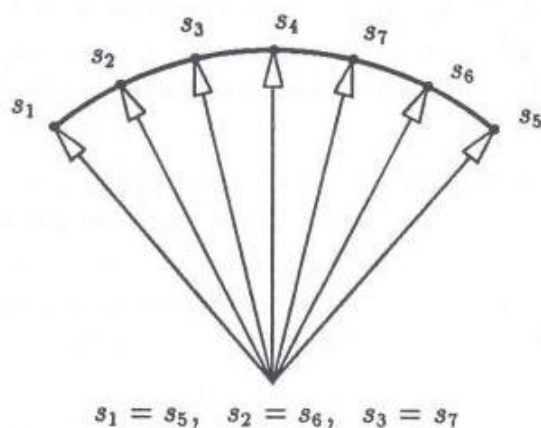
در مسائل مدل سازی شکل می‌توان از چند جمله ای ها بهره جست. در این روش ضرایب چندجمله‌ای به عنوان متغیر طراحی مساله بهینه سازی تعریف می‌شود. از مزایای این روش می‌توان

به کاهش قابل توجه تعداد متغیرهای طراحی اشاره نمود. در این زمینه نیز می‌توان به کارهای باویکاتی^۱ و رامکریشان^۲ در سال ۱۹۸۰ اشاره نمود. در این روش ممکن است با استفاده از چندجمله‌ایهای با درجات بالاتر با ناپایداری عددی و شکل‌های نوسانی مواجه شویم.

۳-۱۱- ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی

گاهی اوقات به علت وجود دلایل عملی و برای موثرتر شدن محاسبات لازم می‌شود که ارتباطی بین متغیرهای طراحی برقرار کنیم. این ارتباط می‌تواند بین دو یا تعداد بیشتری متغیر طراحی برقرار شود. ایجاد ارتباط بین متغیرهای طراحی سبب ایجاد امتیازات زیر می‌شود.

- تعداد متغیرهای طراحی باز هم کاهش می‌یابد.
- کل قطعه که ممکن است ترکیبی از چند زیر قطعه باشد می‌تواند رفتار یک قطعه واحد را از خود نشان دهد. (مانند یک جسم صلب)
- به راحتی می‌توان به شکل‌های متقارن دست یافت.

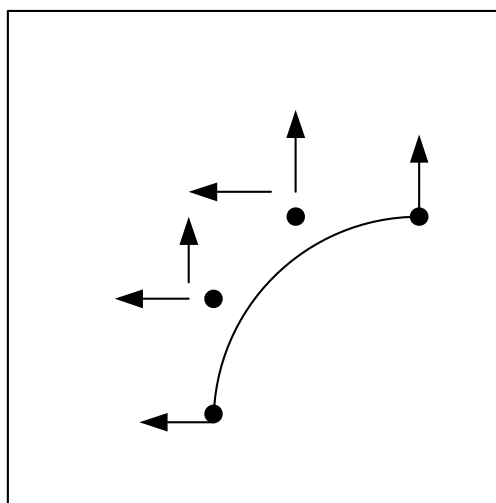


شکل ۳-۲۵: وابستگی متغیرهای طراحی به یکدیگر و دستیابی به شکلی متقارن

1- Bhavikatti
2- Ramakrishan

۱۲-۳- جهت حرکت متغیرهای طراحی

همانگونه که قبلا بیان شد در این پایان نامه متغیرهای مساله بهینه سازی، مختصات نقاط کلیدی اسپلاین می باشد. یکی از امتیازاتی که این روش برای ما فراهم می کند این است که می توانیم جهت حرکت متغیرهای طراحی را خودمان مشخص کنیم که این موضوع اغلب باعث حصول جوابهای بهتری می شود. شکل (۳-۲۶) بیانگر جهات حرکتی است که می توان برای متغیرهای طراحی در نظر گرفت. برای استفاده از این امکان بایستی قبلا این جهات را برای متغیرهای طراحی تعریف و لحاظ نماییم.



شکل ۳-۲۵: جهات حرکت ممکن برای متغیرهای طراحی

نکته قابل توجه در اینجا اینست که می توان با تعریف جهات حرکت مختلف، شکل‌های بهینه متنوعی را بدست آورد. بدین ترتیب اطلاعات لازم برای مدل سازی شکل یک سازه و کنترل آن توسط پارامترهای اسپلاین را در اختیار داریم.

فصل چهارم

تولید مش

۴-۱- مقدمه

در مباحث علمی مهندسی، حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی که در مسائل مختلف مکانیک سیالات، مکانیک جامدات، سازه و غیره ظهور می‌کنند، توسط روش اجزای محدود^۱ صورت می‌گیرد. این روش، یک روش عددی است که توانایی حل معادلات پیچیده حاکم بر مساله مورد نظر را داراست. یکی از مراحل مهم حل این مسائل، تولید مش^۲ در ناحیه ای است که معادله دیفرانسیل برای آن تعریف شده است [۳۷].

تولید مش به مفهوم تقسیم بندی و جایگزینی شکل هندسی اولیه با قطعات ساده‌تر و کوچکتر می‌باشد. این اشکال کوچک که المان^۳ نامیده می‌شوند، در اشکال دوبعدی به صورت مثلث^۴ و یا چهارضلعی^۵ و در اشکال سه بعدی به صورت چهاروجهی و یا هشت وجهی^۶ ظاهر می‌شوند. برای حل مسائل سازه ای با استفاده از روش اجزای محدود، ابتدا بایستی مدل هندسی اولیه را به یک مدل محاسباتی تبدیل کنیم. بدین منظور مهمترین بخش کار، تولید مش می‌باشد. در چند دهه گذشته محققان و برنامه نویسان کامپیوتری، تلاش بسیاری را جهت تولید برنامه های تحلیلی اجزای محدود به انجام رسانیده‌اند. در این میان برنامه های تولید مش، مهمترین بخش کار بوده و وقت زیادی بابت آن صرف شده است. با این وجود، امروزه نیز تلاشهای بسیاری جهت بهبود و تولید الگوریتمهای تولید مش انجام می‌گیرد. هدف اصلی در این برنامه ها، تولید مش با کیفیت بالا و چگالی مناسب به صورت اتوماتیک و موثر می‌باشد.

-
- 1- Finite Element
 - 2- Mesh Generation
 - 3- Element
 - 4- Triangular
 - 5- Quadrilateral
 - 6- Tetrahedral and Hexahedral

۴-۲- دیدگاه کلی نسبت به تولید مش

برای حل مسائل بهینه سازی که در این پایان نامه مورد بررسی قرار گرفته اند به یک تولید کننده مش قوی و اتوماتیک نیاز داریم. زیرا بایستی توانایی تشریح مدل هندسی، شرایط مرزی و بارگذاری آن را به صورت یک مدل محاسباتی داشته باشیم. روشهای تولید مش بسیار خوبی توسط بال^۱ در سال ۱۹۷۳، تاکر^۲ در سال ۱۹۸۰ و هولی^۳ در سال ۱۹۸۸ معرفی شده اند. همچنین در سال ۱۹۹۰ توسط شخصی به نام زاینس^۴ برنامه ای که توانایی تولید مش به صورت اتوماتیک و تطبیقی^۵ را دارد تولید شده است. کلاً می توان مبحث تولید مش را یکی از مهمترین بخشهای حل مسائل سازه ای با استفاده از روش اجزای محدود عنوان نمود و تاکنون کتابها و مقالات بسیاری در این زمینه منتشر شده است.

۴-۳- انواع روشهای تولید کننده مش

روشهای تولید مش را در یک حالت کلی می توان به سه گروه تقسیم نمود که عبارتند از:

- روشهای تولید مش سازمان یافته (Structured Mesh Generation)
- روشهای تولید مش سازمان نیافته (Unstructured Mesh Generation)
- روشهای تولید مش ترکیبی (Hybrid Mesh Generation)

روشهای تولید مش سازمان یافته، روشهایی هستند که برای هر گره و المان موجود در داخل دامنه، تعداد گره ها و المانهای موجود در همسایگی آنها ثابت می باشد ولی در مورد مشهای سازمان نیافته، این تعداد ثابت نبوده و می تواند تغییر کند. همچنین در روشهای سازمان یافته تولید مش، ابتدا گره ها و سپس المانها تولید می شوند. این در حالی است که در روشهای سازمان نیافته، تولید المانها و

1- Bull

2- Thacker

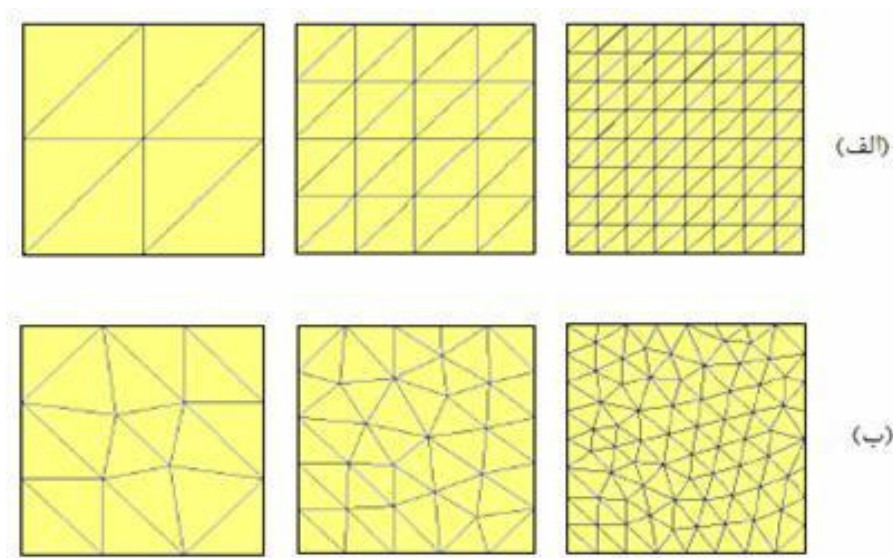
3- Ho-Le

4- Sienz

5- Adaptive

گره ها به طور همزمان صورت می پذیرد. از امتیازات روشهای سازمان یافته می توان به سادگی الگوریتم آنها و همچنین مصرف کمتر حافظه کامپیوتر نام برد [۳۸]. اما از عیوب مهم آن این است که نمی توان از این روش به راحتی برای تولید مش در شکل های پیچیده استفاده کرد.

روشهای تولید مش سازمان نیافته روشهای قدرتمندی برای مش بندی سطوح پیچیده میباشند. این روشها نسبت به روشهای سازمان یافته، حافظه بیشتری از کامپیوتر را به خود تخصیص میدهند. محققان و متخصصان فن تولید مش، بیشتر زمانشان را برای تولید و اصلاح این نوع از روشها مصرف کرده اند و مقالات بسیاری را منتشر نموده اند. در شکل (۴-۱) نمونه ای از تولید مش سازمان یافته و مش سازمان نیافته قابل ملاحظه می باشد [۳۹].



شکل ۴-۱ : الف) مش سازمان یافته ب) مش سازمان نیافته

روشهای ترکیبی نیز همانگونه که از اسم آنها پیداست، به صورت ترکیبی از روشهای تولید مش سازمان یافته و سازمان نیافته می باشند و در بعضی از مسائل نیز از این روشها استفاده می شود. با توجه به اینکه در این پایان نامه، هدف اصلی بهینه سازی شکل مسائل دو بعدی تنش و کرنش مسطح است، برای حل این مسائل با استفاده از روش اجزای محدود، به یک تولید کننده مش قوی نیاز می باشد. تولید کننده مش مورد استفاده در این پایان نامه از نوع تولید کننده مش پیشرفتی رو به

جلو^۱ می‌باشد. توضیحات بیشتر در این مورد در ادامه خواهد آمد. اما علت انتخاب این روش به دلایل زیر است :

- الگوریتم تولید مش کاملاً اتوماتیک بوده و روشی موثر و قوی می‌باشد.
- این روش توانایی بیان و مدل سازی آسان شکل‌های پیچیده را داراست.
- تعریف مشخصات المان و ایجاد تغییرات در ابعاد آن بر روی دامنه بسیار راحت است.
- اطلاعات ورودی مورد نیاز برای این روش بسیار کم می‌باشد.

۴-۴- پارامترهای مش

در یک تولید کننده مش تطبیقی^۲ برای گسسته سازی^۳ دامنه هندسی شکل سازه مورد نظر، بایستی از اطلاعات مربوط به المانها و یا همان پارامترهای مش استفاده کند. این پارامترها تعیین کننده چگالی مش در نواحی مختلف دامنه و همچنین کشیدگی و نسبت اندازه ها در خود المان می‌باشد. یک روش تولید کننده اتوماتیک مش، روشی الگوریتمیک است که توانایی تولید یک شبکه قابل قبول و معتبر از المانها را از منظر روش اجزای محدود، در یک دامنه پیچیده دارا می‌باشد. برای مشهای ساختار نیافته بر خلاف مشهای ساختار یافته، پیوستگی گره المانها با استفاده از روشی خاص انجام می‌پذیرد. اطلاعات لازم برای تولید یک مش ساختار نیافته در یک دامنه محاسباتی عبارتند از:

- تشریح اینکه ابعاد، شکل و جهت المان در فضا چگونه تغییر می‌کند.
- مشخص کردن فضایی که بایستی مش بندی شود.
- انتخاب نوع المان.

1- Advancing Front
2-Adaptive Mesh Generator
3-Discretization

- انتخاب روش مناسب برای دست یافتن به مشی مناسب.

برای مشخص نمودن چگونگی تغییرات در پارامترهای تولید مش از مفهومی به نام مش زمینه^۱ استفاده می‌شود. با استفاده از این مش می‌توان تغییرات پارامترهای المان را محاسبه و کنترل نمود. همچنین بایستی با استفاده از روشی مناسب اقدام به تعریف شکل، ابعاد و جهت المان نمود.

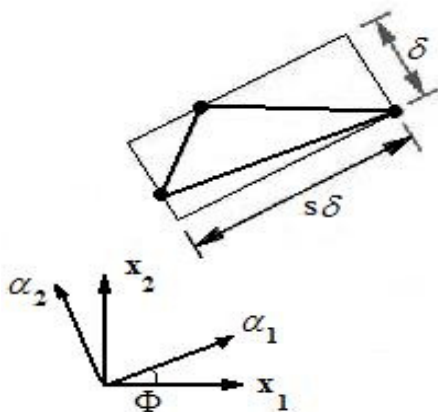
شکل، اندازه و جهت هر المان را می‌توان با استفاده از سه پارامتر مستقل از یکدیگر، به طور

کامل تشریح کرد (به شکل ۲-۴ توجه شود). این پارامترها عبارتند از:

- اندازه δ : اندازه یک المان

- کشیدگی s : وضعیت نسبی یک المان

- جهت Φ : جهت یک المان

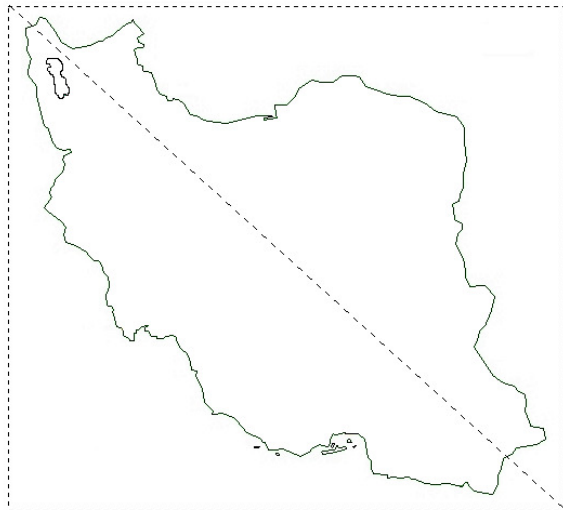


شکل ۲-۴ : پارامترهای تولید مش

در برنامه های تولید مش، جهت هر المان را به طور معمول با استفاده از دو بردار (a_{nx}, a_{ny}) در طول دستگاه مختصات کارتزین تعریف می‌کنند. پس جهت استفاده از این روش، کاربر عملاً بایستی از چهار پارامتر برای تعریف مشخصات مش در برنامه کامپیوتری استفاده کند. با استفاده از این چهار پارامتر میتوان دقیقاً المان را تعریف نمود. این تعریف را بایستی در کل دامنه انجام داد و این کار با استفاده از مش زمینه صورت می‌پذیرد. بدین ترتیب که در هر یک از گره‌های مش زمینه بایستی

1- Background Mesh

چهار پارامتر معرفی شده را دقیقاً تعریف کرد و از مش زمینه برای درونیایی و پیدا کردن مشخصات المان در نقاط دیگر دامنه استفاده می‌شود. این روش بسیار آسان و راحت بوده و برای انجام عملیات مش بندی مجدد^۱ بسیار مناسب می‌باشد. مش زمینه اولیه که معمولاً در ابتدا توسط کاربر تعریف می‌شود، مشی درشت بوده و بایستی سراسر دامنه مورد نظر را در بر بگیرد. به شکل ۳-۴ توجه کنید.



شکل ۳-۴: مش زمینه شامل دو مثلث برای یک دامنه پیچیده

در صورتی که به مش یکنواخت و اندازه ثابت نیاز باشد، استفاده از یک مثلث برای مش زمینه که کل دامنه را در بر گیرد نیز کافی خواهد بود. یکی از نکاتی که در اینجا بایستی به آن توجه شود این است که شکل مش زمینه کاملاً دلخواه بوده و نیازی نیست که حتماً با مرزهای دامنه ای که قرار است مش بندی شود، هم راستا باشد. همچنین می‌توان برنامه‌های تولید مش را به گونه ای برنامه ریزی نمود که خودشان با توجه به ابعاد دامنه مورد نظر، به طور خودکار اقدام به تولید مش زمینه کنند. مثلاً برای اشکال دو بعدی مش زمینه ای را تولید کنند که مستطیل در بر گیرنده دامنه مورد نظر باشد. چگالی مش مورد نظر نیز به عنوان مثال، ۵ درصد طول قطر این مستطیل فرضی در نظر گرفته می‌شود [۱۰].

1- Remeshing

در یک تولید کننده مش تطبیقی، مش تولید شده در تکرار اولیه به عنوان مش زمینه برای تکرار دوم در نظر گرفته می‌شود. این امر باعث بوجود آمدن انعطاف پذیری زیادی برای ایجاد تغییرات، در پارامترهای تولید مش می‌شود. مش زمینه ای که بدین ترتیب تولید می‌شود، به شکلی ایده آل، دامنه شکل مورد نظرمان را پوشش خواهد داد.

گاهی اوقات لازم است که برای محاسبه پارامترهای تولید مش، از دو راهکار ارائه شده در زیر استفاده کنیم:

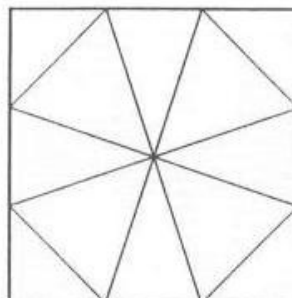
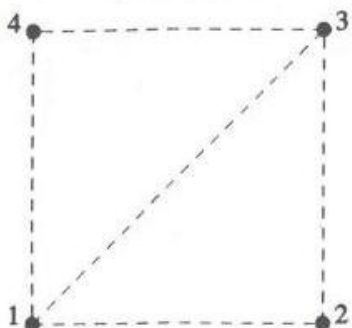
۱. گسترش دادن مش زمینه.

۲. انجام عملیات برون‌یابی با استفاده از مش زمینه.

مثلا در مسائل بهینه سازی شکل، به علت ایجاد تغییرات در شکل سازه، بایستی در مواردی که بخشهایی از شکل سازه از محیط تحت پوشش توسط مش زمینه خارج می‌شود، از دو راهکار فوق استفاده نمود. البته می‌توان راهکار سومی را نیز در نظر گرفت که در آن با توجه به تجربه و کارآمدگی طراحی، از ابتدا مش زمینه ای به طور ثابت برای مساله در نظر گرفته می‌شود، به طوری که با توجه به قیود حاکم بر مساله بهینه سازی، هیچگاه شکل سازه، از آن محدوده خارج نمی‌شود. در ادامه برای نشان دادن واضحتر اثرات تغییر پارامترهای تولید مش بر مش تولید شده، به شکل‌های (۴-۴) (۴) الی (۴-۱۰) توجه شود.

