

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی عمران

مدلسازی ترک و بررسی پارامترهای رشد ترک توسط نرم افزار

ANSYS

تهیه و تنظیم:

رضا معارف دوست

ارائه شده جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی عمران گرایش سازه

استاد راهنما:

دکتر طالب زاده

شهریورماه ۱۳۸۴

چکیده

یکی از دلایل مهم شکست و انهدام سازه ها گسترش ترکها و نقصهای اولیه موجود در آنها می باشد. ترکهای اولیه ناشی از عوامل مختلف از قبیل پروسه معیوب ساخت و تولید سازه، بارهای وارده و غیره می باشد، و تحت بارهای گوناگون رفتارهای متفاوتی خواهند داشت. از اهداف این شبیه سازی می توان به کاهش هزینه های هنگفت جانی و مالی که به دلیل شکستها وارد می گردد، نیاز به برآورد دقیق میزان خرابی و عمر سازه های خاص، ساده سازی حجم بالای عملیات محاسباتی مکانیک شکست و نیز افزایش میزان دقت نتایج اشاره کرد.

در این تحقیق با شیوه شبیه سازی ترک و رشد آن مرحله به مرحله آشنا می شویم. در ادامه تحلیل پدیده ترک خوردگی با استفاده از روش اجزا محدود (ANSYS 6.1) صورت گرفته است. منحنیهای تنش، کرنش و ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک استخراج گردیده است و با مقایسه نتایج نرم افزاری با تحلیل مکانیک شکست صحت و دقت بالای نتایج نرم افزار نشان داده شده است. همچنین تحلیلهای تئوری حاصل از این شبیه سازی ما را در شناخت بهتر مباحث مکانیک شکست یاری می نماید. در ادامه پدیده ترک خوردگی را با نرم افزار Franc2DL نیز مدل کردیم و با مقایسه نتایج توانستیم روش جابجایی نوک ترک را بعنوان روشی مناسب جهت مدلسازی رشد ترک معرفی کنیم.

تقدیم بہ پدر و مادر عزیزم

آنانکہ وجودم ہر ایشان سے رنج بود و وجودشان ہر ایم سے مہر۔
تو ایشان رفت تا بہ توانایی ہرم و میوشان سپید گشت تا رویم سپید ہماندہ۔
آنانکہ فروغ نکاہشان گرمی کلامشان و روشنی رویشان سرمایہ نامی جاودانی من است۔
آنانکہ راستی قائم درستی قاسمشان بجہی یافت۔
دہ برابر وجودشان زانوی ادب ہر زمین می ہم و بادی ملو از عشق و محبت و حضور دستا نشان ہوسہ می رقم۔
سر و وجودشان ہمیشہ سر سبز و استوار باد۔

و

تقدیم بہ ہمہ آنانکہ بہ من آموخشند۔

سپاس‌گزاری

خداوند منان را شاکر و سپاسگزارم که با استعانت از او و الطاف بی‌کرانش توانستم این پایان‌نامه را به پایان برسانم. بر خود لازم می‌دانم از راهنمایی‌های ارزنده و بی‌دریغ استاد راهنمای محترم جناب آقای دکتر طالب زاده تشکر و قدردانی نمایم. از مدیریت محترم گروه عمران جناب آقای دکتر کیهانی، مدیریت محترم تحصیلات تکمیلی، اساتید محترم داور این پایان‌نامه و کلیه اساتید ارجمند گروه مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شاهرود که زحمات زیادی را در امر آموزش و پژوهش دانشجویان متقبل می‌شوند صمیمانه تشکر نموده و کمال پیشرفت و سربلندی همگان را خواستارم.

رضا معارف دوست

آذر ماه ۱۳۸۴

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
I	چکیده
II	تقدیم
III	سپاس‌گزاری
IV	فهرست مطالب
VII	فهرست اشکال
فصل اول: مقدمه	
۱	فصل اول: مقدمه
۵	فصل دوم: مروری بر تاریخچه و مدل‌های رشد ترک
۱۲	فصل سوم: روند رشد ترک
۱۲	(۳-۱) عوامل موثر بر رشد ترک
۱۳	(۳-۲) عوامل تأخیر در سرعت رشد ترک
۱۶	(۳-۳) رشد میکروسکوپی و ماکروسکوپی ترک
۲۱	(۳-۴) ترک‌های اولیه
۲۳	(۳-۵) مدل رشد ترک
۲۴	(۳-۶) نمودار نرخ رشد ترک بر حسب ضریب شدت تنش
۲۷	فصل چهارم: مکانیک شکست
۲۷	(۴-۱) بررسی مدل گریفیس
۳۰	(۴-۲) مدل‌های شکست
۳۱	(۴-۳) معیارهای تحلیل شکست
۳۱	(۴-۳-۱) معیار فاکتور شدت تنش
۳۳	(۴-۳-۲) معیار انرژی شکست
۳۷	(۴-۴) روشهای محاسبه فاکتور شدت تنش
۳۷	(۴-۴-۱) روش تحلیلی
۳۸	(۴-۴-۲) روش رویهم‌گذاری
۳۹	(۴-۴-۳) روشهای مبتنی بر اجزا محدود
۴۶	(۴-۴-۴) روشهای یافتن فاکتور شدت تنش بر مبنای اجزاء محدود
۴۶	(۴-۴-۴-۱) روش برونیابی
۴۷	(۴-۴-۴-۲) روشهای استفاده از تغییر مکان گره‌های المان تکین
۴۸	(۴-۵) المان تکین بهینه
۵۰	(۴-۶) روش گسترش مجازی ترک
۵۱	(۴-۷) روش انتگرال J
۵۵	(۴-۸) روش اصلاح شده انتگرال ترک محصور (MCCI)
۵۸	(۴-۹) منطقه پلاستیک نوک ترک

۵۸	(۴-۹-۱) ترمیم منطقه پلاستیک به روش ایروین
۶۱	(۴-۹-۲) شکل منطقه پلاستیک
۶۴	فصل پنجم: معرفی نرم افزار ANSYS
۶۴	(۵-۱) مقدمه
۶۶	(۵-۲) فرامین و قابلیت‌های نرم افزار ANSYS
۶۶	(۵-۲-۱) پردازشگرهای نرم افزار
۶۷	(۵-۲-۲) زبان برنامه نویسی APDL برای طراحی های پارامتری
۶۸	(۵-۲-۲-۱) استفاده از حلقه در زبان APDL
۶۹	(۵-۲-۲-۲) دستورات شرطی در زبان APDL
۷۰	(۵-۲-۲-۳) توضیح نویسی در برنامه
۷۱	(۵-۲-۲-۴) پارامترها و محاسبات پارامتری
۷۲	(۵-۲-۲-۵) آرایه ها در ANSYS
۷۲	(۵-۲-۲-۶) ماکروها
۷۴	فصل ششم: مدل سازی ترک توسط نرم افزار اجزای محدود ANSYS
۷۴	(۶-۱) مدل سازی ناحیه ترک
۷۷	(۶-۲) اندازه گیری پارامترهای شکست
۷۷	(۶-۲-۱) ضریب شدت تنش
۷۹	(۶-۲-۲) نرخ آزادسازی انرژی
۸۰	(۶-۲-۳) محاسبه انتگرال J
۸۳	(۶-۳) تعیین پارامترهای شکست توسط نرم افزار ANSYS
۸۹	(۶-۴) ماکروهای پارامترهای شکست
۹۶	(۶-۵) محاسبه مقدار بار بحرانی
۱۰۰	فصل هفتم: مدل سازی رشد ترک در نرم افزار ANSYS
۱۰۰	(۷-۱) مقدمه
۱۰۰	(۷-۲) یافتن منحنی ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک
۱۰۱	(۷-۲-۱) روش حذف قیود جا بجای
۱۰۵	(۷-۲-۲) روش جابجایی نوک ترک
۱۱۳	(۷-۳) مدل سازی رشد ترک پایدار توسط نرم افزار ANSYS
۱۱۶	(۷-۴) مدل سازی رشد ترک تنها برای تحلیل تقریبی تنش و کرنش
۱۱۶	(۷-۴-۱) روش مرگ المان فنر با سختی بالا
۱۱۸	(۷-۴-۲) استفاده از قابلیت مرگ المانهای مستطیل
۱۲۰	(۷-۴-۳) قابلیت SCALE کردن نوک ترک
۱۲۲	(۷-۵) مقایسه نتایج Ansys با نرم افزار Franc2DL
۱۲۲	(۷-۵-۱) محدودیتهای نرم افزار Ansys
۱۲۳	(۷-۵-۲) آشنایی با دو نرم افزار FRANC2DL و CRAKER
۱۲۶	(۷-۵-۳) مقایسه نتایج
۱۳۰	فصل هشتم: نتیجه گیری و پیشنهادات
۱۳۰	(۸-۱) نتیجه گیری

۱۳۱

۱۳۳

۱- الف

۱- ب

(۸-۲) ارائه چند پیشنهاد

مراجع

پیوستها

پیوست الف تئوری پلاستیسیته

پیوست ب تابع تنش وسترگارد

فهرست اشکال

صفحه	عنوان	شماره اشکال
۴	ساختار کلی مطالب پایان نامه	۱-۱
۱۴	مکانیزمهای کلوزر ترک	۳-۱
۱۶	نمودار لگاریتمی نرخ رشد ترک بر حسب دامنه ضریب شدت تنش	۳-۲
۱۷	انتشار ترک در ریزدانه ها	۳-۳
۱۸	تقسیم بندی مراحل رشد ترک	۳-۴
۲۴	مکانیزم رشد ترک، مدل وود	۳-۵
۲۵	نمودار نرخ رشد ترک بر حسب دامنه ضریب شدت تنش در مقیاس لگاریتمی	۳-۶
۲۸	جاری شدن مصالح: الف) مصالح ترد، ب) مصالح الاستیک-پلاستیک، ج) مصالح نیمه ترد	۴-۱
۲۹	توزیع تنشهای داخلی در اطراف ترک: الف) ترک بیضی، ب) ترک نوک تیز	۴-۲
۳۰	شیوه های مختلف ترک خوردگی	۴-۳
۳۲	تنشها در المانی به فاصله t از نوک ترک	۴-۴
۳۴	مد اول ترک در عضوی به ضخامت t	۴-۵
۳۶	مد اول ترک خوردگی	۴-۶
۳۷	اندازه گیری ضریب شدت تنش با استفاده از نمودار بار-تغییر مکان	۴-۷
۳۹	محاسبه فاکتور تنش با استفاده از اصل رویهم گذاری	۴-۸
۴۱	المان چهار ضلعی ۸ گرهی ایزوپارامتریک در مختصات کلی و محلی	۴-۹
۴۵	ترکیب ۸ تایی از المانهای مثلثی تکین در نوک ترک (Rossette)	۴-۱۰
۴۵	المانهای تکین با تابع شکل درجه دو الف) المان چهارضلعی و ب) المان مثلثی	۴-۱۱
۴۶	محاسبه ضریب شدت تنش به روش برونمایی	۴-۱۲
۴۸	نقاط مورد استفاده برای محاسبه فاکتورهای شدت تنش بروشهای تصحیح تغییر مکان نقاط المان تکین در اطراف نوک ترک	۴-۱۳
۴۹	حالتهای مختلف شبکه بندی نوک ترک با انواع مختلف المانهای تکین در مرجع	۴-۱۴
۵۰	گسترش مجازی ترک در جهت پیشرفت ترک	۴-۱۵
۵۱	مقایسه بین رفتار تنش-کرنش برای مواد الاستیک-پلاستیک و الاستیک غیر خطی	۴-۱۶
۵۳	انتگرال مداری J برای محاسبه فاکتور شدت تنش در اطراف نوک ترک	۴-۱۷

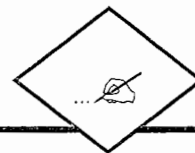
۵۵	مسیر انتگرال گیری برای یک ترک دلخواه و موقعیت دستگاههای مختصات	۴-۱۸
۵۶	تنش و تغییر مکان نوک ترک در روش انتگرال ترک محصور ایروین	۴-۱۹
۵۷	المان بندی اطراف نوک ترک در روش MCCI:	۴-۲۰
۵۸	شبکه بندی اطراف نوک ترک و شماره گذاری گره های المانهای تکین در روش MCCI	۴-۲۱
۵۹	تقریب نخست از اندازه منطقه پلاستیک نوک ترک	۴-۲۲
۶۱	تصحیح منطقه پلاستیک ایروین	۴-۲۳
۶۳	شکل منطقه پلاستیک: الف) معیار فون مایسز، ب) معیار ترسکا	۴-۲۴
۶۸	منو نرم افزار برای APDL	۵-۱
۷۵	المانهای اطراف نوک ترک الف) المانهای تکین دو بعدی ب) المان تکین سه بعدی ج) نحوه مش بندی نوک ترک به کمک دستور KSCON	۶-۱
۷۶	مدلهای متقارن ، پاد متقارن و کامل	۶-۲
۷۸	مختصات محلی در نوک ترک	۶-۳
۷۸	نحوه تعریف یک مسیر در وجه ترک الف) مدل متقارن یا پاد متقارن ب) مدل کامل	۶-۴
۸۰	الف) آرایش کامل نودها در مدل ب) نودهای انتخاب شده برای Scaling	۶-۵
۸۱	انتخاب مسیر توسط دستور PATH ,PPATH	۶-۶
۸۶	موقعیت نودها در مدل	۶-۷
۸۶	شرایط مرزی مدل	۶-۸
۸۷	نمایش کرنشهای فون مایسز	۶-۹
۸۷	نمایش تنشهای فون مایسز در نوک ترک	۶-۱۰
۸۸	نمودار تنشها در جهت X و Y بر حسب فاصله از نوک ترک	۶-۱۱
۸۸	نمودار تئوری تنش بر حسب فاصله از نوک ترک	۶-۱۲
۹۱	مسیر انتخاب شده برای ضریب شدت تنش	۶-۱۳
۹۵	مسیر انتخاب شده برای محاسبه انتگرال J	۶-۱۴
۹۸	نمودار KI بر حسب نیرو	۶-۱۵
۱۰۳	نمایش تنشها در راستای Y پس از اجرای ماکرو (نوک ترک به انتهای قطعه منتقل شده)	۷-۱

۱۰۴	نمایش تنشها در راستای Y پس از اجرای ماکرو	۷-۲
۱۰۴	آرایش نودها	۷-۳
۱۰۵	نمودار ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک	۷-۴
۱۱۰	آرایش المانها	۷-۵
۱۱۰	آرایش المانهای تکین در نوک ترک	۷-۶
۱۱۱	تنشهای فون مایسز در گام نخست	۷-۷
۱۱۱	تنشهای فون مایسز در گامهای میانی	۷-۸
۱۱۲	تنشهای فون مایسز در گام پایانی	۷-۹
۱۱۲	نمودار ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک	۷-۱۰
۱۱۷	مدل اولیه	۷-۱۱
۱۱۷	آرایش مش بندی مدل	۷-۱۲
۱۱۸	تنشها در راستای محور Y پس از مرگ المان فتر	۷-۱۳
۱۱۹	آرایش مش بندی مدل	۷-۱۴
۱۱۹	نمایش تنش در راستا X برای مدل پس از رشد ترک	۷-۱۵
۱۲۰	نمایش تنش در راستا Y برای مدل پس از رشد ترک	۷-۱۶
۱۲۰	آرایش مش بندی در مدل	۷-۱۷
۱۲۱	آرایش المانهای تکین در نوک ترک در مرکز محور مختصات	۷-۱۸
۱۲۱	آرایش المانهای تکین در نوک ترک پس از Scale کردن نوک ترک	۷-۱۹
۱۲۵	مدل اجزای محدود ایجاد شده توسط نرم افزار FRANC2D	۷-۲۰
۱۲۵	نمودارهای KI بر حسب a برای مدل بالا	۷-۲۱
۱۲۷	نتایج بدست آمده از روش جابجایی نوک ترک.	۷-۲۲
۱۲۷	نتایج بدست آمده از نرم افزار FRANC2D	۷-۲۳
۱۲۸	مش بندی مدل پس از رشد ترک.	۷-۲۴
۱۲۸	تغییر شکل مدل پس از رشد ترک.	۷-۲۵
۱۲۹	تنش در جهت Y	۷-۲۶

فصل

مقدمه

۱



فصل اول

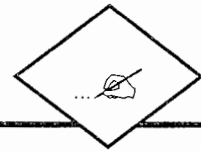
مقدمه

در دهه اخیر مطالعه بر روی شکستها که منشاء اصلی آنها ترک خوردگی است مورد توجه محققان قرار گرفته است، زیرا یکی از مهمترین دلایل در تخریب سازه ها وجود ترک و رشد آن است.

بررسی ترک در سازه ها در اوایل نیمه دوم قرن بیستم بصورت روابط تجربی و معین، آغاز و با معرفی مدل‌های مختلفی نظیر مدل گریفیس، پاریز اردوگان، فورمن، نیومان و غیره ادامه یافت، با مشاهده پراکندگی های چشمگیر و غیر قابل صرفنظر در نتایج تستهای موجود، بررسی این مسئله بصورت آماری با تحقیقات ویبول در این زمینه آغاز شد و اکنون نیز در بیش از سه دهه محققان روشها و مدل‌های گوناگونی به جهت تحلیل پدیده ترک و رشد آن ارائه کرده اند.

پدیده گسترش ترک در سه منطقه قابل تمایز اتفاق می افتد که این سه منطقه عبارتند از: منطقه اول مربوط به جوانه زنی ترک است که ترک در این منطقه رشدی ندارد. منطقه دوم مربوط به رشد ترک می باشد که اغلب روابط تحلیلی و از جمله مباحث این تحقیق مربوط به این ناحیه می باشد و منطقه سوم مربوط به شکست قطعه با رسیدن ترک به طول بحرانی است.

یکی از دلایل مهم شکست و انهدام سازه ها گسترش ترکها و نقصهای اولیه موجود در آنها می باشد. این ترکهای اولیه که ناشی از عوامل مختلف از قبیل پروسه معیوب ساخت و تولید سازه، بارهای وارده و غیره بوده، در اندازه ها و شکل‌های مختلف در سازه ظاهر گردیده و تحت بارهای گوناگون رفتارهای متفاوتی خواهند داشت. بعضی از این نقصها ضرری متوجه عملکرد سازه نمی کنند، در حالی که برخی دیگر گسترش پیدا کرده و باعث شکست ناگهانی و فاجعه بار سازه خواهند شد. بعنوان مثال افزایش گسترده استفاده از فلزات در قرن نوزدهم باعث رخ دادن تصادفات زیادی شد. بطوریکه تعداد کشته ها در حوادث

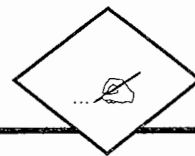


راه آهن بریتانیای کبیر به دویست نفر در سال رسید. اغلب این حوادث ناشی از شکست چرخها، محورها و یا ریلها بود. برخی از این حوادث به علت طراحی ضعیف رخ داده است ولی اکثر آنها به علت وجود یک ترک اولیه و رشد آن و در نهایت شکست اتفاق می افتادند. [۱]

با وجود اینکه تعداد شکستها در مقایسه با تعداد طراحی های موفق خیلی کم است ولی هزینه برخی از این شکستها بسیار زیاد می باشد. یک مطالعه بر روی هزینه شکست در ایالات متحده مبین این است که هزینه ای در حدود ۱۱۹ بلیون دلار در سال ۱۹۷۸ یا ۴٪ وزن کل تولیدات صرف شکست شده است. بطور کلی مودهای مختلفی در شکست سازه وجود دارد که مطابق گزارشات ارائه شده حدود ۹۰ درصد شکستها را ترک خوردگی به خود اختصاص می دهد.

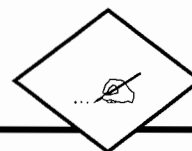
همچنانکه در بالا نیز ذکر شد، هزینه زیادی در قبال شکستهای ناشی از ترک تاکنون پرداخت شده و می شود، لذا با روشی مناسب در طراحی می توان این هزینه ها را کاهش داد، همچنین نیاز به برآورد دقیق میزان خرابی و عمرسازه بخصوص برای صنایع هوا و فضا، پل سازی و سد سازی که در آنها قطعات و سازه هایی با قابلیت اعتماد بالا مورد نیاز است بیشتر احساس می شود، مثلاً در سد سازی که به دلایل مختلف از جمله اهمیت اهداف ساخت و نیز شدت و حساسیت خطرات و صدمات ناشی از خرابی احتمالی آنها، جزو سازه های زیر بنایی و پایه محسوب می شود یکی از نکات بسیار مهم در طراحی و تحلیل آنها، پیش بینی محل وقوع ترک، جهت گسترش آن و نیز یافتن راه حلهایی جهت جلوگیری از تخریب سد در اثر این پدیده می باشد. با توجه به حساسیت موضوع ترک خوردگی در سدها و عدم دقت کافی روشهای مرسوم که قادر به پیش بینی دقیق نحوه گسترش ترک در سدهای بتنی نمی باشد، لذا نیاز به انجام آنالیز کامل و دقیق در مورد رفتار ترک با استفاده از روشها و ابزار جدید و پیشرفته ای مانند تئوری مکانیک شکست احساس می گردد.

این تحقیق را می توان به دو قسمت عمده تقسیم کرد، قسمت اول مربوط به مسائل تئوری رشد ترک می باشد که در این بخش با دلایل اهمیت بررسی ترک، تاریخچه آن و علل علاقه مندی محققان به بررسی ترک، آشنا می شویم. سپس به بررسی علل ترک خوردگی و مدلهای رشد ترک می پردازیم و در



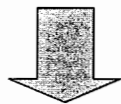
ادامه بحث موضوع آنالیز مکانیک شکست و پارامترهای شکست را می شناسیم. در بخش دوم به بحث نرم افزاری رشد ترک می پردازیم. آشنایی مقدماتی با ANSYS استفاده از قابلیت‌های آن در مدلسازی ترک، بررسی پارامترهای ترک توسط نوشتن ماکرو و مقایسه با نتایج تئوری گام اول مدلسازی رشد ترک می باشد. در گام دوم رشد ترک را به دو روش جابجایی نوک ترک و حذف قیود مدلسازی می کنیم و به مقایسه نتایج حاصل با نتایج تئوری می پردازیم همچنین بررسی ترک پایدار را به عنوان مکمل دو روش فوق معرفی می کنیم.

در ادامه به معرفی نرم افزار تحقیقاتی Franc پرداخته که بعنوان یک نرم افزار معتبر و شناخته شده توسط دانشگاه کرنل^۱ معرفی گردیده است. با مقایسه نتایج روش جابجایی نوک ترک با نتایج این نرم افزار توانستیم روش فوق را بعنوان یک روش عملی و معتبر معرفی کنیم. همچنین در این تحقیق روشهای را با عنوان روشهای تحلیل تقریبی معرفی گردید هدف از بیان این روش در واقع معرفی قابلیت‌های دیگری از ANSYS به عنوان پیشنهاد و نشان دادن افقهای آینده رشد ترک می باشد.



فصل اول: مقدمه

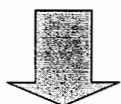
فصل دوم: مروری بر تاریخچه و مدل‌های رشد ترک



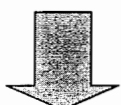
فصل سوم: روند رشد ترک



فصل چهارم: مکانیک شکست

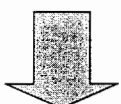


فصل پنجم: معرفی نرم افزار ANSYS



فصل ششم: مدلسازی ترک با استفاده از ANSYS

فصل هفتم: مدلسازی رشد ترک با استفاده از ANSYS



فصل هشتم: نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات

شکل (۱-۱) ساختار کلی مطالب پایان نامه

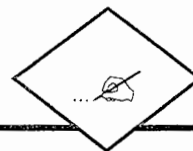
فصل

مروری بر تاریخچه و

مدلهای رشد ترک

۲





فصل دوم

مروری بر تاریخچه و مدل‌های رشد ترک

اولین خسارت ناشی از شکست ترک در صنعت راه آهن در سال ۱۸۴۰ شامل شکست اکسل می شد که حتی با حذف گوشه های نیز هم کار بجایی نرسید. شکست های موجود نسبت به شکست های معمولی کاملاً متفاوت بودند. بنابراین کلمه خستگی در سالهای ۱۸۴۰ تا ۱۸۵۰ برای توصیف شکستهای ناشی از بار تکراری و نوسانی معرفی شد. در سالهای ۱۸۵۰ تا ۱۸۶۰ در آلمان آگوست وهلر^۱ تستهای خستگی زیادی بر روی قطعات با بارهای نوسانی انجام داد. وی که «پدر تستهای سیستماتیک خستگی» نامیده می شود، ارتباط بین طول عمر خستگی و تنش را تحت عنوان نمودارهای S-N بدست آورد. همچنین وی نشان داد که در مورد خستگی محدوده تغییرات تنش (ΔS) بیش از تنش ماکزیمم (S_{Max}) تأثیر دارد. در سالهای بین ۱۸۷۰ تا ۱۸۹۰ محققان دیگری نظیر گربر^۲ و گودمن^۳ بر روی اثر تنش متوسط تئوریهایی ارائه کردند. همچنین باشینگر^۴ در ۱۸۸۶ نشان داد که تنش تسلیم پس از اعمال بار در خلاف جهتی که باعث تغییر شکل شده کاهش می یابد. در اوایل ۱۹۰۰ همفری^۵ و اوینگ^۶ از میکروسکوپ نوری جهت مطالعه مکانیزم رشد ترک استفاده کردند که خطوط لغزش محلی که منجر به تشکیل ترکهای کوچک می شوند را مشاهده و گزارش کردند. باسکوئن^۷ در ۱۹۱۰ نشان داد که رابطه بین تنش

۱-August Wohler

۲-Gerber

۳-Goodman

۴-Bauschinger

۵-Humfrey

۶-Ewing

۷-Basquin



تنش پسماند و تحلیل کرنش استفاده کردند. در دهه ۱۹۳۰ آزمایشات زیادی در مورد آماده سازی سطوح قطعات برای جلوگیری از رشد ترک انجام شد؛ به عنوان مثال هارگر^۱ نشان داد که نورد سطحی رشد ترک را کم می کند. نیوبر^۲ در سال ۱۹۳۷ اثرات گرا دیان تنش را بررسی کرد.

در طی جنگ جهانی دوم استفاده از تنش فشاری پسماند در طراحی هواپیماها و ماشینهای نظامی معمول شد. شکستهای ترد بیشماری که در مخازن جوشکاری شده و کشتی ها رخ می داد موجب شد تا فکرها بر روی عیوب و تأثیر تمرکز تنش متمرکز گردد که راه حلهای پیشنهادی شامل گرد کردن

گوشه های تیز و یا تقویت مواد در آن نقاط بود. ماینر^۳ در سال ۱۹۴۵ معیار خطی زوال پذیری تجمعی خستگی را که توسط پالمگرن در ۱۹۲۴ پیشنهاد شده بود را فرمول بندی کرد؛ که این رابطه هم اکنون بنام قانون پالمگرن - ماینر شناخته و با وجود نقصهایی که دارد (همچون عدم در نظر گرفتن تاریخچه بارگذاری در هر مرحله) همچنان گاهاً جهت پیش بینی عمر ترک بکار می رود. انجمن تست و مواد

آمریکا (ASTM) در سال ۱۹۴۶ کمیته E09 را برای بررسی ترک با اولین رئیس خود پیترسون^۴ تشکیل داد و استانداردهایی جهت تست ترک ارائه کرد. همچنین پیترسون در سال ۱۹۵۳ کتابی در مورد

ضریب تمرکز تنش به چاپ رسانید. یکی از هواپیماهای کامت^۵ که اولین هواپیمای مسافربری بود، پس از ۳۰۰ ساعت پرواز آزمایشی و سرویس چهار روز بعد در ژانویه ۱۹۵۴ در دریای مدیترانه سقوط کرد.

بررسیهای انجام شده حاکی از ترکهای ریز در یکی از گوشه های تیز کابین تحت فشار بود. بدین ترتیب تمام این هواپیماها از رده خارج شدند و تلاش مجددی در ایالات متحده برای طراحی مطمئن تر هواپیما آغاز شد. پدیده خستگی در سالهای ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۰ با معرفی سیستمهای تست هیدرولیکی که شبیه سازی بهتری از تاریخچه بارگذاری را انجام می داد، به عنوان موضوع روز قرار گرفت، و با ورود

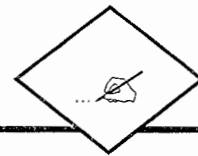
۱-Horger

۲-Neuber

۳-Miner

۴-Peterson

۵-Comet



میکروسکوپیهای الکترونی افق تازه ای به فهم بهتر مکانیزم خستگی باز شد. پس از جنگ جهانی دوم و تجربه تلخ شکستن و به دو نیم شدن تعداد زیادی از جمله کشتی عظیم آزادی (این کشتی توسط مهندس معروف امریکایی کیسر^۱ که طراح سد بزرگ هوور^۲ نیز می باشد، ساخته شده بود) که به دلیل گسترش ناپایدار ترکهای ریز موجود در اتصالات جوشکاری شده اتفاق افتاد، باعث شد گروهی از مهندسين ارتش ایالات متحده در آزمایشگاه تحقیقات دریایی، مطالعات جدی را برای بهبود دانش مکانیک شکست در اجسام به سرپرستی ایروین^۳ در سال ۱۹۵۶ انجام دادند. [۲]

آنها تئوری گریفیس را که برای مواد کاملاً ترد صادق بود، برای رشد ترک در فلزات که مصالحی انعطاف پذیرند، گسترش دادند. وی خاطر نشان کرد که برای رشد ترک علاوه بر انرژی سطحی بایستی انرژی لازم برای غلبه بر منطقه صدمه دیده در اطراف نوک ترک نیز فراهم شود. سرانجام وی مفهوم نرخ رهایی انرژی را عنوان نمود که در حقیقت همان تعمیم تئوری گریفیس بود. همچنین ایروین و همکارانش با بکارگیری روشی که قبلاً توسط وسترگارد^۴ در سال ۱۹۳۹ برای تحلیل تنش و تغییر مکان در نوک ترک ارائه گردیده بود، نشان دادند که تنش و تغییر شکل در نوک ترک را می توان با عامل ثابتی ارتباط داد که رابطه مستقیم با نرخ رهایی انرژی دارد. این عامل اکنون ضریب شدت تنش^۵ خوانده می شود. ایروین ضریب شدت تنش را به عنوان اساس مکانیک شکست الاستیک خطی^۶ (LEFM) و پیشگویی رشد ترک معرفی کرد. در اوایل سالهای ۱۹۶۰ تا ۱۹۷۰ ترکهای ناشی از خستگی سیکل پایین تحت شرایط کنترل کرنش با استفاده از رابطه مانسون- کافین^۷ که بین دامنه کرنش پلاستیک و عمر خستگی برقرار شده بود، معرفی شد. این نظریه توسط تاپر و مارو^۸ در ۱۹۶۹ و نیز با تعمیم قانون نیوبر و

۱-H-Kiser

۲-Hoover

۳-Irwin

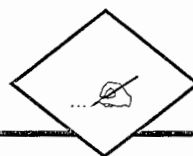
۴-Westergaard

۵-Stress Intensity Factor

۶-Linear Elastic Fracture Mechanics

۷-Manson-Coffin

۸-Topper & Morrow



محاسبات ماتسوشی و اندو^۱ در سال ۱۹۶۸ در مورد بارهای « جریان بارانی »^۲ تأیید شد. کمیته مخصوص ASTM در اوایل سالهای ۱۹۶۰ تا ۱۹۷۰ در مورد شکست فولادهای با استحکام بالا تشکیل شد، اولین تست را کمیته E-24 در سال ۱۹۶۴ انجام داد. ترکیب این کمیته با کمیته E-09 در سال ۱۹۹۳ منجر به تشکیل کمیته E-08 بنام خستگی و شکست گردید.

در اوایل سالهای ۱۹۶۰ تا ۱۹۷۰، پاریز^۳ نشان داد که نرخ رشد ترک ($\frac{da}{dN}$) می تواند با عامل ضریب شدت تنش (ΔK) به خوبی تشریح شود. سقوط ناگهانی چند هواپیمای F-III در اواخر دهه ۱۹۶۰ که ناشی از شکست ترد قطعاتی با ترکهای اولیه بود و نیز سایر مشکلاتی که خستگی برای نیروی هوایی ایالات متحده ایجاد کرده بود، باعث شد تا پیگیری مطالعاتی بر اساس مکانیک شکست بر روی بمب افکنهای B-I در سالهای ۱۹۷۰ تا ۱۹۸۰ انجام شود. البر^۴ در ۱۹۷۰ اهمیت پدیده کلوزر ترک را بیان کرد و نشان داد که رشد ترک توسط عاملی بنام ضریب شدت تنش مؤثر کنترل می شود. پاریز در ۱۹۷۰ ضریب شدت تنش آستانه را که حد پایین برای رشد ترک است را معرفی کرد. در طی سالهای ۱۹۷۰ تا ۱۹۸۰ موسسه های بین المللی مختلفی سعی بر این کردند که طیف بارگذاری بر هواپیماها، سازه های دریایی و وسایل نقلیه زمینی را فرمول بندی کنند، که این فرمولهای استاندارد توسط بسیاری از مهندسين مورد استفاده قرار گرفت. نیروی هوایی ایالات متحد در جولای ۱۹۷۴ استاندارد Mila-83444 را که در آن زوال پذیری و تفرانسهای مورد نیاز برای طراحی هواپیماهای جنگی تعریف می شد را تدوین و تصویب کرد. روش صفحه بحرانی توسط براون و میلر^۵ در سال ۱۹۷۳ پیشنهاد شد. در این زمان بود که ترکهای کوچک مورد توجه قرار گرفتند. از آنجایی که همین ترکها هستند که سریع رشد کرده و تبدیل به ترکهای بزرگ می شوند، اینگونه ترکها از اهمیت خاصی برخوردارند. در ۱۹۸۸ یک

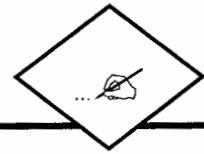
۱- Matsuishi & Endo

۴- Elber

۲-Rain flow

۵- Brown & Miller

۳- Paris



حادثه مرگبار بوئینگ ۷۳۷ در آلوها^۱ پس از ۹۰۰۰۰ ساعت پرواز، توجه همگان را بر پدیده زوال پذیری و بازرسی غیر مخرب و نگهداری و تعمیرات جلب کرد. از سال ۱۹۸۰ به بعد تغییرات زیادی در جنبه های طراحی از طریق پیشرفت نرم افزارهای کامپیوتری (نظیر مدلسازی بارها و سایر شرایط) ایجاد شد. در همین دو دهه محققان زیادی بر روی مسائل پیچیده ای نظیر خستگی چند محوری کار کردند. [۲]

معادله پاریز- اردوگان به عنوان یکی از قوانین اصلی رشد ترک و پایه مدلسازی احتمالی است. یکی از روشهایی که توسط وی و شین^۲ در سال ۱۹۶۵ در مورد بارهای نوسانی با دامنه متغیر ارائه شد سوپروپوزیشن^۳ این بارها با دامنه ثابت بود که در آن از تلاقی بارها در یک نقطه صرفنظر شده است.

همچنین بوگدانف و کوزین^۴ در سالهای ۱۹۷۸ تا ۱۹۸۱ با استفاده از زنجیره مارکو^۵ رشد ترک را مدلسازی نموده اند. هر دو مورد فوق علیرغم همخوانی خوب با نتایج تجربی دارای ابهاماتی بودند. میساوا و چیاکی هاوا^۶ در ۱۹۸۸ مقاومت در برابر رشد ترک را به عنوان پارامتری در ضریب شدت تنش در معادله پاریز- اردوگان فرض کردند و از این طریق حل تحلیلی مدلی برای رشد ترک یافتند؛ که در این مدل نیز کلوزر ترک در نظر گرفته نشده و نیز داده های تجربی کم استفاده شده است.

روشهای محاسباتی با حل از طریق مش بندی ریز و با استفاده از روش های اجزا محدود، تفاضل محدود و یا ترکیبی از آنها توسط سابسیزیک^۷ و اسپنسر^۸ در ۱۹۹۲ ارائه شد. همچنین معادله دیفرانسیل

۱- Aloha

۲- Wei & Shen

۳-Superposition

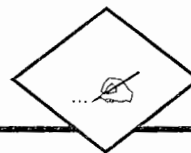
۴-Bogdanof & Kozin

۵-Morkov Chain

۶-Misawa & Chiakihava

۷-Sbczyk

۸- Spencer



مربوط به رشد ترک از طریق حل تحلیلی سری ایتو^۱ توسط کاسکیات^۲ و همکارانش در ۱۹۹۲ و کلودن و پلاتن^۳ در سال ۱۹۹۵ صورت پذیرفت، که حل تحلیلی آنها مانند سایر حل‌های تحلیلی علاوه بر پیچیدگی دارای این اشکال هستند که برای اندازه گیری پیشرفت ترک و پیش بینی عمر باقیمانده سازه هر بار باید محاسبات را مجدداً انجام داد. شن و سوبویجو^۴ برای آلیاژ Ti-6AL-4V در سال ۲۰۰۱ مدلی ارائه کردند که از معادله پاریز- اردوگان استفاده شده و همخوانی تقریباً خوبی نیز با نتایج تست از خود نشان داده است، ولی اثر کلوزر ترک و اثر تغییرات ریز ساختار این آلیاژ در اندازه ضرایب معادله پاریز- اردوگان دیده نشده است. علاوه بر تلاشهای فوق بررسی احتمالاتی پدیده رشد ترک پس از تعریف توابع احتمالاتی توسط ویبول از ۱۹۶۰ آغاز شد و مدلهایی بر مبنای آن پیشنهاد شد که از آن جمله می توان به مدلهای آماری لین و یانگ^۵ در ۱۹۸۳، تسوروی^۶ در ۱۹۸۴، ایشاکاوا^۷، دیت لویسن و اولسن^۸ در ۱۹۸۶، یوجی کیماراو تاکشی کانیو^۹ ۱۹۸۷، لانگلی و بولوتین^{۱۰} در ۱۹۸۹، ایشی کاوا^{۱۱} در ۱۹۹۳ و تان جی رالا و رای^{۱۲} در ۱۹۹۶ اشاره کرد. همه این مدلها براساس اطلاعات آمار و متغیرهای تصادفی بنا شده است.

۱- Ito

۲- Casciati

۳- Kloeden & Platen

۴- Soboyejo

۵- Lin & Yang

۶- Tsurui

۷- Ishikawa

۸- Ditlevesen & Olsen

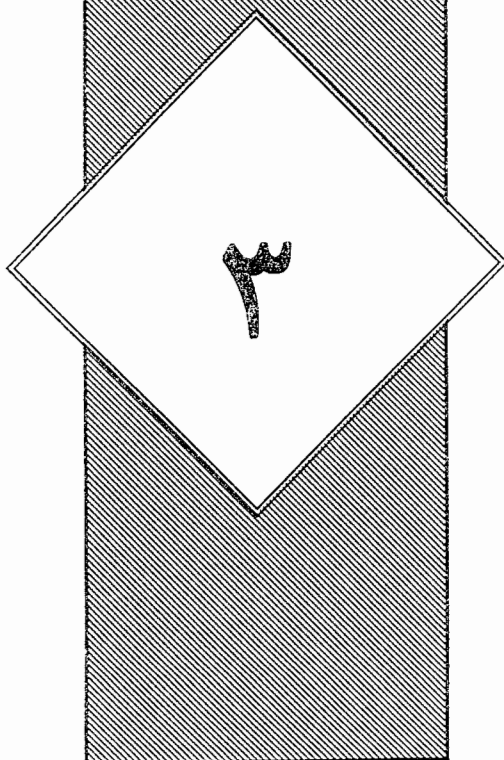
۹- Yoji Kimura & Takeshi Kunio

۱۰- Langley & Bolotin

۱۱- Ishikawa

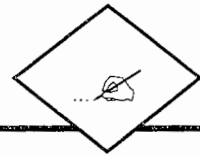
۱۲- Tangirala & Ray

فصل



روند رشد

ترک



فصل سوم

روند رشد ترک

۱-۳- عوامل موثر بر رشد ترک

یک مرور کلی بر تحقیقات انجام شده در مورد شکست سازه ها نشان می دهد که عوامل زیادی نظیر دمای کاری، چقرمگی مواد، طراحی، جوشکاری، تنش پسماند، خستگی و غیره در شکست سازه ها تأثیر دارند. بطور کلی سه مورد زیر به عنوان سه عامل اولیه و اساسی شکست سازه ها معرفی شده اند:

چقرمگی مواد:

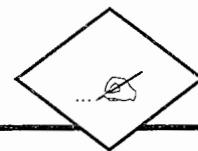
چقرمگی مواد اصطلاحی است که به توانایی ماده در برابر تغییر شکل پلاستیک و نیز به میزان انرژی جذب شده توسط ماده قبل از شکست اطلاق می گردد. همچنین واژه های نرم و ترد برای تمییز دادن شکست یک ماده که چقرمگی بترتیب زیاد و کم دارند به کار می روند.

طول ترک اولیه:

شکست از ناپیوستگی های مختلفی که در ماده وجود دارند شروع می شود. این ناپیوستگی ها می تواند از ترکهای با طول بی نهایت کوچک و یا حتی از ترکهای با طول بلند آغاز گردند. اگر چه تولید صحیح ممکن است اثر این ناپیوستگی ها را مینیمم کند ولی همیشه در پروسه تولید یک سازه ناپیوستگی هایی نظیر حفره ها، ناهمگونی ها و غیره وجود دارند. در هر حال ترک از محل ناپیوستگی ها شروع به رشد می کند و پس از رشد و رسیدن به حد بحرانی موجب شکست قطعه می گردد.

سطح بار:

طول عمر مفید یک قطعه تحت بار نوسانی زمانی که دامنه بار افزایش می یابد کم می گردد. سایر عوامل نظیر دما، نسبت بار، تمرکز تنش، تنشهای پسماند و غیره بر سه عامل فوق تأثیر می گذارند.



۲-۳- عوامل تأخیر در سرعت رشد ترک

پدیده رشد ترک پس از اعمال بار کششی اضافی^۱ به علت اینکه ناحیه پلاستیک حاصل از این افزایش بار در مقایسه با ناحیه پلاستیک اطراف نوک ترک در حالت بدون افزایش این بار بزرگتر است دارای سرعت کمتری خواهد بود و هر چه مقدار این بار کششی اضافی بیشتر باشد سرعت رشد ترک کمتر خواهد بود. البته بار اضافی فشاری چندان تأثیری بر رشد ترک ندارد.

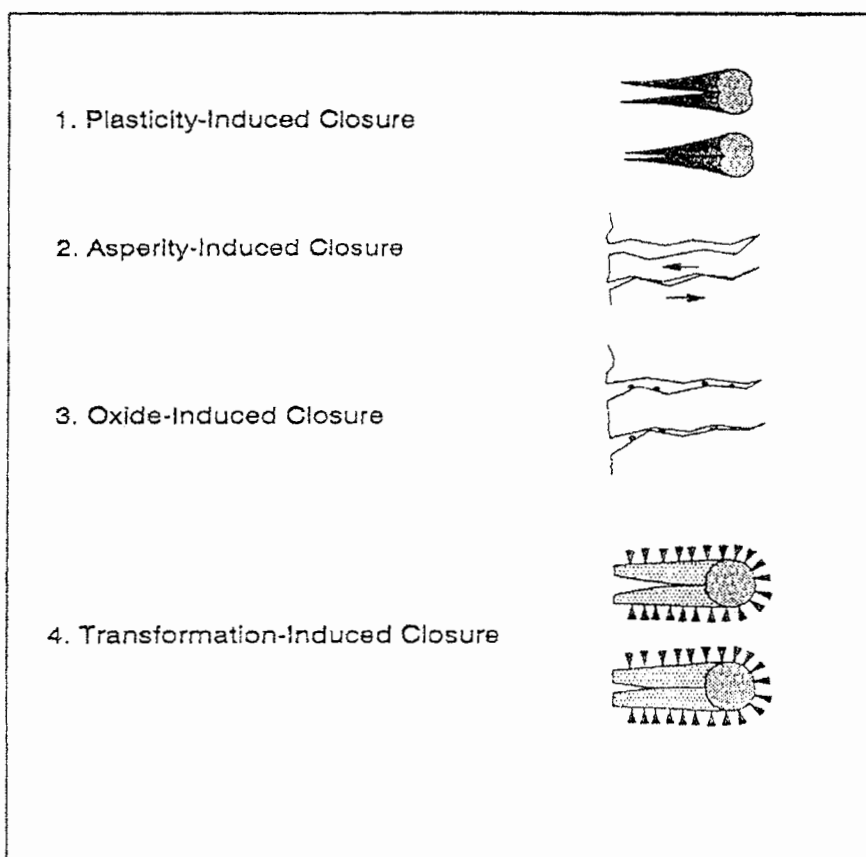
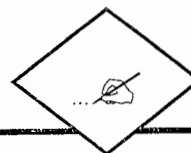
مدلهای مختلفی جهت تشریح بیشتر این تأخیرات رشد ترک وجود دارند که عموماً این تأخیرات را ناشی از گردی نوک ترک^۲، تنشهای پسماند^۳، کلوزر ترک^۴ و یا ترکیبی از مکانیزم های معرفی شده اند. گردی نوک ترک باعث کاهش نرخ رشد ترک در دامنه تنشهای کوچکتر می گردد. مدل تنشهای پسماند پیشنهاد می کند که تنشهای سیکلی کششی با دامنه زیاد باعث تشکیل تنشهای پسماند فشاری در نوک ترک می شوند که منجر به کاهش نرخ رشد ترک می گردد. اثر کلوزر ترک اولین بار توسط البر در ۱۹۷۰ به عنوان عامل تداخل وجوه دهانه ترک ارائه شد. پدیده کلوزر که در واقع منشا خارجی دارد به بار اعمالی، هندسه سازه و هندسه ترک بستگی دارد و ناشی از وجود تغییر شکلهای پلاستیک در هنگام باز شدن دهانه ترک می باشد. در یک سیکل بارگذاری در اطراف نوک ترک یک ناحیه پلاستیک احاطه شده با ناحیه الاستیک خارجی تشکیل می شود که در هنگام باربرداری این ناحیه پلاستیک از طرف ناحیه الاستیک خارجی تحت فشار قرار می گیرد و تا زمانی که بار خارجی بر این فشار در سیکل بارگذاری بعدی غلبه نکند دهانه بسته باقی خواهد ماند. مهمترین مکانیزم های کلوزر ترک را می توان در چهار نوع زیر خلاصه نمود. این مکانیزم در شکل (۱-۳) نشان داده شده است.

