



## پایان نامه کارشناسی ارشد

رشته و گرایش

مهندسی عمران-سازه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

عنوان:

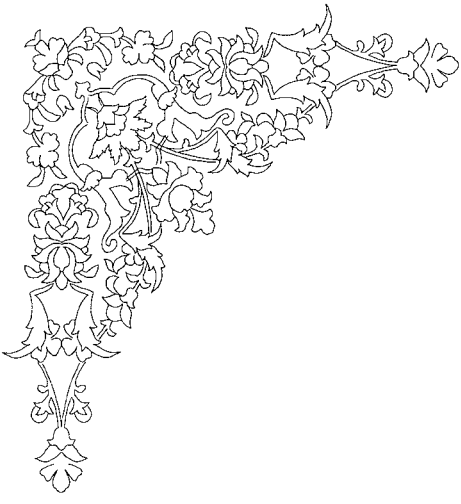
# تحلیل دینامیکی غیر خطی توسط موجک هار

استاد راهنما: دکتر محسن طالب زاده

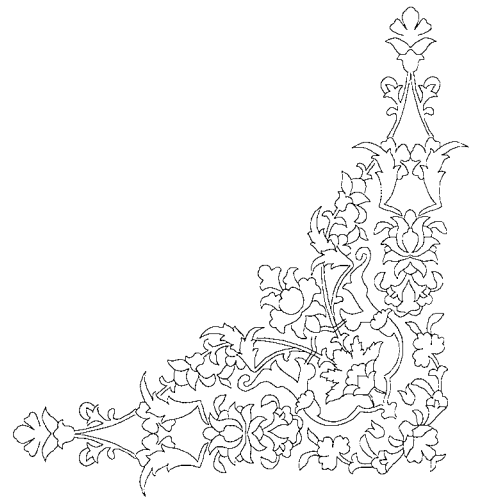
استاد مشاور: دکتر علی کیهانی

دانشجو: محمد اعظمی

تابستان ۱۳۸۶



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



## چکیده :

تحلیل سازه ای که تاکنون مورد بررسی قرار گرفته با فرض خطی بودن رابطه بین بارهای خارجی و نیروهای داخلی سازه بوده که در صورت نیاز به دقت بالاتر می بایست رابطه غیر خطی بین آنها در نظر گرفته شود ؛ در این پایان نامه رابطه به صورت غیر خطی در نظر گرفته شده و ماتریس سختی مماسی سیستم محاسبه شده و تحلیل استاتیکی غیر خطی تشریح شده است . همچنین تاکنون روشهای مختلفی برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت ارتعاشی سیستم یک درجه آزادی ارائه شده است . حل دقیق این معادله بستگی به شکل تابع بار دارد بطوریکه برای برخی از توابع بار امکان پذیر بوده و برای برخی دیگر ناممکن است . به همین سبب روشهای عددی مانند انتگرال دوهمامل از یک سو و تقریب سازیهایی مثل تبدیل فوریه از سوی دیگر شکل گرفته اند . استفاده از موجک در دو دهه اخیر برای تقریب سازی امواج مختلف مخصوصاً در علم الکترونیک رایج شده است . کاربرد مهم دیگر موجک در علم ریاضی و برای حل انواع مختلف معادلات دیفرانسیل می باشد . تنوع بسیار زیاد در شکل موجکها و همچنین موفقیت زیاد این روش در تحلیل امواج ، نشان می دهد که استفاده از موجک برای کار با امواج زلزله نیز می تواند مفید باشد. در این پایان نامه با استفاده از موجک هار روشی برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش سیستمهای چند درجه آزادی معرفی گردیده است و نشان داده شده است که این روش علاوه بر سیستمهای خطی ، برای سیستمهای غیر خطی نیز قابل استفاده است . مزیت این روش رابطه ریاضی نسبتاً ساده و همچنین کلی بودن آن می باشد که امکان استفاده از آن برای هر نوع بارگذاری به سادگی میسر می سازد . با استفاده از روش ارائه شده چند مثال عددی حل گردیده و سپس نتیجه با جواب دقیق و روشهای عددی دیگر مقایسه و در رابطه با سرعت ، دقت و کارایی آن بحث شده است .

## فهرست مطالب

| صفحه | عنوان   |
|------|---|
| ۲    | مقدمه   |
|      | فصل اول   |
| ۶    | مروری بر مطالعات انجام شده                            |
|      | فصل دوم   |
|      | تحلیل غیر خطی ارتجاعی - خمیری تحت اثر بارهای استاتیکی |
| ۱۰   | ۱-۲-۱-مقدمه   |
| ۱۱   | ۲-۲-۲-تحلیل تغییر شکلهای بزرگ                         |
| ۱۱   | ۲-۲-۱-روابط نیرو-تغییر مکان عضو                       |
| ۱۷   | ۲-۲-۲-معادلات تعادل سیستم                             |
| ۱۸   | ۲-۲-۳-ماتریس سختی مماسی عضو                           |
| ۲۰   | ۲-۳-۱-اثرات غیر الاستیک                               |
| ۲۳   | ۲-۴-۱-روش محاسبات                                     |
| ۲۵   | ۲-۴-۱-۱- معیار همگرایی                                |
| ۲۶   | ۲-۴-۲-محاسبه نیروی محوری عضو                          |
| ۲۸   | ۲-۵-مراحل گام به گام تحلیل                            |
|      | فصل سوم   |
|      | تحلیل دینامیکی سازه ها                                |
| ۳۱   | ۱-۳-۱-مقدمه   |
| ۳۱   | ۲-۳-۱-بارهای ضربه ای و انتگرال دو هامل                |
| ۳۳   | ۳-۲-۱-حل عددی انتگرال دو هامل - سیستم نامیرا          |
| ۳۴   | ۳-۲-۲-حل عددی انتگرال دو هامل - سیستم میرا            |
| ۳۵   | ۳-۳-۱-پاسخ غیر خطی دستگاههای چند درجه آزادی           |
| ۳۵   | ۳-۳-۱-۱- مدل یک درجه آزادی غیر خطی                    |
| ۳۸   | ۳-۳-۲-حل معادله غیر خطی حرکت                          |

|    |  |
|----|--|
| ۳۹ | ۳-۳-۳-روش گام به گام با شتاب خطی   |
| ۴۳ | ۳-۳-۴-معادلات نموی حرکت برای سیستمهای چند درجه آزادی                           |
| ۴۴ | ۳-۳-۵-روش ویلسون - $\theta$  |
| ۴۷ | ۳-۴-۴-تحلیل دینامیکی قابهای دو بعدی با رفتار غیر خطی                           |
| ۴۷ | ۳-۴-۱-معادله حرکت سیستم  |
| ۴۸ | ۳-۴-۲-ماتریس جرم عضو   |
| ۴۹ | ۳-۴-۳-ماتریس سختی عضو  |
| ۵۰ | ۳-۵-۵-روش محاسبات  |
| ۵۰ | ۳-۵-۱-مراحل گام به گام تحلیل دینامیکی با استفاده از روش انتگرالگیری گام به گام |

## فصل چهارم

### تئوری موجکی

|    |  |
|----|--|
| ۵۴ | ۴-۱-مقدمه                                      |
| ۵۴ | ۴-۲-تبدیل فوریه                                |
| ۵۵ | ۴-۲-۱-تبدیل قطعه ای فوریه                      |
| ۵۷ | ۴-۳-تبدیل موجکی                                |
| ۵۸ | ۴-۳-۱-مزایای دیگر تبدیل موجکی                  |
| ۵۹ | ۴-۳-۲-توضیحات بیشتر در مورد تبدیل موجکی        |
| ۶۰ | ۴-۳-۳-تعداد ابعاد                              |
| ۶۱ | ۴-۴-تبدیل پیوسته موجکی                         |
| ۶۲ | ۴-۴-۱-مقیاس                                    |
| ۶۴ | ۴-۴-۲-انتقال                                   |
| ۶۰ | ۴-۵-مراحل گام به گام تبدیل پیوسته موجکی        |
| ۶۷ | ۴-۶-مقیاس و فرکانس                             |
| ۶۷ | ۴-۶-۱-طبیعت مقیاس                              |
| ۶۹ | ۴-۶-۲-مفهوم عبارت پیوسته در تبدیل پیوسته موجکی |
| ۷۰ | ۴-۷-توابع مقیاس و مادر موجکی                   |
| ۷۰ | ۴-۷-۱-موجک هار                                 |
| ۷۱ | ۴-۷-۲-موجک دابیچیز                             |

|    |  |
|----|--|
| ۷۱ | ۳-۷-۴- موجک سیملت                        |
| ۷۲ | ۴-۷-۴- موجک کویفلت                       |
| ۷۳ | ۵-۷-۴- موجک مکزیکن هت                    |
| ۷۴ | ۶-۷-۴- موجک مورلت                        |
| ۷۵ | ۷-۷-۴- موجک مشتقات گوس                   |
| ۷۶ | ۸-۷-۴- موجک مختلط مشتقات گوس             |
| ۷۶ | ۹-۷-۴- موجک مختلط مورلت                  |
| ۷۷ | ۱۰-۷-۴- موجک مختلط فرکانسی $B$ - اسپلاین |
| ۷۷ | ۱۱-۷-۴- موجک مختلط شانون                 |
| ۷۹ | ۱۲-۷-۴- موجک میر                         |

### فصل پنجم

#### روش حل معادله دیفرانسیل توسط موجک هار

|    |  |
|----|--|
| ۸۱ | ۱-۵- مقدمه   |
| ۸۱ | ۲-۵- معرفی موجک هار                                      |
| ۸۳ | ۳-۵- انتگرال گیری از موجک هار                            |
| ۸۵ | ۴-۵- روش حل معادله دیفرانسیل حاکم بر تعادل دینامیکی      |
| ۸۷ | ۵-۵- حل معادله دیفرانسیل حرکت سیستم یک درجه آزادی        |
| ۸۷ | ۱-۵-۵- سیستم یک درجه آزادی بارفتار خطی                   |
| ۸۸ | ۲-۵-۵- سیستم یک درجه آزادی با رفتار غیر خطی              |
| ۸۹ | ۶-۵- حل معادله دیفرانسیل حرکت سیستم چند درجه آزادی       |
| ۹۲ | ۱-۶-۵- سیستم چند درجه آزادی بارفتار خطی                  |
| ۹۳ | ۲-۶-۵- سیستم چند درجه آزادی با رفتار غیر خطی             |
| ۹۴ | ۷-۵- مراحل گام به گام تحلیل دینامیکی غیر خطی با موجک هار |

### فصل ششم

#### مطالعات عددی

|    |   |
|----|---|
| ۹۶ | ۱-۶- مقدمه  |
| ۹۶ | ۲-۶- قاب برشی یک طبقه با رفتار خطی تحت اثر بار هارمونیک |

|     |   |
|-----|---|
| ۱۰۰ | ۳-۶-قاب برشی یک طبقه با رفتار خطی تحت اثر زلزله     |
| ۱۰۲ | ۴-۶-قاب برشی یک طبقه با رفتار غیر خطی تحت اثر زلزله |
| ۱۰۷ | ۵-۶-قاب یک طبقه با رفتار غیر خطی                    |
| ۱۱۴ | ۶-۶-قاب دو طبقه با رفتار غیر خطی                    |
| ۱۲۰ | ۷-۶-قاب چهار طبقه با رفتار غیر خطی تحت اثر زلزله    |

## فصل هفتم

### برنامه رایانه ای

|     |                                   |
|-----|-----------------------------------|
| ۱۲۷ | ۱-۷ مقدمه                         |
| ۱۲۷ | ۲-۷ تعریف متغیرها و محاسبات اولیه |
| ۱۲۷ | ۱-۲-۷ تعریف متغیرها               |
| ۱۳۰ | ۲-۲-۷ محاسبه طول و زوایا          |
| ۱۳۱ | ۳-۲-۷ محاسبه ماتریس بارگذاری      |
| ۱۳۱ | ۴-۲-۷ محاسبه ماتریس جرم سیستم     |
| ۱۳۲ | ۳-۷ محاسبات اصلی برنامه           |
| ۱۳۳ | ۴-۷ زیربرنامه ها                  |
| ۱۳۳ | ۱-۴-۷ زیربرنامه DAT1              |
| ۱۳۳ | ۲-۴-۷ زیربرنامه DAT2              |
| ۱۳۴ | ۳-۴-۷ زیربرنامه DAT3              |
| ۱۳۴ | ۴-۴-۷ زیربرنامه DAT4              |
| ۱۳۴ | ۵-۴-۷ زیربرنامه DAT5              |
| ۱۳۵ | ۶-۴-۷ زیربرنامه DAT6              |

## فصل هشتم

### نتایج، بحث در نتایج و پیشنهاد

|     |                          |
|-----|--------------------------|
| ۱۳۸ | ۱-۸ نتایج و بحث در نتایج |
| ۱۳۹ | ۲-۸ پیشنهاد              |

۱۴۱

منابع ومراجع

۱۴۴

پیوست



مقدسه

## مقدمه

هدف از تحلیل یک سازه، بررسی رفتار آن تحت اثر بارهای خارجی می باشد. با شناخت رفتار مزبور، می توان سازه ای ایمن و پایدار را طرح نمود. رفتار هر سازه، وابسته به شکل هندسی و مواد تشکیل دهنده آن است. بنابراین استفاده از شکل مناسب و مصالحی با مقاومت زیاد، نقش بسزایی را در طرح سازه های مقاوم بازی می کند. باید به خاطر سپرد که استفاده از اینگونه مصالح هزینه زیادی دارد. از این رو برای بهره جویی بهینه از سازه، نیاز به بررسی دقیقی از رفتار مصالح آن خواهد بود. از سوی دیگر شکل هندسی سازه و چگونگی رفتار آن تحت اثر بارهای خارجی نقش موثری را در پایداری و میزان بار نهایی ایفا می کند.

برای بررسی دقیق رفتار سازه، نیاز به گزینش یک مجموعه از فرضها و انتخاب یک الگوی ریاضی مناسب برای رفتار آن می باشد. آشکار است که فرضهای مورد نیاز باید الگوی درستی از رفتار سازه ها را مجسم سازند. بنابراین با گزینش فرضهای دقیق، الگوی انتخابی رفتار واقعی تری خواهد داشت. تحلیلگران با چشم پوشی از پاره ای اثرها، رابطه های ساده ای را برای تحلیل پیشنهاد نموده اند. در این شیوه رابطه میان بارهای خارجی و وضعیت داخلی سازه به صورت خطی فرض می گردد. بر همین اساس راهکار ساده ای را به نام روشهای تحلیل خطی پایه گذاری کرده اند. پژوهشگران با پیشرفت علم و افزایش شناخت از رفتار مواد تشکیل دهنده، مصالح و همچنین اثرهای هندسی سازه، رابطه های نوینی را در اختیار گرفتند. در این گونه رابطه سازی، رفتار سازه ها به صورت غیرخطی می باشد. به سخن دیگر به این راهکارها، روشهای تحلیل غیر خطی می گویند. بطور کلی هر سازه می تواند دارای سه رفتار غیر خطی مواد، هندسی و ترکیب هندسی و مواد باشد. در رفتار غیر خطی مواد، تغییر شکلها کوچک فرض می شوند و تنها غیر خطی شدن رابطه تنش کرنش مورد توجه قرار می گیرد. در حالت غیر خطی هندسی، رفتار مصالح در محدوده کشسان در نظر گرفته می شود. با وجود این، تحلیل با فرض کرنشهای کوچک و تغییر شکلها و دورانهای بزرگ انجام می پذیرد. اگر رفتار مصالح وارد حالت غیر کشسان همراه با

تغییر شکلهای بزرگ گردد، غیر خطی شدن تحلیل، در اثر هر دو عامل مواد و هندسی خواهد بود. پس می توان با اصلاح روابط غیر خطی هندسی و همچنین با در نظر گرفتن معیاری مناسب برای تحلیل پلاستیک، که در بر گیرنده اندر کنش خمش، پیچش و نیروی محوری باشد، تحلیل دقیقی از رفتار سازه در اختیار داشت. خاطر نشان می نماید در این پایان نامه، رفتار غیر خطی هندسی مورد توجه قرار می گیرد.

دو نوع فرمول بندی متداول برای تحلیل سازه ها وجود دارد: ۱- فرمول بندی اویلرین ۲- فرمول بندی لاگرانژین. هنگامی که گرادیان تغییر شکلهای در مقایسه با واحد اعداد کوچکی نیستند، مشخص کردن تغییر شکل نسبت به موقعیت اولیه در مقایسه با حالت تغییر شکلهای کوچک کار دشواری خواهد بود. تعاریف مختلفی برای نشان دادن تغییر شکلهای موجود است. مبنای کار در آنها به دو صورت است، تعریف نسبت به محورهای عضو قبل از تغییر شکل و تعریف نسبت به محورهای تغییر شکل یافته عضو. فرمول بندی که در آن تغییر شکل نسبت به محورهای بدون تغییر شکل عضو معرفی شده باشد لاگرانژین و فرمول بندی که در آن تغییر شکلهای نسبت به محورهای عضو تغییر شکل یافته تعریف گردند، اویلرین نامیده می شود. برای جداسازی اثرات غیر خطی تغییر شکلهای فرمول بندی اویلرین دارای کارایی بیشتری است. زیرا در این فرمول بندی منظور نمودن دورانههای بزرگ عضو به آسانی صورت می پذیرد. در حالیکه در نظر گرفتن دورانههای بزرگ عضو، فرمول بندی لاگرانژین را با مشکل مواجه می سازد. در این پایان نامه از فرمول بندی به دست آمده در دستگاه اویلرین استفاده شده است.

در بررسی رفتار غیر خطی سازه، از فرمول بندی اویلرین و ماتریس سختی مماسی به دست آمده بر اساس این فرمول بندی استفاده می شود. در فصل اول به تفصیل در مورد رفتار غیر خطی و به دست آوردن ماتریس سختی مماسی صحبت شده است. پس از محاسبه ماتریسهای سختی، جرم و میرایی مساله مهم حل معادله تعادل دینامیکی می باشد. با توجه به اینکه بارهای دینامیکی وارد بر سازه اکثرا به صورت داده های عددی موجود می باشند، در نتیجه معادله مرتبه دو تعادل را اجبارا باید با روشهای عددی حل نمود و به جز بعضی موارد خاص بار گذاری، حل

تحلیلی برای آن وجود ندارد. برای حل عددی معادله تا کنون روشهای مختلفی ارائه شده است. یکی از معروفترین روشها، انتگرال دوهمامل می باشد. این روش، یک روش نسبتاً دقیق می باشد ولی فقط برای سازه های با رفتار خطی کاربرد دارد. در روش دیگری که برای سازه های غیر خطی هم کاربرد دارد برای شتاب تابع خاصی فرض شده و سپس با انتگرال گیری از آن سرعت و تغییر مکان محاسبه می شوند. در این روش از معادلات نموی حرکت استفاده شده و با انتگرال گیری گام به گام پاسخ سازه محاسبه می شود. با توجه به اینکه در روشهای فوق خطاهایی وجود دارد و دقت جواب به دست آمده از این روشها بستگی به گام زمانی انتخاب شده، تابع فرض شده برای شتاب و مسائل دیگر دارد، لزوم بررسی روشهای جدیدتر و پیشرفته تر برای حل معادله هنوز هم وجود دارد.

استفاده از تئوری موجکها در مهندسی سازه برای بهینه سازی به تازگی شروع شده است. همچنین از موجکها برای فیلتر کردن اطلاعات مربوط به زلزله و کم کردن زمان و هزینه تحلیل استفاده شده است. در همین مدت کوتاه کارایی موجکها و توانایی آنها برای حل مسائل مختلف نشان داده شده است و می توان امیدوار بود که در آینده ای نزدیک از موجکها به عنوان جایگزینی برای روشهای قدیمی استفاده نمود. در این پایان نامه روش و امکان استفاده از موجک در حل معادله دیفرانسیل حرکت بررسی شده است. در این روش برای تقریب سازی تابع پاسخ از موجکها استفاده می شود.

# فصل اول

مروری بر مطالعات انجام شده

## ۱-۱- مروری بر مطالعات انجام شده

رفتار غیر خطی سازه های قابی شکل تحت اثر بارهای افزایش یابنده موضوع بسیاری از تحقیقات در دو قرن گذشته می باشد . این موضوع ثابت شده است که برای پیش بینی رفتار واقعی سازه و به دست آوردن حداکثر بار تحملی سازه هر دو اثر غیر خطی مصالح و غیر خطی هندسی بایستی با هم برای مدل کردن سازه در نظر گرفته شوند [۱]. روشهای متعددی برای پیش بینی تغییر مکانها و همچنین پایداری قابهای ارتجاعی-خمیری تحت بارهای افزایش یابنده پیشنهاد شده است [۲و۳]. به هر حال اغلب فرمول بندیهای ارائه شده بر پایه ی تئوری تغییر شکلهای کوچک و با در نظر گرفتن چرخشهای کوچک برای وتر عضو ارائه شده اند [۴و۵]. اما مساله کلی تر تغییرشکلهای بزرگ قابهای ارتجاعی-خمیری کمتر مورد توجه قرار گرفته است [۳]. در روش حل مساله تغییر شکلهای بزرگ قابهای ارتجاعی، فرمولبندی کلی اویلرین برای تحلیل قابهای دو بعدی و سه بعدی ارائه شده است. با استفاده از فرمولبندی اویلرین تغییر مکانها و دورانهای جسم صلب (که به میزان دلخواه می توانند بزرگ باشند) از تغییر مکانهای نسبی عضو (که به حدی کوچک در نظر گرفته می شوند که تئوری تیر - ستون برای آنها معتبر می باشد) تفکیک می شوند. فرض می شود که مصالح به طور ایده آل ارتجاعی-خمیری می باشند و تسلیم فقط در دو انتهای عضو اتفاق می افتد. اثر نیروی محوری بر سختی عضو و ظرفیت گشتاور خمیری در نظر گرفته می شود و همچنین اثر تغییر طول وتر عضو در اثر کرنش محوری و انحنا نیز به حسب آورده شده است [۹].

ازنقطه نظر تاریخی تبدیل موجکی یک روش جدید می باشد. شالوده ریاضی آن به قرن نوزدهم میلادی و به کار جوزف فوریه بر می گردد [۱۲]. فوریه پایه کار را با تئوری تحلیل فرکانسی بنا نهاد که کار بسیار مهم و موثری می باشد. بعدها تدریجا توجه محققان از تحلیل فرکانسی به سوی تحلیل مقیاسی جلب شد و دلیل این مطلب این بود که ثابت شد کار با مقیاسهای متفاوت باعث اثر کمتر پارازیتها در پاسخ به دست آمده می شود .

اولین اشاره ها به چیزی که امروزه موجک نامیده می شود در سال ۱۹۰۹ و در پایان نامه آلفرد هار آورده شده است. تئوری موجک به شکل امروزی اولین بار توسط جین مورلت و همچنین مرکز فیزیک تئوری مارسی زیر نظر آلکس گراسمن ارائه شد. روش تبدیل موجکی عمدتاً توسط میر و همکارانش ارائه شد. همچنین الگوریتم اصلی برای این کار مربوط به کار استفان ملات در سال ۱۹۸۸ میباشد. پس از آن تحقیق در مورد موجک بین المللی شد. امروزه این تحقیقات به ویژه در ایالات متحده و توسط اشخاصی مانند اینگرید دابیچیز ، رونالد کویفمن و ویکتور ویکرهوزر انجام می گیرد. توضیح کامل در مورد تاریخچه موجک در مرجع [۱۵] آمده است.

موجک هار اولین بار توسط آلفرد هار در سال ۱۹۱۰ که یک زوج ضربان مستطیلی را نشان می داد معرفی شد. موجک هار یک نقطه ضعف اساسی دارد و آن ناپیوسته بودن آن می باشد. این نقطه ضعف توسط روش انتگرال برطرف گردید [۲۱ و ۲۲]. ایده اصلی این روش بر اساس تبدیل یک معادله دیفرانسیل به یک معادله جبری می باشد. لذا با این روش انواع مختلف معادلات دیفرانسیل را می توان حل نمود.

حل معادله دیفرانسیل حرکت با روشهای عددی برای حالت خطی با استفاده از انتگرال دو هامل انجام شده است و در رفتار غیر خطی برای سیستمهای یک درجه آزادی روشهای شتاب خطی و شتاب ثابت و در سیستمهای چند درجه آزادی روش ویلسون- $\theta$  مطرح شده است. در این پایان نامه سعی شده است انواع مختلف معادلات حرکت در حالت خطی و غیر خطی و در سیستمهای یک درجه آزادی و چند درجه آزادی با استفاده از موجک هار حل شود.

مطالب ارائه شده در این پروژه در هشت فصل مختلف تنظیم شده است. در فصل دوم به تفصیل در مورد انواع رفتار غیر خطی ، بدست آوردن ماتریس سختی مماسی و تحلیل غیر خطی استاتیکی به روش بار افزون صحبت شده و در آخر فصل مراحل گام به گام تحلیل غیر خطی استاتیکی آورده شده است.

با توجه به اینکه هدف از این پایان نامه ارائه روش جدیدی برای حل معادله دیفرانسیل حرکت می باشد، جهت مقایسه نتایج حاصل از این روش با روشهای موجود، در فصل سوم انواع روشهای

موجود جهت حل معادله دیفرانسیل حرکت آورده شده است و توضیح کامل از نحوه عملکرد آنها داده شده است و در آخر مراحل گام به گام تحلیل غیر خطی دینامیکی با استفاده از روش ویلسون- $\theta$  آورده شده است.

در فصل چهارم جهت آشنایی با موجک ، انواع مختلف موجک با کارایی و معادلات آنها آورده شده است و سپس تبدیل موجکی توضیح داده شده است . همچنین جهت مقایسه روش تبدیل موجکی با روشهای موجود و متداول بررسی امواج ، روش تبدیل فوریه که یکی از شناخته شده ترین آنها می باشد بیان شده است. سپس نقایصی که در روش تبدیل فوریه وجود دارد و روش تبدیل موجکی آنها را اغنا می کند و مزیت‌های روش تبدیل موجکی نسبت به روش تبدیل فوریه آورده شده است .

در فصل پنجم روش کامل حل معادله دیفرانسیل حرکت با استفاده از موجک هار برای حالت‌های مختلف خطی ، غیر خطی ، سیستم‌های یک درجه آزادی و چند درجه آزادی توضیح داده شده است.

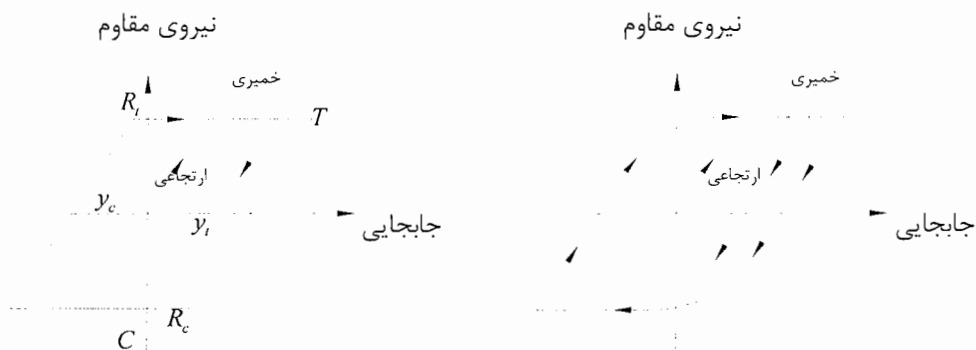
در فصل ششم مثال‌های متعدد و گوناگون در حالت‌های مختلف و تحت بارگذاری‌های متفاوت با استفاده از برنامه های رایانه ای حل شده است و سپس داده های خروجی در نمودارهای مختلف جهت مقایسه روش‌های موجود با روش جدید آورده شده است.

در فصل هفتم نحوه عملکرد برنامه رایانه ای تشریح شده است و سپس در فصل هشتم نتایج حاصل از این مطالعات و پیشنهادات آورده شده است .



## ۲-۱- مقدمه

با توجه به پیشرفت علم و افزایش شناخت از رفتار مواد تشکیل دهنده ، مصالح و همچنین اثرهای هندسی سازه بررسی رفتار غیر خطی سازه های قابی شکل مورد توجه زیادی قرار گرفته است. لذا در این فصل چگونگی محاسبه ماتریس سختی مماسی سیستم برای قابهای ارتجاعی-خمیری و تأثیر اثرات غیر خطی هندسی و مواد در آن به تفصیل بیان شده است و سپس تحلیل غیر خطی استاتیکی با استفاده از روش بار افزایشی آورده شده است. رفتار قابها در هنگام بارگذاری بصورت خمیری کلی می باشد لذا چنانچه بارگذاری بر روی عضو تا مرحله تغییرشکلهای خمیری ادامه یابد تغییرات نیروی مقاوم عضو بصورت شکل (۲-۱-الف) می باشد. تا مرحله ای از بارگذاری رفتار ارتجاعی خطی است ولی پس از آن تغییر شکلهای خمیری بوجود خواهند آمد. در هنگام باربرداری، رفتار مجدداً ارتجاعی خطی خواهد بود تا اینکه مجدداً در بارگذاری معکوس تغییرشکلهای خمیری فشاری بوجود خواهند آمد. این رفتار با فرض یک نقطه مشخص جاری شدن ساده می گردد بطوریکه جابجایی بعد از این نقطه بدون افزایش نیروی مقاوم عضو انجام می گیرد. این رفتار، ارتجاعی-خمیری، نامیده می شود و نمودار نیرو جابجایی آن در شکل (۱-۱-ب) نشان داده شده است.



ب) رفتار ارتجاعی - خمیری

شکل (۲-۱): الف) رفتار خمیری کلی

## ۲-۲- تحلیل تغییر شکلهای بزرگ

### ۲-۲-۱- روابط نیرو-تغییر مکان عضو

یک عضو منشوری دلخواه از یک قاب دوبعدی در نظر گرفته می شود. بردارهای  $\{F\}$  و  $\{U\}$  همانطور که در شکل (۲-۲) نشان داده شده به ترتیب معرف نیروهای انتهایی و تغییر مکانهای انتهایی عضو (جابجایی گره یک سر عضو در راستای  $x$  و  $y$ ) در مختصات عمومی می باشند. برای جدا کردن تغییر مکانهای جسم صلب از تغییر شکلهای نسبی عضو همانطور که در شکل (۲-۳) نشان داده شده از سیستم مختصات محلی اوپلرین استفاده شده است.

باید توجه شود که پارامترهای  $v_5, v_4, v_2, v_1$  در بردار  $\{v\}$  (با ابعاد  $1 \times 4$ ) نشان دهنده تغییر مکانهای انتهایی عضو می باشند که با تقسیم بر  $L$  بدون بعد شده اند و پارامترهای متناظر با آنها در بردار  $\{F\}$  یعنی  $F_5, F_4, F_2, F_1$  نشان دهنده نیروهای انتهایی عضو می باشد که در  $L$  ضرب شده اند.

نیروهای عضو در مختصات عمومی  $\{F\}$  توسط رابطه زیر با نیروهای متناظر در مختصات

محلی  $\{S\}$  مربوط می شوند

$$\{F\} = [B]\{S\} \quad (1-2)$$

بردار  $\{S\}$  یک بردار  $(3 \times 1)$  می باشد که مؤلفه های آن به صورت زیر تعریف می شوند.

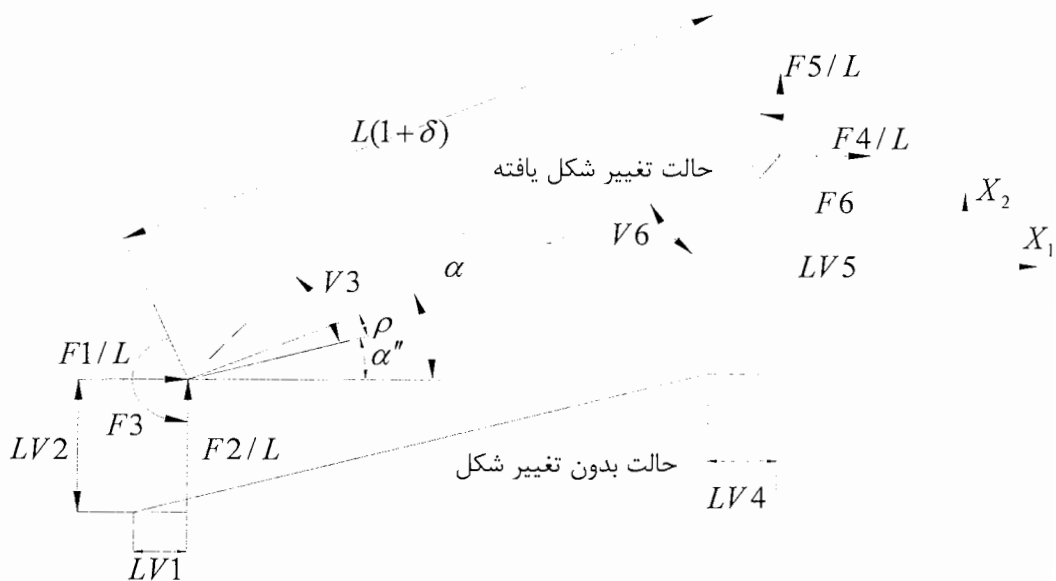
$$\begin{aligned} S_1 &= M_1 \\ S_2 &= M_2 \\ S_3 &= QL \end{aligned} \quad (2-2)$$

$[B]$  ماتریس انتقال می باشد و به صورت زیر تعریف می شود.

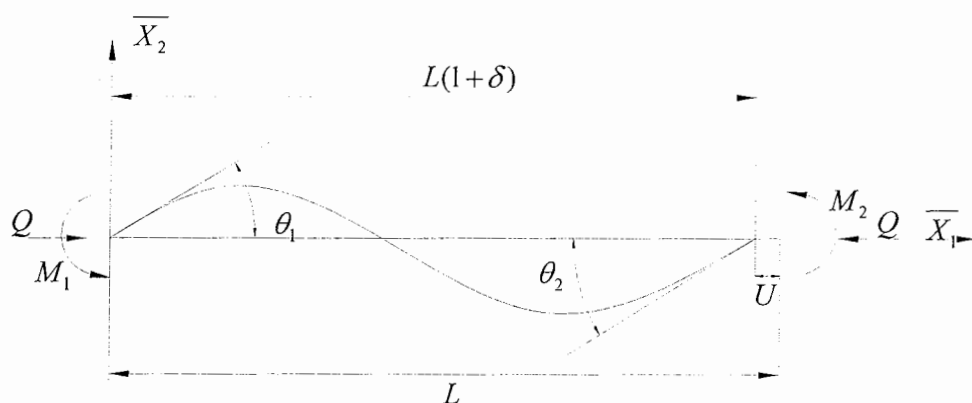
$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{n}{1+\delta} & -\frac{n}{1+\delta} & m \\ \frac{m}{1+\delta} & \frac{m}{1+\delta} & n \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{n}{1+\delta} & \frac{n}{1+\delta} & -m \\ -\frac{m}{1+\delta} & -\frac{m}{1+\delta} & -n \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

به طوریکه :

$$\begin{aligned} m &= \cos \alpha \\ n &= \sin \alpha \end{aligned} \quad (4-2)$$



شکل (۲-۲): نیروها و تغییر شکلهای عضو در مختصات عمومی



شکل (۲-۳): تغییر شکلهای نسبی عضو و نیروهای مربوط به آن در مختصات محلی

زاویه  $\alpha$  مربوط به حالت تغییر شکل یافته عضو می باشد و  $L$  و  $L(1 + \delta)$  به ترتیب طول وتر عضو در حالت بدون تغییر شکل یافته می باشند .

تغییر شکل‌های نسبی (محلی) توسط روابط زیر مستقیماً بر حسب تغییر مکان‌های کلی عضو  $\{V\}$  بیان می‌شوند.

$$\theta_1 = v_3 - \rho \quad (5-2)$$

$$\theta_2 = v_6 - \rho \quad (6-2)$$

$$\frac{u}{L} = -\delta \quad (7-2)$$

$$\rho = \alpha - \alpha'' \quad (8-2)$$

در روابط بالا  $\alpha''$  زاویه وتر عضو در حالت بدون تغییر شکل و  $\rho$  زاویه چرخش وتر عضو می‌باشد، شکل (۲-۱). برای دورانهای به دلخواه بزرگ داریم.

$$\tan \alpha'' = \frac{x_2^{(2)} - x_2^{(1)}}{x_1^{(2)} - x_1^{(1)}} \quad (9-2)$$

$$\tan \alpha = \frac{x_2^{(2)} + Lv_5 - x_2^{(1)} - Lv_2}{x_1^{(2)} + Lv_5 - x_1^{(1)} - Lv_1} \quad (10-2)$$

و

$$L(1+\delta) = \left\{ (x_1^{(2)} + Lv_4 - x_1^{(1)} - Lv_1)^2 + (x_2^{(2)} + Lv_5 - x_2^{(1)} - Lv_2)^2 \right\}^{1/2} \quad (11-2)$$

در این روابط  $x_1^{(1)}$  و  $x_2^{(1)}$  به ترتیب تغییر مکان گره (۱) در راستای محورهای  $x_1$  و  $x_2$  می‌باشند.

در این روابط  $x_1^{(2)}$  و  $x_2^{(2)}$  به ترتیب تغییر مکان گره (۲) در راستای محورهای  $x_1$  و  $x_2$  می‌باشند.

رابطه بین تغییر شکل‌های نسبی عضو  $\theta_1$ ،  $\theta_2$  و  $u$  و نیروهای انتهایی عضو  $M_1$ ،  $M_2$  و  $Q$  (شکل (۳-۲)) را می‌توان بر اساس تئوری تیر - ستون برای اعضای ارتجاعی به صورت زیر بیان کرد.

$$M_1 = \frac{EI}{L}(c_1\theta_1 + c_2\theta_2) \quad (12-2)$$

$$M_2 = \frac{EI}{L}(c_2\theta_1 + c_1\theta_2) \quad (13-2)$$

$$Q = EA\left(\frac{u}{L} - c_b\right) \quad (14-2)$$

در این روابط  $A$  سطح مقطع،  $E$  مدول ارتجاعی،  $I$  گشتاور ماند،  $u$  تغییر طول محوری عضو،  $c_1$  و  $c_2$  توابع پایداری ارتجاعی می باشند و برای  $c_b$  ضریب تصحیح طول به موجب اثر *Bowing* داریم:

$$c_b = b_1(\theta_1 + \theta_2)^2 + b_2(\theta_1 - \theta_2)^2 \quad (15-2)$$

که در آن  $b_1$  و  $b_2$  توابع *Bowing* می باشند

روابط مربوط به توابع پایداری و *Bowing* و مشتقات مربوط به آنها هنگامی که  $q = 0$  باشد مبهم می شوند. بنابراین در محاسبات مربوط به این هنگامی که  $q$  خیلی کوچک باشد مشکلاتی پدید می آید. برای رفع این مشکلات می توان به جای روابط مربوطه از بسط سری آنها استفاده نمود. بسط سری این توابع برای نیروهای کششی و فشاری کوچک در محدوده  $-0.1 < q < 0.1$  به کار می رود.

$q$  نسبت نیروی محوری عضو به نیروی محوری اولر می باشد.

$$q = \frac{Q}{Q_{Euler}} = \frac{QL^2}{\pi^2 EI} \quad (16-2)$$

توابع پایداری برای نیروی محوری فشاری ( $q > 0$ ) عبارتند از:

$$c_1 = \frac{\phi \sin \phi - \phi^2 \cos \phi}{2 - 2 \cos \phi - \phi \sin \phi} \quad (17-2)$$

$$c_2 = \frac{\phi^2 - \phi \sin \phi}{2 - 2 \cos \phi - \phi \sin \phi} \quad (18-2)$$

به طوریکه در آن  $\phi$  به صورت رابطه (۱۹-۲) تعریف شده است:

$$\phi^2 = \pi^2 q \quad (19-2)$$

توابع پایداری برای نیروی محوری صفر ( $q = 0$ ) عبارتند از :

$$c_1 = 4 \quad (20-2)$$

$$c_2 = 2 \quad (21-2)$$

توابع پایداری برای نیروی محوری کششی ( $q < 0$ ) عبارتند از :

$$c_1 = \frac{\psi^2 \cosh \psi - \psi \sinh \psi}{2 - 2 \cosh \psi + \psi \sinh \psi} \quad (22-2)$$

$$c_2 = \frac{\psi \sinh \psi - \psi^2}{2 - 2 \cosh \psi + \psi \sinh \psi} \quad (23-2)$$

به طوریکه در آن برای  $\psi$  داریم :

$$\psi^2 = -\pi^2 q \quad (24-2)$$

اکنون توابع *Bowing* به صورت زیر تعریف می شوند :

$$b_1 = \frac{(c_1 + c_2)(c_2 - 2)}{8\pi^2 q} \quad (25-2)$$

$$b_2 = \frac{c_2}{8(c_1 + c_2)} \quad (26-2)$$

روابط مورد نیاز دیگر نیز بصورت زیر تعریف می شوند ::

$$c'_1 = -2\pi^2 (b_1 + b_2) \quad (27-2)$$

$$c'_2 = -2\pi^2 (b_1 - b_2) \quad (28-2)$$

$$b'_1 = -\frac{(b_1 - b_2)(c_1 + c_2) - 2c_2 b_1}{4q} \quad (29-2)$$

$$b'_2 = \frac{\pi^2 (16b_1 b_2 - b_1 + b_2)}{4(c_1 + c_2)} \quad (30-2)$$

برای  $q < 0.1$  به جای روابط می توان از سریهای زیر استفاده می شود [۶]:

$$c_1 = 4 - \frac{2}{15}\pi^2 q - \frac{11}{6300}\pi^4 q^2 - \frac{1}{27000}\pi^6 q^3 \quad (31-2)$$

$$c_2 = 2 + \frac{1}{30}\pi^2 q + \frac{13}{12600}\pi^4 q^2 - \frac{11}{378000}\pi^6 q^3 \quad (32-2)$$

$$b_1 = \frac{1}{40} + \frac{1}{2800}\pi^2 q + \frac{1}{168000}\pi^4 q^2 + \frac{37}{388080000}\pi^6 q^3 \quad (33-2)$$

$$b_2 = \frac{1}{24} + \frac{1}{720}\pi^2 q + \frac{1}{20160}\pi^4 q^2 - \frac{1}{604800}\pi^6 q^3 \quad (34-2)$$

$$c'_1 = -\frac{2}{15}\pi^2 - \frac{11}{3150}\pi^4 q - \frac{1}{9000}\pi^6 q^2 \quad (35-2)$$

$$c'_2 = \frac{1}{30}\pi^2 + \frac{13}{6300}\pi^4 q + \frac{11}{126000}\pi^6 q^2 \quad (36-2)$$

$$b'_1 = \frac{1}{2800}\pi^2 + \frac{1}{84000}\pi^4 q + \frac{37}{129360000}\pi^6 q^2 \quad (37-2)$$

$$b'_2 = \frac{1}{720}\pi^2 + \frac{1}{10080}\pi^4 q + \frac{1}{201600}\pi^6 q^2 \quad (38-2)$$

## ۲-۲-۲- معادلات تعادل سیستم

معادلات تعادل یک سیستم قابی شکل به صورت زیر نوشته می شود .

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = P_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (39-2)$$

در رابطه ی بالا  $P_i$  نیروها و ممانهای خارجی عمل کننده در گره ها ،  $f_i$  نیروهای منتجه داخلی و  $x_i$  مختصات عمومی شامل دورانها و انتقالها می باشد روابط (۱۲-۲) ، ... و (۱۴-۲) نشان دهنده ی این موضوع است که  $\{f\}$  یک تابع غیر خطی مرتبه بالا از  $\{x\}$  می باشد و نمی تواند به طور صریح بر حسب متغیرهای هندسی بیان شود . دلیل این مساله این می باشد که  $b_2, b_1, c_2, c_1$  در روابط (۱۲-۲) تا (۱۵-۲) توابعی از نیروی محوری هستند .

برای اهداف محاسباتی به جای رابطه (۳۹-۲) از شکل نمودی آن به صورت زیر استفاده

می شود

$$\{\Delta P\} = [\tau]\{\Delta x\} \quad (40-2)$$



در رابطه ی بالا  $\{\Delta P\}$  و  $\{\Delta x\}$  به ترتیب مقادیر نموی نیروهای خارجی و تغییر مکان گره ها می باشند و

$$[\tau] = \left[ \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right] \quad (41-2)$$

ماتریس سختی مماسی سیستم می باشد . مفهوم ماتریس سختی مماسی نقش مهمی را در روند محاسباتی که متعاقبا برای حل معادله (۲-۳۹) توضیح داده می شود ایفا می کند .

### ۲-۲-۳- ماتریس سختی مماسی عضو

رابطه تعادل گفته شده در قسمت قبل (۲-۴۰) ، برای یک عضو به صورت زیر نوشته می شود :

$$\{\Delta F\} = [T]\{\Delta v\} \quad (42-2)$$

ماتریس سختی مماسی عضو  $[T]$  توسط رابطه زیر تعریف می شود :

$$[T] = [B][t][B]^T + \sum_{k=1}^3 S_k [g^{(k)}] \quad (43-2)$$

اندیس  $T$  بالای  $[B]$  نشان دهنده ترانزپوز می باشد و همچنین  $[t]$  ماتریس سختی مماسی عضو در دستگاه مختصات محلی می باشد و با رابطه ی زیر تعریف می شود :

$$\{\Delta S\} = [t]\{\Delta u\} \quad (44-2)$$

که در آن  $\{\Delta u\}$  بردار مقادیر نموی تغییر شکل های عضو و  $\{\Delta S\}$  بردار نیرو در مختصات محلی می باشند .