4 : $\delta = 5.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$

3 : $\delta = 5.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$



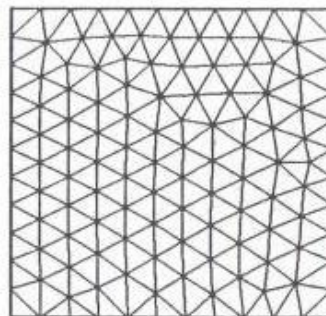
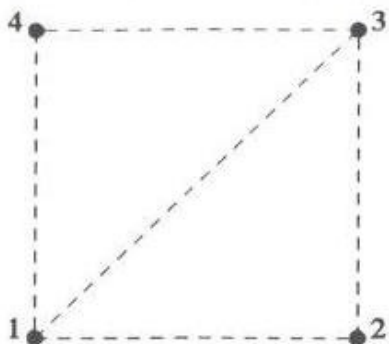
2 : $\delta = 5.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$

1 : $\delta = 5.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$

شکل ۴-۴ : مش درشت (سمت چپ مش زمین و سمت راست مش نهایی)

4 : $\delta = 1.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$

3 : $\delta = 1.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$



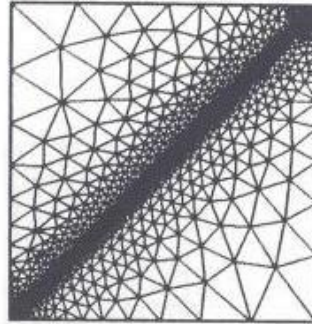
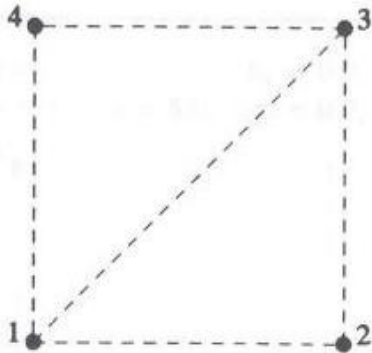
2 : $\delta = 1.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$

1 : $\delta = 1.00, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$

شکل ۵-۴ : مش ریز (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 2.50, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$3 : \delta = 0.10, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$



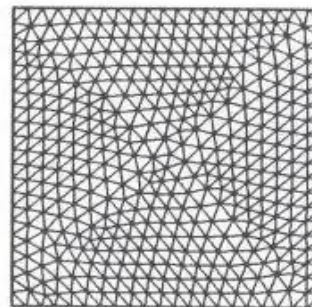
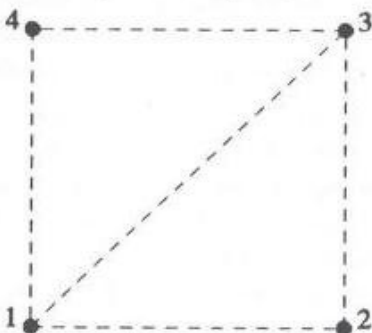
$$2 : \delta = 2.50, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$1 : \delta = 0.10, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

شکل ۴-۶: مش درجه بندی شده (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 0.5, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$3 : \delta = 0.5, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$



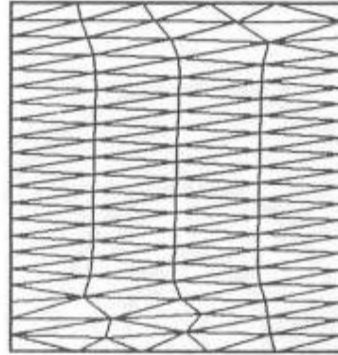
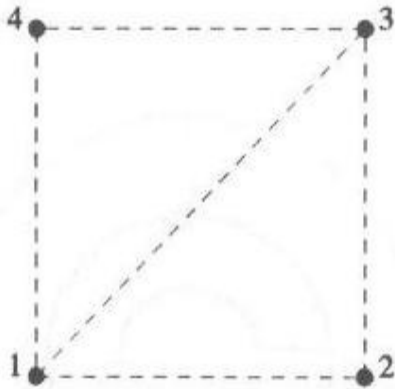
$$2 : \delta = 0.5, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$1 : \delta = 0.5, s = 1.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

شکل ۴-۷: مش بدون کشیدگی (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$3 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$



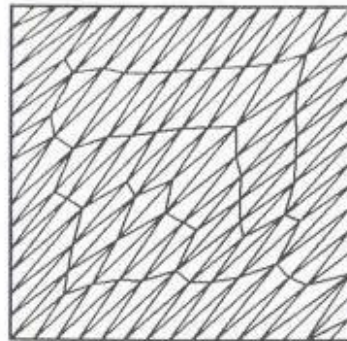
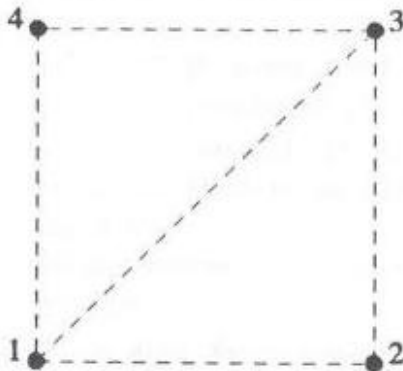
$$2 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

$$1 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 0.0$$

شکل ۴-۸: مش کشیده با $s = 5$ و جهت x (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

$$4 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 1.0$$

$$3 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 1.0$$



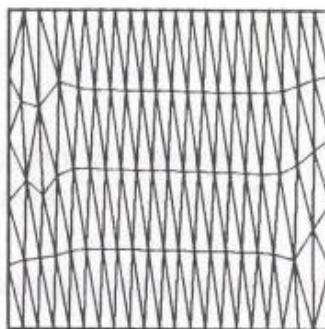
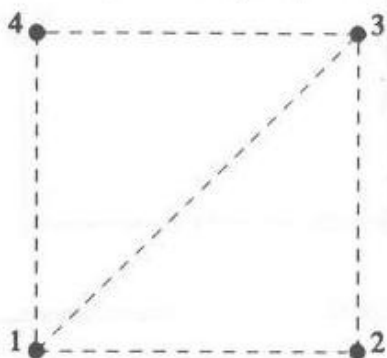
$$2 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 1.0$$

$$1 : \delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 1.0, an_y = 1.0$$

شکل ۴-۹: مش کشیده با $s = 5$ و جهت 45° (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

4 : $\delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 0.0, an_y = 1.0$

3 : $\delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 0.0, an_y = 1.0$



2 : $\delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 0.0, an_y = 1.0$

1 : $\delta = 0.5, s = 5.0, an_x = 0.0, an_y = 1.0$

شکل ۴-۱۰: مش کشیده با $s = 5$ و جهت y (سمت چپ مش زمینه و سمت راست مش نهایی)

۴-۵- تولید مش مثلثی سازمان نیافته با روش Advancing Front

روش Advancing Front یک روش تولید مش سازمان نیافته می‌باشد. در یک مش سازمان نیافته، تعداد گره‌ها و المانهای موجود در سراسر دامنه از قبل مشخص نیست. همانگونه که در قبل اشاره شد، از ویژگیهای بارز این روش تولید همزمان گره‌ها و المانها می‌باشد.

الگوریتم تولید مش با این روش، شامل مراحل زیر است.

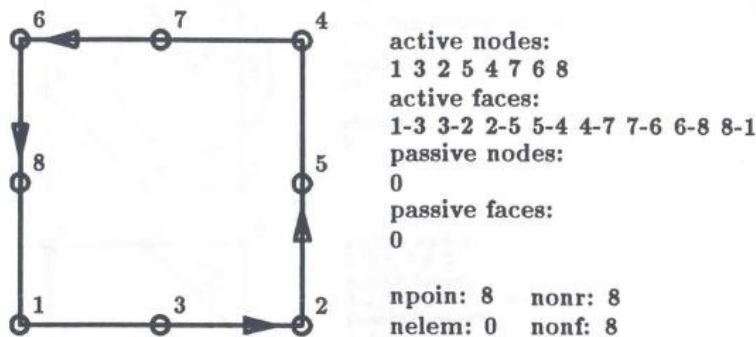
۱. تنظیم اولیه پارامترهای تولید مش برای کلیه نقاط
۲. انتخاب کوچکترین وجه موجود
۳. محاسبه موقعیت نقطه ایده آل^۱ که با توجه به مثلث متساوی الاضلاعی به اندازه المان صورت می‌گیرد.
۴. پیدا کردن نقاط فعال^۱ و تشکیل لیستی از کلیه پیوستگی‌های ممکن.

1- Ideal Point

۵. اگر لیست تولید شده در مرحله ۴ تهی است و نقطه ایده آل یک مثلث معتبر را نتیجه نمی‌دهد، به جستجوی گره فعالی بپردازید که بهترین شکل را برای مثلث ایجاد می‌کند.
۶. اگر مرحله ۵ با شکست مواجه شد، دومین وجه کوچک را انتخاب کرده و به مرحله ۳ بروید.
۷. اگر مرحله ۴ و ۵ با موفقیت همراه بود، مثلثی تولید می‌شود و وجوه به هنگام می‌شوند. همچنین اگر نقطه انتخابی همان نقطه ایده آل باشد، عملیات درونیابی برای تعیین پارامترهای مش تولید شده انجام می‌گیرد.
۸. اگر هنوز نقطه‌ای بر روی وجوه باقی است، در صورت لزوم آنها را مرتب کرده و به مرحله ۳ می‌رویم.

این مراحل برای هر یک از وجوه و نواحی داخلی تکرار می‌شود. در ادامه، این روش و جزئیات آن

را برای مثالی ساده مورد بررسی قرار می‌دهیم. (شکل ۴-۱۱)



شکل ۴-۱۱: شکل اولیه مثال

با داشتن مرزهای جسم که به صورت مجزا در آمده‌اند، الگوریتم روش تولید مش پیشرفتی رو به جلو (AF) وارد کار می‌شود. بدین ترتیب، کرانه اولیه با استفاده از قطعات خطی که از هر نقطه و نقطه بعد از آن تشکیل می‌شود، شکل می‌گیرد. با تعریف جهت حرکت بر روی کرانه، می‌توان جهت

عمود بر آن را که به سمت داخل دامنه می‌باشد، بدست آورد. اکنون کلیه پارامترهای مش را با استفاده از درونیابی از روی مش زمینه بدست می‌آوریم. سپس روش AF شروع به آغاز عملیات تولید مش می‌کند.

اولین مرحله در این قسمت، پیدا کردن کوچکترین وجه در روی مرزهای جسم می‌باشد. بدین ترتیب همواره روش AF از کوچکترین وجه موجود کار خود را آغاز می‌کند. به عنوان مثال در اینجا وجه 1-8 به عنوان کوچکترین وجه انتخاب می‌شود. شکل 4-11 را ملاحظه کنید. سپس چگالی مش در دو نقطه 1 و 8 با استفاده از پارامتر δ و میانگین گیری انتخاب شده و مقدار آن با طول واقعی وجه 1-8 یعنی l مقایسه می‌شود.

برای اجتناب از بوجود آمدن شکلهای دارای انحراف بیش از حد و نا مأنوس و همچنین برای اطمینان از سازگاری هندسی، مقدار δ را با استفاده از روابط زیر انتخاب می‌کنیم.

$$\delta = \begin{cases} 0.55l & \text{if } \delta < 0.55l \\ \delta & \text{if } 0.55l < \delta < 2.00l \\ 2.00l & \text{if } \delta > 2.00l \end{cases} \quad (1-4)$$

با استفاده از روابط هندسی و اطلاعات موجود برای جهت وجوه، میتوان محل نقطه ایده آل را محاسبه نمود. شکل انتخابی بایستی به صورت یک مثلث متساوی الاضلاع باشد. شکل 4-12 را ملاحظه کنید. در مرحله بعدی، الگوریتم تولید مش بایستی به دنبال نقاط ممکن برای تولید مثلث بگردد. نقاط ممکن، نقاطی هستند که بر روی وجوه فعال قرار داشته و همچنین در داخل دایره ای به مرکز نقطه ایده آل و شعاع $r = 0.8\delta$ قرار می‌گیرند که در این مثال گره 3 بدست آمده است و شرایط فوق را داراست. سپس تمام نقاط بدست آمده در این مرحله را برای پیدا کردن فاصله شان تا

نقطه ایده آل به صورت یک لیست مرتب می‌کنیم. از این لیست، اولین نقطه ای که باعث ایجاد یک مثلث معتبر می‌شود را انتخاب می‌کنیم.

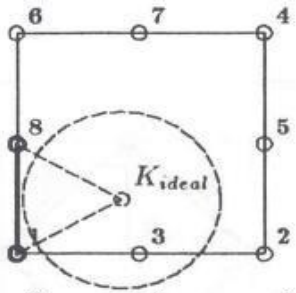
مثلثی را معتبر می‌گوییم که دارای شرایط زیر می‌باشد.

- دارای مساحت مثبت باشد.
- نقطه K_{ideal} درون مثلث دیگری قرار نگیرد.
- وجوه مثلث تولید شده، با هیچیک از وجوه فعال موجود متقاطع نباشد.

اگر هیچ مثلث معتبری توسط نقاط موجود در این لیست تولید نشد، الگوریتم تولید مش به جستجوی گره فعال در وجه جاری می‌پردازد و گره ای را که باعث ایجاد یک مثلث معتبر با بزرگترین زاویه داخلی در راس آن میشود را برمی‌گزیند. اگر این مرحله نیز به تولید یک مثلث معتبر منجر نشد، وجوه دوباره مرتب شده و دومین وجه کوچک انتخاب می‌شود. سپس فرآیند تولید المان دوباره از سر گرفته می‌شود.

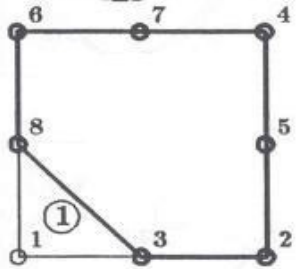
با پیدا کردن گره ۳ که یک مثلث معتبر با پیوستگی 3-1-8 را تولید می‌کند، این المان تولید شده و ساختار ورودی بهنگام^۱ می‌شود. این بدان معنی است که وجوه 8-1 و 1-3 غیر فعال شده^۲ و وجه جدید 3-8 به وجوه دیگر اضافه می‌شود. گره ۱ نیز جزء گره های غیر فعال قرار می‌گیرد. به شمارنده المان^۳ یکی اضافه شده و این در حالی است که تعداد گره ها^۴ تغییری نمی‌کند. شکل ۴-۱۳ را ملاحظه کنید. اگر لیست وجوه باقیمانده، تهی نباشد الگوریتم کار خود را برای تولید المانهای جدید ادامه می‌دهد. اشکال ۴-۱۲ تا ۴-۱۹ بصورت مرحله به مرحله، روند تولید المانها را برای یک مثال ساده نشان می‌دهند [۱۰].

1- Update
2- Passive
3- (nelem)
4- (npoin)



chosen face:
8-1
existing possible points:
3
ideal point possible:
yes

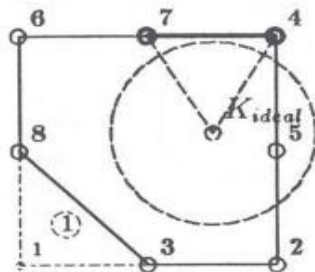
chosen point:
3



active nodes:
3 2 5 4 7 6 8
active faces:
3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-3
passive nodes:
1
passive faces:
1-3 8-1

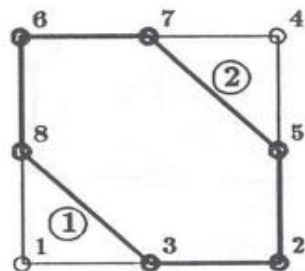
npoint: 8 nonr: 7
nelem: 1 nonf: 7

شکل ۴-۱۲: روش AF، تولید المان اول



chosen face:
4-7
existing possible points:
5
ideal point possible:
yes

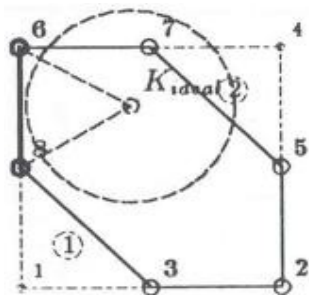
chosen point:
5



active nodes:
3 2 8 7 6 5
active faces:
3-2 2-5 8-3 7-6 6-8 5-7
passive nodes:
1 4
passive faces:
1-3 5-4 4-7 8-1

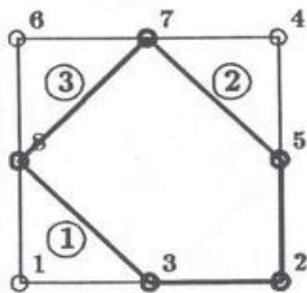
npoint: 8 nonr: 6
nelem: 2 nonf: 6

شکل ۴-۱۳: روش AF، تولید المان دوم



chosen face:
6-8
existing possible points:
7
ideal point possible:
yes

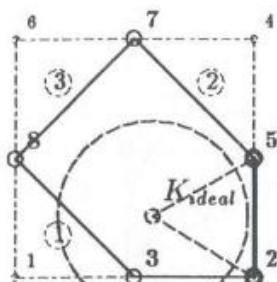
chosen point:
7



active nodes:
3 2 8 5 7
active faces:
3-2 2-5 8-3 5-7 7-8
passive nodes:
1 4 6
passive faces:
1-3 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1

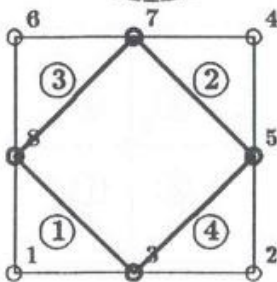
npoin: 8 nonr: 5
nelem: 3 nonf: 5

شکل ۱۴-۴ : روش AF ، تولید المان سوم



chosen face:
2-5
existing possible points:
3
ideal point possible:
yes

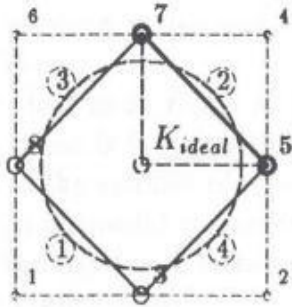
chosen point:
3



active nodes:
7 8 5 3
active faces:
7-8 8-3 5-7 3-5
passive nodes:
1 2 4 6
passive faces:
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1

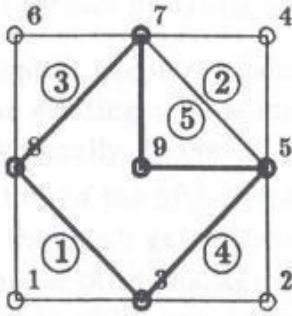
npoin: 8 nonr: 4
nelem: 4 nonf: 4

شکل ۱۵-۴ : روش AF ، تولید المان چهارم



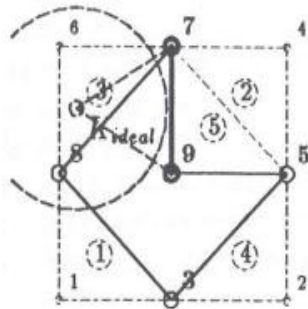
chosen face:
5-7
existing possible points:
0
ideal point possible:
yes

chosen point:
ideal point



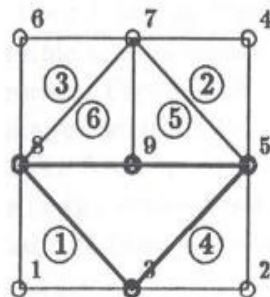
active nodes:
7 8 5 3 9
active faces:
7-8 8-3 3-5 5-9 9-7
passive nodes:
1 2 4 6
passive faces:
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1
5-7
npoim: 9 nonr: 5
nelem: 5 nonf: 5

شکل ۴-۱۶: روش AF، تولید المان پنجم



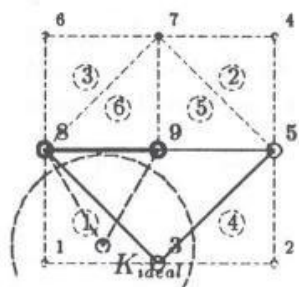
chosen face:
9-7
existing possible points:
8
ideal point possible:
no

chosen point:
8



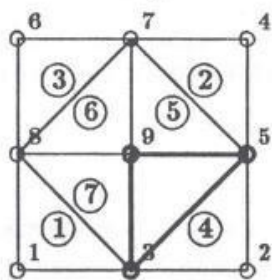
active nodes:
8 3 5 9
active faces:
8-3 3-5 5-9 9-8
passive nodes:
1 2 4 6 7
passive faces:
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1
5-7 7-8 9-7
npoim: 9 nonr: 4
nelem: 6 nonf: 4

شکل ۴-۱۷: روش AF، تولید المان ششم



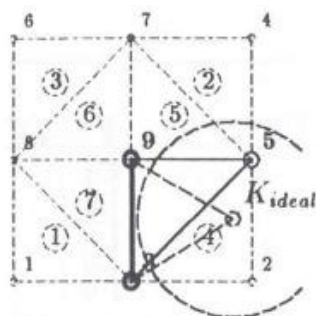
chosen face:
9-8
existing possible points:
3
ideal point possible:
no

chosen point:
3



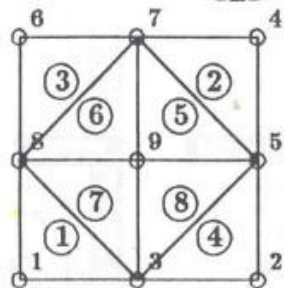
active nodes:
3 5 9
active faces:
3-5 5-9 9-3
passive nodes:
1 2 4 6 7 8
passive faces:
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1
5-7 7-8 9-7 9-8 8-3
npoi: 9 nonr: 3
nelem: 7 nonf: 3

شکل ۴-۱۸: روش AF، تولید المان هفتم



chosen face:
9-3
existing possible points:
5
ideal point possible:
no

chosen point:
5



active nodes:
0
active faces:
0
passive nodes:
1 2 3 4 5 6 7 8 9
passive faces:
1-3 3-2 2-5 5-4 4-7 7-6 6-8 8-1
5-7 7-8 9-7 9-8 8-3 3-5 5-9 9-3
npoi: 9 nonr: 0
nelem: 8 nonf: 0

شکل ۴-۱۹: روش AF، تولید المان هشتم

و همانطور که در شکل ۴-۱۹ ملاحظه می‌شود، هشت المان مثلثی با روش AF تولید شده است. البته این مثال ساده فقط برای ایجاد درکی از چگونگی تولید مش ارائه شده است و در مثالهای با اشکال پیچیده بایستی امکانات دیگری را نیز برای سابروتین تولید کننده مش در نظر گرفت.

خاطر نشان می‌کند که برای تولید مشهای سازمان نیافته روشهای بسیار زیاد و متنوع دیگری نیز موجود است که می‌توان به روش circle-packing اشاره نمود [۳۸]. البته روشهای دیگری را نیز می‌توان در مراجع [۴۰] و [۴۱] ملاحظه کرد. همچنین الگوریتمهایی برای تولید مشهای سازمان نیافته چهار گرهی وجود دارد که یکی از آنها paving algorithm است و از آن برای تولید مشهای سازمان نیافته چهار گرهی بر روی سطوح سه بعدی مانند رویه‌ها استفاده می‌شود [۴۲].

فصل پنجم

تخمین خطا

و

آنالیز حساسیت

۵-۱- مقدمه

در این فصل کلیاتی راجع به تخمین خطا و روشهای بهبود شبکه اجزای محدود بیان خواهد شد. همچنین مطالبی درباره روشهای آنالیز حساسیت که در پروسه بهینه سازی دارای اهمیت است، گفته می شود.

۵-۲- تخمین خطا

همان طور که قبلاً بیان شد، برنامه ADOPT قادر به تخمین خطا و تطبیق مش می باشد. در این برنامه تخمین خطای اجزای محدود با استفاده از دو روش زیر می باشد:

۱- تخمین خطا با استفاده از بازیافت تنش در نقاط فوق همگرا بر روی گروه المانهای متصل به یک گره (SPR).

۲- تخمین خطا با استفاده از روش میانگین گیری.

