

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی عمران

رشته مهندسی عمران گرایش سازه

پایان نامه کارشناسی ارشد

بهبینه یابی دال‌های مجوف با استفاده از روش مجتمع نیروها و الگوریتم ژنتیک

نگارنده: ناهید صوفیوند

استاد راهنما:

دکتر وحیدرضا کلات‌جاری

استاد مشاور:

دکتر محمدحسین طالب‌پور

تیر ماه ۱۳۹۵

شماره: ۵۵
تاریخ: ۹۵، ۲، ۷
ویرایش:

پسته تعالی



مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره ۷: صورتجلسه دفاع از پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) ارزیابی جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خانم / آقای ناهید صوفیوند به شماره دانشجویی ۹۲۳۷۶۱۴ رشته مهندسی عمران گرایش سازه تحت عنوان بهینه یابی دال های مجوف با استفاده از روش مجتمع نیروها و الگوریتم ژنتیک که در تاریخ ۹۵/۰۴/۲۸ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح ذیل اعلام می گردد:

<input type="checkbox"/> قبول (با درجه : _____ امتیاز _____)	<input type="checkbox"/> دفاع مجدد	<input type="checkbox"/> مردود
--	------------------------------------	--------------------------------

۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۱- عالی (۱۹ - ۲۰)

۴- قابل قبول (۱۴ - ۱۵/۹۹)

۳- خوب (۱۶ - ۱۷/۹۹)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنمای اول	جناب آقای دکتر وحیدرضا کلات جاری	دانشیار	
۲- استاد راهنمای دوم		استادیار	
۳- استاد مشاور	جناب آقای دکتر محمدحسین طالب پور	استادیار	
۴- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	جناب آقای دکتر سعید گلپان	استادیار	
۵- استاد ممتحن اول	جناب آقای دکتر سید مهدی توکلی	استادیار	
۶- استاد ممتحن دوم	جناب آقای دکتر مهدی عجمی	استادیار	

رئیس دانشکده: جناب آقای دکتر احمد احمدی

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگان

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امید بخش وجودشان که در این سردترین روزگار ان بهترین پشتیبان است

به پاس قلب های بزرگشان که فریادس است و سرگردانی و ترس در پناہشان به شجاعت می گراید

و به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند

پاس

پاس بی کران پروردگار یکتا را که هستیم بخشد و به طریق علم و دانش را بنمونم شاد و به هم نشینی رحروان علم مستخرم نمود و خوشه صینی از علم و معرفت را روزیم ساخت. از استاد ارجمند و کرامت دارم جناب آقای دکتر کلات جاری که فراتر از یک استاد، در مسیر پرپیچ و خم زندگی و سیر حق و حقیقت، سوار بر چرخ دوستی و محبت، را بنموده ایشان همواره راهگشای اینجانب بوده است، صمیمانه کمال تشکر و قدردانی می نمایم و از خداوند منان توفیقات روز افزون، سلامتی و سرفرازی را برای ایشان خواستارم.

همچنین از آقای دکتر محمد حسین طالب پور که از مشاوره با ایشان بهره مند بوده ام صمیمانه تشکر و سپاسگزاری می نمایم و امیدوارم همواره در

زندگی پیروز و سربلند باشند.

از جناب آقای دکتر سید مهدی توکلی و دکتر مهدی عجمی که زحمت مطالعه و داوری این پایان نامه را بعهده گرفته اند صمیمانه تشکر می کنم.

از دوستان عزیزم، به ویژه خانم حدیث نوروزی و همی دوستانی که در این مدت مرایاری نمودند سپاسگزارم و برای این عزیزان آرزوی

موفقیت دارم.

تعهد نامه

اینجانب **ناهید صوفیوند** دانشجوی دوره **کارشناسی ارشد رشته عمران-سازه** دانشکده **عمران و معماری** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **بهبینه یابی دال‌های مجوف با استفاده از روش مجتمع نیروها و الگوریتم ژنتیک** تحت راهنمایی **جناب آقای دکتر وحیدرضا کلات‌جاری** و **جناب آقای دکتر محمدحسین طالب‌پور** به عنوان استاد راهنمای خود متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ ۱۳۹۵ / ۰۴ / ۲۸

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.

چکیده

در سالهای اخیر مطالعات زیادی بر روی روش‌های نرمی صورت گرفته است. یکی از فرمولبندی‌های موثر روش‌های نرمی، روش مجتمع نیروها (IFM) می‌باشد که توسط پاتنیک ارائه شده است. در روش تحلیلی مجتمع نیروها، تمامی نیروهای مستقل به عنوان متغیرهای مجهول در نظر گرفته می‌شوند که بر اساس اعمال همزمان معادلات تعادل و شرایط سازگاری محاسبه می‌شوند. این روش برخلاف روش رایج سختی یا تغییر مکان (DM) که از مشتق تقریبی جابجایی برای محاسبه تنش استفاده می‌نمایند، از درونیابی نیروها استفاده می‌کند. به همین سبب دارای دقت بالاتری در محاسبه تنش بوده و نیازمند تراکم مش کمتری در روند تحلیل سازه است. بعلاوه جهت تحلیل محیط‌های پیوسته، با کاهش تعداد المان‌ها از سرعت بالاتری برخوردار می‌باشد. این مزایا سبب شده تا این روش تحلیلی برای مسائلی همچون ارتعاش آزاد و کمانش سازه‌ها نیز بکار گرفته شود. لذا در این پایان نامه به بررسی شیوه عملکرد روش IFM در تحلیل سازه‌های مختلف پرداخته و در نهایت مقایسه‌ای بین این روش و DM انجام شده است. در این راستا معادلات اساسی اجزاء محدود روش IFM برای تجزیه و تحلیل سازه‌ها ارائه شده است. در نهایت به منظور نشان دادن مزایای این روش آنالیز، بهینه‌یابی یک سازه خرپایی و یک دال بتنی با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک چند منظوره (M.S.M) و الگوریتم ژنتیک ساده (S.GA) با تعداد المان‌های متفاوت صورت گرفته است.

کلمات کلیدی: روش نرمی، روش مجتمع نیروها، روش سختی، بهینه‌یابی، دال بتنی مجوف،

الگوریتم ژنتیک.

لیست مقاله‌های استخراج شده از پایان‌نامه :

- ۱- آنالیز سازه های خرپایی با استفاده از روش مجتمع نیروها و مقایسه آن با روش سختی سومین کنفرانس بین المللی پژوهش های کاربردی در مهندسی عمران، معماری و مدیریت شهری، ایران، تهران
- ۲- آنالیز سازه های پوسته ای با استفاده از روش مجتمع نیروها و مقایسه آن با روش سختی دومین کنفرانس بین المللی دستاوردهای نوین پژوهشی در مهندسی عمران، معماری و مدیریت شهری، ایران، تهران

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه و محتوای پایان نامه

۱-۱- مقدمه	۲
۱-۲- تاریخچه روش IFM و مروری اجمالی بر کارهای انجام شده	۴
۳-۱- صورت مسأله	۶
۴-۱- اهداف تحقیق	۷
۵-۱- فرضیات	۷
۶-۱- مرور مطالب پایان نامه	۷

فصل دوم: معادلات و روش مجتمع نیروها

۱-۲- مقدمه	۱۰
۲-۲- اصول اولیه معادلات روش IFM	۱۰
۱-۲-۲- معادلات تعادل	۱۲
۲-۲-۲- معادلات نرمی	۱۵
۳-۲-۲- معادلات سازگاری	۱۶
۱-۳-۲-۲- روش حذف مستقیم	۱۹
۲-۳-۲-۲- روش حذف غیر مستقیم	۲۰
۳-۳-۲-۲- شرط سازگاری سطح مشترک	۲۱
۴-۳-۲-۲- شرایط سازگاری خوشه	۲۲
۵-۳-۲-۲- شرط سازگاری خارجی	۲۲
۳-۲- درونبایی میدان تنش	۲۳
۴-۲- روابط اجزاء محدود IFM	۲۶
۱-۴-۲- المان خربایی	۲۶

۲۹ ۲-۴-۲- المان تیر
۳۱ ۳-۴-۲- المان غشایی مستطیلی ۴ گرهی
۳۴ ۴-۴-۲- خمش المان چهار گرهی مستطیلی کروشرف
۳۷ ۵-۴-۲- المان پوسته ای
۳۸ ۶-۴-۲- مقطع تی شکل دال
۳۹ ۵-۲- روش مجتمع نیروها در مقایسه با روش سختی
۴۱ ۶-۲- روابط دوگانه روش IFM (DIFM)

فصل سوم: بهینه‌یابی با الگوریتم ژنتیک

۴۴ ۱-۳- مقدمه
۴۴ ۲-۳- تاریخچه الگوریتم های ژنتیک
۴۶ ۳-۳- مراحل اساسی الگوریتم های ژنتیک
۴۸ ۴-۳- مراحل بهینه‌یابی با الگوریتم های ژنتیک
۴۸ ۱-۴-۳- کد کردن مقادیر
۴۹ ۲-۴-۳- شایستگی هر کروموزوم
۴۹ ۱-۲-۴-۳- تابع پنالیتی
۵۰ ۲-۲-۴-۳- تابع شایستگی
۵۰ ۳-۴-۳- انتخاب
۵۱ ۱-۳-۴-۳- روش های انتخاب
۵۲ ۴-۴-۳- عملگرهای الگوریتم ژنتیک
۵۲ ۱-۴-۴-۳- عملگر ادغام
۵۳ ۱-۱-۴-۴-۳- نرخ ادغام
۵۴ ۲-۴-۴-۳- جهش
۵۴ ۱-۲-۴-۴-۳- نرخ جهش
۵۴ ۵-۴-۳- شرط توقف الگوریتم
۵۵ ۶-۴-۳- معایب الگوریتم ژنتیک ساده

۵۷.....	۳-۵- روش جستجوی چند منظوره (M.S.M).....
۵۹.....	۳-۶- کلیات الگوریتم بهینه یابی مقاطع سازه خرپا مورد تحقیق.....
۵۹.....	۳-۶-۱- الگوریتم تولید جمعیت اولیه.....
۶۰.....	۳-۶-۲- رمز گشایی هر کروموزوم.....
۶۲.....	۳-۶-۳- تحلیل سازه مربوط به هر کروموزوم.....
۶۲.....	۳-۶-۴- تحلیل IFM مربوط به هر کروموزوم.....
۶۲.....	۳-۶-۵- تابع هدف و تابع جریمه مورد استفاده.....
۶۳.....	۳-۶-۶- تابع هدف اصلاح شده و تابع شایستگی مورد استفاده.....

فصل چهارم: مثال های عددی

۶۸.....	۴-۱- مقدمه.....
۶۸.....	۴-۲- آنالیز خرپای ۶ میله ای.....
۷۱.....	۴-۳- آنالیز تیر طره.....
۷۶.....	۴-۴- آنالیز صفحه مربعی با تکیه گاه گیردار.....
۷۷.....	۴-۵- آنالیز و بهینه یابی خرپای ۱۰ میله ای.....
۸۱.....	۴-۶- آنالیز و بهینه یابی دال مجوف.....

فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات

۸۸.....	۵-۱- مقدمه.....
۸۸.....	۵-۲- نتایج.....
۸۹.....	۵-۳- پیشنهادات.....
۹۱.....	پیوست-۱.....
۹۳.....	پیوست-۲.....
۹۵.....	مراجع.....

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲: شرایط سازگاری سطح مشترک و خوشه..... ۲۲
- شکل ۲-۲: المان خرابایی دو گرهی..... ۲۷
- شکل ۳-۲: یک گره غیر تکیه گاهی..... ۲۸
- شکل ۴-۲: المان تیر دو گرهی..... ۲۹
- شکل ۵-۲: المان غشایی مستطیلی ۴ گرهی..... ۳۱
- شکل ۶-۲: خمش المان چهار گرهی مستطیلی کروشهف..... ۳۴
- شکل ۷-۲: خمش المان چهار گرهی پوسته ای..... ۳۷
- شکل ۸-۲: اساس معادلات روش مجتمع نیروها و روش سختی..... ۴۰
- شکل ۱-۳: روش جستجوی چند منظوره..... ۵۷
- شکل ۲-۳: روش جستجوی چند منظوره (M.S.M)..... ۵۹
- شکل ۳-۳: فلوچارت M.S.M برای بهینه یابی مقاطع و سائز خرپا و دال..... ۶۵
- شکل ۱-۴: خرپای ۶ میله ای..... ۶۸
- شکل ۲-۴: تیر مش بندی شده با المان های پوسته ای مستطیلی ۴ گرهی..... ۷۲
- شکل ۳-۴: نامگذاری المان ها و گره ها در تیر طره..... ۷۲
- شکل ۴-۴: تغییرات تنش های بدست آمد در تکیه گاه با استفاده از روش های IFM و DM..... ۷۵
- شکل ۵-۴: تغییرات جابجایی های بدست آمده در انتهای آزاد تیر با استفاده از روش های IFM و DM..... ۷۵
- شکل ۶-۴: صفحه فلزی تحت بارگذاری متمرکز..... ۷۶
- شکل ۷-۴: خرپای ۱۰ میله ای..... ۷۷
- شکل ۸-۴: روند بهینه یابی توسط الگوریتم جستجوی چند منظوره و الگوریتم ژنتیک ساده..... ۸۱
- شکل ۹-۴: مقطع عرضی دال مجوف..... ۸۲
- شکل ۱۰-۴: نمایش مقطعی از دال..... ۸۴
- شکل ۱۱-۴: روند بهینه یابی توسط الگوریتم جستجوی چند منظوره با قید تنش و جابجایی..... ۸۶

فهرست جدول ها

- جدول ۴-۱: نیروهای اعضای خرپای ۶ میله ای بدست آمده از روش DM, IFM و نرم افزار SAP ۷۱
- جدول ۴-۲: جابجایی های اعضای خرپای ۶ میله ای بدست آمده از روش DM, IFM و نرم افزار SAP ۷۱
- جدول ۴-۳: مقادیر تنش ها با استفاده از روش های DM, IFM و نرم افزار آباکوس ۷۴
- جدول ۴-۴: مقادیر جابجایی ها با استفاده از روش های DM, IFM ۷۴
- جدول ۴-۵: مقادیر جابجایی در مرکز صفحه با استفاده از روش های IFM و نرم افزار آباکوس ۷۷
- جدول ۴-۶: پارامترهای M.S.M برای خرپای مستوی شش گرهی ۷۹
- جدول ۴-۷: نتایج طرح بهینه خرپای مستوی شش گرهی منتخب از لیست مقاطع S_2 ۸۰
- جدول ۴-۸: مقایسه مقدار جابجایی مرکز دال روش آنالیز IFM و نرم افزار آباکوس ۸۳
- جدول ۴-۹: پارامترهای M.S.M برای دال مجوف ۸۵
- جدول ۴-۱۰: مقایسه وزن بهینه بدست آمده از الگوریتم جستجوی چند منظوره ۸۶

فصل اول:

مقدمه و محتوای پایان نامه

معادلات تعادل و سازگاری^۱ دو جزء اصلی برای حل مسائل سازه‌ای هستند، دقت عددی حل مسائل وابستگی زیادی به درجه این معادلات دارد. مفهوم تعادل همان معادلات تعادل نیرو و نوشتن معادلات ریاضی^۲ برای آنها است. سازه‌های معین به راحتی با استفاده از معادلات تعادل حل می‌شوند، اما در سازه‌های نامعین^۳ علاوه بر معادلات تعادل به معادلات سازگاری نیز برای حل مسئله نیاز است. سن‌ونانت^۴ معادلات سازگاری را در قالب روابطی از کرنش برحسب تغییر شکل‌های جامدات بیان کرد [1]. سپس بلترامی^۵ و میشل^۶ معادلات سازگاری را برحسب تنش بیان کردند [2]. کلچ^۷ معادلات تعادل را در روابطی از جابجایی بیان و مشاهده نمود که تعداد معادلات و جابجایی‌های مجهول یکسان می‌باشند [3]. این فرمولبندی منجر به روش سختی^۸ (DM) شد. ماکسول^۹ فرمولبندی دیگری برای معادلات سازگاری براساس مفهوم مجهول‌های اضافی بیان نمود که با عنوان روش نیروی مجهول اضافه^{۱۰} (RFM) شهرت دارد [3,4]. این روش به سبب قابلیت‌های مختلف در محاسبات دستی در مقایسه با روش DM، قبل از ۱۹۶۰ میلادی مورد توجه بسیاری از طراحان بود. اما پس از آن بدلیل قابلیت‌های برنامه نویسی توسط کامپیوتر، روش DM تا حد زیادی جایگزین روش RFM گردید [3,5]. این مهم به طور کامل سبب حذف روش‌های مبتنی بر اصول نیرو نگردید و پیشنهادات بسیاری به منظور بهبود این روش‌ها

^۱ -Equilibrium and Compatibility Equations

^۲ -Mathematical Equations

^۳ -Indeterminate Structures

^۴ -St. Venant

^۵ -Beltrami

^۶ -Michelle

^۷ -Clebch

^۸ -Displacement Method (DM)

^۹ -Maxwell

^{۱۰} -Redundant Force Method (RFM)

بخصوص روش RFM ارائه شد [6]. اما ماتریس‌های حاصل از روش RFM و حتی DM بدلیل عدم وجود درونیایی خواص فیزیکی سازه، همواره سبب بروز خطا در نتایج می‌گردند. در این راستا پیشنهادات بسیاری در مورد بهبود روش‌های نیرو^۱ ارائه گردید. یکی از فرمولبندی‌های موثر روش‌های نرمی، روش مجتمع نیروها^۲ (IFM) است که توسط پاتنیک^۳ ارائه شده است [7,8]. این روش برخلاف روش‌های DM و نرمی از درونیایی نیروها استفاده می‌کند. به همین سبب دارای دقت بهتری در محاسبه تنش بوده و نیازمند تراکم مش کمتری در روند تحلیل سازه است. این قابلیت به همراه دیگر ویژگی‌ها سبب شده است که روش IFM در دهه‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققین در حوزه‌های مختلف علوم مهندسی قرار گیرد. بنابراین در این تحقیق به ارائه فرمولبندی جامعی برای روش IFM جهت تحلیل سازه‌های مختلف پرداخته شده است. سپس کاربرد آن برای تحلیل سازه‌های اسکلتی^۴ در قالب مثال خرابایی و محیط‌های پیوسته^۵ جهت بهینه‌یابی سطح مقطع^۶ مورد بررسی قرار گرفته و به منظور تصدیق درستی نتایج بدست آمده با روش DM مقایسه شده است.

بهینه‌یابی سازه‌ها اغلب با استفاده از دو روش کلی روش‌های مبتنی بر روابط ریاضی^۷ و روش‌های مبتنی بر جستجوهای تصادفی^۸ انجام می‌شود. در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک^۹ (GA) که یکی از انواع روش دوم می‌باشد، استفاده شده است. این الگوریتم از قوانین طبیعی و نحوه انتقال وراثت^{۱۰} میان نسل

^۱ -Force Method (FM)

^۲ -Integrated Force Method (IFM)

^۳ -Patnaik

^۴ -Skeletal Structure

^۵ -Continuous

^۶ -Size Optimization

^۷ -Mathematical concepts

^۸ -Random searches

^۹ - Genetic Algorithm (GA)

^{۱۰} - Inheritance Transfer

های مختلف نشأت گرفته است. این الگوریتم امروزه به دلیل کاربرد فراوان از جایگاه ویژه‌ای در میان روش‌های بهینه‌یابی برخوردار است. در سال‌های اخیر تحقیقات فراوانی بر روی روش‌های نیرو انجام گرفته است و در نهایت فرمولبندی روش IFM توسط پاتنیک ارائه گردیده است [10,11]. در روش تحلیلی IFM، تمامی نیروهای مستقل به عنوان متغیرهای مجهول در نظر گرفته می‌شوند که بر اساس اعمال همزمان معادلات تعادل و شرایط سازگاری محاسبه می‌گردند. از طرفی، دقت عددی حل مسائل وابستگی زیادی به درجه این معادلات دارد. روش‌هایی برای بهبود تولید معادلات سازگاری ارائه شده که منجر به تولید ماتریس‌های نواری و پرفر^۱ می‌شود که توسط کامپیوتر قابل اجرا می‌باشد [12,13]. در این راستا روش اجزاء محدود مبتنی بر IFM برای آنالیز دو بعدی [12] و سه بعدی [13] سازه‌ها توسعه یافته است. که در تحلیل انواع سازه‌ها با المان‌های مختلف قابل اجرا می‌باشد. این روش نقص‌های موجود در RFM را (مانند ایجاد سازگاری بوسیله انتخاب المان‌های اضافی) برطرف می‌کند. روش IFM بطور موفقیت آمیزی برای تحلیل استاتیکی^۲ و ارتعاش آزاد^۳ سازه‌ها قابل کاربرد می‌باشد [6,12,14]. از دیگر قابلیت‌های این روش کسب معادلات روش DM و RFM، از معادلات روش IFM می‌باشد [7].

۱-۲- تاریخچه روش IFM و مروری اجمالی بر کارهای انجام شده

پاتنیک در سال ۱۹۷۳ یک نسخه جدید از روش نیروها با عنوان روش IFM (با ترکیب همزمان معادلات تعادل و سازگاری) مطرح کرد [32]. در سال ۱۹۷۷ پاتنیک و یاداگیری^۴ روش IFM را برای آنالیز سازه‌های خرپایی، تیر و فنر گسترش دادند [39,33,8]. پاتنیک و جوزف^۵ در سال ۱۹۸۴ دو ایده برای تولید معادلات سازگاری در روش IFM پیشنهاد دادند [34]. همچنین پاتنیک در سال ۱۹۸۶

^۱ - Sparse and banded matrices

^۲ - Static analysis

^۳ - Frequency analysis

^۴ - Yadagiri

^۵ - Joseph

مقایسه ای بین نتایج روش IFM و روش استاندارد نیرو^۱ (SFM) انجام داد [15].

بهینه‌یابی سازه‌ها^۲ با استفاده از روش IFM، ابتدا توسط پاتنیک (۱۹۸۹) پیشنهاد شد، وی استفاده از روش IFM را برای بهینه‌یابی سازه‌های خرپایی در معرض قیدهای^۳ تنش و جابجایی پیشنهاد داده است [16,19]. پاتنیک کاربردهای مختلف بهینه‌یابی سازه‌ها مانند محاسبه طرح اولیه^۴ تحلیلی جهت شناسایی نقاط تکین^۵ و اصلاح کامل طرح نهایی را ارائه داده است [18]. در این راستا عموماً طرح اولیه در فرآیند بهینه‌یابی فرض شده یا با استفاده از تجربه طراح در نظر گرفته می‌شود. اما طرح اولیه مناسب را می‌توان از محاسبات تحلیلی با استفاده از روش IFM بدست آورد [17]. یک طرح اولیه خوب در سرعت فرآیند بهینه‌یابی جهت کسب طرح بهینه عمومی تاثیر بسزایی دارد. این مزیت سبب کاهش تعداد تکرارهای فرآیند بهینه‌یابی شده و عموماً مانع از قطع عملیات بهینه‌یابی و همگرایی زودرس^۶ می‌شود. پاتنیک و همکاران در سال ۱۹۹۲ کاربرد روش IFM را برای آنالیز المان‌های صفحه ای از جمله یک تیر طره و صفحه مقید تحت بار متمرکز مورد بررسی قرار دادند [33]. همچنین پاتنیک و همکاران در سال ۱۹۹۷ تیر دوبعدی دارای ۸ درجه آزادی جابجایی و ۵ درجه آزادی نیرو را به منظور آنالیز فرکانس با استفاده از روش IFM و روش آنالیز دوگانه IFM^۷ (DIFM) مورد بررسی قرار دادند و نتایج بدست آمده از هر دو روش را مقایسه کردند [38]. پاتنیک، دانانجایا^۸ و همکاران در سال ۲۰۰۵ یک فرمولبندی بر اساس روش IFM برای المان دوبعدی با دوازده درجه آزادی جابجایی و نه درجه

^۱ - Standard Force Method

^۲ - Structures optimization

^۳ - Constraints

^۴ - Initial design

^۵ - Singularities

^۶ - Erlier Convergence

^۷ - Dual Integrated Force Method

^۸ - Dhananjaya

آزادی نیرو بر اساس تئوری میندلین-ریزنر^۱ مطرح کردند [35]. دانانجایا و همکاران در سال ۲۰۰۵ یک روش به منظور تولید اتوماتیک ماتریس تعادل و ماتریس نرمی توسط کامپیوتر با استفاده از روابط کروشلف و تئوری خمش صفحه میندلین-ریزنر ارائه داده‌اند [36]. در همین راستا دانانجایا و همکاران در سال ۲۰۱۰ یک راه حل فرم بسته برای محاسبه ماتریس‌های تعادل و نرمی با استفاده از تئوری خمش صفحه میندلین-ریزنر بر اساس روش IFM مطرح کردند [37]. دویفد^۲ در سال ۲۰۱۴ روش IFM را برای آنالیز سازه‌های قاب و محیط‌های پیوسته توسعه داد [31]. درنهایت آدراگا و رومرا^۳ در سال‌های (۲۰۱۴-۲۰۱۶) محیط‌های پیوسته را با روش‌های DIFM و DM تحلیل نموده و نتایج بدست آمده از هر دو روش را مقایسه کرده‌اند [27,9].