اعضای بردار  $\{\Delta u\}$  به شرح زیر است :

$$\begin{aligned} u_1 &= \theta_1 \\ u_2 &= \theta_2 \\ u_3 &= \frac{u}{L} \end{aligned} \quad (45-2)$$

و ماتریس  $[t]$  به شکل زیر می باشد :

$$[t] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} c_1 + \frac{G_1^2}{\pi^2 H} & c_2 + \frac{G_1 G_2}{\pi^2 H} & \frac{G_1}{H} \\ c_2 + \frac{G_1 G_2}{\pi^2 H} & c_1 + \frac{G_2^2}{\pi^2 H} & \frac{G_2}{H} \\ \frac{G_1}{H} & \frac{G_2}{H} & \frac{\pi^3}{H} \end{bmatrix} \quad (46-2)$$

به طوریکه در آن  $G_1$  ،  $G_2$  و  $H$  به شرح زیر تعریف می شوند :

$$G_1 = c'_1 \theta_1 + c'_2 \theta_2 \quad (47-2)$$

$$G_2 = c'_2 \theta_1 + c'_1 \theta_2 \quad (48-2)$$

$$H = \frac{\pi^2}{\lambda^2} + b'_1 (\theta_1 + \theta_2)^2 + b'_2 (\theta_1 - \theta_2)^2 \quad (49-2)$$

در این روابط  $\theta_1$  و  $\theta_2$  چرخش دو سر عضو در مختصات محلی می باشند و  $\lambda$  به صورت زیر تعریف می شود :

$$\lambda = \frac{L}{\sqrt{\frac{I}{A}}} \quad (50-2)$$

در روابط فوق  $A$  سطح مقطع ،  $L$  طول عضو ،  $E$  مدول ارتجاعی ،  $I$  گشتاور ماند و

$c'_1, c'_2, b'_1, b'_2$  به ترتیب مشتق  $c_1, c_2, b_1, b_2$  نسبت به  $q$  می باشد .

در رابطه شماره (43-2) سه ماتریس هندسی  $[g^{(k)}], k=3$  وجود دارد که در صفحه بعد روابط بصورت کامل بیان شده است .

در این روابط  $\delta$  کرنش محوری عضو می باشد و  $m, n$  بصورت زیر تعریف می شوند :

$$n = \sin \alpha$$

$$m = \cos \alpha$$

$$[g^{(1)}] = [g^{(2)}] = \frac{1}{(1+\delta)^2} \begin{bmatrix} -2mn & m^2 - n^2 & 0 & 2mn & -(m^2 - n^2) & 0 \\ m^2 - n^2 & 2mn & 0 & -(m^2 - n^2) & -2mn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2mn & -(m^2 - n^2) & 0 & -2mn & m^2 - n^2 & 0 \\ -(m^2 - n^2) & -2mn & 0 & m^2 - n^2 & 2mn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (51-2)$$

$$[g^{(3)}] = \frac{1}{(1+\delta)^2} \begin{bmatrix} -n^2 & mn & 0 & n^2 & -mn & 0 \\ m & -m^2 & 0 & -mn & m^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ n^2 & -mn & 0 & -n^2 & mn & 0 \\ -mn & m^2 & 0 & mn & -m^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (52-2)$$

### ۳-۲- اثرات غیر ارتجاعی

برای تحلیل اثرات غیر ارتجاعی ، مصالح کاملاً به صورت ارتجاعی-خمیری در نظر گرفته می شوند و فرض می شود که تسلیم مصالح فقط به صورت متمرکز در دو انتهای عضو و به شکل مفصل خمیری اتفاق می افتد . همچنین فرض می شود که عضو در فاصله بین دو مفصل خمیری به صورت ارتجاعی باقی می ماند و چرخشهای معکوس مفصل خمیری نیز به حساب آورده

نمی شوند. تاثیر نیروی محوری بر ظرفیت خمشی مفصل خمیری با روابط خطی زیر بیان می شود .

$$M_{PC} = M_p \quad : \quad \frac{|Q|}{Q_y} \leq 0.15 \quad \text{در صورتیکه} \quad (53-2)$$

$$M_{PC} = 1.18M_p \left(1 - \frac{|Q|}{Q_y}\right) \quad : \quad \frac{|Q|}{Q_y} \geq 0.15 \quad \text{و}$$

در روابط بالا  $M_p$  ظرفیت خمشی کامل خمیری عضو در غیاب نیروی محوری  $M_{PC}$ ، ظرفیت خمشی خمیری کاهش یافته در حضور نیروی محوری و برای  $Q_y$  داریم :

$$Q_y = F_y A \quad (54-2)$$

بطوریکه  $F_y$  تنش تسلیم می باشد .

روابط سختی مماسی که در بخش ۱ ، ۲ و ۳ توضیح داده شد بر این فرض استوار است که هر عضو در دو انتهایش به شکل کاملاً گیردار به گره ها متصل شده است . وقتی که مفصلهای خمیری و یا مفصلهای واقعی وجود داشته باشند چرخش نسبی انتهای عضو در انتهای آزاد شده به جای اینکه از روابط تغییر مکان عمومی گره (معادلات (۲-۵) و (۲-۶)) به دست آید از روابط نیرو تغییر شکل نسبی عضو (معادلات (۲-۱۲) و (۲-۱۳)) محاسبه می شود . بنابراین با در نظر گرفتن شکل (۲-۲) برای یک عضو با مفصل خمیری در انتهای ۱ داریم :

$$\theta_1 = \frac{LM_{PC}}{EIc_1} - \frac{c_2}{c_1} \theta_2 \quad (55-2)$$

و برای یک عضو با مفصل خمیری در انتهای ۲ :

$$\theta_2 = \frac{LM_{PC}}{EIc_1} - \frac{c_2}{c_1} \theta_1 \quad (56-2)$$

و برای یک عضو با مفصل خمیری در دو انتها :

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{LM_{PC}}{EI(c_1 + c_2)} \quad (57-2)$$

در حالتی که مفصل واقعی وجود داشته باشد، در معادلات (۵۵-۲) تا (۵۷-۲)،  $M_{PC} = 0$  می باشد برای یک عضو با مفصل خمیری در یک انتها و مفصل واقعی در انتهای دیگر چرخشهای نسبی انتهای عضو  $\theta_1$  و  $\theta_2$ ، بر حسب  $M_{PC}$ ،  $c_1$  و  $c_2$  و با استفاده از معادلات (۵۵-۲) و (۵۶-۲) بیان می شوند.

به عنوان مثال برای عضوی با یک مفصل واقعی در انتهای ۱ و یک مفصل خمیری در انتهای ۲ روابط به شکل زیر در می آیند.

$$\theta_1 = -\frac{LM_{PC}}{EI} \frac{c_2}{(c_1^2 - c_2^2)}$$

$$\theta_2 = \frac{LM_{PC}}{EI} \frac{c_1}{(c_1^2 - c_2^2)} \quad (58-2)$$

ماتریس سختی مماسی در مختصات محلی  $[t]$ ، برای اعضایی که در انتهایشان مفصل دارند، با حذف مولفه های آزاد شده در معادلات (۱۲-۲) تا (۱۴-۲) و مشتق گیری جمله به جمله از معادلات حاصل و با در نظر گرفتن مولفه های باقی مانده به دست می آید. اگر از افزایش ظرفیت خمشی مفصل خمیری صرفنظر شود یعنی رفتار مفصل خمیری مانند مفصل واقعی فرض شود مولفه های غیر صفر ماتریس  $[t]$  (با ابعاد  $3 \times 3$ )، رابطه (۴۶-۲) به صورت زیر می باشند.

برای یک عضو با مفصل در انتهای ۱ داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{22} = z_{22} - \frac{z_{12}^2}{z_{11}} \\ t_{23} = t_{32} = z_{23} - \frac{z_{12}z_{13}}{z_{11}} \\ t_{33} = z_{33} - \frac{z_{13}^2}{z_{11}} \end{array} \right. \quad (59-2)$$

برای یک عضو با مفصل در انتهای ۲ داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{11} = z_{11} - \frac{z_{12}^2}{z_{22}} \\ t_{13} = t_{31} = z_{13} - \frac{z_{12}z_{23}}{z_{22}} \\ t_{33} = z_{33} - \frac{z_{23}^2}{z_{22}} \end{array} \right. \quad (۶۰-۲)$$

و برای عضوی با مفصل در دو انتها داریم :

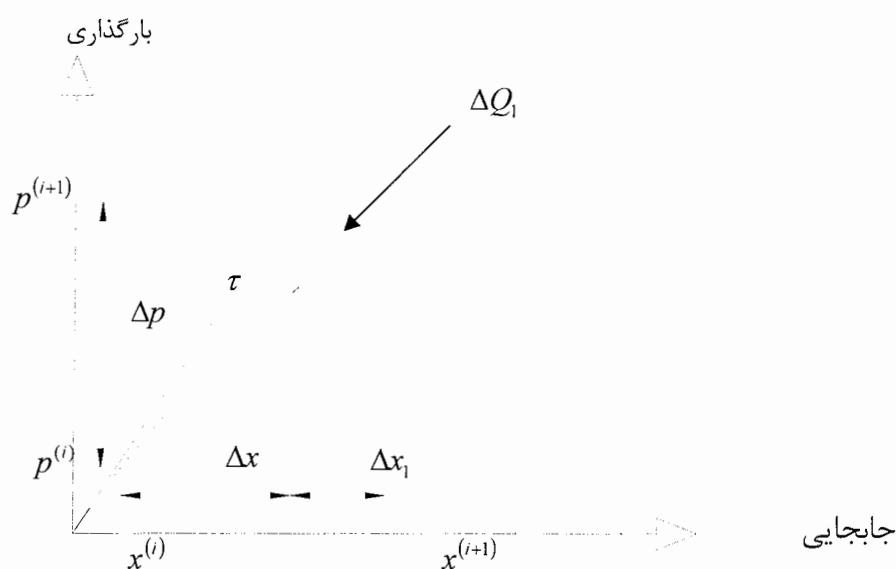
$$t_{33} = AEL \quad (۶۱-۲)$$

در معادلات (۵۹-۲) و (۶۰-۲)  $[Z]$  ماتریس سختی مماسی محلی (که در معادله (۴۶-۱) با  $[t]$  نشان داده شده است) برای یک عضو بدون مفصل می باشد. از ماتریس سختی مماسی محلی داده شده توسط معادلات (۵۹-۲) تا (۶۱-۲) می توان برای اعضای با مفصل واقعی نیز استفاده نمود. همانطور که قبلا نیز ذکر شد افزایش ظرفیت خمشی مفصلهای خمیری در معادلات (۵۹-۲) تا (۶۱-۲) در نظر گرفته نشده است (یعنی  $\Delta M_{PC} = 0$ ). به علاوه در معادله (۶۱-۲) (برای یک عضو با مفصل در هر دو انتها) فرض شده است که اثر تغییرات افزایشی در عبارت مربوطه به خمش *Bowing* بر روی نیروی محوری ناچیز باشد (یعنی  $\Delta c_b = 0$ ). باید به این نکته توجه شود که این ساده سازیها فقط به ماتریس سختی مماسی محدود می شوند و در مورد معادلات تعادل سیستم اعمال نمی شوند.

با توجه به اینکه ماتریس  $[t]$  حتی با وجود مفصل یک ماتریس  $3 \times 3$  می باشد رابطه انتقال ذکر شده در معادله (۴۳-۲) همچنان برای به دست آوردن ماتریس سختی مماسی عضو در مختصات عمومی  $[T]$  کاربرد دارد.

## ۲-۴- روش محاسبات

پاسخ غیر خطی سازه ها با استفاده از روش بار افزایشی به دست می آید و در هر مرحله از افزایش بار روند تکرار نیوتن - رافسون برای برقراری کامل معادلات تعادل هر گره به کار می رود . روش حل برای سیستم یک درجه آزادی به صورت گرافیکی در شکل (۲-۴) نشان داده شده است.



شکل (۲-۴) : روند تکرار نیوتن رافسون

در این روش یک تراز بار گذاری  $\{ P^{(i)} \}$  در نظر گرفته می شود و فرض می شود شکل تغییر یافته سیستم تحت بار گذاری  $\{ P^{(i)} \}$  با  $\{ x^{(i)} \}$  نشان داده شود ، شکل (۲-۴) . حال هدف تعیین حالت  $\{ x^{(i+1)} \}$  مربوط به تراز بار گذاری  $\{ P^{(i+1)} \} = \{ P^{(i)} \} + \{ \Delta P \}$  می باشد.  $\{ \Delta P \}$  نشان دهنده ی یک افزایش بار کوچک است . با استفاده از تحلیل خطی شده ، تغییر در حالت سیستم  $\{ \Delta x \}$  ، ابتدا توسط معادله (۲-۴۰) تعیین می شود . در معادله (۲-۴۰) ماتریس سختی مماسی سیستم  $[ \tau ]$  به طور ساده در ابتدای بازه بارگذاری یعنی تراز بار گذاری  $\{ P^{(i)} \}$  محاسبه می شود . پاسخ به دست آمده  $\{ \Delta x \} + \{ x^{(i)} \}$  نشان دهنده حالت تقریبی سیستم در

تراز  $\{ P^{(i+1)} \}$  می باشد و معادلات تعادل گره در تراز  $\{ P^{(i+1)} \}$  لزوماً برقرار نمی شوند. این پاسخ تقریبی سپس توسط روند تکرار نیوتن - رافسون اصلاح می شود، تا زمانی که معادلات تعادل (معادله ۲-۳۹) با یک خطای قابل قبول برقرار شوند. در روند محاسبات اندیس پایینی  $j$  مربوط به  $j$  امین حلقه تکرار می باشد در حالی که  $\{ P \}$  در مقدار  $\{ P^{(i+1)} \}$  ثابت نگه داشته شده است.

بااستفاده از معادله ۲-۳۹) نیروی نامتعادل گرهی به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\{\Delta Q\}_j = \{P\} - \{f(x)\}_j \quad (۶۲-۲)$$

در رابطه بالا  $\{f(x)\}_j$  نشان دهنده نیروی داخلی در گره ها و مربوط به حالت  $\{x\}_j$  می باشد. سپس نیروی نامتعادل گرهی به عنوان یک بار افزایشی در نظر گرفته می شود و بردار تصحیح کننده  $\{\Delta x\}_j$  از رابطه نمودی زیر محاسبه می شود.

$$\{\Delta x\}_j [\tau] = \{\Delta Q\}_j \quad (۶۳-۲)$$

پس از انجام مراحل بالا یک حالت تقریبی جدید  $\{x\}_{j+1} = \{x\}_j + \{\Delta x\}_j$  به دست می آید و این مراحل آنقدر ادامه می یابد تا اینکه آخرین بردار تصحیح کننده به اندازه کافی کوچک شود. با توجه به فرمولبندی تغییر شکلهای بزرگ که در بخشهای ۱، ۲ و ۳ توضیح داده شد، مراحل گام به گام تحلیل غیر استاتیکی در پایان این فصل آورده شده است.

## ۲-۴-۱- معیار همگرایی

معیار همگرایی که در اینجا در نظر گرفته شده است بر اساس مقایسه بین مقادیر نمودی تغییر مکانها  $\{\Delta x\}$  و مقادیر کل تغییر مکانها یعنی  $\{x\}$  می باشد. برای به کار گیری این معیار تغییر مکان گره ها در گروههای جداگانه بررسی می شوند و همگرایی زمانی اتفاق می افتد که نامساوی



$$\left[ \frac{\sum_i (\Delta x_i)^2}{\sum_i (x_i)^2} \right]^{1/2} \leq e \quad (۶۴-۲)$$

برای هر گروه به طور مستقل ولی همزمان با گروه دیگر برقرار شود. در معادله (۶۴-۲) پارامتر بدون بعد  $e$  نشان دهنده خطای مجاز مورد نظر می باشد.

#### ۲-۴-۲- محاسبه نیروی محوری عضو

یک مرحله مشکل محاسبات مربوط به تعیین  $\{ S \}$  با استفاده از  $\{ u \}$  می باشد. این مشکل از این حقیقت ناشی می شود که نیروی محوری عضو  $Q$  که با معادله (۱۴-۲) داده شده است شامل توابع *Bowing* یعنی  $b_1$  و  $b_2$  می باشد در حالی که  $b_1$  و  $b_2$  خود تابعی از پارامتر نیروی محوری  $q$  می باشند. هنگامی که انتهای عضو مفصل وجود داشته باشد مسأله پیچیده تر میشود به این دلیل که دوران انتهای دارای مفصل (معادلات (۵۵-۲) تا (۵۸-۲)) نیز تابعی از  $Q$  می باشد. برای حل این مشکل می توان از روند تکرار زیر استفاده نمود.

با توجه به اینکه در معادله (۱۴-۲)  $c_b$  تابعی از  $q$  بوده و  $q$  مجهول می باشد معادله زیر در نظر گرفته می شود.

$$K(q) = \frac{\pi^2}{\lambda^2} q + c_b - \frac{u}{L} \quad (۶۵-۲)$$

فرض می شود که  $q_1$  یک حل تقریبی معادله بالا باشد. با استفاده از بسط تیلور، معادله (۶۵-۱) به صورت زیر در می آید

$$K(q_1 + \Delta q_1) = K(q_1) + K'(q_1) \Delta q_1 \quad (۶۶-۲)$$

در رابطه بالا پریم نشان دهنده مشتق نسبت به  $q_1$  می باشد و

$$K'(q) = \frac{\pi^2}{\lambda^2} + c'_b \quad (۶۷-۲)$$

بنابراین مقدار جدیدی برای  $q$  به دست می آید.

$$q_{i+1} = q_i + \Delta q_i = q_i - \frac{K(q_i)}{K'(q_i)} \quad (۶۸-۲)$$

و تکرار ادامه پیدا می کند تا وقتی که

$$|q| \leq e \quad (۶۹-۲)$$

باشد و  $e$  یک خطای مجاز و قابل قبول می باشد .

$c'_b$  در معادله (۶۷-۱) با رابطه زیر تعریف می شود .

$$(۷۰-۲)$$

$$c'_b = b'_1(\theta_1 + \theta_2)^2 + b'_2(\theta_1 - \theta_2)^2 + 2b_1(\theta_1 + \theta_2)(\theta'_1 + \theta'_2) + 2b_2(\theta_1 - \theta_2)(\theta'_1 - \theta'_2)$$

در رابطه بالا  $\theta'_i$  در انتهای اعضایی که به صورت گیردار به گره متصل شده اند، صفر می باشد .

دوران در انتهای گیردار یک عضو با تغییر مکان کلی گره تعریف می شود و در تمامی مراحل تکرار

ثابت باقی می ماند. برای اعضای با مفصل،  $\theta'_i$  در انتهای مفصل دار با مشتق گیری از معادلات

(۵۵-۲) تا (۵۸-۲) نسبت به  $q$  به دست می آید ، (در این روابط  $c_1$  و  $c_2$  توابعی از  $q$  می باشند).

بنابراین برای یک عضو با مفصل خمیری در انتهای ۱ داریم (شکل (۲-۲)) :

$$\theta'_1 = \frac{L}{EIc_1^2} (M'_{PC} c_1 - M_{PC} c'_1) + \frac{\theta_2}{c_1^2} (c'_1 c_2 - c_1 c'_2) \quad (۷۱-۲)$$

برای یک عضو با مفصل خمیری در انتهای ۲ داریم :

$$\theta'_2 = \frac{L}{EIc_1^2} (M'_{PC} c_1 - M_{PC} c'_1) + \frac{\theta_1}{c_1^2} (c'_1 c_2 - c_1 c'_2) \quad (۷۲-۲)$$

و برای یک عضو با مفصل خمیری در دو انتها داریم :

$$\theta'_1 = \theta'_2 = \frac{L}{EI(c_1 + c_2)} \left[ M'_{PC} - M_{PC} \frac{(c'_1 + c'_2)}{(c_1 + c_2)} \right] \quad (۷۳-۲)$$

در معادلات (۷۱-۲)، (۷۲-۲) و (۷۳-۲) مقدار  $M'_{PC}$  به این صورت محاسبه می شود:

$$M'_{PC} = 0 \quad : \quad \frac{|Q|}{Q_y} \leq 0.15 \quad \text{در صورتیکه}$$

$$M'_{PC} = -\left(\frac{\pi^2 EI}{L^2}\right)\left(\frac{1.18M_p}{Q_y}\right) \quad : \quad \frac{|Q|}{Q_y} > 0.15 \quad \text{و}$$

(۷۴-۲)

در حالتی که مفصل واقعی وجود داشته باشد، در معادلات (۷۱-۱) تا (۷۳-۱)،  $M'_{PC} = 0$  و  $M_{PC} = 0$  می باشند. برای عضوی با مفصل خمیری در یک انتها و مفصل واقعی در انتهای دیگر برای تعیین معادلات مربوط به  $\theta'_1$  به صورت زیر عمل می شود. ابتدا  $\theta_1$  و  $\theta_2$  با استفاده از معادلات (۵۵-۲) و (۵۶-۲) بر حسب  $M_{PC}$ ،  $c_1$  و  $c_2$  نوشته می شوند. سپس از عبارات حاصل نسبت به  $q$  مشتق گرفته می شود. به عنوان مثال برای یک عضو با مفصل واقعی در انتهای ۱ و مفصل خمیری در انتهای ۲ داریم.

$$\theta'_1 = -\frac{L}{EI(c_1^2 - c_2^2)} \left[ M'_{PC}c_2 + M_{PC}c'_2 - \frac{2M_{PC}c_2(c_1c'_1 - c_2c'_2)}{(c_1^2 - c_2^2)} \right]$$

$$\theta'_2 = -\frac{L}{EI(c_1^2 - c_2^2)} \left[ M'_{PC}c_1 + M_{PC}c'_1 - \frac{2M_{PC}c_1(c_1c'_1 - c_2c'_2)}{(c_1^2 - c_2^2)} \right] \quad (۷۵-۲)$$

پس از تعیین نیروی محوری  $Q$  با روش تکرار توضیح داده شده، ممانهای انتهای عضو  $M_1$  و  $M_2$  با استفاده از معادلات (۱۲-۲) و (۱۳-۲) محاسبه شده و در انتهای اعضای که ممان آنها به  $M_{PC}$  رسیده است مفصلهای خمیری جدیدی اضافه می شود.

## ۲-۵- مراحل گام به گام تحلیل

۱- استفاده از آخرین مقادیر موجود کمیتهای هندسی و استاتیکی برای تعیین ماتریس سختی مماسی هر عضو در دستگاه  $[T]$ ، با استفاده از معادله (۲-۴۳). سوار کردن ماتریس سختی مماسی سیستم  $[T]$ .

۲- جانشین کردن  $[T]$  و  $\{\Delta P\}$  در معادله (۲-۴۰) و حل معادله برای به دست آوردن  $\{\Delta x\}$ .

۳- تعیین شکل هندسی جدید سازه با استفاده از مقادیر به دست آمده در گام قبل و رابطه زیر.

$$\{x^{(i+1)}\} = \{x^{(i)}\} + \{\Delta x\} \quad (۲-۷۶)$$

۴- تعیین هندسه هر عضو با استفاده از آخرین اطلاعات مربوط به موقعیت و جهت گره های سازه. برای هر عضو کمیتهای زیر را با استفاده از معادلات (۲-۵) تا (۲-۱۱) باید تعیین نمود: طول جدید وتر عضو، کسینوسهای هادی جدید عضو و تغییر شکل های نسبی جدید عضو  $\{u\}$ .

۵- تعیین نیروهای انتهایی هر عضو. برای هر عضو ابتدا نیروهای انتهایی در مختصات محلی  $[S]$  با استفاده از معادلات (۲-۱۲) تا (۲-۱۴) تعیین می شوند و پس از آن نیروهای انتهایی در مختصات عمومی با استفاده از رابطه  $\{F\} = [B]\{S\}$  محاسبه می شوند.

۶- با استفاده از معادله (۲-۶۲) نیروهای نامتعادل گرهی  $\{\Delta Q\}$  محاسبه می شوند.

۷- با استفاده از آخرین مقادیر موجود برای تمامی کمیتهای هندسی و استاتیکی ماتریس  $[T]$  برای هر عضو تعیین می شود و پس از آن ماتریس سختی مماسی سیستم  $[T]$  سوار می شود.

۸- جانشینی  $[T]$  و  $\{\Delta Q\}$  در معادله (۲-۶۳)، حل معادله و به دست آوردن  $\{\Delta x\}$ .

۹- اگر بردار تصحیح تغییر مکانها به اندازه کافی کوچک نباشد باید شکل هندسی جدید سازه را تعیین نمود  $\{x\}_{j+1} = \{x\}_j + \{\Delta x\}_j$  مراحل ۴ تا ۹ تا زمانی که  $\{\Delta x\}$  با توجه به معیار در نظر گرفته شده به اندازه کافی کوچک شود، ادامه پیدا می کند.

۱۰- در نظر گرفتن یک افزایش بار جدید  $\{\Delta P\}$  و بازگشت به گام ۱.

## فصل سوم

# تحليل ديناميكي سازه ها

## ۳-۱- مقدمه

در این پایان نامه سعی شده است روش جدیدی برای حل معادله دیفرانسیل حرکت ارائه شود. اینکار با استفاده از تئوری موجکی که روشی جدید و پیشرفته است انجام شده است. برای نشان دادن کارایی و دقت روش پیشنهادی باید جوابهای حاصل از این روش را با دیگر روشها مقایسه نمود. برای مقایسه روش انتگرال دو هامل برای سیستمهای با رفتار خطی و روشهای شتاب خطی و ویلسون- $\theta$  برای سیستمهای با رفتار غیر خطی در نظر گرفته شده اند. با توجه به اینکه بر اساس این روشها برنامه کامپیوتری نوشته شده و مسائلی با استفاده از این برنامه ها حل شده است، لازم است که اساس کار این روشها توضیح داده شود. در این فصل روشهای موجود برای حل معادله دیفرانسیل حرکت برای مقایسه با روش جدید آورده شده اند.

## ۳-۲- بارهای ضربه ای و انتگرال دو هامل

بار ضربه ای باری است که در فاصله کوتاهی از زمان اثر می کند. ضربه حاصل از بار برابر است با حاصلضرب نیرو در زمان تداوم آن. به عنوان مثال، ضربه نیروی  $F(\tau)$  در شکل (۲-۱) در مدت  $d\tau$  برابر با مقدار  $F(\tau)d\tau$  است که در شکل با سطح هاشور خورده نشان داده شده است. این ضربه بر روی جرم  $m$  تغییر سرعتی ایجاد می کند که طبق قانون حرکت نیوتن برابر است

$$m \frac{dv}{d\tau} = F(\tau)$$

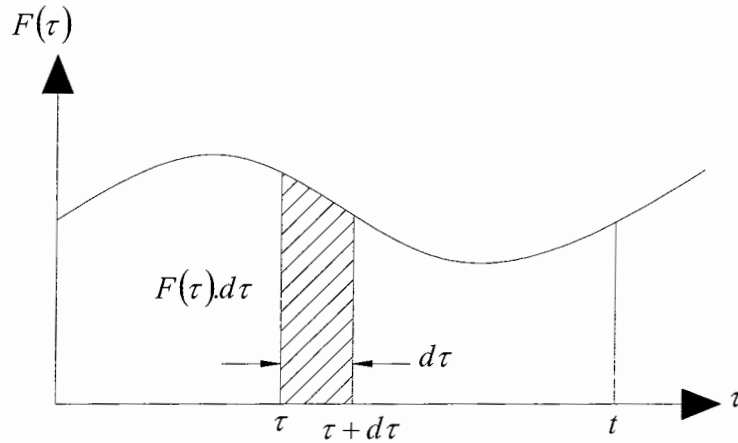
با:

یا

$$dv = \frac{F(\tau)d\tau}{m} \quad (۱-۳)$$

در این رابطه  $F(\tau)d\tau$  ضربه و  $dv$  نمو سرعت است. این نمو را می توان سرعت اولیه جرم  $v_0$  در لحظه  $\tau$  در نظر گرفت. فرض می شود که این ضربه بر سازه ای که به صورت یک نوسانگر نامیرا مدل شده است اثر کند. در لحظه  $\tau$  نوسانگر تغییر سرعتی برابر رابطه (۳-۱)

پیدا خواهد کرد. این تغییر سرعت در لحظه  $\tau$  به عنوان سرعت اولیه همراه با تغییر مکان اولیه  $y_0 = 0$  در لحظات بعد جابجایی زیر را ایجاد خواهد نمود:



شکل (۳-۱): تغییرات بار ضربه ای نسبت به زمان

$$dy(t) = \frac{F(\tau)d\tau}{m\omega} \sin \omega(t - \tau) \quad (۲-۳)$$

بار کلی را می توان به صورت یک سری ضربه های کوتاه متوالی با فواصل زمانی  $d\tau$  در نظر گرفت که هر کدام از آنها جابجایی جزئی رابطه (۲-۳) را ایجاد خواهد نمود. بنابراین جابجایی کل در لحظه  $t$  در اثر بار  $F(\tau)$  از جمع یا انتگرال جابجاییهای جزئی  $dy(t)$  از لحظه  $t = 0$  تا زمان  $t$  به دست می آید. یعنی:

$$y(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t F(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (۳-۳)$$

این انتگرال به نام انتگرال دوهمامل معروف است. رابطه (۳-۳) نشان دهنده جابجایی حاصل از نیروی  $F(\tau)$  روی یک نوسانگر نامیرا است. این جواب شامل جواب گذرا و جواب پایدار می باشد. چنانچه نیروی  $F(\tau)$  را نتوان به صورت یک تابع بیان نمود، انتگرال (۳-۳) را همواره باید از طریق عددی حل کرد. به منظور احتساب تغییر مکان اولیه  $y_0$  و سرعت اولیه  $v_0$  در لحظه  $t = 0$  رابطه (۳-۳) به شکل زیر در می آید:

$$y(t) = y_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + \frac{1}{m\omega} \int_0^t F(\tau) \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (4-3)$$

### ۳-۲-۱- حل عددی انتگرال دوهمال - سیستم نا میرا

گاهی نیروی وارد بر سازه به صورت داده های عددی در دسترس می باشد . در این موارد مانند زلزله باید از حل عددی انتگرال دوهمال استفاده نمود [۱۱]. برای این کار با استفاده از بسط مثلثاتی در انتگرال دوهمال و شرایط اولیه سکون داریم :

$$y(t) = \sin \omega t \frac{1}{m\omega} \int_0^t F(\tau) \cos \omega\tau d\tau - \cos \omega t \frac{1}{m\omega} \int_0^t F(\tau) \sin \omega\tau d\tau$$

یا

$$y(t) = \{A(t) \sin \omega t - B(t) \cos \omega t\} / m\omega \quad (5-3)$$

که

$$A(t) = \int_0^t F(\tau) \cos \omega\tau d\tau \quad (6-3)$$

$$B(t) = \int_0^t F(\tau) \sin \omega\tau d\tau$$

به این ترتیب حل انتگرال دوهمال نیاز به حل عددی انتگرالهای  $A(t)$  و  $B(t)$  دارد . روشهای مختلفی برای حل عددی انتگرال وجود دارد . در این روشها به جای انتگرال گیری از جمع مقدار تابع زیر انتگرال به شکل مناسبی در  $n$  نقطه  $\Delta\tau$  استفاده می شود . معمول ترین آنها روش دوزنقه ای و روش سیمپسون است .

اگر داشته باشیم :

$$A(t) = \int_0^t I(\tau) d\tau$$



با استفاده از روش ذوزنقه ای داریم :

$$A(t) = \Delta\tau \frac{1}{2} (I_0 + 2I_1 + 2I_2 + \dots + 2I_{n-1} + 2I_n) \quad (7-3)$$

و از روش سیمپسون

$$A(t) = \Delta\tau \frac{1}{3} (I_0 + 4I_1 + 2I_2 + \dots + 4I_{n-1} + I_n) \quad (8-3)$$

در روش سیمپسون  $n = \frac{t}{\Delta\tau}$  باید یک عدد فرد باشد . جواب حاصل از این روشها تقریبی است زیرا در حقیقت در روش ذوزنقه ای تابع با یک سری قطعه خط و در روش سیمپسون با یک سری قطعات سهمی شکل جانشین  $I(\tau)$  شده است.

### ۳-۲-۲- حل عددی انتگرال دوهمال - سیستم میرا

به دست آوردن پاسخ یک سیستم میرا توسط انتگرال دوهمال کاملا مشابه یک سیستم نامیرا است با این تفاوت که سرعت اولیه حاصل از ضربه  $F(\tau)d\tau$  یعنی  $dV = \frac{F(\tau)d\tau}{m}$  را در

رابطه ارتعاش آزاد مربوط به سیستم میرا قرار می دهیم . از شرایط اولیه  $y_0 = 0$  و

$v_0 = \frac{F(\tau)d\tau}{m}$  و جایگذاری مقدار  $t$  به جای  $(t - \tau)$  در رابطه مربوط به ارتعاش میرا

داریم :

$$dy(t) = e^{-\xi\omega(t-\tau)} \frac{F(\tau)d\tau}{m\omega_D} \sin \omega_D(t-\tau) \quad (9-3)$$

از جمع این جابجاییهای جزئی در کل دوره بار گذاری نتیجه خواهد شد :

$$y(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t F(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (10-3)$$

این رابطه پاسخ سیستم میرا توسط انتگرال دوهمال است . برای حل عددی، مشابه سیستم نامیرا

عمل می شود تا رابطه زیر به دست آید :

$$y(t) = \{A_D(t) \sin \omega_D t - B_D(t) \cos \omega_D t\} \frac{e^{-\xi \omega t}}{m \omega_D} \quad (11-3)$$

که در آن داریم :

$$A_D(t_i) = A_D(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(\tau) e^{\xi \omega \tau} \cos \omega_D \tau d\tau \quad (12-3)$$

$$B_D(t_i) = B_D(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(\tau) e^{\xi \omega \tau} \sin \omega_D \tau d\tau \quad (13-3)$$

### ۳-۳- پاسخ غیر خطی دستگاههای چند درجه آزادی

#### ۳-۳-۱- مدل یک درجه آزادی غیر خطی

در شکل (۳-۳- الف) مدل یک سازه تک درجه و در شکل (۳-۳- ب) ترسیمه جسم آزاد آن نشان داده شده است. تعادل دینامیکی سیستم از مساوی صفر قرار دادن جمع نیروی اینرسی  $F_I(t)$ ، نیروی میرایی  $F_D(t)$ ، نیروی فنر  $F_S(t)$  و نیروی خارجی  $F(t)$  به دست می آید به طوریکه داریم :

$$F_I(t_i) + F_D(t_i) + F_S(t_i) = F(t_i) \quad (14-3)$$

پس از گذشت زمان  $\Delta t$  خواهیم داشت :

$$F_I(t_i + \Delta t) + F_D(t_i + \Delta t) + F_S(t_i + \Delta t) = F(t_i + \Delta t) \quad (15-3)$$

از تفاضل رابطه (۱۴-۳) از رابطه (۱۵-۳) معادله دیفرانسیل حرکت بر حسب جزء نیروها به دست می آید.

$$\Delta F_I + \Delta F_D + \Delta F_S = \Delta F \quad (16-3)$$

که داریم :

$$\Delta F_I = F_I(t_i + \Delta t) - F_I(t_i)$$

$$\Delta F_D = F_D(t_i + \Delta t) - F_D(t_i)$$

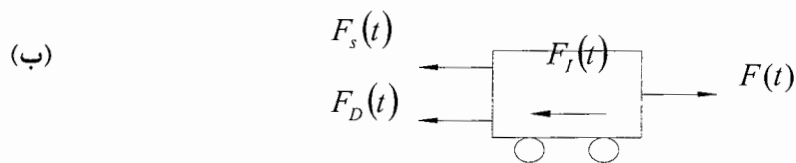
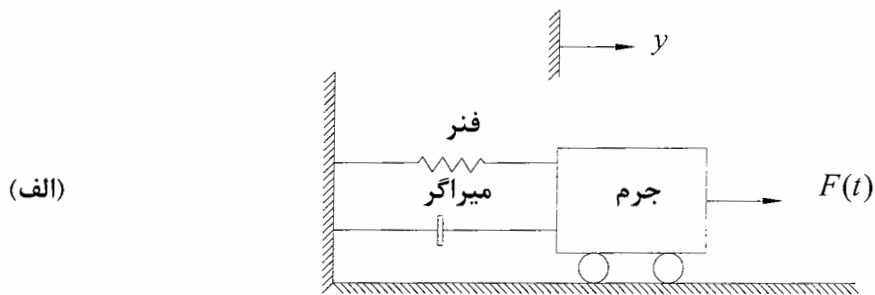
$$\Delta F_S = F_S(t_i + \Delta t) - F_S(t_i)$$

$$\Delta F_i = F(t_i + \Delta t) - F(t_i)$$

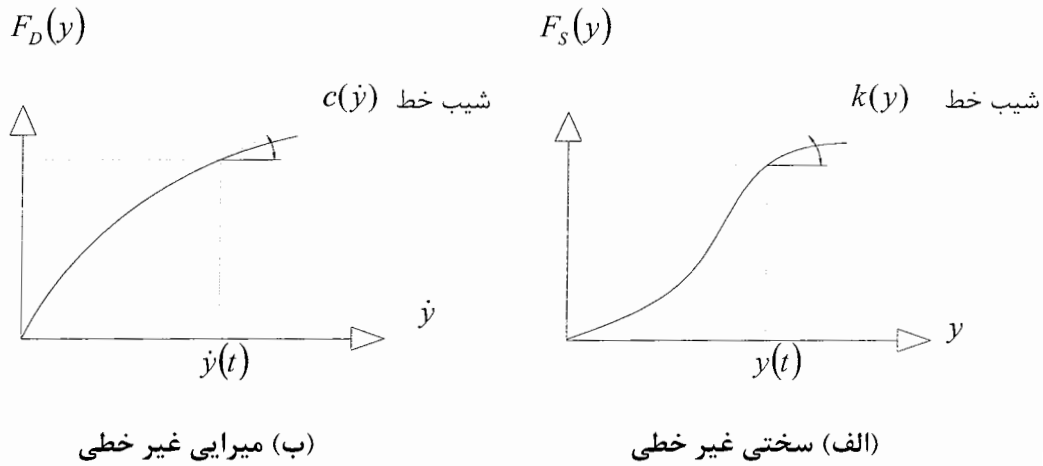
(۱۷-۳)

اگر فرض شود که نیروی میرایی تابعی از سرعت و نیروی فنر تابعی از جابجایی مطابق شکل

(۳-۴) باشند، داریم :



شکل (۳-۳) : الف) مدل یک سیستم تک درجه ب) ترسیمه جسم آزاد مدل



شکل (۳-۴): نیروی فنر و میرایی

$$\Delta F_I = m \Delta \ddot{y}_i$$

$$\Delta F_D = c_i \Delta \dot{y}_i$$

$$\Delta F_S = k_i \Delta y_i \quad (۱۸-۳)$$

از طرفی برای تغییرات جزئی جابجایی  $\Delta y_i$ ، سرعت  $\Delta \dot{y}_i$  و شتاب  $\Delta \ddot{y}_i$  داریم:

$$\Delta y_i = y(t_i + \Delta t) - y(t_i) \quad (۱۹-۳)$$

$$\Delta \dot{y}_i = \dot{y}(t_i + \Delta t) - \dot{y}(t_i) \quad (۲۰-۳)$$

$$\Delta \ddot{y}_i = \ddot{y}(t_i + \Delta t) - \ddot{y}(t_i) \quad (۲۱-۳)$$

ضریب  $k_i$  در رابطه (۱۸-۲) طبق تعریف مشتق نیروی فنر به ازای جابجایی است یعنی:

$$k_i = \left( \frac{dF_S}{dy} \right)_{y=y_i} \quad (۲۲-۳)$$

به همین ترتیب ضریب  $c_i$  در این رابطه طبق تعریف مشتق نیروی میرایی به ازای سرعت است:

$$c_i = \left( \frac{dF_D}{d\dot{y}} \right)_{\dot{y}=\dot{y}_i} \quad (۲۳-۳)$$

این دو ضریب که همان شیب منحنی های مربوط هستند، در شکل (۲-۴) نشان داده شده اند. از

قرار دادن رابطه (۲-۱۸) در رابطه (۲-۱۶) نتیجه خواهد شد :

$$m\Delta\ddot{y}_i + c_i\Delta\dot{y}_i + k_i\Delta y = \Delta F_i \quad (24-3)$$

ضرایب  $c_i$  و  $k_i$  مربوط به زمان هستند و فرض می شود در فاصله زمانی  $t_i$  مقدار آنها ثابت باشد . با توجه به اینکه این دو ضریب در حالت کلی در این فاصله زمانی ثابت نیستند، لذا رابطه (۲۴-۳) یک رابطه تقریبی است .

### ۳-۳-۲- حل معادله غیر خطی حرکت

در میان روشهای مختلفی که برای حل معادله غیر خطی وجود دارد روش انتگرال گیری گام به گام احتمالاً موثرترین روش است . در این روش پاسخ در فواصل زمانی  $\Delta t$  که معمولاً مساوی در نظر گرفته می شوند، محاسبه می گردد . در ابتدای هر فاصله زمانی شرایط تعادل دینامیکی اعمال می شود . سپس پاسخ در فاصله زمانی  $\Delta t$  با فرض ثابت بودن ضرایب  $k(y)$  و  $c(\dot{y})$  محاسبه می گردد. غیر خطی بودن این ضرایب با محاسبه مجدد آنها در ابتدای هر فاصله زمانی در نظر گرفته می شود . پاسخ محاسبه شده در انتهای هر فاصله زمانی به عنوان شرایط اولیه برای گام بعدی در نظر گرفته می شود .

همانطور که گفته شد ضرایب سختی  $k(y)$  و میرایی  $c(\dot{y})$  در ابتدای هر فاصله زمانی محاسبه می شوند و تا ابتدای گام بعدی ثابت در نظر گرفته می شوند. بدین ترتیب رفتار غیر خطی سیستم به صورت تقریبی با یک سری خصوصیات خطی متوالی جانشین می گردد . بدیهی است که فرض ثابت بودن جرم ضرورتی ندارد زیرا در غیر این صورت هم فقط به صورت یک ضریب متغیر در رابطه ظاهر می شود .

روشهای مختلفی برای انتگرال گیری گام به گام رابطه (۲۴-۳) وجود دارد . دو تا از معمولترین آنها روش شتاب ثابت و روش شتاب خطی می باشد. همانطور که از نام این دو روش معلوم است

در روش اول فرض بر این است که شتاب در فاصله زمانی  $\Delta t$  ثابت است در حالی که در روش دوم فرض می شود که شتاب در این فاصله به صورت خطی تغییر می نماید. بدیهی است که روش شتاب ثابت نسبت به روش شتاب خطی بازای فاصله زمانی یکسان دقت کمتری دارد ولی محاسبات آن ساده تر است. در اینجا فقط روش شتاب خطی تشریح خواهد شد. با انجام محاسبات نسبتاً کمی در این روش نتایج خوبی حاصل شده است.

### ۳-۳-۳- روش گام به گام با شتاب خطی

در روش شتاب خطی فرض می شود که شتاب در فاصله زمانی  $\Delta t$  تغییرات خطی دارد. در این روش خصوصیات سیستم یعنی  $c_i$  و  $k_i$  می توانند هر نوع شکل غیر خطی داشته باشند. یعنی اینکه ضرورتی ندارد نیروی فنر فقط تابعی از جابجایی و یا نیروی میرایی فقط تابعی از سرعت باشد. تنها محدودیت، محاسبه آنها در ابتدای هر گام و ثابت بودن آنها تا ابتدای گام بعدی است. اگر  $t_i$  و  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  به ترتیب زمان در ابتدا و انتهای فاصله زمانی  $\Delta t$  باشند با فرض خطی بودن شتاب در این فاصله مطابق شکل (۳-۵) داریم:

$$\ddot{y}(t) = \ddot{y}_i + \frac{\Delta \ddot{y}_i}{\Delta t} (t - t_i) \quad (3-25)$$

که  $\Delta \ddot{y}_i$  همان مقدار رابطه (۳-۲۱) است. با دوبار انتگرال گیری از این رابطه در محدوده  $t_i$  و  $t$  نتیجه خواهد شد.

$$\dot{y}(t) = \dot{y}_i + \ddot{y}_i (t - t_i) + \frac{1}{2} \frac{\Delta \ddot{y}_i}{\Delta t} (t - t_i)^2 \quad (3-26)$$

و

$$y(t) = y_i + \dot{y}_i (t - t_i) + \frac{1}{2} \ddot{y}_i (t - t_i)^2 + \frac{1}{6} \frac{\Delta \ddot{y}_i}{\Delta t} (t - t_i)^3 \quad (3-27)$$

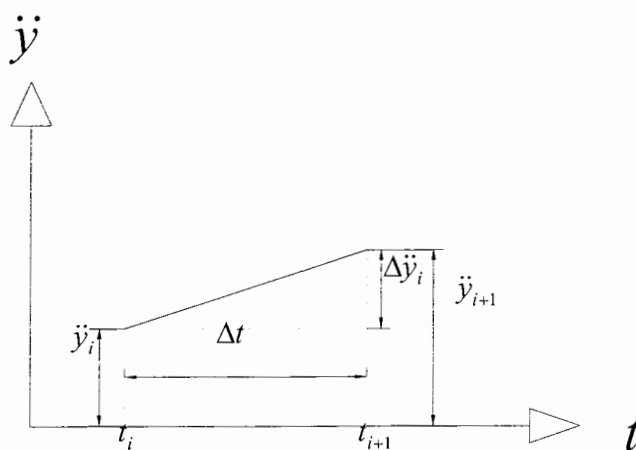
از محاسبه روابط (۳-۲۶) و (۳-۲۷) در زمان  $t = t_i + \Delta t$  خواهیم داشت:

$$\Delta \dot{y}_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \Delta \ddot{y}_i \Delta t \quad (3-28)$$

9

$$\Delta y_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{y}_i \Delta t^2 + \frac{1}{6} \Delta \ddot{y}_i \Delta t^2 \quad (29-3)$$

که  $\Delta y_i$  و  $\Delta \dot{y}_i$  در روابط (3-19) و (3-20) داده شده اند. حال اگر  $\Delta y$  را به عنوان متغیر اصلی در تحلیل مورد استفاده قرار دهیم، مقدار  $\Delta \ddot{y}_i$  را از رابطه (3-29) به دست می آوریم و در رابطه (3-28) قرار می دهیم.