۱-Tensile OverLoad

۲-Blunt

۳-Residual Strass

۴-Crack Closure



شکل (۱-۳) مکانیزمهای کلوزر ترک

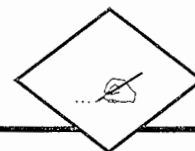
کلوزر ناشی از پلاستیک^۱: کلوزر بصورت منطقه پلاستیک پسماند در نوک ترک ظاهر می شود که اولین بار توسط نیومان^۲ در ۱۹۸۳ محاسبه و اندازه گیری شد.

کلوزر ناشی از ناهمواری و زبری سطح^۳: این نوع ناشی از عدم جفت و جور شدن سطوح مقابل بهم دهانه ترک است که نتیجه بارگذاری برشی (مدهای دوم و سوم) است. این مورد در هنگام آستانه رشد ترک در

۱-Plasticity-Induced

۲-Newman

۳-Asperity-Induced



مواردی چون آلیاژ آلومینیوم با استحکام بالا بیشتر به چشم می خورد که اولین بار توسط والکر^۱ و بیورز^۲ در ۱۹۷۹ شناخته و معرفی شد.

کلوزر ناشی از اکسیداسیون^۳: مواردی نظیر خوردگی، اکسیداسیون، ذرات فرسایشی، مایعات حد تغییرات ضریب شدت تنش را کاهش می دهند و اولین بار توسط پاریز و همکارانش شناخته شده و توسط واسودوان و سورش^۴ در ۱۹۸۲ اندازه گیری شد.

کلوزر ناشی از تغییر شکلهای نوک ترک^۵: اثرات بجا مانده از تغییر شکلهای پلاستیک در نوک ترک در مراحل مختلف رشد ترک باعث کند شدن رشد ترک در سیکل بعدی می شود، که این اثرات به عنوان یک مکانیزم کلوزر تعریف می شوند.

یک فرض اصولی که توسط دیکونینگ^۶ در سال ۱۹۸۱ ارائه شد این است که هنگامی که $S_{Max} \leq S_{Op}$ باشد، ترک اصلاً اتفاق نمی افتد. همچنین اگر $S_{Op} \leq S_{Min}$ باشد، کلوزر ترک هیچ تأثیری بر رشد ترک ندارد، ولی در حالتی که $S_{Min} < S_{Op}$ باشد در واقع فاصله $S_{Op} - S_{Min}$ بارهای خارجی صرف غلبه بر کشش پسماند سیکل قبلی که ناشی از کلوزر ترک است می گردد و به عبارت دیگر رشد ترک در فاصله $S_{Max} - S_{Op}$ اتفاق می افتد.

بنابراین برای در نظر گرفتن تأثیر کلوزر ترک باید در معادله پاریز اردوگان از ضریب شدت تنش مؤثر بجای ضریب شدت تنش استفاده کرد که با مقایسه بین نمودارهای نرخ رشد ترک بر حسب ضریب شدت تنش Δk ، (بیان کننده سرعت افزایش تنش در محدوده اطراف نوک ترک به سمت مقدار تئوری بینهایت در نوک ترک می باشد) و نرخ رشد ترک بر حسب ضریب شدت تنش مؤثر (Δk_{eff}) مشاهده

۱-Walker

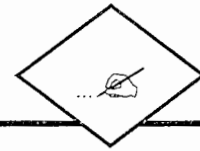
۲-Bevers

۳-Oxid-Induced

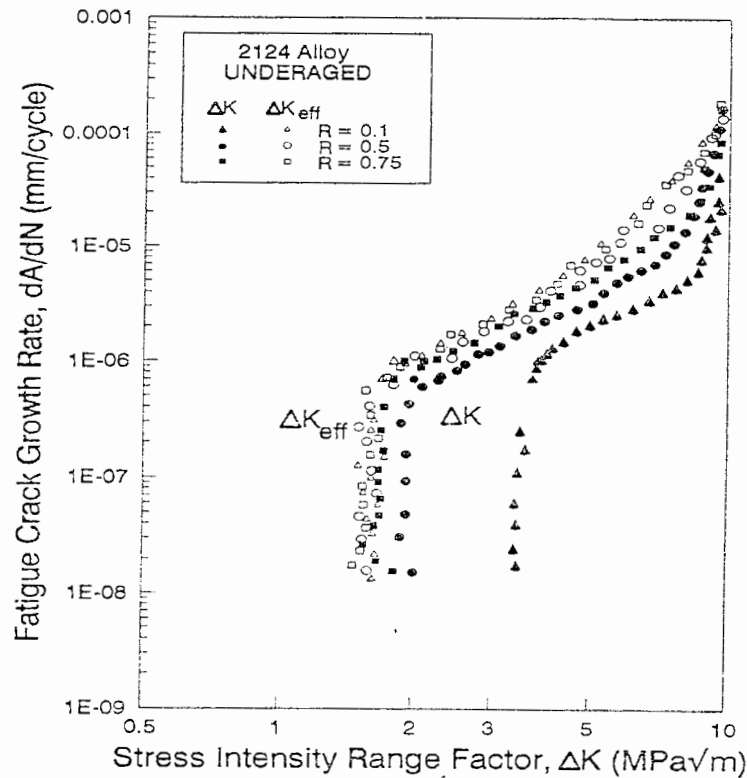
۴-Vasudevan & Suresh

۵-Transformation-Induced

۶-Dekoning



می شود که با در نظر گرفتن اثر پدیده کلوزر در واقع تغییرات نسبت تنش در فاصله بین $S_{Op} - S_{Min}$ تأثیری بر رشد ترک ندارد که در شکل (۳-۲) نیز این مسأله تأیید می گردد [۳].



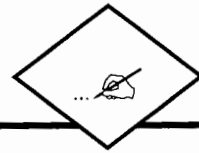
شکل (۳-۲) نمودار لگاریتمی نرخ رشد ترک بر حسب دامنه ضریب شدت تنش موثر در نسبت تنشهای مختلف

بنابراین صورت اصلاح شده معادله پاریز اردوگان عبارتست از:

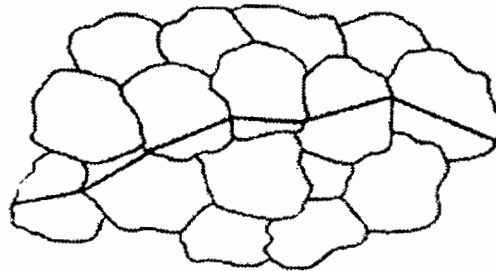
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta k_{eff})^m \quad (3-1)$$

۳-۳- رشد میکروسکوپی و ماکروسکوپی ترک

تخمین عمر یک سازه نیازمند بررسی رشد ترک و توزیع تنش در نوک ترک می باشد، که بررسی و بدست آوردن توزیع تنش در نوک ترک مسأله اصلی مورد بحث در مکانیک شکست است. البته روشهای دیگری نیز برای تخمین عمر سازه نظیر قانون خرابی جمععی وجود دارند که دارای معایبی نسبت به روش مکانیک شکست است. به عبارت دیگر مکانیک شکست بهترین روش بررسی ترک می باشد. رشد ترک در



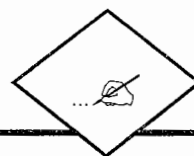
سازه با جدایش مستقیم در طول صفحات کریستالوگرافی که منجر به یک شکست پیوند اتمی می شود رخ می دهد. بنابراین اصلی ترین مشخصه آن این است که معمولاً به یک عده صفحات کریستالوگرافی مربوط می شود. بعنوان مثال آهن در طول صفحه مکعبی (۱۰۰) از واحد سلولی اش می شکند. این امر باعث همواری نسبی سطح ترک نسبت به هنگامی که ترک در دانه رشد می کند می شود و از آنجایی که ریزدانه های مجاور دارای جهات مختلفی هستند لذا ترک در هر مرز دانه تغییر جهت می دهد تا در راستای صفحه کریستالوگرافی مورد نظر براحتی وبا کمترین انرژی رشد کند، شکل (۳-۳).



شکل (۳-۳) انتشار ترک در ریزدانه ها

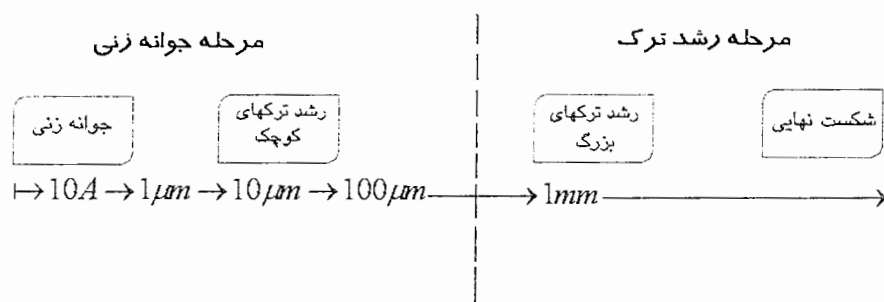
ترک یکی از فرآیندهای انباشتگی خرابی است که از شبکه کریستالی (در صفحاتی که تحت بیشترین تنش برشی هستند) شروع و به قطعات بزرگ سازه ها ختم می شود [۲]. امروزه ترک به عنوان منشاء تسلیم محلی مواد و به عبارت دیگر لغزش لایه های اتمی در نظر گرفته می شود. این لغزشها ناشی از تمرکز تنش می باشند. چنانکه فرض می شود هر لغزش باعث مقداری زوال و خرابی در ماده می شود.

ترک ابتدا در سطح ریزدانه ها و لایه های بین دانه هایی که بیشترین تنش بر آن اعمال می شود آغاز می گردد. در این مرحله ترکهای میکروسکوپی شروع به جوانه زنی می کنند. سپس این ترکها رشد می کنند چنانکه اندازه آنها به اندازه چند ریزدانه می شود که در این مرحله به آنها ترک کوچک



میکروسکوپی گویند، که تعداد آنها گاهی زیاد است، البته بیشتر آنها متوقف می شوند ولی تعدادی هم مسیر خود را از قسمت های ناهمگن ماده یافته و رشد می نمایند و تبدیل به ترکهای بزرگ می شود. در این مرحله شاهد رشد ترکها و بوجود آمدن ترکهای ماکروسکوپی هستیم که ترکهای بزرگ در داخل سازه رشد می کند و در نهایت سریعاً شکست اتفاق می افتد.

همچنانکه در بالا باختصار توضیح داده شد شکست شامل سه مرحله اصلی جوانه زنی^۱، رشد ترک که خود شامل رشد ترکهای کوچک^۲ و رشد ترکهای بزرگ^۳ است و در نهایت شکست^۴ می باشد، که تقسیم بندی کلی آنها مطابق شکل (۳-۴) است.



شکل (۳-۴) تقسیم بندی مراحل رشد ترک

مطالعه بر روی رشد ترک می تواند از زوایای میکروسکوپی و ماکروسکوپی که به ترتیب در قالب علوم متالوژی و مقاومت مصالح هستند انجام شود. در اینجا ابتدا با گریزی بر علم متالوژی، بطور اجمال این پدیده را از طیف میکروسکوپی مورد بررسی قرار می گیرد و سپس با استفاده از اصول مکانیک شکست که در فصل های آینده در مورد آن توضیح داده خواهد شد مروری کلی بر روابط تجربی رشد ترک خواهیم داشت.

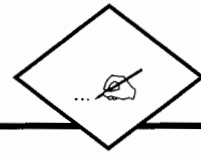
جوانه زنی ترک پدیده ای ناشی از مسائل ریز ساختار ماده است و معمولاً در سطح آزاد ماده به علت تمرکز تنش زیاد (ناصافی سطح، مرز دانه ها و غیره) بوجود می آید و در مواد با شرایط بارگذاری مختلف

۱-Nucleation , Initiation

۲-Micro-Crack Growth

۳-Macro-Crack Growth

۴-Fracture



این مرحله دارای درجات اهمیت مختلفی است. به این معنا که در تنشهای پایین درصد بالایی از عمر خستگی صرف جوانه زنی ترک می گردد، در حالی که در تنش های با دامنه بالا جوانه زنی در همان سیکلهای اولیه صورت می پذیرد و یا در مواردی مانند حضور عیوب ناشی از فرآیندهای ساخت که بالاجبار گاهاً در ماده بوجود می آیند مرحله بعدی یعنی رشد ترک را می توان از همان ابتدای بارگذاری در نظر گرفت [۱]. در بعضی فلزات خاص این امکان وجود دارد که به علت لغزش صفحات در یک امتداد معین شکست رخ دهد. در حالی که بیشتر مواد مورد استفاده در مهندسی دارای مرحله رشد ترک می باشند که تاثیر این مرحله بخصوص بر نرخ رشد ترک واضح است. سه نوع کلی ذرات ناخالصی که به عنوان فاز دوم رشد ترک ظاهر می شوند عبارتند از:

الف- ذرات بزرگ که با میکروسکوپ نوری هم دیده می شوند و اغلب تولید هدفداری در بر ندارند.

ب- ذرات متوسط که در حدود ۵۰۰-۵۰۰۰ انگستریم می باشند.

ج- ذرات رسوبی که سایزی در حدود ۵۰-۵۰۰ انگستریم دارند و از طریق رسوب در پروسه های عملیات

حرارتی برای رسیدن به تنش تسلیم به منظور شکل دهی، تشکیل می شوند.

ذرات بزرگ معمولاً خیلی ترد هستند و لذا نمی توانند از تغییر شکل پلاستیک اطراف خود تبعیت نمایند.

لذا هنگامی که محیط اطراف آنها شروع به تغییر شکل پلاستیک نمود شکست این ذرات به صورت

تشکیل حفره ها صورت می گیرد. رشد حفره ها که موجب افزایش نرخ رشد ترک می شوند پس از کمی

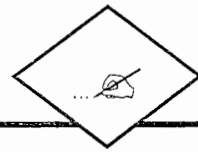
تغییر شکل پلاستیک منجر به شکست قطعه می گردند.

از آنجایی که ذرات متوسط نمی توانند براحتی محیط اطراف خود تغییر شکل دهند، لذا چسبندگی بین

آنها و محیط اطرافشان در هنگام گسترش تغییر شکل پلاستیک بویژه در نقاط تیزشان از بین

می رود. بدین ترتیب حفره های کوچک شکل می گیرند و با لغزشها شروع به رشد می کنند، به عبارت

دیگر مواد دچار گلوبی^۱ شده و تا کاهش ۱۰۰ درصدی سطح مقطع موجب شکست قطعه می شوند.



در رابطه با رشد ترک های ماکروسکوپی، که مساله اصلی مورد بحث ما است، نیز می توان موارد زیر را از مشاهدات آزمایشگاهی استخراج کرد:

- ① ترکها معمولاً در صفحه ای عمود بر راستای بزرگترین تنش اصلی رشد می کنند.
- ② رشد ترک فرآیندی است تکراری و تجمعی که با مشاهده آثار بجا مانده از جابجایی صفحات لغزش روی سطح شکست می توان این مساله را توجیه کرد، چنانکه هر اثر نشان دهنده پیشرفت ترک در هر سیکل بارگذاری است.
- ③ فرآیند رشد ترک در واقع رشد ناحیه تغییر شکل پلاستیک اطراف نوک ترک است که منجر به تمرکز تنش بالا می شود و این ناحیه را ناحیه پلاستیک^۱ می نامند.
- ④ رشد ترک معمولاً در هنگام کششی بودن تنش در نوک ترک صورت می پذیرد و تنش فشاری تأثیر چندانی بر آن ندارد.
- ⑤ رشد ترک تحت بار نوسانی با دامنه ثابت با رشد ترک تحت بار نوسانی با دامنه متغیر اختلاف دارد.

رشد ترک تأثیر پذیر از عوامل زیادی با ماهیت مختلف می باشد که می توان آن را بطور کلی تابعی از متغیرهای زیر دانست:

$$\Delta S = S_{Max} - S_{Min} \quad \text{حد تغییرات تنش}^2$$

$$R = \frac{S_{Min}}{S_{Max}} \quad \text{نسبت تنش}^3$$

نوع تنش (چند محوری بودن، دامنه تغییر و غیره)

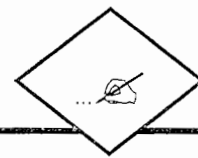
خواص مکانیکی (حد تسلیم، الاستیسیته، ویسکوالاستیسیته و غیره)

فاکتورهای محیطی (دما، رطوبت، کلوزر و غیره) و هندسه قطعه

۱-Plastic Zone

۲-Stress Range

۳-Stress Ratio



۳-۴- ترکهای اولیه

ترک اولیه در سازه به دلایل مختلفی ایجاد می شود. به عنوان مثال در قطعات فلزی ترکهای اولیه به دلایل زیر ایجاد می شوند [۳]:

● تنشهای پسماند ناشی از روند تولید قطعات فلزی مانند جوشکاری، نورد و غیره.

● نقص ها و ایرادات ناشی از عدم دقت در زمان ساخت قطعات فلزی یا ترکهای ایجاد شده بعد از ساخت قطعه و در زمان حمل و نقل و نصب آن.

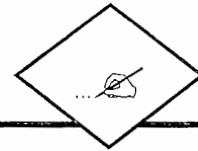
● ترکهای ناشی از بارگذاری رفت و برگشتی (خستگی).

یادآور می شویم که ترکها اساساً توسط تنش های کششی ایجاد می شوند با این وجود عوامل مختلفی می تواند با یکدیگر ترکیب شده تا یک ترک را بوجود آورند. در مصالح نیمه ترد مانند بتن نیز ترکهای اولیه به دلایل زیادی که به اختصار در زیر به آنها اشاره خواهد شد ایجاد می شوند:

● ترکهای حرارتی: سیمان به هنگام هیدراسیون حرارت ایجاد می کند. به هنگام افزایش دما ازدیاد حجم بتن کم است زیرا در مراحل اولیه بتن نسبتاً خمیری بوده و در نتیجه تنش فشاری که در اثر حرکت بتن ایجاد می شود، کم است. بعداً در زمان خنک شدن، سختی بتن بیشتر شده و در نتیجه مقاومت در برابر انقباض می تواند باعث ایجاد تنش های کششی شود.

● ترکهای ناشی از بارگذاری بیش از حد مجاز: این ترکها در روزهای اولیه، در اثر بار بیش از موقع و یا جابجایی و نصب قالب و یا زمانی که سازه به هنگام احداث تحت اثر بارهایی قرار گیرد که طراح در طراحی خود در نظر نگرفته باشد، ایجاد می گردد.

● ترکهای ناشی از حرکات پی: اثرات حرکت پی بستگی به نوع پی، فصل مشترک پی و سازه و خود سازه دارد. بدترین حالت ممکن، معمولاً حرکت منقطع یک سازه کاملاً گیردار است که می تواند منجر به ایجاد یک ترک برشی بزرگ در محل جابجایی سازه شود و متعاقباً در امتداد ضعیفترین مسیر از میان سازه عبور می کند.



● ترکهای ناشی از کاهش حجم بتن: بتن بعد از سخت شدن مقداری کاهش حجم می دهد که این کاهش حجم در ستونهای بتنی بهتر مشاهده می شود.

● ترکهای ناشی از جمع شدگی خشک شدن^۱: زمانی که میزان رطوبت بتن بتدریج کاهش می یابد، ژل سیلیکات کلسیم سیمان منقبض می شود و جمع شدگی ناشی از خشک شدن اتفاق می افتد. ترک خوردگی زمانی که گیرداری خارجی و داخلی مانع از انقباض بتن شود، اتفاق می افتد. ترک جمع شدگی دیرتر از ترک حرارتی اتفاق می افتد و مهمترین عامل آن میزان آب داخل مخلوط بتن و رطوبت نسبی محیط می باشد.

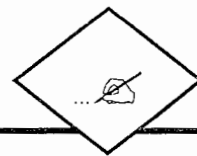
● ترکهای ناشی از اثر نشست پلاستیک بتن: این ترکها معمولاً در محل تغییر ضخامت مقطع، نزدیک به سطح بتن جایی که تراکم میلگرد زیاد است و یا در دیوارهای نازک و ستونها ظاهر می گردند. ترکهای داخلی و خلل و فرج زیر میلگردها نیز می تواند ایجاد شود. ترک ناشی از نشست خمیری^۲ پس از گذشت ۱۰ دقیقه تا چند ساعت پس از بتن ریزی ایجاد می شود.

● ترکهای ناشی از واکنشهای شیمیایی: بتن سخت شده می تواند به واسطه واکنش شیمیایی ما بین سنگدانه ها، مواد تشکیل دهنده خمیر سیمان و آب آسیب ببیند. این چنین واکنشهایی عبارتند از: قلیایی سیلیسی، قلیایی سیلیکاتی، قلیایی کربناته و واکنشهای سولفاته، کلرورهای موجود در سنگدانه و یا آب می تواند باعث خوردگی میلگرد شوند. ماحصل تمامی این عکس العملها منجر به انبساط حجمی و ترک خوردگی می شود. این واکنشها اکثراً بعد از چندین سال مشاهده می شود.

● ترکهای ناشی از سیکلهای ذوب و انجماد: زمانی که بتن کاملاً اشباع در معرض دمای انجماد قرار بگیرد، خرد خواهد شد. انجماد در مجاورت نمک اثر مخرب بیشتری دارد زیرا انجماد آب خالص باعث تخریب داخلی بتن می شود، در حالی که انجماد در مجاورت نمک بیشتر باعث تخریب سطحی و

۱-Dry Shrinkage Cracking

۲-Plastic Settlement



پوسته شدن بتن می شود. تفاوت زیاد در ضریب انبساط حرارتی ما بین سنگدانه ها و خمیر سیمان باعث ترک خوردگی بتن مخصوصاً در چرخه های ذوب و انجماد می شود.

● ترکهای ناشی از نیروی زلزله: این نیروی نوسانی می تواند باعث بوجود آمدن ترک و پدیده خستگی شود. علاوه بر این موارد عواملی نظیر تمرکز تنش باعث ایجاد ترک در سازه ها می شود.

۵-۳- مدل رشد ترک

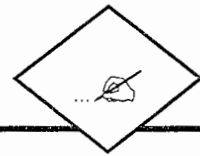
بطور کلی مدل‌های مختلفی در مورد مکانیزم جوانه زنی و رشد ترک ارائه شده است؛ به عنوان مثال می توان به مدل وود^۱ اشاره کرد که در سال ۱۹۵۸ ارائه شد و خلاصه ای از آن به شرح زیر است:

مطابق شکل (۵-۳) یک ترک نوک تیز تحت میدان تنش کششی، تمرکز تنش زیادی در نوک ترک ایجاد می کند که باعث می گردد لغزش صفحات در نوک ترک براحتی در جهتی که تنش برشی ماکزیمم وجود دارد صورت پذیرد. در این شکل مطابق مراحل ۱ و ۲ مواد واقع در بالای دهانه ترک در راستای صفحه ای با ماکزیمم تنش برشی شروع به لغزش می کنند که منجر به باز شدن دهانه ترک می گردد سپس مطابق مراحل ۲ و ۳ لغزش می تواند در راستای دیگری صورت پذیرد. کار سختی و افزایش تنش در نهایت صفحات لغزش موازی دیگری را فعال می کند و باعث گرد شدن نوک ترک می گردد (مرحله ۴).

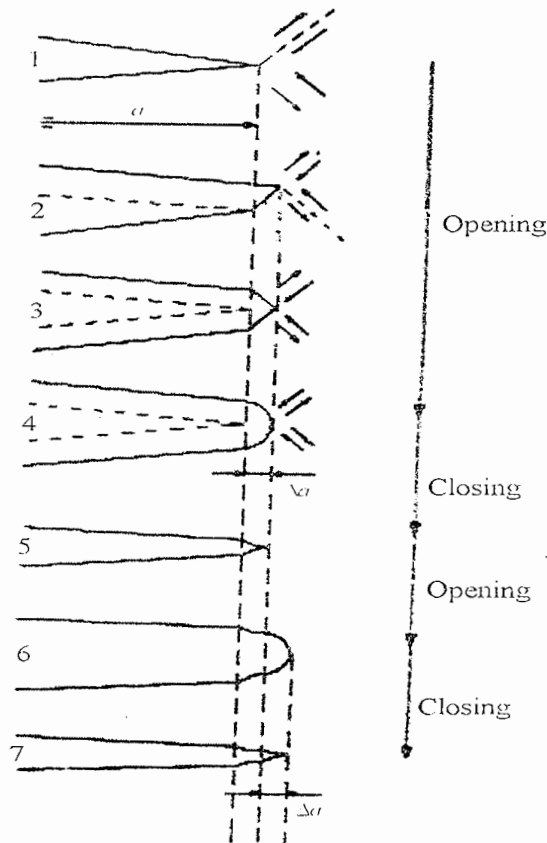
بدین ترتیب ترک باندازه Δa رشد کرده است. تغییر شکل پلاستیک ایجاد شده در ناحیه کوچکی از نوک ترک که با محیط الاستیک احاطه شده است، در هنگام برگشت جهت بار، از طرف محیط الاستیک خود تحت فشار قرار می گیرد؛ این تنش های فشاری حداقل در محدوده نوک ترک از حد تسلیم می گذرند و این موجب تغییر شکل پلاستیک معکوس^۲ می گردد، که باعث بسته شدن دهانه ترک و مجدداً تیز شدن نوک ترک می شود (مرحله ۵). باز و بسته شدن مداوم دهانه ترک ناهمواریهایی را در سطح شکست ایجاد

۱-Wood

۲-Reversed Plastic Deformation



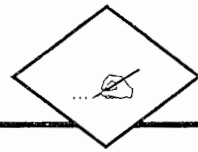
می کنند، که هر سیکل جدید یک ناهمواری جدید به ناهمواریهای قبلی می افزاید و فاصله بین این ناهمواریها مبین نرخ رشد ترک است، که به این ناهمواریها خش های شکست^۱ گویند.



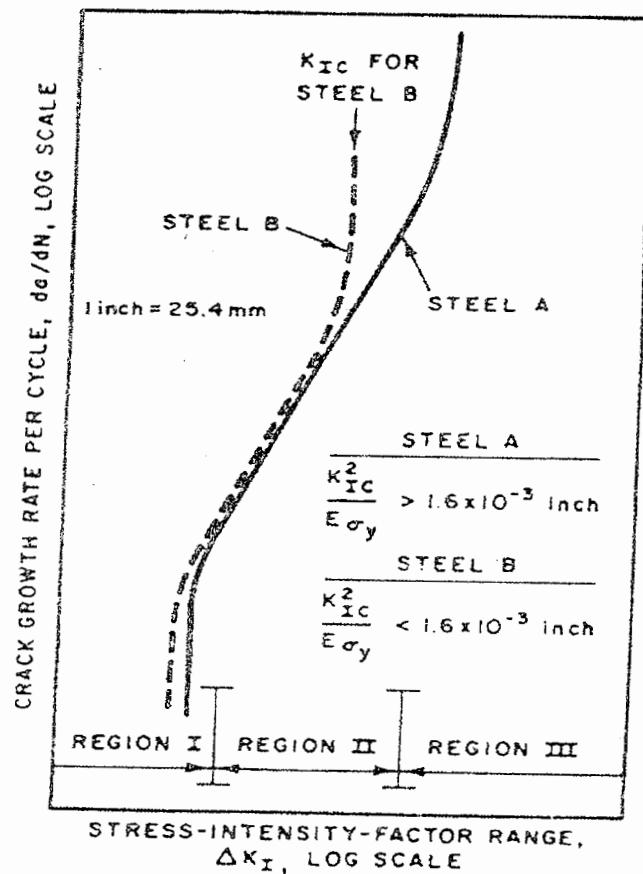
شکل (۳-۵) مکانیزم رشد ترک، مدل وود

۳-۶- نمودار نرخ رشد ترک بر حسب ضریب شدت تنش

به منظور دستیابی به حداقل عمر یک سازه در طراحی، معقول این است که فرض شود طول عمر جوانه زنی ترک ناچیز است. بنابراین عمر مفید سازه از طبیعت و رفتار رشد ترک آن بدست می آید، که می توان با فهم درستی از نرخ رشد ترک حداقل عمر مفید و بازه های مناسب برای سرویس و یا تعویض را در طراحی بدست آورد. با استفاده از تستهای خستگی بر روی سازه می توان نشان داد که طول عمر مفید یک سازه تحت بار نوسانی، زمانی که دامنه بار افزایش می یابد و یا ترک اولیه در سازه وجود داشته باشد کم می گردد. بنابراین در تستهای آزمایشگاهی نمودارهای مختلفی از طول ترک بر حسب تعداد



سیکل بدست می آید که هر یک مبین یک سطح تنش و یک طول ترک اولیه می باشند. می توان این نمودارها را به منظور مقایسه آسانتر به یک نمودار تبدیل کرد، بدین ترتیب که نمودار نرخ رشد ترک $(\frac{da}{dN})$ را بر حسب حد تغییرات ضریب شدت تنش که خود تأثیرپذیر از طول ترک، سطح تنش و هندسه سازه است در نظر بگیریم. این نمودار در مقیاس لگاریتمی بوده و همچنانکه در شکل (۳-۵) دیده می شود، به سه منطقه تقسیم می شود.

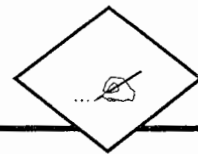


شکل (۳-۶) نمودار نرخ رشد ترک بر حسب دامنه ضریب شدت تنش در مقیاس لگاریتمی

منطقه اول که «آستانه رشد ترک»^۱ نامیده می شود، حد پایین ضریب شدت تنش است که در مقادیر کمتر از این حد ترک رشد نمی نماید و یا دارای رشد بسیار ناچیز است. اولین مشاهداتی که از نرخ رشد ترک توسط فروست^۲ در ۱۹۶۰ به عمل آمد حاکی از این بود که در تنشهای پایین نرخ رشد ترک دارای

۱-Fatigue – Crack Threshold

۲-Frost



شتاب کمی است. این امر باعث تعریف آستانه رشد ترک گردید و وجود و مقدار این حد توسط مک

کلینگ^۱، لیندندر^۲ و پاریز با کمک تحلیل الاستیک-پلاستیک مکانیک شکست اثبات و بدست آمد [۲].

منطقه دوم ناحیه «رشد ترک»^۳ است و روابط تجربی موجود که در ادامه بحث توضیح داده خواهد شد در این ناحیه صادقند.

در منطقه سوم که نرخ رشد ترک بسیار بالاتر از آنچه که در ناحیه دوم با استفاده از روابط موجود پیش بینی شده بود می باشد، شکست اتفاق می افتد و حد بالای ضریب شدت تنش است.

مشاهدات آزمایشگاهی مبین آن است که خرابی (که معمولاً با طول ترک « a » مشخص می شوند) تأثیر پذیر از عواملی چون تنش « S »، خواص ماده « C »، دما « θ » و سایر شرایط محیطی « ξ » می باشد، که عموماً به صورت معادله غیر خطی زیر بیان می گردد:

$$\frac{da}{dN} = f(a, S, C, \theta, \xi) \quad (3-2)$$

که در آن $\left(\frac{da}{dN}\right)$ نرخ رشد ترک می باشد. متأسفانه هنوز تأثیر هر یک از عوامل فوق به تنهایی بر رشد ترک مشخص نشده است و لذا تأثیر همه آنها را بصورت معادلات رشد ترک با استفاده از نتایج آزمایشگاهی مدل نموده اند، که مناسبترین کمیتی که به منظور مشخص کردن نرخ رشد ترک در همه روابط آزمایشگاهی از آن استفاده شده ضریب شدت تنش است.

یکی از متداولترین روابط تجربی توسط پاریز و اردوگان^۴ که نتایج خوبی برای ترکهای بلند داده است به شرح زیر ارائه گردید [۲]:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta k)^m \quad (3-3)$$

که C, m ثابت های ماده اند و به عواملی چون فرکانس، بارگذاری، دما و نسبت تنش بستگی دارند.

۱-Mc Clintok

۲-Lindner

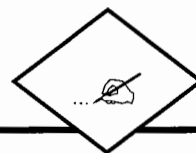
۳-Fatigue – Crack Propagation

۴-Erdogan

فصل

۴

مکانیک شکست



فصل چهارم

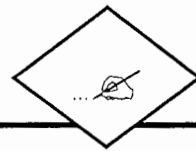
مکانیک شکست

۴-۱- بررسی مدل گریفیس

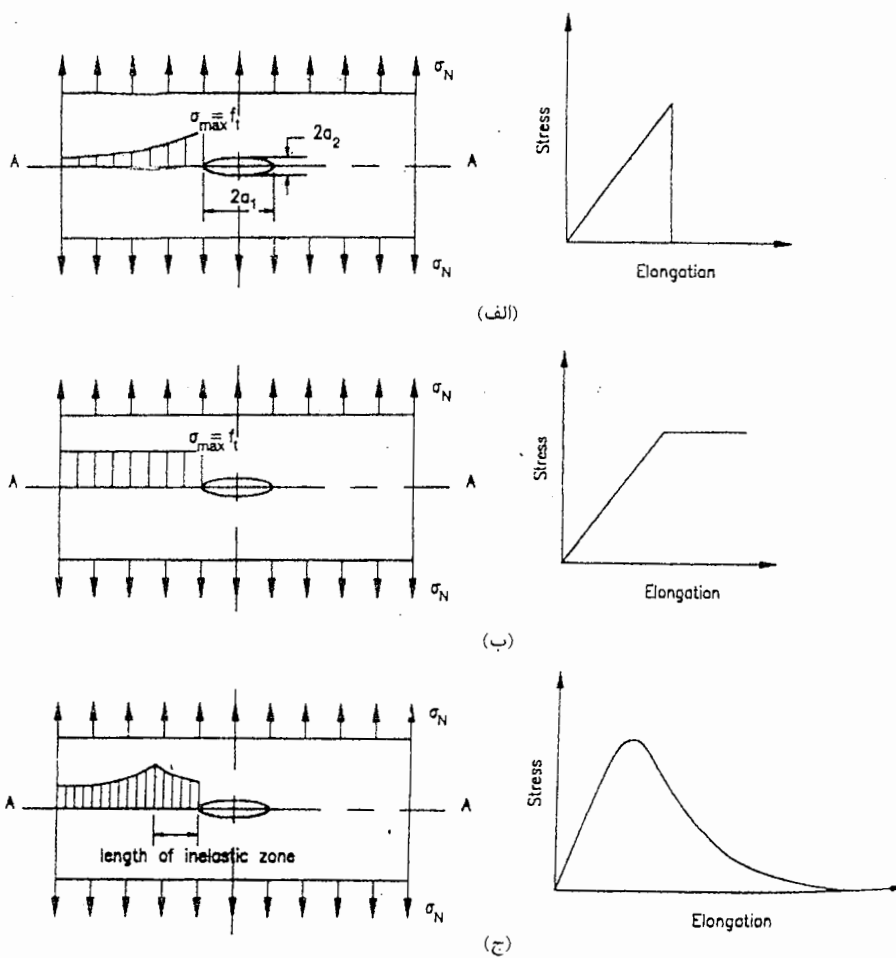
مکانیک شکست علم بررسی نحوه گسترش ترک در سازه، پاسخ سازه ترک خورده تحت بارهای وارده و خرابی سازه در نتیجه رشد و توسعه ترک اولیه می باشد شکست در سازه ها علاوه بر هندسه و بارگذاری به خصوصیات مکانیکی مواد به کار رفته در ساخت سازه ها بستگی دارد. برای دانستن این موضوع مطابق شکل (۴-۱) یک صفحه به طول نامحدود را در نظر بگیرید که از دو سو تحت تنش کششی قرار گرفته است. در این مثال ضعف مصالح به وسیله قرار دادن یک سوراخ بیضی شکل در وسط صفحه مدل شده است (مدل گریفیس). وجود سوراخ در صفحه باعث تمرکز تنشهای کششی در اطراف این سوراخ می شود به طوریکه حداکثر تنش کششی در کناره های سوراخ (σ_{Max}) از مقدار تنش اعمال شده بر ورق (σ_N) بیشتر است. از تحلیل الاستیک تنش برای صفحه مذکور داریم: [۲]

$$\sigma_{Max} = \left(1 + \frac{2a_1}{a_2}\right) \sigma_N = K_t \sigma_N \quad (4-1)$$

که a_1 و a_2 به ترتیب شعاعهای کوچک و بزرگ سوراخ بیضی شکل هستند و K_t ضریبی است که نشاندهنده تمرکز تنش می باشد. هرگاه صفحه از مصالح کاملاً ترد ساخته شده باشد، به محض رسیدن σ_{Max} به مقاومت کششی مصالح ورق f_t ، شکست به صورت ناگهانی روی می دهد (شکل الف-۱-۴). در حالی که اگر ورق از مصالح شکل پذیر ایده ال ساخته شده باشد تمامی نقاط اطراف سوراخ می توانند به مقدار $\sigma_{Max} = f_t$ برسند زیرا پس از رسیدن اولین نقطه لبه سوراخ به مقدار f_t توزیع تنشهای

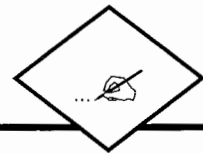


پلاستیک باعث افزایش تنشها در سایر نقاط می گردد (شکل ب-۱-۴). در این حالت شکست زمانی اتفاق می افتد که تمام مقطع افقی صفحه جاری شود. حال اگر مصالح مورد استفاده از نوع نیمه ترد مانند بتن باشند، رابطه تنش کرنش آن به تدریج از حالت تنش حداکثر به صفر می رسد یعنی در هنگام شکست یک نرم شدگی تدریجی در کرنشها اتفاق می افتد (شکل ج-۱-۴). این نرم شدگی باعث ایجاد یک منطقه صدمه دیده در اطراف سوراخ بیضی شکل مثال فوق می گردد. این منطقه صدمه دیده، ناحیه شکست نامیده می شود و گسترش آن تأثیر زیادی بر پاسخ بار تغییر مکان سازه خواهد داشت.



شکل (۱-۴) جاری شدن مصالح: (الف) مصالح ترد، (ب) مصالح الاستیک-پلاستیک، (ج) مصالح نیمه ترد

مکانیک شکست الاستیک خطی به بحث در مورد مصالحی می پردازد که رفتار تنش کرنش آنها خطی بوده و پس از باربردار تغییر شکلی در آن باقی نمی ماند. لذا اینگونه مواد ناحیه صدمه دیده جلوی ترک بسیار کوچک خواهد بود و عملاً از آن صرفنظر می شود. به عبارت دیگر این شاخه از مکانیک شکست



برای مصالح کاملاً ترد کاربرد دارد، در حالیکه اکثر مصالح مورد استفاده در سازه ها مانند بتن و فولاد، یکی دارای رفتار نیمه ترد و دیگری دارای رفتار الاستیک- پلاستیک می باشد. با این وجود دانستن اصول مکانیک شکست خطی الاستیک و معیارهای شکست در این شاخه لازمه درک صحیح روابط و معیارهای مکانیک شکست غیر خطی می باشد.

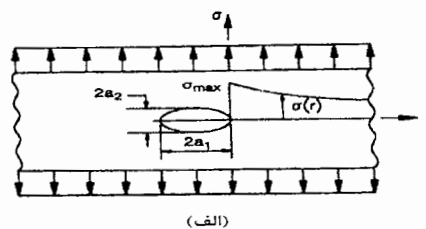
مطابق معادله (۴-۱) هر گاه $\frac{a_1}{a_2} \rightarrow \infty$ یعنی سوراخ بیضی شکل به سمت یک ترک تیز گوشه میل کند، تنش در نوک ترک بینهایت خواهد شد (تنش تکین^۱). این موضوع ایده اصلی علم مکانیک شکست خطی است که می گوید هر گاه به اندازه کافی به نوک یک ترک نزدیک شویم خواهیم دید که توزیع تنش در این منطقه در تمامی مواد و تمامی حالات بارگذاری یکسان است. (شکل ۲-۴) این موضوع را نشان داده و منجر به معادله زیر می گردد:

$$\sigma_{(r)} = C_F r^{-\frac{1}{2}} \quad (۴-۲)$$

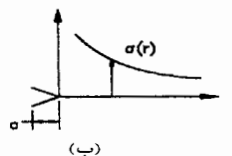
به پدیده فوق در نوک ترک، تکین شدن تنش گویند و $r^{-\frac{1}{2}}$ درجه تکین شدن نامیده می شود. همچنین در معادله فوق C_F ضریبی است که بصورت زیر تعریف می گردد:

$$C_F = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \quad (۴-۳)$$

K_I فاکتور شدت تنش در مد اول ترک خوردگی نام دارد و یکی از معیارهای مکانیک شکست است.

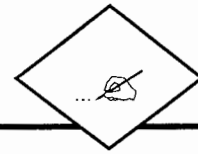


(الف)

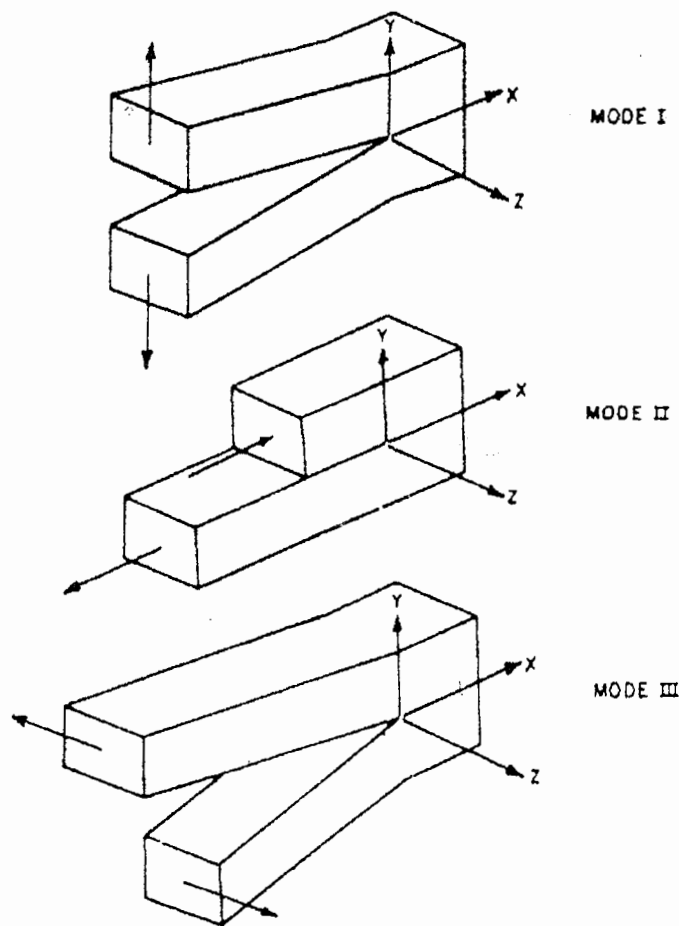


(ب)

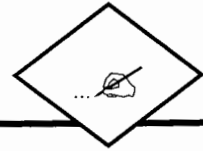
شکل (۴-۲) توزیع تنشهای داخلی در اطراف ترک: الف) ترک بیضی، ب) ترک نوک تیز [۴]



منظور از مد ترک خوردگی حالت‌های سه گانه وارد آمدن تنش به نوک ترک می باشد که هر یک باعث باز شدگی دهانه ترک در جهتی خاص می گردند. مطابق (شکل ۳-۴) مد اول ترک خوردگی به دلیل وجود تنشهای عمود بر محور ترک است که باعث باز شدگی ترک در صفحه بار می شوند. مد دوم ترک خوردگی یا مد برشی به دلیل وجود تنشهای برشی در امتداد سطوح ترک است که باعث لغزش سطح ترک در صفحه بار می شوند. همچنین مد سوم ترک خوردگی یا مد پارگی به دلیل تنشهای برشی عمود بر صفحه ترک می باشد که در این حالت تغییر مکان لبه های ترک عمود بر صفحه ترک خواهد بود. از آنجایی که عموماً در تحلیلهای دو بعدی مد اول ترک خوردگی اهمیت زیادی دارد لذا رابطه سازی مکانیک شکست براساس این حالت انجام می گیرد.



شکل (۳-۴) شیوه های مختلف ترک خوردگی [۵]



۴-۳- معیارهای تحلیل شکست

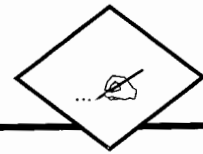
به این دلیل که مطابق فرضیات مکانیک شکست خطی تنش در نوک ترک به سمت بینهایت میل می کند لذا معیارتنش در نوک ترک نمی تواند معیار خوبی جهت تعیین ناپایداری ترک باشد(منظور از ترک ناپایدار، ترکی است که بدون افزایش اندازه بار گسترش پیدا کرده و پایداری سازه را دچار مخاطره کند). بنابراین در تحلیل شکست اجسام به روش مکانیک شکست از معیارهای مختلفی از جمله فاکتور شدت تنش^۱، معیار نرخ رهایی انرژی و معیار باز شدگی دهانه ترک استفاده می کنند که بسته به نوع اطلاعات اولیه مساله (نتایج آزمایشگاهی) می توان هر یک از معیارهای فوق را بکار برد.