۱-۳- صورت مسأله

در این پایان نامه روش IFM و روند تحلیل اجزاء محدود آن بطور کامل تشریح شده است. بر این اساس جهت صحت سنجی روش و نتایج، مقایسه جامعی بین روند آنالیز IFM و روش مرسوم DM صورت گرفته است. در این راستا مزایای دو روش نیز ارائه و مورد بررسی قرار گرفته است. درنهایت برای ارائه مناسب‌تر شیوه عملکرد روش IFM از سازه‌های خرپایی و صفحه‌ای به عنوان نمونه استفاده شده است. جهت بررسی دو روش مذکور از کدهای برنامه‌متلب که به این منظور نوشته شده است و برای مقایسه عادلانه و صحت سنجی نتایج، از نرم افزارهای سپ و آباکوس نیز کمک گرفته شده است. در نهایت برای نشان دادن یکی از کاربردهای بسیار مهم این روش آنالیز، بهینه‌یابی یک سازه خرپایی و دال مجوف با استفاده از روش بهینه‌یابی الگوریتم جستجوی چند منظوره مورد بررسی قرار گرفته است.

^۱ - Mindlin-Reissner

^۲ - Doiphode

^۳ - Adarraga and Romera

۴-۱- اهداف تحقیق

در پایان نامه حاضر تلاش شده تا با بررسی روش تحلیلی مجتمع نیروها برای سازه های مختلف و مقایسه آن با روش سختی مزایای آن نشان داده شده و گوشه ای از کمبود مطالعات روش های تحلیلی در مهندسی عمران جبران گردد.

لزوم انجام این تحقیق به این دلیل می باشد که روابط اجزاء محدود روش تحلیلی مجتمع نیروها شناخته شده و برای تحلیل سازه ها مورد استفاده قرار گیرد.

۵-۱- فرضیات

فرضیات در نظر گرفته شده در این تحقیق به شرح زیر می باشد:

- بارهای مؤثر، بصورت استاتیکی در نظر گرفته شده اند.

- رفتار مواد ارتجاعی فرض شده است.

- برای تحلیل سازه، از تحلیل الاستیک استفاده شده است.

- برای بهینه یابی دال مجوف از اثر آرماتور صرف نظر شده است لذا یک نمونه دال با ابعاد کوچک

در نظر گرفته شده است.

۶-۱- مرور مطالب پایان نامه

این پایان نامه در شش فصل به شرح ذیل تدوین شده است:

در **فصل دوم** به معرفی و تشریح کامل تحلیل بر اساس روابط اجزاء محدود^۱ روش IFM برای

سازه های اسکلتی و محیط های پیوسته پرداخته شده است.

^۱ - Finite Element

در **فصل سوم**، ابتدا مفاهیم اولیه الگوریتم ژنتیک ارائه شده است. این الگوریتم یک روش جستجوی مؤثر در فضاهای طراحی بسیار وسیع و بزرگ است و پس از اینکه در هر تکرار یا نسل سازی مجموعه ای از طرح های ممکن مورد پردازش قرار گرفت، در نهایت منجر به جهت گیری به سمت یافتن یک جواب بهینه می گردد. از مهم ترین عیوب الگوریتم ژنتیک ساده وابستگی نتایج آن به نوع عملگرها و پارامترهایش می باشد. عدم شناخت درست از پارامترها و روابط حاکم بر این الگوریتم از قبیل تعداد اعضای جمعیت^۱، تعداد نسل ها^۲، نرخ عملگرهای پیوند^۳ و جهش^۴، نوع تابع جریمه^۵ و مقادیر ثابت های دخیل در آن، نوع تابع شایستگی^۶، چگونگی فرآیند انتخاب^۷ و غیره سبب می شود تا در برخی مواقع این الگوریتم، بهینه نسبی را بدست آورد. از اینرو در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک جزیره ای تعمیم یافته^۸ که الگوریتمی بر اساس روش جستجوی چند منظوره^۹ می باشد استفاده شده است.

در **فصل چهارم**، با ارائه مثال های عددی مختلف مجموعه مطالب بیان شده در فصل های قبل این پایان نامه مورد ارزیابی قرار گرفته است.

در نهایت در **فصل پنجم**، نتایج حاصل از این تحقیق و پیشنهادات جهت ادامه تحقیقات بیان شده است.

^۱ -Population

^۲ -Generations number

^۳ -Crossover

^۴ -Mutant

^۵ -Penalty function

^۶ -Competence function

^۷ -Selection

^۸ -Developed island genetic algorithm

^۹ -Multi Search Method

فصل دوم:

معادلات روش مجتمع نیروها

در روش تحلیلی IFM، تمامی نیروهای مستقل به عنوان متغیرهای مجهول در نظر گرفته می‌شوند که بر اساس اعمال همزمان معادلات تعادل و شرایط سازگاری محاسبه می‌شوند. IFM با قابلیت‌های مختلفی نظیر تولید شرایط سازگاری در روند تحلیل، بر محدودیت‌های دیگر روش‌ها همچون روش RFM غلبه می‌کند. در محاسبه تنش‌ها IFM بدلیل درونیابی نیروها دارای دقت بالاتری نسبت به روش DM است. بعلاوه جهت تحلیل محیط‌های پیوسته، با کاهش تعداد المان‌ها از سرعت بالاتری برخوردار است. این مزایا سبب شده تا این روش تحلیلی برای مسائلی همچون ارتعاش آزاد و کماتش سازه‌ها نیز بکار گرفته شود. در این بخش معادلات اساسی اجزاء محدود روش IFM برای تجزیه و تحلیل استاتیکی سازه‌های اسکلتی و محیط‌های پیوسته ارائه شده است.

۲-۲- اصول اولیه معادلات روش IFM

اگر یک جسم پیوسته باشد با استفاده از مفهوم روش اجزاء محدود گسسته سازی می‌شود. در نتیجه در مدل اجزاء محدود جسمی با n درجه آزادی نیرو، m درجه آزادی جابجایی و سپس m معادله تعادل دارای $r = n - m$ معادلات سازگاری می‌باشد. معادلات تعادل براساس مفهوم تعادل نیروها بصورت زیر فرمولبندی می‌شوند [20]:

$$[B]_{m \times n} \{F\}_{n \times 1} = \{P\}_{m \times 1} \quad (1-2)$$

$\{P\}$ ، $\{F\}$ و $[B]$ به ترتیب بردار بار، نیروهای مستقل گرهی و ماتریس مستطیلی تعادل می‌باشند. ماتریس تعادل $[B]$ ، یک ماتریس نامتقارن می‌باشد. سازه‌های نامعین تنها با استفاده از معادلات تعادل حل نمی‌شوند و باید شرایط سازگاری به تعداد مورد نیاز و کافی فراهم آید. برای تحلیل سازه‌های نامعین تعداد $r = n - m$ معادلات سازگاری مطابق رابطه زیر مورد نیاز می‌باشد:

$$[C]_{r \times n} [G]_{n \times n} \{F\}_{n \times 1} = \{\delta R\}_{r \times 1} \quad (2-2)$$

$[C]$ ، $[G]$ و $\{\delta R\}$ به ترتیب ماتریس سازگاری، ماتریس متقارن نرمی و بردار بار تغییر شکل اولیه سازه می‌باشند. $[G]$ ماتریسی با بلوک‌های قطری بوده که هر بلوک، ماتریس نرمی یک المان را تشکیل می‌دهد. بطور مثال برای یک سازه سه عضوی، ماتریس $[G]$ کل سازه بصورت زیر تشکیل می‌شود:

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{e1} & 0 & 0 \\ 0 & G_{e2} & 0 \\ 0 & 0 & G_{e3} \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

G_{e1} ، G_{e2} و G_{e3} به ترتیب ماتریس نرمی عضوهای اول، دوم و سوم می‌باشند. رابطه ترکیب شده معادلات تعادل و سازگاری در روش IFM بصورت زیر است:

$$[S]_{n \times n} \{F\}_{n \times 1} = \{P^*\}_{n \times 1} \quad (4-2)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} [B] \\ [C][G] \end{bmatrix}, \{P^*\} = \begin{Bmatrix} \{P\} \\ \{\delta R\} \end{Bmatrix} \quad (5-2)$$

$[S]$ ماتریسی مربعی بوده که از ادغام ماتریس تعادل و شرایط سازگاری بوجود می‌آید. با حل رابطه (۲-۲) نیروهای مستقل بطور مستقیم محاسبه و سپس تنش‌ها با استفاده از نیروهای مستقل محاسبه می‌شوند. بطور مثال در سازه‌های میله‌ای تنش‌ها طبق رابطه زیر بدست می‌آیند:

$$\sigma_i = \frac{F_{ei}}{A_{ei}} \quad (6-2)$$

σ_i ، F_{ei} و A_{ei} به ترتیب تنش، نیروی داخلی و سطح مقطع المان نام می‌باشند. پس از محاسبه نیروها، بردار جابجایی‌های گرهی $\{U_e\}$ بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\{U_e\}_{m \times 1} = [j]_{m \times n} [G]_{n \times n} \{F\}_{n \times 1} \quad (7-2)$$

$[j]$ ماتریس تغییرشکل می‌باشد که پس از تشکیل ماتریس $[S]$ محاسبه می‌شود. این ماتریس تعداد m

سطرهای بالایی ماتریس $[S]^{-1T}$ می‌باشد [20]. جزئیات معادلات تعادل، نرمی و سازگاری در بخش‌های بعدی شرح داده می‌شود.

۲-۲-۱- معادلات تعادل

معادلات تعادل برای کشش اولین بار توسط کوچی^۱ (۱۷۸۹-۱۸۵۷) بیان شد. اما پیشینه استفاده از مفهوم تعادل به هزاران سال قبل برمی‌گردد. به عنوان مثال قضیه‌های بیان شده توسط ارشمیدس^۲ (اهرم و قرقره)، لئوناردو داوینچی^۳ (اصل کار مجازی)، هوک^۴ (قوانین اولیه تعادل)، نیوتن^۵ (قوانین جهانی) بطور تصادفی از مفهوم تعادل استفاده نموده‌اند. معادلات تعادل برحسب نیروها در یک مدل اجزاء محدود، بصورت جمع برداری نیروی‌های داخلی $\{F\}$ و تعداد m مولفه از بردار بار خارجی $\{P\}$ نوشته می‌شوند. ماتریس تعادل برای المان میله و تیر به راحتی با استفاده از مفهوم تعادل نیروها بدست می‌آیند. روش IFM دارای یک راه حل عمومی برای بدست آوردن ماتریس تعادل می‌باشد. میدان تنش و میدان جابجایی یک المان برحسب دو مجموعه از متغیرهای مستقل، به منظور ایجاد ماتریس تعادل IFM درونیابی می‌شوند. درونیابی جابجایی همان روش DM است، در رابطه زیر میدان جابجایی $\{U\}$ برحسب ترم‌هایی از جابجایی گرهی $\{U_e\}$ درونیابی می‌شود:

$$\{U\} = [N] \{U_e\} \quad (۸-۲)$$

ماتریس $[N]$ شامل توابع درونیاب جابجایی یا توابع شکل می‌باشد. میدان تنش $\{\sigma\}$ برحسب نیروهای مستقل $\{F\}$ بصورت زیر درونیابی می‌شود:

^۱ - Cauchy

^۲ - Archimedes

^۳ - Leonardo da Vinci

^۴ - Hooke

^۵ - Newton

$$\{\sigma\} = [Y] \{F\} \quad (9-2)$$

$[Y]$ ماتریس درونیاب تنش می‌باشد. معادله کلی ماتریس تعادل با استفاده از مفهوم اصل کار مجازی تولید می‌شود. مطابق اصل کار مجازی، کار مجازی داخلی δW_I با کار مجازی خارجی δW_E برابر می‌باشد.

$$\delta W_I = \delta W_E \quad (10-2)$$

کار مجازی داخلی بر حسب تنش $\{\sigma\}$ و کرنش مجازی $\{\delta\varepsilon\}$ در واحد حجم بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta W_I = \int_V \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} dv \quad (11-2)$$

بردار کرنش یک المان مشخص با مشتق گیری از بردار جابجایی در معادله (۸-۲) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\{\varepsilon\} = [Z] \{U_e\} \quad (12-2)$$

$[Z] = [L][N]$ و $[L]$ ماتریس عملگر مشتق می‌باشد. بنابراین با توجه به جابجایی گرهی مجازی $\{\delta U_e\}$ ، کرنش‌های مجازی در المان عبارتند از:

$$\{\delta\varepsilon\} = [Z] \{\delta U_e\} \quad (13-2)$$

با جایگذاری معادلات (۹-۲) و (۱۳-۲) در معادله (۱۱-۲) رابطه نهایی کار مجازی بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\delta W_I = \{\delta U_e\}^T \int_V [Z]^T [Y] [F] dv \quad (14-2)$$

کار مجازی خارجی ترکیبی از کار انجام شده توسط نیروهای سطحی و نیروهای حجمی می‌باشد. کار

مجازی خارجی ناشی از نیروهای سطحی $\{F_T\}$ ، بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\int_S \{\delta U_e\}^T \{F_T\} ds_T = \int_S ([N] \{\delta U_e\})^T \{F_T\} ds_T = \{\delta U_e\}^T \int_S [N]^T \{F_T\} ds_T \quad (15-2)$$

سهام کار مجازی خارجی انجام شده توسط نیروهای حجمی $\{F_B\}$ بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_V \{\delta U_e\}^T \{F_B\} dv = \int_V ([N] \{\delta U_e\})^T \{F_B\} dv = \{\delta U_e\}^T \int_V [N]^T \{F_B\} dv \quad (16-2)$$

کار مجازی خارجی کل سازه از جمع معادلات (15-2) و (16-2) بدست می‌آید.

$$\delta W_E = \{\delta U_e\}^T \int_S [N]^T \{F_T\} ds_T + \{\delta U_e\}^T \int_V [N]^T \{F_B\} dv \quad (17-2)$$

با توجه به اصل کار مجازی معادله (10-2) داریم:

$$\{\delta U_e\}^T \int_V [Z]^T [Y] [F] dv = \{\delta U_e\}^T \int_S [N]^T [F_T] ds_T + \{\delta U_e\}^T \int_V [N]^T [F_B] dv \quad (18-2)$$

$$\int_V [Z]^T [Y] [F] dv = \int_S [N]^T \{F_T\} ds_T + \int_V [N]^T \{F_B\} dv \quad (19-2)$$

معادله (19-2) بصورت زیر خلاصه می‌شود:

$$[B_e] \{F\} = \{Q_T\} + \{Q_B\} \quad (20-2)$$

$\{Q_T\}$ و $\{Q_B\}$ به ترتیب بردارهای بار معادل گرهی ناشی از نیروهای سطحی و نیروهای حجمی می‌باشند. ماتریس تعادل $[B_e]$ ، تعادل بین نیروهای مستقل $\{F\}$ با نیروهای معادل گرهی المان ناشی

از اعمال بارهای خارجی است و بصورت زیر فرمولبندی می‌شود:

$$[B_e] = \int_V [Z]^T [Y] dv \quad (21-2)$$

ماتریس تعادل با استفاده از ماتریس های درونیاب تنش و جابجایی، در المان بدست می آید. ماتریس تعادل یک ماتریس مستطیلی با بعد $(m \times n)$ است که سطرهای آن مطابق با درجه آزادی جابجایی المان، ستون های آن مطابق با درجه آزادی نیرو بوده و مستقل از خواص مواد و پارامترهای طراحی سازه می باشد. ماتریس تعادل کل سازه از اسمبل کردن (مونتاژ) ماتریس های تعادل تمامی المان ها، مشابه روش DM بدست می آید.

۲-۲-۲- معادلات نرمی

ماتریس نرمی به منظور بیان شرایط سازگاری برحسب نیروها و تلفیق معادلات سازگاری با معادلات تعادل لازم است. تعریف معادلات سازگاری برحسب نیروها با استفاده از رابطه تغییرشکل-نیرو^۱ (FDR) بیان می شود که این رابطه، فرمولبندی بین تغییرشکل و نیروهای مستقل را ایجاد می کند. ماتریس نرمی در روش تحلیلی IFM از اصل انرژی کرنشی مکمل و قضیه کاستیلیانو ایجاد می شود. تغییر در انرژی کرنشی مکمل U_c یک المان بواسطه تغییر کوچک در بارگذاری خارجی بصورت زیر بیان می شود:

$$\delta U_c = \frac{1}{2} \int_v \{\delta \sigma\}^T \{\varepsilon\} dv \quad (22-2)$$

δU_c تغییر در انرژی کرنشی مکمل می باشد. کرنش برحسب ترم هایی از تنش با استفاده از رابطه تنش-کرنش^۲ بصورت زیر بیان می شود:

$$[\varepsilon] = [D] \{\sigma\} \quad (23-2)$$

$[D]$ ماتریس حاکم بر مشخصات مکانیکی مصالح است. جایگذاری رابطه (۲۳-۲) در (۲۲-۲) منجر به

^۱ - Force-Deformation Relations (FDR)

^۲ - Stress-Strain Relations (SSR)

رابطه زیر می‌شود:

$$\delta U_c = \frac{1}{2} \int_v \{\delta \sigma\}^T [D] \{\sigma\} dv \quad (24-2)$$

همچنین با جایگذاری رابطه (۹-۲) در (۲۴-۲) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\delta U_c = \frac{1}{2} \int_v \{\delta F\}^T [Y]^T [D] [Y] \{F\} dv \quad (25-2)$$

تغییر شکل $\{\beta\}$ با استفاده از قضیه کاستیلیانو بر حسب نرخ تغییرات انرژی کرنشی ممتهم نسبت به نیروهای مستقل بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\{\beta\} = \frac{\delta U_c}{\delta \{F\}} = \frac{1}{2} \int_v [Y]^T [D] [Y] dv \{F\} \quad (26-2)$$

$$\{\beta\} = [G] \{F\} \quad (27-2)$$

بطور کلی ماتریس نرمی $[G]$ بصورت زیر بیان می‌شود:

$$[G] = \frac{1}{2} \int_v [Y]^T [D] [Y] dv \quad (28-2)$$

بنابراین، ماتریس نرمی $[G]$ با جایگذاری ماتریس درونیاب تنش و ماتریس حاکم بر مشخصات مکانیکی مصالح در معادله (۲۸-۲) بدست می‌آید. ماتریس نرمی کل مشابه ماتریس تعادل از اسمبل کردن (مونتاژ) ماتریس نرمی تمامی المان‌ها حاصل می‌شود.

۲-۲-۳- معادلات سازگاری

معادلات سازگاری منحصر به آنالیز سازه می‌باشد. نیاز به معادلات سازگاری برای آنالیز سازه

اولین بار توسط ناویه^۱ بیان شد. قبلاً در روش نرمی، سازگاری از طریق مفهوم RFM، با ایجاد برش‌های مجازی و سپس بررسی روابط سازگاری در محل برش‌ها بدست می‌آمد. این نحوه فرمولبندی شرایط سازگاری برای محاسبه اتوماتیک سازه‌ها با مقیاس بزرگ ناکارآمد است. در تئوری ارتجاعی، سن‌ونانت معادله سازگاری را با حذف جابجایی در رابطه کرنش-جابجایی^۲ (SDR) فرمولبندی کرد [11,12]. دو مرحله اساسی فرمولبندی سن‌ونانت در الاستیسیته شامل فرمولبندی SDR، حذف جابجایی و بدست آوردن معادله سازگاری بصورت زیر می‌باشد:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2-29)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial y \partial x} = 0 \quad (2-30)$$

رابطه سن‌ونانت در الاستیسیته برای بدست آوردن شرایط سازگاری در آنالیز اجزاء محدود بسیار کارآمد می‌باشد. رابطه SDR جایگزین رابطه تغییر شکل-جابجایی^۳ DDR می‌شود و سپس جابجایی‌ها از DDR حذف می‌شوند. DDR در آنالیز اجزاء محدود برگرفته شده از اصل کار مجازی متمم می‌باشد [20]. اصل کار مجازی متمم بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta W_I^C = \delta W_E^C \quad (2-31)$$

δW_I^C و δW_E^C به ترتیب کار مجازی متمم خارجی و کار مجازی متمم داخلی می‌باشند. کار مجازی خارجی انجام گرفته ناشی از بردار بارگذاری مجازی خارجی $\{\delta P\}$ و جابجایی‌های واقعی $\{U_e\}$ بصورت زیر تعریف می‌شود:

^۱ - Navier

^۲ - Strain-Displacement Relations (SDR)

^۳ - Deformation-Displacement Relations (DDR)

$$\delta W_E^c = \{\delta P\}^T \{U_e\} \quad (32-2)$$

جایگذاری رابطه (۱-۲) در (۳۲-۲) منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$\delta W_E^c = \{\delta F\}^T [B]^T \{U_e\} \quad (33-2)$$

کار مجازی متمم داخلی انجام گرفته ناشی از نیروهای مجازی داخلی $\{\delta F\}$ مطابق با تغییرشکل‌های واقعی $\{\beta\}$ می‌باشد:

$$\delta W_I^c = \{\delta F\}^T \{\beta\} \quad (34-2)$$

با تساوی قسمت‌های دوم معادلات (۳۳-۲) و (۳۴-۲) داریم:

$$\{\beta\} = [B]^T \{U_e\} \quad (35-2)$$

معادله (۳۵-۲) بیانگر رابطه DDR می‌باشد. معادلات سازگاری پس از حذف m جابجایی از n DDR بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$[C]\{\beta\} = 0 \quad (36-2)$$

تغییرشکل $\{\beta\}$ در معادله (۳۶-۲) تغییر شکل کلی سازه بوده که از دو قسمت تغییر شکل اولیه $\{\beta_0\}$ و تغییر شکل الاستیک $\{\beta_e\}$ تشکیل شده است، درواقع $\{\beta\} = \{\beta_0\} + \{\beta_e\}$ می‌باشد. شرایط سازگاری برحسب ترم‌هایی از تغییر شکل الاستیک $\{\beta_e\}$ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$[C]\{\beta_e\} = \{\delta R\} \quad (37-2)$$

$$\{\delta R\} = -[C]\{\beta_0\} \quad (38-2)$$

با جایگذاری رابطه (۲۷-۲) در (۳۷-۲) داریم:

$$[C][G]\{F\} = \{\delta R\} \quad (39-2)$$

ماتریس سازگاری $[C]$ مستطیلی با بعد $(r \times n)$ یک ماتریس تمام سطری از مرتبه r بوده که مستقل از پارامترهای طراحی سایز، خواص مصالح و بارهای خارجی است. حذف تغییرشکل از DDR، قابل برنامه نویسی توسط کامپیوتر بوده و به دو روش حذف مستقیم و حذف غیر مستقیم انجام می‌گردد.

۲-۲-۳-۱ روش حذف مستقیم

ماتریس سازگاری با حذف مستقیم جابجایی‌ها از روابط DDR بدست می‌آید. حذف مستقیم را می‌توان از روش تجزیه مقدار استاندارد^۱ (SVD) ماتریس تعادل بدست آورد [17,18]. جابجایی گره‌ای در ترم‌هایی از تغییرشکل بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\{U_e\} = [B][B]^T]^{-1} [B]\{\beta\} \quad (41-2)$$

$$\{U_e\} = [B]^T]^{pinv} \{\beta\} \quad (42-2)$$

ماتریس $[B]^T]^{pinv}$ بیانگر معکوس ماتریس مور-پنروز^۲ $[B]^T]$ می‌باشد. جایگذاری معادله (۴۲-۲) در (۲-۳۵) منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$\{\beta\} = [B]^T] [B]^T]^{pinv} \{\beta\} \quad (43-2)$$

$$[\Pi]\{\beta\} = 0 \quad (44-2)$$

$$[\Pi] = [I_{n \times n} - [B]^T] [B]^T]^{pinv}] \quad (45-2)$$

معادله سازگاری (۴۴-۲) شبیه معادله سازگاری (۳۶-۲) می‌باشد، اما مرتبه ماتریس $[\Pi]$ با بعد

^۱ - Standard Value Decomposition

^۲ - Moore-Penrose

($n \times n$) برابر Γ بوده به این معنی که سطرهای $[\Pi]$ وابسته به یکدیگر می‌باشند. جزئیات بیشتر در مورد روش SVD در پیوست بیان شده است [21]. با استفاده از روش SVD نسبت به $[\Pi]$ روابط زیر حاصل می‌شود:

$$[\Pi] = [R][\Sigma][\Gamma]^T \quad (46-2)$$

ماتریس‌های $[R]$ و $[\Gamma]$ با بعد $(n \times n)$ متعامد بوده و ماتریس $[\Sigma]$ معادل رابطه زیر می‌باشد:

$$[\Sigma] = \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (47-2)$$

$\Lambda = \text{diag} \{ \Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_r \}$ و $\Lambda_1 \geq \Lambda_2 \geq \dots \geq \Lambda_r \geq 0$ می‌باشد. رابطه (44-2) بصورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$[\Pi] = [R] \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48-2)$$

$$[C] = \Lambda [\Gamma_1 \Gamma_2 \dots \Gamma_i \dots \Gamma_r]^T \quad (49-2)$$

$[\Gamma_i]$ نشان دهنده i امین ستون از ماتریس $[\Gamma]$ می‌باشد. روش حذف مستقیم برای مسائل با اندازه نسبتاً کوچک مؤثر بوده اما برای مسائلی با اندازه‌های بزرگ هزینه زیادی در بردارد.