شکل (3-5): تغییرات خطی فرضی شتاب در فاصله زمانی

$$\Delta \ddot{y}_i = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta y_i - \frac{6}{\Delta t} \dot{y}_i - 3\ddot{y}_i \quad (30-3)$$

و

$$\Delta \dot{y}_i = \frac{3}{\Delta t} \Delta y_i - 3\dot{y}_i - \frac{\Delta t}{2} \ddot{y}_i \quad (31-3)$$

از قرار دادن روابط (3-30) و (3-31) در رابطه (3-24) معادله حرکت به شکل رابطه (3-32) حاصل خواهد شد.

$$m \left\{ \frac{6}{\Delta t^2} \Delta y_i - \frac{6}{\Delta t} \dot{y}_i - 3\ddot{y}_i \right\} + c_i \left\{ \frac{3}{\Delta t} \Delta y_i - 3\dot{y}_i - \frac{\Delta t}{2} \ddot{y}_i \right\} + k_i \Delta y_i = \Delta F_i \quad (32-3)$$

از مرتب کردن این رابطه برای حل مجهول  $\Delta y_i$  خواهیم داشت:

$$\bar{k}_i \Delta y_i = \Delta \bar{F}_i \quad (33-3)$$

که در آن:

$$\bar{k}_i = k_i + \frac{6m}{\Delta t^2} + \frac{3c_i}{\Delta t} \quad (34-3)$$

و

$$\Delta \bar{F}_i = \Delta F_i + m \left\{ \frac{6}{\Delta t} \dot{y}_i - 3\ddot{y}_i \right\} + c_i \left\{ 3\dot{y}_i - \frac{\Delta t}{2} \ddot{y}_i \right\} \quad (35-3)$$

دید می شود که این رابطه معادل یک رابطه تعادل جزئی استاتیکی است و مقدار جابجایی جزئی  $\Delta y_i$  را می توان به راحتی از تقسیم نیروی جزئی  $\Delta \bar{F}_i$  بر ضریب سختی معادل  $\bar{k}_i$  به دست آورد، یعنی:

$$\Delta y_i = \frac{\Delta \bar{F}_i}{\bar{k}_i} \quad (36-3)$$

برای به دست آوردن جابجایی  $y_{i+1} = y(t_i + \Delta t)$  در زمان  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ ، این مقدار  $\Delta y_i$  را در رابطه (۳-۱۹) قرار می دهیم .

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \quad (37-3)$$

حال مقدار سرعت نموی  $\Delta \dot{y}_i$  از رابطه (۳-۳۱) و سرعت در لحظه  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  از رابطه (۳-۲۰) به دست می آید .

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \Delta \dot{y}_i \quad (38-3)$$

نهایتاً شتاب  $\ddot{y}_{i+1}$  در انتهای هر گام از نوشتن معادله دیفرانسیل حرکت،  $m\ddot{y} + c\dot{y} + Ky = F(t)$  برای زمان  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  به دست می آید .

$$\ddot{y}_{i+1} = \frac{1}{m} \{ F(t_{i+1}) - F_D(t_{i+1}) - F_S(t_{i+1}) \} \quad (39-3)$$

که مقدار نیروهای  $F_D(t_{i+1})$  و  $F_S(t_{i+1})$  برای  $t_{i+1}$  محاسبه می شوند .



پس از اینکه جابجایی، سرعت و شتاب در  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  محاسبه شدند این عملیات مجدداً برای محاسبه آنها در  $t_{i+2} = t_{i+1} + \Delta t$  تکرار می گردد و این روند تا زمان مورد نظر ادامه پیدا می کند . باید توجه داشت که این روش عددی دارای دو تقریب متمایز می باشد . ۱- فرض می شود تغییرات شتاب در فاصله زمانی  $\Delta t$  خطی است . ۲- ضرایب سختی و میرایی در ابتدای هر گام محاسبه می شوند و در طول گام ثابت فرض می شوند . در حالت کلی این تقریبها خطاهایی را ایجاد می نمایند که اگر فاصله زمانی  $\Delta t$  کوچک باشد مقدار آنها ناچیز خواهد بود . اما این خطاها ممکن است در گامهای متوالی با هم جمع شوند . برای جلوگیری از انباشته شدن خطاها باید شرایط تعادل دینامیکی را در هر گام اعمال نمود . این کار با محاسبه شتاب هر گام از معادله تعادل دینامیکی آن گام انجام می شود . در هر حال مسأله انتخاب درست زمان  $\Delta t$  وجود دارد زیرا مانند هر روش عددی دیگر دقت روش انتگرال گیری گام به گام بستگی به فاصله زمانی  $\Delta t$  دارد . عواملی که باید در انتخاب  $\Delta t$  در نظر گرفته شوند عبارتند از :

۱- پریود طبیعی سازه

۲- شدت تغییرات تابع بار

۳- پیچیدگی شکل تغییرات توابع سختی و میرایی

در حالت کلی دیده شده است که اگر این زمان بیش از یک دهم پریود طبیعی سازه نباشد جوابهایی با دقت کافی حاصل خواهد شد . بر اساس دومین عامل این زمان باید به اندازه کافی کوچک باشد تا بتواند تغییرات بار را به خوبی نشان دهد . عامل سوم برای در نظر گرفتن تغییرات ناگهانی توابع سختی و میرایی است . به عنوان مثال هنگامیکه رفتار مصالح را ارتجاعی خمیری فرض می کنیم سختی به طور ناگهانی از حالت خطی به حالت خمیری تبدیل می شود . در این حالت برای به دست آوردن دقت کافی باید در همسایگی این تغییر ناگهانی فواصل زمانی کوتاهتری را انتخاب نمود [۱۱] .

## ۳-۳-۴- معادلات نموی حرکت برای سیستمهای چند درجه آزادی

فرض اصلی روش ویلسون- $\theta$  این است که تغییرات شتاب در فاصله زمانی  $t$  تا  $t + \theta\Delta t$  ( $\theta \geq 1.0$ ) خطی است [۱۱]. مقدار  $\theta$  طوری تعیین می شود که دقت و پایداری جواب بهینه گردد. ویلسون ثابت کرده است که برای  $\theta \leq 1.38$  این روش به طور نامشروط پایدار است. معادلاتی که شرایط نموی تعادل را برای دستگاههای چند درجه آزادی بیان می دارند به صورت معادل ماتریسی معادلات نموی حرکت دستگاه یک درجه آزادی یعنی رابطه ی (۳-۲۴) می باشند. بنابراین از تفاوت شرایط تعادل لحظه های  $t_i$  و  $t_i + \tau$  که  $\tau = \theta.\Delta t$  است، داریم:

$$M\hat{\Delta}\ddot{y}_i + C(\dot{y})\hat{\Delta}\dot{y}_i + K(y)\hat{\Delta}y_i = \hat{\Delta}F_i \quad (۳-۴۰)$$

علامت  $\wedge$  بیانگر آن است که مقادیر نمو مربوط به گام تعمیم یافته  $t + \theta\Delta t$  می باشند (در مقایسه با گام اصلی  $\Delta t$ ). بنابراین:

$$\hat{\Delta}y_i = y(t_i + \tau) - y(t_i) \quad (۳-۴۱)$$

$$\hat{\Delta}\dot{y}_i = \dot{y}(t_i + \tau) - \dot{y}(t_i) \quad (۳-۴۲)$$

$$\hat{\Delta}\ddot{y}_i = \ddot{y}(t_i + \tau) - \ddot{y}(t_i) \quad (۳-۴۳)$$

$$\hat{\Delta}F_i = F(t_i + \tau) - F(t_i) \quad (۳-۴۴)$$

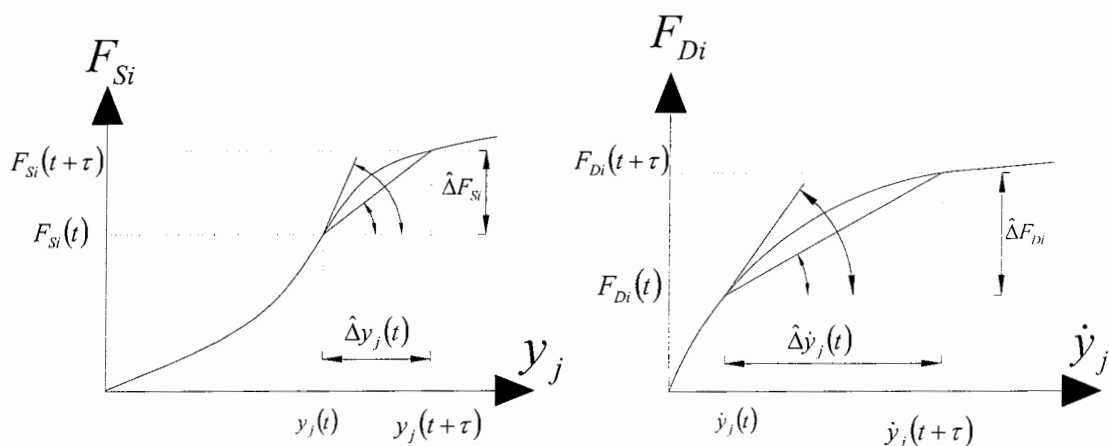
در نوشتن این معادلات همانطور که در بخش (۳-۳-۱) در مورد دستگاههای تک درجه تشریح شد، سختی و میرایی در هر گام به کمک امتداد مماس (و نه سکانت) منحنی های مربوط مطابق شکل (۳-۶) به دست می آید.

بنابراین ضریب سختی چنین تعریف می شود:

$$k_{ij} = \frac{dF_{Si}}{dy_j} \quad (۳-۴۵)$$

و ضریب میرایی عبارت است از:

$$c_{ij} = \frac{dF_{Di}}{dy_j} \quad (3-46)$$



ب) سختی غیر خطی

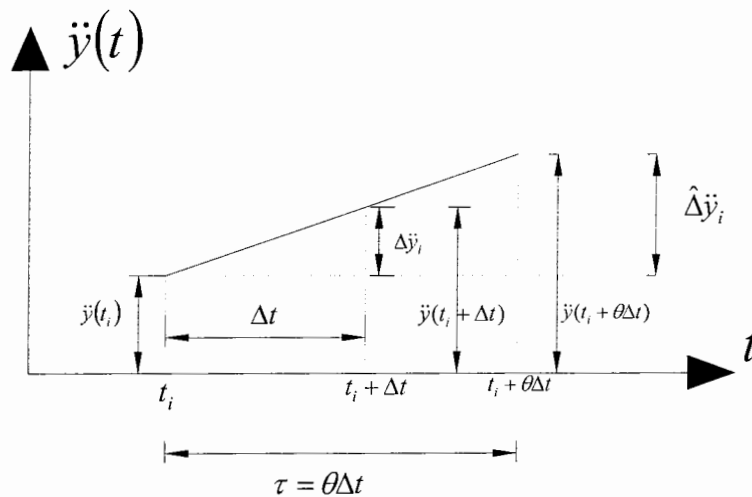
الف) میرایی لزج غیر خطی

شکل (۳-۶): تعریف ضرایب سختی و میرایی

$F_{Si}$  و  $F_{Di}$  نیروهای ارتجاعي و میرایی در گروه  $i$  و  $y_j$  و  $\dot{y}_j$  جابجایی و سرعت در این گره می باشند.

### ۳-۳-۵- روش ویلسون - $\theta$

انتگرال گیری از معادلات غیر خطی حرکت به روش شتابهای خطی با گام تعمیم یافته ویلسون، که در بخش (۳-۳-۳) بیان شد بر این اساس است که شتاب را می توان در فاصله  $\tau = \theta \cdot \Delta t$  ، با یک تابع خطی مطابق شکل (۳-۷) نمایش داد .



شکل (۳-۷) : فرض شتاب خطی در گام تعمیم یافته ویلسون

با توجه به این شکل داریم:

$$\ddot{y}(t) = \ddot{y}_i + \frac{\hat{\Delta}\ddot{y}_i}{\tau}(t - t_i) \quad (۴۷-۳)$$

$\hat{\Delta}\ddot{y}_i$  در رابطه (۳-۴۳) داده شده است. پس از دوبار انتگرال گیری از این رابطه داریم:

$$\dot{y}(t) = \dot{y}_i + \ddot{y}_i(t - t_i) + \frac{1}{2} \frac{\hat{\Delta}\ddot{y}_i}{\tau}(t - t_i)^2 \quad (۴۸-۳)$$

و

$$y(t) = y_i + \dot{y}_i(t - t_i) + \frac{1}{2} \ddot{y}_i(t - t_i)^2 + \frac{1}{6} \frac{\hat{\Delta}\ddot{y}_i}{\tau}(t - t_i)^3 \quad (۴۹-۳)$$

از محاسبه روابط (۳-۴۸) و (۳-۴۹) در پایان گام تعمیم یافته  $t = t_i + \tau$  داریم:

$$\hat{\Delta}\dot{y}_i = \dot{y}_i\tau + \frac{1}{2} \hat{\Delta}\ddot{y}_i\tau \quad (۵۰-۳)$$

و

$$\hat{\Delta}y_i = \dot{y}_i\tau + \frac{1}{2} \ddot{y}_i\tau^2 + \frac{1}{6} \hat{\Delta}\ddot{y}_i\tau^2 \quad (۵۱-۳)$$

حال  $\hat{\Delta}\ddot{y}_i$  را از رابطه فوق محاسبه و در (۳-۵۰) جایگزین می سازیم، پس:

$$(۵۲-۳)$$

$$\hat{\Delta}\ddot{y}_i = \frac{6}{\tau^2} \hat{\Delta}y_i - \frac{6}{\tau} \dot{y}_i - 3\ddot{y}_i$$

و

$$\hat{\Delta}\dot{y}_i = \frac{3}{\tau} \hat{\Delta}y_i - 3\dot{y}_i - \frac{\tau}{2} \ddot{y}_i \quad (۵۳-۳)$$

و بالاخره با جایگزین ساختن این روابط در معادله نمودی حرکت (۳-۴۰) رابطه ای برای نمود جابجایی به دست می آید .

$$\bar{K}_i \hat{\Delta} y_i = \bar{\Delta} F_i \quad (۳-۵۴)$$

که در آن:

$$\bar{K}_i = K_i + \frac{6}{\tau^2} M + \frac{3}{\tau} C_i \quad (۳-۵۵)$$

و

$$\bar{\Delta} F_i = \hat{\Delta} F_i + M \left( \frac{6}{\tau} \dot{y}_i + 3\ddot{y}_i \right) + C_i \left( 3\dot{y}_i + \frac{\tau}{2} \ddot{y}_i \right) \quad (۳-۵۶)$$

رابطه (۳-۵۴) مشابه معادله نمودی تعادل استاتیکی است و نمودهای جابجایی  $\hat{\Delta} y_i$  را می توان با حل یک دستگاه معادلات به دست آورد .

برای تعیین نمودهای شتاب در گام تعمیم یافته، مقادیر  $\hat{\Delta} y_i$  مذکور را در رابطه (۳-۵۲) قرار

می دهیم . آنگاه نمود شتاب  $\hat{\Delta} \ddot{y}_i$  در گام معمولی  $\Delta t$  از رابطه درون یابی خطی زیر حاصل می

شود:

$$\Delta \ddot{y} = \frac{\hat{\Delta} \ddot{y}}{\theta} \quad (۳-۵۷)$$

نمودهای سرعت و جابجایی در گام معمولی  $\Delta t$  با استفاده از روابط (۳-۵۰) و (۳-۵۱) و با جایگزینی  $\Delta t$  به جای  $\tau$  به دست می آید .

$$\Delta \dot{y}_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \Delta \ddot{y}_i \Delta t \quad (۳-۵۸)$$

و

$$\Delta y_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{y}_i \Delta t^2 + \frac{1}{6} \Delta \ddot{y}_i \Delta t^2 \quad (۳-۵۹)$$

و بالاخره مقادیر جابجایی و سرعت در پایان گام معمولی از روابط زیر به دست می آیند:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \quad (۳-۶۰)$$

و

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \Delta \dot{y}_i \quad (۳-۶۱)$$

همانگونه که در بخش (۳-۳-۳) در مورد دستگاههای تک درجه آزادی بیان شد، شتاب اولیه برای گام بعدی می باید از شرایط تعادل دینامیکی در زمان  $t + \Delta t$  به دست آید، پس:

$$\ddot{y}_{i+1} = M^{-1} [F_{i+1} - C_{i+1} \dot{y}_{i+1} - K_{i+1} y_{i+1}] \quad (۶۲-۳)$$

حاصلضربهای  $C_{i+1} \dot{y}_{i+1}$  و  $K_{i+1} y_{i+1}$  بردارهای نیروی حاصل از میرایی و سختی در پایان گام  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  می باشند پس از تعیین بردارهای جابجایی، سرعت و شتاب در لحظه  $t_{i+1}$ ، مراحل فوق برای گامهای بعدی عینا تکرار می شوند.

روش شتاب خطی گام به گام همانطور که در مورد دستگاههای تک درجه بحث شد، دارای دو تقریب اساسی است :

- ۱- تغییرات شتاب در هر گام خطی فرض می شود.
- ۲- سختی و میرایی سازه در ابتدای هر گام محاسبه و در طول آن گام محاسبه و در طول آن گام ثابت فرض می شود.

### ۳-۴- تحلیل دینامیکی قابهای دو بعدی با رفتار غیر خطی

#### ۳-۴-۱- معادله حرکت سیستم

یک قاب دو بعدی با سه درجه آزادی در هر گره در نظر گرفته می شود. معادله ی حرکت سیستم به شکل برداری آن به صورت رابطه (۶۳-۳) می باشد.

$$\{F_I(t)\} + \{F_D(t)\} + \{F_S(t)\} = \{F(t)\} \quad (۶۳-۳)$$

در این رابطه،  $\{F_I(t)\}$  بردار نیروهای اینرسی گره ها،  $\{F_D(t)\}$  بردار منتهی نیروهای ناشی از استهلاک گره ها،  $\{F(t)\}$  بردار منتهی نیروهای ارتجائی در گره ها و  $\{F_S(t)\}$  بردار نیروهای خارجی بر گره ها می باشند [۱۱]. همچنین نیروهای فوق وابسته به تغییر مکان، سرعت و شتاب گره ها هستند.

در حالت کلی نیروهای موجود در رابطه (۶۳-۳) را می توان با این روابط نشان داد :

$$\{F_i(t)\} = [M]\{\ddot{y}(t)\} \quad (۳-۶۴)$$

$$\{F_D(t)\} = [C(\dot{y})]\{\dot{y}(t)\} \quad (۳-۶۵)$$

$$\{F_S(t)\} = [K(y)]\{y(t)\} \quad (۳-۶۶)$$

در روابط بالا  $[K(y)]$  ماتریس سختی سیستم می باشد که به تغییر مکان گره ها وابسته است و همچنین  $[C(\dot{y})]$  ماتریس میرایی می باشد که آن نیز به سرعت گره ها وابسته است.  $[M]$  نیز ماتریس جرم سیستم است که در حالت کلی ترمی تواند مانند سختی و میرایی متغیر باشد. در این تحقیق از میرایی صرف نظر شده و همچنین ماتریس جرم نیز در طول تحلیل ثابت فرض شده است و رفتار غیر خطی سیستم فقط بموجب تغییر در ماتریس سختی می باشد.

### ۳-۴-۲- ماتریس جرم عضو

ضرایب جرم را می توان با هر یک از دو روش جرم متمرکز و یا جرم همساز به دست آورد. در روش جرم متمرکز، جرم عضو بر اساس تعادل استاتیکی در گره ها متمرکز می شود و برای تیر یکنواخت نیمی از جرم در هر گره قرار می گیرد. با استفاده از این روش ماتریس جرم عضو به صورت زیر به دست می آید [۱۱].

$$[M]_e = \frac{\bar{m}L}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۳-۶۷)$$

در رابطه بالا  $\bar{m}$  جرم واحد طول و  $L$  طول عضو می باشد.

در روش جرم همساز ضرایب جرم یک عضو را می توان مانند ضرایب سختی تعیین نمود به این صورت که جرم  $m_{ij}$  عبارت است از نیروی ایجاد شده در مختصات گرهی  $i$  در اثر شتاب واحد در مختصات گرهی  $j$  اگر شتاب بقیه مختصات گرهی صفر باشد. با استفاده از روش جرم همساز ماتریس جرم عضو به صورت زیر به دست می آید [۱۱].

$$[M]_e = \frac{\bar{m}L}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (۶۸-۳)$$

### ۳-۴-۳- ماتریس سختی عضو

ماتریس سختی عضو در حالتی که رفتار سیستم خطی باشد با رابطه زیر بیان می شود [۱۱].

$$[k]_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} AL^2/I & 0 & 0 & -AL^2/I & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 6L & 2L^2 \\ -AL^2/I & 0 & 0 & AL^2/I & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 6L & 0 & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (۶۹-۳)$$

در حالتی که رفتار سیستم غیر خطی باشد از ماتریس سختی مماسی استفاده شده است. شیوه به دست آوردن این ماتریس در فصل اول به تفصیل بیان شده است و ماتریس سختی مماسی عضو با رابطه (۴۳-۲) بیان شده است.



## ۳-۵- روش محاسبات

پاسخ دینامیکی سازه توسط روش انتگرال گیری گام به گام به دست آمده و روند نیوتن رافسون در هر گام تکرار می شود تا ارضاء کامل معادله حرکت صورت پذیرد . روش ویلسون- $\theta$ ، [۱۱] برای انتگرال گیری عددی انتخاب گردیده است . جزئیات روش ویلسون- $\theta$  در بخش قبل به طور کامل توضیح داده شده است . در ادامه مراحل گام به گام تحلیل غیر خطی با استفاده از روش ویلسون- $\theta$  و همچنین روند تکرار نیوتن - رافسون آورده شده است .

## ۳-۵-۱- مراحل گام به گام تحلیل دینامیکی غیر خطی با استفاده از روش انتگرال

## گیری گام به گام

۱- انتگرال گیری به روش گام به گام شامل مراحل زیر است :

۱- تعیین مقادیر اولیه جابجایی  $\{y\}_0$  ، سرعت  $\{\dot{z}\}_0$  و نیروهای  $\{F\}_0$

۲- تشکیل ماتریس سختی با توجه به جابجایی اولیه و همچنین تشکیل ماتریس جرم

۳- شتاب اولیه  $\{\ddot{z}\}_0$  از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$[M]\{\ddot{z}\}_0 = \{F\}_0 - [K]\{y\}_0 \quad (۳-۷۰)$$

۴- انتخاب گام زمانی  $\Delta t$  و فاکتور  $\theta$  (معمولا مساوی 1.4)، و با استفاده از آنها ثابتهای  $\tau$  ،

$a_1$  ،  $a_2$  ،  $a_3$  و  $a_4$  از روابط زیر محاسبه می شوند .

$$\tau = \theta.\Delta t$$

$$a_1 = \frac{3}{\tau}$$

$$a_2 = \frac{6}{\tau}$$

$$a_3 = \frac{\tau}{3}$$

$$a_4 = \frac{6}{\tau^2}$$

۲- در هر گام زمانی روش انتگرال گیری گام به گام محاسبات زیر صورت می پذیرد

۱- محاسبه ماتریس سختی در ابتدای گام زمانی با استفاده از آخرین کمیت‌های هندسی و استاتیکی موجود محاسبه می‌گردد و ماتریس سختی موثر با استفاده از رابطه زیر تشکیل می‌گردد.

$$[\bar{K}] = [K] + a_4[M] \quad (71-3)$$

۲- نمو نیروی  $\{\hat{\Delta F}\}_i$  ای فاصله زمانی  $t_i$  تا  $t_i + \tau$  از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\{\hat{\Delta F}\}_i = \{F\}_{i+1} + (\{F\}_{i+2} - \{F\}_{i+1})(\theta - 1) - \{F\}_i \quad (72-3)$$

۳- نمو نیروی موثر  $\{\bar{\Delta F}_i\}$  را برای گام  $t_i$  تا  $t_i + \tau$  از رابطه زیر حساب می‌گردد.

$$\{\bar{\Delta F}_i\} = \{\hat{\Delta F}\}_i + (a_2[M])\{\dot{y}\}_i + (3[M])\{\ddot{y}\}_i \quad (73-3)$$

۴- محاسبه نمو جابجایی  $\{\hat{\Delta y}\}_i$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$[\bar{K}]\{\hat{\Delta y}\}_i = \{\bar{\Delta F}_i\} \quad (74-3)$$

۵- برای شتاب در گام تعمیم یافته از رابطه زیر داریم.

$$\{\hat{\Delta \ddot{y}}\}_i = a_4\{\hat{\Delta y}\}_i - a_2\{\dot{y}\}_i - 3\{\ddot{y}\}_i \quad (75-3)$$

۶- نمو شتاب در گام معمولی از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$\{\Delta \ddot{y}\} = \frac{\{\hat{\Delta \ddot{y}}\}}{\theta} \quad (76-3)$$

۷- نموهای سرعت و جابجایی،  $\{\Delta \dot{y}\}_i$  و  $\{\Delta y\}_i$  در فاصله  $t_i$  و  $t_i + \Delta t$  از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\{\Delta \dot{y}\}_i = \{\dot{y}\}_i \Delta t + \frac{1}{2}\{\Delta \ddot{y}\}_i \Delta t \quad (77-3)$$

$$\{\Delta y\}_i = \{\dot{y}\}_i \Delta t + \frac{1}{2}\{\ddot{y}\}_i \Delta t^2 + \frac{1}{6}\{\Delta \ddot{y}\}_i \Delta t^2 \quad (78-3)$$

۸- برای سرعت و جابجایی در لحظه  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  از روابط زیر استفاده می‌شود.

$$\{y\}_{i+1} = \{y\}_i + \{\Delta y\}_i \quad (79-3)$$

$$\{\dot{y}\}_{i+1} = \{\dot{y}\}_i + \{\Delta \dot{y}\}_i \quad (80-3)$$

۹-  $\{\ddot{y}\}_{i+1}$  در لحظه  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  مستقیماً از رابطه حرکت به دست می‌آید.

$$[M]\{\ddot{y}\}_{i+1} = \{F\}_{i+1} - [K]\{y\}_{i+1} \quad (۸۱-۳)$$

۱۰- مقدار  $t$  به اندازه  $\Delta t$  افزایش یافته و مقدار  $i$  با  $i+1$  عوض شده و به گام ۱ بازگشت می شود.

به علت اینکه در روش ارائه شده بالا در طول زمان  $\Delta t$  خصوصیات سازه خطی فرض می شوند، در واقع نیروی ارتجاعی تابعی خطی در نظر گرفته می شود در نتیجه در انتهای هر مرحله معادلات حرکت به طور کامل اقماع نمی گردند. برای اینکه دقت جوابها بیشتر شود در هر مرحله از روند تکرار نیوتن - رافسون استفاده می شود.

در این روند قبل از شروع مرحله  $i+1$  اثرات نیروی نامتعادل به صورت زیر منظور می گردد (منظور از اندیس  $j$ ،  $j$  امین سیکل تکرار می باشد).

الف) مقدار نیروی نامتعادل گرهی با رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\{\Delta Q\}_j = \{F\}_j - [M]\{\ddot{y}\}_j - [K]\{y\}_j \quad (۸۲-۳)$$

ب) با در نظر گرفتن اینکه  $\{\Delta \Delta y\}_j$ ،  $\{\Delta \Delta \dot{y}\}_j$  و  $\{\Delta \Delta \ddot{y}\}_j$  مقادیر افزایش تغییر مکان، سرعت و شتاب گرهی در اثر اعمال نیروی  $\{\Delta Q\}_j$  می باشند، با توجه به رابطه (۳-۷۴) رابطه زیر شکل می گیرد.

$$[K]_j \{\Delta \Delta y\}_j + a_4 [M] \{\Delta \Delta \dot{y}\}_j = \{\Delta Q\}_j \quad (۸۳-۳)$$

ج) با حل رابطه بالا  $\{\Delta \Delta y\}_j$  محاسبه می شود.

د) مقدار  $\{\Delta \Delta \dot{y}\}_j$  با رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\{\Delta \Delta \dot{y}\}_j = a_4 \{\Delta \Delta y\}_j \quad (۸۴-۳)$$

ه) وضعیت جدید سازه از رابطه  $\{y\}_{j+1} = \{y\}_j + \{\Delta \Delta y\}_j$  به دست می آید.

و) در صورتیکه  $\{\Delta \Delta y\}_j$  به دست آمده در گام سوم به حد کافی کوچک باشد، روند

اصلاحی نیوتن-رافسون اتمام یافته و مرحله جدید با افزودن  $\Delta t$  و از ابتدای گام ۱ شروع می شود در غیر این صورت روند اصلاحی را تا رسیدن به دقت مورد نظر ادامه می دهیم.

فصل چہارم

تئوری موجکی

## ۴-۱- مقدمه

از آنجا که روش ارائه شده در این پایان نامه جهت حل معادله دیفرانسیل حرکت با استفاده از موجک می باشد ، در این فصل جهت آشنایی بیشتر، انواع موجکها به همراه روابط و کارآیی آنها بیان شده است و همچنین در مورد تبدیل فوریه که روش شناخته شده ای برای بررسی امواج می باشد بحث شده و سپس تبدیل موجکی ، تاریخچه و مزایای آن نسبت به تبدیل فوریه توضیح داده شده است.

ازنقطه نظر تاریخی تبدیل موجکی یک روش جدید می باشد. شالوده ریاضی آن به قرن نوزدهم میلادی و به کار جوزف فوریه بر می گردد [۱۲]. فوریه پایه کار را با تئوری تحلیل فرکانسی بنا نهاد که کار بسیار مهم و موثری می باشد .

بعدها تدریجا توجه محققان از تحلیل فرکانسی به سوی تحلیل مقیاسی جلب شد و دلیل این مطلب این بود که ثابت شد کار با مقیاسهای متفاوت باعث اثر کمتر پارازیتها در پاسخ به دست آمده می شود .

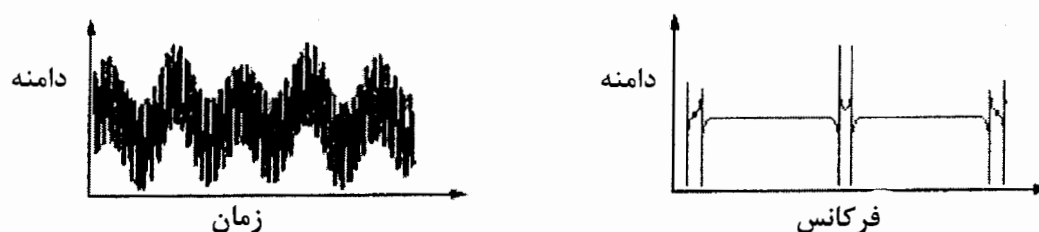
اولین اشاره ها به چیزی که امروزه موجک نامیده می شود در سال ۱۹۰۹ و در پایان نامه آلفرد هار آورده شده است .

تئوری موجک به شکل امروزی اولین بار توسط جین مورلت و همچنین مرکز فیزیک تئوری مارسی زیر نظر آلکس گراسمن ارائه شد .

روش تبدیل موجکی عمدتا توسط میر و همکارانش ارائه شد .همچنین الگوریتم اصلی برای این کار مربوط به کار استفان مالات در سال ۱۹۸۸ میباشد . پس از آن تحقیق در مورد موجک بین المللی شد .امروزه این تحقیقات به ویژه در ایالات متحده و توسط اشخاصی مانند اینگرید دابیچیز ، رونالد کویفمن و ویکتور ویکرهوزر انجام می گیرد . توضیح کامل در مورد تاریخچه موجک در مرجع [۱۵] آمده است .

## ۴-۲- تبدیل فوریه

تحلیلگران امواج امروزه روشهای بسیار موثری برای بررسی امواج مختلف در اختیار دارند. شاید شناخته شده ترین آنها تبدیل فوریه باشد که یک موج را به امواج سینوسی تشکیل دهنده آن با فرکانسهای متفاوت تجزیه می کند. تعریف دیگر تبدیل فوریه در حوزه ریاضیات انجام میگیرد. به این صورت که تبدیل فوریه یک تکنیک ریاضی است برای انتقال یک موج از حوزه زمان به حوزه فرکانس.



شکل (۴-۱): انتقال از حوزه زمان به حوزه فرکانس در تبدیل فوریه

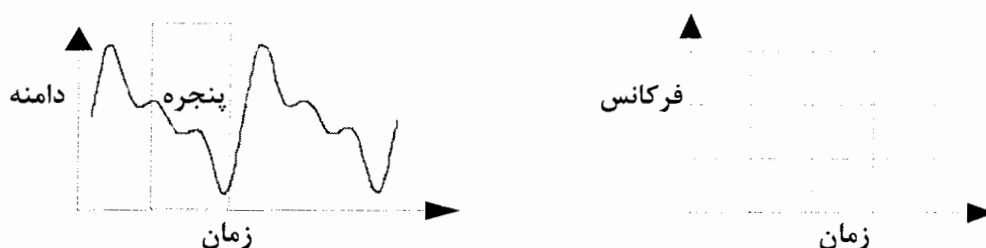
برای بسیاری از امواج تبدیل فوریه به طور وسیعی مورد استفاده قرار می گیرد زیرا محتوای فرکانسی موج که بسیار مهم می باشد از طریق این تبدیل به دست می آید. پس به چه دلیلی ما نیاز به روشهای دیگر مانند تبدیل موجکی داریم.

تبدیل فوریه یک نقطه ضعف مهم دارد. در انتقال به حوزه فرکانس اطلاعات مربوط به زمان از بین می رود. یعنی اینکه هنگام مطالعه یک موج به دست آمده از انتقال فوریه فهمیدن اینکه یک رویداد مشخص در چه زمانی اتفاق افتاده است غیر ممکن است.

اگر ویژگیهای یک موج در طول زمان خیلی تغییر نکند (به چنین موجی موج پایا گفته می شود) نقطه ضعف گفته شده خیلی مهم نمی باشد. اما اکثر امواج مورد مطالعه در طول خود دارای نواحی با خصوصیات ناپایا و یا گذرا می باشند مانند تغییرات ناگهانی در بعضی قسمتهای موج و همچنین ابتدا و انتهای موج. این قسمتهای ناپایا معمولاً قسمتهای مهم موج می باشند و تبدیل فوریه برای بررسی این نواحی مناسب نمی باشد.

## ۴-۲-۱- تبدیل قطعه ای فوریه

به عنوان تلاشی برای جبران نقص موجود در تبدیل فوریه دنیس گبور<sup>۱</sup> [۱۲] در سال ۱۹۴۶ نوعی تبدیل فوریه را پیشنهاد کرد که فقط برای بررسی مقطع زمانی کوچکی از موج به کار می رفت (روش پنجره کردن موج). این روش پیشنهادی بعداً تبدیل قطعه ای فوریه نامیده شد. این روش یک موج را به یک تابع دو بعدی شامل زمان و مقیاس تبدیل می کند.



شکل (۴-۲): انتقال از حوزه فرکانس در تبدیل قطعه ای فوریه

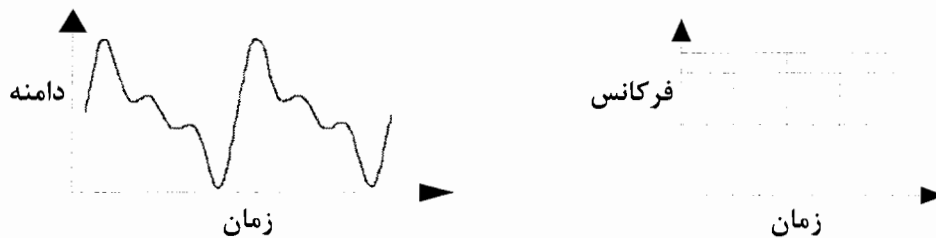
تبدیل قطعه ای فوریه نشان دهنده ی ارتباط بین فرکانسهای یک موج و زمان آنها می باشد. توسط این تبدیل اطلاعاتی در مورد اینکه یک رویداد مشخص در موج در چه زمانی و با چه فرکانسی اتفاق افتاده است به دست می آید. اما مشکلی وجود دارد و آن این است که اطلاعات فقط با یک دقت خاص و محدود قابل دسترسی هستند و این محدودیت توسط اندازه پنجره تعیین میشود.

با اینکه تبدیل قطعه ای فوریه به عنوان ارتباط دهنده بین زمان و فرکانس موارد استفاده بسیار دارد اما نقطه ضعف آن، این میباشد که وقتی یک پنجره ی زمانی با اندازه ی مشخص انتخاب شد این پنجره برای تمامی فرکانسها به طور یکسان به کار می رود. اما بسیاری از امواج به روش انعطاف پذیرتری احتیاج دارند. روشی که در آن بتوان برای رسیدن به دقت بیشتر در اطلاعات مربوط به زمان و اندازه ی پنجره را به دلخواه تغییر داد.

<sup>۱</sup>-DennisGabor

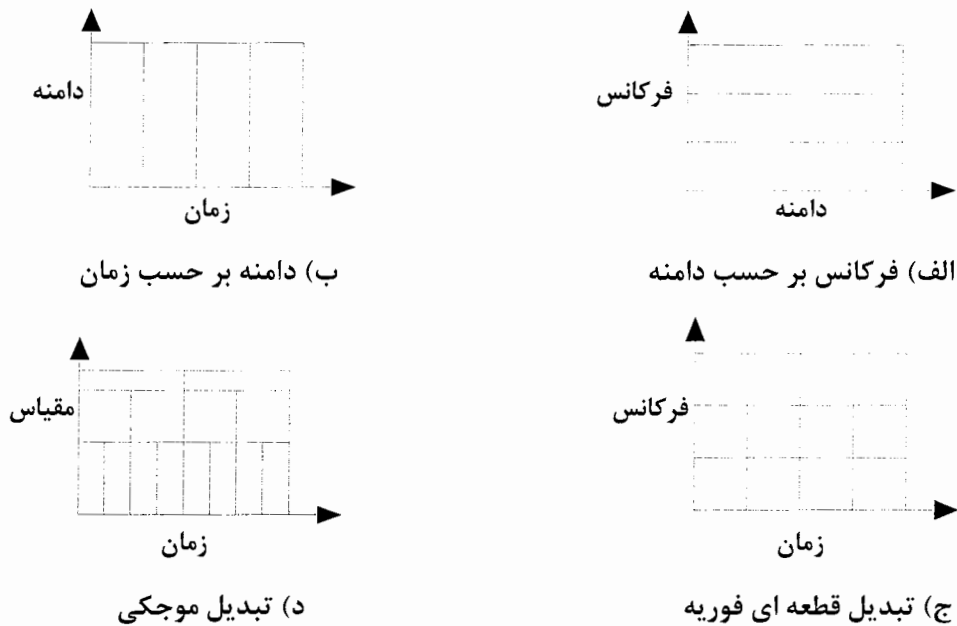
## ۳-۴- تبدیل موجکی

تبدیل موجکی نشان دهنده ی قدم منطقی بعدی می باشد: یک تکنیک پنجره ای با قابلیت تغییر اندازه ی پنجره . بنابراین هنگامی که اطلاعات دقیقی در مورد فرکانسهای پایین لازم باشد بازه ی زمانی طولانی تری انتخاب می شود و بر عکس هنگامی که اطلاعات دقیقی در مورد فرکانسهای بالا مورد نیاز باشد از بازه ی زمانی با طول کمتری استفاده می شود .



شکل (۳-۴): انتقال از حوزه زمان به حوزه مقیاس در تبدیل موجکی

شکل زیر نشان دهنده ی مقایسه ای بین روشهای بر اساس زمان فرکانس و همچنین تبدیل قطعه ای فوریه می باشد .



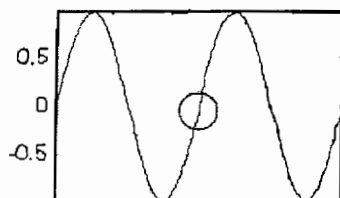
شکل (۴-۴): مقایسه بین تبدیلهای مختلف



با دقت در شکل‌های (۴-۴) دیده می‌شود که تبدیل موجکی از نوع تبدیل زمان - فرکانس نمی‌باشد بلکه یک تبدیل زمان - مقیاس می‌باشد. در مورد ارتباط بین مقیاس و فرکانس در بخش ۴-۶ توضیحات بیشتری داده خواهد شد.

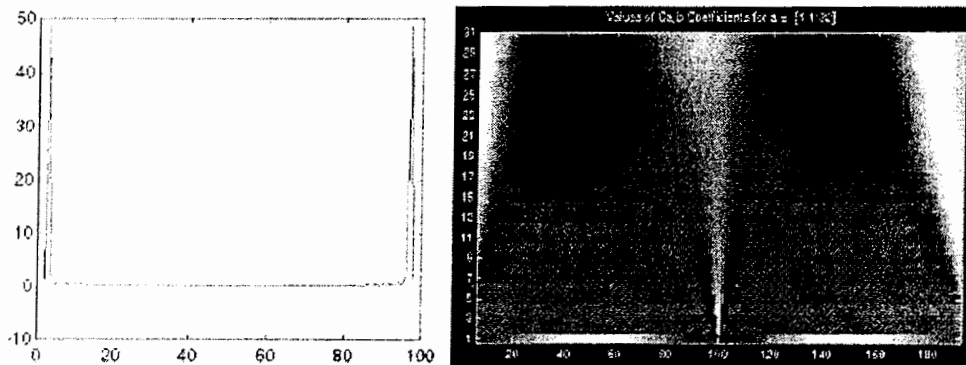
#### ۴-۳-۱- مزایای دیگر تبدیل موجکی

یکی از مزایای مهم تبدیل موجکی توانایی آن در تحلیل محلی است. یعنی بررسی یک مقطع کوچک از یک موج بزرگ. به عنوان مثال یک موج سینوسی با یک ناپیوستگی کوچک (به حدی کوچک که با چشم دیده نمی‌شود) مطابق شکل (۴-۵) در نظر گرفته می‌شود. چنین موجی در دنیای واقعی به وسیله‌ی یک نوسان شدید و یا تغییر ناگهانی در صدا می‌تواند تولید شود.



شکل (۴-۵): موج سینوسی با یک ناپیوستگی کوچک

نمودار به دست آمده از تبدیل فوریه‌ی موج شکل (۴-۵) (با استفاده از روش تبدیل قطعه‌ای فوریه) شامل یک طیف مسطح با دو نقطه‌ای اوج در دو انتها می‌باشد که فرکانس یکسانی هم دارند و اطلاعات خاصی در مورد نقطه‌ی ناپیوستگی به ما نمی‌دهد. در صورتیکه نمودار به دست آمده از ضرایب موجکی دقیقاً زمان وقوع ناپیوستگی را نشان می‌دهد.



الف) با استفاده از ضرایب موجکی

ب) با استفاده از ضرایب فوریه

شکل (۴-۶) : نمودارهای به دست آمده برای موج سینوسی با استفاده از تبدیل موجکی و تبدیل

قطعه ای فوریه

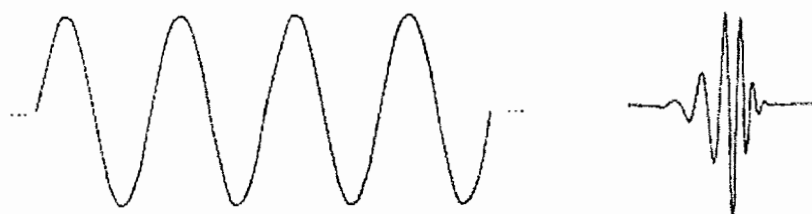
تحلیل موجکی قادر به نشان دادن وجوهی از اطلاعات مانند تغییرات ناگهانی و ناپیوستگی در مشتقات مرتبه بالاتر می باشد در حالی که دیگر تکنیکهای تحلیل امواج قادر به انجام این کار نیستند . علاوه بر این چون که موجک نسبت به تکنیکهای قدیمی دید متفاوتی ارائه می دهد توانایی این را دارد که بدون خطای قابل ملاحظه امواج را به فرکانسهای متفاوت تجزیه کند و یا فرکانسهای متفاوت را با هم ترکیب کند .