۵-۲-۱- روشهای برآورد خطا مبتنی بر بازیافت تنش

پس از حل معادله دیفرانسیل الاستیسیته توسط روش اجزای محدود و به دست آوردن مقادیر جابجایی در هر گره، در صورتی که به دست آوردن مقادیر دقیق تنش (گرادیان میدان جابجایی) در گره ها، روی مرز المانها و یا هر جای دیگر از دامنه مورد نظر باشد، در آن صورت باید از روش های بازیافت تنش استفاده نمود. زیرا اگر المانهای به کار گرفته شده، از درجات پایین، مانند C^0 باشد، تنها تابع جابجایی در نقاط گرهی و مرز المانها پیوسته بوده و تنش یا گرادیان میدان در آن نقاط گسسته و همراه با پرش می باشد. از اینجا می توان به اهمیت بحث بازیافت تنش پی برد. زیرا قاعدتاً باید فقط یک مقدار مشخص، نزدیک به حل دقیق، برای مشتق اول یا تنش در هر گره موجود باشد؛ که

به دست آوردن این مقدار، با استفاده از عملیات تکمیلی بازیافت تنش بر روی نتایج حاصل از حل روش اجزای محدود مقدور می باشد، که خود شامل روشهای مختلفی است.

به طور کلی می توان گفت که بازیافت تنش روشی است که هدف از آن بالا بردن دقت، و هموار نمودن میدان تنش (یا گرادیان میدان جابجایی) به دست آمده از حل اجزای محدود است. در این روش با استفاده از حل روش اجزای محدود، یک جواب نزدیک به حل دقیق یا تحلیلی در هر گره یا در نقاط دلخواه روی دامنه محاسبه شده که دقت بالاتری نسبت به حل اولیه اجزای محدود داشته است.

این میدان تنش بهبودیافته، به صورت زیر تعریف می شود [۴۳]:

$$\sigma^* = N \bar{\sigma}^* \quad (۱-۵)$$

که در آن $\bar{\sigma}^*$ مقادیر گرهی این میدان و N توابع شکل مورد استفاده در المانها است. با استفاده از این میدان بهبود یافته، خطای بازیافت به صورت زیر تعریف می شود :

$$e_{\sigma}^* = \sigma^* - \sigma_h \quad (۲-۵)$$

که در رابطه بالا σ_h تنش ناشی از اجزای محدود می باشد. روشهای متعددی برای بازیافت تنش از حل اجزای محدود وجود دارد که از آن میان می توان به روش میانگین گیری و روش تصویر L_2 اشاره کرد. در ادامه تنها به بیان و تشریح روش معروف بازیافت تنش بر مبنای نقاط فوق همگرا که در این پایان نامه از آن استفاده شده است، پرداخته می شود.

۵-۲-۲- روش بازیافت تنش بر مبنای نقاط فوق هم گرا (SPR)

این روش بازیافت تنش در سال ۱۹۹۲ توسط زینکویچ و زو ابداع شد و گام بسیار بلندی در بازیافت تنش برداشته شد [۴۴]. امروزه این روش به عنوان یکی از بهترین و موثرترین روشها برای برآورد خطا در مسائل مهندسی به کار می رود. اساس این روش بر مبنای استفاده از نقاطی به نام نقاط فوق هم گرا در المانها است. در این نقاط، تنش بدست آمده از تحلیل تقریبی نسبت به سایر نقاط از دقت بیشتری برخوردار می باشد و همگرایی گرادیان تابع، یک مرتبه از مقداری که از تقریب تابع شکل مربوط به حل تقریبی انتظار می رود، بالاتر است. به همین دلیل به این نقاط، نقاط فوق همگرا گفته می شود که اولین بار توسط بارلو مطرح شده است [۴۳].

در المانها اجزای محدود این نقاط گوسی هستند که دارای مشخصه مذکور هستند و اصطلاحاً به آنها نقاط فوق هم گرا گفته می شود. در این روش با برازش یک میدان به صورت چند جمله ای با ضرایب نامعین بر روی گرادیان حاصل از روش اجزای محدود روی گروه المانهای متصل به هر گره^۱، میدان گرادیان بهبود یافته تعیین می شود. این میدان به صورت زیر فرض می شود:

$$\sigma_p^* = Pa \quad (3-5)$$

در رابطه فوق σ_p^* ، تنش بهبود یافته، P مجموعه تک جمله ای های حداکثر هم درجه با توابع شکل المان و a مقادیر ثابت مجهول هستند، با کمینه کردن تابع رابطه (۴-۵) مقادیر مجهول مطابق رابطه (۵-۵) به دست می آید [۴۳]:

$$F(a) = \sum_{i=1}^n (\sigma_h(x_i, y_i) - \sigma_p^*(x_i, y_i))^2 = \sum_{i=1}^n (\sigma_h(x_i, y_i) - \mathbf{p}(x_i, y_i) \mathbf{a})^2 \quad (4-5)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \quad (5-5)$$

در رابطه (۵-۵) A و b به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^n \mathbf{P}^T(x_i, y_i) \mathbf{P}(x_i, y_i) \quad (۶-۵)$$

$$\mathbf{b} = \sum_{i=1}^n \mathbf{P}^T(x_i, y_i) \boldsymbol{\sigma}_h(x_i, y_i) \quad (۷-۵)$$

در این روابط، $\boldsymbol{\sigma}_h$ تنش به دست آمده از روش اجزای محدود، x_i و y_i مختصات نقاط فوق همگرا یا نقاط بهینه تنش در هر ناحیه و n تعداد المانهای موجود در هر ناحیه است.

۵-۳- معیارهای بیان خطا

در حالت کلی، خطا عبارت است از اختلاف بین حل دقیق و حل تقریبی که به روش اجزای محدود بدست آمده است. بنابراین خطای حل تنش بصورت زیر بدست می آید:

$$e_\sigma = \sigma - \sigma_h \quad (۸-۵)$$

که در آن σ میدان تنش دقیق است. اما به دلیل عدم دسترسی به میدان تنش واقعی می توان از میدان تنش اصلاح شده استفاده کرد که این میدان تنش جدید توسط یکی از روشهای بازیافت تنش بدست آمده است. بنابراین خطای تقریبی بصورت زیر محاسبه می شود:

$$\bar{e}_\sigma = \sigma^* - \sigma_h \quad (۹-۵)$$

رابطه اخیر مقدار خطای تقریبی را در یک نقطه برآورد می کند ضمن اینکه این مقدار ممکن است از نظر عددی، کوچکتر از صفر باشد. بنابراین برای درک بهتر خطا از معیارهای بهتری برای بیان آن

استفاده می شود. یکی از مهمترین معیارهای بیان خطا، معیار خطای انرژی^۱ می باشد که در ادامه به تشریح آن پرداخته می شود.

۵-۴- معیار خطای انرژی

طبق تعریف، نرم خطای انرژی دقیق تنش برای یک المان به صورت زیر بیان می شود [۴۳]:

$$\|e\| = \left[\int_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma} - \bar{\boldsymbol{\sigma}})^T \mathbf{D}^{-1} (\boldsymbol{\sigma} - \bar{\boldsymbol{\sigma}}) d\Omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (۵-۱۰)$$

در این رابطه $\boldsymbol{\sigma}$ مقدار دقیق بردار تنش، $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ تنش بدست آمده از حل تقریبی، \mathbf{D} ماتریس الاستیسیته و Ω دامنه المان می باشد. با توجه به اینکه در حالت کلی، جز در مواردی خاص که حل تئوری بعضی از مسائل الاستیسیته موجود می باشد، حل دقیق مسئله در دسترس نمی باشد، لذا به جای استفاده از میزان دقیق تنش از میزان بهبود یافته آن جهت محاسبه نرم خطای انرژی استفاده می شود. در اینصورت نرم خطای انرژی تقریبی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\|e\| = \|\bar{e}\| = \left[\int_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma}^* - \bar{\boldsymbol{\sigma}})^T \mathbf{D}^{-1} (\boldsymbol{\sigma}^* - \bar{\boldsymbol{\sigma}}) d\Omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (۵-۱۱)$$

که در اینجا $\boldsymbol{\sigma}^*$ تنش بازیافتی و $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ تنش بدست آمده از تحلیل اجزای محدود می باشد. در نهایت مجموع نرم خطای انرژی المانها، نرم خطای انرژی کل دامنه را تشکیل می دهد.

1 Energy Norm

۵-۵- درصد خطای نسبی η

بیان خطا به صورت مقدار مطلق، عملاً شاخص مناسبی برای درک آن نمی باشد و لذا معمولاً خطا به صورت نسبتی از مقدار کل بیان می شود. درصد خطای نسبی نرم انرژی با رابطه زیر بیان می شود:

$$\eta = \frac{\|e\|}{\|U\|} \times 100 \% \quad (12-5)$$

از طرفی همانطور که قبلاً بحث شد، میدان تنش، کرنش و یا جابجایی به طور دقیق در دست نیست، پس در محاسبه معیار خطا بایستی از میدان تنش اصلاح شده استفاده کرد:

$$\|e\| \approx \|\bar{e}\| = \left[\int_{\Omega} (\boldsymbol{\sigma}^* - \boldsymbol{\sigma}_h)^T \mathbf{D}^{-1} (\boldsymbol{\sigma}^* - \boldsymbol{\sigma}_h) d\Omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13-5)$$

در نتیجه درصد خطای نسبی نیز به صورت تقریبی و با توجه به حل اصلاح شده بیان می شود:

$$\bar{\eta} = \frac{\|\bar{e}\|}{\|u\|} \quad (14-5)$$

که در رابطه فوق \bar{u} به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\|\bar{u}\| = \left[\|u^*\|^2 + \|\bar{e}\|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15-5)$$

$$\|u^*\| = \left[\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^{*T} \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\sigma}^* d\Omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16-5)$$

چنانچه خطای نسبی قابل قبول در یک مسئله را $\hat{\eta}$ بنامیم، بنابراین شرط یک حل قابل قبول توسط روش اجزای محدود این است که:

$$\eta \leq \hat{\eta} \quad (17-5)$$

مقدار $\hat{\eta}$ معمولا در کارهای عملی کمتر از ۵ درصد در نظر گرفته می شود [۴۳].

۵-۶- تعریف شاخص ξ_i

همان طور که در بخش ۵ بیان شد، با محاسبه η و مقایسه آن با $\hat{\eta}$ می توان به قابل قبول بودن خطای اتفاق افتاده در تحلیل به روش اجزای محدود برای محیط جزء بندی شده پی برد. به طوری که اگر $\eta < \hat{\eta}$ باشد، خطاهای اتفاق افتاده قابل قبول بوده و چنانچه $\eta > \hat{\eta}$ باشد، خطای اتفاق افتاده بیش از مقدار مجاز بوده و برای رسیدن به جواب قابل قبول باید شبکه جزء بندی شده اصلاح گردد. اما سئوالی که در اینجا مطرح است، این است که شبکه جزء بندی شده چگونه باید اصلاح شود [۴۳].

برای اصلاح شبکه جزء بندی شده اولین راه حلی که به نظر می رسد کوچکتر نمودن کلیه المانها تا حصول $\eta < \hat{\eta}$ می باشد. اما راه حل فوق یک راه حل اقتصادی نیست و موجب می شود که حجم مسئله بسیار بزرگ شده و حل آن نیازمند نرم افزارهای با ظرفیت بالا می باشد. اما راه حلی که به نظر می آید از کارایی بیشتری برخوردار بوده و موجب کمترین افزایش حجم مسئله می گردد، کوچکتر نمودن موضعی مسئله می باشد. یعنی در جاهایی که خطا بیش از خطای مجاز می باشد، عملیات اصلاحی اعمال شود و در جاهایی که خطای اتفاق افتاده کمتر از خطای مجاز می باشد، دست نخورده باقی بماند. در روش اخیر نیازمند ابزار یا پارامتری هستیم، که بتوان به کمک آن خطای موضعی کلیه اجزاء را محاسبه نمود. این پارامتر به ξ_i معروف است که در ادامه به نحوه محاسبه آن می پردازیم.

برای آنکه یک معیاری داشته باشیم تا بتوانیم بگوییم که در کجاها خطا بیشتر است، شاخص ξ_i را برای تک تک اجزاء به صورت زیر تعریف می کنیم. به منظور تعمیم خطای نسبی نرمها برای تک تک اجزاء مطابق تعریف بابوشکا فرض می شود که درصد خطا به طور یکنواخت بین کلیه اجزاء توزیع شده است [۴۳]. پس خواهیم داشت:

$$\|e^*\|^2 = \sum_{i=1}^m \|e_i^*\|^2 \quad (18-5)$$

$$\|e^*\|^2 = m \cdot \|e_i^*\|^2 \quad (19-5)$$

که در آن m تعداد اجزاء در کل ناحیه Ω می باشد.

$$\eta = \left[\frac{\|e^*\|^2}{\|u^*\|^2 + \|e^*\|^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{m \cdot \|e_i^*\|^2}{\|u^*\|^2 + \|e^*\|^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (20-5)$$

چنانچه خطای مجاز را با $\|e\|_{per}$ نمایش دهیم، خواهیم داشت:

$$\eta = \hat{\eta} \Rightarrow \|e_i^*\| = \|e\|_{per} \quad (21-5)$$

$$\hat{\eta}^2 = \frac{m \|e\|_{per}^2}{\|u^*\|^2 + \|e^*\|^2} \quad (22-5)$$

$$\|e\|_{per} = \frac{\hat{\eta}}{\sqrt{m}} \left[\|u^*\|^2 + \|e^*\|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (23-5)$$

طبق تعریف شاخص ξ_i عبارت خواهد بود با:

$$\xi_i = \frac{\|e_i^*\|}{\|e\|_{per}} \quad (24-5)$$

بنابراین به عنوان یک معیار چنانچه $\xi_i < 1$ باشد، خطای جزء مورد نظر (\hat{a}_i) مورد قبول بوده و چنانچه $\xi_i > 1$ باشد، خطای جزء فوق بیش از مقدار مجاز خواهد بود.

۵-۷- روشهای اصلاح شبکه

روشهای مختلفی برای حل تطبیقی در اجزای محدود وجود دارد. در زیر دو نوع گروه کلی که بیشتر مورد استفاده قرار می گیرند معرفی می شوند [۴۳].

۱- روش اصلاح شبکه h : در این روش از المانها با مرتبه یکسان استفاده می شود، و برای دستیابی به نتایج مطلوب، اندازه المانها تغییر می کند.

۲- روش اصلاح شبکه P : در این روش ما از المانهایی با اندازه یکسان استفاده می کنیم و با افزایش مرتبه المانهایی که دارای خطایی بیشتر از معیار تعیین شده هستند به بهبود شبکه و کاهش خطای ناشی از حل اجزای محدود می پردازیم.

با توجه به اینکه بهبود شبکه مورد استفاده در این پژوهش به روش اصلاح شبکه h می باشد در ادامه به تشریح این روش پرداخته می شود.

۵-۷-۱- انواع روشهای اصلاح شبکه h

۱- روش تقسیم المانها (غنی سازی)^۳: در این روش هر المان که دارای خطایی بیشتر از معیار تعیین شده می باشد به دو بخش تقسیم می شود.

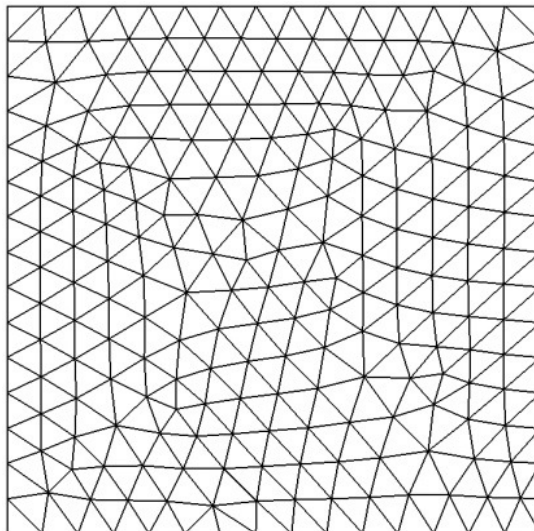
۲- اصلاح شبکه به روش r ^۴: در این روش تعداد کل گره های تولید شده از مش بندی مسئله ثابت باقی می ماند و برای رسیدن به بهترین تقریب، موقعیت گره ها در روی دامنه تغییر می کند.

1- h-refinement
2- p-refinement
3 element subdivision (enrichment)
4- r-refinement

۳- روش تولید کامل المانها (المانبندی دوباره)^۱: در این روش بر روی کل دامنه مورد استفاده برای حل اجزای محدود، المانهایی با اندازه جدید تولید می شود و برای بهبود دوباره شبکه، کل المانهای اولیه پاک می شوند و دامنه دوباره المان بندی می شود.

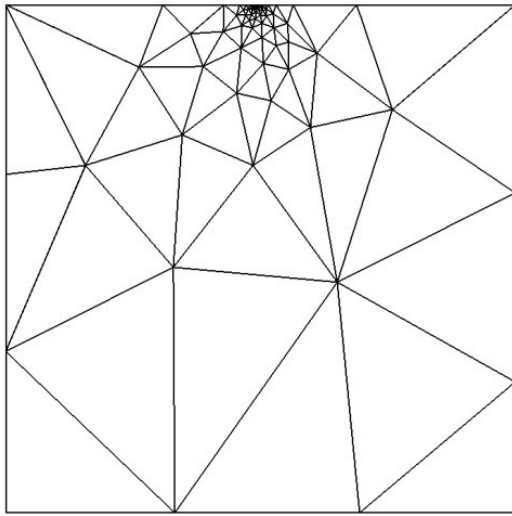
این روش تا حدودی گران و غیر اقتصادی می باشد. مخصوصاً در مسائل سه بعدی که تولید مش برای بعضی از المانها مشکل می باشد. مشکل بعدی که در این روش وجود دارد، انتقال نتایج و داده های ناشی از مش های اولیه به مشهای ثانویه می باشد. با وجود این، نتایج بدست آمده از این روش بسیار عالی بوده است و برای مسائل کاربردی- مهندسی زیادی، مخصوصاً مسائلی که شکل المانها در طول آنالیز تغییر می کند، بهترین روش برای حل تطبیقی به شمار می رود [۴۳]. در این پژوهش از این روش در بهبود شبکه اجزای محدود استفاده شده است.

در شکل ۵-۱ می توان تفاوت شبکه نهایی اصلاح شده با استفاده از دو روش غنی سازی و شبکه بندی دوباره، برای صفحه مربعی تحت بار متمرکز که با استفاده از نتایج برنامه ADOPT بدست آمده را ملاحظه نمود.

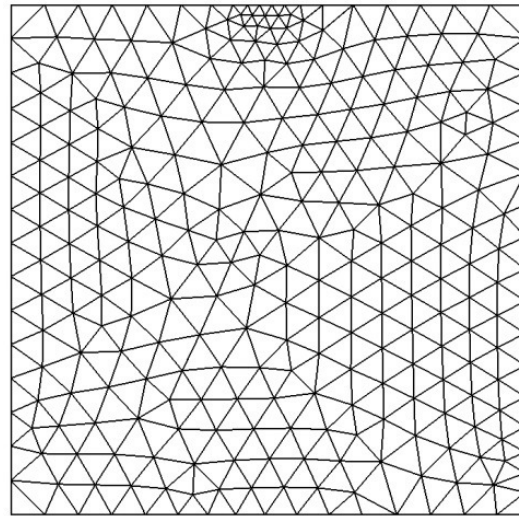


شکل ۵-۱ الف) شبکه اجزای محدود اصلاح نشده

1- mesh regeneration or remeshing



شکل ۵-۱ج) اصلاح با استفاده از شبکه بندی دوباره



شکل ۵-۱ب) اصلاح با استفاده از روش غنی سازی

شکل ۵-۱ اصلاح شبکه صفحه مربعی تحت بار متمرکز

۵-۸- آنالیز حساسیت^۱

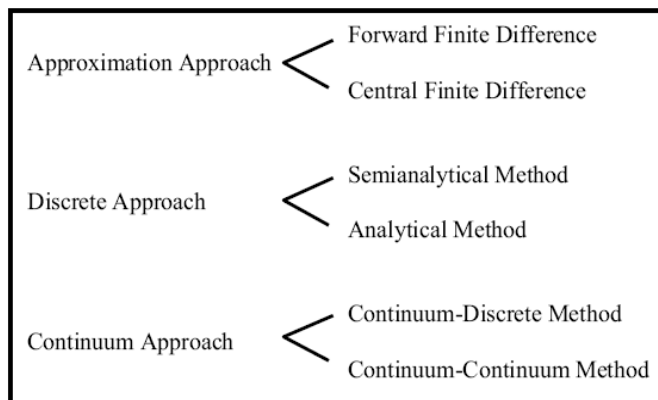
آنالیز حساسیت یعنی محاسبه نرخ اندازه تغییرات یک کار یا یک مقدار تابع بر حسب تغییرات متغیر طراحی. واضح است که تغییرات تابع طراحی، حداقل در همسایگی نقطه طراحی مورد نظر است. برای کاربردهای مهندسی پیچیده، بدست آوردن دیفرانسیل مقدار تابع بر حسب متغیر طراحی کار ساده‌ای نیست [۱۲].

به طور کلی، مقدار یک کمیت یا تابع در سازه بستگی به طراحی دارد. برای مثال تغییری در مساحت سطح مقطع تیر بر روی وزن سازه تأثیرگذار خواهد بود. این نوع وابستگی اگر عبارت وزن بر حسب متغیرهای طراحی مشخص باشد، ساده است [۱۲].

1- Sensitivity Analysis

۵-۸-۱- روشهای آنالیز حساسیت سازه

روشهای گوناگونی برای آنالیز حساسیت به کار گرفته می‌شود. به طور کلی سه روش عمده داده شده برای به دست آوردن حساسیت طرح وجود دارد (شکل ۵-۲): روشهای تقریبی، گسسته و پیوسته. در روش تقریبی آنالیز طرح با روش تفاضل پیشرو^۱ یا تفاضل مرکزی^۲ بدست می‌آید. در روش گسسته، آنالیز طرح با مشتق گیری از معادلات گسسته مشخص بدست می‌آید. برای این پروسه، لازم است که مشتق ماتریس سختی را محاسبه کنیم. اگر این مشتق به صورت تحلیلی با استفاده از یک عبارت صریح ماتریس سختی بر حسب متغیرهای طراحی تعیین شود، این روش را روش تحلیلی^۳ می‌گویند و اگر مشتق با استفاده از روش اختلاف محدود محاسبه شود روش را نیمه تحلیلی^۴ می‌گویند. در روش پیوسته مشتق گرفتن از معادلات تغییرات قبل از گسسته کردن دامنه صورت می‌گیرد، یعنی اگر مسئله و معادلات حساسیت به عنوان یک مسئله پیوسته در نظر گرفته شود روش را پیوسته-پیوسته^۵ می‌گویند. همچنین اگر معادلات حساسیت به وسیله گسسته سازی حل شود به /این روش پیوسته-گسسته^۶ گفته می‌شود [۱۲]. به شکل (۵-۲) دقت شود.