۲-۲-۳-۲ روش حذف غیر مستقیم

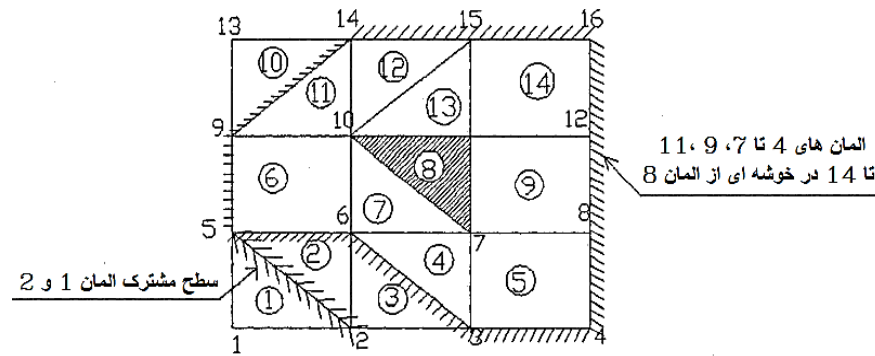
تولید ماتریس سازگاری به روش مستقیم توضیح داده شد. اما در سازه‌های با مقیاس بزرگ هزینه زیادی در بر می‌گیرد. روش حذف غیرمستقیم سیستماتیک‌تر و موثرتر بوده و برای مسائل با مقیاس بزرگ مناسب‌تر می‌باشد [10,11]. در این روش، شرایط سازگاری به سه دسته مشخص شرایط سازگاری سطح مشترک، شرایط سازگاری خوشه و شرایط سازگاری خارجی تقسیم می‌شوند.

در روش حذف غیرمستقیم ابتدا روابط DDR در مختصات محلی هر المان نوشته می‌شود سپس

با حذف جابجایی در روابط DDR شرایط سازگاری در مختصات محلی هر المان بدست می‌آید. این روند برای هر المان در مختصات محلی تا زمانی که تعداد مورد نیاز شرایط سازگاری بدست آید ادامه داده می‌شود. هر یک از شرایط سازگاری به طور جداگانه بدست آمده، سپس به منظور اقناع شرط سازگاری سازه، اسمبل (مونتاژ) می‌شوند. مفهوم فیزیکی هر یک از این شرایط سازگاری در بخش‌های بعدی بحث می‌شود.

۲-۲-۳-۳- شرط سازگاری سطح مشترک

سطح مشترک همان مرز مشترک بین دو المان می‌باشد. در شرط سازگاری سطح مشترک تغییر شکل دو المان مجاور در طول سطح مشترک بین آنها سازگار می‌باشد. به عنوان مثال ساختار یک مدل اجزاء محدود دوبعدی با المان‌های مستطیلی و مثلثی در شکل (۲-۱) نشان داده شده است. درجه آزادی المان‌های مثلثی و مستطیلی به ترتیب ۳ و ۵ می‌باشد. سازه دارای ۱۶ گره و در هر گره دو درجه آزادی جابجایی وجود دارد. خط واصل گره‌های ۲ و ۵ سطح مشترک بین المان‌های ۱ و ۲ می‌باشد، طبق تعریف شرط سازگاری سطح مشترک بایستی تغییر شکل در امتداد خط واصل المان‌های ۱ و ۲ در سطح مشترک سازگار باشد. تعداد شرایط سازگاری در سطح مشترک به نوع المان و تعداد آنها در سطح مشترک بستگی دارد. به عبارت دیگر، تعداد شرایط سازگاری در سطح مشترک المان‌های ۱ و ۲ با تعداد شرایط سازگاری سطح مشترک المان‌های ۲ و ۶ متفاوت می‌باشد. DDR هر سطح مشترک با استفاده از DDR مختصات کلی تولید می‌شود، سپس با حذف جابجایی در DDR، شرایط سازگاری تولید می‌شود. در هر گامی که شرط سازگاری تولید می‌شود تعداد DDR مختصات کلی سازه کاهش می‌یابد. در واقع پس از هر گام ماتریس سازگاری با m سطر و $n_1 = n - n_{c1}$ ستون (n_{c1} تعداد معادلات سازگاری مورد نیاز می‌باشد) ایجاد می‌شود.



شکل ۲-۱: شرایط سازگاری سطح مشترک و خوشه

۲-۲-۳-۴ - شرایط سازگاری خوشه

در مدل اجزاء محدود، خوشه به عنوان یک سری از المان‌های مجاور همدیگر تعریف شده است. سازگاری خوشه بدین صورت تعریف می‌شود که تغییر شکل تمامی المان‌ها در خوشه بایستی با یکدیگر سازگار باشند. بعنوان مثال در شکل (۲-۱)، المان‌های ۴ تا ۷، ۹ و ۱۱ تا ۱۴ یک خوشه برای المان ۸ را تشکیل می‌دهند. طبق تعریف شرط سازگاری خوشه تغییر شکل المان‌های موجود در خوشه المان ۸ با یکدیگر سازگار می‌باشند. روابط DDR خوشه المان ۸ از DDR مختصات کلی بدست آمده و پس از آن جابجایی‌ها از DDR به منظور ایجاد تغییر شکل حذف می‌شوند. در واقع DDR مختصات کلی پس از تولید هر شرط سازگاری با حذف تغییر شکلی که در سازگاری شرکت کرده بلافاصله به روز می‌شود. این روش برای هر المان تکرار شده و سازگاری برای هر خوشه تولید می‌شود. مشابه سازگاری سطح مشترک، تعداد شرایط سازگاری در خوشه بستگی به نوع المان و تعداد آنها دارد.

۲-۲-۳-۵ - شرط سازگاری خارجی

در مدل اجزاء محدود یک ساختار اگر تعداد قیدها بر روی مرز ساختار بیشتر از تعداد حالات لازم برای صلبیت سازه باشد سازه نامعین خارجی به شمار می‌آید. درجه نامعینی خارجی $[R_{ext}]$ سازه بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R_{ext} = T_S - T_R \quad (۵۰-۲)$$

T_S تعداد درجات آزادی جابجایی و T_R تعداد شرایط سازگاری مورد نیاز برای پایداری سینماتیکی سازه می‌باشد. یک قسمت از کل سازه که مقید بوده را بصورت جداگانه در نظر گرفته، سپس مشابه شرایط مرزی سطح مشترک و خوشه، سازگاری خارجی محاسبه می‌شود. برای کاهش زمان محاسبات ایجاد شرایط سازگاری، از مفهوم معینی گره استفاده می‌شود. اگر تعداد درجه آزادی جابجایی ND_i با تعداد مولفه‌های نیرو معرفی شده در معادلات تعادل هر گره NF_i برابر باشد، گره معین می‌باشد. ضریب معینی گره بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$NR_i = NF_i - ND_i \quad (۵۱-۲)$$

اگر گره‌ای معین باشد $NR_i = 0$ و نیروهای معرفی شده در گره براحتی محاسبه خواهند شد. که معادل با حذف سطر و ستون مورد نظر در DDR می‌باشد. در واقع گره معین می‌تواند تعدادی از DDR ها را کاهش دهد. اما تعدادی از شرایط سازگاری باقی مانده که کارایی محاسبات شرایط سازگاری را افزایش می‌دهد.

۲-۳- درونیابی میدان تنش

از آنجایی که درونیابی تنش‌ها در ماتریس‌های تعادل و نرمی المان ظاهر می‌شود، روابط بدست آوردن مناسب آنها جهت کسب نتایج دقیق، لازم می‌باشد. مفاهیم عمومی درونیابی تنش در ارتباط با کاربرد آنها در روش‌های ترکیبی^۱، توسط پاین^۲ و اسپلیکر^۳ بررسی شده است [22,23]. میدان‌های تنش بدون هیچ گونه وابستگی به شکل و تعداد درجات آزادی سینماتیک المان، درونیابی می‌شوند. پیشنهاد شده است که میدان تنش مفروض بایستی معادلات تعادل را اقلان کرده و وابسته به تبدیل مختصات نباشد. همچنین دارای مرتبه کامل چند جمله‌ای باشد. مطابق با روش‌های ترکیبی می‌بایست

^۱- Hybrid Method

^۲- Pian

^۳- Spilker

تعداد پارامترهای تنش بزرگتر یا مساوی تعداد درجات آزادی جابجایی المان منهای تعداد مدهای پیکره صلب المان باشد [22,23]. هرچند تعداد بیشماری میدان تنش قابل قبول می‌توان یافت که برخی اوقات منتج به ایجاد مدهای انرژی صفر^۱ در المان می‌شود و همچنین هزینه محاسبات را افزایش می‌دهد. لذا همواره تمایل به لحاظ تعداد پارامترهای تنش حداقل است.

در IFM اگر ماتریس تعادل المان دارای مرتبه کامل باشد، وضعیت انرژی صفر فقط در ارتباط با حالات پیکره صلب المان بوجود می‌آیند. بنابراین برای از بین بردن حالت انرژی صفر، باید میدان تنش طوری فرض شود که مرتبه ماتریس تعادل کامل باشد. معمولاً برای درونیابی تنش در IFM از تابع تنش ایری به عنوان چند جمله ای دارای درجه کامل استفاده می‌شود. تابع تنش بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\phi(x, y) = \sum_{j=0}^q C_j x^{q-j} y^j \quad (52-2)$$

که $C_j, j=1, \dots, q$ مقادیر ثابت بوده و x و y محورهای مختصات می‌باشند. تنش‌ها با مشتق‌گیری مناسب از تابع تنش ایری بدست می‌آیند. تنش‌های عمودی درجهت محور مختصات x و y و تنش برشی بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \sum_{j=0}^{q-2} C_{j+2} (j+1)(j+2) x^{q-2-j} y^j \quad (53-2)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \sum_{j=0}^{q-2} C_j (q-j)(q-j-1) x^{q-2-j} y^j \quad (54-2)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial \phi}{\partial y \partial x} = -\sum_{j=0}^{q-2} C_j (j+1)(q-j-1) x^{q-2-j} y^j \quad (55-2)$$

^۱-Zero Energy Modes

تنش‌ها بر حسب ثابت های C_j درونیایی می‌شوند، سپس این ثابت ها بر حسب نیروهای مستقل $\{F\}$ بیان می‌شوند. برای مثال با در نظر گرفتن $q=3$ در معادله (۵۲-۲) تابع تنش ایری بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\phi(x, y) = C_0 x^3 + C_1 x^2 y + C_2 x y^2 + C_3 y^3 \quad (۵۶-۲)$$

تنش‌های بدست آمده از معادلات (۵۳-۲)، (۵۴-۲) و (۵۵-۲) بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$\sigma_x = 6C_3 y + 2C_2 x \quad (۵۷-۲)$$

$$\sigma_y = 6C_0 x + 2C_1 y \quad (۵۸-۲)$$

$$\tau_{xy} = -2C_1 x - 2C_2 y \quad (۵۹-۲)$$

ثابت های تنش های بدست آمده در روابط بالا بر حسب نیروهای مستقل بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$6C_3 = F_1, 2C_2 = F_2, 6C_0 = F_3, 2C_1 = F_4 \quad (۶۰-۲)$$

تنش‌های σ_x ، σ_y و τ_{xy} با جایگذاری ثابت‌ها بر حسب نیروهای مستقل بصورت زیر بازنویسی می‌شوند:

$$\sigma_x = F_1 y + F_2 x \quad (۶۱-۲)$$

$$\sigma_y = F_3 x + F_4 y \quad (۶۲-۲)$$

$$\tau_{xy} = -F_4 x - F_2 y \quad (۶۳-۲)$$

بنابراین میدان تنش بر حسب عبارت‌هایی از چهار نیروی مستقل F_1 ، F_2 ، F_3 و F_4 درونیایی

می‌شود. در واقع به ازای هر مقدار q به تعداد $q+1$ نیروی مستقل بدست می‌آید. برای بدست آوردن

تنش با دقت بیشتر، می‌توان از چند جمله ای با مرتبه بالاتر استفاده نمود. میدان تنش حاصل از روش

تقریبی بالا، معادلات تعادل را در هر نقطه از المان اقتناع می‌کند و ماتریس حاصل برای المان، مستقل از تبدیل مختصات می‌باشد. همان گونه که اشاره شد همواره سعی بر آن است که با حفظ خواص مناسب ماتریس‌های المان، تعداد نیروهای مستقل در میدان تنش مفروض کاهش یابد. پاتنیک اعمال شرایط سازگاری بر روی میدان تنش، جهت کاهش تعداد نیروهای مجهول را بصورت زیر پیشنهاد می‌کند [19]:

$$\nabla^2(\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad (۶۴-۲)$$

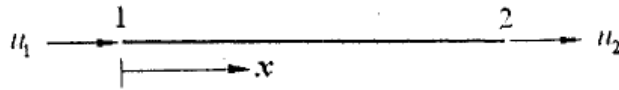
به این ترتیب تعداد نیروهای مستقل مورد نیاز برای درونیابی تنش با استفاده از معادله (۶۴-۲) کاهش می‌یابد. همچنین زمان محاسبات آنالیز نیز کاهش می‌یابد.

۲-۴- روابط اجزاء محدود IFM

میدان تنش و جابجایی هر المان به منظور تولید ماتریس‌های مورد نیاز المان درونیابی می‌شوند. این تقریب‌ها به طور مستقل انجام می‌شود. مولفه‌های جابجایی المان، بطور تقریبی در ترم‌هایی از جابجایی گرهی بدست می‌آید. درحالی که مولفه‌های تانسور تنش بر حسب مجموعه‌ای از نیروهای مستقل تقریب زده می‌شود. ماتریس‌های تعادل و نرمی پس از درونیابی تنش و جابجایی برحسب نیروهای مستقل تولید می‌شوند. پس از محاسبه نیروهای مستقل با استفاده از روابط IFM، تنش‌ها و جابجایی‌های هر المان برحسب نیروهای مستقل محاسبه می‌شود [20].

۲-۴-۱- المان خرپایی

در این بخش روابط اجزاء محدود المان خرپایی بر اساس روش IFM شرح داده شده است. به این منظور مطابق شکل (۲-۲) برای هر گره یک درجه آزادی جابجایی در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۲-۲: المان خربایی دو گرهی

چند جمله ای مورد نیاز برای محاسبه جابجایی در ترم هایی از جابجایی های هر گره بصورت زیر فرض می شود:

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 \quad (۶۵-۲)$$

$$N_1 = 1 - \frac{x}{L}, N_2 = \frac{x}{L} \quad (۶۶-۲)$$

با جایگذاری رابطه (۶۵-۲) در (۱۲-۲) ماتریس جابجایی-کرنش حاصل می شود:

$$Z = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (۶۷-۲)$$

میدان تنش المان برحسب نیروهای مستقل بدست آمده بصورت زیر بیان می شود:

$$\sigma_x = \frac{F_1}{A} \quad (۶۸-۲)$$

F_1 نیروی داخلی وارد بر سطح مقطع A در جهت محور x میله و σ_x تنش حاصل از نیروی داخلی F_1 می باشد. با استفاده از روابط (۹-۲) و (۶۸-۲) ماتریس درونیاب تنش بصورت زیر بدست می آید:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{1}{A} \end{bmatrix} \quad (۶۹-۲)$$

با جایگذاری روابط (۶۷-۲) و (۶۹-۲) در رابطه (۲۱-۲) ماتریس تعادل بدست می آید:

$$[B_e]_T = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۷۰-۲)$$

علاوه بر روابط گفته شده برای محاسبه ماتریس تعادل در سازه های خربایی ماتریس تعادل به راحتی با

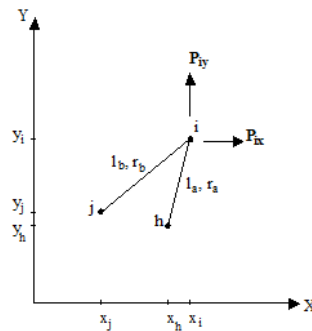
استفاده از مختصات گرهی نقاط نیز محاسبه می‌شود. بعنوان مثال مطابق شکل زیر سه معادله تعادل برای گره غیر تکیه گاهی فعال i در یک خرپای فضایی که توسط میله های a و b به دو گره h و j متصل است، بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\left[\frac{(x_i - x_h)}{l_a} \right] r_a + \left[\frac{(x_i - x_j)}{l_b} \right] r_b = P_{ix}$$

$$\left[\frac{(y_i - y_h)}{l_a} \right] r_a + \left[\frac{(y_i - y_j)}{l_b} \right] r_b = P_{iy} \quad (۷۱-۲)$$

$$\left[\frac{(z_i - z_h)}{l_a} \right] r_a + \left[\frac{(z_i - z_j)}{l_b} \right] r_b = P_{iz}$$

در روابط فوق (x_i, y_i, z_i) مختصات کارتیزین گره i در محل ابتدایی آن و P_{ix}, P_{iy}, P_{iz} مولفه های نیروی خارجی موثر بر گره i در جهات محورهای اصلی مختصات می‌باشد. l_a, l_b, r_a, r_b به ترتیب طولها و نیروهای داخلی (با علامت مثبت کششی) میله های a و b می‌باشند. نحوه قرارگیری عناصر رابطه (۷۱-۲) مربوط به گره i در فرم ماتریسی در رابطه (۷۲-۲) نشان داده شده است.



شکل ۲-۳: یک گره غیر تکیه گاهی

$$n = 3j - k \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \dots & (x_i - x_h) / l_a & \dots & (x_i - x_j) / l_b & \dots \\ \dots & (y_i - y_h) / l_a & \dots & (y_i - y_j) / l_b & \dots \\ \dots & (z_i - z_h) / l_a & \dots & (z_i - z_j) / l_b & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}}_m \right\} \begin{bmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_a \\ \vdots \\ r_b \\ \vdots \\ r_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ P_{ix} \\ P_{iy} \\ P_{iz} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (72-2)$$

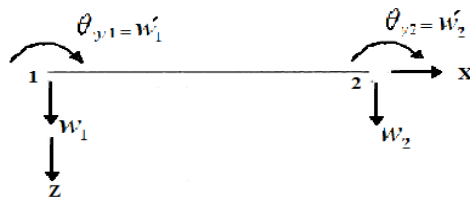
ماتریس نرمی با جایگذاری رابطه (۶۹-۲) و $D = \left[\frac{1}{E} \right]$ در معادله (۲۸-۲) بدست می‌آید:

$$[G_e]_T = \left[\frac{L}{AE} \right] \quad (73-2)$$

به دلیل اینکه المان خرپا تنها یک درجه آزادی جابجایی دارد لذا ماتریس نرمی دارای بعد (1×1) می‌باشد. توضیحات تکمیلی روابط IFM و چگونگی تحلیل سازه های میله ای (خرپاها) در فصل چهارم شرح داده شده است.

۲-۴-۲- المان تیر

مطابق شکل (۴-۲) برای کسب روابط اجزاء محدود المان تیر بر اساس روش IFM، در هر گره یک درجه آزادی جابجایی عرضی و یک درجه آزادی دورانی در نظر گرفته شده است. جابجایی عرضی و جابجایی دورانی المان با استفاده از روابط کروشه‌ف در نظر گرفته می‌شوند.



شکل ۴-۲: المان تیر دو گرهی

جابجایی عرضی هر گره برحسب w_1, w_2 و جابجایی دورانی برحسب θ_{y1} و θ_{y2} بصورت زیر درونیایی می‌شوند:

$$w = N_1 w_1 + N_2 \theta_{y1} + N_3 w_2 + N_4 \theta_{y2} \quad (74-2)$$

$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}, N_2 = x - \frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (75-2)$$

$$N_3 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}, N_4 = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$

با استفاده از روابط (۱۲-۲)، (۷۴-۲) و (۷۵-۲) ماتریس SDR بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$[Z] = z \begin{bmatrix} -\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} & -\frac{4}{L} + \frac{6x}{L^2} & \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} & -\frac{2}{L} + \frac{6x}{L^2} \end{bmatrix} \quad (76-2)$$

z فاصله عرضی از محور مختصات المان تیر می‌باشد. میدان لنگر بصورت خطی در طول محور x بصورت

زیر درونیابی می‌شود:

$$M_y = F_1 + F_2 x \quad (77-2)$$

M_y میدان لنگر حول محور y می‌باشد. F_1 و F_2 مستقل از درجات آزادی نیرو بوده و تنش بوجود آمده

در المان برحسب لنگر M_y بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sigma_x = \frac{12z}{t^3} M_y \quad (78-2)$$

بطور مشابه ماتریس درونیاب تنش بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$[Y] = \frac{12z}{t^3} [1 \quad x] \quad (79-2)$$

t ارتفاع تیر می‌باشد. با جایگذاری روابط (۷۶-۲) و (۷۹-۲) در رابطه (۲۱-۲) ماتریس تعادل بدست

می‌آید:

$$[B_e]_B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & L \end{bmatrix} \quad (80-2)$$

بطور مشابه ماتریس نرمی با جایگذاری روابط (۲-۷۹) و $D = \left[\frac{1}{E} \right]$ در معادله (۲-۲۸) بصورت زیر

بدست می‌آید:

$$[G_e]_B = \begin{bmatrix} \frac{L}{I} & \frac{L^2}{2I} \\ \frac{L^2}{2I} & \frac{L^3}{3I} \end{bmatrix} \quad (۲-۸۱)$$

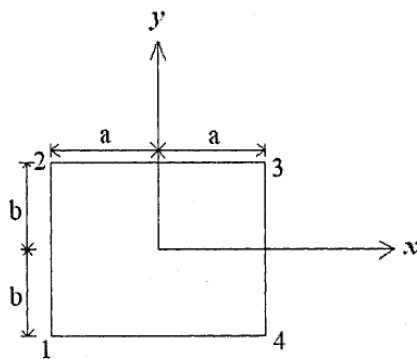
بایستی توجه شود که I ممان اینرسی حول محور Y و L طول المان می‌باشد.

۲-۴-۳- المان غشایی^۱ مستطیلی ۴ گرهی

المان غشایی مستطیلی ۴ گرهی، المان بنیادی برای آنالیز اجزاء محدود می‌باشد. این المان دارای

چهار گره و در هر گره دو درجه آزادی جابجایی، در مجموع دارای هشت درجه آزادی جابجایی است.

ابعاد المان و نامگذاری گره‌ها در شکل (۲-۵) نشان داده شده است.



شکل ۲-۵: المان غشایی مستطیلی ۴ گرهی

میدان جابجایی در ترم‌هایی از جابجایی گرهی بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \quad (۲-۸۲)$$

$$v = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \quad (۲-۸۳)$$

^۱ -Membrane Element

u_i و v_i به ترتیب جابجایی گرهی در جهت افقی و عمودی در آیین گره می‌باشند. توابع درونیاب بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4ab}(a-x)(b-y), N_2 = \frac{1}{4ab}(a-x)(b+y) \\ N_3 &= \frac{1}{4ab}(a+x)(b+y), N_4 = \frac{1}{4ab}(a+x)(b-y) \end{aligned} \quad (۸۴-۲)$$

میدان کرنش المان با استفاده از رابطه بین کرنش و جابجایی بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix} = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} -(b-y) & 0 & -(b+y) & 0 & (b+y) & 0 & (b-y) & 0 \\ 0 & -(a-x) & 0 & (a-x) & 0 & (a+x) & 0 & -(a+x) \\ -(a-y) & -(b-y) & (a-x) & -(b-y) & (a+x) & (b+y) & -(a+y) & (b-y) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{pmatrix} \quad (۸۵-۳)$$

با استفاده از روابط (۲-۱۲) و (۲-۸۵) ماتریس درونیاب کرنش-جابجایی بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$[Z] = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} -(b-y) & 0 & -(b+y) & 0 & (b+y) & 0 & (b-y) & 0 \\ 0 & -(a-x) & 0 & (a-x) & 0 & (a+x) & 0 & -(a+x) \\ -(a-y) & -(b-y) & (a-x) & -(b-y) & (a+x) & (b+y) & -(a+y) & (b-y) \end{bmatrix} \quad (۸۶-۲)$$

بدلیل اینکه تعداد درجه آزادی جابجایی هر المان هشت و تعداد حالات صلب المان سه بوده، لذا حداقل پنج نیروی مستقل به منظور درونیابی تنش و مرتبه درست ماتریس تعادل نیاز می‌باشد. هرچند برای تقریب بهتر از درونیابی میدان تنش با مرتبه بالاتر، بیش از پنج نیروی مستقل استفاده می‌شود. ماتریس تعادل کل سازه از اسمبل کردن (مونتاژ) ماتریس‌های تعادل المان‌ها بدست آمده و روند اسمبل کردن مشابه روش DM می‌باشد. تنش‌های σ_x و σ_y بصورت خطی درونیابی می‌شوند و برای درونیابی تنش برشی τ_{xy} از مقدار ثابت استفاده می‌شود. در نهایت درونیابی میدان‌های تنش بصورت زیر انجام می‌گردد:

$$\sigma_x = F_1 + F_4 y \quad (87-2)$$

$$\sigma_y = F_2 + F_5 x \quad (88-2)$$

$$\tau_{xy} = F_3 \quad (89-2)$$

بطور مشابه ماتریس درونیاب تنش بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$[Y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (90-2)$$

با استفاده از معادله (21-2)، ماتریس تعادل المان غشایی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$[B_e]_M = \int_{-a}^a \int_{-b}^b [Z][Y] t dy dx \quad (91-2)$$

t ضخامت المان می‌باشد. با جایگذاری معادله (2-86) و (2-90) در (2-91) ماتریس تعادل بصورت

زیر حاصل می‌شود:

$$[B_e]_M = \begin{bmatrix} -b & 0 & -a & \frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & -a & -b & 0 & \frac{a^2}{3} \\ -b & 0 & a & -\frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & a & -b & 0 & -\frac{a^2}{3} \\ b & 0 & a & \frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & a & b & 0 & \frac{a^2}{3} \\ b & 0 & -a & -\frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & -a & b & 0 & -\frac{a^2}{3} \end{bmatrix} \quad (92-2)$$

$[D]$ ماتریس حاکم بر مشخصات مکانیکی مصالح برای المان های صفحه ای بصورت زیر تعریف می‌شود:

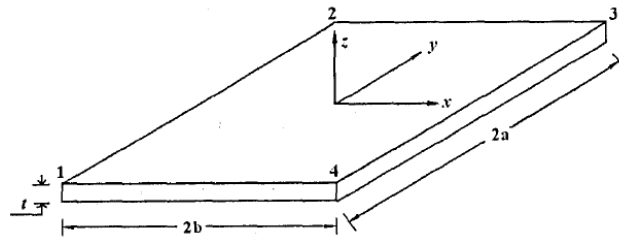
$$[D] = \frac{1}{Et} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (93-2)$$

با جایگذاری رابطه (۲-۹۰) و (۲-۹۳) در (۲-۲۸) ماتریس نرمی بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$[G_e]_M = \left(\frac{4ab}{tE} \right) \times \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a^2}{3} \end{bmatrix} \quad (94-2)$$

۲-۴-۴- خمش المان چهار گرهی مستطیلی کروشهف

المان چهار گرهی مستطیلی کروشهف، المان بنیادی برای آنالیز اجزاء محدود می‌باشد. این المان دارای چهار گره و هر گره دارای سه درجه آزادی جابجایی شامل جابجایی عرضی و چرخش حول محور x و y می‌باشد. فرضیات کروشهف برای صفحه‌های نازک بدین صورت می‌باشد که مقاطع صفحه‌ای پس از خمش بصورت صفحه باقی مانده و از اثر تنش‌های برشی صرف نظر می‌شود. ابعاد المان و نامگذاری گره‌ها در شکل (۲-۶) نشان داده شده است.