موجک در طول تاریخ کوتاه خود توانسته قابلیتهای خود را به اثبات برساند و تبدیل به جزءلاینفک مجموعه ابزارهای تحلیل امواج بشود و همچنین محبوبیت خوبی در بین محققان به دست آورد .

#### ۴-۳-۲- توضیحات بیشتر در مورد تبدیل موجکی

حال که مختصری در مورد کاربرد موجک می دانیم این سوال مهم پیش می آید که تبدیل موجکی چیست؟ یا حتی یک سوال اساسی تر اینکه موجک چیست؟  
موجک نوعی موج با مدت محدود می باشد که مقدار متوسط آن در بازه ی زمانی مربوطه صفر می باشد .

اما تفاوت موجک با موج سینوسی که پایه ی تبدیل فوریه می باشد چیست ؟ موج سینوسی محدودیت زمانی ندارد و از منفی بی نهایت تا مثبت بی نهایت ادامه دارد. همچنین موج سینوسی هموار و قابل پیش بینی می باشد در حالیکه موجکها در اغلب موارد نامنظم و نامتقارن می باشند.



ب) موج سینوسی

الف) موجک سیملت

شکل (۴-۷) : مقایسه میان موجک و موج سینوسی

تبدیل فوریه عبارت است از تجزیه ی یک موج به موجهای سینوسی با فرکانسهای متفاوت و به طور مشابه تبدیل موجکی هم عبارت است از تجزیه ی یک موجک به موجکهای انتقال یافته و مقیاس شده که از موجک اصلی (موجک مادر) به دست آمده اند .

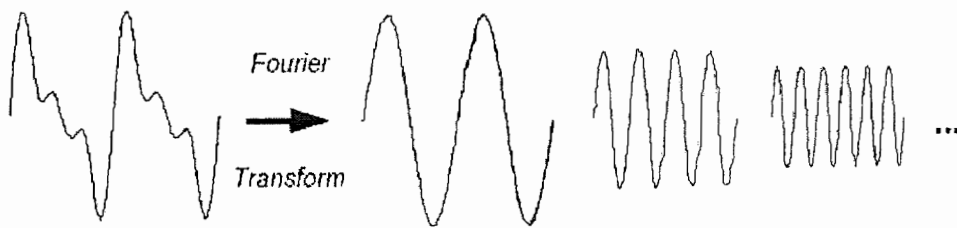
با دقت در شکل موج سینوسی و شکل موجک می توان فهمید که موجهای دارای اکسترممهای نوک تیز و تغییرات ناگهانی را با یک موجک دارای شکل مشابه بهتر می توان تقریب زد تا با یک موج سینوسی با شکل هموار . دقیقا مانند غذاهایی که با چنگال راحت تر از قاشق خورده می شوند . همچنین به دلیل اینکه موجک دارای طول محدودی می باشد بررسی قسمتهای خاصی از یک موج که زمان محدودی دارند با موجک بهتر از موج سینوسی انجام می شود .

#### ۴-۴- تبدیل پیوسته موجکی

از نقطه نظر ریاضی برای بررسی امواج با روش فوریه باید از انتقال فوریه که با رابطه ی زیر تعریف می شود استفاده نمود .

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-4)$$

رابطه ی بالا به صورت یک مجموع بر روی تمامی بازه ی مربوط به موج  $f(t)$  می باشد که در یک تابع نمایی مختلط ضرب شده است . یادآور می شود یک تابع نمایی مختلط به دو جزء حقیقی و موهومی قابل تجزیه می باشد که هر کدام از این اجزا خود توابع سینوسی می باشند . پاسخهای به دست آمده از این انتقال ضرایب فوریه  $F(\omega)$  می باشند که وقتی در یک موج سینوسی با فرکانس  $\omega$  ضرب شوند اجزاء سینوسی تشکیل دهنده ی موج اصلی را به دست می دهند. این موضوع به صورت شماتیک در شکل (۸-۴) نشان داده شده است .

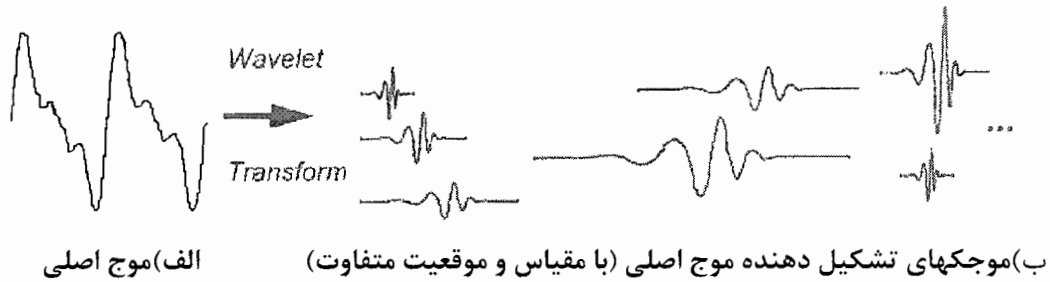


شکل (۸-۴) : تجزیه یک موج به امواج سینوسی با تبدیل فوریه

به طور مشابه تبدیل پیوسته ی موجکی (  $CWT$  ) به صورت یک مجموع در روی تمامی بازه ی موج تعریف می شود که در توابع موجکی انتقال یافته مقیاس شده  $\psi$  (طبق رابطه ی (۲-۴)) ضرب شده باشد.

$$C(\text{scale}, \text{position}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi(\text{scale}, \text{position}, t)dt \quad (۲-۴)$$

پاسخ به دست آمده از تبدیل پیوسته ی موجکی شامل تعداد زیادی ضرایب  $C$  می باشد که هر کدام تابعی از مقیاس و موقعیت می باشند با ضرب کردن هر ضریب در موجک انتقال یافته و مقیاس شده ی مربوط به آن موجکهای سازنده ی موج اصلی به دست می آیند این موضوع به صورت شماتیک در شکل (۹-۴) نشان داده شده است .

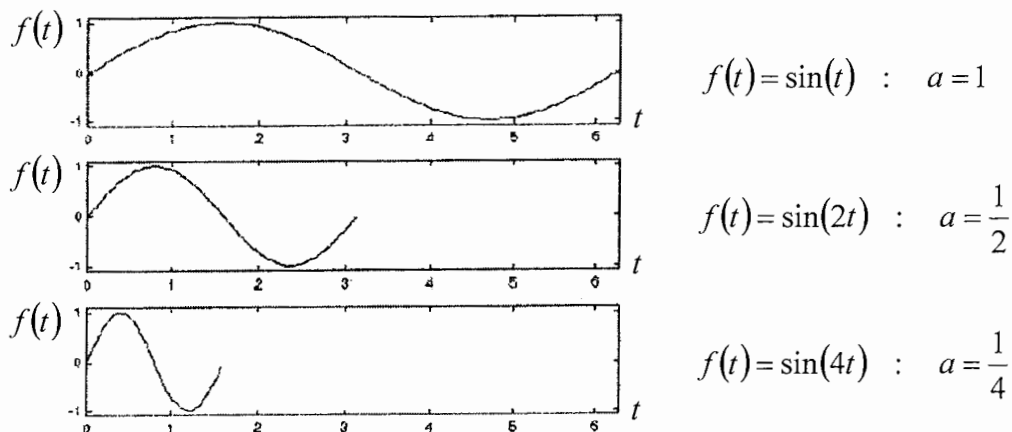


شکل (۹-۴): تجزیه یک موج به موجکهای متفاوت با تبدیل موجکی

#### ۴-۴-۱- مقیاس

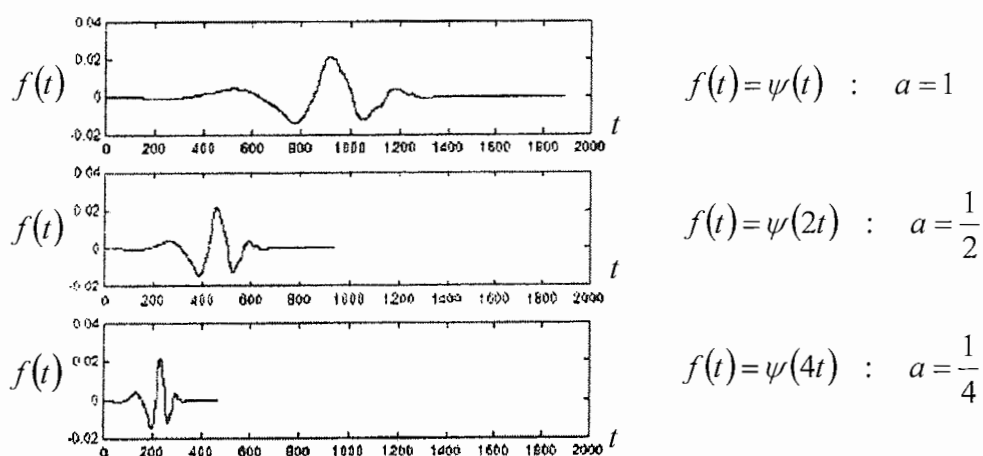
قبلا اشاره شد که تبدیل موجکی یک دید زمان - مقیاس از موج را فراهم می آورد. حال در مورد مقیاس و همچنین انتقال مطالبی گفته می شود. در این مبحث سعی می شود به این سوال که مفهوم مقیاس دقیقا چیست؟ پاسخ داده شود.

مقیاس کردن یک موجک به زبان ساده به معنی کشیدن و یا فشردن آن می باشد. برای رسیدن به تعریف جامعتری نسبت به تعریف عامیانه ی کشیدن یا فشردن و استفاده از آن در عمل پارامتر مقیاس معرفی و غالبا با حرف  $a$  نشان داده می شود. برای درک مفهوم مقیاس یک موج سینوسی در نظر گرفته می شود. اثر پارامتر مقیاس در مورد موج سینوسی در شکل (۱۰-۴) نشان داده است و به راحتی قابل فهم می باشد.



شکل (۱۰-۴): مفهوم مقیاس در مورد یک موج سینوسی

پارامتر مقیاس دقیقاً مشابه موج سینوسی در مورد موجک هم عمل می کند. یعنی پارامتر مقیاس کوچکتر موجک فشرده تر را به وجود می آورد و پارامتر مقیاس بزرگتر باعث به وجود آمدن موجک کشیده تر می شود. این موضوع در شکل (۴-۱۱) نشان داده شده است.

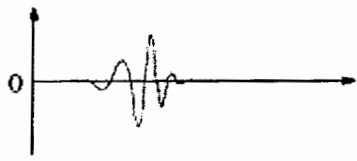
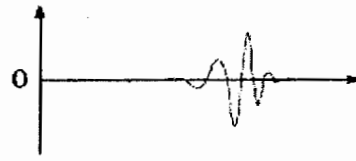


شکل (۴-۱۱): مفهوم مقیاس در مورد یک موجک

با دقت در شکل‌های قبل دیده می شود که برای موج سینوسی  $\sin(\omega t)$  پارامتر مقیاس  $a$  با فرکانس  $\omega$  نسبت عکس دارد. به طور مشابه در تبدیل موجکی پارامتر مقیاس با فرکانس موج مرتبط است. در مورد ارتباط آنها در بخش (۴-۶) بیشتر توضیح داده شده است.

#### ۴-۲-۴- انتقال

انتقال به زبان ساده به معنی به تاخیر انداختن یا تسریع موجک می باشد. از نقطه نظر ریاضی به تاخیر انداختن یک تابع  $f(t)$  به مقدار  $k$  با  $f(t-k)$  نشان داده می شود. مفهوم به تاخیر انداختن یک موجک در شکل (۴-۱۲) نشان داده شده است.

الف) تابع موجک  $\psi(t)$ ب) تابع موجک انتقال یافته  $\psi(t-k)$ 

شکل (۴-۱۲) : مفهوم انتقال در تبدیل موجکی

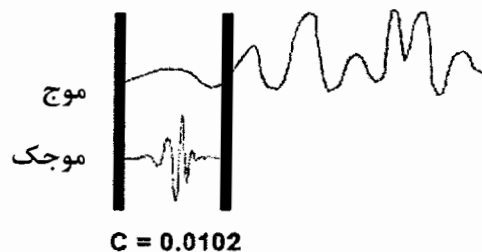
#### ۴-۵- مراحل گام به گام تبدیل پیوسته موجکی

تبدیل پیوسته ی موجکی عبارت است از یک مجموع بر روی تمامی بازه ی زمانی موج که در موجکهای انتقال یافته و مقیاس شده باشد . در طی مراحل تبدیل موجکی ضرایب موجکی به دست می آیند که تابعی از مقیاس و موقعیت می باشند .

مراحل تبدیل موجکی به طور کلی ساده می باشند و برای یک تبدیل پیوسته ی موجکی مراحل زیر باید طی شوند .

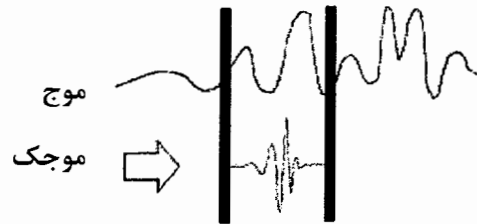
۱-انتخاب یک موجک و مقایسه ی آن با مقطع ابتدایی موج اصلی

۲-محاسبه ی عدد  $c$  که نشان دهنده ی همبستگی و همشکل بودن موجک با مقطع ابتدایی موج می باشد . عدد  $c$  بزرگتر نشان دهنده ی تشابه بیشتر موجک و موج می باشد . به طور دقیقتر اگر انرژی موج و انرژی موجک با هم مساوی باشند  $c$  را می توان به عنوان ضریب همبستگی تعبیر کرد . جوابهای به دست آمده کاملاً بستگی به شکل موجک انتخابی دارند .



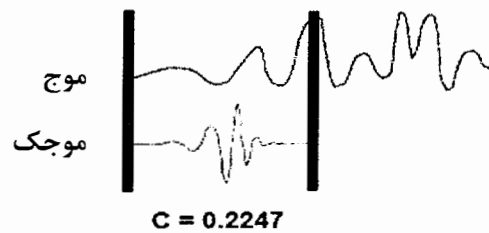
شکل (۴-۱۳) : مقایسه موجک انتخابی و موج اصلی و محاسبه ضرایب موجکی

۳-انتقال موجک به سمت راست و تکرار گامهای ۱ و ۲ تا وقتی که تمامی موج پوشش داده شود .



شکل (۴-۱۴): انتقال موجک و تکرار مراحل ۱ تا ۳

۴-مقیاس کردن (کشیدن) موجک و تکرار مراحل ۱ تا ۳



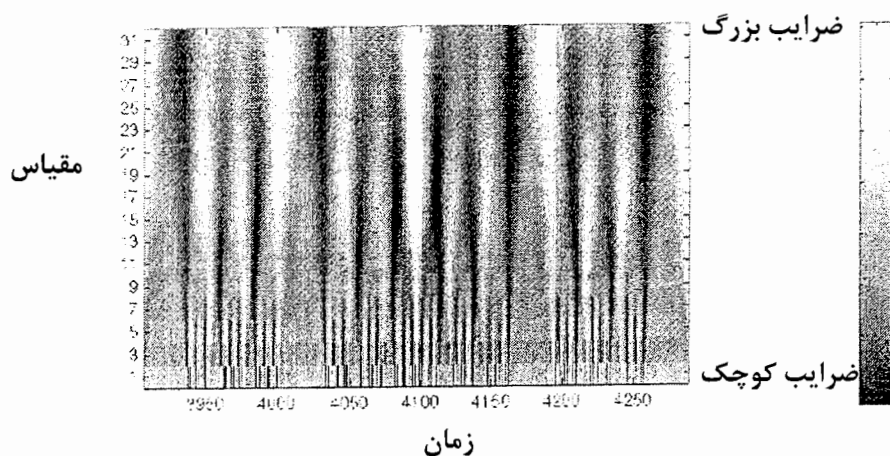
شکل (۴-۱۵): مقیاس کردن (کشیدن) موجک

۵-تکرار مراحل ۱ تا ۴ برای تمامی مقیاسها.

پس از انجام مراحل بالا ضرایب موجکی محاسبه می شوند. این ضرایب در حقیقت با استفاده از مقیاسهای متفاوت در مقاطع مختلف موج اصلی به دست می آیند. ضرایب به دست آمده تشکیل دهنده ی یک تقریب از موج اصلی بر حسب موجک انتخابی می باشند.

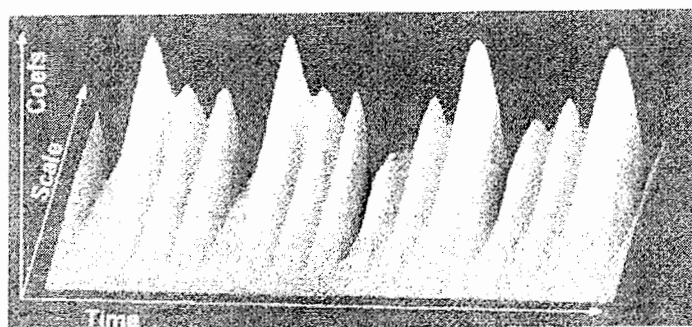
چگونه می توان این ضرایب را مرتب و قابل استفاده نمود؟ برای این کار می توان نموداری تهیه کرد که محور  $x$  ان نشان دهنده ی موقعیت در طول موج اصلی (زمان) و محور  $y$  نشان دهنده ی مقیاس باشد. برای نشان دادن ضرایب موجکی  $c$  در مختصات  $(x, y)$  از رنگهای متفاوت استفاده می شود. یک نمونه از این نمودار در شکل (۴-۱۶) نشان داده شده است.





شکل (۴-۱۶) : نمایش ضرایب موجکی در نمودار دو بعدی

اگر این ضرایب به صورت یک طرح سه بعدی نشان داده شوند مانند یک سطح ناصاف به نظر می رسند . شکل (۴-۱۷) نشان دهنده ی طرح سه بعدی به دست آمده از ضرایب موجکی می باشد . در حقیقت اگر بتوان به شکل (۴-۱۶) از روبرو نگاه کرد شکل (۴-۱۷) دیده می شود .

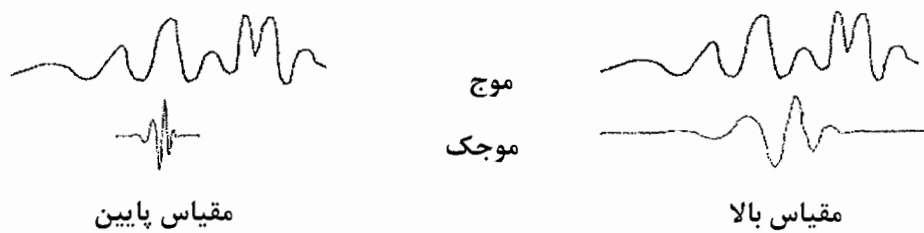


شکل (۴-۱۷) : نمایش ضرایب موجکی به صورت سه بعدی

نمودار به دست آمده از ضرایب تبدیل پیوسته ی موجکی دقیقاً نشان دهنده ی یک دید زمان - مقیاس از موج اصلی می باشد که قبلاً هم به این موضوع اشاره شد . این با دید زمان - فرکانس حاصل از تبدیل فوریه تفاوت دارد اما با آن بی ربط نیست .

#### ۴-۶- مقیاس و فرکانس

در شکل (۴-۱۶) مقیاس روی محور عمودی نشان داده شده است . در این شکل مقیاس از ۱ شروع شده و تا ۳۱ تغییر می کند . همانطور که قبلا گفته شد هر چه پارامتر مقیاس بزرگتر باشد موجک کشیده تری خواهیم داشت . هر چه موجک کشیده تر باشد با قسمت بزرگتری از موج مقایسه خواهد شد و بدین ترتیب ضرایب موجکی به دست آمده دقت کمتری خواهند داشت .



شکل (۴-۱۸) : مقیاسهای مختلف در تبدیل موجکی

باتوجه به مطالب گفته شده ارتباط میان مقیاس و فرکانس در تبدیل موجکی را به صورت زیر بیان نمود .

$a$  مقیاس کمتر  $\Leftarrow$  موجک فشرده تر  $\Leftarrow$  تغییر سریع تر جزئیات  $\Leftarrow \omega$  فرکانس بالاتر .

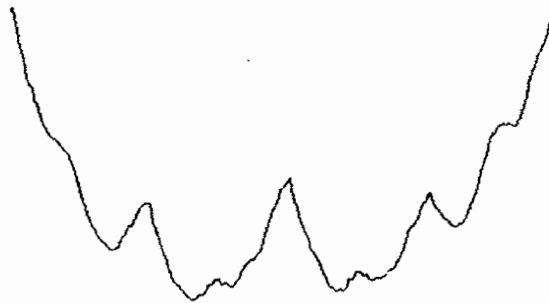
$a$  مقیاس بیشتر  $\Leftarrow$  موجک کشیده تر  $\Leftarrow$  تغییر آهسته تر جزئیات  $\Leftarrow \omega$  فرکانس پایین تر .

#### ۴-۶-۱- طبیعت مقیاس

این مطلب که تبدیل موجکی یک دید زمان - فرکانس از موج را ارائه نمی دهد نقطه ضعف تبدیل موجکی نمی باشد بلکه یک نقطه قوت برای این تکنیک به حساب می آید . روش زمان - مقیاس نه تنها یک راه متفاوت برای بررسی اطلاعات است بلکه یک روش بسیار طبیعی و مناسب برای بررسی اطلاعات به دست آمده از پدیده های طبیعی می باشد .

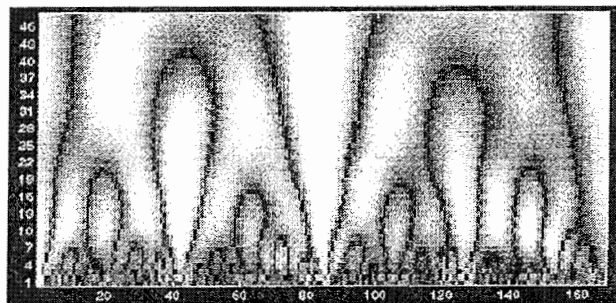
به عنوان مثال یک پوسته ناهموار مانند شکل (۴-۱۹) در نظر گرفته می شود و فرض می شود که این سطح بر اثر برخورد شهاب سنگهایی با اندازه های متفاوت از خیلی بزرگ تا اندازه ی غبار به وجود آمده باشد .

اگر یک سطح مقطع از این پوسته را به عنوان یک موج در نظر بگیریم می توانیم موج را مرکب از اجزایی با مقیاسهای متفاوت فرض کنیم . به این صورت که اجزاء (ویژگیهای) بزرگتر اثر برخورد سنگهای بزرگ و اجزاء (ویژگیهای) کوچک در اثر برخورد سنگهای کوچک به وجود آمده اند .



شکل (۴-۱۹) : سطح ناهموار در نظر گرفته شده به صورت یک موج

در مثال مطرح شده در بالا روش مقیاس در مقایسه با روش فرکانس ایده ی بهتر و سازگارتری به ما می دهد . نمودار به دست آمده از ضرایب موجکی نشان دهنده ی الگویی در مورد مقیاسهای مختلف و همچنین نشان دهنده ی طبیعت ناهموار موج میباشد .



شکل (۴-۲۰) : ضرایب موجکی مربوط به موج شکل (۳-۱۹)

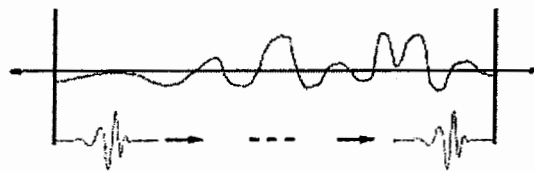
ممکن است گفته شود که موج نشان داده شده در قبل ساخته دست بشر است اما بسیاری از پدیده های طبیعی از رگهای خونی و شاخه های درختان تا سطوح ناصاف کوهها و فلزات شکسته با تبدیل موجکی و مقیاس تطابق و همخوانی دارند .

#### ۴-۶-۲- مفهوم عبارت پیوسته در تبدیل پیوسته موجکی

هر روش تحلیل امواج که با اطلاعات دنیای واقعی سروکار دارد باید بر اساس امواج گسسته کار کند . زیرا امواج در طبیعت در حقیقت در زمانهای گسسته اندازه گیری می شوند . پس منظور از عبارت "پیوسته" در تبدیل موجکی چیست؟

تفاوت دو روش پیوسته و گسسته در مجموعه ی مقیاسها و موقعیتها و نحوه ی کار با آنها می باشد ، بر خلاف تبدیل گسسته ی موجکی تبدیل پیوسته می تواند با هر مقیاس دلخواه از کوچکترین مقیاس گرفته تا بزرگترین مقیاس مورد نظر کار کند . بزرگترین مقیاس بستگی به دقت و جزئیات مورد نیاز و همچنین ظرفیت محاسباتی دارد .

همچنین در تبدیل پیوسته ی موجکی انتقال به صورت پیوسته صورت می گیرد . یعنی اینکه موجک انتخاب شده در تمامی طول موج مورد مطالعه به طور پیوسته جلو می رود .



شکل (۴-۲۱) : انتقال پیوسته موجک در طول موج در تبدیل پیوسته موجکی

#### ۴-۷-توابع مقیاس و مادر موجکی

در تبدیل موجکی توابع مادر و مقیاس متفاوتی وجود دارند [۱۶و۱۲]. از توابع مادر در تبدیل گسسته و پیوسته ی موجکی استفاده شده و از توابع مقیاس در تبدیل سریع موجکی برای جداسازی فرکانسهای مختلف استفاده می شود. توابع مادر و مقیاس موجکی با  $\psi$  و  $\phi$  نشان داده می شوند. بعضی از توابع مادر دارای رابطه ی صریح ریاضی بوده و بعضی از آنها عبارت صریح ریاضی ندارند. در ذیل تعدادی از توابع مادر و مقیاس مهم معرفی می شوند.

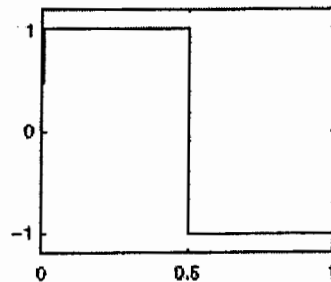
#### ۴-۷-۱-موجک هار

هر بحثی در مورد موجکها با موجک هار آغاز می شود: اولین و ساده ترین موجک. موجک هار ناپیوسته بوده و شکل آن مثل یک تابع پله ای است همچنین هار با موجک دابیز مرتبه اول  $db1$  یکسان می باشد و با رابطه ی زیر بیان می شود [۱۷].

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0, 0.5[ \\ -1 & x \in [0.5, 1[ \\ 0 & x \notin [0, 1[ \end{cases} \quad (3-4)$$

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0, 1] \\ 0 & x \notin [0, 1] \end{cases} \quad (4-4)$$

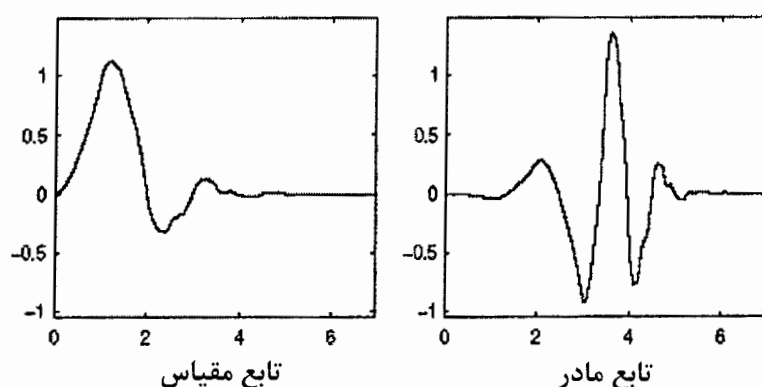
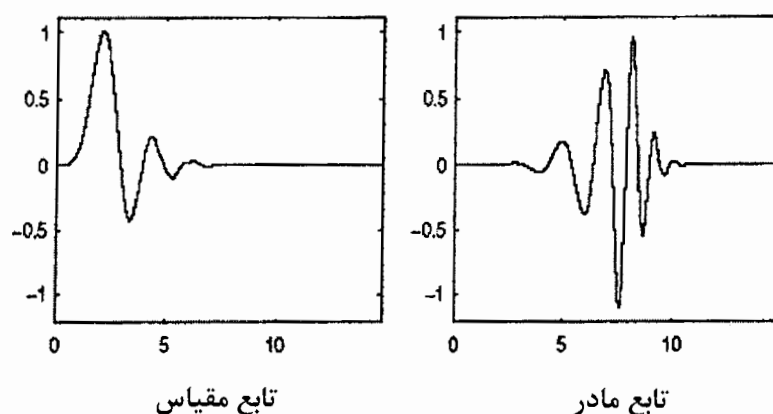
شکل تابع مادر موجک هار در شکل (۴-۲۲) نشان داده شده است.



شکل (۴-۲۲): تابع مادر موجک هار

## ۴-۷-۲- موجک دابیچیز

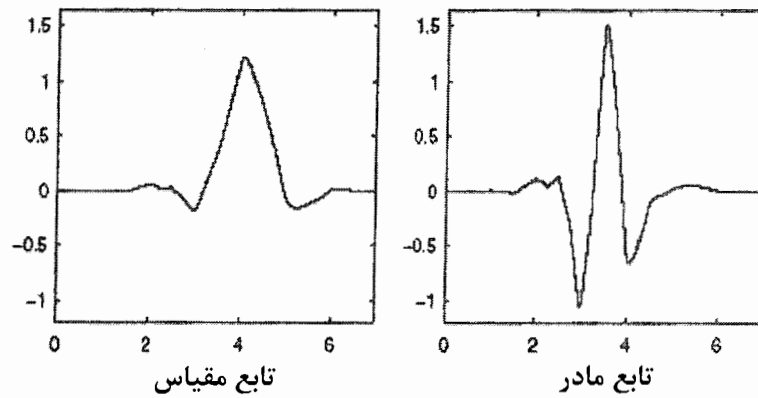
توابع دابیچیز که با علامت  $dbN$  نشان داده می شود عبارت ریاضی صریحی نداشته و از چند جمله ایهای ریاضی به دست می آیند [۱۷].  $N$  نشان دهنده ی مرتبه ی موجک بوده و بعضی از محققان از  $2N$  به جای  $N$  استفاده می کنند . بیشتر این موجکها نامتقارن بوده و نامنظمی آنها با افزایش مرتبه شان افزایش می یابد . در شکل (۴-۲۳) موجکهای  $db4$  و  $db8$  نشان داده شده اند.

شکل (۴-۲۳-الف) : موجک  $db4$ شکل (۴-۲۳-ب) : موجک  $db8$ 

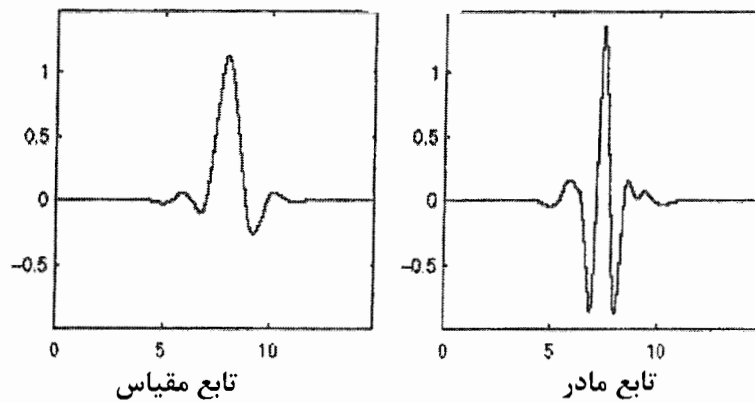
## ۴-۷-۳- موجک سیملت

موجکهای سیملت که با علامت  $symN$  نشان داده می شوند تقریباً متقارن هستند [۱۷]. سیملتها نیز همانند دابیچیزها دارای عبارت صریح ریاضی نیستند . در شکل (۴-۲۴) موجکهای

مادر و مقیاس  $sym4$  و  $sym8$  نشان داده شده اند.



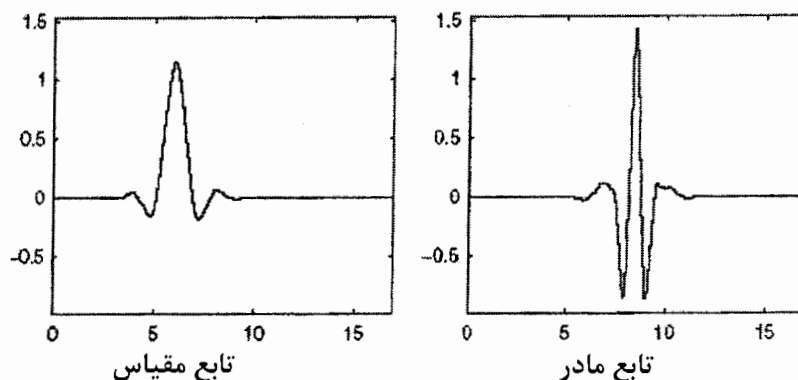
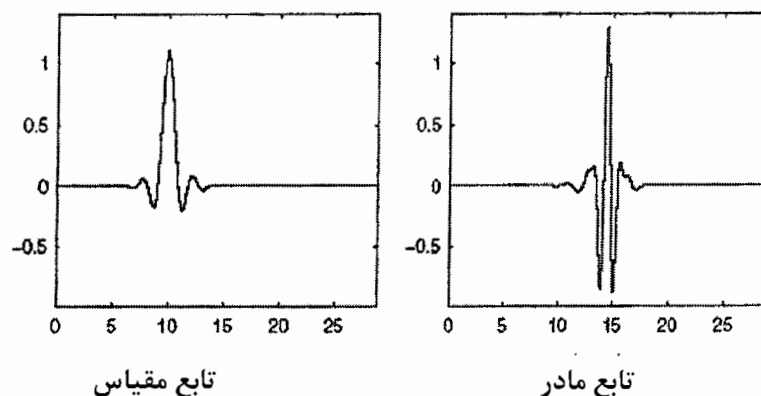
شکل (۴-۲۴-الف): موجک  $sym4$



شکل (۴-۲۴-ب): موجک  $sym8$

#### ۴-۷-۴- موجک کویفلت

موجکهای کویفلت که با علامت  $coifN$  نشان داده می شوند نسبت به موجکهای دابیچیز متقارن ترند [۱۷]. این موجکها نیز رابطه ی صریح ریاضی ندارند. در شکل (۴-۲۵) موجکهای  $coif5$  و  $coif3$  نشان داده شده اند.

شکل (۴-۲۵-الف) : موجک *coif3*شکل (۴-۲۵-ب) : موجک *coif5*

#### ۴-۷-۵- موجک مکزیکن هت

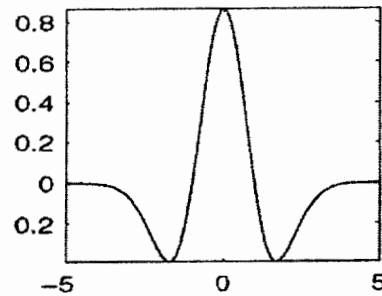
موجک مکزیکن هت با رابطه ی زیر بیان شده و در شکل (۴-۲۶) نشان داده شده است [۱۸].

(۴-۵)

$$\psi(x) = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} \right) (1-x^2) e^{-x^2/2}$$

عبارت فوق در حقیقت مشتق دوم تابع گوس است. موجک مکزیکن هت دارای تابع مقیاس نیست. این موجک مادر جزء اولین موجکهای استفاده شده در تبدیل موجکی است که در عین سادگی کارآیی زیادی دارد.





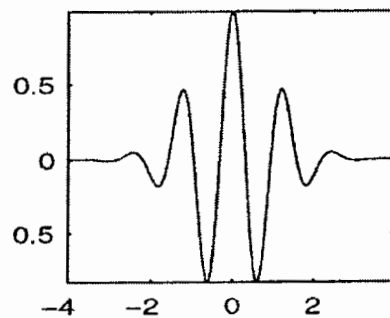
شکل (۴-۲۶) : موجک مادر مکزیکن هت

## ۴-۷-۶- موجک مورلت

موجک مورلت که با رابطه ی زیر بیان می شود در شکل (۴-۲۷) نشان داده شده است [۱۸].

$$\psi(x) = Ce^{-x^2/2} \cos(5x) \quad (۴-۶)$$

که  $C$  مقدار ثابتی بوده و از آن برای نرمالایز کردن در زمان بازسازی استفاده می شود. موجک مورلت دارای تابع مقیاس نیست.



شکل (۴-۲۷) : موجک مادر مورلت

## ۴-۷-۷- موجک مشتقات گوس

این دسته از موجکها که با  $gausP$  نشان داده می شوند با مشتق گیری از تابع گوس به دست می آیند [۱۶]. عدد صحیح  $P$  نشان دهنده ی مرتبه ی مشتق گیری (معرف خانواده ی مشتق گوسی) از تابع گوس است. اگر تابع گوس به صورت  $\psi(x) = C_p e^{-x^2}$  در نظر گرفته

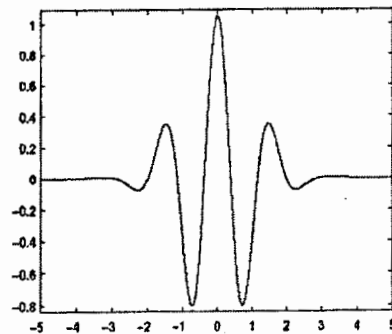
شود مشتق مرتبه ی  $P$  ام آن از رابطه ی زیر به دست می آید .

$$\psi_P(x) = C_P (-1)^P \frac{d^P}{dt^P} e^{-x^2} \quad (7-4)$$

ضریب  $C_P$  طوری انتخاب می شود که اندازه ی مربع مشتقات تابع  $\psi$  برابر یک شود . به عبارتی رابطه ی زیر برقرار باشد .

$$\|\psi^{(P)}\| = 1 \quad (8-4)$$

که  $\psi(P)$  مشتق  $P$  ام تابع  $\psi$  است . در شکل (۴-۲۸) موجک  $gaus8$  (مشتق هشتم تابع گوس) نشان داده شده است .



شکل (۴-۲۸): موجک مادر  $gaus8$  (مشتق هشتم تابع گوس)

#### ۴-۷-۸- موجک مختلط مشتقات گوس

این دسته از موجکها که با  $cgauP$  نشان داده می شوند با مشتق گیری از تابع مختلط

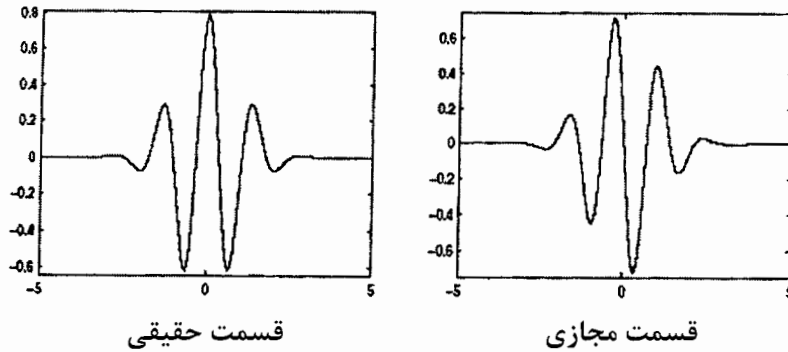
گوس بدست می آیند [۱۶] . اگر تابع مختلط گوس به صورت

$$\psi(x) = C_P (e^{-ix} e^{-x^2})$$

در نظر گرفته شود مشتق مرتبه ی  $p$  ام آن از رابطه ی زیر به دست می آید .

$$\psi_P(x) = C_P \frac{d^P}{dt^P} (e^{-ix} e^{-x^2}) \quad (9-4)$$

برای این نوع موجکها نیز بایستی رابطه ی (۸-۴) ارضا شود. به عبارتی مقدار  $C_p$  طوری انتخاب می شود که رابطه ی (۸-۴) برقرار باشد. در شکل (۴-۲۹) موجک  $cgau8$  (مشتق هشتم تابع مختلط گوس) نشان داده شده است.



شکل (۴-۲۹): موجک  $cgau8$  (مشتق هشتم تابع مختلط گوس)

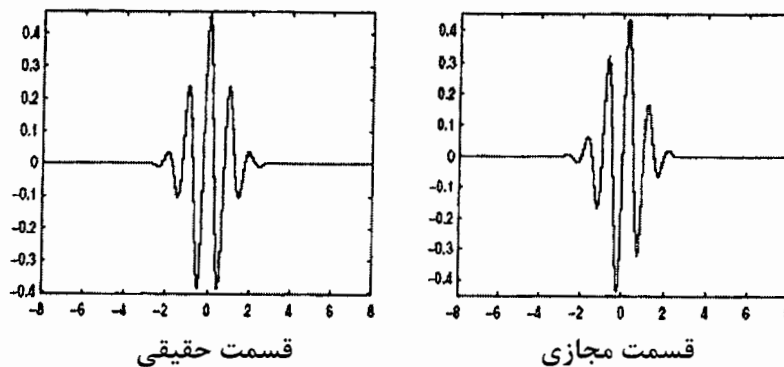
#### ۴-۷-۹- موجک مختلط مورلت

موجک مختلط مورلت با استفاده از رابطه ی زیر بیان می شود [۱۸]:

$$\psi(x) = (\pi\theta)^{-1/2} e^{2i\pi\omega x} e^{-x^2/\theta} \quad (4-10)$$

پارامتر  $\theta$  نشان دهنده ی پهنای باند و  $\omega$  نشان دهنده ی فرکانس مرکز موجک است. در شکل

(۴-۳۰) موجک فوق به ازای  $\theta=1$  و  $\omega=5$  رسم شده است.



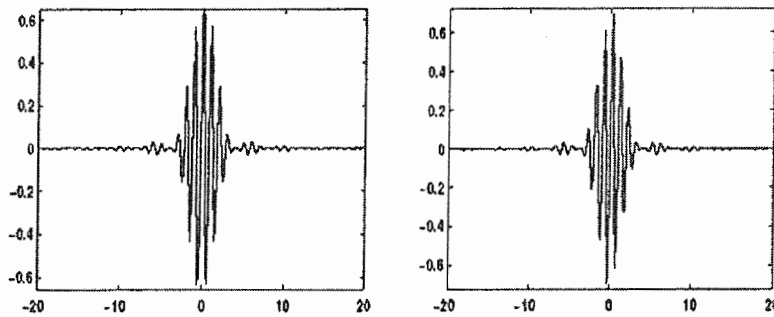
شکل (۴-۳۰): موجک مختلط مورلت

۴-۷-۱۰- موجک مختلط فرکانسی  $B$  - اسپیلاین

موجک مختلط فرکانسی  $B$  - اسپیلاین به صورت زیر بوده و در شکل (۴-۳۱) رسم شده است [۱۷].

$$\psi(x) = \sqrt{\theta} \left( \sin c \left( \frac{\theta x}{m} \right) \right)^m e^{2i\pi\theta x} \quad (۴-۱۱)$$

که  $m$  عدد صحیح بزرگتر از واحد بوده و بیانگر مرتبه ی موجک است .



ب) قسمت حقیقی

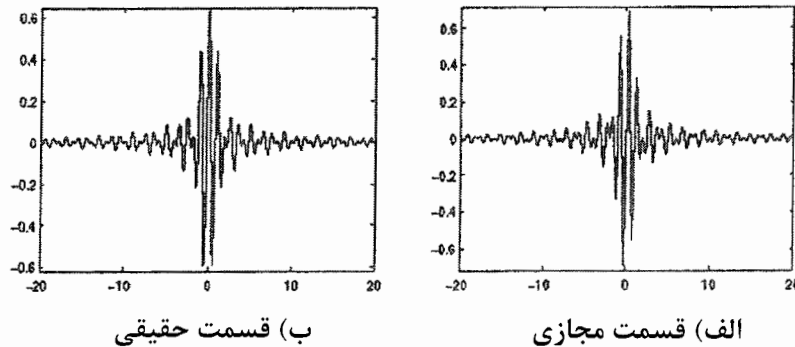
الف) قسمت مجازی

شکل (۴-۳۱) : موجک مختلط فرکانسی  $B$  - اسپیلاین

## ۴-۷-۱۱- موجک مختلط شانون

موجک مختلط شانون با قرار دادن  $m=1$  در معادله ی موجک مختلط فرکانسی  $B$  - اسپیلاین بدست می آید [۱۷]. معادله ی موجک شانون به صورت زیر بوده و در شکل (۴-۳۲) رسم شده است .

$$\psi(x) = \sqrt{\theta} (\sin c(\theta x)) e^{2i\pi\theta x} \quad (۴-۱۲)$$



شکل (۴-۳۲) : موجک مختلط شانون

## ۴-۷-۱۲- موجک میر

توابع مادر و مقیاس موجک میر با استفاده از تابع کمکی  $vi$  در دامنه ی فرکانس تعریف می شوند [۱۲]. موجک مادر میر با رابطه ی زیر بیان شده و در شکل (۴-۳۳) نشان داده است .

$$\psi(\omega) = (2\pi)^{-1/2} e^{i\omega/2} \sin\left(\frac{\pi}{2} vi \left(\frac{3}{2\pi} |\omega| - 1\right)\right) \quad \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| < \frac{4\pi}{3}$$

$$\psi(\omega) = (2\pi)^{-1/2} e^{i\omega/2} \cos\left(\frac{\pi}{2} vi \left(\frac{3}{4\pi} |\omega| - 1\right)\right) \quad \frac{4\pi}{3} \leq |\omega| < \frac{8\pi}{3} \quad (۴-۱۳)$$

$$\psi(\omega) = 0 \quad |\omega| \notin \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}\right]$$

تابع مقیاس موجک میر نیز با استفاده از رابطه ی زیر در دامنه ی فرکانس تعریف شده و در شکل (۴-۳۳) نشان داده شده است .

$$\phi(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \quad |\omega| \leq \frac{2\pi}{3}$$

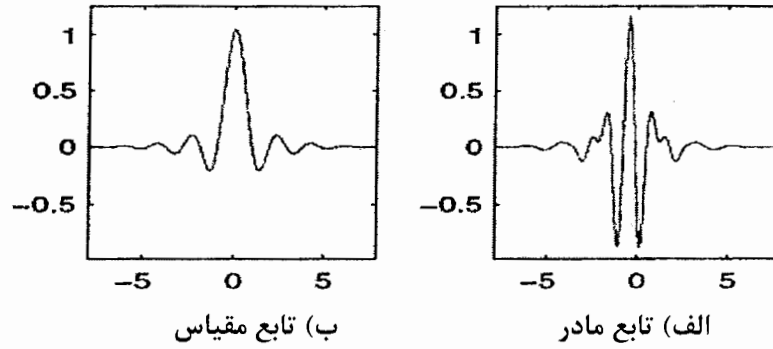
$$\phi(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \cos\left(\frac{\pi}{2} vi \left(\frac{3}{2\pi} |\omega| - 1\right)\right) \quad \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3} \quad (۴-۱۴)$$

$$\phi(\omega) = 0 \quad |\omega| > \frac{4\pi}{3}$$

در روابط قبل  $vi$  تابع کمکی بوده و از رابطه ی زیر به دست می آید .

$$vi(l) = l^4(35 - 84l + 70l^2 - 20l^3) \quad (15-4)$$

با تغییر تابع کمکی می توان گروه متفاوتی از توابع میر را به دست آورد .