شکل ۵-۲: روشهای مختلف آنالیز حساسیت

^۱- Forward Finite Difference

^۲- Central Finite Fiffrence

^۳- Analyticalmethod

^۴- Semianalytical

^۵- Continuum-Continuum

^۶- Continuum-Discrete

در این پایان نامه از روش اختلاف محدود برای آنالیز حساسیت استفاده شده است که در زیر به اختصار توضیح داده می‌شود.

۵-۸-۲- روش اختلاف محدود

ساده‌ترین راه برای محاسبه حساسیت یک تابع استفاده از روش اختلاف محدود است. طرحهای مختلف نتایج آنالیز مختلف و مقدار مختلفی از توابع را نتیجه می‌دهد. روش اختلاف محدود حساسیت تابع یا یک کار را به وسیله محاسبه مقدار آن تابع در مراحل مختلف پروسه طراحی محاسبه می‌کند. اگر u یک طرح یا متغیر جاری باشد، به وسیله نتایج آنالیز مقدار تابع $\psi(u)$ بدست می‌آید. علاوه بر این اگر متغیر به اندازه $u + \Delta u$ تغییر کند، Δu تغییرات کوچک یک متغیر را بیان می‌کند، حساسیت $\psi(u)$ به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\frac{d\psi}{du} \approx \frac{\psi(u + \Delta u) - \psi(u)}{\Delta u} \quad (25-5)$$

معادله (۲۵-۵) روش تفاضل پیشرو نامیده می‌شود، طوریکه متغیر یا طرح در جهت $+\Delta u$ تغییر می‌کند. اگر $-\Delta u$ جایگزین Δu در معادله (۲۵-۵) شود آنالیز حساسیت به روش تفاضل پسرو^۱ انجام می‌شود. علاوه بر این اگر متغیر در دو جهت تغییر کند، آنالیز حساسیت تابع به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\frac{d\psi}{du} \approx \frac{\psi(u + \Delta u) - \psi(u - \Delta u)}{2\Delta u} \quad (26-5)$$

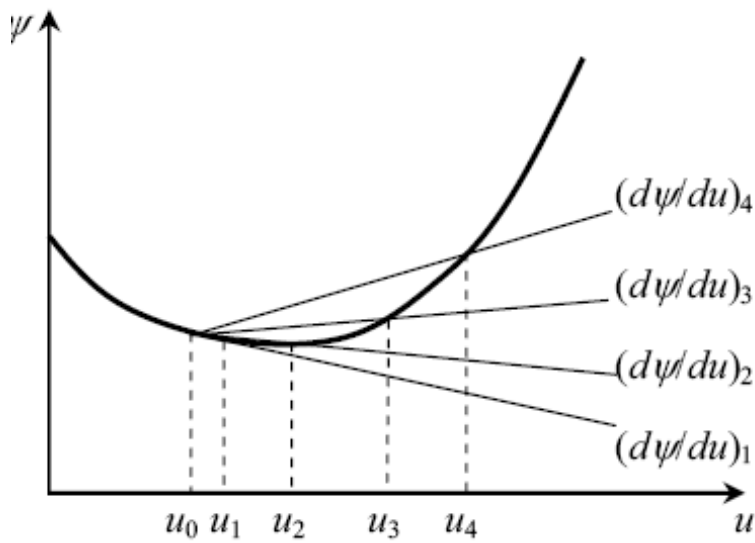
که آنرا معادله به عنوان روش تفاضل مرکزی تعریف می‌شود.

1- Backward difference method

از فواید روش تفاضل محدود آنست که اگر آنالیز سازه انجام شود و مقدار تابع مورد نظر را بتوان بدست آورد، معادلات (۵-۲۵) و (۵-۲۶) مستقل از نوع مسئله بررسی می‌شوند؛ در نتیجه این روش هنوز در بین مهندسان طراح مرسوم است [۱۲].

با این وجود هزینه محاسبات آنالیز حساسیت یک مسئله مهم در پروسه طراحی شده است. برای کاربردهای عملی و مدرن مهندسی، هزینه آنالیز سازه نسبتاً گران است. بنابراین این روش برای مسائلی در ابعاد بزرگ که شامل متغیرهای طراحی زیادی است غیر عملی است [۱۲]. یکی دیگر از مشکلات روش تفاضل محدود دقت نتایج آن است.

در معادله (۵-۱) زمانی که Δu نزدیک به صفر می‌شود نتایج دقیق بدست می‌آید. شکل (۵-۳) بعضی نتایج آنالیز حساسیت را با روش تفاضل محدود نشان می‌دهد. شیب مماسی منحنی در u_0 مقدار دقیق حساسیت است. بستگی به اندازه تغییرات، می‌توان دید که نتایج حساسیت کاملاً متفاوت است. برای یک تابع با مرتبه غیر خطی کوچک، تغییرات بزرگ نسبی متغیر یک تخمین قابل قبول از نتایج حساسیت را بدست می‌دهد، با این وجود برای توابعی با درجه خطی بالا، یک تغییر بزرگ در متغیر، کاملاً یک نتیجه غیر دقیق بدست می‌آید. تعیین مقدار تغییرات متغیر تأثیر مهمی بر نتایج حساسیت دارد. اگر چه لازم است که یک مقدار بسیار کوچک برای تغییرات انتخاب کنیم، اما مشکلات عددی در زمانی که مقدار تغییرات بسیار کوچک است پیش می‌آید، به این معنی که تغییرات متغیر به مقدار بسیار کوچک، اختلاف قابل ذکری در نتایج آنالیز به وجود نمی‌آورد [۱۲].



شکل ۵-۳: روش اختلاف محدود برای تغییرات مختلف متغیر نسبت به تابع

در اینجا مشتق چند تابع را نسبت به متغیرهای طراحی بدست می‌آوریم:

الف- تابع وزن و حجم کل

تابع حجم بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$F_V = \int_{\Omega} d\Omega \quad (27-5)$$

با استفاده از روش اختلاف محدود می‌توان مشتق تابع هدف را نسبت به متغیرهای طراحی محاسبه کرد.

$$\frac{\partial F_V}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta F_V}{\Delta x_i} = \frac{F_V(x_i + \Delta x_i) - F_V(x_i)}{\Delta x_i} \quad (28-5)$$

تعریف تابع وزن بصورت زیر است:

$$F_W = \int_{\Omega} \gamma d\Omega \quad (29-5)$$

مشتق این تابع را نیز به طور مشابه می‌توان با استفاده از روش اختلافات محدود به شکل زیر بدست آورد.

$$\frac{\partial F_w}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta F_w}{\Delta x_i} = \frac{F_w(x_i + \Delta x_i) - F_w(x_i)}{\Delta x_i} \quad (30-5)$$

ب- تابع انرژی کرنشی

که بصورت زیر تعریف می‌شود

$$F_\omega = \int_{\Omega} \sigma^T D^{-1} \sigma d\Omega \quad (31-5)$$

مشتق تابع انرژی کرنشی با توجه به ثابت بودن ماتریس الاستیسیته D از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$\frac{\partial F_\omega}{\partial x_i} = \int_{\Omega} \left(\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x_i} \right)^T D^{-1} \sigma + \sigma^T D^{-1} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x_i} \right) \right) d\Omega \quad (32-5)$$

فصل ششم

توضیح الگوریتم

و

ارائه چند نمونه

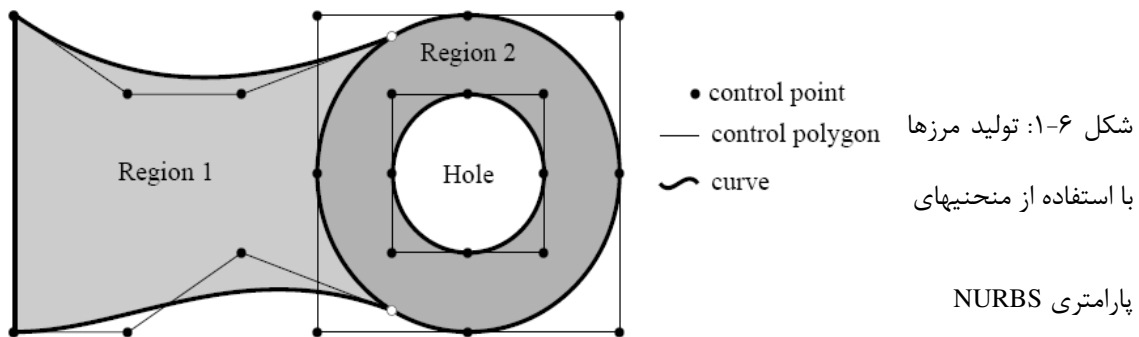
۶-۱- مقدمه

همانطور که در فصل دوم گفته شد روشهای بهینه سازی شکل و ابعاد به دلیل عموماً اینکه فاقد توپولوژی اولیه هستند و این روشها قادر به تغییر توپولوژی مسئله نمی‌باشند، لذا نتایج بهینه کامل نخواهد بود. به همین دلیل بهینه سازی توپولوژی بررسی شد [۱].

در این فصل در ابتدا توضیحاتی مختصر راجع به روند انجام پایان نامه، شامل چگونگی تولید مرزها، تحلیل مسئله به وسیله اجزای محدود، تطبیق مش و آنالیز حساسیت مسئله داده خواهد شد. سپس روش بهینه سازی استفاده شده در این پایان نامه را مورد بررسی قرار داده و در ادامه چند مثال را حل خواهیم کرد. در پایان نتایج و مزایای این روش ارائه خواهد شد.

۶-۲- تولید مرزها

اولین مرحله در بهینه سازی سازه‌ها تولید مرزهای مسئله است، که در آن هندسه سازه توسط اسپلاین‌های NURBS تولید می‌شود. درباره منحنیهای NURBS و خواص آن به طور مفصل در فصل دوم صحبت شد. این منحنیها توسط بردارهای گرهی و نقاط کنترلی و وزن این نقاط تعریف می‌شود (شکل ۶-۱).



هر نقطه کنترلی دارای مختصات x و y در دستگاه مختصات دو بعدی است. مدل‌سازی توسط توابع NURBS درجه سه انجام می‌شود، بنابراین پیوستگی ما از نوع C^2 است.

۳-۶- تولید مدل اجزای محدود

پس از تولید مرزها توسط توابع NURBS، نقاط مرزی روی اسپلاین‌هایی که قبلاً تعریف شده است، تولید می‌شود، همچنین در محل تکیه‌گاهها و اعمال بار، که از قبل تعیین شده است، این گره‌ها تولید می‌شود. سپس دامنه به وسیله برنامه تولید مش جداسازی^۱ می‌شود؛ که این مش بندی باید شرایط یک مش مناسب را که در فصل چهارم گفته شد، باید دارا باشد. این تولید کننده مش قادر به تولید المانهای مثلثی و چهار ضلعی از مرتبه اول و دوم می‌باشد. در مثالها از المانهای مثلثی سه گرهی و شش گرهی استفاده شده است. پس از تولید مش، دامنه مسئله آماده برای تحلیل اجزای محدود شده است.

۴-۶- آنالیز اجزای محدود^۲

در این مرحله آنالیز اجزای محدود در حالت تنش یا کرنش مسطح برای محاسبه تغییر مکانها و تنش انجام می‌شود. با بدست آوردن تنشها و تغییر مکانها می‌توان مقادیر تابع هدف و قیود را در هر مرحله بهینه سازی محاسبه نمود.

۵-۶- تخمین خطا و تطبیق مش

در مورد تخمین خطا و تطبیق مش در فصل پنجم بحث شد. در صورتی که تخمین خطا و تطبیق مش هم در نظر باشد می‌توان تخمین خطا را با درصدی که از قبل مشخص می‌شود روی دامنه طراحی انجام داد.

1- Discretise
2- Finite element

۶-۶- آنالیز حساسیت

آنالیز حساسیت در فصل پنجم مورد بحث قرار گرفت. در این پایان نامه آنالیز حساسیت به روش اختلاف محدود انجام می‌شود.

۶-۷- بهینه سازی توپولوژیک به وسیله روش تغییرات مرزی

پس از انجام آنالیز حساسیت، بهینه سازی سازه‌ها انجام می‌شود. در فصل دوم کلیاتی راجع به بهینه سازی سازه‌ها و انواع آن گفته شد. در این پایان نامه بهینه سازی شکل و توپولوژی با هم انجام می‌شود که توضیحاتی در مورد آن داده می‌شود.

طراحی یک جسم به وسیله منحنیها و سطوح مرزی باعث می‌شود که جزئیات بیشتری از بدنه به وسیله تعداد مناسبی از متغیرهای طراحی کنترلی (یعنی نقاط کنترلی اسپلاینها) در کنترل باشد، که این موضوع برای مطالعه مسائلی مثل مینیمم کردن مقدار ماکزیمم تغییر مکانها و یا تنش معادل "ون مایز" در جسم مناسب است [۲۸].

تکنیکهای زیادی برای صاف کردن مرزها پس از انجام بهینه سازی توپولوژی، برای مدل کردن سازه با استفاده از مرزهای پارامتری بکار رفته است [۴۶،۴۵]. بهینه سازی توپولوژی با استفاده از مرزهای صاف که روش Bubble نام دارد [۳۰]، از این دسته است. آنها یک تابع مشخصه برای تعیین مکان اپتیمم یک سوراخ تعریف کرده‌اند که به یک تابع هندسی منتقل شده است. توضیحات این روش و الگوریتم آن در فصل دوم آمده است.

۱- تابع هدف

در این پایان نامه از تابع انرژی کرنشی و تابع حجم به عنوان تابع هدف انتخاب شده است، که در فصل دوم تعریف شده‌اند.

۲- متغیر طراحی

راجع به متغیرهای طراحی و اهمیت آنها در رسیدن به یک نتیجه مناسب در فصل دوم بحث شده است. در اینجا از مختصات نقاط کنترلی اسپلاینهای NURBS به عنوان متغیر طراحی استفاده شده است. از امتیازات این روش کاهش قابل توجه متغیرهای طراحی است که به مقدار قابل توجهی متغیرهای طراحی را کاهش می‌دهد.

۳- توابع قید

در این پایان نامه چهار دسته از قیود برای حل مسائل بهینه سازی استفاده شده است که راجع به آنها صحبت خواهیم کرد.

این چهار دسته عبارتند از :

الف- قیود حجم و وزن

ب- قیود تغییر مکانها

ج- قیود تنشها

د- قیود مربوط به نقاط کنترلی

۶-۸- شرح الگوریتم بهینه سازی

برای بهینه سازی توپولوژیک سازه‌ها به روش تغییرات مرزی، الگوریتمی تهیه شده است، که به صورت زیر است:

۱- دامنه طراحی اولیه به وسیله منحنیهای NURBS و نقاط کنترلی آن تعریف می‌شود.

۲- متغیرهای طراحی که همان جهت حرکت نقاط کنترلی هستند، انتخاب می‌شود.

۳- به هر یک از متغیرهای طراحی حد بالا و پایین، اختصاص داده می‌شود.

۴- علاوه بر قیود تغییر مکان نقاط کنترلی، قید مسئله که ممکن است حجم، تنش و ... باشد، انتخاب می شود.

۵- شکل سازه طوری انتخاب می شود که در فضای شدنی قید مسئله قرار بگیرد.

۶- تابع هدف انتخاب می شود.

۷- بهینه سازی شکل به روش تغییرات مرزی با استفاده از یکی از روشهای SLP و یا SQP انجام می گیرد، تا مکان جدید نقاط کنترلی انتخاب شده در مرحله دوم پیدا شود (در اینجا توپولوژی سازه تغییر نکرده است).

۸- مینیمم تنش VonMises در فضای طراحی به دست می آید.

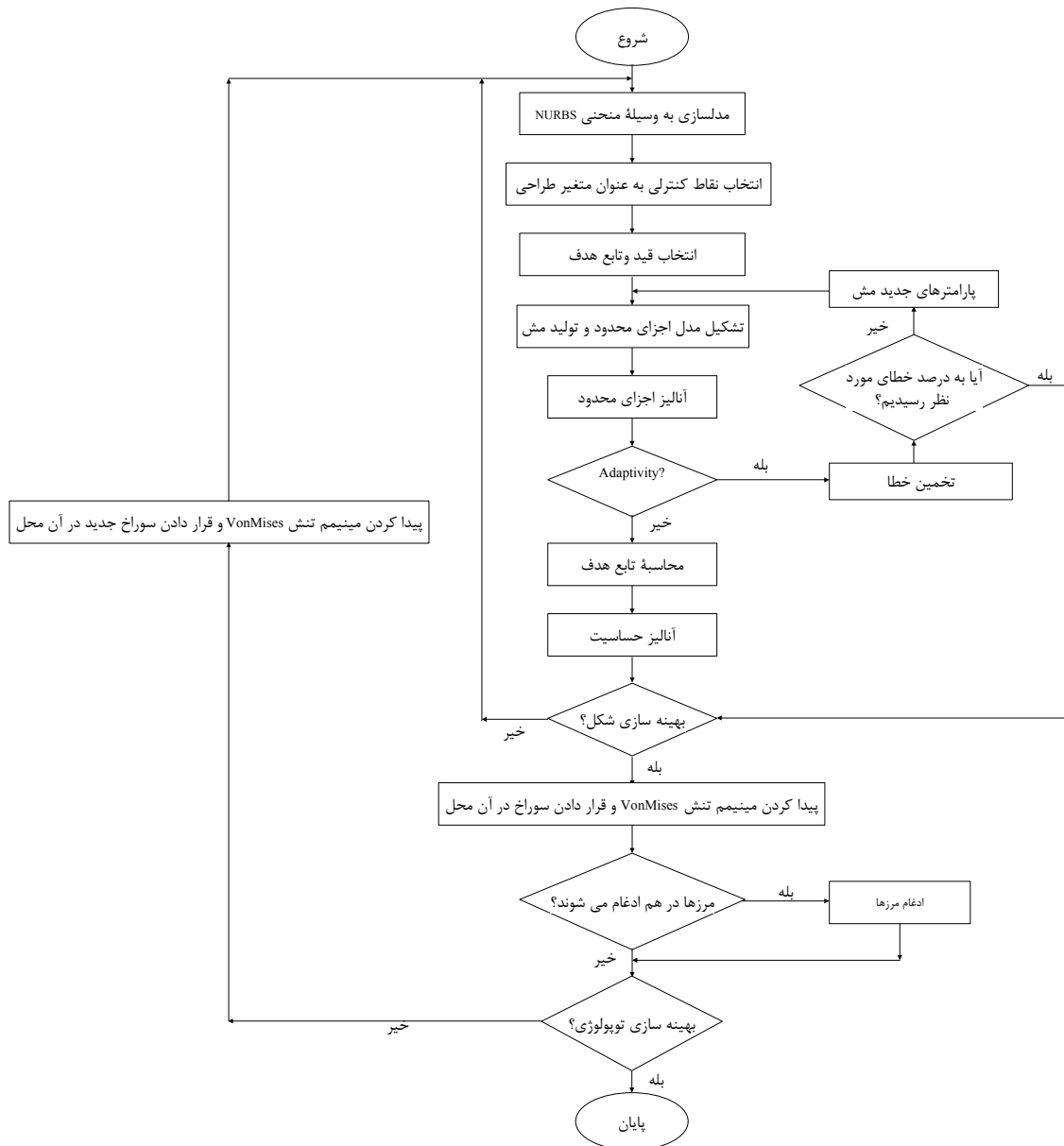
۹- با قرار دادن یک سوراخ جدید در محلی که تنش VonMises مینیمم است، توپولوژی سازه تغییر می کند. (البته پیدا کردن سوراخ برای توابع هدف خاص و توابع قیود مثل سختی کل یا حجم) به صورت تحلیلی و در حالت عمومی بصورت عددی انتخاب شود.

۱۰- بعد از قرار دادن سوراخ، بهینه سازی شکل به منظور پیدا کردن شکل بهینه سوراخ و اثر آن روی متغیرهای طراحی دیگر انجام می شود.

۱۱- در صورتیکه دو مرز به یکدیگر نزدیک شوند با هم ترکیب و تبدیل به یک مرز شده و به مرحله ۲ می رویم، در غیر اینصورت به مرحله ۱۲ می رویم.

۱۲- شرط همگرایی چک شود، در صورت اغنا شدن آن بهینه سازی پایان می یابد، در غیر این صورت به مرحله ۸ می رویم.

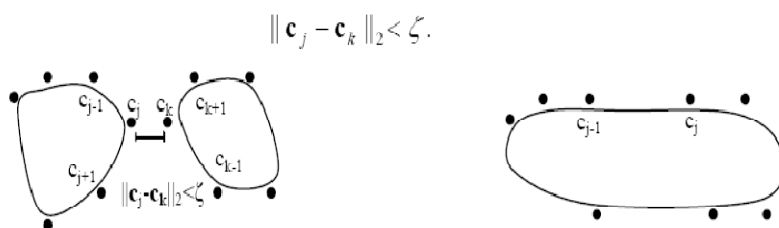
فلوچارتی که برای برنامه کامپیوتری تهیه شده است، در شکل (۲-۶) آمده است:



شکل ۲-۶: فلوچارت بهینه سازی توپولوژی به روش تغییرات مرزی

تغییرات هندسی در حین پروسه بهینه سازی، مثل قرار دادن سوراخها در سازه، روی سازه اعمال می‌شوند و مش اجزای محدود در هر مرحله به وسیله برنامه تولید مش خودکار تولید می‌شود. اگر تنش مینیمم VonMises روی مرز خارجی اتفاق بیافتد، یک شکاف در آنجا تشکیل می‌شود و اگر این تنش در داخل سازه مینیمم شود یک مرز بسته یا سوراخ تشکیل می‌شود. معیارهای دیگری نیز می‌توان برای ایجاد سوراخ در نظر گرفت، مثلاً با استفاده از آنالیز حساسیت می‌توان محل قرار گیری سوراخ را پیدا کرد [۴۷،۴۴].