شکل ۲-۶: المان چهار گرهی مستطیلی کروشهف

میدان جابجایی در ترم‌هایی از جابجایی گرهی با استفاده از چند جمله‌ای هرمیت درونیابی شده است. تغییرشکل عرضی المان بصورت زیر درونیابی می‌شود:

$$\begin{aligned}
w &= H_{01}(x)H_{01}(y)w_1 + H_{01}(x)H_{11}(y)\theta_{x1} + H_{11}(x)H_{01}(y)\theta_{y1} \\
&H_{01}(x)H_{02}(y)w_2 + H_{01}(x)H_{12}(y)\theta_{x2} + H_{11}(x)H_{02}(y)\theta_{y2} \\
&H_{02}(x)H_{02}(y)w_3 + H_{02}(x)H_{12}(y)\theta_{x3} + H_{12}(x)H_{02}(y)\theta_{y3} \\
&H_{02}(x)H_{01}(y)w_4 + H_{02}(x)H_{11}(y)\theta_{x4} + H_{12}(x)H_{01}(y)\theta_{y4}
\end{aligned} \tag{۹۵-۲}$$

$$H_{01}(x) = \frac{x^3 - 3a^2x + 2a^3}{4a^3}, H_{02}(x) = -\frac{x^3 - 3a^2x + 2a^3}{4a^3} \tag{۹۶-۲}$$

$$H_{11}(x) = \frac{x^3 - ax^2 + ax^2 + a^3}{4a^2}, H_{12}(x) = -\frac{x^3 + ax^2 - a^2x - a^3}{4a^2}$$

در رابطه (۹۵-۲) مقادیر $H_{01}(y), H_{11}(y), \dots, H_{12}(y)$ با جایگذاری b و y بجای a و x در رابطه (۹۶-۲) بدست می‌آیند. میدان کرنش المان با استفاده از روابط SDR بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} = -z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 x} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial^2 y} \\ \frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \tag{۹۷-۲}$$

z فاصله عرضی از محور مرکزی می‌باشد. ماتریس درونیاب کرنش $[Z]$ از مشتق‌گیری بسته و یا عددی از معادله (۹۷-۲) بدست می‌آید. بطور مشابه میدان لنگر المان در ترم‌هایی از نیروهای مستقل درونیابی می‌شود. سپس تنش‌ها با استفاده از روابط لنگر-تنش^۱ (MSR) درونیابی می‌شوند. این المان دارای دوازده درجه آزادی جابجایی و سه حالت حرکت جسم صلب است، بنابراین میدان ممان برحسب ترم‌هایی از ۹ نیرو مستقل بصورت زیر درونیابی می‌شود:

$$M_x = F_1 + F_2x + F_3y + F_4xy$$

$$M_y = F_5 + F_6x + F_7y + F_8xy \tag{۹۸-۲}$$

$$M_{xy} = F_9$$

^۱ - Moment-Stress Relation

تغییرات لنگر بصورت خطی بوده اما تغییرات لنگر پیچشی ثابت می‌باشد. درونیایی تنش با استفاده از

روابط MSR بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{12z}{t^3} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (99-2)$$

t ضخامت المان می‌باشد. حال با استفاده از روابط (۲-۱۲)، (۲-۹۸) و (۲-۹۹) ماتریس درونیاب تنش

بصورت زیر بدست می‌آید:

$$[Y] = \frac{12z}{t^3} \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (100-2)$$

ماتریس نرمی نیز با جایگذاری معادله (۲-۱۰۰) و (۲-۹۳) در معادله (۲-۲۸) بصورت زیر حاصل می‌شود:

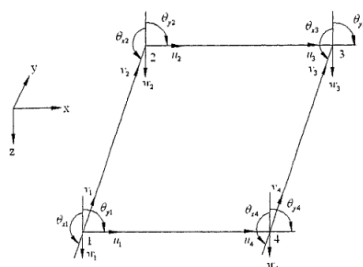
$$[G_\epsilon]_p = \frac{48ab}{Et^3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2}{3} & 0 & 0 & 0 & -\nu \frac{a^2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & 0 & 0 & -\nu \frac{b^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{a^2 b^2}{9} & 0 & 0 & 0 & -\nu \frac{a^2 b^2}{9} & 0 \\ \nu & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \frac{a^2}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{a^2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \frac{b^2}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\nu \frac{a^2 b^2}{9} & 0 & 0 & 0 & \frac{a^2 b^2}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (101-2)$$

ماتریس تعادل از معادله (۲-۲۱) بدست می‌آید:

$$[B_e]_p = \begin{bmatrix} 0 & b & 0 & -\frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & a & -\frac{2a^2}{5} & -2 \\ 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & -\frac{b^3}{15} & -a & \frac{2a^2}{5} & ab & -\frac{2a^2b}{5} & 0 \\ -b & ab & \frac{2b^2}{5} & -\frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & \frac{a^2}{3} & -\frac{a^3}{15} & 0 \\ 0 & b & 0 & \frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & -a & \frac{2a^2}{5} & 2 \\ 0 & -\frac{b^2}{3} & 0 & \frac{b^3}{15} & a & -\frac{2b^2}{5} & ab & -\frac{2a^2b}{15} & 0 \\ -b & ab & -\frac{2b^2}{5} & \frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & -\frac{a^2}{3} & \frac{a^3}{15} & 0 \\ 0 & -b & 0 & -\frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & -a & -\frac{2a^2}{5} & -2 \\ 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & \frac{b^3}{15} & a & \frac{2a^2}{5} & ab & \frac{2a^2b}{5} & 0 \\ b & ab & \frac{2b^2}{5} & \frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & \frac{a^2}{3} & \frac{a^3}{15} & 0 \\ 0 & -b & 0 & \frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & a & \frac{2a^2}{5} & 2 \\ 0 & -\frac{b^3}{3} & 0 & \frac{b^3}{15} & -a & -\frac{2a^2}{5} & ab & \frac{2a^2b}{5} & 0 \\ b & ab & -\frac{2b^2}{5} & -\frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & -\frac{a^2}{3} & -\frac{a^3}{15} & 0 \end{bmatrix} \quad (102-2)$$

۲-۴-۵- المان پوسته ای^۱

المان چهار گرهی مستطیلی پوسته ای، المان بنیادی برای آنالیز اجزاء محدود می باشد. این المان دارای چهار گره و هر گره دارای سه درجه آزادی جابجایی در جهت محورهای x ، y ، z و دو درجه آزادی دورانی حول محور x و y می باشد. ابعاد المان و نامگذاری گره ها در شکل (۷-۲) نشان داده شده است.



شکل ۷-۲: خمش المان چهار گرهی پوسته ای

^۱ - Shell Element

ماتریس تعادل المان پوسته ای از ادغام ماتریس تعادل المان غشایی و المان خمشی چهار گرهی مستطیلی بصورت زیر حاصل می شود.

$$[B^e]_{shell} = \begin{bmatrix} -b & 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a & \frac{a^2}{3} & 0 & 0 & -b \\ 0 & b & 0 & -\frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & a & -\frac{2a^2}{5} & -2 \\ 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & -\frac{b^3}{15} & -a & \frac{2a^2}{5} & ab & -\frac{2a^2b}{5} & 0 \\ -b & ab & \frac{2b^2}{5} & -\frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & \frac{a^2}{3} & -\frac{a^3}{15} & 0 \\ -b & 0 & -\frac{b^2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & -\frac{a^2}{3} & 0 & 0 & -b \\ 0 & b & 0 & \frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & -a & \frac{2a^2}{5} & 2 \\ 0 & -\frac{b^2}{3} & 0 & -\frac{b^3}{15} & 0 & -\frac{2a^2}{5} & ab & -\frac{2a^2b}{5} & 0 \\ -b & ab & -\frac{2b^2}{5} & \frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & -\frac{a^2}{3} & \frac{a^3}{15} & 0 \\ b & 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & \frac{a^2}{3} & 0 & 0 & b \\ 0 & -b & 0 & -\frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & -a & -\frac{2a^2}{5} & -2 \\ 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & \frac{b^3}{15} & a & \frac{2a^2}{5} & ab & \frac{2a^2b}{5} & 0 \\ b & ab & \frac{2b^2}{5} & \frac{2a^2b}{5} & 0 & 0 & \frac{a^2}{3} & \frac{a^3}{15} & 0 \\ b & 0 & -\frac{b^2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a & -\frac{a^2}{3} & 0 & 0 & b \\ 0 & -b & 0 & \frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & a & \frac{2a^2}{5} & 2 \\ 0 & -\frac{b^2}{3} & 0 & \frac{b^3}{15} & -a & -\frac{2a^2}{5} & ab & \frac{2a^2b}{5} & 0 \\ b & ab & -\frac{2b^2}{5} & -\frac{2a^2b}{5} & 0 & 0 & -\frac{a^2}{3} & -\frac{a^3}{15} & 0 \end{bmatrix} \quad (103-2)$$

۲-۴-۶- مقطع تی شکل دال

ماتریس تعادل مقطع تی شکل دال از ادغام ماتریس تعادل المان های تیر و المان خمشی مستطیلی چهار گرهی حاصل می شود. بدین صورت که فرض می شود که رفتار مقطع تی شکل بصورت ترکیبی از رفتار المان خمشی چهار گرهی مستطیلی و تیر می باشد. لذا این المان دارای چهار گره و در هر گره دو درجه آزادی دورانی حول محورهای x ، y و یک درجه آزادی جابجایی عرضی در راستای

محور z است.

۲-۵- روش مجتمع نیروها در مقایسه با روش سختی

اخیراً روش‌های نرمی بعنوان روش‌هایی جایگزین برای DM مورد مطالعه قرار گرفته است [7]. از سوی دیگر DM بدلیل انطباق با برنامه نویسی کامپیوتری، روشی مناسب برای مکانیک سازه‌ها می‌باشد. برنامه‌های اجزاء محدود زیادی به روش DM برای کاربردهای مختلف موجود است. نتایج جابجایی و بسامد^۱ بدست آمده از DM قابل قبول هستند اما محاسبه تنش از DM گاهاً دقیق نیست. تنش عامل اساسی بسیاری از مدهای گسیختگی^۲ می‌باشد. حتی اگر همگرایی در حداکثر جابجایی حاصل شود لزوماً تنش بدست آمده در روش DM از دقت بالایی برخوردار نیست. بطور معمول برای بدست آوردن تنش‌های دقیق‌تر از روش DM، به تراکم مش بالا و اندازه مش کوچک نیاز می‌باشد. در روش DM معادلات سازگاری با پیوستگی جابجایی‌ها برقرار می‌شود. بطور کلی تنش‌هایی که از روش DM در طول مرزهای سطح مشترک المان‌ها بدست می‌آیند شرایط سازگاری را اقلان نمی‌نمایند. محققان با انجام تحقیقات و مطالعات این نقص را تا حدودی بهبود داده‌اند و فرمولبندی جدیدی براساس روش DM با نام روش تنش مرکب^۳ ابداع کرده‌اند که برای محاسبه تنش از دقت خوبی برخوردار است [20]. با این حال، روش IFM با استفاده از تکنیک‌های روش نرمی، فرمولبندی مناسب‌تری را نسبت به روش DM ارائه می‌دهد. روش IFM یک روش مناسب برای به اجرا درآوردن قیدها در مدل اجزاء محدود پیوسته است، یعنی کرنش سازگاری در مرزهای بین المان‌ها فراهم می‌شود. معادله عمومی روش IFM برای اعمال همزمان شرایط تعادل و سازگاری بصورت زیر بیان می‌شود:

^۱ -Frequency

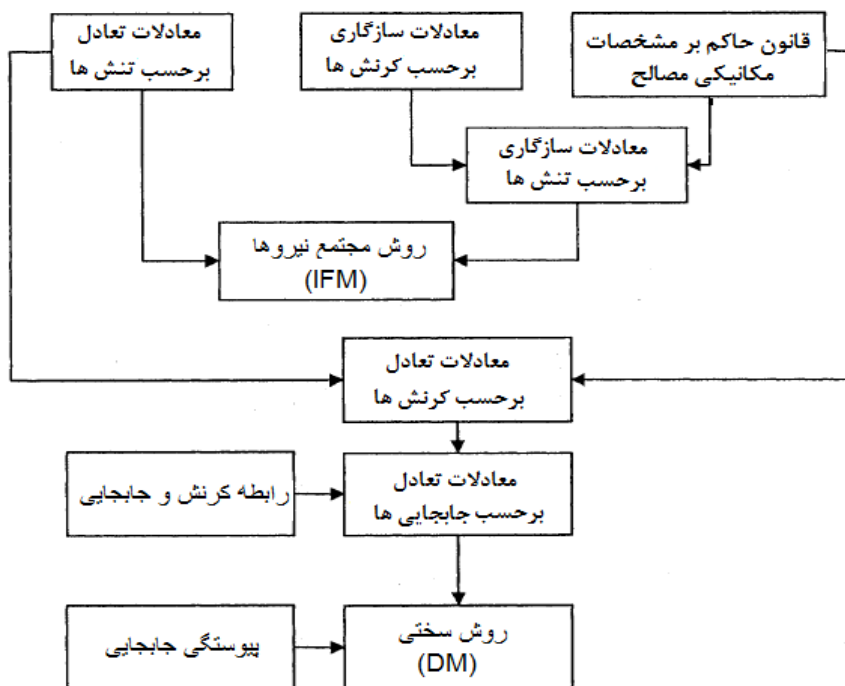
^۲ -Forms of failure

^۳ -Hybrid stress method

$$\left\{ \frac{\text{معادلات تعادل}}{\text{شرایط سازگاری}} \right\} \{ \text{تنش} \} = \left\{ \frac{\text{بارگذاری مکانیکی}}{\text{تغییر شکل اولیه}} \right\} \quad (۱۰۴-۲)$$

معادلات تعادل، تعادل نیروهای داخلی و بارگذاری مکانیکی را بیان می‌کند. رابطه (۱۰۴-۲) برای محاسبه تنش کافی بوده و جابجایی را نیز می‌توان از تنش‌های بدست آمده محاسبه نمود.

شکل (۸-۲) مقایسه اساس فرمولبندی روش IFM و روش DM را نشان می‌دهد. یکی دیگر از مزایای روش IFM نسبت به روش DM این است که در فرمولبندی به روش DM شرایط سازگاری کرنش وجود ندارد و تنها پیوستگی جابجایی‌ها تامین می‌شود. در روش IFM معادلات تعادل مستقل از مشخصه‌های مواد و پارامترهای طراحی بوده و تنها ماتریس نرمی در شرایط سازگاری به متغیرهای طراحی وابسته می‌باشد.



شکل ۸-۲: اساس معادلات روش مجتمع نیروها و روش سختی

علاوه بر این بردار بار در روش IFM مستقل از مشخصه‌های مواد و پارامترهای طراحی می‌باشد. بردار بار در سمت راست فرمولبندی روش سختی شامل دو قسمت بردار بارگذاری مکانیکی و بردار بار

معادل گرهی بوده که وابسته به متغیرهای طراحی و بارگذاری مکانیکی سازه می‌باشد. در روش DM بارهای معادل حتی برای تغییر شکل اولیه سازگار که تنش در سیستم القا نمی‌کنند، غیر صفر هستند و مقدار دارند. برای محاسبه تنش در روش IFM، به دلیل اینکه تنش به طور مستقیم بدست می‌آید و نیاز به یک سری محاسبات بازگشت و جایگذاری محاسبات ندارد، نسبت به روش DM بسیار کارآمدتر می‌باشد (لزومی به تبدیل از سیستم محلی به کلی برای محاسبه جابجایی و سپس از سیستم کلی به محلی برای محاسبه نیروها نیست). یکی دیگر از مزیت های روش IFM این است که نسبت به انتخاب میدان تنش حساس نمی‌باشد در صورتی که روش DM نسبت به انتخاب میدان جابجایی حساس می‌باشد [7].

۲-۶- روابط دوگانه روش IFM (DIFM)

همانطور که قبلا ذکر شد فرمولبندی روش سختی را می‌توان از روابط IFM استخراج نمود. فرمول اولیه روابط DM برای محاسبه نیروها بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$[K]\{U_e\} = \{P\} + \{P\}^* \quad (۱۰۵-۳)$$

$\{P\}$ بردار بار ناشی از بارگذاری خارجی، $\{P\}^*$ بردار بار ناشی از نقص اولیه سازه، K ماتریس سختی اسمبل شده کل سازه و $\{U_e\}$ بردار جابجایی گرهی می‌باشد. رابطه (۲-۷) بصورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\{U_e\} = [j]\{[G]\{F\} + \{\beta\}_0\} \quad (۱۰۶-۲)$$

با جایگذاری رابطه (۲-۲۷) در (۲-۳۵) داریم:

$$\{F\} = [G]^{-1}[B]^T \{U_e\} \quad (۱۰۷-۲)$$

جایگذاری رابطه (۲-۱۰۶) در رابطه (۲-۴) رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$[B][G]^{-1}[B]^T\{X\} = \{P\} \quad (108-3)$$

با مقایسه رابطه (108-3) و (105-3) ماتریس سختی با استفاده از روابط IFM نوشته می‌شود:

$$[K] = [B][G]^{-1}[B]^T \quad (109-2)$$

همانطور که در رابطه بالا مشاهده می‌شود ماتریس سختی $[K]$ با استفاده از روابط IFM بازنویسی شد. عکس این قضیه امکان پذیر نمی‌باشد و روابط IFM را نمی‌توان از معادلات DM بدست آورد. دقت تنش و جابجایی بدست آمده از فرمولبندی روش DIFM به اندازه IFM می‌باشد [9,27].

روش آنالیز DIFM در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته و طبق نتایج بدست آمده از مقالات بررسی شده در مرجع [9,27] مشاهده می‌شود که:

۱. در آنالیز سازه به روش DIFM نسبت به روش DM با تعداد المان کمتر دقت بیشتری نسبت به روش DM مشاهده گردیده است.
۲. با بررسی نتایج بدست آمده از یک تیر طره مشاهده شده است که دقت جابجایی بدست آمده از روش DM بهتر از DIFM بوده اما برخلاف جابجایی‌ها، دقت تنش بدست آمده از روش DIFM بیشتر از DM می‌باشد که این تفاوت ناشی از فرمولبندی اولیه این روش‌ها است. لذا نمی‌توان با کفایت به مقدار جابجایی‌های بدست آمده قضاوت نمود و بایستی علاوه بر مقدار جابجایی‌ها دقت تنش (که تعیین کننده حالت‌های گسیختگی یک سازه می‌باشد) بررسی شود.

فصل سوم:

بهبينه يابى با الگوريتم ژنتيك

الگوریتم ژنتیک^۱ یکی از زیر مجموعه های الگوریتم های تکاملی^۲ است که رابطه مستقیمی با مبحث هوش مصنوعی دارد. الگوریتم ژنتیک، یک روش جستجوی مؤثر در فضاهاى طراحی بسیار وسیع است که در نهایت منجر به جهت گیری به سمت یافتن یک جواب بهینه می گردد.

الگوریتم های ژنتیک را می توان یک روش جستجوی کلی نامید، که از قوانین تکامل بیولوژیکی طبیعی تقلید می کند. الگوریتم های ژنتیک تفاوت های زیادی با روش های بهینه سازی قدیمی دارند. در این الگوریتم ها باید فضای طراحی به فضای ژنتیک^۳ تبدیل شود؛ لذا می بایست متغیرهای طراحی بصورت کد مطرح گردند، تا بیانگر طرح مورد نظر در فضای طراحی و فضای ژنتیک باشند.

تفاوت اصلی الگوریتم ژنتیک با روش های قدیمی در آن است که GA در یک لحظه خاص با مجموعه ای از نقاط کار می کند، در حالیکه روش های قدیمی بهینه سازی تنها برای یک نقطه خاص عمل می نمایند. به عبارت دیگر، GA در هر تکرار یا نسل سازی، مجموعه ای از طرح های ممکن را مورد پردازش قرار می دهد. در نگاه اول ممکن است به نظر برسد که این پردازش، یک جستجوی تصادفی^۴ است. در حالیکه با نگاهی عمیق می توان مشاهده نمود که GA، یک جستجوی تصادفی هدایت شده در راستای طرح بهینه است.

۳-۲- تاریخچه الگوریتم های ژنتیک

ایده اصلی الگوریتم های تکاملی در سال ۱۹۶۰ توسط ریچنبرگ^۵ مطرح شد که تحقیق وی در

۱. Genetic Algorithm (GA)

۲. Evolutionary Algorithm

۳. Genetic Space

۴. Random Search

۵. Rechenberg

مورد استراتژی های تکاملی^۱ بود. بعدها نظریه وی توسط محققان زیادی مورد بررسی قرار گرفت تا منجر به طرح الگوریتم ژنتیک شد. الگوریتم های ژنتیک در حقیقت، روش جستجوی کامپیوتری بر پایه الگوریتم های بهینه سازی و بر اساس ساختار ژن^۲ ها و کروموزوم^۳ ها است که توسط جان هولند^۴ در سال ۱۹۷۵ در دانشگاه میشیگان مطرح شد. پس از وی توسط جمعی از دانشجویانش مثل گلدبرگ^۵ و آن آربور^۶ توسعه یافت. در سال ۱۹۹۲ جان کوزا^۷ از الگوریتم ژنتیک برای حل و بهینه سازی مسائل مهندسی پیشرفته استفاده کرد و توانست برای اولین بار روند الگوریتم ژنتیک را به زبان کامپیوتر درآورد و برای آن یک زبان برنامه نویسی ابداع کند که به این روش برنامه نویسی، برنامه نویسی ژنتیک^۸ می گویند. نرم افزاری که توسط وی ابداع گردید به نرم افزار LISP مشهور است که هم اکنون نیز کاربرد فراوانی در حل و بهینه سازی مسائل مهندسی دارد. از آن پس تا به امروز کتاب های متعددی توسط افرادی چون گلدبرگ، دب^۹ و جنکینز^{۱۰} به رشته تحریر در آمده است و پس از آن بسیاری از محققین مقالات متنوعی درباره بسط دامنه کاربرد GA، بهبود نتایج و افزایش سرعت محاسبات، ارائه نموده اند. این الگوریتم امروزه به دلیل کاربرد فراوان، از جایگاه ویژه ای در میان روش های بهینه سازی برخوردار است [24,26].

همان طور که اشاره شد، منشاء الگوریتم ژنتیک از مباحث مربوط به زیست شناسی و تکامل

^۱ . Evolutionary Strategies

^۲ . Gene

^۳ . Chromosome

^۴ . John Holland

^۵ . Goldberg

^۶ . Ann Arbor

^۷ . John Koza

^۸ . Genetic Programming (GP)

^۹ . Deb

^{۱۰} . Jenkins

طبیعی یک موجود زنده است.

در یک نگاه کلی اصطلاحاتی که از مباحث زیست شناسی به مبحث الگوریتم ژنتیک وارد شده است را می توان به شرح زیر دسته بندی نمود:

۱- تولید مثل^۱ که به تولید کروموزوم های جدید با ویژگی های والدین خود، منجر می شود.

۲- جهش^۲ که سبب ایجاد تغییرات ناگهانی در DNA می شود.

۳- مناسب بودن^۳ که برای یک موجود زنده میزان شایستگی آن در ادامه حیات است.

۳-۳- مراحل اساسی الگوریتم های ژنتیک

الگوریتم ژنتیک با الهام از نظریه د/روین^۴ درباره حیات بهترین ها شکل گرفته است که بر اساس

آن بهترین ها حق بقا دارند، بنابراین می توان گفت: [24]

« GA بر اساس اصل " ادامه حیات بهترین ها " و " تکثیر نوع برتر " پی ریزی شده است.»

این روش هوشمند بطور موفقیت آمیزی طرح بهینه عمومی^۵ را بدون در نظر گرفتن فرضیات محدود کننده ای از قبیل پیوسته بودن فضای جستجو و یا وجود مشتقات پیدا می کند. فرآیند GA بر روی متغیرهای طراحی رمز شده که رشته ای از کاراکترها با طول محدود هستند، انجام می گیرد.

الگوریتم GA در ابتدا با مجموعه ای از جواب های تصادفی (کروموزوم ها) که به آن جمعیت^۶

گفته می شود، آغاز می گردد. از این جواب ها برای ساخت جمعیت بعدی استفاده می شود. روش هایی

۱ . Cross Over

۲ . Mutation

۳ . Fitness

۴ . Darwin

۵ . Global Optimum

۶ . Population

که برای انتخاب جمعیت جدید استفاده شده با توجه به مناسب بودن آن ها صورت گرفته است. پس بهترین ها شانس بیشتری برای تولید مثل و ادامه حیات خواهند داشت. این فرآیند آنقدر تکرار می شود تا براساس معیار همگرایی طرح نزدیک به بهینه حاصل شود.