۴-۳-۱- معیار فاکتور شدت تنش

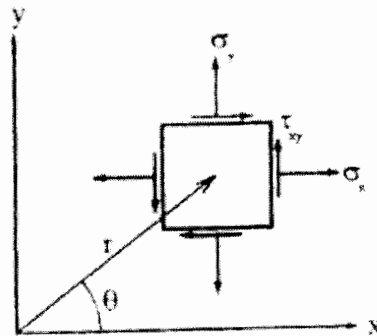
فاکتور شدت تنش پارامتری است که به کمک آن می توان میدان تنشهای الاستیک اطراف نوک ترک را کاملاً مشخص نمود. فاکتور شدت تنش برای یک ترک مشخص از رابطه $K_I = \sigma \sqrt{\pi a}$ بدست می آید که در آن σ تنش کششی وارد بر عضو و a طول ترک است، در نتیجه فاکتور شدت تنش تابعی از طول ترک اولیه، هندسه سازه و شدت بار اعمالی می باشد. این عامل بیان کننده این موضوع است که تنش در محدوده اطراف نوک ترک با چه سرعتی به سمت مقدار تئوری آن در نوک ترک (بینهایت) میل می کند. به همین دلیل به این عامل "مقاومت تکین شدن تنش" نیز می گویند [۲].

به عنوان یک معیار شکست، گسترش ترک زمانی اتفاق می افتد که فاکتور شدت تنش به یک مقدار مشخص که تنها بستگی به جنس ماده دارد، یعنی K_{IC} برسد. پارامتر K_{IC} فاکتور شدت تنش بحرانی یا طاقت شکست ماده نام دارد. بنابراین هرگاه $K_{IC} < K_I$ گردد ترک به صورت ناپایداری گسترش پیدا می کند. K_{IC} جزو خصوصیات مصالح بوده و از طریق آزمایش برای مصالح مختلف به دست می آید.

در حالت کلی میدان تنش الاستیک اطراف نوک ترک را می توان با استفاده از تابع تنش مناسب که معادلات دیفرانسیل تعادل و سازگاری را برآورده کند، بدست آورد. هر گاه تابع تنش مختلط



وسترگارد^۱ (۱۹۳۹) را در صفحه دو بعدی برای المان شکل (۴-۴) بکار ببریم، با مشتق گیری از تابع تنش فوق مقدار تنشهای وابسته به نقطه ای به فاصله r از نوک ترک به شکل زیر بدست می آید.



شکل (۴-۴) تنشها در المانی به فاصله r از نوک ترک [۱]

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (\text{الف-۴-۴})$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (\text{ب-۴-۴})$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (\text{ج-۴-۴})$$

همچنین مولفه های تغییر مکان وابسته به نوک ترک برای حال تنش در صفحه عبارتند از:

$$u = 2(1+\nu) \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} (1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2}) \quad (\text{الف-۴-۵})$$

$$v = 2(1+\nu) \frac{K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} (2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2}) \quad (\text{ب-۴-۵})$$

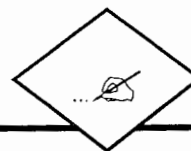
که در آن ν ضریب پواسون می باشد. از معادلات (۴-۴) و (۴-۵) مشخص می گردد با معلوم بودن مقدار

K_I برای یک ترک براحتی می توان میدان تنش و تغییر مکان نوک ترک را بدست آورد.

محاسبه فاکتور شدت تنش برای اجسام با اندازه های محدود دشوار است. فاکتور شدت تنش برای

هندسه و بارگذاری های متفاوت به صورت تحلیلی توسط دانشمندان مختلف بدست آمده که نتایج آن در

کتاب مرجع مکانیک شکست موجود می باشد [۵].



اما برای سازه های مختلف که به دلیل هندسه و بارگذاری پیچیده، فرمولهای تحلیلی جهت محاسبه فاکتور شدت تنش مربوط به ترکهای موجود در این سازه ها بدست نیامده است. در این موارد می توان از روشهای عددی مختلف جهت محاسبه فاکتور شدت تنش استفاده نمود. علاوه بر آن می توان با انجام آزمایش بر روی نمونه بدست آمده از سازه مورد نظر و به کارگیری مفهوم نرمی، فاکتور شدت تنش را بدست آورد.

۲-۳-۴- معیار انرژی شکست

شکست سازه را می توان با استفاده از معیار انرژی تفسیر کرد. اولین گام در این زمینه توسط گریفیس برداشته شد. مطابق معیار انرژی، G نرخ رهایی انرژی کرنشی برای گسترش ترک به اندازه طول واحد در سازه ای با ضخامت واحد و G_C نرخ رهایی انرژی کرنشی در حالت بحرانی می باشد که از خصوصیات ماده و مستقل از ابعاد سازه است. بنابراین شکست در سازه زمانی روی می دهد که $G > G_C$ گردد.

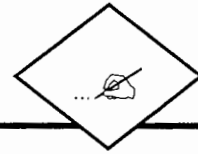
از آنجا که هم نرخ آزادسازی انرژی (G) و هم فاکتور شدت تنش عواملی هستند که باعث بازشدگی ترک می گردند لذا رابطه ای بین این دو پارامتر وجود دارد. این رابطه با مساوی قرار دادن انرژی آزاد شده در گسترش ترک به طول Δa با انرژی لازم جهت بستن ترک به طول Δa برای ترکی به طول $2a$ واقع در میان یک صفحه و تحت بارگذاری منجر به مد اول ترک خوردگی به صورت زیر بدست می آید [۲]:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'} \quad (4-6)$$

در معادله فوق برای حالت تنش صفحه ای $E' = E$ و برای حالت کرنش صفحه ای $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ می باشد.

براساس معیار انرژی، رشد ترک هنگامی رخ می دهد که انرژی لازم برای افزایش طول ترک به میزان da فراهم گردد. اگر U انرژی الاستیک، F کار بار خارجی و W انرژی لازم برای شکل گیری ترک در دامنه ای با ضخامت واحد باشد، شرط رشد ترک به شکل زیر است:

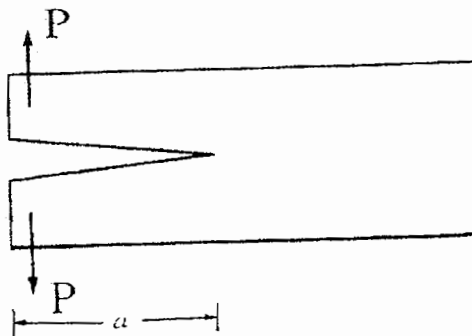
$$\frac{d}{da}(U - F + W) = 0 \quad (4-7)$$



$$\frac{dW}{da} = \frac{d}{da}(F - U) \quad (4-8)$$

در اینجا عبارت $\frac{d}{da}(F - U)$ ، همان نرخ رهایی انرژی یا نیروی گسترش ترک است. سمت چپ معادله فوق را مقاومت رشد ترک R می نامند. در حالت کرنش صفحه ای، مقاومت ترک مستقل از اندازه آن است، اما در حالت تنش صفحه ای با رشد ترک مقاومت آن تغییر می کند. بطور معمول در دو حالت تنش و کرنش مستوی، نرخ رهایی انرژی با افزایش اندازه ترک زیاد خواهد شد. این افزایش تا برابر شدن G و R ادامه دارد. شکل (۴-۵) صفحه ای به ضخامت t ، با ترکی به طول a ، را نشان می دهد. فرض می شود نیروهای کششی P ، سبب تغییر مکان v ، عمود بر محور ترک گردد. با افزایش تغییر مکان، محل اثر بار به اندازه dv و طول ترک به میزان da زیاد می شود. بنابراین، کار انجام شده به وسیله نیروی خارجی برابر $P \cdot dv$ می گردد. در نتیجه می توان نوشت:

$$G = \frac{d}{da}(F - U) = \frac{1}{t} \left(P \frac{dv}{da} - \frac{dU}{da} \right) \quad (4-9)$$



شکل (۴-۵) مد اول ترک در عضوی به ضخامت t [۶]

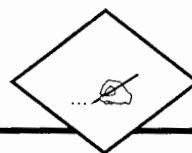
بدلیل وجود تغییر شکل‌های الاستیک، نیروی P با تغییر مکان v متناسب خواهد بود. لذا داریم:

$$v = C \cdot P \quad (4-10)$$

در این رابطه، C نرمی دامنه است که برای دامنه بدون ترک به طول L ، عرض w و ضخامت t نرمی از

معادله زیر بدست می آید:

$$C = \frac{L}{Ewt} \quad (4-11)$$



از سوی دیگر انرژی کشسانی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$U = \frac{1}{2} P v = \frac{1}{2} C P^2 \quad (4-12)$$

از معادلات (۴-۹) و (۴-۱۲) نتیجه می شود:

$$G = \frac{P^2}{2t} \frac{\partial C}{\partial a} \quad (4-13)$$

با ثابت فرض کردن بار و استفاده از رابطه (۴-۹) می توان نوشت:

$$G = \frac{1}{t} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (4-14)$$

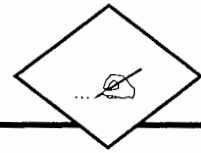
معادله فوق نشان می دهد، در صورت ثابت بودن بار، انرژی کرنشی عضو با رشد ترک زیاد می شود. با این وجود، در صورت ثابت بودن تغییر مکان این گونه نیست و رشد ترک، سبب کاهش انرژی کرنشی می گردد. آشکار می باشد که با ثابت بودن تغییر مکان، جمله نخست سمت راست معادله (۴-۹) صفر می گردد و در نتیجه می توان نوشت [۶]:

$$G = -\frac{1}{t} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (4-15)$$

فاکتورهای شدت تنش رامی توان به کمک نرمی یک عضو نیز به صورت تقریبی بدست آورد، لذا ابتدا به تعریف نرمی می پردازیم. نرمی یک سیستم یک درجه آزادی، تغییر مکان در تنها درجه آزادی آن، ناشی از نیروی واحد، در همان درجه آزادی است. ضریب نرمی ترک را نیز می توان، با محاسبه و یا آزمایش و با استفاده از همین تعریف بدست آورد. رابطه زیر نشانگر وابستگی میان نرمی و نرخ رهایی انرژی است. مشابه این رابطه برای ضریب شدت تنش نیز برقرار می باشد:

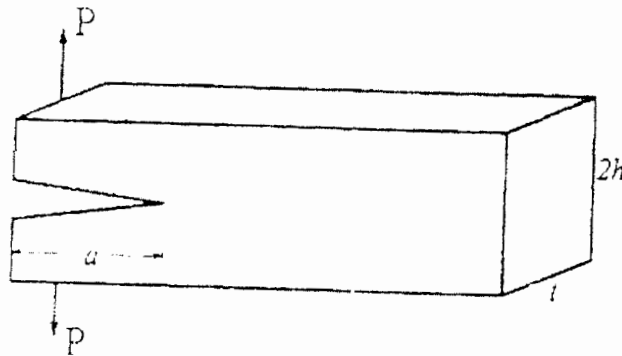
$$K^2 = E' G = \frac{E' P^2}{2t} \frac{\partial C}{\partial a} \quad (4-16)$$

که طبق توضیحات قبلی برای حالت تنش صفحه ای $E'=E$ و برای حالت کرنش صفحه ای $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ می باشد. رابطه فوق، برای تعیین مقدار تقریبی ضریب شدت تنش به کار می رود. به عنوان نمونه، ضریب تقریبی شدت تنش شکل (۴-۶) را می توان، با بهره جویی از روش نرمی



به دست آورد. برای انجام این کار نرمی ترک مزبور محاسبه می شود. ابتدا تغییر مکان در محل اثر بار با بهره گیری از تئوری خمش ساده تیرها بدست می آید:

$$\Delta = \frac{2 Pa^3}{3 EI} = 8 \frac{Pa^3}{Eth^3} \quad (4-17)$$



شکل (۴-۶) مد اول ترک خوردگی [۶]

در نتیجه ضریب نرمی، محاسبه می گردد:

$$C = \frac{\Delta}{P} = 8 \frac{a^3}{Eth^3} \quad (4-18)$$

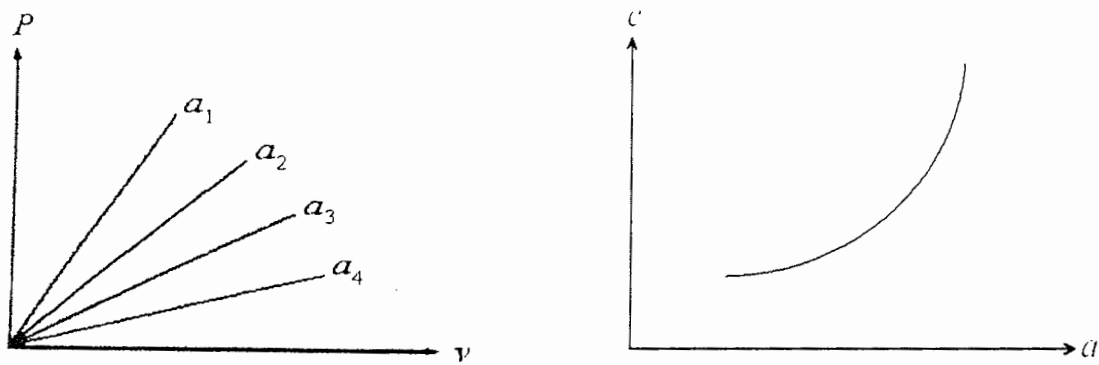
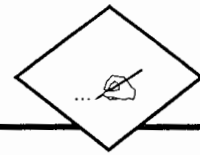
در ادامه از رابطه (۴-۱۳) داریم:

$$G = \frac{P^2}{2t} \frac{\partial C}{\partial a} = 12 \frac{P^2}{Eth^3} \left(\frac{a}{t}\right)^2 \quad (4-19)$$

از رابطه (۴-۱۶) ضریب شدت تنش تقریبی را محاسبه می کنیم:

$$K_I = 2\sqrt{3} \frac{P}{h^{\frac{3}{2}}} \quad (4-20)$$

یادآوری می شود، با انجام آزمایش نیز ضریب نرمی، بدست می آید. برای انجام این کار، نمودارهای بار- تغییر مکان نمونه هایی با اندازه های گوناگون ترک به دست می آید. سپس با اندازه گیری شیب خطهای به دست آمده، منحنی ضریب نرمی بر حسب اندازه ترک رسم می گردد. همچنین می توان از روی این منحنی به تغییرات نرخ رهایی انرژی نیز دست یافت. شکل (۴-۷) روند کار را نشان می دهد.



شکل (۴-۷) اندازه گیری ضریب شدت تنش با استفاده از نمودار بار-تغییر مکان

۴-۴- روشهای محاسبه ضریب شدت تنش

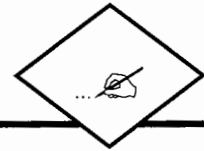
فاکتور شدت تنش یکی از مهمترین معیارهای شکست اجسام بر پایه اصول مکانیک شکست الاستیک خطی (LEFM)^۱ می باشد. لذا قدم اول در پیش بینی بارهای شکست سازه ها، یافتن طول ترک بحرانی و به طور خلاصه تحلیل مکانیک شکست سازه ها بامحاسبه فاکتور شدت تنش در نوک ترک اولیه تحت بارهای وارده می باشد. برای تخمین فاکتور شدت تنش در اجسام بر پایه فرضیات (LEFM) روشهای مختلفی وجود دارد که در اینجا به اختصار به آن می پردازیم.

۴-۴-۱- روش تحلیلی^۲:

در این روش برای یافتن فاکتور شدت تنش از معادلات تحلیلی صریح که برای هندسه، ابعاد و شرایط مرزی خاص تهیه شده و در کتابهای مرجع مکانیک شکست [۵] موجود می باشند، استفاده می شود. از آنجا که این معادلات تنها برای چند سازه محدود با هندسه و بارگذاری ساده محاسبه و در دسترس قرار گرفته است، لذا برای سازه های پیچیده با شرایط مرزی و بارگذاری مختلف نمی توان از این روش استفاده نمود [۶].

۱-Liner Elastic Fracture Mechanics

۲-Analytical Method

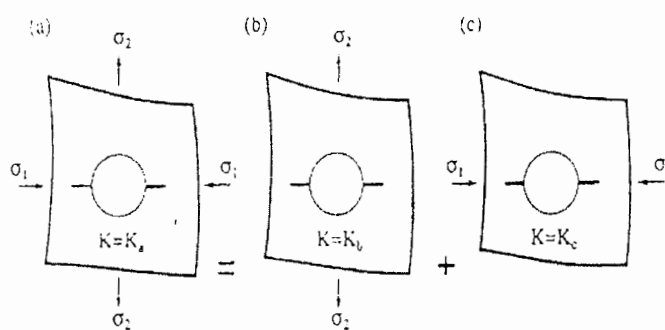
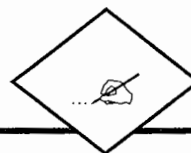


۲-۴-۴- روش جمع آثار قوا^۱:

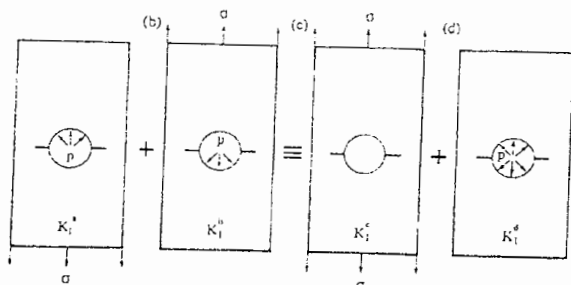
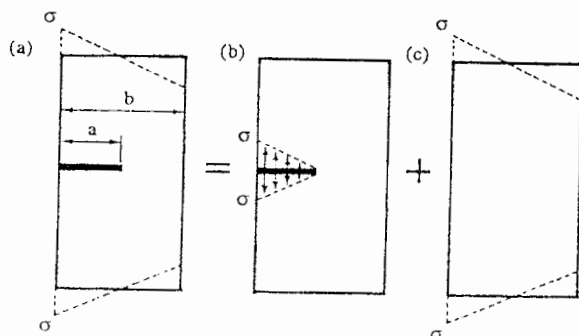
این تکنیک یکی از ساده ترین و سریعترین روشها برای محاسبه فاکتور شدت تنش اعضای ترک خورده با هندسه و بارگذاری نسبتاً پیچیده می باشد. این روش هنگامی به کار می رود که سازه مورد نظربه دلیل هندسه، شرایط مرزی و بارگذاری خاص نتوان معادله تحلیلی صریحی از کتابهای مرجع مکانیک شکست پیدا کرد [۵].

در این روش هر گاه مساله مورد نظر هندسه ساده ای داشته باشد، بدین معنی که سازه ای با هندسه مشابه ولی بارگذاری و شرایط مرزی ساده تر در کتابهای مرجع مکانیک شکست موجود باشد، در این صورت می توان مساله را به دو یا چند حالت ساده تر که فاکتور شدت تنش برای آنها معلوم باشد تقسیم کرد و سپس با استفاده از اصل جمع آثار قوا فاکتور شدت تنش برای مساله را از جمع فاکتورهای شدت تنش برای حالتهای ساده تر بدست آورد. اگر چه این روش صریح و ساده می باشد ولی بدلیل رویهم گذاری نتایج در موارد پیچیده هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی، احتمال جمع شدن خطاها با یکدیگر و افزایش خطا وجود دارد. شکل (۸-۴) چند نمونه مورد استفاده جهت محاسبه فاکتور شدت تنش توسط این روش را نشان می دهند.

مهمترین و کلی ترین روش برای یافتن فاکتور شدت تنش در سازه های با هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی دلخواه، تکنیکهای مبتنی بر روشهای عددی مانند اجزا محدود و اجزا مرزی می باشند. این تکنیکها به دلیل استفاده از نتایج عددی تحلیل سازه سازگاری مناسبی با نرم افزارهای موجود جهت تحلیل سازه دارند [۶]. که در فصلهای آینده شیوه کاربرد آن رادر نرم افزارهای تحلیلی مشاهده می کنید.



جمع فاکتور شدت تنش $K_1 = K_0 + K_c$

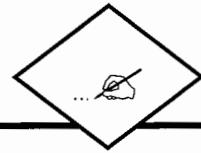


شکل (۸-۴) محاسبه فاکتور تنش با استفاده از اصل رویهم گذاری [۶]

۳-۴-۴- روشهای مبتنی بر اجزا محدود^۱:

فن اجزا محدود یک روش بسیار کلی برای تحلیل سازه با هر هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی می باشد. بنابراین هرگاه بتوان روشی پیدا کرد که از روی نتایج تحلیل اجزا محدود یک سازه، یعنی تنشها و تغییر مکانهای گره های اجزا سازه، منجر به یافتن فاکتور شدت تنش در آن سازه گردد، بسیار سودمند خواهد بود. محققین تکنیکهای مختلفی برای یافتن فاکتور شدت تنش بر پایه نتایج تحلیل اجزا محدود سازه ها

پیشنهاد داده اند [۶، ۷، ۸، ۹].



از آنجایی که در مکانیک شکست تنشها در محدوده اطراف نوک ترک تکین هستند، یعنی به صورت $\sigma_r = C_r \cdot r^{-\frac{1}{2}}$ و با نزدیک شدن به نوک ترک ($r \rightarrow 0$) با شتاب $r^{\frac{1}{2}}$ به سمت بینهایت میل می کنند، لذا در تحلیل اجزا محدود سازه باید محدوده اطراف نوک ترک را نشان دهند. در غیر این صورت خطای استفاده از نتایج تحلیل در اطراف نوک برای تعیین معیارهای مکانیک شکست زیاد خواهد بود. این موضوع یکی از نکات بسیار مهم در نحوه استفاده از فن اجزا محدود برای حل مسائل مکانیک شکست می باشد. برای حل این مساله یعنی قابلیت مدل نمودن تکین شدن تنش در نوک ترک دو راه پیشنهاد شده است [۹].

راه اول استفاده از تعداد زیادی المانهای کوچک با تابع شکل درجه بالا (درجه ۲ یا ۳) است که بتواند تغییرات شدت تنش در محدوده اطراف نوک ترک را مدل نماید. ایراد این روش وابستگی شدید نتایج تحلیل مکانیک شکست به ابعاد و تعداد المانهای مورد استفاده در اطراف نوک ترک می باشد بطوری که با تغییر شبکه بندی تفاوت زیادی در نتایج پارامترهای شکست ایجاد می شود. علاوه بر این سرعت تحلیل به دلیل حجم زیاد المانها پایین آمده و زمان تحلیل طولانی می شود.

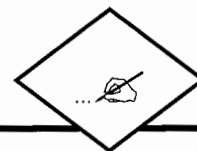
راه دوم استفاده از المانهای خاص است که قادر به مدل نمودن تکین شدن تنش در نوک ترک باشند. این المانها، المان تکین نام دارند و وضعیت تابع شکل و ماتریس سختی آنها به گونه ای است که تکین شدن را در بطن خود دارند. استفاده از المانهای سینگولار^۱ در نوک ترک نیاز به شبکه بندی ریز و استفاده از تعداد المانهای زیاد را در این منطقه مرتفع می سازد، در نتیجه نتایج چندان وابسته به ابعاد و تعداد المانها نخواهند بود. شاو^۲، هنشل^۳ و بارسووم^۴ هر کدام به صورت جداگانه نشان دادند که تکین شدن تنش در نوک ترک با شدت $r^{-\frac{1}{2}}$ را می توان به کمک المانهای ایزوپارامتریک ۴ ضلعی ۸ گرهی (Q8)

۱-Singular

۲-Shaw

۳-Henshell

۴-Barsoum



مدل نمود [۹]. در صورتی که گره های ۱ و ۷ و ۸ و ۱۰ (Q8) شکل (۹-۴) را بر یکدیگر منطبق نموده و گره بوجود آمده در اثر این انطباق را در نوک ترک قرار دهیم، سپس گره های میانی در اطراف نوک ترک را به فاصله ۱/۴ طول یال های المان از نوک ترک منتقل نماییم، آنگاه المان مثلی درجه دومی خواهیم داشت که تکینی $r^{-\frac{1}{2}}$ در نوک ترک را به همراه دارد. اثبات تکین شدن المان (Q8) به شرح زیر است [۱۰]:

در شکل (۹-۴) المان ایزوپارامتریک چهار ضلعی ۸ گرهی (Q8) در مختصات کلی و محلی نشان داده شده است. بر اساس روش اجزای محدود تابع تغییر مکان به شکل زیر، به کمک توابع شکل مناسب به تغییر مکانهای گرهی مرتبط می شود:

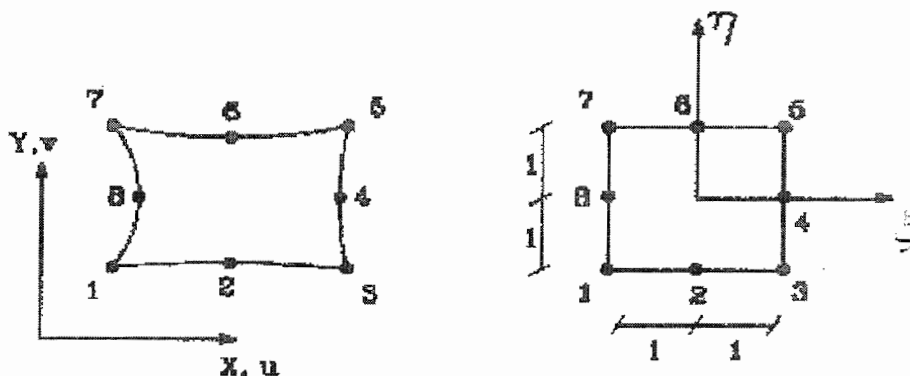
$$\{d\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{\infty} \begin{bmatrix} N_i & 0 \\ 0 & N_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \end{Bmatrix} \quad (4-21)$$

که در آن N_i توابع شکل درجه دوم برای المان مربوطه، d ماتریس جابجایی، \bar{u}_i جابجایی گرهی در جهت x ، \bar{v}_i جابجایی گرهی در جهت y هستند و داریم:

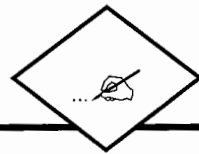
$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) (\xi \xi_i + \eta \eta_i - 1) \quad i = 1, 3, 5, 7$$

$$N_i = \frac{1}{2} (1 - \xi^2) (1 + \eta \eta_i) \quad i = 2, 6 \quad (4-22)$$

$$N_i = \frac{1}{2} (1 + \xi \xi_i) (1 - \eta^2) \quad i = 4, 8$$



شکل (۹-۴) المان چهار ضلعی ۸ گرهی ایزوپارامتریک در مختصات کلی و محلی [۱۰]



در شکل بالا x_i, y_i مختصات گرهی نقاط المان در دستگاه مختصات کلی و u_i, v_i جابجایی گرهی در جهت x, y هستند. از آنجا که کرنش ها مشتق تغییر مکانها هستند لذا $\frac{\partial N}{\partial x}, \frac{\partial N}{\partial y}$ را باید بدست آوریم. اما

توابع شکل (N_i) را در مختصات محلی ξ, η تعریف شده اند. لذا با تعریف ماتریس ژاکوبی مشتقات (N_i)

را برحسب مختصات کلی بدست آوریم $\frac{\partial N}{\partial x}, \frac{\partial N}{\partial y}$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (4-23)$$

و معکوس ماتریس ژاکوبی عبارتست از:

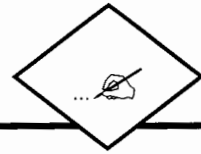
$$[J]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{Det } J} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad (4-24)$$

و کرنشها عبارتند از:

$$\{\varepsilon\} = \sum_{i=1}^8 [B_i] [\bar{d}_i] \quad (4-25)$$

که در آن $[B_i]$ ماتریس کرنش و $[\bar{d}_i]$ ماتریس جابجایی بوده و عبارتست از:

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4-26)$$



بنابراین:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

حال ماتریس سختی برای المان (Q8) عبارتست از:

$$[K] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B(\xi, \eta)]^T \cdot [D] \cdot [B(\xi, \eta)] \det J \cdot d\xi \cdot d\eta \quad (4-28)$$

که در آن ξ, η مختصات محلی نشان داده شده در شکل (۴-۹) و $[D]$ ماتریس ثابت مواد است. اما مطابق روش اجزا محدود تنشها از رابطه زیر بدست می آیند:

$$[\sigma] = [D][B] \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (4-29)$$

در معادله (۴-۲۹) هر گاه بخواهیم که تنشها تکین باشند، $[B]$ باید تکین باشد زیرا دو جزء دیگر ثابت

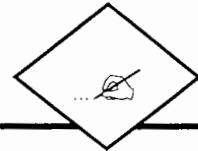
هستند. بنابراین هرگاه ماتریس $[B]$ تکین باشد، دترمینان ماتریس ژاکوبی $[J]$ در نوک ترک باید صفر

باشد. حال اگر فرض کنیم بعد المان L باشد بر روی ضلع ۱-۲-۳ از المان شکل (۴-۹) $\frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \eta} = 0$

است. بنابراین برای صفر شدن دترمینان ماتریس ژاکوبی باید حداقل یکی از عبارتهای روی قطر اصلی

ماتریس ژاکوبی صفر باشد. پس کافی است که $\frac{\partial x}{\partial \xi} = 0$ باشد. لذا روی ضلع ۱-۲-۳ ($\eta = -1$) داریم:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial x}{\partial \xi} \right|_{\eta=-1} &= \sum_{i=1}^8 N_i \bar{x}_i = \frac{1}{4}[-1+2\xi+2\xi+1](0) + \frac{1}{4}[1+2\xi+2\xi+1](L) \\ &+ \frac{1}{4}[-1+2\xi-2\xi+1](L) + \frac{1}{4}[1-2\xi+2\xi-1](0) + \frac{1}{2}[-2\xi-2\xi](x_2) \\ &+ \frac{1}{2}[-2\xi+2\xi]\left(\frac{L}{2}\right) + \frac{1}{2}[1-1](L) + [1-1](0) + \frac{1}{4}(2+4\xi)(L) + \frac{1}{2}(-4\xi)(x_2) \end{aligned} \quad (4-30)$$



بعد از ساده سازی برای نقطه گوشه ($\eta = -1$) (نقطه شماره ۱) خواهیم داشت:

$$\left. \frac{\partial x}{\partial \xi} \right|_{\xi=-1} = 0 \Rightarrow (1-2) \frac{L}{2} + 2x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{L}{4} \quad \therefore \quad (4-31)$$

بنابراین هرگاه گره شماره ۲ از شکل (۴-۹) به فاصله ($\frac{L}{4}$) از گره ۱ (راس ترک) منتقل شود، هم تنش و

هم کرنش در گره ۱ (راس ترک) روی ضلع ۱-۲-۳ تکین می شود. به طور مشابه هرگاه گره ۸ به

فاصله ($\frac{L}{4}$) از گره ۱ (راس ترک) منتقل شود تنشها و کرنشها در روی ضلع ۱-۸-۷ نیز تکین می شود.

پس از اثبات تکین بودن تنشها و کرنشها در گره واقع در نوک ترک (گره ۱) باید درجه تکین شدن^۱ را نیز

یافت. برای این کار ابتدا بر روی ضلع ۱-۲-۳ ($\eta = -1$) مختصات محلی ξ را بر حسب X, L بدست

می آوریم:

$$x = \sum_{i=1}^3 N_i \bar{x}_i = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+1)\left(\frac{L}{4}\right) + \frac{1}{4}(1+\xi)(1+1)(\xi \cdot L) \Rightarrow \xi = -1 + 2\sqrt{\frac{x}{L}} \quad (4-32)$$

در المان ایزوپارامتریک میدان تغییر مکان بر روی پهلوی ($\eta = -1$) عبارتست از:

$$u = -\frac{1}{2}\xi(1-\xi)\bar{u}_1 + \frac{1}{2}\xi(1+\xi)\bar{u}_2 + (1-\xi^2)\bar{u}_3 \quad (4-33)$$

با جایگذاری معادله (۴-۳۲) در (۴-۳۳) داریم:

$$u = -\frac{1}{2}(-1+2\sqrt{\frac{x}{L}})(2-2\sqrt{\frac{x}{L}})\bar{u}_1 + \frac{1}{2}(-1+2\sqrt{\frac{x}{L}})(2\sqrt{\frac{x}{L}})\bar{u}_2 + (2-2\sqrt{\frac{x}{L}})(2\sqrt{\frac{x}{L}})\bar{u}_3 \quad (4-34)$$

معادله پیچیده بالا به صورت زیر خلاصه می گردد:

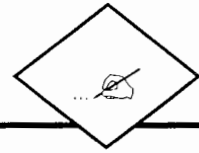
$$u = A + Bx + C\sqrt{\frac{x}{L}} \quad (4-35)$$

بنابراین هرگاه بمنظور یافتن کرنشها (به تبع آن تنشها) از معادله فوق مشتق بگیریم خواهیم داشت:

$$\varepsilon_x = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{\sqrt{xL}} - \frac{4}{L}\right)\bar{u}_1 + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{xL}} + \frac{4}{L}\right)\bar{u}_2 + \left(\frac{2}{\sqrt{xL}} - \frac{4}{L}\right)\bar{u}_3 \quad (4-36)$$

در معادله فوق ($x^{\frac{1}{2}}$) ظاهر شده است که نشان می دهد تنش و کرنش با شدت $x^{-\frac{1}{2}}$ در نوک ترک به

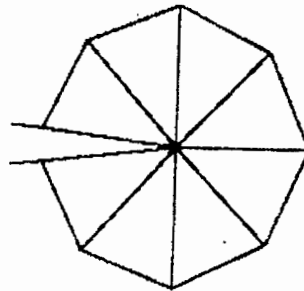
سمت بینهایت میل می کنند. یعنی:



$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi_x \rightarrow \infty \\ \sigma_x \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4-37)$$

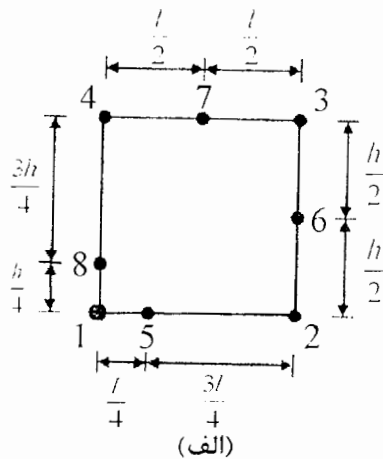
لذا استفاده از یک لایه المان تکین دور تا دور اطراف نوک ترک با ترکیب خاص از ۶ یا ۸ المان مثلثی ۶ گرهی تکین^۱ مطابق شکل (۴-۱۰) می تواند دقت و سرعت تحلیل را بالا برده و لذا نیازی به استفاده از تعداد زیاد المان در نوک ترک نخواهد بود، علاوه بر این وابستگی نتایج به نحوه شبکه بندی بسیار کاهش می یابد. در این حالت نتایج تا حدی به طول المان تکین مثلثی وابسته هستند [۱۰].

در حالت کلی دو نوع المان تکین مثلثی و چهار ضلعی داریم که در شکل (۴-۱۱) نشان داده شده اند.

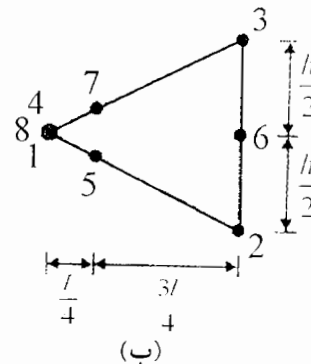


شکل (۴-۱۰) ترکیب ۸ تایی از المانهای مثلثی تکین در نوک ترک (Rossette)

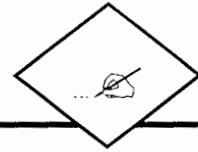
Henshell and Shaw 1975



Barsoum, 1976



شکل (۴-۱۱) المانهای تکین با تابع شکل درجه دو. (الف): المان چهارضلعی و (ب) المان مثلثی [۱۰]



۴-۴-۴- روشهای یافتن فاکتور شدت تنش بر مبنای اجزاء محدود

روشهای یافتن فاکتور شدت تنش بر مبنای اجزاء محدود با استفاده از المانهای تکین در نوک ترک عبارتند از:

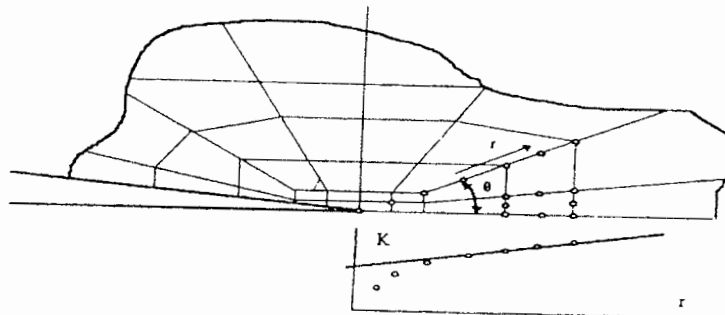
۴-۴-۴-۱ روش برونابی^۱

این روش از نتایج تغییر مکانهای گرهی اجزا برای گره های نزدیک نوک ترک بر روی شعاع تابیده از نوک ترک استفاده نموده و فاکتورهای شدت تنش را مطابق معادلات (۴-۳۸) برای گره های اطراف نوک ترک تعریف می نماید [۹].

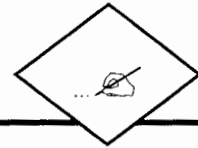
سپس با داشتن مقادیر فاکتور شدت تنش در هر گره بر حسب فاصله شعاعی از نوک ترک می توان به کمک رگرسیون خطی و صرفنظر کردن از نقاط بسیار نزدیک به نوک ترک با برون یابی مستقیم مقدار فاکتور شدت تنش برای هر گره در جلوی ترک از روابط زیر بدست می آیند.

$$K_I = \frac{E}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{r_i}} v_i \quad K_{II} = \frac{E}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{r_i}} u_i \quad (4-38)$$

که r_i فاصله شعاعی گره مورد نظر از نوک ترک و (u_i, v_i) تغییر مکانهای گره مذکور هستند. این موضوع در شکل (۴-۱۲) نشان داده شده است. روش فوق هم با المانهای تکین و هم با المانهای سنتی (Q8) و یا (T6) قابل استفاده می باشد.



شکل (۴-۱۲) محاسبه ضریب شدت تنش به روش برونابی [۹]



از آنجایی که ضریب شدت تنش با مقادیر تنش گرهی رابطه دارد، برون یابی می تواند با استفاده از مقادیر تنش گرهی نیز صورت گیرد لیکن دقیقترین نتایج با استفاده از برون یابی تغییر مکان در امتداد ($\theta = \pi$) بدست می آید.

۲-۴-۴-۴- روشهای استفاده از تغییر مکان گرههای المان تکین^۱

در این روشها با استفاده از نتایج تغییر مکانهای گرههای المان های تکین اطراف نوک ترک (QPE) می توان فاکتور شدت تنش (SIF) را برای ترک مذکور بدست آورد. براین اساس دو روش معرفی می گردد [۸]:

روش اول وابستگی تغییر مکانها ۴ گرهی (DCT)^۲ است. در این روش مطابق شکل (۴-۱۳) تغییر مکانهای ۴ گره از المانهای تکین (QPE) اطراف نوک ترک جهت محاسبه فاکتور شدت تنش ترک مذکوره صورت زیر مورد استفاده قرار می گیرند:

$$K_I = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} [4(v_2 - v_4) - (v_3 - v_5)] \quad (\text{الف-۴-۳۹})$$

$$K_{II} = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} [4(u_2 - u_4) - (u_3 - u_5)] \quad (\text{ب-۴-۳۹})$$

k : پارامتری است که برای حالت کرنش صفحه ای $k = (3-4\nu)$ و برای حالت تنش صفحه ای

$$k = \frac{3-\nu}{1+\nu} \quad \text{است. } \nu \text{ ضریب پواسون برای مصالح بکار رفته می باشد.}$$

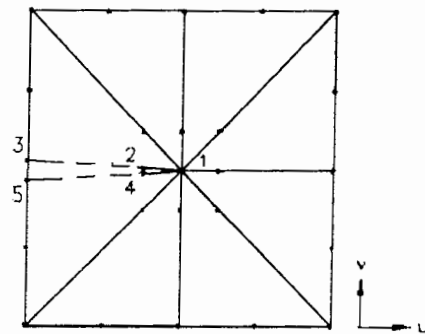
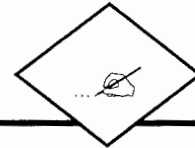
G: مدول برشی

u_i, v_i : تغییر مکانهای گره ۱ ام ترک به ترتیب در جهات X, Y محورهای مختصات کلی

L: طول المان تکین (QPE) در جهتی که تکین شدن تنش را مدل می کند.

۱-Quarter-Point Element Displacement Method

۲-Displacement Correlation Technique



DCT uses Nodes 2,3,4, & 5

QPDT uses Nodes 2 & 4

شکل (۴-۱۳) نقاط مورد استفاده برای محاسبه فاکتورهای شدت تنش بروشهای تصحیح تغییر مکان نقاط المان تکین در

اطراف نوک ترک [۸]

روش دوم تغییر مکانهای ۲ گره میانی المانهای تکین (QPDT)^۱ است. در این روش مطابق شکل (۴-۱۳)

تنها از تغییر مکان ۲ گره میانی المانهای تکین اطراف نوک ترک جهت محاسبه فاکتورهای شدت تنش

مذکور به صورت زیر استفاده می شود:

$$K_I = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} [(v_2 - v_4)] \quad (\text{الف-۴-۴۰})$$

$$K_{II} = \frac{2G}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} [(u_2 - u_4)] \quad (\text{ب-۴-۴۰})$$

۴-۵- المان تکین بهینه

ترومن^۲ و فهل^۳ تحقیقی در مورد دقت کاربرد دو روش فوق (QPDT, DCT) در محاسبه فاکتور شدت

تنش برای چند سازه خاص انجام دادند. آنها فاکتور شدت تنش بدست آمده از دو روش فوق را با

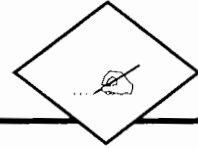
فاکتورهای شدت تنش بدست آمده از روش تحلیلی موجود در مرجع [۵] مقایسه نموده و به این نتیجه

رسیدند که اگر چه هر دو روش فوق فاکتور شدت تنش K_I, K_{II} را با تقریب خوبی بدست می دهند ولی

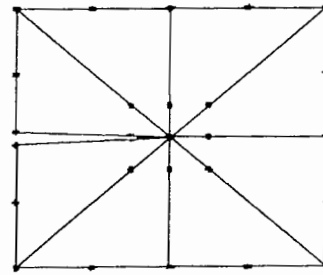
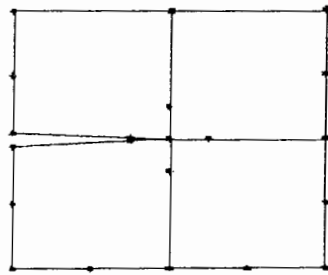
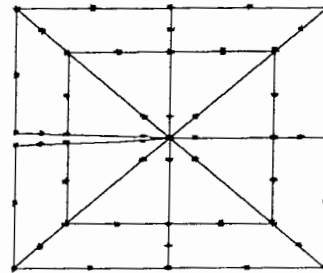
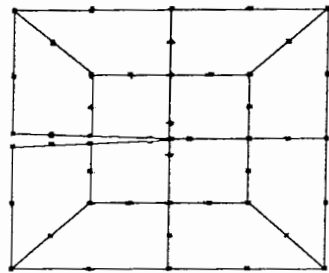
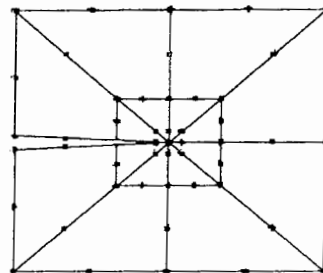
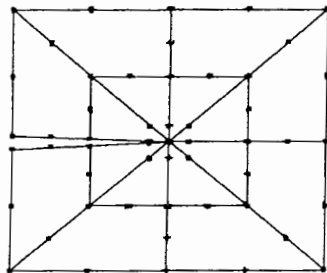
۱-Quarter-Point Displacement Technique

۲-Truman

۳-Fehl



هرگاه بخواهیم میزان خطا را به حداقل برسانیم باید K_I را به کمک روش (QPDT) و K_{II} را به روش (DCT) محاسبه نماییم. آنها همچنین جهت تعیین نوع و طول بهینه المان تکین در امتداد ترک فرضی، ۶ نوع مختلف المان بندی در اطراف نوک ترک را مطابق شکل (۴-۱۴) به کار برده و به این نتیجه رسیدند که بهترین نوع المان تکین مثلثی (و نه چهار ضلعی) بوده و هرگاه طول المان تکین در امتداد ترک $\frac{1}{3}$ طول ترک باشد (مش شماره ۶ از شکل ۴-۱۴) آنگاه بهترین نتایج بدست خواهد آمد [۸].