از عمده تفاوت‌های این روش بهینه سازی با روش Bubble در این است که در روش Bubble یک تابع مشخصه^۱ برای پیدا کردن محل بهینه سوراخ در نظر گرفته می‌شود [۳۰]، در حالیکه در اینجا مینیمم تنش VonMises برای محل قرار گیری سوراخ در نظر گرفته می‌شود. همچنین در اینجا مرزها می‌توانند در هم ادغام شوند. روشهای مختلفی برای ادغام شکلها ارائه شده است، مثلاً اینکه اگر نقاط کنترلی یک مرز از مرز دیگر عبور کند این دو مرز در هم فرو می‌روند و تشکیل یک مرز بسته جدید را می‌دهند و یا اینکه اگر دو نقطه کنترلی بیشتر از یک مقداری بهم نزدیک شوند آن دو نقطه مربوط به هر دو مرز حذف شده و یک مرز جدید با بقیه نقاط کنترلی تشکیل دهند (شکل ۳-۶).



شکل ۳-۶: ادغام شدن دو مرز در یکدیگر و تشکیل یک مرز جدید

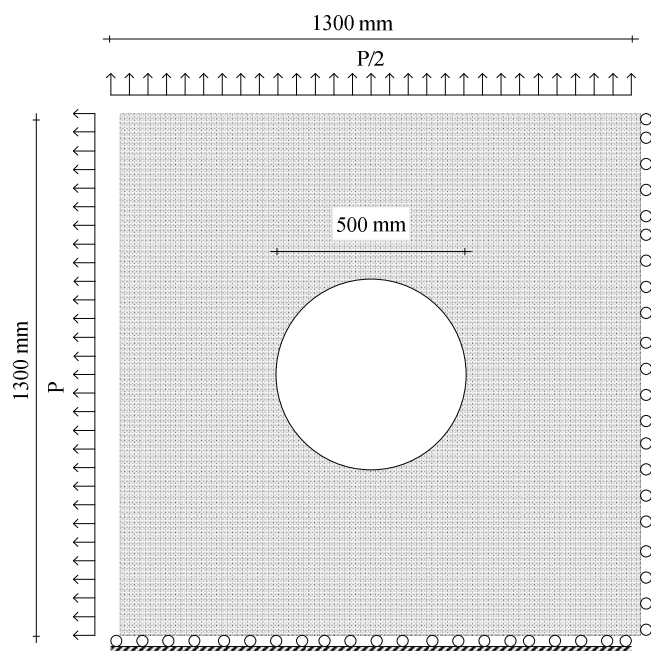
^۱-Characteristic function

در اینجا در صورتی که نقطه کنترلی یک مرز وارد مرز دیگر شود، دو مرز در هم ادغام شده، مرزی جدید را تشکیل می‌شود.

در اینجا چند مثال برای نشان دادن روش حل شده است. در ابتدا مثالهایی در ارتباط با بهینه سازی شکل و سپس چند مثال از بهینه سازی شکل و توپولوژی حل می‌کنیم.

مثال (۱) صفحه مربعی با سوراخ دایره‌ای شکل

در این مثال پیدا کردن شکل بهینه سوراخ در یک صفحه مربع شکل مد نظر است، به طوریکه حجم مصالح مصرفی مینیمم شود. دو بار کششی گسترده، یکی به اندازه P و دیگری $P/2$ به صفحه وارد می‌شوند. با توجه به تقارن مسئله یک چهارم صفحه مربعی را برای صرفه‌جویی در زمان بهینه سازی مدل می‌کنیم (شکل ۶-۵).



شکل ۶-۴: صفحه مربعی شکل با سوراخ دایره‌ای

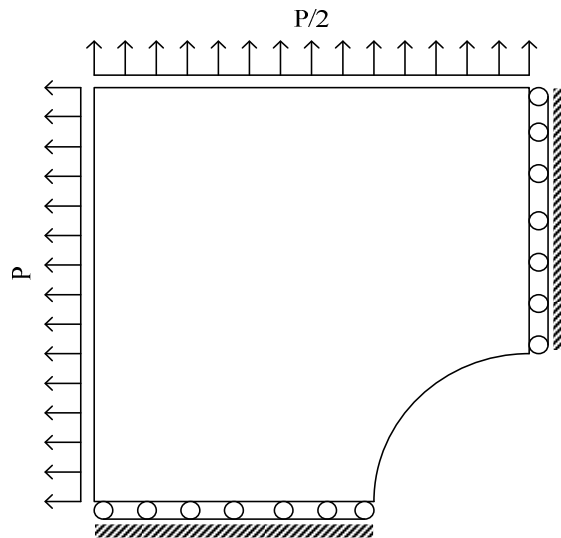
قید در نظر گرفته شده، علاوه بر تغییر مکان، قید تنش نیز می‌باشد. حداکثر تنش $Vonmises$ ،

است. $(P = 0.154 \text{ N/mm})$ ، ضخامت صفحه برابر با 1 mm ، ضریب پواسون

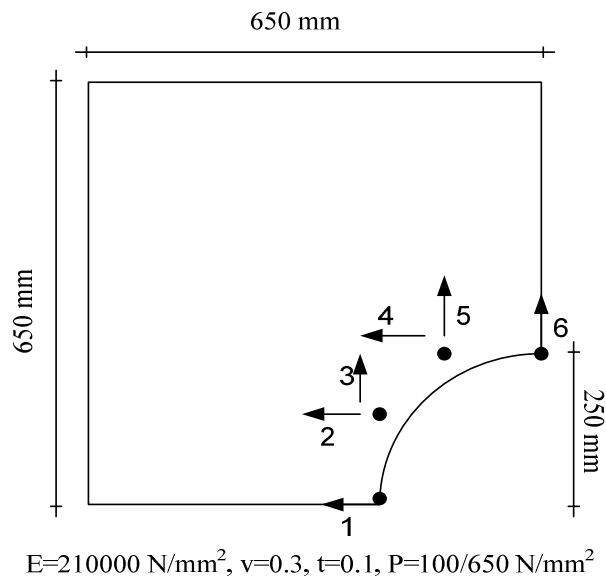
مدول الاستیسیسته برابر با $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ می باشد. مسئله در حالت تنش $\nu = 0.3$ و $t = 0.1$ mm

مسطح بررسی می شود. المانهای استفاده شده از نوع شش گرهی می باشد. درصد خطای در نظر گرفته

شده در اینجا $e = 1\%$ است.

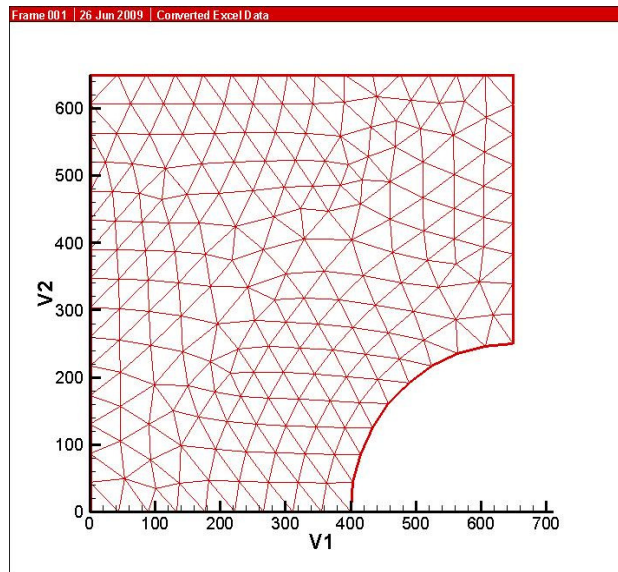


شکل ۶-۵: در نظر گرفتن یک چهارم صفحه مربعی شکل به علت تقارن

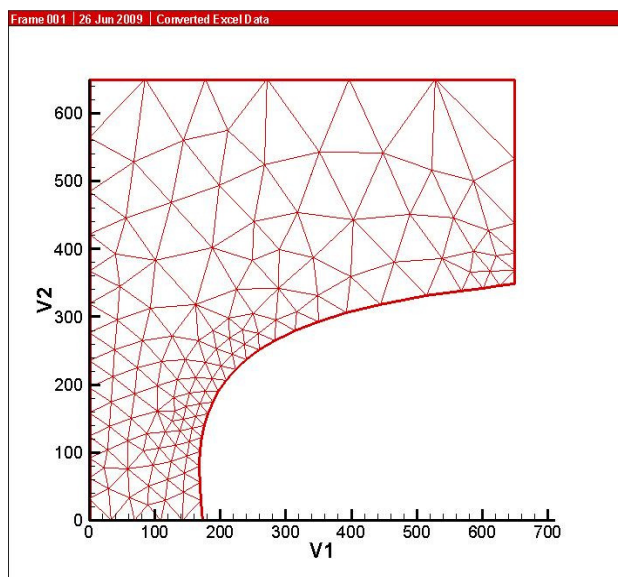


شکل ۶-۶: نقاط کنترلی به عنوان متغیرهای طراحی مسئله در نظر گرفته شده اند

حجم اولیه مصالح، در مدل اولیه $V = 37366/11 \text{ mm}^3$ و تنش حداکثر Vonmises در مدل اولیه برابر با $5/267 \text{ N/mm}^2$ می باشد. پس از بهینه شدن شکل حجم مصالح برابر با $28218/7 \text{ mm}^3$ $V_{opt} =$ است و تنش حداکثر برابر $6/994 \text{ N/mm}^2$ است.



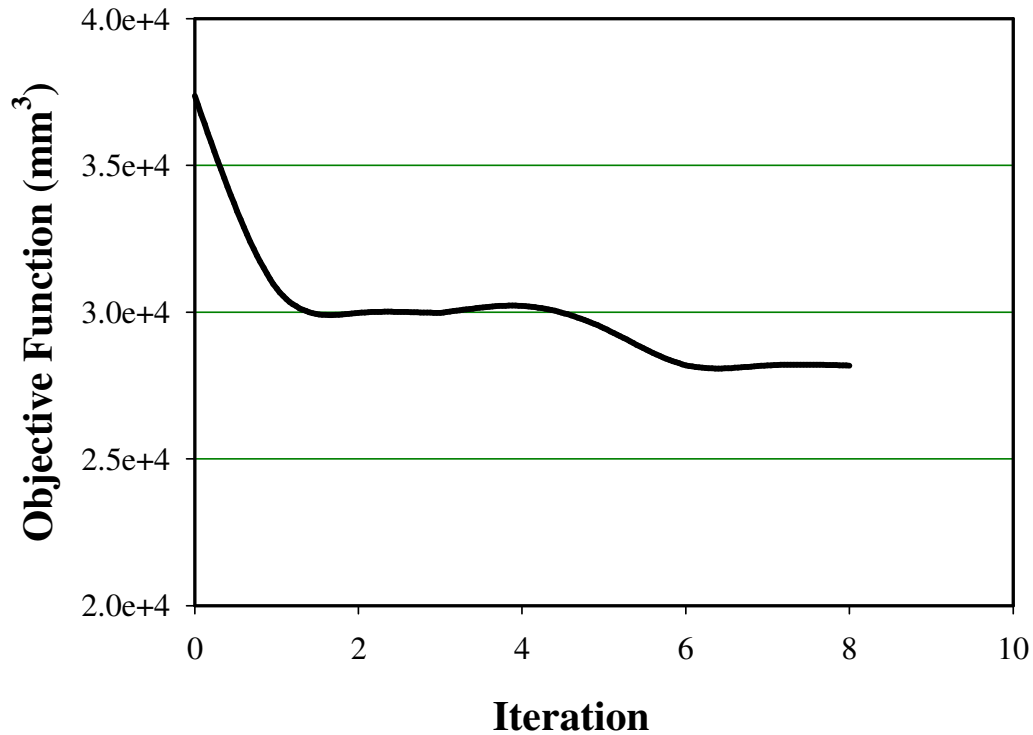
شکل ۶-۷: شکل اولیه مثال ۱



شکل ۶-۸: شکل بهینه مثال ۱

شکل (۹-۶) همگرایی تابع هدف را در مثال ۱ نشان می‌دهد.

History of Convergence



شکل ۹-۶: نمودار همگرایی صفحه مربعی شکل با سوراخ دایره‌ای

مقادیر تابع هدف در هر سیکل بهینه سازی در جدول ۱-۶ آمده است.

Iteration	Objective Function (mm ³)
0	3.74E+04
1	3.08E+04
2	3.00E+04
3	3.00E+04
4	3.02E+04
5	2.95E+04
6	2.82E+04
7	2.82E+04
8	2.82E+04

جدول ۱-۶: مقادیر تابع هدف در مثال

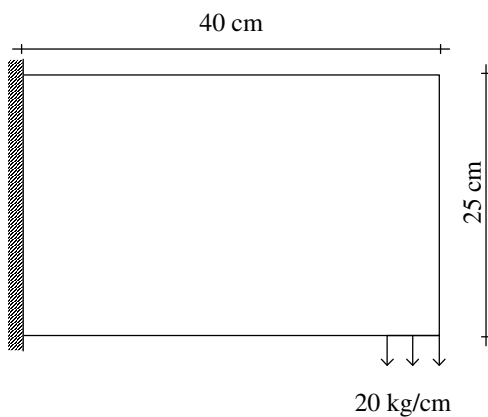
مثال ۲) تیر طره تحت اثر بار گسترده در انتها

در این مثال هدف به دست آوردن بهینه سازی شکل و توپولوژی تیر طره است (شکل ۶-۱۰). تابع هدف در این مثال مینیمم کردن انرژی کرنشی یا به بیانی دیگر ماکزیمم کردن سختی است.

ابعاد تیر $40 \times 25 \text{ cm}^2$ است که یک بار گسترده عمودی به مقدار 20 kg/cm بر انتهای آزاد

تیر طره وارد می شود. ضخامت تیر 1 cm ، ضریب پواسون $\nu = 0.25$ و ضریب الاستیسیته برابر با

$$E = 100000 \text{ kg/cm}^2 \text{ است.}$$



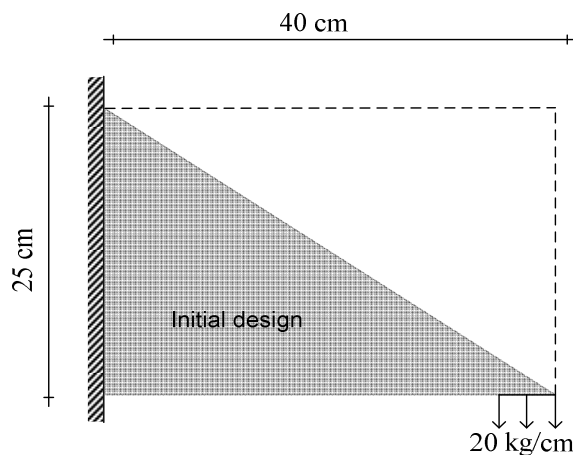
شکل ۶-۱۰: تیر طره با بار گسترده در انتهای

آزاد

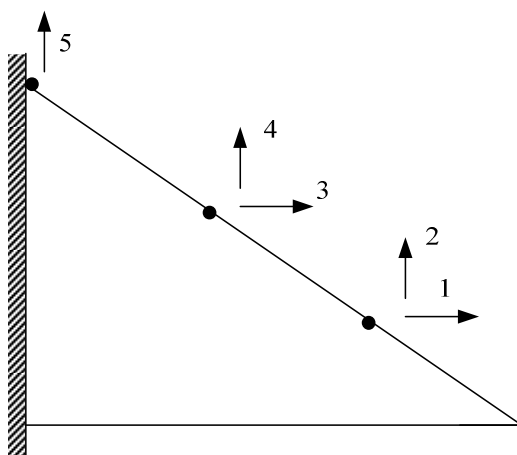
قید در نظر گرفته شده در مسئله، علاوه بر قید تغییر مکان نقاط کنترلی، قید حجمی است و برابر با

$V = 50\% V_0$ است. یعنی فرض شده است که از ۵۰ درصد مصالح اولیه برای بهینه سازی شکل

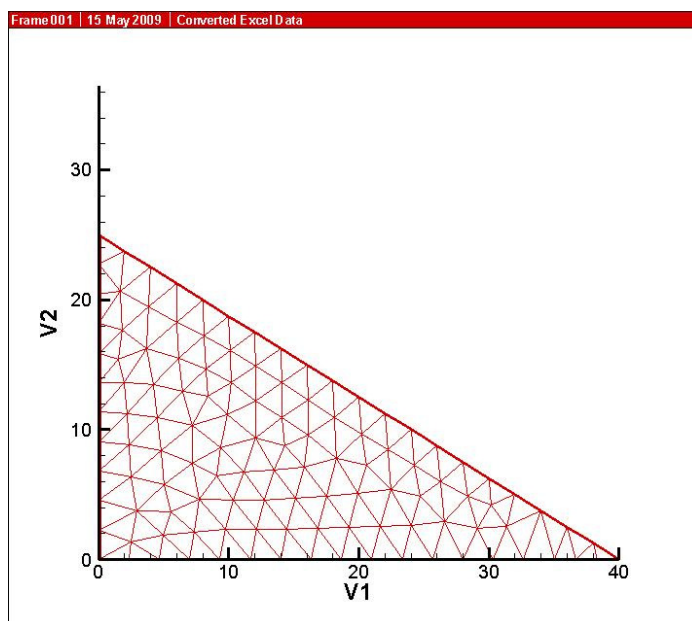
استفاده شده است (شکل‌های ۶-۱۱ و ۶-۱۲).



شکل ۶-۱۱: فضای طراحی اولیه تیر طره که ۵۰٪ حجم اولیه در نظر گرفته شده است.

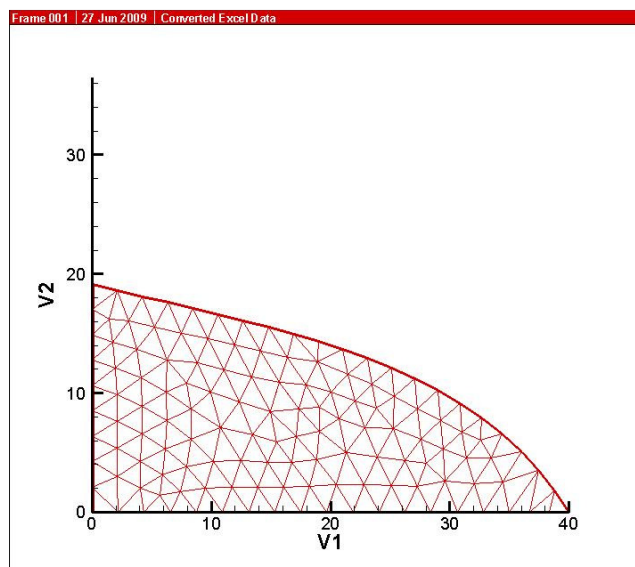


شکل ۶-۱۲: نقاط کنترلی که به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده‌اند.

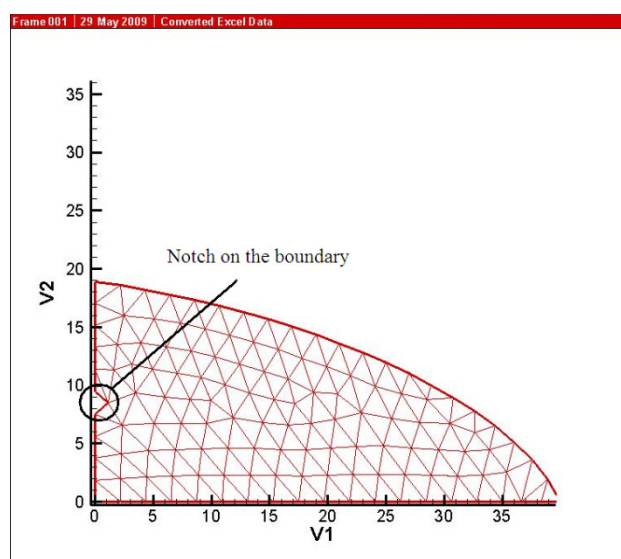


شکل ۶-۱۳: مدل اولیه اجزای محدود تیر طره

مطابق الگوریتم گفته شده در بخش ۶-۶، ابتدا بهینه سازی شکل را روی مدل اولیه (شکل ۶-۱۳) انجام می‌دهیم، که شکل بهینه شده آن در شکل (۶-۱۴) آمده است. اکنون نقطه‌ای را که در آن تنش VonMises مینیمم است پیدا می‌کنیم. این نقطه در مختصات (۸/۵۰۵ و ۰/۰) واقع است.

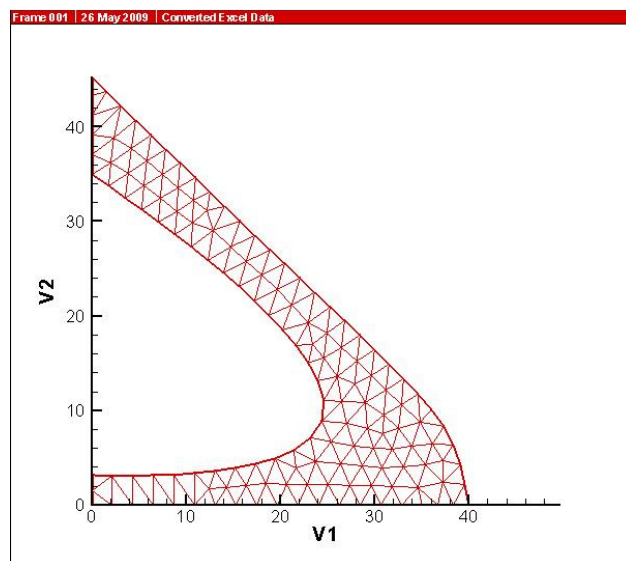


شکل ۶-۱۴: شکل بهینه مدل اولیه



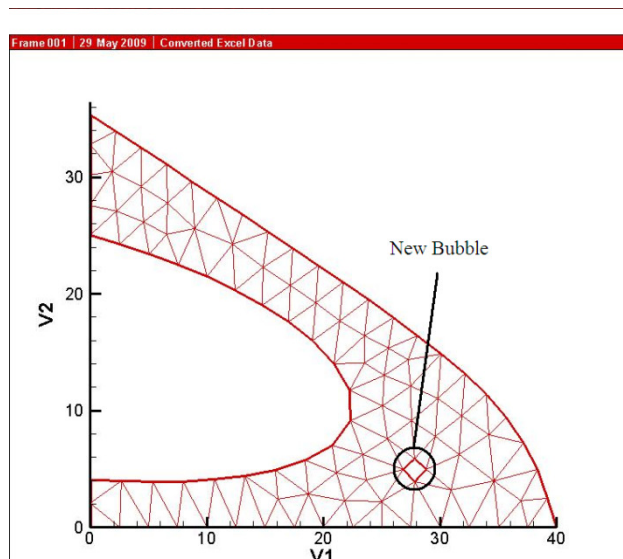
شکل ۶-۱۵: قرار دادن شکاف در مرز خارجی

چون این نقطه روی مرز خارجی است در این نقطه یک شکاف ایجاد می‌کنیم شکل (۶-۱۵). نقاط کنترلی این شکاف را نیز به متغیرهای طراحی قبلی اضافه می‌کنیم. همانطور که قبلاً اشاره شد قرار دادن سوراخ یا شکاف باعث تغییر در توپولوژی سازه می‌شود. پس از انجام بهینه سازی شکل، شکل جدید بهینه به دست می‌آید (شکل ۶-۱۶).