در بهینه یابی از طریق GA چهار مرحله اساسی انجام می پذیرد: [24]

تولید تصادفی مجموعه ای از طرح ها، که بدان جمعیت اولیه گفته می شود. هر عضو این جمعیت یک کروموزوم می باشد که بصورت کد^۱ بوده و رشته^۲ نامیده می شود. هر رشته متناسب با تعداد متغیرهای طراحی، به چندین زیر رشته^۳ تقسیم می شود. زیر رشته مجموعه ای از بیت^۴ ها می باشد. هر بیت هم ارز با یک ژن در الفبای ژنتیک می باشد. تعداد بیت های هر زیررشته به نحوی تعیین می شوند تا بتوان کلیه اطلاعات متغیر طراحی را مابین حدود بالا و پایین در مرحله رمز گشایی بدست آورد. با رمز گشایی، مقدار متغیرهای طراحی در هر رشته ارزیابی و مقادیر تابع هدف تعیین می گردد. مسأله بهینه یابی مقید با تعریف تابع پنالتی^۵ و ترکیب آن با تابع هدف و ایجاد تابع هدف اصلاح شده^۶، به یک مسأله بهینه یابی نامقید تبدیل می شود. در ادامه با تعریف تابع شایستگی، به هر کروموزوم، یک مقدار شایستگی اختصاص داده می شود. سپس بهترین کروموزوم ها بر مبنای میزان شایستگی انتخاب می شوند.

در این مرحله، جمعیت جدید بر مبنای عملگرهای GA که در ادامه به شرح تفصیلی آن پرداخته

^۱ . Code

^۲ . String

^۳ . Substring

^۴ . Bite

^۵ . Penalty Function

^۶ . Modified Objective Function

شده است، تشکیل می‌شود. پس از آن جمعیت فرزندان^۱ برای بوجود آوردن نسل^۲ بعد به کار گرفته می‌شود. این مراحل تا ارضای شرط خاتمه و یا به تعداد نسل های پیش بینی شده برای کسب بهینه عمومی تکرار می‌شود.

اساساً برای پیاده سازی مراحل GA به شکلی صحیح می‌بایست سه مفهوم زیر مشخص شود:

۱. تعریف تابع هدف به شکلی صحیح

۲. تعریف فضای ژنتیک بر اساس قیود مسئله

۳. تعریف و پیاده سازی صحیح عملگرهای GA

۳-۴- مراحل بهینه یابی با الگوریتم های ژنتیک

۳-۴-۱- کد کردن مقادیر

بر اساس تعریف هولند، روش های متعددی برای نمایش ژن های منفرد وجود دارد. مثلاً میتوان آن ها را به صورت رشته، آرایه^۳، درخت^۴ یا لیست^۵ نشان داد. اما در هر صورت، یک سیستم کدگذاری خوب باید دارای این خواص باشد:

۱- تبدیل بین عناصر گذشته و گذشته، یک تبدیل یک به یک باشد.

۲- کروموزوم هایی که هم ارز با هیچ متغیر طراحی نیستند، قابل ترمیم باشند.

۳- هر نقطه در فضای طراحی قابل تبدیل به یک کروموزوم باشد.

۴- خواص خوب والدین قابل انتقال به فرزندان باشد.

۱. Offspring

۲. Generation

۳. Array

۴. Tree

۵. List

۵- تغییر اندک متغیرهای کد شده باعث ایجاد تغییرات کوچک در متغیرهای کد نشده گردد.

شیوه های مختلفی برای کدگذاری وجود دارد از جمله کد مبنای دو (کد دودویی)، روش کدگذاری جایگشتی، روش کدگذاری مقدار و روش کدگذاری درختی.

۳-۴-۲- شایستگی هر کروموزوم

همان طور که پیشتر بیان شد، GA مسئله بهینه یابی مقید را با تعریف تابع پناستی که وابسته به میزان نقض قیود است و ترکیب آن با تابع هدف و ایجاد تابع هدف اصلاح شده، به یک مسئله بهینه یابی نامقید تبدیل می نماید. در ادامه با کمک مقادیر تابع هدف اصلاح شده تابع شایستگی تعریف می گردد. سپس با توجه به تابع شایستگی، به هر کروموزوم یک مقدار شایستگی اختصاص می یابد.

۳-۴-۲-۱- تابع پناستی

تابع پناستی یا جریمه، مقداری است که به عنوان جریمه به تابع هدف اعمال می شود. این جریمه به دلیل نقض قیود می باشد. در واقع به واسطه تعریف تصادفی متغیر یا متغیرهای طراحی قیود مسئله نقض می شود. بنابراین کروموزوم ناقض قیود جریمه می شود. طبیعی است که هر کروموزومی که قیود مسئله را بیشتر نقض نماید، مقدار تابع پناستی متناظر با آن بیشتر است و بالطبع جریمه بیشتری به مقدار تابع هدف مربوط به این کروموزوم اعمال می شود.

محققین و دست اندرکاران GA از جمله راجیو و کریشنامورتی^۱، راجان^۲، ارباتور و همکاران^۳ روابط متعددی برای تابع پناستی و چگونگی محاسبه مقدار جریمه ارائه نموده اند.

^۱. S.Rajeev & C.S.Krishnamoorthy

^۲. S.D.Rajan

^۳. Erbatur et al

۳-۴-۲-۲ - تابع شایستگی^۱

تابع شایستگی معمولاً براساس تابع هدف اصلاح شده تعریف می‌شود و بایستی مقدار آن مثبت باشد. تابع هدف اصلاح شده نیز عموماً براساس مقادیر تابع جریمه و تابع هدف تنظیم می‌شود. محققین GA از جمله گلدبرگ و راجیو و کریشنا مورتی روابط متنوع و گوناگونی را برای تابع هدف اصلاح شده و تابع شایستگی ارائه داده اند که در هر صورت مطلب زیر در تمامی روابط و نظریات مربوط به تابع شایستگی حاکم است:

۱- در مسئله کمینه سازی، کروموزومی با کمترین مقدار تابع هدف اصلاح شده، بیشترین مقدار شایستگی را به خود اختصاص می‌دهد. لذا شانس بیشتری برای حضور در جمعیت بعدی دارد.

۲- مقادیر تابع شایستگی، همواره مقداری مثبت است.

در نهایت امر تابع شایستگی به ازای هر کروموزوم محاسبه و میزان شایستگی هر کروموزوم بدست می‌آید.

۳-۴-۳ - انتخاب^۲

در فرآیند انتخاب کروموزوم های شایسته از میان جمعیت به عنوان والد انتخاب و سپس براساس فرآیند پیوند، کروموزوم های جدید به نام فرزندان تولید می‌شوند.

روش های متنوعی در GA برای انتخاب کروموزوم های شایسته وجود دارد، اما هدف اصلی در همه آن ها انتخاب کروموزوم هایی (طرح هایی) با میزان شایستگی بالا از جمعیت جاری و تکثیر آن

^۱ . Fitness Function

^۲ - Selection

ها، طی قرارگیری در مکانی به نام استخر تولید مثل^۱ است. کروموزوم های با مقدار شایستگی بالاتر، از شانس بیشتری برای حضور در استخر تولید مثل برخوردار خواهند بود. نحوه انتخاب در روش های مختلف، متفاوت می باشد. اما معیار تمامی روش های انتخاب، میزان شایستگی برای هر کروموزوم می باشد. یعنی هر کروموزومی که شایستگی بیشتری دارد، بالطبع شانس بیشتری برای حضور در استخر تولید مثل پیدا می کند.

۳-۴-۳-۱- روش های انتخاب

مهمترین و رایج ترین روش هایی که برای انتخاب کروموزوم ها و قرار دادن آن ها در استخر تولید مثل وجود دارد عبارتند از:

۱. روش چرخ گردان^۲
۲. روش رتبه بندی^۳
۳. روش مسابقه^۴
۴. مفهوم برگزیده^۵ (شایسته سالاری)
۵. روش کلات جاری

در بخش پیشین انواع روش های انتخاب کروموزوم ها مورد بررسی قرار گرفت. به نحوی که کروموزوم های منتخب به عنوان والد برگزیده می شوند و پس از انجام عملیات و تغییراتی در یک والد یا بین دو والد، فرزندان حاصل می شوند. این فرزندان در ادامه فرایند الگوریتم ژنتیک مورد ارزیابی قرار

^۱ . Mating Pool

^۲ . Roulette Wheel

^۳ . Rank

^۴ . Tournament

^۵ . Elitism

می‌گیرند. در این قسمت به بررسی روش های مختلف برای تولید فرزندان^۱ پرداخته می‌شود.

۳-۴-۴- عملگرهای الگوریتم ژنتیک

عملگرهای وراثتی^۲ متعددی برای تولید رشته های بهتر وجود دارد که از مهمترین عملگرهای الگوریتم ژنتیک می‌توان به عمل جفت گیری یا ادغام، عمل معکوس کردن^۳، عمل حذف و کپی کردن^۴، عمل حذف و تولید مجدد^۵، عمل جداسازی^۶، عمل نقل مکان^۷، عمل بخش بندی^۸، عمل غالب شدن یا تسلط^۹، عمل ادغام و معکوس سازی^{۱۰}، عملگرهای بیتی^{۱۱} و عملگر جهش^{۱۲} اشاره نمود که معمولاً در یک الگوریتم ژنتیک ساده^{۱۳} تنها از دو عملگر اصلی ادغام و جهش پس از فرآیند انتخاب استفاده می‌شود.

۳-۴-۴-۱- عملگر ادغام

در مرحله انتخاب جمعیتی از بهترین کروموزوم ها شکل می‌گیرد. در فرآیند ادغام، هدف تولید رشته های بهتر و جدید (تولید فرزندان) می‌باشد. فرآیند ادغام، با هدف تعویض ویژگی طرح ها در میان اعضای جمعیت، به قصد بهبود شایستگی نسل بعد انجام می‌شود.

-
- ۱ . Offspring
 - ۲ . Inheritance Operator
 - ۳ . Inversion
 - ۴ . Deletion And Duplication
 - ۵ . Deletion And Regeneration
 - ۶ . Segregation
 - ۷ . Migration
 - ۸ . Sharing
 - ۹ . Dominance
 - ۱۰ . Cross Over And Inversion
 - ۱۱ . Bite-Wise Operator
 - ۱۲ . Mutation
 - ۱۳ . Simple Genetic Algorithm

عملگر ادغام یک عملگر ترکیبی است که شامل سه مرحله است. در مرحله اول یک جفت رشته به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. در مرحله دوم بخشی از یک یا چند زیررشته از کروموزوم‌ها به طور تصادفی در طول رشته انتخاب خواهد شد. بایستی توجه داشت که طول زیررشته در هر دو کروموزوم، ثابت باشد. سرانجام در سومین مرحله منتخب در دو رشته والد جابه جا می‌شود.

روش‌های مختلف و متنوعی برای عمل ادغام وجود دارد که از جمله آن می‌توان به روش ادغام تک نقطه ای یا مکانی^۱، روش ادغام دو نقطه ای^۲، روش ادغام چند نقطه ای^۳، روش ادغام یکنواخت^۴ اشاره نمود.

۳-۴-۱-۱- نرخ ادغام^۵

در انجام فرآیند ادغام با تعریف ثابتی به نام نرخ ادغام (پیوند)، شانس حضور کروموزوم در فرآیند ادغام بررسی می‌شود. نرخ ادغام بیانگر احتمال ادغام است که آن را با P_C نشان می‌دهند و مقدار آن بین ۰ و ۱ است. با فرض احتمال ادغام P_C می‌توان گفت که $100 * P_C$ درصد از رشته‌های موجود در استخر تولیدمثل در عملیات ادغام به کار رفته‌اند و $100 * (1 - P_C)$ درصد از جمعیت باقی می‌مانند. انتخاب نرخ ادغام مناسب نیز، اغلب مشکل ساز است. اگر این مقدار خیلی زیاد باشد، باعث می‌شود تا فرصت تطابق در کروموزوم از دست برود و همچنین اگر این مقدار خیلی کم باشد، تعداد فرزندان تولید شده کافی نخواهد بود.

^۱ . Single-Sight Cross Over

^۲ . Two-Point Cross Over

^۳ . Multi-Point Cross Over

^۴ . Uniform Cross Over

^۵ . Cross Over Rate

۳-۴-۲- جهش

از دیگر مراحل رایج در عملیات GA که تکامل جمعیت برای نسل بعد را به دنبال خواهد داشت، استفاده از اپراتور جهش می‌باشد. استفاده از اپراتور جهش می‌تواند تغییر قابل توجهی در یک جمعیت ایجاد کند که از همگرایی زودرس الگوریتم ژنتیک و کسب جواب‌های بهینه محلی جلوگیری کند.

۳-۴-۲-۱- نرخ جهش^۱

این نرخ بیانگر احتمال جهش و تغییر برای هر بیت می‌باشد. مقدار مناسب نرخ جهش در کیفیت نتایج تأثیر بسزایی دارد. نرخ جهش پایین سبب همگرایی سریع و عدم تحرک در فضای جستجو می‌شود. در حالیکه نرخ جهش بالا سبب می‌شود که عملیات GA به سمت روند جستجوی تصادفی میل نماید. نرخ جهش را می‌توان ثابت در نظر گرفت و یا پیشنهاد می‌شود آن را متناسب با تعداد نسل‌های تولید شده قرار داد. در این صورت دو حالت وجود دارد که به شرح زیر است:

۱- در این حالت نرخ جهش بصورت افزایشی می‌باشد. یعنی در ابتدا جهش با احتمال کمی اعمال شده و در خلال عملیات GA، متناسب با نسبت شماره نسل به تعداد کل نسل‌ها، افزایش می‌یابد.

۲- در این حالت نرخ جهش بصورت کاهشی می‌باشد. یعنی در ابتدا جهش با بیشترین احتمال اعمال می‌شود و در خلال فرآیند GA، رشد نزولی خود را متناسب با نسبت شماره نسل به تعداد کل نسل‌ها، درپیش می‌گیرد.

۳-۴-۵- شرط توقف الگوریتم

برخی از شرط‌های متداول توقف عملیات GA عبارتند از:

^۱. Mutation Rate

۱. رسیدن به جواب^۱: این ساده ترین فکر برای همگرایی است. به این معنی که اگر تصور شد الگوریتم به مقدار کروموزوم مناسب رسیده است، الگوریتم متوقف شود.
۲. عدم پیشرفت^۲: یعنی الگوریتم GA پس از n بار تکرار با همان کروموزوم های قبلی ادامه پیدا کند؛ در این صورت الگوریتم متوقف شود. در این حالت ممکن است الگوریتم در یک نقطه کمینه نسبی، به دام افتاده باشد.
۳. روش آماری^۳: اگر انحراف از معیار^۴ مقادیر شایستگی جمعیت به یک مقدار مشخصی رسید، الگوریتم متوقف می شود. این بدان مفهوم است که مقادیر شایستگی جمعیت با یکدیگر تفاوت چندانی نداشته باشند.
۴. تعداد تکرارها^۵: اگر با هیچ کدام از موارد فوق جواب نداد، شرط توقف براساس تعداد تکرار بنا می شود.

۳-۴-۶- معایب الگوریتم ژنتیک ساده

در هر صورت باید اذعان داشت که ممکن است الگوریتم ژنتیک، همانند دیگر روش های بهینه سازی، به جواب بهینه نرسد و یا در نقطه کمینه نسبی گرفتار شود. در هر صورت اگر الگوریتم به یک حل بهینه همگرا نشود، می بایست پارامترهای آن را تغییر داده و مجدداً الگوریتم را اجرا نمود. این پارامترها نقش بسزایی در رسیدن به جواب بهینه دارند.

پارامترهای اساسی در پیاده سازی عملیات GA را می توان بشرح زیر دسته بندی نمود:

◀ نحوه نمایش متغیرهای طراحی

-
۱. Correct Answer
 ۲. No Improvement
 ۳. Statistics
 ۴. Standard Deviation
 ۵. Number Of Iterations

◀ نحوه ارزیابی تابع جریمه و شایستگی رشته ها

◀ اندازه جمعیت

◀ نوع روش انتخاب

◀ عملگرهای GA همچون ادغام ، جهش و ...

◀ نرخ عملگرهای GA

◀ شرط خاتمه

امروزه با پیشرفت رایانه ها در زمینه نرم افزار و سخت افزار، مشکل سرعت عملیات بهینه یابی تا حدودی حل شده است؛ اما تنظیم پارامترها و شناسایی صحیح روابط حاکم بر GA، از جمله مشکلات رایج الگوریتم های ژنتیک می باشد. افراد مختلفی با بیان روش های گوناگون سعی در حل این مشکل نموده اند. از جمله راه حل های ارائه شده برای حل این مشکل، الگوریتم روش جستجوی چند منظوره (M.S.M)^۱، به عنوان روشی نیرومند جهت بهینه یابی می باشد که ویژگی این الگوریتم در کاهش تأثیر پارامترهای GA و افزایش سرعت عملیات بهینه یابی می باشد [24].

در روش جستجوی چند منظوره (M.S.M)، جمعیت GA به بخش های مختلف (جزایر متنوع) تقسیم می شود. هر بخش^۲ دارای محیطی^۳ متفاوت و ساختاری منحصر بفرد است. ویژگی ها و ساختار هر بخش بر اساس آزمودن عملگرهای مختلف GA و انتخاب بهترین، شکل گرفته است. به عبارت دیگر برای تشکیل جزایر^۴، کلیه شیوه ها و عملگرهای مشروح در این فصل به کمک زبان برنامه نویسی متلب کد شده و بر اساس نتایج بهترین ها انتخاب و به کار گرفته شده است. این طریقه عمل سبب می شود که جواب ها تنوع خوبی داشته باشند. در پایان تعداد نسل سازی های معین براساس وقفه مهاجرت و

۱. **M**ulti **S**earch **M**ethod

۲. Part

۳. Environment

۴. Islands

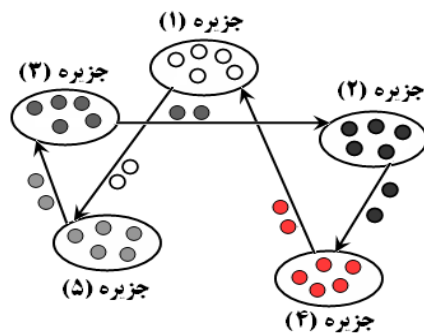
طبق نرخ مهاجرت بهترین ها در مجموعه جزایر جابجا می‌شوند تا در نهایت، الگوریتم به جواب های مناسبی برسد.

۳-۵- روش جستجوی چند منظوره (M.S.M)

در این روش یک جمعیت بزرگ به تعدادی زیر جمعیت^۱ کوچکتر تقسیم می‌شود و الگوریتم ژنتیک مرسوم با عملگرها و پارامترها متفاوتی، برای هر کدام از زیر جمعیت ها به طور جداگانه به کار گرفته می‌شود. هر کدام از این زیر جمعیت ها به عنوان یک جزیره نامیده می‌شوند. بهترین کروموزوم های هر جزیره پس از طی چند نسل مشخص، بطور تناوبی به جزایر دیگر منتقل می‌شود. این مطلب در شکل (۴-۱) نشان داده شده است [24].

در فرآیند انتقال دو پارامتر بشرح زیر تعریف می‌شود:

۱. وقفه مهاجرت^۲: بیانگر تعداد نسل سازی های بین هر انتقال می‌باشد.
۲. نرخ مهاجرت^۳: بیانگر درصد اعضای منتخب برای انتقال از هر جزیره در زمان انتقال می‌باشد.



شکل ۳-۱: روش جستجوی چند منظوره

^۱ . Subpopulations

^۲ . Migration Interval

^۳ . Migration Rate

نحوه مهاجرت انتخاب شده به صورت یک حلقه با مقصدهای تصادفی^۱ می‌باشد که هر کدام از زیرجمعیت‌ها دارای یک مقصد تصادفی می‌باشند و این مقصدها به طور تصادفی در هر دوره تناوب مهاجرت^۲ مشخص می‌شوند.

بهترین‌های هر جزیره برای مهاجرت انتخاب می‌شوند. عملگر مهاجرت، بهترین‌های یک زیرجمعیت را به جزیره دیگری می‌فرستد، که شامل محیط و اعضایی با ساختار بسیار متفاوتی است. پس از فرآیند مهاجرت، الگوریتم ژنتیک جمعیت‌های مهاجر^۳ را با باقیمانده اعضای جمعیت ترکیب می‌کند و به سوی حصول جمعیتی با برازش بالاتر گام برمی‌دارد.

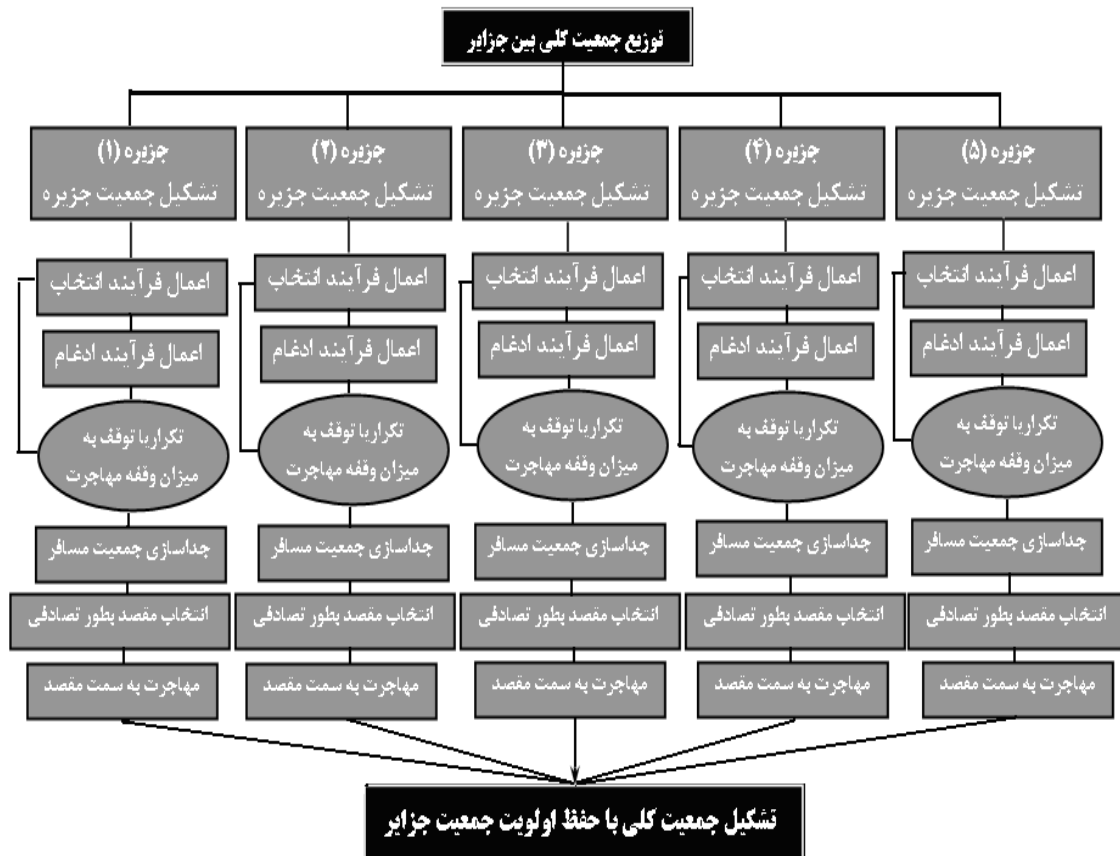
در روش جستجوی چند منظوره به دلیل آنکه یک جمعیت بزرگ به تعدادی زیر جمعیت تبدیل می‌شود، به سبب وجود مکانیزم مهاجرت، جواب‌ها در خلال فرآیند کاوش از تنوع خاصی برخوردارند. بنابراین روش جستجوی چند منظوره فضای طراحی را بطور کامل تری مورد کاوش قرار می‌دهد. از سوی دیگر در این روش هر مسئله بهینه‌یابی در یک لحظه با چندین روش، فضای طراحی را کاوش می‌کند و در ادامه بهترین نتایج، بین دیگر جزایر به اشتراک گذاشته و جمعیت‌های جدیدی در اختیار هر جزیره جهت پرورش قرار می‌دهد. این خصوصیات بطور دسته‌جمعی سبب کاهش تأثیر پارامترها و روابط حاکم بر عملیات GA می‌شود و سرعت همگرایی الگوریتم را بطور شگرفی افزایش می‌دهد.

در این الگوریتم با استفاده از رایانه‌های موازی، هر جزیره به یکی از پردازشگرها اختصاص می‌یابد. هر یک از جزایر بطور جداگانه به پرورش جمعیت خود می‌پردازد و ارتباط جزایر تنها در زمان مهاجرت رخ می‌دهد که می‌توان آن را بصورت شکل (۳-۲) نشان داد [24].

^۱ . Random Destinations

^۲ . Migration Period

^۳ . Immigrants



شکل ۳-۲: روش جستجوی چند منظوره (M.S.M)

۳-۶- کلیات الگوریتم بهینه یابی مقاطع سازه خرپا مورد تحقیق

به طور کلی گام های بهینه یابی سازه خرپایی دو بعدی مورد تحقیق در این پایان نامه طی مراحل

زیر صورت می پذیرد.

۳-۶-۱- الگوریتم تولید جمعیت اولیه

در پایان نامه حاضر برای نمایش متغیرهای مشخصات مقاطع، از شیوه کدگذاری دودویی استفاده

شده است. بنابراین در زیر برنامه تولید جمعیت اولیه، تولید اعداد تصادفی^۱ به صورت یک عدد دودویی

(رمز کردن^۲) به تعداد زیررشته هایی به اندازه تعداد تیپ بندی های اعضای سازه مبنا صورت می پذیرد.