شکل (۴-۳۳) : موجک میر

## فصل پنجم

روش حل معادله دیفرانسیل  
توسط موجک هار

## ۵-۱- مقدمه

در این فصل با استفاده از موجک هار روشی برای حل معادله دیفرانسیل ارائه می شود که می توان این روش را برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستمهای یک درجه آزادی و یا چند درجه آزادی تعمیم داد. اساس کار روش جدید به این صورت است که ابتدا معادله مرتبه دوم به دو معادله مرتبه اول تبدیل می شود سپس جمله دارای مشتق بر حسب خانواده موجک هار بسط داده می شود و از آن انتگرال گرفته می شود. بدین ترتیب معادله دیفرانسیل به یک معادله جبری تبدیل می شود که حل آن ساده است. روش جدید برای حل معادله حاکم بر حرکت هیچ محدودیتی ندارد و برای هر سازه ای با هر تعداد درجه آزادی و هر نوع رفتار خطی یا غیر خطی قابل استفاده است. در ادامه روش حل به تفصیل توضیح داده شده است.

## ۵-۲- معرفی موجک هار

در سال ۱۹۱۰ تابعی توسط آلفرد هار<sup>۱</sup> معرفی شد که یک زوج ضربان مستطیلی را نشان می داد [۱۹]. پس از آن تحقیقات زیادی روی این تابع انجام گرفت [۲۰]. در سال ۱۹۸۰ در یافتند که تابع هار در حقیقت همان موجک دابچیچ از مرتبه اول می باشد و این موضوع منجر به معرفی موجک هار شد که ساده ترین موجک متعامد می باشد. موجک هار یک نقطه ضعف اساسی دارد. نقطه ضعف موجک هار نا پیوسته بودن آن است. در نقاط نا پیوستگی مشتق وجود ندارد و این موضوع باعث می شود که کاربرد مستقیم این موجک برای حل معادلات دیفرانسیل غیر ممکن شود. یک راه غلبه بر این مشکل استفاده از روش انتگرال می باشد. در این روش بالاترین درجه مشتق موجود در معادله توسط سری هار بسط داده می شود. این روش برای موجک هار در مراجع [۲۱ و ۲۲] توضیح داده شده است. ایده اصلی این روش بر اساس تبدیل یک معادله

<sup>۱</sup> - Alfred Haar



دیفرانسیل به یک معادله جبری می باشد. این روش اختصاراً  $CHM$ <sup>1</sup> نامیده می شود. در روش  $CHM$  کل بازه زمانی موج در نظر گرفته می شود و در این بازه زمانی تعدادی نقاط با فاصله های مشخص انتخاب می شود و در فاصله بین این نقاط موج تقریب زده می شود. به این نقاط کنار هم قرار گرفته (یا نقاط مرتب شده) گفته می شود. برای رسیدن به دقت بیشتر باید تعداد نقاط کنار هم قرار گرفته افزایش یابد اما تعداد این نقاط به صورت تصاعدی افزایش می یابد و برای حل مساله تعداد نقاط بسیار زیاد می شود که باعث پیچیدگی و وقت گیر شدن روش می شود.

اگر بازه انتگرال گیری به تعدادی قطعه تقسیم شود و روش  $CHM$  برای هر قطعه جداگانه به کار گرفته شود (روش انتقال هار کاهش یافته)، پیچیدگی محاسبات کاهش می یابد. در این روش برای رسیدن به دقت قابل قبول تعداد نقاط کنار هم قرار گرفته در هر قطعه به طور قابل ملاحظه ای کمتر از حالت  $CHM$  می باشد. این روش  $SM$ <sup>2</sup> نامیده می شود.

ساده سازی بیشتر در این روش با استفاده از تنها یک نقطه کنار هم قرار گرفته در هر قطعه به دست می آید. در این روش فرض می شود که بالاترین درجه مشتق در هر قطعه ثابت می باشد بنابراین این روش تقریب سازی تکه تکه ثابت یا  $PCA$ <sup>3</sup> نامیده می شود. این روش برای حالت معادلات دیفرانسیل با ضرایب متغیر بسیار ساده می باشد چون که برای هر قطعه تنها یک معادله باید حل شود.

<sup>1</sup>-Chen and Hsiao Method

<sup>2</sup>-Segmentation Method

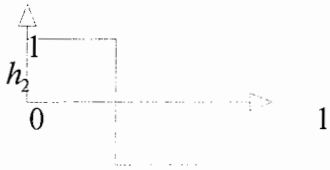
<sup>3</sup>-Piecewise Constant Approximation

خانواده موجک هار برای  $t \in [0,1]$  به صورت زیر می باشد

$$h_n(t) = \begin{cases} 1 & t \in \left[ \frac{k}{2^j}, \frac{k+0.5}{2^j} \right) \\ -1 & t \in \left[ \frac{k+0.5}{2^j}, \frac{k+1}{2^j} \right) \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (1-5)$$

$$n = 2^j + k + 1, j \geq 0, 0 \leq k \leq 2^j - 1, M = 2^j \quad (2-5)$$

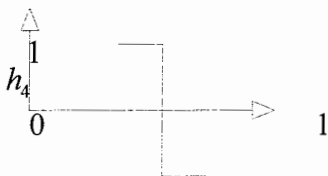
در رابطه (2-5)،  $j$  پارامتر مقیاس،  $k$  پارامتر انتقال و  $M$  درجه تابع می باشد. در این رابطه فرض می شود که حالت  $n=1$  مربوط به تابع مقیاس می باشد.



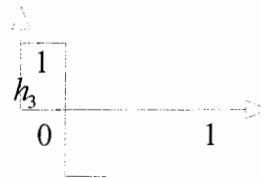
ب) موجک دوم  $n=2$  تابع مادر



الف) موجک اول  $n=1$  تابع مقیاس



د) موجک چهارم  $n=4$



ج) موجک سوم  $n=3$

شکل (1-5): چهار موجک اول هار

جهت تعیین مجموعه نقاط تابع از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$t_l = (l - 0.5) / (2M), \quad (l = 1, 2, \dots, 2M) \quad (3-5)$$

اکنون مقادیر تابع در نقاط بدست آمده از رابطه (3-5) را با استفاده از رابطه (1-5) محاسبه می کنیم. پس از تعیین مقادیر توابع هار  $h_n(t)$ ، ماتریس ضرایب با ابعاد  $(2M \times 2M)$  را تشکیل می دهیم.

$$H(n, l) = (h_n(t_l)) \quad (4-5)$$

به عنوان مثال نحوه محاسبه ماتریس ضرایب برای حالت  $M = 2$  در زیر نشان داده شده است.

$$M = 2 \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} l=1 \\ l=2 \\ l=3 \\ l=4 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} t_l = \frac{1}{8} \\ t_l = \frac{3}{8} \\ t_l = \frac{5}{8} \\ t_l = \frac{7}{8} \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} h_1(t) = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \\ h_2(t) = [1 \quad 1 \quad -1 \quad -1] \\ h_3(t) = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0] \\ h_4(t) = [0 \quad 0 \quad 1 \quad -1] \end{array} \right.$$

و ماتریس ضرایب به این صورت می باشد:

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

### 3-5- انتگرال گیری از موجک هار

در بررسی معادلات دیفرانسیل مربوط به سیستمهای دینامیکی و برای دستیابی به حل مساله به طور متناوب احتیاج به انتگرال گیری داریم. روش توضیح داده شده در اینجا نیز از این قاعده مستثنی نمی باشد. به همین دلیل در ادامه روش انتگرال گیری از موجک هار نشان داده شده

است. برای نشان دادن روش انتگرال گیری، به عنوان مثال چهار موجک اول هار در نظر گرفته می شوند. انتگرالهای مربوط به این چهار موجک در روابط (۵-۶) تا (۵-۹) نشان داده شده است.

$$\int_0^t h_0(t) dt = t \quad 0 \leq t < 1 = \frac{1}{8} [1 \quad 3 \quad 5 \quad 7] \quad (۵-۶)$$

$$\int_0^t h_1(t) dt = \begin{cases} t & 0 \leq t < \frac{1}{2} \\ 1-t & \frac{1}{2} \leq t < 1 \end{cases} = \frac{1}{8} [1 \quad 3 \quad 3 \quad 1] \quad (۵-۷)$$

$$\int_0^t h_2(t) dt = \begin{cases} t & 0 \leq t < \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2}-t & \frac{1}{4} \leq t < \frac{1}{2} \end{cases} = \frac{1}{8} [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \quad (۵-۸)$$

$$\int_0^t h_3(t) dt = \begin{cases} t - \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \leq t < \frac{3}{4} \\ 1-t & \frac{3}{4} \leq t < 1 \end{cases} = \frac{1}{8} [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1] \quad (۵-۹)$$

اگر معادلات (۵-۶) تا (۵-۹) ادغام شوند، رابطه زیر حاصل می شود:

$$\int_0^t H_4(t) dt = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (۵-۱۰)$$

حال انتگرال موجک هار، با سری هار بسط داده می شود:

$$\int_0^t H_4(t) dt = P_4 H_4(t) \quad (۵-۱۱)$$

از مساوی قرار دادن طرف راست معادلات (۵-۱۰) و (۵-۱۱) و با توجه به معلوم بودن ماتریس  $H_4(t)$ ، رابطه (۵-۵)، ماتریس مجهول  $P_4$  به شکل رابطه زیر به دست می آید.

$$P_4 = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۲-۵)$$

با تکرار مراحل مشابه برای هشت موجک اول هار، ماتریس  $P_8$  به صورت زیر به دست می آید:

$$P_8 = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 16P_4 & -H_4 \\ H_4^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۳-۵)$$

در حالت کلی و برای سیستم درجه  $\mu$  ام ( $\mu$  موجک اول هار و  $\mu = 2^j$ ) ماتریس  $P$  به صورت

زیر می باشد:

$$P_\mu = \begin{bmatrix} p_{0.5\mu} & -\frac{1}{2\mu} H_{0.5\mu} \\ \frac{1}{2\mu} H_{0.5\mu}^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۴-۵)$$

#### ۵-۴- روش حل معادله دیفرانسیل حاکم بر تعادل دینامیکی

معادله دیفرانسیل مرتبه دو به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = F\left(t, u, \frac{du}{dt}\right), t \in [0, T] \quad (۱۵-۵)$$

برای دستیابی به روش حل به جای معادله (۱۵-۵) سیستم معادلات مرتبه اول زیر در نظر

گرفته می شود.

$$\frac{du}{dt} = v, \frac{dv}{dt} = F(t, u, v) \quad (۱۶-۵)$$

بازه زمانی به  $N$  قسمت تقسیم می شود و طول  $n$  امین قسمت با  $d_n$  نشان داده می شود. اگر  $t_n$  مختصات  $n$  امین قطعه باشد روابط زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} t_{n+1} &= t_n + d_n, & n &= 1, 2, \dots, N \\ t_1 &= 0, & t_{n+1} &= 1 \end{aligned}$$

برای استفاده از تبدیل موجکی زمان محلی به صورت زیر تعریف می شود.

$$\tau = \frac{t - t_{(n)}}{d_{(n)}} \quad (17-5)$$

$t_{(n)}$  زمان در ابتدای بازه  $n$  ام می باشد.

$d_{(n)}$  طول بازه  $n$  ام می باشد.

$t$  زمان کلی سیستم از شروع حرکت می باشد.

$\tau$  زمان محلی در بازه  $n$  ام می باشد.

بعد از آن  $2M$  نقطه کنار هم قرار گرفته انتخاب می شود ( $M = 2^j$ ).

معادله (5-16) در زمان محلی به صورت زیر در می آید (نقطه نشان دهنده مشتق نسبت به  $\tau$

می باشد):

$$\dot{u} = d_{(n)}v, \quad \dot{v} = d_{(n)}F(t_{(n)} + d_{(n)}\tau, u, v) \quad (18-5)$$

در ادامه متغیرهای  $u$  و  $v$  را به صورت بردارهای سطری با مولفه های

$$u_j = u(\tau_j), v_j = v(\tau_j), j = 1, 2, \dots, 2M$$

برای حل معادلات مرتبه اول به دست آمده در بالا، ابتدا جمله دارای مشتق مرتبه اول بر حسب

سری هار بسط داده می شود و سپس از آن انتگرال گرفته می شود تا حل معادله به دست آید.

این کار ابتدا برای  $\dot{u}$  و سپس برای  $\dot{v}$  انجام می شود.

$$\dot{u} = aH(t) \quad (5-19-الف)$$

$$u = \int_0^t \dot{u}(\tau) d\tau + u_0 = \int_0^t aH(\tau) d\tau + u_0 = aPH(t) + u_0 \quad (5-19-ب)$$

$$\dot{v} = bH(t) \quad (5-20-الف)$$

$$v = \int_0^t \dot{v}(\tau) d\tau + v_0 = \int_0^t bH(\tau) d\tau + v_0 = bPH(t) + v_0 \quad (5-20-ب)$$

با استفاده از فرمولهای بالا روابط زیر نوشته می شوند [۲۱ و ۲۲]:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= aH, u = aPH + u_n \\ \dot{v} &= bH, v = bPH + v_n \end{aligned} \quad (21-5)$$

در اینجا  $a$  و  $b$  بردارهای سطری با بعد  $2M$  و  $u_n$  و  $v_n$  نشان دهنده مقادیر مرزی  $u$  و  $v$  در  $t = t_n$  می باشند.

با جانشینی روابط (۲۱-۵) در معادلات (۵-۱۸) روابط زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned} aH &= d_{(n)}(bPH + v_n) \\ bH &= d_{(n)}F(t_{(n)} + d_{(n)}\tau, aPH + u_n, bPH + v_n) \end{aligned} \quad (22-5)$$

از این معادلات ماتریسی بردارهای  $a$  و  $b$  محاسبه می شوند و سپس از معادله (۲۱-۵)  $u$  و  $v$  به دست می آیند.

بر اساس روابط ارائه شده در بالا می توان یک رابطه کلی برای محاسبه  $u_{n+1}$  و  $v_{n+1}$  بر حسب  $u_n$  و  $v_n$  ارائه کرد.

$$u_{n+1} = a(PH)_{\tau=1} + u_n, v_{n+1} = b(PH)_{\tau=1} + v_n$$

روابط گفته شده در بالا را می توان به صورت زیر نوشت.

$$u_{n+1} = a_1 + u_n, v_{n+1} = b_1 + v_n \quad (23-5)$$

در روابط بالا  $a_1$  و  $b_1$  اولین مولفه های بردارهای  $a$  و  $b$  می باشند.

به این نکته باید دقت شود که  $CHM$ <sup>۱</sup> و  $PCA$ <sup>۲</sup> یک حالت خاص از  $SM$ <sup>۳</sup> می باشند. در روش  $CHM$ ،  $N = 1$  و  $d_{(n)} = T$  فرض می شود. در روش  $PCA$  یک نقطه کنار هم قرار گرفته در هر

<sup>۱</sup>-Chen and Hsiao Method

<sup>۲</sup>-Piecewise Constant Approximation

<sup>۳</sup>-Segmentation Method

قطعه در نظر گرفته می شود در نتیجه  $2M = 1$  می باشد. این حقیقت ما را قادر می سازد تا این سه روش را ترکیب کنیم. (در مناطقی که تغییرات ناگهانی اتفاق می افتد از روش  $SM$  استفاده می شود در مناطق هموار دقت جواب به دست آمده از روش  $CHM$  یا  $PCA$  کافی می باشد.)

## ۵-۵- حل معادله دیفرانسیل حرکت سیستم یک درجه آزادی

### ۵-۵-۱- سیستم یک درجه آزادی با رفتار خطی

معادله دیفرانسیل حرکت برای سیستم یک درجه آزادی به صورت کلی زیر در نظر گرفته شده است.

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + c \frac{du}{dt} + ku = pf(t) \quad (۲۴-۵)$$

که در آن  $m$  جرم سازه،  $c$  میرایی سازه،  $k$  سختی سازه و  $p$  ضریب ثابت می باشند. برای حل معادله به شکل زیر در آورده می شود:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{p}{m} f(t) - \frac{c}{m} \frac{du}{dt} - \frac{k}{m} u \quad (۲۵-۵)$$

مشابه مراحل به دست آوردن معادله (۵-۱۸)، از معادله (۲۵-۵) داریم.

$$\dot{u} = d_n v$$

$$\dot{v} = d_n \left( \frac{p}{m} f(t) - \frac{c}{m} \frac{du}{dt} - \frac{k}{m} u \right) \quad (۲۶-۵)$$

برای حل معادله روش  $PCA$  انتخاب شده است بنابراین  $H = 1$  و  $p = \frac{1}{2}$  می باشد. با جانشین

کردن معادلات بالا در معادلات (۲۱-۵) و سپس حل معادلات حاصل برای بدست آوردن  $a_n$  و  $b_n$

، روابط زیر برای  $a_n$  و  $b_n$  دست می آیند:

$$a_n = \frac{0.5 p d_n^2 f(t_n) - 0.5 k d_n^2 u_n + m d_n v_n}{0.25 k d_n^2 + m + 0.5 c d_n} \quad (۲۷-۵)$$

$$b_n = \frac{p d_n f(t_n) - c d_n v_n - k d_n u_n - 0.5 k d_n^2 v_n}{0.25 k d_n^2 + m + 0.5 c d_n} \quad (۲۸-۵)$$



برای بدست آوردن جواب نهایی روابط بالا در رابطه (۲۳-۵) جانشین می شوند و شرایط مرزی و اعمال می شود تا روابط لازم برای محاسبه سرعت و جابجایی به وجود آیند.

$$u_{n+1} = \frac{0.5pd_n^2 f(t_{n+1}) - 0.25kd_n^2 u_n + md_n v_n + mu_n + 0.5cd_n u_n}{0.25kd_n^2 + m + 0.5cd_n} \quad (29-5)$$

$$v_{n+1} = \frac{pd_n f(t_{n+1}) - 0.5cd_n v_n - kd_n u_n - 0.25kd_n^2 v_n + mv_n}{0.25kd_n^2 + m + 0.5cd_n} \quad (30-5)$$

### ۵-۲-۵- سیستم یک درجه آزادی با رفتار غیر خطی

در سازه هایی که رفتار آنها غیر خطی باشد، مشخصات سازه یعنی جرم، میرایی و سختی ممکن است همراه با تغییر شکل، تغییر شکل و تغییر شتاب سازه تغییر کنند. بنابراین در طول مدت تحلیل دینامیکی باید مرتباً از مشخصات جدید سازه برای حل معادله دیفرانسیل حرکت استفاده نمود. همانطور که قبلاً گفته شد در روش انتگرانگیری گام به گام برای تحلیل سازه های غیر خطی از معادلات نموی حرکت استفاده می شود و خصوصیات سازه در طول یک گام زمانی ثابت فرض می شوند و غیر خطی بودن سازه با تغییر خصوصیات آن در ابتدای هر گام اعمال می شود. در روش موجکی حل معادله دیفرانسیل احتیاجی به استفاده از معادلات نموی حرکت نمی باشد. بلکه از معادله دیفرانسیل به شکل معمول آن استفاده میشود. برای نشان دادن روش کار معادله زیر در نظر گرفته می شود.

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + c(\dot{u}) \frac{du}{dt} + k(u)u = pf(t) \quad (31-5)$$

در معادله بالا میرایی تابعی از سرعت و سختی تابعی از تغییر مکان می باشد. در این بخش جرم سازه ثابت فرض شده است ولی در حالت کلی اگر جرم هم متغیر باشد روش حل تغییری نمی کند و در معادلات مانند سختی و میرایی به صورت یک ضریب متغیر وارد می شود.

بعد از انتخاب گامهای زمانی  $d_n$ ، سختی و میرایی در گام  $n$  ام از آخرین اطلاعات موجود در مورد تغییر مکان و سرعت محاسبه می شوند. سختی و میرایی محاسبه شده در طول گام محاسباتی ثابت فرض می شوند. با این فرضیات، سرعت و تغییر مکان در لحظه  $n+1$  از روابط زیر به دست می آیند.

$$u_{n+1} = \frac{0.5pd_n^2 f(t_{n+1}) - 0.25k_n d_n^2 u_n + md_n v_n + mu_n + 0.5c_n d_n u_n}{0.25k_n d_n^2 + m + 0.5c_n d_n} \quad (32-5)$$

$$v_{n+1} = \frac{pd_n f(t_{n+1}) - 0.5c_n d_n v_n - k_n d_n u_n - 0.25k_n d_n^2 v_n + mv_n}{0.25k_n d_n^2 + m + 0.5c_n d_n} \quad (33-5)$$

برای اینکه خطاهای احتمالی حاصل از روش موجکی در هر گام روی هم انباشته نشوند، در هر گام، شتاب از معادله تعادل دینامیکی محاسبه می شود.

$$\ddot{u}_{n+1} = \frac{1}{m} \{ pf(t_{n+1}) - c_n v_{n+1} - k_n u_{n+1} \} \quad (34-5)$$

## ۵-۶- حل معادله دیفرانسیل حرکت سیستم چند درجه آزادی

### ۵-۶-۱- سیستم چند درجه آزادی با رفتار خطی

معادله دیفرانسیل حاکم برای سیستم چند درجه آزادی به صورت کلی زیر در نظر گرفته شده است.

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{f(t)\} \quad (35-5)$$

در معادله بالا  $[m]$  ماتریس جرم سازه،  $[c]$  ماتریس میرایی سازه و  $[k]$  ماتریس سختی سازه می باشند. برای حل، معادله به شکل زیر در آورده می شود:

$$\{\ddot{u}\} = [m]^{-1} \{ \{f(t)\} - [c]\{\dot{u}\} - [k]\{u\} \} \quad (36-5)$$

مشابه حالت یک درجه آزادی معادلات زیر را داریم.

$$\{\dot{u}\} = d_n \{v\} \quad (37-5)$$

$$\{v\} = d_n [m]^{-1} (\{f(t)\} - \{c\}\{\dot{u}\} - [k]\{u\})$$

مانند حالت قبل برای حل معادله روش PCA انتخاب شده است بنابراین  $H = 1$  و  $P = \frac{1}{2}$  می

باشد. با جانشین کردن معادلات بالا در معادلات (5-21) و سپس حاصلات حاصل برای به

دست آوردن  $a_n$  و  $b_n$ ، روابط زیر برای  $a_n$  و  $b_n$  دست می آیند:

$$\{a_n\} = \frac{0.5d_n^2 \{f(t_n)\} - 0.5[k]d_n^2 \{u_n\} + [m]d_n \{v_n\}}{0.25[k]d_n^2 + [m] + 0.5[c]d_n} \quad (38-5)$$

$$\{b_n\} = \frac{d_n \{f(t_n)\} - [c]d_n \{v_n\} - [k]d_n \{u_n\} - 0.5[k]d_n^2 \{v_n\}}{0.25[k]d_n^2 + [m] + 0.5[c]d_n} \quad (39-5)$$

برای به دست آوردن جواب نهایی روابط بالا در رابطه (5-23) جانشین می شوند و شرایط مرزی

$u_0 = 0$  و  $v_0 = 0$  اعمال می شوند تا روابط لازم برای محاسبه سرعت و جابجایی به وجود آیند.

$$\{u_{n+1}\} = \frac{0.5d_n^2 \{f(t_{n+1})\} - 0.25[k]d_n^2 \{u_n\} + [m]d_n \{v_n\} + [m]\{u_n\} + 0.5[c]d_n \{u_n\}}{0.25[k]d_n^2 + [m] + 0.5[c]d_n} \quad (40-5)$$

$$\{v_{n+1}\} = \frac{d_n \{f(t_{n+1})\} - 0.5[c]d_n \{v_n\} - [k]d_n \{u_n\} - 0.25[k]d_n^2 \{v_n\} + [m]\{v_n\}}{0.25[k]d_n^2 + [m] + 0.5[c]d_n} \quad (41-5)$$

### 5-6-2- سیستم چند درجه آزادی با رفتار غیر خطی

در مورد سازه های چند درجه آزادی با رفتار غیر خطی روش کار مانند حالت یک درجه آزادی

می باشد. معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستم چند درجه آزادی غیر خطی به صورت زیر

در نظر گرفته می شود.

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c(\dot{y})]\{\dot{u}\} + [k(y)]\{u\} = \{f(t)\} \quad (42-5)$$

در معادله بالا ماتریس میرایی تابعی از بردار سرعت و ماتریس سختی تابعی از بردار تغییر مکان می باشد. در این بخش جرم سازه ثابت فرض شده است ولی در حالت کلی می تواند متغیر باشد. بعد از انتخاب گامهای زمانی  $d_n$ ، ماتریس سختی و ماتریس میرایی در گام  $n$  ام از آخرین اطلاعات موجود در مورد تغییر مکان و سرعت محاسبه می شوند. ماتریس سختی و ماتریس میرایی محاسبه شده در طول گام محاسباتی ثابت فرض می شوند. با این فرضیات، سرعت و تغییر مکان در لحظه  $n+1$  از روابط زیر به دست می آیند.

$$\{u_{n+1}\} = \frac{0.5d_n^2\{f(t_{n+1})\} - 0.25[k_n]d_n^2\{u_n\} + [m_n]d_n\{v_n\} + [m_n]\{u_n\} + 0.5[c_n]d_n\{u_n\}}{0.25[k_n]d_n^2 + [m_n] + 0.5[c_n]d_n} \quad (43-5)$$

$$\{v_{n+1}\} = \frac{d_n\{f(t_{n+1})\} - 0.5[c]d_n\{v_n\} - [k_n]d_n\{u_n\} - 0.25[k_n]d_n^2\{v_n\} + [m_n]\{v_n\}}{0.25[k_n]d_n^2 + [m_n] + 0.5[c_n]d_n} \quad (44-5)$$

مانند حالت یک درجه آزادی در پایان هر گام شتاب از معادله تعادل دینامیکی به دست می آید.

$$\{\ddot{u}_{n+1}\} = [m]^{-1}\{\{f(t_{n+1})\} - [c_n]\{v_{n+1}\} - [k]\{u_{n+1}\}\} \quad (45-5)$$

### ۵-۷- مراحل گام به گام تحلیل دینامیکی غیر خطی با موجک هار

- در ابتدا گام زمانی  $d_n$  انتخاب می شود و سپس مراحل زیر انجام می شوند .
- ۱- تشکیل ماتریس سختی و ماتریس میرایی با استفاده از آخرین اطلاعات موجود در مورد وضعیت سازه یعنی اطلاعات موجود در پایان گام  $n$  ام .
  - ۲- محاسبه بردار تغییر شکل گره های سازه با استفاده از رابطه (۴۳-۵) .
  - ۳- محاسبه بردار سرعت گره های سازه با استفاده از رابطه (۴۴-۵) .
  - ۴- محاسبه بردار سرعت با استفاده از رابطه (۴۵-۵) .
  - ۵- افزایش  $n$  به  $n+1$  و بازگشت به گام ۱ .

فصل ششم

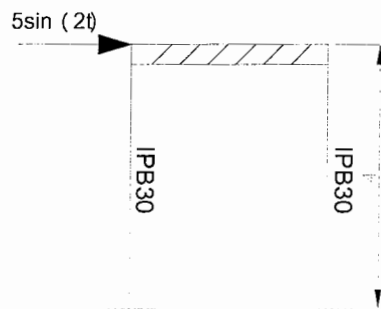
مطالعات عددی

## ۶-۱- مقدمه

در این فصل سعی شده است مقایسه ای بین روش جدید حل معادله و روشهای حل قدیمی صورت گیرد. بدین منظور تعدادی مثال با استفاده از روش جدید حل شده و جوابهای روش جدید با روشهای قدیمی مانند انتگرال دو هامل، روش شتاب خطی و روش ویلسون  $\theta$ -مقایسه شده است.

## ۶-۲- قاب برشی یک طبقه با رفتار خطی تحت اثر بار هارمونیک

قاب یک درجه آزادی با رفتار خطی و تحت بار سینوسی نشان داده شده در شکل (۶-۱) در نظر گرفته شده است. ارتفاع قاب  $4m$  می باشد. ستونهای قاب از نوع  $IPB30$  با سختی  $I = 25170 \text{ cm}^4$  می باشند. نیروی وارد به قاب نیروی سینوسی  $5 \sin(2t)$  بر حسب  $\text{ton.f}$  می باشد. نسبت میرایی  $\xi = 5\%$  و جرم سازه  $5000 \text{ kg}$  می باشد، زمان کل بارگذاری برابر  $10 \text{ sec}$  و بازه زمانی برابر  $\Delta t = 0.1 \text{ sec}$  در نظر گرفته شود.



شکل (۶-۱): قاب مربوط به مثال اول

ابتدا با استفاده از داده های مسأله، مشخصات سیستم را محاسبه می کنیم:

$$I = 25170 \text{ cm}^4$$

$$\xi = 0.05$$

$$M = 5 \text{ ton}$$

$$p(t) = 5 \sin(2t) \Rightarrow \omega = 2 \text{ rad/sec}, \quad p_0 = 5 \text{ ton.f}$$

$$K = 2 \times k = 2 \times \frac{12EI}{L^3} = 19.83 \text{ ton.f/cm}$$

سپس با استفاده از روابط دستگاههای یک درجه آزادی تحت اثر بارگذاری هارمونیک جواب دقیق را محاسبه می کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{19.83}{5}} = 1.991 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_D = \omega \times \sqrt{1 - \xi^2} = 1.9885 \approx 1.99 \text{ rad/sec}$$

$$\beta = \frac{\varpi}{\omega} = \frac{2}{1.991} = 1.004 \approx 1$$

با توجه به اینکه  $\beta = 1$  بوده و شرایط اولیه مساوی صفر می باشند جواب دقیق سیستم از این رابطه بدست می آید:

$$u(t) = \frac{P_0}{2K\xi} \left[ e^{-\xi\omega t} \left( \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_D t + \cos \omega_D t \right) - \cos \omega t \right]$$

$$t = 0 \rightarrow u(0) = 0, \quad t = 0.1 \rightarrow u(0.1) = 0.00024 \text{ cm}, \quad t = 0.2 \rightarrow u(0.2) = 0.0022 \text{ cm}$$

با قرار دادن رابطه بالا در یک برنامه کامپیوتری ساده پاسخ سازه به روش دقیق در طی بارگذاری مطابق شکل (۶-۲) بدست می آید.

پاسخ سیستم با استفاده از روش انتگرال دو هامبل با توجه به فرمولهای ارائه شده در فصل سوم به این صورت می باشد:

$$y(t) = \{A(t) \sin \omega_D t - B(t) \cos \omega_D t\}$$

$$A(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(\tau) \frac{e^{\xi\omega\tau}}{e^{\xi\omega t}} \cos \omega_D \tau d\tau$$

$$B(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(\tau) \frac{e^{\xi\omega\tau}}{e^{\xi\omega t}} \sin \omega_D \tau d\tau$$

انتگرالهای فوق به صورت یک سری عبارات محاسبه می گردند:

$$A(t) = \frac{\Delta\tau}{3m\omega_d} \sum_3^4 (t)$$



مجموع سری به روش سیمپسون به این صورت می باشد :

$$\sum_3^A(t) = \left[ \sum_3^A(t-2\Delta\tau) + P(t-2\Delta\tau)\cos\omega_d(t-2\Delta\tau) \right] \exp(-3\omega\Delta t) \\ + 4P(t-\Delta\tau)\cos\omega_d(t-\Delta\tau)\exp(-3\omega\Delta\tau) + P(t)\cos\omega_d t$$

عبارت  $B(t)$  نیز همانند  $A(t)$  نوشته خواهد شد فقط با این تفاوت که توابع سینوسی جایگزین توابع کسینوسی خواهند گردید. جزئیات تجزیه و تحلیل به روش انتگرال دوهمال برای ده لحظه اول در جدول (۱-۶) نشان داده شده است. با توجه به فرمول سیمپسون که در بالا آورده شده است و نظر به ستونهای جدول (۱-۶) مقدار انتگرال  $A(t)$  از ترکیب سه عبارت مربوط به ستون ۸ در لحظه  $(t-2\Delta\tau)$  و همان ستون در لحظه  $(t-\Delta\tau)$  و سرانجام عبارت ستون ۵ در لحظه  $t$  حاصل می گردد و به انتگرال  $B(t)$  از ترکیب عبارت موجود در ستون ۱۳ در لحظه  $(t-2\Delta\tau)$  و ستون ۱۳ در لحظه  $(t-\Delta\tau)$  و در نهایت عبارت ستون ۱۰ در لحظه  $t$  بدست می آید. محاسبات مربوط به جدول با استفاده از یک برنامه رایانه ای ساده ادامه داده شده و جواب سیستم تا پایان بارگذاری بدست آمده و در شکل (۲-۶) نمایش داده شده است.

تحلیل دینامیکی سیستمهای یک درجه آزادی با رفتار خطی با استفاده از موجک در بخش ۵-۵-۱ توضیح داده شده است. با استفاده از روابط زیر و قرار دادن آنها در یک برنامه کامپیوتری ساده پاسخ سیستم به روش موجک بدست آمده و در شکل (۲-۶) آورده شده است.

$$p = 5 \text{ ton.f}, d_n = 0.1 \text{ sec}, f(t) = \sin(2t) \text{ ton.f}, k = 19.83 \frac{\text{ton.f}}{\text{cm}}$$

$$c = 2m\omega\xi \rightarrow c = 1 \frac{\text{ton.f. sec}}{\text{m}}, u_0 = 0, v_0 = 0$$

$$u_{n+1} = \frac{0.5pd_n^2 f(t_{n+1}) - 0.25kd_n^2 u_n + md_n v_n + mu_n + 0.5cd_n u_n}{0.25kd_n^2 + m + 0.5cd_n}$$

$$v_{n+1} = \frac{pd_n f(t_{n+1}) - 0.5cd_n v_n - kd_n u_n - 0.25kd_n^2 v_n + mv_n}{0.25kd_n^2 + m + 0.5cd_n}$$

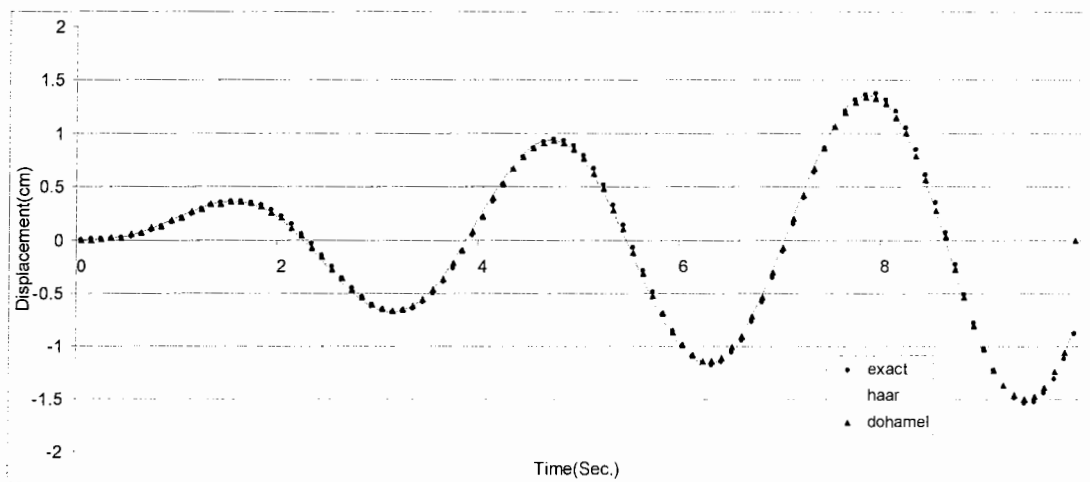
$$t = 0.1 \rightarrow u_1 = 0.000974 \text{ cm} \quad , \quad t = 0.2 \rightarrow u_2 = 0.00477 \text{ cm}$$

جدول (6-1) جزئیات محاسبه عددی به روش انتگرال دوهمل با میرایی با استفاده از قانون سیمپسون (مثال اول)

| l<br>تایبه | P(t)<br>ton.f | Sin<br>wt | Cos<br>wt | محاسبه A |      |        |                |       |       |      | محاسبه B |                   |        |        |        |        |            |
|------------|---------------|-----------|-----------|----------|------|--------|----------------|-------|-------|------|----------|-------------------|--------|--------|--------|--------|------------|
|            |               |           |           | 2x4      | ضریب | 5+A    | 6x5<br>یا<br>7 | A     | 2x3   | ضریب | 10+B     | 11x10<br>یا<br>12 | B      | 9x3    | 14x4   | 15-16  | Gx17       |
| 1          | 2             | 3         | 4         | 5        | 6    | 7      | 8              | 9     | 10    | 11   | 12       | 13                | 14     | 15     | 16     | 17     | 18         |
| 0          | 0             | 0         | 1         |          | 0.98 | 0      | 0              | 0     |       | 0.98 | 0        | 0                 | 0      |        |        |        |            |
| 0.1        | 0.993         | 0.199     | 0.98      | 0.973    | 3.96 | ...    | 3.853          | ...   | 0.198 | 3.96 | ...      | 0.784             | ...    |        |        |        |            |
| 0.2        | 1.95          | 0.389     | 0.921     | 1.796    | 0.98 | 7.45   | 7.3            | 5.65  | 0.759 | 0.98 | 2.3      | 2.256             | 1.543  | 2.198  | 1.421  | 0.777  | 0.002<br>6 |
| 0.3        | 2.82          | 0.565     | 0.825     | 2.33     | 3.96 | ...    | 9.227          |       | 1.593 | 3.96 | ...      | 6.308             | ...    |        |        |        |            |
| 0.4        | 3.59          | 0.717     | 0.7       | 2.513    | 0.98 | 21.353 | 21.12          | 19.04 | 2.574 | 0.98 | 13.71    | 13.438            | 11.138 | 13.652 | 7.8    | 5.852  | 0.019<br>5 |
| 0.5        | 4.21          | 0.841     | 0.54      | 2.27     | 3.96 | ...    | 8.99           | ...   | 3.541 | 3.96 | ...      | 14.022            | ...    |        |        |        |            |
| 0.6        | 4.66          | 0.932     | 0.362     | 1.687    | 0.98 | 33.48  | 32.81          | 31.8  | 4.343 | 0.98 | 36.15    | 35.42             | 31.802 | 29.64  | 10.73  | 18.91  | 0.063      |
| 0.7        | 4.95          | 0.985     | 0.17      | 0.838    | 3.96 | ...    | 3.318          |       | 4.857 | 3.96 | ...      | 19.234            | ...    |        |        |        |            |
| 0.8        | 5             | 1         | -0.029    | -0.145   | 0.98 | 35.84  | 35.12          | 35.98 | 5     | 0.98 | 64.654   | 63.361            | 59.654 | 35.98  | -1.043 | 37.023 | 0.123      |
| 0.9        | 4.87          | 0.974     | -0.227    | -1.105   | 3.96 | ...    | -4.38          | ...   | 4.743 | 3.96 | ...      | 18.78             | ...    |        |        |        |            |
| 1          | 4.55          | 0.909     | -0.416    | -1.893   | 0.98 | 26.95  | 26.42          | 28.85 | 4.136 | 0.98 | 90.42    | 88.61             | 86.28  | 26.225 | -33.89 | 62.115 | 0.207      |

$$\xi = 5\%, \exp(-2\xi\omega\Delta\tau) = 0.98, 4\exp(-\xi\omega\Delta\tau) = 3.96, G = \frac{\Delta\tau}{3m\omega} = 0.0033 \quad \leftarrow \text{محاسبه ضرایب}$$

در شکل (۲-۶) پاسخ سازه تحت اثر بار سینوسی با استفاده از سه روش دقیق ، انتگرال دوهمامل و روش موجکی برای مقایسه در یک نمودار آورده شده اند. با دقت در شکل (۲-۶) نکته مهم و قابل ملاحظه ای مشاهده می شود. در حداکثرهای نسبی منحنی پاسخ سازه ، جوابهای مربوط به روش هار بین جوابهای دقیق و دوهمامل [۱۱] قرار می گیرند . یعنی در حداکثرها که نقاط مهم و مورد نظر می باشند جواب روش هار از جواب روش دوهمامل دقیقتر و به واقعیت نزدیکتر است .  
( افزایش تغییر مکان افقی سازه در طول زمان به علت پدیده ی تشدید می باشد. )



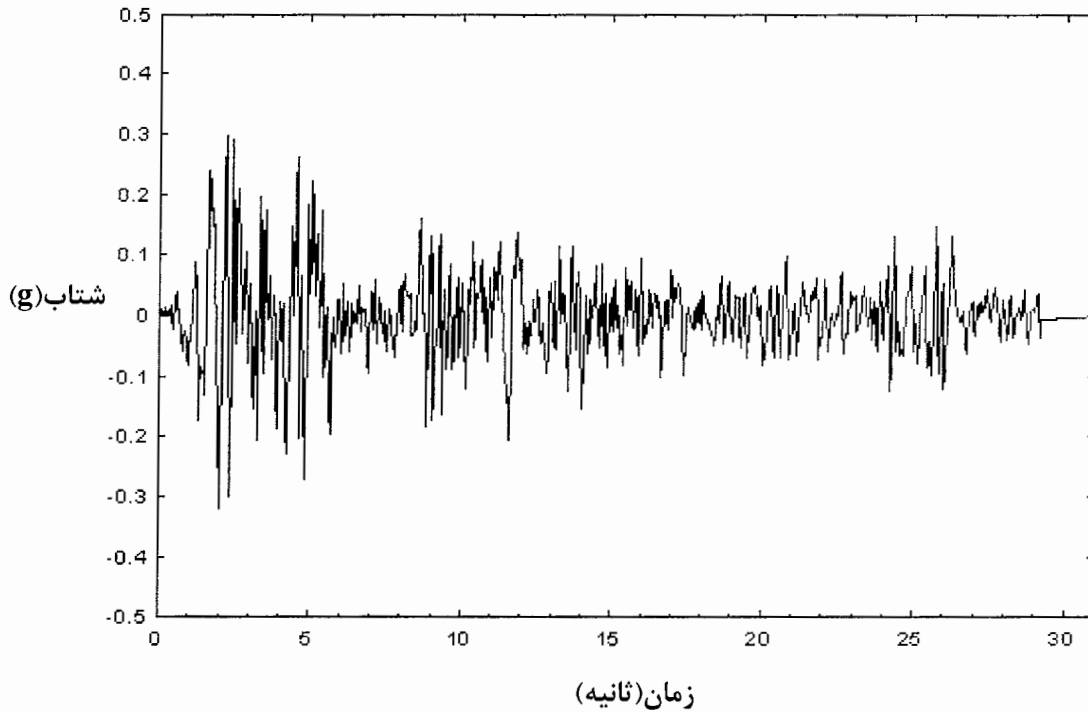
شکل (۲-۶) : مقایسه نتایج روش دقیق و انتگرال دوهمامل مربوط به مثال اول

### ۳-۶- قاب برشی یک طبقه با رفتار خطی تحت اثر زلزله

در این مثال قاب شکل (۱-۶) در نظر گرفته شده ولی تحت اثر طیف زلزله السنترو تحلیل شده است. در شکل (۳-۶) نمودار شتاب- زمان زلزله السنترو آورده شده است. این نمودار و داده های عددی زلزله السنترو در سایت اینترنتی زلزله السنترو<sup>۱</sup> موجود می باشد. با بکارگیری داده های عددی این نمودار در رابطه زیر، نیروی حاصل از زلزله در طول بارگذاری بدست می آید.