*Rectangular**Triangular**Mesh No 1**Mesh No 2**Mesh No 3**Mesh No 4**Mesh No 5**Mesh No 6*

شکل (۴-۱۴) حالت‌های مختلف شبکه بندی نوک ترک با انواع مختلف المانهای تکین در مرجع [۸]

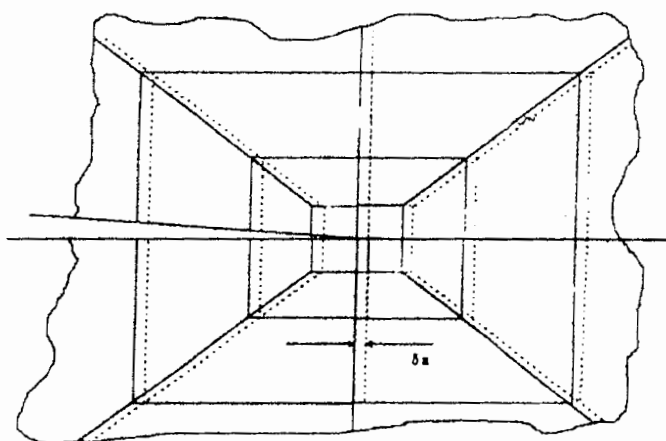


۴-۶- روش گسترش مجازی ترک^۱

مطابق این روش که بر مبنای تحقیقات هلن^۲ و پارکس^۳ بنا شده در ابتدا تحلیل اجزا محدود برای طول اصلی ترک صورت می گیرد و انرژی کرنشی محاسبه می شود. سپس ترک همانگونه که در شکل (۴-۱۵) نشان داده شده، با جابجایی نقاط گرهی در محدوده نوک ترک به اندازه مطلوب در راستای محور ترک گسترش داده می شود. حال انرژی کرنشی مجدداً برای طول جدید ترک محاسبه شده و نرخ آزادسازی انرژی به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$G = \frac{\delta U}{\delta a} \quad (4-41)$$

حال با استفاده از رابطه بین فاکتور شدت تنش با نرخ آزادسازی انرژی می توان K_I و K_{II} را یافت.



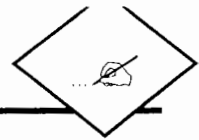
شکل (۴-۱۵) گسترش مجازی ترک در جهت پیشرفت ترک

تغییر انرژی کرنشی طی افزایش طول ترک را می توان بر حسب میدان تغییر مکان اطراف ترک اولیه و تغییر ماتریس سختی در جریان گسترش ترک به صورت زیر بدست آورد:

۱-Virtual Crack Extension Method

۲-Hellen

۳-Parks

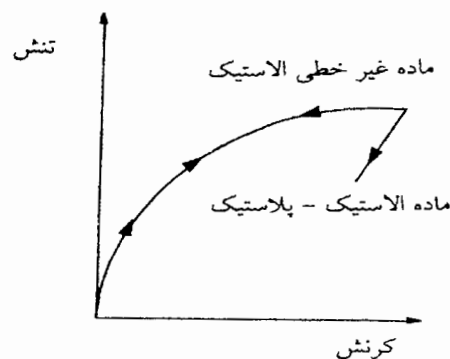


$$G = \frac{\delta U}{\delta a} = -\frac{1}{2} \{u\}^T \frac{\delta [K]}{\delta a} \{u\} \quad (4-42)$$

که در آن $\frac{\delta [K]}{\delta a}$ تغییرات ماتریس سختی برای المانهای اطراف نوک ترک پس از گسترش ترک و $\{u\}$ میدان تغییر مکان قبل از گسترش ترک می باشد.

۴-۷- روش انتگرال J ^۱

رایس^۲ در سال ۱۹۶۸ با تعریف انتگرال مداری J بعنوان یک مشخصه شکست برای مواد با رفتار غیر خطی موفق شد روش مناسبی در گستره مکانیک شکست در محدوده ای فراتر از LEFM ارائه دهد. شکل (۴-۱۶) منحنی تنش-کرنش را برای مواد با رفتار الاستیک غیر خطی و الاستیک-پلاستیک نشان می دهد. دو ماده رفتار یکسان در مرحله بارگذاری داشته ولی رفتار آنها در مرحله باربرداری متفاوت است. ماده الاستیک-پلاستیک در مرحله باربرداری رفتار خطی با شیبی معادل با مدول الاستیسیته نشان می دهد در حالی که مسیر باربرداری در ماده با رفتار الاستیک غیر خطی در همان مسیر بارگذاری شده است.



شکل (۴-۱۶) مقایسه بین رفتار تنش-کرنش برای مواد الاستیک-پلاستیک و الاستیک غیر خطی



مادامیکه تنش در مواد شکل (۱۶-۴) در حالت تک محوری افزایش می یابد پاسخ مکانیکی دو ماده یکسان است. در حالت اعمال تنش سه محوری لزوماً رفتار مواد الاستیک غیر خطی و الاستیک-پلاستیک یکسان نمی باشد ولی در بسیاری مواد فرض رفتار تک محوری تنش مناسب خواهد بود. به این ترتیب تحلیل بر مبنای فرض رفتار الاستیک غیر خطی برای مواد با رفتار الاستیک-پلاستیک در صورتی که باربرداری صورت نگیرد معتبر است. تئوری تغییر شکل در پلاستیسیته که در رابطه کرنش کلی مواد را با تنشها بیان می کند با الاستیسیته غیرخطی معادل است. این مفهوم توسط رایس برای تحلیل ترک در یک ماده با رفتار غیر خطی بکار گرفته شده است. او نشان داد که نرخ رهایی انرژی غیر خطی J را می توان به انتگرال مستقل از مسیر ارتباط داد.

رایس، هاتچاینسون^۱ و روزنگرن^۲ همچنین نشان دادند که J به تنهایی مشخص کننده تنشها و کرنشهای نوک ترک در مواد با رفتار غیرخطی است. به این ترتیب J می تواند هم بعنوان یک مشخصه انرژی و هم بعنوان یک مشخصه شدت تنش مورد استفاده قرار گیرد.

در فصول قبل نرخ رهایی انرژی G برای مواد با رفتار خطی تعریف شد. همان تعریف برای مواد الاستیک غیر خطی و با قرار دادن J به جای G استفاده می شود:

$$J = \frac{d\Pi}{dA} \quad (4-43)$$

که در آن Π انرژی پتانسیل و A سطح شکست است. دقت شود که نرخ رهایی انرژی بر واحد سطح ترک تعریف می گردد نه بر واحد طول ترک. اگر ضخامت ترک برابر واحد فرض گردد آنگاه $A = a$ خواهد بود. انرژی پتانسیل عبارتست از:

$$\Pi = U - F \quad (4-44)$$

که در آن U انرژی ذخیره شده در سازه و F کار انجام شده توسط نیروهای خارجی است.

۱-Hutchinson

۲-Rosengren



رایس نشان داده است که اگر همانند شکل (۴-۱۷) انتگرالی را فرض کنیم که نوک ترک را در خلاف جهت عقربه های ساعت دور بزند و نقاط ابتدایی و انتهایی آن بر روی دو سطح مقابل ترک قرار گرفته باشد کمیت انتگرالی زیر مادامیکه شرایط بالا را ارضا کند مستقل از مسیر انتگرال گیری در اطراف ترک است [۱]:

$$J = \int_{\Gamma} (U dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds) \quad (4-45)$$

که در آن:

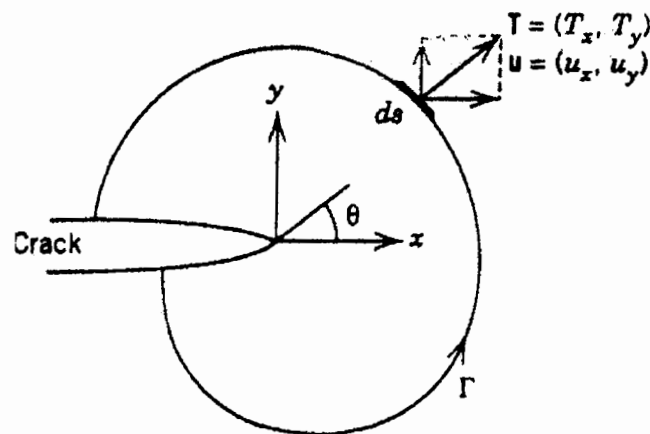
Γ : هر مسیر بسته ای که در خلاف جهت عقربه های ساعت نوک ترک را دور زده و ابتدا و انتهای آن بر دو سطح ترک قرار دارد. البته این مسیر باید به اندازه کافی از نوک ترک دور باشد تا از اثرات تکین شدن تنش برحذر باشد.

U : چگالی انرژی کرنشی و برابر سطح زیر نمودار $\sigma - \delta$ سازه ترک خورده می باشد.

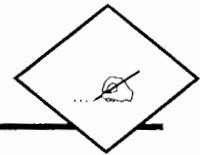
T : بردار تنش عمود بر مسیر و در جهت خارج آن که دارای دو مولفه (T_x, T_y) می باشد.

u : بردار تغییر مکان در المان قوسی روی مسیر بطول ds .

ds : المان قوسی روی مسیر Γ



شکل (۴-۱۷) انتگرال مداری J برای محاسبه فاکتور شدت تنش در اطراف نوک ترک [۱]



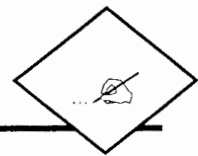
یاد آوری می شود که برای مصالح الاستیک غیر خطی می توان نشان داد که کمیت عددی انتگرال J مساوی نرخ آزادسازی انرژی می باشد، همچنین برای مصالح الاستیک خطی که فرضیات LEFM برقرار است نیز انتگرال J مساوی نرخ آزادسازی انرژی خواهد بود ولی برای مصالح الاستیک- پلاستیک (منحنی باربرداری بر منحنی بارگذاری منطبق نباشد) و یا برای مصالح نیمه ترد که طول ناحیه شکست جلو راس ترک در آنها بزرگ می باشد، کمیت انتگرالی J نه مستقل از مسیر و نه مساوی G خواهد بود.

با توجه به اینکه حل اجزا محدود در اطراف نوک ترک به علت تکینگی موجود ویا به علت وجود ناحیه صدمه دیده در اطراف نوک ترک با خطای بسیار همراه است، لذا از انتگرال J می توان به عنوان روش مکمل اجزا محدود استفاده نمود. روش مذکور این امکان را فراهم می سازد تا بتوان انتگرالگیری را در مسیری دور از نوک ترک که اثرات تکینگی در آنجا کمتر می باشد و جوابهای نسبتاً دقیقتری بدست می آید، انجام داد. هر گاه انتگرال J برابر G باشد براحتی می توان فاکتور شدت تنش را از روی G محاسبه نمود.

شارپلس^۱ انتگرال J را در یک صفحه دارای ترک به کمک فن اجزا محدود محاسبه نمود [۲]. این انتگرال برای محدوده شکل (۱۸-۴) عبارتست از:

$$J = \int_{\Gamma} W d \eta - \int_{\Gamma} T \frac{\partial u}{\partial \xi} ds = \int_{\Gamma} W d \eta - \int_{\Gamma} (\sigma_n, \tau_n) \begin{bmatrix} \frac{\partial u_n}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v_n}{\partial \xi} \end{bmatrix} ds \quad (4-46)$$

که در فرمول فوق:



$$W = \frac{1}{2E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 + \frac{1+2\nu}{E}(\tau_{xy}^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_x\sigma_z - \sigma_y\sigma_z)$$

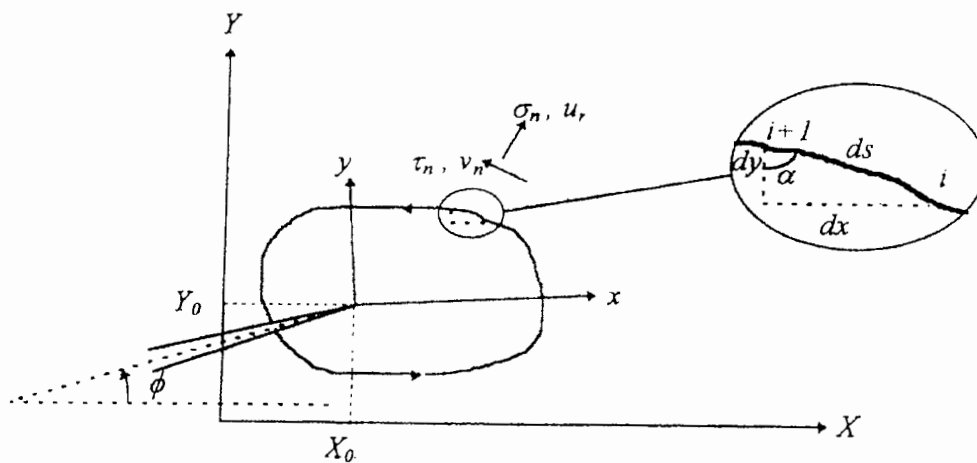
$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\tau_n = (\sigma_y - \sigma_x) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \tag{۴-۴۷}$$

$$u_n = u \cos \alpha + v \sin \alpha$$

$$v_n = -u \sin \alpha + v \cos \alpha$$

در حالت کرنش صفحه ای $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ و در حالت تنش صفحه ای $\sigma_z = 0$ می باشد.



شکل (۴-۱۸) مسیر انتگرال گیری برای یک ترک دلخواه و موقعیت دستگاه های مختصات محلی

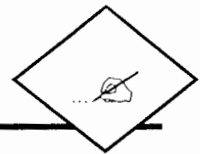
X-Y و سراسری X-Y [۲]

۴-۸- روش اصلاح شده انتگرال ترک محصور^۱ (MCCI)

این روش بر اساس مفهوم انرژی و بر پایه انتگرال ترک محصور (کلوزر) بنا شده است. ایروین^۲ در سال ۱۹۵۷ انتگرالهای زیر را جهت محاسبه نرخ آزادسازی انرژی در ترکی مطابق شکل (۶-۱۹) که به اندازه ΔL گسترش داده شده است، به صورت زیر پیشنهاد نمود [۷]:

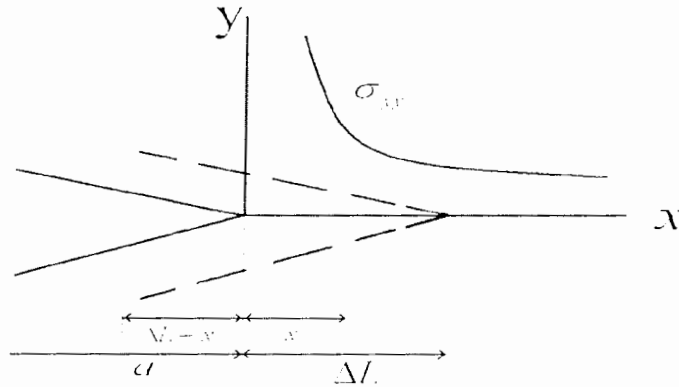
۱-Modified Crack Closure Integral Method

۲-Irwin



$$G_I = \lim_{M \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta L} \int_0^M \sigma_{xy}(r = x, \theta = 0) u_y(r = \Delta L - x, \theta = \pi) dr \tag{۴-۴۸}$$

$$G_{II} = \lim_{M \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta L} \int_0^M \tau_{xy}(r = x, \theta = 0) u_y(r = \Delta L - x, \theta = \pi) dr$$



شکل (۴-۱۹) تنش و تغییر مکان نوک ترک در روش انتگرال ترک محصور ابروین [۷]

ریبیک^۱ و کانینن^۲ برای حالت تغییر مکانهای خطی فرمولهای بالا را با توجه به شکل (۴-۲۰) زیر ساده کردند [۷]:

$$G_I = \frac{1}{2\Delta L} F_y^c (u_y^c - u_y^d) \tag{۴-۴۹}$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta L} F_x^c (u_x^c - u_x^d)$$

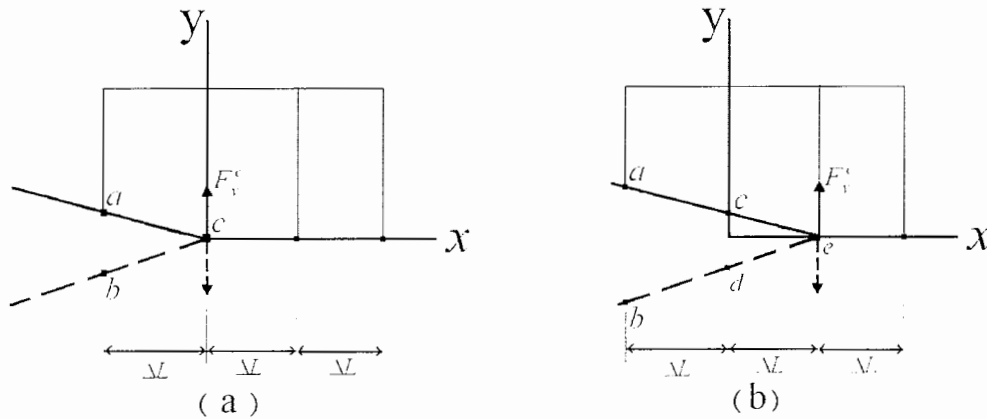
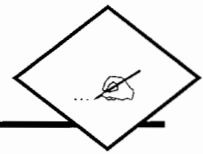
که در این معادلات

$F_{x \text{ or } y}^c$: نیروهای گرهی در نوک ترک و در جهات x, y

مولفه های تغییر مکانهای گرهی در نقاط c, d در جهت x, y هستند.

۱-Ribicki

۲-Kanninen



شکل (۴-۲۰) المان بندی اطراف نوک ترک در روش MCCI در دو قسمت: (a) آنالیز اول و (b) آنالیز دوم بعد از

گسترش ترک [۷]

مطابق شکل (۴-۲۰) در این روش ابتدا نیروهای گرهی در نوک ترک با آنالیز اجزا محدود بدست می آیند سپس ترک به اندازه ΔL گسترش پیدا کرده و مجدداً آنالیز صورت می گیرد. حال معادلات (۴-۴۸) به معادلات (۴-۴۹) کاهش می یابند.

این دو نفر دریافتند که مقادیر G_I, G_{II} را می توان با انجام فقط یکبار آنالیز اجزای محدود بدست آورد. هرگاه طول گام گسترش ترک ΔL کوچک باشد آنگاه تغییر مکانهای گرهی نقاط a, b از شکل (۴-۲۰-a) با تغییر مکانهای گرهی نقاط c, d در شکل (۴-۲۰-b) تقریباً برابر خواهد بود. لذا داریم:

$$G_I = \frac{1}{2\Delta L} F_y^c (u_y^a - u_y^b) \quad (۴-۵۰)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta L} F_x^c (u_x^a - u_x^b)$$

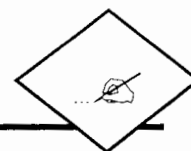
حال با معلوم بودن G_I, G_{II} براحتی می توان فاکتورهای شدت تنش مربوطه را بدست آورد.

$$K_I = \sqrt{G_I E'} \quad (۴-۵۱)$$

$$K_{II} = \sqrt{G_{II} E'}$$

که برای حالت کرنش صفحه ای $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ و برای حالت تنش صفحه ای $E' = E$ است. برای المانهای

تکین با تابع شکل درجه دوم مطابق شکل (۴-۲۱) معادلات (۴-۵۰) بصورت زیر در خواهند آمد :



$$G_I = \frac{1}{\Delta L} [(C_{11}F_v^a + C_{12}F_v^f + C_{13}F_v^g)(u_v^b - u_v^c) + (C_{21}F_v^a + C_{22}F_v^f + C_{23}F_v^g)(u_v^e - u_v^d)] \quad (۴-۵۲)$$

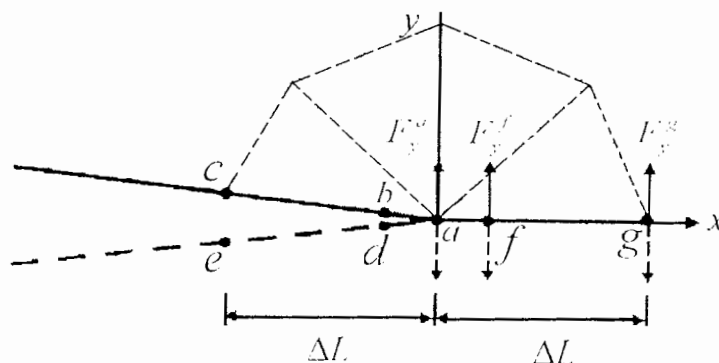
$$G_{II} = \frac{1}{\Delta L} [(C_{11}F_v^a + C_{12}F_v^f + C_{13}F_v^g)(u_v^b - u_v^c) + (C_{21}F_v^a + C_{22}F_v^f + C_{23}F_v^g)(u_v^e - u_v^d)]$$

که ثابتهای آن عبارتند از:

$$C_{11} = \frac{33\pi}{2} - 52 \quad C_{12} = \frac{-21\pi}{4} + 17 \quad C_{13} = \frac{21\pi}{2} - 32$$

$$C_{21} = \frac{-33\pi}{8} + 14 \quad C_{22} = \frac{21\pi}{6} - \frac{7}{2} \quad C_{23} = \frac{-21\pi}{8} + 8$$

و $F_{x \text{ or } y}^i$: نیروهای گرهی در گره i ام و در جهت محورهای مختصات x, y هستند.



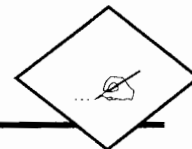
شکل (۴-۲۱) شبکه بندی اطراف نوک ترک و شماره گذاری گره های المانهای تکین در روش MCCI [۷]

در حالت کلی روش اصلاح شده انتگرال ترک محصور فاکتور شدت تنش را به صورت دقیقتری نسبت به روشهای تصحیح تغییر مکان نقاط اطراف ترک تخمین می زند ولی نسبت به روش انتگرال J از دقت کمتری برخوردار است [۷]. حال که با روشهای تحلیلی بررسی ترک آشنا شدیم در ادامه به بررسی شکل منطقه پلاستیک نوک ترک می پردازیم.

۴-۹- منطقه پلاستیک نوک ترک

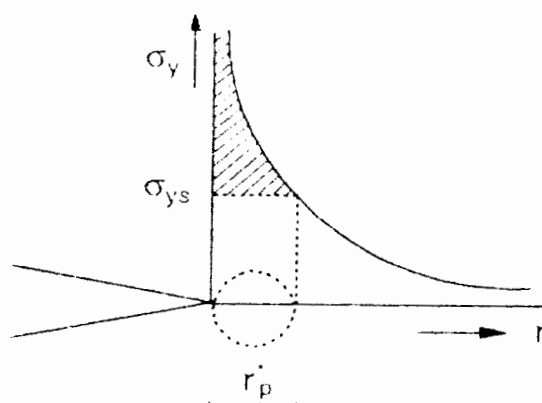
۴-۹-۱- ترمیم منطقه پلاستیک به روش ایروین

در نوک ترک یک جسم الاستیک، حالت تکینه تنش وجود دارد. معمولاً موادی نظیر فلزات دارای تنش حد جاری شدن هستند که تحت تنش بالاتر از آن، رفتار پلاستیک نشان می دهند. به این ترتیب همواره



در این گونه مواد در اطراف نوک ترک منطقه ای وجود دارد که در آن تغییر شکل پلاستیک اتفاق می افتد.

تخمین اندازه این منطقه در حالت های تنش صفحه ای و یا کرنش صفحه ای براحتی امکان پذیر است. برای این منظور ابتدا تنش صفحه ای را بررسی می کنیم. شکل (۴-۲۲) تغییرات تنش σ_{xx} ، در صفحه $\theta = 0$ را نشان می دهد. تا فاصله r_p^* از نوک ترک، تنش بیشتر از حد جاری شدن σ_{ys} است. این فاصله را می توان در تقریب نخست به شعاع منطقه پلاستیک نسبت داد.



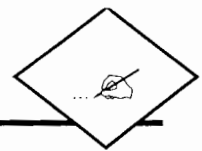
شکل (۴-۲۲) تقریب نخست از اندازه منطقه پلاستیک نوک ترک

با قرار دادن σ_{xx} بجای σ_{yy} در رابطه (۴-۴) فاصله r_p^* را می توان برای حالت تنش در صفحه بصورت زیر بدست آورد:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_p}} = \sigma_{ys} \quad (۴-۵۳-الف)$$

$$r_p^* = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_{ys}^2} = \frac{\sigma^2 a}{2\sigma_{ys}^2} \quad (۴-۵۳-ب)$$

اگر اثر کرنش سختی^۱ ماده صرف نظر شود، توزیع تنش برای $r \leq r_p^*$ را می توان مطابق شکل (۴-۲۲) با یک خط راست نشان داد که در آن حالت تکینه تنش با جاری شدن ماده در نوک ترک از بین رفته است.



این تحلیل ساده که بر مبنای حل الاستیک در نوک ترک بدست آمده را نمی توان بطور کامل پذیرفت زیرا هنگامی که ماده در این منطقه جاری شود، توزیع مجدد تنش بایستی حالت تعادل را برآورد نماید. منطقه هاشورزده در شکل (۴-۲۲) نشان دهنده نیرویی است که در یک ماده الاستیک وجود دارد که این نیرو نمی تواند در یک ماده الاستیک-پلاستیک تحمل شود، زیرا تنش از حد جاری تجاوز نمی کند. بنابراین برای برقراری تعادل حاصل از نیروی فوق، اندازه منطقه پلاستیک بایستی بزرگتر شود. با برقراری تعادل نیرو در این منطقه، شعاع منطقه پلاستیک واقعی را پیش بینی نمود.

$$\sigma_{\text{ys}} r_p^* = \int_0^{r_p^*} \sigma_{\text{ys}} dr = \int_0^{r_p^*} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} dr \quad (4-54)$$

$$r_p^* = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{\text{ys}}} \right)^2 \quad (4-55)$$

رابطه (۴-۵۵) نشان می دهد که r_p^* دو برابر r_p^* می باشد. با مراجعه به شکل (۴-۲۲) ملاحظه می شود که تنش توزیع شده مجدد در منطقه الاستیک بالاتر از مقدار پیش بینی شده در رابطه (۴-۴) است که دلالت بر ضریب شدت تنش موثر است. ایزوپن با تعریف طول ترک موثر خاطر نشان نمود که افزایش K باعث ازدیاد طول ترک کمی بیشتر از مقدار واقعی آن خواهد شد. بنابراین با قرار دادن نوک ترک موثر در مرکز منطقه پلاستیک شکل (۴-۲۳) می توان K موثر را بدست آورد. به این ترتیب طول ترک موثر را می توان مجموع طول واقعی و شعاع منطقه پلاستیک تعریف نمود.

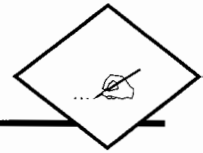
$$a_{\text{eff}} = a + r_p^* \quad (4-56)$$

که r_p^* برای حالت تنش صفحه ای از رابطه (۴-۵۳) بدست می آید. برای حالت کرنش صفحه ای، در نوک ترک حالت سه محوری تنش وجود دارد و ترمیم منطقه پلاستیک کوچکتر خواهد شد:

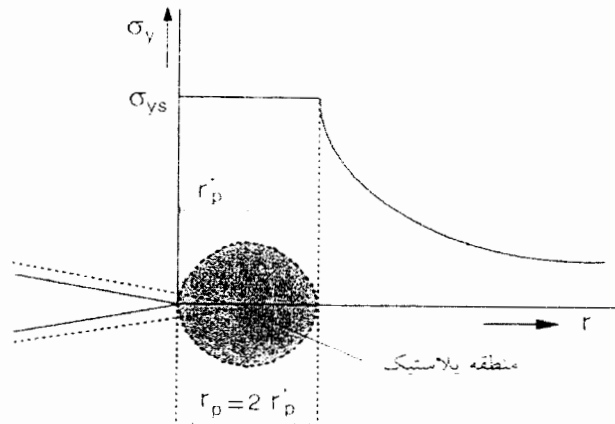
$$r_p^* = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{\text{ys}}} \right)^2 \quad (4-57)$$

ضریب شدت تنش موثر با قرار دادن a_{eff} در رابطه K بدست می آید:

$$K = C\sigma \sqrt{\pi(a+r_p^*)} = C\sigma \sqrt{\pi\left(a + \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_{\text{ys}}^2}\right)} \quad (4-58)$$



برای بدست آوردن K از رابطه (۴-۵۸) از روش تکرار پیاپی^۱ استفاده می شود. به این ترتیب که ابتدا از اثر ترمیم پلاستیسیته صرف نظر نموده و با فرض $K = \sigma\sqrt{\pi a}$ از رابطه (۴-۵۳) یا (۴-۵۷) r_p^* بدست می آید سپس با قرار دادن آن در رابطه (۴-۵۸)، K محاسبه می شود. این مرحله را تا رسیدن به مقدار واقعی K باید ادامه داد.



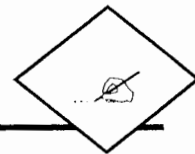
شکل (۴-۲۳) تصحیح منطقه پلاستیک ابروین

به همین ترتیب در صورتی که K معلوم باشد، ابتدا تنش را با فرض $\sigma = \frac{K}{\sqrt{\pi a}}$ بدست آورده، سپس r_p^* را محاسبه کرده و بعد مقدار تنش ترمیم یافته با روش تکرار پیاپی از رابطه زیر بدست می آید.

$$\sigma = \frac{K}{\sqrt{\pi(a+r_p^*)}} \quad (۴-۵۹)$$

۴-۹-۲- شکل منطقه پلاستیک

تاکنون شکل منطقه پلاستیک تنها در امتداد محور X ها بررسی شده و فرض بر آن بود که شکل این منطقه دایروی است. شکل دقیقتر منطقه پلاستیک را می توان با در نظر گرفتن معیار تسلیم و برای زوایای مختلف θ بدست آورد. برای این کار می توان از معیارهای تسلیم فون مایسز یا ترسکا استفاده کرد. معیار تسلیم فون مایسز را می توان برای تنشهای اصلی بدین صورت نوشت:



$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{ys}^2 \quad (4-60)$$

که در آن σ_{ys} تنش تسلیم در کشش تک محوری است. میدان تنش بر حسب تنش های اصلی بصورت زیر بدست آمد:

$$\sigma_1 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_2 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right) \quad (4-61)$$

$$\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2)$$

در صفحه $\theta = 0$ تنش های اصلی σ_1, σ_2 برابر هستند و در صفحه X, Y عمل می کنند. با قرار دادن (4-61) در (4-60) می توان مرز پلاستیک را بصورت تابعی از θ بدست آورد.

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_{ys}^2} \left[\frac{3}{2} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 (1 + \cos \theta) \right] \quad (4-62) \text{ کرنش صفحه ای}$$

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_{ys}^2} \left[1 + \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \cos \theta \right] \quad (4-62) \text{ تنش صفحه ای}$$

مرز منطقه پلاستیک که با معادله (4-62) پیش بینی می شود بصورت بی بعد و با استفاده

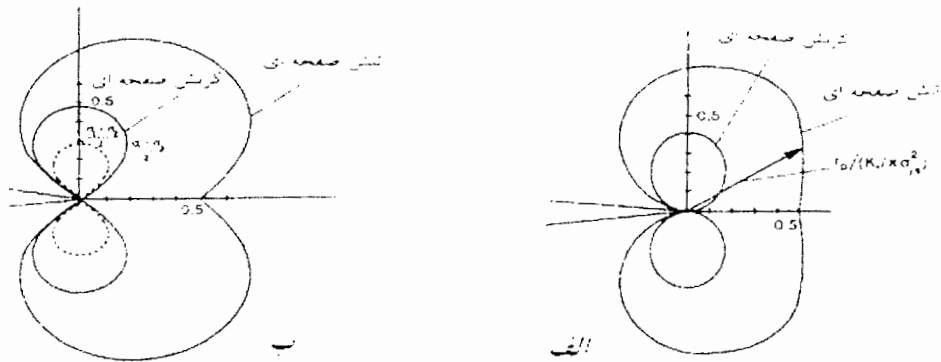
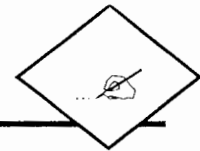
از $\left[r_p / (K_I / \pi\sigma_{ys}^2) \right]$ در شکل (4-24) رسم شده است. منطقه پلاستیک در حالت کرنش صفحه ای

بمراتب کوچکتر از حالت تنش صفحه ای است.

برای $\theta = 0, \nu = \frac{1}{3}$ معادله (4-62) دلالت بر آن دارد که اختلاف فوق معادل ضریب ۹ است. بنابراین

ضریب تصحیح منطقه پلاستیک که در رابطه (4-53) بدست آمد برای حالت کرنش صفحه ای مناسب

نخواهد بود.



شکل (۴-۲۴) شکل منطقه پلاستیک: (الف) معیار فون مایسز (ب) معیار ترسکا

اگر از معیار ترسکا استفاده شود، شکل منطقه پلاستیک کمی تغییر خواهد کرد. با استفاده از دایره مور،

تنش برشی ماکزیمم در حالت تنش صفحه ای برابر $\tau_{max} = \frac{\sigma_1}{2}$ و برای کرنش صفحه ای، برابر بزرگترین

دو مقدار $\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$ و $\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ است. با استفاده از (۴-۶۱)، منطقه تسلیم برای

حالت تنش صفحه ای با رابطه:

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_{ys}^2} \left[\cos\frac{\theta}{2} \left(1 + \sin\frac{\theta}{2} \right) \right]^2 \tag{۴-۶۳}$$

و برای حالت کرنش صفحه ای با بزرگترین دو رابطه زیر تعیین می شود:

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_{ys}^2} \cos^2\frac{\theta}{2} \left[(1 - 2\nu + \sin\frac{\theta}{2})^2 \right] \tag{۴-۶۴}$$

$$r_p(\theta) = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_{ys}^2} \cos^2\frac{\theta}{2} \tag{۴-۶۵}$$

مطابق معادلات (۴-۶۳) تا (۴-۶۵) منطقه تسلیم ترسکا در شکل (ب- ۲۴- ۴) نشان داده شده است.

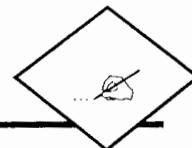
منطقه تسلیم ترسکا کمی بزرگتر و متفاوت تر از منطقه فون مایسز است.

فصل

۵

معرفی نرم افزار

ANSYS



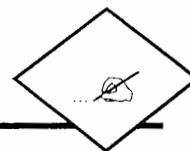
فصل پنجم

معرفی نرم افزار ANSYS

۱-۵- مقدمه

جهت مطالعه و بررسی رفتار ترک در سازه و نحوه گسترش آن نیاز به دانستن میدان تنش در اطراف ترک می باشد. اگر چه برای اجزا صفحه ای کوچک با شکلهای مشخص ترک، میدان تنش در اطراف نوک ترک به صورت تحلیلی و در قالب فرمولهای صریح و ساده توسط افراد مختلف بیان شده و در کتابهای راهنمای مکانیک شکست موجود است، ولی این فرمولها تنها برای اجزای بسیار ساده با هندسه و بارگذاری خاصی صادق هستند و برای سازه های پیچیده با هندسه و بارگذاریهای متفاوت لازم است تا میدان تنش در اطراف نوک ترک و شاخص تعیین رفتار ترک در محدوده تنشهای الاستیک اطراف ترک یعنی فاکتور شدت تنش، به صورت جداگانه برای هر هندسه و بارگذاری بدست آید.

جهت یافتن تنشهای اطراف نوک برای سازه های پیچیده می توان از روشهای عددی نظیر اجزا محدود (FEM) و یا اجزا مرزی (BEM) استفاده نمود. بنابراین حتی برای ترک کوچک در یک عضو (در صورتیکه میدان تنش اطراف نوک ترک آن در کتابهای مکانیک شکست موجود نباشد) نیز باید از نرم افزارهای اجزای محدود یا اجزا مرزی استفاده نمود. به عبارت دیگر نرم افزار مدلسازی ترک ابتدا باید یک نرم افزار تحلیل سازه به روشهای عددی باشد تا از روی نتایج تحلیل سازه بتواند به آنالیز گسترش ترک بپردازد.



با توجه به واقعیت فوق نرم افزارهای اجزای محدود چند منظوره مانند: ABAQUS, ADINA, STRUDEL, NASTRAN, ANSYS تهیه و در اختیار کاربران قرار گرفت. نرم افزار تجاری ANSYS یکی از معروفترین نرم افزارهای اجزای محدود به شمار می رود که توسط اکثر مهندسان شناخته شده است. این نرم افزار در سال ۱۹۷۱ توسط شرکت آمریکایی Swanson به عنوان یکی از پیشگامان نرم افزارهای اجزای محدود ساخته شد و مورد استفاده محققان قرار گرفت و جزء اولین نرم افزارهایی است که آنالیزهای غیرخطی، مخازن و سایر آنالیزها را در بسته نرم افزاری خود قرار داد. نرم افزار ANSYS که اساساً توسط جمعی دانشگاهی طراحی شد با قدمتی حدود ۳۳ سال تکامل قابل توجهی یافته است. این نرم افزار عمومی اجزای محدود با بیش از یکصد هزار خط کد کامپیوتری قابلیت تحلیل مسائل مختلف در زمینه هایی مانند هوافضا، خودرو، هسته ای و الکترونیک را دارا می باشد [۱۴].

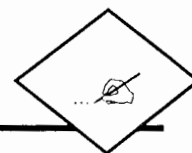
دلایل انتخاب این نرم افزار به شرح زیر است:

(۱) این نرم افزار در دسترس است و از لحاظ نصب، نیازهای سخت افزاری، تحلیل و غیره دارای مشکلی نمی باشد.

(۲) حل گره های قدرتمند و هوشمند این نرم افزار، کاربرد آن را از کاربردهای تحقیقاتی به کاربردهای صنعتی ارتقاء داده است به طوری که هم در امور تحقیقاتی و هم در امور صنعتی می توان از آن استفاده کرد که گویای قدرت بالای این نرم افزار است.

(۳) مدلسازی و شبکه بندی در این نرم افزار بسیار ساده و در عین حال قدرتمند است. دسترسی ساده و در عین حال بسیار جامع به نتایج خروجی نرم افزار قابل توجه می باشد.

(۴) در این نرم افزار روشی موجود است که به کاربر اجازه می دهد تا قابلیت های نرم افزار را به کمک ماکرو^۱ افزایش دهد. که این قابلیت نرم افزار امکان رشد نرم افزار را فراهم می سازد و به کاربر این اجازه را می دهد تا مطابق با نیاز ویژه خود امکانات نرم افزار را ارتقا بدهد.



۵) رابطه های گرافیکی کاربر این نرم افزار گویا است و دسترسی و کار با آنها بسیار ساده است. این نرم افزار دارای مترجم هایی است که امکان برقراری ارتباط با سایر نرم افزارهای اجزا محدود را میسر می کند.

۶) در این نرم افزار امکان انجام تحلیلهای مختلف مقدور است و بعنوان یک نرم افزار قدرتمند تحلیلی در مراکز تحقیقاتی شناخته شده می باشد.

۲-۵- فرامین و قابلیت های نرم افزار ANSYS

نرم افزار ANSYS علاوه بر فرامین و قابلیت های مرسوم و شناخته شده دارای قابلیت هایی است که جنبه تخصصی داشته و اغلب از دید کاربران غیر متخصص پنهان می ماند. چراکه این قابلیت ها در مسائل معمول تحلیل تنش و کرنش به کار نمی روند.

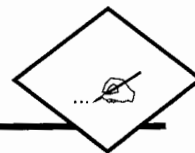
در این قسمت هدف آشنایی با قابلیت هایی از این دست است که بارها در قسمتهای مختلف به آنها اشاره شده است. آشنایی کامل با قابلیت ها و فرامین پیشرفته در اینجا مد نظر نمی باشد.

۱-۲-۵ پردازشگرهای نرم افزار ANSYS

نرم افزار برای اجرای دستورات مربوط به امور مختلف، پردازشگرهای مختلفی دارد که اجرای دستورات فقط توسط آنها ممکن می شود. در هنگام ورود به نرم افزار ANSYS در سطح آغازین قرار دارد که با انتخاب هر یک از پردازشگرها وارد آن پردازشگر می شود. هنگام کار با زبان APDL ورود به هر پردازشگر با تایپ دستور معادل آن در پنجره ورودی یا در فایل متنی ماکرو صورت می گیرد.

از مهمترین پردازشگرهای ANSYS می توان به موارد زیر اشاره کرد [۱۲]:

- Preprocessor: یکی از پردازشگرهای مهم نرم افزار می باشد که در آن عملیاتی نظیر انتخاب نوع المان، تعیین خواص مواد، مدلسازی هندسی، مش بندی و غیره انجام می شود. دستور ورود به آن /PREP7 می باشد.



- Solution: از این پردازشگر برای بارگذاری روی مدل، انتخاب نوع آنالیز، حل و غیره استفاده می شود. دستور ورود به آن در SOLUTION/ می باشد.

- General postprocessor: پس از مدلسازی و حل مساله کاربر نیاز به مشاهده نتایج تحلیل را دارد. برای این کار در تحلیلهای استاتیکی از این پردازشگر استفاده می شود. دستور ورود به آن در POST1/ می باشد.

۲-۲-۵- زبان برنامه نویسی APDL برای طراحی های پارامتری

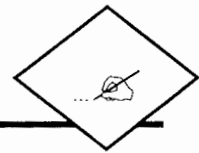
یک نوع زبان برنامه نویسی در محیط ANSYS می باشد که به کمک آن می توان امکانات و عملیاتی که در نرم افزار پیش بینی نشده تعریف و از آنها استفاده کرد. دستورات این زبان را می توان به دو قسمت عمده تقسیم بندی نمود. قسمت اول دستوراتی که معادل دستورات موجود در منوهای نرم افزار هستند. نظیر دستورات ترسیم خط، مش بندی و غیره. قسمت دوم دستوراتی که جز قابلیت های برنامه نویسی محسوب می شوند. این قابلیتها را می توان به سه گروه زیر تقسیم کرد:

- محاسبات ریاضی و کارکرد با رشته ها و آرایه ها و پارامتر های اسکالر.

- تولید دستورات شرطی.

- تولید حلقه های تکراری.

دستورات APDL را می توان به وسیله تایپ نمودن در پنجره اجرا نمود. شکل (۱-۵) منوی نرم افزار را برای این کار نشان می دهد. می توان تمام دستورات را در یک فایل متنی ذخیره نمود و سپس آن را به عنوان یک ماکرو اجرا کرد [۱۱].



روش دیگر ایجاد حلقه استفاده از دستور *GOTO می باشد که ساختار آن در شکل مشاهده می شود. این دستور برنامه را بدون اجرای فرامین حد واسط به دستوری که با یک برچسب مشخص شده هدایت می کند. البته این روش اغلب به خاطر ایجاد اختلال توصیه نمی شود.

*GO, :BRANCH1

---! This block of commands is skipped (not executed)

:BRANCH1

.

۲-۲-۲-۵- دستورات شرطی در زبان APDL

برای ایجاد دستورات شرطی از دستور *IF استفاده می شود. ساختار زیر یک مثال از کاربرد این ساختار می باشد. همانطور که از شکل پیداست در صورت درست بودن شرط دستورات بلوک مربوط اجرا خواهند شد.

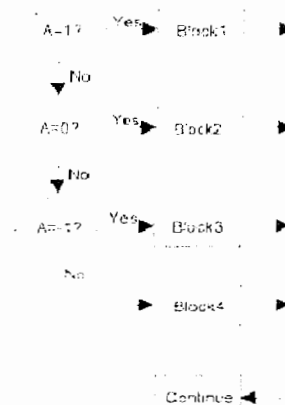
```
If ,A ,EQ, 1, THEN
  ! BLOCK 1
```

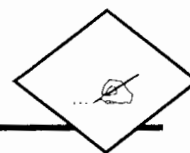
```
*ELSEIF, A, EQ, 0
  ! BLOCK 2
```

```
*ELSEIF, A, EQ, -1
  ! BLOCK 3
```

```
*ELSE
  ! BLOCK 4
```

```
*ENDIF
!Continue
```





امکان استفاده از عملگرهای منطقی AND , OR و NOT در APDL وجود دارد. در ادامه پرکاربردترین گزینه های دستور IF* آمده است.

EQ

Equal (for $VAL1 = VAL2$).

NE

Not equal (for $VAL1 \neq VAL2$).

LT

Less than (for $VAL1 < VAL2$).

GT

Greater than (for $VAL1 > VAL2$).

LE

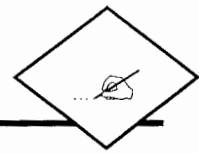
Less than or equal (for $VAL1 \leq VAL2$).

GE

Greater than or equal (for $VAL1 \geq VAL2$).

۳-۲-۲-۵- توضیح نویسی در برنامه های APDL

هنگامی که یک برنامه بزرگ نوشته می شود مناسب است در ابتدای هر قسمت توضیح عملکرد آن بخش نوشته شود تا فهم برنامه توسط افراد دیگر آسانتر باشد. برای این کار دو روش وجود دارد [۱۲].



- در صورتیکه توضیح در یک سطر جا شود و در آن سطر دستور دیگری قرار نداشته باشد، می توان از علامت (!) در ابتدای خط استفاده نمود.

- هنگامی که در ادامه یک دستور لازم است توضیحی نوشته شود می توان از علامت (*) استفاده نمود.

۴-۲-۵- پارامترها و محاسبات پارامتری در ANSYS

پارامترها کمیت‌هایی شبیه متغیرها در زبانهای برنامه نویسی هستند. یعنی کمیت‌هایی که دارای نام مشخص هستند و برای هر کدام مقداری تعیین می گردد. تعریف پارامترها به راحتی در ANSYS امکان پذیر است.

$A=100$

دستور مقابل مقدار ۱۰۰ را برای پارامتر A منظور می کند. در صورتیکه لازم باشد به پارامترها مقادیر رشته ای نسبت داده شود باید از علامت (') استفاده کرد.