^۱ . Random

^۲ . Encoding

سپس با رمز‌گشایی هر زیررشته عددی در محدوده صفر تا Nos (حداکثر شماره سطر ماتریس مشخصات مقاطع) حاصل می‌شود. با مشخص بودن شماره سطح مقطع، مقدار سطح مقطع مورد نظر از لیست مقاطع در نظر گرفته می‌شود.

۳-۶-۲- رمز‌گشایی^۱ هر کروموزوم

همان‌طور که قبلاً بیان شد؛ از جمله ویژگی‌های یک شیوه‌کدگذاری مناسب، قابلیت تبدیل یک به یک بین عناصر گذشته و گذشته است. به عبارت دیگر می‌بایست، هر نقطه در فضای جستجو قابل تبدیل به یک رشته باشد. در شیوه‌نمایش دودویی این ویژگی، بارز و مبرهن است. در این پایان‌نامه با استعانت از روابط زیر، تبدیل متغیرهای طراحی سطح مقطع به رشته‌های دودویی به راحتی قابل دستیابی است.

هر بیت قابلیت نمایش دو مقدار صفر و یک را دارد. بنابراین در ابتدا طول یک زیررشته بر اساس تعداد اعضای لیست مقاطع بشرح زیر تعیین می‌گردد:

$$2^{LS} \geq Nos \quad (۱-۳)$$

در رابطه فوق مجهول LS تعداد بیت‌ها یا کاراکترهای یک زیررشته می‌باشد و Nos تعداد اعضای موجود در لیست مقاطع است که مقداری معلوم می‌باشد.

کوچکترین مقدار LS که به ازای آن رابطه (۱-۳) برقرار باشد، به عنوان طول یک زیررشته منظور می‌شود. به عبارت دیگر اولین عددی که به ازای آن نامساوی رابطه (۱-۳) برقرار می‌شود، طول هر زیررشته است.

اما نکته حائز اهمیت، آن است که هر زیررشته می‌بایست بیانگر شماره مقطع ای از لیست پروفیل

^۱- Decoding

های موجود باشد. به عبارت دیگر، هر یک از اعضای لیست مقاطع باید هم ارز با یک زیررشته باشد.

با توجه به اینکه یک زیررشته LS بیتی اعداد 0 تا $2^{LS} - 1$ را کد می‌کند، مقدار متناظر زیررشته

سطح مقطع i ام بشرح زیر قابل محاسبه است:

$$IR_i = \sum_{j=0}^{LS-1} 2^j b_j \quad (2-3)$$

که هر بیت b می‌تواند اعداد صفر یا یک را اختیار کند و به صورت رشته زیر نمایش داده می‌شود:

$$b_{LS-1} \dots b_2 b_1 b_0 \quad (3-3)$$

در روابط (2-3)، IR_i ، عدد صحیح متناظر با زیررشته i ام می‌باشد که در محدوده صفر تا $2^{LS} - 1$ قرار

دارد. حال برای آنکه IR_i به شماره مقطع قرار گرفته در لیست پروفیل‌های S یعنی IS_i ارتباط داده

شود، از رابطه کلی زیر استفاده می‌شود:

$$IS_i = Int \left(IR_i * \frac{(Nos - 1)}{(2^{LS} - 1)} \right) \quad (4-3)$$

$$1 \leq IS_i \leq Nos \quad ; \quad 0 \leq IR_i \leq 2^{LS} - 1$$

در رابطه (4-3) تابع $Int()$ ، قسمت اعشاری عدد درون پرانتز را حذف و عدد صحیح باقیمانده را ارائه می‌دهد.

براساس رابطه (4-3) رشته‌هایی که با هیچکدام از متغیرهای طراحی هم ارز نمی‌باشند، ترمیم

شده و متناظر با یکی از اعضای مجموعه S قرار می‌گیرند. البته باید توجه داشت که اینکار ممکن است

سبب شود برخی از مقاطع لیست پروفیل‌های موجود، با وزن بیشتری برای متغیر طراحی سطح مقطع

انتخاب شوند.

۳-۶-۳- تحلیل سازه مربوط به هر کروموزوم

در این تحقیق، جهت کسب نیروهای داخلی و محاسبه تغییر مکان گره‌های فعال سازه از روش اجزاء محدود استفاده شده است. برای این منظور با تشکیل ماتریس تعادل برای هر کروموزوم به آنالیز سازه پرداخته می‌شود. در طی این روند، حل یک دستگاه n معادله با n مجهول نیاز است. استفاده از مناسب‌ترین شیوه حل دستگاه، سبب افزایش سرعت عملیات بهینه‌یابی می‌شود.

با حل دستگاه معادلات، مقادیر نیروهای مستقل گره‌های سازه بدست می‌آید. در ادامه پس از محاسبه نیروهای مستقل گرهی نوبت به محاسبه تنش‌ها و مقادیر تغییر مکان داخلی اعضا می‌رسد.

۳-۶-۴- تحلیل IFM مربوط به هر کروموزوم

تحلیل IFM در این پایان‌نامه شامل تحلیل کل سازه می‌باشد که شرح چگونگی محاسبه آن در فصل بعدی آمده است.

قیود بهینه‌یابی سازه خرپا و دال مورد تحقیق، مقادیر تنش مجاز کششی و فشاری و جابجایی مجاز در کل سازه می‌باشد که پس از آنالیز سازه محاسبه می‌گردند.

۳-۶-۵- تابع هدف و تابع جریمه مورد استفاده

پس از تحلیل سازه هر کروموزوم (طرح)، نوبت به محاسبه میزان جریمه هر کروموزوم متناسب با میزان تخطی آن می‌رسد. همان‌طور که اشاره شد، برای بررسی میزان شایستگی یک کروموزوم، تابعی جهت محاسبه مقدار نقض قیود نیاز است.

در راستای نیل به این هدف، در این پایان‌نامه از تابع جریمه پیشنهادی توسط

راجیو و کریشنامورتی استفاده شده است: [24,25]

$$f_i^{Penalty} = f_i(A) * K * C_i \quad (۵-۳)$$

در رابطه فوق، $f_i^{Penalty}$ مقدار تابع جریمه کروموزوم i ام است و C_i ، بیانگر جمع کل نقض صورت

گرفته توسط سازه مرتبط با کروموزوم i ام می‌باشد. $f_i(A)$ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} f_i(A) = \sum_{j=1}^{Ne} (\rho_j \ell_j a_j) & \text{if } \text{Object Function Based On Weight Structure} \\ f_i(A) = \sum_{j=1}^{Ne} (\ell_j a_j) & \text{if } \text{Object Function Based On Volume Structure} \end{cases} \quad (6-3)$$

۳-۶-۶- تابع هدف اصلاح شده و تابع شایستگی مورد استفاده

با داشتن مقادیر تابع هدف و تابع جریمه متناظر با هر کروموزوم، به راحتی می‌توان مقدار تابع شایستگی را برای هر رشته حساب نمود. در این تحقیق جهت محاسبه شایستگی هر کروموزوم روابط (۶-۳) و (۷-۳) استفاده شده است.

$$F_i = [\phi_{Max}(A) + \phi_{Min}(A)] - \phi_i(A) \quad ; \quad i = 1, \dots, nc \quad (7-3)$$

$$\phi_i(A) = f_i(A) + f_i^{Penalty} \quad ; \quad i = 1, \dots, nc \quad (8-3)$$

در روابط فوق همان طور که پیشتر بیان شد؛ $f_i(A)$ ، $f_i^{Penalty}$ ، $\phi_i(A)$ و F_i به ترتیب تابع هدف، تابع جریمه، تابع هدف اصلاح شده و شایستگی کروموزوم i ام در جمعیت جاری است. $\phi_{Max}(A)$ و $\phi_{Min}(A)$ نیز به ترتیب مقادیر حداکثر و حداقل تابع هدف اصلاح شده در جمعیت حاضر می‌باشد.

براساس روابط (۷-۳) و (۸-۳) به طرح هایی با نقض قیود بالا یا $\phi_i(A)$ بالا، میزان شایستگی کم و بر عکس به طرح های خوب با مقدار تابع هدف اصلاح شده کم، شایستگی بالا اختصاص می‌یابد. لازم به ذکر است که رابطه (۸-۳) با توجه به رابطه (۵-۳) به صورت زیر نیز، قابل بیان است.

$$\phi_i(A) = f_i(A)(1 + KC_i) \quad ; \quad i = 1, \dots, nc \quad (9-3)$$

که C_i بیانگر جمع کل نقض های صورت گرفته توسط سازه مرتبط با کروموزوم i ام می‌باشد. قیود مساله مورد تحقیق نیز تنش و جابجایی مجاز اعضاء می‌باشد. بنابراین ضریب نقض محدودیت سازه نیز بستگی به نقض قیود تنش و جابجایی همه اعضا طبق رابطه (۹-۳) و نیز نقض قیود تنش و جابجایی

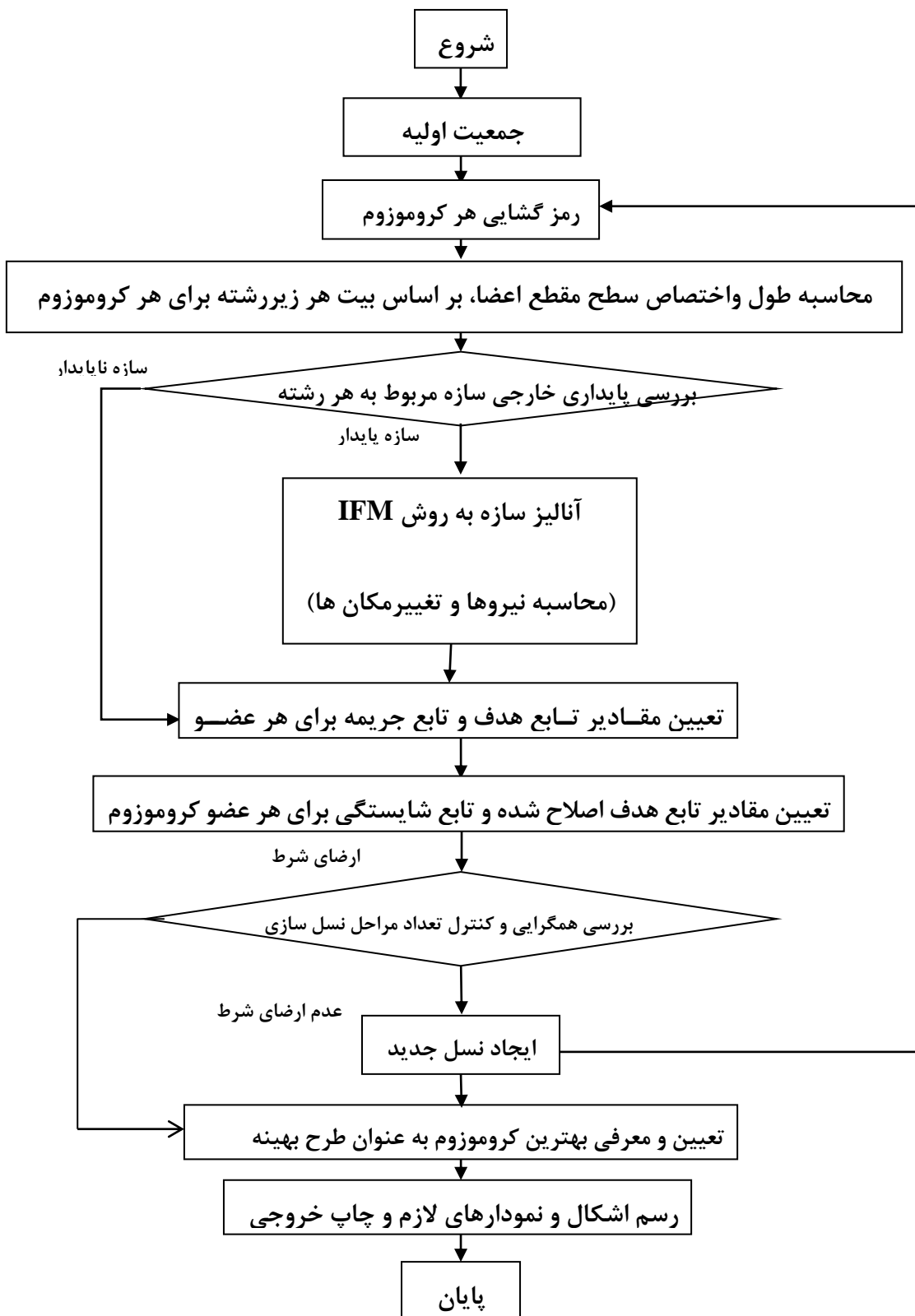
سیستم سازه ای طبق رابطه (۳-۵) دارد.

$$C_1 = \sum_{i=1}^{ne} \max\left\{\left(\frac{\sigma_{Tens,i,element}}{\sigma_{safe,Tens,element}}\right) - 1, 0\right\} \quad (10-3)$$

$$C_2 = \sum_{i=1}^{ne} \max\left\{\left(\frac{\sigma_{Com,i,element}}{\sigma_{safe,Com,element}}\right) - 1, 0\right\} \quad (11-3)$$

$$C_3 = \sum_{i=1}^{ne} \max\left\{\left(\frac{D_{i,element}}{D_{safe,element}}\right) - 1, 0\right\} \quad (12-3)$$

شمای کلی این مراحل را می توان در شکل (۳-۳) ملاحظه نمود:



شکل ۳-۳: فلوچارت M.S.M. برای بهینه یابی مقاطع و سایز خرپا و دال

فصل چهارم:

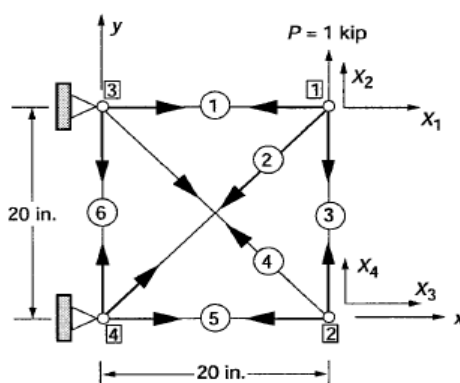
مثال های عددی

۱-۴- مقدمه

در این فصل جهت بررسی توانمندی روش آنالیز IFM و الگوریتم ژنتیک جستجوی چند منظوره (M.S.M)، مثال‌های متداولی از سازه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

۲-۴- آنالیز خرابی ۶ میله ای

در اولین مثال به بررسی روش آنالیز IFM برای سازه خرابی ۶ میله ای بصورت تشریحی در قالب شش گام پرداخته می‌شود. ابتدا نیروهای خرابی ۶ میله ای نشان داده شده در شکل (۱-۴) با استفاده از روش IFM بدست آمده و سپس با جایگذاری نیروهای بدست آمده در روابط ذکر شده، جابجایی‌ها محاسبه شده‌اند. در نهایت برای تطبیق درستی نیروها و جابجایی‌های بدست آمده از روش IFM براساس کد برنامه نویسی که در محیط متلب (Matlab) نوشته شده است، نتایج با روش DM و نرم‌افزار سپ (Sap) مقایسه شده است.



شکل ۱-۴: خرابی ۶ میله ای

$$A = 1 \text{ in}^2, E = 30 \times 10^6 \text{ lb/in}^2$$

گام اول: معادلات تعادل را به تعداد درجات آزادی جابجایی نوشته سپس ماتریس ضرایب

معادلات تشکیل داده می‌شود (طبق رابطه (۱-۲)):

$$n = 6, m = 4, r = n - m = 2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

گام دوم: تشکیل رابطه تغییرشکل - تغییرمکان (DDR) (طبق رابطه (۲-۳۵)):

$$\beta_1 = X_1, \beta_2 = \frac{(X_1 + X_2)}{\sqrt{2}}, \beta_3 = X_2 - X_4, \beta_4 = \frac{(X_3 - X_4)}{\sqrt{2}}, \beta_5 = X_3, \beta_6 = 0$$

گام سوم: با حذف جابجایی ها در روابط DDR بالا تعداد $r=2$ شرط سازگاری بدست می آید.

حال بایستی درستی ماتریس سازگاری [C] بدست آمده طبق رابطه (۲-۳۶) کنترل شود (درستی

ماتریس سازگاری بدست آمده را می توان طبق روابط $[C]^T [B] = 0$ یا $[C][B]^T = 0$ نیز کنترل نمود):

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -\sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{bmatrix} = 0$$

$$[C]\{\beta\} = 0 \rightarrow [C]([B]^T \{U_e\}) = 0 \rightarrow \{U_e\} \neq 0 \rightarrow [C][B]^T = 0, [C]^T [B] = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

گام چهارم: روابط DDR مرحله قبلی برحسب نیروهای داخلی با استفاده از معادله $\beta_i = \frac{l_i F_i}{A_i E_i}$

بازنویسی شده و رابطه FDR بصورت زیر تشکیل می شود (طبق رابطه (۲-۳۹)):

$$\beta_1 = \frac{l_1 F_1}{A_1 E_1} = \frac{20F_1}{E}, \beta_2 = \frac{40F_2}{E}, \beta_3 = \frac{20F_3}{E}, \beta_4 = \frac{40F_4}{E}, \beta_5 = \frac{20F_5}{E}, \beta_6 = \frac{20F_6}{E}$$

$$\frac{20}{E} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2\sqrt{2} & 1 & -2\sqrt{2} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

گام پنجم: در این مرحله ادغام ماتریس‌های تعادل و سازگاری طبق رابطه (۲-۴) ادغام و نیروهای

داخلی محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2\sqrt{2} & 1 & -2\sqrt{2} & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -545 \\ 771 \\ 454 \\ -642 \\ 454 \\ 0 \end{Bmatrix}_{lb}$$

گام ششم: در این مرحله جابجایی‌ها با استفاده از نیروهای داخلی تعیین می‌شود. با جایگذاری

نیروهای بدست آمده در روابط FDR تغییرشکل‌ها بدست آمده (رابطه (۲-۳۹))، سپس با جایگذاری

تغییرشکل‌های بدست آمده در روابط DDR جابجایی‌ها بصورت زیر محاسبه می‌شوند (رابطه (۲-۳۶)).

$$X_1 = \beta_1 = \frac{20F_1}{E} = -3.73 \times 10^{-4} in$$

$$X_2 = -\beta_1 + \sqrt{2}\beta_2 = -\frac{20}{E}(F_1 - 2\sqrt{2}F_2) = 1.72 \times 10^{-3} in$$

$$X_3 = \beta_5 = \frac{20F_5}{E} = 3 \times 10^{-4} in$$

$$X_4 = -(\beta_1 - \sqrt{2}\beta_2 + \beta_3) = -\frac{20}{E}(F_1 - 2\sqrt{2}F_2 + F_3) = 1.4 \times 10^{-3} in$$

جدول ۴-۱: نیروهای اعضای خرپای ۶ میله ای بدست آمده از روش IFM، DM و نرم افزار SAP

	IFM	DM	SAP
$F_1 - lb(N)$	-545(24.7212)	-547(24.8119)	-547(24.8119)
$F_2 - lb(N)$	771(34.9725)	769(34.8818)	770(34.9272)
$F_3 - lb(N)$	445(20.1852)	442(20.0491)	442(20.0491)
$F_4 - lb(N)$	-642(29.1211)	-640(29.0304)	-640(29.0304)
$F_5 - lb(N)$	454(20.5934)	454(20.5934)	454(20.5934)
$F_6 - lb(N)$	0	0	0

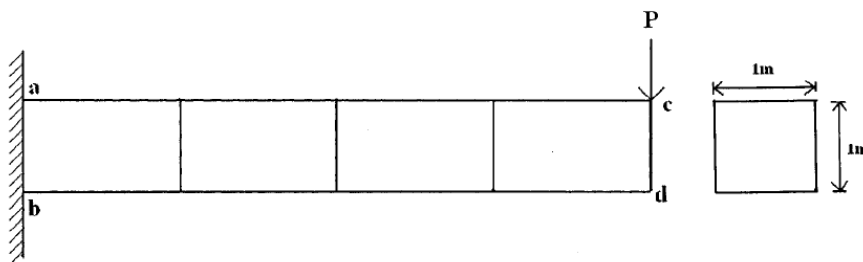
جدول ۴-۲: جایابی‌های اعضای خرپای ۶ میله ای بدست آمده از روش IFM، DM و نرم افزار SAP

	IFM	DM	SAP
$X_1 - in(m)$	$-0.37 \times 10^{-3} (0.94 \times 10^{-5})$	$-0.4 \times 10^{-3} (-1.02 \times 10^{-5})$	$-0.4 \times 10^{-3} (-1.02 \times 10^{-5})$
$X_2 - in(m)$	$1.72 \times 10^{-3} (4.36 \times 10^{-5})$	$1.4 \times 10^{-3} (3.6 \times 10^{-5})$	$1.5 \times 10^{-3} (3.8 \times 10^{-5})$
$X_3 - in(m)$	$0.3 \times 10^{-3} (0.762 \times 10^{-5})$	$0.3 \times 10^{-3} (0.762 \times 10^{-5})$	$0.3 \times 10^{-3} (0.762 \times 10^{-5})$
$X_4 - in(m)$	$1.4 \times 10^{-3} (3.56 \times 10^{-5})$	$1.1 \times 10^{-3} (2.8 \times 10^{-5})$	$1.25 \times 10^{-3} (3.2 \times 10^{-5})$

۴-۳- آنالیز تیر طره

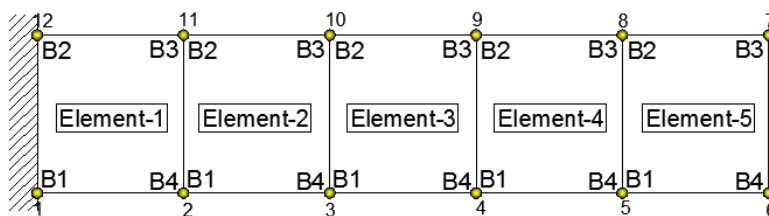
در دومین مثال به ارزیابی تنش ها و تغییرشکل های یک تیر طره‌ای با استفاده از روابط اجزاء محدود دو بعدی IFM با استفاده از المان مستطیلی ۴ گرهی پرداخته شده است. تیر یکسر گیردار به طول ۱۲ متر، مدول الاستیسیته $E = 210 \times 10^9 N/m^2$ سطح مقطع مربعی تحت بار متمرکز $P=12$ kN در انتهای آزادش قرار دارد. به منظور صحت سنجی، نتایج حاصل از برنامه نوشته شده در محیط متلب با نتایج به روش DM و نرم افزار آباکوس (Abaqus) با تعداد المان های متفاوت مقایسه شده است. با توجه به شکل گره‌های a و b مقید بوده و گره‌های c و d در انتهای تیر آزاد می‌باشند. نیروی متمرکز P در انتهای تیر به دو قسمت تقسیم شده و به هر گره مقدار 0.5P وارد می‌شود. ماتریس تعادل برای هر المان بطور جداگانه بدست می‌آید. سپس ماتریس تعادل کل سازه از مونتاژ کردن ماتریس تعادل المان ها حاصل می‌شود و شرایط سازگاری نیز با استفاده از ماتریس تعادل کل سازه به روش

مستقیم و با استفاده از مقادیر ویژه ماتریس تعادل بدست می‌آید. در نهایت نیروهای مستقل هر المان بدست می‌آیند. سپس تنش‌های عمودی و برشی در هر نقطه از المان محاسبه می‌شود. با توجه به شکل حداکثر جابجایی و تنش به ترتیب در انتهای آزاد و گیردار تیر حاصل می‌شود. با استفاده از روش‌های تحلیلی مقدار تنش در انتهای گیردار تیر در ارتفاع $y=h/2$ برابر 864 Kpa و مقدار جابجایی در انتهای آزاد تیر $0,395 \text{ mm}$ می‌باشد [28].