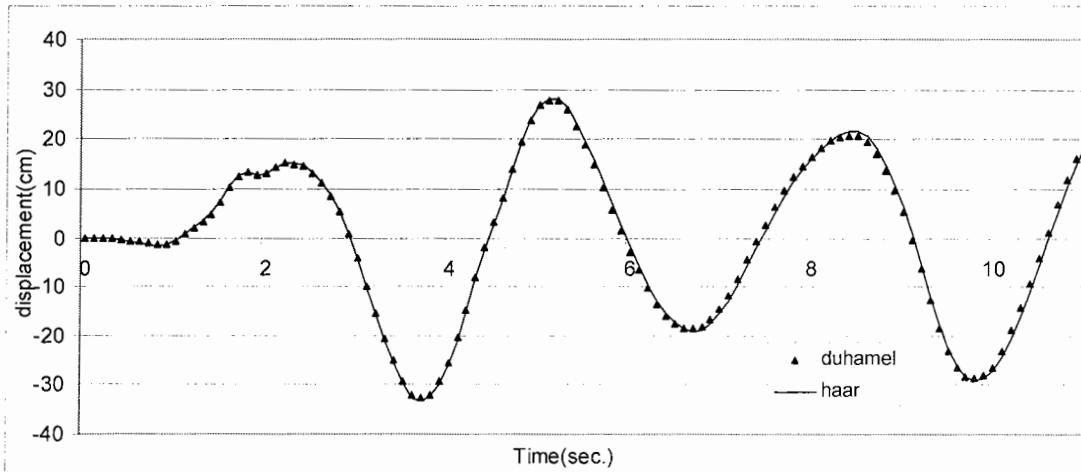
$$F(t) = ma_t \quad \mapsto \quad (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \Rightarrow (f_1, f_2, f_3, \dots, f_n)$$

<sup>۱</sup>-El Centro Earthquake



شکل (۳-۶) : نمودار شتاب زمان زلزله السنترو

پس از تعیین نیروی زلزله در طول بازه های زمانی ، با استفاده از روابط گفته شده در مثال قبل و با استفاده از یک برنامه کامپیوتری ساده به دو روش انتگرال دوهمامل و موجک هار پاسخ سیستم محاسبه شده و به صورت نمودار در شکل (۴-۶) برای مقایسه آورده شده است. همانطور که از شکل (۴-۶) مشخص است جوابهای روش هار با جواب بهای روش دو همامل همخوانی خوبی دارند. اما با توجه به این موضوع که موجک هار به صورت خط افقی است و تابع جواب را در محلهای افقی بهتر تقریب می زند ، می شود امیدوار بود که موجک هار در حداکثرها که شیب تابع جواب صفر می شود دقیقتر از دو همامل باشد. ( این موضوع در مثال اول نشان داده شد).



شکل (۴-۶): مقایسه روش موجود و انتگرال دو هامل مربوط به مثال دوم

#### ۴-۶- قاب برشی یک طبقه با رفتار غیر خطی تحت اثر بار هارمونیک

در مثال سوم یک سازه مشابه شکل (۱-۶) اما با رفتار غیر خطی در نظر گرفته شده است. در سازه مورد نظر جرم و میرایی ثابت می باشند و فقط سختی متغیر می باشد، جرم برابر با 5000 کیلو گرم و ضریب میرایی  $c=1$  می باشند. برای سختی سازه رابطه  $k = \frac{4000}{\sqrt{|u|}+1}$  بر حسب کیلو گرم بر سانتیمتر فرض شده است.

فاکتور  $\theta$  درگام تعمیم یافته  $\theta = 1.4$  و  $F(t) = 5 \sin(2t)$  ton.f در نظر گرفته شده است. ابتدا با استفاده از روابط گفته شده در بخش ۳-۳-۵ پاسخ سیستم به روش ویلسون- $\theta$  برای بازه های زمانی 0.1sec، 0.05sec و 0.01sec را محاسبه می کنیم. با در نظر گرفتن شرایط اولیه مسأله داریم:

$$y_0 = 0, \dot{y}_0 = 0, F_0 = 0 \Rightarrow \ddot{y}_0 = 0$$

و با استفاده از  $\theta$  و  $\Delta t$ ، ثابتها به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\Delta t = 0.01, \theta = 1.4, u_0 = 0 \Rightarrow \tau = \theta \times \Delta t = 0.014, k_0 = 4 \frac{\text{ton.f}}{\text{cm}}$$

$$a_1 = 214.3, a_2 = 428.57, a_3 = 0.0047, a_4 = 30612.25$$

سختی مؤثر عبارت است از :

$$\bar{K} = k + a_4 m + a_1 c \Rightarrow \bar{K} = 153279.55$$

و نیروی مؤثر به این صورت می باشد :

$$\hat{\Delta} f_i = f_{i+1} + (f_{i+2} - f_{i+1})(\theta - 1) - f_i$$

$$f_0 = 5 \sin(2 \times 0) = 0, f_1 = 5 \sin(2 \times 0.01) = 0.01, f_2 = 5 \sin(2 \times 0.02) = 0.2$$

$$\hat{\Delta} f_1 = 0.23$$

$$\bar{\Delta} F_1 = \hat{\Delta} f_1 + (a_2 m + 3c) \dot{y}_i + (3m + a_3 c) \ddot{y}_i$$

$$\bar{\Delta} F_1 = 0.085$$

محاسبه جابجایی در گام تعمیم یافته با استفاده از رابطه (۳-۵۴) به این صورت می باشد :

$$\hat{\Delta} y_1 = \frac{\bar{\Delta} F_1}{\bar{K}} \Rightarrow \hat{\Delta} y_1 = 5.5 \times 10^{-7}$$

طبق رابطه (۳-۵۲) داریم :

$$\hat{\Delta} \ddot{y}_i = a_4 \hat{\Delta} y_i - a_2 \dot{y}_i - 3 \ddot{y}_i \Rightarrow \hat{\Delta} \ddot{y}_1 = 0.017$$

شتاب در گام معمولی در رابطه (۳-۵۷) این گونه می باشد :

$$\Delta \ddot{y} = \frac{\hat{\Delta} \ddot{y}}{\theta} \Rightarrow \Delta \ddot{y} = 0.012$$

با استفاده از روابط (۳-۵۸)، (۳-۵۹)، (۳-۶۰) و (۳-۶۱) جابجایی و سرعت به این صورت محاسبه

می شوند :

$$\Delta \dot{y}_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \Delta \ddot{y}_i \Delta t \Rightarrow \Delta \dot{y}_1 = 6 \times 10^{-5}$$

$$\Delta y_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{y}_i \Delta t^2 + \frac{1}{6} \Delta \ddot{y}_i \Delta t^2 \Rightarrow \Delta y_1 = 2 \times 10^{-7}$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i \Rightarrow y_2 = 2 \times 10^{-7}$$

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \Delta \dot{y}_i \Rightarrow \dot{y}_2 = 6 \times 10^{-5}$$

$\ddot{y}_{i+1}$  مستقیماً از رابطه حرکت بدست می آید :

$$M\ddot{y}_{i+1} = F_{i+1} - C\dot{y}_{i+1} - Ky_{i+1} \Rightarrow \ddot{y}_2 = 0.002$$

$\dot{y}_2, \ddot{y}_2, y_2$  به ترتیب مقادیر جابجایی ، سرعت و شتاب برای اولین حلقه انتگرال گیری در لحظه  $t_2 = t_1 + \Delta t$  می باشند. ادامه این روند و همچنین محاسبات برای بازه های زمانی 0.05 و 0.1 توسط برنامه کامپیوتری انجام شده و در شکل (۵-۶) آورده شده است .  
برای تحلیل به روش موجک از رابطه های (۲۹-۵) ، (۳۰-۵) و (۳۱-۵) استفاده می کنیم :

$$u_{n+1} = \frac{0.5pd_n^2 f(t_{n+1}) - 0.25k_n d_n^2 u_n + md_n v_n + mu_n + 0.5c_n d_n u_n}{0.25k_n d_n^2 + m + 0.5c_n d_n}$$

$$v_{n+1} = \frac{pd_n f(t_{n+1}) - 0.5c_n d_n v_n - k_n d_n u_n - 0.25k_n d_n^2 v_n + mv_n}{0.25k_n d_n^2 + m + 0.5c_n d_n}$$

$$\ddot{u}_{n+1} = \frac{1}{m} \{ pf(t_{n+1}) - c_n v_{n+1} - k_n u_{n+1} \}$$

با در نظر گرفتن شرایط اولیه مسأله و  $\Delta t = 0.01$  داریم :

$$p = 5 \text{ ton.f}, d_n = .01 \text{ sec}, m = 5 \text{ ton}, u_0 = 0, v_0 = 0, k_0 = 4 \frac{\text{ton.f}}{\text{cm}}$$

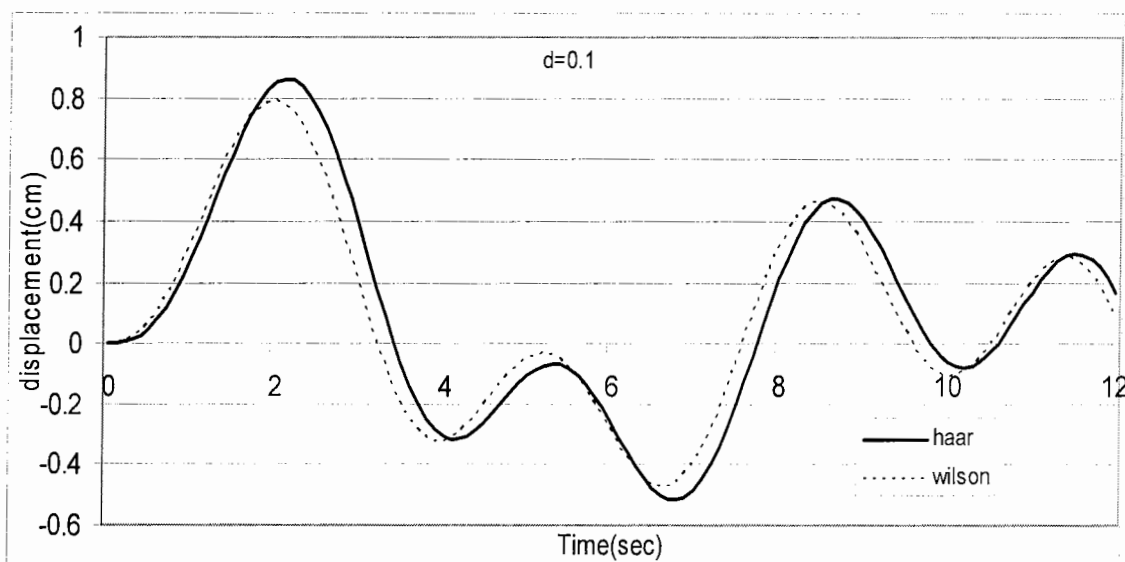
$$c_n = 1 \frac{\text{ton.f.sec}}{\text{cm}}, f(t_2) = 0.01 \text{ ton.f}$$

با بکارگیری شرایط اولیه در معادلات بالا جابجایی ، سرعت و شتاب در انتهای گام اول به این ترتیب بدست می آید :

$$u_2 = 5 \times 10^{-7} \text{ cm}, v_2 = 1 \times 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}, \ddot{u}_2 = .01 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

با استفاده از این اطلاعات سختی در بازه زمانی جدید را محاسبه کرده و دوباره در رابطه های (۲۹-۵) ، (۳۰-۵) و (۳۱-۵) قرار می دهیم و اطلاعات گام زمانی بعد را بدست می آوریم ، ادامه این روند و همچنین محاسبات برای بازه های زمانی 0.05 و 0.1 توسط برنامه کامپیوتری انجام شده و در شکل (۵-۶) آورده شده است .

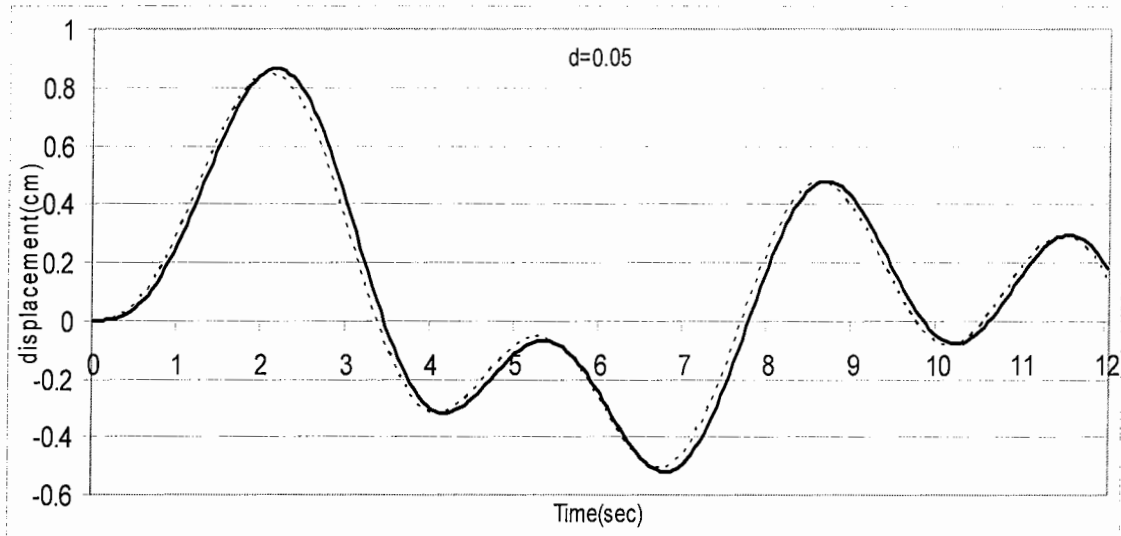
نمودارهای شکل (۵-۶) به ترتیب مربوط به  $d$  برابر با 0.1sec ، 0.05sec و 0.01sec می باشند. در این نمودارها خط ضخیم تر مربوط به روش هار می باشد . با دقت در سه نمودار مثال سوم مشخص میشود که هرچه بازه های زمانی کوچکتر شده اند دو نمودار بر هم منطبقتر شده اند اما نکته مهم و مزیت روش هار این است که در بازه های زمانی بزرگ پاسخ روش هار از پاسخ روش ویلسون- $\theta$  دقیق تر و به جواب حاصل از  $d = 0.01\text{sec}$  نزدیکتر می باشد.



شکل (۵-۶-الف) : مقایسه نتایج روش موجود و روش ویلسون -  $\theta$  مربوط به مثال سوم برای بازه

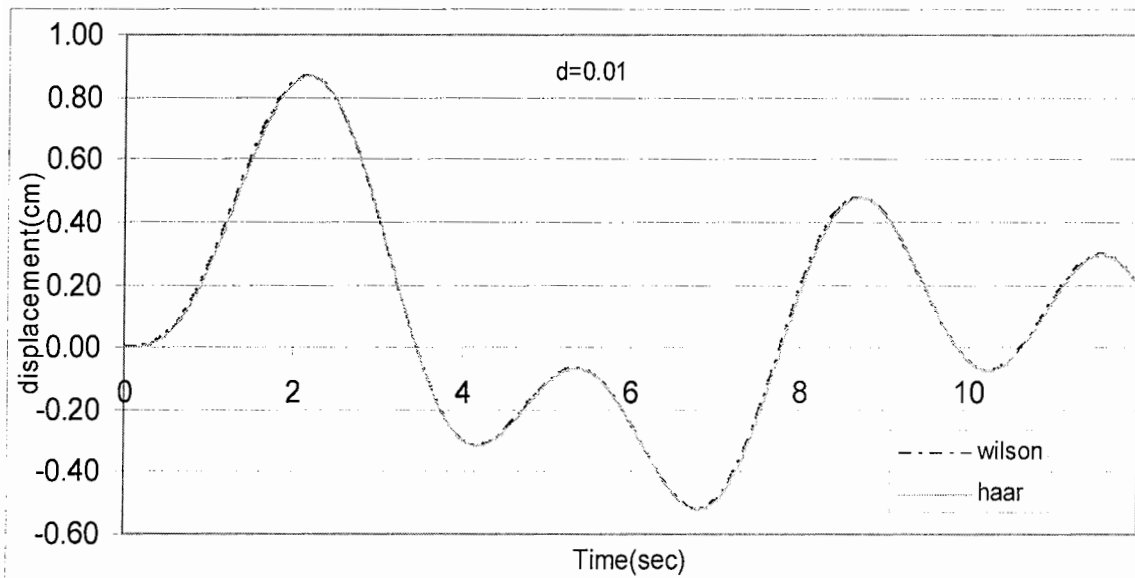
زمانی ۰/۱ ثانیه





شکل (۶-۵-ب) : مقایسه نتایج روش موجود و روش ویلسون -  $\theta$  مربوط به مثال سوم برای بازه زمانی

۰/۰۵ ثانیه

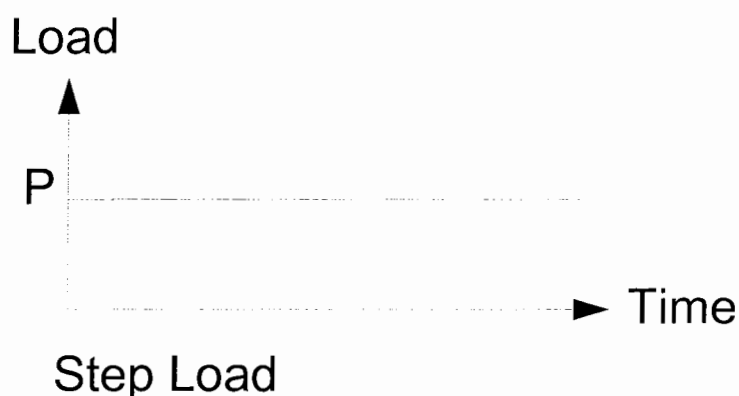


شکل (۶-۵-ج) : مقایسه نتایج روش موجود و روش ویلسون -  $\theta$  مربوط به مثال سوم برای بازه زمانی

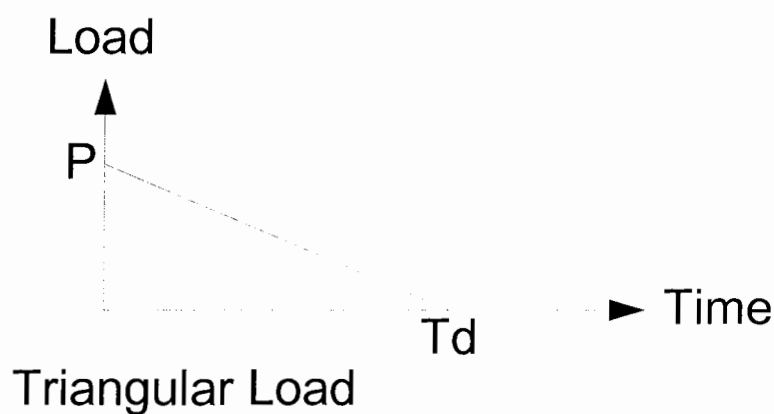
۰/۰۱ ثانیه

### ۶-۵- قاب یک طبقه با رفتار غیر خطی

در مثال چهارم یک قاب یک طبقه دو بعدی با تمام درجات آزادی در نظر گرفته شده است. رفتار این قاب غیر خطی می باشد و ماتریس سختی مماسی گفته شده در فصل دوم محاسبه شده است. رفتار این قاب تحت اثر دو نوع بارگذاری دینامیکی بررسی شده است. این بارگذاریها شامل بار خطی با طول نامحدود و بارگذاری مثلثی با مدت زمان مشخص می باشد. این بارگذاریها در شکل (۶-۶) نشان داده شده است.

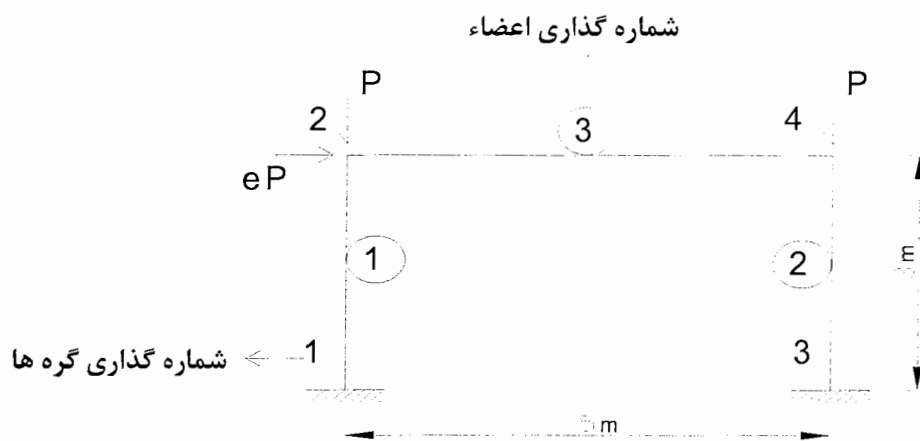


شکل (۶-۶ الف): بارگذاری خطی با طول نامحدود



شکل (۶-۶ ب): بارگذاری مثلثی

برای مقایسه روش جدید با روشهای قدیمی ، تحلیل سازه با استفاده از سه روش موجک هار و روش شتاب خطی و روش ویلسون-  $\theta$  و تحت بار گذاریهای فوق انجام گرفته و نتایج در ادامه آورده شده است.



شکل (۶-۷) : قاب یک طبقه مربوط به مثال چهارم

در اینجا نحوه تحلیل سازه توسط برنامه کامپیوتری برای بار دینامیکی خطی با ضریب جانبی  $e = 0.01$  آورده شده است.

ابتدا اطلاعات سازه از طریق فایل ورودی که قبل از راه اندازی برنامه آماده شده است، به برنامه معرفی می شود، به این صورت :

$$E = 2100000 \text{ kg.f/cm}^2$$

مدول ارتجاعی کلیه اعضاء

$$NJ = 4$$

تعداد گره های سازه

$$NE = 3$$

تعداد اعضاء سازه

$$DELTA T = 0.005 \text{ sec}$$

طول یک بازه زمانی  $\Delta t$

$$TMAX = 6 \text{ sec}$$

زمان کل بارگذاری

$$A(1) = 149 \text{ cm}^2$$

سطح مقطع عضو شماره ۱

|                         |  |
|-------------------------|--|
| $A_{II}(1) = 25170cm^4$ | گشتاور ماند عضو شماره ۱                                  |
| $A(2) = 149cm^2$        | سطح مقطع عضو شماره ۲                                     |
| $A_{II}(2) = 25170cm^4$ | گشتاور ماند عضو شماره ۲                                  |
| $A(3) = 149cm^2$        | سطح مقطع عضو شماره ۳                                     |
| $A_{II}(3) = 25170cm^4$ | گشتاور ماند عضو شماره ۳                                  |
| $NS = 2$                | تعداد تکیه گاه های سازه                                  |
| $MN(1) = 1$             | شماره گره تکیه گاه اول                                   |
| $MN(2) = 3$             | شماره گره تکیه گاه دوم                                   |
| $D(1,1) = 1$            | درجه آزادی افقی تکیه گاه اول(گره شماره ۱) بسته می باشد.  |
| $D(1,2) = 1$            | درجه آزادی عمودی تکیه گاه اول(گره شماره ۱) بسته می باشد. |
| $D(1,3) = 1$            | درجه آزادی چرخشی تکیه گاه اول(گره شماره ۱) بسته می باشد. |
| $D(3,1) = 1$            | درجه آزادی افقی تکیه گاه دوم(گره شماره ۳) بسته می باشد.  |
| $D(3,2) = 1$            | درجه آزادی عمودی تکیه گاه دوم(گره شماره ۳) بسته می باشد. |
| $D(3,3) = 1$            | درجه آزادی چرخشی تکیه گاه دوم(گره شماره ۳) بسته می باشد. |
| $JOINT(1,1) = 1$        | عضو شماره ۱ به گره شماره ۱ متصل می باشد.                 |
| $JOINT(1,2) = 0$        | عضو شماره ۲ به گره شماره ۱ متصل نمی باشد.                |
| $JOINT(1,3) = 0$        | عضو شماره ۳ به گره شماره ۱ متصل نمی باشد.                |
| $JOINT(2,1) = 1$        | عضو شماره ۱ به گره شماره ۲ متصل می باشد.                 |
| $JOINT(2,2) = 0$        | عضو شماره ۲ به گره شماره ۲ متصل نمی باشد.                |
| $JOINT(2,3) = 1$        | عضو شماره ۳ به گره شماره ۲ متصل می باشد.                 |
| $JOINT(3,1) = 0$        | عضو شماره ۱ به گره شماره ۳ متصل نمی باشد.                |
| $JOINT(3,2) = 1$        | عضو شماره ۲ به گره شماره ۳ متصل نمی باشد.                |
| $JOINT(3,3) = 0$        | عضو شماره ۳ به گره شماره ۳ متصل نمی باشد.                |

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| $JOINT(4,1) = 0$            | عضو شماره ۱ به گره شماره ۴ متصل نمی باشد.          |
| $JOINT(4,2) = 1$            | عضو شماره ۲ به گره شماره ۴ متصل می باشد.           |
| $JOINT(4,3) = 1$            | عضو شماره ۳ به گره شماره ۴ متصل می باشد.           |
| $G(1,1) = 0$                | مختصات $X$ گره شماره ۱                             |
| $G(1,2) = 0$                | مختصات $Y$ گره شماره ۱                             |
| $G(2,1) = 0$                | مختصات $X$ گره شماره ۲                             |
| $G(2,2) = 300$              | مختصات $Y$ گره شماره ۲                             |
| $G(3,1) = 500$              | مختصات $X$ گره شماره ۳                             |
| $G(3,2) = 0$                | مختصات $Y$ گره شماره ۳                             |
| $G(4,1) = 500$              | مختصات $X$ گره شماره ۴                             |
| $G(4,2) = 300$              | مختصات $Y$ گره شماره ۴                             |
| $ME(1,1) = 1$               | شماره گره سر یک عضو شماره ۱ برابر با یک می باشد.   |
| $ME(1,2) = 2$               | شماره گره سر دو عضو شماره ۱ برابر با دو می باشد.   |
| $ME(2,1) = 3$               | شماره گره سر یک عضو شماره ۲ برابر با سه می باشد.   |
| $ME(2,2) = 4$               | شماره گره سر دو عضو شماره ۲ برابر با چهار می باشد. |
| $ME(3,1) = 2$               | شماره گره سر یک عضو شماره ۳ برابر با دو می باشد.   |
| $ME(4,2) = 4$               | شماره گره سر دو عضو شماره ۳ برابر با چهار می باشد. |
| $MBAR = 1.17 \frac{kg}{cm}$ | جرم واحد طول اعضاء                                 |

پس از دریافت اطلاعات تعداد بازه های زمانی (تعداد گامها) با تقسیم زمان کل به طول یک بازه

زمانی بدست می آید :

$$NT = \frac{TMAX}{DELTA T}$$

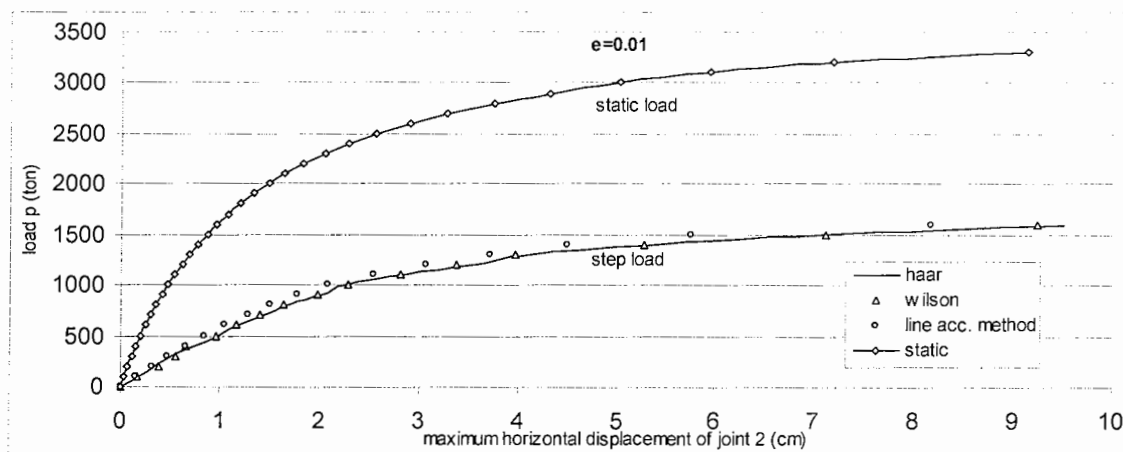
با استفاده از نمودار بارگذاری خطی ، مقدار نیروی خارجی در هر بازه زمانی محاسبه شده و در متغیر  $FORCE(I,J)$  قرار می گیرد. در این متغیر  $I$  شماره درجه آزادی که نیرو به آن وارد شده است و  $J$  شماره بازه زمانی (شماره گام مورد نظر) یعنی به عنوان مثال :

در طول بازه زمانی دهم، در درجه آزادی چهارم نیروی  $P$  وجود دارد.  $FORCE(4,10) = P \Rightarrow$  سپس با کمک اطلاعات موجود و مشخصات هندسی سازه و با استفاده از روابط فصل دوم ماتریس سختی مماسی سیستم و همچنین ماتریس جرم سازه محاسبه می شود.

در این مرحله در روش ویلسون- $\theta$  با مشخص بودن گام زمانی  $\Delta t$  و فاکتور  $\theta$  مراحل گام به گام گفته شده در بخش ۳-۵-۱ انجام می شود و اگر در تحلیل به روش ویلسون- $\theta$  ، گام تعمیم یافته حذف شود ، به این معنی که  $\theta = 1$  قرار گیرد، تحلیل به روش شتاب خطی انجام می شود و در روش موجک مراحل گام به گام گفته شده در بخش ۵-۷ انجام می شود، که در طی این محاسبات جابجایی کلیه درجات آزادی محاسبه شده، سپس در انتهای بازه زمانی اول با استفاده از مشخصات هندسی جدید سیستم ، ماتریس سختی مماسی سیستم دوباره محاسبه می شود و برنامه با در نظر گرفتن نیروی جدید در بازه دوم (قبلاً با متغیر  $FORCE(I,J)$  برای برنامه تعریف شده است) سازه را تحلیل نموده و جابجایی در طول بازه دوم را محاسبه می کند و سپس ماتریس سختی جدید برای گام بعدی را محاسبه می کند. این روند تا پایان بارگذاری ادامه دارد. در طول مدت تحلیل حداکثر تغییر مکان درجه آزادی چهارم در متغیر  $YMAX$  ذخیره می شود. (به عنوان تغییر مکان حداکثر افقی سازه).

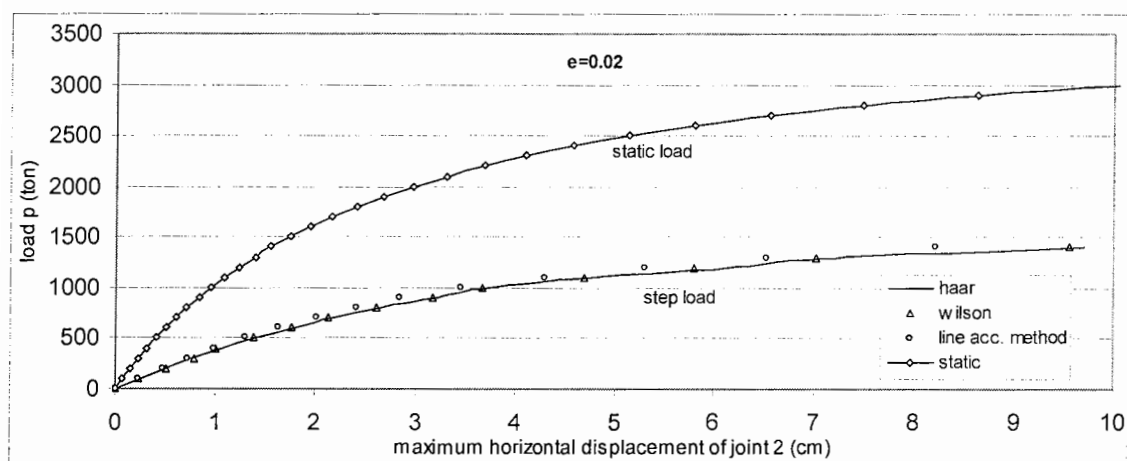
سپس مقدار بار افزایش داده می شود و متغیر  $FORCE(I,J)$  دوباره محاسبه می شود و کلیه عملیات بالا تکرار می شود به این ترتیب در طی این محاسبات حداکثر تغییر مکان افقی سازه تحت بارهای مختلف دینامیکی خطی بدست می آید.

در شکل (۶-۸) حد اکثر تغییر مکان افقی سازه در مقابل بارهای دینامیکی مختلف برای بار خطی با ضریب جانبی ۰/۰۱ نشان داده شده است و برای مقایسه حداکثر تغییر مکان افقی تحت همان بارگذاری اما بصورت استاتیکی آورده شده است .



شکل (۶-۸): پاسخ قاب یک طبقه برای بار استاتیکی و دینامیکی خطی

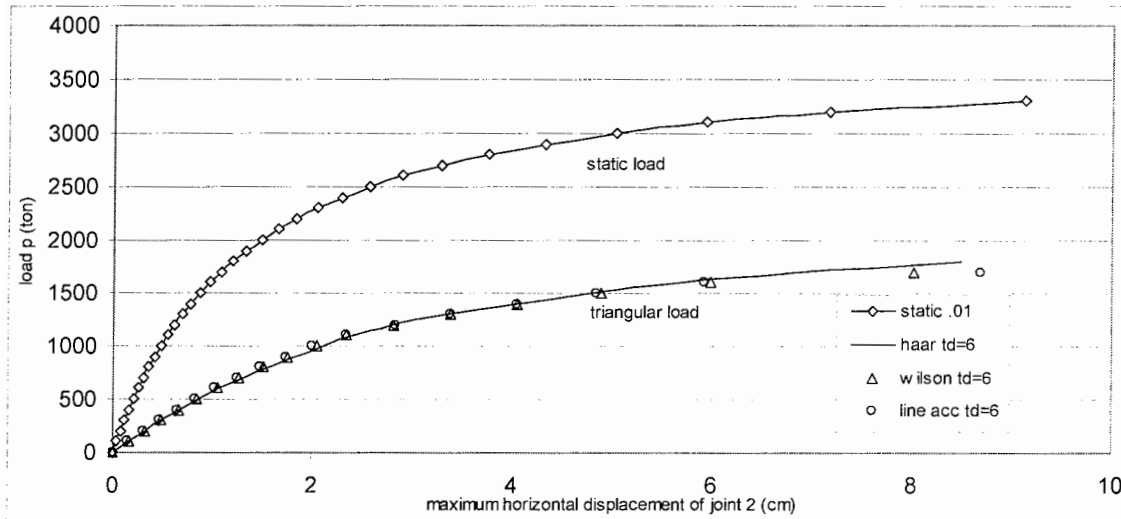
در شکل (۶-۹) حد اکثر تغییر مکان افقی سازه در مقابل بارهای دینامیکی مختلف برای بار خطی با ضریب جانبی  $0.02$  نشان داده شده است و برای مقایسه حداکثر تغییر مکان افقی تحت همان بارگذاری اما بصورت استاتیکی آورده شده است.



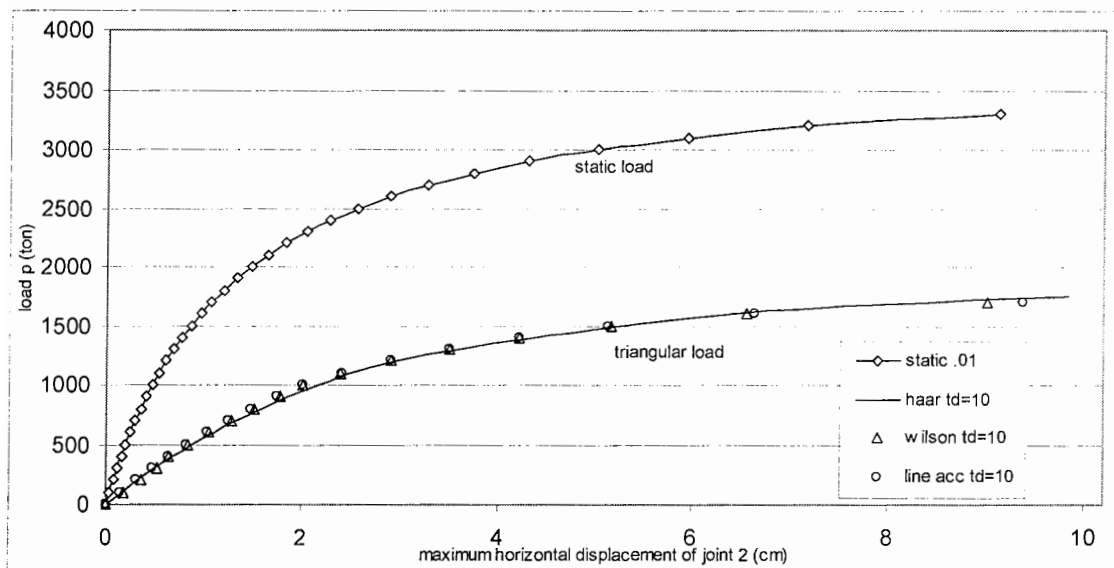
شکل (۶-۹): پاسخ قاب یک طبقه برای بار استاتیکی و دینامیکی خطی

با تغییر نمودار بارگذاری از حالت خطی به مثلی و تکرار کلیه مراحل گفته شده برای حالت

خطی، حداکثر تغییر مکان افقی سازه تحت اثر بارهای مختلف دینامیکی مثلثی بدست می آید، در شکل‌های (۶-۱۰-الف و ب) حداکثر تغییر مکان افقی سازه در مقابل بار مثلثی نشان داده شده است. این کار برای بارهای مثلثی با طول ۶ ثانیه و ۱۰ ثانیه و با روشهای مختلف انجام شده است.



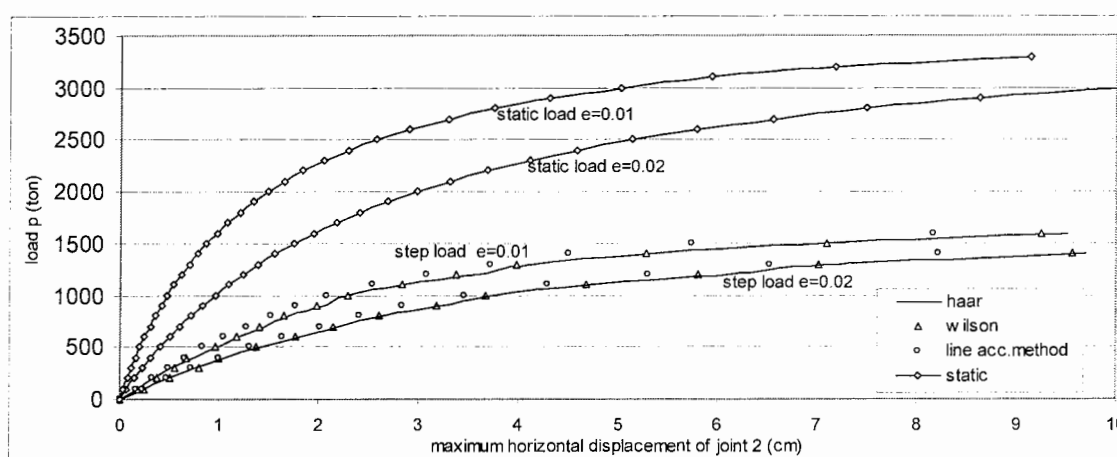
شکل (۶-۱۰-الف) : پاسخ قاب یک طبقه برای بار دینامیکی مثلثی



شکل (۶-۱۰-ب) : پاسخ قاب یک طبقه برای بار دینامیکی مثلثی



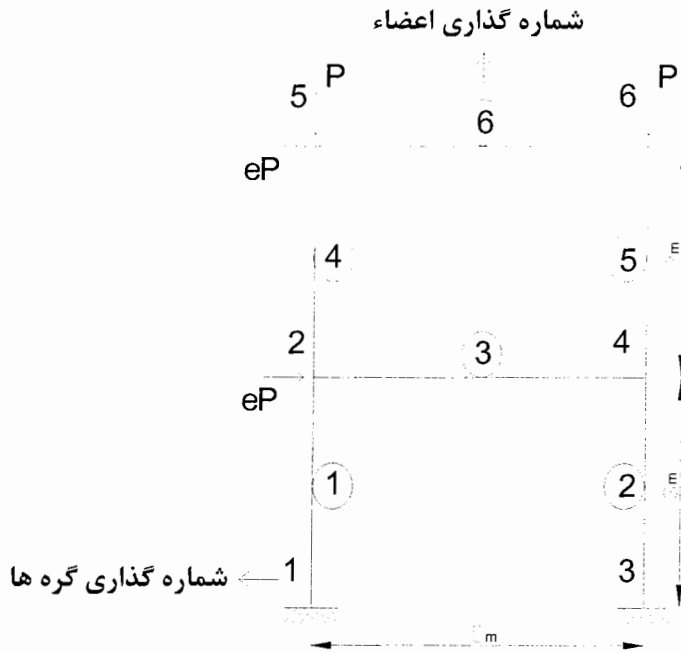
در شکل (۶-۱۱) برای مقایسه حداکثر تغییر مکان افقی سازه با ضرایب بار جانبی متفاوت برای بار دینامیکی خطی و بار استاتیکی رسم شده است. در این نمودار برای بار جانبی ضرایب ۰/۰۱ و ۰/۰۲ در نظر گرفته شده است.



شکل (۶-۱۱): پاسخ قاب یک طبقه برای بار استاتیکی و بار دینامیکی خطی با ضرایب بار جانبی متفاوت

### ۶-۶- قاب دو طبقه با رفتار غیر خطی

در مثال پنجم یک قاب دو طبقه دو بعدی با تمام درجات آزادی در نظر گرفته شده است. رفتار این قاب غیر خطی می باشد و ماتریس سختی مماسی این قاب با روش گفته شده در فصل دوم محاسبه شده است. رفتار این قاب تحت بارگذاریهای شکل (۶-۶) بررسی شده است و مشابه مثال قبل نتایج به صورت نمودار برای مقایسه آورده شده اند.