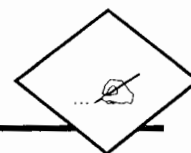
علاوه بر عملیات اساسی توابع متنوعی برای محاسبات پارامتری در نظر گرفته شده است. تعدادی از این توابع عبارتند از:

$SIN(X)$, $COS(X)$, $TAN(X)$, $ABS(X)$, $SQRT(X)$, $EXP(X)$

امکان پرسیدن مقدار یک پارامتر از کاربر نیز وجود دارد. این کار توسط دستور *ASK و با ساختار زیر انجام می شود.

مقدار پیش فرض , پیغام , نام پارامتر, *ASK

پس از اجرای این دستور پنجره ای روی صفحه ظاهر شده و پیغام تعیین شده در دستور در این پنجره نوشته خواهد شد. کاربر می تواند عدد یا عبارتی را تایپ نموده و OK را فشار دهد. مقدار تایپ شده در پارامتر تعیین شده ذخیره خواهد گردید.



در صورتیکه بدون تایپ کاراکتری، کلید OK زده شود مقدار پیش فرض تعیین شده به عنوان مقدار پارامتر منظور خواهد شد [۱۲].

۵-۲-۲-۵- آرایه ها در ANSYS

گاهی از اوقات لازم می شود مجموعه ای از اعداد به صورت ماتریس در نرم افزار به کار گرفته شوند. آرایه ها به همین منظور در نظر گرفته شده اند. یک آرایه همانند آرایه هایی که در زبانهای برنامه نویسی مورد استفاده قرار می گیرند، می توانند یک بعدی، دو بعدی و یا سه بعدی باشد. در یک آرایه هر مکان با شماره سطر، ستون و صفحه مشخص می شود. قبل از استفاده از آرایه ها لازم است آرایه تعریف شود و اندازه آن مشخص شود تا مکان مشخصی از حافظه به آن اختصاص پیدا کند. این کار توسط دستور مقدار اندازه آرایه، ARRAY, نام آرایه, *DIM انجام می شود. برای مثال دستور زیر آرایه ای دو بعدی با اندازه ۵۰ به نام PAR تولید می کند.

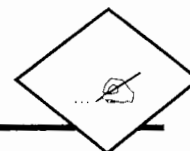
*DIM,PAR,ARRAY,50,50

علاوه بر عملیات اساسی، امکان انجام عملیات ویژه ای مانند انتگرال گیری یک متغیره یا چند متغیره نیز در مورد آرایه ها وجود دارد [۱۲].

۶-۲-۲-۵- ماکروها

در مواقعی که از مجموعه مشخصی از دستورات به تناوب استفاده می گردد می توان این دستورات را در یک فایل ذخیره و آن را در مواقع لزوم اجرا نمود. چنین فایلی ماکرو نامیده می شود. امکان اجرای دستورات و حلقه ها و امکان استفاده تو در تو از ماکروها این قابلیت را به یک ابزار نیرومند در تحلیلهای ANSYS تبدیل کرده است.

برای تعریف یک ماکرو روشهای متعددی در نظر گرفته شده است. در ساده ترین روش دستورات مورد نظر به صورت متوالی در یک ویرایشگر متنی نوشته می شود. فایل متنی تهیه شده با پسوند mac در شاخه کاری ذخیره می شود. اجرای ماکرو به راحتی با تایپ کردن نام و پسوند آن در پنجره ورودی امکان پذیر



است. روشهای دیگری نیز برای اجرای ماکروها وجود دارند که هر کدام قابلیت های خاصی را برای اجرای ماکرو فراهم می کنند.

از دیگر قابلیت های نرم افزار در مورد ماکروها امکان استفاده از کتابخانه ماکروها است. در صورتیکه ماکروهای متعددی در تحلیل مدل مورد استفاده واقع شوند می توان کلیه آنها را در یک فایل ذخیره کرد. ساختار یک کتابخانه ماکرو بدین صورت است:

MACRONAME1

.

.

.

/EOF

MACRONAME2

.

.

.

/EOF

MACRONAME3

.

.

.

./EOF

برای استفاده از کتابخانه ماکروها فایل با ساختار بالا را بایستی توسط دستور *ULIB به نرم افزار معرفی

نمود [۱۴].

فصل

مدلسازی ترک توسط نرم افزار ANSYS

۶



فصل ششم

مدلسازی ترک با استفاده از نرم افزار اجزای محدود ANSYS

با فرض داشتن آشنایی کلی با محیط ANSYS در این بخش ابتدا قابلیت‌های متداول در ANSYS برای محاسبه پارامترهای مکانیک شکست بیان می‌شود و پس از آن نحوه مدلسازی رشد ترک در این نرم افزار مورد بحث قرار می‌گیرد.

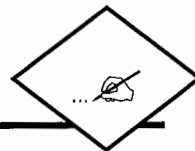
تحلیل یک مساله مکانیک شکست شامل مدلسازی مناسب ترک، اعمال یک تحلیل الاستیک یا الاستیک-پلاستیک و در نهایت استفاده از دستورات یا ماکروهای مخصوص در قسمت پس پردازش برای محاسبه پارامترهای شکست می‌باشد. در این رابطه می‌توان بر روی دو موضوع متمرکز شد:

- مدلسازی ناحیه ترک

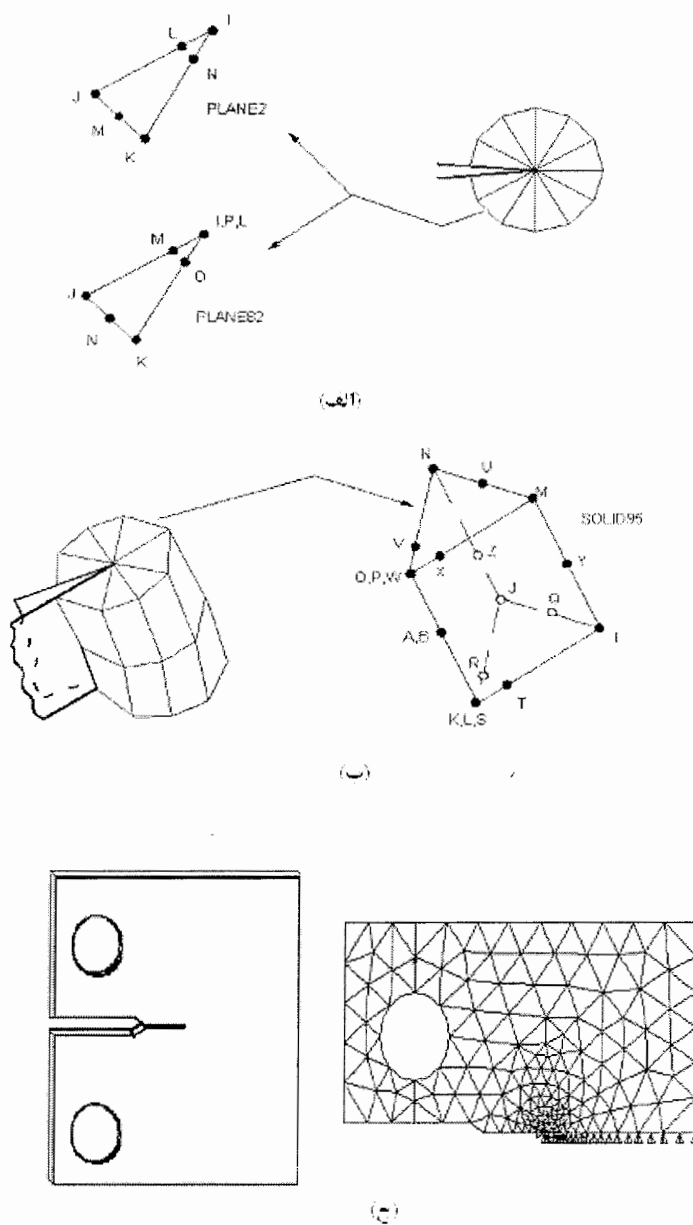
- محاسبه پارامترهای شکست

۱-۶- مدلسازی ناحیه ترک

مهمترین ناحیه در یک مدل شکست ناحیه اطراف نوک ترک می‌باشد. همانطور که در بخش‌های قبلی گفته شد در مسائل الاستیک نشان داده شده است که تغییر مکان‌های نزدیک نوک ترک به صورت رابطه‌ای از \sqrt{r} تغییر می‌کند. که r فاصله از نوک ترک می‌باشد و تنش‌ها و کرنش‌ها در نوک ترک تکین می‌باشد. زیرا به صورت $1/\sqrt{r}$ تغییر می‌کند. در ANSYS قابلیت مدل نمودن تکین شدن تنش و کرنش در نوک ترک وجود دارد. این عمل از طریق به کارگیری المانهای تکین میسر می‌شود. برای این کار بایستی المانهای اطراف نوک ترک یا سطح ترک در مسائل سه بعدی درجه دوم بوده که دارای

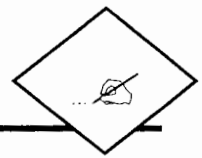


گره میانی باشند. چنین المانهایی، المانهای تکین نامیده می‌شوند. در شکل (۶-۱) مثالهایی از المانهای تکین در حالت دو بعدی و سه بعدی مشاهده می‌شود. المان توصیه شده برای مسائل دو بعدی مکانیک شکست PLANE2 می‌باشد. که المان مثلثی دارای ۶ گره می‌باشد. و نیز المان PLANE82 که یک المان چهار ضلعی ۸ گرهی است و در شکل (۴-۱۱) کاملاً توضیح داده شده است. اولین ردیف از المانهای اطراف نوک ترک بایستی حتماً از نوع المانهای تکین باشند.



شکل (۶-۱) المانهای اطراف نوک ترک (الف) المانهای تکین دو بعدی (ب) المان تکین سه بعدی

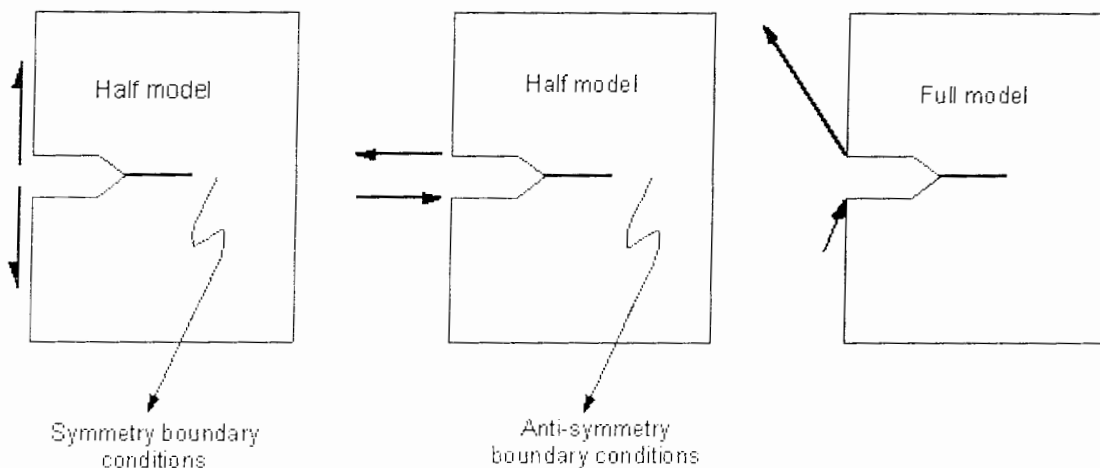
(ج) نحوه مش بندی نوک ترک به کمک دستور KSCON [۱۲]



به وسیله فرمان KSCON در مرحله پردازش می توان تعداد المانها در اطراف نوک ترک را تعیین کرد و المان ها را به طور اتوماتیک در اطراف ترک مش بندی کرد به وسیله سایر گزینه های این فرمان می توان شعاع المانهای اطراف نوک ترک و تعداد آنها را مشخص کرد. در شکل (۱-۶) نمونه ای از نحوه مش بندی نوک ترک به کمک دستور KSCON نشان داده شده است.

برای دست یابی به نتایج معقول اولین ردیف المانها در اطراف نوک ترک بایستی دارای شعاع حداقل برابر با $\frac{a}{8}$ باشند که a طول اولیه ترک می باشد. در اطراف ترک نیز بایستی حداقل به فاصله ۳۰ تا ۴۰ درجه یک المان قرار گیرد [۱۲].

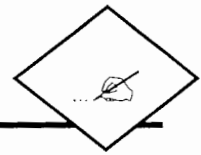
استفاده از تقارن در بسیاری از مسائل می تواند به کم شدن زمان تحلیل کمک کند. این کار با اعمال شرایط مرزی متقارن و پاد متقارن در ANSYS انجام می شود. شکل (۲-۶) نمونه ای از مدل های متقارن و پاد متقارن را نشان می دهد.



شکل (۲-۶) مدل های متقارن ، پاد متقارن و کامل

المان توصیه شده در مدل های سه بعدی مکانیک شکست SOLID95 می باشد این المان دارای ۲۰ گره و مطابق شکل (ب-۱-۶) المان به صورتی خواهد بود که وجه KLOP به صورت خط KO تبدیل می شود.

تولید مدل ترک سه بعدی کمی پیچیده تر است. در این حالت دستور KSCON فعال نیست برای مدلسازی سه بعدی ترک دو روش پیشنهاد شده است:



۱- تولید ترک در حالت دو بعدی و سپس امتداد دادن آن در راستای مورد نظر.

۲- ساخت مدل دو بعدی در راستای عمق ترک و انتقال گره های مرز ترک به یک چهارم و سپس

استفاده از دستور SWEEP.

روش اول برای ترک با راستای منحنی به کار برده می شود و روش دوم فقط برای حالتی می تواند استفاده شود که راستای ترک مستقیم باشد. نسبت ابعاد المان نیز نبایستی در این روش از نسبت ۴ به ۱ در هر جهت فراتر رود. برای ترکهای سه بعدی که راستای جلوی منحنی شکل دارند اندازه المان ها به میزان انحنای جلوی ترک بستگی دارد ولی به طور کلی برای حالت دایره ای به ازای هر ۱۲ تا ۳۰ درجه یک المان بایستی قرار گیرد [۱۴].

۲-۶- اندازه گیری پارامترهای شکست

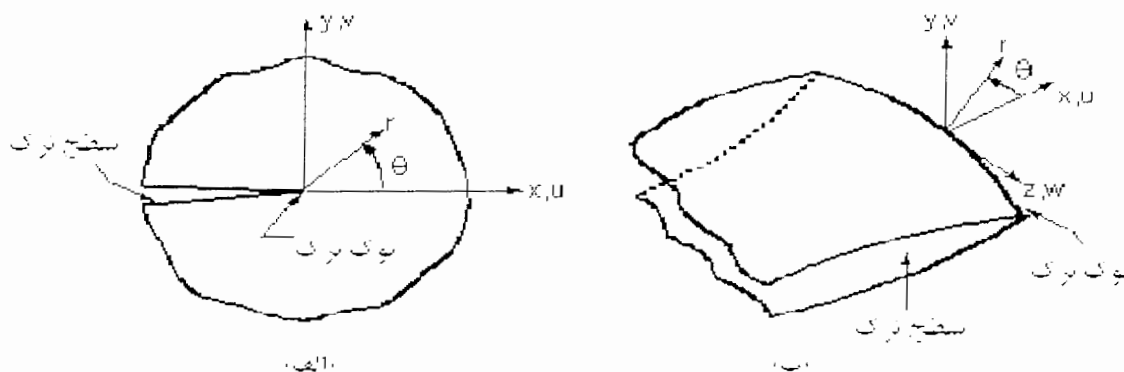
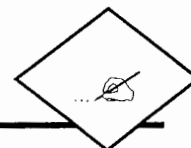
پارامترهای مرسوم در مکانیک شکست شامل ضریب شدت تنش (KI)، انتگرال J و نرخ رهایی انرژی (G) می باشند. این پارامترها به طور کامل در قسمتهای قبل معرفی شدند. در این بخش نحوه اندازه گیری این پارامترها در نرم افزار ANSYS معرفی می شود.

۱-۲-۶- ضریب شدت تنش

دستور KCALC ضرایب شدت تنش KI, KII, KIII را برای مسائل الاستیک خطی و مواد ایزو تروپیک همگن محاسبه می کند. برای استفاده از این دستور گام های زیر در محیط پس پردازش بایستی انجام شود:

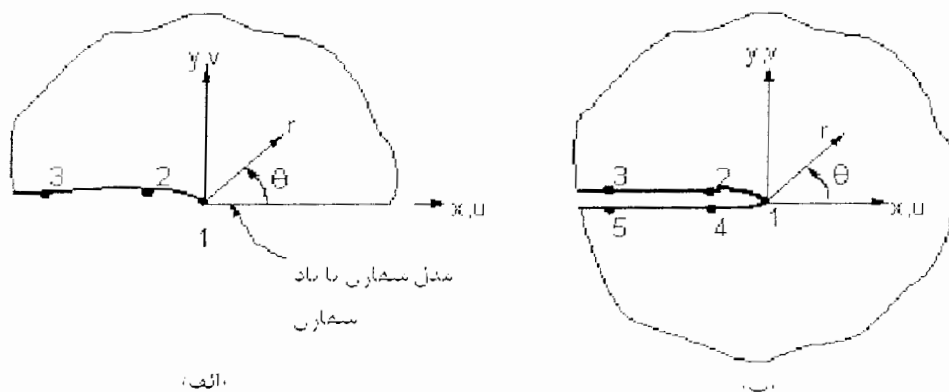
۱- تعریف مختصات محلی در نوک ترک: به این ترتیب که محور X موازی با وجه ترک و محور Y عمود

بر آن باشد. نحوه تعریف مختصات محلی نوک ترک در شکل (۳-۶) نشان داده شده است.



شکل (۳-۶) مختصات محلی در نوک ترک

۲- تعریف یک مسیر در وجه ترک: این مسیر توسط گره های اطراف ترک به این ترتیب تعریف می شود که اولین گره، گره نوک ترک می باشد. در حالتی که نصف ترک مدل شده باشد (در مدل های متقارن یا پادمتقارن) دو گره دیگر روی وجه ترک انتخاب می شوند. برای مدل های کامل احتیاج به چهار گره دیگری می باشد که در وجه های پایینی و بالایی ترک انتخاب می شوند. نحوه تعریف مسیر در شکل (۴-۶) زیر نشان داده شده است.



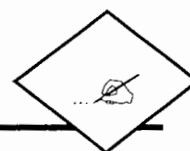
شکل (۴-۶) نحوه تعریف یک مسیر در وجه ترک الف) مدل متقارن یا پاد متقارن ب) مدل کامل [۱۱]

۳- محاسبه K_{III}, K_{II}, K_I توسط دستور KCALC: در گزینه های این دستور می توان وضعیت

مدل را مشخص کرد که می تواند تنش صفحه ای یا کرنش صفحه ای باشد.

نحوه عملکرد ANSYS در بدست آوردن ضریب شدت تنش عبارت است از منطبق کردن جابجایی های

گره های مجاور نوک ترک با فرمولهای تئوری.



۶-۲-۲- نرخ آزادسازی انرژی

همانطور که گفته شد روش گسترش مجازی ترک یکی از روشهای محاسبه نرخ آزادسازی انرژی می باشد. در نرم افزار ANSYS برای محاسبه نرخ آزادسازی انرژی دوآنالیز انجام می شود یکی برای ترک با طول a و دیگری برای ترک با طول $a + \Delta a$ انرژی پتانسیل (انرژی کرنشی) برای دو مرحله ذخیره می شود و نرخ رهایی انرژی از فرمول زیر بدست خواهد آمد.

$$G = -\frac{U_{a+\Delta a} - U_a}{B\Delta a} \quad (6-1)$$

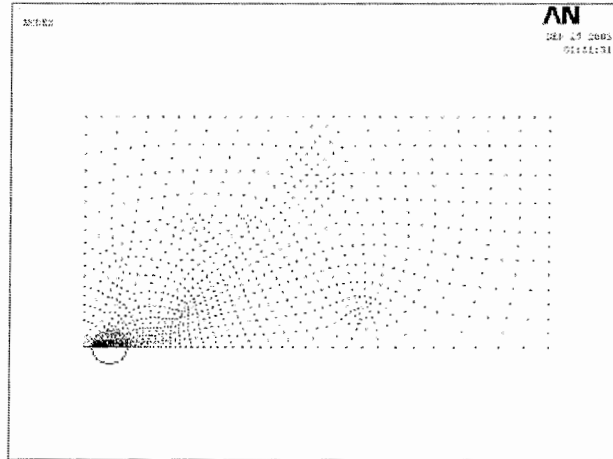
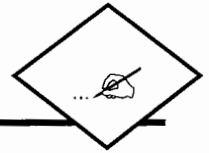
که در آن U_a انرژی کرنش برای ترک با طول a ، $U_{a+\Delta a}$ انرژی کرنش برای ترک با طول $a + \Delta a$ و B ضخامت مدل می باشد.

این کار با استفاده از قابلیت Scaling انجام می شود به این ترتیب که گره های اطراف نوک ترک (گره هایی که در شعاع $\frac{a}{2}$ از نوک ترک قرار دارند که a طول ترک می باشد) انتخاب شده و به اندازه Δa (اغلب بین $1/2$ تا 2 درصد طول ترک) در جهت x نسبت به مختصات محلی نوک ترک جابجا می شوند. قبل از انجام این کار مدل هندسی (solid model) بایستی از مدل اجزای محدود توسط دستور MODMSH جدا شود. حال با معلوم بودن مقدار نرخ رهایی انرژی می توان ضریب شدت تنش را از فرمول زیر بدست آورد.

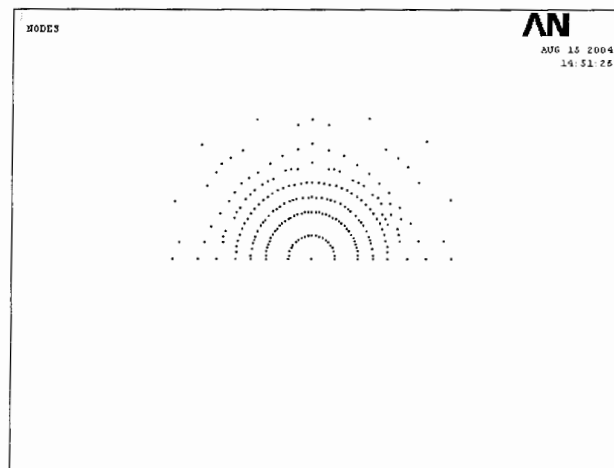
$$K = \sqrt{GE} \quad (6-2)$$

که در حالت تنش در صفحه $E' = E$ و در حالت کرنش در صفحه $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ می باشد. شکل (۶-۵)

نودهای انتخاب شده را برای Scaling نشان می دهد.



(الف)

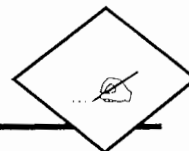


(ب)

شکل (۵-۶) (الف) آرایش کامل نودها در مدل (ب) نودهای انتخاب شده برای **Scaling**

۳-۲-۶- محاسبه انتگرال **J**

همانطور که بیان شد انتگرال **J** را می توان به عنوان تعمیم نرخ آزاد شدن انرژی کرنشی، **G**، به مسائل با محدوده پلاستیک بزرگتر مد نظر گرفت و روش اصلاحی برای نرخ آزاد سازی انرژی **G** محسوب می شود. این روش یک انتگرال مستقل از مسیر است و معادله زیر با فرض آن است که ترک در صفحه **X-Y** قرار گرفته و محور **X** به موازات ترک می باشد [۶].



$$J = \int_{\Gamma} W dy - \int_{\Gamma} \left(t_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial U_y}{\partial y} \right) dS \quad (۶-۳)$$

W : چگالی انرژی کرنشی t_x : بردار تنش در راستای محور x

t_y : بردار تنش در راستای محور y Γ : مسیر دلخواه حول ترک

U : بردار تغییر مکان S : اندازه مسیر

برای محاسبه انتگرال J در ANSYS نیاز است که مراحل متعددی انجام شود و داده های مختلفی ذخیره شود. بنابراین برای محاسبه انتگرال J از ماکرو استفاده می شود. گام های اساسی در ماکروی محاسبه انتگرال J برای یک مدل دو بعدی به شرح زیر است.

۱- خواندن نتایج حاصل از تحلیل اجزا محدود ترک به کمک دستور SET

۲- محاسبه انرژی کرنشی و حجم هر المان به کمک دستور ETABLE

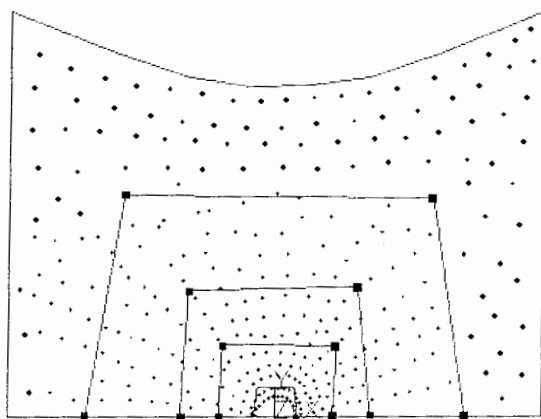
۳- محاسبه چگالی انرژی کرنشی در هر المان با تقسیم انرژی کرنشی به حجم المان با کمک

دستور SEXP

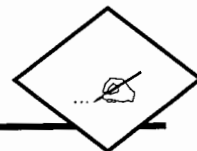
۴- معرفی مسیر انتگرال J : این کار توسط دستور PATH, PPATH صورت می گیرد و مسیر توسط

انتخاب گره ها یا موقعیت نقاط مسیر تعریف می شود. نمونه ای از شکل انتخاب مسیر در شکل (۶-۶)

نشان داده شده است.



شکل (۶-۶) انتخاب مسیر توسط دستور PATH, PPATH



- ۵- تصویر کردن چگالی انرژی کرنشی بر روی مسیر به کمک دستور PDEF
- ۶- انتگرال گیری مقادیر چگالی انرژی کرنشی بدست آمده در راستای محور y به کمک دستور

PCALC

- ۷- مقدار دهی انتگرال فوق به یک پارامتر جهت محاسبه ترم اول انتگرال با دستور *GET

- ۸- تصویر کردن مولفه های xy, x, y تنش بر روی مسیر موجود توسط دستور PDEF

- ۹- تعیین بردار نرمال واحد در جهت محورهای مختصات X, Y, Z بر روی مسیر با کمک دستور

PVECT

- ۱۰- تعیین TY, TX با استفاده از تنشها و بردار نرمال واحد مسیر به کمک دستور PCALC

- ۱۱- محاسبه مشتقات بردار جابجایی: برای این کار لازم است که مسیر را به اندازه بسیار کمی به سمت مثبت محور X شیفت بدهیم. این کار شامل مراحل زیر است:

- تعیین مقدار شیفت مسیر (DX): یک تقریب خوب برای DX یک در صد از طول مسیر انتگرال است. برای یافتن طول مسیر از دستور GET استفاده کرده و یک درصد آن را در پارامتر DX ذخیره می کنیم.

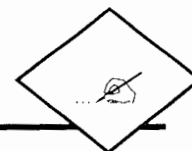
- شیفت دادن مسیر به اندازه $DX/2$ در جهت منفی محور X توسط دستور PCALC و سپس تصویر کردن جابجایی های uy, ux در این مسیر و ذخیره آنها در پارامترهای $UY1, UX1$ توسط دستور PDEF.

- شیفت دادن مسیر به اندازه DX در جهت مثبت محور X توسط دستور PCALC و تصویر کردن جابجایی های uy, ux در این مسیر و در پارامترهای $UY2, UX2$ توسط دستور PDEF.
- شیفت دادن مسیر به محل اولیه (یعنی به اندازه $-DX/2$).

- محاسبه مشتقات جزئی توسط فرمولهای زیر و استفاده از دستور PCALC.

$$\delta u_x / \delta x = (UX2 - UX1) / DX \quad (\text{الف-۴-۶})$$

$$\delta u_y / \delta y = (UY2 - UY1) / DX \quad (\text{ب-۴-۶})$$



۱۲- برای محاسبه ترم دوم انتگرال J با استفاده از انتگرال گیری مقادیر بدست آمده در طول مسیر بدست می آید این کار توسط دستور PCALC با تعیین مناسب گزینه های این دستور انجام می شود.

۱۳- مقدار J برابر تفاضل دو ترم انتگرال می باشد واز آنجا که نصف مدل را مورد بررسی قرار داده این تفاضل در عدد ۲ ضرب می شود.

۱۴- حال با معلوم بودن مقدار انتگرال J می توان ضریب شدت تنش را از فرمول زیر بدست آورد.

$$K = \sqrt{JE} \quad (۶-۵)$$

که در حالت تنش در صفحه $E = E$ و در حالت کرنش در صفحه $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ می باشد.

۶-۳- تعیین پارامترهای شکست توسط نرم افزار ANSYS

پس از آشنایی با نحوه تعیین پارامترهای شکست در نرم افزار ANSYS در این بخش با مدلسازی نمونه شکست نحوه تعیین پارامترها و نتایج حاصل از تحلیل تنش-کرنش آشنا می شویم.

در مورد مدلسازی مدل های دارای جنس مخالف ANSYS قابلیت اختصاص دادن خواص متفاوت بر قسمتهای مختلف مدل را با استفاده از دستور AATT، GLUE فراهم می آورد. GLUE قسمتهای مختلف با جنسهای متفاوت را به هم متصل کرده و AATT خواص متفاوت ماده را به مش های قسمتهای مختلف اختصاص می دهد.

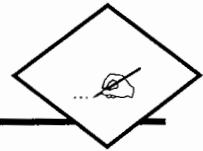
خواص مکانیکی اختصاص داده شده به برچسب در مدل از این قرار است.

$$E=200E3 \text{ (MPa)}$$

$$\nu=0.3$$

المان مورد استفاده PLANE82 می باشد که همانطور که قبلا گفته شد توانایی مدلسازی تکینی تنش و کرنش در نوک ترک را داراست. به علت تقارن مدل تنها نیمی از آن مدل شده است.

شکلهای (۶-۷) و (۶-۸) مدل هندسی و شرایط مرزی اعمال شده و نیز نحوه مش بندی المانها در نوک ترک را نشان می دهد. تحلیل با فرض شرایط تنش صفحه ای انجام شده است. ابعاد صفحه $200 \times 100 \text{ mm}$ و طول ترک 5 mm می باشد. از آنجا که طول ترک نسبت به طول قطعه کوچک می باشد مدل مورد بحث حکم ورق با ابعاد نامحدود را دارد. بار نیز به صورت گسترده در واحد طول به



میزان $400 \frac{N}{mm}$ بر روی ضلع فوقانی در جهت محور Y اعمال می شود، که بیانگر مود اول ترک می باشد و نحوه اعمال بار به صورت استاتیکی می باشد.

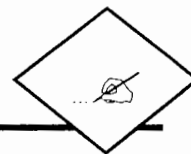
در این تحقیق مدلسازی بر اساس محدوده الاستیک می باشد چون تئوری مکانیک شکست، که مبنای سنجش صحت مدلسازی است، بر پایه الاستیک می باشد

علاوه بر آن چون بار بصورت استاتیکی می باشد بر اساس آنچه در فصل ۴ گفته شد، بهترین نحوه مدلسازی الاستیک می باشد، این تحقیق گام اول برای مدلسازی رشد ترک می باشد و بحث پلاستیک را به عنوان پیشنهاد برای تحقیقات آینده مطرح می گردد.

شکل‌های (۶-۹) و (۶-۱۰) نمایش دهنده تنش و کرنشها معادل فون میسز در مدل می باشند. شکل (۶-۱۱) نمودار تنشهای راستا X و Y را در طول خط ترک نشان می دهد، همچنین چون ترک خوردگی مد اول است میزان تنش در راستای Y بیشتر می باشد، میزان تنش در منطقه تمرکز تنش از مقدار عددی ۴۰۰ رشد می کند و در نوک ترک به مقدار حدودی ۳۰۰۰ نزدیک می شود که در واقع بیان کننده مفهوم بی نهایت است بعبارت دیگر میزان تنش در اطراف نوک ترک به سمت بینهایت میل می کند که نشان دهنده موفقیت در مدلسازی تکین بودن نوک ترک است. توافق نتایج مدل اجزای محدود با نتایج عملی با مراجعه به بخشهای گذشته آشکار می شود. شکل (۶-۱۲) نمودار تئوری تنش را در طول ترک نشان می دهد که با توجه به فرمول (۶-۶) بدست آمده است.

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (\text{الف-۶-۶})$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (\text{ب-۶-۶})$$



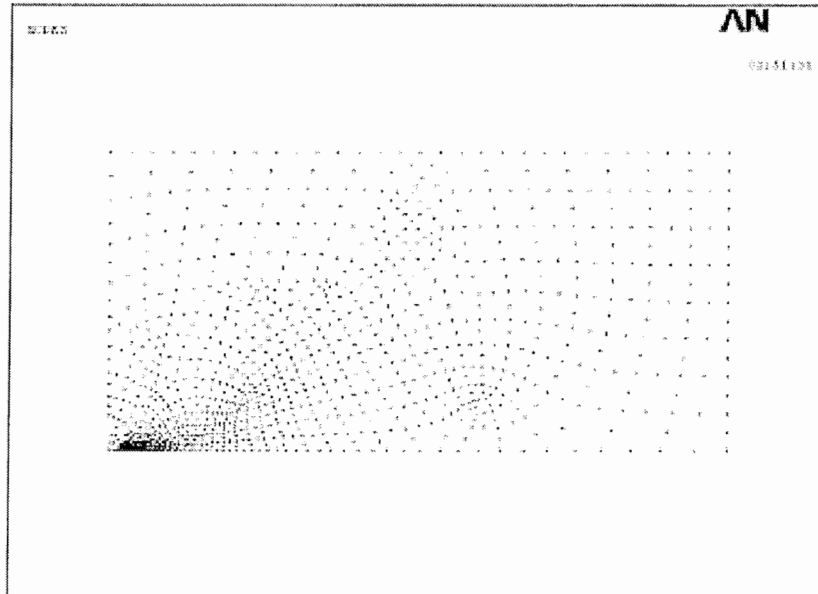
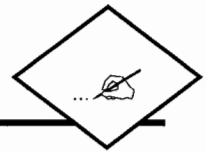
که در آنها ($\theta = 0$) در نظر گرفته شده است. با مقایسه نمودار (۶-۱۲) و نمودارهای شکل (۶-۱۱) ملاحظه می شود که این نمودار تئوری تنش در حد واسط نمودارهای شکل (۶-۱۱) می باشد. فرمولهای (۶-۶) با مدل گریفیس که ترک میانی تحت بار یکنواخت در راستای X و Y می باشد سازگار است، ولی در مدل طراحی شده با توجه به اینکه در راستا محور X بار نداریم سهم بیشتر تنش در راستا Y و سهم کمتر آن در راستای X می باشد در نتیجه نمودار حاصل از فرمول تئوری در حد واسط دو منحنی شکل (۶-۱۱) می باشد، علاوه بر این تأثیر عواملی نظیر تغییر جهت بار و جابجایی بار در اثر تغییر شکل قطعه موجب پیدایش اختلاف بین نتایج مدل با نتایج تئوری می شود که نشانگر دقت نرم افزار می باشد. همچنین نمودار فوق بیانگر طول منطقه تمرکز تنش می باشد، که رابطه مستقیم با ضریب شدت تنش دارد. این نمودار نیز دلیلی دیگر بر صحت مدلسازی می باشد.

توجه به این نکته ضروری می باشد که در بحث مکانیک شکست معیار سنجش، ضریب شدت تنش می باشد نه میزان تنش. با مقایسه ضریب شدت تنش موجود با ضریب شدت تنش بحرانی، که جزء خصوصیات ماده می باشد، میزان خرابی سازه و سایر موارد را مورد بحث قرار می دهند.

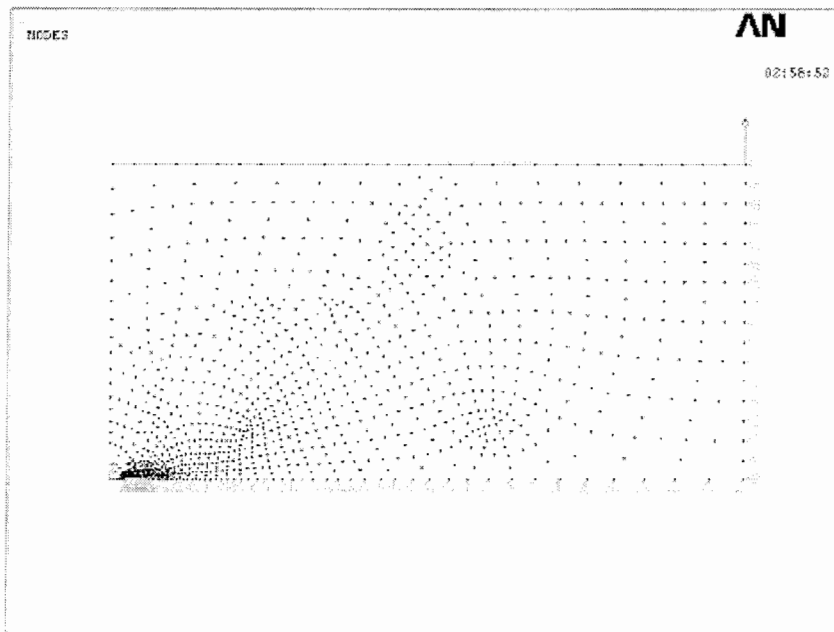
بحث در مورد کرنشها نیز دقیقاً همانند تنشهاست با تقسیم میزان تنش بر E' مقدار کرنش بدست

می آید، که در حالت تنش در صفحه $E' = E$ و در حالت کرنش در صفحه $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ می باشد. از

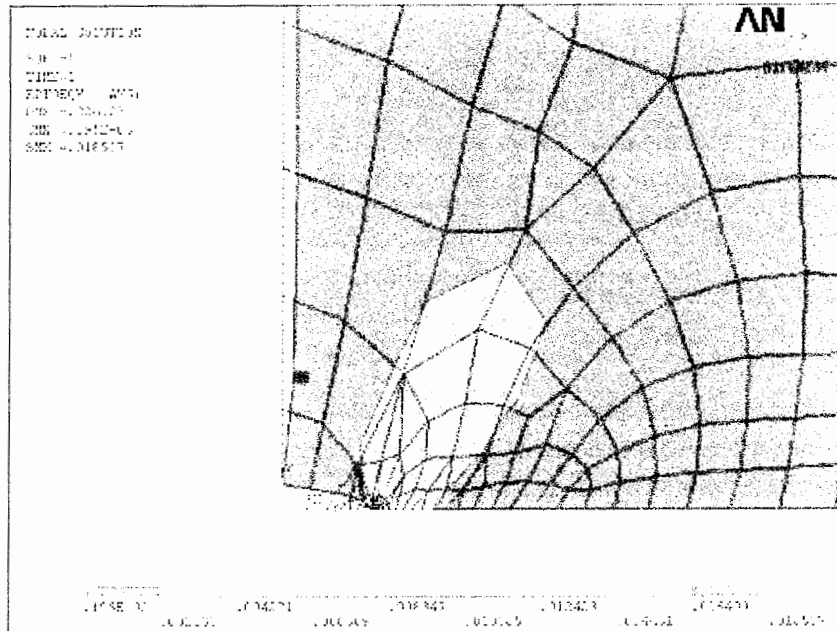
آنجا که E' عدد ثابت است، مطالب یاد شده برای تنشها در مورد کرنشها صادق است.



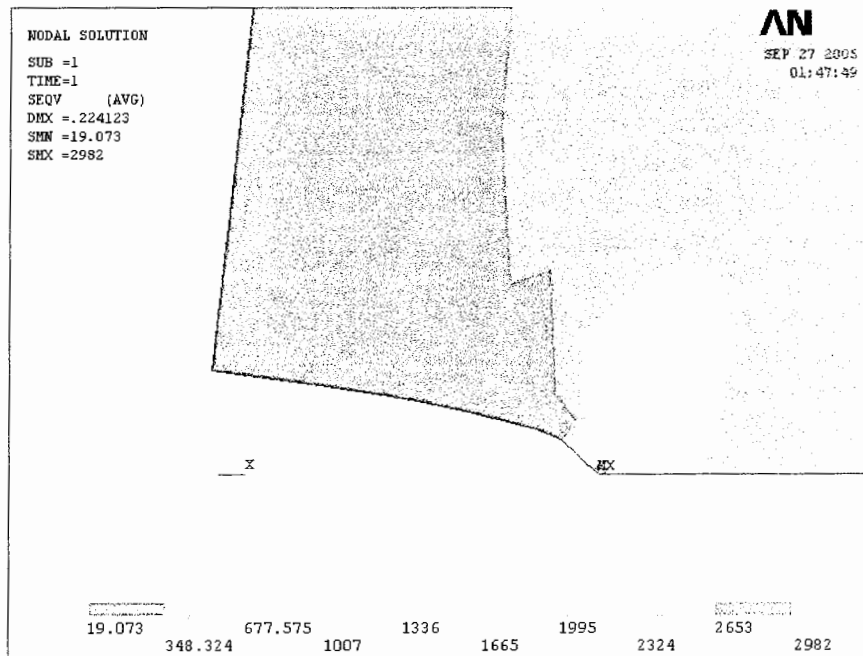
شکل (۶-۷) موقعیت نودها در مدل



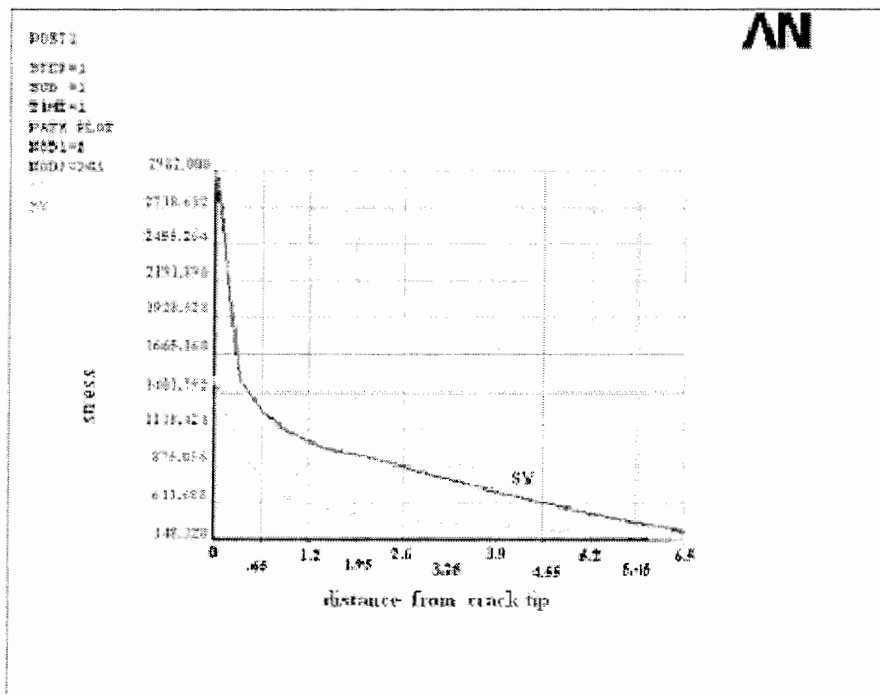
شکل (۶-۸) شرایط مرزی مدل



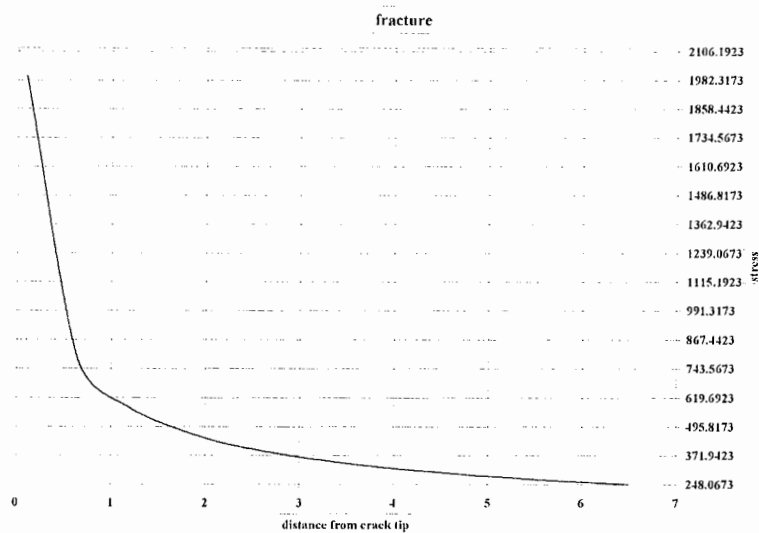
شکل (۹-۶) نمایش کرنشهای فون مایسز



شکل (۱۰-۶) نمایش تنشهای فون مایسز در نوک ترک



شکل (۶-۱۱) نمودار تنشها در جهت X و Y بر حسب فاصله از نوک ترک



شکل (۶-۱۲) نمودار تئوری تنش بر حسب فاصله از نوک ترک



۴-۶- ماکروهایی پارامترهای شکست

برای تعیین پارامترهای شکست در نمونه های مورد بررسی به منظور مدل سازی ترک ، تعیین ضریب شدت تنش در ترک به شیوه متداول ANSYS، تعیین انتگرال J و تعیین نرخ رهایی انرژی G ماکروهایی نوشته شده است که به ترتیب در ادامه بیان می شود.

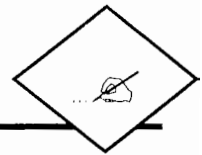
با داشتن انتگرال J و یا نرخ رهایی انرژی G مقدار ضریب شدت تنش K که مهمترین پارامتر شکست محسوب می شود قابل محاسبه است. این مطلب در ماکروها مد نظر قرار گرفته است و مقدار ضریب شدت تنش در هر ماکرو محاسبه و با مقدار تئوری مقایسه شده است.