شکل ۴-۲: تیر مش بندی شده با المان‌های پوسته ای مستطیلی ۴ گرهی

مقدار تنش و جابجایی در سمت گیردار و آزاد تیر به ترتیب برای تعداد ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ و ۳۵ المان، با استفاده از روش IFM بدست آمده و با روش DM و نرم افزار آباکوس با همین تعداد المان‌ها مقایسه شده است [20]. شکل‌های (۴-۴) و (۵-۴) براساس مقادیر تنش و جابجایی محاسبه شده از روش‌های آنالیز IFM و DM را نشان می‌دهد. روند اسمبل کردن (مونتاژ کردن) المان‌ها برای کمترین تعداد المان بصورت زیر می‌باشد:



شکل ۴-۳: نامگذاری المان‌ها و گره‌ها در تیر طره

ماتریس تعادل هر المان بصورت رابطه (۲-۹۲) تعریف می‌شود. زیر ماتریس‌های تعادل هر المان

وابسته به هر گره بصورت زیر نشان داده می‌شود:

$$[B_e]_M = \begin{bmatrix} -b & 0 & -a & \frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & -a & -b & 0 & \frac{a^2}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow B_1$$

$$\begin{bmatrix} -b & 0 & a & -\frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & a & -b & 0 & -\frac{a^2}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow B_2$$

$$\begin{bmatrix} b & 0 & a & \frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & a & b & 0 & \frac{a^2}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow B_3$$

$$\begin{bmatrix} b & 0 & -a & -\frac{b^2}{3} & 0 \\ 0 & -a & b & 0 & -\frac{a^2}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow B_4$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس تعادل کل سازه از اسمبل کردن ماتریس تعادل پنج المان با توجه به گره‌های مشترک در المان‌های مجاور حاصل می‌شود، بطوری که تعداد سطرها معادل تعداد گره‌ها و تعداد ستون‌ها معادل تعداد المان‌ها می‌باشد:

$$[B_{total}]_{12 \times 5} = \begin{bmatrix} B_1 & B_0 & B_0 & B_0 & B_0 \\ B_4 & B_1 & B_0 & B_0 & B_0 \\ B_0 & B_4 & B_1 & B_0 & B_0 \\ B_0 & B_0 & B_4 & B_1 & B_0 \\ B_0 & B_0 & B_0 & B_4 & B_1 \\ B_0 & B_0 & B_0 & B_0 & B_4 \\ B_0 & B_0 & B_0 & B_0 & B_3 \\ B_0 & B_0 & B_0 & B_3 & B_2 \\ B_0 & B_0 & B_3 & B_2 & B_0 \\ B_0 & B_3 & B_2 & B_0 & B_0 \\ B_3 & B_2 & B_0 & B_0 & B_0 \\ B_2 & B_0 & B_0 & B_0 & B_0 \end{bmatrix}$$

در رابطه بالا با حذف سطرهای مربوط به گره‌های مقید و جایگذاری ماتریس‌های B_1, B_2, B_3, B_4

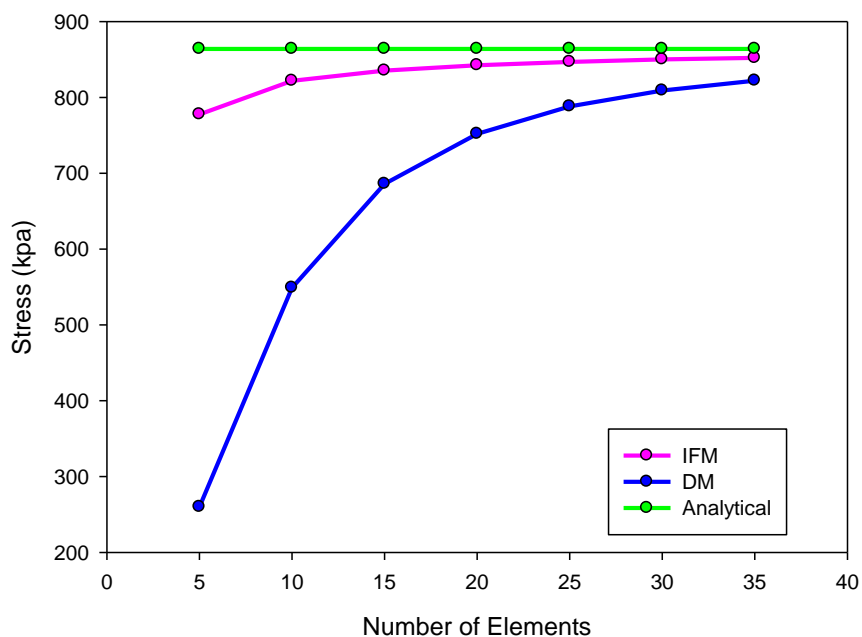
و B0 ماتریسی 25×20 تولید می‌شود که همان ماتریس تعادل کل سازه برای 5 المان است.

جدول ۳-۴: مقادیر تنش‌ها با استفاده از روش‌های IFM، DM و Abaqus براساس تعداد المان‌های متفاوت

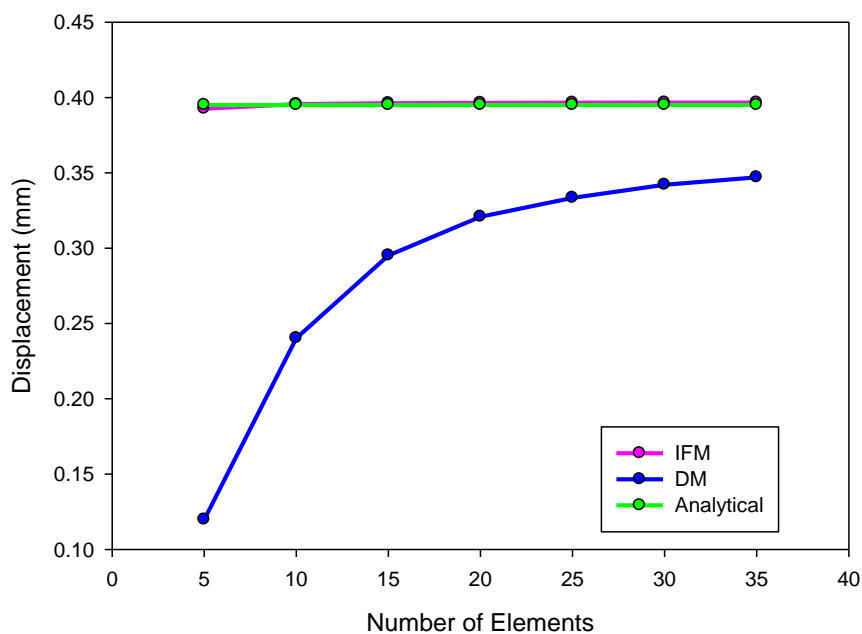
Number of Elements	تنش در انتهای گیردار تیر (Kpa)					
	Analytical	DM	Ratio Error(%)	IFM	Ratio Error(%)	Abaqus
5	864	260	69.9	777.6	10	-
10	864	549	36.4	821.8	4.8	512
15	864	686	20.6	835.2	3.3	577
20	864	752	12.9	842.4	2.5	617
25	864	788	8.7	846.72	2	643
30	864	809	6.3	850.2	1.59	661
35	864	822	4.8	852	1.38	675

جدول ۴-۴: مقادیر جابجایی‌ها با استفاده از روش‌های IFM، DM براساس تعداد المان‌های متفاوت

Number of Elements	حداکثر جابجایی در انتهای آزاد تیر (mm)				
	Analytical	DM	Ratio Error (%)	IFM	Ratio Error (%)
5	0.395	0.1198	69.7	0.3926	0.6
10	0.395	0.2402	39.1	0.3956	0.15
15	0.395	0.2952	25.2	0.3962	0.3
20	0.395	0.3208	18.8	0.3964	0.35
25	0.395	0.3334	15.6	0.3965	0.38
30	0.395	0.3421	13.4	0.3966	0.4
35	0.395	0.3470	12.1	0.3966	0.4



شکل ۴-۴: تغییرات تنش‌های بدست آمده در تکیه‌گاه با استفاده از روش‌های IFM و DM براساس تعداد المان‌های متفاوت



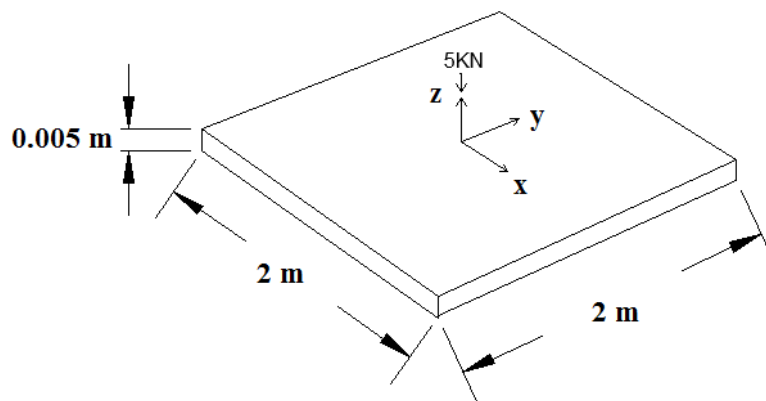
شکل ۴-۵: تغییرات جابجایی‌های بدست آمده در انتهای آزاد تیر با استفاده از روش‌های IFM و DM براساس تعداد المان‌های متفاوت

مطابق نمودارها نتایج تنش و جابجایی بدست آمده از روش تحلیلی IFM تنها با تعداد ۵ المان

دارای دقتی بیش از ۶۰ درصد نسبت به روش DM با همین تعداد المان می‌باشد. حتی با افزایش تعداد المان‌ها به ۳۵، دقت روش IFM بیشتر از DM می‌باشد. در نهایت به این نتیجه می‌رسیم که دقت و سرعت روش تحلیلی IFM با تعداد المان‌های بسیار کم و اندازه‌های بزرگ بیشتر از روش تحلیلی DM بوده که در بهینه‌یابی و آنالیز سازه‌ها بسیار حائز اهمیت است.

۴-۴- آنالیز صفحه مربعی با تکیه‌گاه گیردار

در سومین مثال، یک صفحه فلزی با استفاده از روابط اجزاء محدود دوبعدی IFM توسط المان صفحه‌ای ۴ گرهی مطالعه شده است. صفحه فلزی در چهار طرف دارای تکیه‌گاه گیردار می‌باشد. همانطور که در شکل (۴-۶) نشان داده شده است این صفحه دارای طول و عرض ۲ متر و ضخامت ۵ میلیمتر بوده و همچنین تحت بار متمرکز ۵ کیلو نیوتن در مرکز صفحه قرار دارد. به منظور صحت‌سنجی، نتایج با نرم افزار آباکوس (Abaqus) با تعداد المان‌های متفاوت مقایسه شده است. با استفاده از روش‌های تحلیلی مقدار جابجایی در مرکز صفحه 0.3495 cm می‌باشد [28].



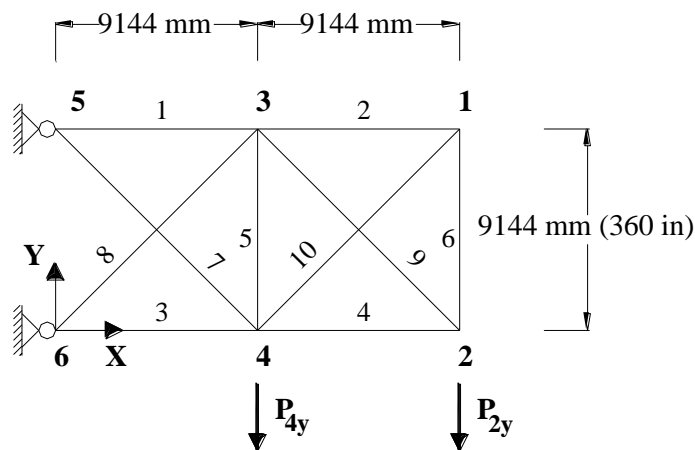
شکل ۴-۶: صفحه فلزی تحت بارگذاری متمرکز

جدول ۴-۵: مقادیر جابجایی در مرکز صفحه با استفاده از روش های IFM و نرم افزار آباکوس

	IFM	Abaqus	Analytical
Number of Elements	4 × 4	40 × 40	-
Max Displacement(cm)	0.3342	0.3378	0.3495

۴-۵- آنالیز و بهینه‌یابی خرپای ۱۰ میله ای

در مثال چهارم، یک خرپای مستوی ۱۰ میله ای توسط روش آنالیز IFM و الگوریتم ژنتیک جزیره ای (M.S.M) بهینه‌یابی شده است. این مثال الگوی بسیاری از الگوریتم‌های مطرح در دنیای بهینه‌یابی است. نیروهای خرپای ۱۰ میله ای نشان داده شده در شکل (۴-۷) با استفاده از روش IFM بدست آمده است. سپس با جایگذاری نیروهای بدست آمده در روابط، تنش و جابجایی‌ها محاسبه شده‌اند. به منظور تطبیق درستی نیروها و جابجایی‌های بدست آمده از روش آنالیز DM استفاده شده است.



شکل ۴-۷: خرپای ۱۰ میله ای

$$n = 10; m = 8; r = n - m = 2$$

نیرو در یال تحتانی خرپا به گره‌های ۲ و ۴ در راستای Y بشرح زیر وارد می‌شود:

$$P_{2,y} = P_{4,y} = -445.4_{KN} = -100_{Kips}$$

برای کلیه اعضای خرپا E و ρ بشرح زیر تعریف می‌شود:

$$E = 6897000 \frac{N}{cm^2} = 10^4 \text{ksi}$$

$$\rho = 0.0271264 \frac{N}{cm^3} = 0.1 \frac{lb}{in^3}$$

از سوی دیگر برای بهینه‌یابی سطح مقطع اعضای خرپا، مجموعه‌های لیست مقاطع $\{S\}$ بشرح زیر مورد استفاده قرار گرفته است.

$$a_i \in S_1 = \left\{ \begin{array}{l} 10.45, 11.61, 15.35, 16.90, 18.58, 19.94, 20.19, 21.81 \\ 23.42, 24.77, 24.97, 26.97, 28.97, 30.97, 32.06, 33.03 \\ 37.03, 46.58, 51.42, 74.19, 87.1, 89.68, 91.61, 100.0 \\ 103.23, 121.29, 128.39, 141.94, 147.74, 170.97 \\ 193.55, 216.13 \end{array} \right\} (cm^2); i = 1, \dots, 10$$

$$a_i \in S_1 = \left\{ \begin{array}{l} 1.62, 1.8, 2.38, 2.62, 2.88, 3.09, 3.13, 3.38, 3.63, 3.84 \\ 3.87, 4.18, 4.49, 4.80, 4.97, 5.12, 5.74, 7.22, 7.97, 11.5 \\ 13.5, 13.9, 14.2, 15.5, 16.0, 18.8, 19.9, 22.0, 22.9, 26.5 \\ 30.0, 33.5 \end{array} \right\} (in^2); i = 1, \dots, 10$$

$$a_i \in S_2 = \{0.645_{cm^2}, 3.226_{cm^2} * I(I = 1, 2, \dots, 76), 256.84_{cm^2}, 258.06_{cm^2}\}; i = 1, \dots, 10$$

$$a_i \in S_2 = \{0.1_{in^2}, 0.5_{in^2} * I(I = 1, 2, \dots, 76), 39.81_{in^2}, 40.0_{in^2}\}; i = 1, \dots, 10$$

در اکثر مقالات جواب بهینه به ازای مجموعه مقاطع S_1 بدست آمده است. ولی با توجه به اینکه هر قدر تعداد اعضای مجموعه مقاطع منفصل (Nos) بیشتر شود، روند بهینه‌یابی بواسطه افزایش طول کروموزوم و بالطبع کاهش سرعت همگرایی، کندتر می‌شود، لذا از مجموعه S_2 نیز جهت نمایش قدرت الگوریتم جستجوی چند منظوره (M.S.M) استفاده شده است.

هدف ما در این مسئله، حداقل کردن وزن سازه و یافتن سائز بهینه تحت قیود زیر می‌باشد:

$$\sigma_{all(Ten)} = \sigma_{all(Com)} = \pm 17240 \frac{N}{cm^2} = 25 \text{ksi}$$

$$\Delta_{all}^y = 5.08 C_m = 2_{in}$$

در ادامه برای هر عضو یک متغیر طراحی سطح مقطع در نظر گرفته شده است. بنابراین در حالتی که از مجموعه S_1 استفاده می‌شود؛ طول هر کروموزوم^۱ برابر 66 بیت و زمانی که از مجموعه S_2 استفاده می‌شود؛ طول هر کروموزوم برابر 88 بیت است.

حال برای کسب سبب بهینه، پارامترهای الگوریتم، به شرح جدول (۴-۶) در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۴-۶: پارامترهای M.S.M برای خرابای مستوی شش گرهی

پارامترهای جزایر روش جستجوی چند منظوره			
جزیره (۱)			
روش انتخاب: روش چرخ گردان	پیوند یک نقطه ای	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
جزیره (۲)			
روش انتخاب: روش تورنومنت	پیوند دو نقطه ای	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
جزیره (۳)			
روش انتخاب: چرخ گردان	پیوند یکنواخت	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
جزیره (۴)			
روش انتخاب: روش تورنومنت	پیوند دو نقطه ای	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
جزیره (۵)			
روش انتخاب: تصادفی	پیوند یکنواخت	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
نرخ ادغام برای تمامی جزیره ها: 0.8			
پارامترهای عمومی الگوریتم جستجوی چند منظوره			
تعداد اعضای جمعیت: 30	ثابت K: 10	تعداد مراحل نسل سازی: 100	
پارامترهای اختصاصی الگوریتم جستجوی چند منظوره			
نرخ مهاجرت: 0.3	وقفه مهاجرت: 10		

در جدول (۴-۷) نتایج طرح بهینه به ازای مجموعه مقاطع S_2 توسط الگوریتم جستجوی چند

^۱ . Length Of Chromosome

منظوره، الگوریتم ژنتیک ساده^۱ (S.GA) و مراجع [29] و [30] ارائه و مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود وزن بدست آمده از روش M.S.M کمتر از روش S.GA و مراجع ذکر شده می‌باشد که نشان از عملکرد مناسب روش آنالیز IFM و M.S.M دارد.

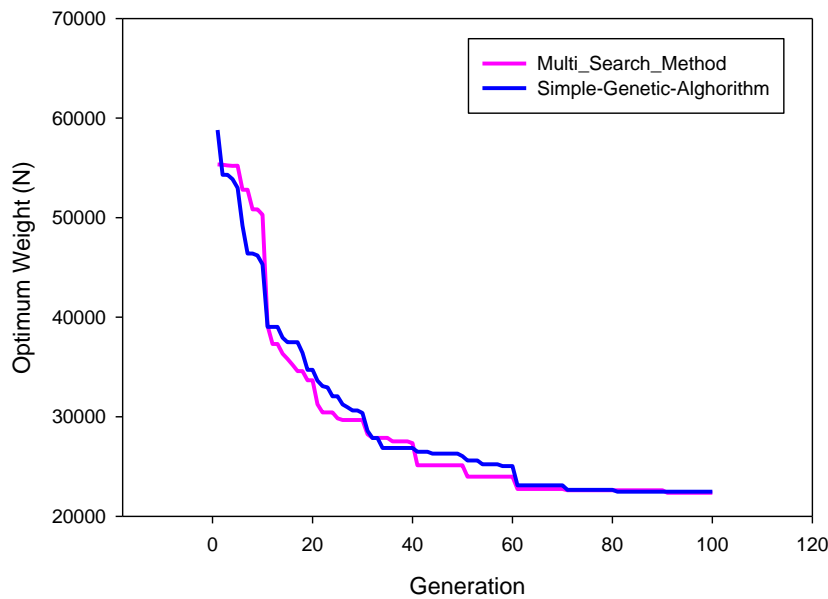
جدول ۴-۷: نتایج طرح بهینه خرپای مستوی شش گرهی منتخب از لیست مقاطع S_2

وزن N(Ib)	نتایج طرح بهینه
22958.6(5061.42)	مرجع [29]
22540(5067.19)	مرجع [30]
22483.4(5054.46)	S.GA
22358(5026.27)	M.S.M

نمودار وزن بهینه خرپای مستوی در خلال نسل سازی‌ها، توسط الگوریتم جستجوی چند منظوره و الگوریتم ژنتیک ساده در شکل (۴-۸)، نشان داده شده است.

همان طور که ملاحظه می‌شود؛ الگوریتم جستجوی چند منظوره به سرعت همگرا شده و قبل از نسل صدم به جواب بهینه رسیده است. مقدار نهایی وزن بدست آمده در نسل ۱۰۰ الگوریتم ژنتیک چند منظوره کمتر از الگوریتم ژنتیک ساده می‌باشد.

^۱ - Simple Genetic Algorithm

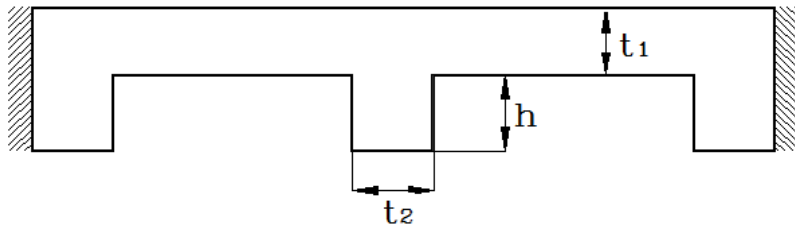


شکل ۴-۸: روند بهینه یابی توسط الگوریتم جستجوی چند منظوره و الگوریتم ژنتیک ساده

۴-۶- آنالیز و بهینه یابی دال مجوف به ابعاد $m^2 (2 \times 2)$

در پنجمین مثال به آنالیز و بهینه یابی یک دال مجوف با استفاده از روش آنالیز IFM و الگوریتم ژنتیک (M.S.M) پرداخته شده است. در روش آنالیز IFM کف دال بصورت صفحه فرض شده است. ماتریس تعادل از ادغام ماتریس تعادل صفحه و ماتریس تعادل تیر براساس درجات آزادی گره ها بدست آمده است. البته برای افزایش دقت نتایج بدست آمده می توان کف دال را بصورت پوسته مدل کرده و ماتریس تعادل کل سازه را از ادغام ماتریس تعادل پوسته و ماتریس تعادل تیر بدست آورد.

مقطع عرضی دال در شکل (۴-۹) نشان داده شده است. t_1 ، t_2 و h به ترتیب ضخامت دال، عرض تیر و ارتفاع قسمت برجسته تیر می باشند که هر سه به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده اند.



شکل ۴-۹: مقطع عرضی دال مجوف

مشخصات مصالح سقف بشرح زیر تعریف می شود:

$$E = 14 \times 10^8 \text{ N/m}^2$$

$$\rho = 2300 \text{ Kg/m}^3$$

از سوی دیگر مجموعه های لیست مقاطع $\{S\}$ بشرح زیر مورد استفاده قرار گرفته است.

$$t_1 \rightarrow a_i \in S_1 = \{6,6.5,7,7.5,8,8.5,9,9.5,10,10.5,11,11.5,12\} (Cm); i = 1$$

$$t_2 \rightarrow a_i \in S_2 = \{8,8.5,9,9.5,10,10.5,11,11.5,12,12.5,13,13.5,14\} (Cm); i = 1$$

$$h \rightarrow a_i \in S_3 = \{6,6.5,7,7.5,8,8.5,9,9.5,10,10.5,11,11.5,12\} (Cm); i = 1$$

هر قدر تعداد عناصر مجموعه مقاطع منفصل (Nos) بیشتر باشد، روند بهینه یابی بواسطه افزایش

طول کروموزوم و بالطبع کاهش سرعت همگرایی، کندتر می شود.

هدف ما در این مسئله، حداقل کردن وزن دال مجوف و یافتن ابعاد بهینه آن تحت قیود زیر

می باشد:

$$f_c = 200 \text{ Kg/Cm}^2$$

$$\sigma_{all(Com)} = 0.6 \times f_c = 120 \text{ Kg/Cm}^2$$

$$\sigma_{all(r)} = 0.63 \times \sqrt{f_c} = 89 \text{ Kg/Cm}^2$$

$$\Delta_{all} = 6_{mm}$$

عملیات بهینه‌یابی در دو حالت مش‌بندی 2×2 با چهار المان و 4×4 با هشت المان انجام داده می‌شود. در نهایت نتایج بهینه‌یابی مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

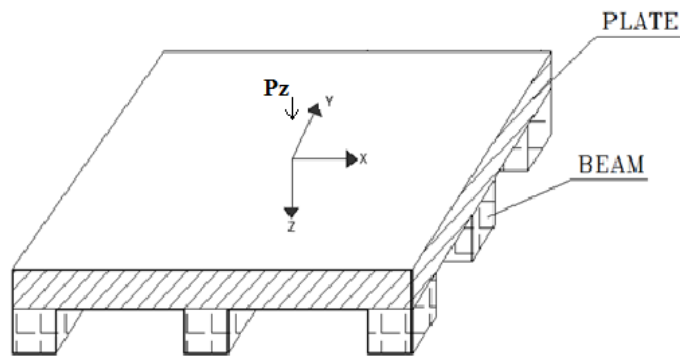
به منظور بررسی عملکرد برنامه آنالیز IFM، مقدار جابجایی در مرکز دال به ازای مشخصات مقاطع ($t_1 = 6_{cm}, t_2 = 8_{cm}, h = 6_{cm}$) و تعداد المان‌های مختلف با مقدار جابجایی بدست آمده از برنامه آباکوس در جدول (۸-۴) مقایسه شده است.