شکل (۶-۱۲): قاب دو طبقه مربوط به مثال پنجم

اطلاعات ورودی این مسأله به این صورت می باشد :

$$E = 2100000 \text{ kg.f/cm}^2$$

$$NJ = 6$$

$$NE = 6$$

$$DELTA T = 0.005 \text{ sec}$$

$$TMAX = 10 \text{ sec}$$

$$A(1) = 149 \text{ cm}^2$$

$$AII(1) = 25170 \text{ cm}^4$$

$$A(2) = 149 \text{ cm}^2$$

$$AII(2) = 25170 \text{ cm}^4$$

$$A(3) = 149 \text{ cm}^2$$

$$AII(3) = 25170 \text{ cm}^4$$

$$A(4) = 149 \text{ cm}^2$$

$$AII(4) = 25170 \text{ cm}^4$$

|                      |                  |
|----------------------|------------------|
| $A(5) = 149cm^2$     | $JOINT(4,4) = 0$ |
| $AII(5) = 25170cm^4$ | $JOINT(4,5) = 1$ |
| $A(6) = 149cm^2$     | $JOINT(4,6) = 0$ |
| $AII(6) = 25170cm^4$ | $JOINT(5,1) = 0$ |
| $NS = 2$             | $JOINT(5,2) = 0$ |
| $MN(1) = 1$          | $JOINT(5,3) = 0$ |
| $MN(2) = 3$          | $JOINT(5,4) = 1$ |
| $D(1,1) = 1$         | $JOINT(5,5) = 0$ |
| $D(1,2) = 1$         | $JOINT(5,6) = 1$ |
| $D(1,3) = 1$         | $JOINT(6,1) = 0$ |
| $D(3,1) = 1$         | $JOINT(6,2) = 0$ |
| $D(3,2) = 1$         | $JOINT(6,3) = 0$ |
| $D(3,3) = 1$         | $JOINT(6,4) = 0$ |
| $JOINT(1,1) = 1$     | $JOINT(6,5) = 1$ |
| $JOINT(1,2) = 0$     | $JOINT(6,6) = 1$ |
| $JOINT(1,3) = 0$     | $G(1,1) = 0$     |
| $JOINT(1,4) = 0$     | $G(1,2) = 0$     |
| $JOINT(1,5) = 0$     | $G(2,1) = 0$     |
| $JOINT(1,6) = 0$     | $G(2,2) = 300$   |
| $JOINT(2,1) = 1$     | $G(3,1) = 500$   |
| $JOINT(2,2) = 0$     | $G(3,2) = 0$     |
| $JOINT(2,3) = 1$     | $G(4,1) = 500$   |
| $JOINT(2,4) = 1$     | $G(4,2) = 300$   |
| $JOINT(2,5) = 0$     | $G(5,1) = 0$     |
| $JOINT(2,6) = 0$     | $G(5,2) = 600$   |
| $JOINT(3,1) = 0$     | $G(6,1) = 500$   |
| $JOINT(3,2) = 1$     | $G(6,2) = 600$   |
| $JOINT(3,3) = 0$     | $ME(1,1) = 1$    |
| $JOINT(3,4) = 0$     | $ME(1,2) = 2$    |
| $JOINT(3,5) = 0$     | $ME(2,1) = 3$    |
| $JOINT(3,6) = 0$     | $ME(2,2) = 4$    |
| $JOINT(4,1) = 0$     | $ME(3,1) = 2$    |
| $JOINT(4,2) = 1$     | $ME(3,2) = 4$    |
| $JOINT(4,3) = 1$     | $ME(4,1) = 2$    |

$$ME(4,2) = 5$$

$$ME(5,1) = 4$$

$$ME(5,2) = 6$$

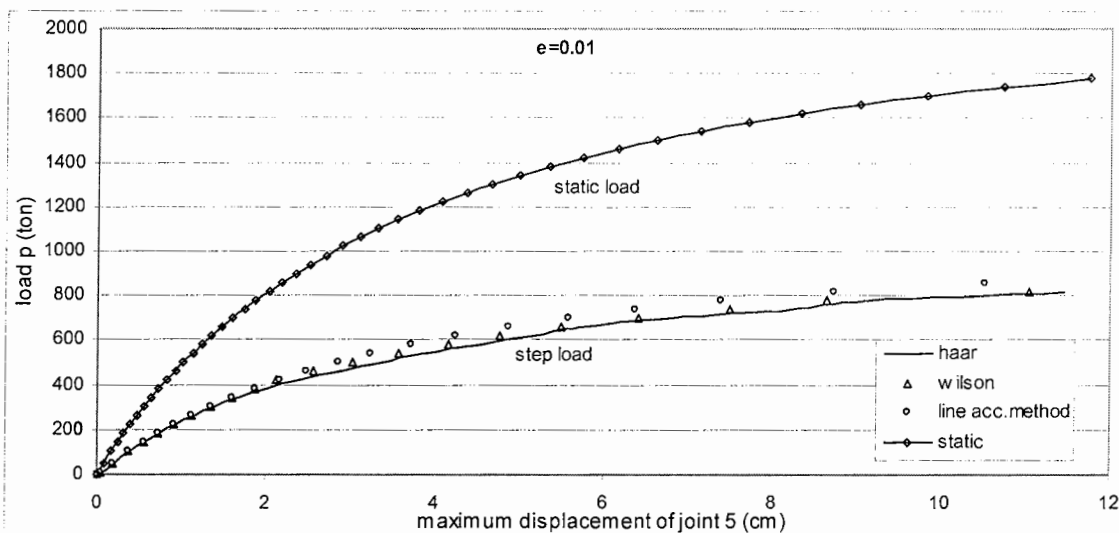
$$ME(6,1) = 5$$

$$ME(6,2) = 6$$

$$MBAR = 1.17 \text{ kg/cm}$$

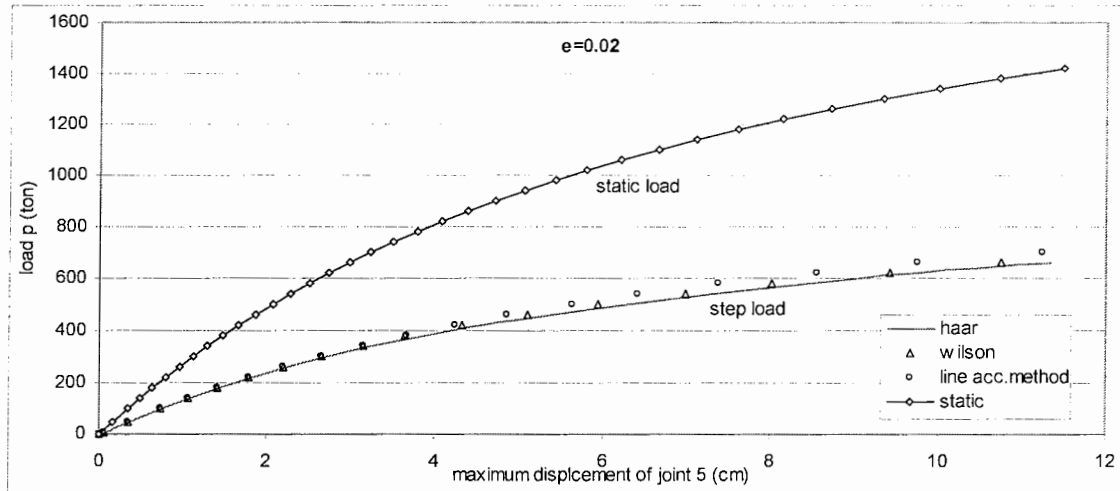
در این مرحله اطلاعات مانند مثال چهارم تحت بارگذاریهای مختلف دینامیکی توسط برنامه تجزیه و تحلیل شده و پاسخ سازه به صورت نمودار آورده شده است.

در شکل (۶-۱۳) حد اکثر تغییر مکان افقی سازه در مقابل بارهای دینامیکی مختلف برای بار خطی با ضریب جانبی ۰/۰۱ نشان داده شده است و برای مقایسه حداکثر تغییر مکان افقی تحت همان بارگذاری اما بصورت استاتیکی نیز نشان داده شده است.



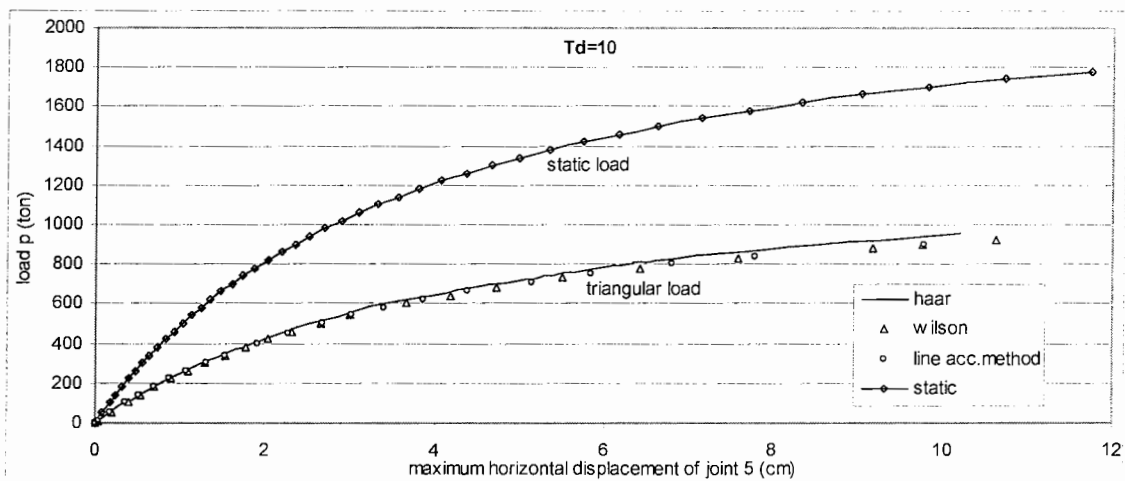
شکل (۶-۱۳): پاسخ قاب دو طبقه برای بار استاتیکی و دینامیکی خطی

در شکل (۶-۱۴) حد اکثر تغییر مکان افقی سازه در مقابل بارهای دینامیکی مختلف برای بار خطی با ضریب جانبی ۰/۰۲ نشان داده شده است و برای مقایسه حداکثر تغییر مکان افقی تحت همان بارگذاری اما بصورت استاتیکی نیز نشان داده شده است

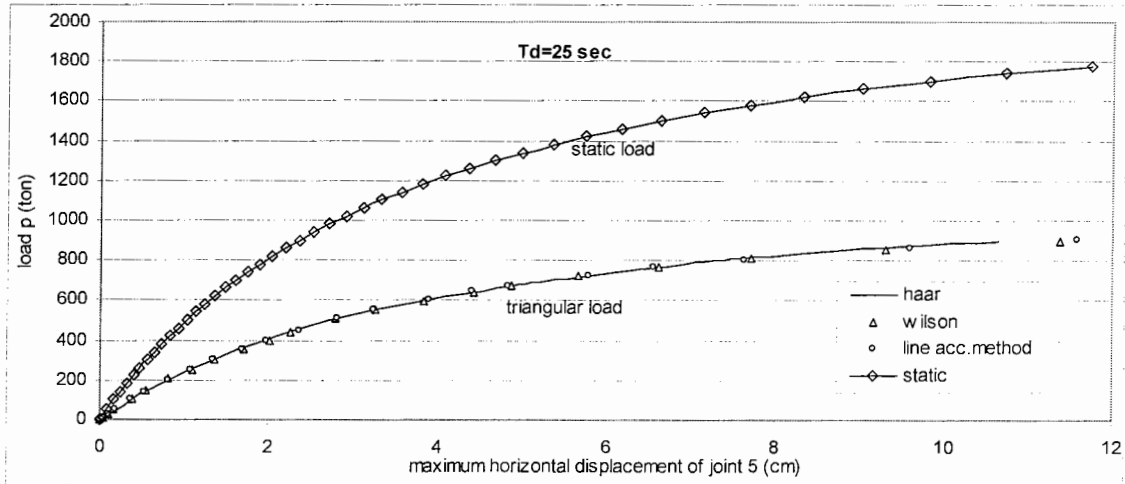


شکل (۶-۱۴): پاسخ قاب دو طبقه برای بار استاتیکی و دینامیکی خطی

در شکل‌های (۶-۱۵-الف و ب) حداکثر تغییر مکان افقی سازه در مقابل بار مثلثی نشان داده شده است. این کار برای بارهای مثلثی با طول ۲۵ ثانیه و ۱۰ ثانیه و با روشهای مختلف انجام شده است

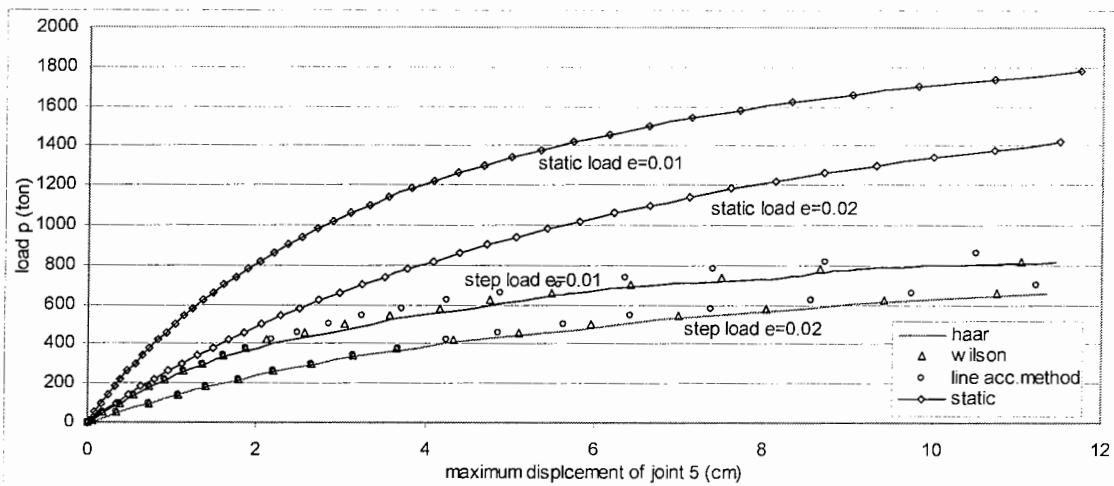


شکل (۶-۱۵-الف): پاسخ قاب دو طبقه برای بار دینامیکی مثلثی



شکل (۶-۱۵-ب): پاسخ قاب دو طبقه برای بار دینامیکی مثلثی

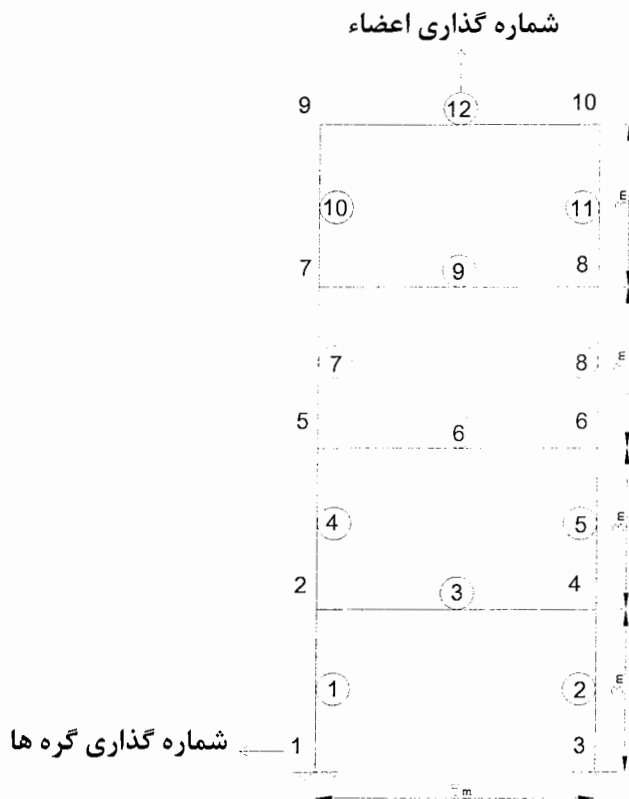
در شکل (۶-۱۶) حداکثر تغییر مکان جانبی سازه با ضرایب بار جانبی متفاوت برای بار دینامیکی خطی و بار استاتیکی رسم شده است. در این نمودار برای بار جانبی ضرایب  $0.1$  و  $0.2$  در نظر گرفته شده است.



شکل (۶-۱۶): پاسخ قاب دو طبقه برای بار استاتیکی و بار دینامیکی خطی با ضرایب بار جانبی متفاوت

### ۶-۷- قاب چهار طبقه با رفتار غیر خطی تحت اثر زلزله

در این مثال قاب چهار طبقه نشان داده شده در شکل (۶-۱۷) در نظر گرفته شده است. این قاب تحت اثر زلزله السنترو و با دو روش موجک هار و ویلسون- $\theta$  تحلیل شده است. برای تحلیل این قاب دو بازه زمانی  $d = 0.01$  و  $d = 0.02$  در نظر گرفته شده است. برای  $d = 0.01$  ثانیه جواب دو روش تقریباً بر هم منطبق می شود و این جواب را می توان به عنوان پاسخ واقعی سازه در نظر گرفت. اما برای بازه زمانی  $d = 0.02$  جوابها با پاسخ واقعی سازه تفاوت دارند. در مثال سوم برای سازه یک درجه آزادی نشان داده شد که روش موجک هار برای بازه های بزرگ از روش ویلسون- $\theta$  دقیقتر است. اما در مورد این سازه اختلاف آنها به یک نسبت می باشد. اطلاعات ورودی برنامه، نحوه بارگذاری و خروجی برنامه بصورت نمودار، در ادامه آورده شده است.



شکل (۶-۱۷): قاب چهار طبقه مربوط به مثال ششم

|                                 |                   |
|---------------------------------|-------------------|
| $E = 2100000 \text{ kg.f/cm}^2$ | $NS = 2$          |
| $NJ = 10$                       | $MN(1) = 1$       |
| $NE = 12$                       | $MN(2) = 3$       |
| $DELTA T = 0.01 \text{ sec}$    | $D(1,1) = 1$      |
| $TMAX = 10 \text{ sec}$         | $D(1,2) = 1$      |
| $A(1) = 149 \text{ cm}^2$       | $D(1,3) = 1$      |
| $AII(1) = 25170 \text{ cm}^4$   | $D(3,1) = 1$      |
| $A(2) = 149 \text{ cm}^2$       | $D(3,2) = 1$      |
| $AII(2) = 25170 \text{ cm}^4$   | $D(3,3) = 1$      |
| $A(3) = 149 \text{ cm}^2$       | $JOINT(1,1) = 1$  |
| $AII(3) = 25170 \text{ cm}^4$   | $JOINT(1,2) = 0$  |
| $A(4) = 149 \text{ cm}^2$       | $JOINT(1,3) = 0$  |
| $AII(4) = 25170 \text{ cm}^4$   | $JOINT(1,4) = 0$  |
| $A(5) = 149 \text{ cm}^2$       | $JOINT(1,5) = 0$  |
| $AII(5) = 25170 \text{ cm}^4$   | $JOINT(1,6) = 0$  |
| $A(6) = 149 \text{ cm}^2$       | $JOINT(1,7) = 0$  |
| $AII(6) = 25170 \text{ cm}^4$   | $JOINT(1,8) = 0$  |
| $A(7) = 149 \text{ cm}^2$       | $JOINT(1,9) = 0$  |
| $AII(7) = 25170 \text{ cm}^4$   | $JOINT(1,10) = 0$ |
| $A(8) = 149 \text{ cm}^2$       | $JOINT(1,11) = 0$ |
| $AII(8) = 25170 \text{ cm}^4$   | $JOINT(1,12) = 0$ |
| $A(9) = 149 \text{ cm}^2$       | $JOINT(2,1) = 1$  |
| $AII(9) = 25170 \text{ cm}^4$   | $JOINT(2,2) = 0$  |
| $A(10) = 149 \text{ cm}^2$      | $JOINT(2,3) = 1$  |
| $AII(10) = 25170 \text{ cm}^4$  | $JOINT(2,4) = 1$  |
| $A(11) = 149 \text{ cm}^2$      | $JOINT(2,5) = 0$  |
| $AII(11) = 25170 \text{ cm}^4$  | $JOINT(2,6) = 0$  |
| $A(12) = 149 \text{ cm}^2$      | $JOINT(2,7) = 0$  |
| $AII(12) = 25170 \text{ cm}^4$  | $JOINT(2,8) = 0$  |
|                                 | $JOINT(2,9) = 0$  |
|                                 | $JOINT(2,10) = 0$ |
|                                 | $JOINT(2,11) = 0$ |
|                                 | $JOINT(2,12) = 0$ |



|                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| $JOINT(3,1) = 0$  | $JOINT(6,5) = 1$  |
| $JOINT(3,2) = 1$  | $JOINT(6,6) = 1$  |
| $JOINT(3,3) = 0$  | $JOINT(6,7) = 0$  |
| $JOINT(3,4) = 0$  | $JOINT(6,8) = 1$  |
| $JOINT(3,5) = 0$  | $JOINT(6,9) = 0$  |
| $JOINT(3,6) = 0$  | $JOINT(6,10) = 0$ |
| $JOINT(4,1) = 0$  | $JOINT(6,11) = 0$ |
| $JOINT(4,2) = 1$  | $JOINT(6,12) = 0$ |
| $JOINT(4,3) = 1$  | $JOINT(7,1) = 0$  |
| $JOINT(4,4) = 0$  | $JOINT(7,2) = 0$  |
| $JOINT(4,5) = 1$  | $JOINT(7,3) = 0$  |
| $JOINT(4,6) = 0$  | $JOINT(7,4) = 0$  |
| $JOINT(4,7) = 0$  | $JOINT(7,5) = 0$  |
| $JOINT(4,8) = 0$  | $JOINT(7,6) = 0$  |
| $JOINT(4,9) = 0$  | $JOINT(7,7) = 1$  |
| $JOINT(4,10) = 0$ | $JOINT(7,8) = 0$  |
| $JOINT(4,11) = 0$ | $JOINT(7,9) = 1$  |
| $JOINT(4,12) = 0$ | $JOINT(7,10) = 1$ |
| $JOINT(5,1) = 0$  | $JOINT(7,11) = 0$ |
| $JOINT(5,2) = 0$  | $JOINT(7,12) = 0$ |
| $JOINT(5,3) = 0$  | $JOINT(8,1) = 0$  |
| $JOINT(5,4) = 1$  | $JOINT(8,2) = 0$  |
| $JOINT(5,5) = 0$  | $JOINT(8,3) = 0$  |
| $JOINT(5,6) = 1$  | $JOINT(8,4) = 0$  |
| $JOINT(5,7) = 1$  | $JOINT(8,5) = 0$  |
| $JOINT(5,8) = 0$  | $JOINT(8,6) = 0$  |
| $JOINT(5,9) = 0$  | $JOINT(8,7) = 0$  |
| $JOINT(5,10) = 0$ | $JOINT(8,8) = 1$  |
| $JOINT(5,11) = 0$ | $JOINT(8,9) = 1$  |
| $JOINT(5,12) = 0$ | $JOINT(8,10) = 0$ |
| $JOINT(6,1) = 0$  | $JOINT(8,11) = 1$ |
| $JOINT(6,2) = 0$  | $JOINT(8,12) = 0$ |
| $JOINT(6,3) = 0$  | $JOINT(9,1) = 0$  |
| $JOINT(6,4) = 0$  | $JOINT(9,2) = 0$  |

|                    |                  |
|--------------------|------------------|
| $JOINT(9,3) = 0$   | $G(6,2) = 600$   |
| $JOINT(9,4) = 0$   | $G(7,1) = 0$     |
| $JOINT(9,5) = 0$   | $G(7,2) = 900$   |
| $JOINT(9,6) = 0$   | $G(8,1) = 500$   |
| $JOINT(9,7) = 0$   | $G(8,2) = 900$   |
| $JOINT(9,8) = 0$   | $G(9,1) = 0$     |
| $JOINT(9,9) = 0$   | $G(9,2) = 1200$  |
| $JOINT(9,10) = 1$  | $G(10,1) = 500$  |
| $JOINT(9,11) = 0$  | $G(10,2) = 1200$ |
| $JOINT(9,12) = 1$  | $ME(1,1) = 1$    |
| $JOINT(10,1) = 0$  | $ME(1,2) = 2$    |
| $JOINT(10,2) = 0$  | $ME(2,1) = 3$    |
| $JOINT(10,3) = 0$  | $ME(2,2) = 4$    |
| $JOINT(10,4) = 0$  | $ME(3,1) = 2$    |
| $JOINT(10,5) = 0$  | $ME(3,2) = 4$    |
| $JOINT(10,6) = 0$  | $ME(4,1) = 2$    |
| $JOINT(10,7) = 0$  | $ME(4,2) = 5$    |
| $JOINT(10,8) = 0$  | $ME(5,1) = 4$    |
| $JOINT(10,9) = 0$  | $ME(5,2) = 6$    |
| $JOINT(10,10) = 0$ | $ME(6,1) = 5$    |
| $JOINT(10,11) = 1$ | $ME(6,2) = 6$    |
| $JOINT(10,12) = 1$ | $ME(7,1) = 5$    |
| $G(1,1) = 0$       | $ME(7,2) = 7$    |
| $G(1,2) = 0$       | $ME(8,1) = 6$    |
| $G(2,1) = 0$       | $ME(8,2) = 8$    |
| $G(2,2) = 300$     | $ME(9,1) = 7$    |
| $G(3,1) = 500$     | $ME(9,2) = 8$    |
| $G(3,2) = 0$       | $ME(10,1) = 7$   |
| $G(4,1) = 500$     | $ME(10,2) = 9$   |
| $G(4,2) = 300$     | $ME(11,1) = 8$   |
| $G(5,1) = 0$       | $ME(11,2) = 10$  |
| $G(5,2) = 600$     | $ME(12,1) = 9$   |
| $G(6,1) = 500$     | $ME(12,2) = 10$  |

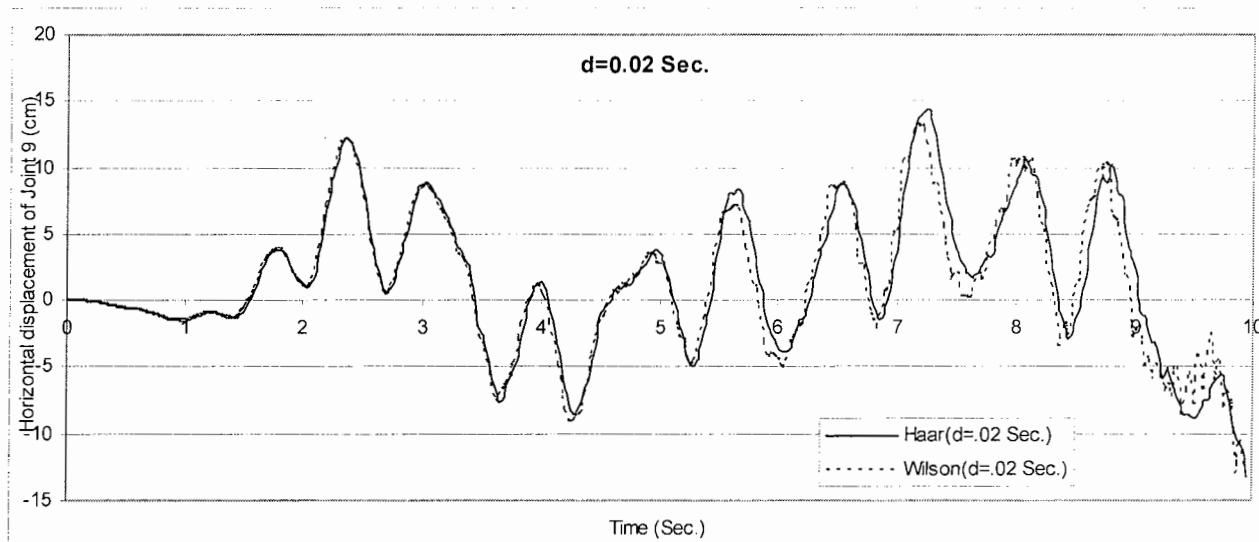
$$MBAR = 1.17 \frac{kg}{cm}$$

داده های ورودی برای تحلیل قاب چهار طبقه در بالا آورده شده است. برای تحلیل این قاب تحت اثر زلزله السنترو، ابتدا با استفاده از داده های عددی نمودار شتاب- زمان، بردار نیرو وارد به سازه در هر گام زمانی محاسبه می شود. این بردار با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود:

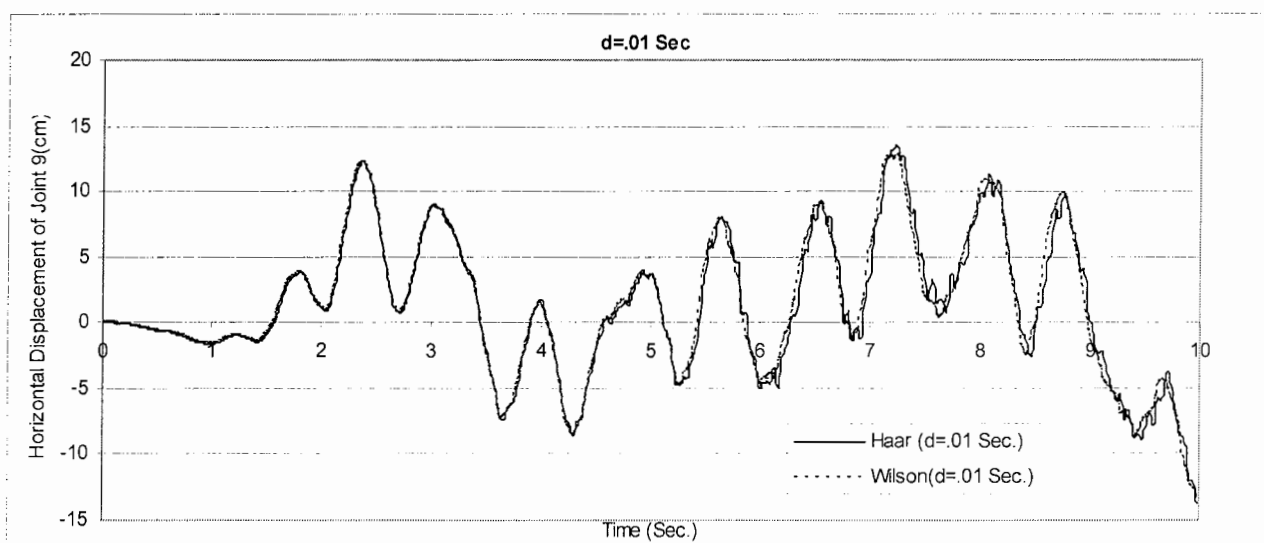
$$\{f\} = [M]\{\ddot{z}\}$$

با توجه به اینکه داده های عددی زلزله مقدار شتاب در هر دو صدم ثانیه می باشد، ابتدا یک بردار تشکیل می شود که تعداد اعضاء این بردار برابر با تعداد درجات آزادی سازه می باشد،  $\{\ddot{z}\}$  (در این مثال تعداد درجات آزادی 30 می باشد) مقدار کلیه اعضاء این بردار برابر با مقدار شتاب در زمان 0.02sec می باشد. سپس ماتریس جرم سازه که یک ماتریس  $30 \times 30$  می باشد تشکیل می شود. طبق رابطه بالا ماتریس جرم در بردار شتاب ضرب می شود و بردار نیروی وارد شده به سازه تحت اثر زلزله در زمان 0.02sec بدست می آید. (البته مقدار نیروی درجات آزادی تکیه گاه ها برابر صفر قرار می گیرد). بردار  $\{f\}$  در متغیر  $FORCE(I, J)$  ذخیره می گردد. در این متغیر  $I$  شماره درجات آزادی سیستم و  $J$  شماره بازه های زمانی می باشد، برای این بردار  $J = 1$  و  $I$  از 1 تا 30 تغییر می کند. پس از آن مقدار شتاب در زمان 0.04sec از داده های عددی شتاب زلزله برداشت شده و عملیات بالا برای آن تکرار می شود. به این صورت که یک بردار شتاب جدید،  $\{\ddot{z}\}$  به تعداد 30 عضو تشکیل شده و مقدار کلیه اعضاء آن برابر با شتاب در زمان 0.04sec قرار می گیرد. این بردار در ماتریس جرم سازه ضرب شده و حاصل ضرب در بردار  $\{f\}$  قرار می گیرد و مانند مرحله قبل این بردار در متغیر  $FORCE(I, J)$  ذخیره می شود. در این مرحله  $J = 2$  و  $I$  از 1 تا 30 تغییر می کند. این روند تا پایان زمان بارگذاری ادامه می یابد و بدین ترتیب بردار نیروی وارد به سازه تحت اثر زلزله بدست می آید. بردار نیروی بدست آمده، مختص همین سازه می باشد.

پس از محاسبه بردار نیرو ، جهت تحلیل سازه مانند دو مثال گذشته عمل می شود. نتایج حاصل از تحلیل برای  $d = 0.01\text{sec}$  و  $d = 0.02\text{sec}$  در شکل (۶-۱۸) نشان داده شده است.



شکل (۶-۱۸-الف) : پاسخ قاب چهار طبقه تحت اثر زلزله السنترو



شکل (۶-۱۸-ب) : پاسخ قاب چهار طبقه تحت اثر زلزله السنترو

## فصل هفتم

### برنامه رایانه ای

## ۷-۱ مقدمه

در این فصل برنامه رایانه ای به طور کامل توضیح داده شده و فلوجارت آن در انتهای فصل آورده شده است و متن برنامه نیز در پیوست می باشد. برنامه اصلی، تحلیل غیر خطی قابهای دو بعدی تحت نیروهای دینامیکی و استاتیکی بوده و تغییر شکل و نیروهای داخلی اعضا را محاسبه می نماید.

## ۷-۲ تعریف متغیرها و محاسبات اولیه

### ۷-۲-۱ تعریف متغیرها

ابتدا کلیه متغیرهای لازم و مورد استفاده در طول برنامه را مشخص نموده و نوع آنها را تعریف می کنیم (در این برنامه از انواع متغیرهای حقیقی، اعشاری، برداری و ماتریسی استفاده شده است)، سپس دو فایل ورودی و خروجی تعریف می کنیم (اطلاعات لازم برای برنامه از طریق فایل ورودی به برنامه منتقل می شود و برنامه نیز اطلاعات خود را از طریق فایل خروجی به ما منتقل می کند).

در این برنامه از متغیرهای زیاد و گوناگون استفاده شده است. جهت آشنایی، کاربرد آنها در

ذیل توضیح داده شده است:

|          |                        |
|----------|------------------------|
| $E$      | مدول ارتجاعی           |
| $NJ$     | تعداد گره های کل سیستم |
| $NE$     | تعداد اعضاء کل سیستم   |
| $A(I)$   | سطح مقطع اعضاء         |
| $AII(I)$ | گشتاور ماند اعضاء      |

|   |                   |
|---|-------------------|
| تعداد تکیه گاهها  | <i>NS</i>         |
| شماره تکیه گاهها  | <i>MN(I)</i>      |
| وضعیت درجات آزادی را نشان می دهد(باز یا بسته بودن درجات آزادی)                        | <i>D(I,J)</i>     |
| نیروی خارجی وارد به گره ها در بازه های زمانی مختلف                                    | <i>FORCE(I,J)</i> |
| رابطه اعضاء با گره ها را نشان می دهد (اعضایی که در یک گره بهم می رسند را مشخص می کند) | <i>JOINT(I,J)</i> |
| مختصات گره ها را نشان می دهد.   | <i>G(I,J)</i>     |
| شماره عضو را گرفته و شماره گره های دو طرف آن را به ما می دهد.                         | <i>ME(I,J)</i>    |
| وزن واحد طول اعضاء  | <i>MBAR</i>       |
| نیروهای عضو در مختصات محلی $M1, M2, QL$   | <i>S1, S2, S3</i> |
| $\theta_1$ زاویه چرخش در مختصات محلی  | <i>TETA1</i>      |
| $\theta_2$ زاویه چرخش در مختصات محلی  | <i>TETA2</i>      |
| $\delta$ کرنش محوری   | <i>DELTA</i>      |
| $\alpha$ زاویه وتر عضو بعد از جابجایی و چرخش نسبت به محور افقی                        | <i>ALFA</i>       |
| $\alpha''$ زاویه وتر عضو بعد از جابجایی نسبت به محور افقی                             | <i>AALFA</i>      |
| $\rho$ زاویه چرخش عضو بعد از جابجایی ( $\rho = \alpha - \alpha''$ )                   | <i>RO</i>         |
| $u$ تغییر طول وتر عضو   | <i>U</i>          |
| $\cos \alpha$   | <i>M</i>          |
| $\sin \alpha$   | <i>N</i>          |
| طول اعضاء   | <i>L</i>          |

|  |           |
|--|-----------|
| نیروی محوری اعضا                           | $Q$       |
| ضریب $C_1$                                 | $C1$      |
| ضریب $C_2$                                 | $C2$      |
| ضریب $B_1$                                 | $B1$      |
| ضریب $B_2$                                 | $B2$      |
| ضریب $C'_1$                                | $CC1$     |
| ضریب $C'_2$                                | $CC2$     |
| ضریب $B'_1$                                | $BB1$     |
| ضریب $B'_2$                                | $BB2$     |
| نیروی استاتیکی                             | $P$       |
| نیروی استاتیکی در یک بازه زمانی $\Delta p$ | $DP$      |
| بردار جابجایی در مختصات کلی $\{v\}$        | $LVV$     |
| ماتریس سختی در مختصات محلی $[t]$           | $T(3,3)$  |
| ماتریس هندسی سختی $[g_1]$                  | $G1(6,6)$ |
| ماتریس هندسی سختی $[g_2]$                  | $G2(6,6)$ |
| ماتریس هندسی سختی $[g_3]$                  | $G3(6,6)$ |
| ماتریس انتقال $[B]$                        | $B(6,3)$  |
| ماتریس ترانزاده انتقال $[BT]$              | $BT(3,6)$ |
| $q$ نسبت مورد استفاده در روابط پایداری     | $QQ$      |
| $c_b$ ضریب تصحیح طول                       | $CB$      |



|  |          |
|--|----------|
| $G_1$ پارامتر مورد استفاده در ماتریس سختی محلی عضو | $G11$    |
| $G_2$ پارامتر مورد استفاده در ماتریس سختی محلی عضو | $G22$    |
| تغییر مکان حداکثر                                  | $YIMAX$  |
| زمان کل  | $TMAX$   |
| $\theta$ ضریب روش ویلسون-                          | $THETA$  |
| $\Delta t$ طول یک بازه زمانی                       | $DELTAT$ |

### ۲-۲-۷ محاسبه طول و زوایا

برنامه بعد از تعریف متغیرها و خواندن کلیه اطلاعات از روی فایل ورودی (این فایل قبل از شروع برنامه توسط کاربر بصورت یک فایل متنی در محل نصب برنامه ایجاد می شود) محاسبات خود را شروع می کند، به این صورت که ابتدا با ضرب تعداد گره ها در ۳، تعداد درجات آزادی کل سیستم را بدست می آورد و سپس کلیه متغیرها را بر حسب تعداد درجات آزادی در نظر می گیرد (تعداد ردیفهای بردارها، سطر و ستون ماتریسها را بر اساس  $3 \times NJ$  تنظیم می کند). سپس طول تک تک اعضا را محاسبه می کند. این کار با استفاده از رابطه (۲-۱۱) فصل دوم و مختصات دو سر آنها انجام می شود. (توضیح کاملتر اینکه ابتدا با بکارگیری متغیر  $ME(I, J)$  برای هر عضو، شماره گره های دو طرف آن را بدست می آورد و سپس با استفاده از متغیر  $G(I, J)$  مختصات دو گره را خوانده و در رابطه (۲-۱۱) قرار داده و طول تک تک اعضا را بدست می آورد و در متغیر  $L(I)$  قرار می دهد). سپس با استفاده از رابطه های (۲-۴)، (۲-۹) و (۲-۱۰)  $\alpha'', \alpha, m, n$  را محاسبه می کند. برنامه این کار را با

استفاده از یک حلقه  $DO$  به تعداد تکرار  $NE$  و با بکارگیری متغیرهای  $ME(I,J)$  و  $G(I,J)$  انجام می دهد.

### ۷-۲-۳ محاسبه ماتریس بارگذاری

همانطور که در فصل چهارم بطور مفصل توضیح داده شد ، در این روش برای بدست آوردن پاسخ سازه منحنی بار به قسمتهایی با طول مشخص تقسیم می شود. لذا کل زمان بارگذاری با  $TMAX$  و طول تک تک بازه ها با  $DELTA T$  به برنامه معرفی می شود و برنامه با تقسیم  $TMAX$  بر  $DELTA T$  تعداد بازه ها را مشخص می کند. پس از آن بارگذاری وارده به سیستم توسط حلقه  $DO$  و متغیر  $FORCE$  در تمام بازه های زمانی برای برنامه تعریف می شود. به این صورت که در ماتریس  $FORCE(I,J)$

$I$ : تعداد ردیفهای ماتریس بارگذاری بوده و نشان دهنده شماره درجه آزادی که بار به آن وارد شده است

$J$ : تعداد ستونهای ماتریس بارگذاری بوده و نشان دهنده شماره بازه زمانی می باشد.

$FORCE$ : درایه ماتریس بارگذاری بوده و نشان دهنده مقدار بار وارده به درجه آزادی  $I$  در

بازه زمانی  $J$  می باشد.

### ۷-۲-۴ محاسبه ماتریس جرم سیستم

با داشتن طول و وزن واحد طول هر عضو و همچنین رابطه (۳-۶۸) ، ماتریس جرم عضو را برای تک تک اعضا محاسبه می کنیم و سپس ماتریس انتقال را با استفاده از پارامترهایی که

در بخش (۷-۲-۲) بدست آورده ایم برای تک تک اعضا محاسبه می کنیم و با ضرب ماتریس انتقال در ماتریس جرم و ترانزاده ماتریس انتقال، ماتریس جرم تک تک اعضا در مختصات کلی بدست می آید سپس با استفاده از حلقه  $DO$  به تعداد تکرار درجات آزادی کل سیستم ماتریس جرم کل سیستم در مختصات کلی را از سوار کردن ماتریس جرم تک تک اعضا محاسبه می کنیم.

### ۷-۳ محاسبات اصلی برنامه

در این مرحله سیکل اصلی برنامه شروع می شود. این سیکل با حلقه  $DO$  به تعداد  $NT$  (تعداد بازه های زمانی) تکرار می شود. پس از شروع حلقه، برنامه در بازه زمانی اول قرار می گیرد و با استفاده از زیر برنامه  $DAT2$  ماتریس سختی کل سیستم  $[K]$  و سپس با استفاده از زیر برنامه  $DAT5$  بردار جابجایی  $\{U\}$  و سرعت  $\{V\}$  سیستم و همچنین مشخصات جدید سیستم  $\theta_2, \theta_1, u, \delta, \rho, n, m, \alpha, \alpha$  را محاسبه می کند.

پس از آن یک حلقه داخلی با استفاده از دستور  $DO$  به تعداد تکرار، تعداد اعضا  $NE$  تشکیل داده و در این حلقه با استفاده از زیر برنامه های  $DAT3$  و  $DAT6$  ماتریس انتقال  $\{B\}$  و بردار نیرو  $\{F\}$  در مختصات محلی را بدست می آورد. پس از آن با ضرب ماتریس انتقال در بردار نیرو (در مختصات محلی)، بردار نیرو در مختصات کلی بدست می آید. سپس با استفاده از متغیر  $JOINT$  (این متغیر اعضایی که در یک گره به هم می رسند مشخص می کند) و بردار نیروی هر عضو در مختصات کلی، جمع جبری نیروها در هر گره را بدست می آورد و با نیروی خارجی وارد به گره مقایسه نموده که نیروهای نامتعادل در گره ها بدست

می آیند. سپس با استفاده از روند تکرار نیوتن-رافسون، نیروهای نامتعادل گره ای را به حداقل (کمتر از خطای مجاز) می رسانیم. پس از اتمام این کار به پایان حلقه  $DO$  می رسیم و حلقه دوباره به ابتدا برگشته و برای بازه زمانی دوم همان دستورات و فرمانهایی که برای بازه زمانی اول انجام شد با استفاده از اطلاعات جدید که در انتهای بازه زمانی قبلی بدست آمد تکرار می شود و این روند و تکرار تا اتمام بازه های زمانی و اتمام بارگذاری ادامه می یابد که البته در طی این تکرارها تغییر مکان ماکزیمم و یا تغییر مکان در انتهای هر بازه زمانی در یک فایل خروجی ذخیره می شوند که با استفاده از این فایل انواع نمودارهای لازم را می توانیم ترسیم نماییم.

## ۴-۷ زیر برنامه ها

### ۱-۴-۷ زیر برنامه $DAT1$

در این زیربرنامه با استفاده از توابع و فرمولهای گفته شده در فصل دوم ضرایب لازم مانند که در محاسبه ماتریس سختی و همچنین محاسبه نیروهای انتهایی محلی عضو با استفاده از تغییر شکل های نسبی عضو کاربرد دارند، بدست می آوریم. محاسبات مربوط به این قسمت در فرمولهای (۲-۱۶)، (۲-۱۷) و ... (۲-۳۸) فصل اول بطور کامل توضیح داده شده است

### ۲-۴-۷ زیر برنامه $DAT2$

در این قسمت، برنامه با استفاده از  $DAT1$  و  $DAT3$  و  $DAT4$  ضرایب لازم و همچنین ماتریس انتقال و ماتریس هندسی اعضا را محاسبه کرده و سپس با استفاده از آنها و رابطه

(۲-۴۳) در فصل دوم ماتریس سختی تک تک اعضا را محاسبه می کند و با استفاده از حلقه *DO* ماتریس سختی تک تک اعضا را روی هم سوار نموده و ماتریس سختی کل سیستم را محاسبه می کند .

#### ۷-۴-۳ زیربرنامه *DAT3*

این زیر برنامه ماتریس انتقال عضو را محاسبه می کند. این ماتریس در فصل اول در رابطه (۲-۳) نشان داده شده است. درایه های این ماتریس با استفاده از مشخصات سیستم بدست می آیند.

#### ۷-۴-۴ زیر برنامه *DAT4*

این زیر برنامه با استفاده از مشخصات سیستم و رابطه های (۲-۵۱) و (۲-۵۲) که در فصل دوم توضیح داده شده اند ماتریسهای هندسی عضو را محاسبه می کند.

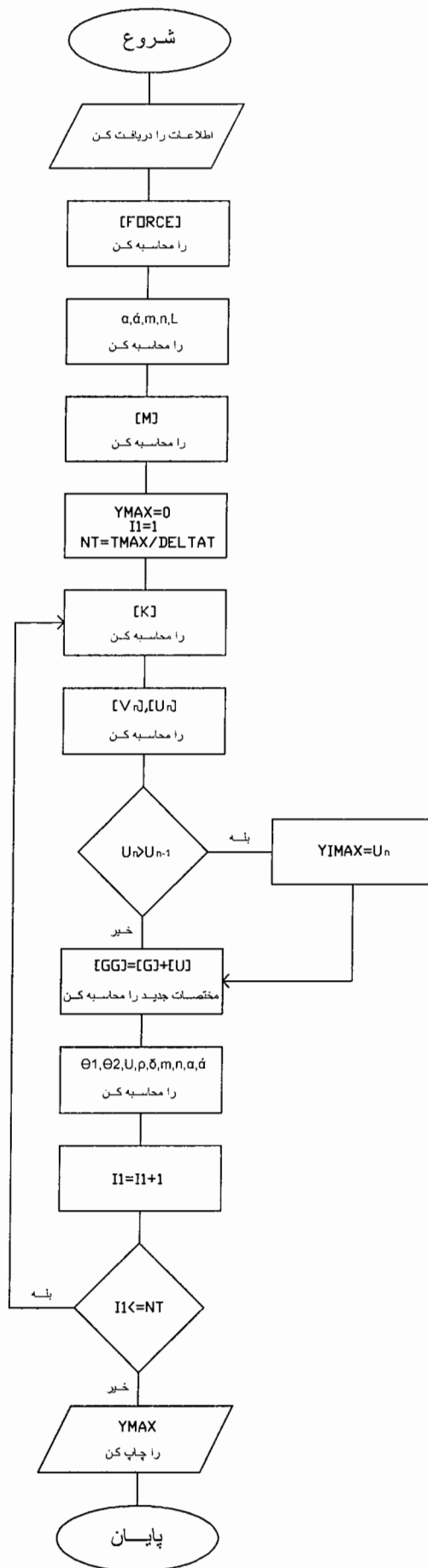
#### ۷-۴-۵ زیربرنامه *DAT5*

این زیر برنامه مهمترین قسمت برنامه بوده که در آن اطلاعات محاسبه شده سیستم ، مانند ماتریس جرم سیستم ، ماتریس سختی سیستم و بردار بار سیستم در یک بازه زمانی را در روابط گفته شده در فصل پنجم (۵-۴۰) و (۵-۴۱) قرار می دهد و جابجایی کل از زمان شروع بارگذاری تا پایان بازه زمانی و سرعت در پایان بازه زمانی گفته شده بدست می آید. با این اطلاعات بردار جابجایی و سرعت کل سیستم را تشکیل می دهیم. سپس می توانیم برای تک

تک درجات آزادی بردار جابجایی بدست آمده در این بازه زمانی را با بردار جابجایی بازه زمانی قبلی مقایسه کرده که در صورت بزرگتر بودن در متغیر  $YMAX$  (تغییر مکان حداکثر) جایگزین شود. بدین وسیله تغییر مکان ماکزیمم برای هر درجه آزادی در پایان بارگذاری بدست می آید. پس از آن بردار جابجایی با مختصات اولیه گره های سیستم جمع می شود و مختصات جدید گره ها بعد از جابجایی بدست می آید سپس با استفاده از مختصات جدید، مشخصات جدید سیستم  $\theta_2, \theta_1, u, \delta, \rho, n, m, \alpha'', \alpha$  برای گام بعدی (بازه زمانی بعدی) با استفاده از روابط (۲-۴)، (۲-۵)، ..، (۲-۱۱) گفته شده در فصل اول محاسبه می شود.