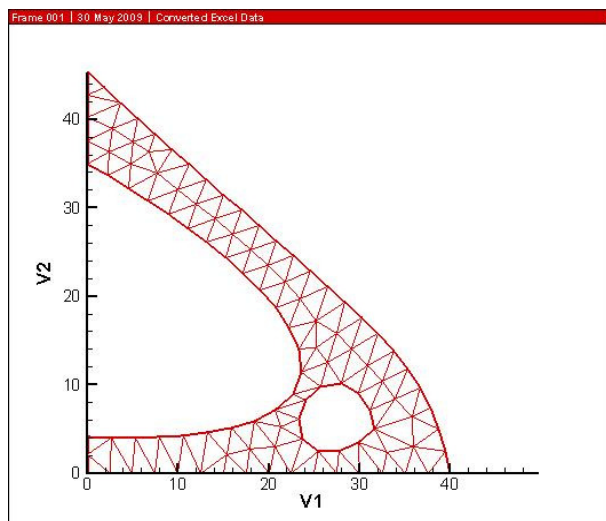


شکل ۶-۱۶: گسترش شکاف در اثر بهینه سازی شکل

پس از انجام بهینه سازی، دوباره محلی را که تنش VonMises مینیمم است، می یابیم. دوباره سوراخ جدید را در این محل که به مختصات (۶/۲۹ و ۲۷/۷۸) قرار می دهیم (شکل ۶-۱۷). با قرار گیری سوراخ تغییر در توپولوژی سازه به وجود می آید. پس از انجام پروسه بهینه سازی، شکل (۶-۱۸) به دست می آید.



شکل ۶-۱۷: قرار دادن سوراخ در محل مینیمم تنش VonMises



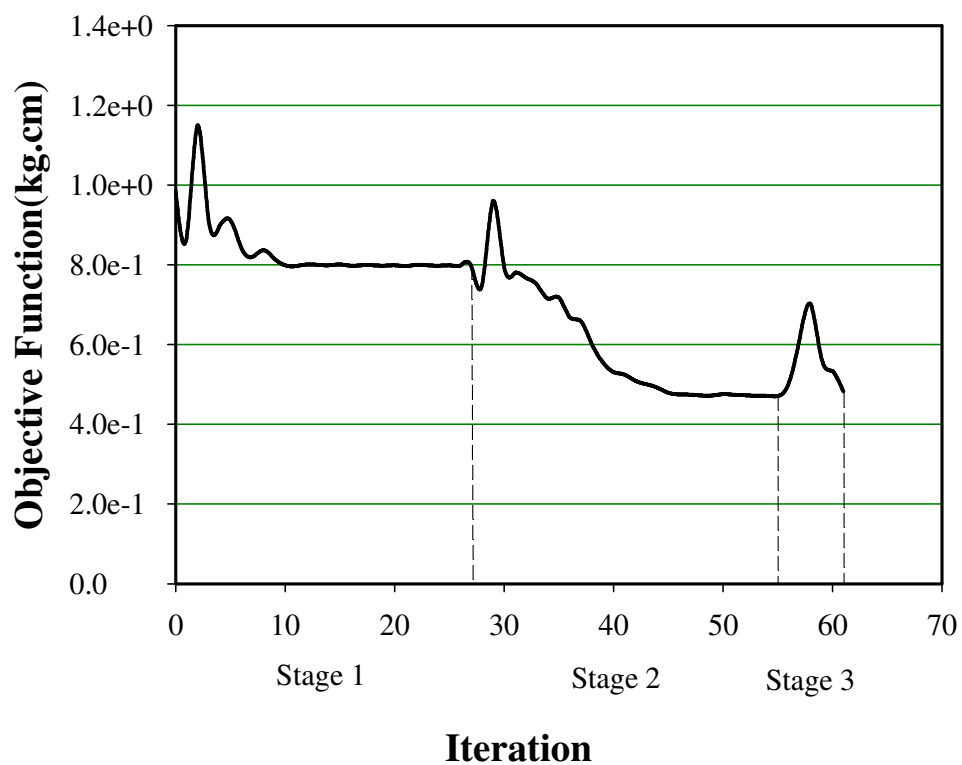
:

شکل ۶-۱۸: گسترش سوراخ و تغییر در توپولوژی

سازه

از آنجا که در این مرحله مقدار تابع هدف تغییر بسیار ناچیزی داشت، فرآیند بهینه سازی در اینجا خاتمه می‌یابد. شکل (۶-۱۹) چگونگی همگرایی به سمت تابع هدف را نشان می‌دهد

History of Convergence



شکل ۶-۱۹: همگرایی تابع هدف به سمت جواب بهینه

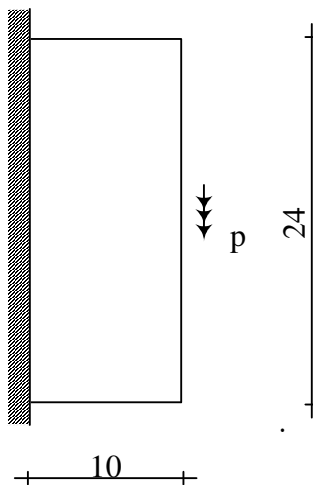
مقادیر تابع هدف در جدول (۲-۶) آمده است.

Iteration	Objective function(kg.cm)	Iteration	Objective function(kg.cm)
0	9.86E-01	35	7.18E-01
1	8.67E-01	36	6.69E-01
2	1.15E+00	37	6.59E-01
3	9.15E-01	38	6.02E-01
4	8.97E-01	39	5.56E-01
5	9.12E-01	40	5.31E-01
6	8.43E-01	41	5.25E-01
7	8.20E-01	42	5.09E-01
8	8.37E-01	43	5.01E-01
9	8.16E-01	44	4.92E-01
10	7.99E-01	45	4.79E-01
11	7.97E-01	46	4.75E-01
12	8.01E-01	47	4.74E-01
13	8.00E-01	48	4.72E-01
14	7.99E-01	49	4.72E-01
15	8.01E-01	50	4.76E-01
16	7.98E-01	51	4.74E-01
17	7.99E-01	52	4.73E-01
18	7.99E-01	53	4.72E-01
19	7.98E-01	54	4.71E-01
20	7.99E-01	55	4.71E-01
21	7.97E-01	56	5.03E-01
22	8.00E-01	57	6.16E-01
23	7.99E-01	58	7.02E-01
24	7.98E-01	59	5.64E-01
25	7.99E-01	60	5.33E-01
26	7.98E-01	61	4.82E-01
27	7.98E-01	62	4.68E-01
28	7.50E-01	63	4.67E-01
29	9.61E-01	64	4.63E-01
30	7.95E-01	65	4.61E-01
31	7.80E-01	66	4.63E-01
32	7.67E-01	67	4.59E-01
33	7.50E-01	68	4.60E-01
34	7.16E-01	69	4.59E-01

جدول ۲-۶: مقادیر تابع هدف در سیکل‌های بهینه سازی

مثال ۳) تیر طره عمیق

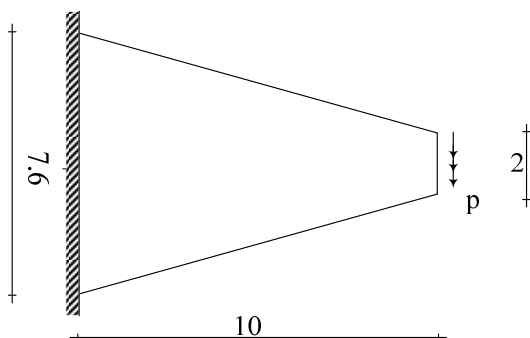
در مثال سوم بهینه سازی توپولوژیک تیر طره عمیق را بررسی می شود. مشخصات مسئله در شکل (۶-۲۰) نشان داده شده است، در اینجا انرژی کرنشی باید مینیمم شود. همان روندی را که در بخش ۶-۶ و در مثال ۲ انجام شد، دنبال می شود.



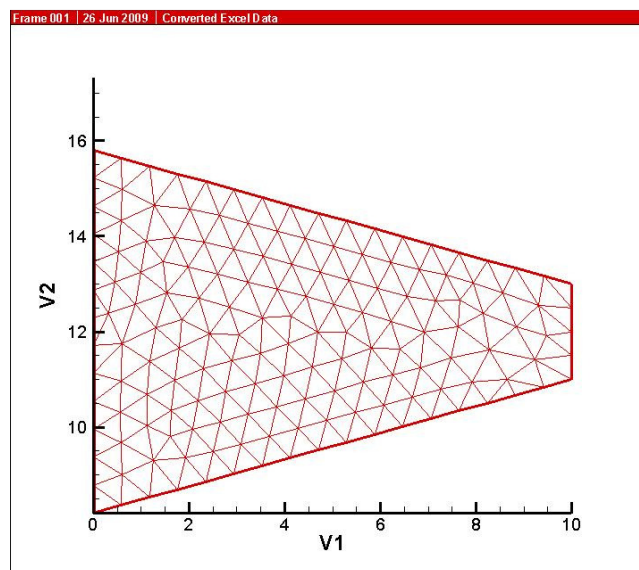
$$E=2.1e6, \nu = 0.3, t=0.1, V = 20\% V_0$$

شکل ۶-۲۰: تیر طره عمیقی که می خواهد بهینه شود.

چون $V = 20\% V_0$ است، همانند مثال دوم باید فضای طراحی را طوری در نظر بگیریم که در فضای شدنی مسئله قرار بگیرد (شکل ۶-۲۱).



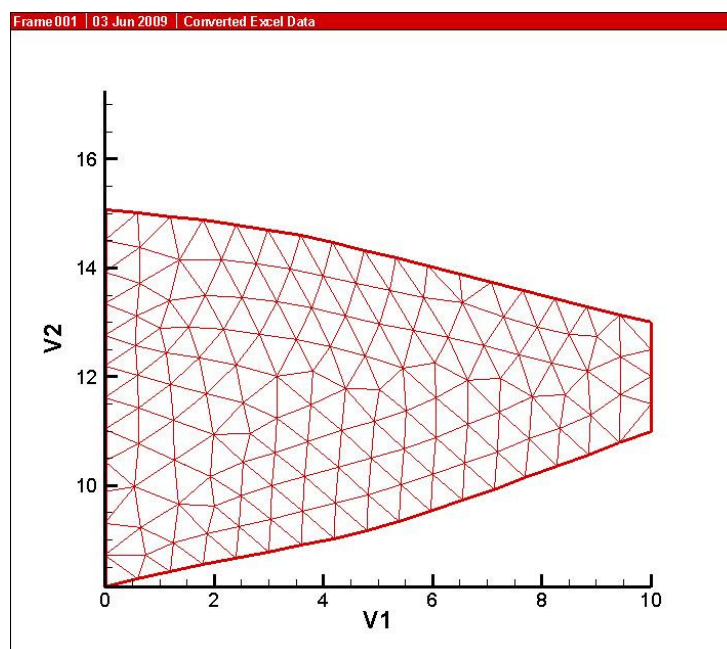
شکل ۶-۲۱: شکل اولیه طرح برای بهینه سازی برای قرار گیری مسئله دوم در فضای طراحی



شکل ۶-۲۲: شکل اجزای محدود فضای طراحی اولیه

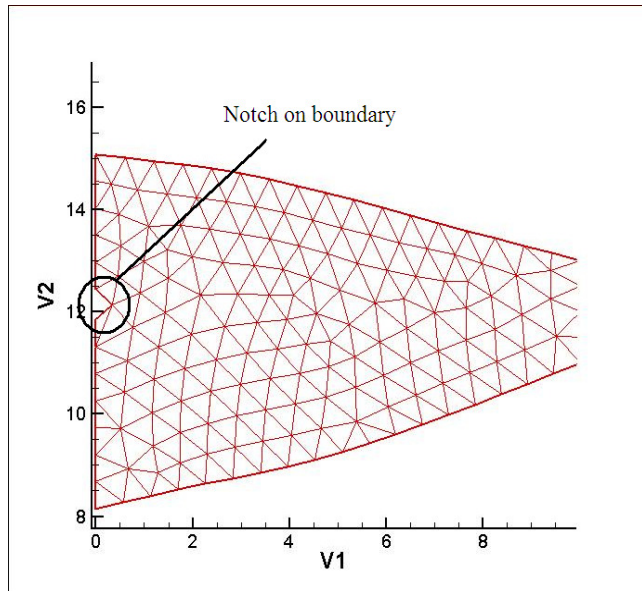
ابتدا طبق الگوریتم شده در بخش ۶-۶، ابتدا بهینه سازی شکل را روی فضای طراحی اولیه یعنی

شکل (۶-۲۲) انجام می‌شود، نتیجه به صورت شکل (۶-۲۳) است:



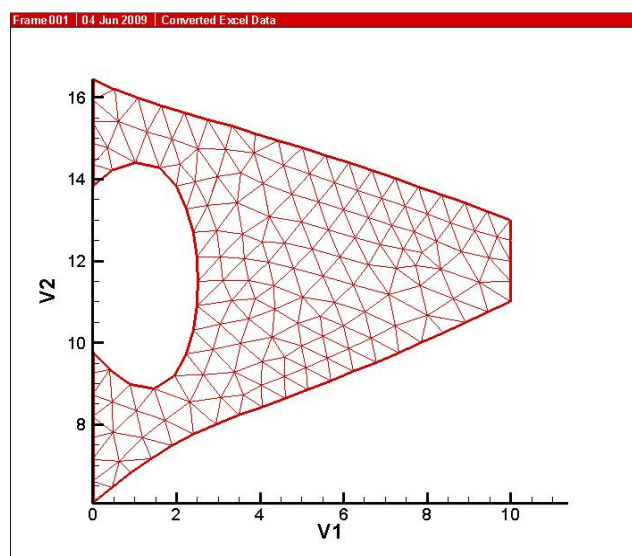
شکل ۶-۲۳: شکل بهینه فضای طراحی اولیه

پس از بهینه سازی شکل، نقطه‌ای که در آن تنش VonMises مینیمم است پیدا می‌کنیم و سوراخ یا شکاف را در آن نقطه قرار می‌دهیم (شکل ۶-۲۴).



شکل ۶-۲۴: قرار دادن شکاف در محلی که تنش VonMises بهینه است.

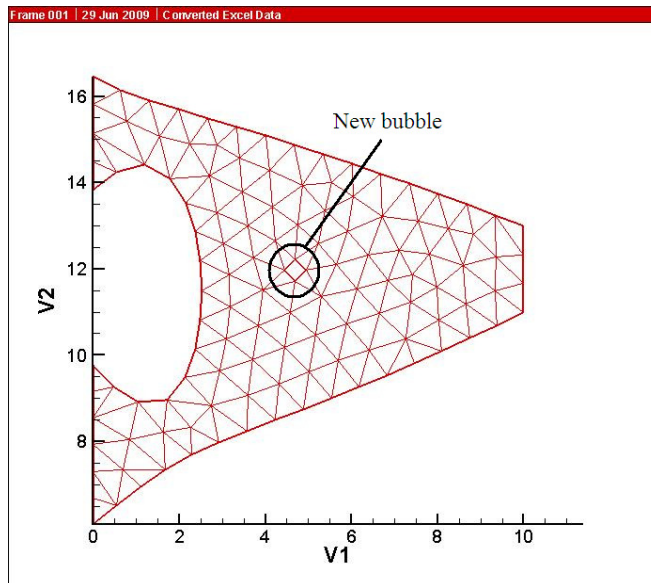
با قرار گرفتن شکاف در سازه، توپولوژی یا ساختار سازه تغییر می‌کند. دوباره بهینه سازی روی فضای طراحی جدید با ساختار جدید انجام می‌گیرد و شکل (۶-۲۵) بدست می‌آید.



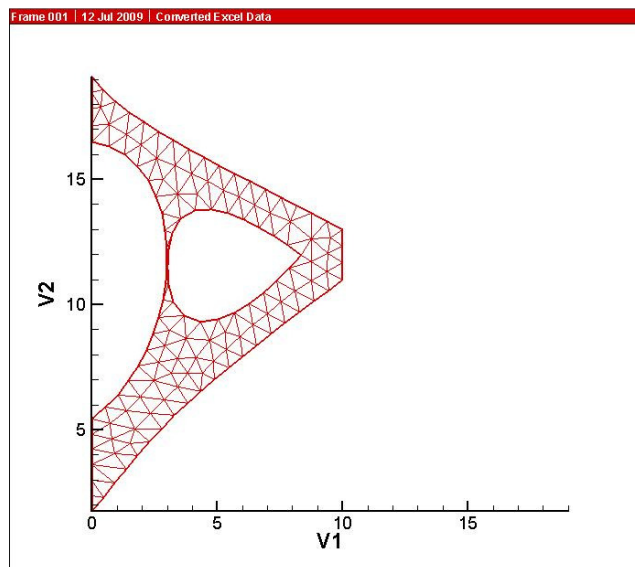
شکل ۶-۲۵: گسترش شکاف در اثر بهینه سازی شکل و تغییر در توپولوژی سازه

دوباره تنش مینیمم VonMises را می‌باییم و روند گفته شده را تکرار می‌کنیم (شکل‌های ۶-۲۶ و ۶-۲۷).

(۲۷).

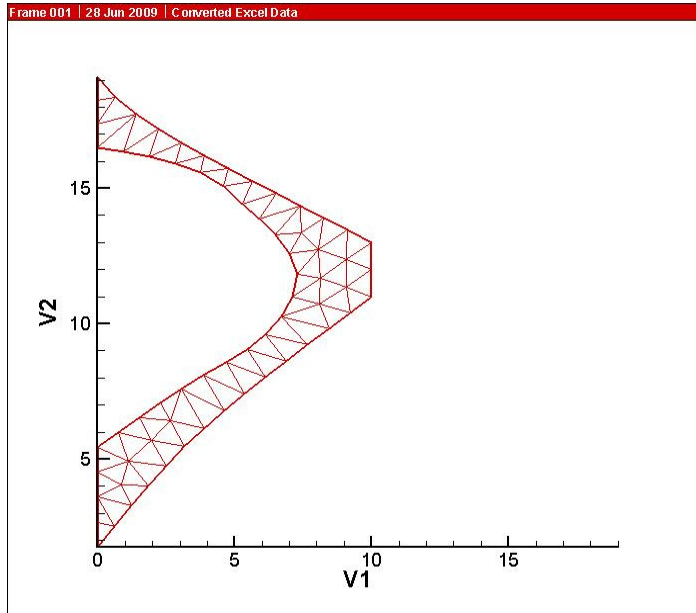


شکل ۶-۲۶: قرارگیری سوراخ جدید در محل مینیمم تنش VonMises

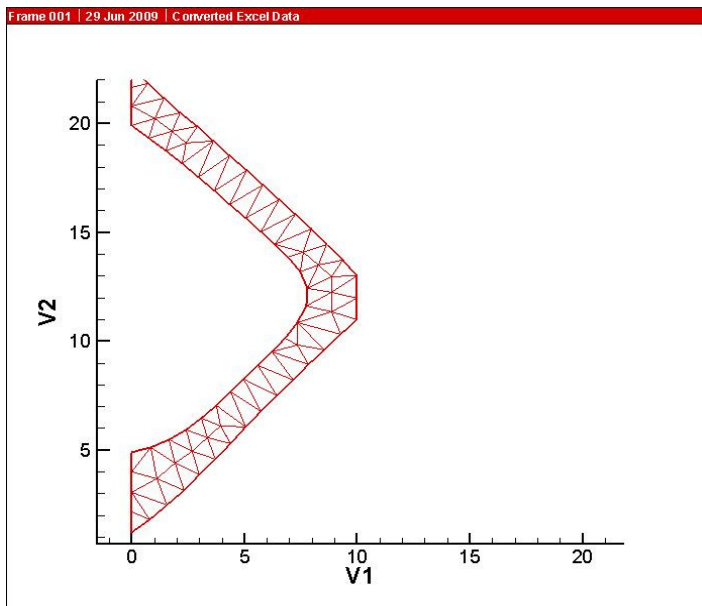


شکل ۶-۲۷: بهینه سازی در شکل ۶-۲۶ و نزدیک شدن مرزها به یکدیگر

همانطور که از شکل (۶-۲۷) مشخص دو مرز سوراخها به هم نزدیک شده و تمایل به ادغام شدن^۱ دارند. بنابراین نقاط کنترلی هر مرز را که در دیگری داخل شده است حذف کرده و مرز جدید را با نقاط کنترلی جدید تشکیل می‌شود (شکل ۶-۲۸). پس از ادغام مرزها دوباره بهینه سازی شکل روی شکل جدیدی که از ادغام مرزها تشکیل شده انجام گرفته و شکل بهینه جدید به دست می‌آید (شکل ۶-۲۹)



شکل ۶-۲۸: ادغام مرزها و تشکیل مرز جدید

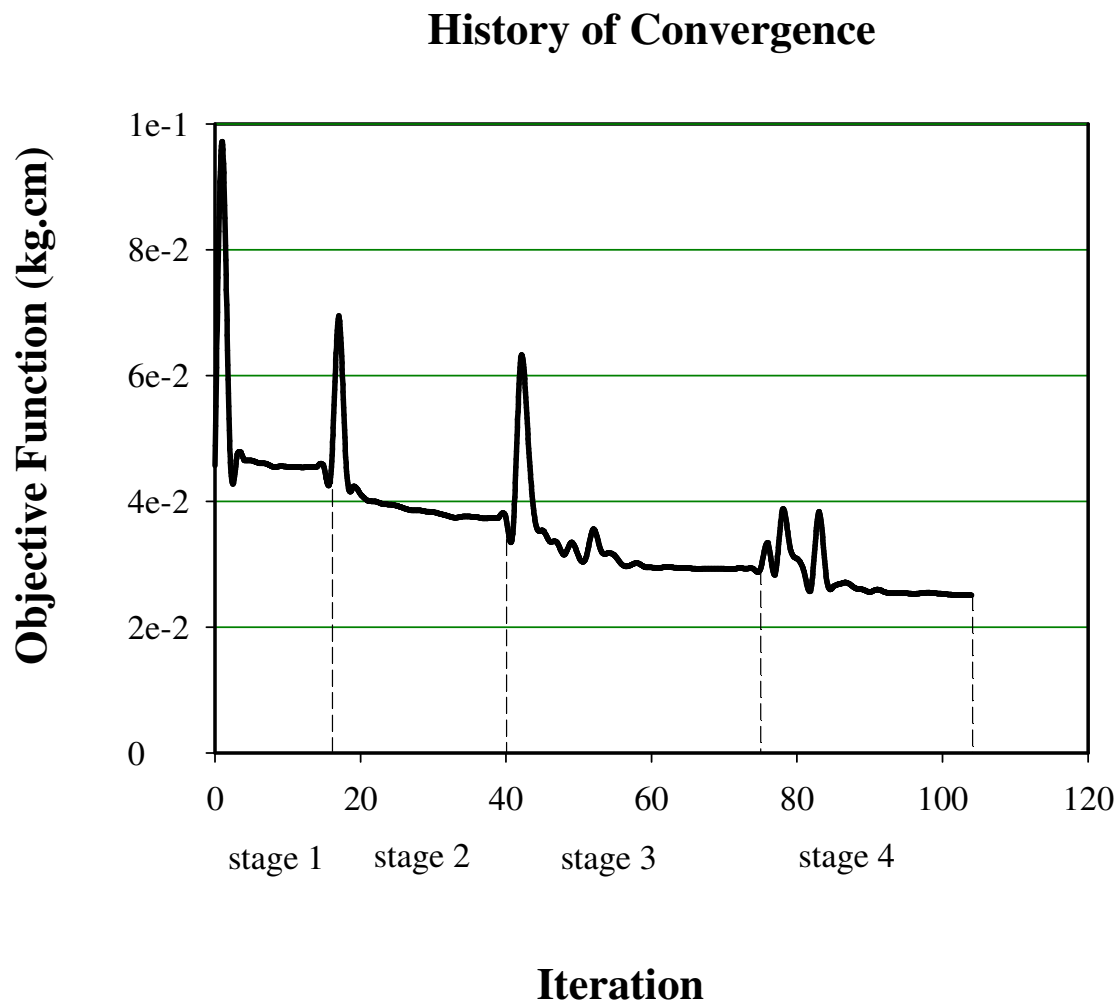


شکل ۶-۲۹: بهینه سازی شکل پس از بهم پیوستن مرزها

1- Merge operation

با قرار دادن سوراخ جدید در محل مینیمم تنش VonMises، تغییر کمی در تابع هدف دیده می‌شود. بنابراین بهینه سازی خاتمه می‌یابد.