اولین ماکرو مربوط به مدلسازی ترک است. در این ماکرو ابتدا به تعریف خصوصیات ماده و نوع المان می پردازیم سپس مختصات و شماره نقاط کلیدی را معرفی می کنیم و خطوط بین آنها را رسم کرده در ادامه به معرفی المان تکین نوک ترک با استفاده از دستور $Kscon$ پرداخته و بعد از مشخص بندی و تعریف شرایط مرزی به آنالیز سازه می پردازیم. دستورات این ماکرو به شرح زیر است:

```

/PREP7
ET,1,PLANE82          !PLANE 82(Plan stress)
MP,EX,1,2E5           !YOUNG`S MODULUS=200E3(MPa)
MP,NUXY,1,0.3        !POISSON`S ratio=0.3
K,1                   !Define keypoints and lines,kp1(0,0,0)
K,2,200
K,3,200,100
K,4,,100
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,1,4
LDIV,1,5/200         !Devide line 1 with ratio 5/200
LESIZE,5,,15,3      !15 division for line 5 with spacing ratio 3

```

```

LESIZE,2,,,8
LESIZE,3,,,15
LESIZE,4,,,10,3
KSCON,5,.5,1,10,0.65      !define crack tip element size
AL,1,5,2,3,4              !create rectangle
AMESH,1
/SOLU
KSEL,S,KP,,2              !Boundary conditions
KSEL,A,KP,,5
DK,ALL,UY,,,1
KSEL,S,KP,,1
KSEL,A,KP,4
DK,ALL,UX,,,1
SFL,3,PRES,-400
ALLSELL,ALL
SOLVE
/POST1

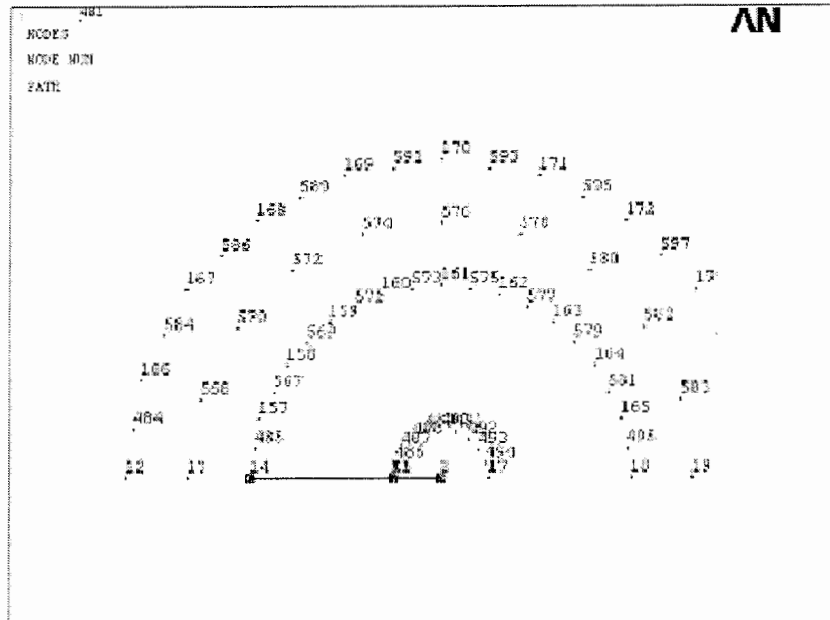
```

ماکرو دوم به منظور تعیین ضریب شدت تنش نوشته شده است در این ماکرو ابتدا مسیر مشخص می گردد برای این مسیر باید گره نوک ترک و دو گره دیگر نزدیک نوک ترک انتخاب گردد که به ترتیب گرههای ۱۵، ۱۴، ۲ می باشند، در شکل (۱۳-۶) این مسیر مشاهده می شود. سپس به وسیله دستور KCALC ضریب شدت تنش محاسبه می شود.

```

PATH,KI,3,,48            !define path
PPATH,1,2
PPATH,2,14
PPATH,3,15
KCALC,1,,1              !calculate KI
*GET,KIKSCON,KCALC,,K,1

```



شکل (۱۳-۶) مسیر انتخاب شده برای ضریب شدت تنش

در نتیجه اجرای ماکرو فوق در ANSYS ضریب شدت تنش متوسط به شرح زیر گزارش می گردد. در این گزارش شماره گرههای مسیر، شماره گره نوک ترک، خصوصیات سازه و ضریب شدت تنش متوسط

بر حسب $\frac{Kg}{mm^{\frac{3}{2}}}$ آورده شده است.

**** CALCULATE MIXED-MODE STRESS INTENSITY FACTORS****

ASSUME PLANE STRESS CONDITIONS

ASSUME A HALF-CRACK MODEL WITH SYMMETRY BOUNDARY

CONDITIONS (USE 3 NODES)

EXTRAPOLATION PATH IS DEFINED BY NODES: 2 15 14

WITH NODE 2 AS THE CRACK-TIP NODE

USE MATERIAL PROPERTIES FOR MATERIAL NUMBER 1

EX = 0.20000 E+6 NUXY = 0.30000 AT TEMP = 0.0000

**** KI = 1588.5 ****



که مقدار تئوری متوسط ضریب شدت تنش بصورت زیر بدست می آید:

$$KI = \sigma \sqrt{\pi a} = 400 \sqrt{\pi \times 5} = 1585.33 \quad (۶-۷)$$

که با مقدار بدست آمده از ماکرو حدود 0.199 درصد اختلاف دارد و بیانگر دقت بالا این ماکرو است. وجود این اختلاف بخاطر این است که رابطه فوق برای نوار با ترک مرکزی می باشد ولی در مدل بدلیل عدم وجود تنش در لبه های آزاد ترک تغییر مکان بیشتری در مقایسه با ترک مرکزی وجود خواهد داشت که موجب بیشتر شدن ضریب شدت تنش می شود، در نتیجه مقدار حاصل از نرم افزار دقیقتر می باشد. همچنین برای مدل طراحی شده ضریب تصحیح F به صورت زیر توسط نیومن^۱ پیشنهاد شده است [۱]:

$$F = \frac{Y}{\sqrt{\pi}} \quad Y = 1.99 - 0.41 \frac{a}{W} + 18.7 \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 38.48 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 53.85 \left(\frac{a}{W}\right)^4$$

که در آن a طول ترک و W طول قطعه می باشد. این ضریب اصلاح شدت تنش برای مدل طراحی شده برابر با F=1.12 می شود یعنی میزان خطایی تا حدود ۱۲ درصد پیش بینی شده است.

ماکرو سوم برای تعیین نرخ رهایی انرژی نوشته شده است در این ماکرو مقدار نرخ رهایی انرژی J در پارامتر JINT ذخیره شده است. و در پایان ماکرو K و J را توسط فرمول در حالت تنش صفحه ای به هم مرتبط می کنیم. در این ماکرو ابتدا انرژی کرنش و از روی آن میزان چگالی انرژی کرنشی محاسبه شده و با جایجایی نوک ترک دو ترم انتگرال J محاسبه شده و از آنجا که نیمی از مدل محاسبه شده است در عدد ۲ ضرب می شود. دستورات ماکرو به شرح زیر است:

ETABLE,ENERGY,SENE

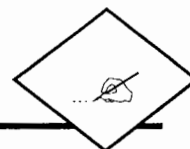
ETABLE,VOLUME,VOLU

SEXP,WDENS,ENERGY,VOLUME,1,-1

PATH,PATHINT,5,30,50

PPATH,1,25

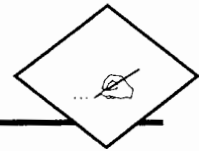
PPATH,2,600



```

PPATH,3,594
PPATH,4,605
PPATH,5,7
PDEF,WDENS,ETAB,WDENS
PCALC,INTG,FIRSTERM,WDENS,YG
*GET,JFIRST,PATH,,LAST,FIRSTERM
PDEF,CLEAR
PVECT,NORM,NORMX,NORMY,NORMZ
PDEF,SXMAP,S,X
PDEF,SYMAP,S,Y
PDEF,SXYMAP,S,XY
PCALC,MULT,TX,SXMAP,NORMX
PCALC,MULT,TXY,SXYMAP,NORMY
PCALC,ADD,TRACX,TX,TXY
PCALC,MULT,TXY,SXYMAP,NORMX
PCALC,MULT,TY,SYMAP,NORMY
PCALC,ADD,TRACY,TY,TXY
*GET,DX,PATH,,LAST,S
DX=5*DX/1000
PCALC,ADD,XG,XG,,,,-DX/2
PDEF,INTR,UX1,UX
PDEF,INTR,UY1,UY
PCALC,ADD,XG,XG,,,,DX
PDEF,INTR,UX2,UX
PDEF,INTR,UY2,UY
PCALC,ADD,XG,XG,,,,-DX/2
C=(1/DX)
PCALC,ADD,DUX,UX2,UX1,C,-C

```



```
PCALC,ADD,DUY,UY2,UY1,C,-C
PCALC,MULT,J21,DUX,TRACX
PCALC,MULT,J22,DUY,TRACY
PCALC,ADD,J2,J21,J22
PCALC,INTG,JSEC,J2,S
*GET,JSECOND,PATH,,LAST,JSEC
JINT=2*(JFIRST-JSECOND)
PDEF,CLEAR
KIINTEGRAL=SQRT(200E3*JINT)
/STATUS
!END OF MACRO
```

چنانچه بخواهیم این برنامه را در ادامه ماکرو ضریب شدت تنش اجرا کنیم می بایست در ابتدا برنامه دستور زیر اضافه گردد:

```
PADELE,KI !delete all previous path parameter
```

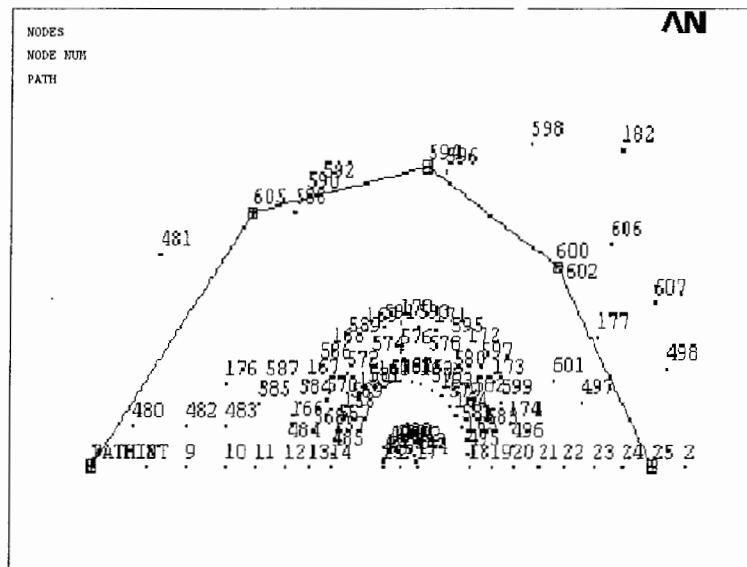
مقدار ضریب شدت تنش بدست آمده از روش محاسبه انتگرال J در پارامتر $KINT$ ذخیره شده است. محاسبه نشان می دهد از هر دو روش مقدار یکسانی برای K بدست می آید.

```
JINT=12.5253050
```

```
KIJI=1582.73845
```

که با مقدار تئوری بدست آمده 0.16 درصد اختلاف دارد، وجود مراحل مختلف در محاسبه انتگرال و انرژی کرنش موجب اجماع تقریب و افزایش میزان خطا می شود البته باید توجه داشت که اگرچه درصد اختلاف در این روش با مقدار بدست آمده از فرمول کمتر از روش قبل است ولی مقدار واقعی ضریب شدت تنش به عدد $۱۵۸۸/۵$ که از روش $Kcalc$ بدست آمده بسیار نزدیک است.

شکل (۱۴-۶) مسیر انتخاب شده برای محاسبه انتگرال J را نشان می دهد. همانطور که در شکل مشاهده می شود گرههای ۲۵ ، ۵۹۴ ، ۶۰۵ ، ۶۰۰ و ۷ مسیر انتخاب شده را تشکیل می دهند.



شکل (۱۴-۶) مسیر انتخاب شده برای محاسبه انتگرال J

ماکرو چهارم برای محاسبه نرخ رهایی انرژی در مدل نوشته شده است. این ماکرو همانند ماکرو انتگرال J عمل می کند با این تفاوت که برای جایجایی گرههای نوک ترک ابتدا مدل هندسی از مدل مش بندی (مدل اجزا محدود) جدا شده و سپس از Scaling استفاده شده است و همانند روش انتگرال J به دویار آنالیز نیاز دارد. برای محاسبه G و ضریب شدت تنش متوسط از فرمولهای (۱-۶) و (۲-۶) استفاده شده است. توضیحات لازم برای هر دستور جلوی هر دستور و بعد از کاراکتر ! آمده است.

!this macro calculates energy release rate for model

/POST1

ETABLE,ENERGY,SENE !retrieve strain energy per element

!With name ENERGY from element table

*GET,U1,SSUM,0,ITEM,ENERGY !output this value with name U1

/PREP7 !Intering Preprocessor

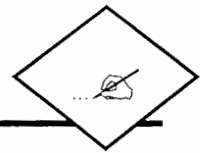
MODMSH,DETACH !detaching finite element from solid !model

KSEL,,LOC,X,.147,.149 !selecting node near crack tip in

KSEL,R,LOC,Y,0,2.5 !radius $r=a/2=2.5$ mm

NSCALE,ALL,,,.999973 ! scaling nodes near crack tip with

!ratio=.999973



```

ALLSEL,ALL          ! select everything
/SOLU               ! entering solution processor
SOLVE              ! analyzing
/POST1             !entering post processing step
ETABLE,ENERGY2,SENE
*GET,U2,SSUM,0,ITEM,ENERGY2
G=(U1-U2)/(1*0.1)   ! calculating energy release rate
K=SQRT(ABS(G*2E5)) ! calculating stress intensity factor
                   !for plane stress condition from G

```

با استفاده از این ماکرو مقدار پارامتر نرخ رهایی انرژی برای مدل مورد بررسی به شرح زیر است:

$$G=12.75$$

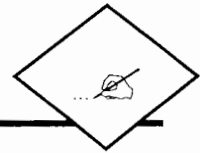
$$K=1596.8719$$

که با مقدار تئوری بدست آمده 0.722 درصد اختلاف دارد. با توجه به این مطلب که ماکرو محاسبه انتگرال J برای حالت خطی مورد بررسی قرار دادیم می توان بیان کرد با توجه به ضریب شدت تنش حاصل از KCALC داریم $J=G=12.61$ که بیانگر میزان خطای یک درصد برای نرخ رهایی انرژی 0.6 درصد خطا برای انتگرال J می باشد این میزان خطا را بوسیله کم کردن گام رشد ترک می توان کاهش داد.

۵-۶- محاسبه مقدار بار بحرانی رشد ترک

یافتن مقدار بار بحرانی که به ازای آن رشد ترک آغاز می شود همواره در طراحی مطلوب بوده است. روند یافتن مقدار بار بحرانی عبارت است از افزایش تدریجی بار و مقایسه پارامترهای شکست به ازای هر گام افزایش بار با مقدار بحرانی آن.

ANSYS دارای قابلیت تکرار دستورات و استفاده از حلقه ها و دستورات کنترلی است. با استفاده از این قابلیتها می توان مقدار بار بحرانی برای آغاز رشد ترک را محاسبه کرد.



برای تعیین بار بحرانی مدل ماکروی زیر نوشته شده است. روند کلی این ماکرو عبارتست از:

- محاسبه ضریب شدت تنش به ازای هر گام بار
- مقایسه این مقدار با مقدار بحرانی K_{Ic}
- خروج از حلقه DO در صورت برابر یا بزرگتر بودن مقدار ضریب شدت تنش با مقدار بحرانی

!this macro calculates stress intensity factor-load for model.

!this macro can calculate critical force for a given K_{Ic} .

**DIM,KI,ARRAY,200 !defining array parameter

*DIM,LOAD,ARRAY,200

F=0

*DO,C,10,1000,10 !do loop for increasing load at each step

/PREP7

FKDELETE,3,ALL !deleting last applied load

FK,3,FY,C !applying new load with greater value

/SOLU

ANTYPE

SOLVE

/POST1

PATH,KI,3,,48 !defining path for calculating KI

PPATH,1,2

PPATH,2,14

PPATH,3,15

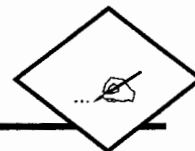
KCALC,1,,1 ! calculating KI

!storing KI for each step in KID array

* GET,KI(F+1),KCALC,,K,1

!!storing leng of crack in A array

LOAD(F+1)=C



!this command means if $KI \geq KIC$ then exit the loop

*IF,KI(F+1),GT,KIC,THEN,EXIT

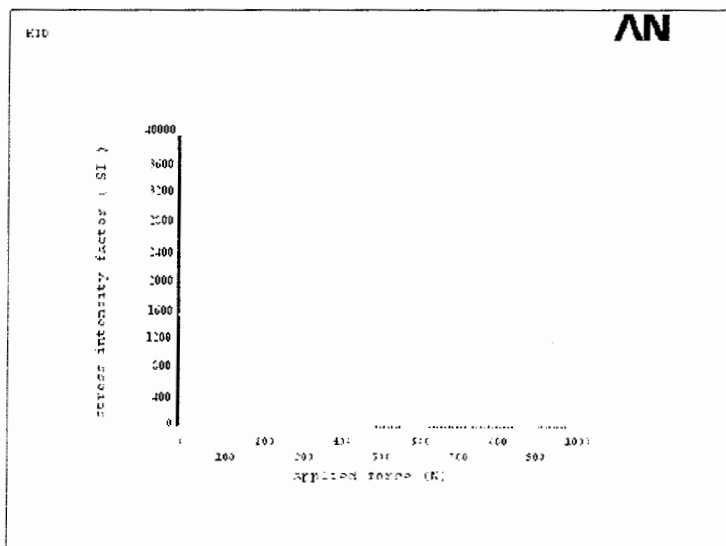
F=F+1

*ENDDO

شکل (۶-۱۵) نمودار KI بر حسب نیرو را برای مدل مورد بررسی که از ماکروی بالا بدست آمده نشان می دهد. این شکل بیان کننده رابطه مستقیم بین تنش و ضریب شدت تنش متوسط می باشد که رابطه تئوری صحت این مطلب را تأیید می کند. ضریب شدت تنش بحرانی جز خصوصیات ماده است و مقدار آن از آزمایش بدست می آید با داشتن مقدار ضریب شدت تنش بحرانی از روی نمودار می توان مقدار بار بحرانی سازه را بدست آورد. بعنوان مثال مقدار نیروی بحرانی بدست آمده از این روش برای $KIc=1588.5$ عبارتست از:

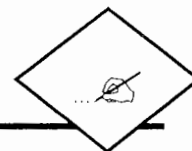
$$F_c=400 \text{ N}$$

که در شکل (۶-۱۵) نشان داده شده است.



شکل (۶-۱۵) نمودار KI بر حسب نیرو

البته می توان نیروی بحرانی برای آغاز رشد ترک را بر مبنای سایر پارامترهای شکست نیز بررسی کرد. اما روشی که دارای کمترین زمان اجرا است، استفاده از پارامتر ضریب شدت تنش می باشد.

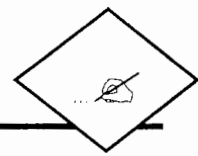


زیرا عملیات برای محاسبه J در هر گام بیشتر است و برای محاسبه G به جای یک تحلیل در هر گام به دو تحلیل برای محاسبه Ua ، $Ua + a$ نیازمند است.

فصل

مدلسازی رشد ترک در
نرم افزار ANSYS

۷



فصل هفتم

مدلسازی رشد ترک در نرم افزار ANSYS

۷-۱- مقدمه

یک ترک نوک تیز تحت میدان تنش کششی، تمرکز تنش زیادی در نوک ترک ایجاد می کند که باعث می گردد لغزش صفحات در نوک ترک براحتی در جهتی که تنش برشی ماکزیمم وجود دارد صورت پذیرد. در این بخش نحوه مدلسازی رشد ترک در نرم افزار ANSYS برای سه هدف زیر بررسی شده است:

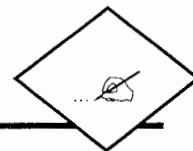
- یافتن منحنی ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک
- بررسی رشد ترک پایدار
- تحلیل تنش و کرنش مدل در طولهای مختلف ترک و رشد ترک.

۷-۲- یافتن منحنی ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک

همانطور که در فصل قبل بیان شد یافتن منحنی ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک وسیله مناسبی برای بررسی رشد ترک در نمونه است. زیرا با داشتن منحنی ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک سایر پارامترهای رشد ترک قابل محاسبه می باشد.

در ANSYS برای مدلسازی رشد ترک قابلیت خاصی وجود ندارد و آنچه در ادامه برای مدلسازی رشد ترک آمده است استفاده ابتکاری از قابلیت‌های موجود در ANSYS برای مدلسازی است.

برای بدست آوردن منحنی ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک دو روش پیشنهاد شده است: روش اول که مختص مدل‌های متقارن رشد ترک است که روش حذف قیود جابجایی نامگذاری می کنیم. روش



دوم که هم برای مدل‌های متقارن و هم غیر متقارن قابل استفاده است و در واقع کاملترین روش محسوب می‌شود را به اختصار روش جابجایی نوک ترک می‌نامیم.

۱-۲-۷- روش حذف قیود جابجایی

این روش در مورد مدل‌های متقارن قابل اجرا است و منظور از حذف قیود جابجایی، مدلسازی ترک بوسیله حذف تدریجی شرایط تکیه گاهی خط رشد ترک می‌باشد که دارای مراحل زیر است.

۱- ابتدا خط رشد ترک به خطوط بسیار ریزی تقسیم بندی می‌شود.

۲- در تحلیل اول خط رشد ترک تا محل نوک ترک دارای قید جابجایی در جهت y است. در هر مرحله تحلیل، برای مدلسازی رشد ترک این قید از خطوط ریز راستای رشد ترک حذف می‌شود.

۳- سطح اول و سطح دوم حذف شده و سپس المانهای تکین در نوک ترک جدید متمرکز می‌شوند.

۴- مدل جدید آنالیز شده و ضریب شدت تنش محاسبه می‌شود و سپس در یک آرایه ذخیره می‌شود در این روش نیز مش بندی به صورت محلی تغییر می‌کند. سرعت و دقت در این روش قابل تنظیم است.

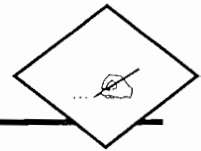
برای افزایش دقت می‌توان خط رشد ترک را به خطوط ریزتر تقسیم بندی کرد و بدین ترتیب گام رشد ترک کاهش پیدا می‌کند.

این روش برای بدست آوردن منحنی ضریب شدت تنش متوسط k بر حسب طول ترک a به کار گرفته شده است.

انجام این روش با مدلسازی و سپس اجرای یک ماکرو شامل دستورات تکراری صورت می‌پذیرد دستورات این ماکرو به شرح زیر است:

!this macro calculate stress intensity factor- length of crack(k-a)

!this macro runs after modeling

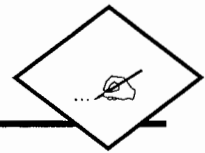


!base of this work is ' deleting boundary constraint method explained in the
!text .

```
*DIM,KID,ARRAY,50 !defining array parameter
*DIM,A,ARRAY,50
*DO,F,0,13 !defining do loop
/SOLU
ANTYPE !new analysis
/PREP7
ACLEAR,151-F !clearing mesh for three area near crack tip
!for moving singularity to the next area
ACLEAR,150-F
ACLEAR,149-F

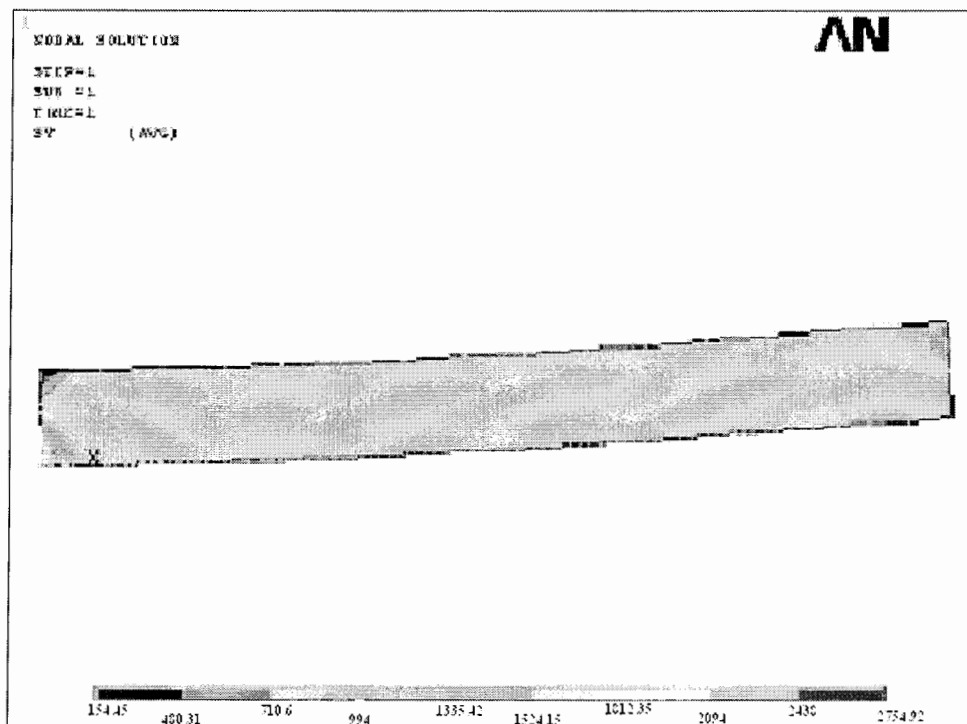
KSCON,298-4*F !clearing singularity from last area
!defining singularity for next area
KSCON,294-4*F,.3E-3,,10,.65

DLDELE,451-2*F,ALL !deleting all B.C from last line
AATT,2 ! defining mesh attribute for new mesh
AMESH,151-F !remeshing three area
AMESH,150-F
AMESH,149-F
//SOLU !analysing
SOLVE
/POST1
PATH,KI,3,,48 !define path for calculating KI
PPATH,1,3682+32*F
PPATH,2,3683+32*F
```

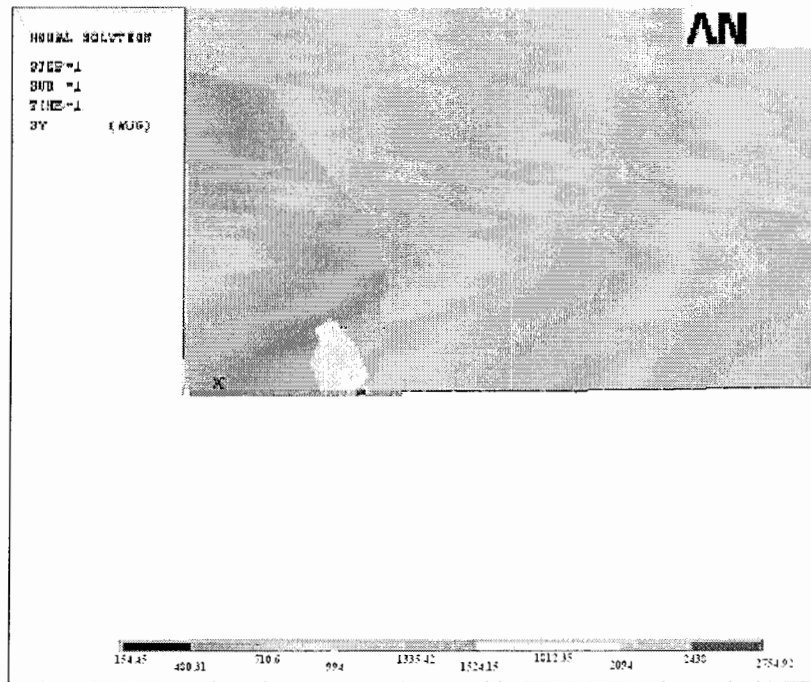
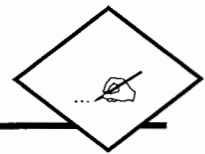


```
PPATH,3,3684+32*F
KCALC,1,2,1      ! calculating KI
!storing KI for each step in KID array
*GET,KID(F+1),KCALC,,K,1
  storing length of crack in A array !
A(F+1)=2E-3*(F+2)
*ENDDO
!end of macro
```

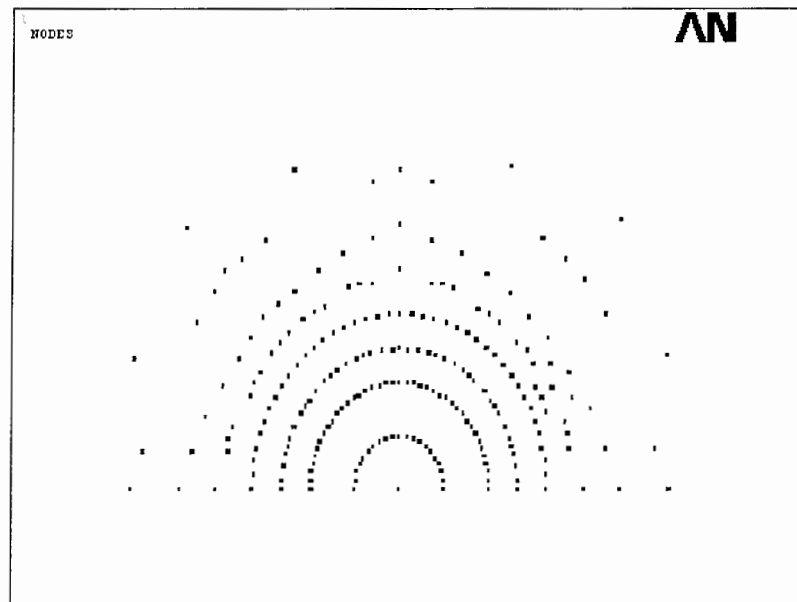
پس از اجرای ماکرو نوک ترک به انتهای قطعه منتقل شده است. شکلهای (۷-۱) و (۷-۲) آخرین مرحله رشد ترک را نشان می دهد زمانی که نوک ترک به انتهای قطعه می رسد، تمرکز تنش در انتهای قطعه در شکل مشخص است. شکل (۷-۴) نمودار ضریب شدت تنش متوسط بر حسب طول ترک در هر گام رشد ترک نشان می دهد، با افزایش طول ترک میزان ضریب شدت تنش متوسط با نسبت $a^{\frac{1}{2}}$ افزایش می یابد.



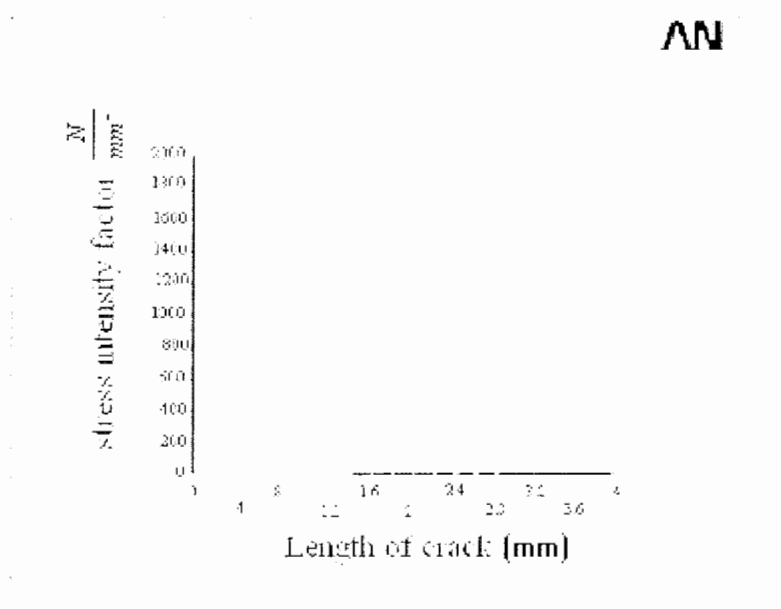
شکل (۷-۱) نمایش تنشها در راستای Y پس از اجرای ماکرو (نوک ترک به انتهای قطعه منتقل شده)



شکل (۷-۲) نمایش تنشها در راستای Y در سیستم SI پس از اجرای ماکرو



شکل (۷-۳) آرایش نودها



شکل (۷-۴) نمودار ضریب شدت تنش ($\frac{N}{mm^3}$) بر حسب طول ترک (mm)

۷-۲-۲- روش جابجایی نوک ترک

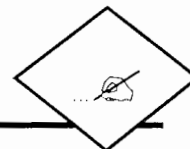
مدلسازی در این روش احتیاج به عملیات اضافی خاصی ندارد و بعد از مدلسازی معمول و مش بندی با رعایت تمرکز المانهای تکین در نوک ترک با استفاده از اجرای ماکرویی که در ادامه می آید ضریب شدت تنش متوسط بر حسب طول ترک بدست می آید.

در هر مرحله برای رشد ترک مش بندی کل مدل حذف شده و بعد از آن نقطه کلیدی (keypoint) نوک ترک در جهت رشد ترک به مقدار بسیار کم حرکت داده می شود. سپس مش بندی دوباره برای مدل جدید انجام می شود. با توجه به اینکه تنظیمات مش بندی ثابت هستند، مش بندی به طور اتوماتیک حالت تکینی را در نوک ترک رعایت می کند.

برای اجرای این روش ماکروی زیر نوشته شده است. دستورات این ماکرو همراه با توضیحات مربوط به هر دستور به شرح زیر است:

!this macro calculates KI curve for a determined model

!base of it's function is movement of crack tip key point



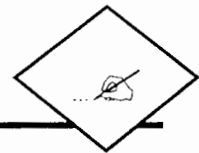
```

!text
*DIM,KI,ARRAY,50 !defining array parameter
*DIM,A,ARRAY,50
F=1
*DO,F,1,10
/PREP7
ACLEAR,ALL !clearing mesh of whole area
KMODIF,5,5+.1*F !moving crack tip key point in x direction.
AMESH,ALL !remeshing area
/SOLU
SOLVE !analyzing
/POST1
PATH,KI,3,,48 !define path for calculating KI
PPATH,1,2
PPATH,2,15
PPATH,3,14
!define local coordinate system in crack tip for calculating KI
KCALC,1 ! calculating KI
*GET,KON,KCALC,,K,1
KI(F+1)=KON !storing KI for each step in KID array
!storing length of crack in A array !
A(F+1)=.01*F
*ENDDO
!end of macro

```

هر اندازه این مقدار گام رشد ترک کمتر باشد دقت افزایش وبه همان نسبت سرعت اجرای ماکرو کاهش

می یابد.



به منظور بررسی تنشها و کرنشها در رشد ترک یک گره دلخواه را در سه مرحله از رشد ترک که عبارتند از مرحله اولیه، میانی و پایانی رشد ترک در نظر می گیریم. از آنجا که با توجه به عملکرد ماکرو، مشاهده می شود که در هر مرحله از رشد ترک مش بندی کل شکل دوباره انجام می گردد، مختصات و شماره گره مورد نظر در هر گام از رشد تغییر می کند ولی سعی شده که تا حد امکان در هر سه مرحله این اختلاف حداقل باشد. در مرحله اولیه که طول ترک Δmm و دستگاه مختصات در نوک سمت چپ قطعه می باشد، گره ۲۱۲ را با مشخصات زیر انتخاب می کنیم:

N212:

$$X = 11.00 \quad Y = 1.2 \quad Z = 0 \quad P = 400$$

$$KI = 1588.5 \quad \sigma_x = 41.5 \quad \sigma_y = 452.1$$

شایان ذکر است که مقادیر تنش در راستای X و Y مقادیر تنشهای مولفه ای می باشد و تنشهای اصلی نیستند. مقادیر بدست آمده از فرمولهای مکانیک شکست برای گره فوق عبارتند از:

$$a = 5mm \quad x^* = 11 - 5 = 6 \quad r = \sqrt{6^2 + 1.2^2} = 6.12 \quad \theta = \text{Arctg}\left(\frac{1.2}{6}\right) = 11.31$$

$$KI = 400\sqrt{5\pi} = 1585.33 \quad F = 1.12$$

$$\sigma_x^* = \frac{1585.33}{\sqrt{2\pi \times 6.12}} \cos\frac{11.31}{2} \left(1 - \sin\frac{11.31}{2} \sin\frac{3 \times 11.31}{2}\right) = 246.9$$

$$\sigma_y^* = \frac{1585.33}{\sqrt{2\pi \times 6.12}} \cos\frac{11.31}{2} \left(1 + \sin\frac{11.31}{2} \sin\frac{3 \times 11.31}{2}\right) = 264.34$$

$$\sigma_x = 264.34 - 246.9 = 17.44 \quad \sigma_y = 264.34 + 246.9 = 511.24$$

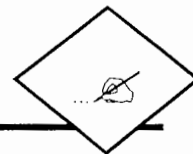
در مرحله میانی که طول ترک به $7mm$ می رسد بعد از مش بندی مجدد و آنالیز قطعه مقادیر تنشها در گره ۲۱۱ بصورت زیر می باشد:

N211:

$$X = 11.70 \quad Y = 1.17 \quad Z = 0 \quad P = 400$$

$$KI = 1878.8 \quad \sigma_x = 79.19 \quad \sigma_y = 504$$

آنالیز تئوری ترک عبارت است از:



$$a = 7\text{mm} \quad x = 11.7 - 7 = 4.7 \quad r = \sqrt{4.7^2 + 1.17^2} = 4.84 \quad \theta = \text{Arctg}\left(\frac{1.17}{4.7}\right) = 13.97$$

$$KI = 400\sqrt{7\pi} = 1875.78$$

$$F = 1.1268$$

$$\sigma_x = \frac{1875.78}{\sqrt{2\pi \times 4.84}} \cos\frac{13.97}{2} \left(1 - \sin\frac{13.97}{2} \sin\frac{3 \times 13.97}{2}\right) = 322.76$$

$$\sigma_y = \frac{1875.78}{\sqrt{2\pi \times 4.84}} \cos\frac{13.97}{2} \left(1 + \sin\frac{13.97}{2} \sin\frac{3 \times 13.97}{2}\right) = 340.33$$

در گام پایانی رشد ترک زمانیکه طول دهانه ترک به ۱۰ mm می رسد مقادیر تنش برای گره ۱۸۳ برابر با:

N183:

$$X = 11.45$$

$$Y = 1.6$$

$$Z = 0$$

$$P = 400$$

$$KI = 2269.6$$

$$\sigma_x = 81.57$$

$$\sigma_y = 845.17$$

که با توجه به فرمولهای محاسباتی داریم:

$$a = 10\text{mm} \quad x = 11.45 - 10 = 1.45 \quad r = \sqrt{1.45^2 + 1.6^2} = 2.16 \quad \theta = \text{Arctg}\left(\frac{1.6}{1.45}\right) = 47.81$$

$$KI = 400\sqrt{10\pi} = 2242$$

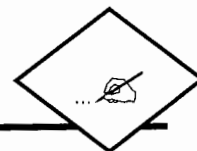
$$F = 1.135$$

$$\sigma_x = \frac{2242}{\sqrt{2\pi \times 2.16}} \cos\frac{47.81}{2} \left(1 - \sin\frac{47.81}{2} \sin\frac{3 \times 47.81}{2}\right) = 342.35$$

$$\sigma_y = \frac{2242}{\sqrt{2\pi \times 2.16}} \cos\frac{47.81}{2} \left(1 + \sin\frac{47.81}{2} \sin\frac{3 \times 47.81}{2}\right) = 770.41$$

بحث اصلی تنشها در مود اول شکست بر روی مولفه σ_y است زیرا هم راستا با بار اعمال شده می باشد و همانطور که ملاحظه می شود در راستای X مقدار تنش حدوداً برابر با صفر است علت پیدایش تنش در راستا X بدلیل تغییر جهت و جابجایی بار و تغییر مکان ناشی از اعمال بار در قطعه می باشد.

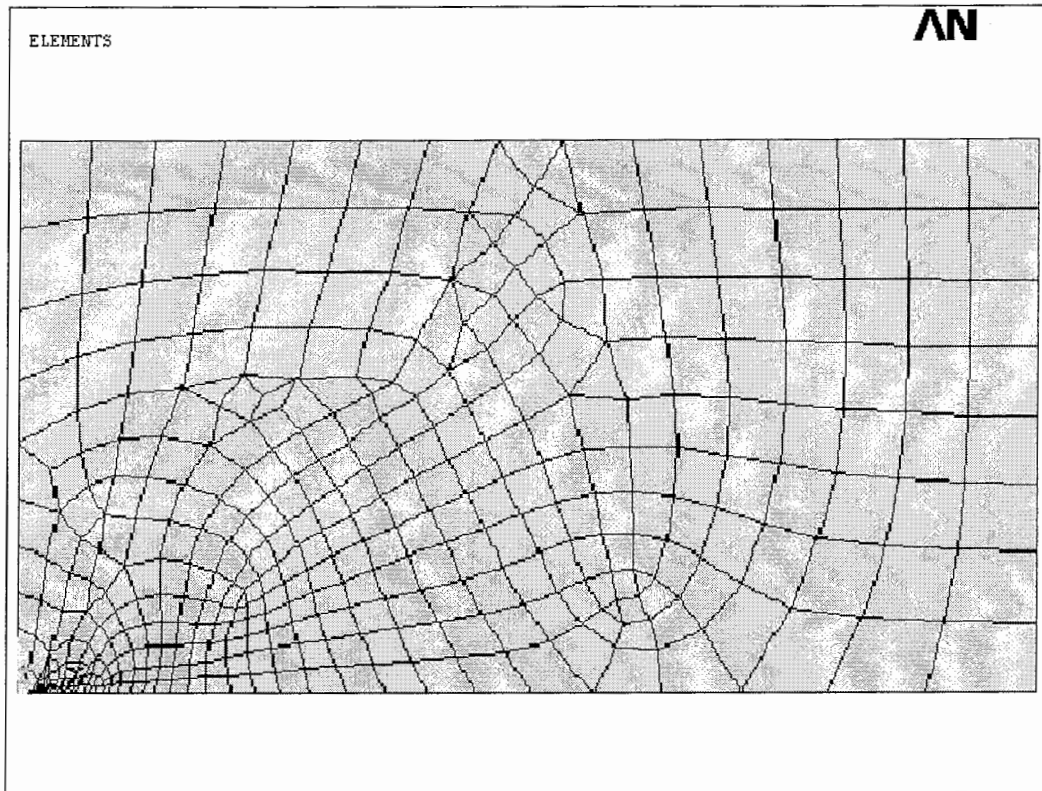
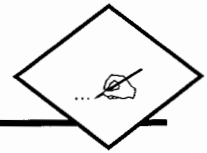
همانطور که قبلاً بیان شد میزان تنشهای حاصل از فرمول تنوری بر مبنای مدل گریفیس می باشد وجود نیرو در راستای محور X و ترک میانی موجب پدید آمدن اختلاف بین مقادیر مدل طراحی با مدل گریفیس می شود همانطور که در مقادیر فوق مشاهده می شود در هنگامیکه طول ترک نسبت به طول قطعه کوچک می باشد میزان تنش در راستای Y حدوداً برابر مجموع میزان تنشهای فرمولهای (۶-۶) می باشد در حالیکه میزان تنش برای طول ترک بزرگ به دلیل تغییر جهت بار و پدید آمدن نیرو در



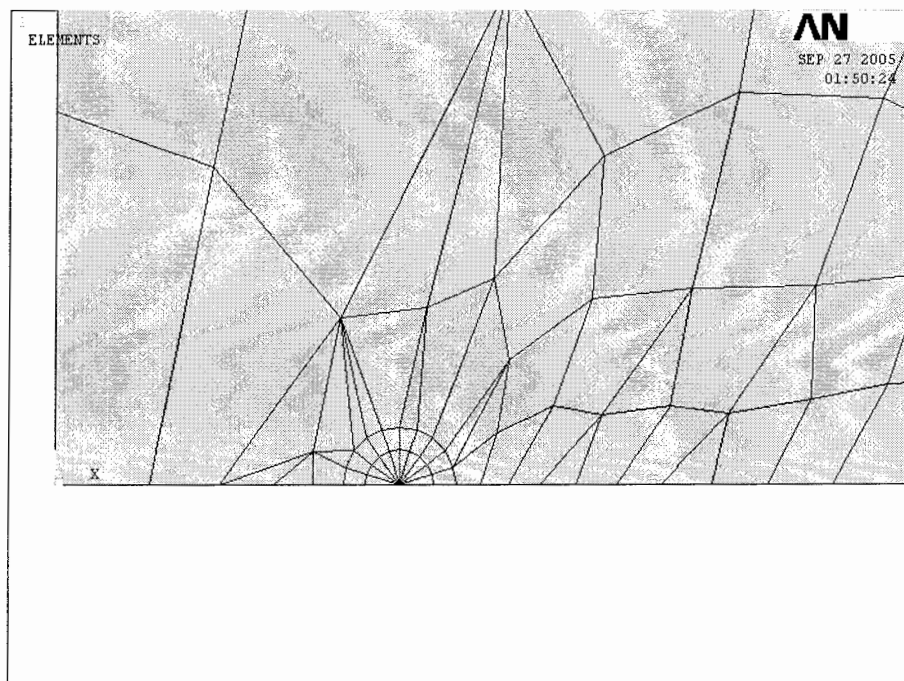
جهت X این اختلاف به میزان بسیار قابل توجهی کاهش می یابد و می توان برای ترک با نسبت a به W بزرگ از این فرمولها استفاده نمود. به منظور بررسی میزان دقت ماکرو به بحث در مورد ضریب شدت تنش در سه گام فوق می پردازیم درصد اختلاف میان ضریب شدت تنش در نتایج محاسباتی با آنالیز نرم افزاری در گام نخست رشد زمانیکه طول ترک 5mm می باشد برابر با $0/19$ درصد و در گام میانی هنگامیکه طول ترک 7mm می شود برابر با $0/16$ درصد و برای مرحله پایانی با طول ترک 10mm برابر با $1/23$ درصد بدست آمده است. وجود این اختلاف میان ضریب شدت تنش ناشی از عواملی نظیر اختلاف در فرضیات روابط تئوری با مدل می باشد نظیر اینکه رابطه فوق برای نوار با ترک مرکزی می باشد ولی در مدل بدلیل عدم وجود تنش در لبه های آزاد ترک تغییر مکان بیشتری در مقایسه با ترک مرکزی وجود دارد، همچنین تغییر جهت و جابجایی بار و تغییر مکان ناشی از اعمال بار در قطعه بر این عوامل تاثیر می گذارند. باید توجه داشت که مقادیر نرم افزاری به میزان واقعی مدل نزدیکتر می باشد.