#### ۷-۴-۶ زیر برنامه DAT6

در این زیر برنامه مقدار دقیق نیروی محوری محاسبه شده و با استفاده از آن نیروهای دو سر اعضاء در مختصات محلی محاسبه می شود. با توجه به اینکه در رابطه (۲-۱۴)، (فرمول محاسبه نیروی محوری) ضریب تصحیح طول  $cb$  وجود دارد و از آنجا که خود این ضریب نیز تابعی از نیروی محوری می باشد، محاسبه دقیق نیروی محوری احتیاج به محاسبه دقیق ضریب  $cb$  دارد به همین جهت در این قسمت با استفاده از حلقه تکرار  $DO$  و روش سعی و خطا ابتدا با استفاده از نیروی محوری بدست آمده از گامهای قبل ضریب  $cb$  را بدست می آوریم، سپس با قرار دادن  $cb$  جدید در رابطه (۲-۱۴) نیروی محوری جدید را بدست می آوریم در این مرحله به پایان حلقه  $DO$  رسیده و روند بالا را تکرار می کنیم، این روند تا زمانی ادامه می یابد که اختلاف بین نیروی محوری جدید و قبلی از خطای مجاز کمتر شود. حال با داشتن مقدار دقیق نیروی محوری و با استفاده از رابطه های فصل اول (۲-۱۲) و (۲-۱۳) نیروهای انتهایی در دو سر اعضاء در مختصات محلی را بدست می آوریم.



## فصل هشتم

نتایج، بحث در نتایج و پیشنهاد



## ۸-۱- نتایج و بحث در نتایج

هدف کلی این تحقیق ارائه روشی جدید برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستمهای خطی و غیر خطی با استفاده از تئوری موجکی است. این هدف با استفاده از موجک هار و روندی که در فصل پنجم توضیح داده شده، عملی گردیده است. برای دستیابی به هدف این پایان نامه از ساده ترین موجک یعنی موجک هار استفاده شده است. از این موجک برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستمهای خطی و غیر خطی استفاده شده است. برای حل ابتدا معادله فوق به دو معادله دیفرانسیل مرتبه اول تقسیم شده و سپس در هر کدام از این معادله ها عبارت دارای بالاترین درجه مشتق بر حسب سری هار بسط داده می شود. توابع هار توابعی متعامد می باشند و بسط دادن یک عبارت بر حسب آنها دقیقاً مانند بسط فوریه می باشد. پس از بسط دادن، از عبارت بسط داده شده انتگرال گرفته می شود. با توجه به روابطی که از خانواده موجک هار به دست می آید عملیات انتگرال گیری به یک عملیات ضرب تبدیل می شود. بدین ترتیب دو معادله دیفرانسیل مرتبه دو به یک دستگاه معادلات تبدیل می شوند. این دستگاه به سادگی حل می شود و جوابهای معادله به دست می آیند.

برای به دست آوردن پاسخ سازه ابتدا منحنی بار به قسمتهایی با طول مشخص تقسیم می شود. اگر کل منحنی بار فقط یک قطعه در نظر گرفته شود، روند طی شده برای حل معادله روش *CHM* می باشد. اما اگر منحنی بار به تعداد مشخصی قطعات با طول مشخص تقسیم شود، آنگاه روش مورد استفاده روش *SM* می باشد. در این روش اگر فقط از جمله اول سری هار استفاده شود، روش *PCA* به وجود می آید. در این پایان نامه از روش *PCA* برای حل معادله استفاده شده است.

برای بررسی جامع و دقیق توانایی و یا عدم توانایی روش جدید در تحلیل سازه ها، رفتار غیر خطی سازه نیز در نظر گرفته شده است. برای این منظور سازه هایی با خواص غیر خطی هندسی بررسی

شده اند. ماتریس سختی مورد استفاده برای این سازه ها ماتریس سختی مماسی می باشد که روش به دست آوردن آن در فصل دوم تشریح شده است. همچنین برای حصول همگرایی در هر گام از روند تکرار نیوتن-رافسون استفاده شده است.

نتایج به دست آمده از این تحقیق به شرح زیر می باشد.

- مهمترین نتیجه به دست آمده از این تحقیق، روش جدید حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستمهای با رفتار خطی و غیر خطی می باشد.

- روش جدید فرمولبندی بسیار ساده ای دارد و استفاده از آن حتی برای کسانی که با تئوری موجکی آشنایی چندانی ندارند نیز ساده می باشد.

- روش جدید برای سازه ها با هر نوع رفتاری اعم از خطی و غیر خطی کاربرد دارد و فرمولبندی آن در هر حالتی تغییر نمی کند.

- فرمولبندی روش جدید برای سازه ها با هر تعداد درجات آزادی کاربرد دارد و از این نظر محدودیتی ندارد .

- در سازه یک درجه آزادی در هر دو حالت خطی و غیر خطی، جوابهای به دست آمده نسبت به سایر روشها از دقت مناسبی برخوردار هستند.

## ۸-۲- پیشنهاد

روشی که در اینجا ارائه شده است به عنوان اولین قدم در استفاده از موجک برای حل معادله می باشد. علی رغم این موضوع روش جدید دارای کارایی خوبی برای حل مسائل مختلف تحلیل سازه ها می باشد. به منظور توسعه روش ارائه شده و رسیدن به دقت و کارایی بیشتر موارد زیر پیشنهاد می شود.

- ۱- روش ارائه شده در اینجا با استفاده از موجک هار به دست آمده است و برای حل معادله فقط از جمله اول سری هار استفاده شده است. به همین دلیل این روش برای توابعی که هموار باشند جوابهای بهتری می دهد. به همین دلیل برای رسیدن به جوابی بهتر در مورد توابعی که تغییرات ناگهانی دارند باید از جملات بیشتری از سری هار استفاده نمود.
- ۲- چون بارگذاری مربوط به زلزله دارای شکستگیها و تغییرات ناگهانی زیادی می باشد، راه دیگر رسیدن به دقت قابل قبول بدون استفاده از جملات بیشتر سری هار، استفاده از موجکهای با شکلهای سازگارتر می باشد. تعدادی از این موجکها در فصل چهارم معرفی شده اند که می توان از آنها به جای موجک هار استفاده نمود.
- ۳- استفاده از موجک برای تحلیل سازه های سه بعدی و همچنین سازه های پیوسته مانند صفحات و پوستها.

# منابع و مراجع

- [1]- Johnston, B.G., "Guide to stability design for metal structure", chap.15, 3<sup>rd</sup> ed., structural stability research council, John Wiley and sons, Inc New York, N.Y., (1976)
- [2]- Alvarez, R. J., and Birnstiel, C., "Inelastic Analysis of multistory multibay frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, NO. ST11, Proc. Paper 6922, PP. 2477-2503, Nov., (1969).
- [3]- Jonatowski, J. J., and Birnstiel, C., "Inelastic stiffened suspension space structures", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, NO. ST6, proc. Paper 7364, PP. 1143-1166, June, (1970).
- [4]- Korn, A., and Galambos, T. V., "Behavior of elastic-plastic frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, NO. ST5, proc. Paper 5942, PP. 1119-1142, May, (1968).
- [5]- Majid, K.I., "Non-linear structures", John Wiley and sons, Inc., New York, N.Y., PP. 208-209, (1972).
- [6]- Kassimali, A., "Nolinear static and dynamic analysis of frames", thesis presented to the university of Missouri, at Columbia, Mo., in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy, (1976).
- [7]- Oran, C., "Tangent stiffness in plane frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, NO. ST6, proc. Paper 9810, PP. 973-985, June, (1973).
- [8]- Oran, C., "Tangent stiffness in space frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, NO. ST6, proc. Paper 9813, PP. 987-1001, June, (1973).
- [9]- Kassimali, A., "Large deformation analysis of elastic-plastic frames", J. Struct. Engng., ASCE, 109(8), PP. 1969-1886, (1983).
- [10]- Saafan, S. A., "Nonlinear behavior of structural plane frames", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 89, NO. ST4, proc. Paper 3615, PP. 557-579, Aug, (1963).

[۱۱]- پاز، م. و "تئوری و روشهای محاسبه دینامیک سازه" و ترجمه حسن مقدم و عباس خواجه

کرم الدینی، مؤسسه بین المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، ۱۳۷۴

- [12]- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., and Poggi, JM., "Wavelet Toolbox Users Guide: for use with MATLAB", The Math. Works, (2001).
- [13]- Mallat, S., "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation", IEEE Pattern Anal. And Machine Intell., Vol. 11, No 7, PP. 674-693, (1989).
- [14]- Strang, G. and Nguyen, T., "Wavelets and filter banks", Wellesley, Cambridge Press, (1996).
- [15]- Hubbard, B. B., "The world according to wavelets", A.K. Peters, Wellesley, (1996).

- [16]- Frag, M., "Wavelet transforms and their application to turbulence", Ann. Rev. Fluid Mech., Vol.24, PP. 395-457 , !1992).
- [17]- Daubechies, I., "Ten lectures on wavelets", CBMS-NSF, Conference Series in Applied Mathematics, New York, (1992).
- [18]- Morlet, J., Arens, G., Fougéau, E., and Giard, D., "Wave propagation and sampling theory", Geophysics, Vol. 47, PP . 203-236, (1982).
- [19]- Lepik, U., "Numerical solution of differential equation using haar wavelets", Mathematics and Computers in Simulation, Vol. xxx, PP . xxx-xxx,(2004).
- [20]- Stankovic, R. S., and Falkowski, B. J "The haar wavelet transform: its status and achievement", Comput. Elec. Eng., Vol.29, PP . 24-44, (2003).
- [21]- Chen, C.F ., and Hsiao, C. H., "Haar wavelet method for solving lumped and distributed-parameter system", IEE Proc. Control Theory Appl., Vol. 144, PP .87-94, (1997).
- [22]- Chen, C.F ., and Hsiao, C. H., "Wavelet approach to optimizing dynamic system", IEE Proc., Control Theory Appl., Vol. 146, PP . 213-219, (1997).
- [23]- Cattani, C., "Haar wavelets based technique in evolution problems", Proc., Estonian Acad. Sci. Phys. Math., Vol. 51, PP . 45-63, (2004).
- [24]- Goedecker, S., and Ivanov, O., "Solution of multiscale partial differential equations using wavelets", Comput. Phys., Vol. 12, PP . 548-555, (1998).
- [25]- Chen, C.F ., and Hsiao, C. H., "Haar wavelet approach to nonlinear stiff systems", Math. Comput. Simulat., Vol. 57 , PP . 347-353, (2001).

پیوست

```

! haar tahlil kheir khati

module one
real, allocatable::s1(:),s2(:),s3(:),teta1(:),teta2(:),delta(:)
real, allocatable::Q(:),L(:),A(:),F(:,:),ALFA(:),M(:),N(:),AII(:)
real, allocatable::C1(:),C2(:),B1(:),B2(:),CC1(:),CC2(:),BB1(:)
real, allocatable::BB2(:),AALFA(:),RO(:),U(:)
integer, allocatable::ME(:,:),LL(:),MM(:),MN(:)
real, allocatable::P(:),DP(:),LV(:),DQ(:),TAO(:,:),TAO1(:,:)
real, allocatable::LVV(:),FF(:),DQQ(:),G(:,:),GG(:,:)
integer, allocatable::D(:,:),JOINT(:,:),LLV(:)
REAL::T(3,3),G1(6,6),G2(6,6),G3(6,6),B(6,3),BT(3,6),BT1(6,3),TT(6,6),LLL(6)
END MODULE ONE
MODULE TWO
INTEGER::NJ,NE,I,NS,J,I1,I2,JJ,MMM,NNN,AL,K,I5,IJ,CONTORUL,TDDD
REAL::E,QQ,FI,CB,G11,G22,H,SUMX,Q1,XX,XXX,XXXX,YIMAX,PP,DPP,TDD,YIMIN,yimax5,yimax10,yimax11
1
END MODULE TWO
MODULE THREE
INTEGER::NL,NT,KN,III,JJJ
REAL::TMAX,MBL,QQQ,PPP,THETA,DELTAT,A1,A2,A3,A4
REAL::MASS1(6,6),TBT(6,6),TB(6,6)
real, allocatable::FORCE(:,:),MBAR(:),MASS(:,:)
real, allocatable::FI1(:),FI2(:),YI(:),VI(:),YY(:,:),VV(:,:)
real, allocatable::YI1(:),VI1(:)
real, allocatable::KM(:,:),YI11(:),VI11(:),FI11(:),AI11(:),FI12(:)
END MODULE THREE
PROGRAM NONLINER_ANALYSIS
USE ONE
USE TWO
USE THREE
IMPLICIT NONE
OPEN(500,FILE='INPUT44.TXT')
OPEN(11,FILE='OUTPUT.TXT')
OPEN(666,FILE='OUTPUTy.TXT')
WRITE(*,'(A)')' MOUOLE ELASTISITY='
READ(500,*)E
WRITE(*,'(A)')' NUMBER OF JOINT='
READ(500,*)NJ
ALLOCATE(P(3*NJ),DP(3*NJ),LV(3*NJ),DQ(3*NJ),TAO(3*NJ,3*NJ),TAO1(3*NJ,3*NJ))
ALLOCATE(LVV(3*NJ),FF(3*NJ),DQQ(3*NJ))
ALLOCATE(G(NJ,2),GG(NJ,2))
ALLOCATE(D(NJ,3))
WRITE(*,'(A)')' NUMBER OF ELEMENT='
READ(500,*)NE
ALLOCATE(S1(NE),S2(NE),S3(NE),TETA1(NE),TETA2(NE),DELTA(NE))
ALLOCATE(Q(NE),L(NE),A(NE),AII(NE),F(4*NE,NE),ALFA(NE),M(NE),N(NE))
ALLOCATE(C1(NE),C2(NE),B1(NE),B2(NE),CC1(NE),CC2(NE),BB1(NE))
ALLOCATE(BB2(NE),AALFA(NE),RO(NE),U(NE))
ALLOCATE(ME(NE,2),LL(NE),MM(NE))
ALLOCATE(JOINT(NJ,NE),LLV(3*NJ))
READ(500,*)NL,DELTAT,TMAX
NT=TMAX/DELTAT
ALLOCATE(FORCE(3*NJ,NT+1))
ALLOCATE(MBAR(NE),MASS(3*NJ,3*NJ))
ALLOCATE(YY(3*NJ,NT+1),VV(3*NJ,NT+1))
ALLOCATE(FI1(3*NJ),FI2(3*NJ))
ALLOCATE(YI(3*NJ),VI(3*NJ))
ALLOCATE(KM(3*NJ,3*NJ))
ALLOCATE(YI1(3*NJ),VI1(3*NJ),YI11(3*NJ),VI11(3*NJ))
ALLOCATE(FI11(3*NJ),AI11(3*NJ),FI12(3*NJ))
yimax5=0
yimax10=0
yimax11=0
YIMAX=0.0
YIMIN=0.0
LLV(:)=0
DO I=1,NE
WRITE(*,'(A,I2,A)')' A(',I,')='
READ(500,*)A(I)

```



```

WRITE(*, '(A, I2, A)') ' AII(' , I, ')='
READ(500, *)AII(I)
END DO
WRITE(*, '(A)') ' NS='
READ(500, *)NS
ALLOCATE(MN(NS))
DO I=1, NJ
DO J=1, 3
D(I, J)=0
END DO
END DO
DO I=1, NS
WRITE(*, '(A, I2, A)') ' MN(' , I, ')='
READ(500, *)MN(I)
END DO
DO I=1, NS
WRITE(*, '(A, I2, A, A, A)') ' D(' , MN(I), ', ', '1', ')='
READ(500, *)D(MN(I), 1)
WRITE(*, '(A, I2, A, A, A)') ' D(' , MN(I), ', ', '2', ')='
READ(500, *)D(MN(I), 2)
WRITE(*, '(A, I2, A, A, A)') ' D(' , MN(I), ', ', '3', ')='
READ(500, *)D(MN(I), 3)
END DO

FORCE=0.0
PP=200000
TDD=10
TDDD=TDD/DELTAT
DPP=PP/TDDD
DO J=1, TDDD;
FORCE(4, J)=0.01*(PP-(J-1)*DPP)
FORCE(5, J)=- (PP-(J-1)*DPP)
FORCE(11, J)=- (PP-(J-1)*DPP)
END DO;
DO I=1, NJ
DO J=1, NE
WRITE(*, '(A, I2, A, I2, A)') ' JOINT(' , I, ', ', 'J', ')='
READ(500, *)JOINT(I, J)
END DO
END DO
DO I=1, NJ
DO J=1, 2
WRITE(*, '(A, I2, A, I2, A)') ' G(' , I, ', ', 'J', ')='
READ(500, *)G(I, J)
END DO
END DO
DO I=1, NE
DO J=1, 2
WRITE(*, '(A, I2, A, I2, A)') ' ME(' , I, ', ', 'J', ')='
READ(500, *)ME(I, J)
END DO
END DO
READ(500, *)MBAR

DO I=1, NE
LL(I)=ME(I, 1)
MM(I)=ME(I, 2)
L(I)=SQRT((G(MM(I), 1)-G(LL(I), 1))**2+(G(MM(I), 2)-G(LL(I), 2))**2)
END DO

DO I=1, NJ
DP(3*I-2)=P(3*I-2)/20
DP(3*I-1)=P(3*I-1)/20
DP(3*I)=P(3*I)/20
END DO

DO I=1, 3*NJ
LV(I)=0.0000000
END DO
DO I=1, NE

```

```

S1(I)=0.0000000
S2(I)=0.0000000
S3(I)=0.0000000
TETA1(I)=0.0000000
TETA2(I)=0.0000000
DELTA(I)=0.0000000
Q(I)=0
END DO
F=0
DO I=1,NE
LL(I)=ME(I,1)
MM(I)=ME(I,2)
XX=G(MM(I),1)-G(LL(I),1)
IF(XX==0)THEN
XX=.0000000001
END IF
ALFA(I)=ATAN((G(MM(I),2)-G(LL(I),2))/XX)
M(I)=COS(ALFA(I))
N(I)=SIN(ALFA(I))
IF(M(I)<.00001)THEN
M(I)=0.0000000
END IF
END DO
DO J=1,NE
MBL=MBAR(J)*L(J)/420
MASS1(1,1)=140
MASS1(2,1)=0
MASS1(3,1)=0
MASS1(4,1)=70
MASS1(5,1)=0
MASS1(6,1)=0

MASS1(1,2)=0
MASS1(2,2)=156
MASS1(3,2)=22*L(J)
MASS1(4,2)=0
MASS1(5,2)=54
MASS1(6,2)=-13*L(J)

MASS1(1,3)=0
MASS1(2,3)=22*L(J)
MASS1(3,3)=4*L(J)**2
MASS1(4,3)=0
MASS1(5,3)=13*L(J)
MASS1(6,3)=-3*L(J)**2

MASS1(1,4)=70
MASS1(2,4)=0
MASS1(3,4)=0
MASS1(4,4)=140
MASS1(5,4)=0
MASS1(6,4)=0

MASS1(1,5)=0
MASS1(2,5)=54
MASS1(3,5)=13*L(J)
MASS1(4,5)=0
MASS1(5,5)=156
MASS1(6,5)=-22*L(J)

MASS1(1,6)=0
MASS1(2,6)=-13*L(J)
MASS1(3,6)=-3*L(J)**2
MASS1(4,6)=0
MASS1(5,6)=-22*L(J)
MASS1(6,6)=4*L(J)**2

MASS1=MBL*MASS1

TB=0.0

```

```

TB(1,1)=M(J)
TB(1,2)=N(J)
TB(2,1)=-N(J)
TB(2,2)=M(J)
TB(3,3)=1
TB(4,4)=M(J)
TB(4,5)=N(J)
TB(5,4)=-N(J)
TB(5,5)=M(J)
TB(6,6)=1

TBT=0.0
TBT=TRANPOSE(TB)

MASS1=MATMUL(TBT,MASS1)
MASS1=MATMUL(MASS1,TB)

LL(J)=ME(J,1)
MM(J)=ME(J,2)
LLL(1)=3*LL(J)-2
LLL(2)=3*LL(J)-1
LLL(3)=3*LL(J)
LLL(4)=3*MM(J)-2
LLL(5)=3*MM(J)-1
LLL(6)=3*MM(J)

DO II=1,6
MMM=LLL(II)
DO JJ=1,6
NNN=LLL(JJ)
MASS(MMM,NNN)=MASS(MMM,NNN)+MASS1(II, JJ)
END DO
END DO
END DO

SUMX=0
DO I=1,3*NJ
SUMX=SUMX+MASS(I,I)
END DO
SUMX=SUMX/(3*NJ)
DO I=1,NS
AL=0
DO J=3*MN(I)-2,3*MN(I)
AL=AL+1
IF(D(MN(I),AL)==1)THEN
DO KK=1,3*NJ
MASS(J, KK)=0
MASS(KK, J)=0
END DO
MASS(J, J)=SUMX
END IF
END DO
END DO

```

```

LVV=0.000000
DQ=0.000000
DO I1=2,NT-2
!!LLV(:)=0.00000000
!!DO I=1,NJ
!!DQ(3*I-2)=DP(3*I-2)+DQ(3*I-2)
!!DQ(3*I-1)=DP(3*I-1)+DQ(3*I-1)
!!DQ(3*I)=DP(3*I)+DQ(3*I)
!!END DO
!WRITE(11,*)LVV(4),LVV(10)
DQQ=DP
CALL DAT2
CALL DAT5
CONTORUL=0
DO

```

```

CONTORUL=CONTORUL+1
DO J=1,NE

    LL(J)=ME(J,1)
    MM(J)=ME(J,2)

CALL DAT3
CALL DAT6

    F(3*LL(J)-2,J)=(B(1,1)*S1(J)+B(1,2)*S2(J)+B(1,3)*S3(J))/L(J)
    F(3*LL(J)-1,J)=(B(2,1)*S1(J)+B(2,2)*S2(J)+B(2,3)*S3(J))/L(J)
    F(3*LL(J),J)=B(3,1)*S1(J)+B(3,2)*S2(J)+B(3,3)*S3(J)
    F(3*MM(J)-2,J)=(B(4,1)*S1(J)+B(4,2)*S2(J)+B(4,3)*S3(J))/L(J)
    F(3*MM(J)-1,J)=(B(5,1)*S1(J)+B(5,2)*S2(J)+B(5,3)*S3(J))/L(J)
    F(3*MM(J),J)=B(6,1)*S1(J)+B(6,2)*S2(J)+B(6,3)*S3(J)
END DO
FF=0.0000000
DO I=1,NJ
DO J=1,NE
    IF(JOINT(I,J)=1)THEN
        FF(3*I-2)=FF(3*I-2)+F(3*I-2,J)
        FF(3*I-1)=FF(3*I-1)+F(3*I-1,J)
        FF(3*I)=FF(3*I)+F(3*I,J)
    END IF
END DO
END DO

DO I=1,NJ
    DQQ(3*I-2)=DQ(3*I-2)-FF(3*I-2)
    DQQ(3*I-1)=DQ(3*I-1)-FF(3*I-1)
    DQQ(3*I)=DQ(3*I)-FF(3*I)
END DO

DO I=1,NS
DO J=3*MN(I)-2,3*MN(I)
    DQQ(J)=0.0000000
END DO
END DO

CALL DAT2
CALL DAT5

do i=1,nj
do j=3*i-2,3*i-1
    if(abs(LV(J))<0.00001)THEN
        LLV(J)=1
    END IF
END DO
END DO

I5=1
DO I=1,NJ
DO J=3*I-2,3*I-1
    IF (LLV(J)/=1) I5=0
END DO
END DO
IF(I5==1) EXIT
IF(CONTORUL>30)EXIT
END DO

END DO
write(666,*)pp,yimax

```

CONTAINS

```

SUBROUTINE SUB1
USE MSIMSL
CALL LSLRG(3*NJ,KM,3*NJ,YI11,1,YI1)
END SUBROUTINE SUB1

```

```

SUBROUTINE SUB2
USE MSIMSL

```

```
CALL LSLRG(3*NJ,KM,3*NJ,VI11,1,VI1)
END SUBROUTINE SUB2
```

```
SUBROUTINE SUB3
USE MSIMSL
CALL LSLRG(3*NJ,MASS,3*NJ,FI11,1,AI11)
END SUBROUTINE SUB3
```

```

SUBROUTINE DAT1
QQ=Q(J)*L(J)**2/(3.14159**2*E*AII(J))
IF(QQ<(-0.1))THEN
  FI=SQRT(3.14159**2*(-1)*QQ)
  C1(J)=(FI**2*COSH(FI)-FI*SINH(FI))/(2-2*COSH(FI)+FI*SINH(FI))
  C2(J)=(FI*SINH(FI)-FI**2)/(2-2*COSH(FI)+FI*SINH(FI))
  B1(J)=((C1(J)+C2(J))*(C2(J)-2))/(8*3.14159**2*QQ)
  B2(J)=C2(J)/(8*(C1(J)+C2(J)))
  CC1(J)=-2*3.14159**2*(B1(J)+B2(J))
  CC2(J)=-2*3.14159**2*(B1(J)-B2(J))
  BB1(J)=((-1)*(B1(J)-B2(J))*(C1(J)+C2(J))-2*C2(J)*B1(J))/(4*QQ)
  BB2(J)=3.14159**2*(16*B1(J)*B2(J)-B1(J)+B2(J))/(4*(C1(J)+C2(J)))
END IF
IF(QQ>0.1)THEN
  FI=SQRT(3.14159**2*QQ)
  C1(J)=(FI*SIN(FI)-FI**2*COS(FI))/(2-2*COS(FI)-FI*SIN(FI))
  C2(J)=(FI**2-FI*SIN(FI))/(2-2*COS(FI)-FI*SIN(FI))
  B1(J)=((C1(J)+C2(J))*(C2(J)-2))/(8*3.14159**2*QQ)
  B2(J)=C2(J)/(8*(C1(J)+C2(J)))
  CC1(J)=-2*3.14159**2*(B1(J)+B2(J))
  CC2(J)=-2*3.14159**2*(B1(J)-B2(J))
  BB1(J)=((-1)*(B1(J)-B2(J))*(C1(J)+C2(J))-2*C2(J)*B1(J))/(4*QQ)
  BB2(J)=3.14159**2*(16*B1(J)*B2(J)-B1(J)+B2(J))/(4*(C1(J)+C2(J)))
END IF
IF(ABS(QQ)<0.1)THEN
  C1(J)=4-(2/15)*3.14159**2*QQ-(11/6300)*3.14159**4*QQ**2-(1/27000)*3.14159**6*QQ**3
  C2(J)=2+(1/30)*3.14159**2*QQ+(13/12600)*3.14159**4*QQ**2+(11/378000)*3.14159**6*
  B1(J)=(1/40)+(1/2800)*3.14159**2*QQ+(1/168000)*3.14159**4*QQ**2+(37/388080000)*3
  B2(J)=(1/24)+(1/720)*3.14159**2*QQ+(1/20160)*3.14159**4*QQ**2+(1/604800)*3.14159
  CC1(J)=(-2/15)*3.14159**2-(11/3150)*3.14159**4*QQ-(1/9000)*3.14159**6*QQ**2
  CC2(J)=(1/30)*3.14159**2+(13/6300)*3.14159**4*QQ+(11/126000)*3.14159**6*QQ**2
  BB1(J)=(1/2800)*3.14159**2+(1/84000)*3.14159**4*QQ+(37/129360000)*3.14159**6*QQ**2
  BB2(J)=(1/720)*3.14159**2+(1/10080)*3.14159**4*QQ+(1/201600)*3.14159**6*QQ**2
END IF
END SUBROUTINE DAT1

```

```

SUBROUTINE DAT2
TAO=0
DO J=1,NE
  LL(J)=ME(J,1)
  MM(J)=ME(J,2)
  CALL DAT1
  G11=CC1(J)*TETA1(J)+CC2(J)*TETA2(J)
  G22=CC2(J)*TETA1(J)+CC1(J)*TETA2(J)
  H=((3.14159**2*AII(J))/(A(J)*L(J)**2))+BB1(J)*(TETA1(J)+TETA2(J))**2+BB2(J)*(T
  T(1,1)=(E*AII(J)/L(J))*(C1(J)+(G11**2/(3.14159**2*H)))
  T(1,2)=(E*AII(J)/L(J))*(C2(J)+(G11*G22/(3.14159**2*H)))
  T(1,3)=(E*AII(J)/L(J))*(G11/H)
  T(2,1)=(E*AII(J)/L(J))*(C2(J)+(G11*G22/(3.14159**2*H)))
  T(2,2)=(E*AII(J)/L(J))*(C1(J)+(G22**2/(3.14159**2*H)))
  T(2,3)=(E*AII(J)/L(J))*(G22/H)
  T(3,1)=(E*AII(J)/L(J))*(G11/H)
  T(3,2)=(E*AII(J)/L(J))*(G22/H)
  T(3,3)=(E*AII(J)/L(J))*(3.14159**2/H)
  CALL DAT3
  CALL DAT4

```

```

BT=TRANSPPOSE(B)
BT1=MATMUL(B,T)
TT=MATMUL(BT1,BT)
TT=TT+S1(J)*G1+S2(J)*G2+S3(J)*G3
TT(1:2,1:2)=TT(1:2,1:2)/L(J)**2)
TT(1:2,4:5)=TT(1:2,4:5)/L(J)**2)
TT(4:5,1:2)=TT(4:5,1:2)/L(J)**2)
TT(4:5,4:5)=TT(4:5,4:5)/L(J)**2)
TT(3,1:2)=TT(3,1:2)/L(J)
TT(3,4:5)=TT(3,4:5)/L(J)
TT(6,1:2)=TT(6,1:2)/L(J)
TT(6,4:5)=TT(6,4:5)/L(J)
TT(1:2,3)=TT(1:2,3)/L(J)
TT(1:2,6)=TT(1:2,6)/L(J)
TT(4:5,3)=TT(4:5,3)/L(J)
TT(4:5,6)=TT(4:5,6)/L(J)
LLL(1)=3*LL(J)-2
LLL(2)=3*LL(J)-1
LLL(3)=3*LL(J)
LLL(4)=3*MM(J)-2
LLL(5)=3*MM(J)-1
LLL(6)=3*MM(J)
DO II=1,6
MMM=LLL(II)
DO JJ=1,6
NNN=LLL(JJ)
TAO(MMM,NNN)=TAO(MMM,NNN)+TT(II,JJ)
END DO
END DO
END DO
SUMX=0
DO I=1,3*NJ
SUMX=SUMX+TAO(I,I)
END DO
SUMX=SUMX/(3*NJ)
DO I=1,NS
AL=0
DO J=3*MN(I)-2,3*MN(I)
AL=AL+1
IF(D(MN(I),AL)==1)THEN
DO K=1,3*NJ
TAO1(J,K)=TAO(J,K)
TAO(J,K)=0
TAO(k,j)=0
END DO
TAO(J,J)=SUMX
END IF
END DO
END DO
END SUBROUTINE DAT2

```

```

SUBROUTINE DAT3
B(1,1)=-N(J)/(1+DELTA(J))
B(1,2)=-N(J)/(1+DELTA(J))
B(1,3)=M(J)
B(2,1)=M(J)/(1+DELTA(J))
B(2,2)=M(J)/(1+DELTA(J))
B(2,3)=N(J)
B(3,1)=1
B(3,2)=0
B(3,3)=0
B(4,1)=N(J)/(1+DELTA(J))
B(4,2)=N(J)/(1+DELTA(J))
B(4,3)=-M(J)
B(5,1)=-M(J)/(1+DELTA(J))
B(5,2)=-M(J)/(1+DELTA(J))
B(5,3)=-N(J)
B(6,1)=0
B(6,2)=1
B(6,3)=0

```

END SUBROUTINE DAT3

SUBROUTINE DAT4

```
G1(1,1)=-2*M(J)*N(J)/((1+DELTA(J))**2)
G1(1,2)=(M(J)**2-N(J)**2)/((1+DELTA(J))**2)
G1(1,3)=0
G1(1,4)=2*M(J)*N(J)/((1+DELTA(J))**2)
G1(1,5)=(-1)*(M(J)**2-N(J)**2)/((1+DELTA(J))**2)
G1(1,6)=0
G1(2,1)=G1(1,2)
G1(2,2)=G1(1,4)
G1(2,3)=0
G1(2,4)=G1(1,5)
G1(2,5)=G1(1,1)
G1(2,6)=0
G1(3,1)=0
G1(3,2)=0
G1(3,3)=0
G1(3,4)=0
G1(3,5)=0
G1(3,6)=0
G1(4,1)=G1(1,4)
G1(4,2)=G1(2,4)
G1(4,3)=0
G1(4,4)=G1(1,1)
G1(4,5)=G1(1,2)
G1(4,6)=0
G1(5,1)=G1(1,5)
G1(5,2)=G1(2,5)
G1(5,3)=0
G1(5,4)=G1(4,5)
G1(5,5)=G1(1,4)
G1(5,6)=0
G1(6,1)=0
G1(6,2)=0
G1(6,3)=0
G1(6,4)=0
G1(6,5)=0
G1(6,6)=0
G2=G1
G3(1,1)=-N(J)**2/((1+DELTA(J)))
G3(1,2)=M(J)*N(J)/((1+DELTA(J)))
G3(1,3)=0
G3(1,4)=N(J)**2/((1+DELTA(J)))
G3(1,5)=-M(J)*N(J)/((1+DELTA(J)))
G3(1,6)=0
G3(2,1)=G3(1,2)
G3(2,2)=-M(J)**2/((1+DELTA(J)))
G3(2,3)=0
G3(2,4)=-M(J)*N(J)/((1+DELTA(J)))
G3(2,5)=M(J)**2/((1+DELTA(J)))
G3(2,6)=0
G3(3,1)=G3(1,3)
G3(3,2)=G3(2,3)
G3(3,3)=0
G3(3,4)=0
G3(3,5)=0
G3(3,6)=0
G3(4,1)=G3(1,4)
G3(4,2)=G3(2,4)
G3(4,3)=G3(3,4)
G3(4,4)=-N(J)**2/((1+DELTA(J)))
G3(4,5)=G3(1,2)
G3(4,6)=0
G3(5,1)=G3(1,5)
G3(5,2)=G3(2,5)
G3(5,3)=G3(3,5)
G3(5,4)=G3(4,5)
G3(5,5)=G3(2,2)
G3(5,6)=0
```

```

G3(6,1)=0
G3(6,2)=G3(2,6)
G3(6,3)=G3(3,6)
G3(6,4)=G3(4,6)
G3(6,5)=0
G3(6,6)=0
END SUBROUTINE DAT4

```

SUBROUTINE DAT5

```

! CALL LSLRG(3*NJ,TAO,3*NJ,DQQ,1,LV)
! WRITE(11,*)'DIS-----'
! DO I=1,3*NJ
! WRITE(11,*)LV(I)
! END DO

```

```

DO I=1,3*NJ
DO J=1,3*NJ
KM(I,J)=(0.25*DELTAT**2)*TAO(I,J)+MASS(I,J)
END DO
END DO

```

```

DO J=1,3*NJ
FI1(J)=FORCE(J,I1)
YI(J)=YY(J,I1-1)
VI(J)=VV(J,I1-1)
END DO

```

```

YI11=(0.5*DELTAT**2)*FI1+DELTAT*MATMUL(MASS,VI)-(0.25*DELTAT**2)*MATMUL(TAO,YI)+MATMUL(MASS,VI)

```

```

CALL SUB1
VI11=DELTAT*FI1-DELTAT*MATMUL(TAO,YI)-(0.25*DELTAT**2)*MATMUL(TAO,VI)+MATMUL(MASS,VI)

```

```

CALL SUB2

```

```

DO II=1,3*NJ

```

```

YY(II,I1)=YI1(II)

```

```

VV(II,I1)=VI1(II)

```

```

END DO

```

```

IF (YI1(4)>=YIMAX) YIMAX=YI1(4)

```

```

IF (YI1(5)>=YIMAX5) YIMAX5=YI1(5)

```

```

IF (YI1(10)>=YIMAX10) YIMAX10=YI1(10)

```

```

IF (YI1(11)>=YIMAX11) YIMAX11=YI1(11)

```

```

IF (ABS(YI1(4))>=YIMIN) YIMIN=YI1(4)

```

```

WRITE(11,*)'YI1(4) ,YIMAX,yimax5,yimax10,yimax11'

```

```

WRITE(11,*)YI1(4) , YIMIN,YIMAX,yimax5,yimax10,yimax11

```

```

DO I=1,3*NJ

```

```

LVV(I)=YI1(I)

```

```

END DO

```

```

!DO I=1,3*NJ

```

```

!LVV(I)=LVV(I)+LV(I)

```

```

!END DO

```

```

! WRITE(11,*)'DIS2-----'

```

```

! DO I=1,3*NJ

```

```

! WRITE(11,*)LVV(4)

```

```

! END DO

```

```

DO J=1,3*NJ

```

```

FI2(J)=FORCE(J,I1+1)

```

```

END DO

```

```

FI11=FI2-MATMUL(TAO,YI1)

```

```

CALL SUB3

```

```

DO I=1,3*NJ

```

```

! WRITE(11,*)'AI11(' ,I ,')='

```

```

! WRITE(11,*)AI11(I)

```

```

END DO

```

```

DO I=1,NE

```

```

LL(I)=ME(I,1)

```

```

MM(I)=ME(I,2)

```

```

GG(LL(I),1)=G(LL(I),1)+LVV(3*LL(I)-2)

```

```

GG(LL(I),2)=G(LL(I),2)+LVV(3*LL(I)-1)

```

```

GG(mm(I),1)=G(MM(I),1)+LVV(3*mm(I)-2)

```

```

GG(mm(I),2)=G(MM(I),2)+LVV(3*mm(I)-1)

```

```

END DO

```



```

DO I=1,NE
LL(I)=ME(I,1)
MM(I)=ME(I,2)
XX=G(MM(I),1)-G(LL(I),1)
IF(XX==0.0)THEN
XX=0.00000000000000000001
END IF
AALFA(I)=ATAN((G(MM(I),2)-G(LL(I),2))/XX)
XXX=GG(MM(I),1)-GG(LL(I),1)
IF(XXX==0.0)THEN
XXX=0.00000000000000000001
END IF
ALFA(I)=ATAN((GG(MM(I),2)-GG(LL(I),2))/XXX)
IF (AALFA(I)>1.4) THEN
IF (ALFA(I)<0) ALFA(I)=ALFA(I)+3.141592654
END IF

M(I)=COS(ALFA(I))
N(I)=SIN(ALFA(I))
IF(M(I)<.00001)THEN
M(I)=0
END IF
RO(I)=ALFA(I)-AALFA(I)
DELTA(I)=(1/L(I))*SQRT((GG(MM(I),1)-GG(LL(I),1))**2+(GG(MM(I),2)-GG(LL
(I),2))**2)-1

U(I)=-L(I)*DELTA(I)
END DO
DO I=1,NE
TETA1(I)=LVV(3*LL(I))-RO(I)
TETA2(I)=LVV(3*MM(I))-RO(I)
END DO

END SUBROUTINE DAT5
SUBROUTINE DAT6

Q(J)=E*A(J)*U(J)/L(J)
QQ=Q(J)*L(J)**2/(3.14159**2*E*AII(J))

DO
IF(QQ<(-.0001))THEN
FI=SQRT(3.14159**2*(-1)*QQ)
C1(J)=(FI**2*COSH(FI)-FI*SINH(FI))/(2-2*COSH(FI)+FI*SINH(FI))
C2(J)=(FI*SINH(FI)-FI**2)/(2-2*COSH(FI)+FI*SINH(FI))
B1(J)=((C1(J)+C2(J))*(C2(J)-2))/(8*3.14159**2*QQ)
B2(J)=C2(J)/(8*(C1(J)+C2(J)))
CB=B1(J)*(TETA1(J)+TETA2(J))**2+B2(J)*(TETA1(J)-TETA2(J))**2
IF(CB>ABS(U(J)/L(J)))THEN
S3(J)=E*A(J)*U(J)
EXIT
END IF
Q1=E*A(J)*((U(J)/L(J))+CB)
QQ=Q1*L(J)**2/(3.14159**2*E*AII(J))
IF(ABS((Q(J)-Q1)/Q1)<0.001)THEN
Q(J)=Q1
S3(J)=Q(J)*L(J)
EXIT
END IF
Q(J)=Q1
END IF
IF(QQ>.0001)THEN
FI=SQRT(3.14159**2*QQ)
C1(J)=(FI*SIN(FI)-FI**2*COS(FI))/(2-2*COS(FI)-FI*SIN(FI))
C2(J)=(FI**2-FI*SIN(FI))/(2-2*COS(FI)-FI*SIN(FI))
B1(J)=((C1(J)+C2(J))*(C2(J)-2))/(8*3.14159**2*QQ)
B2(J)=C2(J)/(8*(C1(J)+C2(J)))
CB=B1(J)*(TETA1(J)+TETA2(J))**2+B2(J)*(TETA1(J)-TETA2(J))**2
IF(CB>ABS(U(J)/L(J)))THEN
S3(J)=E*A(J)*U(J)
EXIT
END IF

```

```

Q1=E*A(J)*((U(J)/L(J))-CB)
QQ=Q1*L(J)**2/(3.14159**2*E*AII(J))
IF(ABS((Q(J)-Q1)/Q1)<0.001)THEN
  Q(J)=Q1
  S3(J)=Q(J)*L(J)
  EXIT
END IF
Q(J)=Q1
END IF
IF(ABS(QQ)<.0001)THEN
  C1(J)=4-(2/15)*3.14159**2*QQ-(11/6300)*3.14159**4*QQ**2-(1/
27000)*3.14159**6*QQ**3
  C2(J)=2+(1/30)*3.14159**2*QQ+(13/12600)*3.14159**4*QQ**2+(1
1/378000)*3.14159**6*QQ**3
  B1(J)=(1/40)+(1/2800)*3.14159**2*QQ+(1/168000)*3.14159**4*Q
Q**2+(37/388080000)*3.14159**6*QQ**3
  B2(J)=(1/24)+(1/720)*3.14159**2*QQ+(1/20160)*3.14159**4*QQ*
*2+(1/604800)*3.14159**6*QQ*3
  S3(J)=Q(J)*L(J)
  EXIT
END IF
END DO
S1(J)=(E*AII(J)/L(J))*(C1(J)*TETA1(J)+C2(J)*TETA2(J))
S2(J)=(E*AII(J)/L(J))*(C2(J)*TETA1(J)+C1(J)*TETA2(J))
END SUBROUTINE DAT6

```

END PROGRAM NONLINER\_ANALYSIS

## Abstract

Structural analysis that have been investigated are assumed with linear relation between external loads and internal forces, so for getting higher accuracy, nonlinear approach should be considered in this thesis the relation is considered in the nonlinear form, tangential stiffness matrix is calculated and nonlinear static analysis is represented also there are many different methods to solve differential equation of vibrate motion of this equation is depended on the shape function therefore finding solutions for some shape function are possible and for others are impossible. for this reason in one hand numerical approaches like duhamel's integral and other hand approximation approaches like fourier transformation are discussed. Using wavelet in previous two decade for approximation of different waves, specially in electronics have been usual. The other important application of wavelet is in mathematics for solving of some differential equation. The much variety in shape functions, and much success in analysis of waves represented that using wavelet in earthquake waves can be useful. In this thesis using haar wavelet define a method for solving the differential equations of multiple degrees of freedom system and illustrated that, the method is applicable both linear and nonlinear system. The advantage of this method consist of simplicity and generality that can be used for any loading. using from represented approach some numerical examples is solved then the results is compared with exact solutions and numerical methods and is discussed in speed and accuracy, efficiency.