شکل ۶-۳۰، همگرایی تابع هدف به سمت جواب بهینه را نشان می‌دهد.



شکل ۶-۳۰: همگرایی تابع هدف به سمت جواب بهینه

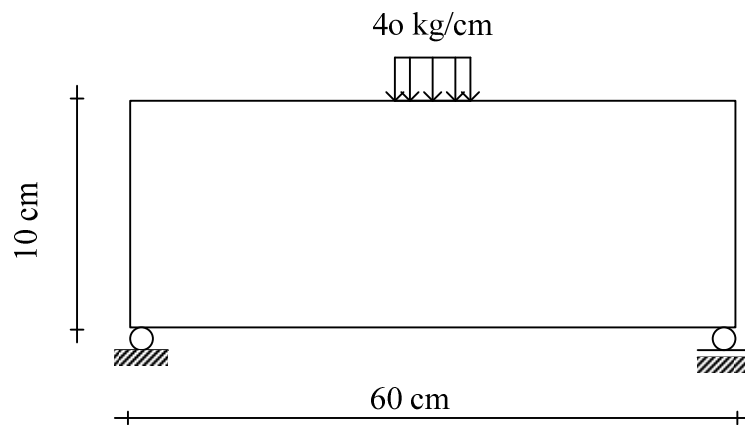
جدول ۳-۶ مقادیر مربوط به تابع هدف را در سیکل‌های بهینه سازی نشان می‌دهد.

Iteration	Objective function (kg.cm)	Iteration	Objective function (kg.cm)	Iteration	Objective function (kg.cm)
0	4.57E-02	36	3.75E-02	72	2.94E-02
1	9.72E-02	37	3.73E-02	73	2.93E-02
2	4.96E-02	38	3.74E-02	74	2.93E-02
3	4.73E-02	39	3.74E-02	75	2.93E-02
4	4.65E-02	40	3.74E-02	76	3.34E-02
5	4.65E-02	41	3.59E-02	77	2.84E-02
6	4.61E-02	42	6.26E-02	78	3.87E-02
7	4.60E-02	43	5.07E-02	79	3.29E-02
8	4.55E-02	44	3.69E-02	80	3.09E-02
9	4.56E-02	45	3.54E-02	81	2.87E-02
10	4.55E-02	46	3.36E-02	82	2.66E-02
11	4.55E-02	47	3.35E-02	83	3.84E-02
12	4.54E-02	48	3.15E-02	84	2.81E-02
13	4.55E-02	49	3.35E-02	85	2.65E-02
14	4.55E-02	50	3.12E-02	86	2.69E-02
15	4.54E-02	51	3.11E-02	87	2.70E-02
16	4.55E-02	52	3.56E-02	88	2.62E-02
17	6.95E-02	53	3.23E-02	89	2.60E-02
18	4.61E-02	54	3.18E-02	90	2.56E-02
19	4.24E-02	55	3.13E-02	91	2.60E-02
20	4.11E-02	56	2.99E-02	92	2.56E-02
21	4.01E-02	57	2.98E-02	93	2.54E-02
22	4.00E-02	58	3.02E-02	94	2.54E-02
23	3.96E-02	59	2.96E-02	95	2.54E-02
24	3.95E-02	60	2.95E-02	96	2.53E-02
25	3.93E-02	61	2.94E-02	97	2.54E-02
26	3.89E-02	62	2.96E-02	98	2.55E-02
27	3.86E-02	63	2.95E-02	99	2.54E-02
28	3.86E-02	64	2.94E-02	100	2.53E-02
29	3.84E-02	65	2.94E-02	101	2.52E-02
30	3.83E-02	66	2.93E-02	102	2.51E-02
31	3.80E-02	67	2.93E-02	103	2.51E-02
32	3.77E-02	68	2.93E-02	104	2.51E-02
33	3.74E-02	69	2.93E-02		
34	3.76E-02	70	2.93E-02		
35	3.76E-02	71	2.92E-02		

جدول ۳-۶: مقادیر تابع هدف در تیر طره عمیق

مثال ۴) تیر MBB

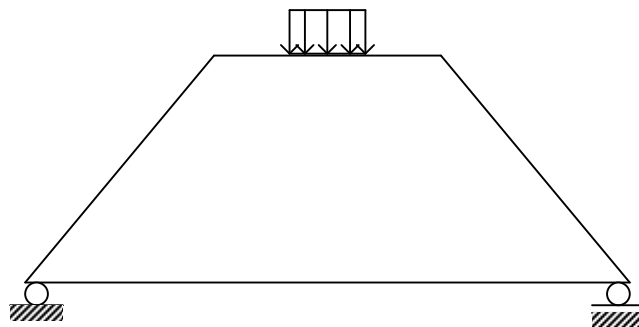
مثال چهارم یک تیر دو سر ساده است که بار گسترده‌ای به مقدار 40 kg/cm^2 به آن وارد می‌شود. این مثال به تیر MBB معروف است (شکل ۶-۳۰).



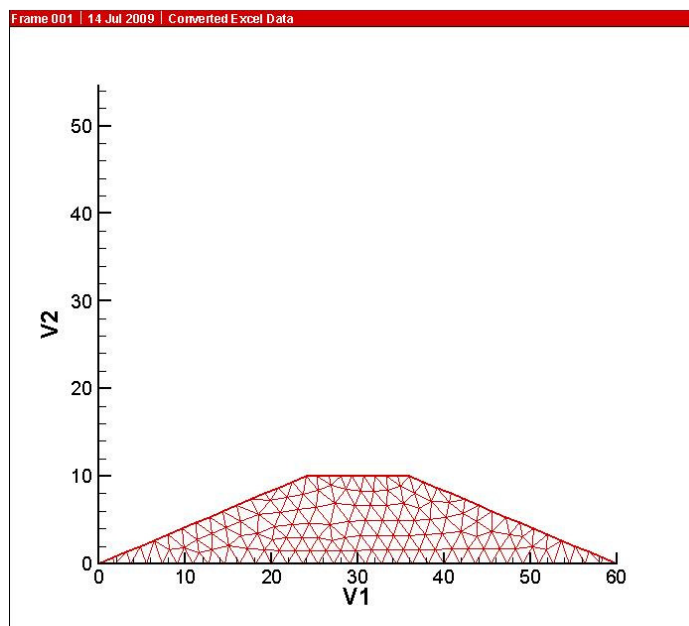
$$E=2.1e6 \text{ kg/cm}^2, \nu=0.25, t=1\text{cm}, V=60\% V_0$$

شکل ۶-۳۰: تیر MBB

برای قرار گرفتن مسئله در فضای شدنی، شکل زیر را در نظر می‌گیریم.



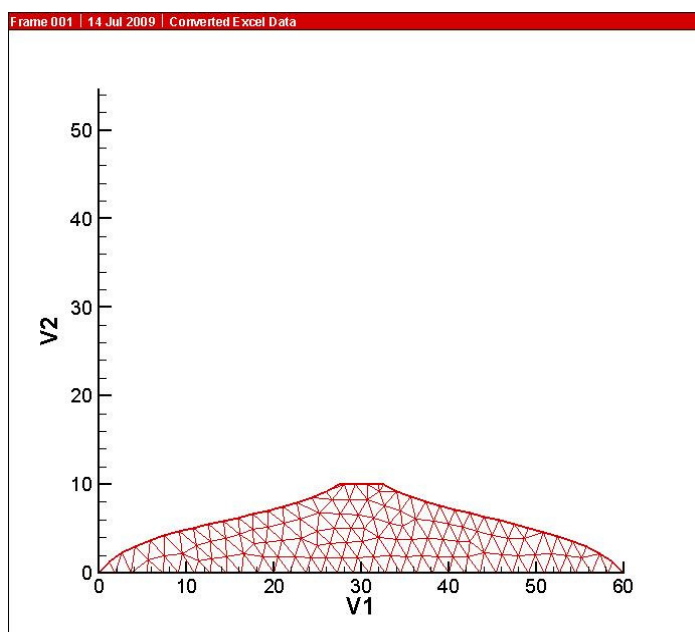
شکل ۶-۳۱: فضای طراحی اولیه MBB



شکل ۳۲-۶: مدل اجزای محدود فضای طراحی اولیه

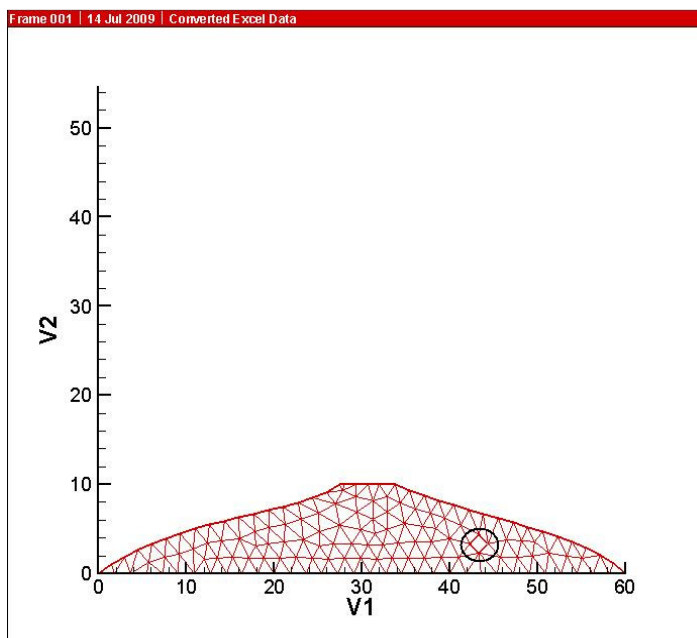
پس از آنالیز اجزای محدود در فضای طراحی اولیه، بهینه سازی شکل روی دامنه انجام می شود (شکل

۳۳-۶).

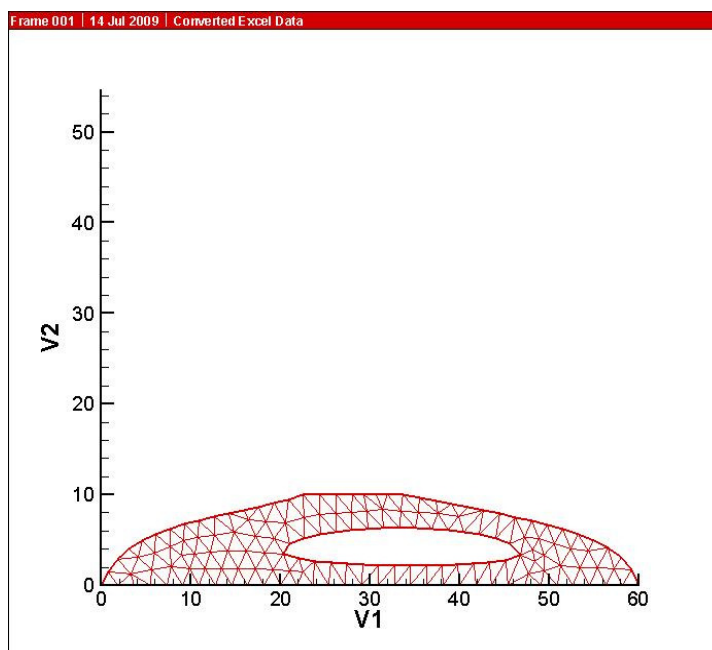


شکل ۳۳-۶: بهینه سازی شکل در فضای طراحی اولیه

پس از بهینه سازی شکل، مینیمم تنش VonMises در فضای طراحی مسئله پیدا شده و سوراخ را در آنجا قرار می گیرند (شکل ۶-۳۴).



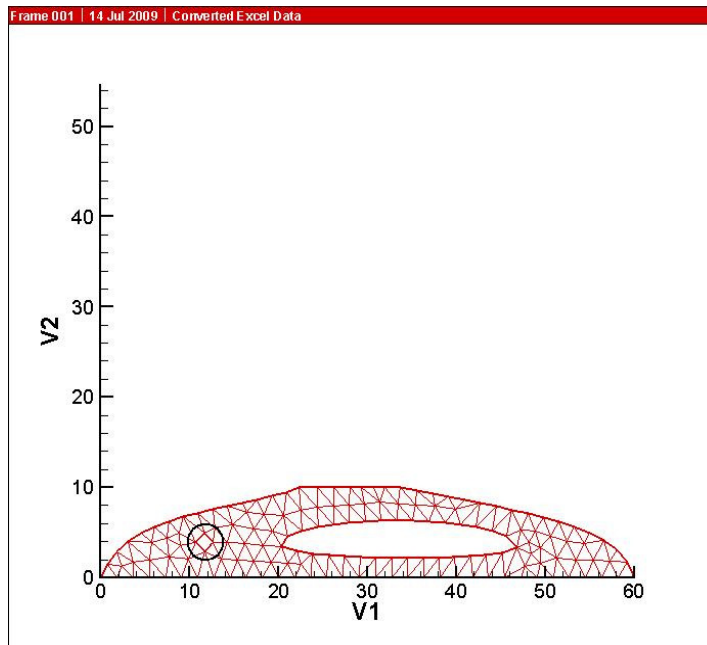
شکل ۶-۳۴: قرار گیری سوراخ در محل مینیمم تنش VonMises و تغییر در توپولوژی سازه



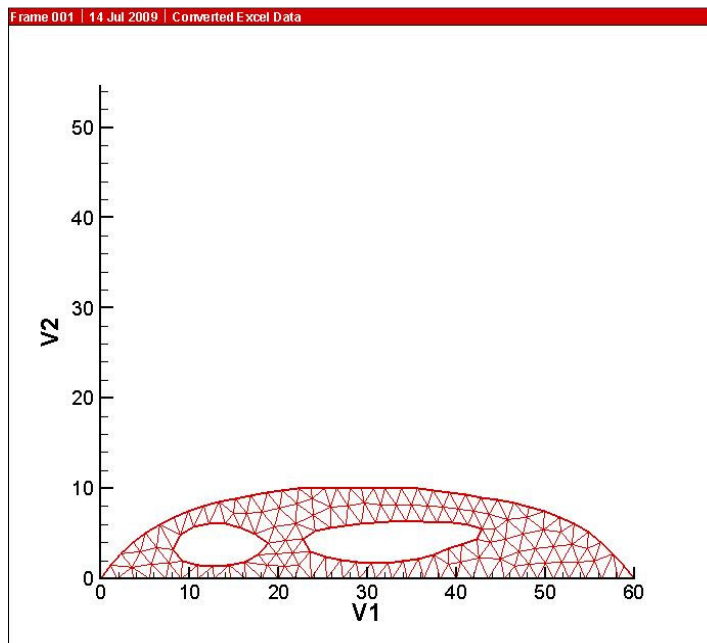
شکل ۶-۳۵: بهینه سازی شکل و گسترش سوراخ

مراحل گفته شده تا زمانی که به همگرایی در بهینه سازی توپولوژی برسیم، تکرار می شود (شکل های

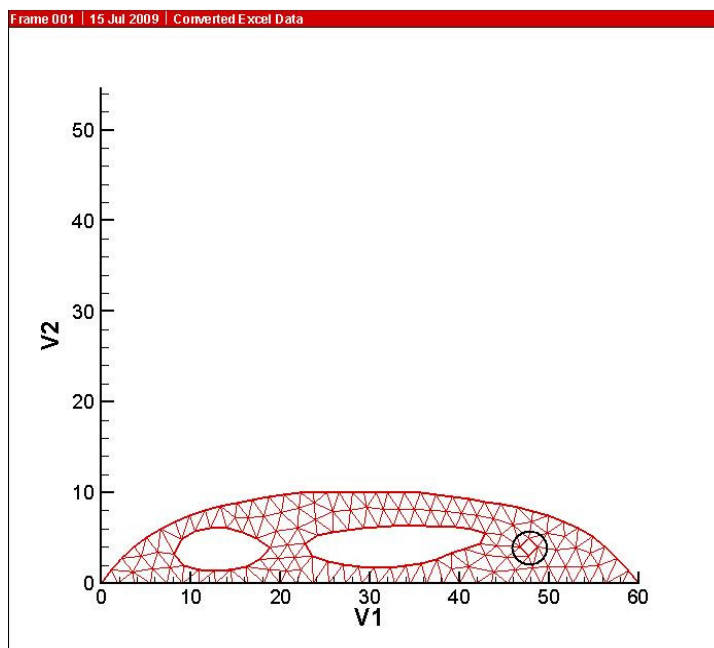
۳۶-۶ تا ۴۰-۶)



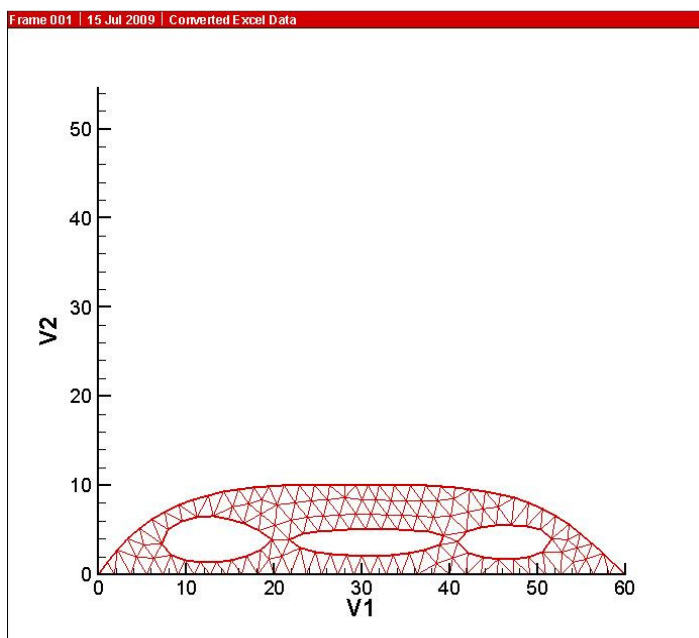
شکل ۳۶-۶: قرار گرفتن سوراخ در محل مینیمم تنش VonMises و تغییر توپولوژی سازه



شکل ۳۷-۶: بهینه سازی شکل سازه و تغییر مرزها

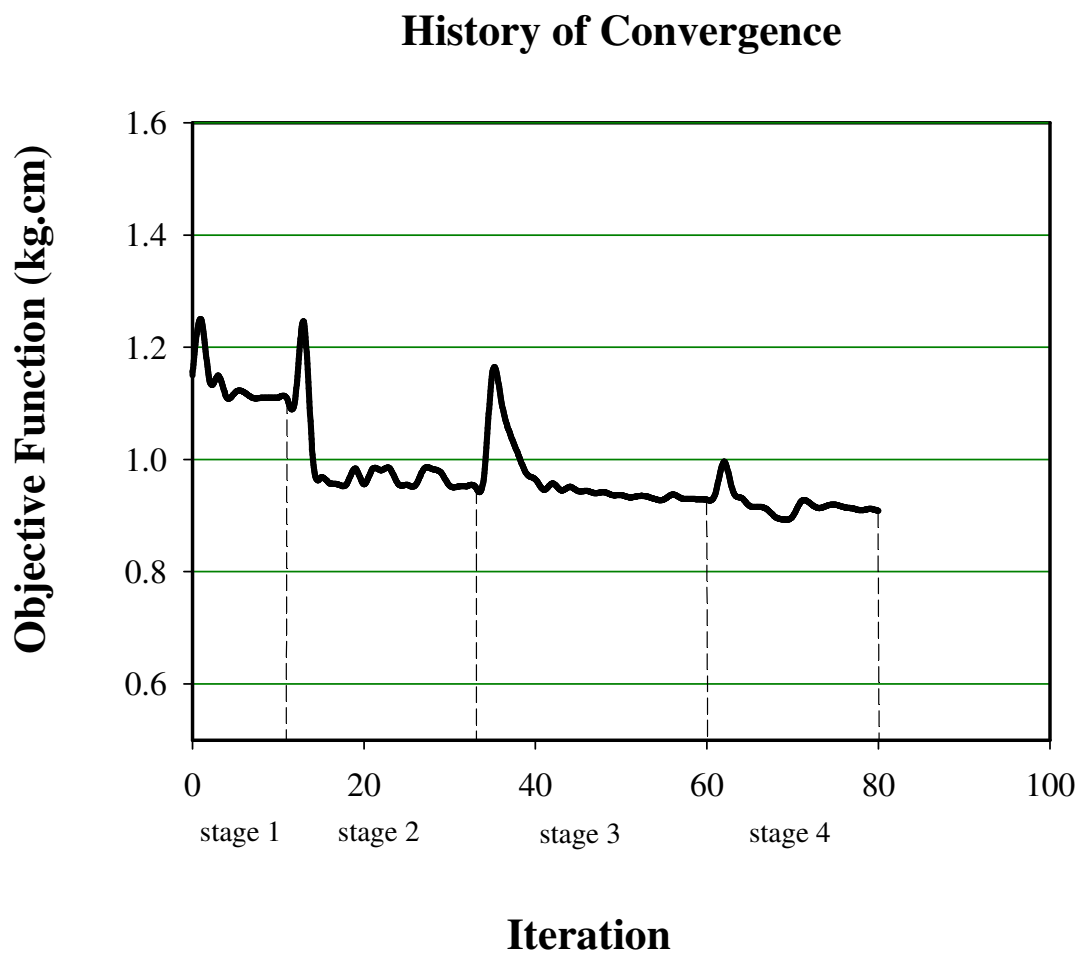


شکل ۶-۳۸: قرار گیری سوراخ در محل مینیمم تنش VonMises و تغییر در توپولوژی سازه



شکل ۶-۳۹: بهینه سازی شکل

شکل (۶-۴۰) همگرایی تابع هدف را به سمت جواب بهینه نشان می‌دهد.