جدول ۸-۴: مقایسه مقدار جابجایی مرکز دال روش آنالیز IFM و نرم افزار آباکوس

	IFM	IFM	Abaqus
Number of Elements	2×2	4×4	30×30
Max Displacement(cm)	0.718	0.862	0.889

در ادامه برای هر کدام از پارامترهای t_1 ، t_2 و h یک متغیر طراحی در نظر گرفته شده است. بنابراین با توجه به لیست مقاطع مجموعه‌های S_1 ، S_2 و S_3 طول هر کروموزوم برابر 3×3 بیت است.

$$P_z = 15_{KN}$$



شکل ۴-۱۰: نمایش مقطعی از دال

مطابق شکل (۴-۱۰) کف دال بصورت صفحه مدل شده و از ترکیب ماتریس تعادل المان صفحه

و المان تیر در هر گره، ماتریس تعادل همانطور که در قسمت (۳-۴-۵) ذکر شده است بصورت زیر

تشکیل می‌شود:

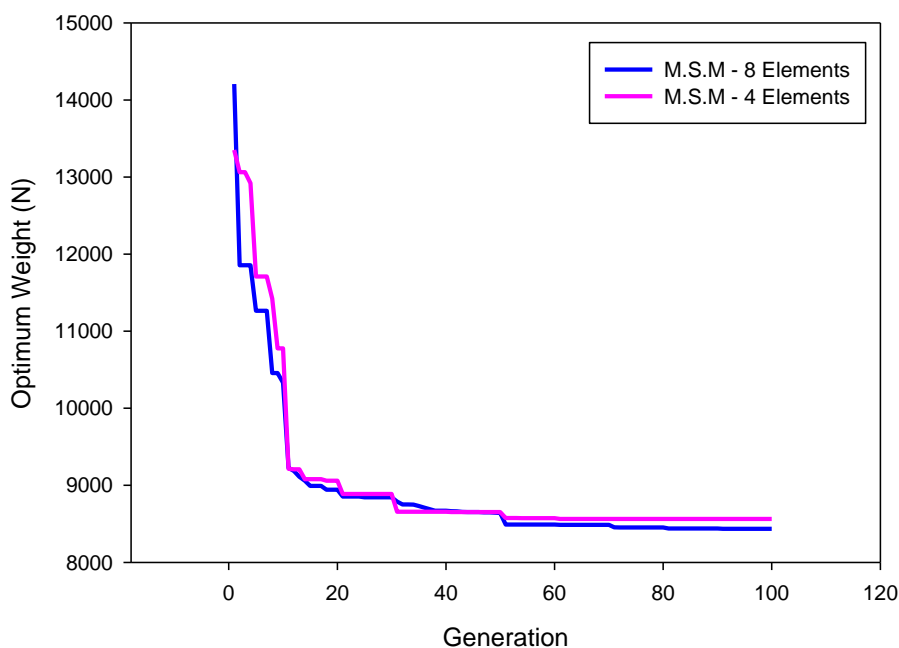
$$[B_E]_{Slab} = \begin{bmatrix} 0 & b & 0 & -\frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & a & -\frac{2a^2}{5} & -2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & -\frac{b^3}{15} & -a & \frac{2a^2}{5} & ab & -\frac{2a^2b}{5} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -b & ab & \frac{2b^2}{5} & -\frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & \frac{a^2}{3} & -\frac{a^3}{15} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & b & 0 & \frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & -a & \frac{2a^2}{5} & 2 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -\frac{b^2}{3} & 0 & -\frac{b^3}{15} & a & -\frac{2a^2}{5} & ab & -\frac{2a^2b}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 2a \\ -b & ab & -\frac{2b^2}{5} & \frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & -\frac{a^2}{3} & \frac{a^3}{15} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & -\frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & -a & -\frac{2a^2}{5} & -2 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{b^2}{3} & 0 & \frac{b^3}{15} & a & \frac{2a^2}{5} & ab & \frac{2a^2b}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 2a \\ b & ab & \frac{2b^2}{5} & \frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & \frac{a^2}{3} & \frac{a^3}{15} & 0 & 0 & 2a & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & \frac{2b^2}{5} & 0 & 0 & a & \frac{2a^2}{5} & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b^2}{3} & 0 & -\frac{b^3}{15} & -a & -\frac{2a^2}{5} & ab & \frac{2a^2b}{5} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ b & ab & -\frac{2b^2}{5} & -\frac{2ab^2}{5} & 0 & 0 & -\frac{a^2}{3} & -\frac{a^3}{15} & 0 & 0 & 2a & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

برای انجام سائز بهینه یابی پارامترهای الگوریتم، به شرح جدول (۴-۹) در نظر گرفته می شود.

جدول ۴-۹: پارامترهای روش M.S.M برای دال مجوف

پارامترهای جزایر روش جستجوی چند منظوره			
جزیره (۱)			
روش انتخاب : روش چرخ گردان	پیوند یک نقطه ای	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
جزیره (۲)			
روش انتخاب: روش تورنومنت	پیوند دو نقطه ای	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
جزیره (۳)			
روش انتخاب: چرخ گردان	پیوند یکنواخت	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
جزیره (۴)			
روش انتخاب : روش تورنومنت	پیوند دو نقطه ای	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
جزیره (۵)			
روش انتخاب : تصادفی	پیوند یکنواخت	بیشترین میزان نرخ جهش: 0.5	کمترین میزان نرخ جهش: 0.02
نرخ ادغام برای تمامی جزیره ها: 0.8			
پارامترهای عمومی الگوریتم جستجوی چند منظوره			
تعداد اعضای جمعیت : 30	ثابت K : 10	تعداد مراحل نسل سازی : 100	
پارامترهای اختصاصی الگوریتم جستجوی چند منظوره			
نرخ مهاجرت : 0.3		وقفه مهاجرت : 10	

جهت شرح بی نیازی الگوریتم (M.S.M) به پارامترهای GA، همان مقادیر جدول (۴-۶) برای جزایر الگوریتم پیشنهادی مجدداً استفاده شده است. نمودار وزن بهینه دال توسط روش جستجوی چند منظوره در خلال نسل ها توسط تعداد المان های متفاوت و قید تنش در شکل (۴-۱۱)، نشان داده شده است.



شکل ۴-۱۱: روند بهینه یابی توسط الگوریتم جستجوی چند منظوره با قید تنش و جابجایی

همان طور که ملاحظه می شود؛ الگوریتم جستجوی چند منظوره به سرعت همگرا شده و قبل از نسل ۱۰۰ به جواب بهینه رسیده است. در جدول (۴-۱۰) مقادیر وزن کمینه دال مجوف به ازای دو نوع مشبندی ارائه شده است.

جدول ۴-۱۰: مقایسه وزن بهینه بدست آمده از الگوریتم جستجوی چند منظوره با تعداد المان های متفاوت

Number of Element	Weight – N (lb)
2×2	9178.37 (2063.37)
4×4	9084.13(2042.19)

$$2 \times 2 \text{ Elements } (t_1 = 8.5, t_2 = 9, h = 7)$$

$$4 \times 4 \text{ Elements } (t_1 = 8.5, t_2 = 9, h = 7.5)$$

همان طور که ملاحظه می شود؛ الگوریتم جستجوی چند منظوره به سرعت همگرا شده و قبل از نسل ۱۰۰ به جواب بهینه رسیده است.

فصل پنجم:

نتیجه گیری و پیشنهادات

۵-۱- مقدمه

در این فصل به بیان خلاصه ای از نتایج و دستاوردهای حاصل از این پایان نامه پرداخته می‌شود. همچنین جهت ادامه پژوهش در آینده با پیشنهاداتی در این زمینه ارائه شده است. بر اساس آنچه در فصول قبل مطرح شد، نتایج زیر حاصل می‌شود.

۵-۲- نتایج

نتایج بدست آمده به شرح زیر می‌باشد:

۱. نتایج حاصل بیانگر آنست که فرآیند تحلیلی روش IFM ضمن ارائه مزایای مختلف، دارای دقت قابل توجهی می‌باشد. به عبارت دیگر روش IFM با حجم محاسبات کمتر نسبت به روش DM دارای دقت بالاتری می‌باشد. این روش با استفاده از فرآیند درونیابی نیروها مقادیر تنش حاصل از بارگذاری را با خطای کمتری محاسبه می‌نماید. از سوی دیگر روش IFM ضمن برقراری سازگاری کرنش المان‌ها با استفاده از روابط سازگاری، به جای پیوستگی جابجایی‌ها در روش DM، نتایج مناسبی با توجه به رفتار سازه ارائه می‌دهد.
۲. در سازه‌هایی با محیط پیوسته، روش آنالیز IFM می‌تواند با مش‌بندی کمتر و اندازه مش درشت نتایجی با دقت بیشتر نسبت به روش DM با همان تعداد مش بدست دهد. این مزایا در بهینه‌یابی سازه‌هایی با محیط پیوسته دارای اهمیت بالایی بوده و بهتر کاربرد دارد. بنابراین می‌توان ادعان داشت که در صورت نیاز به آنالیز در برخی از زمینه‌ها از قبیل فرآیند بهینه‌یابی سازه‌ها و ... ، روش IFM دارای مزایای قابل توجهی جهت کسب طرح موردنظر می‌باشد.
۳. در روش آنالیز IFM با کاهش تعداد المان‌ها می‌توان بطور محسوسی سرعت عملیات بهینه‌یابی را افزایش داد.

۴. یکی دیگر از مزایای روش IFM بازنویسی روابط روش DM بر اساس روابط IFM می‌باشد (DIFM). در صورتی که عکس این قضیه امکان پذیر نمی‌باشد و نمی‌توان روابط IFM را بر اساس روابط DM بدست آورد.

۵. الگوریتم مطروحه با استعانت از شیوه پیشنهادی روش جستجوی چند منظوره (M.S.M)، در نیل به نقطه کمینه داری سرعت همگرایی چشمگیری می‌باشد. در واقع به دلیل آن که جمعیت اصلی به زیرجمعیت‌های کوچکتری تقسیم می‌شوند و هر جزیره مسئول پرورش زیرجمعیت مربوط به خود می‌باشد؛ لذا سرعت همگرایی در هر یک از جزایر به سبب کوچکی جمعیت محوله، بطور فزاینده‌ای رشد می‌نماید. با استعانت از شیوه توزیع جزیره‌ای در الگوریتم پیشنهادی (M.S.M)، جواب‌های الگوریتم مطروحه، از تنوع خاص برخوردارند. لذا فضای طراحی با طیف بیشتری مورد کاوش قرار می‌گیرد.

۵-۳- پیشنهادات

جهت تحقیقات آینده، مطالب زیر پیشنهاد می‌شود:

۱. بدست آوردن معادلات سازگاری بصورت غیر مستقیم در IFM برای سازه‌های در مقیاس کوچک فرمولبندی شده است. برای سازه‌های بزرگ فرمولبندی معادلات سازگاری بصورت اتوماتیک پیچیده می‌باشد. بنابراین ارائه روشی برای ساختارهای پیچیده تر یک کار چالش برانگیز می‌باشد.
۲. روابط اجزاء محدود ارائه شده برای آنالیز سازه به روش خطی می‌باشد. با توجه به مزایای روش IFM می‌توان این روش را برای آنالیز غیر خطی سازه گسترش داد.
۳. روابط اجزاء محدود ارائه شده برای آنالیز سازه تحت بارگذاری استاتیکی می‌باشد. پیشنهاد می‌شود که روش IFM برای آنالیز سازه تحت بارگذاری دینامیکی گسترش یابد.

۴. در این پایان نامه بهینه‌یابی سطح مقطع با استفاده از روش آنالیز IFM انجام شده است که می‌توان این روش را برای بهینه‌یابی شکل و توپولوژی نیز گسترش داد.

پیوست:

پیوست-۱: روش SVD

SVD ماتریس A را می‌توان با ابعاد $m \times n$ بصورت تجزیه‌ی ماتریس A به سه ماتریس Σ ، R و Γ که با معادله (پ-۱) نشان داده شده است.

$$A_{m \times n} = R_{m \times n} \Sigma_{m \times n} \Gamma_{n \times n}^T \quad (\text{پ-۱})$$

ماتریس‌های R و Γ متعامد بوده و Σ ماتریسی قطری با ابعاد $m \times n$ است که عناصر قطر اصلی آن شامل مقادیر سینگولار (σ) می‌باشند. به نحوی که این مقادیر بطور نزولی بر قطر اصلی ماتریس Σ قرار گرفته‌اند که در رابطه (پ-۲) بیان شده است.

$$\sigma_{1,1} \geq \sigma_{2,2} \geq \dots \geq \sigma_{m,n} \geq 0 \quad (\text{پ-۲})$$

پیوست-۱-۱: اجزای SVD

در این قسمت بطور خلاصه نحوه استخراج سه ماتریس R ، Σ و Γ تشریح خواهد شد. با فرض ماتریس A با ابعاد ذکر شده، $A^T A$ ماتریس متقارن و مربعی با ابعاد $n \times n$ بوده که دارای مقادیر ویژه حقیقی، مثبت و بردارهای ویژه متعامد خواهد بود. که در رابطه (پ-۳) بیان شده است.

$$A^T A = (R \Sigma \Gamma^T)^T (R \Sigma \Gamma^T) \rightarrow A^T A = \Gamma \Sigma^2 \Gamma^T \quad (\text{پ-۳})$$

فرم تولید شده در معادله (پ-۳) نشان دهنده این مطلب است که ماتریس Σ^2 در این رابطه بر اساس تعریف مقادیر ویژه، شامل بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه موجود در ماتریس Σ^2 خواهد بود.

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r \geq \lambda_{r+1} = \lambda_{r+2} = \dots = \lambda_n = 0 \quad (\text{پ-۴})$$

باید توجه داشت که مقادیر ویژه صفر نیز ممکن است وجود داشته باشد و تعداد مقادیر ویژه

غیر صفر برابر با رتبه^۱ ماتریس $A^T A$ خواهد بود. با توجه به مطالب گفته شده مقدار سینگولار عبارت است از ریشه دوم مقادیر ویژه ماتریس Σ^2 ، که بصورت رابطه (پ-۵) بیان شده است.

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (\text{پ-۵})$$

شایان ذکر است که اگر ماتریس A دارای $\text{Rank}(A)=r$ باشد، آنگاه رتبه ماتریس $A^T A$ نیز برابر r خواهد بود و تعداد r نیز برابر با تعداد مقادیر ویژه غیر صفر ماتریس Σ^2 می باشد. بر اساس تئوری مطرح شده ماتریس Γ به دو زیر ماتریس بصورت رابطه (پ-۶) تقسیم خواهد شد.

$$\Gamma_1 = [\Gamma'_1, \Gamma'_2, \dots, \Gamma'_r], \Gamma_2 = [\Gamma'_{r+1}, \Gamma'_{r+2}, \dots, \Gamma'_n] \quad (\text{پ-۶})$$

که ماتریس Γ_1 شامل بردارهای ویژه Γ_1 متناظر با مقادیر ویژه غیر صفر بوده و ماتریس Γ_2 نیز شامل بردارهای ویژه Γ_2 متناظر با مقادیر ویژه صفر می باشد.

ساختار ماتریس Σ ، ماتریسی قطری بوده که مقادیر سینگولار روی قطر اصلی آن قرار دارند. از این رو با تشکیل زیر ماتریس مربعی Σ_1 با ابعاد $r \times r$ که شامل مقادیر سینگولار غیر صفر بر روی قطر اصلی آن می باشد، در ساختار ماتریس Σ بصورت رابطه (پ-۷) جایگذاری می شود:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (\text{پ-۷})$$

در ماتریس R نیز مطابق رابطه (پ-۸) می توان ارتباط آن را با سایر عناصر موجود در این تجزیه نشان داد:

$$A\Gamma = R\Sigma \quad (\text{پ-۸})$$

$$[Av_1, Av_2, \dots, Av_r, Av_{r+1}, \dots, Av_n] = [\sigma_1 u_1, \sigma_2 u_2, \dots, \sigma_r u_r, 0_{r+1}, \dots, 0_n]$$

که در این رابطه σ_1 یک اسکالر بوده و بردارهای $u_{m \times 1}^i$ و $v_{n \times 1}^i$ هر دو بردارهایی ستونی می باشند. از ضرب ماتریس A به بردار v_i برداری هم بعد با بردار u_i تولید خواهد شد. که از تساوی دو بردار

^۱ - Rank

مطرح شده به راحتی می توان بردارهای ستونی u_i را با استفاده از رابطه (پ-۹) محاسبه نمود.

$$u_i = \frac{Av_i}{\sigma_i}, i = 1, 2, \dots, r \quad (\text{پ-۹})$$

رابطه (پ-۹) محدود به استفاده از مقادیر سینگولار غیر صفر بوده و لذا با استفاده از روش فوق تنها قادر به تعیین بخشی از بردارهای ستونی ماتریس R خواهیم بود که تعداد آن برابر با تعداد رتبه ماتریس $A^T A$ می باشد. با توجه به مطالب فوق ماتریس مفروض R بصورت رابطه (پ-۱۰) به دو زیر ماتریس تقسیم خواهد شد.

$$R = [R_1, R_2] \quad (\text{پ-۱۰})$$

$$R_1 = [u_1, u_2, \dots, u_r], R_2 = [u_{r+1}, u_{r+2}, \dots, u_m]$$

همانطور که در رابطه (پ-۱۰) مشاهده می شود، بردارهای زیر ماتریس R_2 بخاطر تناظرشان با مقادیر سینگولار صفر در ماتریس Σ هیچ تاثیری در برآورد ماتریس A ندارند.

$$R \Sigma \Gamma^T = [R_1, R_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [\Gamma_1, \Gamma_2]^T \rightarrow [R_1, R_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1^T \\ \Gamma_2^T \end{bmatrix}$$

$$[R_1, R_2] \begin{bmatrix} \Sigma_1 \Gamma_1^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = R_1 \Sigma_1 \Gamma_1^T + [0]_{m \times n}, R_1 \Sigma_1 = A \Gamma_1 \quad (\text{پ-۱۱})$$

$$R_1 \Sigma_1 \Gamma_1^T = A \Gamma_1 \Gamma_1^T = A I = A$$

پیوست-۲: ماتریس معکوس مور-پنروز

می دانیم که همه ی ماتریس های مربعی معکوس پذیر نیستند. در سال های اخیر محققان در زمینه های متنوعی از ریاضیات کاربردی به نوعی از معکوس جزئی یک ماتریس که معکوس ناپذیر یا حتی مستطیلی باشد نیاز پیدا کرده اند. برای این منظور نوعی معکوس به نام معکوس تعمیم یافته معرفی شده است که اگر A ماتریس دلخواه باشد ماتریس B که در شرط $ABA=A$ صدق می کند معکوس تعمیم یافته می گویند که در برخی موارد به معکوس معمولی شبیه است. پنروز در سال ۱۹۵۵ نشان داد که برای هر ماتریس متناهی A با درایه های مختلط یک ماتریس B وجود دارد که در چهار

معادله زیر صدق می کند:

$$1) ABA = A$$

$$2) BAB = B$$

$$3) (AB)^* = AB$$

(پ-۱۲)

$$4) (BA)^* = BA$$

چنین ماتریسی، معکوس مور پنروز نامیده می شود و با A^\dagger نمایش داده می شود. که A^* عملگر

الحاق است. هر گاه X و Y فضاهاى هیلبرت باشند و $A \in L(X, Y)$ آنگاه عملگر منحصر به فرد

$B \in L(Y, X)$ که در تساوی $(Ax, y) = (x, By)$ صدق می کند که عملگر الحاق A می نامند و با

$B = A^*$ نشان می دهند.

- [1] Love, A. E. H., **1944**, "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity", Dover, New York.
- [2] Timoshenko, S., **1953**, "History of Strength of Material", McGraw-Hill, New York.
- [3] Przemieniecki, J. S., **1979**, "Theory of Matrix Structural Analysis", John Wiley, New York.
- [4] Robinson, J., **1973**, "Integrated Theory Finite Element Methods", John Wiley, New York.
- [5] Cook, R. D. et al., **1989**, "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", Wiley, New York.
- [6] Kaneko, I., Lawo, M. and Thierauf, G., **1982**, "On computational procedures for the force method", International Journal of Numerical Method in Engineering, Vol. 18, pp. 1469- 1495.
- [7] Patnaik S. N., Berke, L., and Gallagher, R. H., **1991**, "Integrated Force Method versus Displacement Method for Finite Element Analysis", Computers and Structures, Vol. 38, pp. 377-407.
- [8] Patnaik, S. N. and Yadagiri, S., **1982**, "Frequency analysis of structure by integrated force method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 83, pp. 93-109.
- [9] Adarraga, I., Cantera, M. A., Romera, J. M., Insausti, N., & Mujika, F., **2014**, "The dual integrated force method applied to unidirectional composites", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 98(9), 663-677
- [10] Patnaik, S. N., Berke, L., and Gallagher, R.H., **1991**, "Compatibility conditions of structural mechanics for finite element analysis", AIAA Journal, Vol.29, pp. 820-829.
- [11] Nagabhusanam, J. and Patnaik, S. N., **1985**, "General purpose program to generate compatibility matrix for the integrated force method". AIAA Journal, Vol. 28, pp. 1838-1842.

- [12] Kaljevic, I., Patnaik, S. N and Hopkins, D.A., **1996**, "Developments of finite elements for two dimensional structural analysis using the integrated force method", Computers and Structures, Vol. 59, No. 4, pp. 691-706.
- [13] Kaljevic, I., Patnaik, S.N. and Hopkins, D.A., **1996**, " Three dimensional structural analysis by the integrated force method," Computers and Structures", Vol.58, pp.869-886.
- [14] Patnaik, S. N. and Yadagiri, S., **1982**, "Frequency analysis of structure by integrated force method, "Journal of Sound and Vibration", Vol. 83, pp. 93-109.
- [15] Patnaik, S.N., **1986**, "Integrated force method versus standard force method", Computers and Structures, Vol.22, pp.151-163.
- [16] Patnaik, S.N., **1986**, "Behavior of truss with stress and displacement constraints", Computers and Structures, Vol.22, pp. 619-623.
- [17] Patnaik, S.N., **1989**, "Analytical initial design for optimization by the integrated force method", Computer and Structures", Vol. 33, pp.265-268.
- [18] Patnaik, S.N., Guptill, J.D. and Berke, L., **1993**, "Singularity in structural optimization", International Journal of Numerical Method in Engineering, Vol.36, pp.931-944.
- [19] Patnaik, S.N., Gendy, A.S., Berke, L. and Hopkins, D.A., **1997**, "Modified fully utilized (MFUD) method for stress and displacement constraints", NASA TM - 4743.
- [20] Singh, A., **2006**, "*Structural optimization and sensitivity analysis using finite element force method*", Doctoral dissertation, Concordia University.
- [21] Golub, G.H., and Van Loan., **1996**, Matrix Computations, third edition, the Johns Hopkins Press, Baltimore.
- [22] Spilker, R.L. and Singh, S.P., **1982**, "Three dimensional hybrid-stress isoparametric quadratic displacement elements", International Journal of Numerical Method Engineering, Vol. 18, pp. 445-465.
- [23] Pian, T.H.H., **1969**, "A Historical note about hybrid elements", International Journal of Numerical method in Engineering, Vol. 1, pp. 3-28.

[۲۴] طالب پور م. ح.، ۱۳۸۷، پایان نامه ارشد: " بهینه یابی سطح مقطع و توپولوژی خرپاها با استفاده از روش‌های

نویسندگان: "، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[۲۵] شبستانی م.، ۱۳۹۲، پایان نامه ارشد: "بهینه یابی سازه های قاب خمشی فولادی با استفاده از الگوریتم ژنتیک

تعمیم یافته تحت قیود قابلیت اعتماد" ، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[26] Ghasemi M.R. Hinton E and Wood RD., **1999**, "Optimization of trusses using genetic algorithms for discrete and continuous variables", *Engineering Computations*, No. 3, 16, pp.272-301.

[27] Adarraga I, Romera JM, Cantera MA, Insausti N and Mujika F., **2016**, "Application of the dual integrated force method to the analysis of the off-axis three-point flexure test of unidirectional composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 50(3), pp. 413–426.

[28] Timosheno, S.P., Gere, J.M., **1961**, "Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill", New York.

[29] Degertekin, SO., **2012**, "Improved Harmony Search Algorithms for Sizing Optimization of Truss Structures", *Computers & structures*, Vol. 92, pp.229-241.

[30] Eskandar, A., Sadollah, A., and Bahreininejad, A., **2013**, "Weight Optimization of Truss Structures Using Water Cycle Algorithm", *Iran University of Science & Technology*, Vol. 3(1), pp.115-129.

[31] Doiphode, G. S., **2014**, "Development of integrated force method for the analysis of framed and continuum structures", *Doctoral dissertation*, Maharaja Sayajirao University of Baroda.

[32] Patnaik, S., **1973**, "An integrated force method for discrete analysis", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 6(2), 237-251.

[33] Patnaik, S. N., Hopkins, D. A., Aiello, R. A., & Berke, L., **1992**, "Improved accuracy for finite element structural analysis via an integrated force method", *Computers & structures*, 45(3), 521-542.

[34] Patnaik, S. N., & Joseph, K. T., **1986**, "Generation of the compatibility matrix in the integrated force method", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 55(3), 239-257.

[35] Dhananjaya, H., Pandey, P.C., and Nagabhushanam, j., **2005**, "Mindlin-reissner theory based new 4-noded Quadrilateral plate bending element for integrated force

method", Journal of Structure Engineering, Vol. 32, NO.3, pp.179-194.

[36] Dhananjaya, R.H., Nagabhshanam, J., and pandey P.C., **2005**, "Automatic generation of plate bending finite elements equilibrium and flexibility matrices using integrated force method", Proceeding of 1st National Conference on Recent Developments in Structural Engineering, PP. 67-72.

[37] Dhananjaya, H. R., Nagabhushanam, J., & Pandey, P. C., **2010**, "Closed form solutions for element matrices of 4-node rectangular plate element using IFM", *Electronic Journal of Structural Engineering*.

[38] Patnaik, S. N., Coroneos, R. M., & Hopkins, D. A., **1997**, "Dynamic analysis with stress mode animation by the integrated force method".

[39] Patnaik, S. N., & Yadagiri, S., **1978**, "Design for frequency by the integrated force method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 16(2), 213-230.

Abstract

In the recent years, efforts have been done to revitalize the force method. A new automated force method formulation known as the Integrated Force Method (IFM) has been developed by Patnaik. The independent forces are treated as unknown variables which are obtained using both the equilibrium equations and the compatibility conditions.

Unlike the conventional Stiffness method or Displacement method (DM) where Stresses are calculated from the approximate differential of displacement, IFM applies Interpolation of forces. That is why this method is more accurate in the calculation of stress and requires less mesh density in the process of structural analysis. In addition, in the analysis of continuum the calculation speed is increased by reducing the number of elements. It has also been successfully extended to the free vibration and buckling analysis of the structures.

Therefore, in this thesis the use of IFM in analyse of various structures has been investigated and a comparison between IFM and DM has been done. In this regard, the basic equations of finite element method IFM for the analysis of structures is presented.

Finally, for investigating the proficiency of this method of analysis optimization of a truss structure and a concrete slab using Multi search Method and Simple Genetic Algorithm with different number of elements has been done to investigate the proficiency of this method of analysis

Keywords: Force Method, Integrated Force Method, Displacemnt Method, Optimization, Woffle Concrete Slab, Genetic Algorithm.



Faculty of Civil Engineering

MSc Thesis in of Civil Engineering

**Optimization Waffle Slab's use the Integrated Force Method and
Genetic Algorithm**

By: Nahid Soufivand

Supervisor:

Dr. Vahid Reza Kalatjari

Adviser:

Dr. Mohammad Hossein Talebpour

July 2016