افزایش مقدار تنش به میزان قابل توجه در هر گام بیان کننده رابطه تنش با طول ترک است. افزایش مقدار ضریب شدت تنش در هر گام بخاطر افزایش طول ترک، باعث کوچکتر شدن منطقه تمرکز تنش می گردد که این مفهوم از تعریف ضریب شدت تنش نیز مورد تأیید قرار می گیرد و بیان کننده این مطلب است که تنشها زودتر به مقدار تئوری بینهایت می رسد. با افزایش طول ترک میزان تنش در اطراف نوک ترک افزایش می یابد.

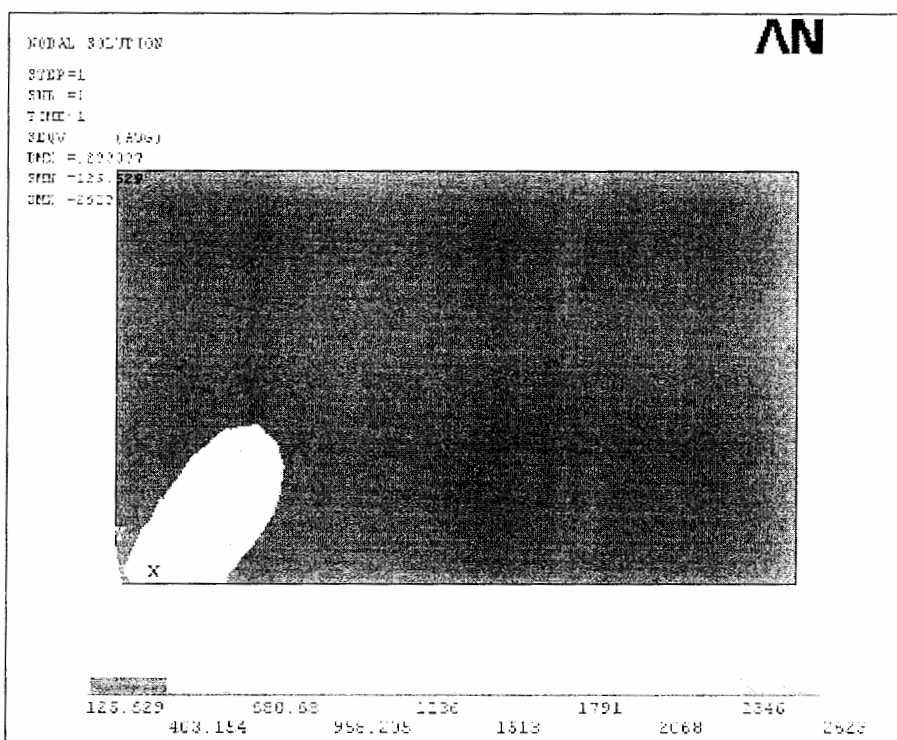
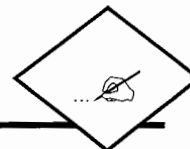
نحوه مش بندی و آرایش نودها در شکلهای (۷-۵) و (۷-۶) نمایش داده شده است، شکلهای (۷-۷)، (۷-۸) و (۷-۹) تنشهای فون مایسز در سه گام از رشد ترک را نشان می دهد. شکل (۷-۷) نمایش تنشها در ترکی به طول 5mm می باشد که در فصل ۶ در مورد آن بحث کردیم. منحنی $(k-a)$ که حاصل محاسبه ضریب شدت تنش در هر گام رشد ترک می باشد در شکل (۷-۱۰) مشاهده می شود.



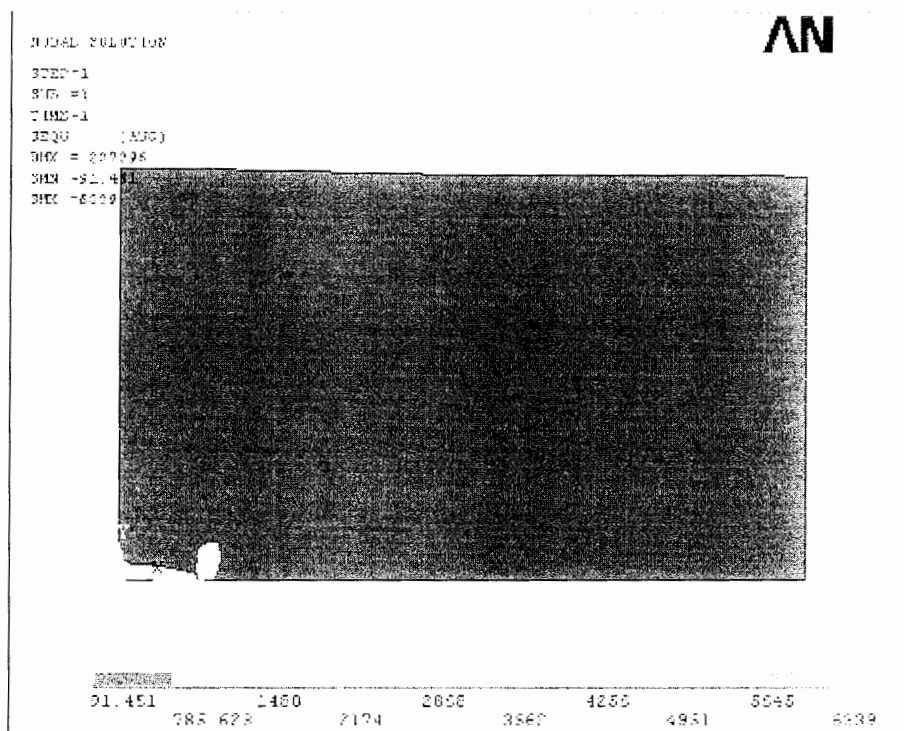
شکل (۷-۵) آرایش المانها



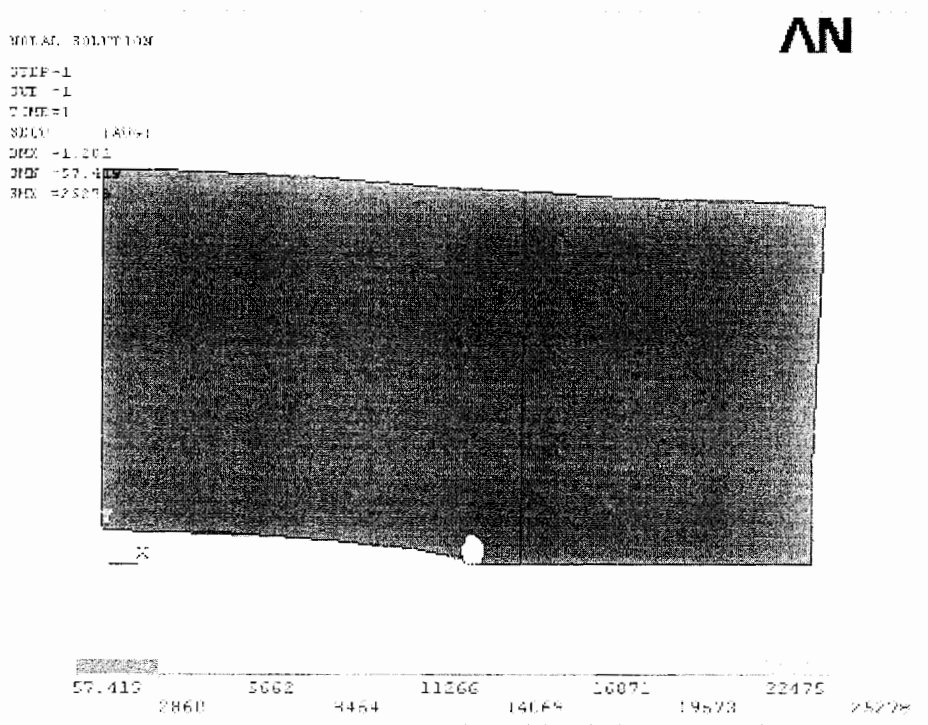
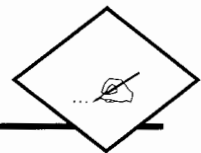
شکل (۷-۶) آرایش المانهای نوک ترک



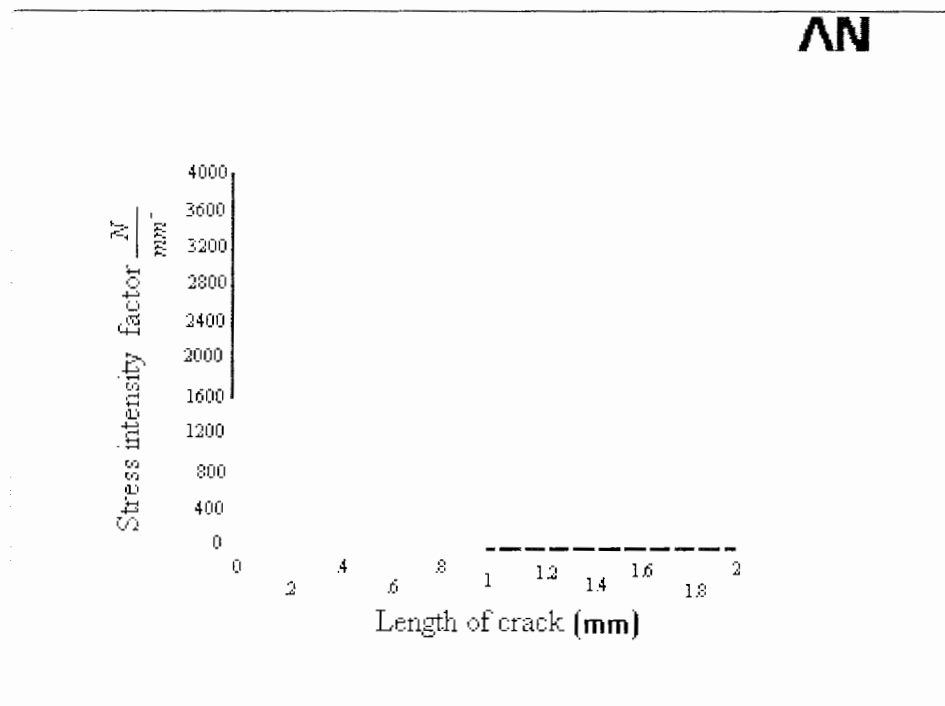
شکل (۷-۷) تنشهای فون مایسز در گام نخست (بر حسب MPa)



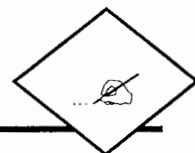
شکل (۷-۸) تنشهای فون مایسز در گامهای میانی (بر حسب MPa)



شکل (۷-۹) تنشهای فون مایسز در گام پایانی (بر حسب MPa)



شکل (۷-۱۰) نمودار ضریب شدت تنش $(\frac{N}{mm^{3/2}})$ بر حسب طول ترک (mm)



۳-۷- مدلسازی رشد ترک پایدار توسط نرم افزار ANSYS

از اهداف مدلسازی رشد ترک اغلب یافتن پاسخ سیستم به بارهای وارده بر آن است و پاسخ به اینکه آیا ترک تحت بارهای وارده دچار رشد ناپایدار می شود یا نه و یا اینکه میزان رشد ترک پایدار تحت بارهای وارده چه میزان هست؟

برای جواب دادن به این سوالات در ادامه مدل مطرح شده در قسمتهای قبل یعنی روشهای جابجایی نوک ترک و حذف قیود، ماکرو زیرک شامل حلقه های متعدد و فرامین شرطی و کنترلی است نوشته شده است.

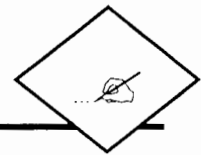
مراحل اساسی در ماکروها عبارتند از:

۱- اعمال بار از مقدار بسیار کمی با افزایش در گامهای معین و تحلیل مدل.

۲- محاسبه مقدار ضریب شدت تنش متوسط KI و مقایسه آن با مقدار بحرانی آن KIC.

اگر KI از مقدار بحرانی تجاوز کند ترک رشد پیدا کرده و در موقعیت جدید، مراحل تکرار می شوند. در این موقعیت ضرایب شدت تنش اندازه گیری شده با مقدار بحرانی مربوط به طول ترک جدید مقایسه می شود. مقادیر KIC بر حسب طول ترک در آرایه ای به طور جداگانه ذخیره شده است. اگر KIC بر حسب طول ترک مقدار ثابتی باشد به محض اینکه برای اولین بار ضریب شدت تنش به مقدار بحرانی برسد رشد ترک به صورت ناپایدار خواهد بود در این صورت پارامتری به نام $ALARM=1$ خواهد شد و برنامه متوقف می شود.

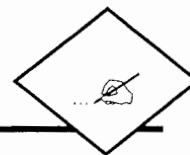
به جای ضریب شدت تنش می توان سایر پارامترهای شکست را مبنای محاسبه قرارداد اما بهینه ترین روش چه از نظر دقت و چه از نظر سرعت مقایسه بر مبنای ضریب شدت تنش می باشد چرا که نرخ رهایی انرژی احتیاج به دو بار آنالیز برای هر مرحله دارد و روش انتگرال J شامل مراحل متعدد و پیچیده تری نسبت به KI است. ماکرویی که شامل مراحل گفته به روش حذف قیود جابجایی است در زیر آمده است. این ماکرو پس از مدلسازی مدل قابل اجرا می باشد.



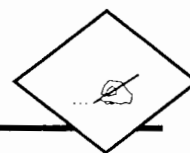
```

!this macro can model stable crack propagation
!this macro calculates length of crack for given loads
!and KIC-a curve.base of this macrois 'elimination of
!smal area ' method
!first do loop propagates the crack for each step
*DO,F,0,17
/SOLU
ANTYPE      !new analysis
/PREP7
ACLEAR,24+F      !clearing mesh of area near crack tip
ADELE,24+F,,1    !eleminating this area
ACLEAR,25+F
KSCON,10+6*F,.,001E-3,.,10,.,65    !defining singularity for next area
AATT,2
MSHAPE,1,2D
AMESH,25+F      !remeshing this area
!second do loop increases applied loads for each step
!first value of applied load is equal to the last value
!for load that desert the loop(FIRSTL) .
FIRST=100
*DO,C,FIRSTL,5000,10
B=B+1
!this command means if for max load KI isn't equal to KIC
!exit program and crack doesn't propagate anymore
*IF,B,EQ,5,THEN
ALARM=1
*EXIT
*ENDIF

```



```
/PREP7
FKDELE,126,ALL      !deleting applied loads
FKDELE,132,ALL
FK,126,FY,C        !applying new loads
FK,132,FY,-C
/SOLU
SOLVE
/POST1
PATH,KI,3,,48
PPATH,1,2
PPATH,2,15
PPATH,3,14
CS,11,,12,14,24
KCALC,1,2,1
*GET,KON,KCALC,,K,1      ! calculating KI
*GET,KON,KCALC,,K,1
D=D+1
KI(D)=KON
!KIC is an array consist of points of KIc-a curve
*IF,KON,GT,KIC(D),THEN
KEY=1+KEY
!this parameter shows the final crack propagation step
*EXIT
*ENDIF
*ENDDO
*IF,ALARM,EQ,1,EXIT
FIRSTL=C
*ENDDO
```



۷-۴- مدلسازی رشد ترک تنها برای تحلیل تقریبی تنش و کرنش

در این قسمت به قابلیت‌هایی از نرم افزار ANSYS پرداخته می شود که توانایی مدل کردن رشد ترک را دارا می باشند، اما امکان مش بندی المانها به صورت متمرکز در نوک ترک در آنها وجود ندارد و بنابراین نتایج بدست آمده از این روشها برای تعیین پارامترهای شکست غیر دقیق خواهند بود. با وجود این استفاده از این روشها برای محاسبه تقریبی تنشها و کرنشها مناسب است و اصولاً به عنوان روشهای ابتکاری مطرح می شوند. این روشها عبارتند از :

۱. استفاده از قابلیت مرگ المان فنر با سختی بالا

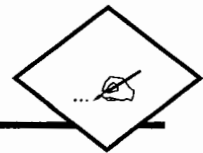
۲. استفاده از قابلیت مرگ المان های مستطیلی

۳. استفاده از قابلیت Scale کردن نوک ترک

در ادامه هر یک از این روشها همراه با یک نمونه مدلسازی شده ارائه می شوند. محدودیتها و معایب هر یک از این روشها نیز در هر مورد بحث خواهد شد.

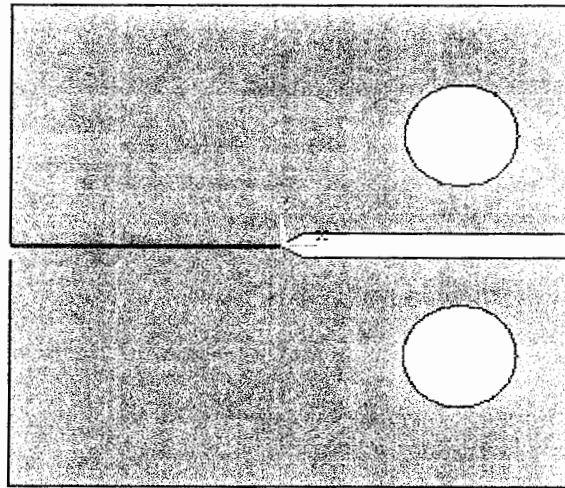
۷-۴-۱- روش مرگ المان فنر با سختی بالا

در این مدل ابتدا دو قسمت مدل به طور جداگانه (بدون اینکه با دستور ADD به هم بپیوندند) مش بندی می شوند بین گره های مرزی دو قسمت مدل فنر با سختی بالا دارای درجات آزادی X, Y قرار داده می شود برای مدلسازی رشد ترک کافی است با استفاده از قابلیت تولد و مرگ المان سختی المان فنر را به سختی صفر تبدیل کرد. این کار سبب پیشروی ترک به اندازه طول المان مرزی می شود. مشکل در اینجا عدم امکان مش بندی المانها به صورت متمرکز در نوک ترک می باشد اما مزیت این روش در این است که مش بندی تغییری نمی کند و احتیاج به مش بندی حتی به صورت محلی نیست. شکل (۷-۱۱) مدل اولیه و شکل (۷-۱۲) نحوه ایجاد المانها و شکل (۷-۱۳) مدل پس از مرگ چهار المان فنر را نشان می دهد.

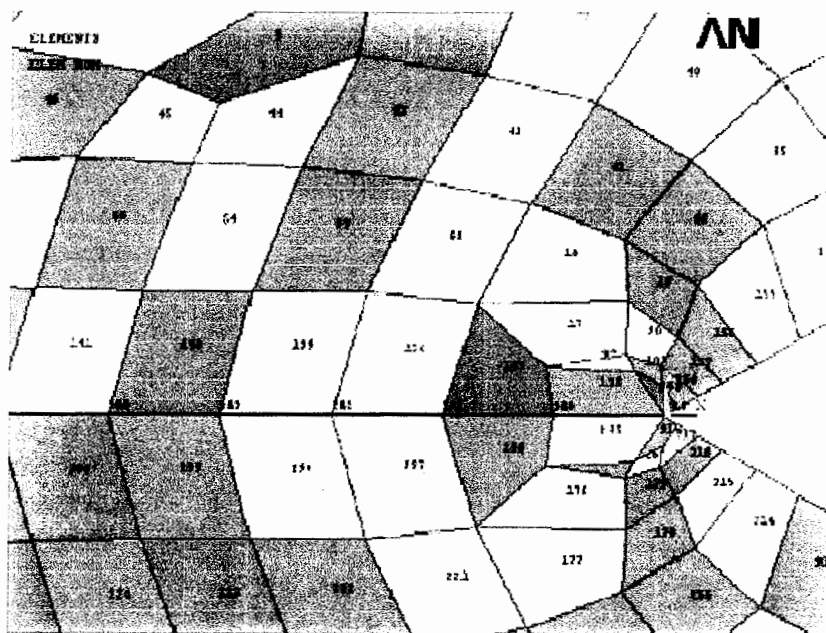


ARTJAC
PAGE NUM

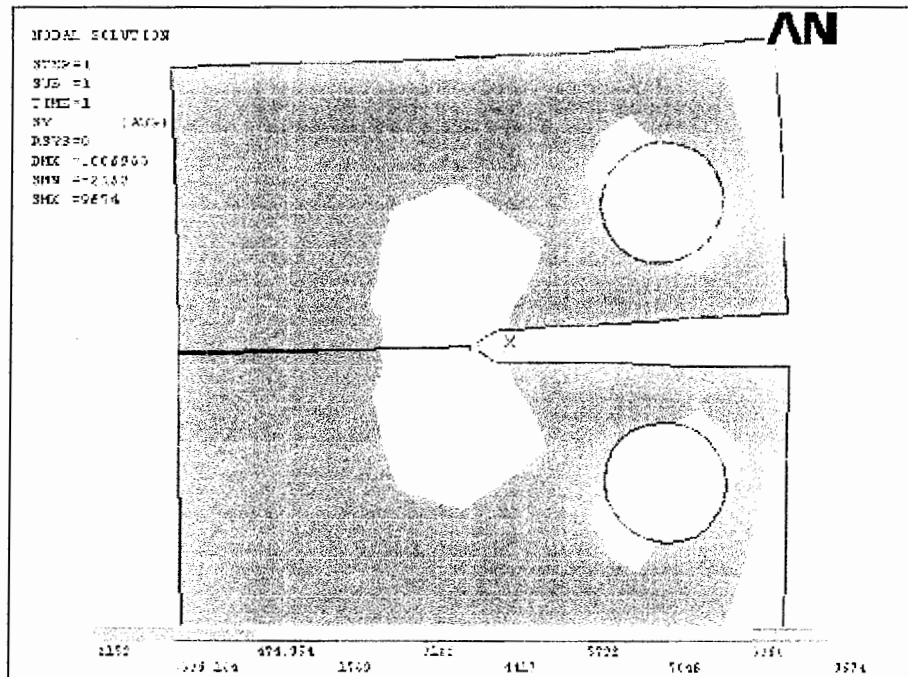
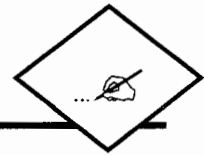
AN



شکل (۷-۱۱) مدل اولیه



شکل (۷-۱۲) آرایش مش بندی مدل



شکل (۷-۱۳) تنشها در راستای محور Y پس از مرگ المان فتر

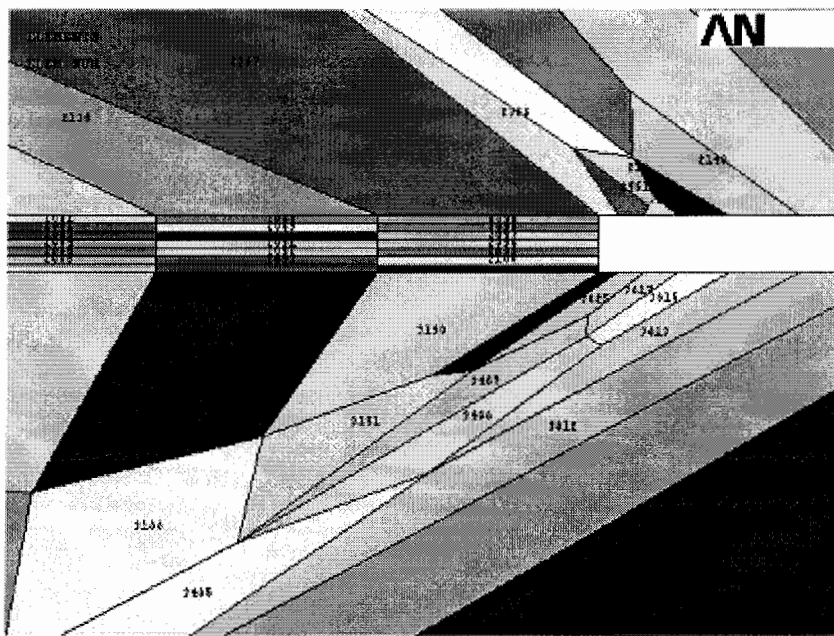
یکی از معیارهایی که می توان به عنوان معیار رشد ترک در این روش معرفی کرد معیار نیروی گرهی بحرانی است یعنی ترک زمانی رشد می کند که نیروی المان فتر دارای سختی بالا به مقدار بحرانی برسد. اما مشکل یافتن مقدار نیروی بحرانی برای هر دو ماده است چرا که اکثر اطلاعات در مورد شکست مواد به گزارش ضریب شدت تنش بحرانی محدود می شود.

۷-۴-۲- استفاده از قابلیت مرگ المانهای مستطیلی

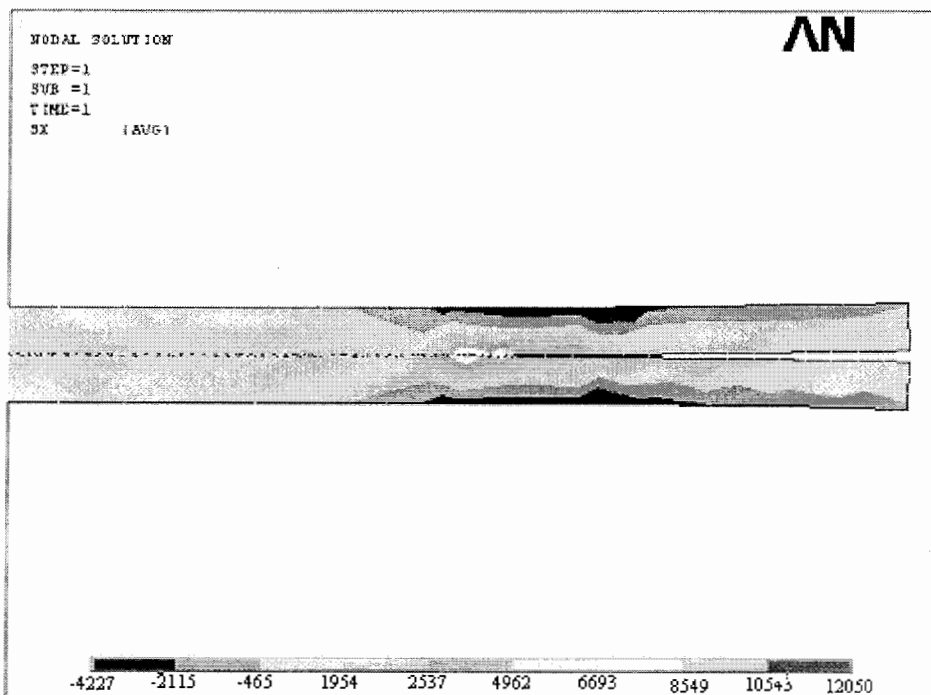
در این روش مش بندی به صورت MAPED است و نتیجه آن تولید المانهای مستطیلی با عرض کم در ناحیه ترک می باشد. رشد ترک می تواند با استفاده از قابلیت تولد و مرگ المان صورت گیرد، به طوری که برای رشد ترک یک المان مستطیلی در نوک ترک کشته می شود و ترک به اندازه طول المان رشد می کند. برای مرگ یک المان مستطیلی در نوک ترک عددی نزدیک به صفر در ماتریس سختی المان ضرب می شود. در این شیوه هم به علت عدم استفاده از تمرکز المان در نوک ترک و المانهای تکین نتایج دقیق نیستند. اما مزیت این روش عدم نیاز به مش بندی دوباره در حین رشد ترک می باشد.



رشد ترک در مدل توسط این روش مورد بررسی قرار گرفته است. نحوه مش بندی این روش در شکل (۷-۱۴) و نمایش تنشها مدل در راستای X و Y پس از رشد ترک بترتیب در شکل (۷-۱۵) و (۷-۱۶) نشان داده شده است.



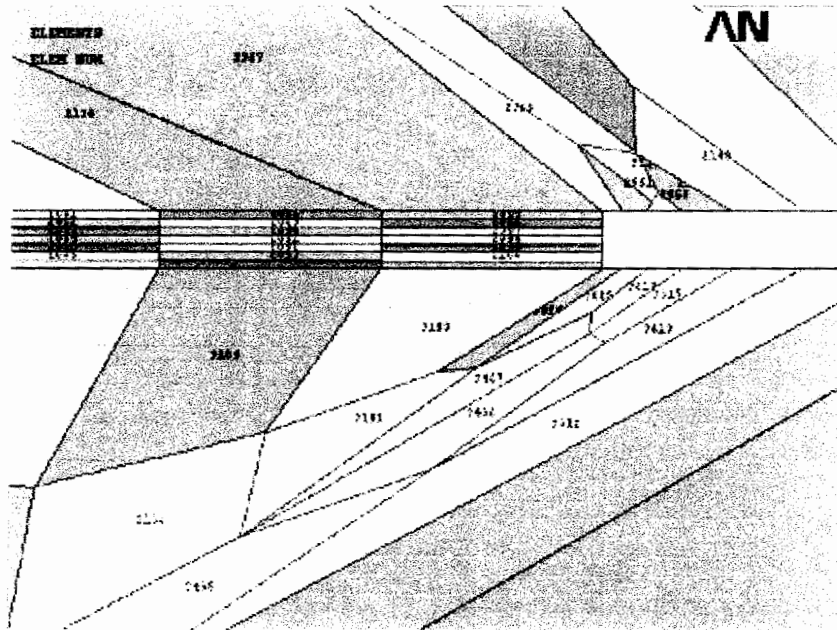
شکل (۷-۱۴) آرایش مش بندی مدل



شکل (۷-۱۵) نمایش تنش در راستای X برای مدل پس از رشد ترک



رشد ترک در مدل توسط این روش مورد بررسی قرار گرفته است. نحوه مش بندی این روش در شکل (۷-۱۴) و نمایش تنشها مدل در راستای X و Y پس از رشد ترک بترتیب در شکل (۷-۱۵) و (۷-۱۶) نشان داده شده است.

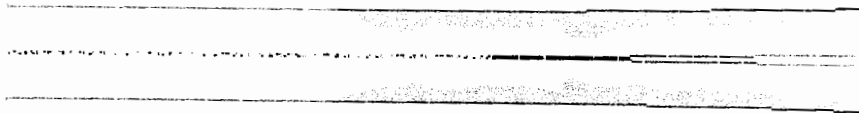


شکل (۷-۱۴) آرایش مش بندی مدل

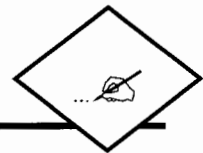
```

TOTAL SOLUTION
NODE=1
STEP=1
TIME=1
DE (AUG)
RDFE=0
RHE= -0.00100
RHF= -0.00100
RHZ= -0.00100

```



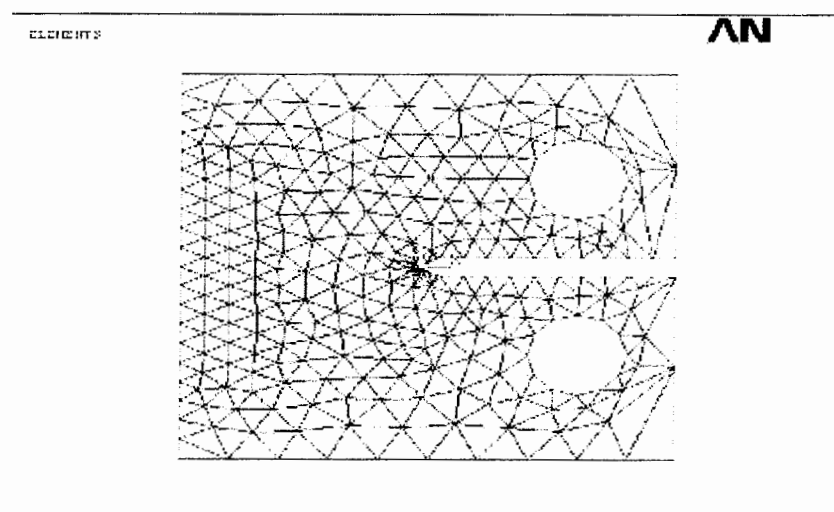
شکل (۷-۱۵) نمایش تنش در راستای X برای مدل پس از رشد ترک



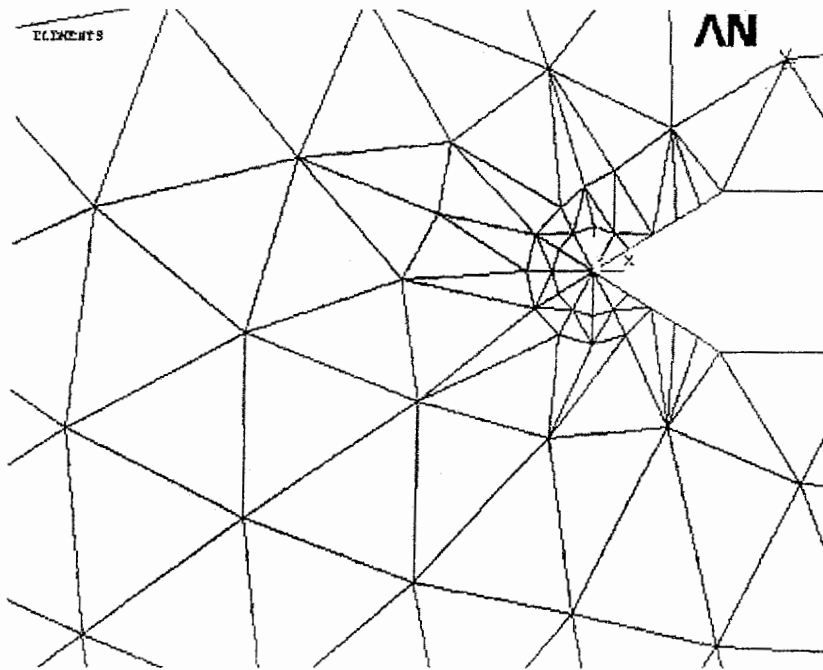
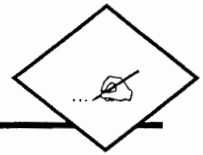
شکل (۷-۱۶) نمایش تنش در راستای Y برای مدل پس از رشد ترک

۷-۴-۳- قابلیت Scale کردن نوک ترک

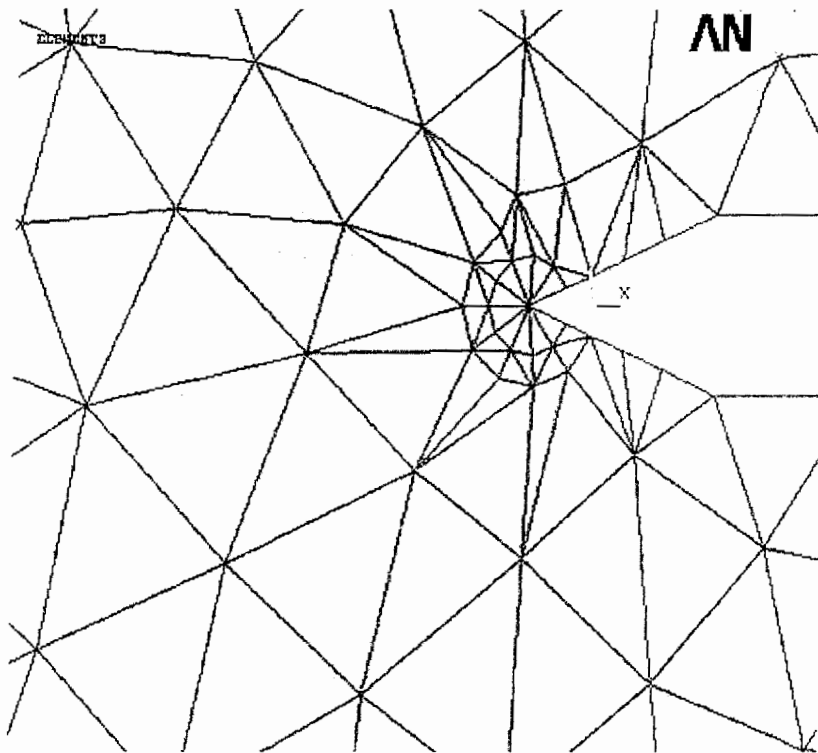
این روش برای مدل کردن رشد ترک ها با افزایش طول کم مناسب می باشد. از مزیت های این روش عدم احتیاج به مش بندی مجدد است در این روش تمرکز المانهای تکین در نوک ترک امکان پذیر است ولی با تغییر زیاد طول ترک مش بندی در اطراف ترک تغییر شکل داده و به فرم نامطلوبی در می آید. شکلهای (۷-۱۷)، (۷-۱۸) و (۷-۱۹) مدل و نتایج حاصل را نمایش می دهد.



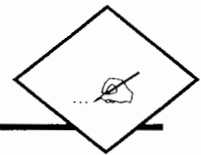
شکل (۷-۱۷) آرایش مش بندی در مدل



شکل (۷-۱۸) آرایش المانهای تکین در نوک ترک در مرکز محور مختصات



شکل (۷-۱۹) آرایش المانهای تکین در نوک ترک پس از Scale کردن نوک ترک

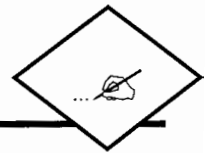


۵-۷- مقایسه نتایج Ansys با نرم افزار Franc2DL

۱-۵-۷- محدودیتهای نرم افزار Ansys

با اینکه نرم افزار ANSYS نرم افزاری قدرتمند در زمینه اجزای محدود است اما در زمینه مدلسازی رشد ترک دارای محدودیتهایی است که امکان تهیه یک کد قدرتمند مدلسازی رشد ترک را توسط آن بسیار مشکل می کند. از جمله مهمترین محدودیتهای این نرم افزار می توان به عدم امکان تغییر شماره گره ها و به طور کلی اجزای مدل محدود اشاره کرد. تغییر شماره گره ها به این علت لازم است که برای قراردادن دستورات در حلقه ها و تکرار آنها نیازمند آن هستیم که شماره گره ها یا المانها از یک ترتیب خاص پیروی کنند، در غیر اینصورت امکان قراردادن آنها در حلقه ها و تکرار فرامین وجود نخواهد داشت. برای مثال برای محاسبه ضریب شدت تنش چنانچه گفته شد برای دستور KCALC نیازمند ارائه شماره سه گره در امتداد نوک ترک به نرم افزار هستیم. و با توجه به اینکه در هر مرحله مش بندی تغییر می کند و نرم افزار به طور اتوماتیک به گره های اطراف نوک ترک شماره دلخواهی اختصاص می دهد امکان یافتن ترتیب خاص بین این شماره ها بسیار مشکل و گاهی غیر ممکن است. البته این مشکل برای روش جابجایی نوک ترک وجود ندارد زیرا که در این روش مش بندی المانهای تکین همواره حول یک نقطه معین می باشد که در نتیجه نودهای اطراف این نقطه دارای شماره یکسان بعد از هرگام تحلیل می باشند. این مطلب قابلیت اعمال این روش را برای انواع مدلها تضمین می کند.

با توجه به مطالب بالا به نظر می رسد تهیه نرم افزاری که در ضمن تحلیل اجزای محدود نمونه، قابلیت مدلسازی رشد ترک را هم دارا باشد مطلوب و بهینه است. در سالهای اخیر دو نرم افزار CRAKER و FRANC2D که نرم افزارهای جدید اجزای محدود با قابلیت مکانیک شکست می باشند، توسط دانشگاه کرنل^۱ ارائه شده است.



نرم افزار CRAKER بر مبنای روش ترک مجزا و با هدف بررسی گسترش ترک دینامیکی (بارگذاری وابسته به زمان) تهیه شده است. این نرم افزار بر مبنای اصول مکانیک شکست خطی و با استفاده از فاکتور شدت تنش می پردازد. جهت گسترش ترک از تکنیک شبکه بندی مجدد^۱ ناحیه جلو ترک در جریان تحلیل استفاده شده است. در مجموع دو نوع المان دو بعدی در این نرم افزار قابل استفاده می باشد: [۱۰]

الف) المانهای مثلثی ۶ گرهی با گره میانی که دارای تابع شکل درجه ۲ می باشند.

ب) المانهای مثلثی ۶ گرهی تکین (گره میانی به فاصله ۱/۴ طول یال منتقل شده است) جهت مدل نمودن رفتار تکین در نوک ترک.

این نرم افزار توسط گروه مکانیک دانشگاه کانساس^۲ و شخص پروفیسور اسوانسون^۳ بازنگری و بهبود یافته است ولی از طریق هیچ سایتی قابل دسترسی نمی باشد.

نرم افزار FRANC2D توسط گروه مکانیک دانشگاه کرنل ایالات متحده آمریکا با سرپرستی Pro-fIngraffea در اوایل دهه ۱۹۹۰ تهیه گردیده و نسخه مورد استفاده در این پایان نامه (۷ 3.1) که در سال ۲۰۰۳ به روز گردیده است.

این نرم افزار بر مبنای روش ترک مجزا و با هدف بررسی گسترش ترک استاتیکی (بارگذاری مستقل از زمان) در محیط دو بعدی تهیه شده است. نرم افزار فوق به زبان برنامه نویسی فرترن^۴ نوشته شده و بر مبنای اصول مکانیک شکست خطی و با استفاده از فاکتور شدت تنش نوک ترک به مدلسازی شکست می پردازد. تکنیک شبکه بندی مجدد ناحیه جلوی ترک در هر گام تحلیل درست همانند CRAKER می باشد.