شکل ۶-۴۰: همگرایی تابع هدف به سمت جواب بهینه

جدول (۶-۴) مقادیر تابع هدف را به صورت کمی نشان می‌دهد.

Iteration	Objective function (kg.cm)	Iteration	Objective function (kg.cm)
0	1.15E+00	9.46E-01	41
1	1.25E+00	9.57E-01	42
2	1.14E+00	9.45E-01	43
3	1.15E+00	9.51E-01	44
4	1.11E+00	9.43E-01	45
5	1.12E+00	9.44E-01	46
6	1.12E+00	9.40E-01	47
7	1.11E+00	9.42E-01	48
8	1.11E+00	9.36E-01	49
9	1.11E+00	9.37E-01	50
10	1.11E+00	9.32E-01	51
11	1.11E+00	9.35E-01	52
12	1.11E+00	9.34E-01	53
13	1.25E+00	9.29E-01	54
14	1.01E+00	9.29E-01	55
15	9.69E-01	9.38E-01	56
16	9.57E-01	9.31E-01	57
17	9.56E-01	9.30E-01	58
18	9.56E-01	9.29E-01	59
19	9.84E-01	9.28E-01	60
20	9.56E-01	9.40E-01	61
21	9.83E-01	9.96E-01	62
22	9.81E-01	9.45E-01	63
23	9.84E-01	9.32E-01	64
24	9.56E-01	9.17E-01	65
25	9.55E-01	9.16E-01	66
26	9.54E-01	9.11E-01	67
27	9.83E-01	8.97E-01	68
28	9.83E-01	8.93E-01	69
29	9.76E-01	8.98E-01	70
30	9.53E-01	9.26E-01	71
31	9.52E-01	9.22E-01	72
32	9.52E-01	9.14E-01	73
33	9.52E-01	9.18E-01	74
34	9.70E-01	9.19E-01	75
35	1.16E+00	9.15E-01	76
36	1.11E+00	9.13E-01	77
37	1.05E+00	9.10E-01	78
38	1.01E+00	9.12E-01	79
39	9.74E-01	9.08E-01	80
40	9.65E-01		

جدول ۴-۶: مقادیر تابع هدف در مثال MBB

فصل هفتم

نتایج و پیشنهادات

در این فصل به طور مختصر به بیان نتایج به دست آمده حاصل از این پژوهش پرداخته می‌شود. همچنین در انتها به ارائه چند پیشنهاد برای پیشبرد این تحقیق پرداخته شده است.

نتایج

✓ نتایج نشان می‌دهند که همانطور که انتظار می‌رفت، منحنیهای ایجاد شده با تکنیک NURBS از انعطاف‌پذیری و قدرت بیشتری نسبت به منحنیهای پارامتریک دیگر برخوردار هستند. همچنین به دلیل قابلیت منحنیها و سطوح NURBS، در تعریف دقیق مقاطع مخروطی و دایروی ملاحظه می‌شود که خطای ناشی از مدلسازی این نوع مسائل کاهش پیدا می‌کند و باعث تولید المانهای کمتر به هنگام بهبود شبکه اجزای محدود می‌شود.

✓ با توجه به اینکه انتخاب محل و تعداد نقاط کنترلی در رسیدن به جوابهای مناسب از اهمیت زیادی برخوردار است، نتایج نشان دادند که در صورتی که این دو پارامتر به درستی انتخاب نشوند، اغلب ممکن است که مسئله بهینه سازی همگرا نشود.

✓ در این پایان نامه از سابروتینهای برنامه DOT برای بهینه سازی استفاده شد. با حل مسائل بهینه سازی مختلف به وسیله این سه روش، مشخص شد که روش SQP دارای سرعت و نتایج بهتری نسبت به دو روش دیگر است. همچنین باید توجه داشت که انتخاب متغیرهای طراحی و وابستگی آنها به یکدیگر در رسیدن به جواب بهینه مؤثر است.

پیشنهادات

همیشه تولید مش یکی از مسائلی است که علاوه بر هزینه با مشکلاتی همراه است. از آنجا که در این پایان نامه در هر مرحله بهینه سازی مش تغییر می‌کند، این موضوع اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. بنابراین باید به دنبال روشهایی بود که وابستگی مسئله به مش زدن از بین برود.

۱- روشی که اخیراً برای تحلیل یک مسئله به کار می رود روش تحلیل Isogeometric است. در این روش توابع پایه NURBS به جای توابع پایه اجزای محدود برای تقریب مسئله بکار می روند. بنابراین به جای شبکه اجزای محدود یک سری نقاط کنترلی در دامنه طراحی هستند، که با جابجایی این نقاط مرز مسئله جابجا می شود.

۲- می توان از یک شبکه ثابت^۱ استفاده کرد که در این صورت مش در هر مرحله بدون تغییر باقی می ماند. البته باید توجه داشت که در این حالت ماتریس سختی المانهای مرزی ضریبی از ماتریس سختی اصلی المانها است.

پیوست

راهنمای برنامه

ADOPT

۱- مقدمه

پس از تسلط کافی روی یک موضوع، یکی از قسمتهای مهم کامپیوتری کردن و اجرای برنامه است. یک برنامه بهینه سازی از قسمتهای مختلفی شامل مدلسازی، تولید مش، آنالیز اجزای محدود، تطبیق مش، آنالیز حساسیت و بهینه سازی تشکیل شده است. به همین منظور برنامه ADOPT برای بهینه سازی یک مسئله، تهیه شده است. برای آشنایی با این برنامه، قسمتهای مختلف آن به تفکیک توضیح داده شده است.

۲- مدلسازی و تولید مش

سابروتین mes، خود شامل زیر سابروتینهایی است، که به صورت زیر هستند:

سابروتین mesdat: در این سابروتین اطلاعات ورودی مربوط به تولید مش که در فایلی با پسوند ".dat" آمده است، در چند زیر سابروتین خوانده می شود. در سابروتین incont، اینکه چه نوع المانی در مش بندی به کار رود، تعداد نقاط انتهایی غیر مشترک قطعه های اسپلین، شرایط بارگذاری و تکیه گاهی اشاره شده است. همچنین اطلاعات مربوط به مش زمینه در سابروتین inback خوانده می شود. در سابروتین inbose اطلاعات مربوط به هر قطعه اسپلین شامل شماره قطعه، تعداد نقاط روی مرز که برای همه قطعات عدد ۲ می باشد و نحوه اتصال هر قطعه در ابتدا و انتهای خود به قطعات دیگر قرار داده شده است. در سابروتینهای inload و infixi به ترتیب شرایط بارگذاری در یک نقطه یا یک قطعه و شرایط تکیه گاهی در یک نقطه یا یک قطعه آورده شده است.

سابروتین poindat:

در این سابروتین تعداد اسپلاین های پیوسته، درجه منحنی و تعداد نقاط کنترلی برای اسپلاین های پیوسته، بردار گرهی و مختصات نقاط کنترلی که در فایل ورودی controlstr.dat آمده است، خوانده می شود.

سابروتین mesgen:

این سابروتین شامل زیر سابروتینهایی است که مدلسازی و تولید مش را انجام می دهند، که در زیر معرفی می شوند.

۲-الف- مدلسازی

سابروتین genspl:

در این سابروتین اسپلاین های NURBS ساخته می شوند. همچنین مشخصات ابتدا و انتهای هر قطعه و نحوه اتصال آنها به قطعات قبل و بعد از خود مشخص شده است، به طوریکه نوع پیوستگی این قطعات اسپلاین به یکدیگر مشخص می شود.

سابروتین splcom:

در این زیر سابروتین که از سابروتین genspl فراخوانی می شود، اسپلاینهای پیوسته NURBS جدا سازی می شوند و نقاط کنترلی هر قطعه به دست می آیند.

مثلاً یک دایره که یک اسپلاین پیوسته است به چهار قطعه منحنی درجه سه تقسیم می شود.

۲-ب- تولید مرزها

سابروتین genbon :

در این سابروتین نقاط مش بندی روی مرز مشخص می‌شوند که شامل زیر سابروتیهای زیر است.

سابروتین findti :

در این سابروتین نقاط برخورد هر قطعه با مش زمینه مشخص می‌شود.

سابروتین findsi :

در این سابروتین طول نقاط برخورد قطعه با مش زمینه به دست می‌آید.

سابروتین finddi :

تابع چگالی نقطه در امتداد مرز مشخص می‌شود، که به طور مستقیم برای فاصله گذاری گرهی به کار می‌رود.

سابروتین findbn :

در این سابروتین موقعیت نقاط روی مرز به دست می‌آید. به این ترتیب نقاط گرهی روی مرز که همان گره‌های المانهای روی مرز هستند به دست می‌آید. پس از تعیین نقاط گرهی روی مرز، کل دامنه مسئله مش بندی می‌شود.

سابروتین‌های setpar و setfro و comang :

پارامترهای مش بندی در روش Advancing Front در این سابروتینها به دست می‌آید.

سابروتینهای gentri و genqua و genmid :

در صورتیکه مش بندی مثلثی در نظر باشد، سابروتین gentri برای تولید مش مثلثی در فضای طراحی فرا خوانده می‌شود و اگر فضای طراحی توسط مش مربعی جداسازی شود، سابروتین genqua فراخوانی می‌شود.

در صورتی که از المانهای مرتبه بالا برای آنالیز استفاده شود، سابروتین genmid برای قرار دادن نقاط گرهی میانی اجرا می‌شود.

سابروتین mesout :

در این سابروتین فایل خروجی تولید مش در فایل با پسوند ".mes" ساخته می‌شود، که شامل ماتریس اتصال^۱ و مختصات نقاط مش بندی است.

1- connectivity

۳- اجزای محدود

سابروتین femdat :

در این سابروتین اطلاعات مربوط به آنالیز اجزای محدود که آنالیز در حالت تنش یا کرنش مسطح، چگالی ماده مورد استفاده در صورت در نظر گرفتن وزن، ضریب پواسون، ضخامت صفحه و ضریب الاستیسته می‌باشد، مشخص شده است.

سابروتین femana :

در اینجا آنالیز اجزای محدود که شامل محاسبه تغییر مکانها، تنشها می‌باشد، به دست می‌آید.

سابروتین femout :

سابروتینی است که یک فایل خروجی با پسوند "fem" را که شامل موقعیت نقاط و تنش در هر نقطه است، مشخص می‌کند.

۴- تخمین خطا و تطبیق مش

سابروتین adadat :

اطلاعات مربوط به تخمین خطا و تطبیق مش، تعداد دفعات تخمین خطا، درصد خطا و تلورانس خطا در این سابروتین خوانده می‌شود.

سابروتین adafem :

در adafem ، خطای انرژی برای تولید مش دوباره و در نتیجه بهبود شبکه اجزای محدود به دست می‌آید.

سابروتین optdat :

در این سابروتین اطلاعاتی شامل ماکزیمم یا مینیمم کردن تابع، تعداد متغیرهای طراحی مستقل و وابسته و روش به کار رفته در بهینه سازی خوانده می‌شود.

۵- آنالیز حساسیت و بهینه سازی

سابروتین DOT :

در این سابروتین آنالیز حساسیت به روش تفاضل محدود و بهینه سازی با یکی از سه روش SLP، SQP و MMFD انجام می‌شود.

- [1] B. Hassani, E. Hinton. “*Homogenization and Structural Topology Optimization*”. Springer. (1999)
- [2] Rao. S. S., “*Engineering Optimization, Theory and practice*”, Third Edition, John Wiley & Sons (1996).
- [3] Frangopol D.M. and Cheng F.Y., “*Advances in structural optimization*”, Tech. rep. (1996).
- [4] Olhoff. N. and Taylor. J.E., “*On structural optimization*”, *J. of Applied Mechanics*, 50, 1139-1151 (1983).
- [5] G.N. Vanderplaats. “*DOT User's manual*”. VMA Engineering. Colorado Spring. USA (1994).
- [6] G.N. Vanderplaats. “*Numerical optimization techniques for engineering design*”. McGraw-Hill, New York (1984).
- [7] Haftka. R.T., “*Elements of structural optimization*”. Kluwer Academic Publisher, Netherlands (1990).
- [8] Kirsch. U. “*Structural Optimization Fundamentals and Application*”. Springer-Verlag. (1993).
- [9] Twoorzydlo. W.W. and Oden. J.T., “*Towards an automated environment in computational mechanics*”, *Comp.Meth. Appl. Mech. Engng*, 104, 87-143 (1993)
- [10] Sienz. J., “*Integrated structural modelling, adaptive analysis and shape optimization*”, C/ph/181/94, Dept. of Civil Engineering, University College of Swansea, Swansea, UK (1994)
- [11] Zarif. M. N.,(2003), “*Structural shape optimization by Boundary Variation Method*”, dept. Of Structural Engineering. Shahrood university”.
- [12] Choi. K. K., Kim. N.H., “*Structural Sensitivity Analysis and Optimization*”, springer(2005)
- [13] Ozakca. M. “*Analysis and optimal design of structures with adaptivity*”. Ph.D Thesis. Civil Engineering University of Swansea,UK,(1993)
- [14] Chibani. L., “*Optimum design of structures, in Lecture notes in engineering*”, edited by brebbia C.A. and Orszag S.A., vol. 50. Springer-Verlag, Berlin (1989)

- [15] Rozvany. G.I.N (ed.), "*Shape and layout optimization of structural systems and optimality criteria methods*". Springer-Verlag, CISM, Udine (1992)
- [16] Rozvany. G.I.N., Bendsoe M. P. and kirsh U., "*Layout optimization of structures*", *Appl. Mech. Rev.*, 48(2), 41-119 (1995)
- [17] Bendsoe. M. P. and kikuchi. N., "*Generating optimal topologies in structural design using homogenization method*" , *Comp. Meth. Appl. Mech. Mech. Eng.*, 71, 197-224 (1998)
- [18] Eschenauer. H.A. and Olhoff. N., "*Topology optimization of continuum structures: A review, American Society of Mechanical Engineers*" (2001)
- [19] Park. G. J., "*Analytic Methods for Design Practice*", , Springer-Verlag London Limited (2007).
- [20] Bendsøe. M. P. , "*Optimal shape design as a material distribution a. a problem*", *Struct. Optim.*, **1**, 193–202(1989).
- [21] Zhou. M. and Rozvany. G.I.N, "*The COC algorithm, Part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization*", *Comput.Meth. Appl. Mechs. Eng.* **89**, 309–336 (1991).
- [22] Rozvany, GIN, Zhou. M, and Birker .T, "*Generalized shpae optimization without homogenization*", *Struct. Optim.* **4**, 250–252(1992).
- [23] Rozvany .GIN, Zhou .M, Birker .T, and Sigmund .O., Topology optimization using interactive continuum-type optimality criteria ~COC! methods for discretized systems, In: Bendsøe MP and Mota Appl Mech Rev vol 54, no 4, July 2001 Soares CA ~eds!: *Topology Design of Structures*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers(1993).
- [24] Mlejnek. HP! Some recent extensions in the distribution of isotropic material, In: Olhoff .N and Rozvany. GIN ~eds!: *WCSMO-1- First World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*, Pergamon Press, Oxford/UK, 225–230(1995).
- [25] Mlejnek .HP and Schirmacher .R ~1993!, An engineers approach to optimal material distribution and shape finding, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng* **106**, 1–2(1995)
- [26] Sienz .J and Hinton .E ., "*Reliable structural optimization with error estimation, adaptivity and robust sensitivity analysis*", *J. Comp. Struct.* **64**, 31–63(1997).
- [27] Edwards, C.S. and Kim, H. A and Budd, C.J, *Smooth boundary based optimization using Fixed Grid*, 7th World Congress on Structural and Multidisciplinary optimization, Coex Seoul, Korea, 21 May-25 May (2007).

- [28] Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology Optimization - Theory, Methods and Applications*, Springer-Verlag(2003).
- [29] Lee, S. and Kwak, B. M. and Kim, Y., "*Smooth Boundary Topology Optimization Using B-spline and Hole Generation*".
- [30] H .A . Eschenauer, V.V. Kobelev, A. Schumacher. "*Bubble Method for topology and shape optimization of structures*" Springer-verlag (1994).
- [31] Faux, I.D. and Pratt, M.J., *Computational geometry for design and manufacture*, Ellis Harwood, Chichester, (1979).
- [32] Subu –Quing and Liu Ding –Yuan, *Computational geometry curve and surface modeling*, Academic Press, London, (1989).
- [33] Farin, G., *Curves and surfaces for computer Aided Geometric design*, Academic Press, San Diego, (1990).
- [34] Rogers, D.F., "*An Introduction to NURBS, with Historical Perspectiv*"e,
a. Morgan Kaufmann Publishers, San Fransisco, (2001).
- [35] [35] Piegl, L. and Tiller, W., "*The NURBS Book*", Springer-Verlage. Second Edition(1997).
- [36] [36] Barsky, B. A. and Deroose, T.D., "*Geometric Continuity of Parametric Curves: Three Equivalent Characterizations*", Vol. 9, No. 6, Nov. 1989, pp. 60-68.
- [37] NAG Fortran Library. "*Chapter D06 – Mesh Generation*".
- [38] M. Bern, P. Plassmann. "*Mesh Generation*".
- [39] M.L. Bittencourt ,C. C. Douglas ."*Non-nested and non-structured multigrid methods applied to elastic problems.Part I: The two-dimensional case*".
- [40] Su. P. , Scot Drysdale. R. L. "*A Comparison of Sequential Delaunay Triangulation Algorithms.*" April 1, (1996).
- [41] Owen .S.J., Staten .M.L., Canann .S.A., Saigal .S.. "*Advancing Front Quadrilateral Meshing Using Triangle Transformations.*" Department of Civil and Environmental Engineering, Carnegie Mellon University, Pittsburgh,Pennsylvania, U.S.A.
- [42] White D.R. , Kinney .P., "*Redesign of the Paving Algorithm: Robustness Enhancements through Element by Element Meshing*".
- [43] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. and J.Z. Zhu. "*The Finite Element Method,*" 6th edition, Elsevier Butterworth-Heinemann(2005).

- [44] Zienkiewicz, o.c. and Zhu, Z., "*The superconvergent patch recovery and a posteriori error estimates. Part 1: The recovery technique*", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 33, pp. 1331-1364, (1992).
- [45] Lin, C. Y. and Chao, L. S., Automated image interpretation for integrated topology and shape optimization, *Struct. Multidisc. Optim.* 20, 125-137(2000).
- [46] Tang, P. S. and Chang, K. H. "*Integration of topology and shape optimization for design of structural components*", *Struct. Multidisc. Optim.* 22, 65-82 (2001) .
- [47] Edwards, C.S. and Kim, H. A and Budd, C.J, "*Smooth boundary based optimization using Fixed Grid*", 7th World Congress on Structural and Multidisciplinary optimization, Coex Seoul, Korea, 21 May-25 May (2007).

Topology optimization of 2D problems by using Boundary Variation Method

Abstract:

Optimization is used in a wide spectrum of industries, including aerospace, automotive, chemical, electrical and manufacturing industries. In Structural and Mechanical Engineering, optimization is important to design and produce structures both economically and efficiently. This thesis addresses "Topology optimization of 2D problems by using Boundary Variation Method".

One of the research traits, is modeling the structure by NURBS because of its power and flexibility in producing various curves and surfaces. The curves were produced using a FORTRAN code made by the author specifically for this study. The control points of inner and outer boundaries are also selected as the design variables. After modeling, Finite element analysis and then optimization process is carried out. During optimization process with changing the position of control points and in turn moving the boundaries, shape and topology optimization of structures are changed. This method has the advantage of different objective functions while the application of displacement and stress constraints are also possible.

The results show that, using NURBS technique in structural modeling, decrease the number of design variables and is saving the time and cost. In this method convergence speed is improved and solution accuracy is increased. Finally several examples are presented to show the method efficiency.