۱-Remeshing

۲-Kansas

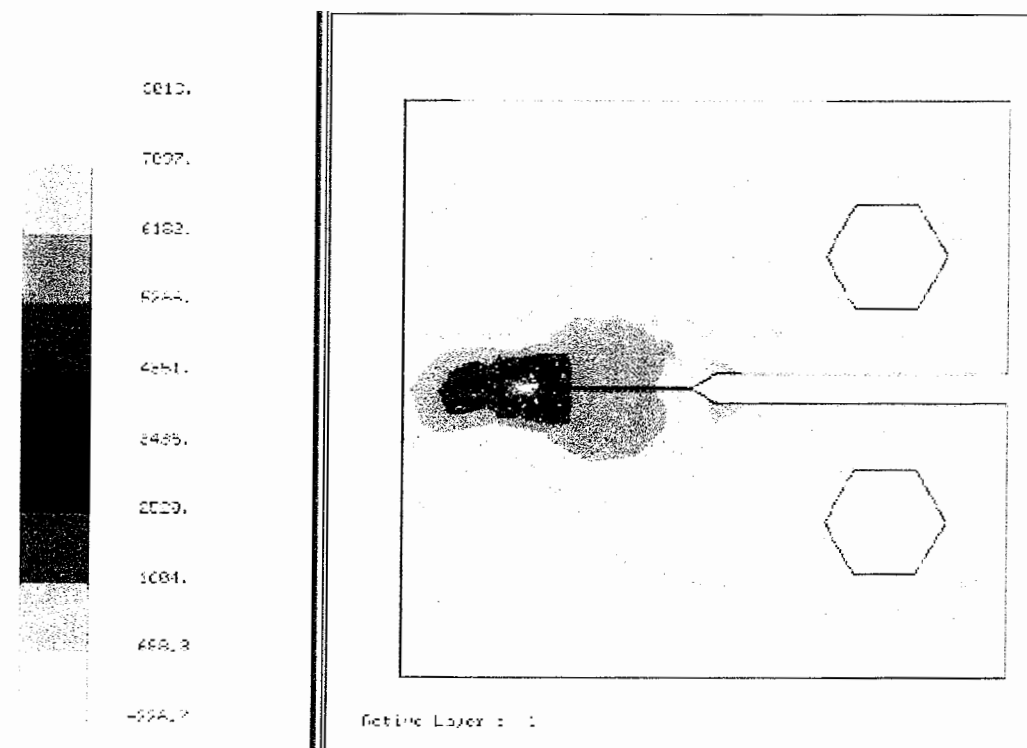
۳-Prof. D.Swanon

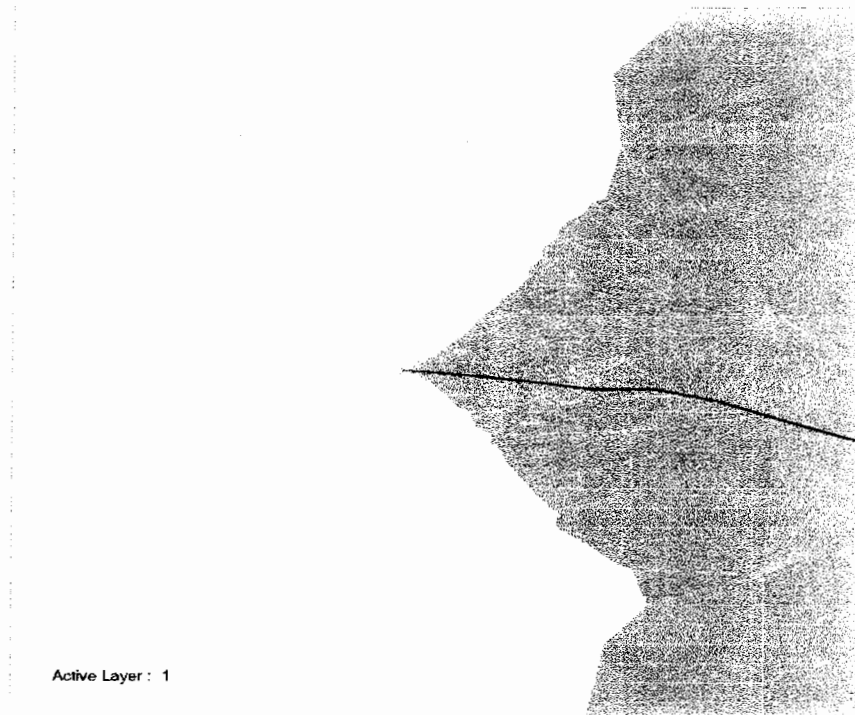
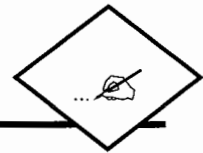
۴- Fortran



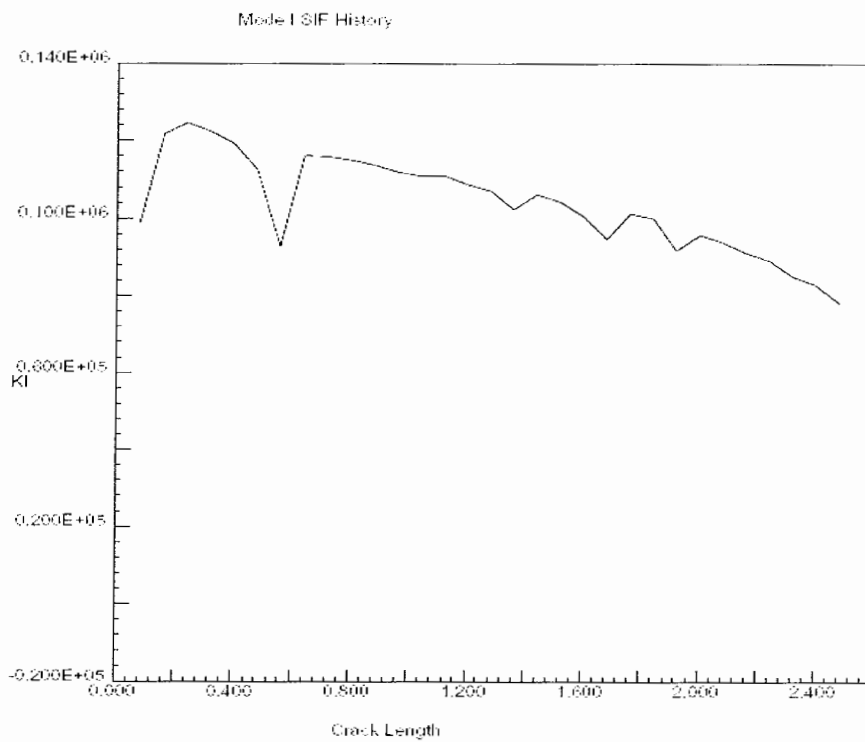
FRANC2D علاوه بر المانهای مثلثی ۶ گرهی معمولی و المانهای مثلثی ۶ گرهی تکین، قادر به استفاده از المانهای چهارضلعی ۸ گرهی با گره میانی و تابع شکل درجه دوم نیز می باشد. این نرم افزار اختصاصاً جهت کاربرد اصول مکانیک شکست خطی و غیر خطی در تعیین نحوه گسترش ترک در مصالح مختلف تهیه گردیده است. همچنین جهت تحلیل سازه مدل شده، نرم افزار فوق از روش اجزا محدود و با رویهم گذاری ماتریس سختی المانهای موجود استفاده نموده و در نهایت با حل عددی انتگرالهای حاصله به روش حذف نقاط گوس، تغییر مکانهای گرهی المانها و از روی آن تنشهای گرهی و تغییر شکلهای سازه را بدست می آورد [۱۳].

در ادامه نمونه هایی از کار و نتایج نرم افزار غیر تجاری FRANC2D جهت آشنایی با این نرم افزار بررسی می شود. شکلهای (۷-۲۰) و (۷-۲۱) نمونه های مدل پس از رشد ترک بر مبنای معیار شکست K_{Ic} نشان داده شده اند.

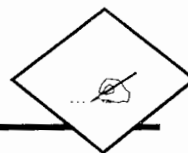




شکل (۷-۲۰) مدل اجزای محدود ایجاد شده توسط نرم افزار FRANC2D [۱۳]



شکل (۷-۲۱) نمودارهای KI برحسب a برای مدل بالا.



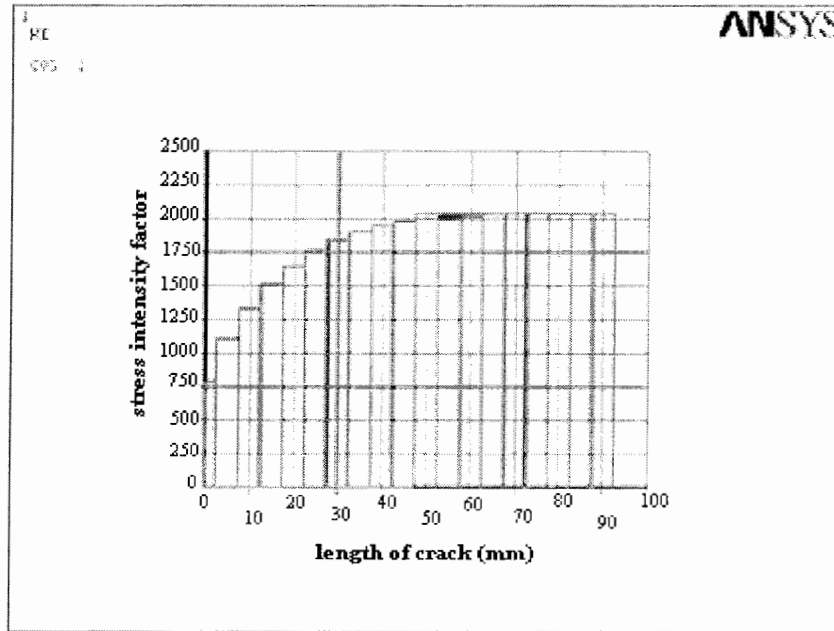
۳-۵-۷- مقایسه نتایج

در این مبحث به مقایسه نتایج بدست آمده توسط نرم افزار ANSYS با نتایج بدست آمده از نرم افزار FRANC2D می پردازیم. ابتدا توسط FRANC2D، مدل شکل (۱۰-۷) که با استفاده از روش جابجایی نوک ترک تحلیل شده را مدل کرده سپس نمودار ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک را مطابق شکل (۲۳-۷) بدست آورده، و اکنون به بررسی این دو نمودار می پردازیم. همانطور که در فصل چهارم گفته شد با داشتن ضریب شدت تنش سایر پارامترهای ترک مشخص می گردد و ضریب شدت تنش مهمترین پارامتر شکست است.

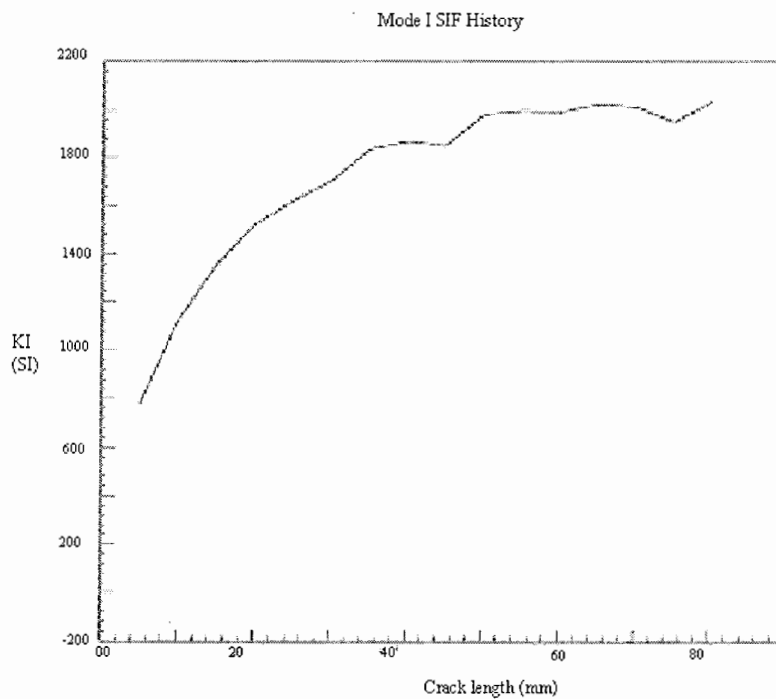
همانطور که مشاهده می شود در هر دو نمودار سیر صعودی ضریب شدت تنش بر حسب طول ترک وجود دارد که از مقدار حدوداً ۸۰۰ تا ۲۰۲۰ افزایش می یابد. شیب این منحنی در هر دو نمودار در ابتدا زیاد و هر چه طول ترک بیشتر می شود تغییرات ضریب شدت تنش کاهش می یابد، زیرا با افزایش طول ترک میزان تنش و طول منطقه پلاستیک افزایش می یابد تا زمانی که تقریباً تمام قطعه را شامل شود و پیرو آن میزان تغییرات شدت تنش کاهش پیدا می کند.

تطبیق عددی دو نمودار نیز بیانگر یکسان بودن نتایج دو نمودار می باشد. تغییرات و افتهای موضعی در نمودار FRANC2D بخاطر عواملی نظیر انتخاب مسیر می باشد، در این نرم افزار مسیر رشد ترک بر مبنای حداقل انرژی مصرفی جهت رشد ترک انتخاب می شود. اگر چه تقریباً مسیر مستقیم می باشد ولی تغییرات موضعی باعث تغییر در میزان ضریب شدت تنش می باشد.

در نتیجه با نرم افزار FRANC2D نیز همان نتایج روش جابجایی نوک ترک حاصل می شود.

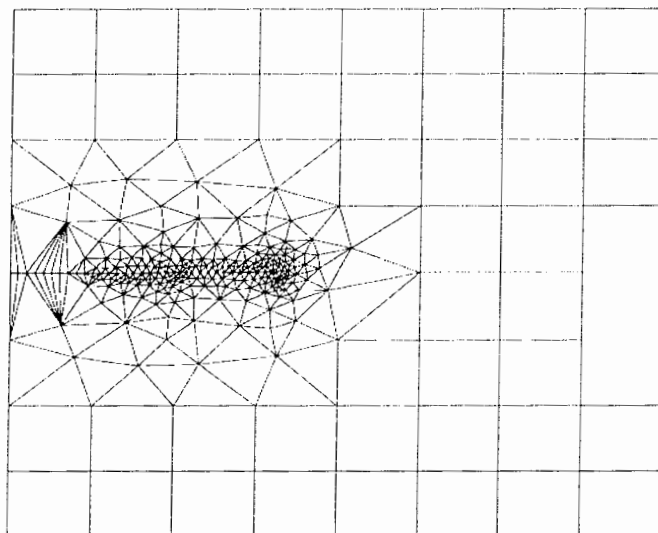
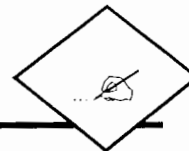


شکل (۷-۲۲) نتایج بدست آمده از روش جایجایی نوک ترک.



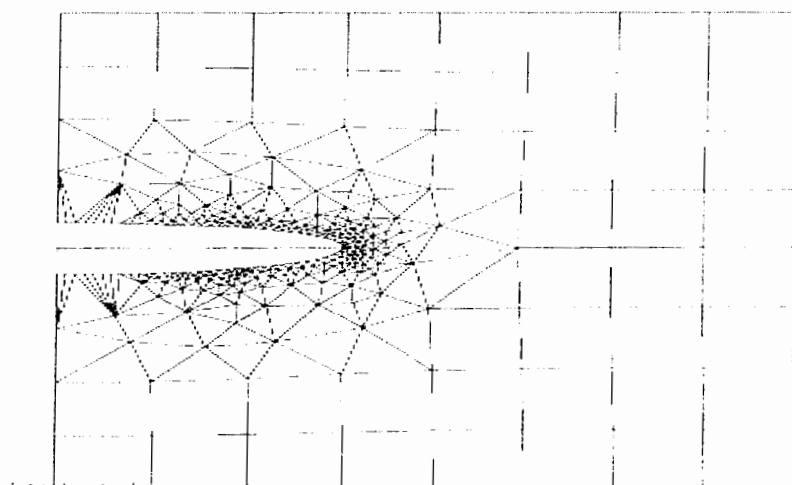
شکل (۷-۲۳) نتایج بدست آمده از نرم افزار FRANC2D.

در این نرم افزار از K_{Ic} به عنوان معیار رشد ترک استفاده شده است. شکل‌های زیر مش بندی و تمرکز المانهای تکین در اطراف نوک ترک و نیز تنش در راستای Y را نمایش می دهند.

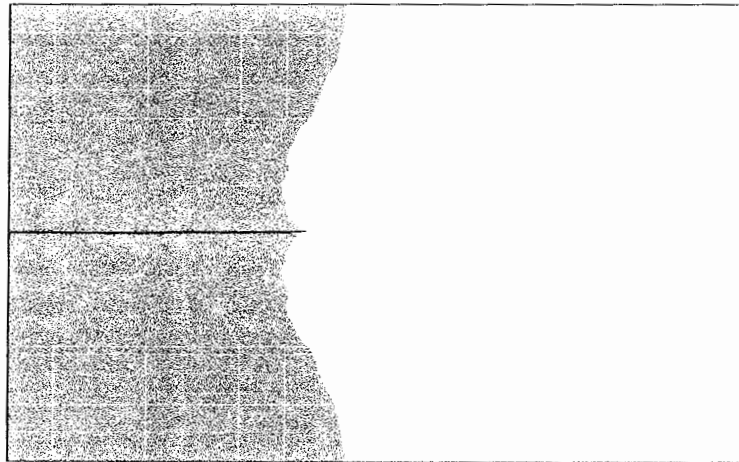
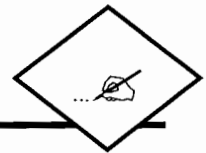


Active Layer = 1

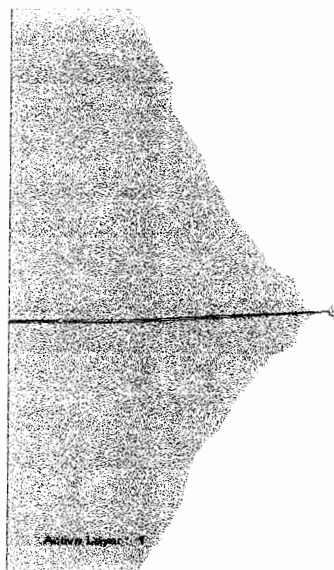
شکل (۷-۲۴) مش بندی مدل پس از رشد ترک.



شکل (۷-۲۵) تغییر شکل مدل پس از رشد ترک.



Active Layer : 1



شکل (۷-۲۶) تنش در جهت Y

فصل

۸

نتیجه گیری

و

پیشنهادات



فصل هشتم

نتیجه گیری و پیشنهادات

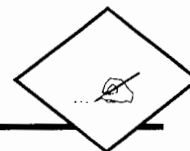
۸-۱ نتیجه گیری :

نتایج بدست آمده از این شبیه سازی و مطالعه آنها می تواند کمک شایان در انجام اصلاحات در مراحل طراحی و ساخت قطعات را به همراه داشته باشد به طوری که از این طریق می توان قبل از آنکه وارد عمل شود و هزینه هنگفتی صرف طراحی و ساخت قطعات نمود به نتیجه مطلوب رسید.

از طرفی توانایی تئوری مکانیک شکست برای تحلیل فرآیند ترک و رشد آن بررسی گردید که نتایج حاصله نشان داد قدرت این تئوری در پیش بینی ضریب شدت تنش، مقدار تنشها و کرنشها وابستگی زیادی به فرضیات خاص اولیه دارد که باعث کاهش میزان دقت آن در مدل ترک می باشد و پیشنهاد می گردد در محاسبات تنش و پارامتر ضریب شدت تنش از نتایج نرم افزاری استفاده شود.

همچنین در تحلیل ترک تعیین و بکارگیری تعداد، نوع المان و شیوه تکین نمودن المان باعث کاهش حجم عملیات و افزایش میزان سرعت و دقت می گردد.

نتایج حاصل از این پژوهش عبارتند از نتایج حاصل از مدلسازی ترک و نحوه محاسبه پارامترهای شکست، که بیانگر مدل کردن تنشهای تکین در منطقه تمرکز تنش، معرفی بهترین مش و نحوه مش بندی می باشد. همچنین توانستیم روش جابجایی نوک ترک را به عنوان دقیقترین، جامعترین و در عین حال ساده ترین روش شبیه سازی رشد ترک معرفی کنیم. در این روش محدودیتی از لحاظ شرایط مرزی، شکل و تقارن یا عدم تقارن مدل نداریم. نتایج حاصله از نرم افزار Franc2DL دقت و صحت این روش



شبیه سازی را تأیید نموده است، همچنین سرعت مدل نمودن و تحلیل به روش جابجایی نوک ترک در مقایسه با سایر روشهای اجزا محدود به مراتب بیشتر می باشد و به همین علت به خوبی می توان از این روش در شبیه سازی سه بعدی فرآیند رشد ترک استفاده نمود.

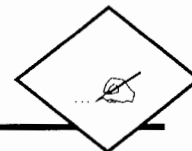
در بررسی نتایج اجزا محدود (ANSYS6.1) با نتایج مکانیک شکست تاثیر عواملی نظیر اختلاف در فرضیات روابط تئوری با مدل را مشاهده کردیم، نظیر اینکه روابط مکانیک شکست برای نوار با ترک مرکزی می باشد ولی در مدل بدلیل عدم وجود تنش در لبه های آزاد ترک تغییر مکان بیشتری در مقایسه با ترک مرکزی وجود دارد، همچنین تغییر جهت و جابجایی بار و تغییر مکان ناشی از اعمال بار در قطعه بر این عوامل تاثیر می گذارند. باید توجه داشت که مقادیر نرم افزاری به میزان واقعی مدل نزدیکتر می باشد.

نحوه محاسبه مقدار بار بحرانی به کمک نرم افزار ANSYS و رابطه مستقیم آن با ضریب شدت تنش و نیز مدلسازی رشد ترک پایدار از دیگر نتایج حاصل از این تحقیق می باشد.

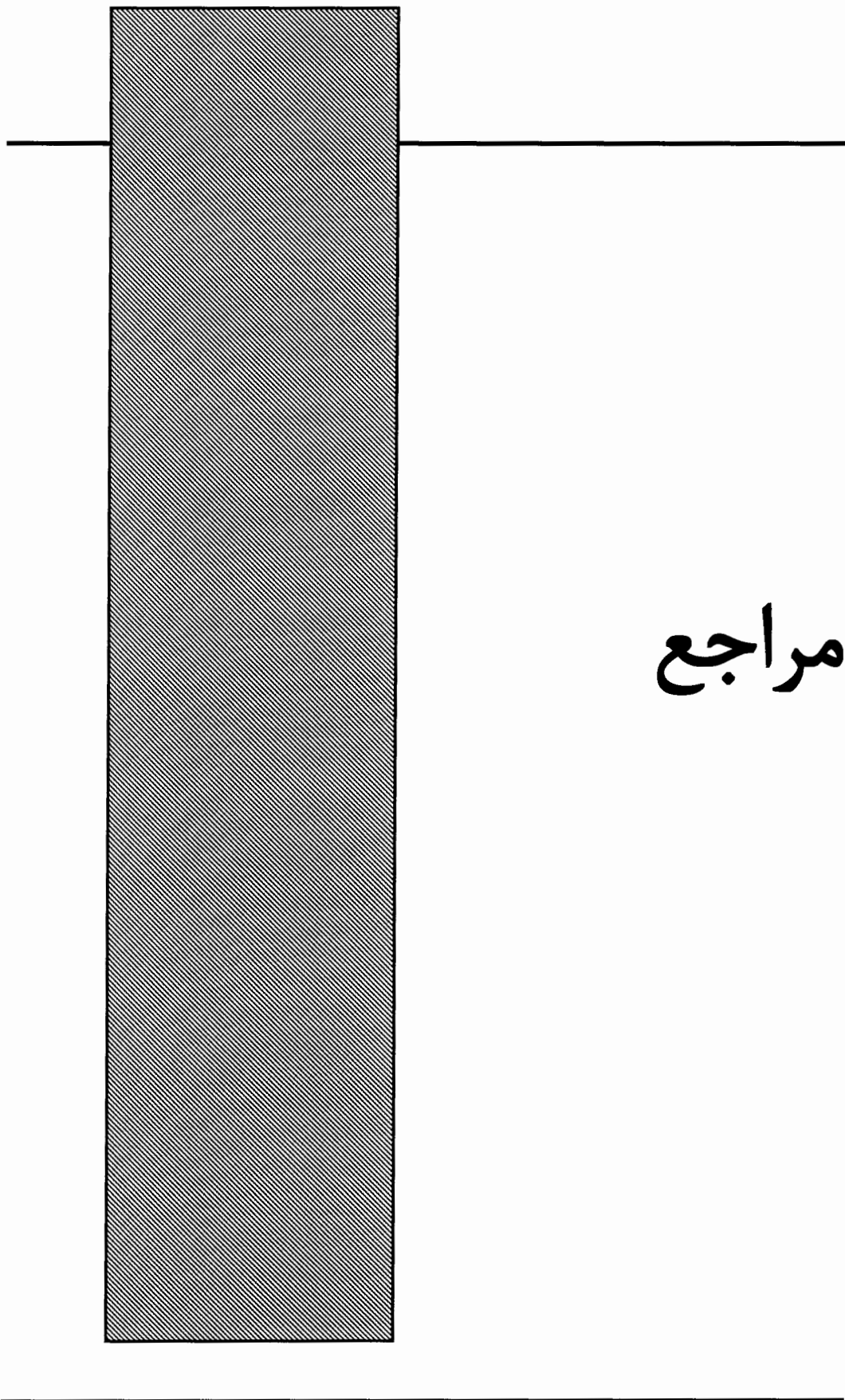
۲-۸ ارائه چند پیشنهاد:

مدلسازی رشد ترک به دلیل گستردگی موضوع در زمینه رشد ترک و قابلیت های بالای ANSYS در برنامه نویسی موجب شده تا زمینه تحقیق برای مدلسازی رشد ترک همواره وجود داشته باشد. موارد زیر جهت ادامه مسیر تحقیق به عنوان پیشنهاد ارائه می شود:

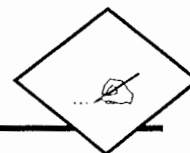
- ۱- معرفی المان جدید برای مدلسازی ترک : از قابلیت های نرم افزار ANSYS داراست امکان تعریف المانهای جدید علاوه بر المانهای موجود در کتابخانه نرم افزار برای مدل است. البته تعریف یک المان جدید به تسلط کامل در زمینه اجزای محدود و مکانیک شکست محتاج است اما این قابلیت می تواند به عنوان کلید مدلسازی رشد ترک توسط ANSYS مطرح شود.
- ۲- استفاده از دیگر قابلیت های نرم افزار برای کاهش زمان مدلسازی و بالا بردن دقت.
- ۳- توسعه روشهای تقریبی و بالا بردن میزان سرعت، دقت و ساده سازی در مدل کردن رشد ترک.



- ۴- مدلسازی رشد ترک سه بعدی می تواند در گام های بعدی مورد توجه قرار گیرد.
- ۵- بررسی رشد ترک توسط سایر نرم افزار ها معتبر اجزای محدود مانند: ABAQUS, ADINA .
- ۶- مدلسازی رشد ترک توسط سایر پارامترهای شکست مانند: تغییر مکان نوک ترک CTOD .
- ۷- بررسی مدلسازی شکست الاستیک- پلاستیک در این زمینه می تواند اولین گام از یک مسیر طولانی برای مدلسازی رشد ترک باشد.

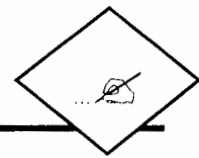


مراجع



References:

- 1) David Broek, 1978, "Elementary engineering fracture mechanics", Sijthoff & Noordhoff publishers.
- 2) Parker A.P, 1981, "The mechanics of fracture and fatigue", E & F.N.Spon London.
- 3) Chiaki Ihara, Tetsuya Misawa, 1988, "A stochastic model for fatigue crack propagation resistance", Journal of Engineering Fracture Mechanics, Vol 31, No.1, PP 95-104.
- 4) K.Sobczyk, B.F.Spencer, 1992, "Random fatigue from data to theory", Academic Press Inc.
- 5) Tada H, Paris P.C, Irwin G.R, 1995, "The stress analysis of cracks Hand book"
- 6) Aliabadi M.H, Rooke D.P, 1991, "Numerical fracture mechanics", Kluwer Academic Publishers.
- 7) Ingraffea A.R, Wawrzynek P.a, 2003, "Finite element methods for linear elastic fracture mechanics", Elsevier Science Ltd.
[URL: <http://www.cfg.cornell.edu/Educations/educations.htm>]
- 8) FehI D.F, Truman K.Z, 1999, "An evaluation of fracture mechanics quarter-point displacement techniques used for computing stress intensity factors", Journal of Engineering structures, Vol 21, PP 406-415.
- 9) Spencer B.F, Associate member, ASCE, Tang, 1988, "markov process model for fatigue crack growth", Journal of Engineering mechanics, Vol 114, No 3, PP 2134-2157.
- 10) Electric Power research Institute(EPR1), 2002, "MERLIN-2, Version2.0, Theory Manual".
[URL: <http://Civil.Colorado.edu/~Saounma/Merlin>]



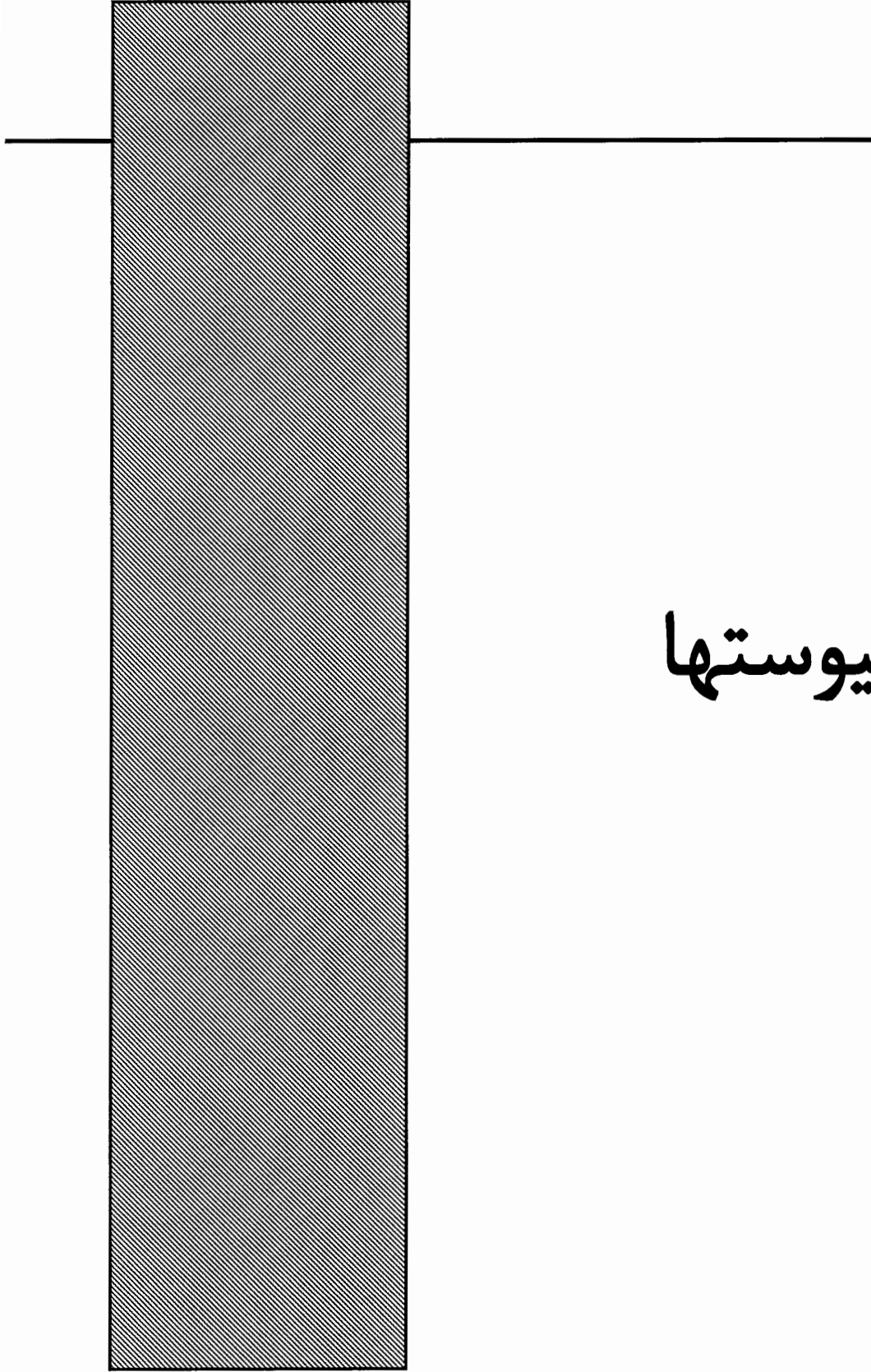
11) ANSYS User's Manual: introduction to ANSYS, vol.I Swanson analysis system, Inc

12) ANSYS Help System, Analysis Guide & Theory Manual, Ver7

13) FRANC2D A Crack Propagation Simulation for Plane Layered Structures, Daniel Swenson, Mark James, Kansas State University

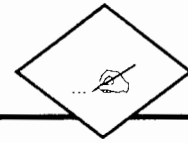
۱۴) اجزای محدود انسیس، حمید رضا جاهد مطلق، محمد رضا نوبان، محمد امین اشراقی، انتشارات و

چاپ دانشگاه تهران ۱۳۸۲



پیوستها





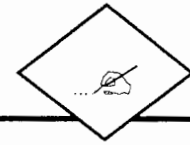
تئوری پلاستیسیته

مقدمه

هر جسم جامد زمانی که تغییر شکل می دهد ممکن است یکی از رفتارهای الاستیک، پلاستیک و یا ویسکوز را داشته باشد. رفتار ویسکوز، تغییر شکل جسم تحت بار ثابت با گذشت زمان می باشد. برای دماهای خیلی پایین تر از نقطه ذوب جسم، می توان از رفتار ویسکوز آن صرفنظر کرد. پلاستیسیته رفتاری از جامدات است که منجر به حصول یک شکل دائمی می شود که تحت بارهای ثابت تغییر نمی کند. اگر بار به اندازه کافی زیاد باشد، ممکن است جسم جامد را به یک شکل و نظم دائمی برساند. تئوری پلاستیسیته بیشتر از صد سال پیش توسط سنت و نان و لوی پایه گذاری شد و تبدیل به یک رشته چند زمینه ای شد که امروزه شاخه های مختلفی از فعالیتهای بشری را در بر می گیرد. در این پیوست مروری بر تئوری پلاستیسیته خواهیم داشت.

تئوری پلاستیسیته

این تئوری در حد تئوری ریاضی درصدد بدست آوردن روابط ریاضی حاکم بر تنش و کرنش در محدوده پلاستیک می باشد. تاریخچه این تلاشها به اواخر قرن ۱۹ یعنی حدود سال ۱۸۶۴ برمی گردد که توسط ترسکا برای سنبه زنی و اکستروژن شروع شد. سنت و نان و لوی پایه گذاران تئوری جدید پلاستیسیته می باشند و تا حدود سال ۱۹۴۵ دانشمندانی چون فن مایسز و پرانتل اقدامات متعددی در جهت پیشرفت این تئوری انجام دادند. از آن پس افراد زیادی در این زمینه به پژوهش پرداخته اند که از آن جمله می توان به افرادی چون دراکر (۱۹۸۰)، هیل (۱۹۵۰) و گرین و نقدی (۱۹۶۸) اشاره نمود. تلاش



بسیاری در جهت ساختن معادلات تقریبی برای منحنی تجربی تنش و کرنش به عمل آمده است. به طور کلی دو معادله مشهور در این خصوص وجود دارد. یکی فرمول لودویک و دیگری جایگزین کردن خطوط راست به جای منحنی پیوسته تجربی. معادله لودویک به فرم زیر می باشد.

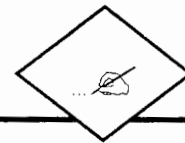
$$\sigma = a + b\varepsilon^n \quad (\text{الف-۱})$$

در رابطه فوق n, b و a تابع کرنش نیستند. اما تبدیل منحنی به یک خط مستقیم به صورت زیر خواهد بود. در نمودار تنش-کرنش رفتار پلاستیک خطی فرض می شود و محل تلاقی دو امتداد معرف تنش تسلیم است.

جانسون در سال ۱۹۶۲ منحنی تجربی تنش-کرنش را به حالت ایده ال تقسیم کرد. منحنی تنش-کرنش برای مصالحی که میزان تغییر شکل پلاستیک بسیار کمتری دارند و تغییر شکلشان در حد الاستیک است، به حالت ایده ال کاملاً الاستیک تبدیل می شود و در مسائلی که میزان تغییر شکل الاستیک در مقایسه با تغییرات پلاستیک ناچیز است، حالت صلب کاملاً پلاستیک در نظر گرفته می شود. تئوری پلاستیسیته دارای دو هدف اصلی می باشد:

به منظور پیش بینی شکل و طریقه تغییر شکل و نیروهای موجود در فرآیندهای فلزکاری به طوریکه کنترل موثر امکان پذیر باشد.

برای پیش بینی حداکثر باری که جسم می تواند بدون تسلیم شدن تحمل کند. در حالت اول با تغییر شکل پلاستیک در مقیاس بزرگ از قبیل کشش صفحه اکستروژن و نورد مواجه هستیم. حالت دوم تنها مربوط به تسلیم اولیه می شود و کاربرد عملی آن به کار بردن ضرایب اطمینان برای طراحی سازه ای می باشد. تئوری ریاضی پلاستیسیته پیچیده می باشد و حل دقیق جوابگوی برخی مسائل نمی باشد به این دلیل امکان دارد تقریبهایی مانند مفهوم کرنش صفحه ای به کار برده شود. روابط تنش-کرنش در شکل دهی فلز پیچیده است و برای یک فلز مشخص ثابت نیست و بستگی به رفتار از پیش مشخص شده برای آن فلز دارد. به منظور به دست آوردن یک راه حل قابل اعمال فرضیاتی به شرح زیر در نظر گرفته می شوند:



(۱) ماده پیوسته. این فرض به معنی کوچک بودن اندازه دانه های تشکیل دهنده آن در مقایسه با ابعاد جسم می باشد و در حقیقت فقط آلیاژهای تک فاز و یا فلزات خالص مشمول این فرض می باشند.

(۲) ماده ایزوتروپیک.

(۳) ماده صلب پلاستیک. حالت صلب ماده در نظر گرفته نمی شود و یک مرز بحرانی تنش صلبیت کامل را از حالت پلاستیک کامل جدا می کند. این فرض به شرطی قابل قبول است که کرنشهای الاستیک خیلی کمتر از کرنشهای پلاستیک باشند.

(۴) ماده بدون کار سختی. کار سختی زمانی که پیش بینی تسلیم اولیه هدف اصلی بحث باشد قابل اغماض است اما در صورت بزرگ بودن درجه تغییر شکل در فرآیند شکل دهی به منظور تطبیق حل تئوری با حل عملی باید یک مینیمم کار سختی در نظر گرفته شود و تنش تسلیم متوسطی به عنوان عامل تصحیح کننده به کار رود.

دو تئوری مهم که قادر به حل مسائل پلاستیسیته می باشند عبارتند از:

۱- تئوری پلاستیسیته کرنش صفحه ای

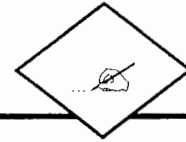
۲- تئوری پلاستیسیته تنش صفحه ای

زمانی که سطح مقطعی از ماده که تغییر شکل را تحمل می کند در یک جهت ثابت باشد و کرنش در این جهت صفر باشد شرایط کرنش صفحه ای وجود دارد. لازمه حل دقیق اینگونه مسائل ارضاء معادلات تعادل شرایط پیوستگی و سازگاری و ارضاء شرایط سینماتیکی و استاتیکی در هر نقطه از میدان تغییر شکل و در مرزها به طور همزمان می باشد. ولی برای یک فرآیند پیچیده به منظور حل دقیق ریاضی و ارضاء تمامی موارد ذکر شده در بالا بطور همزمان تقریباً غیر ممکن می باشد.

بحث تئوری پلاستیسیته در حالت کلی به دو قسمت زیر تقسیم می شود:

- پلاستیسیته مستقل از زمان

- پلاستیسیته وابسته به زمان



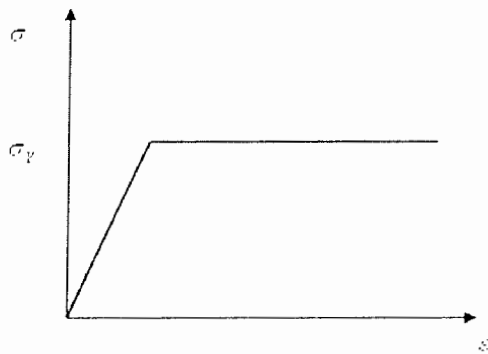
در تقسیم بندیهای دیگر عمدتاً بحث پلاستیسیته در دو قسمت مطرح می شود که در آنها مصالح به صورت کاملاً پلاستیک در نظر گرفته می شوند.

- تغییر شکل‌های بزرگ پلاستیک

- تغییر شکل‌های کوچک پلاستیک

● الاستیک کاملاً پلاستیک

در بعضی از مسائل لازم است که از اثر سخت شوندگی صرفنظر شود و جریان پلاستیک زمانی که نمونه تسلیم می شود اتفاق بیفتد. این رفتار محوری تنش- کرنش به صورت زیر قابل تعریف است.

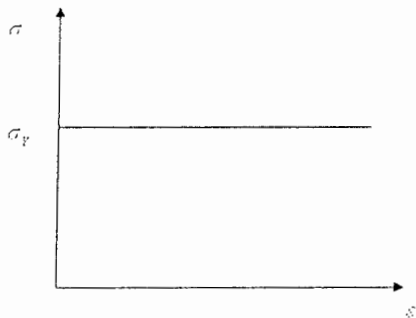


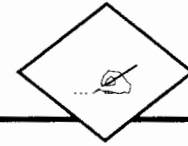
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma < \sigma_y \quad (\text{الف-۲})$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon^p \quad \sigma \geq \sigma_y \quad (\text{الف-۳})$$

● صلب- کاملاً پلاستیک

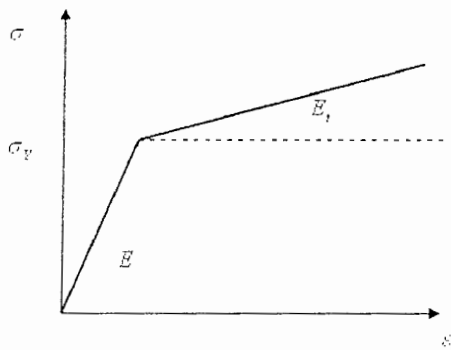
در جایی که تغییر شکل پلاستیک زیاد و در حدی است که نمی توان از رفتار جزئی الاستیک بطور کامل صرف نظر کرد، از منحنی تنش- کرنش ذیل استفاده می شود.





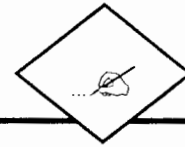
● سخت شوندگی خطی

در این حالت منحنی تنش-کرنش با دو خط مستقیم تقریب زده می شود. قسمت اول منحنی، ضریب زاویه ای برابر با ضریب الاستیسیته دارد و قسمت دوم دارای ضریب زاویه ای است که به مدول مماسی (E_t) معروف است. نقطه انتقال بیانگر تنش-کرنش تسلیم است. رابطه تنش-کرنش به صورت زیر می باشد.



$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma < \sigma_y \quad \text{(الف-۴)}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma - \sigma_y}{E_t} \quad \sigma > \sigma_y \quad \text{(الف-۵)}$$



تابع تنش وسترگارد

وسترگارد نشان داد که محدوده ای از مسائل تنش را می توان با معرفی تنش مختلط $Z(z)$ حل کرد، بطوریکه $Z=x+iy$ می باشد. $i = \sqrt{-1}$ تابع تنش وسترگارد را می توان به تابع تنش ساده بصورت زیر ارتباط داد:

$$\phi = x \operatorname{Re} \bar{Z} + y \operatorname{Im} \bar{Z} \quad (\text{ب-۱})$$

که در آن Re و Im به ترتیب قسمت های حقیقی و موهومی تابع هستند و علامت (-) روی Z انتگرال نسبت به Z می باشد:

$$\bar{Z} = \frac{d\bar{Z}}{dz} \quad \text{و} \quad Z = \frac{dZ}{dz}$$

و نیز داریم

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \\ \sigma_{yy} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (\text{ب-۲})$$

با بکارگیری رابطه (ب-۱) نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \operatorname{Re} Z - y \operatorname{Im} Z \\ \sigma_{yy} &= \operatorname{Re} Z + y \operatorname{Im} Z \\ \tau_{xy} &= -y \operatorname{Re} Z \end{aligned} \quad (\text{ب-۳})$$

توجه شود که قسمت موهومی تنش ها برای $y=0$ حذف می شود. علاوه بر این وقتی $y=0$ است تنش برشی حذف می شود که دلالت بر آن دارد که سطح ترک صفحه اصلی است. باین ترتیب برای $\theta=0$ تنشها متقارن بوده و رابطه (ب-۳) به شیوه I بارگذاری تبدیل می گردد. تابع تنش وسترگارد در ابتدا



برای حل مسائل در شیوه I- بارگذاری مناسب بود ولی بعد ها برای محدوده وسیعی از مسائل ترک توسعه یافت.

ترکی در ورقی با ابعاد بی نهایت ایجاد شده و تحت تنش دو محوری قرار گرفته است. اگر مبدا مختصات در وسط ترک در نظر گرفته شود تابع تنش وسترگارد عبارتست از:

$$Z(z) = \frac{\sigma z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (\text{ب-۴})$$

که در آن σ تنش در فاصله دور از ترک و a نصف طول ترک می باشد.

سطح ترک را برای $y=0$ در نظر بگیرید. برای $-a < x < a$ ، Z بطور خاص موهومی بوده و برای $|x| > |a|$ ، Z حقیقی می باشد. تنشهای نرمال در صفحه ترک عبارتند از:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \text{Re } Z = \frac{\sigma x}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (\text{ب-۵})$$

با در نظر گرفتن فاصله افقی از نوک ترک و فرض $x^* = x - a$ ، رابطه (ب-۵) بصورت زیر در می آید (برای $x^* \gg a$):

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma \sqrt{a}}{\sqrt{2x^*}} \quad (\text{ب-۶})$$

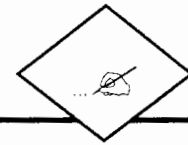
باین ترتیب روش وسترگارد به حالت تکینه عکس مجذور فاصله انجامید. یکی از مزایای این تحلیل مرتبط ساختن تنشهای محلی اطراف ترک به تنشهای دور از ترک و در نظر گرفتن طول ترک است. با استفاده از روابط تنشها در صفحه ترک ($\theta = 0$) عبارتند از:

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi x^*}} \quad (\text{ب-۷})$$

با مقایسه روابط فوق نتیجه می شود:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (\text{ب-۸})$$

با جایگذاری رابطه (ب-۸) در رابطه (ب-۴) رابطه ای بین تابع وسترگارد و K_I حاصل می شود:



$$Z(z^*) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi z^*}}$$

(ب- ۹)

که در آن $z^* = z - a$ است. می توان تنشهای تکینه را در زوایای دیگر با جایگزینی رابطه زیر در رابطه

(ب- ۹) بدست آورد:

$$z^* = r e^{i\theta}$$

(ب- ۱۰)

$$r^2 = (x-a)^2 + y^2 \quad \& \quad \theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{y}{x-a}\right)$$

که در آن:

که منجر به روابط زیر می شود ($r \gg 0$):

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \right]$$

(ب- ۱۱)

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

Abstract

One of the important reasons of the destruction and breaking of the structures is growth the cracks and the initial defects. Initial cracks are caused by different factors such as imperfect process in constructing the structure, imposed loads, and so on. They have different behavior when having different loadings. The aims of this simulation are to decrease the considerable risks both in life and expenses, to estimate the exact amount of destruction and the anticipation of conservation of the special structures to simplify the huge bulk of calculations in the break mechanism, and to increase the results accuracy.

In this research, we introduce the method of simulation of the crack and the process of the increasing of it. The phenomenon of cracking is analyzed with the help of finite element method (Ansys6.1). The curves of tension, strain and the tension coefficient are extracted according to the length of the crack and are demonstrated with comparing the software results with the analysis of break mechanism and the great accuracy in software results. The analysis of the theories derived from this simulation assists us to realize the aspects of break mechanism. We also model the phenomenon of cracking utilizing Franc2dl software and with comparing the results; we could introduce the method of the crack peak movement as a suitable method in crack increasing modeling.



Shahrood University

Title:

***Modeling of Crack and Calculation
Parameters of Propagation Crack with
ANSYS***

By:

Reza Maarefdoost

Supervisor:

Dr. M. Talebzadeh

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for
the degree of Master of Science at Shahrood University

Faculty of Engineering,
Civil Engineering Department

August 2005